

JULIANA PASQUINELLI BORTOLOZO

ESTUDO EXPERIMENTAL E MODELAGEM DA VELOCIDADE TERMINAL DE
PARTÍCULAS EM COLUNAS DE BOLHAS

Dissertação apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Engenharia Química, Área de Concentração em Sistemas Particulados, Departamento de Engenharia Química, Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia.

Orientador: Professor Doutor Alexandre Knesebeck

CURITIBA
2010

Bortolozo, Juliana Pasquinelli

Estudo experimental e modelagem da velocidade terminal de partículas em colunas de bolhas / Juliana Pasquinelli Bortolozo. – Curitiba, 2010.

187 f. : il., tabs, grafs.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Paraná, Setor de Tecnologia, Curso de Pós-Graduação em Engenharia Química.
Orientador: Alexandre

Knesebeck

1. Partículas - Velocidade. 2. Análise de trajetória. 3. Velocidade - Movimento. 4. Dinâmica dos fúidos. I. Knesebeck, Alexandre. II. Título. III. Universidade Federal do Paraná.

CDD 532.5



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química - PPGEQ
Setor de Tecnologia

ATA DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO

Aos trinta dias do mês de julho de 2010, na Sala de Aula do PPGEQ/UFPR na Usina Piloto A, no Centro Politécnico – UFPR, foi instalada pelo Prof. Dr. Luiz Fernando de Lima Luz Júnior, coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química, a Banca Examinadora para a décima terceira defesa de dissertação de mestrado na área de concentração: Desenvolvimento de Processos Químicos. Estiveram presentes no ato, professores, alunos e visitantes. A Banca Examinadora, atendendo a determinação do colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química, foi constituída pelos professores doutores: Alexandre Knesebeck (PPGEQ/UFPR); Marcelo Kaminski Lenzi (PPGEQ/UFPR); José Viriato Coelho Vargas (PIPE/UFPR) às 9:00 horas, a banca iniciou os trabalhos, convidando a candidata **Juliana Pasquinelli Bortolozo** a fazer a apresentação da dissertação de mestrado intitulada “*Estudo Experimental e Modelagem da Velocidade Terminal de Partículas em Colunas de Bolhas*”. Encerrada a apresentação, iniciou-se a fase de arguição pelos membros participantes. Tendo em vista a dissertação e a arguição, a banca decidiu pela Aprovação do candidato, (de acordo com a determinação dos artigos 62 e 63 da resolução 62/03 de 22.07.2003).

Curitiba, 30 de julho de 2010.

Prof. Dr. Alexandre Knesebeck
(PPGEQ/UFPR) – Orientador

Prof. Dr. Marcelo Kaminski Lenzi
(PPGEQ/UFPR) – Membro

Prof. Dr. José Viriato Coelho Vargas
(PIPE/UFPR) – Membro

Dedico este trabalho aos meus pais João e Glaucia, às minhas irmãs Ana Cristina e Maria Sofia, à minha família, amigos e à todos que acreditaram no sucesso desta etapa da minha vida.

Agradeço aos meus pais, irmãs e família por todo o apoio, paciência compreensão e carinho. Ao professor Alexandre Knesebeck, pela sua orientação e apoio, por compartilhar sua sabedoria e acreditar no sucesso deste trabalho. Aos amigos pelo incentivo, conselhos e momentos de descontração. Aos colegas e professores de pós-graduação por compartilhar seus pensamentos e experiências, e a ajudar no desenvolvimento deste trabalho.

Trabalhe com o cérebro e com as mãos. Transforme o mundo em um lugar melhor
para se viver.

Oriovisto Guimarães

RESUMO

O conceito de velocidade terminal é largamente utilizado na modelagem, projeto e otimização de diversos processos industriais, e o estudo do tema é motivado devido à possibilidade de aplicações em diversos sistemas, como no craqueamento catalítico por leito fluidizado e tratamento de água. A literatura traz muitos estudos sobre velocidade terminal de uma única partícula em um meio contínuo, mas poucos em sistemas trifásicos, e nem todos descrevem certos detalhes como regime de bolhas e trajetória real da partícula em queda. Aparentemente os resultados apresentados em outros estudos são conflitantes em relação ao aumento ou a diminuição da velocidade terminal, comparando a ausência e presença de gás disperso em um meio líquido contínuo. Devido à quantidade limitada de modelos que levem em conta ambas as fases fluidas e outras características do sistema fora de parâmetros empíricos e fatores de segurança, bem como os aparentes conflitos entre os resultados reportados em literatura, neste trabalho utilizou-se uma coluna de bolhas com diâmetro fixo e esferas de plástico de diversos diâmetros e densidades, para verificar como a velocidade terminal é influenciada pela presença de bolhas, bem como pela trajetória que a partícula percorre em sua queda pela coluna. As esferas apresentam trajetórias distintas da retilínea (como oblíqua e helicoidal). Esta alteração na trajetória retilínea influencia na velocidade terminal da partícula. Quando há um fluxo ascendente de líquido, o perfil de velocidade promove uma influência pouco significativa. A presença de bolhas provoca a diminuição da velocidade terminal da maior parte das esferas analisadas, chegando a uma diminuição de até 51%, exceto para as de maior diâmetro, devido à colisão das esferas com as bolhas, e uma estabilização das oscilações sofridas pelas esferas de maior diâmetro, provocando um aumento da velocidade terminal de até 19%. A influência do fluxo de bolhas também está ligada à proximidade com a parede da coluna, pois a concentração de bolhas é maior na parte central da coluna. Os modelos apresentados em literatura para estimativa da velocidade terminal em meio trifásico não apresentam resultados satisfatórios se comparados aos dados experimentais, tendendo a superestimar a velocidade terminal da partícula, possivelmente devido à ausência de parâmetros que considerem os efeitos da trajetória e/ou da presença das bolhas. Os resultados obtidos e a quantificação dos efeitos da trajetória, do perfil de velocidades da fase líquida e da presença de bolhas

sobre a velocidade terminal da partícula fornecem informações importantes que podem permitir a melhoria e desenvolvimento de novos modelos onde haja a necessidade de utilizar a velocidade terminal de partículas na presença de mais de uma fase fluida, como a decantação e fluidização.

Palavras-chave: Velocidade terminal. Coluna de bolhas. Coeficiente de arraste. Trajetória.

ABSTRACT

The concept of terminal velocity is used for modeling, designing and optimizing a variety of industrial processes, and the study of this theme is motivated by the possibility of applying this concept to multiple processes, such as in fluid catalytic cracking and water treatment. Literature reports several studies on the terminal velocity of a single particle in a continuous medium, but little is presented regarding triphasic systems, and not all of these studies describe details, such as bubble flow regime and the true particle trajectory. Apparently, the results presented by certain studies are in conflict with respect to the increase or decrease of the terminal velocity, when comparing the presence and absence of dispersed bubbles in a continuous liquid medium. Due to the limited amount of models that take into account both fluid phases and other characteristics from the system outside of empirical parameters and factors of safety, as well as the apparent conflicts between the results reported in the literature, a bubble column with a fixed diameter and plastic spheres with different diameters and densities were used to verify how the terminal velocity is influenced by presence of bubbles, as well as the particle trajectory while descending through the column. The spheres exhibit trajectories that are distinct from the rectilinear trajectory (such as oblique and helicoidal trajectories). This modification in the rectilinear trajectory accounts for an influence in the particle's terminal velocity. When an upward liquid flow is present, the velocity profile brings an influence of little significance. The presence of bubbles causes the terminal velocity to decrease for most of the analyzed spheres, causing a decrease of up to 51%, except for the particles with greater diameter, due to the collision of the particles with the bubbles, and the stabilization of the oscillations suffered by the spheres of greater diameter, causing an increase in the terminal velocity of up to 19%. The influence of the bubble flow is also related to the particle proximity to the column wall, since the concentration of bubbles is greater in the central region of the column. The models presented by the literature to estimate the terminal velocity in a triphasic system do not give satisfactory results when compared to the experimental results, and tend to overestimate the particle terminal velocity, possibly due to the absence of parameters that take into account the effects of particle trajectory and/or the presence of bubbles. The results that were obtained plus the quantification of the effects of the trajectory, the velocity profile of the liquid phase and the presence of

bubbles over the particle terminal velocity bring important information that may allow the improvement and development of new models where there's a need to use the particle terminal velocity in the presence of more than one fluid phase, such as decantation and fluidization.

Key words: Terminal velocity. Bubble columns. Drag coefficient. Trajectory.

LISTA DE SÍMBOLOS

A	- área que compreende a seção transversal da partícula (m^2)
C_D, C_{DL}	- coeficiente de arraste devido ao fluxo de líquido
C_{DW}	- coeficiente de interação entre a partícula e o rastro da bolha
$C_{D\infty}$	- coeficiente de arraste de uma única partícula
d_p	- diâmetro da partícula (m)
D_c	- diâmetro da coluna (m)
F_B	- força devido ao empuxo (N)
F_{BWP}	- força devido à interação entre a partícula e o rastro da bolha (N)
F_{DBW}	- força de interação entre o rastro da bolha e a partícula (N)
F_D, F_{DL}	- força de arraste devido à fase líquida (N)
F_G	- força da gravidade (N)
F_P	- força devido à gravidade (N)
$f_{D\infty}$	- fator de fricção de uma única partícula
g	- aceleração gravitacional (m/s^2)
k	- razão entre as frações volumétricas do rastro e do gás
m_{BW}	- massa de um rastro de bolha
n_{BW}	- número total de rastros de bolhas por unidade de volume do leite
N	- função objetiva definida pela equação
N'	- minimização da função objetiva N
Q_g	- vazão volumétrica do gás (m^3/s)
Q_L	- vazão volumétrica do líquido (m^3/s)
Re_l	- Reynolds em meio líquido
Re_t	- Reynolds terminal
Re_∞	- Reynolds em meio infinito
$Re_{t,\infty}$	- Reynolds terminal em meio infinito
$Re_{t,exp}$	- Reynolds terminal experimental
R_p	- raio da partícula (m)
T	- temperatura ($^{\circ}C$)
U_b	- velocidade de ascensão da bolha (m/s)
U_B	- velocidade de ascensão de uma única bolha de 5 mm de diâmetro em um líquido parado (m/s)

U_g, U_{og}	- velocidade superficial do gás (m/s)
U_L, U_{ol}	- velocidade superficial do líquido (m/s)
U_m	- velocidade média do líquido (m/s)
U_t	- velocidade terminal de uma partícula em meio líquido (m/s)
$U_{t,\infty}, V_{t,inf}$	- velocidade terminal de uma partícula em meio infinito (m/s)
U_t'	- velocidade terminal de uma partícula em meio líquido/gás (m/s)
$U_{t',exp}$	- velocidade terminal experimental de uma partícula em meio líquido/gás, para uma dada partícula e velocidade superficial de gás (m/s)
$U_{t',pred}$	- velocidade terminal estimada de uma partícula em meio líquido/gás, para uma dada partícula e velocidade superficial de gás (m/s)
V_∞	- velocidade terminal de uma única partícula (m/s)
V_g	- velocidade linear do gás (m/s)
V_L	- velocidade linear do líquido relativo à partícula (m/s)
V_{LF}	- velocidade linear do líquido na região líquido/sólido fluidizada de um leito fluidizado trifásico (m/s)
V, V_p	- volume da partícula (m ³)
$U_{t,exp}, V_{t,exp}$	- velocidade terminal experimental da partícula (m/s)
V_x	- velocidade linear do fluido relativo à parede da coluna (m/s)
x	- razão entre os volumes de sólidos no rastro e na região líquido/sólido fluidizada
ε	- porosidade do leito
ε_g	- fração volumétrica do gás na coluna
ε_{LF}	- fração volumétrica do líquido na região líquido/sólido fluidizada em um leito fluidizado trifásico
ε_W	- fração volumétrica do rastro
μ_L	- viscosidade do líquido (kg/m.s)
ρ_g	- densidade do gás (kg/m ³)
ρ_L	- densidade do líquido (kg/m ³)
ρ_m	- densidade média da mistura (kg/m ³)
ρ_s, ρ_p	- densidade da partícula (kg/m ³)
σ	- tensão superficial (N/m)
ϕ	- esfericidade

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO E JUSTIFICATIVA	13
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	15
2.1	NÚMEROS ADIMENSIONAIS	15
2.2	VELOCIDADE TERMINAL DE UMA ÚNICA PARTÍCULA	15
2.3	COEFICIENTE DE ARRASTE.....	18
2.4	EFEITO PAREDE.....	20
2.5	BOLHAS E RASTROS	22
2.6	REGIME DE BOLHAS	27
2.7	VELOCIDADE TERMINAL EM SISTEMAS BIFÁSICOS E TRIFÁSICOS	30
2.7.1	Jean e Fan (1987)	30
2.7.2	Smuk <i>et al.</i> (1991)	36
2.7.3	Mazumdar e Guthrie (1986).....	40
2.7.4	Cui <i>et al.</i> (2003).....	42
2.7.5	Jenny <i>et al.</i> (2004).....	44
2.7.6	Veldhuis e Biesheuvel (2007)	45
2.8	ANÁLISE DOS MODELOS APRESENTADOS.....	46
2.8.1	Propriedades da fase líquida – U_L	47
2.8.2	Propriedades da fase líquida – C_{DL}	49
2.8.3	Propriedades da fase gasosa – regime de bolhas	50
2.8.4	Propriedades da fração volumétrica de gás.....	50
2.8.5	Propriedades de C_{DW}	52
2.9	OBJETIVOS	52
3	MATERIAIS E MÉTODOS.....	54
3.1	DESCRIÇÃO DOS SÓLIDOS.....	55
3.2	FRAÇÃO DE GÁS NO LEITO.....	57
3.3	OBTENÇÃO DA VELOCIDADE TERMINAL EXPERIMENTAL.....	57
3.4	PROPRIEDADES DO MEIO LÍQUIDO	61
4	ANÁLISE EXPERIMENTAL.....	63
4.1	ANÁLISE DA TRAJETÓRIA DAS PARTÍCULAS	64
4.1.1	Efeito das velocidades dos fluidos.....	64

4.1.2	Efeito da densidade da partícula	66
4.1.3	Efeito do diâmetro da esfera.....	66
4.1.4	Influência da posição radial	67
4.2	ANÁLISE ESTATÍSTICA	69
4.2.1	Análise da normalidade e presença de <i>outliers</i>	69
4.2.2	Análise de incertezas	75
5	RESULTADOS	87
6	MODELAGEM MATEMÁTICA.....	106
6.1	MODELAGEM DO SISTEMA LÍQUIDO.....	106
6.2	MAZUMDAR E GUTHRIE (1986)	109
6.3	JEAN E FAN (1987)	111
6.4	COSTA <i>ET AL.</i> (1986).....	114
6.5	CONTRIBUIÇÃO DE EFEITOS.....	116
6.5.1	Efeito da trajetória	116
6.5.2	Efeito do perfil de velocidades.....	118
6.5.3	Efeito das bolhas.....	120
7	CONCLUSÕES	124
8	SUGESTÕES PARA FUTUROS TRABALHOS	127
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	128
	DOCUMENTOS CONSULTADOS.....	130
	ANEXOS.....	131

1 INTRODUÇÃO E JUSTIFICATIVA

Uma partícula movimentando-se em um fluido sofre uma resistência ao movimento denominada força de arraste. Se o movimento se dá devido unicamente à força gravitacional, a velocidade relativa entre as fases aumenta até atingir um ponto de equilíbrio entre as forças de arraste e gravitacionais (peso e empuxo), quando então o movimento passa a ser uniforme. A velocidade onde ocorre esse equilíbrio chama-se velocidade terminal. A literatura traz muitos estudos sobre velocidade terminal de uma partícula em um meio fluido contínuo, mas poucos em sistemas trifásicos (duas fases fluidas e uma sólida), e nem todos descrevem certos detalhes como regime de bolhas e trajetória real da partícula em queda. Aparentemente os resultados apresentados em outros estudos são conflitantes em relação ao aumento ou a diminuição da velocidade terminal, comparando a ausência ou presença de gás disperso no meio líquido. Muitos autores estudaram partículas pequenas e pesadas, ou então grandes e leves, que geraram resultados conflitantes, havendo a ausência de estudos em faixas intermediárias.

O estudo do tema é motivado devido à possibilidade de aplicações em diversos sistemas, como nos leitos fluidizados trifásicos. Os leitos fluidizados apresentam características diferentes, dependendo da densidade e quantidade das fases presentes. Na indústria do petróleo, o craqueamento catalítico por leito fluidizado opera com uma fase sólida (o catalisador), uma fase líquida de hidrocarbonetos de maior densidade e uma fase gasosa resultante do processo de craqueamento. Outras aplicações do leito fluidizado em sistemas trifásicos incluem processos que aplicam a hidrogenação catalítica, hidrocraqueamento, dessulfurização de frações resultantes do refino do petróleo, síntese de Fischer-Tropsch, fermentações e tratamento de água (Costa *et al.*, 1986). Em todos estes exemplos, os modelos utilizados para dimensionamento, projeto e otimização dos equipamentos envolvidos nestes processos partem do cálculo da velocidade terminal da fase sólida considerando as características do meio líquido presente. A presença de mais de uma fase fluida e outras características dos sólidos e do sistema são geralmente representadas por parâmetros empíricos e fatores de segurança.

Outras aplicações, que já incentivaram o estudo do tema abordado, podem ser encontradas em indústrias como a metalúrgica e naval. Na metalurgia há uma série de situações onde partículas relativamente grandes movem-se através de líquidos com bolhas de gás, a exemplo da produção de aço, onde há a adição de ligas em sistemas com conchas de fundição agitados por gás (Mazumdar e Guthrie, 1986). Na indústria naval, a redução do arraste por micro-bolhas em cascos em fluxos turbulentos é uma prática comum. As micro-bolhas são injetadas no fundo do casco de navios através de pratos porosos ou bocais, de forma a reduzir a força de arraste (Cui *et al.*, 2003).

O presente trabalho tem por objetivo estudar a velocidade terminal de partículas sólidas e esféricas em leito líquido-gás, ou coluna de bolhas, sendo o líquido a fase contínua e o gás a fase dispersa, e comparar os resultados obtidos experimentalmente em relação aos calculados usando os principais modelos de literatura para sistemas trifásicos, de forma a fornecer uma base para o desenvolvimento e aprimoramento de modelos mais apropriados para a representação de tais sistemas.

Inicialmente é apresentada uma revisão bibliográfica de tópicos para o desenvolvimento do assunto, seguido da descrição dos materiais e métodos envolvidos para a obtenção de dados experimentais a partir de esferas de plástico, água como fase contínua e ar como fase dispersa. Em seguida apresenta-se uma análise dos resultados, seguido da avaliação de modelos matemáticos e as conclusões obtidas a partir dos resultados e modelos.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 NÚMEROS ADIMENSIONAIS

O número de Reynolds (Re) representa a relação entre as forças inerciais e viscosas. Quando a partícula atinge sua velocidade terminal num meio infinito este pode ser representado por:

$$\text{Re}_{t,\infty} = \frac{U_{t,\infty} \cdot d_p \cdot \rho_L}{\mu_L} \quad (2.1)$$

Para esferas a literatura indica que o regime é laminar até $\text{Re} \approx 2100$; entre este valor e $\text{Re} \approx 4000$ o regime é transiente; acima deste valor o regime passa a ser turbulento.

O número de Galileu (G) que representa a razão entre os efeitos de empuxo e viscosos pode ser expresso por:

$$G = \frac{\rho_L \cdot \sqrt{(|(\rho_s/\rho_L)-1| \cdot g \cdot d_p^3)}}{\mu_L} \quad (2.2)$$

O número de Galileu pode ser dividido em partes, como a aceleração efetiva da partícula, $(|\rho_s/\rho_L)-1| \cdot g$. G ainda pode ser dividido em duas partes (com unidades de velocidade), onde $(|\rho_s/\rho_L)-1| \cdot g)^{1/2}$ representa os efeitos da gravidade e empuxo e $(\rho_L \cdot d_p/\mu_L)$ representa os efeitos do arraste.

2.2 VELOCIDADE TERMINAL DE UMA ÚNICA PARTÍCULA

A definição de velocidade terminal de uma partícula sólida pode variar dependendo do referencial adotado. Segundo Knesebeck (2003), a velocidade terminal de uma partícula isolada pode ser definida como uma partícula em queda

livre em um fluido infinito que acelera até atingir uma velocidade máxima, onde o seu peso hidrostático (o peso da partícula descontado o empuxo) iguala-se à força de arraste exercida pelo fluido sobre a partícula. Esta parece ser a definição adotada por Smuk *et al.* (1991) e Cui *et al.* (2003).

Jean e Fan (1987) consideraram que, para um sistema multifásico particulado, que consiste de uma fase fluida contínua, uma fase fluida descontínua e uma fase sólida particulada, a velocidade terminal da partícula sólida pode ser definida como sendo a velocidade da fase fluida contínua a uma dada velocidade da fase fluida descontínua quando a porosidade do leito se aproxima de um. Sendo definida desta forma, a velocidade terminal não é equivalente à velocidade em queda livre da partícula, mas é idêntica à velocidade de arraste da partícula na transição de fluxo entre o leito expandido e o transporte do leito em condições onde as partículas não se agregam durante a transição. Pelos experimentos feitos por Mazumdar e Guthrie (1986), pode-se concluir que a mesma definição apresentada por Jean e Fan (1987) foi adotada.

A forma mais usual de se representar a velocidade terminal de uma partícula sólida em uma fase fluida é através do balanço de forças que atuam sobre a mesma: o efeito da gravidade, o empuxo resultante do volume de fluido deslocada pela presença do sólido e o atrito devido à interação fluido-partícula (ou força de arraste). Assim, considerando o fenômeno em fase líquida, tem-se:

$$F_p = F_B + F_{DL} \quad (2.3)$$

A força de arraste pode ser calculada por:

$$F_{DL} = C_{DL} \cdot \rho_L \cdot \frac{U_{t,\infty}^2}{2} \cdot (\text{área característica}) \quad (2.4)$$

onde a área característica de uma partícula é a área projetada perpendicularmente ao escoamento. Para partículas sólidas esféricas, a equação (2.4) pode ser reescrita como:

$$F_{DL} = C_{DL} \cdot \rho_L \cdot \frac{U_{t,\infty}^2}{2} \cdot \frac{\pi \cdot d_p^2}{4} \quad (2.5)$$

A diferença entre a força da gravidade e a de empuxo pode ser expressa por:

$$F_P - F_B = (\text{volume da partícula}) \cdot (\rho_s - \rho_L) \cdot g \quad (2.6)$$

Para esferas, a equação (2.6) é reescrita como:

$$F_P - F_B = \frac{\pi \cdot d_p^3}{6} \cdot (\rho_s - \rho_L) \cdot g \quad (2.7)$$

Substituindo a equação (2.7) na equação (2.3), obtém-se:

$$U_{t,\infty} = \sqrt{\frac{4 \cdot (\rho_s - \rho_L) \cdot g \cdot d_p}{3 \cdot C_{DL} \cdot \rho_L}} \quad (2.8)$$

Em geral, para o uso da expressão de velocidade terminal em conjunto com as correlações do coeficiente de arraste (em função do número de Reynolds, que por sua vez é função da velocidade terminal), os resultados são obtidos após a aplicação de métodos iterativos. Para evitar métodos iterativos no cálculo da velocidade terminal, muitos autores apresentam equações explícitas. As expressões a serem utilizadas serão:

a) Brown e Lawler (2003):

$$w_* = \left[\left(\frac{18}{d_*^2} \right)^{0,898 \left(\frac{0,936 d_* + 1}{d_* + 1} \right)} + \left(\frac{0,317}{d_*} \right)^{0,449} \right]^{-1,114} \quad (2.9)$$

A equação (2.9) foi extraída do trabalho de Cheng (2009), e é válida para $Re < 2 \times 10^5$.

b) Clift *et al.* (1978):

$$w_* = \begin{cases} \frac{1}{d_*} \cdot \left(\frac{N}{24} - 1,7569 \cdot 10^{-4} \cdot N^2 + 6,9252 \cdot 10^{-7} \cdot N^3 - 2,3027 \cdot 10^{-10} \cdot N^4 \right) & \text{para } N \leq 73 \\ \frac{1}{d_*} \cdot (-1,7095 + 1,33438 \cdot L - 0,11591 \cdot L^2) & \text{para } 73 < N \leq 580 \\ \frac{1}{d_*} \cdot (-1,81391 + 1,34671 \cdot L - 0,12427 \cdot L^2 + 0,006344 \cdot L^3) & \text{para } 580 < N \leq 1,55 \cdot 10^7 \\ \frac{1}{d_*} \cdot (5,33283 - 1,21728 \cdot L + 0,19007 \cdot L^2 - 0,007005 \cdot L^3) & \text{para } 1,55 \cdot 10^7 < N \leq 5 \cdot 10^{10} \end{cases} \quad (2.10)$$

Onde:

$$N = \frac{4 \cdot d_*^3}{3} \quad (2.11)$$

$$L = \log N \quad (2.12)$$

$$d_* = \left(\frac{(\rho_s - \rho_L) \cdot \rho_L \cdot g}{\mu^2} \right)^{1/3} \cdot d_p \quad (2.13)$$

$$w_* = \left(\frac{(\rho_s - \rho_L) \cdot \mu \cdot g}{\rho_L^2} \right)^{-1/3} \cdot U_t \quad (2.14)$$

As equações (2.10) a (2.14) foram extraídas do trabalho de Cheng (2009).

2.3 COEFICIENTE DE ARRASTE

O coeficiente de arraste surgiu da necessidade de modelar a força de arraste que atua sobre uma partícula sólida quando há diferença de velocidade entre esta e o meio fluido no qual está submersa. Sabe-se que a força de arraste é diretamente proporcional à velocidade do escoamento para uma partícula em estado

estacionário submersa num fluido em movimento (em regime laminar). O coeficiente de arraste surge como um coeficiente de proporcionalidade para a força de arraste.

Como tanto a força quanto o coeficiente de arraste são funções da velocidade do fluxo (e, conseqüentemente, do número de Reynolds) e o coeficiente de arraste é um coeficiente de proporcionalidade, há uma grande dificuldade em deduzir uma expressão para o mesmo fora do regime laminar. Além disso, o coeficiente de arraste também não pode ser expresso de forma analítica para uma faixa extensa de número de Reynolds, pois as condições de fluxos são complexas para tal (Almedeij, 2008). A maneira mais fácil de representar o coeficiente de arraste é através de diagramas.

Surgiram várias expressões para estimar o coeficiente. A análise de todas toma como base um diagrama obtido experimentalmente para uma extensa faixa de número de Reynolds. A grande maioria das expressões, porém, são obtidas a partir de estudos utilizando esferas rígidas e a água como meio líquido. Além disso, muitas vezes representam bem apenas faixas restritas de número de Reynolds.

Uma vez que a atuação do meio líquido sobre a partícula sólida depende do coeficiente de arraste, algumas expressões do mesmo serão analisadas. Para partículas esféricas, as seguintes correlações serão testadas:

a) Clift *et al.* (1978):

$$C_{DL} = \begin{cases} \frac{24}{Re} + \frac{3}{16} & \text{para } Re < 0,01 \\ \left(\frac{24}{Re}\right) \cdot \left(1 + 0,1315 \cdot Re^{0,82-0,05 \log Re}\right) & \text{para } 0,01 < Re \leq 20 \\ \left(\frac{24}{Re}\right) \cdot \left(1 + 0,1935 \cdot Re^{0,6305}\right) & \text{para } 20 < Re \leq 260 \\ 10^{1,64351 + 1,242 \log Re + 0,1558 \log^2 Re} & \text{para } 260 < Re \leq 1500 \\ 10^{-2,457 + 2,5558 \log Re - 0,9295 \log^2 Re + 0,1049 \log^3 Re} & \text{para } 1500 < Re \leq 1,2 \cdot 10^4 \\ 10^{-1,918 + 0,637 \log Re - 0,0636 \log^2 Re} & \text{para } 1,2 \cdot 10^4 < Re \leq 4,4 \cdot 10^4 \\ 10^{-4,339 + 1,5809 \log Re - 0,1546 \log^2 Re} & \text{para } 4,4 \cdot 10^4 < Re \leq 3,38 \cdot 10^5 \\ 29,78 - 5,3 \cdot \log Re & \text{para } 3,38 \cdot 10^5 < Re \leq 4 \cdot 10^5 \\ 0,1 \cdot \log Re - 0,49 & \text{para } 4 \cdot 10^5 < Re \leq 10^6 \\ 0,19 - \frac{8 \cdot 10^4}{Re} & \text{para } 10^6 < Re \end{cases} \quad (2.15)$$

A equação (2.15) foi extraída do trabalho de Cheng (2009).

b) Turton e Levenspiel (1986):

$$C_{DL} = \frac{24}{Re_L} \cdot (1 + 0,173 \cdot Re_L^{0,657}) + \frac{0,413}{1 + 16300 \cdot Re_L^{-1,09}} \quad (2.16)$$

A equação (2.16) foi extraída do trabalho de Jean e Fan (1987), e vale para $Re_\infty \leq 2 \times 10^5$.

c) Brown e Lawler (2003):

$$C_{DL} = \frac{24}{Re} \cdot (1 + 0,15 \cdot Re^{0,681}) + \frac{0,407}{1 + 8710 \cdot Re^{-1}} \quad (2.17)$$

A equação (2.17) foi extraída do trabalho de Brown e Lawler, vale para $Re < 2 \times 10^5$, e foi obtida com conjuntos de dados de diversos autores, onde Brown e Lawler (2003) mantiveram alguns dos dados e eliminaram outros baseado no tipo de partícula, faixa de número de Reynolds, condições experimentais e erros experimentais. Os dados onde os autores acharam necessário foram corrigidos levando em conta o efeito parede.

2.4 EFEITO PAREDE

Em comparação com uma partícula sólida em queda livre em um meio líquido infinito, a presença de restrições, como paredes, influencia na velocidade terminal da partícula, de forma que a velocidade da partícula acaba por diminuir devido a um fluxo ascendente de líquido em função do fluido deslocado pela partícula e à condição de velocidade de líquido nula nas paredes. Quanto menor a distância entre a parede e a partícula, maior influência terá este fenômeno (Chhabra *et al.*, 2003). Este fenômeno depende tanto das dimensões da parede como da partícula, bem como da trajetória de queda da partícula. O efeito parede pode ser

então definido como a relação entre a velocidade terminal na presença de paredes e a velocidade terminal em meio infinito, como mostra a equação (2.18).

Ainda pela definição do fenômeno, pode-se dizer que o mesmo é função do número de Reynolds e da razão entre os diâmetros da partícula e do tubo, considerando que o tubo é suficientemente longo para que os efeitos das extremidades sejam desprezíveis (Chhabra *et al.*, 2003). Para números muito pequenos e muito grandes de Reynolds em meio infinito, o efeito parede torna-se praticamente independente do número de Reynolds, dependendo apenas da razão entre diâmetros, enquanto que, para o regime intermediário, depende tanto de Re quanto da razão entre diâmetros.

Na literatura não há referências de trabalhos para o estudo do efeito parede em colunas de bolhas, ou mesmo sistemas trifásicos. Desta forma serão abordadas metodologias de estimativa do efeito parede utilizando partículas em velocidade terminal em meio líquido.

As equações a serem utilizadas foram escolhidas por faixa de aplicação de Reynolds, para regimes laminar, intermediário e turbulento. Todas podem ser encontradas no trabalho de Chhabra *et al.* (2003).

A definição de efeito parede pode ser representada por:

$$f = \frac{U_t}{U_{t,\infty}} \quad (2.18)$$

A razão entre diâmetros é escrita como:

$$\lambda = \frac{d_p}{D_c} \quad (2.19)$$

Para o regime laminar, também denominado regime viscoso, a equação de Haberman e Sayre (1958) pode ser aplicada para $\lambda \approx 0,8$:

$$f = \frac{1 - 2,105 \cdot \lambda + 2,0865 \cdot \lambda^3 - 1,7068 \cdot \lambda^5 + 0,72603 \cdot \lambda^6}{1 - 0,75857 \cdot \lambda^5} \quad (2.20)$$

Haberman e Sayre (1958) informam que cálculos numéricos mostram que esta equação fornece boas estimativas para o efeito parede até $\lambda \approx 0,9$.

Para regime turbulento, a expressão de Newton (1687) é uma das mais confiáveis. Como não há informações detalhadas sobre os limites de aplicação, Chhabra *et al.* (2003) assumem que vale para todo o intervalo, ou $0 \leq \lambda \leq 1$:

$$f = (1 - \lambda^2) \cdot (1 - 0,5 \cdot \lambda^2)^{0,5} \quad (2.21)$$

Apesar de muitas expressões terem sido desenvolvidas para o regime intermediário, a mais completa em termos de informações para Chhabra *et al.* (2003) é a expressão de Wham *et al.* (1996):

$$f = \frac{1 + 0,03708 \cdot (0,5 \cdot \text{Re}_\infty)^A}{C \cdot [1 + 0,03708 \cdot (0,5 \cdot f \cdot \text{Re}_\infty)^B]} \quad (2.22)$$

Onde:

$$A = 1,5844 - 0,1016 \cdot \ln(\text{Re}_\infty) \quad (2.23)$$

$$B = 1,5844 - 0,1016 \cdot \ln(f \cdot \text{Re}_\infty) \quad (2.24)$$

$$C = \frac{1 - 0,75857 \cdot \lambda^5}{1 - K \cdot \lambda + 2,0865 \cdot \lambda^3 - 1,7068 \cdot \lambda^5 + 0,72603 \cdot \lambda^6} \quad (2.25)$$

$$K = 0,6628 + 1,458 \cdot \exp(-0,028175 \cdot f \cdot \text{Re}_\infty) \quad (2.26)$$

2.5 BOLHAS E RASTROS

As características das bolhas formadas dentro de uma coluna dependem fortemente de vários elementos do sistema, entre eles o distribuidor, geometria da coluna, velocidade dos fluidos presentes, propriedades físicas dos fluidos

(densidade, tensão superficial, viscosidade, etc.) e pressão do sistema; ou seja, a forma também é função do número de Reynolds.

Assim, conforme a configuração do sistema, as forças atuantes geram bolhas de diferentes tamanhos e formas. Quanto às formas, pode-se a princípio classificar em esféricas, elipsoidais e calotas esféricas. Segundo o trabalho de Bhaga e Weber (1981), as bolhas podem ser subdivididas num total de oito formas, conforme a FIGURA 2.1.

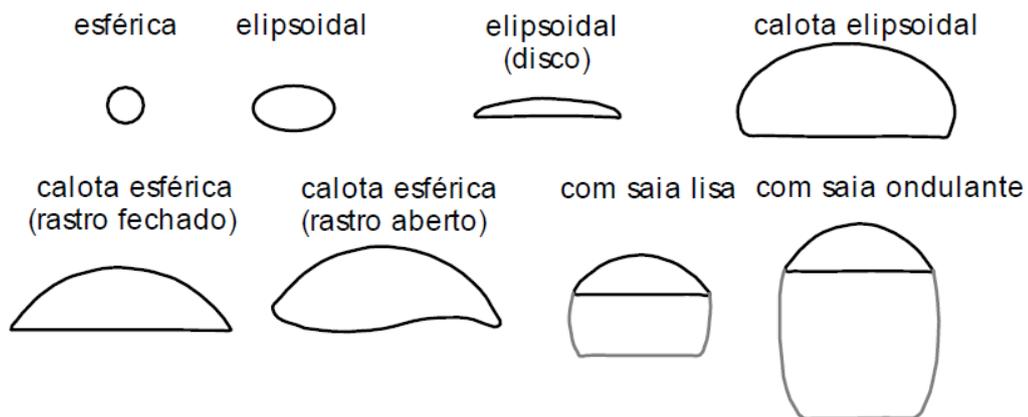


FIGURA 2.1 – Formas de bolhas. FONTE: Knesebeck (2003).

As bolhas pequenas possuem forma esférica, e ascendem em trajetórias praticamente retílineas; tendem a ascender mais lentamente que as maiores. Estas podem ser encontradas em regime homogêneo. Bolhas maiores, ou mesmo líquidos menos viscosos levam de forma progressiva às formas elipsoidal, calota elipsoidal e calota esférica (Knesebeck, 2003).

Bolhas elipsoidais alongadas surgem em certas faixas de número de Reynolds em soluções menos viscosas. Em soluções viscosas e estáticas pode surgir um envelope em torno da bolha, um filme gasoso extremamente fino que a segue em sua ascensão (Knesebeck, 2003). São exemplos as calotas com saia lisa e ondulante.

Nem sempre as bolhas possuem forma definida, podendo oscilar entre diversos formatos. Fan (1989) cita que para líquidos de baixa viscosidade (como a água) as bolhas são muito irregulares, e oscilam de forma instável em uma região de transição entre formas elipsoidal e calota esférica.

Há também o caso onde as bolhas se aproximam a tal ponto que ocorre o coalescimento entre elas. O tamanho da bolha aumenta, e geralmente a velocidade de ascensão também aumenta. As bolhas podem ficar tão grandes que acabam entrando em ruptura, formando novamente bolhas menores. Estes mecanismos fazem com que haja uma distribuição de tamanhos ao longo do tempo, até um ponto que passa a ser dominante, e o tamanho das bolhas torna-se independente do distribuidor. O fenômeno de coalescência e quebra acaba também por afetar, não só a velocidade da fase gasosa (bolhas maiores ascendem mais rapidamente), mas também afeta a fração de gás no leite.

A ascensão das bolhas gera uma diferença de velocidades entre a interface gás-líquido e a fase líquida contínua. Desta forma, pode-se observar um regime de fluxo ao redor da bolha. Dependendo das características deste regime, há o surgimento do rastro. O rastro surge na região da partícula contrária a área que vai de encontro ao fluido. No caso de uma bolha em ascensão esta área corresponde à parte inferior da bolha. No rastro ocorrem perturbações devido à diferença de velocidades entre a partícula e o meio no qual ela se encontra. Suas propriedades podem ser diferentes do restante do meio. O perfil de velocidades de um rastro é bastante complexo, pois o mesmo pode apresentar formas variadas e a formação e deslocamento contínuo de vórtices. Dessa forma, o rastro interfere significativamente no deslocamento dos fluidos presentes, interferindo assim no movimento da partícula.

As características do rastro dependem das características dos fluidos, perfis de velocidade (como a ascensão da bolha), forma da partícula, entre outras propriedades do sistema. O fluxo de líquido ao redor de bolhas esféricas é laminar, e, conseqüentemente, o volume do rastro torna-se desprezível. Para bolhas elipsoidais, calotas elipsoidais e calotas esféricas, os rastros podem ou não ser fechados. Para certos valores de Re , devido ao movimento toroidal do rastro fechado, ocorre uma pequena concavidade na base da bolha.

Para bolhas pequenas ou líquidos viscosos, o rastro é fechado, e não se separa da bolha durante sua ascensão (não há o desprendimento de vórtices). O mesmo pode ocorrer para elipsoidais, calotas elipsoidais e calotas esféricas. A partir de certo ponto de transição (envolvendo o número de Reynolds), o rastro abre-se, e os vórtices surgem e se desprendem em cada lado da base da bolha, fazendo com que a bolha ascenda em ziguezague (Knesebeck, 2003). O rastro aberto vai

surgindo e se desprendendo periodicamente ao longo da trajetória da bolha. O rastro pode assumir algumas formas, entre elas a toroidal e o vórtice helicoidal. Chama-se massa aderida a massa que está aderida às bolhas ou aos rastros. Mais especificamente para os rastros, essa massa aderida também pode receber o nome de massa virtual.

O efeito de coalescência pode ser favorecido pelos rastros, uma vez que a corrente de líquido ascendente causada pelos vórtices atrás da bolha pode arrastar uma bolha em direção a outra. Da mesma forma, os rastros podem também contribuir para o rompimento das mesmas. Caso uma bolha entre parcialmente no rastro, a diferença de forças entre o meio e o rastro provocam o seu rompimento.

O rastro de partículas sólidas depende não somente de sua geometria e do número de Reynolds, mas também do seu deslocamento com relação ao fluxo de fluido, uma vez que se pode ter uma partícula fixa em um meio em fluxo, uma partícula descendendo ou ascendendo em um meio estagnado, ou movimento tanto do meio quanto da partícula.

Segundo Veldhuis e Biesheuvel (2007), para partículas esféricas fixas em uma corrente líquida uniforme o rastro é simétrico axialmente até $Re = 212$. Acima deste valor podem-se observar rastros planares simétricos que consistem de dois filamentos. Estes filamentos oscilam em torno de seus respectivos eixos centrais e em sentidos opostos se comparando os dois filamentos. Em $Re = 280$ o fluxo do rastro planar simétrico passa a ser dependente do tempo e os filamentos começam a girar não somente sobre seus próprios eixos, mas também em torno do eixo da trajetória do rastro. Com $Re = 345$, turbilhões começam a aparecer, e à medida que o número de Reynolds cresce, o fluxo do rastro aumenta sua irregularidade até se tornar turbulento. O comportamento do rastro acima descrito pode ser visualizado pela FIGURA 2.2.

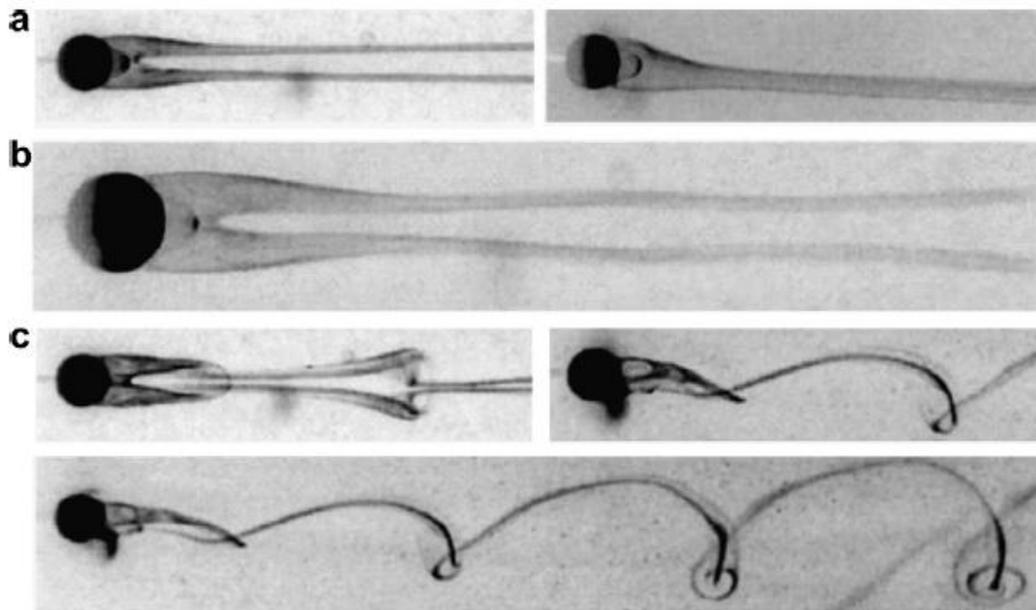


FIGURA 2.2 – Formas de rastros de partículas sólidas fixas em uma corrente líquida uniforme. Para cada letra temos: (a) $Re \approx 270$, (b) $Re \approx 300$, (c) $Re \approx 345$. FONTE: Veldhuis e Biesheuvel (2007); obtida a partir do trabalho de Schouveiler e Provansal (2002).

Segundo Veldhuis *et al.* (2005), para esferas livres o rastro perde sua simetria axial a um número de Re entre 205 e 212 (FIGURA 2.3), dependendo da razão entre as densidades da partícula e do fluido. Estes, entre outros autores, ainda mostram estudos relacionando estas características e o número de Galileu para o estudo dos rastros das partículas e a consequente influência do mesmo sobre a trajetória tomada pela mesma.

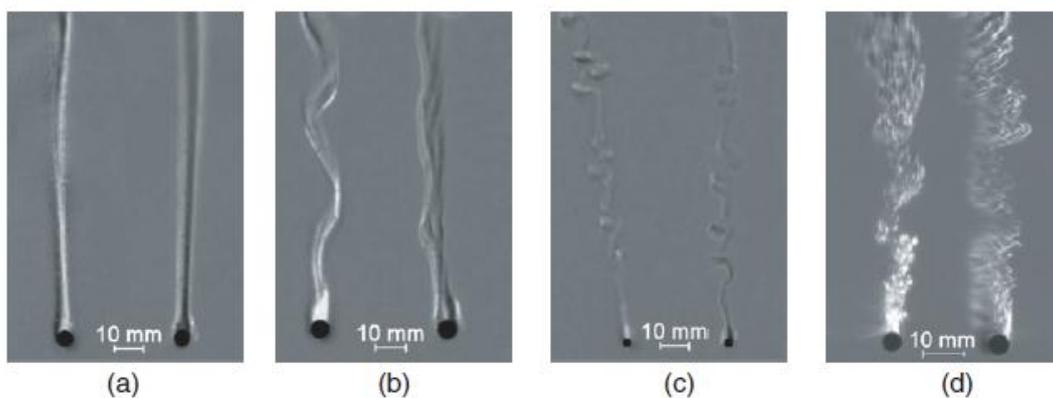


FIGURA 2.3 – Formas de rastros de partículas sólidas em queda livre. O número de Reynolds e a razão entre as densidades da partícula e do fluido são crescentes da esquerda para a direita. Os diâmetros e Re terminal das esferas são (a) 3,2 mm e 205, (b) 4,0 mm e 325, (c) 1,5 mm e 450 e (d) 4,0 mm e 1970. FONTE: Veldhuis *et al.* (2005).

2.6 REGIME DE BOLHAS

O regime de bolhas pode a princípio ser classificado em dois regimes: homogêneo e heterogêneo. No regime homogêneo, que ocorre com altas velocidades superficiais de líquido e baixas de gás, as bolhas mantêm as suas características desde a formação no distribuidor até a saída do sistema, com um tamanho pequeno e bem determinado, pouca variação e distribuição uniforme no leito (Knesebeck 2003). A partir do momento que surgem bolhas maiores no sistema, inicia-se a transição para o regime heterogêneo, caracterizado pela coalescência das bolhas. Consequentemente, passa-se a ter uma distribuição de velocidade (de ascensão) e tamanho de bolhas.

Krishna *et al.* (1999) compara esse fenômeno em colunas líquido-gás com a fluidização gás-sólido com partículas bem pequenas, onde após a velocidade de mínima fluidização o leito fixo passa a se expandir uniformemente (fluidização homogênea). O regime continua até o aparecimento da primeira bolha maior, e a velocidade neste momento passa a ser chamada pelos autores como velocidade de mínimo borbulhamento, que corresponderia à velocidade de transição no sistema líquido-gás. Após este ponto, surge o regime heterogêneo, onde para o sistema sólido-gás os sólidos estão em suspensão, e pode-se observar a ascensão de bolhas no meio do leito fluidizado, ao passo que para o sistema líquido-gás surgem bolhas de diferentes tamanhos devido ao coalescimento das mesmas. Neste caso, este regime ocorre para baixas velocidades superficiais de líquido e altas de gás. Para sistemas sólido-gás de partículas grandes, a velocidade de mínima fluidização é o equivalente à velocidade de transição do sistema líquido-gás.

A partir destes dois regimes, classificações mais detalhadas surgem para melhor descrever os fenômenos que ocorrem para diferentes velocidades superficiais dos fluidos e dimensões de colunas. Knesebeck (2003) cita os regimes disperso, coalescido e *slug*. Zhang *et al.* (1997) divide de forma mais detalhada, como segue:

a) Regime homogêneo:

- Fluxo disperso
- Fluxo discreto

b) Regime heterogêneo:

- Fluxo coalescido
- Fluxo *Slug*
- Fluxo *Churn*
- Fluxo *Bridging* (ponte)
- Fluxo anelar

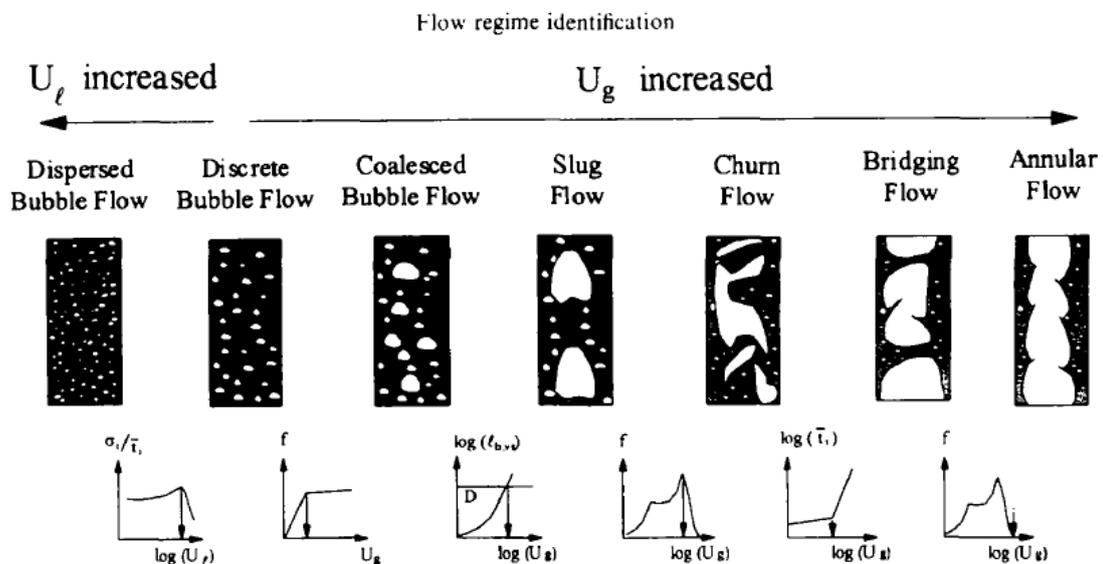


FIGURA 2.4 – Diagrama de regimes de fluxo de bolhas. FONTE: Zhang *et al.* (1997).

O estudo a ser realizado cobrirá apenas a faixa entre o regime homogêneo e o fluxo coalescido, sendo que esses três primeiros fluxos serão descritos a seguir, de acordo com o trabalho de Zhang *et al.* (1997):

- Fluxo disperso: Conforme se aumenta o fluxo de líquido, mantendo um fluxo de gás constante, as bolhas ficam menores, e a distribuição de tamanho de bolhas fica mais estreita (tamanho mais uniforme). Ao contrário do fluxo discreto, o comportamento das bolhas é relativamente independente do distribuidor;

- Fluxo discreto: A um fluxo de líquido baixo, onde pequenas quantidades de gás são introduzidas no sistema, pequenas bolhas começam a surgir. A distribuição de tamanho de bolhas é estreita e fortemente dependente do distribuidor. Tanto o número de bolhas quanto a fração volumétrica de gás na coluna são pequenos. Como a distância entre as bolhas é grande em comparação com seu tamanho, a possibilidade de as mesmas coalescerem em sua passagem pela coluna é menor.
- Fluxo coalescido: Com o aumento da velocidade do gás, o tamanho das bolhas vai aumentando, bem como a distribuição de tamanho de bolhas. Como também aumenta a quantidade das mesmas, a distância entre elas diminui, causando o coalescimento das bolhas. Nesse ponto, a distribuição de tamanho de bolhas não mais depende do distribuidor.

Uma vez que os regimes, bem como a transição entre os mesmos, dependem dos mesmos fatores que determinam o tamanho das bolhas, muitos trabalhos experimentais foram realizados, sob diferentes configurações e técnicas de medida, para melhor descrever o regime de bolhas. Como consequência, diferentes teorias, gráficos, diagramas e equações empíricas foram apresentados para estabelecer limites entre os regimes.

Zhang *et al.* (1997), utilizando água e ar, apresentaram uma série de gráficos para cada conjunto de regimes, mostrando as faixas de transição. Por fim, compilaram todos os dados em um diagrama que ilustra as possíveis transições entre regimes. Os autores ainda observaram que, para o regime discreto, a relação entre a frequência (quantidade) de bolhas com o aumento da velocidade superficial do ar é linear, e deixa de apresentar este comportamento quando há a transição para o regime coalescido. Assim, a transição foi classificada como o ponto onde a frequência de bolhas desvia significativamente dessa relação linear.

Thorat e Joshi (2004), utilizando três fases líquidas diferentes, apresentaram um gráfico dividido em regime homogêneo, seguido por um de transição, e finalizando no heterogêneo. A relação estudada foi a fração volumétrica de gás em função da velocidade superficial da fase gasosa. O regime homogêneo apresenta comportamento linear apenas no início da curva apresentada, passando a ser não linear até a transição. O início e fim do regime de transição são marcados por pontos

de inflexão na curva. Os autores ainda destacam que a velocidade de transição entre regimes depende da relação entre altura da dispersão de gás e diâmetro da coluna, do distribuidor e das propriedades físicas dos fluidos.

2.7 VELOCIDADE TERMINAL EM SISTEMAS BIFÁSICOS E TRIFÁSICOS

2.7.1 Jean e Fan (1987)

Jean e Fan (1987) estudaram a velocidade terminal de uma partícula em um meio líquido-gás, com o líquido como a fase contínua e gás como a descontínua. Uma coluna de 76,2 mm de diâmetro interno e 2,73 m de altura, dividida em três seções foi utilizada. A seção um corresponde à de distribuição gás-líquido, a segunda à área de teste e a última à de separação do gás e líquido. Os fluidos utilizados foram água e ar como fases fluidas, e esferas de vidro com sete faixas diferentes de diâmetros, entre 330 μm e 6 mm de diâmetro. A densidade das partículas varia entre 2,2 e 2,876 g/cm^3 . A velocidade superficial do gás varia entre 0 e 12,08 cm/s .

Os autores propuseram um modelo a partir de um balanço de forças:

$$F_G - F_B = F_{DL} + F_{BWP} \quad (2.28)$$

onde as forças são expressas em dina. F_{DL} corresponde à força de arraste e F_{BWP} é definida como a força de interação entre o rastro da bolha e a partícula. A diferença entre a força gravitacional e a força de empuxo pode ser expressa por:

$$F_G - F_B = V_p \cdot (\rho_p - \rho_L) \cdot g \quad (2.29)$$

onde as densidades são expressa em g/cm^3 , o volume da partícula em cm^3 e a aceleração gravitacional em cm/s^2 . A força de arraste que atua sobre uma única

partícula num meio gás-líquido pode ser expressa como função da velocidade relativa entre o líquido e o sólido:

$$F_{DL} = \frac{3}{4} \cdot C_{DL} \cdot \frac{\rho_L}{d_p} \cdot V_L^2 \cdot V_p \quad (2.30)$$

onde o diâmetro da partícula é expresso em cm e a velocidade do meio líquido em cm/s. C_{DL} é o coeficiente de arraste da partícula em um meio líquido, sendo este correlacionado pela equação (2.16) de Turton e Levenspiel (1986), onde:

$$Re = \frac{V_L \cdot d_p \cdot \rho_L}{\mu_L} \quad (2.31)$$

onde a viscosidade é expressa em g/cm.s.

Para um sistema gás-líquido, V_L na equação (2.31) pode ser calculado baseado no modelo de rastro generalizado de Bhatia e Epstein (1974) para leitos fluidizados trifásicos (gás-líquido-sólido). A velocidade linear do líquido na região líquido-sólido fluidizada (V_{LF}) pode ser obtida pela relação entre as frações volumétricas das fases e balanço de massa do líquido:

$$V_{LF} = \frac{U_L - U_B \cdot \varepsilon_w \cdot (1 - x + x \cdot \varepsilon_{LF})}{\varepsilon_{LF} \cdot (1 - \varepsilon_g - \varepsilon_w)} \quad (2.32)$$

onde as velocidades são expressas em cm/s. No caso limite da região líquido-sólido fluidizada de um sistema trifásico, onde ε_{LF} tende a um para sistema gás-líquido sem sólidos, a equação (2.32) se reduz a:

$$V_{LF} = V_L = \frac{U_L - U_b \cdot \varepsilon_w}{(1 - \varepsilon_g - \varepsilon_w)} \quad (2.33)$$

U_B pode ser relacionado à ε_g por:

$$U_b = V_g = \frac{U_g}{\varepsilon_g} \quad (2.34)$$

Define-se k como a razão entre a fração volumétrica do rastro e a retenção da fase gasosa:

$$k = \frac{\varepsilon_w}{\varepsilon_g} \quad (2.35)$$

Combinando as equações (2.33), (2.34) e (2.35), a relação que define a velocidade superficial do líquido passa a ser:

$$V_L = \frac{U_L - U_g \cdot k}{1 - (1 + k) \cdot \varepsilon_g} \quad (2.36)$$

Neste sistema, k é estimado pela correlação de Chern *et al.* (1984):

$$k = 0,398 \cdot U_L^{0,246} \cdot U_g^{-0,646} \quad (2.37)$$

As velocidades da equação (2.37) são expressas em unidades SI (Fan, 1989).

Utilizando a expressão para força de impacto de partículas com superfície estacionária de formato esférico desenvolvida por Soo (1967), a força de interação entre o rastro da bolha e a partícula (governada pelo impacto) pode ser descrita por:

$$F_{DBW} = \frac{3}{2} \cdot C_{DW} \cdot \frac{n_{BW} \cdot m_{BW}}{d_p} \cdot V_g^2 \cdot V_p \quad (2.38)$$

Esta expressão considera a perda de momento dos rastros da bolha devido à interação entre os rastros e a partícula. O produto $n_{BW} \cdot m_{BW}$ pode ser expresso por:

$$n_{BW} \cdot m_{BW} = (\varepsilon_w + \varepsilon_g) \cdot \left[\frac{\varepsilon_w}{\varepsilon_w + \varepsilon_g} \cdot \rho_L + \frac{\varepsilon_g}{\varepsilon_w + \varepsilon_g} \cdot \rho_g \right] \quad (2.39)$$

Como a densidade da fase gasosa é muito menor que a da fase líquida, e ε_w é da mesma ordem de grandeza que ε_g , a equação (2.39) pode ser escrita de forma simplificada:

$$n_{BW} \cdot m_{BW} = \varepsilon_w \cdot \rho_L = k \cdot \varepsilon_g \cdot \rho_L \quad (2.40)$$

Combinando as equações (2.39) e (2.40), tem-se:

$$F_{DBW} = \frac{3}{2} \cdot C_{DW} \cdot \frac{k \cdot \varepsilon_g \cdot \rho_L}{d_p} \cdot V_g^2 \cdot V_p \quad (2.41)$$

O modelo final pode ser então obtido pela combinação das equações (2.28), (2.29), (2.30), (2.34), (2.36) e (2.41):

$$\frac{3}{4} \cdot C_{DL} \cdot \frac{\rho_L}{d_p} \cdot \left[\frac{U_L - U_g \cdot k}{1 - (1+k) \cdot \varepsilon_g} \right]^2 + \frac{3}{2} \cdot C_{DW} \cdot \frac{k \cdot \varepsilon_g \cdot \rho_L}{d_p} \cdot \left(\frac{U_g}{\varepsilon_g} \right)^2 - (\rho_p - \rho_L) \cdot g = 0 \quad (2.42)$$

U_L no modelo corresponde à velocidade terminal da partícula num meio gás-líquido, ou U_t' . Note que quando U_g se aproxima de zero, U_L no modelo aproxima-se da velocidade terminal da partícula no meio líquido (U_t).

A fração de gás (ε_g) em um leito trifásico na condição de velocidade terminal da partícula é praticamente idêntica à de um sistema gás-líquido livre de sólidos, ou coluna de bolhas com mesma velocidade de fluido. A partir disto, foram obtidas no trabalho correlações empíricas para cálculo de ε_g para uma coluna de bolhas. A primeira cobre a faixa de $0 < U_g \leq 5,19$ cm/s e $3,27 \leq U_L \leq 32,18$ cm/s:

$$\varepsilon_g = 0,00164 \cdot U_g^{0,988} \cdot (-0,221 \cdot 10^{-5} \cdot U_L^2 - 0,564 \cdot U_L + 28,821) \quad (2.43)$$

A segunda cobre a faixa de $8,63 \leq U_g \leq 12,08$ cm/s e $3,27 \leq U_L \leq 32,18$ cm/s:

$$\varepsilon_g = \frac{0,2933 \cdot U_g^{0,34}}{\exp(-0,248 \cdot R) + \exp(0,243 \cdot R)} \quad (2.44)$$

onde:

$$R = \frac{U_L}{U_g^{0,648}} - 2,03 \quad (2.45)$$

Nos experimentos foi observado que, para velocidades do gás menores que 5,19 cm/s, a coluna de bolhas encontra-se no regime homogêneo de bolhas. Para U_g entre 8,63 e 12,08 cm/s, o regime de bolhas é heterogêneo.

