

RAFAEL DE ANDRADE SOUSA

**UTILIZAÇÃO DE MÚLTIPLAS REPRESENTAÇÕES
EXTERNAS PARA CONSTRUÇÃO DE FRACTAIS EM
AMBIENTES EXPLORATÓRIOS DE APRENDIZAGEM**

Proposta de Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Informática, Setor de Ciências Exatas, Universidade Federal do Paraná.

Orientador: Prof. Dr. Alexandre Ibrahim Direne

CURITIBA

2010

RAFAEL DE ANDRADE SOUSA

**UTILIZAÇÃO DE MÚLTIPLAS REPRESENTAÇÕES
EXTERNAS PARA CONSTRUÇÃO DE FRACTAIS EM
AMBIENTES EXPLORATÓRIOS DE APRENDIZAGEM**

Dissertação apresentada como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre. Programa de Pós-Graduação em Informática, Setor de Ciências Exatas, Universidade Federal do Paraná.

Orientador: Prof. Dr. Alexandre Ibrahim Direne

CURITIBA

2010

RAFAEL DE ANDRADE SOUSA

**UTILIZAÇÃO DE MÚLTIPLAS REPRESENTAÇÕES
EXTERNAS PARA CONSTRUÇÃO DE FRACTAIS EM
AMBIENTES EXPLORATÓRIOS DE APRENDIZAGEM**

Dissertação apresentada como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre. Programa de Pós-Graduação em Informática, Setor de Ciências Exatas, Universidade Federal do Paraná.

Orientador: Prof. Dr. Alexandre Ibrahim Direne

CURITIBA

2010

RAFAEL DE ANDRADE SOUSA

**UTILIZAÇÃO DE MÚLTIPLAS REPRESENTAÇÕES
EXTERNAS PARA CONSTRUÇÃO DE FRACTAIS EM
AMBIENTES EXPLORATÓRIOS DE APRENDIZAGEM**

Dissertação aprovada como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre no Programa de Pós-Graduação em Informática da Universidade Federal do Paraná, pela Comissão formada pelos professores:

Orientador: Prof. Dr. Alexandre Ibrahim Direne
Departamento de Informática, UFPR

Prof. Dr. Davidson Cury
Departamento de Informática, Universidade Federal
do Espírito Santo

Prof. Dr. Andrey Ricardo Pimentel
Departamento de Informática, Universidade Federal
do Paraná

Curitiba, 30 de agosto de 2010

AGRADECIMENTOS

A Deus, pela imerecida Graça que tenho recebido desde o meu nascimento pois *até aqui me ajudou o Senhor*. Apesar de todas as falhas, defeitos, momentos de ingratidão, em que fraquejei na confiança, Ele não deixou de acreditar em mim e esteve ao meu lado durante todos esse anos. Finalmente, Ele me permitiu chegar até aqui e não me abandonou em momento algum. Foi minha Fortaleza, Torre Forte, o *Parakletos*, Amigo bem presente em tempos de angústia e solidão.

À minha mãe pelo auto-sacrifício que fez durante toda a vida em prol da definição e construção do caráter e bem estar de seus filhos. A ela devo minha personalidade, determinação e a atitude de nunca desistir perante as dificuldades que a vida nos impõe.

Ao meu pai pelo esforço despendido, em conjunto com a minha mãe, por toda a vida em nunca deixar faltar nada a sua família e ter me proporcionado uma infância com mais recursos do que eles mesmos tiveram.

Ao meu irmão, pela inspiração intelectual, pelos conselhos acerca de como conduzir o mestrado, pelos diálogos e pelo apoio que ajudaram a construir a dissertação.

Aos amigos Eduardo Muniz e Pollyana, pelas orações, palavras de motivação e por colocarem o meu foco em momentos nos quais estive extremamente atribulado com atividades.

Aos colegas Geraldo Maieski e Cleverson Rene pelo excelente trabalho feito em conjunto na implementação do Fractal-R. Sem eles certamente a implementação do software não teria sido concretizada.

E ao meu orientador, Alexandre Direne, pelos conselhos, pela orientação, por ter acreditado no meu trabalho. Nele está a minha inspiração profissional e foi gratificante e proporcionou grande crescimento pessoal ter trabalhado com ele durante os 24 meses de duração do trabalho de orientação.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	vi
RESUMO	vii
ABSTRACT	1
1 INTRODUÇÃO	2
1.1 O Problema Central	2
1.2 Objetivo Geral	5
1.3 Objetivos Específicos	5
1.3.1 Motivação	6
1.4 O Contexto do Projeto	7
1.5 Estrutura da Dissertação	8
2 RESENHA LITERÁRIA	9
2.1 Computadores como Ferramentas de Produção de Conhecimento	9
2.2 Micromundos e Ambientes Exploratórios de Aprendizagem	9
2.3 A Linguagem LOGO	10
2.4 Múltiplas Representações Externas	11
2.5 L-Systems como Linguagem para Construção de Fractais	14
3 ASPECTOS CONCEITUAIS DA SOLUÇÃO ADOTADA	15
3.1 Construção de Fractais	15
3.2 Uma Estrutura Formal	16
3.2.1 A Combinação LOGO e L-Systems para Construção Clássica de Fractais	16
3.2.2 Dificuldades no Plano Textual	19
3.3 Representações Externas em Fractais	20

3.3.1	O mundo Representado - Fractais	21
3.3.2	O Mundo Representante	22
3.4	Contextualizando os Papeis Complementares	22
4	FRACTAL-R: UM AMBIENTE EXPLORATÓRIO PARA CONSTRU- ÇÃO DE FRACTAIS	24
4.1	Arquitetura Funcionalista e sua implementação	24
4.2	Aspectos da Interface	26
4.2.1	Comandos de Ação: uma Correlação Multi-Representacional	27
4.2.2	A Recursividade Encapsulada pelas Transformações	29
4.2.3	Exemplos. A Necessidade de Demonstração no Contexto Exploratório	32
4.3	Limitações da Ferramenta	34
4.3.1	Limitações do Ponto de Vista Computacional	34
4.3.2	Limitações do Ponto de Vista Tecnológico	35
5	RESULTADOS E DISCUSSÃO	36
5.1	As atividades Exploratórias Iniciais e Experimentais	36
5.2	O Potencial da Ferramenta no Contexto de Aprendizizes de Ensino Médio .	36
5.3	O Potencial Exploratório Dentro do Contexto de Estudo e Observação de Padrões Fractais	37
6	CONCLUSÃO, CONSIDERAÇÕES FINAIS E TRABALHOS FUTU- ROS	39
6.1	Contribuições da Pesquisa	39
6.2	Trabalhos Futuros	40
6.2.1	Os Invólucros Representativos	40
6.2.2	A Evolução do Software	41
	Apêndices	45
	A PROPOSTA DE ATIVIDADE EM SALA DE AULA	45

A AMBIENTE EXPLORATÓRIO FRACTAL-R - GUIA DO PROFESSOR	46
A.1 Introdução	46
A.1.1 O Ambiente Exploratório: um Micromundo de Desenhos e Movimentos.	46
A.1.2 O Conceito de Fractal	47
A.2 Objetivos	50
A.3 Pré-Requisitos	50
A.4 Tempo Previsto para a Atividade	51
A.5 A Atividade no Laboratório	51
A.5.1 Preparação	51
A.5.2 Atuação na Avaliação Formativa	52
A.5.3 Material Necessário	52
A.5.4 Requisitos Técnicos	52
A.6 Avaliação Somativa	53
A.7 Sugestões de Bibliografia e Páginas Web sobre Fractais	53

LISTA DE FIGURAS

2.1	Frontispício do Logo. Crianças manipulando a tartaruga para criação de desenhos.	10
2.2	Uma sequência de comandos LOGO	11
2.3	Estrutura taxonômica das funções exercidas pelas múltiplas representações externas	13
3.1	Iteração 0 do floco de neve de Koch	17
3.2	Iteração 1 do floco de neve de Koch	18
3.3	Planta Fractal na iteração 6	19
4.1	Arquitetura Funcionalista do Fractal-R	25
4.2	O protótipo do software Fractal R	26
4.3	Painel de Botões do Fractal R	27
4.4	Painel de Fórmulas e Painel de Transformação	27
4.5	Ações inseridas na barra de fórmulas e ações de desenho tomadas pelo lápis	28
4.6	Painel de controle de animações	29
4.7	Fórmulas e transformações do Floco de Neve de Koch	30
4.8	Floco de Neve de Koch, iteração 0, sendo desenhado pela ferramenta . . .	31
4.9	Floco de Neve de Koch, iteração 1, sendo desenhado pela ferramenta . . .	31
4.10	Quatro primeiras iterações da Curva de Koch criadas pelo Fractal-R	32
4.11	Painel de Exemplos Disponibilizado Pela Ferramenta	33
5.1	Gerador da Ilha de Koch Quádrlica.	37
5.2	Ilha de Koch Quádrlica	38
A.1	Geradores da Curva de Koch Quadrática	45
A.1	Ampliando a curva de Koch	48
A.2	A curva de Koch	48

A.3	Iteração 0 da curva de Koch	48
A.4	Iteração 1 da curva de Koch	49
A.5	Iteração 2 da curva de Koch	49

RESUMO

Este trabalho aborda a utilização de Múltiplas Representações Externas como invólucros de instruções complexas durante o processo de construção de figuras geométricas conhecidas como *fractais*. Dada a dificuldade intrínseca à construção de tais figuras bem como a carga cognitiva necessária para realizar a tarefa referida apresenta-se aqui, como objeto de prova empírica, um Ambiente Exploratório que permitirá a um aprendiz elaborar os seus próprios fractais. Baseado nas ideias do *Construcionismo*, o aprendiz envolve-se na utilização deste *micromundo* produzindo e explorando o conhecimento potencialmente fornecido no processo de observação de fractais.

Pretende-se demonstrar que tal aprendiz pode ser capaz de construir *Fractais* se o mesmo utilizar Múltiplas Representações Externas que pertençam a um domínio simplificado de informações já conhecidas por ele. Uma vez selecionadas as Representações Externas adequadas, encapsula-se uma Gramática de Derivação Paralela denominada *L-Systems* a qual é o conjunto de instruções complexas utilizadas neste contexto para construção dos fractais.

Associada à gramática de derivação paralela referida também estão os princípios de construção de formas geométricas da Linguagem *LOGO*. Não é esperado que o aprendiz tenha conhecimento acerca do funcionamento dos *L-Systems*, tampouco da linguagem *LOGO*. Finalmente as *Múltiplas Representações Externas* servirão como uma camada de abstração e são traduzidas pela ferramenta em animações que geram as figuras fractais complementando o conhecimento do aprendiz acerca de tais formas geométricas.

Palavras-chave: Múltiplas Representações Externas, Fractais, Ambientes Exploratórios, Construcionismo, Micromundos, L-Systems

ABSTRACT

This work deals with the use of Multiple External Representations as wrappers of complex instructions during the building process of geometric shapes known as *Fractals*. Given the difficulties intrinsic to the construction of such shapes, as well as the cognitive load needed to perform this task it is presented, as object of empiric proof, an Exploratory Environment that allows an apprentice elaborate his own fractals. Based on *Constructionism* ideas, the apprentice gets involved to the use of this *Microworld* producing and exploring the potentially given knowledge of fractal observation.

Is intended to demonstrate that such apprentice be able to build *Fractals* if he use Multiple External Representations that belong to a well known simplified domain. Once selected proper External Representations, it is encapsulated a Parallel Derivation Grammar called *L-Systems* which is the complex set of instructions used in this context for fractal construction.

Either associated to the referred parallel derivation grammar are the elements of geometric shape construction of *LOGO* language. It is expected of the apprentice that he does not have expertise on L-Systems neither on LOGO language. Finally, *Multiple External Representation* will serve as an abstraction layer that the tool will translate as animations which generate the fractal shapes and complementing the apprentice's knowledge about such geometric forms.

Keywords: Multiple External Representations, Fractal, Exploratory Environments, Constructionism, Microwords, L-Systems

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

Neste capítulo, será abordado o problema central que motivou a elaboração deste trabalho inicialmente de uma perspectiva geral e posteriormente de maneira detalhada. Em seguida, são abordados os objetivos do trabalho e o contexto em que ele irá se desenvolver. Finalmente, será apresentada a estrutura deste documento de maneira a permitir sua melhor leitura.

1.1 O Problema Central

Uma maneira já tradicional de facilitar o aprendiz na construção de seu conhecimento em qualquer circunstância é por meio da livre exploração dos elementos de um determinado universo de conceitos, também chamado de domínio específico. Ambientes Exploratórios de Aprendizado, utilizando todo o poder que ferramentas computacionais podem oferecer, concretizam boa parte deste universo de elementos assim como a sua exploração ou manipulação por parte de um aprendiz. É notório que aprendizes possuem dificuldades de assimilação de certos aspectos daquilo que se deseja ensinar utilizando metodologia convencional. No entanto, para resolver tal problema, não basta a escolha do escopo do universo a ser explorado. Por exemplo, na Geometria Euclidiana, estudantes têm dificuldade de visualizar e entender as formas bi e tridimensionais intrínsecas a esta área de conhecimento. Uma ferramenta de apoio que permite ao aprendiz explorar e observar as propriedades de tais formas por meio da chamada Geometria Dinâmica [19] pode auxiliar significativamente no processo de aprendizado.

Antes de se explorar o problema central é mister demonstrar como a combinação de diferentes conceitos, neste caso, matemáticos, podem ser unidos de forma a proporcionar apoio ao ensino de uma determinada área de conhecimento. Nesta pesquisa em particular serão abordadas figuras geométricas denominadas *Fractais*, as quais possuem propriedades

especiais que podem fornecer apoio ao ensino de alguns conceitos matemáticos, como por exemplo, progressões geométricas. Um *Fractal* é uma forma geométrica irregular ou fragmentada que pode ser dividida em partes, cada uma delas correspondendo (ou pelo menos aproximadamente) a um tamanho reduzido do todo [22], propriedade denominada auto-similaridade.

Fractais permitem um grande potencial de exploração em um contexto de sala de aula [15], tendo duas formas naturalmente emergentes pelas suas próprias características. A primeira se constitui das relações numéricas de seus elementos, conforme as iterações sucessivas são produzidas (*e.g.*, contagem de lados, perímetro, áreas). A segunda, pelo desenvolvimento do senso estético convergindo para a observação da harmonia presente nos fractais. Adicionalmente, cabe ressaltar que elementos computacionais são naturalmente adicionados ao processo de experimentação das formas das figuras fractais devido à sua natureza recursiva de construção.

Uma vez que a construção de Fractais é fortemente ligada ao conceito de iteratividade e recursividade, é natural a utilização de software para realizar a renderização de tais figuras. Dentre os software para geração de fractais que foram pesquisados, pode-se classificar três grupos quanto à maneira de utilização. O primeiro grupo é de software para amplificação (zooming) e visualização interativa de fractais pré-definidos, onde se classificam o Double Fractal [2] e o GnuXaos[6]. No segundo grupo estão as aplicações para simples renderização de fractais, tais como o fractInt[4]. No terceiro grupo estão os de finalidade artística como o ChaosPro[1], de licença freeware.

Embora todos os software descritos atendam à necessidade para as quais foram desenvolvidos, falham no quesito de serem uma potencial aplicação pedagógica dos fractais. A utilização dos elementos matemáticos e computacionais dos fractais aliados aos recursos disponíveis na área de Informática, ao serem utilizados de maneira complementar, aumentam a possibilidade de um resultado melhor em termos de aprendizagem. Para tal fim, é interessante que se desenvolva software onde se explora pedagogicamente os fractais e permita, de uma certa maneira, que os aprendizes possam construir os seus próprios fractais.

Alfonseca e Ortega [14] definiram software que lança mão de recursos computacionais e que permite uma aproximação bem dirigida do processo de construção de fractais. Tal software é baseado na interpretação de um conjunto pré-definido de instruções que são posteriormente renderizadas, permitindo geração gráfica e exploração visual de fractais por parte do aprendiz. Embora seja dada uma certa liberdade para a criação das figuras fractais é mister ressaltar o alto grau de dificuldade exigido para o domínio de uso desta ferramenta. Há, portanto, o surgimento de uma barreira para a exploração de fractais com aprendizes interessados e focados em certos aspectos dos fractais que poderia levar até mesmo a um afastamento dos aspectos exploratórios desejados por um professor que utilize a ferramenta em sua metodologia de apoio ao ensino.

Estudos também indicam que os aprendizes desenvolvem um interesse maior no aprendizado quando são inseridos em situações onde podem explorar a construção do conhecimento [24]. Semelhantemente, potencializar a utilização dos fractais onde os aprendizes poderiam construir (ou mesmo tentar) os seus próprios fractais é de grande interesse pedagógico pois em um contexto de aprendizado piagetiano o aprendiz absorve o novo dentro do velho, processo denominado *assimilação* [25], construindo conhecimento sobre esta metodologia. Para realizar isso, é de particular interesse nessa pesquisa a utilização de software na forma de Ambientes Exploratórios para permitir que o aprendiz interaja com as figuras fractais. No entanto, pouco se tem produzido no que diz respeito a software de geração de fractais em contexto acadêmico. Os existentes normalmente possuem figuras pré-definidas ou possuem fins artísticos.

Não é interessante que o aprendiz explore os elementos de um ambiente exploratório de maneira não dirigida, o que poderia acarretar em um resultado não desejado. Ademais, este processo, se conduzido de uma maneira onde se tem uma excessiva quantidade de informações (Representações) manipuláveis, poderia penalizar o processo de aprendizagem ou mesmo não gerar o aprendizado desejado. Isso se deve ao fato de que o aprendiz deve ser capaz de entender as relações entre os elementos representados no ambiente e o domínio de informações a qual estes elementos pertencem [13] e uma grande quantidade de representações efetiva um maior esforço cognitivo por parte do aprendiz. O processo

de construção de um fractal pode parecer demasiado complicado e o ambiente exploratório deve prover um apoio temporário *scaffolding*¹ [21] necessário para auxiliá-lo no desenvolvimento desta tarefa de maneira dirigida.

1.2 Objetivo Geral

Não há conhecimento de um software que construa fractais de maneira exploratória a fim de utilizá-los como ferramenta de apoio pedagógico. Também, não se tem conhecimento de um ambiente exploratório que utilize as representações externas como um invólucro para regras de gramática de derivação paralela afim de reduzir carga cognitiva na construção de fractais. Assim, o objetivo deste trabalho consiste em 1) investigar o mecanismo de construção de fractais por meio da gramática de derivação paralela L-Systems 2) Criar um invólucro para reduzir a carga cognitiva deste mecanismo por meio de Múltiplas Representações Externas e 3) permitir que a construção de fractais possa ser desenvolvida de maneira interativa por meio de um Ambiente Exploratório.

1.3 Objetivos Específicos

Para se alcançar os objetivos gerais elencados na seção anterior, os seguintes objetivos específicos foram definidos:

1. Levantamento das instruções e definição do escopo da gramática de derivação paralela L-Systems que serão suficientes para construção de fractais pelo aprendiz;
2. Definição das Representações Externas adequadas para criar o invólucro que ocultará do aprendiz as dificuldades de se construir fractais diretamente por meio de L-Systems permitindo que este aprendiz se foque apenas na exploração do ambiente;

¹No processo de scaffolding, o tutor auxilia o aprendiz apenas em conceitos nas quais o aprendiz ainda não tem conhecimento, ou que sejam demasiadamente complexos, pois o importante neste tipo de método de tutoria é permitir que o aprendiz complete a maior quantidade de tarefas possível, sem assistência.

3. Implementação do ambiente de construção de fractais nos moldes dos ambientes exploratórios de aprendizagem a fim de que se permita ao aprendiz uma livre exploração dos elementos ao mesmo tempo que constrói seus próprios fractais.

1.3.1 Motivação

Este trabalho possui dois aspectos fundamentais que motivaram a sua elaboração, ambos ligados à natureza pedagógica dos fractais. Primeiro, fractais possuem, como anteriormente comentado, um grande potencial de exploração por parte de aprendizes por meio das suas propriedades de simetria e o seu padrão de construção. Segundo, os próprios fractais em si, apresentam em sua construção importantes elementos relativos à área de informática, tais como recursividade, gramáticas de derivação paralela e alguns elementos de computação gráfica.

Aliado a estes aspectos também é fator motivador a investigação do potencial de utilização das Múltiplas Representações Externas como elemento de suporte ao ensino. Os recursos de multimídia que a informática disponibiliza, permitem implementar estas representações de modo onde se possa construir um ambiente exploratório que:

- Permita que o aprendiz manipule as instruções dentro de um conceito “aquilo que você vê é o que você pega”.
- Permita ao aprendiz montar sequências de comandos que gerem o fractal instigando a capacidade criativa do aprendiz.
- Permita que o mesmo observe os resultados daquilo que se criou. sobre os padrões matemáticos observados na figura resultante.

As Múltiplas Representações Externas [13] são os objetos chave que criarão a ponte entre aquilo que o aprendiz já possui em sua própria base de conhecimento (o que podemos definir como representação interna) e o mecanismo que o permitirá interagir com tal ambiente exploratório. Estudos mostram que representações externas são bastante efetivas no suporte à resolução de problemas em tipos específicos de domínio de conhecimento [32]

e matemática primária [11]. As representações externas serão discutidas de maneira mais detalhada no capítulo 2 e a sua aplicabilidade no contexto deste projeto, no capítulo 3.

1.4 O Contexto do Projeto

Este projeto está inserido dentro do convênio CONDIGITAL do C3SL da Universidade Federal do Paraná, em parceria com o Instituto de Tecnologia para o Desenvolvimento (LACTEC), a Diretoria de Tecnologias Educacionais (CETEPAR) da Secretaria de Estado da Educação do Paraná e a Universidade Estadual de Londrina (UEL). Ele visa contribuir para a melhoria e a modernização dos processos de ensino e aprendizagem da área de Matemática na rede de escolas brasileiras [9].

Também, o projeto pretende apoiar a produção de conteúdos educacionais digitais multimídia para o enriquecimento curricular e aprimoramento da prática docente. Para isso, ele aborda como tratar uma boa parte da abordagem educacional matemática no Ensino Médio usando quatro diferentes mídias que precisam estar disponíveis para acesso Web: radiofônica, televisiva, de simulação interativa e de roteiros experimentais.

Até o presente momento, o CONDIGITAL do C3SL tem desenvolvido conteúdos para software educacional na área de matemática e em subáreas tais como:

- Progressões Geométricas [8];
- Funções de primeiro grau [5];
- Matemática financeira [7];

Em um contexto mais específico, este projeto surgiu da possibilidade de melhoria de um entre os vários conteúdos multimídia educacionais do CONDIGITAL: *Progressão Geométrica em Fractais*. Tal conteúdo multimídia propõe-se a investigar aspectos como quantidades de lados e proporções em fractais de forma a permitir que o aprendiz observe progressões geométricas. Neste contexto, surgiu a possibilidade de permitir que estes aspectos não fossem notados apenas em caráter de observação, mas também de forma exploratória.

1.5 Estrutura da Dissertação

Neste capítulo apresentou-se uma introdução do que este trabalho se propõe a fazer, e de que serão utilizadas representações externas como invólucros para instruções complexas envolvidas na construção de fractais. No capítulo 2 será apresentada uma crítica acerca dos trabalhos que tem similaridade ou são relacionados a este. No capítulo 3 serão apresentados aspectos estruturais de como os fractais são construídos bem como uma conexão entre as definições conceituais envolvendo as representações externas e os elementos estruturais que gerarão o software-objeto deste trabalho. No capítulo 4 será apresentada a arquitetura do software Fractal-R, interfaces e detalhes da implementação do software.

CAPÍTULO 2

RESENHA LITERÁRIA

2.1 Computadores como Ferramentas de Produção de Conhecimento

Papert [25], é um dos pioneiros na utilização de computadores como ferramenta de aprendizagem. Ele afirma que a relação eficiente entre um aprendiz e um computador, é de que aquele seja capaz de programá-lo e, como resultado final, algum conhecimento seja gerado. Papert, baseado nas ideias de Jean Piaget, imagina crianças como construtores das suas próprias estruturas intelectuais. Como bem dotados e natos aprendizes, estes aprendizes adquirem, antes mesmo de ir à escola, uma grande quantidade de conhecimento (tal como a sua língua nativa e geometria intuitiva para sua própria locomoção) por meio de um processo que ele denomina de “Aprendizado Piagetiano” ou “Aprendizado Sem Tutoria”.

Papert reforça a sua ideia de “aprender fazendo” [24], onde ele define o termo Construcionismo (cunhado por ele mesmo). Esta ideia é a de construir estruturas de conhecimento independente das circunstâncias do aprendizado. Adicionalmente, o referido fenômeno acontece em um contexto específico onde o aprendiz está conscientemente comprometido a construir uma entidade pública, quer seja um castelo de areia ou uma teoria universal.

2.2 Micromundos e Ambientes Exploratórios de Aprendizagem

A criação de um ambiente abstrato, onde se possa explorar ou manipular o que está diretamente disponível ao mundo externo, permite uma eclosão de conhecimento para o aprendiz. Rieber [26] define Micromundos como uma pequena, porém completa, versão de algum domínio de interesse e que as pessoas não se atêm simplesmente a estudar o domínio mas, sim, a “vivenciá-lo”. Este conceito é similar à ideia de que a melhor maneira de se aprender espanhol é visitando a Espanha. Em um primeiro olhar, Micromundos podem

ser confundidos com uma simulação, porém possuem duas características importantes que não são apresentadas em simuladores: a) São como simplificações do domínio do problema e devem permitir ao aprendiz a sua remodelagem a fim de permitir ao mesmo explorar ideias mais complexas. b) Devem estar em sintonia com o estado afetivo e cognitivo do usuário de forma que este deve imediatamente ser capaz de saber o que fazer com os elementos disponíveis de forma que nenhum ou pouquíssimo treinamento deve ser dado antes de sua real utilização[26].

2.3 A Linguagem LOGO

Papert, em sua definição de micromundos, exemplifica essa estrutura pela implementação do *Mundo da Tartaruga* dentro de um contexto de exploração de conceitos matemáticos. Segundo Papert, o *Mundo da Tartaruga* é um lugar, uma *Província da terra da matemática* onde certos tipos de pensamentos matemáticos poderiam ser esboçados e desenvolvidos com uma certa facilidade. Em termos particulares desse ambiente o *Mundo da tartaruga* é provido de uma tartaruga, um ser com propriedades interativas, que pode ser manipulada pelo aprendiz e pela sua dinâmica de movimentação figuras geométricas podem ser criadas.



Figura 2.1: Frontispício do Logo. Crianças manipulando a tartaruga para criação de desenhos.

É introduzido no escopo desse micromundo um tipo diferente de geometria denominada *Geometria da Tartaruga* (Turtle Geometry) e a coisa mais importante a se lembrar nessa

geometria é projetada para exploração e não somente para teoremas e provas [10]. É importante notar o termo exploração e que o mesmo está intrinsecamente ligado com os micromundos e tal exploração por meio da linguagem LOGO é implementada através de um conjunto de comandos que fazem com que a tartaruga desenvolva formas geométricas. A figura 2.2 apresenta alguns comandos da linguagem LOGO:

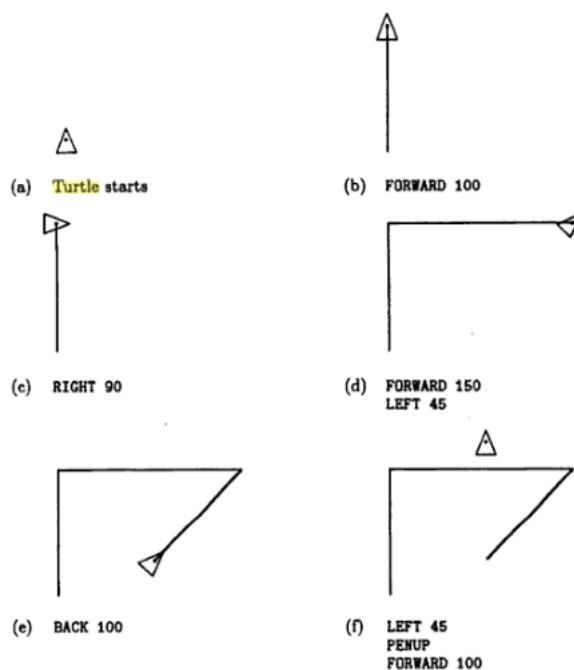


Figura 2.2: Uma sequência de comandos LOGO

Na descrição dos efeitos dessas operações, dizemos que FORWARD e BACK mudam a posição da tartaruga e o número anexo é a quantidade de unidades utilizadas para efetivação do deslocamento; RIGHT e LEFT mudam a direção para onde a tartaruga está direcionada e o número ao lado, indica o ângulo de giro utilizado nesta operação. O mecanismo de exploração geométrica de LOGO é fundamental no contexto deste trabalho pois é a representação instrucional e implementação dos L-Systems, discutidos em seção posterior.