Para o cálculo de C_{DW} , dois métodos foram utilizados. O primeiro envolve um esquema de otimização pela minimização de uma função objetivo, que considera o módulo da diferença das velocidades terminais calculadas e experimentais:

$$N = |U'_{t,pred} - U'_{t,exp}| \quad (2.46)$$

Com este método, C_{DW} é relativamente independente da velocidade do gás, e depende somente das propriedades da partícula. Esta observação permite o uso de uma expressão para obter valores mais precisos de C_{DW} , usado para otimizar a minimização da função objetivo revisada:

$$N' = \sum_{i=1}^m \left(\frac{U'_{ti,pred} - U'_{ti,exp}}{U'_{ti,exp}} \right)^2 \quad (2.47)$$

Os valores obtidos pela equação (2.47) mostram que C_{DW} é desprezível para partículas de 330 μm e 460 μm , demonstrando que partículas pequenas interagem muito pouco com o rastro da bolha. Para partículas maiores que 3 mm, C_{DW} é relativamente grande, mostrando que as partículas interagem significativamente com o rastro da bolha. O valor para esfera de 778 μm é intermediário. Para esferas de 1 mm o valor de C_{DW} está muito abaixo dos demais pois U_t é subestimado pela equação de Turton e Levenspiel (1986). Este, aliado ao fato de que U'_t decresce

com o aumento de U_g , leva ao valor pequeno de C_{DW} . Neste caso não há um fator físico associado a este resultado. O oposto ocorre com partículas de 4 e 6 mm, onde U_t é superestimado.

Empiricamente, os valores de C_{DW} são correlacionados por:

$$C_{DW} = \frac{1}{1 + 1,147 \cdot \text{Re}^{-2,876} \cdot \left(\frac{d_p}{D_c}\right)^{-4,0}} \quad (2.48)$$

Onde:

$$\text{Re}_t = \frac{U_t \cdot d_p \cdot \rho_L}{\mu_L} \quad (2.49)$$

D_c na equação (2.48) é o diâmetro da coluna (em mm), que se manteve constante durante o estudo. O erro médio da equação (2.48) é de 19,9%.

Para comparar o modelo proposto, os autores utilizaram o modelo de Costa *et al.* (1986), um modelo de fluxo para leitos fluidizados trifásicos que considera as fases gasosa e líquida como uma fase pseudo-homogênea, caracterizada pelas propriedades médias dos fluidos no leito. A velocidade terminal neste meio é expressa pela soma das velocidades de ambos os fluidos na condição de velocidade terminal da partícula:

$$V_\infty = U_L + U_g = \left\{ \frac{4}{3} \cdot d_p \cdot \frac{g}{C_{D\infty}} \cdot \left[\frac{\rho_p}{(1 - \varepsilon_g) \cdot \rho_L} - 1 \right] \right\}^{1/2} \quad (2.50)$$

Onde $C_{D\infty}$ é o equivalente a C_{DL} da equação (2.4), com Re_L sendo substituído por Re_∞ e definido por:

$$\text{Re}_\infty = \frac{V_\infty \cdot d_p \cdot (1 - \varepsilon_g) \cdot \rho_L}{\mu_L} \quad (2.51)$$

Nota-se que ε_g pode ser avaliado pela equação (2.43), substituindo U_L por U_t' . Pela definição de Jean e Fan (1987) de velocidade terminal, a equação (2.50) pode ser reescrita como segue:

$$U_t' = V_\infty - U_g = \left\{ \frac{4}{3} \cdot d_p \cdot \frac{g}{C_{D\infty}} \cdot \left[\frac{\rho_p}{(1 - \varepsilon_g) \cdot \rho_L} - 1 \right] \right\}^{1/2} - U_g \quad (2.52)$$

As equações (2.50) a (2.52) obedecem as unidades SI. Considerando a equação (2.52), e comparando com os dados experimentais, os autores concluíram que o modelo de Costa *et al.* (1986) é válido para porosidade de leito até 0,7, e portanto este modelo não deve ser aplicado para descrever condições de grande porosidade do leito, incluindo a condição de velocidade terminal de uma partícula, conforme observado com os dados experimentais.

No trabalho de Jean e Fan (1987), a velocidade terminal de partículas esféricas em um meio gás-líquido, sendo o líquido a fase contínua, foi obtida pela extrapolação da relação entre a velocidade superficial do líquido com a porosidade do leito a uma dada velocidade superficial do gás até a porosidade igual a um. O estudo indica que a variação da velocidade terminal da partícula em um meio líquido-gás com relação à velocidade superficial do gás para partículas maiores que 460 μm de diâmetro, diminui com o aumento da velocidade superficial do gás.

Jean e Fan (1987) também concluíram que, para partículas menores ou iguais a 460 μm de diâmetro, a velocidade terminal é razoavelmente constante com relação à velocidade do gás. Foi evidenciado também que os coeficientes de rastro da bolha e interação da partícula aumentam com o aumento do tamanho da partícula, e são independentes da velocidade do gás.

2.7.2 Smuk *et al.* (1991)

O objetivo deste trabalho é separar a velocidade terminal de sedimentação da partícula no sistema trifásico do coeficiente de dispersão axial dos sólidos no

parâmetro do modelo de dispersão-sedimentação axial para a fração volumétrica de sólidos na coluna, que considera os dois fenômenos em conjunto.

Uma das bases para este modelo é o de dispersão-sedimentação axial de Taylor, usado para descrever o movimento dos sólidos dentro da coluna. O problema destes modelos é que os parâmetros resultantes, velocidade terminal de sedimentação da partícula e coeficiente de dispersão axial dos sólidos, estão ligados nas equações do modelo, e podem ser agrupados em um único parâmetro.

Nas tentativas de separação dos dois parâmetros, foram feitas medidas dos perfis de concentração axial de sólidos em misturas trifásicas, e resolvendo o modelo para o coeficiente de dispersão axial dos sólidos e velocidade terminal de sedimentação da partícula. Em alguns casos, foram feitas suposições para obtenção dos parâmetros:

- a) A principal suposição é a de que o coeficiente de dispersão axial dos sólidos é considerado igual ao do líquido (o coeficiente de dispersão axial do líquido pode ser medido de forma independente). Com esta suposição, o valor calculado da velocidade terminal de sedimentação da partícula no sistema trifásico é maior que a do sólido em uma única fase, sendo em alguns casos quase duas vezes maior;
- b) Outra suposição comum é de que a partícula sólida terá o mesmo comportamento de dispersão que o líquido. Isto implica que não há diferença de velocidade entre o meio líquido e os sólidos, apesar de os sólidos sedimentarem com a influência da gravidade. Isto seria o mesmo que dizer que a água e a partícula possuem a mesma densidade e, portanto, não há uma diferença de velocidade entre as fases.

Segundo os autores, é difícil de imaginar como os sólidos podem atingir velocidades terminais de sedimentação em misturas gás-líquido que possam chegar a ser duas vezes maiores que a dos sólidos numa única fase, pois a partícula pode acelerar quando circunda uma bolha em ascensão, porém ela também pode sofrer desaceleração pelos vórtices do rastro da bolha. A partícula precisaria de uma aceleração considerável ao redor da bolha para vencer a desaceleração no rastro e ter uma velocidade até duas vezes maior que numa única fase. Além disso, em um

meio com bolhas a partícula pode seguir um caminho tortuoso e mais longo ao redor das mesmas.

Os experimentos foram realizados com água como fase contínua, ar como fase dispersa e bolhas no regime homogêneo. Uma coluna de 5 cm de diâmetro interno e uma altura de 105 cm entre o distribuidor no fundo e a alimentação de lodo (mistura diluída dos sólidos a serem analisados com água) no topo foi utilizada. A injeção do lodo parte do centro da coluna. Quatro tipos de partículas sólidas foram escolhidos para os experimentos:

- a) Esferas de vidro, com diâmetro médio de 1410 μm , densidade de 2520 kg/m^3 e velocidade terminal de sedimentação de 0,2024 m/s;
- b) Esferas de níquel, com diâmetro médio de 512 μm , densidade de 8900 kg/m^3 e velocidade terminal de sedimentação de 0,2297 m/s;
- c) Resina de troca iônica, com diâmetro médio de 850 μm , densidade de 1350 kg/m^3 e velocidade terminal de sedimentação de 0,0461 m/s;
- d) Areia de Ottawa, com diâmetro médio de 725 μm , densidade de 2520 kg/m^3 e velocidade terminal de sedimentação de 0,1073 m/s.

Os dados de velocidade terminal para cada tipo de partícula foram obtidos em água a 21°C.

Todas as partículas utilizadas possuem um alto grau de esfericidade, e foram “pré-molhadas” para evitar que bolhas aderissem conforme as partículas entrassem na coluna. Foram injetadas em grupos de menos de 100 esferas, normalmente 50 a 60, para formar o lodo diluído. Este número pequeno garante o mínimo de interação partícula-partícula na coluna. Sendo os experimentos realizados de forma a minimizar as interações entre as partículas, pode-se considerar que o estudo vale para a velocidade terminal de sedimentação de uma única partícula em coluna de bolhas.

Resultados foram obtidos para ausência de fluxo de gás, e para velocidades superficiais de gás até 0,035 m/s. A areia de Ottawa, com a menor esfericidade (0,9)

mostrou o maior desvio (2,2%). Os demais sólidos possuíam esfericidade próxima à unidade.

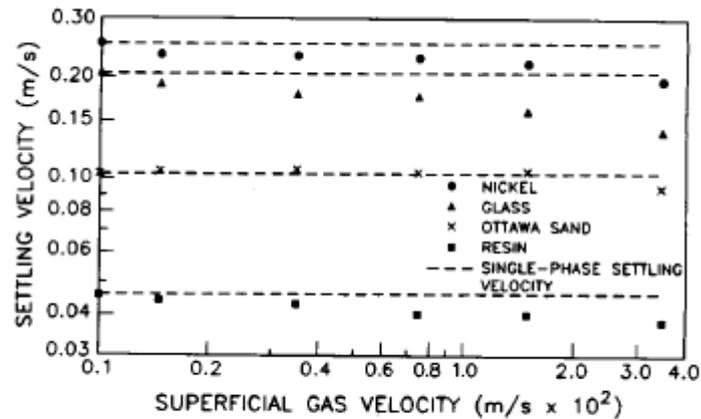


FIGURA 2.5 – Variação da velocidade terminal de sedimentação de partículas em função do fluxo de gás. FONTE: Smuk *et al.* (1991).

Os resultados levam a conclusões semelhantes às de Jean e Fan (1987), pois a velocidade terminal de sedimentação com a presença e aumento da velocidade superficial do gás diminui em relação à velocidade em fase líquida. A exceção é a areia de Ottawa, que permanece praticamente constante, e só começa a decrescer na maior velocidade superficial de gás medida, a exemplo das partículas menores no estudo de Jean e Fan (1987). Os resultados mostram-se diferentes em relação aos demais trabalhos citados no artigo, pois todos relatam um aumento na velocidade terminal com a presença e aumento da velocidade superficial do gás. Os trabalhos anteriores nesta área não realizavam medidas diretas da velocidade terminal, mas sim calculavam partindo das suposições supracitadas, que não refletiam a realidade física do sistema.

Com relação à pouca influência do gás sobre a areia de Ottawa, os autores não conseguiram explicações claras para o fenômeno, apesar da alta reprodutibilidade dos dados ($\pm 2\%$). Eles indicaram como duas das prováveis causas a molhabilidade e a esfericidade das partículas.

Quanto aos demais resultados, a maior diferença entre a velocidade terminal dos sólidos no líquido com a presença de gás foi para as esferas de vidro (em torno de 30%), enquanto que para as demais permaneceram em torno de 10%. Pela pequena diferença nas velocidades, os autores concluíram que a melhor suposição a ser feita para separar os parâmetros é considerar a velocidade terminal de

sedimentação da partícula em sistemas trifásicos como sendo a velocidade terminal em fase líquida, para determinação do coeficiente de dispersão dos sólidos.

2.7.3 Mazumdar e Guthrie (1986)

Nas simulações numéricas da movimentação de um objeto em um sistema bifásico, como em adição de ligas numa panela de siderurgia com mistura por fase gasosa na produção de aço, não fica claro que os coeficientes de arraste para objetos submersos em translação estática é sempre aplicável. Com o objetivo de estudar a força de arraste translacional de uma partícula sólida em fluidos newtonianos com a presença de uma fase gasosa na forma de bolhas, os autores, a partir de trabalhos apresentados anteriormente por Guthrie *et al.* (1974) e Mazumdar (1985), procuraram investigar por que os resultados da simulação de projeção de adição de ligas em um sistema bifásico (através da análise da penetração de esferas de 25 mm de diâmetro com gravidade específica variando entre 0,4 a 0,99) foram de 50 a 60% maiores que os previstos com base na lei de Newton expressa na forma (Guthrie *et al.*, 1974):

$$\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R_p^3 \cdot \rho_p \cdot \frac{dU}{dt} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R_p^3 \cdot g \cdot (\rho_p - \rho) - \frac{C_D}{2} \cdot \pi \cdot R_p^2 \cdot \rho \cdot U \cdot |U| - C_A \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R_p^3 \cdot \rho \cdot \frac{dU}{dt} \quad (2.53)$$

Com os campos de fluxo, efeitos da massa aderida, forças de arraste e fração da fase gasosa descritos por Mazumdar (1985), a investigação considerou motivos mais fundamentais para a discrepância, como a redução das forças de arraste em grandes objetos submersos num sistema líquido-gás.

Não foram descritos os regimes de bolhas e nem a que altura na coluna as esferas permaneciam, mas basicamente uma esfera de 25 mm de diâmetro e gravidade específica de 1,03 era estabilizada em um fluxo ascendente de água numa coluna de 76 mm de diâmetro, por 850 mm de altura. Após 45 minutos em equilíbrio com o fluxo ascendente de líquido, o gás era introduzido ao sistema a um fluxo de $0,29 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$. Neste momento, a esfera começava a afundar, e o fluxo de líquido era ajustado até reequilibrar novamente a esfera no sistema.

A modelagem dos autores primeiro considera que, quando a esfera está em equilíbrio e somente água passa pela partícula, as forças de gravidade e arraste se equilibram, e a equação (2.53) se reduz a:

$$\frac{C_D}{2} \cdot \pi \cdot R_p^2 \cdot \rho \cdot U_L^2 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R_p^3 \cdot (\rho_p - \rho_L) \cdot g \quad (2.54)$$

Vale salientar que a equação (2.54) é obtida a partir do equilíbrio entre as forças gravitacional, de arraste e de empuxo. Sendo os demais parâmetros conhecidos, C_D pode ser calculado pela equação (2.54). Quando a esfera encontra-se no sistema líquido-gás, a equação (2.54) pode ser escrita como:

$$\frac{C_D}{2} \cdot \pi \cdot R_p^2 \cdot \rho_m \cdot U_m^2 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R_p^3 \cdot (\rho_p - \rho_m) \cdot g \quad (2.55)$$

Aqui, o subscrito m denota mistura, e U_m representa a velocidade líquida média, dada por:

$$U_m = U_{ol} + U_{og} \quad (2.56)$$

U_{ol} e U_{og} são, respectivamente, as velocidades superficiais de líquido e gás. ρ_m é a densidade da mistura, e é definida por:

$$\rho_m = \alpha \cdot \rho_g + (1 - \alpha) \cdot \rho_L \quad (2.57)$$

A fração volumétrica do gás presente na coluna, representada por α , foi estimada pelas expressões apresentadas a seguir. A primeira considera a ausência de diferença de velocidade de ascensão entre as fases líquida e gás (*non-slip*):

$$\alpha = \frac{U_{og}}{U_{ol} + U_{og}} \quad (2.58)$$

A segunda leva em conta a de diferença de velocidade de ascensão entre as fases líquida e gás (*slip*):

$$\alpha = \frac{U_{og}}{U_{ol} + U_{og} + U_B} \quad (2.59)$$

U_B é a velocidade de ascensão de uma única bolha de 5 mm de diâmetro por um líquido estacionário, onde $U_B \cong 0,12$ m/s (Clift *et al.*, 1978).

A conclusão do trabalho é de que em um sistema gás-líquido, a presença de gás na forma de bolhas provoca uma redução significativa no coeficiente de arraste para a esfera e, conseqüentemente, um aumento na velocidade terminal, se comparado com o coeficiente em líquidos homogêneos. Há ainda a observação da necessidade de experimentos em uma faixa mais ampla de condições experimentais.

2.7.4 Cui *et al.* (2003)

Apesar do objetivo principal não ter sido o estudo direto de velocidade terminal de partículas, Cui *et al.* (2003) utilizaram um sistema gás-líquido, com água como fase contínua e dióxido de carbono como bolhas dispersas, com queda de uma única partícula sólida para estudar a redução dos efeitos de arraste por microbolhas sobre a velocidade terminal de sedimentação de partículas esféricas. Os experimentos foram realizados para delinear os efeitos em termos de variações de coeficiente de arraste na partícula em queda.

Os experimentos utilizaram partículas esféricas com diâmetros entre 1,6 e 5,0 cm e densidades entre 2,25 e 2,87 g/cm³, água como meio líquido e uma coluna de 20 cm de diâmetro interno e 2 m de altura. O estudo cobre uma faixa de Reynolds entre 10.000 e 70.000. A velocidade de sedimentação da partícula é medida numa faixa entre 140 e 165 cm de distância do ponto de partida da partícula. Essas medidas encontram-se além da faixa de aceleração da mesma, cobrindo um estado estacionário da velocidade de queda.

A queda das esferas foi analisada com e sem a presença de microbolhas. As microbolhas foram geradas colocando uma camada de pó Alka-Seltzer® na superfície das partículas com o uso de cola. O tamanho do pó é de aproximadamente 20 µm. O pó entra em contato com a água, e imediatamente o ácido cítrico e bicarbonato de sódio presentes sofrem uma reação de neutralização, gerando instantaneamente micro bolhas entre 100 e 300 µm de diâmetro. As medidas mostram que o efeito da fina camada de pó é desprezível em relação ao diâmetro e densidade, portanto qualquer diferença na velocidade de sedimentação da partícula é devido às microbolhas.

Os resultados mostram que, com a exceção da partícula de menor diâmetro (1,6 cm e densidade de 2,25 g/cm³), as partículas sedimentam mais rapidamente com a presença das microbolhas, se comparados ao meio líquido. Através de análise por vídeo, pôde-se observar para partículas de 1,6 cm que as microbolhas geradas na superfície não se desprendem rapidamente com o efeito cisalhante do líquido. Isto resulta numa menor densidade aparente. Com a redução do efeito da densidade aparente, o arraste devido à camada turbulenta das microbolhas gera uma velocidade de sedimentação um pouco menor, em comparação à partícula sem a camada do pó.

A partícula normal em queda produz um grande rastro com a conseqüente quebra do mesmo. Quando as microbolhas são introduzidas no sistema, a turbulência no rastro pode ser suprimida, gerando uma redução no consumo de energia no processo de sedimentação. Além disso, as microbolhas promovem a transição da camada limite laminar para a turbulenta, atrasando a separação da camada e gerando um rastro menor. Com a redução do tamanho do rastro turbulento e a extensão da turbulência no rastro, o arraste na partícula diminui. O coeficiente de arraste pode ser definido por:

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2} \cdot \rho_L \cdot U_i^2 \cdot A} \quad (2.60)$$

$$F_D = (\rho_p - \rho_L) \cdot g \cdot V \quad (2.61)$$

onde A é a seção transversal da partícula e V é o volume da mesma.

Foi observado que para uma faixa de número de Reynolds entre 20.000 e 70.000 há uma redução significativa de C_D devido ao efeito das microbolhas. Nesta faixa de Re , a redução em C_D fica em torno de 85% em relação ao coeficiente de arraste da partícula sem a presença das microbolhas, e a relação entre os dois coeficientes pode ser aproximada por:

$$\frac{C_{D \text{ com micro-bolhas}}}{C_{D \text{ sem micro-bolhas}}} = 0,85 \quad (2.62)$$

2.7.5 Jenny *et al.* (2004)

O trabalho apresentado por Jenny *et al.* (2004) investiga a instabilidade e transição do movimento de esferas sólidas, estando estas em queda ou ascensão em fluido Newtoniano, e indicam que o fenômeno é governado pelo número de Galileu (G) e pela razão entre as densidades da esfera e do meio fluido que a circunda (ρ_s/ρ_L), e mostram que a análise destes parâmetros em conjunto permite que o comportamento da esfera seja classificado em regiões com comportamentos distintos das trajetórias da esfera em movimento.

Os autores analisaram numericamente a instabilidade e transição do fluxo ao redor de esferas tanto em ascensão quanto em queda em um fluido infinito. O sistema foi caracterizado pelo número de Galileu e pela razão entre as densidades da esfera e do meio fluido que a circunda. De forma resumida, o trabalho considera que cada condição testada apresenta uma característica particular que é típica de certas regiões de G e ρ_s/ρ_L , e as divide em regiões. Para valores de G menores ou iguais a 156 as esferas ascendem ou sedimentam em uma linha reta e vertical devido ao fluxo assimétrico ao redor das mesmas. O fluxo assimétrico torna-se instável em valores de G que dependem muito pouco de ρ_s/ρ_L , chamados valores críticos. Em valores mais altos que o primeiro valor crítico a esfera se move em velocidade constante em um caminho reto, porém oblíquo, e o fluxo ao redor das esferas é estável e planar - simétrico. No segundo valor crítico de G , que depende fortemente do valor de ρ_s/ρ_L , o rastro da esfera passa a apresentar ondulações, e a trajetória é parte do tempo oblíqua e retilínea, com eventuais oscilações em um

plano fixo nesta trajetória oblíqua, comportamento este que se estende por uma larga faixa de G . Esferas mais leves que o fluido, ou seja, com ρ_s/ρ_L menor que 0,5, tendem a sustentar este comportamento em uma faixa estreita de G , e quando G é maior que 175 as esferas ascendem em uma trajetória em ziguezague. A trajetória em ziguezague não foi observada em esferas com densidades maiores que o fluido circundante; para estas esferas a trajetória passa a ser caótica (G maior ou igual a 150). O movimento caótico também está presente para esferas com densidade menor que o meio fluido.

2.7.6 Veldhuis e Biesheuvel (2007)

O trabalho de Veldhuis e Biesheuvel (2007) apresenta uma investigação experimental cujo objetivo é verificar algumas das conclusões apresentadas por uma análise numérica feita por Jenny *et al.* (2004) a respeito da instabilidade e transição do movimento de esferas sólidas, estando estas em queda ou ascensão em um fluido newtoniano.

Os autores partem da caracterização dos rastros das esferas, pois os rastros variam com o número de Reynolds, sendo que o aumento deste provoca deformações no rastro até formar uma estrutura irregular.

Veldhuis e Biesheuvel (2007) observaram fenômenos que se encontram de acordo com a análise de Jenny *et al.* (2004). Primeiramente, uma bolha em trajetória caótica difere do comportamento de esferas sólidas, que em situação análoga ascendem ou sedimentam em uma trajetória retilínea e não vertical. Com poucas exceções, o mapeamento das características do movimento das esferas em função de G e ρ_s/ρ_L está de acordo com os experimentos realizados.

Em contraste ao reportado por Jenny *et al.* (2004), Veldhuis e Biesheuvel (2007) observaram que o rastro de uma bolha em trajetória caótica consiste de dois vórtices, com rotações em sentidos opostos, formando uma estrutura bifurcada. Outra discrepância foi a ausência de uma trajetória em ziguezague para esferas ocas de polietileno de alta densidade onde as condições de G e ρ_s/ρ_L permitiam que as esferas apresentassem este comportamento ao invés do caótico, porém este resultado pode ser justificado pela falta de simetria na distribuição de densidade da

partícula, pois segundo Jenny *et al.* (2004) o menor desvio entre os centros de volume e massa das esferas acaba por destruir o regime zigzague e permitir a presença do regime caótico.

2.8 ANÁLISE DOS MODELOS APRESENTADOS

Analisando cada artigo, podem-se encontrar muitos tópicos que ainda precisam ser explorados. Mazumdar e Guthrie (1986) observaram o aumento da velocidade terminal com a presença de bolhas para esferas de 25 mm de densidade relativa de 1,03, se comparada a sua velocidade no meio líquido sem bolhas. Já Jean e Fan (1987) observaram o contrário, presenciando uma leve diminuição na velocidade terminal, e que quanto maior a velocidade do gás menor é a velocidade terminal da partícula, para esferas entre 330 μm e 6 mm de diâmetro e densidades entre 2,2 e 2,876 g/cm^3 . Em estudo de velocidade de sedimentação em leitos trifásicos, Smuk *et al.* (1990) obtiveram resultados semelhantes a Jean e Fan (1987) para partículas com diâmetro entre 512 e 1410 μm e densidade entre 1350 e 8900 kg/m^3 .

Cui *et al.* (2003) observaram, para esferas de 1,6cm, o exposto por Jean e Fan (1987), enquanto que para esferas entre 2,5 e 5,0 cm as observações assemelham-se às de Mazumdar e Guthrie (1986). As densidades das partículas estão entre 2,25 e 2,87 g/cm^3 . Ainda vale mencionar que no trabalho de Jean e Fan (1987), para partículas iguais ou menores a 460 μm , a velocidade terminal tende a permanecer constante com o aumento da velocidade superficial do gás. Smuk *et al.* (1990) observaram o mesmo fenômeno para partículas de diâmetro médio de 725 μm e densidade de 2520 kg/m^3 .

Um outro detalhe relevante é que não só os objetivos principais de cada estudo são distintos, mas também o método como os mesmos foram conduzidos, gerando procedimentos experimentais muito distintos para objetivos semelhantes.

2.8.1 Propriedades da fase líquida – U_L

Dos artigos apresentados anteriormente, nenhum mostrou em maiores detalhes o que foi considerado para o cálculo das velocidades superficiais do líquido e gás. Estes valores são dependentes da fração de cada fluido na coluna, que por sua vez podem ser medidos experimentalmente ou a partir de alguma correlação disponível em literatura, como a apresentada por Jean e Fan (1987).

Mazumdar e Guthrie (1986) observaram fenômenos contrários aos expostos por Jean e Fan (1987) pelo uso de condições experimentais distintas; os autores observaram que, após estabilizar a esfera em estudo no meio líquido, a partícula começava a afundar quando em presença da fase gasosa, mostrando o aumento da velocidade terminal, pois o fluxo de líquido (consequentemente a velocidade superficial) precisava aumentar para estabelecer novamente o equilíbrio. O trabalho de Cui *et al.* (2003) parece indicar em quais faixas de diâmetros de partícula pode-se observar o exposto por cada grupo de autores, como o aumento da velocidade terminal em partícula da maior diâmetro, como exposto por Mazumdar e Guthrie (1986), e diminuição da velocidade terminal em partícula de menor diâmetro, reportado por Jean e Fan (1987) e Smuk *et al.* (1990).

Jean e Fan (1987) observaram experimentalmente que a velocidade terminal para partículas maiores que $460\mu\text{m}$ em geral diminui com o aumento da velocidade superficial do gás. Para partículas menores que $460\mu\text{m}$, a velocidade terminal tende a permanecer constante. Vale salientar que para partículas de $460\mu\text{m}$ a velocidade terminal mostrou uma tendência levemente decrescente no geral, enquanto que para partículas de $330\mu\text{m}$ a tendência foi levemente crescente, conforme mostra a FIGURA 2.6.

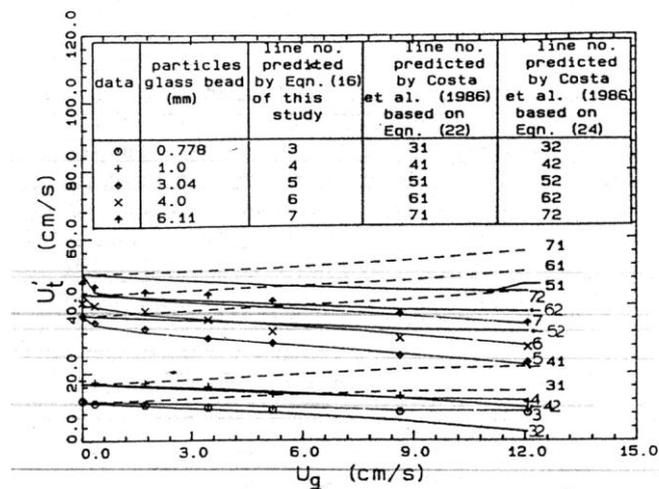


FIGURA 2.6 – Efeitos da velocidade do gás na velocidade terminal de partículas em meio gás-líquido para diâmetros maiores que 460 μm . FONTE: Jean e Fan (1987)

Em estudo de velocidade de sedimentação em leitos trifásicos, Smuk *et al.* (1990) obtiveram resultados semelhantes a Jean e Fan (1987). Usando uma quantidade pequena de partículas, de forma que a interação entre as mesmas fosse minimizada, os autores observaram que a velocidade de sedimentação possuía uma tendência levemente decrescente no geral. No artigo concluíram o contrário de outros autores que realizaram experimentos semelhantes, onde a velocidade de sedimentação estimada em meio trifásico era maior que a das partículas em meio líquido. Neste estudo, a velocidade de sedimentação em meio trifásico é muito próxima (porém menor) à das partículas em meio líquido. A areia de Ottawa, com diâmetro médio de 725 μm e densidade de 2520 kg/m^3 apresentou a mesma tendência constante, seguida de leve queda na velocidade terminal.

Jean e Fan (1987) consideraram que a velocidade linear do líquido seria a velocidade terminal da partícula num meio líquido/gás. Quando esta consideração é comparada com o modelo de Costa *et al.* (1986), vemos que o trabalho dos mesmos considera a velocidade terminal da partícula num meio líquido-gás como sendo a soma das velocidades do gás e líquido nas condições terminais:

$$V_{\infty} = U_L + U_g \quad (2.63)$$

Com a consideração expressa na equação (2.51) o cálculo da velocidade terminal pela equação (2.50) segue a mesma tendência dos resultados experimentais de Jean e Fan (1987), onde a velocidade terminal decresce com o aumento de U_g . Porém, quando se resolve adotar $U_L = U_t'$, conforme Jean e Fan (1987), e passando a considerar a velocidade terminal como sendo:

$$U_t' = V_\infty - U_g \quad (2.64)$$

a tendência dos dados calculados pela equação (2.52) passa a ser contrária (velocidade terminal cresce com o aumento de U_g).

2.8.2 Propriedades da fase líquida – C_{DL}

Como não foi posta uma restrição para número de Reynolds para a equação (2.42), supõe-se que se pode usar qualquer modelo para cálculo de C_{DL} , contanto que o mesmo abranja a faixa do sistema que esteja sendo estudado.

Jean e Fan (1987) observaram que, quanto maior a velocidade do gás, menor a velocidade terminal da partícula. Isto pode indicar que C_{DL} tende a aumentar, mas há também outros parâmetros, como C_{DW} , que influenciam nos resultados.

Mazumdar e Guthrie (1986) trabalharam com esferas (de madeira) grandes e leves (diâmetro de 25 mm e gravidade específica 1,03), ao passo que os demais autores analisaram esferas menores e mais densas (diâmetro máximo de 5,0 cm e densidade a partir de 1350 kg/m^3). Os resultados mostram que há um decréscimo no valor do coeficiente de arraste na presença das bolhas se comparados com a partícula no meio líquido. Cui *et al.* (2003) chegam a resultados semelhantes, reportando um decréscimo em 15% do coeficiente de arraste com micro bolhas se comparado com o meio líquido.

2.8.3 Propriedades da fase gasosa – regime de bolhas

Mazumdar e Guthrie (1986) não citam o regime de bolhas nos quais os experimentos foram conduzidos. Já no artigo de Jean e Fan (1987), a região de teste cobre do regime homogêneo ao heterogêneo. Smuk *et al.* (1990) optaram pelo regime disperso para evitar interferências que um regime de bolhas mais complexo poderia apresentar na análise da velocidade terminal das partículas. Para Cui *et al.*, a presença de micro bolhas sugere regime homogêneo.

As análises e modelos apresentados não evidenciam uma relação visível da velocidade terminal como o regime de ascensão de bolhas. O trabalho de Jean e Fan (1987) sugere que não há influência significativa entre os regimes, pois não se observa uma distinção na tendência dos resultados de velocidade terminal que mostre a transição entre regimes.

2.8.4 Propriedades da fração volumétrica de gás

No trabalho de Jean e Fan (1987), são apresentadas para ε_g duas correlações empíricas desenvolvidas pelos autores. O livro de Fan (1989) apresenta estas correlações com parâmetros modificados devido às unidades utilizadas para os diversos elementos apresentados na modelagem da velocidade terminal em cada trabalho. Tanto para o cálculo de ε_g quanto para C_{DW} , Fan (1989) cita que as correlações são desenvolvidas para unidades SI, que serão utilizadas no presente trabalho devido às unidades para as quais foram obtidas. ε_g é representado no artigo pelas equações (2.43) e (2.44), e no livro por:

$$\varepsilon_g = 0,1552 \cdot U_g^{0,988} \cdot (-0,0221 \cdot U_L^2 - 56,4 \cdot U_L + 28,821) \quad (2.65)$$

para:

$$\begin{cases} 0 < U_g \leq 5,19 \text{ cm/s} \\ 3,27 \text{ cm/s} \leq U_L \leq 32,18 \text{ cm/s} \end{cases}$$

e:

$$\varepsilon_g = \frac{1,404 \cdot U_g^{0,34}}{\exp(-0,248 \cdot R) + \exp(0,243 \cdot R)} \quad (2.66)$$

para:

$$\begin{cases} 8,63 \text{ cm/s} \leq U_g \leq 12,08 \text{ cm/s} \\ 3,27 \text{ cm/s} \leq U_L \leq 32,18 \text{ cm/s} \end{cases}$$

onde R pode ser expresso pela equação (2.45) no artigo e no livro por:

$$R = \frac{5,058 \cdot U_L}{U_g^{0,648}} - 2,03 \quad (2.67)$$

Como essas correlações provêm dos mesmos autores, o ideal seria obter outra correlação para comparar as duas formas com uma terceira equação, ou então comparar com valores experimentais. No caso há pelo menos duas outras equações e dados experimentais para comparação.

A fração de gás na coluna pode ser obtida experimentalmente, ou também pode ser calculada por correlações empíricas. No presente trabalho ε_g será obtido experimentalmente e comparado com as correlações apresentadas por Jean e Fan (1987), que compreende as equações (2.65) e (2.66), e as equações apresentadas abaixo:

a) Hughmark (1967):

$$\varepsilon_g = \left[2 + \frac{0,35}{U_g} \cdot \left(\frac{\rho_L \cdot \sigma}{72} \right)^{1/3} \right]^{-1} \quad (2.68)$$

b) Muroyama (1976):

$$\varepsilon_g = 0,3405 \cdot U_g^{2/3} \cdot U_L^{-0,2} \quad (2.69)$$

A equação de Hughmark (1967) pode ser encontrada nos trabalhos de Shimizu *et al.* (2000) e Kantarci *et al.* (2005). A equação de Muroyama (1976) vale para regime de bolhas coalescido, e:

$$\begin{cases} d_p = 0,215 \text{ a } 6,9 \text{ mm} \\ \rho_s = 2,475 \text{ a } 3,96 \text{ g/cm}^3 \end{cases}$$

2.8.5 Propriedades de C_{DW}

C_{DW} é correlacionado por uma equação empírica obtida por Jean e Fan (1987), representada pela equação (2.48), porém os autores não forneceram a faixa de aplicação. Nesta equação, o número de Reynolds é calculado pela equação (2.49) para condições terminais, considerando as propriedades do líquido, uma vez que o rastro é constituído essencialmente do mesmo. Como não ficam claras as condições de uso da equação, também haveria a necessidade de obter outra correlação para comparação, ou então comparar com valores experimentais. Infelizmente, não foram encontrados outros estudos na literatura.

Fan (1989) traz as mesmas faixas de uso que as equações (2.43) e (2.65) para a equação (2.48).

2.9 OBJETIVOS

A literatura apresenta algumas lacunas no estudo da velocidade terminal de uma partícula sólida na presença de mais de um meio fluido. Além de poucos modelos específicos para tais sistemas, há uma aparente discordância quanto à influência da fase gasosa sobre a velocidade da partícula, se comparado com sua

velocidade terminal em meio líquido. Alguns estudos apresentam um acréscimo, enquanto que outros uma diminuição da velocidade terminal, mas em nenhum momento há uma análise mais detalhada do por que há essa diferença nos resultados. Alguns fatores que prejudicam esta análise são a falta de estudo em algumas faixas de diâmetro de partículas, a diferença entre os métodos experimentais, a falta de informações como a faixa de número de Reynolds onde os experimentos foram realizados e a análise da trajetória das partículas com a presença de mais de uma fase fluida.

Baseado nas lacunas apresentadas pela literatura, o objetivo do presente trabalho é estudar a velocidade terminal de partículas sólidas e esféricas em leito líquido-gás, ou coluna de bolhas, sendo o líquido a fase contínua, e o gás a fase dispersa, com especial ênfase na influência da velocidade superficial de cada fase sobre a trajetória e velocidade terminal da partícula, e a comparação entre os resultados obtidos experimentalmente em relação aos calculados usando os principais modelos de literatura para sistemas trifásicos. Uma das metas é fornecer uma base para o desenvolvimento e aprimoramento de modelos mais apropriados para a representação de tais sistemas, pois os modelos existentes para sistemas trifásicos consideram a velocidade terminal das partículas sólidas em relação apenas à fase líquida presente, representando a influência da fase gasosa e outras características do sistema através de parâmetros experimentais ou fatores de segurança, como por exemplo o trabalho de Costa *et al.* (1986).

Dos modelos existentes para sistemas trifásicos caracterizados por coluna de bolhas, serão avaliados os modelos de Mazumdar e Guthrie (1986), Costa *et al.* (1986), e Jean e Fan (1987). Estes serão confrontados com resultados obtidos experimentalmente.

3 MATERIAIS E MÉTODOS

O sistema para avaliação experimental é composto por uma coluna acrílica de 60,96 mm de diâmetro interno e altura do tubo acrílico de 3,31 m. A saída de líquido está a 317,0 cm acima do topo da base da coluna, como mostra a FIGURA 3.1.

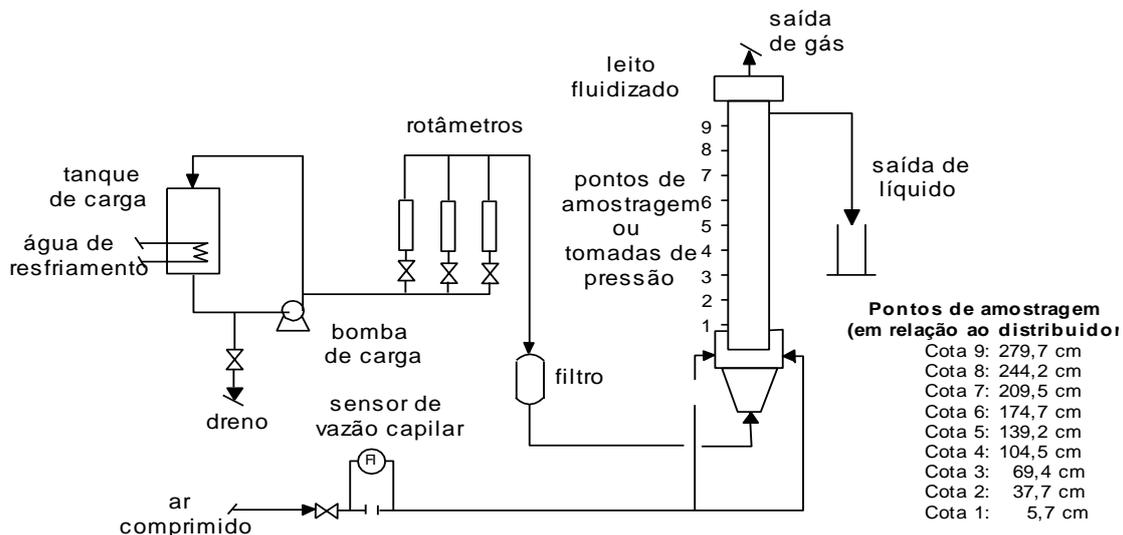


FIGURA 3.1 – Esquema da coluna de bolhas. FONTE: Knesebeck (2003).

A alimentação de ar provém de um compressor, sendo controlada por uma válvula filtro/reguladora de pressão da Helix Instrumentos Ltda (São Paulo/Brasil), com faixa de operação de 0 a 30 psi, e que mantém uma pressão de 1,3 kgf/cm² na saída, medida por um medidor de pressão da Recro[®] Indústria Brasileira, com menor divisão de 0,1 kgf/cm² e faixa de leitura de 0 a 100 kgf/cm². Para a medida de vazão do gás utiliza-se um medidor de restrição adaptado a uma coluna de água, com precisão de 1mm. O ar entra na coluna na forma de bolhas em regime coalescido através de um difusor. O fluxo de bolhas ocorre em pulsos, e a parte central de cada pulso contém bolhas em maior quantidade e de maior volume.

O difusor é composto por uma placa metálica com 20 furos igualmente espaçados, pelo qual o ar é introduzido na coluna. A entrada de ar é feita através de duas tubulações simétricas com mesma origem e cujas faces são alinhadas em sentidos opostos e mesma direção, sendo estas inseridas em entradas localizadas na base plástica abaixo do tubo acrílico. A entrada de líquido é feita por uma entrada logo acima do difusor.

3.1 DESCRIÇÃO DOS SÓLIDOS

Os sólidos utilizados são esferas plásticas vazadas, e apresentam um cilindro oco de pequeno diâmetro que atravessa um eixo central. Para variação da densidade das esferas, foram inseridas esferas de chumbo de forma a aumentar a sua densidade. As extremidades do cilindro oco foram cobertas por resina marca Durepoxi. Foram escolhidos cinco diâmetros distintos, conforme mostra a FIGURA 3.2.



FIGURA 3.2 – Foto de cinco das esferas utilizadas. FONTE: O autor (2010).

Para cada diâmetro, foram separadas três esferas (numeradas de 1 a 3), sendo uma sem esferas de chumbo (representada por 1), uma parcialmente preenchida e uma completamente preenchida por esferas de chumbo (representada por 3). A nomenclatura de cada esfera é representada por x-y, onde x é o número atribuído à esfera em função do diâmetro: 1 denomina a esfera de menor diâmetro e 5 denomina a esfera de maior diâmetro; y corresponde à densidade das partículas. As densidades e diâmetros de cada partícula podem ser observados na TABELA 3.1.

TABELA 3.1 – Diâmetro, massa, densidade e razão entre diâmetros das esferas e diâmetro da coluna analisadas.

	d_p (mm)	u (mm)	m_p (g)	u (g)	ρ_p (kg/m ³)	u (kg/m ³)	λ (-)	u (-)
1-1	7,70	± 0,10	0,314	± 0,00058	1315	± 70,66	0,13	± 1,70E-03
1-2	7,68	± 0,11	0,338		1425	± 83,79	0,13	± 1,85E-03
1-3	7,63	± 0,09	0,359		1546	± 71,56	0,13	± 1,45E-03
2-1	11,80	± 0,09	0,919		1069	± 31,11	0,19	± 1,41E-03
2-2	11,70	± 0,09	0,955		1138	± 35,00	0,19	± 1,47E-03
2-3	11,76	± 0,06	1,046		1228	± 26,65	0,19	± 1,05E-03
3-1	13,84	± 0,03	1,475		1063	± 9,05	0,23	± 4,85E-04
3-2	13,91	± 0,09	1,555		1103	± 29,14	0,23	± 1,51E-03
3-3	13,76	± 0,03	1,694		1243	± 11,67	0,23	± 5,32E-04
4-1	15,58	± 0,04	2,145		1083	± 12,37	0,26	± 7,31E-04
4-2	15,67	± 0,08	2,324		1154	± 22,17	0,26	± 1,24E-03
4-3	15,81	± 0,09	2,512		1214	± 27,59	0,26	± 1,47E-03
5-1	21,91	± 0,11	6,495		1179	± 24,34	0,36	± 1,86E-03
5-2	22,14	± 0,08	6,743		1187	± 17,61	0,36	± 1,35E-03
5-3	21,79	± 0,16	6,834		1261	± 38,04	0,36	± 2,70E-03

FONTE: O autor (2010)

O cálculo dos desvios padrões será apresentado na seção 4. Os diâmetros das esferas foram obtidos utilizando um paquímetro digital da LEE Tools, com capacidade para medida de 150 mm e menor divisão de 0,01 mm. Para cada esfera foram realizadas três medidas do diâmetro, seguindo as posições dos três conjuntos de faces paralelas de um cubo, devido à esfericidade das partículas. Os resultados encontram-se listados no ANEXO 1.

A massa de cada esfera foi medida usando uma balança digital do fabricante Marte[®], modelo AL 500, com carga máxima de 500g e menor divisão de 0,001g.

A densidade de cada partícula foi obtida pela razão entre a massa e o volume de cada esfera. O volume foi calculado a partir da medida do diâmetro da esfera.

3.2 FRAÇÃO DE GÁS NO LEITO

Para determinar do volume ocupado pelo gás quando ambos os fluidos estão presentes na coluna, independentemente do fluxo da água, o sistema é colocado em operação com vazões fixas de gás em uma quantidade fixa de líquido (nível fixo de água no topo da coluna), aguardando um período de 10 minutos. A alimentação de gás (e de líquido, quando aplicável) é então subitamente interrompida, e então se aguardam mais 10 minutos para enfim calcular-se o volume a partir da diferença entre o nível inicial de líquido puro e o nível após a saída de todas as bolhas de ar. A fração é obtida dividindo-se o volume ocupado pelo gás pelo volume total do sistema, considerando que o gás está distribuído homogeneamente na coluna. Assume-se que o volume de gás distribuído ao longo da coluna não varia com o tempo ou mesmo a altura da coluna.

A fração volumétrica de gás no leito pode então ser obtida pela razão entre o volume ocupado pelo gás na coluna e o volume total ocupado por ambas as fases. O volume total ocupado por ambas as fases é obtido a partir da área da coluna e a altura total entre a base da coluna e o nível superior visível da fase líquida. O volume ocupado pelo gás na coluna é obtido pela diferença entre o volume total ocupado por ambas as fases e o volume ocupado pela fase líquida após a interrupção do fluxo de ar e descanso do sistema por um período de dez minutos. Os níveis da fase líquida foram medidos com trena de metal, com menor divisão de 1 mm.

3.3 OBTENÇÃO DA VELOCIDADE TERMINAL EXPERIMENTAL

Cada esfera é introduzida na coluna pelo topo através de uma pinça com extremidades de plástico, centralizada radialmente. As esferas são soltas repentinamente, no nível do líquido. O método evita que a esfera colida com força com a superfície da água, pois a colisão altera a aceleração de entrada e a trajetória das partículas.

A velocidade terminal experimental é obtida pela medida do tempo levado para uma partícula percorrer uma faixa de 174,8 cm, partindo de um ponto fixo na parte superior da coluna (250,3 cm acima do topo da base) e chegando a outro na

parte inferior (75,5 cm acima do topo da base). Entre a marca superior e o nível do líquido existe uma distância de 66,7 cm, suficiente para a aceleração da esfera, enquanto que o espaço na parte inferior tem o propósito de permitir que o regime de bolhas estabilize após a saída pelo difusor. Os pontos fixos foram delimitados por fios. A medida do tempo iniciava e posteriormente encerrava quando o centro da esfera alinhava-se horizontalmente com cada ponto fixo e o campo de visão do observador. Para melhor visualização foram utilizados fios de pequeno diâmetro e coloração opaca e distinta da parede da coluna.

Usa-se para medida do tempo de queda entre os pontos de referência um cronômetro digital (marca Kenko[®], modelo KK-2808) e menor divisão de 1 centissegundo. O tempo começa a ser medido a partir do instante em que o centro da esfera alinha-se com a referência superior e finaliza quando o centro da partícula alinha-se com a referência inferior. A velocidade terminal é então obtida pela razão da distância percorrida e o tempo levado para a partícula percorrê-la.

As velocidades terminais são obtidas para meio líquido estático, meio líquido estático com presença de bolhas em ascensão, e meio líquido e bolhas em ascensão. Para as fases em movimento, são utilizadas as vazões de água e ar apresentadas na TABELA 3.2.

TABELA 3.2 – Fluxo de cada fase fluida. Re calculado para o fluxo do fluido em relação à parede da coluna.

	Legenda	Vazão (m ³ /h)	Velocidade superficial (m/s)	Re (-)	Regime
Ar	g0	0,00	0,00	--	--
	g1	$6,18 \times 10^{-2}$	$1,47 \times 10^{-3}$	--	--
	g2	$8,64 \times 10^{-2}$	$2,05 \times 10^{-3}$	--	--
Água	l0	0,00	0,00	--	--
	l1	$2,04 \times 10^{-1}$ a $2,19 \times 10^{-1}$	$1,94 \times 10^{-2}$ a $2,08 \times 10^{-2}$	1185 a 1305	laminar
	l2	$3,43 \times 10^{-1}$ a $3,63 \times 10^{-1}$	$3,27 \times 10^{-2}$ a $3,45 \times 10^{-2}$	2000 a 2210	laminar a transiente

FONTE: O autor (2010)

A curva de calibração para determinação das vazões de gás encontra-se no ANEXO 2. Os desvios das medidas apresentadas na TABELA 3.2 serão apresentados na seção 4.

As vazões de líquido foram obtidas através da medida da massa de água acumulada em um recipiente num determinado espaço de tempo. Foram utilizados uma balança digital de chão marca Digitron[®] Universal Line (UL-100), capacidade entre 0,4 e 100 kg e menor divisão de 0,02 kg, e o cronômetro digital. A velocidade superficial do líquido é medida através da saída da coluna, onde se mede a massa de água coletada por tempo, e então se converte a medida para volume por tempo.

As vazões de ar foram obtidas através de medidas diretas com um MGU (*Wet Test Meter*), do fabricante Precision Scientific CO. (Chicago, EUA), com precisão de medida de 0,01 L, e o cronômetro digital. Mediu-se o tempo necessário para o ponteiro principal dar uma volta completa, ou seja, o tempo para o MGU marcar uma quantidade de 3 L de ar. A tabela e curva para diferentes vazões encontram-se no ANEXO 2.

Os experimentos estão divididos em conjuntos, devido às condições de fluxo e temperatura em que foram obtidos cada grupo de dados. A temperatura não foi variável controlada, apresentando uma pequena variação conforme o dia do teste. Os conjuntos de experimentos estão organizados como segue:

- a) I0g0 y: líquido estagnado sem a presença de gás, com duplicata;
- b) I0g1 y: líquido estagnado com menor vazão de gás, com duplicata;
- c) I0g2 y: líquido estagnado com maior vazão de gás, com duplicata;
- d) I1g0: líquido ascendente com menor vazão sem a presença de gás;
- e) I1g2: líquido ascendente com menor vazão e maior vazão de gás;
- f) I2g0: líquido ascendente com maior vazão sem a presença de gás;
- g) I2g1: líquido ascendente com maior vazão e menor vazão de gás;
- h) I2g2: líquido ascendente com maior vazão de líquido e gás.

onde y representa a presença de duplicata para uma mesma condição. A primeira duplicata recebe a letra a, a segunda a letra b, e assim sucessivamente. Em cada conjunto são medidas a temperatura ambiente e a temperatura da água presente na coluna, através de termômetro de mercúrio com menor divisão de 0,5°C.

Em cada condição de vazão de água e ar foram medidas as velocidades para cada esfera. Em cada condição, a queda de cada uma das esferas pela coluna é medida em média de quatro a seis vezes, até que todas as esferas possíveis para aquela condição sejam testadas. A cada rodada de testes são medidas a

temperatura ambiente, a pressão ambiente e a temperatura da água presente na coluna.

Para cada conjunto foram medidas as velocidades para cada uma das 15 esferas em sequência. Primeiramente são verificadas a temperatura da água presente na coluna e vazões de cada fase fluida. Em seguida são obtidos os tempos de queda para as 5 esferas menos densas. Logo depois são verificadas novamente as vazões de cada fase fluida. Na sequência são obtidos os tempos de queda para as 5 esferas de densidades intermediárias. Novamente são verificadas as vazões de cada fase fluida. Finalmente são obtidos os tempos de queda para as esferas mais densas. No final são novamente verificados a temperatura da água presente na coluna e as vazões de cada fase fluida.

Cada esfera é lançada no centro da coluna, com o uso de uma pinça, e espera-se que a mesma atinja o fundo da coluna antes de lançar a esfera seguinte. Em cada conjunto de 5 esferas, primeiramente é lançada a esfera 1-y, seguida da 2-y, 3-y, 4-y e por fim a esfera 5-y. No fundo da coluna há um recipiente plástico com uma tela metálica no fundo (para não prejudicar o fluxo de bolhas proveniente do difusor) que comporta as esferas para que as mesmas sejam içadas pelo topo da coluna através de uma linha de *nylon* presa ao recipiente para uma nova rodada de lançamentos. Segue-se esta sequência de lançamentos até completar uma média de seis lançamentos para os sistemas sem fluxo da fase líquida e uma média de quatro lançamentos para os sistemas com fluxo da fase fluida. Como os sistemas com ausência de fluxo de líquido foram os primeiros a serem analisados, os mesmos possuem um maior número de lançamentos, pois notou-se que não havia a necessidade desta quantidade de lançamentos para avaliação dos demais sistemas.

Foram feitas duplicatas de alguns conjuntos para melhor avaliação dos resultados. Entende-se por duplicatas as condições que seguem o mesmo sistema de lançamentos, distâncias percorridas e fluxo da fase gás com relação à condição que se queira comparar. No entanto, como cada conjunto foi avaliado em um dia diferente, e uma vez que a temperatura do meio líquido não é controlada, esta teve uma pequena variação nas duplicatas. Essa variação, que influencia a viscosidade do líquido, foi levada em consideração na análise dos resultados.

Os resultados dos tempos experimentais para a queda de cada esfera encontram-se no ANEXO 3. Um total de 798 pontos são apresentados para os conjuntos em análise.

3.4 PROPRIEDADES DO MEIO LÍQUIDO

A partir da temperatura da fase líquida presente na coluna, medida através de termômetro de mercúrio com precisão de 0,5°C submerso no líquido por 10 minutos, a densidade da água é estimada a partir de valores tabelados. A tabela encontra-se no ANEXO 4.

Para posterior análise do número de Reynolds e demais análises que envolvam as características do meio líquido, a viscosidade da água é estimada a partir da equação apresentada por Reid *et al.* (1987):

$$\ln \mu_L = A + \frac{B}{T} + C \cdot T + D \cdot T^2 \quad (3.2)$$

A viscosidade μ é dada em cP e a temperatura em °C. Para a água, os valores das constantes são respectivamente:

- $A = -2,471 \times 10^1$
- $B = 4,209 \times 10^3$
- $C = 4,527 \times 10^{-2}$
- $D = -3,376 \times 10^{-5}$

As propriedades do meio líquido, bem como a fração volumétrica de gás para cada experimento encontram-se na TABELA 3.3.

TABELA 3.3 – Densidade e viscosidade do meio líquido para cada experimento.

	T_L (°C)	u (°C)	ρ_L (kg/m ³)	μ (kg/m ³)	μ_L (kg/m.s)	ν (kg/m.s)	ε_g (-)	u (-)
I0g0 a	16,0	± 0,29	998,9	--	112×10^{-5}	--	--	--
I0g0 b	15,0		999,1		114×10^{-5}		--	--
I0g0 c	14,0		999,2		117×10^{-5}		--	--
I0g1 a	14,0		999,2		117×10^{-5}		0,0151	± 0,0013
I0g1 b	17,0		998,8		109×10^{-5}		0,0151	± 0,0013
I0g2 a	13,0		999,3		120×10^{-5}		0,0196	± 0,0013
I0g2 b	16,0		998,9		112×10^{-5}		0,0196	± 0,0013
I1g0	21,0		998,0		994×10^{-6}		--	--
I1g2	22,5		997,7		960×10^{-6}		0,0164	± 0,0013
I2g0	23,0		997,5		950×10^{-6}		--	--
I2g1	22,0		997,8		971×10^{-6}		0,0208	± 0,0013
I2g2	21,0		998,0		994×10^{-6}		0,0215	± 0,0013

FONTE: O autor (2010)

Os desvios da tabela de densidades (ANEXO 4) e da equação (3.2) não são fornecidos pelas referências de onde foram extraídos. Os desvios das medidas apresentadas na TABELA 3.3 serão apresentados na seção 4.

4 ANÁLISE EXPERIMENTAL

As variáveis do processo são:

- a) propriedades da fase fluida contínua;
- b) velocidade superficial da fase líquida;
- c) velocidade superficial da fase gás;
- d) densidade da partícula;
- e) diâmetro da partícula.

Os sistemas analisados foram divididos em líquido estagnado, líquido em ascensão, líquido/gás com vazão de líquido igual a zero e líquido/gás com ambas as fases em ascensão. Foram realizadas cerca de 780 determinações experimentais, incluindo duplicatas de algumas condições experimentais. Os valores experimentais das velocidades terminais para cada sistema podem ser encontrados no ANEXO 5.

Para análise das velocidades terminais experimentais uma vez que tem-se tanto o meio líquido estagnado como em movimento, definem-se dois referenciais de velocidade:

- a) velocidade *non-slip*: velocidade terminal da partícula em relação à parede da coluna de bolha;
- b) velocidade *slip*: velocidade terminal da partícula em relação ao meio líquido.

Com o intuito de comparar as velocidades terminais em um mesmo referencial, será utilizada a velocidade *slip*.

Todos os cálculos, tabelas e gráficos apresentados nesta seção, bem como nas demais foram construídos com o auxílio do programa Microsoft® Office Excel® 2007.

4.1 ANÁLISE DA TRAJETÓRIA DAS PARTÍCULAS

De um modo geral, as esferas podem apresentar trajetórias como a retilínea, oblíqua ou espiralada em relação ao eixo vertical central da coluna. A esfera também pode apresentar oscilações, conforme mostra a FIGURA 4.1.

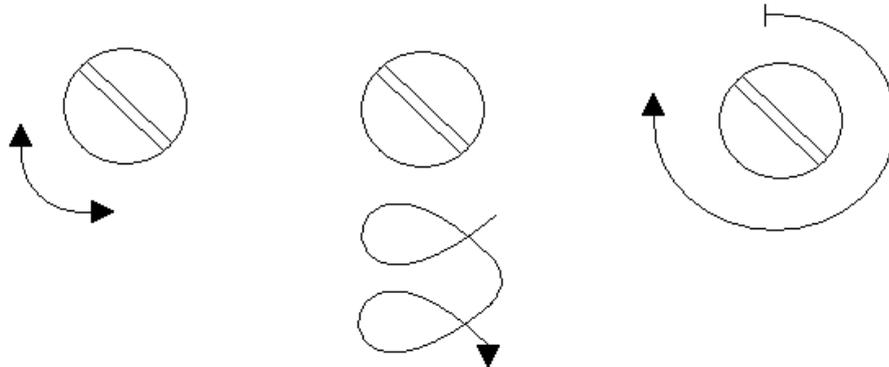


FIGURA 4.1 – Representação de algumas das possíveis oscilações que sofrem as esferas durante a queda (da esquerda para a direita): oscilação parcial ao redor do próprio eixo, queda em trajetória espiralada (helicoidal) e giro. FONTE: O autor (2010).

Em todos os casos onde foi observado giro ao redor de seu próprio eixo, este movimento se deu somente após interagir com obstáculos, como colisões contra linha do equipamento usado para coleta das esferas, bolhas e a parede da coluna. Ou seja, o momento angular da esfera foi obtido apenas através de uma colisão com outra superfície.

Com a exceção das oscilações ao redor do eixo da partícula, que não foram reportadas, os movimentos observados vão de acordo com os descritos por Veldhuis e Biesheuvel (2007) e Jenny *et al.* (2004) para esferas em queda. Vale salientar que os autores mencionados trabalharam com valores do número de Galileu inferiores a 350.

4.1.1 Efeito das velocidades dos fluidos

Na ausência da fase gasosa, as partículas apresentam uma trajetória oscilatória de pequena a média amplitude, com a exceção das esferas 5-y, que são

o conjunto de maior diâmetro de partícula; estas esferas, na ausência da fase gasosa, tendem a assumir uma trajetória com oscilação ampla, provocando a colisão da partícula contra a parede da coluna.

O fato de a esfera colidir contra a parede ou mesmo chegar muito próxima à mesma acaba por retardar sua velocidade média de queda. Esse efeito não é considerado nos modelos de velocidade terminal e nem nos de efeito-parede, mas é considerado nesse trabalho para avaliar a influência do gás. Da mesma forma, nenhuma esfera analisada segue um caminho descendente retilíneo, enquanto que todos os modelos utilizados para o coeficiente de arraste são válidos para esferas em trajetória retilínea (não-oblíqua) e centralizada. A não ser nos casos em que a esfera colida com a parede, não foi observada qualquer rotação ou oscilação de maior amplitude ao redor do seu eixo.