2.4 Múltiplas Representações Externas

Micromundos são essencialmente abstrações e simplificações de objetos do mundo real, de forma que possam dar ao usuário uma maior intuição no entendimento do que fazer

com ele. Para isso, se fazem necessários elementos que geram representações tanto de natureza linguística como gráfica. Cox e Brna [17] apoiam a ideia da utilização destes elementos denominados Representações Externas como mecanismos de auxílio em resolução de problemas.

São apresentadas várias situações em que Representações Externas podem ser utilizados no dia a dia: levando-se um plano anotado para uma loja de tapetes quando se deseja trocar o carpete da sala, desenhando mapas quando se deseja indicar direções, fazendo lista de supermercado, ou várias aplicações. Adicionalmente, situações corriqueiras apresentam a possibilidade de envolver a utilização de Representações Externas em raciocínio analógico, classificação de informação hierárquica, aritmética vetorial, dentre outros. Uma representação externa consiste *no mundo representado, o mundo representante, quais aspectos do mundo representado estão sendo representados quais aspectos do mundo representante estão sendo modelados e qual a correspondência entre esses dois mundos.* [23]

Ainsworth [13] aborda o explosivo aumento dos conteúdos multimídia educacionais. Ela cita uma grande variedade de representações externas, tais como diagramas, equações, tabelas, textos, gráficos, animações, som e vídeo. Segundo Ainsworth, tais objetos foram introduzidos na linha de software devido à grande possibilidade de combinações destas representações, o que levou as teorias educacionais a um outro entendimento sobre a importância da utilização de representações externas no aprendizado.

Entretanto, esta grande combinação de representações pode produzir resultados adversos, pois criar relações entre as representações pode ser uma tarefa complicada. Esta complicação atinge o próprio aprendiz que, na maioria dos casos, tende a tratar as representações de maneira isolada. Ainsworth propõe um arcabouço conceitual que todo projeto de software educacional deve seguir para ser eficiente. Tal arcabouço enfatiza que uma boa escolha das representações deve levar em consideração três funções chaves: complementar, restringir e construir [12]. A figura 2.3 mostra uma **estrutura taxonômica** destas funções.

- **Papeis complementares** - A complementação de diferentes Representações em

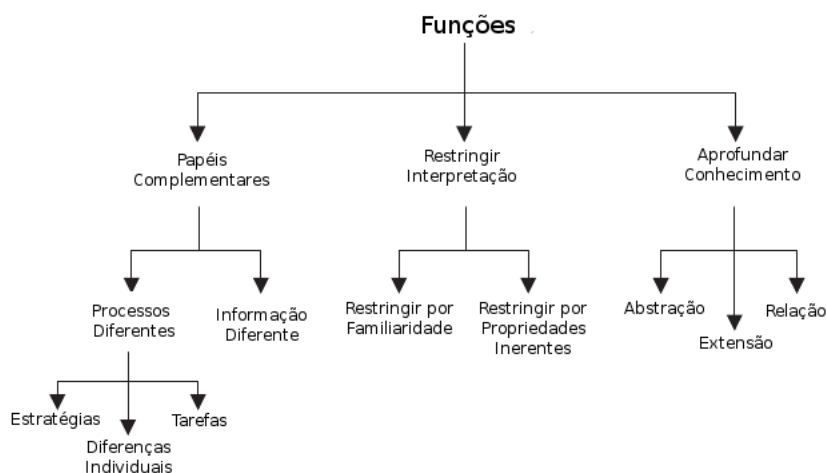


Figura 2.3: Estrutura taxonômica das funções exercidas pelas múltiplas representações externas

um ambiente multi-representacional reside na diferente informação que cada uma contém. Ao se combinar essas representações espera-se que o aprendiz beneficie-se de cada uma dessas diferenças individuais.

- **Restringir interpretação** - A interpretação de uma informação é passível de ser ambígua e mal interpretada. A frase “o gato está ao lado do cachorro”, é ambígua sobre qual lado do cachorro o cão está sentado, mas, com a ajuda de uma representação externa na forma de uma figura é fácil demonstrar que ou ele está no lado esquerdo ou direito. Então, quando duas representações são apresentadas juntas a primeira (ambígua) pode ser restringida pela primeira (específica).
- **Aprofundar conhecimento** - Este papel das Múltiplas Representações Externas está intrinsecamente ligado ao fato de que uma única representação sozinha pode ser onerosa para que se construa um conhecimento mais aprofundado. A utilização em conjunto de várias representações pode levar o aprendiz de um estado de abstração de conhecimento (onde o mesmo forma uma base mental em um nível mais elevado de organização) para um nível mais aprofundado e específico.

Em muitas ocasiões, para gerar um conhecimento muito complexo, é necessária uma carga cognitiva grande sobre o aprendiz. Isso exige que ele trate uma discrepância entre

aquilo que já é conhecido e aquilo que se quer aprender. É interessante utilizar o conceito de micromundos e representações externas onde se possa aplicá-las na redução da carga cognitiva do aprendiz. Isso deve atuar no momento em que se quer construir o conhecimento dentro do proposto por Papert [25]. Desta forma, as aplicações em que o aprendiz gera seus próprios modelos de maneira simples e por manipulação direta de representações parecem intuitivamente mais adequadas. Em outras palavras, esta aplicação se encarregaria de completar a atuação do professor e demonstrar ao aprendiz como a sua “criação” seria representada em uma linguagem mais complexa.

2.5 L-Systems como Linguagem para Construção de Fractais

Uma forma interessante de utilização de representações, seria o mapeamento de uma linguagem de um nível mais próximo da humana para uma linguagem mais próxima de instruções matemáticas. Construir fractais, utilizando-se de uma linguagem matemática, é possível por meio da utilização dos L-Systems.

Manuel Alfonseca e Alfonso Ortega [14], definem os *L-Systems* como um tipo de gramática ligeiramente diferente da de Chomsky. A diferença está no fato de que as suas regras de transformação são aplicadas simultaneamente, ao invés de uma por vez. A gramática dos L-Systems, consiste na dupla (S,P), onde S é um alfabeto contendo um conjunto de símbolos e P é um conjunto de regras de produção.

Fractais gerados por transformações recursivas aplicadas a uma forma inicial são relativamente simples de serem gerados por computador, utilizando os L-Systems. Para tal transformação ser representada graficamente, é necessária a utilização conjunta da linguagem *LOGO* criada por Seymour Papert. Cada elemento do alfabeto S é mapeado em uma instrução da linguagem LOGO e cada uma destas instruções é utilizada para renderização do fractal.

CAPÍTULO 3

ASPECTOS CONCEITUAIS DA SOLUÇÃO ADOTADA

Neste capítulo, será abordado o aspecto fundamental sobre como podem ser utilizados elementos computacionais para a construção de fractais e as suas dificuldades, caracterizando uma solução para o problema central atacado nesta dissertação. Também será vista a maneira como cada um dos elementos apresentados no Capítulo 2 foram considerados de maneira alternativa a fim de gerar a estrutura conceitual que se propõe a criar um mecanismo computacional da solução.

3.1 Construção de Fractais

Fractais possuem diversas técnicas de construção e, dentre as mais comuns, podemos citar cinco: fractais de fuga de tempo, sistemas de funções iterativas, fractais randômicos, atratores estranhos [3] e fractais construídos utilizando L-Systems[14]. Devido às propriedades computacionais mais facilmente exploráveis, e ao suporte de trabalhos anteriores, será abordado nesta pesquisa o método de construção de fractais utilizando L-Systems. Como exemplo de fractais que podem ser construídos usando esta técnica, podemos citar o triângulo de Sierpinski, o floco de neve de Koch, e a curva do dragão.

Este método de construção de fractais consiste em regras fixas de substituição, onde se pode explorar o recurso computacional da recursividade, mediante a utilização de uma gramática de derivação paralela. Para um aprendiz não familiarizado com linguagens e gramáticas computacionais, isso pode gerar problemas de entendimento. Ele deveria ser capaz de construir fractais de maneira mais simplificada, com objetos que sejam do seu conhecimento e mais intuitivo.

3.2 Uma Estrutura Formal

Na seção anterior citaram-se algumas maneiras de como fractais podem ser construídos e que, para a execução deste trabalho, adotaram-se os *L-Systems* para a construção destes fractais. A maneira como se dá este processo de construção será explorada mais detalhadamente nas seções a seguir.

3.2.1 A Combinação LOGO e L-Systems para Construção Clássica de Fractais

Em 1968, Aristid Lindenmayer [20] definiu um novo tipo de gramática de derivação paralela, que, diferentemente das gramáticas normais de derivação de Chomsky, têm as suas regras aplicadas simultaneamente. Os L-Systems foram originalmente desenvolvidos para estudo de padrões de crescimento em plantas na área de botânica e observou-se que a sua natureza recursiva produzia um aspecto de auto-similaridade que poderia ser aplicado para a construção de fractais. Para que os Fractais possam ser representados por meio dos L-Systems [14], é necessário que estes sejam combinados com os elementos da linguagem LOGO. Uma gramática L-Systems, é definida pela tupla:

$$G \rightarrow (V, S, \omega, P)$$

Onde:

1. V é um conjunto de símbolos substituíveis (variáveis);
2. S é um conjunto de símbolos fixos, que não podem ser substituídos;
3. ω axioma inicial;
4. P um conjunto de regras de produção que denotam como as variáveis serão substituídas.

Antes que demonstramos de maneira visual as etapas de como um fractal é gerado com esta gramática, se faz necessário estabelecer as relações entre os símbolos desta gramática

e os elementos da linguagem *LOGO*. O símbolo f é traduzido como o movimento *andar para frente*, onde a *tartaruga* efetua um movimento para frente, com a “cauda abaixada”, traçando uma linha reta na superfície gráfica do fractal. Esta tartaruga é o elemento utilizado como cursor para posicionamento espacial e referência que o usuário tem para realização do próximo comando.

Os outros símbolos utilizados nesta gramática para criação do fractal *floco de neve de Koch* são $+$ e $-$ e significam, respectivamente, *gire à direita* e *gire à esquerda*. Tais elementos representam o ângulo e o sentido em que a tartaruga irá girar antes de desenhar a próxima linha reta e este ângulo pode variar de fractal para fractal. No caso do *floco de neve de Koch* este ângulo tem o valor fixo de sessenta graus.

A premissa de utilização da gramática dos L-Systems sobre os fractais consiste em aplicar as regras de produção a cada *iteração* (ou ciclo de formação), começando do axioma inicial definido na gramática. Partindo da iteração 0 (zero), correspondente ao axioma inicial, aplicam-se as regras em cada iteração, indefinidamente. Isso permite ao fractal adquirir a sua natureza visual de auto-similaridade, assim como a natureza estrutural de suas partes correspondem de maneira infinitesimal às medidas do todo. Por exemplo, a Figura 3.1 ilustra a iteração zero do *floco de neve de Koch*

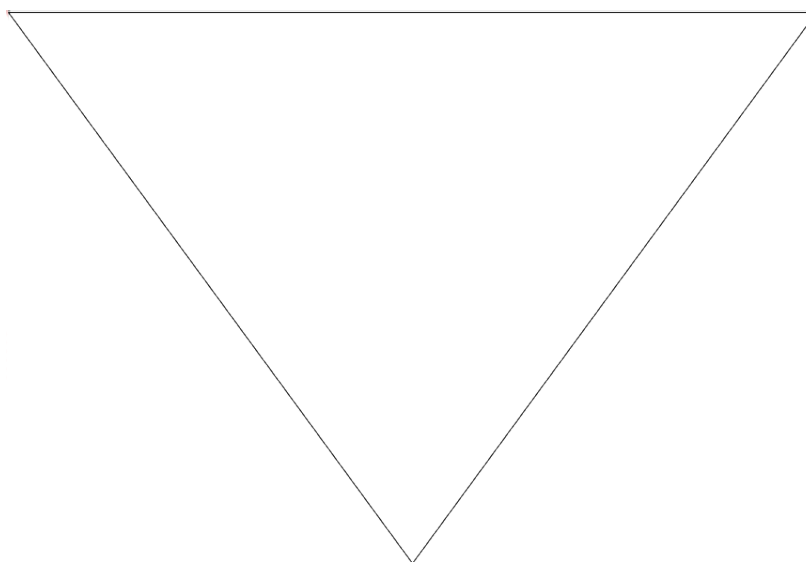


Figura 3.1: Iteração 0 do floco de neve de Koch

A iteração zero, corresponde à sequência de símbolos $f - -f - -f$, a qual, traduzida para a linguagem *LOGO*, significaria: “*ande; vire à direita; vire à direita; ande; vire à direita; vire à direita; ande*”. É importante notar que o termo *vire à direita* corresponde a uma rotação de 60 graus em sentido horário em relação ao movimento da tartaruga. Uma vez que se deseja encontrar a próxima iteração do fractal, deve-se fazer uso da regra de produção $f \rightarrow f + f - -f + f$. Assim, aplicada esta regra a cada elemento f da iteração 0, teremos como resultado a sequência de símbolos $f + f - -f + f - -f + f - -f + f - -f + f - -f + f$, representada graficamente pela Figura 3.2.