Na presença de fluxo crescente de bolhas e sem o fluxo de líquido as esferas tendem a exibir uma trajetória cada vez mais oscilatória e caótica, que tende a diminuir a velocidade média de queda. As exceções são as esferas maiores (esferas 5), onde se observou que as oscilações das partículas desse diâmetro diminuem com a presença da fase gasosa quando comparadas com o sistema líquido. Como resultado, ocorre um aumento da velocidade média de queda.

Cui *et al.* (2003) observaram tais fenômenos para cinco partículas entre 1,6 e 5,0 cm, sendo que as quatro maiores (entre 2,5 e 5,0 cm) têm um acréscimo na velocidade terminal, enquanto que a de 1,6 cm possui um decréscimo; porém os autores sugeriram que o observado ocorre devido a mudanças no regime de escoamento do rastro. As observações feitas no presente trabalho sugerem uma maior influência na trajetória da partícula e aumento de oscilações com a presença de gás.

Na presença ar como fase dispersa a concentração de bolhas é maior no centro do que nas paredes da coluna. Foi observado que quanto mais próxima do centro da coluna, menor é a velocidade terminal da partícula devido ao maior número de colisões contra as bolhas. A influência da trajetória da partícula em relação ao eixo central da coluna é maior com a presença das bolhas, ou seja, a diferença na frequência das bolhas no sentido radial da coluna em muito influenciam a velocidade da partícula se comparada com o sistema líquido. As exceções encontradas estão nas esferas 5 onde, na ausência da fase dispersa, a colisão com a parede da coluna provoca uma diminuição em sua velocidade. A presença de

bolhas diminui as oscilações e alterações de trajetória das esferas 5-y, e maior torna-se a velocidade terminal se comparado com o meio líquido estacionário.

4.1.2 Efeito da densidade da partícula

Observou-se no meio líquido estagnado sem a presença de gás, que quanto menos densa a esfera, mais ela tende a oscilar, apesar de as esferas 1-y a 4-y não atingirem uma oscilação de média amplitude. Por exemplo, se comparada com a esfera 4-1, as esferas 4-2 e 4-3 (com mesmo diâmetro e maior densidade) possui oscilações de menor amplitude. As esferas 5-y não podem ser avaliadas devido à colisão contra a parede.

O mesmo comportamento é observado para fluxo ascendente de líquido para as esferas 1-y a 4-y. No caso da esfera 4-1, as oscilações são maiores que as esferas 4-2 e 4-3 de forma a apresentar oscilações de média amplitude. A exceção é a esfera 5-3 com maior vazão de líquido, que não mais colide contra a parede e passa a apresentar oscilações de média amplitude.

Na presença de bolhas, à exceção das esferas de menor diâmetro (1-y), que tendem a seguir uma trajetória próxima à parede, e as esferas 5-y, todas as demais tendem a seguir uma trajetória mais restrita à região central da coluna quanto menor a densidade. As esferas mais densas x-3 transitaram mais próximas à parede, enquanto que as menos densas x-1 permaneciam em uma região próxima ao centro da coluna, com maior densidade visual de bolhas. As esferas 5-y tendem a seguir uma trajetória menos oscilatória quanto maior a sua densidade, na presença de bolhas. A presença de fluxo da fase líquida com a presença do gás parece não influenciar neste comportamento.

4.1.3 Efeito do diâmetro da esfera

A esfera 4-1 tende a seguir um caminho espiralado (helicoidal), parecido com uma oscilação de média amplitude (em relação ao diâmetro total da coluna), quando visualizado em 2D.

A tendência das esferas maiores 5-y é a colisão contra a parede e girar sobre o seu próprio eixo, às vezes em contato com a parede (como se estivesse rolando por uma rampa), ou batendo em ziguezague pelo tubo. As esferas 2-3 e 4-3 tendem a descer próximas à parede, de forma a apresentarem em alguns momentos um comportamento similar às esferas 5-y. As esferas 2-1, 3-2 e 4-1 tendem a seguir pelo centro do tubo, enquanto que as demais esferas tendem a seguir mais ou menos próximas às paredes, sem porém colidir com as mesmas.

As esferas 2-2, 3-1 e 3-2 tendem a descer em uma trajetória similar a 4-3 (quase retilínea), enquanto que as demais tendem a ter oscilações moderadas a altas. Entre as esferas mais densas (esferas x-3), quanto maior a esfera maior as oscilações durante a queda.

No sistema líquido, sem a presença de bolhas, apesar da colisão das esferas 5 contra a parede, pode-se sugerir que quanto maior o diâmetro, maior a amplitude das oscilações. Para uma melhor análise, seriam necessárias colunas de maior diâmetro para verificar se as esferas 5 continuariam colidindo contra a parede.

4.1.4 Influência da posição radial

Conforme observado anteriormente, a velocidade terminal da partícula é influenciada pela posição que a trajetória assume em relação à proximidade das paredes, após a esfera ter sido liberada no centro da coluna, e é maior com a presença das bolhas, conforme mostra a FIGURA 4.2.

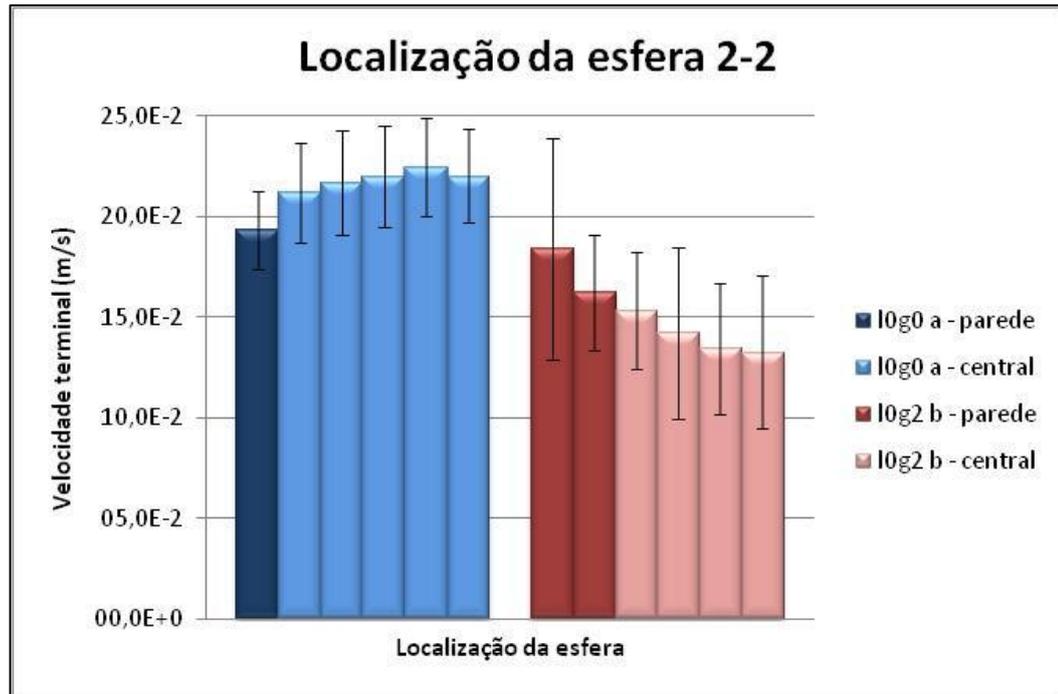


FIGURA 4.2 – Gráfico ilustrativo da influência da posição da partícula sobre a velocidade terminal para os sistemas I0g0 a e I0g2 b. As cores mais escuras indicam que a esfera encontra-se numa região mais próxima à parede da coluna, enquanto que as mais claras indicam uma região mais centralizada. Os pontos são os valores experimentais obtidos em cada ensaio. As barras de erro representam os desvios padrões combinados das amostras. FONTE: O autor (2010).

Os desvios das medidas apresentadas na FIGURA 4.2 serão apresentados adiante.

Nota-se que, contanto que a esfera não colida contra a parede, os efeitos sofridos pela mesma esfera devido a sua posição radial são distintos na presença de gás, se comparado com o meio líquido, com uma pequena influência da proximidade da parede na velocidade terminal em sistemas líquido, e uma influência marcante em sistemas líquido-gás. No meio líquido, a presença da parede tende a tornar a velocidade terminal menor se a mesma percorre uma trajetória centralizada. Como as bolhas tendem a se concentrar na região central, as esferas que percorrem trajetórias centralizadas sofrem uma forte influência das bolhas, enquanto que as esferas próximas à parede encontram menos bolhas como obstáculos.

Vale destacar que, uma vez que as esferas oscilam radialmente (em relação ao eixo central da coluna), a partícula pode passar tanto pelo centro como mais próxima à parede; o tempo em que o trajeto desta passa mais tempo próximo à parede ou ao centro pode influenciar significativamente na medida da velocidade terminal.

O estudo completo foi baseado na queda das partículas próximas ao centro da coluna, minimizando a interferência das paredes. Para isso, foi feita uma análise estatística dos dados, identificando pontos estatisticamente desviantes, que não foram utilizados na análise.

É importante observar que, no caso em que as esferas oscilam radialmente (em relação ao eixo central da coluna), a posição do eixo da oscilação em relação ao centro da coluna influencia significativamente na medida da velocidade terminal.

4.2 ANÁLISE ESTATÍSTICA

A análise estatística foi realizada para cada conjunto individual de pontos, ou seja, cada conjunto de pontos gerado por cada esfera em cada uma das condições descritas anteriormente para os fluidos. Para cada conjunto de pontos são analisadas, onde aplicável, sua incerteza, normalidade e a presença de *outliers*.

4.2.1 Análise da normalidade e presença de *outliers*

Apesar dos métodos formais para detecção de *outliers*, deve-se sempre predominar o bom senso na hora de eliminá-los (Barnett e Lewis, 1995), bem como levar em conta as condições do experimento e quais os efeitos que podem estar gerando os mesmos. Os *outliers* a serem analisados provêm de condições específicas, não relacionadas a erros experimentais (estes já foram previamente eliminados), mas sim devido a condições randômicas do experimento que não podem ser controlados.

O teste de normalidade tem o propósito de avaliar se as amostras coletadas podem ter sido originadas de uma distribuição normal. Outra aplicação para o teste inclui a detecção da presença de *outliers*, pois os mesmos mostram um desvio da normalidade em alguns métodos.

Conforme cita Navidi (2006), não há testes de normalidade que afirmem com cem por cento de certeza que as amostras analisadas sejam de uma distribuição normal. Ao invés disto, os mesmos trabalham com teste de hipóteses. No caso,

escolhem-se duas hipóteses: uma chamada de nula (H_0), que considera as observações como provenientes de uma única distribuição normal, e uma chamada alternativa (H_a), que considera as observações provém de outros tipos de distribuição (como distribuições normais mistas e distribuições não normais). Os resultados do teste de hipótese são dois: H_0 é verdadeiro ou falso (caso falso, adota-se H_a).

Associados a estas hipóteses, podem-se cometer dois erros na escolha da hipótese:

- a) Erro tipo I: quando se rejeita a hipótese nula quando a mesma é verdadeira;
- b) Erro tipo II: quando se falha em rejeitar a hipótese nula quando a mesma é falsa.

Os testes escolhem entre as hipóteses baseado no p-valor e α , onde α é o nível de significância, que deve ser previamente determinado baseado no grau de significância que se deseja ($1 - \alpha$). O p-valor é a medida do quanto a amostra está em desacordo com H_0 , considerando que esta hipótese é verdadeira. Em outras palavras, p-valor mede o quanto H_0 é plausível. Quanto menor o p-valor, menos plausível é H_0 . Se o p-valor é menor que α , a hipótese nula é rejeitada e se aceita a alternativa, e se maior que α a hipótese nula não é rejeitada. A significância adotada para o presente trabalho é 95%.

Com a existência dos erros, deve-se minimizar a possibilidade de cometê-los. O erro tipo I está associado a p-valor e α , uma vez que a análise em que os quais participam considera H_0 como verdadeira. Minimiza-se a chance de cometer o erro tipo I mantendo α razoavelmente pequeno e p-valor maior que α , uma vez que a probabilidade de se cometer o erro tipo I nunca é maior que α .

No caso do erro tipo II, a probabilidade de rejeitar H_0 quando a mesma é falsa é medida pela potência do teste, onde:

$$\text{Potência} = 1 - P(\text{erro tipo II}) \quad (4.1)$$

Mantendo a potência num valor alto, garante-se que a chance de se cometer um erro tipo II é minimizada.

Os testes apresentados a seguir foram implementados através do programa adaptado como suplemento para o Microsoft® Office Excel® chamado XLSTAT da Addinsoft. Os testes de normalidade aplicados pelo XLSTAT somente aceita um número de dados igual ou superior a quatro.

Os testes de normalidade precisam ser escolhidos em função do conhecimento dos dados em análise. No caso do presente trabalho não são conhecidos parâmetros como média e variância reais (representados por μ e σ^2 , respectivamente). Além disso, não há uma alternativa específica levada em consideração na hipótese da alternativa (por exemplo, distribuição gamma ao invés de uma distribuição não-normal qualquer). Este último influencia na análise do erro tipo II, pois a análise de potência é realizada quando há uma alternativa bem definida (por exemplo, analisar a probabilidade de que a média esteja acima de um valor definido em uma distribuição normal). Sendo assim, para o teste de normalidade foram escolhidos os seguintes métodos:

- a) Teste de Shapiro-Wilk: conhecido como teste W , é um teste de regressão indicado para número de observações menor que 50. Este teste é sensível à presença de *outliers*, e geralmente rejeita a hipótese nula se a influência do *outlier* é significativa sobre os dados. Assim pode-se utilizar o método para detectar a presença de *outliers*. O método analisa conjuntos com número de dados igual ou superior a três. Calcula-se um valor W e compara-se com valores críticos tabelados (ver ANEXO 6). Valores de W menores que os tabulados são significativos estatisticamente e deve-se rejeitar a hipótese nula. W é calculado por:

$$W = \frac{\left(\sum_{i=1}^{\lfloor n/2 \rfloor} a_{n,(n-i+1)} \cdot [x_{(n-i+1)} - x_i] \right)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad (4.2)$$

onde:

- n é o número de amostras;
- $[n/2]$ indica a parte inteira de $n/2$;
- $a_{n,j}$ são constantes tabuladas (ver ANEXO 7);
- x_i são os dados analisados.

b) Teste de Anderson-Darling: é um teste quadrático da função de distribuição empírica. Este teste é sensível à presença de *outliers* da mesma forma como o teste W. A expressão do teste é:

$$A^2 = -n - n^{-1} \cdot \sum_{i=1}^n [2i - 1] \cdot [\log(p_i) + \log(1 - p_{(n-i+1)})] \quad (4.3)$$

onde:

- n é o número de amostras;
- p_i é a função de distribuição cumulativa dos dados normalizados:

$$p_i = \Phi\left(\frac{x_i - \bar{x}}{s}\right) \quad (4.4)$$

M. A. Stephens (1974) propôs a seguinte modificação que gera os valores críticos da análise (tabelados no ANEXO 8):

$$A^{2*} = [1,0 + (0,75/n) + (2,25/n^2)] \cdot A^2 \quad (4.5)$$

Valores de A^2 maiores que os críticos são significativos estatisticamente e deve-se rejeitar a hipótese nula.

Na literatura, ambos os métodos são indicados em casos onde se desconhecem *a priori* a distribuição dos dados, por apresentarem uma alta potência para várias das alternativas possíveis, bem como para parâmetros como μ e σ^2 . Os resultados iniciais encontram-se no ANEXO 9.

Como método para localizar os *outliers* específicos, é utilizado o método gráfico *Box-Plot*, por ser um dos poucos métodos de análise de *outliers* múltiplos

resistente a mascaramentos por não utilizar a variância. O *Box-Plot* não apresenta muitos detalhes das amostras, mas fornece uma boa noção da simetria dos dados. O gráfico é dividido em primeiro, segundo e terceiro quartis, sendo que o segundo quartil corresponde à mediana. Os quartis podem ser calculados como segue:

a) primeiro quartil:

$$1Q = 0,25 \cdot (n+1) \quad (4.6)$$

b) segundo quartil (mediana):

$$2Q = 0,50 \cdot (n+1) \quad (4.7)$$

c) terceiro quartil:

$$3Q = 0,75 \cdot (n+1) \quad (4.8)$$

Em todas as expressões, n representa o número de elementos em uma amostra. A diferença entre o terceiro e primeiro quartis é denominado intervalo interquartil. O gráfico possui um limite inferior, e um superior geralmente representado por linhas perpendiculares ao limite do primeiro e terceiro quartis até atingir 1,5 vezes o intervalo interquartil:

$$L1 = 1Q - 1,5 \cdot (3Q - 1Q) \quad (4.9)$$

$$L3 = 3Q + 1,5 \cdot (3Q - 1Q) \quad (4.10)$$

Entre os limites de 1,5 e 3,0 vezes o intervalo interquartil, o dado pode ser considerado como um dado muito grande ou muito pequeno da distribuição normal, ou mesmo um *outlier* pouco significativo. Acima do limite de 3,0 vezes o intervalo interquartil, os dados são considerados *outliers* significativos. A FIGURA 4.3 mostra um exemplo de como é representado o *Box-Plot*.

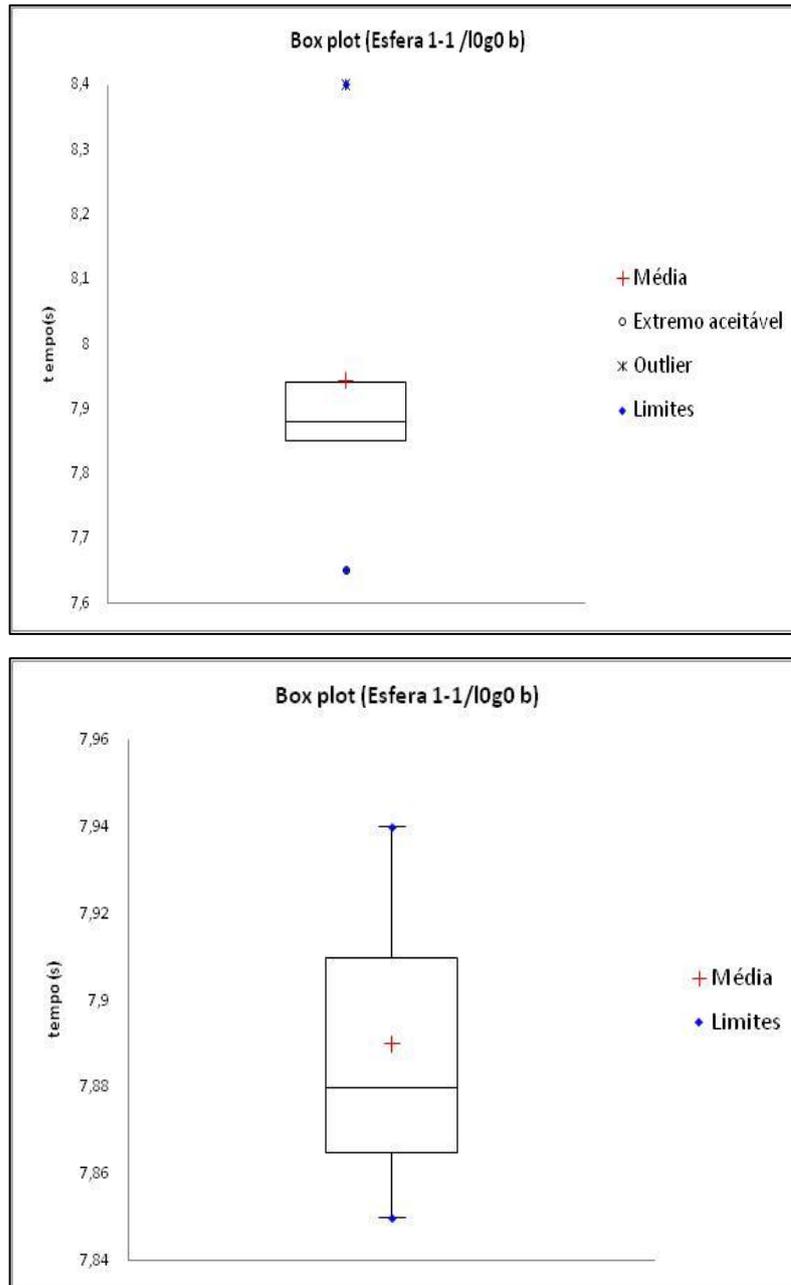


FIGURA 4.3 – Gráficos ilustrando a representação do *Box-Plot*, com a identificação dos *outliers* (esquerda) e o gráfico após a remoção dos dados desviantes (direita). FONTE: O autor (2010).

Após os testes de normalidade e identificação de *outliers*, foram mantidos um total de 646 dos 798 pontos experimentais originais. O resumo da análise estatística encontra-se no ANEXO 10, enquanto o ANEXO 11 apresenta a relação das velocidades terminais mantidas para posterior análise. Além dos testes apresentados, a trajetória predominante da partícula em um conjunto de dados foi um fator relevante para a classificação de pontos como *outliers*.

Analisando as esferas 1-y a 4-y para líquido estagnado sem a presença de gás, pode-se observar de forma clara a repetibilidade dos dados para cada esfera, nas mesmas condições ambientais e mesmo processo experimental. Os demais casos sofrem influência de fatores como colisão contra a parede e dependência da densidade do fluxo de bolhas, e não deixam a repetibilidade tão evidente. Os dados também evidenciam a reprodutibilidade dos mesmos, mesmo em condições ambientais e alterações de condições de fluxo para ambos os fluidos. A reprodutibilidade será melhor ilustrada na seção de resultados.

4.2.2 Análise de incertezas

A análise de incertezas tem como base o documento *Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement* (JCGM 100:2008), ou GUM.

A definição de incerteza do resultado de uma medida segue este documento, e é definida como a falta de conhecimento exato do valor do mensurando. A avaliação da incerteza é dividida em dois tipos:

- a) Avaliação do tipo A: método de avaliação da incerteza por análise estatística de uma série de observações, onde a variância estimada que caracteriza uma incerteza obtida deste tipo de avaliação é calculada a partir de uma série de observações repetidas, sendo esta variância a mesma estimativa obtida estatisticamente. Assim pode-se definir a incerteza padrão como sendo a incerteza do resultado do mensurando expressa como um desvio padrão.
- b) Avaliação do tipo B: método de avaliação da incerteza por meios outros que a análise estatística de uma série de observações, onde a variância estimada que caracteriza uma incerteza obtida deste tipo é avaliada utilizando julgamento científico baseado em informações disponíveis, que pode incluir dados previamente medidos, especificação de fabricante, dados fornecidos por calibração e outros certificados, incertezas de dados de referência provenientes de *handbooks*, e

experiência ou conhecimento geral do comportamento e propriedades de materiais relevantes e instrumentos.

O mensurando, representado por Y , muitas vezes não é medido direto, mas é determinado de N outras quantidades, representadas por X_1, X_2, \dots, X_N , através de uma função f :

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_N) \quad (4.11)$$

As N quantidades de entrada, cuja quantidade Y de saída depende, podem em si ser encaradas como mensurandos que podem depender de outras quantidades, incluindo correções e fatores de correção para efeitos sistemáticos que possam gerar uma função f complexa que pode não ser representada explicitamente. A função f também pode ser determinada experimentalmente ou existir apenas como um algoritmo que precisar ser avaliado numericamente.

As N quantidades de entrada podem ser categorizadas como:

- Quantidades cujos valores e incertezas são diretamente determinadas na medida em questão, valores e incertezas estas que podem ser obtidas de, por exemplo, uma única observação, repetidas observações, ou julgamentos baseados na experiência;
- Quantidades cujos valores e incertezas são introduzidas à medida por fontes externas.

Uma estimativa do mensurando Y , denominado y , é obtido através da equação (4.11) utilizando estimativas de entrada x_1, x_2, \dots, x_N , que são estimativas das N quantidades X_1, X_2, \dots, X_N . Assim, y é representado pela seguinte função:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_N) \quad (4.12)$$

Em alguns casos, y pode ser obtido pela média aritmética de n determinações independentes de Y , denominadas Y_k :

$$y = \bar{Y} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{k=1}^n Y_k = \frac{1}{n} \cdot \sum_{k=1}^n f(X_{1,k}, X_{2,k}, \dots, X_{N,k}) \quad (4.13)$$

Cada determinação possui a mesma incerteza e cada uma como parte de um conjunto completo de valores observados nas N quantidades de entrada X_i , obtidas ao mesmo tempo. A média aritmética das observações individuais $X_{i,k}$ pode ser preferível à média aritmética de Y quando f é uma função não-linear das N quantidades de entrada:

$$\bar{X}_i = \frac{1}{n} \cdot \sum_{k=1}^n X_{i,k} \quad (4.14)$$

Assim:

$$\bar{X}_i = \frac{1}{n} \cdot \sum_{k=1}^n X_{i,k} \quad (4.15)$$

Ambas as abordagens são idênticas quando f é uma função linear de X_i .

O desvio padrão estimado, associado com o resultado y, é denominado incerteza padrão combinada, representada por $u_c(y)$, e é determinada a partir do desvio padrão estimado associado a cada entrada estimada x_i , denominado $u(x_i)$.

Na maioria dos casos analisados pela avaliação do tipo A, a melhor estimativa disponível do valor esperado μ_q de uma quantidade q que varia aleatoriamente (variável aleatória), e para a qual n observações independentes q_k foram obtidas sob as mesmas condições de medida, é a média aritmética \bar{q} de n observações:

$$\bar{q} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{k=1}^n q_k \quad (4.16)$$

Assim, para uma quantidade de entrada X_i estimada de n repetidas observações independentes $X_{i,k}$, a média aritmética \bar{X}_i obtida da equação (4.16) é utilizada como a entrada estimada x_i na equação (4.13) para determinar y. As observações individuais q_k diferem em valor devido à variações aleatórias nas quantidades que

influenciam este valor. A variação experimental destas observações, que estimam a variância σ^2 da distribuição de probabilidade de q , é expressa por:

$$s^2(q_k) = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{j=1}^n (q_j - \bar{q})^2 \quad (4.17)$$

A estimativa da variância e sua raiz quadrada positiva $s(q_k)$, denominada desvio padrão experimental, caracteriza a variabilidade dos valores observados q_k , ou seja, sua dispersão com relação a média \bar{q} .

A melhor estimativa da variância da média (razão entre a variância experimental e o número de n observações) é dada por:

$$s^2(\bar{q}) = \frac{s^2(q_k)}{n} \quad (4.18)$$

A variância experimental da média e o desvio padrão experimental da média $s(\bar{q})$ quantificam o quão bem \bar{q} estima a expectativa μ_q de q , e ambos podem ser utilizados como a medida da incerteza de q . As médias e desvios padrões dos tempos obtidos experimentalmente após a análise de *outliers* encontra-se no ANEXO 10. Tanto as variâncias experimental e da média, quanto os desvios padrões experimental e da média, valem tanto como inferiores ou superiores. Assim no ANEXO 10 entende-se que o valor do segundo tempo experimental da esfera 3-2 para o sistema I0g2 a é representado como $Y = y \pm u(x_i)$, ou $(12,35 \pm 0,15)$ s; para a mesma esfera e sistema, o valor da média dos tempos experimentais e de seu desvio padrão pode ser representado por $Y = y \pm s^2(\bar{q})$, ou $(12,18 \pm 0,07)$ s.

Quando uma estimativa x_i de uma quantidade de entrada X_i que não foi obtida de observações repetidas, a variância estimada ou o desvio padrão são avaliados pela avaliação do tipo B. Em alguns casos, pode ser apenas possível estimar limites superiores e inferiores para X_i . Caso não haja conhecimento dos possíveis valores de X_i dentro do intervalo especificado (a a a_+), pode-se assumir apenas que é igualmente provável que X_i esteja em qualquer lugar dentro do intervalo, caracterizando como uma distribuição uniforme (ou distribuição retangular) dos

valores possíveis. Assim o valor esperado de X_i , denominado x_i , é o ponto médio do intervalo:

$$x_i = \frac{(a_- + a_+)}{2} \quad (4.19)$$

A variância associada a x_i é representada por:

$$u^2(x_i) = \frac{(a_- + a_+)^2}{12} \quad (4.20)$$

Se a diferença entre o intervalo especificado a. a a_+ é denominado por $2a$, a equação (4.20) pode ser representada por:

$$u^2(x_i) = \frac{a^2}{3} \quad (4.21)$$

No caso dos instrumentos de medida utilizados, pode-se avaliá-los pela avaliação do tipo B. Os resultados encontram-se na TABELA 4.1.

TABELA 4.1 – Precisão e desvio padrão para os equipamentos de medida utilizados baseado na análise do tipo B.

	unidade	precisão (a)	desvio padrão (u)
balança AL 500	g	0,001	± 0,00058
balança UL-100	kg	0,02	± 0,012
trena	cm	0,1	± 0,058
Paquímetro digital	mm	0,01	± 0,0058
MGU	L	0,01	± 0,0058
Termômetro	°C	0,5	± 0,29
Cronômetro	s	0,01	± 0,0058

FONTE: O autor (2010)

Entende-se aqui por precisão do equipamento a menor divisão que o mesmo apresenta. A representação segue o mesmo padrão da análise do tipo A. Como

exemplo, para a distância percorrida pela esfera cronometrada na medida da velocidade terminal é representada por $Y = y \pm u(x_i)$, ou $(174,8 \pm 0,1)$ cm.

Como a velocidade terminal experimental é calculada pela seguinte expressão:

$$u'_{t,\text{exp}} = \frac{x_c}{t_{\text{exp}}} \quad (4.22)$$

e uma vez que a distância x_c que a esfera percorre para determinação da velocidade terminal experimental $u'_{t,\text{exp}}$ e os tempos experimentais t_{exp} não são quantidades de entrada correlacionadas (são independentes), a incerteza padrão de y (neste caso $u'_{t,\text{exp}}$) é a estimativa do mensurando $U'_{t,\text{exp}}$ e é obtido pela combinação das incertezas padrões das quantidades de entrada estimadas x_1, x_2, \dots, x_N (neste caso $x_1 = x_c$ e $x_2 = \bar{X}_2 = \bar{t}_{\text{exp}}$), denominada $u_c(y)$, que é a raiz quadrada positiva da variância combinada $u_c^2(y)$:

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \cdot u^2(x_i) \quad (4.23)$$

onde f é a função dada pela equação (4.11). A incerteza padrão combinada $u_c(y)$ é um desvio padrão estimado e caracteriza a dispersão dos valores que podem ser atribuídos ao mensurando Y .

As derivadas parciais $\partial f / \partial x_i$ são iguais a $\partial f / \partial X_i$ quando $X_i = x_i$. Estas derivadas, chamadas frequentemente de coeficientes de sensibilidade, descrevem como as estimativas de saída y variam com as mudanças dos valores estimados de entrada x_1, x_2, \dots, x_N . A mudança em y provocada por uma pequena mudança Δx_i na entrada estimada x_i é dada por:

$$(\Delta y)_i = \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right) \cdot (\Delta x_i) \quad (4.24)$$

Se esta mudança é gerada por uma incerteza padrão da estimativa x_i , a variação correspondente em y é $(\partial f / \partial x_i) \cdot u(x_i)$. A variância combinada $u_c^2(y)$ pode então ser

encarada como a soma dos termos, cada qual representando a variância estimada associada à saída estimada y gerada pela variância estimada associada à cada entrada estimada x_i , e pode ser escrita como:

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N [c_i \cdot u(x_i)]^2 \equiv \sum_{i=1}^N u_i^2(y) \quad (4.25)$$

onde:

$$c_i \equiv \frac{\partial f}{\partial x_i} \quad (4.26)$$

e

$$u_i(y) \equiv |c_i| \cdot u(x_i) \quad (4.27)$$

Na prática, as derivadas parciais são estimadas por:

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} = \frac{\partial f}{\partial X_i} \Big|_{x_1, x_2, \dots, x_N} \quad (4.28)$$

Para cálculo da velocidade *slip*, considera-se o cálculo da velocidade superficial de ascensão da fase líquida:

$$U_L = \frac{m_{Lb}}{t_b \cdot \rho_L \cdot \left(\frac{\pi \cdot D_c^2}{4} \right)} \quad (4.29)$$

onde m_{Lb} é a massa medida após coleta de uma determinada quantidade de água da coluna e t_b é o tempo levado para obter esta massa. A equação (4.22) torna-se então:

$$u_{t,\text{exp}(slip)} = \frac{x_c}{\bar{t}_{\text{exp}}} + \frac{m_{Lb}}{t_b \cdot \rho_L \cdot \left(\frac{\pi \cdot D_c^2}{4} \right)} \quad (4.30)$$

Assim, a partir da equação (4.30) temos como derivadas parciais:

$$\begin{aligned} c_1 &= \frac{\partial f}{\partial x_1} = \frac{\partial f}{\partial x_c} = \frac{1}{\bar{t}_{\text{exp}}}; \\ c_2 &= \frac{\partial f}{\partial x_2} = \frac{\partial f}{\partial \bar{t}_{\text{exp}}} = -\frac{2x_c}{\bar{t}_{\text{exp}}^2}; \\ c_3 &= \frac{\partial f}{\partial x_3} = \frac{\partial f}{\partial m_{Lb}} = \frac{1}{t_b \cdot \rho_L \cdot \left(\frac{\pi \cdot D_c^2}{4} \right)} \\ c_4 &= \frac{\partial f}{\partial x_4} = \frac{\partial f}{\partial t_b} = -\frac{2 \cdot m_{Lb}}{t_b^2 \cdot \rho_L \cdot \left(\frac{\pi \cdot D_c^2}{4} \right)} \\ c_5 &= \frac{\partial f}{\partial x_5} = \frac{\partial f}{\partial D_c} = -\frac{3 \cdot m_{Lb}}{t_b \cdot \rho_L \cdot \left(\frac{\pi}{4} \right) \cdot D_c^3} \end{aligned}$$

Como desconhece-se o desvio dos valores tabelados de ρ_L este não será considerado para o cálculo. Assim tem-se como variância combinada para sistemas sem fluxo da fase líquida, expressa em m/s:

$$u_c^2(y) = \left[\frac{0,00058}{\bar{t}_{\text{exp}}} \right]^2 + \left[\left(-\frac{349,6 \cdot 10^{-2}}{(\bar{t}_{\text{exp}})^2} \right) \cdot u(x_2) \right]^2 \quad (4.31)$$

E a variância combinada para sistemas com fluxo da fase líquida, expressa em m/s:

$$\begin{aligned} u_c^2(y) &= \left[\frac{0,00058}{\bar{t}_{\text{exp}}} \right]^2 + \left[\left(-\frac{349,6 \cdot 10^{-2}}{(\bar{t}_{\text{exp}})^2} \right) \cdot u(x_2) \right]^2 + \\ &\left[\frac{0,012}{t_b \cdot \rho_L \cdot \left(\frac{\pi \cdot D_c^2}{4} \right)} \right]^2 + \left[-\frac{0,0116 \cdot m_{Lb}}{t_b^2 \cdot \rho_L \cdot \left(\frac{\pi \cdot D_c^2}{4} \right)} \right]^2 + \left[-\frac{0,0174 \cdot m_{Lb}}{t_b \cdot \rho_L \cdot \left(\frac{\pi}{4} \right) \cdot D_c^3} \right]^2 \end{aligned} \quad (4.32)$$

Os resultados para as equações (4.31) e (4.32) a partir das médias e desvios padrões dos tempos obtidos experimentalmente após a análise de *outliers* encontra-se no ANEXO 12. A equação (4.31) é utilizada para a construção da barra de erros com desvios padrões combinados das amostras na FIGURA 4.2, utilizando o valor do tempo experimental ao invés da média dos tempos experimentais, e utilizando como $u(x_2)$ o desvio padrão das amostras.

Ainda há a incerteza expandida, denominada U , que compreende uma quantidade que define um intervalo sobre os resultados das medidas em que se possa esperar englobar uma boa fração p da distribuição dos valores que podem razoavelmente ser atribuídos ao mensurando, ou seja, da distribuição da probabilidade caracterizada por aquele resultado e sua incerteza padrão combinada, sendo p denominado a probabilidade de cobertura ou nível de confiança do intervalo. A incerteza expandida U é obtida pela multiplicação da incerteza padrão combinada $u_c(y)$ por um fator de cobertura k :

$$U = k \cdot u_c(y) \quad (4.33)$$

O resultado é expresso na forma $Y = y \pm U$, que significa que a melhor estimativa atribuível ao valor do mensurando Y é y , e que $y - U$ a $y + U$ é um intervalo que pode-se esperar que englobe uma boa fração da distribuição dos valores que podem razoavelmente ser atribuídos a Y .

Os termos intervalo de confiança e nível de confiança possuem definições específicas na estatística e podem somente ser aplicados ao intervalo definido por U em condições específicas, incluindo que todos os componentes da incerteza que contribuem para $u_c(y)$ sejam obtidas por avaliações do tipo A. Uma vez que o componente x_c da equação para cálculo da velocidade terminal experimental é avaliado por avaliação do tipo B, não se pode calcular U para os resultados das velocidades terminais experimentais.

Para os diâmetros das esferas, uma vez que é possível que sua esfericidade seja diferente de um, três medidas distintas do diâmetro foram realizadas. A média e desvio padrão da média encontram-se no ANEXO 1. A mesma abordagem descrita anteriormente para a variância combinada $u_c^2(y)$ de quantidades não-

correlacionadas aplica-se. Neste caso tem-se a soma de duas variâncias, sendo uma avaliada pela avaliação do tipo A (distribuição das medidas) e outras pela avaliação do tipo B (desvio do paquímetro digital), e sendo c_i igual a um. Assim, a variância combinada pode ser representada pela expressão abaixo, expressa em mm:

$$u_c^2(y) = u_A^2(x_1) + u_B^2(x_1) \quad (4.34)$$

Os resultados do desvio padrão combinado para o diâmetro das esferas a partir da equação (4.34) encontram-se no ANEXO 1.

Para a FIGURA 4.2, os cálculos dos desvios combinados é feito utilizando-se a equação (4.17) para o desvio padrão das amostras e a equação (4.31), substituindo $u(x_2)$ pelo desvio padrão das amostras e a média do tempo pelo valor experimental representado pela barra vertical. Os resultados encontram-se na TABELA 4.2.

TABELA 4.2 – Desvio padrão combinado para os resultados experimentais da esfera 2-2 nos sistemas I0g0 a e I0g1 b.

Esfera 2-2 / I0g0 a				
valor experimental (s)	valor experimental (m/s)	u (m/s)	u_c^2 (m/s)	u_c (m/s)
9,03	1,94E-01	± 0,45	± 3,74E-04	± 1,93E-02
7,94	2,20E-01		± 6,25E-04	± 2,50E-02
7,78	2,25E-01		± 6,78E-04	± 2,60E-02
7,94	2,20E-01		± 6,25E-04	± 2,50E-02
8,06	2,17E-01		± 5,88E-04	± 2,43E-02
8,25	2,12E-01		± 5,36E-04	± 2,32E-02
Esfera 2-2 / I0g2 b				
valor experimental (s)	valor experimental (m/s)	u (m/s)	u_c^2 (m/s)	u_c (m/s)
9,50	1,84E-01	± 1,42	± 3,01E-03	± 5,48E-02
13,19	1,33E-01		± 8,09E-04	± 2,84E-02
13,00	1,34E-01		± 8,57E-04	± 2,93E-02
10,78	1,62E-01		± 1,81E-03	± 4,26E-02
12,28	1,42E-01		± 1,08E-03	± 3,28E-02
11,41	1,53E-01		± 1,44E-03	± 3,80E-02

FONTE: O autor (2010)

No caso da densidade da partícula, o desvio padrão combinado pode ser calculado a partir da seguinte expressão, obtido pelo mesmo método descrito pelas equações (4.25) a (4.28), substituindo $u(x_2)$ pelo desvio padrão combinado do diâmetro das esferas, e é expressa em kg/m^3 :

$$u_c^2(y) = \left[\frac{0,00000058}{\left(\frac{\pi \cdot d_p^3}{6} \right)} \right]^2 + \left[\left(- \frac{4 \cdot m_p}{\left(\frac{\pi \cdot d_p^4}{6} \right)} \cdot u(x_2) \right) \right]^2 \quad (4.35)$$

Os resultados são apresentados na TABELA 3.1 da seção 3.

O desvio padrão combinado para a razão entre o diâmetro da esfera e o diâmetro da coluna é obtido pelo mesmo método descrito anteriormente. A expressão resulta em valores adimensionais, e $u(x_1)$ representa o desvio padrão combinado do diâmetro das esferas:

$$u_c^2(y) = \left[\frac{1}{D_c} \cdot u(x_1) \right]^2 + \left[\left(- \frac{0,0000116 \cdot d_p}{D_c^2} \right) \right]^2 \quad (4.36)$$

Os resultados são apresentados na TABELA 3.1 da seção 3.

O desvio padrão combinado da fração volumétrica de gás na coluna é obtido, com valores adimensionais, pela seguinte expressão:

$$u_c^2(y) = (3,35 \cdot 10^{-8}) + \left(- \frac{0,00116 \cdot h_f}{10,0489} \right)^2 \quad (4.37)$$

onde h_f é a altura final da fase líquida após a suspensão de fluxo da fase gasosa (e líquida, quando aplicável). A TABELA 4.3 mostra a altura final do nível da fase líquida e a fração de gás na coluna calculada a partir de um nível inicial da fase líquida de 317,0 cm.

TABELA 4.3 – Altura final do nível da fase líquida, fração de gás na coluna calculada a partir de um nível inicial da fase líquida de 317,0 cm e o desvio padrão combinado para ε_g .

	h_f (cm)	u (cm)	ε_g (-)	u (-)
I0g1 a	312,2	$\pm 0,058$	0,0151	$\pm 0,0013$
I0g1 b	312,2		0,0151	$\pm 0,0013$
I0g2 a	311,8		0,0196	$\pm 0,0013$
I0g2 b	311,8		0,0196	$\pm 0,0013$
I1g2	310,9		0,0164	$\pm 0,0013$
I2g1	312,3		0,0208	$\pm 0,0013$
I2g2	310,7		0,0215	$\pm 0,0013$

FONTE: O autor (2010)

O desvio padrão combinado para as medidas de vazão do gás segue a seguinte equação, considerando que o resultado da vazão é obtido dividindo o volume de 3 L (volume medido após uma volta do ponteiro principal do MGU) e o tempo que o ponteiro principal demorou para dar uma volta completa:

$$u_c^2(y) = \left(\frac{0,0058}{t_{medido}} \right)^2 + \left(-\frac{0,00058}{t_{medido}^2} \right)^2 \quad (4.38)$$

Os resultados da equação (4.38) são dados em L/min, e são apresentados no ANEXO 2. O gráfico apresentado no ANEXO 2 não apresenta barra de erros devido à pequena dimensão das barras com relação ao gráfico, prejudicando a visibilidade dos pontos experimentais no gráfico.

5 RESULTADOS

Para analisar o efeito da trajetória, bem como da velocidade de cada fase fluida, cada conjunto de dados experimentais é comparado com a velocidade terminal da partícula para as mesmas condições em meio infinito, considerando a influência do efeito parede. A velocidade terminal teórica é calculada utilizando-se a expressão de Turton e Levenspiel (1986), expressa pela equação (2.16), para cálculo do coeficiente de arraste, a equação (2.8) para cálculo da velocidade terminal em meio infinito, e a expressão de Newton (1687), representada pela equação (2.21), para a correção devido ao efeito parede. Estas expressões foram escolhidas para a estimativa não somente por serem equações clássicas, mas por características que serão apresentadas na seção de modelagem matemática.

Os resultados são apresentados em tabelas e gráficos. As apresentam a média aritmética dos dados experimentais e também a trajetória predominante das esferas que compõe a média. A legenda para as tabelas que se seguem é ilustrada na FIGURA 5.1.

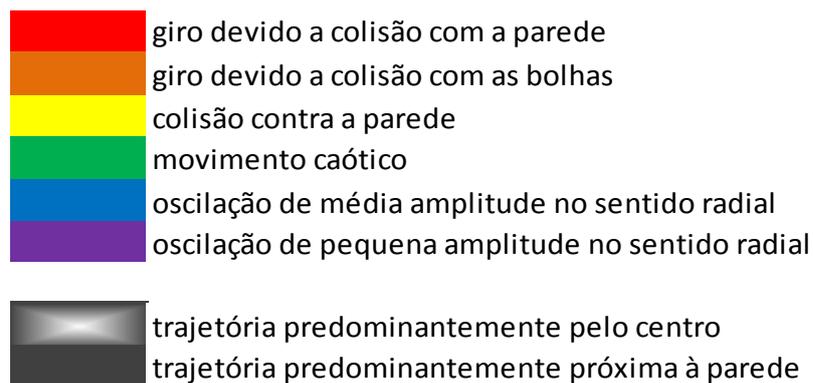


FIGURA 5.1 – Legenda do comportamento das esferas durante a queda, e inclui a trajetória com relação à coluna e movimentações com relação ao eixo da esfera. FONTE: O autor (2010)

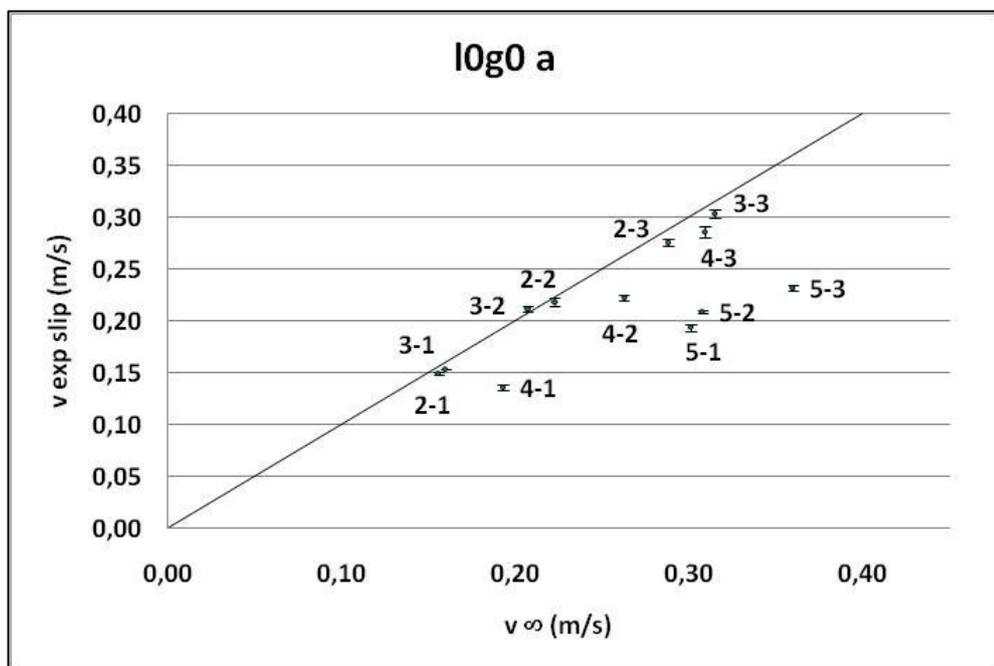
Os primeiros resultados apresentados são os comparativos para o líquido estacionário sem a presença de ar, conforme mostram a TABELA 5.1. Na tabela, as colunas a, b e c representam triplicatas, obtidas em dias (e temperaturas) diferentes.

TABELA 5.1 – Velocidades terminais experimentais e teóricas em meio infinito, bem como a diferença entre ambas. Determinações para meio líquido estagnado com ausência da fase gasosa. Desvio padrão combinado calculado a partir da equação (4.31).

	log0 a				log0 b				log0 c			
	v_{∞} (m/s)	v exp slip (m/s)	\pm uc (m/s)	dif (%)	v_{∞} (m/s)	v exp slip (m/s)	\pm uc (m/s)	dif (%)	v_{∞} (m/s)	v exp slip (m/s)	\pm uc (m/s)	dif (%)
1-1	--	--	--	--	27,8E-2	22,2E-2	14,9E-4	20,4	27,8E-2	22,8E-2	28,4E-4	18,0
1-2	--	--	--	--	32,4E-2	28,3E-2	01,3E-2	12,5	32,4E-2	29,5E-2	--	8,9
1-3	--	--	--	--	36,6E-2	34,1E-2	--	6,9	36,6E-2	33,8E-2	27,4E-4	7,6
2-1	15,6E-2	15,0E-2	12,5E-4	4,0	15,5E-2	15,7E-2	18,5E-4	-1,0	--	--	--	--
2-2	22,2E-2	21,9E-2	42,6E-4	1,7	22,2E-2	22,0E-2	04,9E-4	1,1	--	--	--	--
2-3	28,8E-2	27,6E-2	32,7E-4	4,1	28,8E-2	28,1E-2	26,6E-4	2,4	--	--	--	--
3-1	16,0E-2	15,4E-2	03,3E-4	3,7	15,9E-2	15,8E-2	03,4E-4	1,0	--	--	--	--
3-2	20,7E-2	21,2E-2	28,8E-4	-2,3	20,7E-2	21,2E-2	20,0E-4	-2,8	--	--	--	--
3-3	31,5E-2	30,4E-2	39,6E-4	3,6	31,5E-2	31,8E-2	23,8E-4	-0,9	--	--	--	--
4-1	19,3E-2	13,6E-2	24,7E-4	29,2	19,2E-2	14,7E-2	07,6E-4	23,8	--	--	--	--
4-2	26,3E-2	22,3E-2	22,9E-4	15,2	26,2E-2	22,9E-2	17,2E-4	12,6	--	--	--	--
4-3	30,9E-2	28,7E-2	52,7E-4	7,4	30,9E-2	29,2E-2	22,2E-4	5,7	--	--	--	--
5-1	30,1E-2	19,4E-2	30,3E-4	35,5	30,1E-2	20,3E-2	38,3E-4	32,6	--	--	--	--
5-2	30,8E-2	21,0E-2	15,0E-4	31,9	30,8E-2	21,1E-2	26,5E-4	31,6	--	--	--	--
5-3	36,0E-2	23,2E-2	24,3E-4	35,5	36,0E-2	23,6E-2	83,9E-4	34,6	--	--	--	--

FONTE: O autor (2010)

Os resultados tabelados podem ser traduzidos na forma gráfica, conforme mostra a FIGURA 5.2.



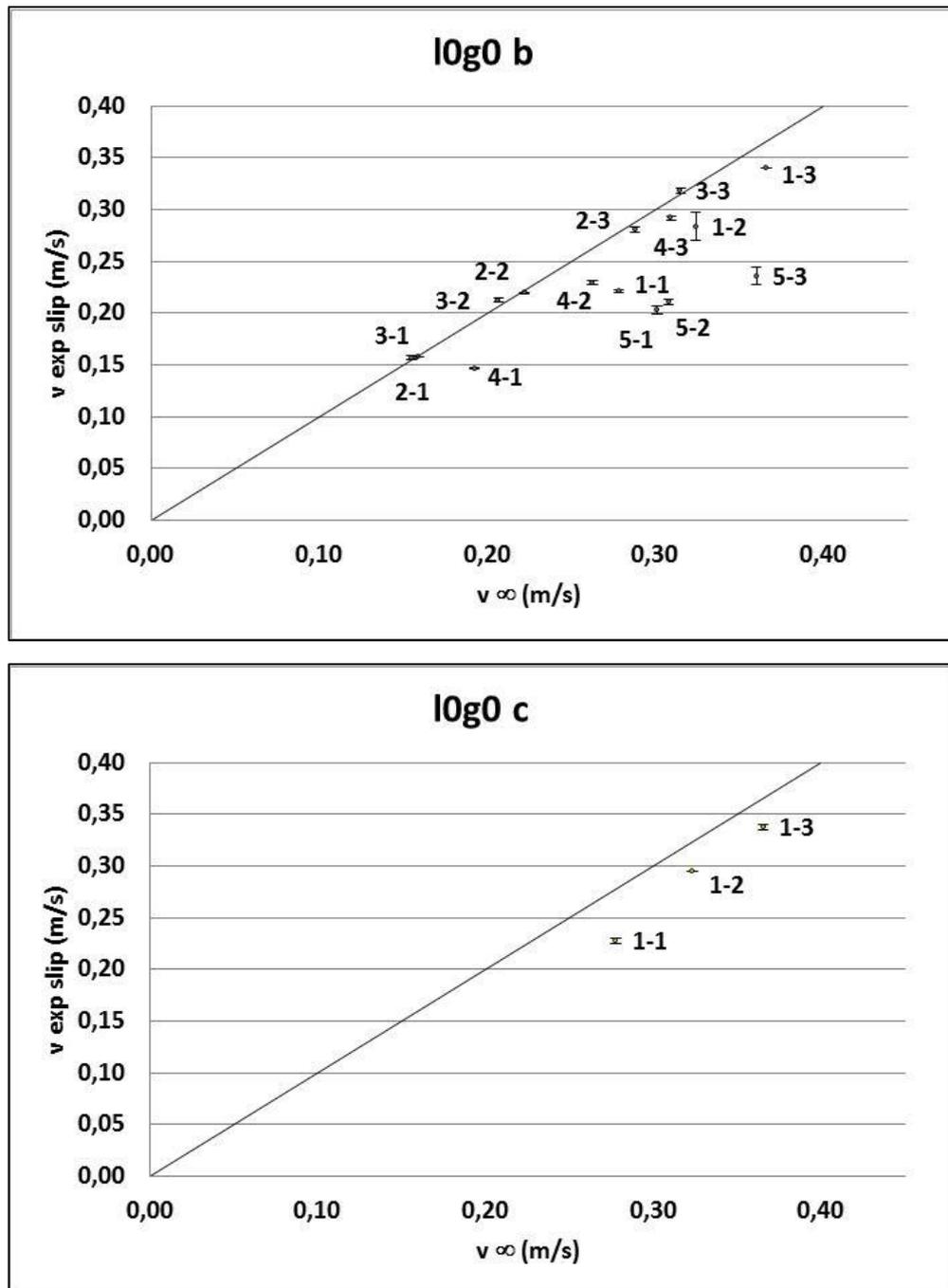


FIGURA 5.2 – Gráficos comparativos das velocidades terminais experimentais com as em meio infinito corrigindo o efeito parede, para meio líquido estagnado na ausência da fase gasosa. Barra de erros contém o desvio padrão combinado mostrado na TABELA 5.1. FONTE: O autor (2010)

Na FIGURA 5.2, pode-se observar que uma parcela das esferas tem velocidades experimentais praticamente iguais às teóricas, mas a maior parte delas exibe velocidades menores do que as teóricas. Comparando os gráficos com as

trajetórias das esferas, podem-se sugerir explicações para as velocidades observadas.

Os valores experimentais para as esferas menores 1-y estão abaixo do teórico. Apesar das oscilações radiais de pequena amplitude com relação ao eixo vertical da coluna, a trajetória concentra-se mais próxima à parede. Uma vez que as esferas são pequenas comparadas com o diâmetro da coluna, pode-se supor que o efeito da trajetória oscilatória exerce uma forte influência, diminuindo a velocidade média vertical. Nota-se que, à medida que a densidade das esferas aumenta, a diferença entre as velocidades diminui, provavelmente devido ao aumento da inércia da partícula, que tende a diminuir a amplitude das oscilações. Além disso, a equação utilizada para o cálculo do efeito parede considera que a esfera percorre o eixo central da coluna.

As esferas intermediárias 2-y e 3-y apresentam velocidades experimentais muito próxima das teóricas. Não parecem sofrer uma influência significativa da parede, apesar da trajetória de algumas se concentrar próxima à parede, de forma que as velocidades experimentais se aproximam das velocidades teóricas.

Os resultados indicam que as esferas 4-y passam a sofrer uma influência que provoca a diminuição da velocidade terminal. Além da proximidade com a parede, comparando com as esferas já analisadas pode-se supor uma influência resultante do efeito parede, ou seja, da maior razão entre o diâmetro da esfera e o diâmetro da coluna. Novamente, como observado para as esferas menores, esta influência é mais pronunciada quanto menor a densidade. As esferas maiores 5-y apresentam esta influência a tal ponto que suas oscilações com relação ao eixo vertical da coluna tornam-se tão amplas que acabam por colidir contra a parede.

Nota-se que os pontos correspondentes a cada esfera apresentam-se distribuídos de maneira muito semelhante nos três gráficos apresentados. Apesar de cada ensaio ter sido realizado a uma temperatura diferente (alterando a densidade e viscosidade do meio), os resultados comportam-se de maneira muito semelhante e podem ser reproduzidos apesar de algumas diferenças em cada ensaio experimental para o meio em análise.

O mesmo procedimento de análise é aplicado para os dados em meio líquido em movimento ascendente e sem a presença de ar. O comparativo entre duas vazões distintas, representadas por I1 e I2 (ver TABELA 3.2) é expresso na TABELA 5.2.

TABELA 5.2 – Valores para as velocidades terminais experimentais e teóricas em meio infinito corrigindo o efeito parede, bem como a diferença entre ambas as velocidades para meio líquido ascendente com ausência da fase gasosa. Desvio padrão combinado calculado a partir da equação (4.32).

	11g0				12g0			
	v_{∞} (m/s)	v_{exp} slip (m/s)	$\pm uc$ (m/s)	dif (%)	v_{∞} (m/s)	v_{exp} slip (m/s)	$\pm uc$ (m/s)	dif (%)
1-1	30,0E-2	23,0E-2	74,9E-4	23,2	31,5E-2	21,6E-2	98,5E-4	31,6
1-2	34,5E-2	27,0E-2	02,2E-2	21,8	36,0E-2	28,8E-2	--	20,1
1-3	38,7E-2	33,5E-2	--	13,5	40,2E-2	32,6E-2	--	19,0
2-1	17,7E-2	15,2E-2	62,4E-4	13,9	19,2E-2	14,5E-2	98,6E-4	24,3
2-2	24,3E-2	20,8E-2	01,2E-2	14,2	25,8E-2	21,2E-2	99,2E-4	17,9
2-3	30,7E-2	27,9E-2	70,4E-4	9,3	32,2E-2	27,3E-2	01,2E-2	15,3
3-1	18,0E-2	15,2E-2	56,3E-4	15,5	19,5E-2	14,9E-2	98,8E-4	23,7
3-2	22,6E-2	20,9E-2	56,6E-4	7,7	24,1E-2	20,4E-2	99,7E-4	15,2
3-3	33,3E-2	30,3E-2	63,1E-4	9,0	34,7E-2	29,9E-2	01,0E-2	13,9
4-1	21,2E-2	13,7E-2	58,1E-4	35,4	22,6E-2	13,7E-2	99,6E-4	39,4
4-2	28,1E-2	22,2E-2	56,7E-4	20,7	29,5E-2	21,8E-2	01,0E-2	26,1
4-3	32,7E-2	28,7E-2	90,6E-4	12,2	34,0E-2	28,1E-2	01,0E-2	17,3
5-1	31,6E-2	19,8E-2	56,0E-4	37,5	32,9E-2	19,8E-2	01,0E-2	39,7
5-2	32,3E-2	21,6E-2	67,3E-4	33,2	33,5E-2	21,6E-2	99,2E-4	35,5
5-3	37,5E-2	23,3E-2	58,4E-4	37,8	38,7E-2	30,5E-2	01,0E-2	21,3

FONTE: O autor (2010)

Novamente os resultados tabelados podem ser representados na forma gráfica, conforme mostra a FIGURA 5.3.