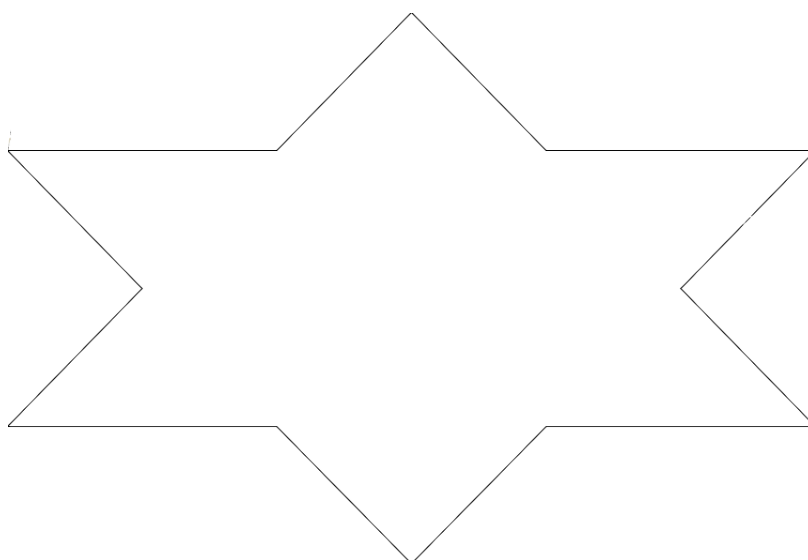


Figura 3.2: Iteração 1 do floco de neve de Koch

Para o floco de neve de Koch, o conjunto de símbolos apresentado nas regras de produção é suficiente para a geração deste fractal. Porém, alguns outros fractais requerem mais símbolos e, por conseguinte, uma gramática mais complexa para que sejam construídos. Tais símbolos, incluindo os já anteriormente citados, obedecem a um conjunto específico de regras, em analogia com a linguagem *LOGO*, são eles:

1. Letras minúsculas representam os símbolos que podem ser expandidos por meio de regras de produção e fazem a “tartaruga” realizar um movimento de desenho de linha reta, ou *andar para frente*.
2. Letras maiúsculas representam os símbolos que causam apenas expansão de regras e não realizam movimento pela tartaruga.



Figura 3.3: Planta Fractal na iteração 6

3. Sinais de mais(+) e menos(-) realizam os “giros”, respectivamente em sentido horário e anti-horário.
4. Colchetes ([]) são ações que sinalizam que a “tartaruga” deve *memorizar* a posição e a angulação imediatamente anterior ao símbolo [, executar todas as ações até encontrar o símbolo]. Após isso, a tartaruga retorna à posição e ângulos memorizados.

Um exemplo de utilização dos símbolos [] é em fractais de crescimento de plantas, como demonstrado na figura 3.3. Tal fractal é representado pela gramática $(\{x, f\}, \{+-\}, \{x\}, \{x \rightarrow f - [[x] + x] + f[+fx] - x\}, (f \rightarrow ff))$.

3.2.2 Dificuldades no Plano Textual

A Seção 3.2.1 nos mostrou de que maneira os L-Systems, em combinação com a linguagem *LOGO* nos remetem a um mecanismo preciso e formal de construção de fractais. Entretanto é necessário familiaridade com dois aspectos: o conhecimento dos comandos da linguagem *LOGO*, o conhecimento da gramática de derivação paralela L-Systems, e uma ferramenta que seja capaz de renderizar as informações dos símbolos gerados a cada ciclo de aplicação das regras (a cada iteração).

Um dos problemas apresentados no contexto em que se iniciou este trabalho é um certo grau de dificuldade de interpretação destas informações, mesmo a um aprendiz que

tem um conhecimento acerca de gramáticas no contexto computacional. Partindo deste pressuposto, entende-se que um aprendiz que não tem tal conhecimento, não seria capaz de gerar fractais de maneira rápida e intuitiva utilizando a estrutura apresentada.

3.3 Representações Externas em Fractais

Representações externas são definidas como o conhecimento e estrutura em um dado ambiente na forma de símbolos, objetos ou dimensões e, como regras externas, restrições ou relações embutidas em configurações físicas [32]. Este conhecimento é o elemento chave que permitirá o encapsulamento do simbolismo complexo da utilização de L-Systems como mecanismo de criação de Fractais.

A maneira como um fractal é construído, analisando de um ponto de vista mais simplista, consiste em um conjunto finito de regras aplicadas infinita e recursivamente sobre figuras geométricas. Utilizando este conceito poderíamos definir o *floco de neve de Koch* da seguinte maneira:

1. Na primeira iteração, desenhe um triângulo equilátero;
2. Na segunda iteração, divida cada lado do triângulo em três segmentos iguais e use o segmento do meio para criar um triângulo equilátero;
3. Remova a base (o segmento do meio) de cada triângulo;
4. Na terceira iteração repita o mesmo procedimento da segunda iteração para cada lado da nova figura e faça-o novamente, infinitamente.

É notório o desenvolvimento de um algoritmo nesta sequência de informações e podemos observar claramente os recursos computacionais aplicáveis ao problema. A linguagem LOGO permite que um aprendiz construa um conjunto de instruções que, se executadas de maneira sequencial, produz, no fim de sua execução, uma figura geométrica [16]. Porém, a linguagem LOGO certamente não é uma representação com a qual o aprendiz esteja familiarizado e caso se optasse pela linguagem LOGO para construção de Fractais, seria

necessário um certo treinamento até que o aprendiz manejasse a ferramenta de maneira apropriada.

Um dos grandes problemas no momento em que se considera escolher representações como mecanismo de aprendizagem é que o aprendiz deve ser capaz de relacionar tal representação com o domínio que ela representa [13]. Para isso é necessário inserir o aprendiz em um *micromundo* onde ele vivencie as representações existentes e estas sejam simplificadas o suficiente para que ele esteja familiarizado com elas [26].

Como mencionado no capítulo 2, uma representação externa consiste nos seguintes fatores principais:

- O mundo representado e quais aspectos do mundo representado estão sendo representados
- O mundo representante e quais aspectos do mundo representante estão sendo modelados
- A correspondência entre os dois mundos.

Nas seções a seguir, explicaremos de que maneira estes fatores se apresentam neste trabalho.

3.3.1 O mundo Representado - Fractais

Fractais, como as figuras geométricas que são, requerem necessariamente uma representação visual, na forma de linhas e pontos. Uma vez que os L-Systems em combinação com a linguagem *LOGO* são elementos simbólicos, o resultado de uma declaração de um conjunto de símbolos por parte do aprendiz não seria facilmente convertida em fractal na sua mente.

Um dos aspectos importantes deste trabalho, e de sua ferramenta computacional como objeto final da pesquisa, é permitir que o aprendiz possa ver o fractal representado visualmente e o seu desenho sendo realizado na tela, conforme ele realize tentativas e erros nos seus desenhos.

3.3.2 O Mundo Representante

Demonstrou-se anteriormente que o fractal poderia ser construído de uma maneira mais simplista, utilizando um conjunto de instruções finitas que seriam repetidas infinitamente até se obter o resultado desejado. Ora, a linguagem *LOGO* poderia ser suficiente para o desenho dos Fractais [16], uma vez que o aprendiz conhecesse todos os seus comandos e tivesse um bom domínio sobre a lógica computacional por trás desta ferramenta. Porém, não se aproveitaria todo o poder que os L-Systems teriam no quesito de exploração da recursividade obtida por meio das regras de produção.

Adicionalmente ao se utilizar apenas estes dois recursos simbólicos como representações externas, o aprendiz precisaria de significativa carga cognitiva para poder explorar um ambiente de fractais. Partindo do pressuposto em que se deseja criar um *micromundo* e um dos elementos básicos deste é a familiaridade com os elementos disponíveis para manipulação, optou-se por definir um **conjunto básico de instruções** que servem como a primeira representação externa. A tabela 3.3.2 demonstra a relação entre L-Systems, LOGO, e a linguagem proposta para o micromundo:

L-Systems	LOGO	Fractal-R(Micromundo)
a,b,c ... z	[MOVEFORWARD]	[ANDAR]
A...Z	(sem correspondência)	[PRODUZIR]
+	[TURNRIGHT]	[GIRE A DIREITA]
-	[TURNLEFT]	[GIRE A ESQUERDA]
(memória) []	(sem correspondência)	[FAZER E RETORNAR]

Tabela 3.1: Correspondência entre as simbologias

3.4 Contextualizando os Papéis Complementares

Uma vez que se deseja utilizar Múltiplas Representações Externas como ferramenta de apoio ao aprendizado, deve-se resgatar o que foi mencionado acerca do arcabouço conceitual proposto por [?] e que possui três funções chaves: complementar, restringir e construir [12].

Papéis complementares é o ramo da taxonomia proposta por Ainsworth [13] em que podemos associar a natureza das representações utilizadas no ambiente exploratório proposto neste trabalho. As múltiplas representações externas têm a capacidade de complementar uma a outra devido às diferentes informações ou processos inerentes a cada representação apresentada.

A natureza complementar das representações encontradas no ambiente exploratório proposto surge na utilização de três elementos:

- itens gráficos manipuláveis pelo aprendiz, que representam as ações a serem tomadas pelo cursor de desenho;
- uma animação, decorrente do movimento efetuado pelo cursor de desenho (o lápis, em substituição à tartaruga da linguagem Logo), resultado direto do item anterior;
- um gráfico representando o fractal em si.

CAPÍTULO 4

FRACTAL-R: UM AMBIENTE EXPLORATÓRIO PARA CONSTRUÇÃO DE FRACTAIS

Este capítulo aborda os aspectos técnicos do produto final deste trabalho de pesquisa, bem como as suas conexões conceituais com o que foi abordado nos capítulos anteriores. Ele apresenta o software *Fractal-R*, o qual é o agente que permitirá ao aprendiz construir fractais de maneira mais intuitiva. É chamado de *Fractal-R* porque constrói Fractais como resultado do processamento dos comandos informados pelo aprendiz e o “R”, é um significante para *Representações* pois Múltiplas Representações Externas serão utilizadas para que o aprendiz possa explorar o ambiente e representar tais comandos.

4.1 Arquitetura Funcionalista e sua implementação

Nesta seção, será apresentada uma visão de caráter técnico e funcional da ferramenta Fractal-R e os principais componentes do sistema. Uma vez que o objeto resultante desta pesquisa é o protótipo de um software, diversos fatores relativos à infraestrutura de desenvolvimento e execução de tal software deviam ser levados em consideração antes de se iniciar o desenvolvimento.

Como iremos renderizar gráficos, de que maneira as representações serão construídas na tela, de que forma posso eficientemente interagir com o usuário e onde o software irá ser executado são as questões de projeto que foram levantadas. Felizmente, essas questões levam a um bom conjunto de possibilidades no aspecto técnico e que respondem bem às necessidades de desenvolvimento requeridas para o construção do Fractal-R.

A primeira questão é inerente à natureza visual intrínseca às Múltiplas Representações Externas e aos Ambientes Exploratórios de Aprendizagem, ou seja, a arquitetura de desenvolvimento deveria possuir uma grande capacidade de criar conteúdo visual, principalmente gráficos e animações. A segunda, envolve questões de interoperabilidade e

portabilidade entre sistemas operacionais, logo, permitir que a aplicação não dependesse de instalação ou de plataforma é algo desejável. A terceira envolvia a liberdade de utilização e continuação do projeto, bem como as ferramentas de desenvolvimento e, para isso a aplicação será e utilizará software livre e de código fonte aberto.

Escolheu-se a ferramenta de desenvolvimento JavaFX [18], pela sua integração com a linguagem Java, por permitir desenvolver conteúdo rico para web, tais como animações, gráficos, interatividade com o usuário, pela sua portabilidade (pois executa em máquina virtual java), e pelo seu licenciamento de utilização. Com esta ferramenta, pretende-se criar o mecanismo de interação com o usuário que implementa os conceitos já discutidos nos capítulos anteriores. A aplicação como um todo pode ser representada conforme a figura 4.1 na forma de um mecanismo implementado em duas camadas básicas:

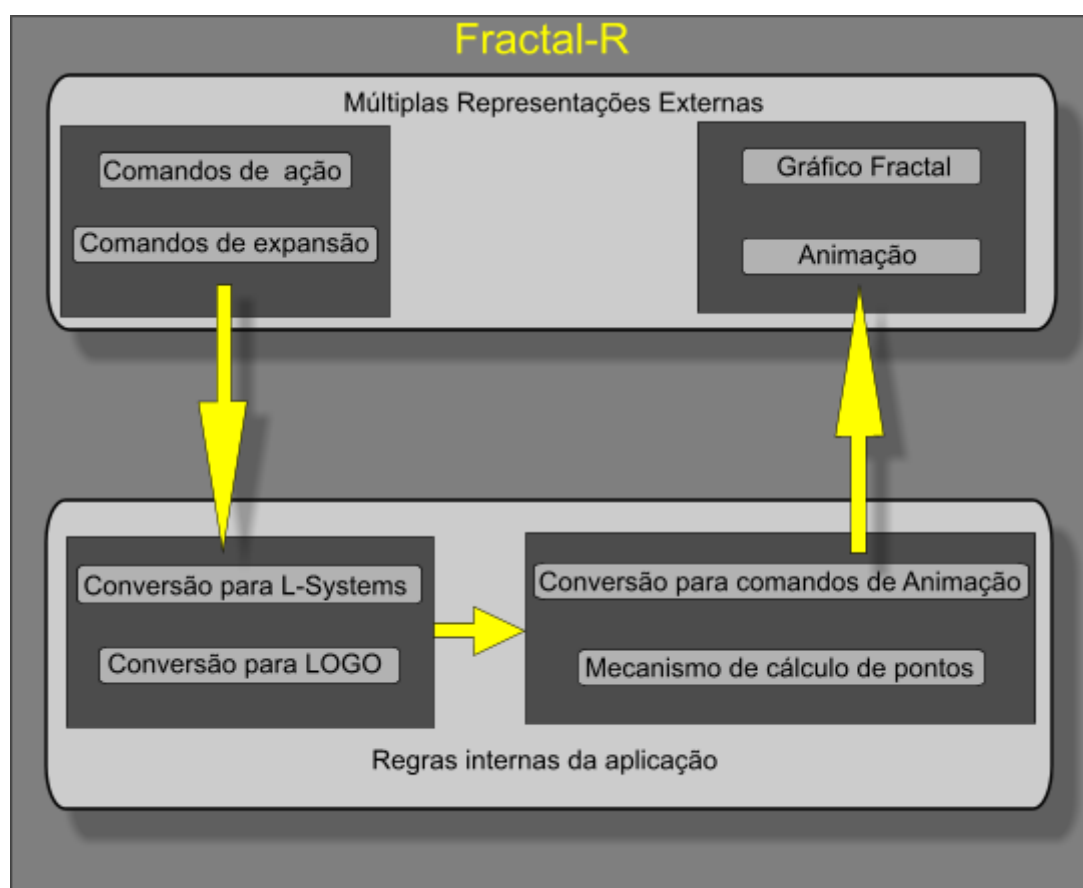


Figura 4.1: Arquitetura Funcionalista do Fractal-R

A camada “Múltiplas Representações Externas”, implementa toda a interatividade com o usuário, desde a inserção e resposta à manipulação dos comandos visuais e criação de

instruções, à resposta devolvida pela aplicação na forma de animações e a renderização do gráfico fractal. A camada “Regras internas da aplicação”, representa a conversão da informação visual manipulada pelo aprendiz em gramática L-Systems em associação com a linguagem LOGO e vice-versa. Em termos mais técnicos e próximos de JavaFX, são criados objetos de animação e de desenho que são executados e renderizados em tela, gerando os efeitos necessários para a complementação da ideia de construção dos fractais.