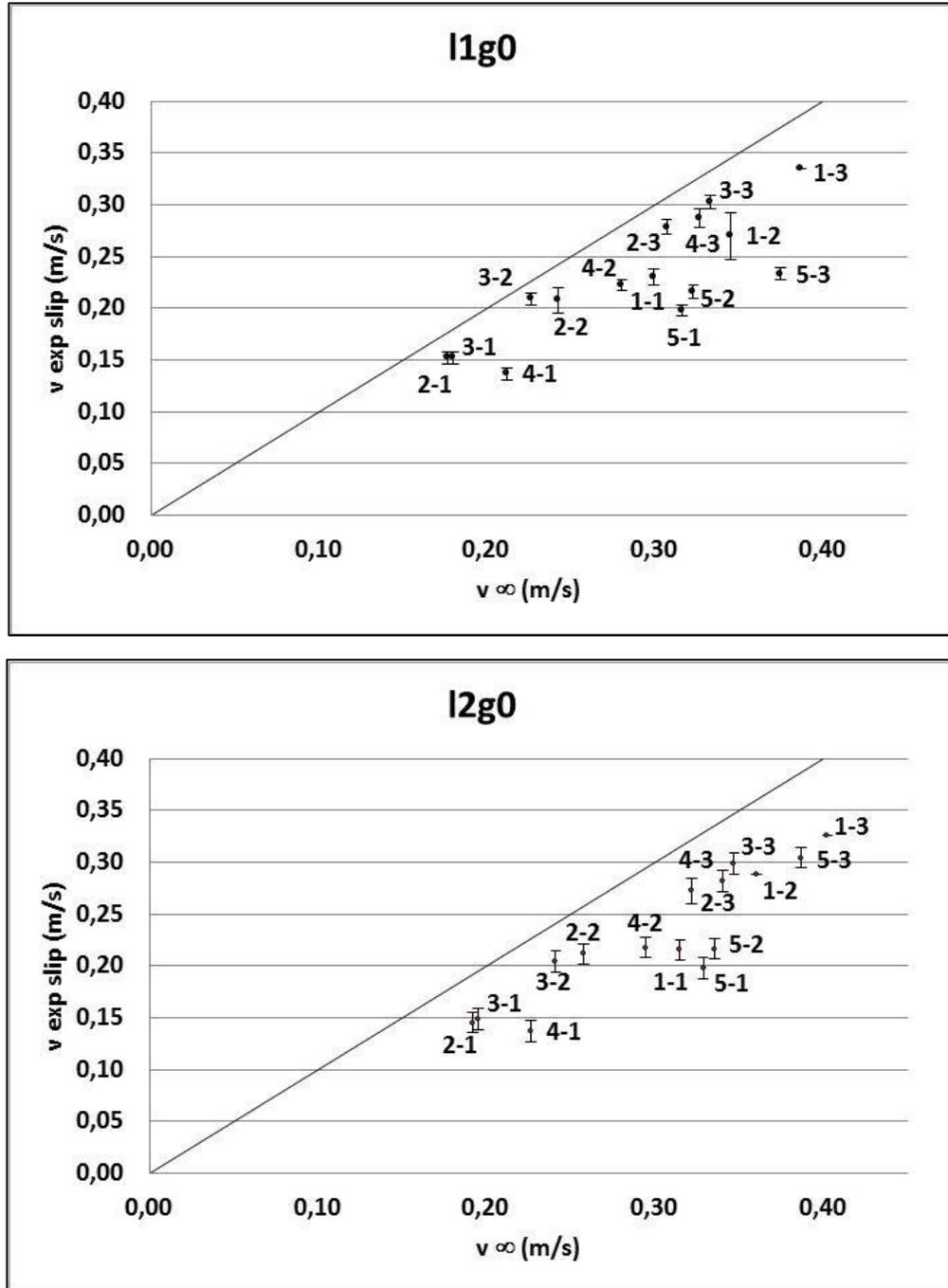


FIGURA 5.3 – Gráficos comparativos das velocidades terminais experimentais com as em meio infinito para meio líquido ascendente com ausência da fase gasosa. Barra de erros contém o desvio padrão combinado mostrado na TABELA 5.2. FONTE: O autor (2010)

Mais uma vez, os pontos correspondentes a cada esfera apresentam-se distribuídas de maneira muito semelhante nos gráficos apresentados, indicando a reprodutibilidade dos dados para esta condição de ensaio.

As esferas parecem responder às influências da mesma forma que para o meio líquido estagnado, sem a presença de ar. Mesmo estando as velocidades terminais experimentais expressas como velocidade *slip*, ou seja, como a velocidade relativa entre o líquido e o sólido, fica claro que as mesmas diminuíram com a presença de fluxo no meio líquido, e o aumento deste fluxo (ensaio I2g0) provoca uma maior diminuição da velocidade terminal em praticamente todos os casos. Lembrando que o fluido na coluna apresenta um perfil radial de velocidades, pode-se supor que esta aparente diminuição da velocidade terminal tem sua origem no fato de que a velocidade *slip* é calculada a partir da velocidade superficial do líquido, que é uma média do perfil de velocidades. Como mostrado na TABELA 3.2, o fluxo de líquido na coluna está nos regimes laminar e transiente. Próximo ao centro da coluna a velocidade local é maior que a média, o que pode deixar de ser computado no cálculo da velocidade *slip* quando utilizada a velocidade superficial, de forma a aparentar que a velocidade terminal da esfera diminui com a presença do fluxo.

As esferas 5-1 e 5-2 possivelmente são menos influenciadas devido ao fato de ainda colidirem contra a parede. A exceção é a esfera 5-3 para a velocidade superficial I2, onde a visível diminuição das oscilações em relação ao eixo vertical da coluna pode justificar a ausência de colisões contra a parede da mesma.

Quanto à presença de fluxo de líquido, de um modo geral observa-se que a velocidade da água, na ausência do gás, causa uma pequena diminuição na velocidade terminal (relativa à fase líquida estagnada), com exceção das esferas 5-y. Esse comportamento pode ser explicado por fatores como a influência do campo de velocidades da fase líquida na trajetória das esferas, o que parece não ter sido ainda reportado em literatura. Também foi observado que, quando apenas a fase líquida está presente (sendo esta estacionária ou não), a partícula tende a apresentar uma menor velocidade terminal quanto mais próxima à parede da coluna.

A análise da presença de gás no meio líquido, para uma vazão média de ar, representada por g1 (ver TABELA 3.2), e ausência de fluxo de líquido é apresentada pela Tabela 5.3. Essas determinações foram feitas em duplicatas.

TABELA 5.3 – Valores para as velocidades terminais experimentais e teóricas em meio infinito, corrigido o efeito parede, bem como a diferença entre ambas as velocidades, para meio líquido estagnado com a presença da fase gasosa e vazão baixa de ar. Desvio padrão combinado calculado a partir da equação (4.31).

	l0g1 a				l0g1 b			
	v_{∞} (m/s)	v exp slip (m/s)	\pm uc (m/s)	dif (%)	v_{∞} (m/s)	v exp slip (m/s)	\pm uc (m/s)	dif (%)
1-1	27,8E-2	19,3E-2	14,8E-4	30,6	27,9E-2	19,8E-2	--	29,2
1-2	32,2E-2	24,2E-2	--	24,9	32,4E-2	25,5E-2	01,3E-2	21,1
1-3	36,6E-2	29,0E-2	72,6E-4	20,7	36,7E-2	30,0E-2	55,2E-4	18,3
2-1	15,5E-2	07,9E-2	63,7E-4	48,9	15,6E-2	09,3E-2	48,5E-4	40,5
2-2	22,2E-2	17,3E-2	93,3E-4	22,1	22,3E-2	17,3E-2	14,3E-4	22,4
2-3	28,8E-2	23,3E-2	71,0E-4	18,9	28,8E-2	22,2E-2	01,0E-2	22,8
3-1	15,9E-2	08,5E-2	22,6E-4	46,6	16,0E-2	08,7E-2	24,0E-4	45,7
3-2	20,6E-2	15,5E-2	26,0E-4	24,9	20,7E-2	14,9E-2	01,4E-2	27,9
3-3	31,5E-2	24,0E-2	42,5E-4	23,7	31,5E-2	25,0E-2	46,4E-4	20,8
4-1	19,2E-2	07,2E-2	58,3E-4	62,7	19,3E-2	06,7E-2	19,1E-4	65,5
4-2	26,2E-2	15,6E-2	45,7E-4	40,4	26,3E-2	15,8E-2	36,0E-4	39,8
4-3	30,9E-2	23,7E-2	01,1E-2	23,3	30,9E-2	23,6E-2	57,2E-4	23,6
5-1	30,1E-2	21,1E-2	32,3E-4	30,0	30,1E-2	22,3E-2	37,1E-4	25,9
5-2	30,8E-2	24,3E-2	06,0E-4	21,3	30,8E-2	23,8E-2	18,4E-4	22,6
5-3	36,0E-2	26,7E-2	57,4E-4	25,8	35,9E-2	26,2E-2	77,2E-4	27,1

FONTE: O autor (2010)

Para posterior análise com outros meios, os dados são também representados na forma gráfica pela FIGURA 5.4. Outra duplicata para uma maior vazão de ar, representada por g2 (ver TABELA 3.2), e ausência de fluxo de líquido é apresentada pela TABELA 5.4.

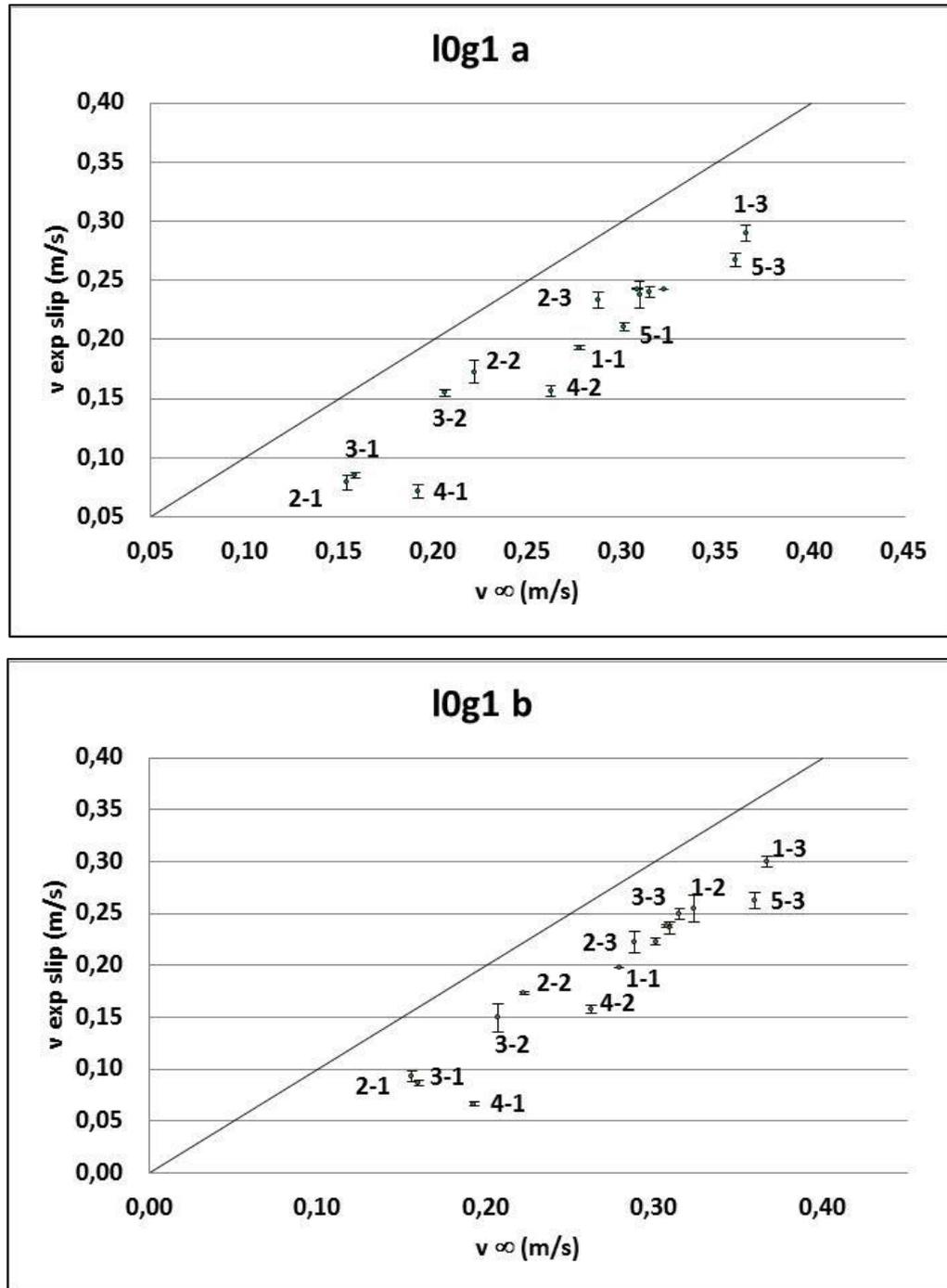


FIGURA 5.4 – Gráficos comparativos das velocidades terminais experimentais com as em meio infinito para meio gasoso ascendente com velocidade superficial g_1 e ausência de fluxo de líquido. Barra de erros contém o desvio padrão combinado mostrado na TABELA 5.3. FONTE: O autor (2010)

TABELA 5.4 – Valores para as velocidades terminais experimentais e em meio infinito, bem como a diferença entre ambas as velocidades, para meio líquido estagnado com a presença da fase gasosa e maior vazão de ar. Desvio padrão combinado calculado a partir da equação (4.31).

	log2 a				log2 b			
	v_{∞} (m/s)	v exp slip (m/s)	\pm uc (m/s)	dif (%)	v_{∞} (m/s)	v exp slip (m/s)	\pm uc (m/s)	dif (%)
1-1	27,7E-2	18,1E-2	--	34,9	27,9E-2	19,4E-2	01,4E-2	30,4
1-2	32,2E-2	21,8E-2	40,2E-4	32,1	32,3E-2	23,4E-2	67,4E-4	27,8
1-3	36,5E-2	25,0E-2	56,8E-4	31,5	36,7E-2	27,7E-2	0,007	24,3
2-1	15,4E-2	08,2E-2	19,4E-4	46,9	15,6E-2	07,9E-2	04,7E-4	49,0
2-2	22,1E-2	16,3E-2	01,4E-2	26,5	22,2E-2	14,0E-2	90,8E-4	37,0
2-3	28,7E-2	21,1E-2	90,2E-4	26,4	28,8E-2	25,7E-2	25,1E-4	10,9
3-1	15,8E-2	08,2E-2	73,2E-4	47,9	16,0E-2	07,5E-2	18,1E-4	53,2
3-2	20,6E-2	14,4E-2	17,4E-4	30,3	20,7E-2	13,5E-2	34,6E-4	34,9
3-3	31,5E-2	24,4E-2	86,4E-4	22,5	31,5E-2	23,7E-2	35,9E-4	24,9
4-1	19,2E-2	07,7E-2	37,4E-4	59,8	19,3E-2	06,8E-2	57,9E-4	64,9
4-2	26,2E-2	16,0E-2	55,3E-4	39,2	26,2E-2	15,1E-2	06,5E-4	42,4
4-3	30,9E-2	23,4E-2	41,5E-4	24,4	30,9E-2	23,1E-2	42,2E-4	25,2
5-1	30,2E-2	22,5E-2	01,0E-2	25,3	30,1E-2	22,5E-2	55,7E-4	25,3
5-2	30,8E-2	25,0E-2	15,0E-4	18,8	30,8E-2	24,8E-2	25,2E-4	19,5
5-3	36,1E-2	26,3E-2	50,4E-4	27,2	36,0E-2	26,9E-2	44,3E-4	25,3

FONTE: O autor (2010)

Para confrontar com os dados para vazão média são também utilizados os gráficos presentes na FIGURA 5.5.

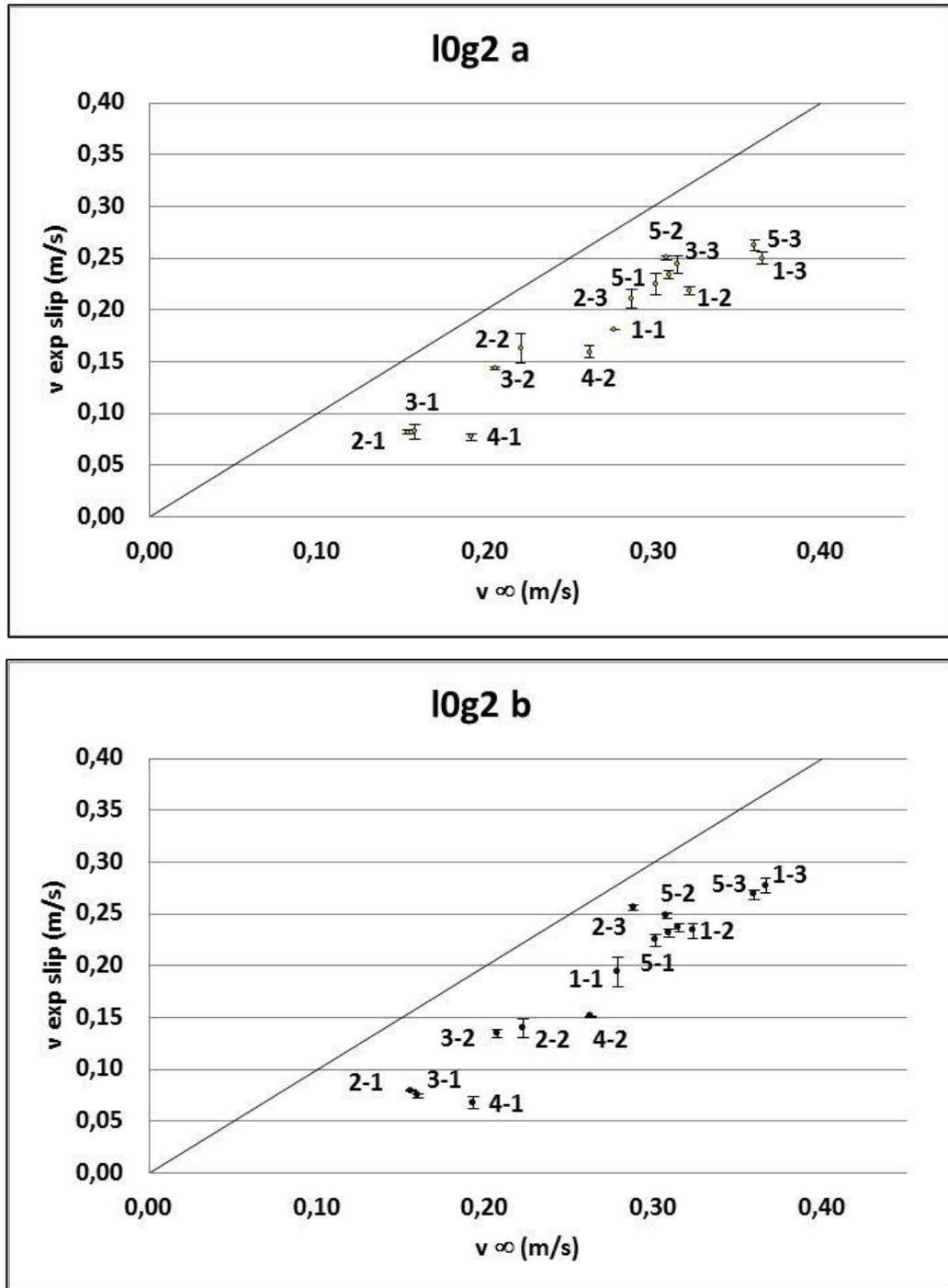


FIGURA 5.5 – Gráficos comparativos das velocidades terminais experimentais com as teóricas para meio gasoso ascendente com velocidade superficial g_2 e ausência de fluxo de líquido. Barra de erros contém o desvio padrão combinado mostrado na TABELA 5.4. FONTE: O autor (2010)

Confrontando com os dados apresentados para meio líquido estagnado sem a presença de gás, pode-se observar que, com exceção das esferas maiores 5-y, a presença das bolhas influencia de tal forma a diminuir a velocidade terminal. Como

mostram as TABELAS 5.3 e 5.4, as bolhas promove alterações na trajetória das partículas, que passam a oscilar de maneira caótica e mesmo girar ao redor de seu próprio eixo devido a interações com as bolhas.

Conforme citado anteriormente, as esferas 5-y apresentam um comportamento contrário às demais com a presença das bolhas, pois nesse caso as colisões contra a parede diminuem ou tornam-se inexistentes. Desta forma, a velocidade terminal aumenta se comparada com as condições sem a presença de gás, fazendo com que os pontos experimentais das FIGURAS 5.4 e 5.5 aproximem-se da reta inclinada, quando comparado com as FIGURAS 5.2 e 5.3.

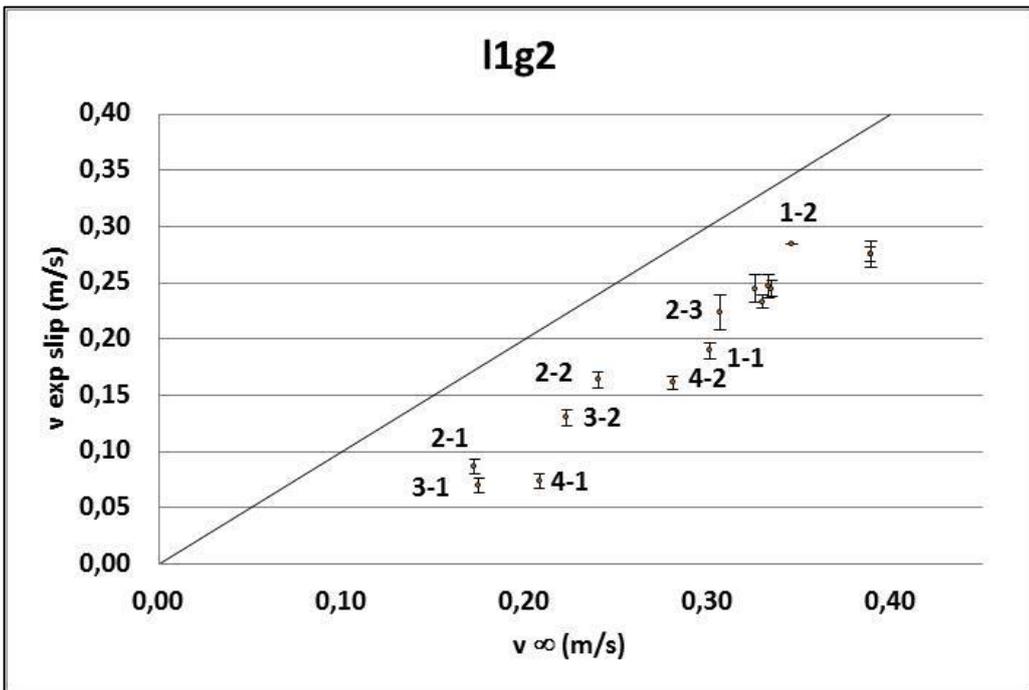
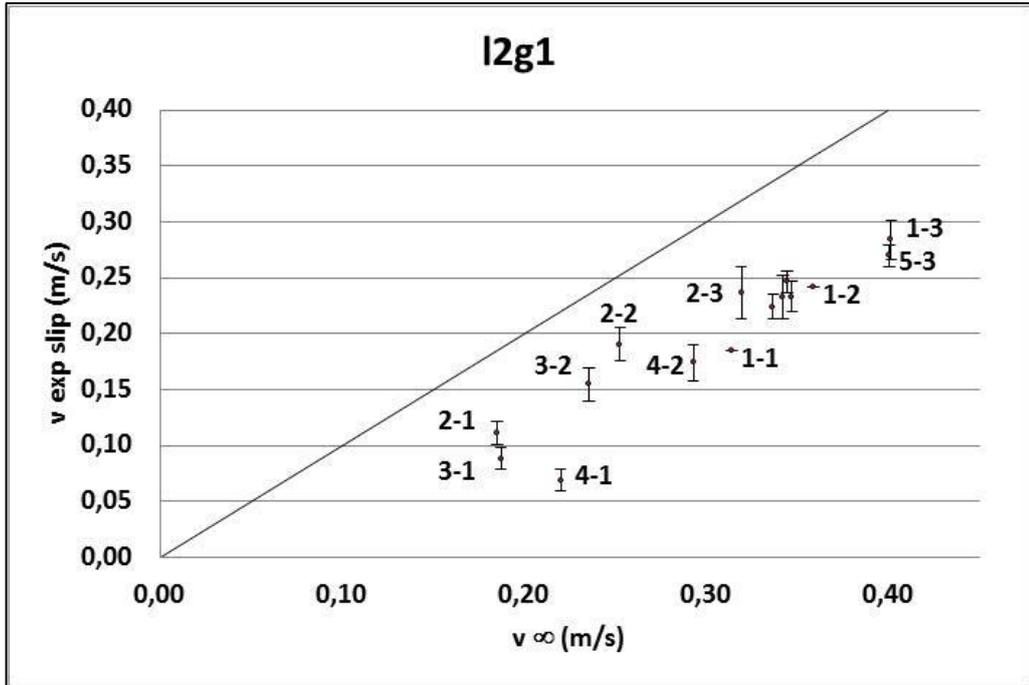
O aumento da velocidade superficial de ar na faixa em análise provoca uma diminuição na velocidade terminal para as esferas 1-y, 2-y e 3-y, e nenhuma influência significativa para as esferas 4-y e 5-y. Nota-se também que, como nas condições anteriores, os pontos correspondentes a cada esfera apresentam-se distribuídas de maneira muito semelhante entre os gráficos.

Para complementar o estudo são apresentados resultados das condições onde ambas as fases fluidas encontram-se em movimento ascendente. Os dados estão em resumo na TABELA 5.5 e FIGURA 5.6.

TABELA 5.5 – Valores para as velocidades terminais experimentais e em meio infinito, bem como a diferença entre ambas as velocidades, para ambos os fluidos em ascensão. Desvio padrão combinado calculado a partir da equação (4.32).

	l2g1				l1g2				l2g2			
	v_{∞} (m/s)	v_{exp} slip (m/s)	$\pm uc$ (m/s)	dif (%)	v_{∞} (m/s)	v_{exp} slip (m/s)	$\pm uc$ (m/s)	dif (%)	v_{∞} (m/s)	v_{exp} slip (m/s)	$\pm uc$ (m/s)	dif (%)
1-1	31,4E-2	18,4E-2	--	41,3	30,1E-2	19,0E-2	70,4E-4	37,1	31,3E-2	20,4E-2	--	34,8
1-2	35,9E-2	24,2E-2	--	32,6	34,6E-2	28,5E-2	--	17,7	35,7E-2	26,7E-2	01,5E-2	25,2
1-3	40,2E-2	28,4E-2	01,8E-2	29,3	38,9E-2	27,6E-2	62,9E-4	29,1	40,0E-2	26,7E-2	01,6E-2	33,2
2-1	18,5E-2	11,1E-2	01,1E-2	39,8	17,3E-2	08,6E-2	67,3E-4	50,0	18,3E-2	09,6E-2	94,6E-4	47,7
2-2	25,3E-2	19,0E-2	01,5E-2	24,6	24,0E-2	16,4E-2	67,3E-4	31,8	25,1E-2	13,8E-2	01,1E-2	44,9
2-3	31,9E-2	23,6E-2	02,4E-2	26,0	30,7E-2	22,4E-2	01,6E-2	27,1	31,8E-2	21,4E-2	01,2E-2	32,6
3-1	18,7E-2	08,8E-2	96,8E-4	52,9	17,5E-2	07,0E-2	62,1E-4	60,0	18,5E-2	08,4E-2	95,4E-4	54,5
3-2	23,5E-2	15,5E-2	01,5E-2	34,3	22,3E-2	13,0E-2	70,2E-4	41,5	23,3E-2	14,6E-2	99,0E-4	37,6
3-3	34,7E-2	23,3E-2	01,4E-2	32,8	33,5E-2	24,5E-2	72,0E-4	26,9	34,6E-2	23,9E-2	01,5E-2	31,0
4-1	22,0E-2	06,9E-2	96,0E-4	68,6	20,8E-2	07,4E-2	59,9E-4	64,5	21,8E-2	06,9E-2	93,7E-4	68,3
4-2	29,3E-2	17,4E-2	01,6E-2	40,5	28,1E-2	16,1E-2	62,9E-4	42,6	29,1E-2	16,7E-2	96,8E-4	42,5
4-3	34,2E-2	23,3E-2	02,0E-2	31,9	33,0E-2	23,3E-2	63,3E-4	29,3	34,1E-2	23,4E-2	98,6E-4	31,3
5-1	33,7E-2	22,4E-2	01,1E-2	33,4	32,6E-2	24,5E-2	01,2E-2	25,0	33,5E-2	23,7E-2	01,0E-2	29,4
5-2	34,4E-2	24,7E-2	96,2E-4	28,3	33,3E-2	24,6E-2	01,0E-2	26,1	34,3E-2	25,2E-2	01,0E-2	26,5
5-3	40,0E-2	27,0E-2	01,0E-2	32,6	38,9E-2	27,6E-2	01,1E-2	29,2	39,9E-2	27,5E-2	01,1E-2	31,2

FONTE: O autor (2010)



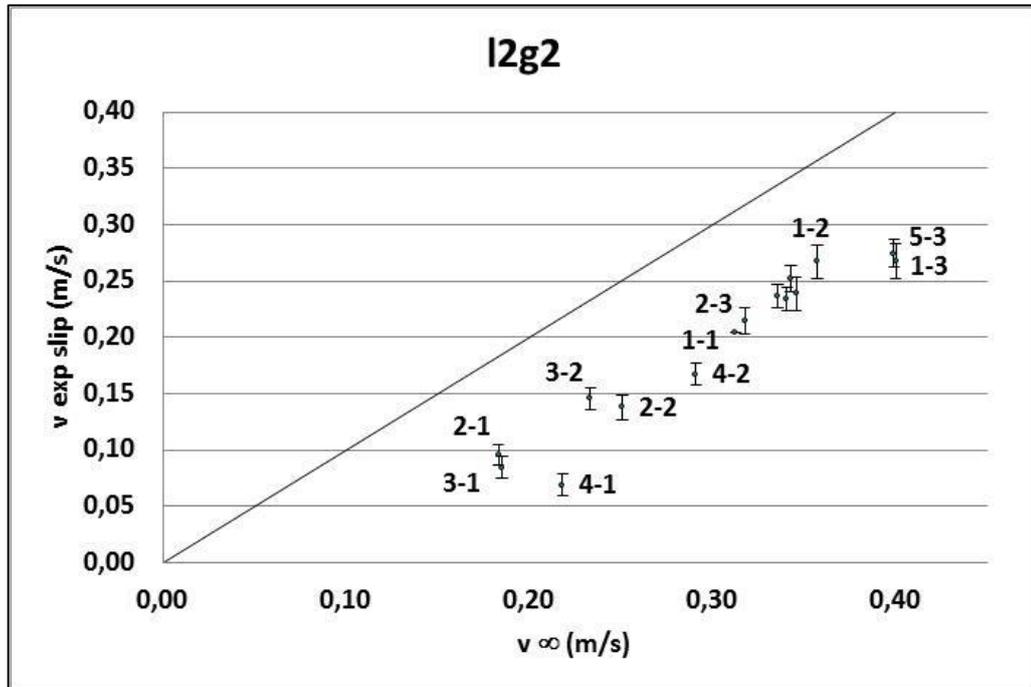


FIGURA 5.6 – Gráficos comparativos das velocidades terminais experimentais com as em meio infinito para ambos os meios fluidos em fluxo ascendente e com diferentes combinações das velocidades superficiais g_1 , g_2 , l_1 e l_2 . As barras de erros mostram o desvio padrão combinado mostrado na TABELA 5.5. FONTE: O autor (2010)

Comparando com as condições onde apenas a fase gasosa está em movimento ascendente, as esferas 3-1, 3-3 e 4-y parecem não mudar de comportamento. As demais esferas passam a girar ao redor do seu próprio eixo ou mesmo a colidir contra a parede, como o caso das esferas 1-1 e 5-y.

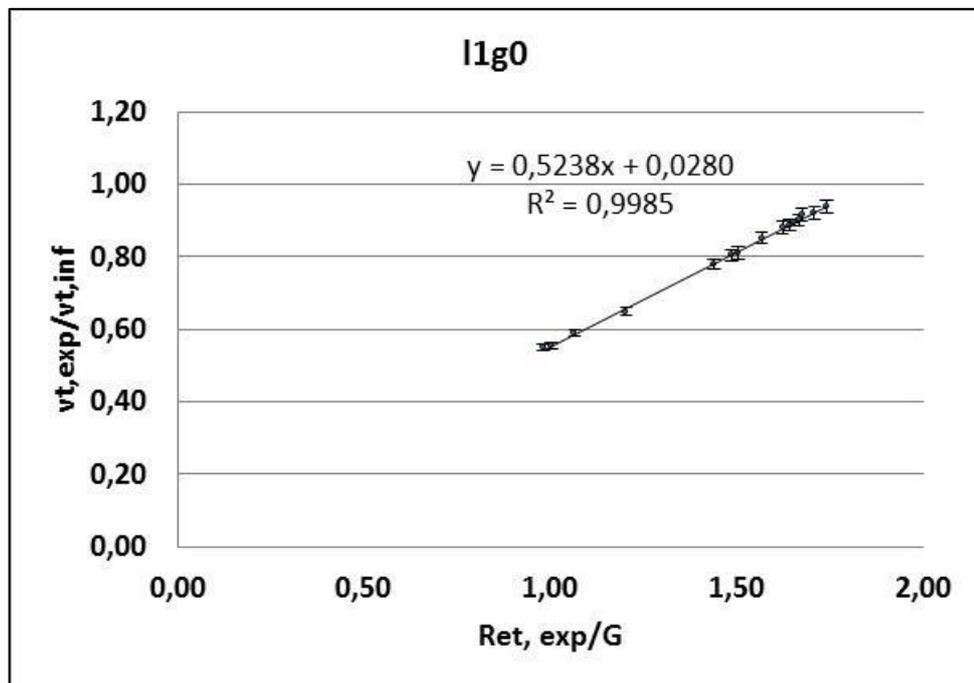
As medidas das esferas 1-y a 4-y sugerem que a velocidade terminal das partículas diminui com a velocidade superficial do gás, até um ponto onde o aumento da velocidade superficial do gás passa a ter pouca influência, conforme mencionado por Jean e Fan (1987) para partículas de $330\ \mu\text{m}$ e $460\ \mu\text{m}$, bem como por Smuk *et al.* (1991) para partículas de $750\ \mu\text{m}$. As exceções são as esferas maiores (esferas 5-y), onde quanto maior a velocidade superficial da fase gasosa, maior a velocidade terminal da esfera, conforme reportado por Mazumdar e Guthrie (1986), devido justamente a diminuição das colisões contra a parede da coluna.

Uma observação feita durante a análise dos experimentos foi que, independentemente da presença ou não de bolhas, há uma relação linear entre a

razão das velocidades terminais experimental e em meio infinito ($v_{t,exp}/v_{t,inf}$) e a razão do número de Reynolds experimental com o número de Galileu ($Re_{t,exp}/G$):

$$\frac{v_{t,exp}}{v_{t,inf}} = a \cdot \frac{Re_{t,exp}}{G} + b \quad (5.1)$$

Os coeficientes angular (a) e linear (b) dependem da escolha do método para estimativa da velocidade terminal em meio infinito e da presença de bolhas no meio líquido. Os gráficos resultantes encontram-se no ANEXO 13. A FIGURA 5.7 ilustra um exemplo desta relação.



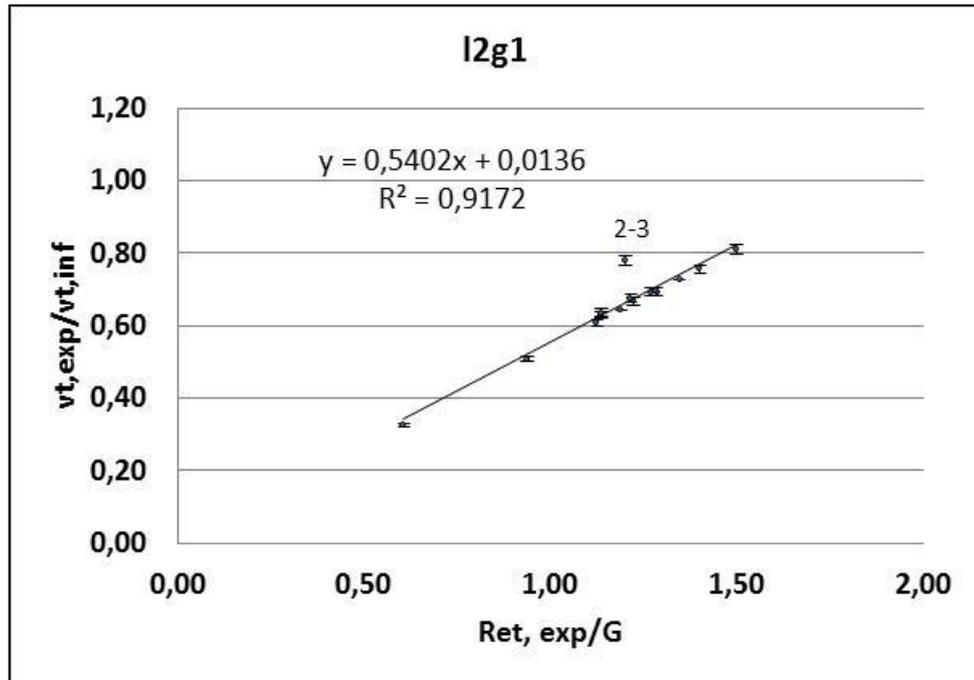


FIGURA 5.7 – Relação entre $v_{t,exp}$ e $v_{t,inf}$ em função de $Re_{t,exp}/G$. FONTE: O autor (2010)

Os desvios observados serão explicados na seção de modelagem matemática.

As regressões lineares dos gráficos apresentados na FIGURA 5.7 e no ANEXO 13 foram feitas pelo método dos mínimos quadrados com programa Microsoft® Office Excel® 2007, bem como os respectivos erros da regressão, utilizando a função PROJ.LIN. O erro padrão da regressão, representado por $se(y)$, é calculado pela expressão:

$$se(y) = \sqrt{\frac{\sum (y_i - \bar{y})^2 - \frac{[\sum (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})]^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2}}{(n-2)}} \quad (5.2)$$

O erro padrão do coeficiente angular a , representado por $se(a)$, é feito pela seguinte expressão:

$$se(a) = \sqrt{\frac{\sum (y_i - \bar{y})^2 - \frac{[\sum (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})]^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2}}{(n-2) \cdot \sum (x_i - \bar{x})^2}} \quad (5.3)$$

De maneira similar, erro padrão do coeficiente linear b, representado por se(b), pode ser feito pela seguinte expressão:

$$se(a) = \sqrt{\left\{ \frac{\sum (y_i - \bar{y})^2 - \frac{[\sum (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})]^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2}}{(n-2)} \right\} \cdot \left(\frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2} \right)} \quad (5.4)$$

Finalmente, o cálculo do coeficiente de determinação R^2 , que pode ser obtido por:

$$R^2 = \frac{[\sum (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})]^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2 \cdot \sum (y_i - \bar{y})^2} \quad (5.5)$$

Os resultados são ilustrados na TABELA 5.6, e estão de acordo com a metodologia de análise da regressão linear apresentada por Weisberg (2005).

TABELA 5.6 – Valores de R^2 e dos erros padrões para os coeficientes angular e linear da regressão linear, bem como o erro padrão da determinação de y, sendo todos adimensionais.

	a	se(a)	b	se(b)	R²	se(y)
I0g0 a	0,5309	± 0,0070	0,0191	± 0,0103	0,9983	± 0,0072
I0g0 b	0,5324	± 0,0066	0,0173	± 0,0102	0,9980	± 0,0071
I0g0 c	0,5198	± 0,0007	0,0375	± 0,0011	1,0000	± 0,0001
I1g0	0,5221	± 0,0053	0,0309	± 0,0079	0,9987	± 0,0053
I2g0	0,5168	± 0,0080	0,0391	± 0,0118	0,9969	± 0,0068
I0g1 a	0,5344	± 0,0065	0,0117	± 0,0078	0,9981	± 0,0056
I0g1 b	0,5349	± 0,0081	0,0112	± 0,0099	0,9970	± 0,0071
I0g2 a	0,5342	± 0,0081	0,0118	± 0,0094	0,9970	± 0,0056
I0g2 b	0,5375	± 0,0068	0,0075	± 0,0079	0,9979	± 0,0062
I2g1	0,5402	± 0,0450	0,0136	± 0,0543	0,9172	± 0,0350
I1g2	0,5408	± 0,0092	0,0040	± 0,0110	0,9962	± 0,0085
I2g2	0,5415	± 0,0102	0,0031	± 0,0122	0,9954	± 0,0081

FONTE: O autor (2010)

Os desvios padrões combinados dos resultados da razão $v_{t,\text{exp}}/v_{t,\text{inf}}$ para cada condição analisada são calculados pela seguinte expressão, obtida a partir da equação (4.25):

$$u_c^2(y) = [c_{xc} \cdot u(x_{xc})]^2 + [c_{mp} \cdot u(x_{mp})]^2 + [c_{dp} \cdot u(x_{dp})]^2 + [c_{t,\text{exp}} \cdot u(x_{t,\text{exp}})]^2 + [c_{cdl} \cdot u(x_{cdl})]^2 \quad (5.6)$$

onde:

$$c_{xc} = \frac{\partial \left(\frac{v_{t,\text{exp}}}{v_{t,\text{inf}}} \right)}{\partial x_c}; \quad c_{mp} = \frac{\partial \left(\frac{v_{t,\text{exp}}}{v_{t,\text{inf}}} \right)}{\partial m_p}; \quad c_{dp} = \frac{\partial \left(\frac{v_{t,\text{exp}}}{v_{t,\text{inf}}} \right)}{\partial d_p}; \quad c_{t,\text{exp}} = \frac{\partial \left(\frac{v_{t,\text{exp}}}{v_{t,\text{inf}}} \right)}{\partial \bar{t}_{\text{exp}}};$$

$$c_{cdl} = \frac{\partial \left(\frac{v_{t,\text{exp}}}{v_{t,\text{inf}}} \right)}{\partial C_{DL}}$$

A massa da partícula é representada por m_p . As derivadas da razão $v_{t,\text{exp}}/v_{t,\text{inf}}$ para parâmetros, como a viscosidade e densidade do meio líquido, não foram considerados pela falta de informações sobre os desvios apresentados pelas fontes de onde os mesmos foram obtidos. Para o coeficiente de arraste em meio líquido calculado pela equação (2.16), Cheng (2009) reporta um erro relativo médio de 3,742% ($u(x_{cdl}) = \pm C_{DL} \times 0,03742$), contribuindo este para a maior parcela do desvio calculado pela equação (5.6). O erro relativo é tomado como a razão entre o erro absoluto e o valor mensurado. Os resultados encontram-se no ANEXO 14.

A relação $Re_{t,\text{exp}}/G$ resulta em duas expressões com unidades de velocidade, onde uma representa os efeitos do arraste sobre a partícula, e outra representa o efeito da gravidade e do empuxo sobre a partícula, podendo a segunda ser representada por:

$$\sqrt{[(\rho_s / \rho_L) - 1] \cdot g \cdot d_p} \quad (5.6)$$

Esta mesma expressão foi utilizada na modelagem matemática apresentada por Jenny *et al.* (2004).

Gráficos da velocidade terminal experimental em função do número de Reynolds em meio infinito e em função do número de Galileu apresentam um comportamento muito semelhante, como mostra a FIGURA 5.8.

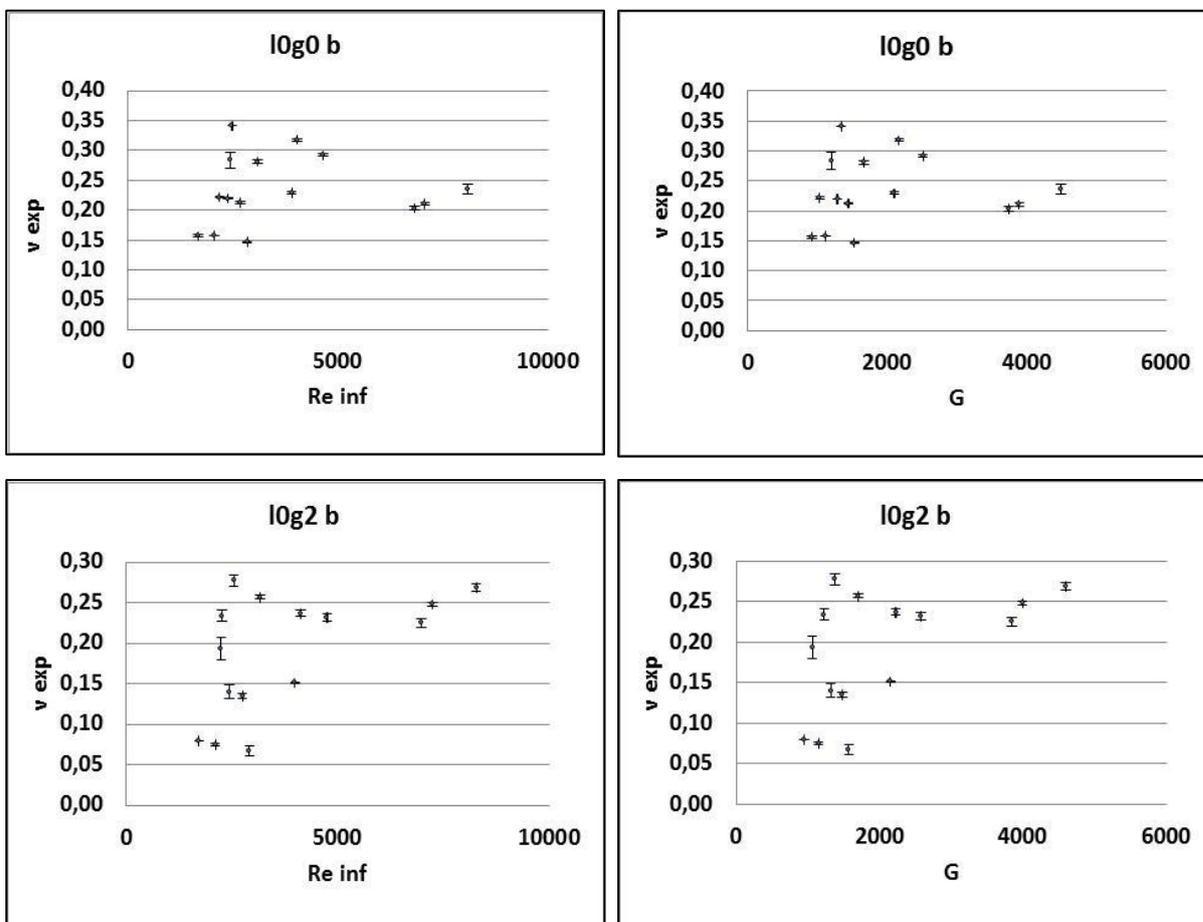


FIGURA 5.8 – Comparativo da velocidade terminal experimental em função do número de Reynolds em meio infinito e em função do número de Galileu. As barras de erros mostram os desvios padrões combinados para as velocidades terminais experimentais listados no ANEXO 12. FONTE: O autor (2010)

6 MODELAGEM MATEMÁTICA

A modelagem do sistema em estudo será comparada de quatro formas: pelo método de Mazumdar e Guthrie (1986), método de Jean e Fan (1987), método de Costa *et al.* (1986) e por contribuição de efeitos.

6.1 MODELAGEM DO SISTEMA LÍQUIDO

Dos métodos apresentados para cálculo do efeito parede na seção 2.4, somente as equações (2.21) e (2.22) serão utilizadas, pois a equação (2.20) de Haberman e Sayre (1958) atribuem um peso muito grande ao efeito parede para o regime laminar, como mostra a FIGURA 6.1.

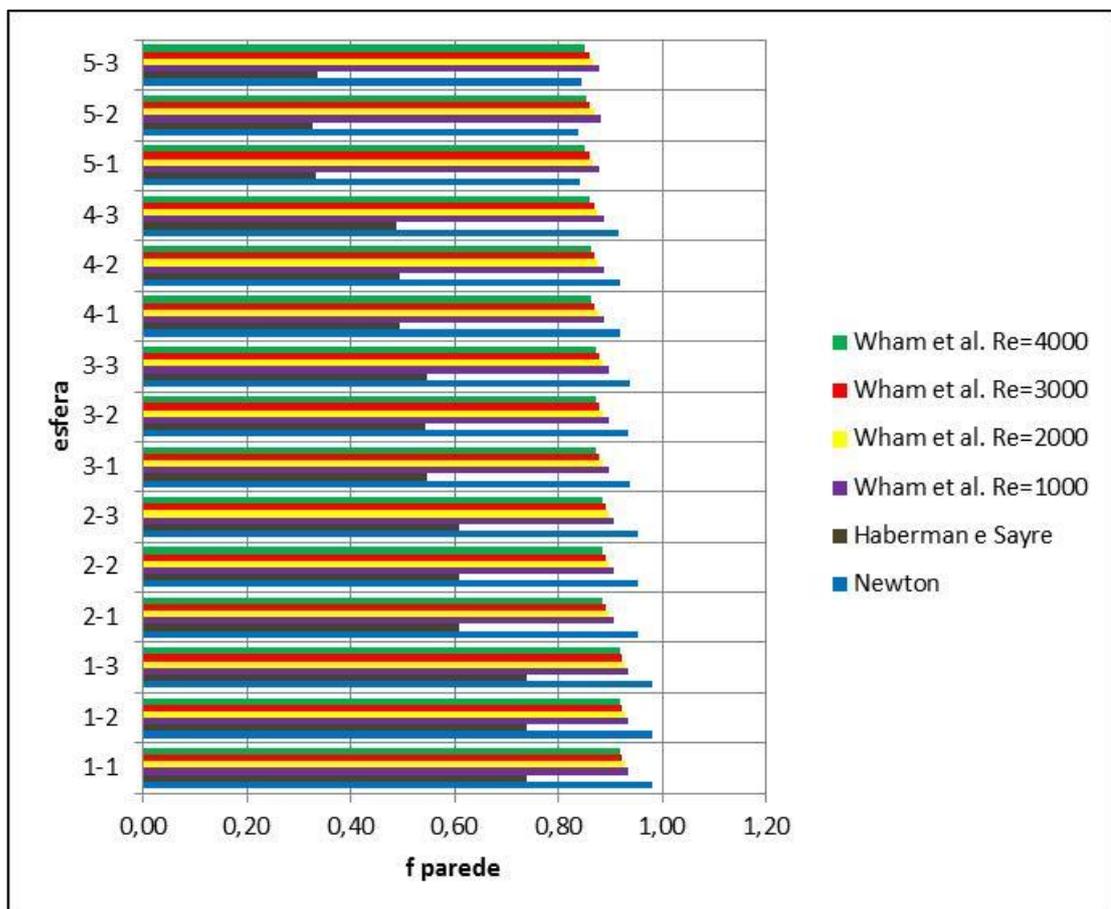


FIGURA 6.1 – Gráfico ilustrativo do efeito parede pelos métodos de Newton (1687), Haberman e Sayre (1958) e Wham *et al.* (1996). FONTE: O autor (2010).

Pelos resultados do gráfico, optou-se por utilizar o método de Wham *et al.* (1996) para o cálculo do efeito parede para os regimes laminar e transiente e o método de Newton (1687) para o regime turbulento. Vale salientar que os valores da razão entre o diâmetro da esfera e o diâmetro interno da coluna (λ) estão dentro dos limites de aplicabilidade das equações (2.20), (2.21) e (2.22). Os erros reportados por Chhabra *et al.* (2003) para as equações (2.20), (2.21) e (2.22). são, respectivamente, 7%, 9% e 27,10%. As barras de erro não foram adicionadas para possibilitar a melhor visualização dos resultados através da FIGURA 6.1.

A velocidade terminal em meio infinito pode então ser corrigida pelo efeito parede (f_p) em função do regime de fluxo para a esfera como segue:

$$U_t' = f_p \cdot U_\infty \quad (6.1)$$

Os resultados do efeito parede encontram-se no ANEXO 15.

Comparando os métodos apresentados para cálculo da velocidade terminal em meio infinito, a equação (2.9) de Brown e Lawler (2003) apresentou resultados menores que a velocidade terminal experimental para os sistemas l0g0 y, estando em desacordo com o esperado, que seria uma velocidade terminal em meio infinito maior que a experimental devido ao efeito parede. Logo, descarta-se o uso da equação (2.9).

Uma vez que a equação (2.22) de Newton (1687) apresenta os menores valores para o efeito parede, pode-se comparar os valores experimentais com cada equação para cálculo da velocidade terminal em meio infinito, com essa correção do efeito parede. Com isso, todas as equações expostas nos itens 2.2 e 2.3 apresentaram em algum momento resultados para meio infinito menores que os experimentais. A única equação que se apresentava mais próxima dos resultados experimentais quando este desvio ocorria, foi a equação (2.16) de Turton e Levenspiel (1986). Por esta comparação, e por ser uma equação amplamente citada em literatura (como nos trabalhos de Jean e Fan (1987), Brown e Lawler (2003) Almedeij (2008), Cheng (2009), entre outros) a equação de Turton e Levenspiel (1986) para coeficiente de arraste é tomada como referência para o cálculo do

coeficiente de arraste e velocidade terminal em meio infinito para partículas em meio líquido.

Os resultados para o efeito parede experimental fornecem o gráfico apresentado na FIGURA 6.2.

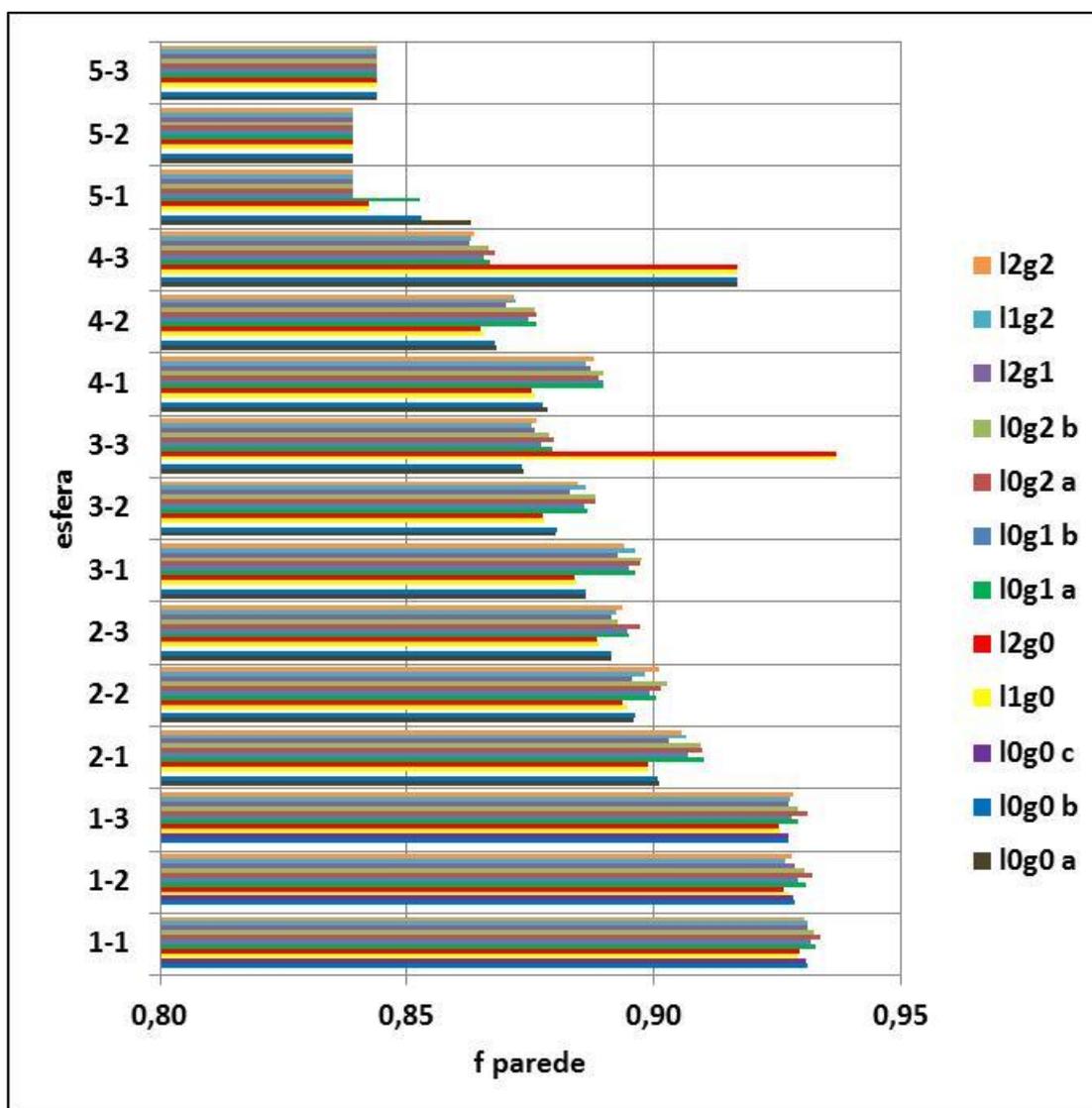


FIGURA 6.2 – Gráfico do efeito parede para cada esfera em todos os sistemas estudados. FONTE: O autor (2010).

As barras de erro estão ausentes na FIGURA 6.2 para poder permitir uma melhor visualização dos resultados.

6.2 MAZUMDAR E GUTHRIE (1986)

A modelagem para o sistema trifásico por Mazumdar e Guthrie (1986) segue o exposto no item 2.7.3, a partir da equação (2.55), para obter o coeficiente de arraste:

$$C_D = \frac{8}{3} \cdot \frac{R_p \cdot (\rho_p - \rho_m) \cdot g}{\rho_m \cdot U_m^2} \quad (6.2)$$

Nessa abordagem, a densidade ρ_m é calculada pela equação (2.57). A velocidade terminal U_m é adotada como a soma da velocidade terminal *slip* e da velocidade do meio gasoso, uma vez que no artigo original a velocidade do meio líquido é usada por a esfera estar estática. A fração de gás na coluna é tomada como as medidas experimentais. Não é possível calcular as velocidades do modelo a partir do artigo, uma vez que o mesmo traz os coeficientes de arraste para apenas uma das condições experimentais e cita que os resultados são menores que os obtidos da curva de coeficiente de arraste padrão, mas a abordagem pode ser implementada nos presentes dados experimentais visando testar a sua aplicabilidade e obter a curva dos coeficientes. Utilizando os resultados experimentais de velocidade terminal e a modelagem mostrada pelo artigo, obtêm-se os resultados mostrados pelo ANEXO 16. O número de Reynolds é calculado a partir dos valores das velocidades terminais experimentais *slip* de cada esfera.

A modelagem proporciona um gráfico do coeficiente de arraste em função do número de Reynolds como mostra a FIGURA 6.3.

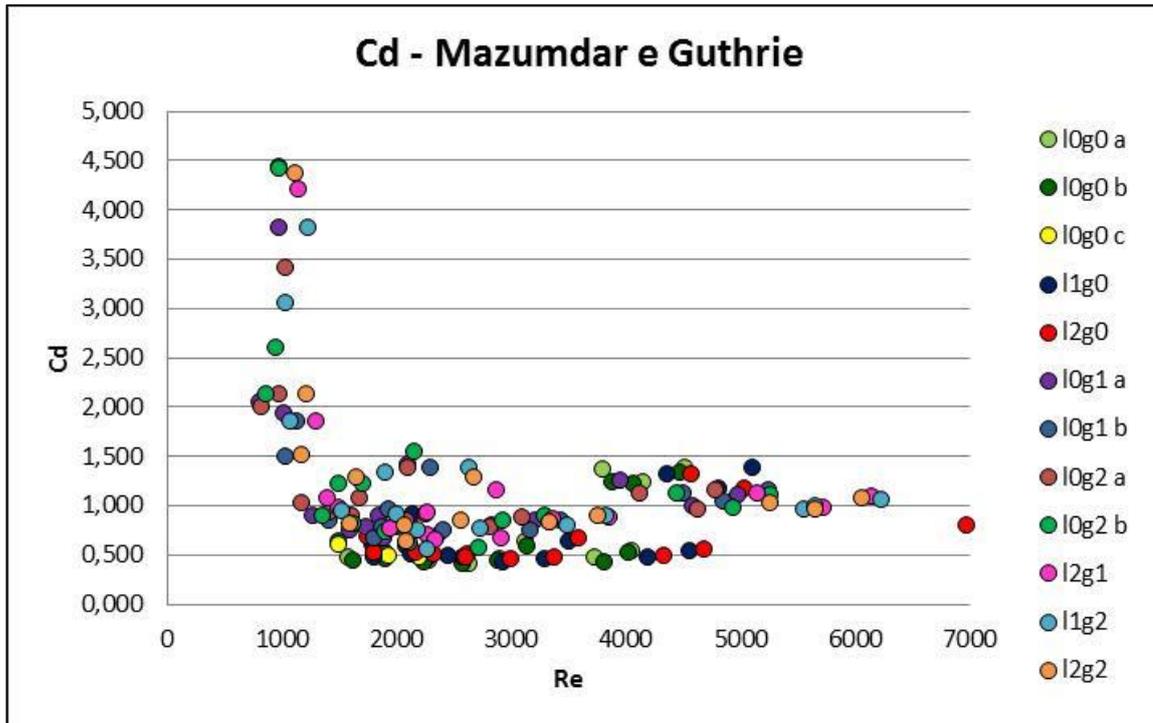


FIGURA 6.3 – Gráfico do coeficiente de arraste em função do número de Reynolds, conforme a modelagem apresentada por Mazumdar e Guthrie (1986), utilizando as velocidades terminais obtidas experimentalmente. FONTE: O autor (2010).

À primeira vista, nota-se uma certa semelhança com a curva clássica de coeficiente de arraste em função do número de Reynolds apresentado em literatura. Para realizar tal comparativo, com os dados experimentais do número de Reynolds para todos os conjuntos estudados, utiliza-se a equação (2.16) de Turton e Levenspiel (1986), uma equação clássica da literatura para cálculo do coeficiente de arraste em meio líquido, para fornecer como comparativo o gráfico mostrado na FIGURA 6.4.

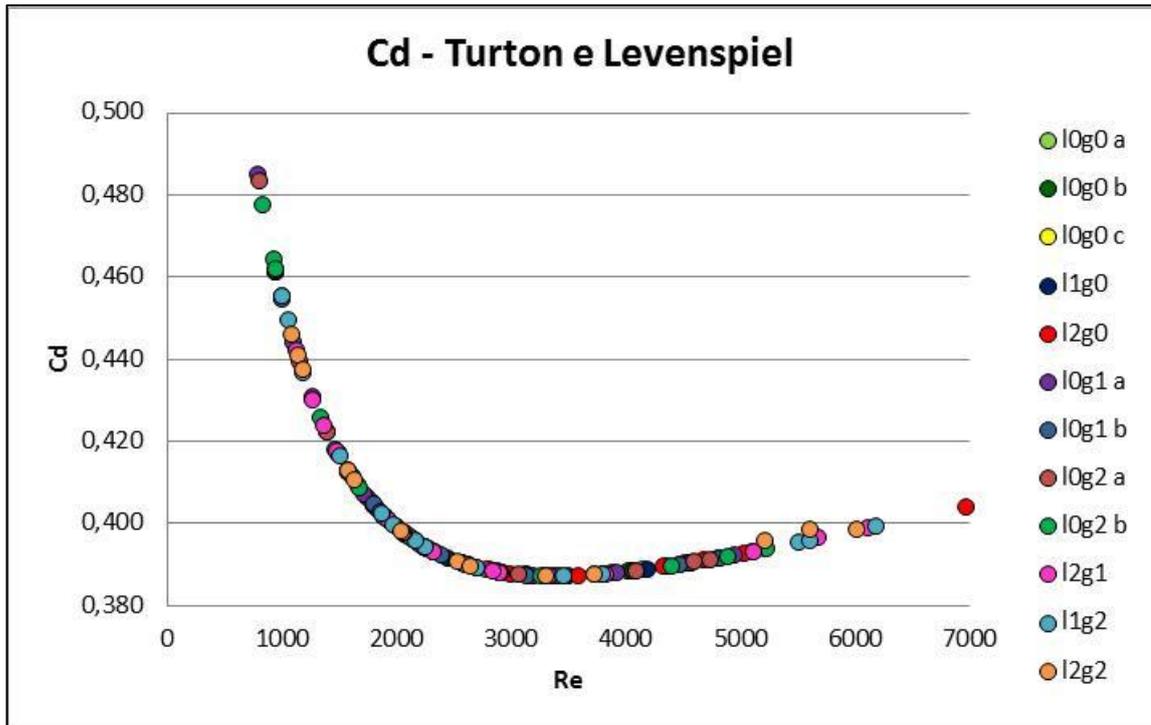


FIGURA 6.4 – Gráfico do coeficiente de arraste em função do número de Reynolds experimental, conforme a modelagem apresentada por Turton e Levenspiel (1986). FONTE: O autor (2010).

Comparando o modelo de Mazumdar e Guthrie (1986) com um modelo clássico para meio líquido como o de Turton e Levenspiel (1986), nota-se no modelo para meio líquido que os pontos tendem a seguir uma linha de tendência, sem dispersão significativa, enquanto que no modelo de Mazumdar e Guthrie (1986), apesar de apresentar tendência semelhante, os pontos apresentam uma dispersão mais pronunciada se uma linha de tendência for considerada. Não há registro dos desvios da equação (2.55) e, conforme informado no item 5, o erro relativo médio para a equação (2.16) é de 3,742%

6.3 JEAN E FAN (1987)

A modelagem por Jean e Fan (1987) usa as equações expostas no item 2.7.1. Como o trabalho foi desenvolvido para líquido estagnado, ela é aplicada considerando que U_L em todas as equações utilizadas é a velocidade terminal da partícula.

Para estimar a velocidade terminal em meio líquido-gás, há a necessidade de calcular os parâmetros para cada fase. Para a fase gasosa, primeiramente calcula-se o valor de k (razão entre volume da bolha e volume do rastro, equação (2.37)), seguido de ε_g (valores experimentais) e então U_B , representada pela equação (2.34). Na fase líquida, calcula-se V_L (velocidade superficial do líquido, equação (2.36)) para então obter Re_L . Com estes valores, obtém-se C_{DL} (Turton e Levenspiel (1986), equação (2.16)). U_t pode ser estimado ou obtido experimentalmente. Com U_t , calcula-se Re_t para então obter C_{DW} (interação entre o rastro da bolha e a partícula, equação (2.48)). Em posse de todos estes valores é possível calcular U_t' por método iterativo:

$$U_t' = (U_g \cdot k) + \left\{ \left[1 - (1+k) \cdot \varepsilon_g \right] \cdot \sqrt{\left(\frac{3}{4} \cdot C_{DL} \cdot \frac{\rho_L}{d_p} \right)^{-1} \cdot \left[(\rho_p - \rho_L) \cdot g - \frac{3}{2} \cdot C_{DW} \cdot \frac{k \cdot \varepsilon_g \cdot \rho_L}{d_p} \cdot \left(\frac{U_g}{\varepsilon_g} \right)^2 \right]} \right\} \quad (6.3)$$

Não há informações disponíveis sobre os desvios da equação (6.3), apenas foi reportado o erro médio da equação (2.48) como sendo de 19,9%. Comparando ε_g obtido experimentalmente com o obtido pelas equações, nota-se que as equações (2.65), (2.66), (2.68) e (2.69) tendem a subestimar ou superestimar o mesmo, dependendo do diâmetro da esfera e condições de fluxo, conforme mostra a TABELA 6.1.

TABELA 6.1 – Fração volumétrica de gás experimental e calculada por quatro equações distintas.

	Hughmark	Muroyama	Jean e Fan (2.65)	Jean e Fan (2.66)	Experimental
l0g1 a	0,00415	--	0,00711	0,06749	0,01514
l0g1 b	0,00415	--	0,00711	0,06749	0,01514
l0g2 a	0,00579	--	0,00990	0,07563	0,01956
l0g2 b	0,00579	--	0,00990	0,07563	0,01956
l2g1	0,00415	-0,00003	0,00664	0,01464	0,01640
l1g2	0,00579	-0,00002	0,00950	0,05913	0,02079
l2g2	0,00579	-0,00004	0,00927	0,02976	0,02145

FONTE: O autor (2010)

O valor da tensão superficial da água considerada para o modelo de Hughmark (1967) é de 0,0728 N/m e foi extraído de Reid *et al.* (1987).

Quanto aos desvios das equações utilizadas para o cálculo de ε_g , somente foi reportada a precisão das equações (2.65) e (2.66) de $\pm 22\%$. Os valores de U_g estão fora do limite de aplicabilidade das equações (2.65) e (2.66). Portanto, para a modelagem da velocidade terminal, optou-se por utilizar os valores experimentais. O coeficiente de iteração entre o rastro da bolha e a partícula resultar em valores entre 0,999 e 1,000. Os resultados são apresentados no ANEXO 17.

Gráficos comparativos das velocidades terminais experimentais com as calculadas pelo modelo de Jean e Fan (1987) para os sistemas com a presença de gás encontram-se no ANEXO 18. A FIGURA 6.5 ilustra um exemplo.

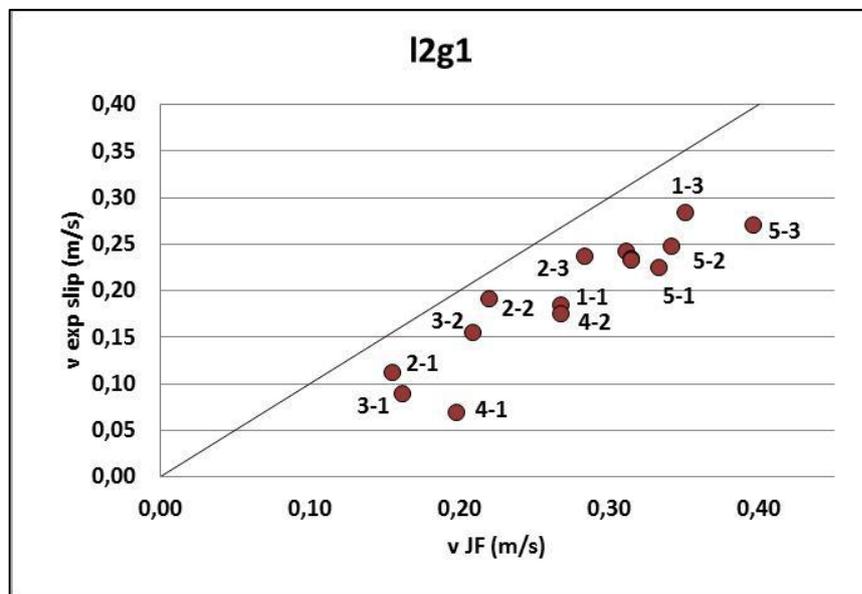


FIGURA 6.5 – Gráfico comparativo das velocidades terminais experimentais com as calculadas pelo modelo de Jean e Fan (1987) para o sistema l2g1. FONTE: O autor (2010)

Comparando estes gráficos com os comparativos das velocidades terminais experimentais com as velocidades em meio infinito, apresentados no item de resultados (FIGURAS 5.3 a 5.6), nota-se que para velocidades terminais experimentais menores que 0,20 m/s e para as esferas 2-3, a distribuição dos pontos são muito semelhantes entre as duas formas de comparação. Os gráficos do ANEXO 18 também mostram que os pontos correspondentes às esferas 5-y

apresentam-se mais distantes da diagonal de referência do que nos gráficos das FIGURAS 5.3 a 5.6, possivelmente devido a ausência do efeito parede no modelo.

6.4 COSTA ET AL. (1986)

O modelo destes autores será analisado conforme o trabalho original, uma vez que o apresentado por Jean e Fan (1987) difere da equação de velocidade terminal de uma única partícula apresentada no trabalho de Costa *et al.* (1986):

$$V_{\infty} = \left(\frac{4}{3} \cdot \phi \cdot \frac{g}{f_{D\infty}} \cdot \left[\frac{\rho_s}{(1-\alpha) \cdot \rho_L} - 1 \right] \right)^{1/2} \quad (6.4)$$

onde α é a razão entre ε_g e a porosidade do leito fluidizado. Como o sistema em estudo é composto de uma única partícula, pode-se aproximar a porosidade do leito fluidizado para 1. O valor da esfericidade ϕ é tomado como 1 pois no presente trabalho são utilizadas esferas. O fator de fricção $f_{D\infty}$ é calculado no trabalho de Costa *et al.* (1986) pela equação de coeficiente de arraste de Schiller *et al.* (1933) para $Re_{\infty} < 10^3$:

$$f_{D\infty} = \frac{24}{Re_{\infty}} \cdot (1 + 0,15 \cdot Re_{\infty}^{0,687}) \quad (6.5)$$

Para $10^3 < Re_{\infty} < 10^5$ o fator de fricção passa a ser 0,44. O trabalho de Almedeij (2008) traz como faixa de aplicabilidade para a equação de Schiller *et al.* (1933) como $2 < Re < 800$. O número de Reynolds no trabalho de Costa *et al.* (1986) é tomado como:

$$Re_{\infty} = \frac{V_{\infty} \cdot d_p \cdot (1-\alpha) \cdot \rho_L}{\mu_L} \quad (6.6)$$

Com as considerações para α , ϕ e utilizando a equação (2.16) de Turton e Levenspiel (1986), a equação (6.3) toma a seguinte forma:

$$U_t = \left(\frac{4}{3} \cdot \frac{g}{C_{DL}} \cdot \left[\frac{\rho_s}{(1-\varepsilon_g) \cdot \rho_L} - 1 \right] \right)^{1/2} \quad (6.7)$$

Não há informações sobre os desvios da equação (6.7), e seus resultados são apresentados no ANEXO 17. A FIGURA 6.6 ilustra um exemplo.

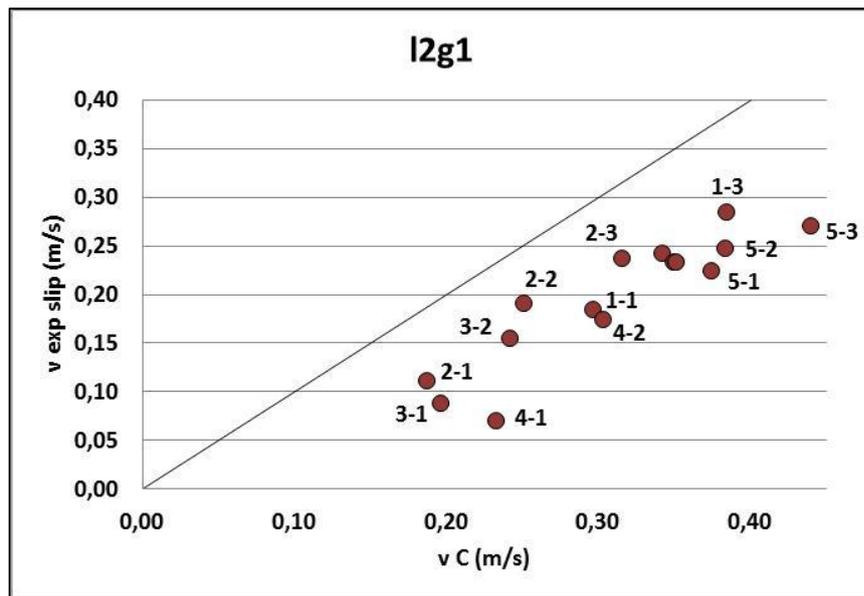


FIGURA 6.6 – Gráfico comparativo das velocidades terminais experimentais com as calculadas pelo modelo de Costa *et al.* (1986) para o sistema I2g1. FONTE: O autor (2010)

Gráficos comparativos das velocidades terminais experimentais com as calculadas pelo modelo de Costa *et al.* (1986) para os sistemas com a presença de gás encontram-se no ANEXO 19. Comparando estes gráficos com os comparativos das velocidades terminais experimentais com as velocidades em meio infinito, apresentados nas FIGURAS 5.3 a 5.6, nota-se que para velocidades terminais experimentais menores que 0,20 m/s e para as esferas 2-3, a distribuição dos pontos são muito semelhantes entre as duas formas de comparação. Os gráficos do ANEXO 19 também mostram que os pontos correspondentes às esferas 5-y apresentam-se mais distantes da diagonal de referência do que nos gráficos da seção 5, possivelmente devido a ausência do efeito parede no modelo. A

distribuição dos pontos é muito semelhante ao apresentado pelo modelo de Jean e Fan (1987).

De forma geral, os modelos preveem velocidades terminais em sistemas trifásicos maiores do que as experimentais, provavelmente por causa das trajetórias características das partículas em estudo.

6.5 CONTRIBUIÇÃO DE EFEITOS

6.5.1 Efeito da trajetória

O fato de muitas esferas não apresentarem uma trajetória de queda retilínea faz diminuir a sua velocidade terminal, o que se soma ao efeito parede considerado anteriormente. Para mensurar essa influência, foi definido o efeito da trajetória de forma semelhante ao efeito parede. O efeito parede na diminuição da velocidade terminal já foi bastante estudado na literatura e assume-se que é modelado pelas equações (2.21), de Newton (1687), e (2.22), de Wham *et al.* (1996), como descrito no item 6.1. Uma vez adotada essa contribuição do efeito parede no valor da velocidade terminal da partícula, pode-se estimar a influência da trajetória da partícula a partir das velocidades terminais experimentais pela seguinte expressão:

$$f_t = \frac{U_{t,exp}}{f_p \cdot U_\infty} \quad (6.8)$$

O efeito da trajetória foi calculado para o sistema líquido sem gás, na ausência de vazão de líquido, de forma a não haver interferência da presença das bolhas ou do perfil de velocidades do líquido. Os resultados encontram-se no ANEXO 15, e fornecem o gráfico apresentado na FIGURA 6.7.

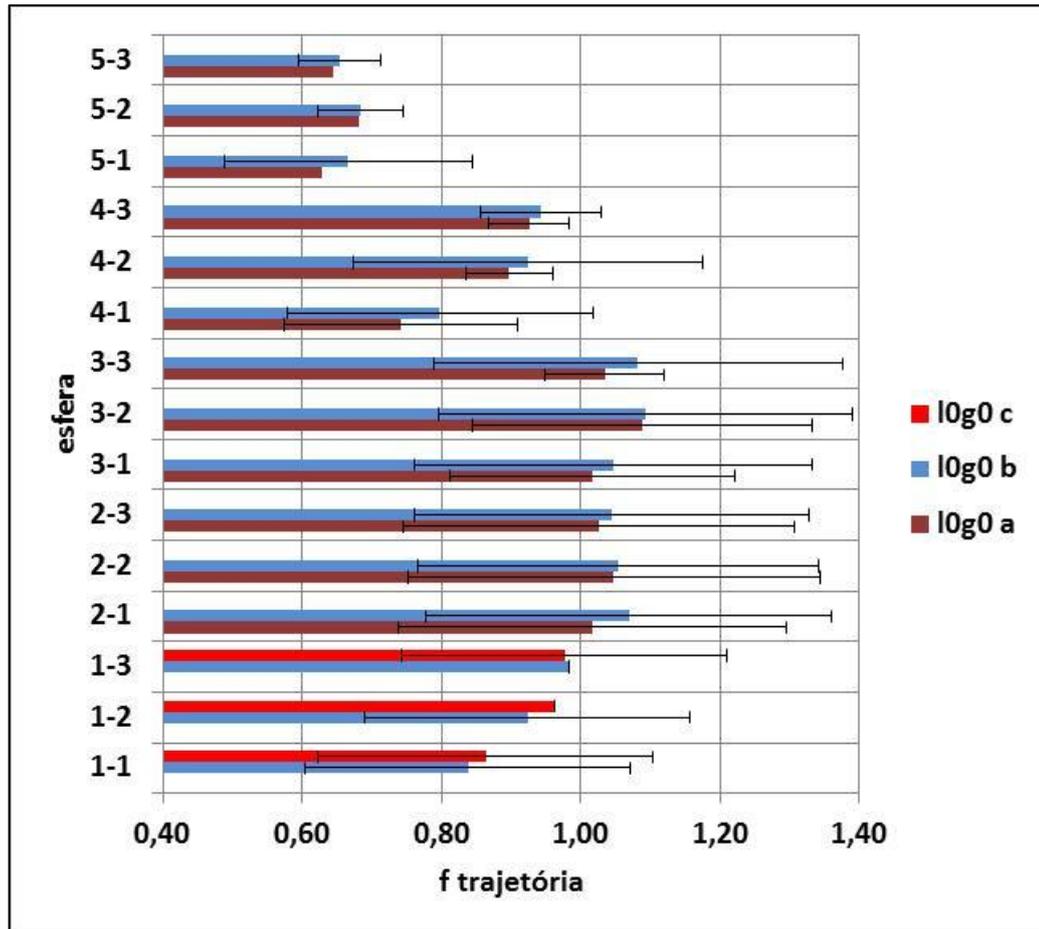


FIGURA 6.7 – Gráfico do efeito da trajetória para cada esfera nos sistemas I1g0 e I2g0. FONTE: O autor (2010).

Para as esferas 1-y e 2-y, quanto maior a sua densidade, mais o fator f aproxima-se de um, indicando uma trajetória que se aproxima da retilínea; efeito semelhante é observado para as esferas 4-y. Para as esferas 2-y e 3-y, o fator é próximo de um, indicando uma pequena influência da trajetória na velocidade terminal. O efeito da trajetória para as esferas 5-y é muito acentuado, reflexo do fato dessas esferas colidirem com a parede. As esferas 2-y e 3-y apresentam valores maiores do que um possivelmente devido ao modelo utilizado para correção do efeito parede (por corrigir mais do que o necessário), uma vez que os modelos utilizados possam não ser os mais adequados.

O desvio da equação (6.8) passa a depender não somente dos resultados experimentais, mas também das expressões utilizadas para cálculo da velocidade terminal em meio infinito e do efeito parede. Assim, considerando que os desvios das expressões do efeito parede podem ser representados por $u(x_{fp,Newton}) = f_{p,Newton}$

x 0,09 e $u(x_{fp,Wham \ et \ al.}) = f_{p, Wham \ et \ al.} \times 0,2710$, o desvio padrão combinado da equação (6.8) pode ser calculado por:

$$u_c^2(y) = [c_{xc} \cdot u(x_{xc})]^2 + [c_{mp} \cdot u(x_{mp})]^2 + [c_{dp} \cdot u(x_{dp})]^2 + [c_{texp} \cdot u(x_{texp})]^2 + [c_{fp} \cdot u(x_{fp})]^2 \quad (6.9)$$

onde:

$$c_{xc} = \frac{\partial \left(\frac{v_{t,exp}}{v_{t,inf}} \right)}{\partial x_c}; \quad c_{mp} = \frac{\partial \left(\frac{v_{t,exp}}{v_{t,inf}} \right)}{\partial m_p}; \quad c_{dp} = \frac{\partial \left(\frac{v_{t,exp}}{v_{t,inf}} \right)}{\partial d_p}; \quad c_{texp} = \frac{\partial \left(\frac{v_{t,exp}}{v_{t,inf}} \right)}{\partial \bar{t}_{exp}};$$

$$c_{fp} = \frac{\partial \left(\frac{v_{t,exp}}{v_{t,inf}} \right)}{\partial f_p}$$

As expressões para cálculo do efeito parede acabam por contribuir significativamente no resultado do desvio padrão combinado fornecido pela equação (6.9). Os resultados dos desvios do efeito da trajetória encontram-se no ANEXO 20.

6.5.2 Efeito do perfil de velocidades

Além dos efeitos da presença da parede e da trajetória das esferas, a análise dos dados permite supor que o perfil de velocidades da fase líquida dentro da coluna, que aparece quando se trabalha com alimentação de líquido, também influi na velocidade terminal das esferas. Como foi mostrado na TABELA 3.2, o regime de escoamento da fase líquida, no interior da coluna, é predominantemente laminar. Com a contribuição do efeito da trajetória determinado anteriormente pode-se estimar a influência do perfil de velocidades do líquido ascendente sobre a partícula a partir das velocidades terminais experimentais para o sistema com líquido ascendente e ausência de gás pela seguinte expressão:

$$f_v = \frac{U_{t,\text{exp}}}{f_t \cdot f_p \cdot U_\infty} \quad (6.10)$$

Toma-se como o efeito da trajetória (f_t) a média dos valores obtidos nos sistemas I0g0 a, I0g0 b e I0g0 c, mostrados no item anterior. Os resultados de f_v encontram-se no ANEXO 15.

Os resultados, também apresentados pela FIGURA 6.8, mostram valores de f_v menos significativos que o efeito parede, estando a maioria dos valores na faixa entre 0,95 e 1,0. Para a maior parte dos casos, f diminui com o aumento da velocidade média do líquido, indicando um desvio maior do cálculo da velocidade *slip* em relação à velocidade superficial do líquido.

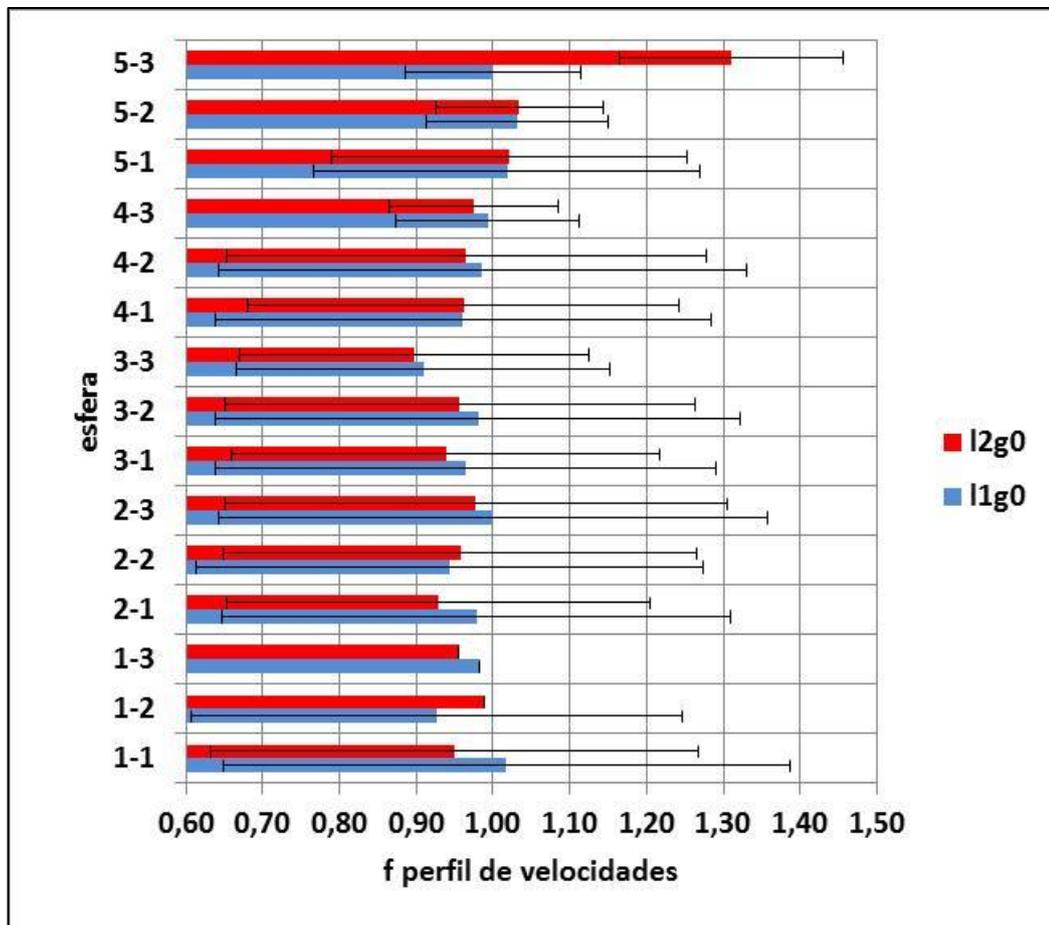


FIGURA 6.8 – Gráfico do efeito do perfil de velocidades para cada esfera nos sistemas I1g0 e I2g0. FONTE: O autor (2010).

A única exceção é a esfera 5-3 para o sistema l2g0, onde a contribuição do efeito do perfil de velocidade para o aumento da velocidade terminal é de 31%. Ao contrário do comportamento da mesma esfera em outros sistemas com apenas a presença do meio líquido, nessa condição a partícula não colidiu contra a parede, de forma que a influência da trajetória considerada a partir dos sistemas com líquido estagnados não se aplicam à esfera 5-3 no sistema l2g0. Aparentemente o perfil de velocidades do meio líquido em regime transiente também contribuiu para estabilizar as oscilações da trajetória da partícula. Este comportamento da esfera 5-3 para o sistema l2g0 pode explicar o desvio que o gráfico do ANEXO 17 apresenta para esta partícula.

O desvio da equação (6.10) utiliza a equação (6.9), acrescido do desvio padrão combinado calculado para o efeito da trajetória (f_t):

$$u_c^2(y) = [c_{xc} \cdot u(x_{xc})]^2 + [c_{mp} \cdot u(x_{mp})]^2 + [c_{dp} \cdot u(x_{dp})]^2 + [c_{texp} \cdot u(x_{texp})]^2 + [c_{fp} \cdot u(x_{fp})]^2 + [c_{ft} \cdot u(x_{ft})]^2 \quad (6.11)$$

onde:

$$c_{ft} = \frac{\partial \left(\frac{v_{t,exp}}{v_{t,inf}} \right)}{\partial f_t}$$

Os resultados dos desvios do efeito do perfil de velocidades encontram-se no ANEXO 21.

6.5.3 Efeito das bolhas

Seguindo essa abordagem, com a contribuição dos efeitos da trajetória da fase líquida determinados anteriormente, também pode-se estimar a influência das bolhas sobre a partícula a partir das velocidades terminais experimentais para com fluxo ascendente de gás pela seguinte expressão:

$$f_b = \frac{U_{t,exp}}{f_v \cdot f_t \cdot f_p \cdot U_\infty} \quad (6.12)$$

Aqui também toma-se como f_t a média dos valores obtidos nos sistemas I0g0 a, I0g0 b e I0g0 c. Na ausência de fluxo ascendente de líquido, f_v é igual a um. Os valores de f_v são tomados como os mesmos obtidos para cada velocidade superficial de fluxo de líquido nos sistemas I1g0 e I2g0.

Os resultados do efeito das bolhas (f_b) calculados segundo a equação (6.11) encontra-se na FIGURA 6.9, bem como no ANEXO 15.

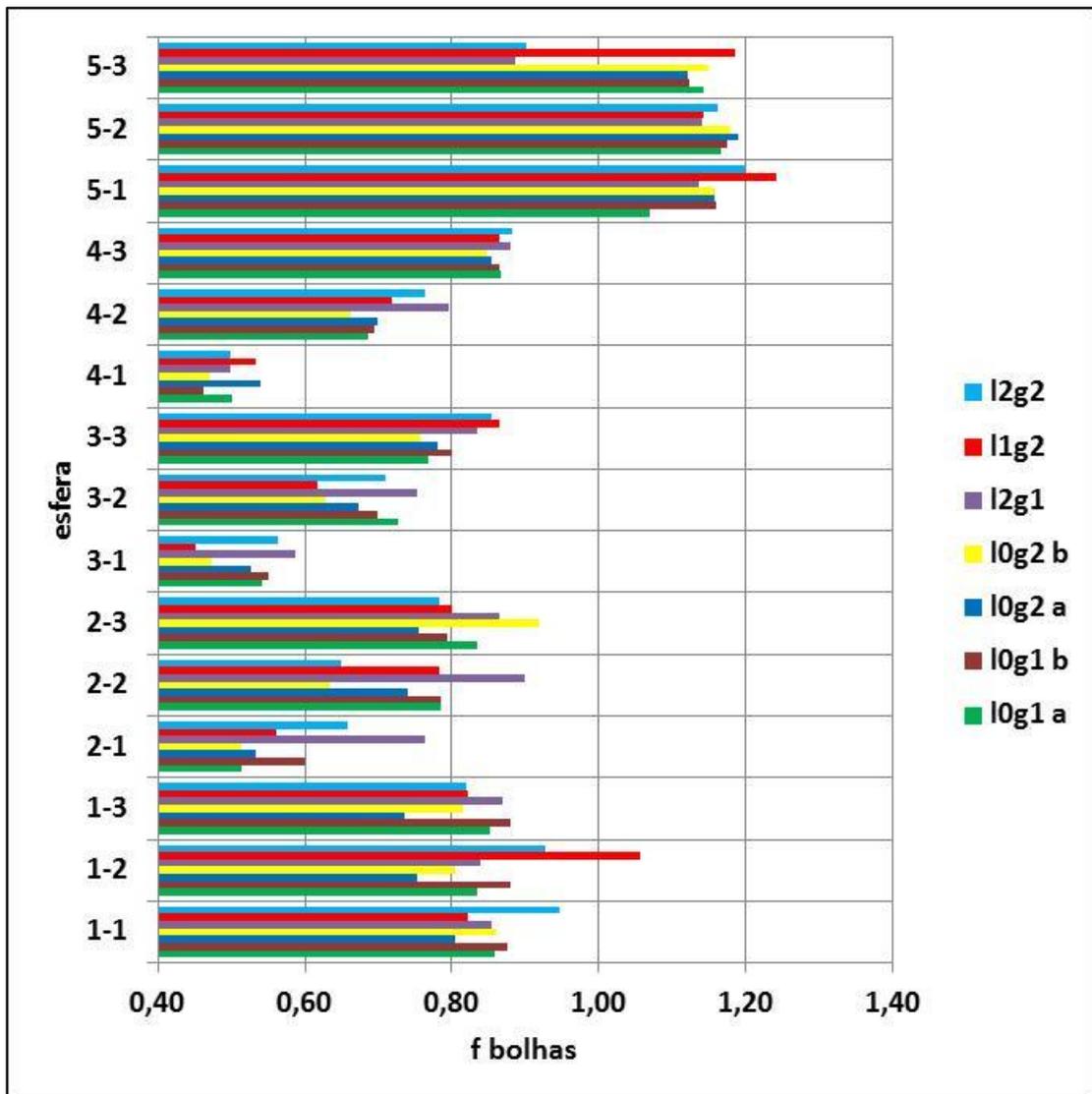


FIGURA 6.9 – Gráfico do efeito das bolhas para cada esfera nos sistemas I1g0 e I2g0. FONTE: O autor (2010).

Em sua maioria, os valores estão abaixo da unidade, refletindo a diminuição da velocidade terminal das esferas devido à presença das bolhas. Os resultados mostram que os valores de f_b encontra-se sempre muito próximos ou superiores aos do efeito parede. Com a exceção das esferas 1-y e 5-y, quanto maior a densidade da partícula, menor a influência das bolhas. Também fica evidente que o aumento do fluxo de bolhas não necessariamente aumenta a influência das mesmas sobre a partícula devido à trajetória que esfera percorre, uma vez que a maior proximidade com a parede associada ao menor fluxo de bolhas diminui o efeito da fase gasosa sobre a partícula. Sendo assim, f_b depende não só do fluxo de bolhas como também da localização da partícula no sentido radial da coluna de bolhas, ou seja, da concentração local de bolhas.

A aparente aleatoriedade dos resultados das esferas 1-y pode ser explicada pela maior sensibilidade à trajetória e à concentração de bolhas devido à proporção de seu diâmetro em relação ao diâmetro da coluna. Quanto maior a proximidade com a parede, menor é a interação com as bolhas, se comparado com as esferas de maior diâmetro. Há também a possibilidade de um maior efeito devido à proporção das dimensões da esfera em relação às dimensões da bolha.

De uma maneira geral, a presença de bolhas contribui para estabilizar a trajetória das partículas 5-y, proporcionando um aumento da velocidade terminal das mesmas. As únicas exceções são as esferas 5-3 para os sistemas l2g1 e l2g2 possivelmente devido aos valores de f_t provenientes do sistema l2g0, que aparentemente não condiz com o comportamento da esfera para maior fluxo de líquido.

O gráfico ilustrando $v_{t,exp}$ e $v_{t,inf}$ em função de $Re_{t,exp}/G$ para o sistema l2g1 (ver FIGURA 5.7) mostra a esfera 2-3 como a partícula com maior desvio em relação à reta de referência. Analisando os valores de f_b para as esferas 2-y, em todos os casos f_b aumenta com o aumento da densidade da partícula, exceto para a esfera 2-3 no sistema l2g1, que é menor do que o valor de f_b calculado para a esfera 2-2.

O desvio da equação (6.12) utiliza a equação (6.11), acrescido do desvio padrão combinado calculado para o efeito do perfil de velocidades (f_v):

$$\begin{aligned}
 u_c^2(y) = & [c_{xc} \cdot u(x_{xc})]^2 + [c_{mp} \cdot u(x_{mp})]^2 + [c_{dp} \cdot u(x_{dp})]^2 \\
 & + [c_{t\text{exp}} \cdot u(x_{t\text{exp}})]^2 + [c_{fp} \cdot u(x_{fp})]^2 + [c_{ft} \cdot u(x_{ft})]^2 + [c_{fv} \cdot u(x_{fv})]^2
 \end{aligned}
 \tag{6.13}$$

onde:

$$c_{fv} = \frac{\partial \left(\frac{v_{t,\text{exp}}}{v_{t,\text{inf}}} \right)}{\partial f_v}$$

Os resultados dos desvios do efeito das bolhas encontram-se no ANEXO 22. As barras de erros estão ausentes da FIGURA 6.9 para melhor visualização dos resultados.

7 CONCLUSÕES

Neste trabalho, foram determinadas as velocidades experimentais de queda de esferas de diversos diâmetros e densidades em meio líquido e em meio bifásico líquido-gás. Os fatores que influenciam a velocidade terminal são a forma da trajetória que a esfera adquire na queda, a presença da parede do sistema, o perfil de velocidades da fase líquida e a velocidade superficial da fase gasosa. A reprodutibilidade dos dados torna-se evidente na seção 5, uma vez os pontos correspondentes a cada partícula estão distribuídos de maneira muito semelhante em todos os gráficos apresentados para cada sistema, apesar das diferenças de cada sistema, como temperatura e vazão dos fluidos.

As esferas, mesmo em meio líquido estagnado, apresentam trajetórias distintas da retilínea, como oblíqua e helicoidal. Esta alteração na trajetória retilínea causa uma influência do efeito parede devido à maior ou menor proximidade da esfera com a parede da coluna. A não-homogeneidade das esferas pode estar ligada à alterações na trajetória da partícula por provocar oscilações mais intensas à mesma, conforme reportado por Jenny *et al.* (2004) para esferas em ascensão.

Comparando com o meio líquido estagnado, a presença de bolhas no meio líquido provoca a diminuição da velocidade terminal das esferas de menor diâmetro, chegando a uma diminuição de até 51%, exceto para as de maior diâmetro (5-y), devido à colisão das esferas contra as bolhas e à transferência de momento dos rastros das bolhas, que para as esferas têm maior velocidade que o líquido circundante. No caso das esferas 5-y ocorre uma estabilização das oscilações nas trajetórias apresentada por elas, provocando um aumento da velocidade terminal de até 19%. A influência do fluxo de bolhas também está ligada à proximidade com a parede da coluna, pois a concentração de bolhas é maior na parte central da mesma. Quando há um fluxo ascendente de líquido, o perfil de velocidade promove uma influência em torno de 5% para as condições estudadas. O estudo mostra que há uma relação entre as proporções do diâmetro da partícula e o espaço delimitado pela parede que, associado à presença de bolhas, determina se a velocidade terminal da partícula irá diminuir ou aumentar.

Os modelos apresentados em literatura para estimativa da velocidade terminal em meio trifásico não promovem resultados satisfatórios se comparados aos dados experimentais, tendendo a superestimar a velocidade terminal das

partículas. Em nenhum dos modelos observou-se a consideração da influência da trajetória da partícula, especialmente a sua posição radial com relação ao eixo vertical da coluna, e tampouco a influência do efeito parede. Se fosse considerado o efeito parede, poderia haver ainda a necessidade de adicionar o efeito da trajetória no modelo, uma vez que muitos modelos para o efeito parede são obtidos para partículas em trajetória retilínea.

O modelo de Costa *et al.* (1986) não apresenta bons resultados para um sistema trifásico, pois, apesar de considerar a fração real de líquido no sistema, a equação leva em consideração apenas a influência do meio líquido. Pela forma como é estruturada no trabalho dos autores, leva-se a supor que a equação (6.4) retorna como resultado a velocidade terminal em meio infinito para um meio líquido contínuo, pois a mesma é utilizada posteriormente para obter uma expressão para a velocidade de mínima fluidização, que leva em conta outras características do sistema trifásico, como a velocidade do gás e as características do leito.

O modelo apresentado por Jean e Fan (1987), apesar de já levar em consideração algumas características do sistema trifásico, como a velocidade e fração do gás e a força resultante da interação entre o rastro da bolha e a partícula, não apresentou um ganho substancial e forneceu resultados ainda longe dos obtidos experimentalmente. A maior contribuição desta modelagem ainda encontra-se na forma como é realizado o balanço de forças.

Apesar de não trazer na forma gráfica o coeficiente de arraste, mas sim em como considerar na modelagem o meio fluido no qual a partícula se encontra, a modelagem de Mazumdar e Guthrie (1986) forneceu resultados que, quando representados em forma gráfica, assemelham-se às curvas clássicas de coeficiente de arraste encontrados em literatura. Os resultados, porém, podem proporcionar uma equação empírica que poderia complementar esta modelagem de forma a tornar possível um método iterativo, e que também possa representar um coeficiente para meio trifásico.

A modelagem do sistema em forma de coeficientes que consideram a trajetória da partícula, o perfil de velocidade da fase líquida e o efeito das bolhas mostrou-se promissória. Com cada efeito determinado independentemente, foi possível separar cada efeito e obter tendências consistentes para o comportamento das esferas, de forma que o sistema mais complexo, com alimentação de ambas as fases de fluidos, pôde ser representado matematicamente. No entanto, é preciso

mais determinações, com uma gama maior de velocidades e trabalhando com colunas de outros diâmetros, para que seja obtido um modelo completamente preditivo.

Os resultados obtidos experimentalmente, bem como a quantificação dos efeitos da trajetória, do perfil de velocidades da fase líquida e da presença de bolhas sobre a velocidade terminal da partícula, fornecem informações importantes que podem permitir a melhoria e desenvolvimento de novos modelos que representem sistemas trifásicos, onde haja a necessidade de utilizar a velocidade terminal de partículas na presença de mais de uma fase fluida (como a decantação e fluidização). Isto possibilita o estudo da inclusão destes fatores no modelo de maneira isolada, fora de parâmetros experimentais ou fatores de segurança, que pode ser observado nos modelos analisados para sistemas trifásico, pois comparando os modelos de Costa *et al.* (1986) com o de Jean e Fan (1987), o segundo fornece resultados menos distantes dos dados experimentais se comparados com o primeiro possivelmente pelo fato de incluir algumas características das fases sólida e gasosa que em geral não são levadas em consideração em outros modelos.

8 SUGESTÕES PARA FUTUROS TRABALHOS

Para melhor análise dos fenômenos apresentados no presente trabalho, sugerem-se os seguintes estudos:

- a) aprofundamento dos estudos das trajetórias das partículas com colunas de diâmetros diversos, preferencialmente de maior diâmetro para evitar colisões das partículas de maior diâmetro contra a parede, e seus efeitos sobre a velocidade terminal;
- b) estudo da influência do tamanho das bolhas sobre a trajetória da partícula em função da proporção das dimensões da partícula em relação as dimensões da bolha;
- c) análise mais detalhada da influência do perfil de concentração de bolhas sobre a velocidade terminal da partícula;
- d) estudo da influência do regime de fluxo de bolhas sobre a velocidade terminal da partícula;
- e) estudo da influência da trajetória da partícula sobre o efeito parede em sistemas com uma única fase fluida contínua, uma vez que o efeito parede em geral é obtido para partículas com trajetórias retilíneas.
- f) análise da influência da não-homogeneidade da partícula sobre a trajetória da mesma;
- g) obtenção de correlações empíricas adimensionais;
- h) melhorias de modelos existentes e criação de novos modelos para representação de sistemas trifásicos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMEDEIJ, J. Drag coefficient of flow around a sphere: Matching asymptotically the wide trend. **Powder Technology**, vol. 186, 218-223, 2008.

BARNETT, V.; LEWIS, T. Outliers in statistical data. 3^a ed. John Wiley & Sons, Ltd. England. 1995.

BROWN, P.; LAWLER, D. Sphere drag and settling velocity revisited. **Journal of Environmental Engineering**, 223-231, March 2003.

CHENG, N. S. Comparison of formulas for drag coefficient and settling velocity of spherical particles. **Powder Technology**, vol. 189, 395-398, 2009.

CHHABRA, R. P.; AGARWAL, S.; CHAUDHARY, K. A note on wall effect on the terminal falling velocity of a sphere in quiescent Newtonian media in cylindrical tubes. **Powder Technology**, vol. 129, 53-58, 2003.

COSTA, E.; DE LUCAS, A.; GARCIA, P. Fluid dynamics of gas-liquid-solid fluidized beds. **Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev.**, vol. 25, 849-854, 1986.

CUI, Z.; FAN, J.; PARK, A-H. Drag coefficients for a settling sphere with microbubble drag reduction effects. **Powder Technology**, vol. 138, 132-134, 2003.

FAN, L. S. Gas-liquid-solid fluidization engineering. Butterworth Publishers, USA, 1989.

JEAN, R-H.; FAN, L-S. On the particle terminal velocity in a gas-liquid medium with liquid as the continuous phase. **The Canadian Journal of Chemical Engineering**, vol. 65, 881-886, December 1987.

JENNY, M.; DUSEK, J; BOUCHET, G. Instabilities and transition of a sphere falling or ascending freely in a Newtonian fluid. **J. Fluid Mech.**, vol. 508, 201-239, 2004.

KNESEBECK, A. Estudo Experimental e Modelagem da Fluidodinâmica em Leito Fluidizado Trifásico. **Tese/Doutorado, Universidade de São Paulo**. São Paulo, Brasil, 2003.

MAZUMDAR, D.; GUTHRIE, R. On the reduction in translational drag forces in bubbly Newtonian liquids. **Chemical Engineering Science**, vol. 41, n° 11, 2965-2967, 1986.

NAVIDI, W. C. Statistics for engineers and scientists. 1^a ed. McGraw-Hill Inc., New York, USA, 2006.

PERRY, R. H.; GREEN, D. W.; MALONEY, J. O. Perry's chemical engineers' handbook. 7^a ed. The McGraw-Hill Companies Inc., USA, 1997.

REID, R. C.; PRAUSNITZ, J. M.; POLING, B. E. The properties of gases & liquids. 4^a ed. McGraw-Hill Inc., New York, USA, 1987.

SMUK, D.; SCOTT, D.; MACINTYRE, R. Settling velocities of particles in bubbly gas-liquid mixtures. **The Canadian Journal of Chemical Engineering**, vol. 69, 1382-1388, December 1991.

THODE, H. C. Testing for normality. Marcel Dekker Inc., New York, USA, 2002.

VELDHUIS, C.; BIESHEUVEL, A.; VAN WIJNGAARDEN, L.; LOHSE, D. Motion and wake structure of spherical particles. **Nonlinearity - Institute of Physics Publishing**, vol. 18, n° 1, C1 – C8, 2005.

VELDHUIS, C.; BIESHEUVEL, A. An experimental study of the regimes of motion of spheres falling or ascending freely in a Newtonian fluid. **International Journal of Multiphase Flow**, vol. 33, 1074-1087, 2007.

WEISBERG, S. Applied linear regression. 3^a ed. John Wiley & Sons, Inc., New Jersey, USA, 2005.

ZHANG, J. P.; GRACE, J. R.; EPSTEIN, N.; LIM, K. S. Flow regime identification in gas-liquid flow and three-phase fluidized beds. **Chemical Engineering Science**, vol. 52, n° 21-22, 3979 - 3992, 1997.

DOCUMENTOS CONSULTADOS

JCGM 100:2008 (Joint Committee for Guides in Metrology). Evaluation of measurement data - Guide to the expression of uncertainty in measurement (GUM). 1st ed. Bureau International des Poids et Mesures. Sèvres Cedex, France. 2008a.

Disponível em:

http://www.bipm.org/utils/common/documents/jcgm/JCGM_100_2008_E.pdf. Acesso em: 02/08/2010.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ. Sistema de Bibliotecas. **Teses, dissertações, monografias e trabalhos acadêmicos**. Curitiba: Editora UFPR, 2007. (Normas para apresentação de documentos científicos, 2).

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ. Sistema de Bibliotecas. **Citações e notas de rodapé**. Curitiba: Editora UFPR, 2007. (Normas para apresentação de documentos científicos, 3).

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ. Sistema de Bibliotecas. **Referências**. Curitiba: Editora UFPR, 2007. (Normas para apresentação de documentos científicos, 4).

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ. Sistema de Bibliotecas. **Redação e editoração**. Curitiba: Editora UFPR, 2007. (Normas para apresentação de documentos científicos, 9).

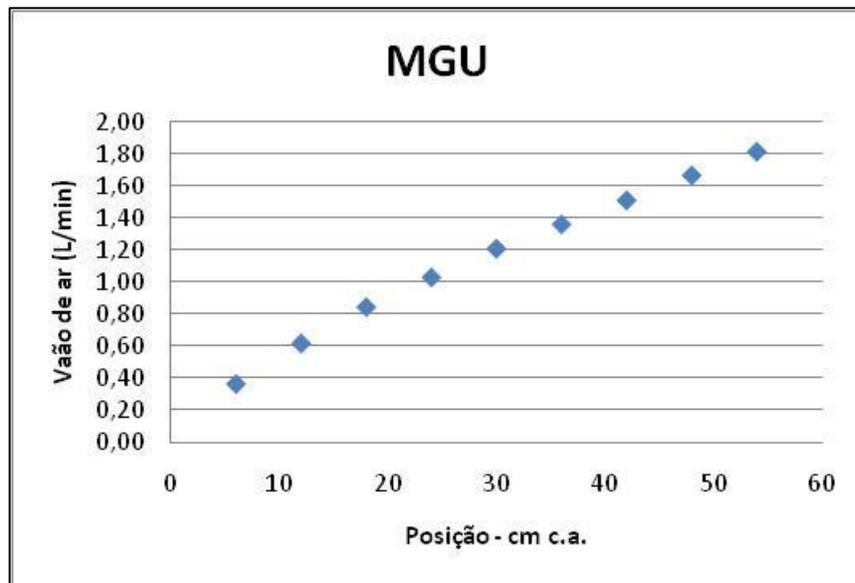
ANEXOS

ANEXO 1 – Medidas do diâmetro de cada esfera, tomando três pontos distintos.

	dp₁ (mm)	dp₂ (mm)	dp₃ (mm)	desvio padrão (média)	desvio padrão combinado
1-1	7,50	7,85	7,74	± 0,10	± 0,10
1-2	7,48	7,69	7,87	± 0,11	± 0,11
1-3	7,46	7,66	7,76	± 0,09	± 0,09
2-1	11,76	11,67	11,96	± 0,09	± 0,09
2-2	11,83	11,53	11,75	± 0,09	± 0,09
2-3	11,87	11,65	11,76	± 0,06	± 0,06
3-1	13,84	13,89	13,79	± 0,03	± 0,03
3-2	14,09	13,85	13,79	± 0,09	± 0,09
3-3	13,73	13,82	13,72	± 0,03	± 0,03
4-1	15,60	15,65	15,50	± 0,04	± 0,04
4-2	15,52	15,74	15,75	± 0,08	± 0,08
4-3	15,65	15,96	15,82	± 0,09	± 0,09
5-1	21,93	22,10	21,71	± 0,11	± 0,11
5-2	22,11	22,29	22,01	± 0,08	± 0,08
5-3	21,56	21,71	22,11	± 0,16	± 0,16

ANEXO 2 – Curva de calibração para alimentação de ar

Posição (cm c.a.)	Tempo (min)	Vazão (L/min)	uc (L/min)
6	8:16.18	0,36	$\pm 7,01E-04$
12	4:52.40	0,62	$\pm 1,19E-03$
18	3:33.78	0,84	$\pm 1,63E-03$
24	2:55.31	1,03	$\pm 1,99E-03$
30	2:29.28	1,21	$\pm 2,33E-03$
36	2:12.59	1,36	$\pm 2,63E-03$
38,5	2:05.25	1,44	$\pm 2,78E-03$
42	1:59.44	1,51	$\pm 2,92E-03$
48	1:48.25	1,66	$\pm 3,22E-03$
52	1:41.91	1,77	$\pm 3,42E-03$
54	1:39.44	1,81	$\pm 3,51E-03$



ANEXO 3 – Tempos obtidos experimentalmente para cada esfera em estudo.

	l0g0 a	l0g0 b	l0g0 c	l1g0	l2g0	l0g1 a	l0g1 b	l0g2 a	l0g2 b	l2g1	l1g2	l2g2
1-1	--	8,40	7,82	8,10	9,66	8,69	8,85	9,68	9,09	10,75	10,10	10,22
	--	7,94	7,56	8,19	9,66	9,12	--	--	9,53	12,59	10,22	--
	--	7,85	7,78	8,32	9,65	9,00	--	--	8,43	--	10,53	--
	--	7,65	7,53	8,56	9,93	10,06	--	--	--	--	10,57	--
	--	7,88	7,65	--	--	10,43	--	--	--	--	--	--
	--	--	7,72	--	--	9,06	--	--	--	--	--	--
1-2	--	6,12	5,97	6,63	6,90	7,22	6,68	6,60	7,82	8,40	6,62	7,59
	--	5,94	5,88	7,69	--	--	6,47	7,37	8,22	--	--	7,10
	--	6,44	--	7,25	--	--	6,56	7,85	7,62	--	--	7,68
	--	--	--	6,35	--	--	7,97	8,04	7,37	--	--	8,44
	--	--	--	--	--	--	7,31	7,93	7,19	--	--	--
	--	--	--	--	--	--	7,22	8,19	7,43	--	--	--
1-3	--	5,13	5,13	5,54	6,00	7,13	5,96	6,96	6,47	7,22	6,84	7,10
	--	--	5,12	--	--	6,12	5,81	6,87	6,22	6,56	6,91	6,28
	--	--	5,25	--	--	6,56	5,85	5,99	6,22	7,44	6,82	7,47
	--	--	5,16	--	--	5,22	5,70	5,61	6,82	6,72	7,19	7,78
	--	--	5,22	--	--	6,09	6,21	6,33	--	--	--	--
	--	--	5,16	--	--	5,88	6,50	7,14	--	--	--	--
2-1	11,84	10,91	--	13,31	15,82	11,76	13,82	18,79	22,13	22,03	26,28	27,63
	11,71	11,10	--	13,03	15,69	12,12	23,96	20,71	18,34	23,75	28,17	28,57
	11,54	11,15	--	12,84	15,78	24,81	17,96	17,83	16,75	21,66	25,16	26,97
	13,25	11,13	--	13,50	15,09	21,01	19,66	21,43	24,97	26,59	27,16	27,50
	11,72	11,36	--	--	--	20,75	18,81	21,94	22,06	--	--	--
	11,65	11,31	--	--	--	23,75	14,16	21,47	21,91	--	--	--
	--	--	--	--	--	15,15	--	--	--	--	--	--
	--	--	--	--	--	20,40	--	--	--	--	--	--
2-2	9,03	8,26	--	9,62	9,88	12,28	10,69	13,99	9,50	12,13	12,37	15,69
	7,94	8,53	--	9,82	9,81	10,87	10,07	10,86	13,19	11,43	11,38	17,60
	7,78	7,96	--	8,78	9,84	9,83	10,19	9,31	13,00	10,82	11,97	17,05
	7,94	7,97	--	8,84	9,97	10,07	9,72	11,77	10,78	10,25	12,38	16,00
	8,06	7,94	--	--	--	9,31	9,57	11,73	12,28	--	--	--
	8,25	7,75	--	--	--	10,56	10,06	10,05	11,41	--	--	--
2-3	6,37	6,21	--	6,88	7,47	7,25	7,66	8,49	6,78	7,59	9,38	9,53
	6,41	5,97	--	6,75	7,06	7,25	9,31	8,14	14,27	8,28	8,43	9,22
	9,50	6,22	--	6,60	7,56	7,78	8,19	7,71	9,35	9,75	8,75	9,62
	6,29	6,28	--	6,75	7,28	7,37	8,15	7,86	6,78	8,85	7,91	10,12
	6,37	6,12	--	--	--	7,90	7,44	8,64	7,81	--	--	--
	6,20	6,28	--	--	--	7,40	8,50	8,77	6,88	--	--	--

	I0g0 a	I0g0 b	I0g0 c	I1g0	I2g0	I0g1 a	I0g1 b	I0g2 a	I0g2 b	I2g1	I1g2	I2g2
3-1	14,06	11,06	--	13,25	15,94	27,38	19,63	34,64	17,62	32,31	37,28	32,87
	11,38	11,12	--	13,28	15,37	20,87	25,28	22,04	24,09	32,47	35,78	34,91
	11,06	11,36	--	13,03	15,31	20,88	20,86	20,74	23,62	37,35	35,28	34,91
	11,34	11,06	--	13,10	15,19	19,79	17,31	18,05	23,16	31,31	34,14	32,53
	14,19	11,10	--	--	--	20,91	20,18	21,36	22,78	--	--	--
	11,35	11,09	--	--	--	16,85	19,75	23,82	18,58	--	--	--
	--	--	--	--	--	17,28	--	--	18,50	--	--	--
	--	--	--	--	--	--	--	--	21,75	--	--	--
3-2	8,28	8,12	--	9,22	10,38	11,09	12,56	12,77	11,72	16,31	15,94	15,81
	8,85	8,31	--	9,28	10,19	11,30	10,16	12,35	14,25	13,43	15,48	15,04
	8,10	8,50	--	9,25	10,22	14,69	12,26	12,18	10,28	14,75	14,50	14,34
	8,37	8,28	--	9,13	10,35	10,60	13,50	12,18	13,22	13,31	16,42	15,53
	8,25	8,28	--	--	--	11,22	10,44	13,02	13,06	--	--	--
	8,56	8,15	--	--	--	11,54	11,25	11,99	10,85	--	--	--
	--	--	--	--	--	--	--	--	12,66	--	--	--
3-3	5,84	5,63	--	6,12	6,65	7,37	8,31	6,83	8,00	8,78	7,78	8,19
	8,71	5,57	--	6,22	6,57	7,13	6,13	6,93	6,44	8,78	7,70	8,72
	5,67	5,44	--	6,09	6,57	7,41	6,87	7,30	7,41	9,28	7,22	9,03
	8,47	5,50	--	6,22	6,66	7,10	7,04	7,36	7,47	8,19	7,94	8,00
	5,79	5,50	--	--	--	7,47	7,17	7,61	6,85	--	--	--
	5,72	5,50	--	--	--	7,19	6,94	6,92	7,28	--	--	--
4-1	12,82	11,91	--	14,97	17,06	25,13	26,19	18,60	23,28	49,50	33,44	49,10
	13,12	11,97	--	14,56	16,78	22,28	26,85	23,71	23,94	49,13	33,16	47,20
	12,88	11,97	--	15,12	17,38	28,98	25,10	27,65	27,66	48,91	32,97	48,90
	12,40	11,84	--	14,88	16,93	23,65	25,97	22,49	25,31	41,16	32,44	47,03
	12,81	12,32	--	--	--	18,93	27,29	21,83	33,84	--	--	--
	15,72	12,30	--	--	--	22,82	21,28	26,11	20,81	--	--	--
	--	--	--	--	--	23,62	--	--	29,13	--	--	--
	--	--	--	--	--	--	--	--	32,37	--	--	--
4-2	7,72	7,90	--	8,56	9,56	11,60	10,28	10,37	11,56	13,66	13,44	12,97
	7,87	7,56	--	9,06	9,38	10,81	10,75	13,14	12,62	11,10	12,43	13,28
	7,81	7,59	--	8,66	9,66	11,22	11,09	10,80	13,31	12,03	12,63	12,96
	8,00	7,72	--	8,60	9,56	9,55	10,81	10,90	11,62	12,94	12,32	12,68
	7,90	7,65	--	--	--	11,10	11,41	11,21	12,50	--	--	--
	7,78	7,59	--	--	--	10,18	11,25	11,49	11,50	--	--	--
	--	--	--	--	--	--	--	--	11,55	--	--	--
4-3	5,97	5,97	--	6,34	7,07	7,44	7,40	7,58	7,54	7,85	9,32	8,53
	8,69	5,78	--	6,75	7,15	6,97	7,53	7,53	8,41	9,60	8,31	8,62
	6,22	5,91	--	6,59	7,12	6,87	7,15	7,28	7,62	9,10	8,19	8,72
	5,97	6,03	--	6,46	6,97	7,18	7,53	7,50	8,35	8,53	8,18	8,85
	6,12	6,03	--	--	--	7,91	8,00	7,06	7,37	--	--	--
	6,22	6,01	--	--	--	7,81	8,05	8,58	7,69	--	--	--

	l0g0 a	l0g0 b	l0g0 c	l1g0	l2g0	l0g1 a	l0g1 b	l0g2 a	l0g2 b	l2g1	l1g2	l2g2
5-1	8,85	8,34	--	9,85	10,85	8,31	7,31	8,03	7,66	8,54	7,91	8,75
	9,12	8,81	--	9,75	10,60	8,13	7,91	7,16	8,00	8,93	8,22	8,66
	8,90	8,62	--	9,78	10,46	8,31	7,65	8,34	8,06	9,34	7,82	8,43
	8,94	8,53	--	9,12	10,78	8,19	7,94	7,37	7,41	9,22	7,31	8,40
	9,22	7,18	--	--	--	8,50	7,40	7,71	7,78	--	--	--
	7,34	8,72	--	--	--	7,40	7,85	7,96	7,75	--	--	--
5-2	8,22	8,41	--	8,65	9,60	7,22	7,31	7,18	6,97	8,22	7,84	8,16
	8,35	8,19	--	8,97	9,69	7,21	7,38	6,95	7,15	8,19	7,53	7,91
	8,40	8,19	--	8,90	9,53	7,53	6,91	6,84	7,10	8,56	7,50	7,66
	8,28	8,19	--	9,06	9,62	7,28	7,41	7,34	7,07	8,18	8,12	8,16
	8,35	8,37	--	--	--	7,10	7,29	6,97	6,97	--	--	--
	8,41	8,47	--	--	--	7,19	7,72	7,02	6,66	--	--	--
5-3	7,47	6,41	--	8,25	6,54	6,50	6,56	6,62	6,37	7,43	6,72	7,53
	7,63	7,56	--	7,63	6,28	6,82	6,53	6,37	6,75	7,81	7,16	7,16
	7,57	7,46	--	8,19	6,44	6,31	6,82	6,74	6,53	7,46	6,57	7,19
	7,47	5,50	--	8,12	6,44	6,75	6,96	6,77	6,15	7,31	6,97	7,00
	7,87	7,04	--	--	--	6,44	6,32	6,49	6,50	--	--	--
	7,25	7,63	--	--	--	6,56	6,84	6,13	6,63	--	--	--
	--	--	--	--	--	6,40	--	--	--	--	--	--

ANEXO 4 – Tabela de densidades da água, extraída de Perry *et al.* (1997).TABLE 2-28 Density (kg/m³) of Water from 0 to 100°C*

t, °C	ρ, kg/m ³									
	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
0	999.839	999.846	999.852	999.859	999.865	999.871	999.877	999.882	999.888	999.893
1	999.898	999.903	999.908	999.913	999.917	999.921	999.925	999.929	999.933	999.936
2	999.940	999.943	999.946	999.949	999.952	999.954	999.956	999.959	999.961	999.962
3	999.964	999.966	999.967	999.968	999.969	999.970	999.971	999.971	999.972	999.972
4	999.972	999.972	999.972	999.971	999.971	999.970	999.969	999.968	999.967	999.965
5	999.964	999.962	999.960	999.958	999.956	999.954	999.951	999.949	999.946	999.943
6	999.940	999.937	999.934	999.930	999.926	999.923	999.919	999.915	999.910	999.906
7	999.901	999.897	999.892	999.887	999.882	999.877	999.871	999.866	999.860	999.854
8	999.848	999.842	999.836	999.829	999.823	999.816	999.809	999.802	999.795	999.788
9	999.781	999.773	999.765	999.758	999.750	999.742	999.734	999.725	999.717	999.708
10	999.699	999.691	999.682	999.672	999.663	999.654	999.644	999.635	999.625	999.615
11	999.605	999.595	999.584	999.574	999.563	999.553	999.542	999.531	999.520	999.509
12	999.497	999.486	999.474	999.462	999.451	999.439	999.426	999.414	999.402	999.389
13	999.377	999.364	999.351	999.338	999.325	999.312	999.299	999.285	999.272	999.258
14	999.244	999.230	999.216	999.202	999.188	999.173	999.159	999.144	999.129	999.114
15	999.099	999.084	999.069	999.054	999.038	999.022	999.007	998.991	998.975	998.958
16	998.943	998.926	998.910	998.894	998.877	998.860	998.843	998.826	998.809	998.792
17	998.775	998.757	998.740	998.722	998.704	998.686	998.668	998.650	998.632	998.614
18	998.595	998.577	998.558	998.539	998.520	998.502	998.482	998.463	998.444	998.425
19	998.405	998.385	998.366	998.346	998.326	998.306	998.286	998.265	998.245	998.224
20	998.204	998.183	998.162	998.141	998.120	998.099	998.078	998.057	998.035	998.014
21	997.992	997.971	997.949	997.927	997.905	997.883	997.860	997.838	997.816	997.793
22	997.770	997.747	997.725	997.702	997.679	997.656	997.632	997.609	997.585	997.562
23	997.538	997.515	997.491	997.467	997.443	997.419	997.394	997.370	997.345	997.321
24	997.296	997.272	997.247	997.222	997.197	997.172	997.146	997.121	997.096	997.070
25	997.045	997.019	996.993	996.967	996.941	996.915	996.889	996.863	996.836	996.810
26	996.783	996.757	996.730	996.703	996.676	996.649	996.622	996.595	996.568	996.540
27	996.513	996.485	996.458	996.430	996.402	996.374	996.346	996.318	996.290	996.262
28	996.233	996.205	996.176	996.148	996.119	996.090	996.061	996.032	996.003	995.974
29	995.945	995.915	995.886	995.856	995.827	995.797	995.767	995.737	995.707	995.677
30	995.647	995.617	995.586	995.556	995.526	995.495	995.464	995.433	995.403	995.372
31	995.341	995.310	995.278	995.247	995.216	995.184	995.153	995.121	995.090	995.058
32	995.026	994.997	994.962	994.930	994.898	994.865	994.833	994.801	994.768	994.735
33	994.703	994.670	994.637	994.604	994.571	994.538	994.505	994.472	994.438	994.405
34	994.371	994.338	994.304	994.270	994.236	994.202	994.168	994.134	994.100	994.066
35	994.032	993.997	993.963	993.928	993.893	993.859	993.824	993.789	993.754	993.719
36	993.684	993.648	993.613	993.578	993.543	993.507	993.471	993.436	993.400	993.364
37	993.328	993.292	993.256	993.220	993.184	993.148	993.111	993.075	993.038	993.002
38	992.965	992.928	992.891	992.855	992.818	992.780	992.743	992.706	992.669	992.631
39	992.594	992.557	992.519	992.481	992.444	992.406	992.368	992.330	992.292	992.254
40	992.215	992.177	992.139	992.100	992.062	992.023	991.985	991.946	991.907	992.868
41	991.830	991.791	991.751	991.712	992.673	991.634	991.594	991.555	991.515	991.476
42	991.436	991.396	991.357	991.317	991.277	991.237	991.197	991.157	991.116	991.076
43	991.036	990.995	990.955	990.914	990.873	990.833	990.792	990.751	990.710	990.669
44	990.628	990.587	990.546	990.504	990.463	990.421	990.380	990.338	990.297	990.255
45	990.213	990.171	990.129	990.087	990.045	990.003	989.961	989.919	989.876	989.834
46	989.792	989.749	989.706	989.664	989.621	989.578	989.535	989.492	989.449	989.406
47	989.363	989.320	989.276	989.233	989.190	989.146	989.103	989.059	989.015	988.971
48	988.928	988.884	988.840	988.796	988.752	988.707	988.663	988.619	988.574	988.530
49	988.485	988.441	988.396	988.352	988.307	988.262	988.217	988.172	988.127	988.082

*From "Water: Density at Atmospheric Pressure and Temperatures from 0 to 100°C," *Tables of Standard Handbook Data*, Standartov, Moscow, 1978. To conserve space, only a few tables of density values are given. The reader is reminded that density values may be found as the reciprocal of the specific volume values tabulated in the "Thermodynamic Properties: Tables" subsection.