4.2 Aspectos da Interface

O objetivo principal do Fractal-R, no que diz respeito a interface, é permitir que o aprendiz utilizador do sistema tenha acesso aos componentes da tela utilizando a metodologia *o que você vê é o que você pega*, e a implementação idealizada tem um caráter simplista. A figura 4.2 apresenta a tela do protótipo do FractalR.

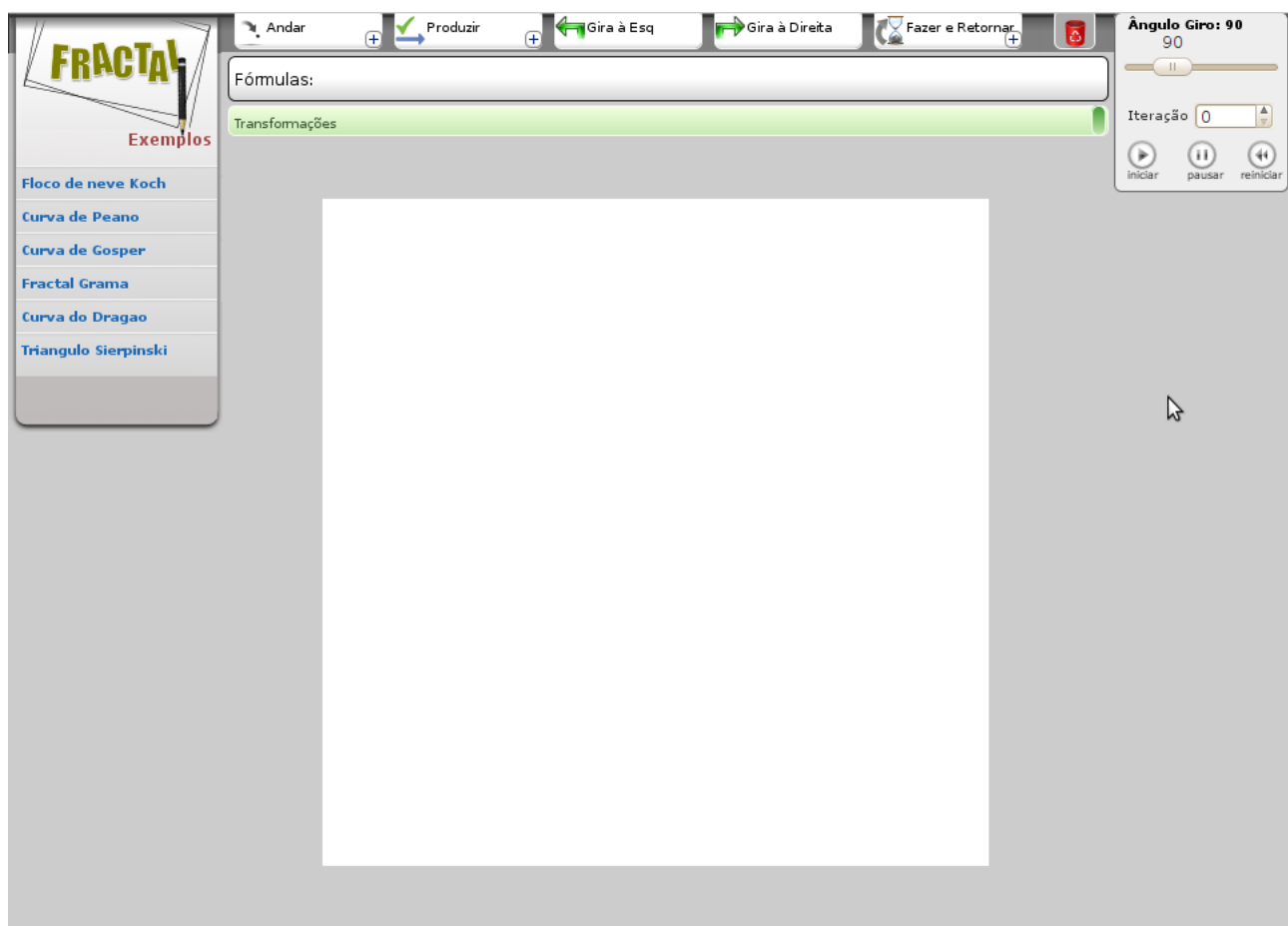


Figura 4.2: O protótipo do software Fractal R

4.2.1 Comandos de Ação: uma Correlação Multi-Representacional

Assim como citado na Subseção 3.3.2 do Capítulo 3, foi necessária a definição de uma linguagem representativa utilizada como instrumento pelo aprendiz durante os passos utilizados na construção do seu próprio fractal. Cada símbolo da linguagem referida foi mapeada na forma de ícones, os quais podem ser manipulados pelo aprendiz nos moldes do WYSIWYG e inseridos no que se denominará “Painel de Botões”. O painel de botões é visualmente representado pela Figura 4.3.



Figura 4.3: Painel de Botões do Fractal R

Este painel, disponibilizado no topo da aplicação, contém o universo simbólico com o qual o aprendiz pode trabalhar. Cada símbolo ou botão utilizado é o elemento representativo que se reflete em passos que irão construir o fractal. Neste ponto encaixam-se os elementos exploratórios que foram conceituados anteriormente por meio de tentativa e erro do aprendiz, que resulta em uma versão implementada por meio da contínua utilização destes símbolos. Para isso, o aprendiz deve usar os símbolos de forma combinada, inserindo-os na barra de fórmulas e na(s) barra(s) de transformação representadas pela Figura 4.4



Figura 4.4: Painel de Fórmulas e Painel de Transformação

Uma vez que os símbolos *ANDAR*, *GIRAR A DIREITA*, *GIRAR A ESQUERDA* são instruções dadas pelo aprendiz e significam *o quê fazer*, uma consequência direta seria *como fazer*. Isso é transparente ao aprendiz, uma vez que é o papel do cursor de desenho representado na aplicação por um **Lápis** (análogo à tartaruga utilizada pelas implementações de LOGO). A figura 4.5 apresenta um conjunto inicial de instruções e a reflexão destas instruções por meio do desenho feito pelo Lápis.

Pode-se notar pela observação da figura que foram inseridas 5 instruções: *andar*, *andar*, *gire à direita*, *andar*, *andar*. Isso resultou em 4 movimentos do Lápis, efetivando o

desenho apresentado. Também, é importante uma definição do Gire à Direita contextual às ações tomadas na figura em questão. Uma vez que o giro é intrínseco ao ângulo definido antes do início da animação (sendo este imutável para todas as ações de giro do desenho), tal elemento representa um pilar básico do que podemos definir de *controle da animação*.

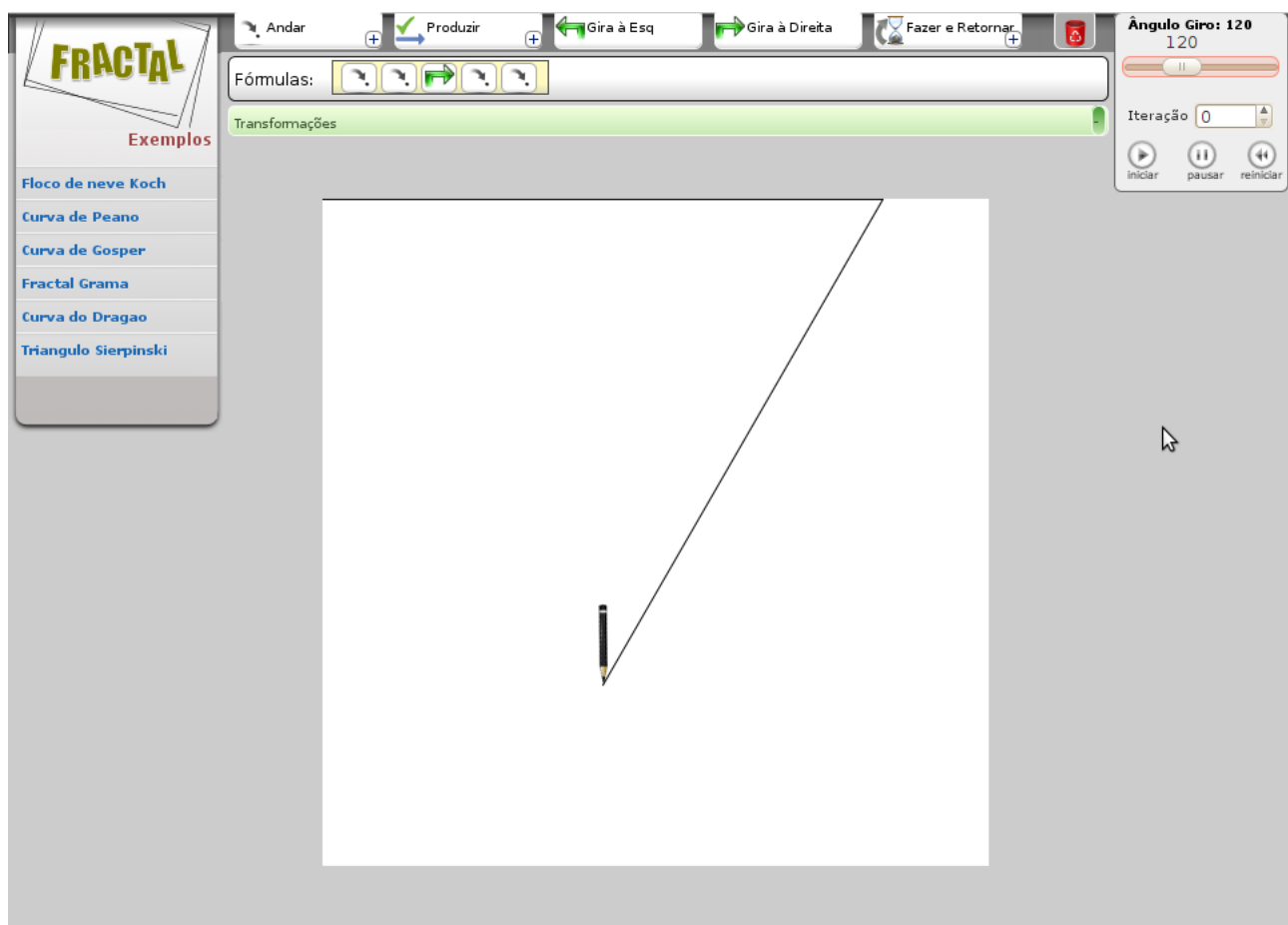


Figura 4.5: Ações inseridas na barra de fórmulas e ações de desenho tomadas pelo lápis

Pode-se notar pela observação da figura que foram inseridas 5 instruções: *andar*, *andar*, *gire a direita*, *andar*, *andar* e isso refletiu em 4 movimentos do Lápis, efetivando o desenho apresentado. Também, é importante uma definição do Gire à Direita contextual às ações tomadas na figura em questão. Uma vez que o giro é intrínseco ao ângulo definido antes do início da animação (sendo este imutável para todas as ações de giro desenho) tal elemento é definido no que podemos definir de *controle da animação*.

A Ferramenta Fractal-R também tem como composição o *Painel de Controle de animação*, mostrado na Figura 4.6, o qual é responsável pelas 3 ações básicas de animação:



Figura 4.6: Painel de controle de animações

- Iniciar - Inicia a animação. Em caso de mudança no estado dos painéis, refaz o desenho ou em caso de estado de pausa, continua a animação de desenho na angulação e posição anteriores.
- Pausar - Para a animação deixando-a em estado de espera.
- Reiniciar - Reinicia a animação.

Além destes controles superiores, duas outras ações importantes que consolidam na construção do fractal estão disponíveis para ajuste por meio do Painel:

- Ângulo - Define qual ângulo será utilizado no momento em que se executa a ação de Girar à direita ou Girar à Esquerda.
- Iteração - Define o valor da iteração (ou *passo*) que será desenhada para o fractal carregado no momento.

O *Controle de iteração*, em um aspecto mais técnico, diz respeito a quantas vezes as transformações serão aplicadas sobre a fórmula inicial e as sequências de instruções derivadas dela. O princípio das iterações é elucidado na seção subsequente.

4.2.2 A Recursividade Encapsulada pelas Transformações

No capítulo anterior, apresentou-se uma estrutura formal de utilização da gramática de derivação paralela L-Systems em combinação com a linguagem LOGO, bem como a linguagem simbólica (gráfica) que será utilizada no contexto desta pesquisa. Também, falou-se

que o aspecto de auto-similaridade fractal que é consequência do método adotado como meio para geração de fractais e da sua natureza recursiva. Semelhantemente, a ferramenta Fractal-R, alicerçada nas Representações Externas definidas na simbologia da linguagem criada para o seu próprio contexto também implementa um mecanismo que inclui a recursividade requerida para a criação dos Fractais.

Tal recursividade é implementada por meio da utilização das *Transformações*. Utilizando-se o *Floco de neve de Koch* como exemplo, a figura 4.7 demonstra a disposição dos símbolos, quer no painel de fórmulas, quer no painel de transformações de forma a se produzir o fractal desejado. Os símbolos ANDAR inseridos no painel de fórmulas, a cada iteração, terão os seus valores expandidos pelos correspondentes no painel de transformações.