ANEXO 5 – Velocidades terminais experimentais obtidas para cada esfera e condição de experimento, em m/s.

Legenda:

-  giro devido a colisão com a parede
-  giro devido a colisão com as bolhas
-  colisão contra a parede
-  movimento caótico
-  oscilação de média amplitude no sentido radial
-  oscilação de pequena amplitude no sentido radial

-  trajetória predominantemente pelo centro
-  trajetória predominantemente próxima à parede

	l0g0 a	l0g0 b	l0g0 c	l1g0	l2g0	l0g1 a	l0g1 b	l0g2 a	l0g2 b	l2g1	l1g2	l2g2
1-1	--	20,8E-2	22,4E-2	21,6E-2	18,1E-2	20,1E-2	19,8E-2	18,1E-2	19,2E-2	16,3E-2	17,3E-2	17,1E-2
	--	22,0E-2	23,1E-2	21,3E-2	18,1E-2	19,2E-2	--	--	18,3E-2	13,9E-2	17,1E-2	--
	--	22,3E-2	22,5E-2	21,0E-2	18,1E-2	19,4E-2	--	--	20,7E-2	--	16,6E-2	--
	--	22,8E-2	23,2E-2	20,4E-2	17,6E-2	17,4E-2	--	--	--	--	16,5E-2	--
	--	22,2E-2	22,8E-2	--	--	16,8E-2	--	--	--	--	--	--
1-2	--	--	22,6E-2	--	--	19,3E-2	--	--	--	--	--	--
	--	28,6E-2	29,3E-2	26,4E-2	25,3E-2	24,2E-2	26,2E-2	26,5E-2	22,4E-2	20,8E-2	26,4E-2	23,0E-2
	--	29,4E-2	29,7E-2	22,7E-2	--	--	27,0E-2	23,7E-2	21,3E-2	--	--	24,6E-2
	--	27,1E-2	--	24,1E-2	--	--	26,6E-2	22,3E-2	22,9E-2	--	--	22,8E-2
	--	--	--	27,5E-2	--	--	21,9E-2	21,7E-2	23,7E-2	--	--	20,7E-2
1-3	--	--	--	--	--	--	23,9E-2	22,0E-2	24,3E-2	--	--	--
	--	--	--	--	--	--	24,2E-2	21,3E-2	23,5E-2	--	--	--
	--	34,1E-2	34,1E-2	31,6E-2	29,1E-2	24,5E-2	29,3E-2	25,1E-2	27,0E-2	24,2E-2	25,6E-2	24,6E-2
	--	--	34,1E-2	--	--	28,6E-2	30,1E-2	25,4E-2	28,1E-2	26,6E-2	25,3E-2	27,8E-2
	--	--	33,3E-2	--	--	26,6E-2	29,9E-2	29,2E-2	28,1E-2	23,5E-2	25,6E-2	23,4E-2
2-1	--	--	33,9E-2	--	--	33,5E-2	30,7E-2	31,2E-2	25,6E-2	26,0E-2	24,3E-2	22,5E-2
	--	--	33,5E-2	--	--	28,7E-2	28,1E-2	27,6E-2	--	--	--	--
	--	--	33,9E-2	--	--	29,7E-2	26,9E-2	24,5E-2	--	--	--	--
	14,8E-2	16,0E-2	--	13,1E-2	11,0E-2	14,9E-2	12,6E-2	09,3E-2	07,9E-2	07,9E-2	06,7E-2	06,3E-2
	14,9E-2	15,7E-2	--	13,4E-2	11,1E-2	14,4E-2	07,3E-2	08,4E-2	09,5E-2	07,4E-2	06,2E-2	06,1E-2
15,1E-2	15,7E-2	--	13,6E-2	11,1E-2	07,0E-2	09,7E-2	09,8E-2	10,4E-2	08,1E-2	06,9E-2	06,5E-2	
13,2E-2	15,7E-2	--	12,9E-2	11,6E-2	08,3E-2	08,9E-2	08,2E-2	07,0E-2	06,6E-2	06,4E-2	06,4E-2	
14,9E-2	15,4E-2	--	--	--	08,4E-2	09,3E-2	08,0E-2	07,9E-2	--	--	--	
15,0E-2	15,5E-2	--	--	--	07,4E-2	12,3E-2	08,1E-2	08,0E-2	--	--	--	
--	--	--	--	--	11,5E-2	--	--	--	--	--	--	
--	--	--	--	--	08,6E-2	--	--	--	--	--	--	
2-2	19,4E-2	21,2E-2	--	18,2E-2	17,7E-2	14,2E-2	16,4E-2	12,5E-2	18,4E-2	14,4E-2	14,1E-2	11,1E-2
	22,0E-2	20,5E-2	--	17,8E-2	17,8E-2	16,1E-2	17,4E-2	16,1E-2	13,3E-2	15,3E-2	15,4E-2	09,9E-2
	22,5E-2	22,0E-2	--	19,9E-2	17,8E-2	17,8E-2	17,2E-2	18,8E-2	13,4E-2	16,2E-2	14,6E-2	10,3E-2
	22,0E-2	21,9E-2	--	19,8E-2	17,5E-2	17,4E-2	18,0E-2	14,9E-2	16,2E-2	17,1E-2	14,1E-2	10,9E-2
	21,7E-2	22,0E-2	--	--	--	18,8E-2	18,3E-2	14,9E-2	14,2E-2	--	--	--
21,2E-2	22,6E-2	--	--	--	16,6E-2	17,4E-2	17,4E-2	15,3E-2	--	--	--	
2-3	27,4E-2	28,1E-2	--	25,4E-2	23,4E-2	24,1E-2	22,8E-2	20,6E-2	25,8E-2	23,0E-2	18,6E-2	18,3E-2
	27,3E-2	29,3E-2	--	25,9E-2	24,8E-2	24,1E-2	18,8E-2	21,5E-2	12,2E-2	21,1E-2	20,7E-2	19,0E-2
	18,4E-2	28,1E-2	--	26,5E-2	23,1E-2	22,5E-2	21,3E-2	22,7E-2	18,7E-2	17,9E-2	20,0E-2	18,2E-2
	27,8E-2	27,8E-2	--	25,9E-2	24,0E-2	23,7E-2	21,4E-2	22,2E-2	25,8E-2	19,8E-2	22,1E-2	17,3E-2
	27,4E-2	28,6E-2	--	--	--	22,1E-2	23,5E-2	20,2E-2	22,4E-2	--	--	--
28,2E-2	27,8E-2	--	--	--	23,6E-2	20,6E-2	19,9E-2	25,4E-2	--	--	--	

	I0g0 a	I0g0 b	I0g0 c	I1g0	I2g0	I0g1 a	I0g1 b	I0g2 a	I0g2 b	I2g1	I1g2	I2g2
3-1	12,4E-2	15,8E-2	--	13,2E-2	11,0E-2	06,4E-2	08,9E-2	05,0E-2	09,9E-2	05,4E-2	04,7E-2	05,3E-2
	15,4E-2	15,7E-2	--	13,2E-2	11,4E-2	08,4E-2	06,9E-2	07,9E-2	07,3E-2	05,4E-2	04,9E-2	05,0E-2
	15,8E-2	15,4E-2	--	13,4E-2	11,4E-2	08,4E-2	08,4E-2	08,4E-2	07,4E-2	04,7E-2	05,0E-2	05,0E-2
	15,4E-2	15,8E-2	--	13,3E-2	11,5E-2	08,8E-2	10,1E-2	09,7E-2	07,5E-2	05,6E-2	05,1E-2	05,4E-2
	12,3E-2	15,7E-2	--	--	--	08,4E-2	08,7E-2	08,2E-2	07,7E-2	--	--	--
	15,4E-2	15,8E-2	--	--	--	10,4E-2	08,9E-2	07,3E-2	09,4E-2	--	--	--
	--	--	--	--	--	10,1E-2	--	--	09,4E-2	--	--	--
	--	--	--	--	--	--	--	--	08,0E-2	--	--	--
3-2	21,1E-2	21,5E-2	--	19,0E-2	16,8E-2	15,8E-2	13,9E-2	13,7E-2	14,9E-2	10,7E-2	11,0E-2	11,1E-2
	19,8E-2	21,0E-2	--	18,8E-2	17,2E-2	15,5E-2	17,2E-2	14,2E-2	12,3E-2	13,0E-2	11,3E-2	11,6E-2
	21,6E-2	20,6E-2	--	18,9E-2	17,1E-2	11,9E-2	14,3E-2	14,4E-2	17,0E-2	11,9E-2	12,1E-2	12,2E-2
	20,9E-2	21,1E-2	--	19,1E-2	16,9E-2	16,5E-2	12,9E-2	14,4E-2	13,2E-2	13,1E-2	10,6E-2	11,3E-2
	21,2E-2	21,1E-2	--	--	--	15,6E-2	16,7E-2	13,4E-2	13,4E-2	--	--	--
	20,4E-2	21,4E-2	--	--	--	15,1E-2	15,5E-2	14,6E-2	16,1E-2	--	--	--
	--	--	--	--	--	--	--	--	13,8E-2	--	--	--
3-3	29,9E-2	31,0E-2	--	28,6E-2	26,3E-2	23,7E-2	21,0E-2	25,6E-2	21,9E-2	19,9E-2	22,5E-2	21,3E-2
	20,1E-2	31,4E-2	--	28,1E-2	26,6E-2	24,5E-2	28,5E-2	25,2E-2	27,1E-2	19,9E-2	22,7E-2	20,0E-2
	30,8E-2	32,1E-2	--	28,7E-2	26,6E-2	23,6E-2	25,4E-2	23,9E-2	23,6E-2	18,8E-2	24,2E-2	19,4E-2
	20,6E-2	31,8E-2	--	28,1E-2	26,2E-2	24,6E-2	24,8E-2	23,8E-2	23,4E-2	21,3E-2	22,0E-2	21,9E-2
	30,2E-2	31,8E-2	--	--	--	23,4E-2	24,4E-2	23,0E-2	25,5E-2	--	--	--
	30,6E-2	31,8E-2	--	--	--	24,3E-2	25,2E-2	25,3E-2	24,0E-2	--	--	--
4-1	13,6E-2	14,7E-2	--	11,7E-2	10,2E-2	07,0E-2	06,7E-2	09,4E-2	07,5E-2	03,5E-2	05,2E-2	03,6E-2
	13,3E-2	14,6E-2	--	12,0E-2	10,4E-2	07,8E-2	06,5E-2	07,4E-2	07,3E-2	03,6E-2	05,3E-2	03,7E-2
	13,6E-2	14,6E-2	--	11,6E-2	10,1E-2	06,0E-2	07,0E-2	06,3E-2	06,3E-2	03,6E-2	05,3E-2	03,6E-2
	14,1E-2	14,8E-2	--	11,7E-2	10,3E-2	07,4E-2	06,7E-2	07,8E-2	06,9E-2	04,2E-2	05,4E-2	03,7E-2
	13,6E-2	14,2E-2	--	--	--	09,2E-2	06,4E-2	08,0E-2	05,2E-2	--	--	--
	11,1E-2	14,2E-2	--	--	--	07,7E-2	08,2E-2	06,7E-2	08,4E-2	--	--	--
	--	--	--	--	--	07,4E-2	--	--	06,0E-2	--	--	--
	--	--	--	--	--	--	--	--	05,4E-2	--	--	--
4-2	22,6E-2	22,1E-2	--	20,4E-2	18,3E-2	15,1E-2	17,0E-2	16,9E-2	15,1E-2	12,8E-2	13,0E-2	13,5E-2
	22,2E-2	23,1E-2	--	19,3E-2	18,6E-2	16,2E-2	16,3E-2	13,3E-2	13,9E-2	15,7E-2	14,1E-2	13,2E-2
	22,4E-2	23,0E-2	--	20,2E-2	18,1E-2	15,6E-2	15,8E-2	16,2E-2	13,1E-2	14,5E-2	13,8E-2	13,5E-2
	21,9E-2	22,6E-2	--	20,3E-2	18,3E-2	18,3E-2	16,2E-2	16,0E-2	15,0E-2	13,5E-2	14,2E-2	13,8E-2
	22,1E-2	22,8E-2	--	--	--	15,7E-2	15,3E-2	15,6E-2	14,0E-2	--	--	--
	22,5E-2	23,0E-2	--	--	--	17,2E-2	15,5E-2	15,2E-2	15,2E-2	--	--	--
	--	--	--	--	--	--	--	--	15,1E-2	--	--	--
4-3	29,3E-2	29,3E-2	--	27,6E-2	24,7E-2	23,5E-2	23,6E-2	23,1E-2	23,2E-2	22,3E-2	18,8E-2	20,5E-2
	20,1E-2	30,2E-2	--	25,9E-2	24,4E-2	25,1E-2	23,2E-2	23,2E-2	20,8E-2	18,2E-2	21,0E-2	20,3E-2
	28,1E-2	29,6E-2	--	26,5E-2	24,6E-2	25,4E-2	24,4E-2	24,0E-2	22,9E-2	19,2E-2	21,3E-2	20,0E-2
	29,3E-2	29,0E-2	--	27,1E-2	25,1E-2	24,3E-2	23,2E-2	23,3E-2	20,9E-2	20,5E-2	21,4E-2	19,8E-2
	28,6E-2	29,0E-2	--	--	--	22,1E-2	21,9E-2	24,8E-2	23,7E-2	--	--	--
	28,1E-2	29,1E-2	--	--	--	22,4E-2	21,7E-2	20,4E-2	22,7E-2	--	--	--
	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
5-1	19,8E-2	21,0E-2	--	17,7E-2	16,1E-2	21,0E-2	23,9E-2	21,8E-2	22,8E-2	20,5E-2	22,1E-2	20,0E-2
	19,2E-2	19,8E-2	--	17,9E-2	16,5E-2	21,5E-2	22,1E-2	24,4E-2	21,9E-2	19,6E-2	21,3E-2	20,2E-2
	19,6E-2	20,3E-2	--	17,9E-2	16,7E-2	21,0E-2	22,8E-2	21,0E-2	21,7E-2	18,7E-2	22,4E-2	20,7E-2
	19,6E-2	20,5E-2	--	19,2E-2	16,2E-2	21,3E-2	22,0E-2	23,7E-2	23,6E-2	19,0E-2	23,9E-2	20,8E-2
	19,0E-2	24,3E-2	--	--	--	20,6E-2	23,6E-2	22,7E-2	22,5E-2	--	--	--
	23,8E-2	20,0E-2	--	--	--	23,6E-2	22,3E-2	22,0E-2	22,6E-2	--	--	--
5-2	21,3E-2	20,8E-2	--	20,2E-2	18,2E-2	24,2E-2	23,9E-2	24,3E-2	25,1E-2	21,3E-2	22,3E-2	21,4E-2
	20,9E-2	21,3E-2	--	19,5E-2	18,0E-2	24,2E-2	23,7E-2	25,2E-2	24,4E-2	21,3E-2	23,2E-2	22,1E-2
	20,8E-2	21,3E-2	--	19,6E-2	18,3E-2	23,2E-2	25,3E-2	25,6E-2	24,6E-2	20,4E-2	23,3E-2	22,8E-2
	21,1E-2	21,3E-2	--	19,3E-2	18,2E-2	24,0E-2	23,6E-2	23,8E-2	24,7E-2	21,4E-2	21,5E-2	21,4E-2
	20,9E-2	20,9E-2	--	--	--	24,6E-2	24,0E-2	25,1E-2	25,1E-2	--	--	--
	20,8E-2	20,6E-2	--	--	--	24,3E-2	22,6E-2	24,9E-2	26,2E-2	--	--	--
5-3	23,4E-2	27,3E-2	--	21,2E-2	26,7E-2	26,9E-2	26,6E-2	26,4E-2	27,4E-2	23,5E-2	26,0E-2	23,2E-2
	22,9E-2	23,1E-2	--	22,9E-2	27,8E-2	25,6E-2	26,8E-2	27,4E-2	25,9E-2	22,4E-2	24,4E-2	24,4E-2
	23,1E-2	23,4E-2	--	21,3E-2	27,1E-2	27,7E-2	25,6E-2	25,9E-2	26,8E-2	23,4E-2	26,6E-2	24,3E-2
	23,4E-2	31,8E-2	--	21,5E-2	27,1E-2	25,9E-2	25,1E-2	25,8E-2	28,4E-2	23,9E-2	25,1E-2	25,0E-2
	22,2E-2	24,8E-2	--	--	--	27,1E-2	27,7E-2	26,9E-2	26,9E-2	--	--	--
	24,1E-2	22,9E-2	--	--	--	26,6E-2	25,6E-2	28,5E-2	26,4E-2	--	--	--
	--	--	--	--	--	27,3E-2	--	--	--	--	--	--

ANEXO 6 - Valores críticos para o teste W de Shapiro-Wilk (THODE, 2002, p. 501).

Table XXIIa Critical values for 5% and 1% tests for the presence of an undefined number of contaminants in a normal sample, using Shapiro and Wilk's *W*-statistic

N17		
<i>n</i>	5%	1%
3	0.767	0.753
4	0.748	0.687
5	0.762	0.686
6	0.788	0.713
7	0.803	0.730
8	0.818	0.749
9	0.829	0.764
10	0.842	0.781
12	0.859	0.805
14	0.874	0.825
16	0.887	0.844
18	0.897	0.858
20	0.905	0.868
25	0.918	0.888
30	0.927	0.900
35	0.934	0.910
40	0.940	0.919
45	0.945	0.926
50	0.947	0.930

n = number of observations.

ANEXO 7 – Valores da constante $a_{n,j}$ para o teste W de Shapiro-Wilk (THODE, 2002, p. 502).

Table XXIIb Values of the constants $a_{n,n-i+1}$ required for calculating Shapiro and Wilk's W -statistic $T_{N17} = L^2/S^2$, where

$$L = \sum_{i=1}^{[n/2]} a_{n,n-i+1} [x_{(n-i+1)} - x_{(i)}] \text{ and } S^2 = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

$i \backslash n$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3	0.7071									
4	0.6872	0.1677								
5	0.6646	0.2413								
6	0.6431	0.2806	0.0875							
7	0.6233	0.3031	0.1401							
8	0.6052	0.3164	0.1743	0.0561						
9	0.5888	0.3244	0.1976	0.0947						
10	0.5739	0.3291	0.2141	0.1224	0.0399					
12	0.5475	0.3325	0.2347	0.1586	0.0922	0.0303				
14	0.5251	0.3318	0.2460	0.1802	0.1240	0.0727	0.0240			
16	0.5056	0.3290	0.2521	0.1939	0.1447	0.1005	0.0593	0.0196		
18	0.4886	0.3253	0.2553	0.2027	0.1587	0.1197	0.0837	0.0496	0.0163	
20	0.4734	0.3211	0.2565	0.2085	0.1686	0.1334	0.1013	0.0711	0.0422	0.0140
25	0.4450	0.3069	0.2543	0.2148	0.1822	0.1539	0.1283	0.1046	0.0823	0.0610
30	0.4254	0.2944	0.2487	0.2148	0.1870	0.1630	0.1415	0.1219	0.1036	0.0862
35	0.4096	0.2834	0.2427	0.2127	0.1883	0.1673	0.1487	0.1317	0.1160	0.1013
40	0.3964	0.2737	0.2368	0.2098	0.1878	0.1691	0.1526	0.1376	0.1237	0.1108
45	0.3850	0.2651	0.2313	0.2065	0.1865	0.1695	0.1545	0.1410	0.1286	0.1170
50	0.3751	0.2574	0.2260	0.2032	0.1847	0.1691	0.1554	0.1430	0.1317	0.1212

$i \backslash n$	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
25	0.0403	0.0200								
30	0.0697	0.0537	0.0381	0.0227	0.0076					
35	0.0873	0.0739	0.0610	0.0484	0.0361	0.0239	0.0119			
40	0.0986	0.0870	0.0759	0.0651	0.0546	0.0444	0.0343	0.0244	0.0146	0.0049
45	0.1062	0.0959	0.0860	0.0765	0.0673	0.0584	0.0497	0.0412	0.0328	0.0245
50	0.1113	0.1020	0.0932	0.0846	0.0764	0.0685	0.0608	0.0532	0.0459	0.0386

$i \backslash n$	21	22	23	24	25
45	0.0163	0.0082			
50	0.0314	0.0244	0.0174	0.0104	0.0035

n = number of observations.

ANEXO 8 – Valores críticos modificados por M. A. Stephens para o teste de Anderson-Darling (Thode, 2002).

Table B15. Upper percentage points of modified empirical distribution function tests (from Stephens, 1974; reproduced with permission from the Journal of the American Statistical Association. Copyright 1974 by the American Statistical Association. All rights reserved.)

test	percentage points			
	90%	95%	97.5%	99%
D^*	0.819	0.895	0.955	1.035
V^*	1.386	1.489	1.585	1.693
W^{2*}	0.104	0.126	0.148	0.178
U^{2*}	0.096	0.116	0.136	0.163
A^{2*}	0.656	0.787	0.918	1.092

ANEXO 9 – Resultados iniciais dos testes W e de Anderson-Darling.

		l0g0 a	l0g0 b	l0g0 c	l1g0	l2g0	l0g1 a	l0g1 b	l0g2 a	l0g2 b	l2g1	l1g2	l2g2
1-1	Número de amostras	--	5	6	4	4	6	1	1	3	2	4	1
	Teste de Shapiro-Wilk	--	H0	H0	H0	Ha	H0	--	--		--	H0	--
	W	--	0,881	0,939	0,952	0,660	0,858	--	--		--	0,876	--
	valor crítico	--	0,762	0,788	0,748	0,748	0,788	--	--	0,767	--	0,748	--
	Teste de Anderson-Darling	--	H0	H0	H0	Ha	H0	--	--		--	H0	--
	A ²	--	0,417	0,219	0,224	0,768	0,496	--	--		--	0,332	--
	valor crítico	--	0,635	0,663	0,593	0,593	0,663	--	--	--	--	0,593	--
1-2	Número de amostras	--	3	2	4	1	1	6	6	6	1	1	4
	Teste de Shapiro-Wilk	--		--	H0	--	--	H0	H0	H0	--	--	H0
	W	--		--	0,956	--	--	0,903	0,851	0,950	--	--	0,952
	valor crítico	--	0,767	--	0,748	--	--	0,788	0,788	0,788	--	--	0,748
	Teste de Anderson-Darling	--		--	H0	--	--	H0	H0	H0	--	--	H0
	A ²	--		--	0,209	--	--	0,328	0,476	0,228	--	--	0,256
	valor crítico	--	0,525	--	0,593	--	--	0,663	0,663	0,663	--	--	0,593
1-3	Número de amostras	--	1	6	1	1	6	6	6	4	4	4	4
	Teste de Shapiro-Wilk	--	--	H0	--	--	H0	H0	H0	H0	H0	H0	H0
	W	--	--	0,902	--	--	0,977	0,912	0,925	0,852	0,922	0,805	0,948
	valor crítico	--	--	0,788	--	--	0,788	0,788	0,788	0,748	0,748	0,748	0,748
	Teste de Anderson-Darling	--	--	H0	--	--	H0	H0	H0	H0	H0	H0	H0
	A ²	--	--	0,343	--	--	0,207	0,322	0,275	0,370	0,261	0,469	0,232
	valor crítico	--	--	0,663	--	--	0,663	0,663	0,663	0,593	0,593	0,593	0,593
2-1	Número de amostras	6	6	--	4	4	8	6	6	6	4	4	4
	Teste de Shapiro-Wilk	Ha	H0	--	H0	H0	H0	H0	H0	H0	H0	H0	H0
	W	0,643	0,945	--	0,973	0,765	0,888	0,931	0,863	0,917	0,891	0,997	0,945
	valor crítico	0,788	0,788	--	0,748	0,748	0,818	0,788	0,788	0,788	0,748	0,748	0,748
	Teste de Anderson-Darling	Ha	H0	--	H0	H0	H0	H0	H0	H0	H0	H0	H0
	A ²	1,089	0,261	--	0,185	0,550	0,429	0,268	0,448	0,369	0,313	0,155	0,264
	valor crítico	0,663	0,663	--	0,593	0,593	0,697	0,663	0,663	0,663	0,593	0,593	0,593

		l0g0 a	l0g0 b	l0g0 c	l1g0	l2g0	l0g1 a	l0g1 b	l0g2 a	l0g2 b	l2g1	l1g2	l2g2
2-2	Número de amostras	6	6	--	4	4	6	6	6	6	4	4	4
	Teste de Shapiro-Wilk	H0	H0	--	H0	H0	H0	H0	H0	H0	H0	H0	H0
	W	0,800	0,901	--	0,839	0,938	0,941	0,946	0,954	0,942	0,992	0,856	0,926
	valor crítico	0,788	0,788	--	0,748	0,748	0,788	0,788	0,788	0,788	0,748	0,748	0,748
	Teste de Anderson-Darling	H0	H0	--	H0	H0	H0	H0	H0	H0	H0	H0	H0
	A ²	0,617	0,400	--	0,392	0,248	0,255	0,261	0,232	0,216	0,161	0,365	0,255
valor crítico	0,663	0,663	--	0,593	0,593	0,663	0,663	0,663	0,663	0,593	0,593	0,593	
2-3	Número de amostras	6	6	--	4	4	6	6	6	6	4	4	4
	Teste de Shapiro-Wilk	Ha	H0	--	H0	H0	H0	H0	H0	Ha	H0	H0	H0
	W	0,552	0,856	--	0,942	0,956	0,831	0,948	0,929	0,736	0,995	0,997	0,960
	valor crítico	0,788	0,788	--	0,748	0,748	0,788	0,788	0,788	0,788	0,748	0,748	0,748
	Teste de Anderson-Darling	Ha	H0	--	H0	H0	H0	H0	H0	Ha	H0	H0	H0
	A ²	1,397	0,435	--	0,288	0,211	0,511	0,240	0,250	0,754	0,161	0,163	0,237
valor crítico	0,663	0,663	--	0,593	0,593	0,663	0,663	0,663	0,663	0,593	0,593	0,593	
3-1	Número de amostras	6	6	--	4	4	7	6	6	8	4	4	4
	Teste de Shapiro-Wilk	Ha	Ha	--	H0	H0	H0	H0	H0	H0	H0	H0	H0
	W	0,712	0,679	--	0,902	0,827	0,849	0,877	0,799	0,856	0,856	0,987	0,789
	valor crítico	0,788	0,788	--	0,748	0,748	0,803	0,788	0,788	0,818	0,748	0,748	0,748
	Teste de Anderson-Darling	Ha	Ha	--	H0	H0	H0	H0	H0	H0	H0	H0	H0
	A ²	0,891	0,941	--	0,291	0,452	0,549	0,478	0,644	0,551	0,551	0,185	0,473
valor crítico	0,663	0,663	--	0,593	0,593	0,683	0,663	0,663	0,697	0,593	0,593	0,593	
3-2	Número de amostras	6	6	--	4	4	6	6	6	7	4	4	4
	Teste de Shapiro-Wilk	H0	H0	--	H0	H0	Ha	H0	H0	H0	H0	H0	H0
	W	0,936	0,914	--	0,927	0,874	0,699	0,948	0,902	0,963	0,884	0,969	0,958
	valor crítico	0,788	0,788	--	0,748	0,748	0,788	0,788	0,788	0,803	0,748	0,748	0,748
	Teste de Anderson-Darling	H0	H0	--	H0	H0	Ha	H0	H0	H0	H0	H0	H0
	A ²	0,275	0,338	--	0,271	0,336	0,934	0,213	0,360	0,202	0,319	0,202	0,211
valor crítico	0,663	0,663	--	0,593	0,593	0,663	0,663	0,663	0,683	0,593	0,593	0,593	
3-3	Número de amostras	6	6	--	4	4	6	6	6	6	4	4	4
	Teste de Shapiro-Wilk	Ha	H0	--	H0	H0	H0	H0	H0	H0	H0	H0	H0
	W	0,693	0,909	--	0,821	0,777	0,890	0,898	0,898	0,972	0,941	0,897	0,939
	valor crítico	0,788	0,788	--	0,748	0,748	0,788	0,788	0,788	0,788	0,748	0,748	0,748
	Teste de Anderson-Darling	Ha	H0	--	H0	H0	H0	H0	H0	H0	H0	H0	H0
	A ²	0,934	0,404	--	0,420	0,495	0,355	0,443	0,362	0,210	0,289	0,333	0,234
valor crítico	0,663	0,663	--	0,593	0,593	0,663	0,663	0,663	0,663	0,593	0,593	0,593	

		l0g0 a	l0g0 b	l0g0 c	l1g0	l2g0	l0g1 a	l0g1 b	l0g2 a	l0g2 b	l2g1	l1g2	l2g2
4-1	Número de amostras	6	6	--	4	4	7	6	6	8	4	4	4
	Teste de Shapiro-Wilk	Ha	H0	--	H0	H0	H0	H0	H0	H0	Ha	H0	H0
	W	0,675	0,825	--	0,951	0,963	0,946	0,808	0,980	0,961	0,687	0,968	0,811
	valor crítico	0,788	0,788	--	0,748	0,748	0,803	0,788	0,788	0,818	0,748	0,748	0,748
	Teste de Anderson-Darling	Ha	H0	--	H0	H0	H0	H0	H0	H0	Ha	H0	H0
	A ²	1,008	0,557	--	0,239	0,214	0,321	0,581	0,164	0,191	0,711	0,209	0,439
	valor crítico	0,663	0,663	--	0,593	0,593	0,683	0,663	0,663	0,697	0,593	0,593	0,593
4-2	Número de amostras	6	6	--	4	4	6	6	6	7	4	4	4
	Teste de Shapiro-Wilk	H0	H0	--	H0	H0	H0	H0	H0	H0	H0	H0	H0
	W	0,984	0,840	--	0,785	0,908	0,944	0,961	0,852	0,816	0,986	0,838	0,951
	valor crítico	0,788	0,788	--	0,748	0,748	0,788	0,788	0,788	0,803	0,748	0,748	0,748
	Teste de Anderson-Darling	H0	H0	--	H0	H0	H0	H0	H0	H0	H0	H0	H0
	A ²	0,152	0,489	--	0,515	0,341	0,248	0,201	0,482	0,639	0,168	0,417	0,270
	valor crítico	0,663	0,663	--	0,593	0,593	0,663	0,663	0,663	0,683	0,593	0,593	0,593
4-3	Número de amostras	6	6	--	4	4	6	6	6	6	4	4	4
	Teste de Shapiro-Wilk	Ha	H0	--	H0	H0	H0	H0	H0	H0	H0	Ha	H0
	W	0,591	0,831	--	0,991	0,933	0,919	0,909	0,827	0,843	0,989	0,712	0,989
	valor crítico	0,788	0,788	--	0,748	0,748	0,788	0,788	0,788	0,788	0,748	0,748	0,748
	Teste de Anderson-Darling	Ha	H0	--	H0	H0	H0	H0	H0	H0	H0	Ha	H0
	A ²	1,243	0,488	--	0,163	0,252	0,261	0,344	0,576	0,506	0,165	0,649	0,167
	valor crítico	0,663	0,663	--	0,593	0,593	0,663	0,663	0,663	0,663	0,593	0,593	0,593
5-1	Número de amostras	6	6	--	4	4	6	6	6	6	4	4	4
	Teste de Shapiro-Wilk	Ha	Ha	--	Ha	H0	H0	H0	H0	H0	H0	H0	H0
	W	0,688	0,742	--	0,744	0,950	0,800	0,876	0,968	0,955	0,941	0,958	0,877
	valor crítico	0,788	0,788	--	0,748	0,748	0,788	0,788	0,788	0,788	0,748	0,748	0,748
	Teste de Anderson-Darling	Ha	Ha	--	Ha	H0	H0	H0	H0	H0	H0	H0	H0
	A ²	0,945	0,761	--	0,605	0,219	0,638	0,375	0,183	0,219	0,235	0,240	0,330
	valor crítico	0,663	0,663	--	0,593	0,593	0,663	0,663	0,663	0,663	0,593	0,593	0,593
5-2	Número de amostras	6	6	--	4	4	6	6	6	6	4	4	4
	Teste de Shapiro-Wilk	H0	H0	--	H0	H0	H0	H0	H0	H0	Ha	H0	H0
	W	0,915	0,808	--	0,927	0,987	0,850	0,927	0,939	0,845	0,703	0,892	0,863
	valor crítico	0,788	0,788	--	0,748	0,748	0,788	0,788	0,788	0,788	0,748	0,748	0,748
	Teste de Anderson-Darling	H0	H0	--	H0	H0	H0	H0	H0	H0	Ha	H0	H0
	A ²	0,305	0,575	--	0,275	0,191	0,521	0,369	0,276	0,490	0,671	0,306	0,350
	valor crítico	0,663	0,663	--	0,593	0,593	0,663	0,663	0,663	0,663	0,593	0,593	0,593
5-3	Número de amostras	6	6	--	4	4	7	6	6	6	4	4	4
	Teste de Shapiro-Wilk	H0	H0	--	H0	H0	H0	H0	H0	H0	H0	H0	H0
	W	0,967	0,856	--	0,796	0,920	0,939	0,939	0,936	0,973	0,876	0,972	0,915
	valor crítico	0,788	0,788	--	0,748	0,748	0,803	0,788	0,788	0,788	0,748	0,748	0,748
	Teste de Anderson-Darling	H0	H0	--	H0	H0	H0	H0	H0	H0	H0	H0	H0
	A ²	0,235	0,436	--	0,499	0,322	0,261	0,272	0,229	0,186	0,376	0,187	0,315
	valor crítico	0,663	0,663	--	0,593	0,593	0,683	0,663	0,663	0,663	0,593	0,593	0,593

ANEXO 10 – Resumo da análise estatística dos tempos obtidos experimentalmente para os conjuntos de dados.

		I0g0 a	I0g0 b	I0g0 c	I1g0	I2g0	I0g1 a	I0g1 b	I0g2 a	I0g2 b	I2g1	I1g2	I2g2	
1-1	Teste de Shapiro-Wilk													
	W	--	--	0,939	0,952	--	--	--	--	--	--	0,876	--	
	valor crítico	--	0,767	0,788	0,748	0,767	0,767	--	--	0,767	--	0,748	--	
	Teste de Anderson-Darling													
	A ²	--	--	0,219	0,224	--	--	--	--	--	--	0,332	--	
	valor crítico	--	0,525	0,663	0,593	0,525	0,525	--	--	0,525	--	0,593	--	
	Análise dos resultados finais													
	Número de pontos	--	3	6	4	3	3	--	--	3	--	4	--	
	valor médio (amostra)	--	7,89	7,68	8,29	9,66	9,06	--	--	9,02	--	10,36	--	
	desvio padrão (amostra)	--	0,05	0,12	0,20	0,01	0,06	--	--	0,55	--	0,23	--	
	variância (amostra)	--	0,00	0,01	0,04	0,00	0,00	--	--	0,31	--	0,05	--	
desvio padrão (média)	--	0,03	0,05	0,10	0,00	0,03	--	--	0,32	--	0,12	--		
1-2	Teste de Shapiro-Wilk													
	W	--	--	--	0,956	--	--	0,850	0,976	0,982	--	--	--	
	valor crítico	--	0,767	--	0,748	--	--	0,762	0,748	0,762	--	--	0,767	
	Teste de Anderson-Darling													
	A ²	--	--	--	0,209	--	--	0,416	0,185	0,170	--	--	--	
	valor crítico	--	0,525	--	0,593	--	--	0,635	0,593	0,635	--	--	0,525	
	Análise dos resultados finais													
	Número de pontos	--	3	--	4	--	--	5	4	5	--	--	--	3
	valor médio (amostra)	--	6,17	--	6,98	--	--	6,85	8,00	7,49	--	--	--	7,46
	desvio padrão (amostra)	--	0,25	--	0,60	--	--	0,39	0,15	0,24	--	--	--	0,31
	variância (amostra)	--	0,06	--	0,37	--	--	0,15	0,02	0,06	--	--	--	0,10
desvio padrão (média)	--	0,15	--	0,30	--	--	0,17	0,07	0,11	--	--	--	0,18	
1-3	Teste de Shapiro-Wilk													
	W	--	--	0,902	--	--	--	0,993	--	--	0,922	--	--	
	valor crítico	--	--	0,788	--	--	0,767	0,748	0,767	0,767	0,748	0,767	0,767	
	Teste de Anderson-Darling													
	A ²	--	--	0,343	--	--	--	0,178	--	--	0,261	--	--	
	valor crítico	--	--	0,663	--	--	0,525	0,593	0,525	0,525	0,593	0,525	0,525	
	Análise dos resultados finais													
	Número de pontos	--	--	6	--	--	3	4	3	3	4	3	3	
	valor médio (amostra)	--	--	5,17	--	--	6,03	5,83	6,99	6,30	6,99	6,86	7,45	
	desvio padrão (amostra)	--	--	0,05	--	--	0,13	0,11	0,14	0,14	0,41	0,05	0,34	
	variância (amostra)	--	--	0,00	--	--	0,02	0,01	0,02	0,02	0,17	0,00	0,12	
desvio padrão (média)	--	--	0,02	--	--	0,08	0,05	0,08	0,08	0,21	0,03	0,20		

	I0g0 a	I0g0 b	I0g0 c	I1g0	I2g0	I0g1 a	I0g1 b	I0g2 a	I0g2 b	I2g1	I1g2	I2g2	
2-1	Teste de Shapiro-Wilk												
	W	0,977	0,945	--	0,973	--	0,837	--	0,939	--	--	0,997	0,945
	valor crítico	0,762	0,788	--	0,748	0,767	0,762	0,767	0,748	0,767	0,767	0,748	0,748
	Teste de Anderson-Darling												
	A ²	0,207	0,261	--	0,185	--	0,459	--	0,284	--	--	0,155	0,264
	valor crítico	0,635	0,663	--	0,593	0,525	0,635	0,525	0,593	0,525	0,525	0,593	0,593
	Análise dos resultados finais												
	Número de pontos	5	6	--	4	3	5	3	4	3	3	4	4
	valor médio (amostra)	11,69	11,16	--	13,17	15,76	22,14	18,81	21,39	22,03	22,48	26,69	27,67
	desvio padrão (amostra)	0,11	0,16	--	0,29	0,07	2,00	0,85	0,51	0,11	1,12	1,28	0,67
	variância (amostra)	0,01	0,03	--	0,09	0,00	3,99	0,72	0,26	0,01	1,24	1,64	0,44
	desvio padrão (média)	0,05	0,07	--	0,15	0,04	0,89	0,49	0,25	0,06	0,64	0,64	0,33
2-2	Teste de Shapiro-Wilk												
	W	0,959		--	0,839	0,938	0,982	--	0,910	0,921	0,992	--	0,926
	valor crítico	0,762	0,767	--	0,748	0,748	0,762	0,767	0,762	0,748	0,748	0,767	0,748
	Teste de Anderson-Darling												
	A ²	0,243		--	0,392	0,248	0,158	--	0,274	0,263	0,161	--	0,255
	valor crítico	0,635	0,525	--	0,593	0,593	0,635	0,525	0,635	0,593	0,593	0,525	0,593
	Análise dos resultados finais												
	Número de pontos	5	3	--	4	4	5	3	5	4	4	3	4
	valor médio (amostra)	7,99	7,96	--	9,27	9,88	10,13	10,11	10,74	12,47	11,16	12,24	16,59
	desvio padrão (amostra)	0,17	0,02	--	0,53	0,07	0,61	0,07	1,07	0,81	0,81	0,23	0,89
	variância (amostra)	0,03	0,00	--	0,28	0,00	0,37	0,01	1,14	0,65	0,65	0,05	0,80
	desvio padrão (média)	0,08	0,01	--	0,27	0,03	0,27	0,04	0,48	0,40	0,40	0,14	0,45
2-3	Teste de Shapiro-Wilk												
	W	0,899	0,879	--	0,942	0,956	0,831	0,870	0,929	--	0,995	0,997	0,960
	valor crítico	0,762	0,762	--	0,748	0,748	0,788	0,748	0,788	0,767	0,748	0,748	0,748
	Teste de Anderson-Darling												
	A ²	0,346	0,354	--	0,288	0,211	0,511	0,340	0,250	--	0,161	0,163	0,237
	valor crítico	0,635	0,635	--	0,593	0,593	0,663	0,593	0,663	0,525	0,593	0,593	0,593
	Análise dos resultados finais												
	Número de pontos	5	5	--	4	4	6	4	6	3	4	4	4
	valor médio (amostra)	6,33	6,22	--	6,75	7,34	7,49	7,86	8,27	6,81	8,62	8,62	9,62
	desvio padrão (amostra)	0,08	0,07	--	0,11	0,22	0,28	0,37	0,43	0,06	0,91	0,62	0,37
	variância (amostra)	0,01	0,00	--	0,01	0,05	0,08	0,14	0,19	0,00	0,84	0,38	0,14
	desvio padrão (média)	0,04	0,03	--	0,06	0,11	0,11	0,18	0,18	0,03	0,46	0,31	0,19

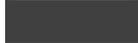
	I0g0 a	I0g0 b	I0g0 c	I1g0	I2g0	I0g1 a	I0g1 b	I0g2 a	I0g2 b	I2g1	I1g2	I2g2	
3-1	Teste de Shapiro-Wilk												
	W	--	0,902	--	0,902	--	0,659	0,907	0,971	0,988	--	0,987	0,789
	valor crítico	0,767	0,762	--	0,748	0,767	0,767	0,748	0,762	0,748	0,767	0,748	0,748
	Teste de Anderson-Darling												
	A ²	--	0,298	--	0,291	--	0,768	0,288	0,213	0,166	--	0,185	0,473
	valor crítico	0,525	0,635	--	0,593	0,525	0,593	0,593	0,635	0,593	0,525	0,593	0,593
	Análise dos resultados finais												
	Número de pontos	3	5	--	4	3	4	4	5	4	3	4	4
	valor médio (amostra)	11,36	11,09	--	13,17	15,29	20,61	20,11	21,20	23,41	32,03	35,62	33,81
	desvio padrão (amostra)	0,02	0,03	--	0,12	0,09	0,55	0,56	2,11	0,57	0,63	1,30	1,28
	variância (amostra)	0,00	0,00	--	0,01	0,01	0,30	0,31	4,43	0,32	0,40	1,70	1,65
	desvio padrão (média)	0,01	0,01	--	0,06	0,05	0,27	0,28	0,94	0,28	0,36	0,65	0,64
	3-2	Teste de Shapiro-Wilk											
W		0,961	0,832	--	0,927	0,874	0,968	0,948	0,943	--	0,884	--	--
valor crítico		0,748	0,762	--	0,748	0,748	0,748	0,788	0,748	0,767	0,748	0,767	0,767
Teste de Anderson-Darling													
A ²		0,234	0,484	--	0,271	0,336	0,211	0,213	0,286	--	0,319	--	--
valor crítico		0,593	0,635	--	0,593	0,593	0,593	0,663	0,593	0,525	0,593	0,525	0,525
Análise dos resultados finais													
Número de pontos		4	5	--	4	4	4	6	4	3	4	3	3
valor médio (amostra)		8,25	8,23	--	9,22	10,29	11,29	11,70	12,18	12,98	14,45	15,95	15,46
desvio padrão (amostra)		0,11	0,09	--	0,06	0,09	0,19	1,30	0,15	0,29	1,40	0,47	0,39
variância (amostra)		0,01	0,01	--	0,00	0,01	0,04	1,69	0,02	0,08	1,96	0,22	0,15
desvio padrão (média)		0,06	0,04	--	0,03	0,05	0,09	0,53	0,07	0,17	0,70	0,27	0,23
3-3		Teste de Shapiro-Wilk											
	W	0,977	0,880	--	0,821	0,777	0,890	0,975	0,898	--	0,941	--	0,939
	valor crítico	0,748	0,762	--	0,748	0,748	0,788	0,748	0,788	0,767	0,748	0,767	0,748
	Teste de Anderson-Darling												
	A ²	0,180	0,477	--	0,420	0,495	0,355	0,185	0,362	--	0,289	--	0,234
	valor crítico	0,593	0,635	--	0,593	0,593	0,663	0,593	0,663	0,525	0,593	0,525	0,593
	Análise dos resultados finais												
	Número de pontos	4	5	--	4	4	6	4	6	3	4	3	4
	valor médio (amostra)	5,76	5,50	--	6,16	6,61	7,28	7,01	7,16	7,39	8,76	7,81	8,49
	desvio padrão (amostra)	0,08	0,05	--	0,07	0,05	0,16	0,13	0,31	0,10	0,45	0,12	0,47
	variância (amostra)	0,01	0,00	--	0,00	0,00	0,02	0,02	0,10	0,01	0,20	0,01	0,22
	desvio padrão (média)	0,04	0,02	--	0,03	0,02	0,06	0,07	0,13	0,06	0,22	0,07	0,24

		I0g0 a	I0g0 b	I0g0 c	I1g0	I2g0	I0g1 a	I0g1 b	I0g2 a	I0g2 b	I2g1	I1g2	I2g2
4-1	Teste de Shapiro-Wilk												
	W	0,912	0,860	--	0,951	0,963	0,829	0,979	--	0,932	--	0,968	0,811
	valor crítico	0,762	0,748	--	0,748	0,748	0,762	0,762	0,767	0,762	0,767	0,748	0,748
	Teste de Anderson-Darling												
	A ²	0,367	0,356	--	0,239	0,214	0,532	0,172	--	0,241	--	0,209	0,439
	valor crítico	0,635	0,593	--	0,593	0,593	0,663	0,635	0,525	0,635	0,525	0,593	0,593
	Análise dos resultados finais												
	Número de pontos	5	4	--	4	4	6	5	3	5	3	4	4
	valor médio (amostra)	12,81	11,92	--	14,88	17,04	24,41	26,28	22,68	25,86	49,18	33,00	48,06
	desvio padrão (amostra)	0,26	0,06	--	0,24	0,26	2,44	0,84	0,95	2,48	0,30	0,42	1,09
variância (amostra)	0,07	0,00	--	0,06	0,07	5,93	0,71	0,91	6,14	0,09	0,18	1,20	
desvio padrão (média)	0,12	0,03	--	0,12	0,13	0,99	0,38	0,55	1,11	0,17	0,21	0,55	
4-2	Teste de Shapiro-Wilk												
	W	0,984	0,897	--	--	0,908	0,986	0,933	0,987	0,973	0,986	--	0,951
	valor crítico	0,788	0,762	--	0,767	0,748	0,748	0,762	0,762	0,748	0,748	0,767	0,767
	Teste de Anderson-Darling												
	A ²	0,152	0,350	--	--	0,341	0,188	0,236	0,162	0,220	0,168	--	0,270
	valor crítico	0,663	0,635	--	0,525	0,593	0,593	0,635	0,635	0,593	0,593	0,525	0,593
	Análise dos resultados finais												
	Número de pontos	6	5	--	3	4	4	5	5	4	4	3	4
	valor médio (amostra)	7,85	7,62	--	8,61	9,54	11,18	11,06	10,95	11,56	12,43	12,46	12,97
	desvio padrão (amostra)	0,10	0,06	--	0,05	0,12	0,33	0,28	0,42	0,05	1,11	0,16	0,25
variância (amostra)	0,01	0,00	--	0,00	0,01	0,11	0,08	0,18	0,00	1,23	0,02	0,06	
desvio padrão (média)	0,04	0,03	--	0,03	0,06	0,16	0,13	0,19	0,02	0,56	0,09	0,12	
4-3	Teste de Shapiro-Wilk												
	W	0,814	0,854	--	0,991	0,933	0,919	0,831	0,847	0,956	0,989	--	0,989
	valor crítico	0,762	0,762	--	0,748	0,748	0,788	0,748	0,748	0,748	0,748	0,767	0,748
	Teste de Anderson-Darling												
	A ²	0,454	0,397	--	0,163	0,252	0,261	0,410	0,416	0,220	0,165	--	0,167
	valor crítico	0,635	0,635	--	0,593	0,593	0,663	0,593	0,593	0,593	0,593	0,525	0,593
	Análise dos resultados finais												
	Número de pontos	5	5	--	4	4	6	4	4	4	4	3	4
	valor médio (amostra)	6,10	5,99	--	6,54	7,08	7,36	7,40	7,47	7,56	8,77	8,23	8,68
	desvio padrão (amostra)	0,13	0,05	--	0,18	0,08	0,43	0,18	0,13	0,14	0,75	0,07	0,14
variância (amostra)	0,02	0,00	--	0,03	0,01	0,19	0,03	0,02	0,02	0,57	0,01	0,02	
desvio padrão (média)	0,06	0,02	--	0,09	0,04	0,18	0,09	0,07	0,07	0,38	0,04	0,07	

		I0g0 a	I0g0 b	I0g0 c	I1g0	I2g0	I0g1 a	I0g1 b	I0g2 a	I0g2 b	I2g1	I1g2	I2g2
5.1	Teste de Shapiro-Wilk												
	W	0,906	0,977	--	--	0,950	0,939	0,858	0,968	0,955	--	0,958	0,877
	valor crítico	0,762	0,762	--	0,767	0,748	0,762	0,748	0,788	0,788	0,767	0,748	0,748
	Teste de Anderson-Darling												
	A ²	0,311	0,168	--	--	0,219	0,267	0,380	0,183	0,219	--	0,240	0,330
	valor crítico	0,635	0,635	--	0,525	0,593	0,635	0,593	0,663	0,663	0,525	0,593	0,593
	Análise dos resultados finais												
	Número de pontos	5	5	--	3	4	5	4	6	6	3	4	4
	valor médio (amostra)	9,01	8,60	--	9,79	10,67	8,29	7,84	7,76	7,78	9,16	7,82	8,56
	desvio padrão (amostra)	0,16	0,18	--	0,05	0,18	0,14	0,13	0,44	0,24	0,21	0,38	0,17
	variância (amostra)	0,02	0,03	--	0,00	0,03	0,02	0,02	0,19	0,06	0,04	0,14	0,03
	desvio padrão (média)	0,07	0,08	--	0,03	0,09	0,06	0,07	0,18	0,10	0,12	0,19	0,09
	5.2	Teste de Shapiro-Wilk											
W		0,915	0,808	--	0,927	0,987	--	0,916	--	0,888	--	0,892	0,863
valor crítico		0,788	0,788	--	0,748	0,748	0,767	0,748	0,767	0,762	0,767	0,748	0,748
Teste de Anderson-Darling													
A ²		0,305	0,575	--	0,275	0,191	--	0,271	--	0,328	--	0,306	0,350
valor crítico		0,663	0,663	--	0,593	0,593	0,525	0,593	0,525	0,635	0,525	0,593	0,593
Análise dos resultados finais													
Número de pontos		6	6	--	4	4	3	4	3	5	3	4	4
valor médio (amostra)		8,34	8,30	--	8,90	9,61	7,21	7,35	6,98	7,05	8,20	7,75	7,97
desvio padrão (amostra)		0,07	0,13	--	0,18	0,07	0,02	0,06	0,04	0,08	0,02	0,29	0,24
variância (amostra)		0,01	0,02	--	0,03	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,00	0,09	0,06
desvio padrão (média)		0,03	0,05	--	0,09	0,03	0,01	0,03	0,02	0,04	0,01	0,15	0,12
5.3		Teste de Shapiro-Wilk											
	W	0,857	0,850	--	--	--	0,939	0,939	0,977	0,979	--	0,972	0,915
	valor crítico	0,748	0,748	--	0,767	0,767	0,803	0,788	0,762	0,748	0,767	0,748	0,748
	Teste de Anderson-Darling												
	A ²	0,360	0,398	--	--	--	0,261	0,272	0,190	0,206	--	0,187	0,315
	valor crítico	0,593	0,593	--	0,525	0,525	0,683	0,663	0,593	0,593	0,525	0,593	0,593
	Análise dos resultados finais												
	Número de pontos	4	4	--	3	3	7	6	4	4	3	4	4
	valor médio (amostra)	7,54	7,42	--	8,19	6,47	6,54	6,67	6,66	6,51	7,40	6,86	7,22
	desvio padrão (amostra)	0,08	0,26	--	0,07	0,06	0,19	0,24	0,13	0,11	0,08	0,26	0,22
	variância (amostra)	0,01	0,07	--	0,00	0,00	0,03	0,06	0,02	0,01	0,01	0,07	0,05
	desvio padrão (média)	0,04	0,13	--	0,04	0,03	0,07	0,10	0,06	0,05	0,05	0,13	0,11

ANEXO 11 – Valores de velocidade terminal *non-slip*, mantidos e descartados pela análise estatística.

-  giro devido a colisão com a parede
-  giro devido a colisão com as bolhas
-  colisão contra a parede
-  movimento caótico
-  oscilação de média amplitude no sentido radial
-  oscilação de pequena amplitude no sentido radial

-  trajetória predominantemente pelo centro
-  trajetória predominantemente próxima à parede

123 número descartado

	I0g0 a	I0g0 b	I0g0 c	I1g0	I2g0	I0g1 a	I0g1 b	I0g2 a	I0g2 b	I2g1	I1g2	I2g2
1-1	--	20,8E-2	22,4E-2	23,5E-2	21,5E-2	20,1E-2	19,8E-2	18,1E-2	19,2E-2	19,6E-2	19,4E-2	20,4E-2
	--	22,0E-2	23,1E-2	23,3E-2	21,5E-2	19,2E-2	--	--	18,3E-2	17,2E-2	19,2E-2	--
	--	22,3E-2	22,5E-2	22,9E-2	21,6E-2	19,4E-2	--	--	20,7E-2	--	18,7E-2	--
	--	22,8E-2	23,2E-2	22,4E-2	21,1E-2	17,4E-2	--	--	--	--	18,6E-2	--
	--	22,2E-2	22,8E-2	--	--	16,8E-2	--	--	--	--	--	--
1-2	--	28,6E-2	29,3E-2	28,3E-2	28,8E-2	24,2E-2	26,2E-2	26,5E-2	22,4E-2	24,2E-2	28,5E-2	26,3E-2
	--	29,4E-2	29,7E-2	24,7E-2	--	--	27,0E-2	23,7E-2	21,0E-2	--	--	27,9E-2
	--	27,1E-2	--	26,0E-2	--	--	26,6E-2	22,3E-2	22,9E-2	--	--	26,0E-2
	--	--	--	29,5E-2	--	--	21,9E-2	21,7E-2	23,7E-2	--	--	24,0E-2
	--	--	--	--	--	--	23,9E-2	22,0E-2	24,3E-2	--	--	--
1-3	--	34,1E-2	34,1E-2	33,5E-2	32,6E-2	24,5E-2	29,3E-2	25,1E-2	27,0E-2	27,6E-2	27,6E-2	27,9E-2
	--	--	34,1E-2	--	--	28,6E-2	30,1E-2	25,4E-2	28,1E-2	30,0E-2	27,4E-2	31,1E-2
	--	--	33,3E-2	--	--	26,6E-2	29,9E-2	29,2E-2	28,1E-2	26,9E-2	27,7E-2	26,7E-2
	--	--	33,9E-2	--	--	33,5E-2	30,7E-2	31,2E-2	25,6E-2	29,4E-2	26,4E-2	25,7E-2
	--	--	33,5E-2	--	--	28,7E-2	28,1E-2	27,0E-2	--	--	--	--
2-1	14,8E-2	16,0E-2	--	15,1E-2	14,5E-2	14,9E-2	12,6E-2	09,3E-2	07,9E-2	11,3E-2	08,7E-2	09,6E-2
	14,9E-2	15,7E-2	--	15,4E-2	14,6E-2	14,4E-2	07,3E-2	08,4E-2	09,5E-2	10,7E-2	08,3E-2	09,4E-2
	15,1E-2	15,7E-2	--	15,6E-2	14,5E-2	07,0E-2	09,7E-2	09,8E-2	10,4E-2	11,4E-2	09,0E-2	09,7E-2
	13,2E-2	15,7E-2	--	14,9E-2	15,0E-2	08,3E-2	08,9E-2	08,2E-2	07,0E-2	09,9E-2	08,5E-2	09,6E-2
	14,9E-2	15,4E-2	--	--	--	08,4E-2	09,3E-2	08,0E-2	07,9E-2	--	--	--
	15,0E-2	15,5E-2	--	--	--	07,4E-2	12,3E-2	08,1E-2	08,0E-2	--	--	--
	--	--	--	--	--	11,5E-2	--	--	--	--	--	--
2-2	19,4E-2	21,2E-2	--	20,1E-2	21,1E-2	14,2E-2	16,4E-2	12,5E-2	18,4E-2	17,8E-2	16,2E-2	14,4E-2
	22,0E-2	20,5E-2	--	19,7E-2	21,3E-2	16,1E-2	17,4E-2	16,1E-2	13,3E-2	18,7E-2	17,4E-2	13,2E-2
	22,5E-2	22,0E-2	--	21,8E-2	21,2E-2	17,8E-2	17,2E-2	18,8E-2	13,4E-2	19,5E-2	16,7E-2	13,5E-2
	22,0E-2	21,9E-2	--	21,7E-2	21,0E-2	17,4E-2	18,0E-2	14,9E-2	16,2E-2	20,4E-2	16,2E-2	14,2E-2
	21,7E-2	22,0E-2	--	--	--	18,8E-2	18,3E-2	14,9E-2	14,2E-2	--	--	--
	21,2E-2	22,0E-2	--	--	--	16,6E-2	17,4E-2	17,4E-2	15,3E-2	--	--	--
2-3	27,4E-2	28,1E-2	--	27,3E-2	26,9E-2	24,1E-2	22,8E-2	20,6E-2	25,8E-2	26,4E-2	20,7E-2	21,6E-2
	27,3E-2	29,3E-2	--	27,8E-2	28,2E-2	24,1E-2	18,8E-2	21,5E-2	12,2E-2	24,5E-2	22,8E-2	22,2E-2
	18,4E-2	28,1E-2	--	28,4E-2	26,6E-2	22,5E-2	21,3E-2	22,7E-2	18,7E-2	21,3E-2	22,1E-2	21,4E-2
	27,8E-2	27,8E-2	--	27,8E-2	27,5E-2	23,7E-2	21,4E-2	22,2E-2	25,8E-2	23,1E-2	24,2E-2	20,5E-2
	27,4E-2	28,6E-2	--	--	--	22,1E-2	23,5E-2	20,2E-2	22,4E-2	--	--	--
	28,2E-2	27,8E-2	--	--	--	23,6E-2	20,6E-2	19,9E-2	25,4E-2	--	--	--

	l0g0 a	l0g0 b	l0g0 c	l1g0	l2g0	l0g1 a	l0g1 b	l0g2 a	l0g2 b	l2g1	l1g2	l2g2
3-1	12,4E-2	15,8E-2	--	15,1E-2	14,4E-2	06,4E-2	08,9E-2	05,0E-2	09,9E-2	08,8E-2	06,8E-2	08,6E-2
	15,4E-2	15,7E-2	--	15,1E-2	14,8E-2	08,4E-2	06,9E-2	07,9E-2	07,3E-2	08,7E-2	07,0E-2	08,3E-2
	15,8E-2	15,4E-2	--	15,4E-2	14,9E-2	08,4E-2	08,4E-2	08,4E-2	07,4E-2	08,0E-2	07,0E-2	08,3E-2
	15,4E-2	15,8E-2	--	15,3E-2	15,0E-2	08,8E-2	10,1E-2	09,7E-2	07,5E-2	08,9E-2	07,2E-2	08,6E-2
	12,3E-2	15,7E-2	--	--	--	08,4E-2	08,7E-2	08,2E-2	07,7E-2	--	--	--
	15,4E-2	15,8E-2	--	--	--	10,4E-2	08,9E-2	07,3E-2	09,4E-2	--	--	--
	--	--	--	--	--	10,1E-2	--	--	09,4E-2	--	--	--
--	--	--	--	--	--	--	--	08,0E-2	--	--	--	
3-2	21,1E-2	21,5E-2	--	20,9E-2	20,3E-2	15,8E-2	13,9E-2	13,7E-2	14,9E-2	14,1E-2	13,1E-2	14,3E-2
	19,8E-2	21,0E-2	--	20,8E-2	20,6E-2	15,5E-2	17,2E-2	14,2E-2	12,9E-2	16,4E-2	13,4E-2	14,9E-2
	21,6E-2	20,6E-2	--	20,8E-2	20,6E-2	11,9E-2	14,3E-2	14,4E-2	17,0E-2	15,2E-2	14,1E-2	15,5E-2
	20,9E-2	21,1E-2	--	21,1E-2	20,3E-2	16,5E-2	12,9E-2	14,4E-2	13,2E-2	16,5E-2	12,7E-2	14,5E-2
	21,2E-2	21,1E-2	--	--	--	15,6E-2	16,7E-2	13,4E-2	13,4E-2	--	--	--
	20,4E-2	21,4E-2	--	--	--	15,1E-2	15,5E-2	14,6E-2	16,1E-2	--	--	--
--	--	--	--	--	--	--	--	13,8E-2	--	--	--	
3-3	29,9E-2	31,0E-2	--	30,5E-2	29,7E-2	23,7E-2	21,0E-2	25,6E-2	21,9E-2	23,3E-2	24,6E-2	24,6E-2
	20,1E-2	31,4E-2	--	30,0E-2	30,1E-2	24,5E-2	28,5E-2	25,2E-2	27,1E-2	23,3E-2	24,8E-2	23,3E-2
	30,8E-2	32,1E-2	--	30,6E-2	30,1E-2	23,6E-2	25,4E-2	23,9E-2	23,6E-2	22,2E-2	26,3E-2	22,6E-2
	20,6E-2	31,8E-2	--	30,0E-2	29,7E-2	24,6E-2	24,8E-2	23,8E-2	23,4E-2	24,7E-2	24,1E-2	25,1E-2
	30,2E-2	31,8E-2	--	--	--	23,4E-2	24,4E-2	23,0E-2	25,5E-2	--	--	--
	30,6E-2	31,8E-2	--	--	--	24,3E-2	25,2E-2	25,3E-2	24,0E-2	--	--	--
4-1	13,6E-2	14,7E-2	--	13,6E-2	13,7E-2	07,0E-2	06,7E-2	09,4E-2	07,5E-2	06,9E-2	07,3E-2	06,8E-2
	13,3E-2	14,6E-2	--	13,9E-2	13,9E-2	07,8E-2	06,5E-2	07,4E-2	07,3E-2	06,9E-2	07,4E-2	07,0E-2
	13,6E-2	14,6E-2	--	13,5E-2	13,5E-2	06,0E-2	07,0E-2	06,9E-2	06,3E-2	06,9E-2	07,4E-2	06,8E-2
	14,1E-2	14,8E-2	--	13,7E-2	13,8E-2	07,4E-2	06,7E-2	07,8E-2	06,9E-2	07,6E-2	07,5E-2	07,0E-2
	13,6E-2	14,2E-2	--	--	--	09,2E-2	06,4E-2	08,0E-2	05,2E-2	--	--	--
	11,1E-2	14,2E-2	--	--	--	07,7E-2	08,2E-2	06,7E-2	08,4E-2	--	--	--
	--	--	--	--	--	07,4E-2	--	--	06,0E-2	--	--	--
--	--	--	--	--	--	--	--	05,4E-2	--	--	--	
4-2	22,6E-2	22,1E-2	--	22,4E-2	21,7E-2	15,1E-2	17,0E-2	16,9E-2	15,1E-2	16,2E-2	15,1E-2	16,7E-2
	22,2E-2	23,1E-2	--	21,2E-2	22,1E-2	16,2E-2	16,3E-2	13,9E-2	13,9E-2	19,1E-2	16,1E-2	16,4E-2
	22,4E-2	23,0E-2	--	22,1E-2	21,5E-2	15,6E-2	15,8E-2	16,2E-2	13,1E-2	17,9E-2	15,9E-2	16,8E-2
	21,9E-2	22,6E-2	--	22,3E-2	21,7E-2	18,3E-2	16,2E-2	16,0E-2	15,0E-2	16,9E-2	16,3E-2	17,1E-2
	22,1E-2	22,8E-2	--	--	--	15,7E-2	15,3E-2	15,6E-2	14,0E-2	--	--	--
	22,5E-2	23,0E-2	--	--	--	17,2E-2	15,5E-2	15,2E-2	15,2E-2	--	--	--
--	--	--	--	--	--	--	--	15,1E-2	--	--	--	
4-3	29,3E-2	29,3E-2	--	29,5E-2	28,2E-2	23,5E-2	23,6E-2	23,1E-2	23,2E-2	25,6E-2	20,9E-2	23,8E-2
	20,1E-2	30,2E-2	--	27,8E-2	27,9E-2	25,1E-2	23,2E-2	23,2E-2	20,6E-2	21,6E-2	23,1E-2	23,5E-2
	28,1E-2	29,6E-2	--	28,5E-2	28,0E-2	25,4E-2	24,4E-2	24,0E-2	22,9E-2	22,6E-2	23,4E-2	23,3E-2
	29,3E-2	29,0E-2	--	29,0E-2	28,5E-2	24,3E-2	23,2E-2	23,3E-2	20,9E-2	23,9E-2	23,5E-2	23,0E-2
	28,6E-2	29,0E-2	--	--	--	22,1E-2	21,9E-2	24,8E-2	23,7E-2	--	--	--
	28,1E-2	29,1E-2	--	--	--	22,4E-2	21,7E-2	20,4E-2	22,7E-2	--	--	--
5-1	19,8E-2	21,0E-2	--	19,7E-2	19,6E-2	21,0E-2	23,9E-2	21,8E-2	22,8E-2	23,8E-2	24,2E-2	23,2E-2
	19,2E-2	19,8E-2	--	19,9E-2	19,9E-2	21,5E-2	22,1E-2	24,4E-2	21,9E-2	22,9E-2	23,3E-2	23,5E-2
	19,6E-2	20,3E-2	--	19,8E-2	20,2E-2	21,0E-2	22,8E-2	21,0E-2	21,7E-2	22,1E-2	24,4E-2	24,0E-2
	19,6E-2	20,5E-2	--	21,1E-2	19,7E-2	21,3E-2	22,0E-2	23,7E-2	23,6E-2	22,3E-2	26,0E-2	24,1E-2
	19,0E-2	24,3E-2	--	--	--	20,6E-2	23,6E-2	22,7E-2	22,5E-2	--	--	--
	23,8E-2	20,0E-2	--	--	--	23,6E-2	22,3E-2	22,0E-2	22,6E-2	--	--	--
5-2	21,3E-2	20,8E-2	--	22,1E-2	21,7E-2	24,2E-2	23,9E-2	24,3E-2	25,1E-2	24,6E-2	24,4E-2	24,7E-2
	20,9E-2	21,3E-2	--	21,4E-2	21,5E-2	24,2E-2	23,7E-2	25,2E-2	24,4E-2	24,7E-2	25,3E-2	25,4E-2
	20,8E-2	21,3E-2	--	21,6E-2	21,8E-2	23,2E-2	25,3E-2	25,6E-2	24,6E-2	23,8E-2	25,4E-2	26,1E-2
	21,1E-2	21,3E-2	--	21,2E-2	21,6E-2	24,0E-2	23,6E-2	23,8E-2	24,7E-2	24,7E-2	23,6E-2	24,7E-2
	20,9E-2	20,9E-2	--	--	--	24,6E-2	24,0E-2	25,1E-2	25,1E-2	--	--	--
	20,8E-2	20,6E-2	--	--	--	24,3E-2	22,6E-2	24,9E-2	26,2E-2	--	--	--
5-3	23,4E-2	27,3E-2	--	23,1E-2	30,2E-2	26,9E-2	26,6E-2	26,4E-2	27,4E-2	26,9E-2	28,1E-2	26,5E-2
	22,9E-2	23,1E-2	--	24,8E-2	31,9E-2	25,6E-2	26,8E-2	27,4E-2	25,9E-2	25,7E-2	26,5E-2	27,7E-2
	23,1E-2	23,4E-2	--	23,3E-2	30,6E-2	27,7E-2	25,6E-2	25,9E-2	26,8E-2	26,8E-2	28,7E-2	27,6E-2
	23,4E-2	31,8E-2	--	23,5E-2	30,6E-2	25,9E-2	25,1E-2	25,8E-2	28,4E-2	27,3E-2	27,2E-2	28,2E-2
	22,2E-2	24,8E-2	--	--	--	27,1E-2	27,7E-2	26,9E-2	26,9E-2	--	--	--
	24,1E-2	22,9E-2	--	--	--	26,6E-2	25,6E-2	28,5E-2	26,4E-2	--	--	--
--	--	--	--	--	27,3E-2	--	--	--	--	--	--	

ANEXO 12 – Valor médio, variância combinada e desvio padrão combinado para as velocidades terminais experimentais em cada sistema analisado.

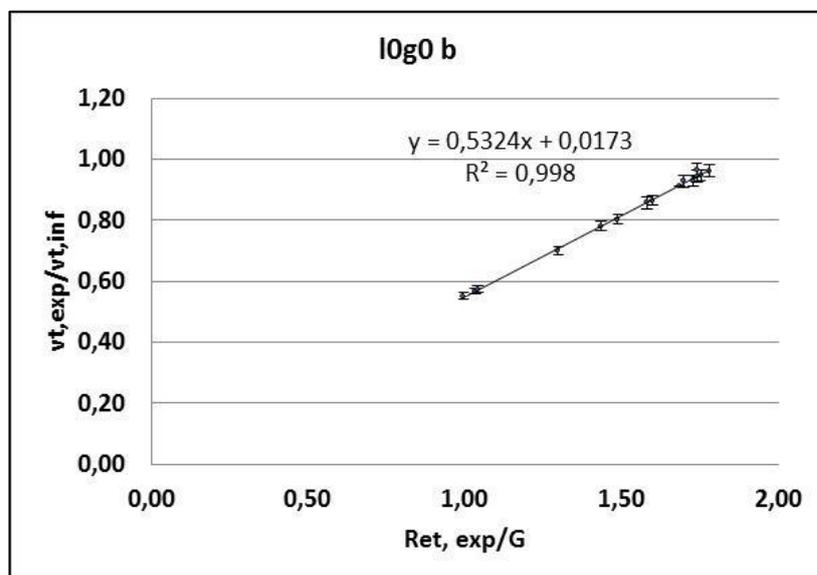
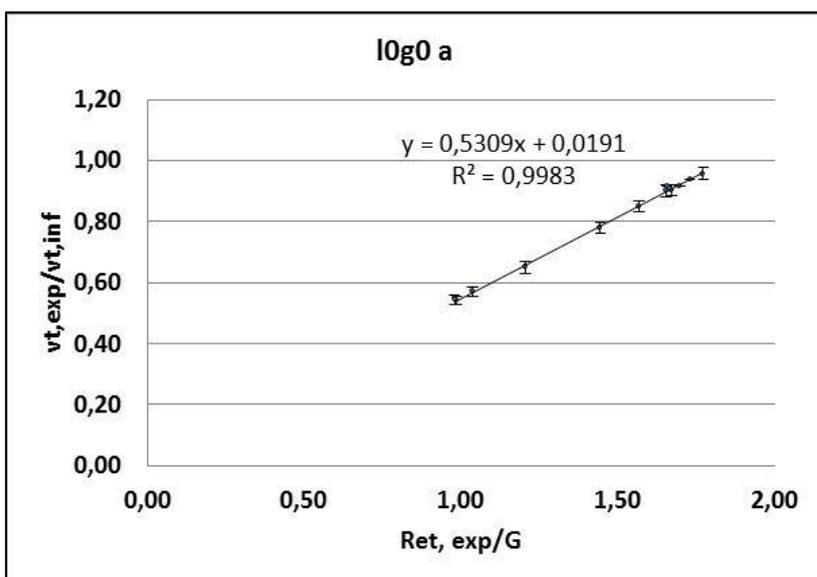
		I0g0 a	I0g0 b	I0g0 c	I1g0	I2g0	I0g1 a
1-1	valor médio (m/s)	--	2,22E-01	2,28E-01	2,30E-01	2,16E-01	1,93E-01
	variância combinada (\pm)	--	2,21E-06	8,09E-06	5,60E-05	9,69E-05	2,18E-06
	desvio padrão combinado (\pm)	--	1,49E-03	2,84E-03	7,49E-03	9,85E-03	1,48E-03
1-2	valor médio (m/s)	--	2,83E-01	--	2,70E-01	--	--
	variância combinada (\pm)	--	1,81E-04	--	5,01E-04	--	--
	desvio padrão combinado (\pm)	--	1,34E-02	--	2,24E-02	--	--
1-3	valor médio (m/s)	--	--	3,38E-01	--	--	2,79E-01
	variância combinada (\pm)	--	--	7,48E-06	--	--	1,84E-04
	desvio padrão combinado (\pm)	--	--	2,74E-03	--	--	1,36E-02
2-1	valor médio (m/s)	1,50E-01	1,57E-01	--	1,52E-01	1,45E-01	7,89E-02
	variância combinada (\pm)	1,57E-06	3,41E-06	--	3,89E-05	9,72E-05	4,06E-05
	desvio padrão combinado (\pm)	1,25E-03	1,85E-03	--	6,24E-03	9,86E-03	6,37E-03
2-2	valor médio (m/s)	2,19E-01	2,20E-01	--	2,08E-01	2,12E-01	1,73E-01
	variância combinada (\pm)	1,82E-05	2,42E-07	--	1,48E-04	9,85E-05	8,70E-05
	desvio padrão combinado (\pm)	4,26E-03	4,92E-04	--	1,22E-02	9,92E-03	9,33E-03
2-3	valor médio (m/s)	2,76E-01	2,81E-01	--	2,79E-01	2,73E-01	2,33E-01
	variância combinada (\pm)	1,07E-05	7,05E-06	--	4,96E-05	1,49E-04	5,04E-05
	desvio padrão combinado (\pm)	3,27E-03	2,66E-03	--	7,04E-03	1,22E-02	7,10E-03
3-1	valor médio (m/s)	1,54E-01	1,58E-01	--	1,52E-01	1,49E-01	8,48E-02
	variância combinada (\pm)	1,09E-07	1,13E-07	--	3,17E-05	9,75E-05	5,09E-06
	desvio padrão combinado (\pm)	3,30E-04	3,36E-04	--	5,63E-03	9,88E-03	2,26E-03
3-2	valor médio (m/s)	2,12E-01	2,12E-01	--	2,09E-01	2,04E-01	1,55E-01
	variância combinada (\pm)	8,32E-06	3,99E-06	--	3,20E-05	9,93E-05	6,75E-06
	desvio padrão combinado (\pm)	2,88E-03	2,00E-03	--	5,66E-03	9,97E-03	2,60E-03
3-3	valor médio (m/s)	3,04E-01	3,18E-01	--	3,03E-01	2,99E-01	2,40E-01
	variância combinada (\pm)	1,57E-05	5,67E-06	--	3,99E-05	1,01E-04	1,80E-05
	desvio padrão combinado (\pm)	3,96E-03	2,38E-03	--	6,31E-03	1,00E-02	4,25E-03

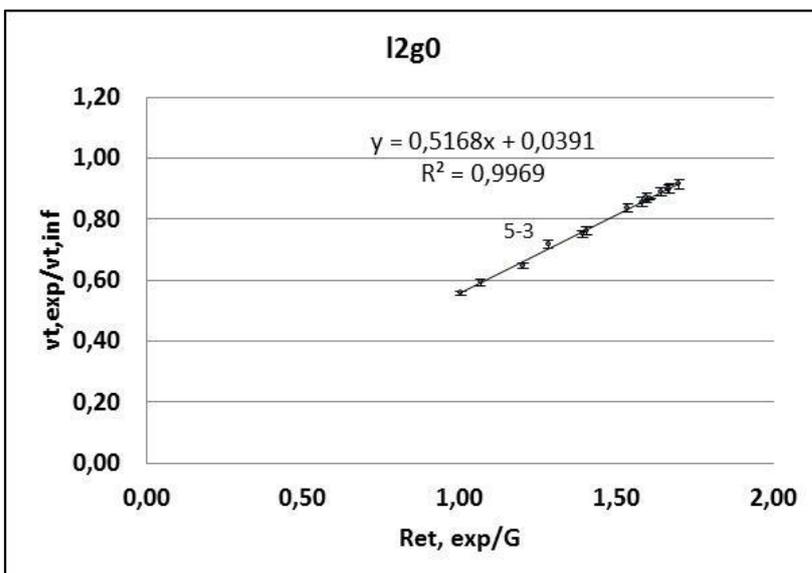
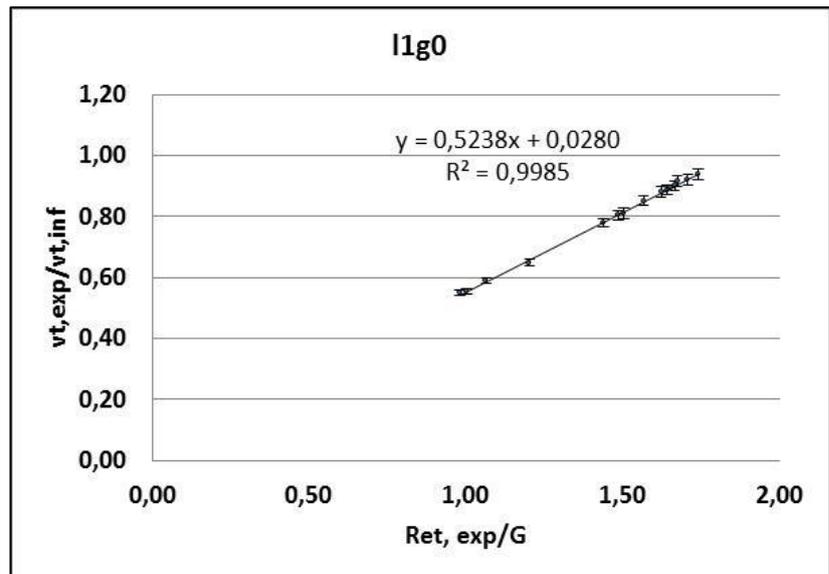
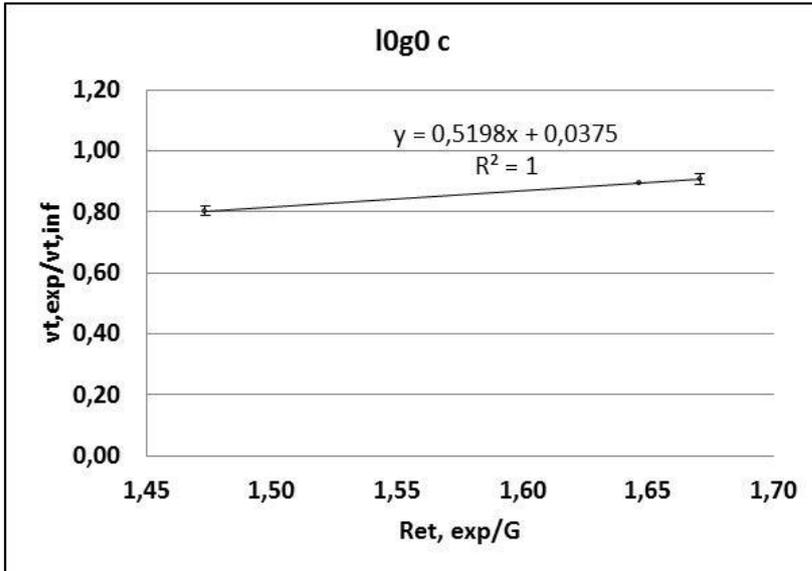
		I0g1 b	I0g2 a	I0g2 b	I2g1	I1g2	I2g2
1-1	valor médio (m/s)	--	--	1,94E-01	--	1,90E-01	--
	variância combinada (\pm)	--	--	1,89E-04	--	4,96E-05	--
	desvio padrão combinado (\pm)	--	--	1,37E-02	--	7,04E-03	--
1-2	valor médio (m/s)	2,55E-01	2,18E-01	2,34E-01	--	--	2,67E-01
	variância combinada (\pm)	1,68E-04	1,62E-05	4,55E-05	--	--	2,16E-04
	desvio padrão combinado (\pm)	1,30E-02	4,02E-03	6,74E-03	--	--	1,47E-02
1-3	valor médio (m/s)	3,00E-01	2,50E-01	2,77E-01	2,84E-01	2,76E-01	2,67E-01
	variância combinada (\pm)	3,05E-05	3,23E-05	5,38E-05	3,12E-04	3,95E-05	2,40E-04
	desvio padrão combinado (\pm)	5,52E-03	5,68E-03	7,33E-03	1,77E-02	6,29E-03	1,55E-02
2-1	valor médio (m/s)	9,29E-02	8,17E-02	7,93E-02	1,11E-01	8,63E-02	9,59E-02
	variância combinada (\pm)	2,35E-05	3,76E-06	2,19E-07	1,12E-04	4,53E-05	8,94E-05
	desvio padrão combinado (\pm)	4,85E-03	1,94E-03	4,68E-04	1,06E-02	6,73E-03	9,46E-03
2-2	valor médio (m/s)	1,73E-01	1,63E-01	1,40E-01	1,90E-01	1,64E-01	1,38E-01
	variância combinada (\pm)	2,05E-06	2,10E-04	8,25E-05	2,21E-04	4,53E-05	1,19E-04
	desvio padrão combinado (\pm)	1,43E-03	1,45E-02	9,08E-03	1,49E-02	6,73E-03	1,09E-02
2-3	valor médio (m/s)	2,22E-01	2,11E-01	2,57E-01	2,36E-01	2,24E-01	2,14E-01
	variância combinada (\pm)	1,09E-04	8,14E-05	6,31E-06	5,55E-04	2,45E-04	1,37E-04
	desvio padrão combinado (\pm)	1,05E-02	9,02E-03	2,51E-03	2,36E-02	1,57E-02	1,17E-02
3-1	valor médio (m/s)	8,69E-02	8,24E-02	7,47E-02	8,82E-02	6,99E-02	8,44E-02
	variância combinada (\pm)	5,78E-06	5,36E-05	3,27E-06	9,37E-05	3,86E-05	9,10E-05
	desvio padrão combinado (\pm)	2,40E-03	7,32E-03	1,81E-03	9,68E-03	6,21E-03	9,54E-03
3-2	valor médio (m/s)	1,49E-01	1,44E-01	1,35E-01	1,55E-01	1,30E-01	1,46E-01
	variância combinada (\pm)	1,84E-04	3,01E-06	1,19E-05	2,30E-04	4,93E-05	9,80E-05
	desvio padrão combinado (\pm)	1,36E-02	1,74E-03	3,46E-03	1,52E-02	7,02E-03	9,90E-03
3-3	valor médio (m/s)	2,50E-01	2,44E-01	2,37E-01	2,33E-01	2,45E-01	2,39E-01
	variância combinada (\pm)	2,15E-05	7,47E-05	1,29E-05	1,95E-04	5,18E-05	2,20E-04
	desvio padrão combinado (\pm)	4,64E-03	8,64E-03	3,59E-03	1,40E-02	7,20E-03	1,48E-02

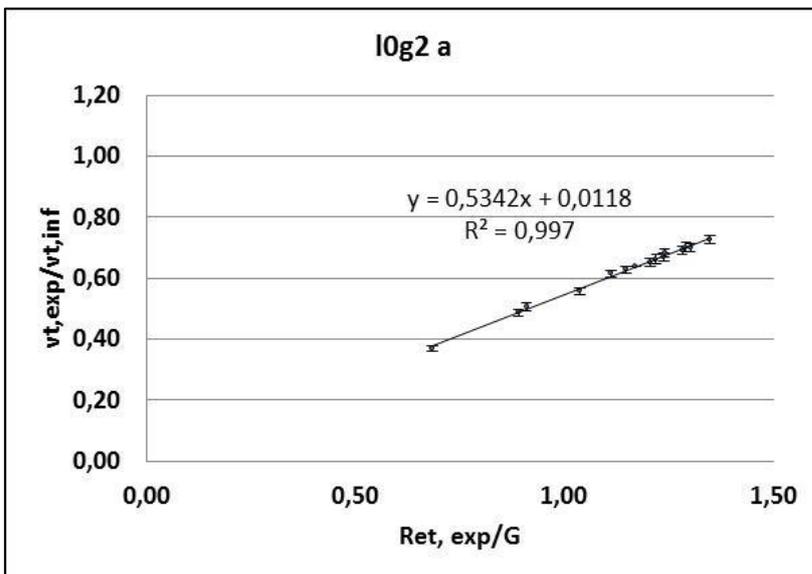
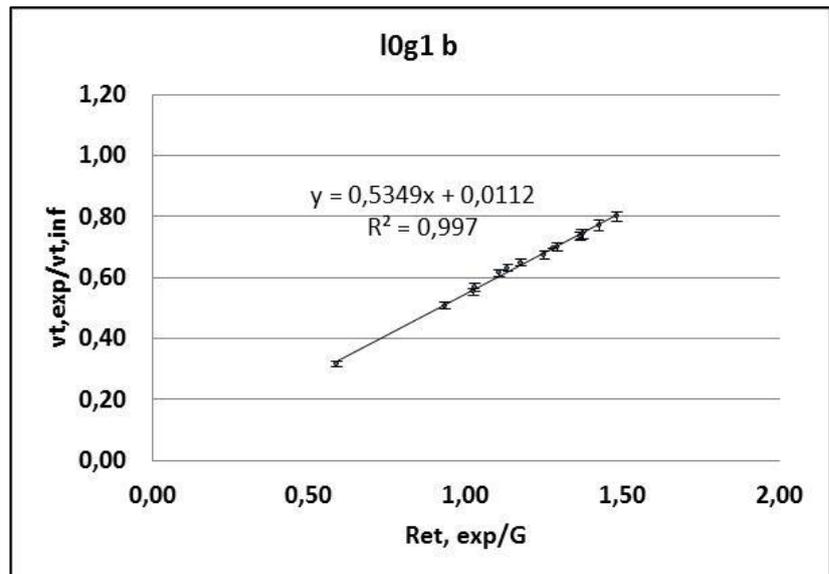
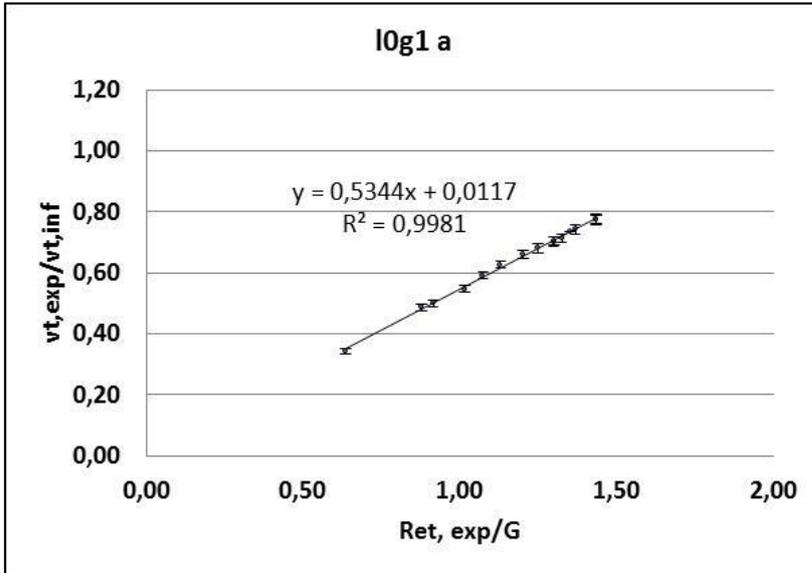
		I0g0 a	I0g0 b	I0g0 c	I1g0	I2g0	I0g1 a
4-1	valor médio (m/s)	1,36E-01	1,47E-01	--	1,37E-01	1,37E-01	7,16E-02
	variância combinada (\pm)	6,12E-06	5,81E-07	--	3,37E-05	9,93E-05	3,40E-05
	desvio padrão combinado (\pm)	2,47E-03	7,62E-04	--	5,81E-03	9,96E-03	5,83E-03
4-2	valor médio (m/s)	2,23E-01	2,29E-01	--	2,22E-01	2,18E-01	1,56E-01
	variância combinada (\pm)	5,24E-06	2,95E-06	--	3,21E-05	1,02E-04	2,09E-05
	desvio padrão combinado (\pm)	2,29E-03	1,72E-03	--	5,67E-03	1,01E-02	4,57E-03
4-3	valor médio (m/s)	2,87E-01	2,92E-01	--	2,87E-01	2,81E-01	2,37E-01
	variância combinada (\pm)	2,78E-05	4,95E-06	--	8,21E-05	1,04E-04	1,30E-04
	desvio padrão combinado (\pm)	5,27E-03	2,22E-03	--	9,06E-03	1,02E-02	1,14E-02
5-1	valor médio (m/s)	1,94E-01	2,03E-01	--	1,98E-01	1,98E-01	2,11E-01
	variância combinada (\pm)	9,17E-06	1,46E-05	--	3,14E-05	1,04E-04	1,04E-05
	desvio padrão combinado (\pm)	3,03E-03	3,83E-03	--	5,60E-03	1,02E-02	3,23E-03
5-2	valor médio (m/s)	2,10E-01	2,11E-01	--	2,16E-01	2,16E-01	2,43E-01
	variância combinada (\pm)	2,25E-06	7,04E-06	--	4,53E-05	9,85E-05	3,59E-07
	desvio padrão combinado (\pm)	1,50E-03	2,65E-03	--	6,73E-03	9,92E-03	5,99E-04
5-3	valor médio (m/s)	2,32E-01	2,36E-01	--	2,33E-01	3,05E-01	2,67E-01
	variância combinada (\pm)	5,91E-06	7,04E-05	--	3,41E-05	1,05E-04	3,29E-05
	desvio padrão combinado (\pm)	2,43E-03	8,39E-03	--	5,84E-03	1,02E-02	5,74E-03

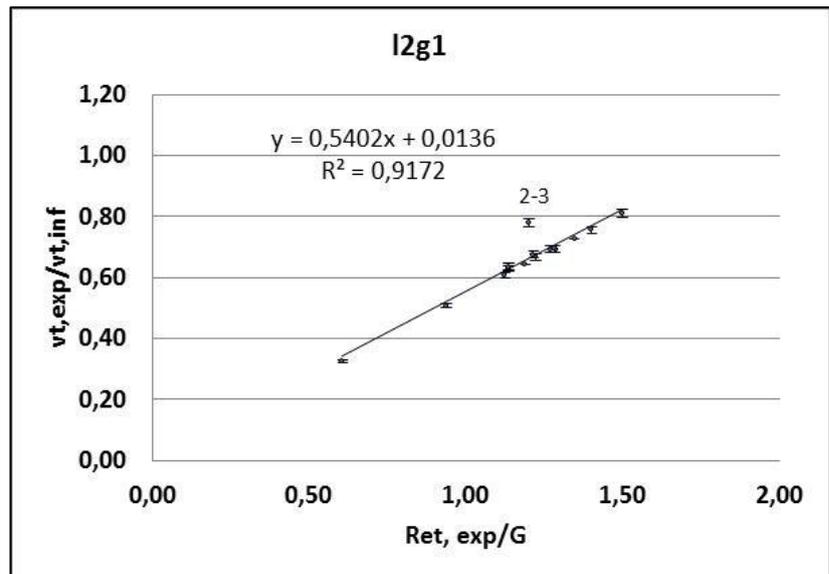
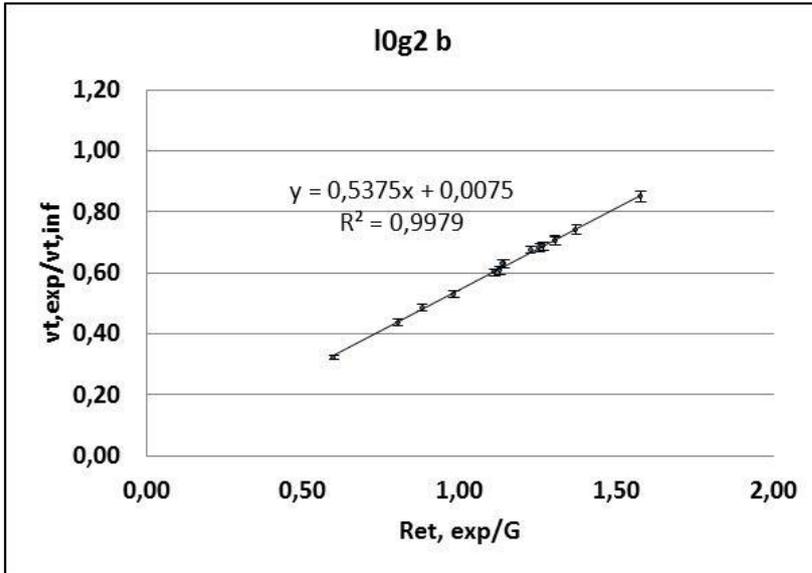
		I0g1 b	I0g2 a	I0g2 b	I2g1	I1g2	I2g2
4-1	valor médio (m/s)	6,65E-02	7,71E-02	6,76E-02	6,92E-02	7,38E-02	6,90E-02
	variância combinada (\pm)	3,64E-06	1,40E-05	3,36E-05	9,22E-05	3,59E-05	8,78E-05
	desvio padrão combinado (\pm)	1,91E-03	3,74E-03	5,79E-03	9,60E-03	5,99E-03	9,37E-03
4-2	valor médio (m/s)	1,58E-01	1,60E-01	1,51E-01	1,74E-01	1,61E-01	1,67E-01
	variância combinada (\pm)	1,30E-05	3,06E-05	4,18E-07	2,50E-04	3,96E-05	9,36E-05
	desvio padrão combinado (\pm)	3,60E-03	5,53E-03	6,46E-04	1,58E-02	6,29E-03	9,68E-03
4-3	valor médio (m/s)	2,36E-01	2,34E-01	2,31E-01	2,33E-01	2,33E-01	2,34E-01
	variância combinada (\pm)	3,27E-05	1,72E-05	1,78E-05	3,85E-04	4,01E-05	9,73E-05
	desvio padrão combinado (\pm)	5,72E-03	4,15E-03	4,22E-03	1,96E-02	6,33E-03	9,86E-03
5-1	valor médio (m/s)	2,23E-01	2,25E-01	2,25E-01	2,24E-01	2,45E-01	2,37E-01
	variância combinada (\pm)	1,38E-05	1,08E-04	3,11E-05	1,18E-04	1,52E-04	1,04E-04
	desvio padrão combinado (\pm)	3,71E-03	1,04E-02	5,57E-03	1,09E-02	1,23E-02	1,02E-02
5-2	valor médio (m/s)	2,38E-01	2,50E-01	2,48E-01	2,47E-01	2,46E-01	2,52E-01
	variância combinada (\pm)	3,39E-06	2,24E-06	6,35E-06	9,25E-05	1,08E-04	1,30E-04
	desvio padrão combinado (\pm)	1,84E-03	1,50E-03	2,52E-03	9,62E-03	1,04E-02	1,14E-02
5-3	valor médio (m/s)	2,62E-01	2,73E-01	2,69E-01	2,70E-01	2,76E-01	2,75E-01
	variância combinada (\pm)	5,96E-05	7,90E-05	1,96E-05	1,01E-04	1,30E-04	1,43E-04
	desvio padrão combinado (\pm)	7,72E-03	8,89E-03	4,43E-03	1,00E-02	1,14E-02	1,20E-02

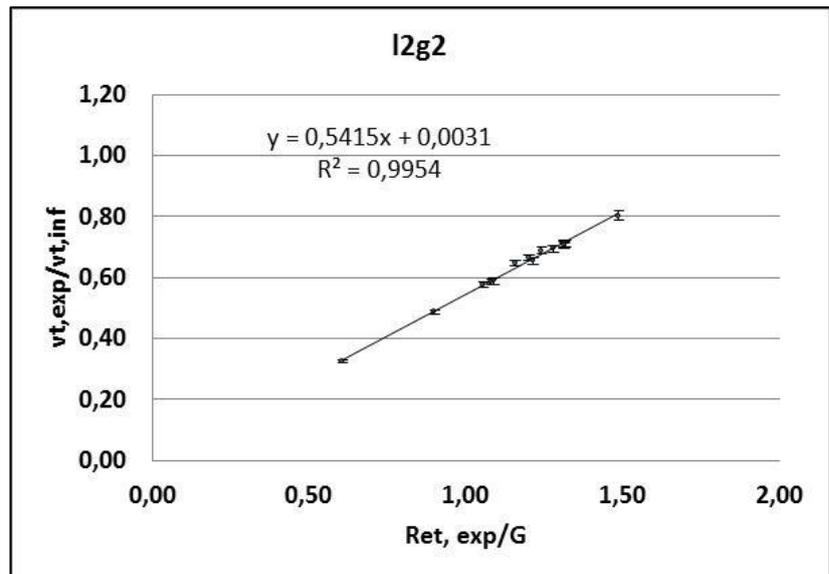
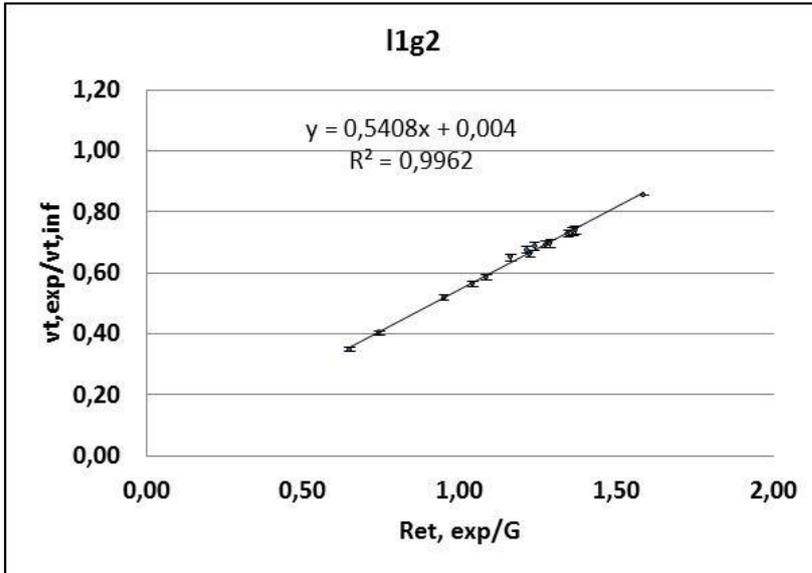
ANEXO 13 – Gráficos ilustrando $v_{t,exp}$ e $v_{t,inf}$ em função de $Re_{t,exp}/G$.











ANEXO 14 – Valor médio, variância combinada e desvio padrão combinado para a razão $v_{t,exp}/v_{t,inf}$ em cada sistema analisado.

		I0g0 a	I0g0 b	I0g0 c	I1g0	I2g0	I0g1 a
1-1	valor médio (adimensional)	--	0,780	0,803	0,804	0,751	0,681
	variância combinada (\pm)	--	0,000247	0,000261	0,000216	0,000159	0,000193
	desvio padrão combinado (\pm)	--	1,57E-02	1,62E-02	1,47E-02	1,26E-02	1,39E-02
1-2	valor médio (adimensional)	--	0,857	0,893	0,811	0,864	0,733
	variância combinada (\pm)	--	0,00037	--	0,000284	--	--
	desvio padrão combinado (\pm)	--	1,92E-02	--	1,69E-02	--	--
1-3	valor médio (adimensional)	--	0,912	0,906	0,892	0,867	0,777
	variância combinada (\pm)	--	--	0,000302	--	--	0,000226
	desvio padrão combinado (\pm)	--	--	1,74E-02	--	--	1,50E-02
2-1	valor médio (adimensional)	0,915	0,963	--	0,917	0,871	0,487
	variância combinada (\pm)	4,20E-04	4,62E-04	--	0,000317	0,000219	0,000139
	desvio padrão combinado (\pm)	2,05E-02	2,15E-02	--	1,78E-02	1,48E-02	1,18E-02
2-2	valor médio (adimensional)	0,938	0,944	--	0,886	0,898	0,743
	variância combinada (\pm)	3,46E-04	3,50E-04	--	0,000254	0,000221	0,000223
	desvio padrão combinado (\pm)	1,86E-02	1,87E-02	--	1,59E-02	1,49E-02	1,49E-02
2-3	valor médio (adimensional)	0,915	0,931	--	0,920	0,900	0,774
	variância combinada (\pm)	3,08E-04	3,19E-04	--	0,000269	0,000226	0,000223
	desvio padrão combinado (\pm)	1,75E-02	1,79E-02	--	1,64E-02	1,50E-02	1,49E-02
3-1	valor médio (adimensional)	0,902	0,927	--	0,880	0,856	0,500
	variância combinada (\pm)	3,84E-04	4,05E-04	--	0,000276	0,000202	0,000133
	desvio padrão combinado (\pm)	1,96E-02	2,01E-02	--	1,66E-02	1,42E-02	1,15E-02
3-2	valor médio (adimensional)	0,957	0,962	--	0,938	0,915	0,702
	variância combinada (\pm)	3,63E-04	3,67E-04	--	0,000286	0,000229	0,000202
	desvio padrão combinado (\pm)	1,91E-02	1,92E-02	--	1,69E-02	1,51E-02	1,42E-02
3-3	valor médio (adimensional)	0,903	0,945	--	0,902	0,890	0,714
	variância combinada (\pm)	2,94E-04	3,22E-04	--	0,000256	0,000222	0,000184
	desvio padrão combinado (\pm)	1,71E-02	1,79E-02	--	1,60E-02	1,49E-02	1,36E-02

		I0g1 b	I0g2 a	I0g2 b	I2g1	I1g2	I2g2
1-1	valor médio (adimensional)	0,694	0,638	0,682	0,643	0,662	0,712
	variância combinada (\pm)	--	--	0,000193	--	0,000142	--
	desvio padrão combinado (\pm)	--	--	1,39E-02	--	1,19E-02	--
1-2	valor médio (adimensional)	0,770	0,662	0,705	0,726	0,856	0,803
	variância combinada (\pm)	0,000302	0,000231	0,000257	--	--	0,000249
	desvio padrão combinado (\pm)	1,74E-02	1,52E-02	1,60E-02	--	--	1,58E-02
1-3	valor médio (adimensional)	0,801	0,671	0,742	0,755	0,734	0,712
	variância combinada (\pm)	0,000238	0,000172	0,000206	0,000164	0,000171	0,000146
	desvio padrão combinado (\pm)	1,54E-02	1,31E-02	1,44E-02	1,28E-02	1,31E-02	1,21E-02
2-1	valor médio (adimensional)	0,568	0,506	0,486	0,668	0,519	0,578
	variância combinada (\pm)	0,000178	0,000149	0,000137	0,000113	8,55E-05	7,84E-05
	desvio padrão combinado (\pm)	1,33E-02	1,22E-02	1,17E-02	1,06E-02	9,24E-03	8,85E-03
2-2	valor médio (adimensional)	0,741	0,702	0,601	0,809	0,696	0,588
	variância combinada (\pm)	0,000221	0,000201	0,000151	0,000175	0,000148	8,3E-05
	desvio padrão combinado (\pm)	1,49E-02	1,42E-02	1,23E-02	1,32E-02	1,22E-02	9,11E-03
2-3	valor médio (adimensional)	0,736	0,702	0,850	0,781	0,739	0,708
	variância combinada (\pm)	0,000201	0,000185	0,000266	0,000165	0,000165	0,000133
	desvio padrão combinado (\pm)	1,42E-02	1,36E-02	1,63E-02	1,28E-02	1,29E-02	1,15E-02
3-1	valor médio (adimensional)	0,508	0,487	0,438	0,508	0,403	0,488
	variância combinada (\pm)	0,000135	0,000128	0,000105	5,02E-05	4,31E-05	4,62E-05
	desvio padrão combinado (\pm)	1,16E-02	1,13E-02	1,02E-02	7,08E-03	6,56E-03	6,80E-03
3-2	valor médio (adimensional)	0,675	0,652	0,609	0,693	0,585	0,654
	variância combinada (\pm)	0,000186	0,000176	0,000154	0,000118	9,89E-05	0,000104
	desvio padrão combinado (\pm)	1,36E-02	1,33E-02	1,24E-02	1,09E-02	9,94E-03	1,02E-02
3-3	valor médio (adimensional)	0,742	0,726	0,704	0,694	0,729	0,710
	variância combinada (\pm)	0,000198	0,000191	0,000179	0,000126	0,000158	0,000134
	desvio padrão combinado (\pm)	1,41E-02	1,38E-02	1,34E-02	1,12E-02	1,26E-02	1,16E-02

		I0g0 a	I0g0 b	I0g0 c	I1g0	I2g0	I0g1 a
4-1	valor médio (adimensional)	0,651	0,700	--	0,648	0,647	0,343
	variância combinada (\pm)	1,77E-04	2,03E-04	--	0,000127	9,59E-05	5,61E-05
	desvio padrão combinado (\pm)	1,33E-02	1,43E-02	--	1,13E-02	9,79E-03	7,49E-03
4-2	valor médio (adimensional)	0,779	0,803	--	0,778	0,761	0,547
	variância combinada (\pm)	2,23E-04	2,36E-04	--	0,000183	0,000149	0,000113
	desvio padrão combinado (\pm)	1,49E-02	1,54E-02	--	1,35E-02	1,22E-02	1,06E-02
4-3	valor médio (adimensional)	0,849	0,865	--	0,852	0,836	0,703
	variância combinada (\pm)	2,58E-04	2,68E-04	--	0,000225	0,000191	0,000177
	desvio padrão combinado (\pm)	1,61E-02	1,64E-02	--	1,50E-02	1,38E-02	1,33E-02
5-1	valor médio (adimensional)	0,543	0,568	--	0,555	0,557	0,590
	variância combinada (\pm)	1,01E-04	1,11E-04	--	8,52E-05	7,17E-05	0,00012
	desvio padrão combinado (\pm)	1,00E-02	1,05E-02	--	9,23E-03	8,47E-03	1,09E-02
5-2	valor médio (adimensional)	0,572	0,574	--	0,590	0,592	0,660
	variância combinada (\pm)	1,12E-04	1,13E-04	--	9,81E-05	8,41E-05	0,00015
	desvio padrão combinado (\pm)	1,06E-02	1,06E-02	--	9,91E-03	9,17E-03	1,23E-02
5-3	valor médio (adimensional)	0,544	0,552	--	0,548	0,718	0,626
	variância combinada (\pm)	9,94E-05	1,03E-04	--	8,44E-05	0,000139	0,000133
	desvio padrão combinado (\pm)	9,97E-03	1,01E-02	--	9,19E-03	1,18E-02	1,15E-02

		I0g1 b	I0g2 a	I0g2 b	I2g1	I1g2	I2g2
4-1	valor médio (adimensional)	0,317	0,369	0,322	0,327	0,349	0,327
	variância combinada (\pm)	4,81E-05	6,44E-05	4,99E-05	1,29E-05	2,84E-05	1,37E-05
	desvio padrão combinado (\pm)	6,93E-03	8,02E-03	7,06E-03	3,60E-03	5,33E-03	3,70E-03
4-2	valor médio (adimensional)	0,553	0,559	0,529	0,609	0,563	0,585
	variância combinada (\pm)	0,000114	0,000118	0,000105	8,79E-05	8,8E-05	8,12E-05
	desvio padrão combinado (\pm)	1,07E-02	1,08E-02	1,02E-02	9,38E-03	9,38E-03	9,01E-03
4-3	valor médio (adimensional)	0,700	0,693	0,686	0,692	0,693	0,695
	variância combinada (\pm)	0,000174	0,000172	0,000168	0,000123	0,00014	0,000126
	desvio padrão combinado (\pm)	1,32E-02	1,31E-02	1,29E-02	1,11E-02	1,18E-02	1,12E-02
5-1	valor médio (adimensional)	0,630	0,629	0,629	0,630	0,686	0,665
	variância combinada (\pm)	0,000134	0,000137	0,000136	9,8E-05	0,000136	0,000113
	desvio padrão combinado (\pm)	1,16E-02	1,17E-02	1,17E-02	9,90E-03	1,16E-02	1,06E-02
5-2	valor médio (adimensional)	0,649	0,681	0,676	0,676	0,674	0,689
	variância combinada (\pm)	0,000145	0,00016	0,000157	0,000117	0,000131	0,000124
	desvio padrão combinado (\pm)	1,20E-02	1,27E-02	1,25E-02	1,08E-02	1,14E-02	1,11E-02
5-3	valor médio (adimensional)	0,615	0,614	0,630	0,636	0,650	0,647
	variância combinada (\pm)	0,000128	0,000128	0,000135	0,000105	0,000122	0,00011
	desvio padrão combinado (\pm)	1,13E-02	1,13E-02	1,16E-02	1,02E-02	1,11E-02	1,05E-02

ANEXO 15 – Resultados para os efeitos parede, perfil de velocidades, do líquido, e das bolhas, destacando valores tomados como médias.

		l0g0 a	l0g0 b	l0g0 c	l1g0	l2g0	l0g1 a	l0g1 b
1-1	Re exp	--	1483	1487	1778	1743	1260	1389
	Regime	--	laminar	laminar	laminar	laminar	laminar	laminar
	f_p	--	0,931	0,931	0,929	0,929	0,933	0,932
	U_{t,∞} (m/s)	--	0,284	0,283	0,286	0,287	0,283	0,285
	U_{t,exp} (m/s)	--	0,222	0,228	0,230	0,216	0,193	0,198
	f_t	--	0,838	0,863	0,851	0,851	0,851	0,851
	f_v	--	--	--	1,017	0,950	--	--
	f_b	--	--	--	--	--	0,858	0,875
1-2	Re exp	--	1894	1923	2080	2322	1578	1791
	Regime	--	laminar	laminar	laminar	transiente	laminar	laminar
	f_p	--	0,929	0,928	0,928	0,926	0,931	0,929
	U_{t,∞} (m/s)	--	0,331	0,330	0,333	0,333	0,330	0,331
	U_{t,exp} (m/s)	--	0,283	0,295	0,270	0,288	0,242	0,255
	f_t	--	0,923	0,963	0,943	0,943	0,943	0,943
	f_v	--	--	--	0,927	0,989	--	--
	f_b	--	--	--	--	--	0,836	0,879
1-3	Re exp	--	2261	2187	2564	2611	1876	2089
	Regime	--	transiente	transiente	transiente	transiente	laminar	laminar
	f_p	--	0,927	0,927	0,926	0,925	0,929	0,928
	U_{t,∞} (m/s)	--	0,373	0,373	0,375	0,376	0,373	0,374
	U_{t,exp} (m/s)	--	0,341	0,338	0,335	0,326	0,290	0,300
	f_t	--	0,984	0,977	0,981	0,981	0,981	0,981
	f_v	--	--	--	0,983	0,955	--	--
	f_b	--	--	--	--	--	0,853	0,881
2-1	Re exp	1572	1607	--	1801	1802	790	1001
	Regime	laminar	laminar	--	laminar	laminar	laminar	laminar
	f_p	0,901	0,901	--	0,899	0,899	0,910	0,907
	U_{t,∞} (m/s)	0,163	0,163	--	0,166	0,167	0,162	0,164
	U_{t,exp} (m/s)	0,150	0,157	--	0,152	0,145	0,079	0,093
	f_t	1,016	1,069	--	1,043	1,043	1,043	1,043
	f_v	--	--	--	0,978	0,929	--	--
	f_b	--	--	--	--	--	0,513	0,600
2-2	Re exp	2281	2237	--	2444	2601	1714	1849
	Regime	transiente	transiente	--	transiente	transiente	laminar	laminar
	f_p	0,896	0,896	--	0,895	0,894	0,900	0,899
	U_{t,∞} (m/s)	0,233	0,233	--	0,235	0,235	0,232	0,233
	U_{t,exp} (m/s)	0,219	0,220	--	0,208	0,212	0,173	0,173
	f_t	1,047	1,054	--	1,050	1,050	1,050	1,050
	f_v	--	--	--	0,943	0,957	--	--
	f_b	--	--	--	--	--	0,786	0,785

		l0g0 a	l0g0 b	l0g0 c	l1g0	l2g0	l0g1 a	l0g1 b
2-3	Re exp	2896	2874	--	3288	3368	2328	2389
	Regime	transiente	transiente	--	transiente	transiente	transiente	transiente
	f_p	0,891	0,891	--	0,889	0,888	0,895	0,895
	U_{t,∞} (m/s)	0,302	0,302	--	0,303	0,303	0,302	0,302
	U_{t,exp} (m/s)	0,276	0,281	--	0,279	0,273	0,233	0,222
	f_t	1,026	1,044	--	1,035	1,035	1,035	1,035
	f_v	--	--	--	1,000	0,978	--	--
	f_b	--	--	--	--	--	0,835	0,795
3-1	Re exp	1899	1898	--	2114	2164	996	1099
	Regime	laminar	laminar	--	transiente	transiente	laminar	laminar
	f_p	0,886	0,886	--	0,884	0,884	0,896	0,895
	U_{t,∞} (m/s)	0,171	0,170	--	0,173	0,174	0,170	0,171
	U_{t,exp} (m/s)	0,154	0,158	--	0,152	0,149	0,085	0,087
	f_t	1,017	1,046	--	1,032	1,032	1,032	1,032
	f_v	--	--	--	0,964	0,938	--	--
	f_b	--	--	--	--	--	0,541	0,551
3-2	Re exp	2628	2571	--	2918	2988	1828	1899
	Regime	transiente	transiente	--	transiente	transiente	laminar	laminar
	f_p	0,880	0,880	--	0,878	0,877	0,887	0,886
	U_{t,∞} (m/s)	0,221	0,221	--	0,223	0,223	0,221	0,222
	U_{t,exp} (m/s)	0,212	0,212	--	0,209	0,204	0,155	0,149
	f_t	1,088	1,093	--	1,090	1,090	1,090	1,090
	f_v	--	--	--	0,980	0,957	--	--
	f_b	--	--	--	--	--	0,726	0,699
3-3	Re exp	3725	3802	--	4185	4319	2804	3136
	Regime	transiente	transiente	--	turbulento	turbulento	transiente	transiente
	f_p	0,874	0,873	--	0,937	0,937	0,880	0,877
	U_{t,∞} (m/s)	0,336	0,336	--	0,336	0,336	0,336	0,336
	U_{t,exp} (m/s)	0,304	0,318	--	0,303	0,299	0,240	0,250
	f_t	1,034	1,082	--	1,058	1,058	1,058	1,058
	f_v	--	--	--	0,910	0,897	--	--
	f_b	--	--	--	--	--	0,768	0,800
4-1	Re exp	1896	1988	--	2140	2245	947	947
	Regime	laminar	laminar	--	transiente	transiente	laminar	laminar
	f_p	0,878	0,877	--	0,876	0,875	0,890	0,890
	U_{t,∞} (m/s)	0,210	0,209	--	0,211	0,212	0,209	0,210
	U_{t,exp} (m/s)	0,136	0,147	--	0,137	0,137	0,072	0,067
	f_t	0,741	0,798	--	0,770	0,770	0,770	0,770
	f_v	--	--	--	0,961	0,961	--	--
	f_b	--	--	--	--	--	0,500	0,463