Figura 4.7: Fórmulas e transformações do Floco de Neve de Koch

Mapeando isso em termos da linguagem representativa definida, teríamos a seguinte estrutura:

- ANDAR, GIRE A ESQUERDA, GIRE A ESQUERDA, ANDAR, GIRE A ESQUERDA, GIRE A ESQUERDA, ANDAR
- ANDAR → ANDAR, GIRE A DIREITA, ANDAR, GIRE A ESQUERDA, GIRE A ESQUERDA, ANDAR GIRE A DIREITA, ANDAR

Uma vez que o aprendiz define a sequência de instruções em ambos os painéis, o ambiente está pronto para reproduzir a animação. Assim que se pressiona o botão *Reproduzir* no painel de controle o *Lápis* começa a mover-se e a criar a figura correspondente à iteração 0 do fractal curva de Koch, como demonstrado na figura 4.8. A iteração 0, entretanto, não resulta em nenhuma produção, portanto este passo não faz utilização das transformações, por conseguinte, do mecanismo recursivo disponível pela ferramenta.

Para que se possa fazer uso das transformações, é necessário uma iteração de valor maior do que 0. Uma vez que se faz a seleção da iteração no painel de controle e se

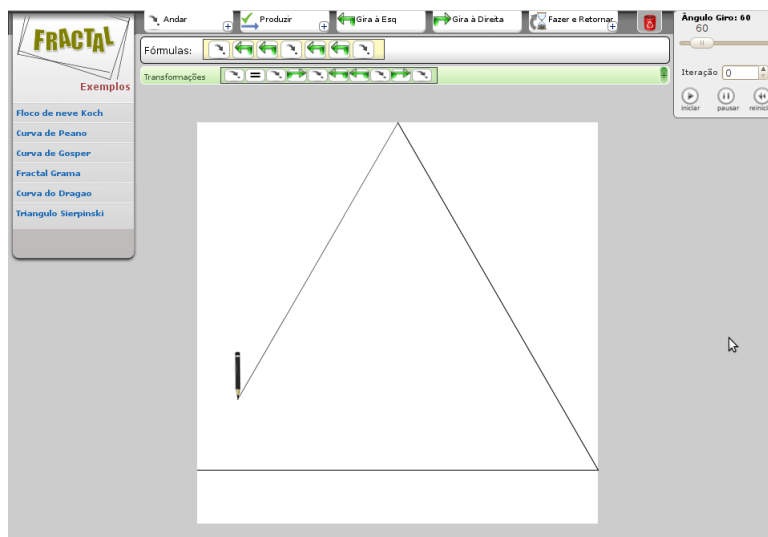


Figura 4.8: Floco de Neve de Koch, iteração 0, sendo desenhado pela ferramenta pressiona mais uma vez o botão reproduzir, a animação é reiniciada, porém, dependendo como as transformações foram construídas, gera uma trajetória diferente. Desta vez cada símbolo *ANDAR* existente no painel de fórmulas será substituído pela sequência simbólica definida no painel de transformações. O resultado é apresentado na figura 4.9.

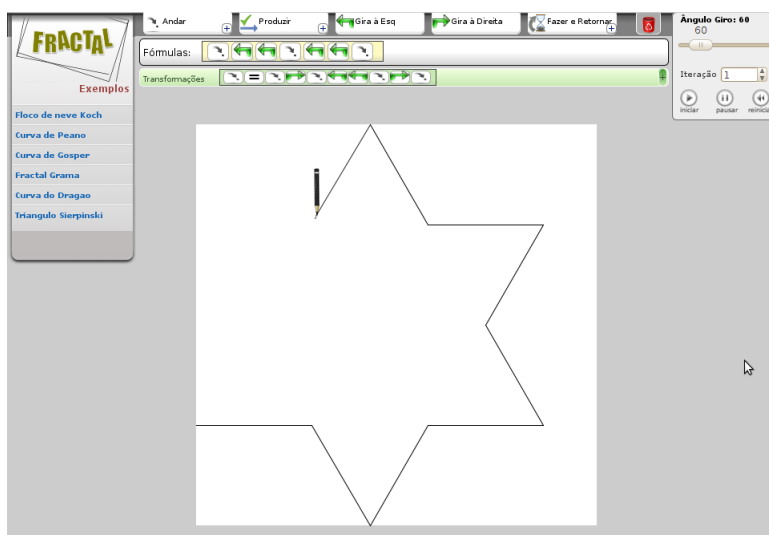


Figura 4.9: Floco de Neve de Koch, iteração 1, sendo desenhado pela ferramenta

Tal estrutura de repetição: aumentar o número da iteração e em seguida pressionar o botão *reproduzir*, permitirá ao aprendiz observar o comportamento de construção do fractal definido. Assim, é possível observar durante a atividade exploratória os resultados de como se comportará o desenho de cada segmento pertencente ao fractal, nos diferentes

níveis de iteração. Para as 4 primeiras iterações da curva de Koch, a ferramenta produz os resultados apresentados na figura 4.10.

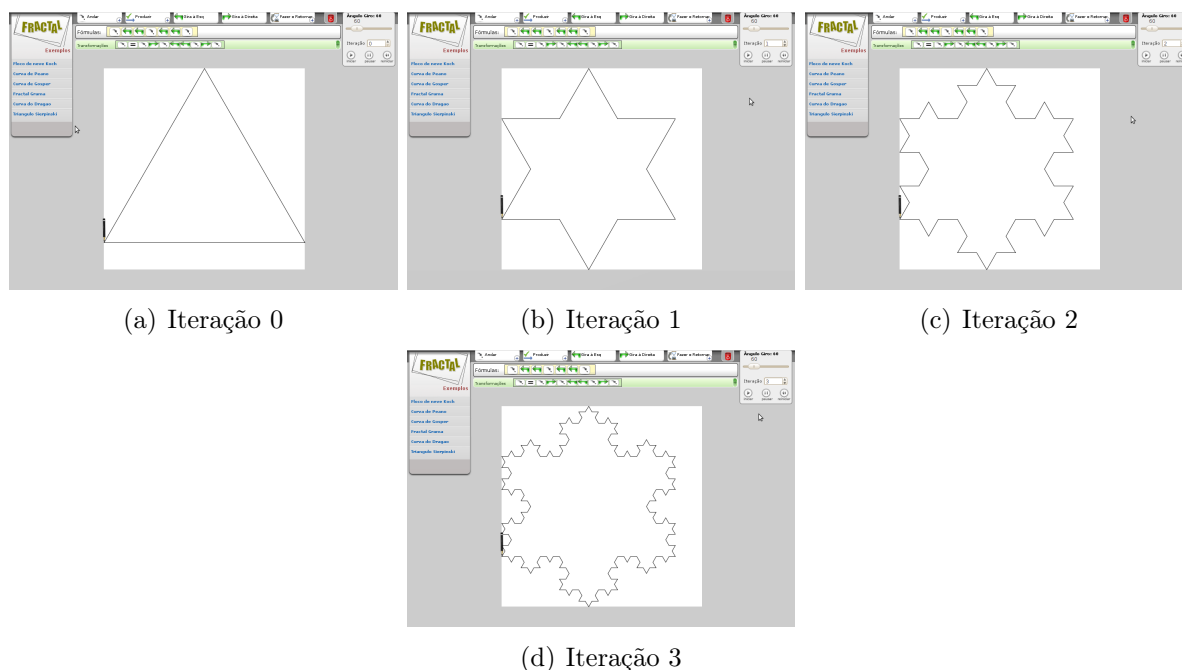


Figura 4.10: Quatro primeiras iterações da Curva de Koch criadas pelo Fractal-R

4.2.3 Exemplos. A Necessidade de Demonstração no Contexto Exploratório

Dentro do contexto de Representações Externas, é válido dizer que *exemplos* sobre como uma determinada atividade deve ser construída *também é uma Representação Externa*. A ferramenta dispõe de um painel com exemplos embutidos, como demonstrado na figura 4.11, a fim de que o aprendiz, durante a sua atividade exploratória, possa ter como alicerce um exemplo já construído. No momento da seleção (disparado pelo *click* do usuário em um dos exemplos) a ferramenta carrega a sequência de instruções de geração do fractal no painel de fórmulas e no painel de transformações, bem como ajusta a angulação pertinente às instruções de giro.

Dentre os exemplos disponibilizados pela ferramenta, optou-se por 6 fractais conhecidos e bem documentados no meio acadêmico:

- Floco de neve de Koch - Também conhecido como *Ilha de Koch* foi descrita pela



Figura 4.11: Painel de Exemplos Disponibilizado Pela Ferramenta

primeira vez em 1904 por Helge Von Koch. É construída partindo de um triângulo equilátero, removendo o terço interno de cada lado, construindo-se outro triângulo equilátero na localização onde o terço foi removido e então repetindo o processo indefinidamente. Pode ser codificado de maneira simples utilizando-se L-Systems com a string inicial “F–F–F”, e com a regra de produção “F” \rightarrow “F+F–F+F” e uma angulação de 60 graus [29].

- Curva de Peano - Embora este fractal não deva ser referenciado aqui de maneira a denotar unicidade, ou como se existisse apenas uma curva de Peano, este fractal é um derivativo das também chamadas curvas de preenchimento de planos [22] e foi desenvolvida por Guiseppe Peano em 1890.
- Curva de Gosper - Também conhecido como curva de Peano-Gosper também é um fractal pertencente aos assim chamados curvas de preenchimento de planos, descrita por R.W. Gosper e M. Gardner.
- Fractal Grama - Este tipo de Fractal, é baseado no padrão de crescimento de plantas e que foi o objeto de prova empírica de utilização dos L-Systems quando tal sistema foi desenvolvido por Aristid Lindenmeyer. [30]

- Curva do dragão - É uma curva recursiva livre de intersecções cujo nome é dado devido a lembrança de uma certa criatura mítica. Pode ser descrita por meio dos L-Systems com uma fórmula inicial: fX e regras de produção “X” \rightarrow “X+Yf+”, “Y” \rightarrow “-fX-Y” com uma angulação de 90 graus.[28]
- Triângulo de Sierpinski - Também conhecido como *Crivo de Sierpinski*, é um fractal descrito pelo polonês Waclaw Sierpinski. Pode ser representado pela função inicial “aBa-aa-aa” e regras de produção “B=-aBa++aBa++aBa-”, “a=aa” ao se utilizar L-Systems. [31]

4.3 Limitações da Ferramenta

A ferramenta ainda está em uma fase inicial e experimental possuindo certas limitações, principalmente do ponto de vista de complexidade computacional. As seções a seguir, detalham tais limitações dentro dos seus respectivos contextos.

4.3.1 Limitações do Ponto de Vista Computacional

Por se tratar de uma ferramenta que construção de figuras geométricas complexas, é mister ressaltar a dificuldade em termos de processamento de dados para realizar a construção dessas figuras. Também foram utilizados algoritmos de escala e deslocamento para que se mantivesse o *aspect ratio* do fractal entre as iterações.

O mecanismo de renderização das figuras fractais, consiste em uma produção inicial de uma matriz de comandos, composta de coordenadas de pontos e ações que devem ser tomadas pelo cursor de desenho. Não se limitando somente a geração das coordenadas também há um algoritmo que analisa o tamanho da figura final, determina uma escala de ajuste para que o efeito de redução proporcional dos lados a cada iteração seja mantido. Finalmente é necessário converter tais coordenadas, estados de angulação em termos dos comandos que geram a animação do cursor de desenho/lápis.

Uma vez que o fator de crescimento das curvas fractais é exponencial, quanto mais alta a iteração do fractal maior o consumo de recursos de processamento, bem como o tempo de

início da animação. A limitação cabível neste contexto é a complexidade computacional oriunda da quantidade de instruções efetivadas desde a leitura dos comandos inseridos nos painéis de fórmulas e transformações passando pela expansão das ações culminando na animação final.

4.3.2 Limitações do Ponto de Vista Tecnológico

Utilização de máquinas virtuais como meio para execução de aplicações tem uma vantagem e uma desvantagem básica: a primeira, seria a independência da plataforma e a segunda a necessidade de instalação da referida máquina virtual na máquina cliente para execução da aplicação. Um outro fator relevante, referente à utilização de máquinas virtuais, remete ao problema da subseção anterior: o desempenho. A introdução de uma camada extra no processamento, correspondendo à da máquina virtual, gera um processamento maior do que a execução da mesma aplicação em um código compilado e executado em máquina real.

CAPÍTULO 5

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Neste capítulo serão discutidos os resultados esperados com a utilização da ferramenta, aqui descritas como potenciais de utilização pedagógico e em construção de fractais em si.

5.1 As atividades Exploratórias Iniciais e Experimentais

Muito se experimentou e utilizou a ferramenta dentro do escopo proposto de construção de fractais e conseguiu-se atingir o objetivo inicial para o qual o software se propõe. Porém, é mister ressaltar que trata-se de uma ferramenta experimental e que carece de melhorias tanto no contexto pedagógico, quanto no contexto computacional. Todavia, após a utilização nos testes efetivados durante o desenvolvimento, a ferramenta está apta a atender ao escopo que abrange a sua finalidade: construção de fractais através da exploração com elementos representacionais intuitivos.

5.2 O Potencial da Ferramenta no Contexto de Aprendizizes de Ensino Médio

Fractais no ensino médio propiciam a oportunidade de trabalhar com processos iterativos, criar algoritmos, calcular áreas e perímetros de figuras com complexidade crescente, e são excelentes aplicações de progressões geométricas [27]. Quando se retira todo o contexto que poderia complicar o aprendizado, aqui sendo referenciado o universo simbólico e funcional das funções de geração do fractal, pode-se gerar atividades mais focados ao objeto final de estudo e observação dos fractais.

A ferramenta não apresenta módulo de exercícios devido seu escopo estritamente de atividade exploratória, porém possibilita, com auxílio de tutoria humana, o desenvolvi-

mento de atividades que explorem as características anteriores. O apêndice A sugere uma atividade em sala de aula utilizando a ferramenta Fractal-R, como suporte e estímulo ao desenvolvimento de Fractais pelo próprio aprendiz.

5.3 O Potencial Exploratório Dentro do Contexto de Estudo e Observação de Padrões Fractais

Em seu livro “The Fractal Geometry of Nature”, Mandelbrot [22] aborda diversos tipos de Fractais, incluindo os já citados neste trabalho. Ao se observar o desenvolvimento dos tópicos abordados no referido livro, pode-se observar que o autor nos leva a uma reflexão sobre a natureza da auto-similaridade das figuras fractais e exprime diversas possibilidades de construção destes elementos.

Durante a sua abordagem, é demonstrado que as figuras em iterações muito elevadas nos dão um aspecto geográfico e muitas vezes é feita uma comparação direta com *ilhas* ou *costas*. Estas formas a qual o autor denomina *curvas-monstro*, por fim, denominado cada figura em seu livro como *planícies* podem ser simuladas na ferramenta ¹. É apresentado um derivativo da *Ilha de Koch* de aparência quádrica descrita como tendo como iniciador um quadrado, e como um gerador a figura 5.1.

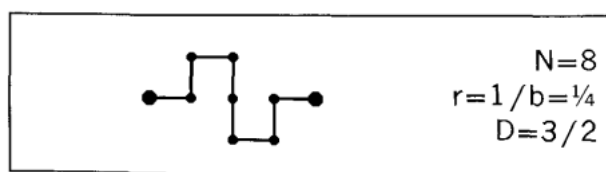
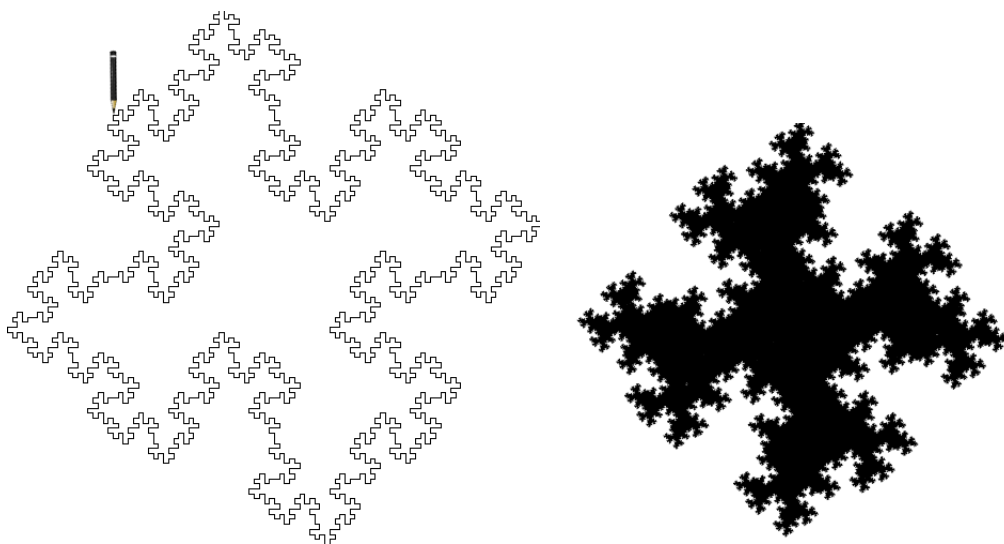


Figura 5.1: Gerador da Ilha de Koch Quádrica.

Ao se desenvolver os fractais a uma determinada iteração, um quadro comparativo pode ser apresentado na figura 5.2 onde se pode demonstrar o potencial de utilização construtiva da ferramenta, em comparação à abordagem puramente matemática. A figura 5.2(a) é a renderização feita pelo Fractal-R da Ilha de Koch Quádrica demonstrada por Mandelbrot na figura 5.2(b)

¹Disponível em <http://www.inf.ufpr.br/rafael/>



(a) Ilha de Koch Quádrica Renderizada Pelo Fractal-R (b) Ilha de Koch Quádrica de Mandelbrot

Figura 5.2: Ilha de Koch Quádrica

CAPÍTULO 6

CONCLUSÃO, CONSIDERAÇÕES FINAIS E TRABALHOS FUTUROS

6.1 Contribuições da Pesquisa

O presente trabalho buscou apresentar, em primeiro lugar, o potencial oferecido pela informática no meio acadêmico, como ferramenta de suporte ao ensino. Em segundo, baseado neste potencial, buscou focar-se em ambientes exploratórios de aprendizagem e micromundos, onde se apresenta ao aprendiz um universo manipulável de informações bem conhecidas e consolidadas na mente do aprendiz. Desta maneira, se explora o potencial mencionado, permitindo que o aprendiz construa o seu próprio conhecimento acerca de propriedades encontradas nas figuras fractais.

Ainda recuperando a conceituação básica de micromundos, tais ambientes devem permitir ao aprendiz a manipulação de suas informações com pouco ou nenhum treinamento inicial. Para isso, é necessário um adequado conjunto de Representações Externas a fim de que estas familiaridades fossem reproduzidas de maneira coerente. Assim, com o intuito de concretizar tal ambiente, agregou-se a utilização de Múltiplas Representações Externas dentro de um universo que tornasse intuitivo a manipulação do referido micromundo pelo aprendiz.

Como uma de suas atribuições básicas propostas, as Múltiplas Representações Externas têm como papéis básicos restringir, aprofundar e complementar o conhecimento durante o processo de aprendizagem. Reforçou-se neste trabalho o papel de complementar o conhecimento (dentro de algum contexto de aplicação de fractais) através da livre exploração e liberdade criativa. Mais do que isso, a ferramenta criada tem o potencial de permitir que o aprendiz interessado no estudo do próprio comportamento fractal em si possa efetivar experimentos de maneira mais simplificada.

Uma vez que os mecanismos utilizados para construção de fractais são complexos e geraria uma significativa carga cognitiva, este trabalho apresentou uma linguagem simbólica e representativa utilizando as Múltiplas Representações Externas de forma a minimizar a demanda mental requerida pela tarefa que se queria realizar. Primeiramente, após estudos sobre como construir fractais, observou-se que os L-Systems consistiam em um mecanismo robusto e de fácil representação computacional. Depois, definindo um mapeamento coerente entre cada símbolo dos L-Systems e uma Representação Externa, possibilitou-se a implementação do Fractal-R.

Por fim o software Fractal-R demonstra como é possível construir fractais utilizando-se em segundo plano uma linguagem complexa (L-Systems), porém, de maneira intuitiva através da utilização de Representações Externas adequadas. É mister reiterar que a ferramenta, por sua natureza experimental e prototípica carece de melhorias, quer na quantidade de Representações utilizadas, quer na infraestrutura de usabilidade.

6.2 Trabalhos Futuros

Nesta seção, será apresentado observações sobre o potencial gerado pela pesquisa em épocas vindouras, bem como as próprias melhorias a serem implementadas no software resultante da pesquisa.

6.2.1 Os Invólucros Representativos

A utilização cuidadosa de Múltiplas Representações Externas conduz a um bem sucedido “scaffolding” [21], ou suporte durante o processo de aprendizagem. Apoiando-se no conceito de “scaffolding”, o objetivo desta terminologia é conduzir o aprendiz a duas extremidades de uma ponte: de um determinado conhecimento pré-existente a um conhecimento desejado. Por vezes, cruzar esta ponte pode exigir um grande esforço do aprendiz e a um resultado ou não eficiente ou não desejado.

Quando falamos de utilizar Representações Externas como invólucros no contexto dos L-Systems, dizemos que estamos saltando, ou mesmo ajudando o aprendiz, com um sig-

nificado mais conhecido por ele. Utilizamos, neste contexto um invólucro que “escondeu” a complexidade dos L-Systems e permitiu que o aprendiz explorasse um ambiente com símbolos em que se espera uma familiaridade maior do mesmo.

Estes invólucros poderiam ser utilizados em outras áreas de conhecimento, exemplificando-se, na própria Matemática, onde se ajudaria o mesmo a compreender simbologias associando o ensino a termos de sua própria vivência, e potencialmente facilitando o aprendizado. Também, no estudo de outras ciências exatas como física, química ou informática.

6.2.2 A Evolução do Software

O Fractal-R, como objeto de estudo empírico da utilização de Múltiplas Representações Externas para construção de fractais em ambientes exploratórios de aprendizagem, atinge o seu propósito de maneira satisfatória. Porém, por seu caráter educacional, módulos de exercício, opções de armazenamento de figuras já armazenadas poderiam ser adicionadas como material de apoio a atividades pedagógicas. Assim como qualquer software, é passível de evoluções e apoiado na natureza do próprio software livre, está disponível a utilização e modificações em sua infra-estrutura.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Chaos pro. <http://www.chaospro.de/>.
- [2] Double fractal. <http://www.schulers.com/fractal/>.
- [3] Fractal. <http://en.wikipedia.org/wiki/Fractal>.
- [4] Fractint. <http://www.fractint.org/>.
- [5] Funções de primeiro grau. <http://condigital.c3sl.ufpr.br/linear/>.
- [6] Gnu xaos. <http://wmi.math.u-szeged.hu/xaos/doku.php>.
- [7] Matemática financeira. <http://condigital.c3sl.ufpr.br/finance/>.
- [8] Progressão geométrica em fractais. <http://condigital.c3sl.ufpr.br/fractal>.
- [9] Sistemas para informática na educação. <http://www.c3sl.ufpr.br/page/project/id/5,2>.
- [10] Harold Abelson e Andrea A. DiSessa. *Turtle Geometry: the computer as a medium for exploring mathematics*. MIT Press, 1986.
- [11] Bibby Peter Ainsworth, Shaaron e David Wood. Examining the effects of different multiple representational systems in learning primary mathematics. *Journal of the learning sciences*, páginas 25–61, 2002.
- [12] S. Ainsworth. The functions of multiple representations. *Computers and Education*, 33(2-3):131–152, 1999.
- [13] S. Ainsworth. *DeFT: A conceptual framework for considering learning with multiple representations*, volume 3, capítulo Learning and Instruction, páginas 183–198. Elsevier, 2006.
- [14] A Alfonseca, M. Ortega. Representation of fractal curves by means of l systems. *International Conference on APL*, páginas 13–21, 1996.

- [15] Ruy Madsen Barbosa. *Descobrimo a geometria Fractal para sala de aula*. Autêntica, Belo Horizonte, 2002.
- [16] David Constanzo. Lesson 8 - fractals. Logo Workshop Homepage. <http://et.bgcbellevue.org/logo/fractals.html>.
- [17] P. Cox, R. e Brna. Supporting the use of external representations in problem solving: the need for flexible learning environments. *Journal of Artificial Intelligence in Education*, 6(2/3):239–302, 1995.
- [18] Sun Microsystems Technical Documents. What is javafx? <http://javafx.com/docs/gettingstarted/javafx/>.
- [19] Nicolas Van Labeke. Calques3d. <http://www.calques3d.org/>.
- [20] A. Lindenmayer. *Mathematical models for cellular interactions in development*.
- [21] Swanson J. West A Lipscomb, L. Scaffolding - emerging perspectives on learning, teaching, and technology. <http://projects.coe.uga.edu/epltt/index.php?title=Scaffolding>, 2004.
- [22] B.B. Mandelbrot. *The Fractal Geometry of Nature*. W.H. Freeman and Company, 1982.
- [23] S.E Palmer. Fundamental aspects of cognitive representation. 1977.
- [24] S. Papert. *Situating Constructionism*, capítulo 1. Ablex Publishing Corporation, Cambridge, MA, 1991.
- [25] Seymour Papert. *Mindstorms: Children, Computers, and Powerful Ideas*. Basic Books, Inc, New York, 1980.
- [26] P.L.Rieber. Seriously considering play: Designing interactive learning environments based on the blending of microworlds, simulations, and games.
- [27] Elvia Mureb Sallum. Fractais no ensino médio. *Revista do Professor de Matemática*, (57):1–8, 2005. São Paulo: Sociedade Brasileira de Matemática.

- [28] Eric W. Weisstein. Dragon curve. From MathWorld - A Wolfram Web Resource. <http://mathworld.wolfram.com/DragonCurve.html>.
- [29] Eric W. Weisstein. Koch snowflake. From MathWorld - A Wolfram Web Resource. <http://mathworld.wolfram.com/KochSnowflake.html>.
- [30] Eric W. Weisstein. Peano gosper curve. From MathWorld - A Wolfram Web Resource. <http://mathworld.wolfram.com/Peano-GosperCurve.html>.
- [31] Eric W. Weisstein. Sierpinski sieve. From MathWorld - A Wolfram Web Resource. <http://mathworld.wolfram.com/SierpinskiSieve.html>.
- [32] J Zhang. The nature of external representations in problem solving. *Cognitive Science*, páginas 21, 1997.

APÊNDICE A

PROPOSTA DE ATIVIDADE EM SALA DE AULA

Atividade 1

Observe o padrão de como se desenvolve a figura abaixo e tente resolver as questões a seguir:

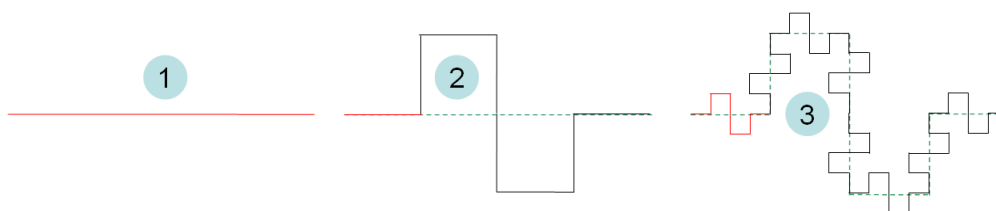


Figura A.1: Geradores da Curva de Koch Quadrática

Questão 01

Você conseguiria, utilizando o Fractal-R, construir um fractal cujas três primeiras iterações representassem os passos a seguir?

Questão 02

Observando o padrão de aumento dos segmentos de reta a cada iteração, tente deduzir a progressão geométrica formada pela quantidade de lados, apontando:

1. Termo inicial.
2. Razão.
3. A quantidade de segmentos(lados) quando a iteração for igual a 4.

APÊNDICE A

AMBIENTE EXPLORATÓRIO FRACTAL-R - GUIA DO PROFESSOR

A.1 Introdução

A.1.1 O Ambiente Exploratório: um Micromundo de Desenhos e Movimentos.

Imaginemos uma criança em uma caixa de areia, com bloquinhos de brinquedo e com um universo inteiro de imaginação a sua disposição. Se fosse possível ligar um conector digital a mente desta criança, projetando-o em uma tela, poderíamos ver que a sua mente é um ambiente de possibilidades infinitas.

Uma vez que esta capacidade imaginativa, não se restringe apenas a infância em si como seria possível utilizar tal atributo com o propósito de gerar aprendizado? O foco principal desta abordagem computacional, é intrinsecamente ligada ao conceito de construcionismo, que coloca aprendizes como pessoas dotadas de capacidade de construir o seu próprio conhecimento baseado na exploração de elementos do seu próprio meio.