		I0g0 a	I0g0 b	I0g0 c	I1g0	I2g0	I0g1 a	I0g1 b
4-2	Re exp	3112	3126	--	3499	3584	2079	2262
	Regime	transiente	transiente	--	transiente	transiente	laminar	transiente
	f_p	0,868	0,868	--	0,865	0,865	0,876	0,875
	$U_{t,\infty}$ (m/s)	0,286	0,286	--	0,286	0,286	0,286	0,286
	$U_{t,exp}$ (m/s)	0,223	0,229	--	0,222	0,218	0,156	0,158
	f_t	0,898	0,925	--	0,911	0,911	0,911	0,911
	f_v	--	--	--	0,986	0,965	--	--
	f_b	--	--	--	--	--	0,685	0,694
4-3	Re exp	4039	4014	--	4553	4675	3185	3410
	Regime	turbulento	turbulento	--	turbulento	turbulento	transiente	transiente
	f_p	0,917	0,917	--	0,917	0,917	0,867	0,865
	$U_{t,\infty}$ (m/s)	0,337	0,337	--	0,337	0,337	0,337	0,337
	$U_{t,exp}$ (m/s)	0,287	0,292	--	0,287	0,281	0,237	0,236
	f_t	0,926	0,943	--	0,935	0,935	0,935	0,935
	f_v	--	--	--	0,993	0,975	--	--
	f_b	--	--	--	--	--	0,868	0,866
5-1	Re exp	3792	3873	--	4352	4565	3922	4465
	Regime	transiente	transiente	--	turbulento	turbulento	transiente	turbulento
	f_p	0,863	0,853	--	0,842	0,842	0,853	0,839
	$U_{t,\infty}$ (m/s)	0,358	0,358	--	0,356	0,356	0,357	0,354
	$U_{t,exp}$ (m/s)	0,194	0,203	--	0,198	0,198	0,211	0,223
	f_t	0,629	0,666	--	0,648	0,648	0,648	0,648
	f_v	--	--	--	1,018	1,021	--	--
	f_b	--	--	--	--	--	1,069	1,160
5-2	Re exp	4139	4054	--	4797	5033	4556	4811
	Regime	turbulento	turbulento	--	turbulento	turbulento	turbulento	turbulento
	f_p	0,839	0,839	--	0,839	0,839	0,839	0,839
	$U_{t,\infty}$ (m/s)	0,367	0,367	--	0,366	0,365	0,367	0,367
	$U_{t,exp}$ (m/s)	0,210	0,211	--	0,216	0,216	0,243	0,238
	f_t	0,681	0,684	--	0,682	0,682	0,682	0,682
	f_v	--	--	--	1,031	1,035	--	--
	f_b	--	--	--	--	--	1,166	1,174
5-3	Re exp	4507	4465	--	5095	6972	4943	5216
	Regime	turbulento	turbulento	--	turbulento	turbulento	turbulento	turbulento
	f_p	0,844	0,844	--	0,844	0,844	0,844	0,844
	$U_{t,\infty}$ (m/s)	0,426	0,427	--	0,425	0,424	0,427	0,426
	$U_{t,exp}$ (m/s)	0,232	0,236	--	0,233	0,305	0,267	0,262
	f_t	0,645	0,654	--	0,649	0,649	0,649	0,649
	f_v	--	--	--	1,001	1,311	--	--
	f_b	--	--	--	--	--	1,142	1,123

		I0g2 a	I0g2 b	I2g1	I1g2	I2g2
1-1	Re exp	1150	1330	1474	1499	1574
	Regime	laminar	laminar	laminar	laminar	laminar
	f_p	0,934	0,932	0,931	0,931	0,931
	$U_{t,\infty}$ (m/s)	0,283	0,284	0,287	0,287	0,286
	$U_{t,exp}$ (m/s)	0,181	0,194	0,184	0,190	0,204
	f_t	0,851	0,851	0,851	0,851	0,851
	f_v	--	--	0,950	1,017	0,950
	f_b	0,804	0,860	0,854	0,821	0,946
1-2	Re exp	1388	1599	1928	2247	2059
	Regime	laminar	laminar	laminar	transiente	laminar
	f_p	0,932	0,931	0,928	0,927	0,928
	$U_{t,\infty}$ (m/s)	0,330	0,331	0,333	0,333	0,333
	$U_{t,exp}$ (m/s)	0,218	0,234	0,242	0,285	0,267
	f_t	0,943	0,943	0,943	0,943	0,943
	f_v	--	--	0,989	0,927	0,989
	f_b	0,754	0,804	0,838	1,056	0,928
1-3	Re exp	1578	1886	2249	2160	2047
	Regime	laminar	laminar	transiente	transiente	laminar
	f_p	0,931	0,929	0,927	0,928	0,928
	$U_{t,\infty}$ (m/s)	0,373	0,374	0,376	0,376	0,375
	$U_{t,exp}$ (m/s)	0,250	0,277	0,284	0,276	0,267
	f_t	0,981	0,981	0,981	0,981	0,981
	f_v	--	--	0,955	0,983	0,955
	f_b	0,735	0,814	0,870	0,821	0,819
2-1	Re exp	798	834	1365	1046	1135
	Regime	laminar	laminar	laminar	laminar	laminar
	f_p	0,910	0,909	0,903	0,907	0,905
	$U_{t,\infty}$ (m/s)	0,162	0,163	0,167	0,166	0,166
	$U_{t,exp}$ (m/s)	0,082	0,079	0,111	0,086	0,096
	f_t	1,043	1,043	1,043	1,043	1,043
	f_v	--	--	0,929	0,978	0,929
	f_b	0,533	0,513	0,764	0,561	0,659
2-2	Re exp	1576	1463	2314	1967	1622
	Regime	laminar	laminar	transiente	laminar	laminar
	f_p	0,902	0,903	0,896	0,898	0,901
	$U_{t,\infty}$ (m/s)	0,232	0,233	0,235	0,235	0,235
	$U_{t,exp}$ (m/s)	0,163	0,140	0,190	0,164	0,138
	f_t	1,050	1,050	1,050	1,050	1,050
	f_v	--	--	0,957	0,943	0,957
	f_b	0,741	0,634	0,898	0,782	0,649

		l0g2 a	l0g2 b	l2g1	l1g2	l2g2
2-3	Re exp	2057	2690	2889	2702	2530
	Regime	laminar	transiente	transiente	transiente	transiente
	f_p	0,897	0,893	0,891	0,892	0,894
	U_{t,∞} (m/s)	0,301	0,302	0,303	0,303	0,303
	U_{t,exp} (m/s)	0,211	0,257	0,236	0,224	0,214
	f_t	1,035	1,035	1,035	1,035	1,035
	f_v	--	--	0,978	1,000	0,978
f_b	0,755	0,919	0,865	0,800	0,782	
3-1	Re exp	944	921	1268	994	1172
	Regime	laminar	laminar	laminar	laminar	laminar
	f_p	0,897	0,897	0,893	0,896	0,894
	U_{t,∞} (m/s)	0,169	0,171	0,174	0,173	0,173
	U_{t,exp} (m/s)	0,082	0,075	0,088	0,070	0,084
	f_t	1,032	1,032	1,032	1,032	1,032
	f_v	--	--	0,938	0,964	0,938
f_b	0,527	0,473	0,588	0,452	0,564	
3-2	Re exp	1653	1670	2234	1864	2035
	Regime	laminar	laminar	transiente	laminar	laminar
	f_p	0,888	0,888	0,883	0,886	0,885
	U_{t,∞} (m/s)	0,220	0,221	0,223	0,223	0,223
	U_{t,exp} (m/s)	0,144	0,135	0,155	0,130	0,146
	f_t	1,090	1,090	1,090	1,090	1,090
	f_v	--	--	0,957	0,980	0,957
f_b	0,673	0,629	0,752	0,618	0,709	
3-3	Re exp	2780	2903	3333	3458	3296
	Regime	transiente	transiente	transiente	transiente	transiente
	f_p	0,880	0,879	0,876	0,875	0,876
	U_{t,∞} (m/s)	0,336	0,336	0,336	0,336	0,336
	U_{t,exp} (m/s)	0,244	0,237	0,233	0,245	0,239
	f_t	1,058	1,058	1,058	1,058	1,058
	f_v	--	--	0,897	0,910	0,897
f_b	0,780	0,757	0,835	0,865	0,854	
4-1	Re exp	994	939	1120	1181	1080
	Regime	laminar	laminar	laminar	laminar	laminar
	f_p	0,889	0,890	0,887	0,886	0,888
	U_{t,∞} (m/s)	0,209	0,210	0,212	0,211	0,211
	U_{t,exp} (m/s)	0,077	0,068	0,069	0,074	0,069
	f_t	0,770	0,770	0,770	0,770	0,770
	f_v	--	--	0,961	0,961	0,961
f_b	0,540	0,471	0,498	0,532	0,498	

		l0g2 a	l0g2 b	l2g1	l1g2	l2g2
4-2	Re exp	2069	2113	2836	2593	2634
	Regime	laminar	transiente	transiente	transiente	transiente
	f_p	0,876	0,876	0,870	0,872	0,872
	U_{t,∞} (m/s)	0,286	0,286	0,286	0,286	0,286
	U_{t,exp} (m/s)	0,160	0,151	0,174	0,161	0,167
	f_t	0,911	0,911	0,911	0,911	0,911
	f_v	--	--	0,965	0,986	0,965
	f_b	0,700	0,663	0,796	0,719	0,763
4-3	Re exp	3060	3261	3826	3789	3715
	Regime	transiente	transiente	transiente	transiente	transiente
	f_p	0,868	0,866	0,863	0,863	0,863
	U_{t,∞} (m/s)	0,338	0,337	0,337	0,337	0,337
	U_{t,exp} (m/s)	0,234	0,231	0,233	0,233	0,234
	f_t	0,935	0,935	0,935	0,935	0,935
	f_v	--	--	0,975	0,993	0,975
	f_b	0,854	0,847	0,879	0,864	0,883
5-1	Re exp	4084	4392	5108	5503	5211
	Regime	turbulento	turbulento	turbulento	turbulento	turbulento
	f_p	0,839	0,839	0,839	0,839	0,839
	U_{t,∞} (m/s)	0,358	0,357	0,356	0,356	0,356
	U_{t,exp} (m/s)	0,225	0,225	0,224	0,245	0,237
	f_t	0,648	0,648	0,648	0,648	0,648
	f_v	--	--	1,021	1,018	1,021
	f_b	1,157	1,157	1,136	1,241	1,198
5-2	Re exp	4587	4892	5677	5604	5598
	Regime	turbulento	turbulento	turbulento	turbulento	turbulento
	f_p	0,839	0,839	0,839	0,839	0,839
	U_{t,∞} (m/s)	0,368	0,367	0,365	0,365	0,366
	U_{t,exp} (m/s)	0,250	0,248	0,247	0,246	0,252
	f_t	0,682	0,682	0,682	0,682	0,682
	f_v	--	--	1,035	1,031	1,035
	f_b	1,190	1,180	1,141	1,142	1,163
5-3	Re exp	4737	5219	6109	6174	6012
	Regime	turbulento	turbulento	turbulento	turbulento	turbulento
	f_p	0,844	0,844	0,844	0,844	0,844
	U_{t,∞} (m/s)	0,428	0,426	0,424	0,424	0,425
	U_{t,exp} (m/s)	0,263	0,269	0,270	0,276	0,275
	f_t	0,649	0,649	0,649	0,649	0,649
	f_v	--	--	1,311	1,001	1,311
	f_b	1,121	1,150	0,886	1,185	0,901

ANEXO 16 – Valores de coeficiente de arraste e número de Reynolds obtidos pela modelagem de Mazumdar e Guthrie (1986).

	I0g0 a		I0g0 b		I0g0 c		I1g0	
	Re	Cd	Re	Cd	Re	Cd	Re	Cd
1-1	--	--	1483	0,649	1487	0,614	1778	0,604
1-2	--	--	1894	0,533	1923	0,492	2080	0,591
1-3	--	--	2261	0,470	2187	0,478	2564	0,488
2-1	1572	0,486	1607	0,441	--	--	1801	0,476
2-2	2281	0,445	2237	0,440	--	--	2444	0,496
2-3	2896	0,463	2874	0,447	--	--	3288	0,458
3-1	1899	0,488	1898	0,463	--	--	2114	0,507
3-2	2628	0,424	2571	0,421	--	--	2918	0,440
3-3	3725	0,476	3802	0,435	--	--	4185	0,481
4-1	1896	0,917	1988	0,792	--	--	2140	0,923
4-2	3112	0,640	3126	0,602	--	--	3499	0,645
4-3	4039	0,542	4014	0,522	--	--	4553	0,544
5-1	3792	1,371	3873	1,249	--	--	4352	1,327
5-2	4139	1,241	4054	1,230	--	--	4797	1,178
5-3	4507	1,390	4465	1,347	--	--	5095	1,385

	I2g0		I0g1 a		I0g1 b		I0g2 a	
	Re	Cd	Re	Cd	Re	Cd	Re	Cd
1-1	1743	0,690	1270	0,896	1399	0,857	1163	1,033
1-2	2322	0,520	1587	0,759	1801	0,684	1401	0,939
1-3	2611	0,516	1886	0,670	2099	0,628	1591	0,906
2-1	1802	0,524	805	2,062	1017	1,505	818	2,003
2-2	2601	0,481	1729	0,789	1865	0,789	1595	0,909
2-3	3368	0,479	2343	0,692	2405	0,763	2077	0,856
3-1	2164	0,533	1013	1,940	1118	1,859	968	2,142
3-2	2988	0,462	1845	0,903	1918	0,972	1676	1,082
3-3	4319	0,495	2821	0,810	3154	0,752	2803	0,796
4-1	2245	0,924	966	3,818	968	4,433	1020	3,411
4-2	3584	0,676	2098	1,417	2283	1,391	2096	1,391
4-3	4675	0,566	3205	0,847	3432	0,858	3087	0,887
5-1	4565	1,325	3949	1,257	4494	1,128	4121	1,127
5-2	5033	1,176	4584	1,003	4841	1,045	4625	0,961
5-3	6972	0,812	4970	1,110	5245	1,158	4774	1,167

	I0g2 b		I2g1		I1g2		I2g2	
	Re	Cd	Re	Cd	Re	Cd	Re	Cd
1-1	1344	0,899	1486	0,992	1515	0,948	1590	0,825
1-2	1613	0,824	1940	0,768	2263	0,559	2075	0,637
1-3	1900	0,739	2261	0,704	2176	0,752	2062	0,801
2-1	856	2,134	1383	1,084	1071	1,862	1159	1,525
2-2	1484	1,224	2331	0,664	1992	0,917	1646	1,287
2-3	2712	0,584	2907	0,684	2727	0,776	2555	0,847
3-1	947	2,613	1289	1,866	1023	3,061	1201	2,134
3-2	1696	1,232	2255	0,930	1893	1,340	3325	0,846
3-3	2928	0,849	3354	0,870	3487	0,803	3325	0,846
4-1	968	4,425	1144	4,214	1214	3,824	1112	4,373
4-2	2142	1,550	2860	1,165	2626	1,390	2666	1,293
4-3	3290	0,909	3850	0,892	3822	0,905	3747	0,902
5-1	4432	1,134	5141	1,131	5550	0,974	5256	1,040
5-2	4933	0,983	5711	0,985	5650	1,008	5644	0,968
5-3	5259	1,118	6142	1,104	6220	1,073	6056	1,083

ANEXO 17 – Velocidades terminais (m/s) obtidas experimentalmente e calculadas por três métodos distintos.

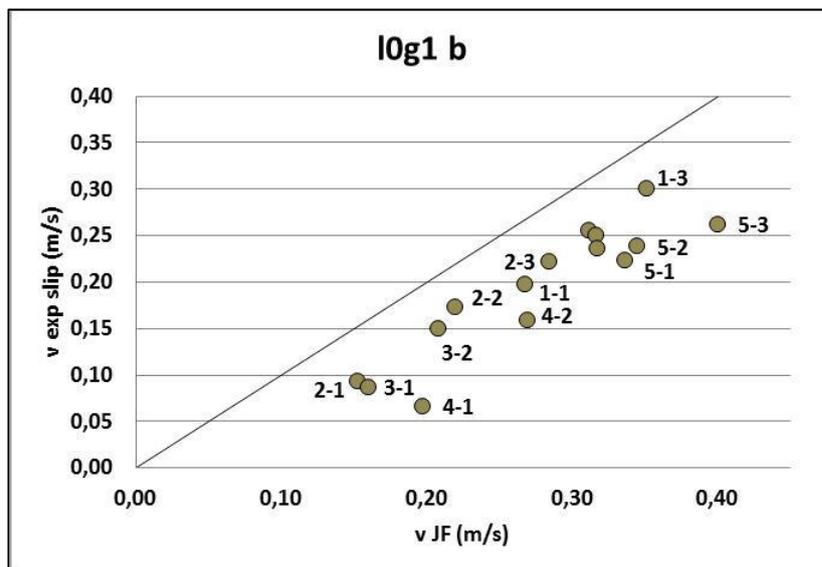
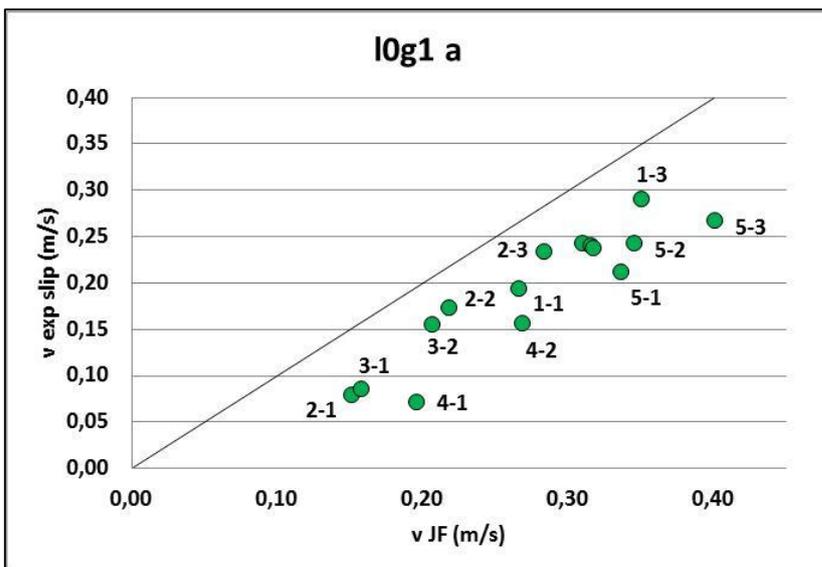
		I0g0 a	I0g0 b	I0g0 c	I1g0	I2g0	I0g1 a
1-1	Ut experimental - slip	--	0,222	0,228	0,230	0,216	0,193
	Turton e Levenspiel	--	0,284	0,283	0,286	0,287	0,283
	Jean e Fan	--	--	--	--	--	0,266
	Costa <i>et al.</i>	--	--	--	--	--	0,293
1-2	Ut experimental - slip	--	0,283	0,295	0,270	0,288	0,242
	Turton e Levenspiel	--	0,331	0,330	0,333	0,333	0,330
	Jean e Fan	--	--	--	--	--	0,310
	Costa <i>et al.</i>	--	--	--	--	--	0,339
1-3	Ut experimental - slip	--	0,341	0,338	0,335	0,326	0,290
	Turton e Levenspiel	--	0,373	0,373	0,375	0,376	0,373
	Jean e Fan	--	--	--	--	--	0,350
	Costa <i>et al.</i>	--	--	--	--	--	0,381
2-1	Ut experimental - slip	0,150	0,157	--	0,152	0,145	0,079
	Turton e Levenspiel	0,163	0,163	--	0,166	0,167	0,162
	Jean e Fan	--	--	--	--	--	0,151
	Costa <i>et al.</i>	--	--	--	--	--	0,182
2-2	Ut experimental - slip	0,219	0,220	--	0,208	0,212	0,173
	Turton e Levenspiel	0,233	0,233	--	0,235	0,235	0,232
	Jean e Fan	--	--	--	--	--	0,218
	Costa <i>et al.</i>	--	--	--	--	--	0,247
2-3	Ut experimental - slip	0,276	0,281	--	0,279	0,273	0,233
	Turton e Levenspiel	0,302	0,302	--	0,303	0,303	0,302
	Jean e Fan	--	--	--	--	--	0,284
	Costa <i>et al.</i>	--	--	--	--	--	0,314

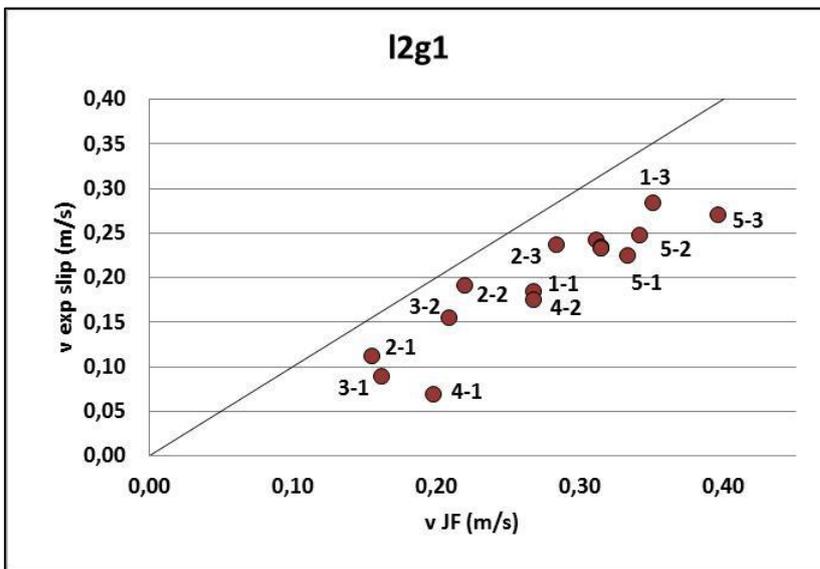
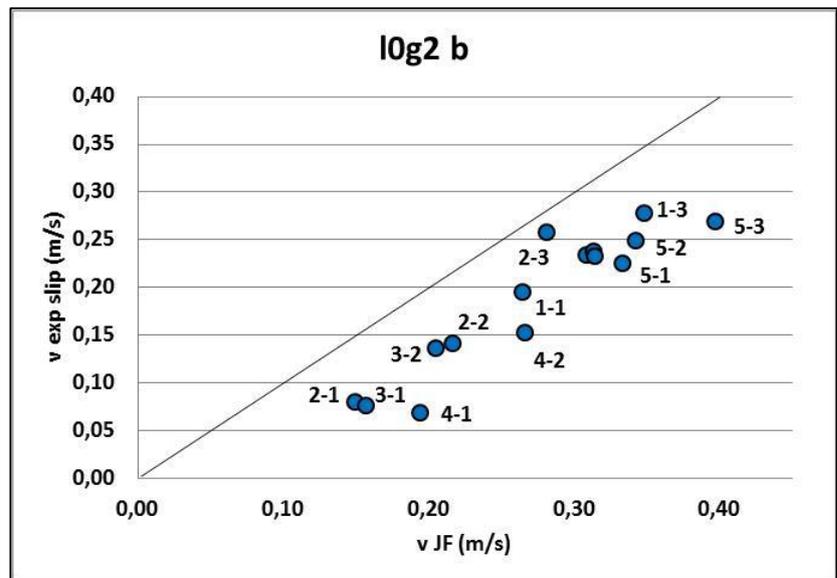
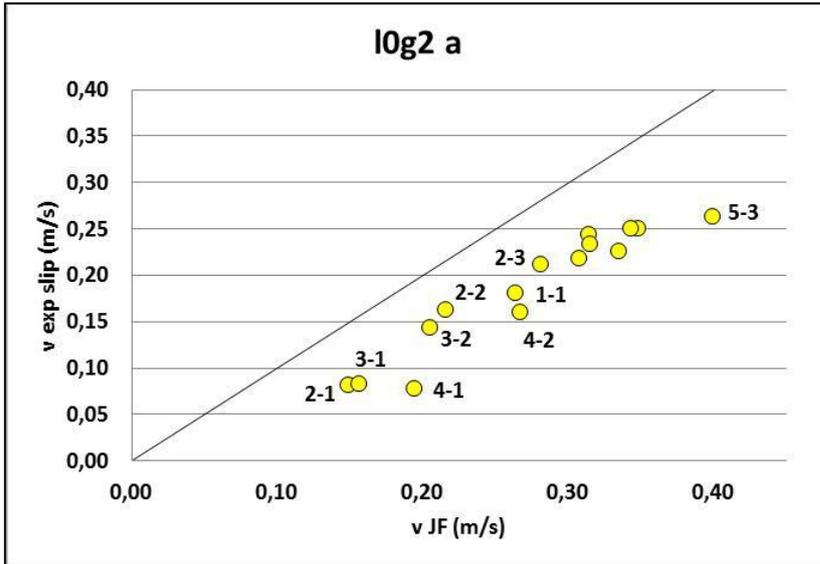
		I0g0 a	I0g0 b	I0g0 c	I1g0	I2g0	I0g1 a
3-1	Ut experimental - slip	0,154	0,158	--	0,152	0,149	0,085
	Turton e Levenspiel	0,171	0,170	--	0,173	0,174	0,170
	Jean e Fan	--	--	--	--	--	0,158
	Costa <i>et al.</i>	--	--	--	--	--	0,191
3-2	Ut experimental - slip	0,212	0,212	--	0,209	0,204	0,155
	Turton e Levenspiel	0,221	0,221	--	0,223	0,223	0,221
	Jean e Fan	--	--	--	--	--	0,207
	Costa <i>et al.</i>	--	--	--	--	--	0,238
3-3	Ut experimental - slip	0,304	0,318	--	0,303	0,299	0,240
	Turton e Levenspiel	0,336	0,336	--	0,336	0,336	0,336
	Jean e Fan	--	--	--	--	--	0,316
	Costa <i>et al.</i>	--	--	--	--	--	0,349
4-1	Ut experimental - slip	0,136	0,147	--	0,137	0,137	0,072
	Turton e Levenspiel	0,210	0,209	--	0,211	0,212	0,209
	Jean e Fan	--	--	--	--	--	0,196
	Costa <i>et al.</i>	--	--	--	--	--	0,229
4-2	Ut experimental - slip	0,223	0,229	--	0,222	0,218	0,156
	Turton e Levenspiel	0,286	0,286	--	0,286	0,286	0,286
	Jean e Fan	--	--	--	--	--	0,269
	Costa <i>et al.</i>	--	--	--	--	--	0,302
4-3	Ut experimental - slip	0,287	0,292	--	0,287	0,281	0,237
	Turton e Levenspiel	0,337	0,337	--	0,337	0,337	0,337
	Jean e Fan	--	--	--	--	--	0,317
	Costa <i>et al.</i>	--	--	--	--	--	0,352
5-1	Ut experimental - slip	0,194	0,203	--	0,198	0,198	0,211
	Turton e Levenspiel	0,358	0,358	--	0,356	0,356	0,357
	Jean e Fan	--	--	--	--	--	0,337
	Costa <i>et al.</i>	--	--	--	--	--	0,375
5-2	Ut experimental - slip	0,210	0,211	--	0,216	0,216	0,243
	Turton e Levenspiel	0,367	0,367	--	0,366	0,365	0,367
	Jean e Fan	--	--	--	--	--	0,346
	Costa <i>et al.</i>	--	--	--	--	--	0,384
5-3	Ut experimental - slip	0,232	0,236	--	0,233	0,305	0,267
	Turton e Levenspiel	0,426	0,427	--	0,425	0,424	0,427
	Jean e Fan	--	--	--	--	--	0,401
	Costa <i>et al.</i>	--	--	--	--	--	0,442

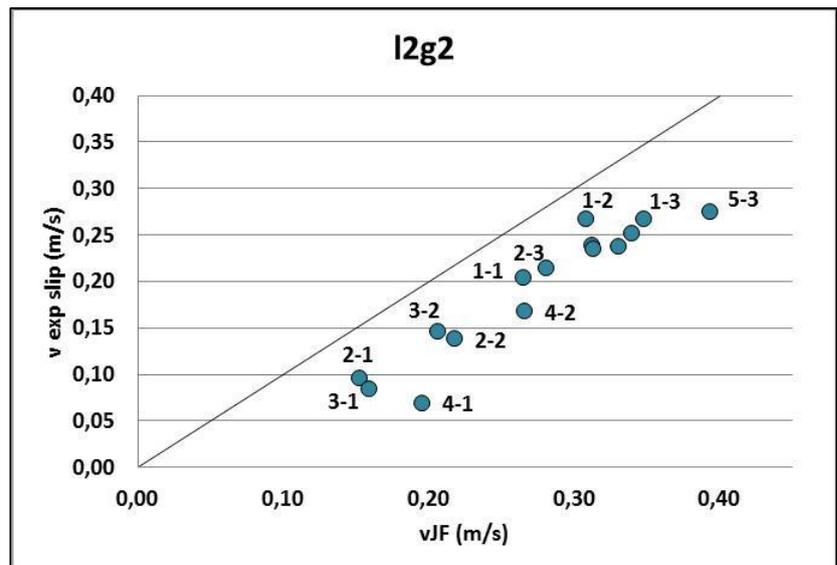
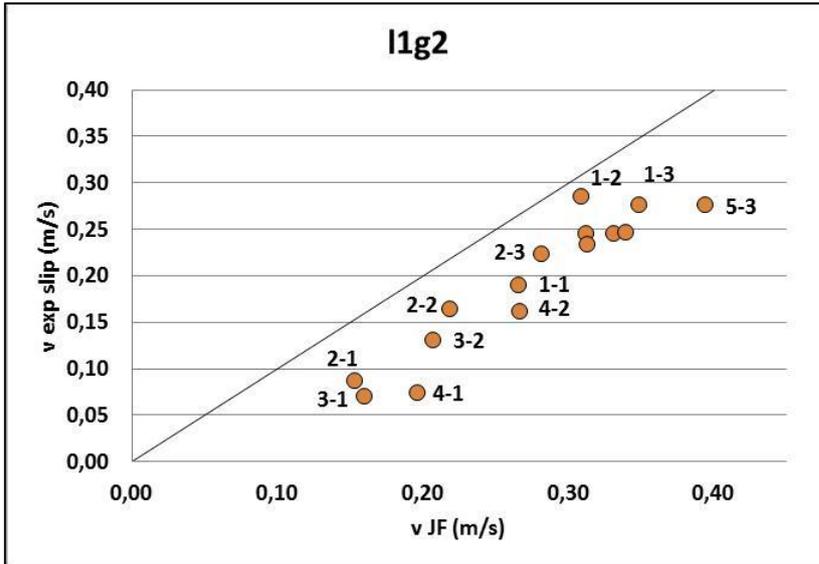
		I0g1 b	I0g2 a	I0g2 b	I2g1	I1g2	I2g2
1-1	Ut experimental - slip	0,198	0,181	0,194	0,184	0,190	0,204
	Turton e Levenspiel	0,285	0,283	0,284	0,287	0,287	0,286
	Jean e Fan	0,267	0,264	0,265	0,268	0,266	0,265
	Costa <i>et al.</i>	0,294	0,295	0,296	0,297	0,299	0,299
1-2	Ut experimental - slip	0,255	0,218	0,234	0,242	0,285	0,267
	Turton e Levenspiel	0,331	0,330	0,331	0,333	0,333	0,333
	Jean e Fan	0,311	0,308	0,309	0,311	0,309	0,308
	Costa <i>et al.</i>	0,340	0,341	0,342	0,342	0,345	0,345
1-3	Ut experimental - slip	0,300	0,250	0,277	0,284	0,276	0,267
	Turton e Levenspiel	0,374	0,373	0,374	0,376	0,376	0,375
	Jean e Fan	0,352	0,348	0,349	0,351	0,349	0,348
	Costa <i>et al.</i>	0,382	0,383	0,384	0,385	0,387	0,387
2-1	Ut experimental - slip	0,093	0,082	0,079	0,111	0,086	0,096
	Turton e Levenspiel	0,164	0,162	0,163	0,167	0,166	0,166
	Jean e Fan	0,153	0,149	0,150	0,155	0,153	0,153
	Costa <i>et al.</i>	0,183	0,186	0,188	0,187	0,192	0,193
2-2	Ut experimental - slip	0,173	0,163	0,140	0,190	0,164	0,138
	Turton e Levenspiel	0,233	0,232	0,233	0,235	0,235	0,235
	Jean e Fan	0,219	0,216	0,217	0,220	0,219	0,218
	Costa <i>et al.</i>	0,248	0,251	0,252	0,251	0,255	0,255
2-3	Ut experimental - slip	0,222	0,211	0,257	0,236	0,224	0,214
	Turton e Levenspiel	0,302	0,301	0,302	0,303	0,303	0,303
	Jean e Fan	0,284	0,281	0,282	0,284	0,282	0,281
	Costa <i>et al.</i>	0,314	0,317	0,318	0,316	0,319	0,320

		I0g1 b	I0g2 a	I0g2 b	I2g1	I1g2	I2g2
3-1	Ut experimental - slip	0,087	0,082	0,075	0,088	0,070	0,084
	Turton e Levenspiel	0,171	0,169	0,171	0,174	0,173	0,173
	Jean e Fan	0,160	0,156	0,157	0,162	0,160	0,159
	Costa <i>et al.</i>	0,193	0,197	0,198	0,196	0,202	0,203
3-2	Ut experimental - slip	0,149	0,144	0,135	0,155	0,130	0,146
	Turton e Levenspiel	0,222	0,220	0,221	0,223	0,223	0,223
	Jean e Fan	0,208	0,205	0,206	0,209	0,207	0,207
	Costa <i>et al.</i>	0,239	0,243	0,244	0,242	0,247	0,247
3-3	Ut experimental - slip	0,250	0,244	0,237	0,233	0,245	0,239
	Turton e Levenspiel	0,336	0,336	0,336	0,336	0,336	0,336
	Jean e Fan	0,316	0,314	0,314	0,315	0,313	0,312
	Costa <i>et al.</i>	0,349	0,353	0,353	0,350	0,353	0,354
4-1	Ut experimental - slip	0,067	0,077	0,068	0,069	0,074	0,069
	Turton e Levenspiel	0,210	0,209	0,210	0,212	0,211	0,211
	Jean e Fan	0,197	0,194	0,195	0,198	0,196	0,196
	Costa <i>et al.</i>	0,230	0,235	0,235	0,233	0,238	0,239
4-2	Ut experimental - slip	0,158	0,160	0,151	0,174	0,161	0,167
	Turton e Levenspiel	0,286	0,286	0,286	0,286	0,286	0,286
	Jean e Fan	0,269	0,267	0,267	0,268	0,266	0,266
	Costa <i>et al.</i>	0,302	0,306	0,306	0,303	0,307	0,308
4-3	Ut experimental - slip	0,236	0,234	0,231	0,233	0,233	0,234
	Turton e Levenspiel	0,337	0,338	0,337	0,337	0,337	0,337
	Jean e Fan	0,317	0,315	0,315	0,315	0,313	0,313
	Costa <i>et al.</i>	0,351	0,356	0,355	0,352	0,356	0,356
5-1	Ut experimental - slip	0,223	0,225	0,225	0,224	0,245	0,237
	Turton e Levenspiel	0,354	0,358	0,357	0,356	0,356	0,356
	Jean e Fan	0,336	0,335	0,334	0,333	0,332	0,331
	Costa <i>et al.</i>	0,374	0,380	0,379	0,374	0,379	0,380
5-2	Ut experimental - slip	0,238	0,250	0,248	0,247	0,246	0,252
	Turton e Levenspiel	0,367	0,368	0,367	0,365	0,365	0,366
	Jean e Fan	0,345	0,343	0,343	0,342	0,340	0,340
	Costa <i>et al.</i>	0,383	0,389	0,388	0,383	0,388	0,389
5-3	Ut experimental - slip	0,262	0,263	0,269	0,270	0,276	0,275
	Turton e Levenspiel	0,426	0,428	0,426	0,424	0,424	0,425
	Jean e Fan	0,400	0,399	0,398	0,396	0,394	0,394
	Costa <i>et al.</i>	0,441	0,447	0,446	0,440	0,445	0,446

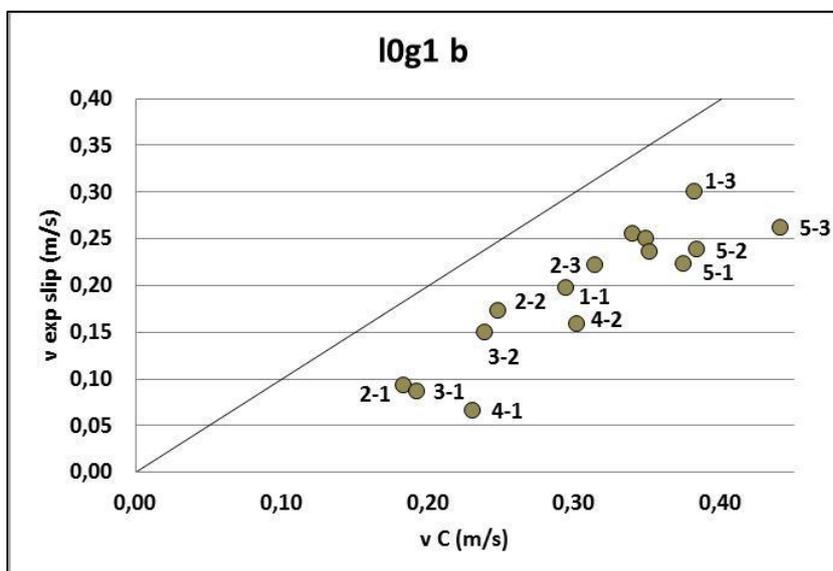
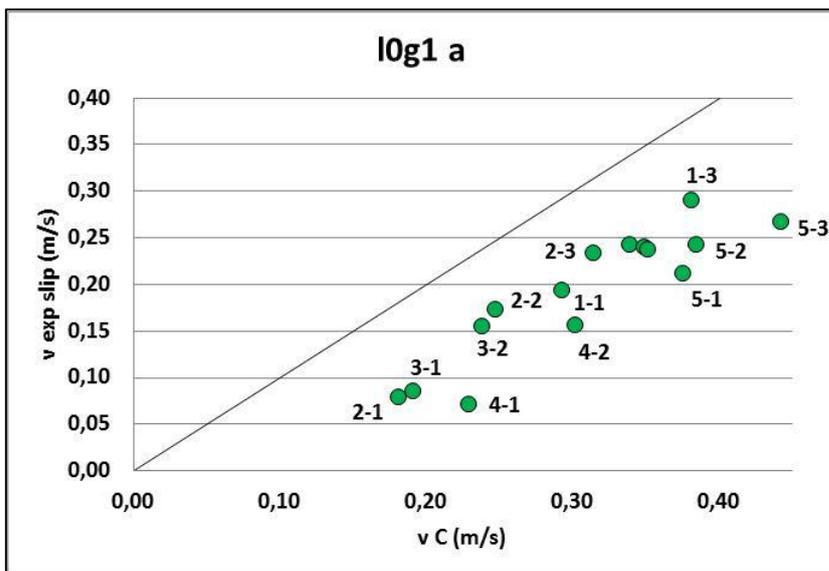
ANEXO 18 – Comparativo das velocidades terminais experimentais com as calculadas pelo modelo de Jean e Fan (1987).

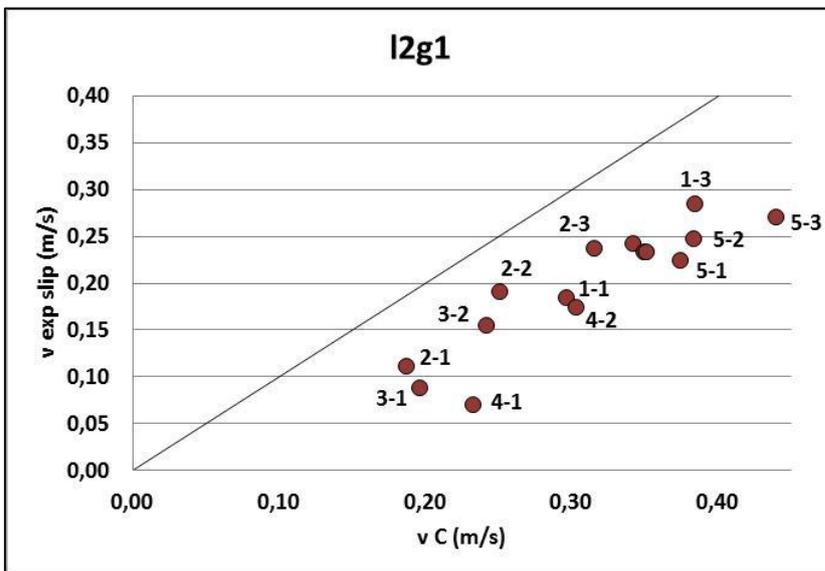
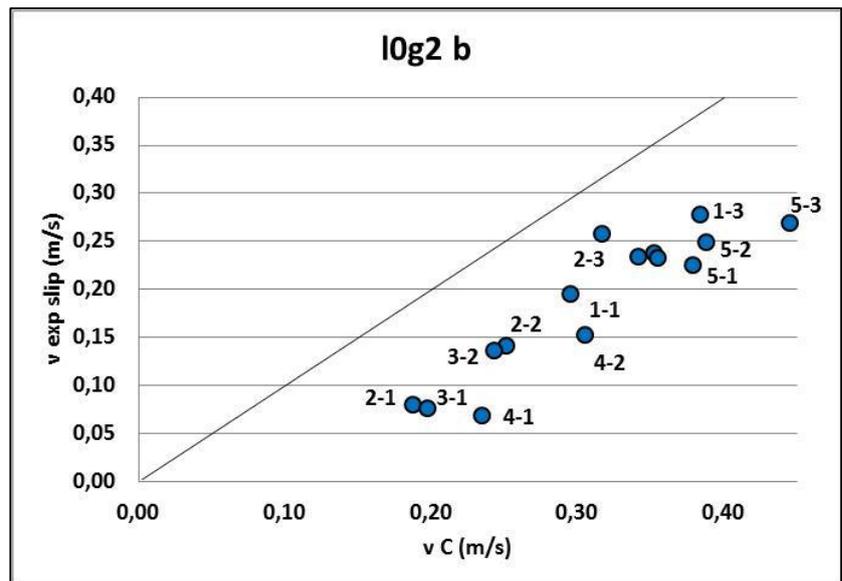
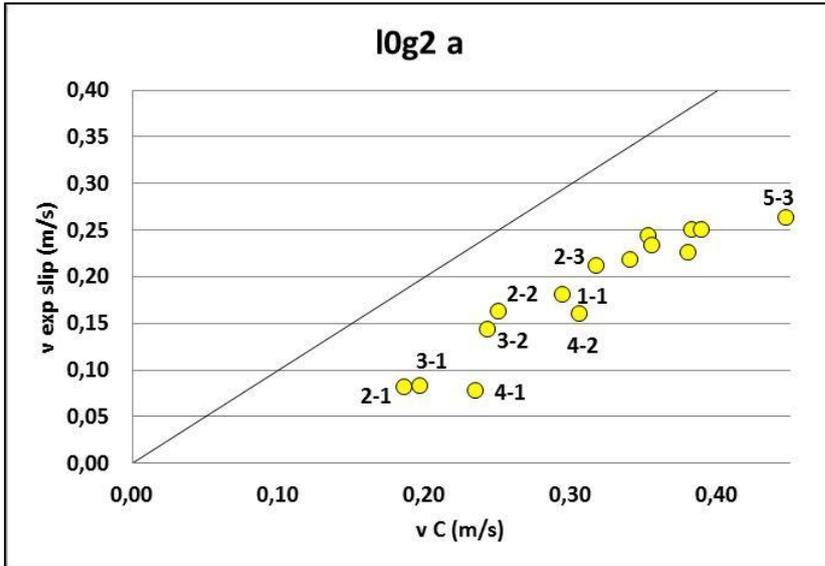


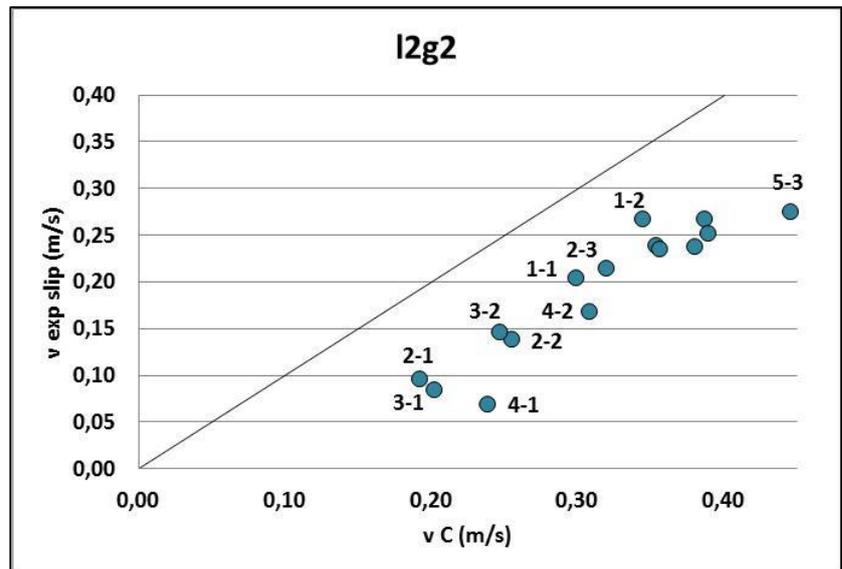
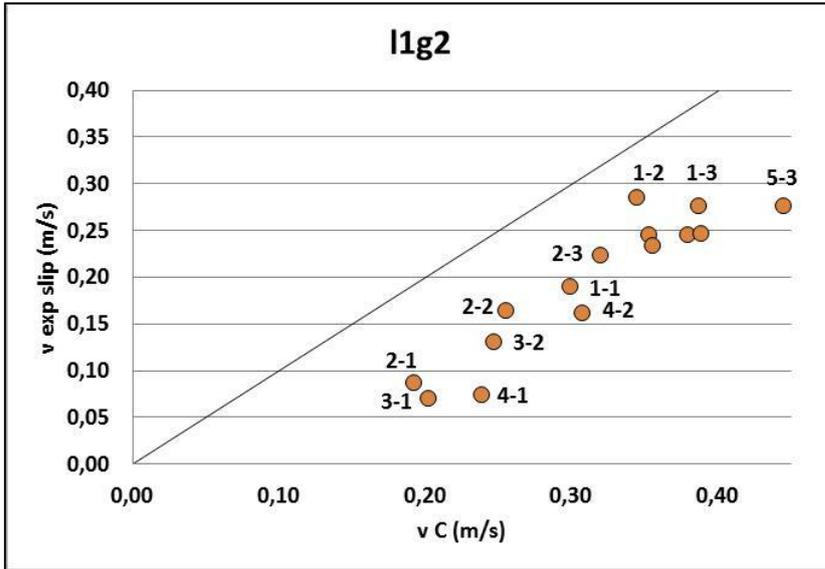




ANEXO 19 – Comparativo das velocidades terminais experimentais com as calculadas pelo modelo de Costa *et al.* (1986).







ANEXO 20 – Valor médio, variância combinada e desvio padrão combinado para o efeito da trajetória nos sistemas com vazões de líquido e gás iguais a zero.

		I0g0 a	I0g0 b	I0g0 c
1-1	valor médio (adimensional)	--	0,838	0,863
	variância combinada (\pm)	--	5,47E-02	5,78E-02
	desvio padrão combinado (\pm)	--	2,34E-01	2,40E-01
1-2	valor médio (adimensional)	--	0,923	0,963
	variância combinada (\pm)	--	5,45E-02	--
	desvio padrão combinado (\pm)	--	2,33E-01	--
1-3	valor médio (adimensional)	--	0,984	0,977
	variância combinada (\pm)	--	--	5,43E-02
	desvio padrão combinado (\pm)	--	--	2,33E-01
2-1	valor médio (adimensional)	1,016	1,069	--
	variância combinada (\pm)	7,74E-02	8,50E-02	--
	desvio padrão combinado (\pm)	2,78E-01	2,92E-01	--
2-2	valor médio (adimensional)	1,047	1,054	--
	variância combinada (\pm)	8,13E-02	8,23E-02	--
	desvio padrão combinado (\pm)	2,85E-01	2,87E-01	--
2-3	valor médio (adimensional)	1,026	1,044	--
	variância combinada (\pm)	7,79E-02	8,07E-02	--
	desvio padrão combinado (\pm)	2,79E-01	2,84E-01	--
3-1	valor médio (adimensional)	1,017	1,046	--
	variância combinada (\pm)	7,74E-02	8,16E-02	--
	desvio padrão combinado (\pm)	2,78E-01	2,86E-01	--
3-2	valor médio (adimensional)	1,088	1,093	--
	variância combinada (\pm)	8,76E-02	8,83E-02	--
	desvio padrão combinado (\pm)	2,96E-01	2,97E-01	--
3-3	valor médio (adimensional)	1,034	1,082	--
	variância combinada (\pm)	7,87E-02	8,63E-02	--
	desvio padrão combinado (\pm)	2,81E-01	2,94E-01	--

		log0 a	log0 b	log0 c
4-1	valor médio (adimensional)	0,741	0,798	--
	variância combinada (\pm)	4,19E-02	4,84E-02	--
	desvio padrão combinado (\pm)	2,05E-01	2,20E-01	--
4-2	valor médio (adimensional)	0,898	0,925	--
	variância combinada (\pm)	5,94E-02	6,30E-02	--
	desvio padrão combinado (\pm)	2,44E-01	2,51E-01	--
4-3	valor médio (adimensional)	0,926	0,943	--
	variância combinada (\pm)	7,20E-03	7,48E-03	--
	desvio padrão combinado (\pm)	8,49E-02	8,65E-02	--
5-1	valor médio (adimensional)	0,629	0,666	--
	variância combinada (\pm)	2,80E-02	3,15E-02	--
	desvio padrão combinado (\pm)	1,67E-01	1,77E-01	--
5-2	valor médio (adimensional)	0,681	0,684	--
	variância combinada (\pm)	3,76E-03	3,79E-03	--
	desvio padrão combinado (\pm)	6,13E-02	6,16E-02	--
5-3	valor médio (adimensional)	0,645	0,654	--
	variância combinada (\pm)	3,33E-03	3,44E-03	--
	desvio padrão combinado (\pm)	5,77E-02	5,86E-02	--

ANEXO 21 – Valor médio, variância combinada e desvio padrão combinado para o efeito do perfil de velocidades nos sistemas com vazões de líquido diferente de zero e de gás iguais a zero.

		l1g0	l2g0
1-1	valor médio (adimensional)	1,017	0,950
	variância combinada (\pm)	1,36E-01	1,01E-01
	desvio padrão combinado (\pm)	3,69E-01	3,17E-01
1-2	valor médio (adimensional)	0,927	0,989
	variância combinada (\pm)	1,02E-01	--
	desvio padrão combinado (\pm)	3,20E-01	--
1-3	valor médio (adimensional)	0,983	0,955
	variância combinada (\pm)	--	--
	desvio padrão combinado (\pm)	--	--
2-1	valor médio (adimensional)	0,978	0,929
	variância combinada (\pm)	1,10E-01	7,59E-02
	desvio padrão combinado (\pm)	3,31E-01	2,76E-01
2-2	valor médio (adimensional)	0,943	0,957
	variância combinada (\pm)	1,09E-01	9,54E-02
	desvio padrão combinado (\pm)	3,30E-01	3,09E-01
2-3	valor médio (adimensional)	1,000	0,978
	variância combinada (\pm)	1,28E-01	1,08E-01
	desvio padrão combinado (\pm)	3,58E-01	3,28E-01
3-1	valor médio (adimensional)	0,964	0,938
	variância combinada (\pm)	1,06E-01	7,82E-02
	desvio padrão combinado (\pm)	3,26E-01	2,80E-01
3-2	valor médio (adimensional)	0,980	0,957
	variância combinada (\pm)	1,17E-01	9,37E-02
	desvio padrão combinado (\pm)	3,42E-01	3,06E-01
3-3	valor médio (adimensional)	0,910	0,897
	variância combinada (\pm)	5,92E-02	5,14E-02
	desvio padrão combinado (\pm)	2,43E-01	2,27E-01

		I1g0	I2g0
4-1	valor médio (adimensional)	0,961	0,961
	variância combinada (\pm)	1,04E-01	7,90E-02
	desvio padrão combinado (\pm)	3,23E-01	2,81E-01
4-2	valor médio (adimensional)	0,986	0,965
	variância combinada (\pm)	1,19E-01	9,78E-02
	desvio padrão combinado (\pm)	3,44E-01	3,13E-01
4-3	valor médio (adimensional)	0,993	0,975
	variância combinada (\pm)	1,43E-02	1,22E-02
	desvio padrão combinado (\pm)	1,20E-01	1,10E-01
5-1	valor médio (adimensional)	1,018	1,021
	variância combinada (\pm)	6,38E-02	5,37E-02
	desvio padrão combinado (\pm)	2,53E-01	2,32E-01
5-2	valor médio (adimensional)	1,031	1,035
	variância combinada (\pm)	1,39E-02	1,19E-02
	desvio padrão combinado (\pm)	1,18E-01	1,09E-01
5-3	valor médio (adimensional)	1,001	1,311
	variância combinada (\pm)	1,31E-02	2,15E-02
	desvio padrão combinado (\pm)	1,14E-01	1,47E-01

ANEXO 22 – Valor médio, variância combinada e desvio padrão combinado para o efeito das bolhas nos sistemas com vazões de gás diferentes de zero.

		I0g1 a	I0g1 b	I0g2 a	I0g2 b
1-1	valor médio (adimensional)	0,858	0,875	0,804	0,860
	variância combinada (\pm)	2,28E-01	--	--	2,27E-01
	desvio padrão combinado (\pm)	4,77E-01	--	--	4,76E-01
1-2	valor médio (adimensional)	0,836	0,879	0,754	0,804
	variância combinada (\pm)	--	1,89E-01	1,44E-01	1,60E-01
	desvio padrão combinado (\pm)	--	4,34E-01	3,79E-01	4,00E-01
1-3	valor médio (adimensional)	0,853	0,881	0,735	0,814
	variância combinada (\pm)	9,17E-02	9,68E-02	6,99E-02	8,38E-02
	desvio padrão combinado (\pm)	3,03E-01	3,11E-01	2,64E-01	2,89E-01
2-1	valor médio (adimensional)	0,513	0,600	0,533	0,513
	variância combinada (\pm)	6,94E-02	8,99E-02	7,43E-02	6,87E-02
	desvio padrão combinado (\pm)	2,63E-01	3,00E-01	2,73E-01	2,62E-01
2-2	valor médio (adimensional)	0,786	0,785	0,741	0,634
	variância combinada (\pm)	1,47E-01	1,46E-01	1,33E-01	9,92E-02
	desvio padrão combinado (\pm)	3,84E-01	3,82E-01	3,64E-01	3,15E-01
2-3	valor médio (adimensional)	0,835	0,795	0,755	0,919
	variância combinada (\pm)	1,74E-01	1,58E-01	1,44E-01	2,09E-01
	desvio padrão combinado (\pm)	4,18E-01	3,97E-01	3,80E-01	4,58E-01
3-1	valor médio (adimensional)	0,541	0,551	0,527	0,473
	variância combinada (\pm)	7,41E-02	7,56E-02	7,11E-02	5,82E-02
	desvio padrão combinado (\pm)	2,72E-01	2,75E-01	2,67E-01	2,41E-01
3-2	valor médio (adimensional)	0,726	0,699	0,673	0,629
	variância combinada (\pm)	1,24E-01	1,15E-01	1,08E-01	9,48E-02
	desvio padrão combinado (\pm)	3,53E-01	3,39E-01	3,29E-01	3,08E-01
3-3	valor médio (adimensional)	0,768	0,800	0,780	0,757
	variância combinada (\pm)	1,06E-01	1,14E-01	1,10E-01	1,03E-01
	desvio padrão combinado (\pm)	3,26E-01	3,38E-01	3,31E-01	3,21E-01

		I2g1	I1g2	I2g2
1-1	valor médio (adimensional)	0,854	0,821	0,946
	variância combinada (\pm)	--	1,60E-01	--
	desvio padrão combinado (\pm)	--	4,00E-01	--
1-2	valor médio (adimensional)	0,838	1,056	0,928
	variância combinada (\pm)	--	--	1,60E-01
	desvio padrão combinado (\pm)	--	--	4,00E-01
1-3	valor médio (adimensional)	0,870	0,821	0,819
	variância combinada (\pm)	7,32E-02	7,20E-02	6,50E-02
	desvio padrão combinado (\pm)	2,71E-01	2,68E-01	2,55E-01
2-1	valor médio (adimensional)	0,764	0,561	0,659
	variância combinada (\pm)	7,17E-02	4,63E-02	4,93E-02
	desvio padrão combinado (\pm)	2,68E-01	2,15E-01	2,22E-01
2-2	valor médio (adimensional)	0,898	0,782	0,649
	variância combinada (\pm)	1,33E-01	1,17E-01	6,23E-02
	desvio padrão combinado (\pm)	3,64E-01	3,42E-01	2,50E-01
2-3	valor médio (adimensional)	0,865	0,800	0,782
	variância combinada (\pm)	1,39E-01	1,30E-01	1,12E-01
	desvio padrão combinado (\pm)	3,73E-01	3,61E-01	3,34E-01
3-1	valor médio (adimensional)	0,588	0,452	0,564
	variância combinada (\pm)	3,41E-02	2,69E-02	3,12E-02
	desvio padrão combinado (\pm)	1,85E-01	1,64E-01	1,77E-01
3-2	valor médio (adimensional)	0,752	0,618	0,709
	variância combinada (\pm)	8,36E-02	6,50E-02	7,38E-02
	desvio padrão combinado (\pm)	2,89E-01	2,55E-01	2,72E-01
3-3	valor médio (adimensional)	0,835	0,865	0,854
	variância combinada (\pm)	9,73E-02	1,18E-01	1,04E-01
	desvio padrão combinado (\pm)	3,12E-01	3,44E-01	3,22E-01

		l0g1 a	l0g1 b	l0g2 a	l0g2 b
4-1	valor médio (adimensional)	0,500	0,463	0,540	0,471
	variância combinada (\pm)	7,89E-02	6,77E-02	9,06E-02	7,02E-02
	desvio padrão combinado (\pm)	2,81E-01	2,60E-01	3,01E-01	2,65E-01
4-2	valor médio (adimensional)	0,685	0,694	0,700	0,663
	variância combinada (\pm)	1,20E-01	1,22E-01	1,26E-01	1,12E-01
	desvio padrão combinado (\pm)	3,47E-01	3,49E-01	3,54E-01	3,35E-01
4-3	valor médio (adimensional)	0,868	0,866	0,854	0,847
	variância combinada (\pm)	6,37E-02	6,29E-02	6,19E-02	6,04E-02
	desvio padrão combinado (\pm)	2,52E-01	2,51E-01	2,49E-01	2,46E-01
5-1	valor médio (adimensional)	1,069	1,160	1,157	1,157
	variância combinada (\pm)	2,83E-01	1,82E-01	1,86E-01	1,85E-01
	desvio padrão combinado (\pm)	5,32E-01	4,27E-01	4,31E-01	4,31E-01
5-2	valor médio (adimensional)	1,166	1,174	1,190	1,180
	variância combinada (\pm)	4,33E-02	4,16E-02	4,62E-02	4,53E-02
	desvio padrão combinado (\pm)	2,08E-01	2,04E-01	2,15E-01	2,13E-01
5-3	valor médio (adimensional)	1,142	1,123	1,121	1,150
	variância combinada (\pm)	4,89E-02	4,70E-02	4,71E-02	4,95E-02
	desvio padrão combinado (\pm)	2,21E-01	2,17E-01	2,17E-01	2,22E-01

		l2g1	l1g2	l2g2
4-1	valor médio (adimensional)	0,498	0,532	0,498
	variância combinada (\pm)	2,04E-02	4,49E-02	2,16E-02
	desvio padrão combinado (\pm)	1,43E-01	2,12E-01	1,47E-01
4-2	valor médio (adimensional)	0,796	0,719	0,763
	variância combinada (\pm)	1,05E-01	9,87E-02	9,70E-02
	desvio padrão combinado (\pm)	3,24E-01	3,14E-01	3,11E-01
4-3	valor médio (adimensional)	0,879	0,864	0,883
	variância combinada (\pm)	4,73E-02	5,15E-02	4,83E-02
	desvio padrão combinado (\pm)	2,17E-01	2,27E-01	2,20E-01
5-1	valor médio (adimensional)	1,136	1,241	1,198
	variância combinada (\pm)	1,26E-01	1,76E-01	1,46E-01
	desvio padrão combinado (\pm)	3,55E-01	4,19E-01	3,82E-01
5-2	valor médio (adimensional)	1,141	1,142	1,163
	variância combinada (\pm)	3,06E-02	3,46E-02	3,26E-02
	desvio padrão combinado (\pm)	1,75E-01	1,86E-01	1,81E-01
5-3	valor médio (adimensional)	0,886	1,185	0,901
	variância combinada (\pm)	1,83E-02	4,48E-02	1,93E-02
	desvio padrão combinado (\pm)	1,35E-01	2,12E-01	1,39E-01