Certos elementos no aprendizado requerem um grau muito elevado de carga cognitiva do aprendiz. E pretende-se demonstrar que tais elementos podem ser representados em uma forma mais intuitiva e com objetos mais familiarizados pelo aprendiz. O contexto em que o ambiente exploratório aqui apresentado se insere, engloba o conceito de Múltiplas Representações Externas e uma Representação Externa em si, é como uma determinada informação é externalizada às conexões neurais responsáveis por armazenar um determinado conhecimento no aprendiz.

Por fim, que elementos complexos serão abordados, de forma que precisamos de toda uma conceituação para entender a estrutura formal da ferramenta? A resposta é: Fractais. A ferramenta permite que o aprendiz entre em um micromundo de fractais e explore a

sua maneira de construção infinita, baseados nos movimentos feitos por um lápis gerados por instruções que o aprendiz já conhece. Na seção seguinte, conceituar-se-á a geometria fractal de forma que se possa ter uma visão inicial do propósito da ferramenta.

A.1.2 O Conceito de Fractal

Esta seção introduz o conceito central do ambiente exploratório, os fractais. A leitura prévia deste material prepara o professor para a condução posterior de utilização da referida ferramenta de software no laboratório.

1) Antes de iniciarmos com o conceito básico de fractal, é preciso retomar ao conceito de figura geométrica. Figuras geométricas, em uma explicação simples, são conjuntos formados a partir de pontos, que dão origem a curvas ou a retas, e estas dão origem a planos. Por exemplo, três figuras geométricas bem conhecidas são:

- Um círculo;
- Um triângulo;
- Um quadrilátero.

2) Imagine que agora, nos fosse dada uma lupa com o poder de aumentar infinitamente os lados de uma figura geométrica. Chamaremos isso de aumentar a escala de observação. O que aconteceria se utilizássemos esta lente? Nós perceberíamos que os lados não mais formam a figura geométrica inicial, mas simples retas.

3) No caso do círculo, é preciso aumentá-lo bastante, até que se perceba uma reta. Mas no nosso dia a dia, podemos perceber o aumento infinito da escala de observação de um círculo apenas olhando para o horizonte. Sabemos que o nosso planeta possui uma forma geoide, que é quase esférica. Porém, o que acontece quando olhamos para o horizonte? Percebemos um círculo ou uma reta?

4) Fractais também são formas geométricas, pois são compostos a partir de conjuntos de pontos. Todavia, os fractais são diferentes das demais figuras: independente da escala de observação, a forma original de um fractal é mantida. Em outras palavras, as partes menores conservam a aparência do todo.

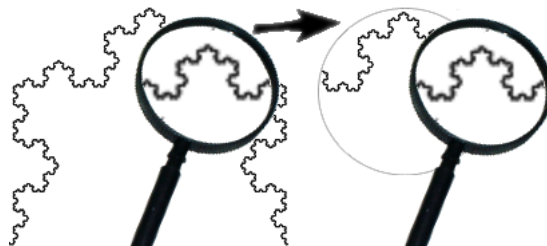


Figura A.1: Ampliando a curva de Koch

5) Como se pode observar na figura A.1, mesmo que aumentemos os lados ao infinito, a forma original do fractal se manterá a mesma. Como se dá a construção de fractais?

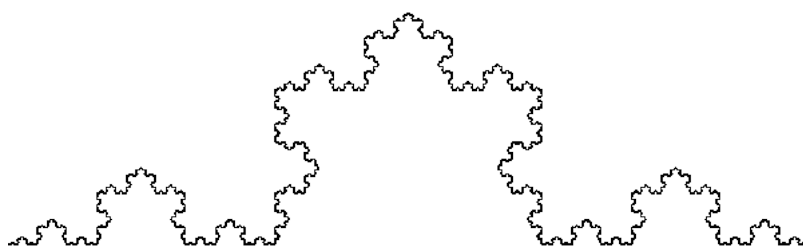


Figura A.2: A curva de Koch

6) O fractal na figura A.2 é chamado de Curva de Koch. Este fractal iniciou-se com um simples segmento de reta, e tornou-se a figura em questão. O problema agora é: como se pode gerar uma figura complexa como esta a partir de segmentos de retas? Vamos para o passo inicial da curva de Koch: uma simples reta.

7) Partindo de um segmento de reta, nós o dividiremos em 3 partes iguais, representado pela figura A.3

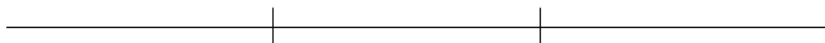


Figura A.3: Iteração 0 da curva de Koch

8) Depois, se constrói um triângulo equilátero no terço médio e apaga-se a sua base, gerando assim uma forma angular. Divide-se então cada um dos lados obtidos em três partes novamente. Veja a figura A.4:

9) Depois, repetimos o mesmo processo (chamamos cada passo repetitivo de iteração)

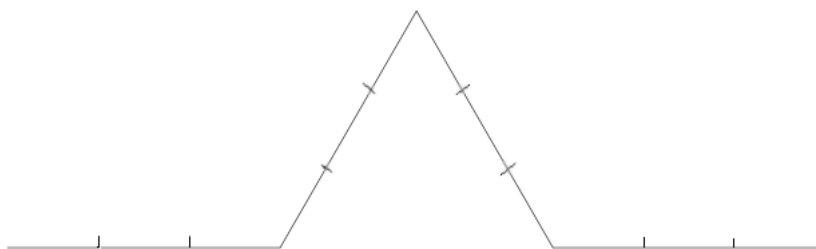


Figura A.4: Iteração 1 da curva de Koch

para cada um dos novos lados gerados. Observe pela nova figura A.5 que, mais uma vez, dividimos cada um dos novos lados em três partes iguais e assim por diante.

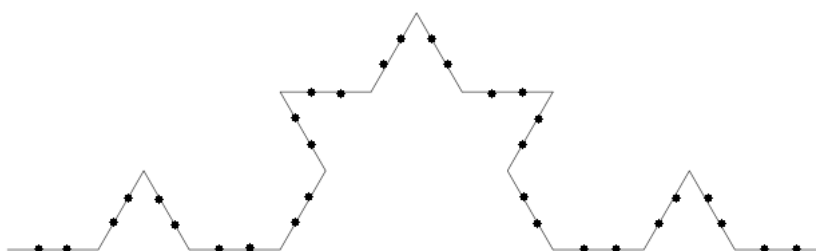


Figura A.5: Iteração 2 da curva de Koch

10) Para resumir, o processo de geração desta figura, chamada "curva de Koch", consiste em dividir os lados em três partes iguais, criar as formas angulares (formando ângulos de 60 graus), e repetir o processo infinitamente. Que tal voltar e avançar alguns passos para perceber as iterações?

Ou ainda, qual seria a associação entre Progressão Geométrica (PG) e fractais?

11) Por exemplo, qual é a quantidade de lados em cada iteração?

- Na iteração 0, temos 1 lado;
- Na iteração 1, temos 4 lados;
- Na iteração 2, temos 16 lados;
- Na iteração 3, temos 64 lados.

Vale a pena enfatizar isso em laboratório para os aprendizes antes do uso do software!

13) Será que também podemos encontrar uma P.G. na relação entre os tamanhos dos lados de iterações consecutivas? Por exemplo, se dermos à reta inicial o tamanho 81 cm, podemos dizer que:

- Na iteração 0, o único lado tem comprimento 81cm;
- Na iteração 1, temos 4 lados, cada um com 27 cm;
- Na iteração 2, temos 16 lados, cada um com 9 cm;
- Na iteração 3, temos 64 lados, cada um com 3 cm.

Este é mais um fato que vale a pena enfatizar para os aprendizes em laboratório, previamente ao uso do software no laboratório. Tanto para a quantidade de lados em cada iteração como para o tamanho do lado, é interessante que o instrutor ressalte adiantadamente, em laboratório, as principais características das PGs (ex. de ser crescente ou decrescente, o valor de sua razão, termos inicial e final e soma de termos).

A.2 Objetivos

O objetivo geral do ambiente exploratório consiste em proporcionar ao aprendiz a possibilidade de construir fractais de maneira intuitiva, sem se preocupar com a complexidade matemática intrínseca à construção de Fractais.

Entre outras coisas, o ambiente exploratório busca:

- Motivar os aprendizes em relação às novidades sobre o conceito de fractais;
- Permitir a observação do crescimento da quantidade de lados a cada iteração do fractal instigando a inferência da progressão geométrica inerente a tal crescimento;
- Complementar o processo de aprendizagem fixando na mente do aprendiz a maneira como fractais podem ser construídos se o processo de construção for pensado de uma maneira simplificada.

A.3 Pré-Requisitos

Com o intuito de aproveitar todo o potencial da aplicação do simulador, os aprendizes da turma devem ter sido previamente introduzidos ao conceito de regularidades em geral e,

em especial, ao conceito de fractal. Os aprendizes devem, também, conhecer o conceito de Progressões Geométricas.

A.4 Tempo Previsto para a Atividade

O tempo previsto para a atividade com o software no laboratório é de aproximadamente uma hora e quarenta minutos. No entanto, cabe destacar que, de acordo com o potencial de intervenção do professor previamente à execução da atividade, ou durante a mesma, este tempo poderá mudar. Dada a natureza eminentemente exploratória da ferramenta recomenda-se que as atividades sejam estritamente em ambiente laboratorial.

A.5 A Atividade no Laboratório

A.5.1 Preparação

(Professor!) Familiarize-se com a ferramenta em si, definindo o que pode e o que não pode ser feito com a mesma, a fim de que as orientações devidas possam ser dadas aos aprendizes. Uma das características dos ambientes exploratórios de aprendizagem é o treinamento mínimo (ou nenhum) que deve ser dado ao aprendiz portanto os aprendizes devem ser capazes de explorar a ferramenta com pouca dificuldade.

Apesar desta característica inerente do ambiente exploratório, não se exclui a necessidade de uma tutoria inicial no que diz respeito ao funcionamento da ferramenta, bem como explicar as representações de “produzir” e o que acontecerá durante a mudança de iterações quando o conjunto de transformações substituirá cada símbolo declarado para ser substituído na fórmula inicial.

Adicionalmente, uma explicação sobre os controles e limitações da ferramenta, tais como a quantidade de instruções utilizadas e sobre o problema relativo a um número de iteração muito alto. Com o intuito de evitar que alguns aprendizes se mantenham passivos durante a execução das atividades, uma alternativa é não prever trabalho em grupo, alocando um aprendiz por computador. Contudo, se por um lado ganha-se com isso, por outro, elimina-se o ambiente social de discussão informal, propício à construção

do conhecimento.

Portanto, estas decisões ficam a critério do professor, condutor principal da atividade, o qual deve ponderar, também, as questões práticas, tais como o número de aprendizes por turma, o número de computadores no laboratório, entre outros fatores. A estratégia de trabalho no laboratório está relacionada ao processo de avaliação posterior.

A.5.2 Atuação na Avaliação Formativa

Não se prevê uma característica intrinsecamente avaliativa do que se produz durante a utilização do ambiente exploratório pois o mesmo expressa sobretudo a “criatividade” do aprendizes em gerar fractais. Uma vez que se pretende complementar um dado conhecimento sobre fractais, entende-se que tal conhecimento não seja um fator definitivo, e sim, suporte a um objetivo maior (quer progressões geométricas, regularidades ou outros conceitos que se pretende explorar com fractais como objetos de estudo empírico).

A.5.3 Material Necessário

Por se tratar de um ambiente multimídia, a utilização de um projetor seria interessante para que a ferramenta pudesse ser demonstrada de maneira eficiente, através da demonstração do tutor. Adicionalmente, sugere-se que cada aprendiz disponha de um computador que atenda aos requisitos técnicos dispostos a seguir.

A.5.4 Requisitos Técnicos

Hardware

O ambiente exploratório possui um caráter semelhante a muitos jogos comerciais, no que diz respeito a utilização de recursos computacionais. Um hardware com um razoável poder de processamento é requerido pois os elementos utilizados para a exploração (animação, recursos de arrastar-e-soltar, cálculo de coordenadas para gerar os movimentos de animação) requerem que bons recursos de processamento estejam disponíveis.

Software

O ambiente exploratório possui a vantagem de ser independente de plataforma pois é executado em máquina virtual Java, e qualquer sistema operacional que suporte tal máquina virtual, poderá executar a ferramenta sem mais problemas. Sumariamente, um computador com um sistema operacional com Java Runtime Environment, versão 6 suportará o Fractal-R.

A.6 Avaliação Somativa

A utilização da ferramenta pelo aprendiz e as figuras produzidas não implicam necessariamente avaliações em termos de certo ou errado. É coerente instigar o aprendiz e observar através das iterações das figuras desenhadas como o processo está decorrendo e se há resultados satisfatórios dentro do contexto experimental proporcionado pelo ambiente exploratório. O experimento pode ser desde observações do aumento exponencial de lados das figuras, ou mesmo, a utilização dos exemplos já prontos.

A avaliação somativa *cuja necessidade se torna facultativa, dada a natureza da livre criação da ferramenta* depende da estratégia adotada em laboratório como motivador para a criação de ferramentas fractais.

A.7 Sugestões de Bibliografia e Páginas Web sobre Fractais

BARBOSA, Ruy Madsen. Descobrimo a Geometria Fractal para a sala de aula. Belo Horizonte, Autêntica Editora, 2002.

FRACTAIS NO ENSINO MÉDIO. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática / Revista do Professor de Matemática, 3º quadrimestre, 2005.

RICIERI, Aguinaldo Prandini. Fractais e Caos - A Matemática de Hoje. São Paulo: Editora Parma Ltda, 1990.

O mundo dos Fractais: <http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm99/icm14/>

Janelas para o Infinito - Exposição de Fractais; Simulador: <http://www.insite.com.br/fractarte/>

Informações e figuras sobre os fractais: <http://pt.wikipedia.org/wiki/Fractal>

Música fractal: http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm99/icm14/musica_fractal.htm

Galeria de Fractais: <http://www.faemalia.net/Fractals/>

Manifesto da arte Fractal: <http://www.geocities.com/artefractal/>

Galeria de Fractais: <http://soler7.com/Fractals/FractalsSite.html>

Galeria de Fractais: <http://illusions.hu/index.php?lang=15&task=16&type=1&category=0>