

Fernanda Scaciota Simões da Silva

**O desenho das crianças de 6 a 8 anos :
os aspectos cognitivos das primeiras noções
topológicas e suas representações**

Curitiba

2004

**Para minha família que
representa a constante prova
da graça e do amor de Deus
para com a minha vida.**

AGRADECIMENTOS

*Como agradecer a Jesus o que fez por mim,
Bênçãos sem medida, vem mostrar o seu amor sem fim,
Nem anjos podem expressar a minha eterna gratidão,
Tudo o que sou e o que vier a ser, eu ofereço a Deus.*

*A Deus demos glória, a Deus demos glória,
Pelas bênçãos sem fim...*

Tanto a agradecer em tão pequenas linhas,

- ✓ Em especial a minha querida orientadora, Profa. Ana Maria Petraitis Liblik, professora, mestre, colega e amiga, que comigo construiu não só uma pesquisa, mas a vontade de pesquisar. Com muito carinho e admiração;
- ✓ A minha banca de qualificação, Profa. Tânia Stoltz, Profa. Tâmara, Prof. Trovon, Profa. Neusa, obrigada pela dedicação e cuidado na leitura;
- ✓ A minha banca de defesa, especialmente às Profas. Tâmara e Rosely. Não tenho palavras para dizer o que senti e como vocês foram e são especiais;

- ✓ Aos queridos professores do Mestrado em Educação da Universidade Federal do Paraná, linha de pesquisa: Educação Matemática, além de ministrarem aulas, ministraram vida, meu carinho à Profa. Ana Maria, Profa. Maria Lúcia, Profa. Maria Tereza, Profa. Etiéne, Prof. Alexandre Trovon, Prof. Carlos Viana, Prof. Cifuentes e Prof. Miro, pelas discussões e reflexões que conduziram a formação do que hoje sou. Especialmente pelo apoio nas horas difíceis, minha eterna gratidão;
- ✓ Aos meus colegas, José Maria, Donizete, André, Anne, Helenice, Marta, Miriam e Alayde, pela amizade e companheirismo nos momentos gostosos e nos de dor;
- ✓ À Darcy, Francisca e Rosangela, obrigada pelo carinho e dedicação no trabalho acadêmico, em especial a atenção constante;
- ✓ Ao amigo Denílson e família pelo trabalho belíssimo na ajuda com a língua inglesa;
- ✓ À Secretaria de Educação do Município de Curitiba, pelo apoio;
- ✓ À Escola Municipal Michel Khury, todos os professores e funcionários, em especial à direção, Nelice e Michelle, que sempre me apoiaram e abriram portas à pesquisa e ao estudo;
- ✓ Às minhas crianças, meus alunos e seus pais, que permitiram a pesquisa e com vivacidade, curiosidade e alegria participaram deste estudo;

- ✓ À família Carreiro, Valdete, Filipe, Gustavo, Bruno e Hugo, obrigada por terem adotado a mim e a minha família, amo vocês;
- ✓ Á meus queridos filhos, Rafaela, Juliana, Gabriela e João Pedro, vocês agüentaram tudo e me apoiaram em todos os momentos, mesmo no pouco momento com vocês. Amo vocês quatro;
- ✓ Ao meu marido, César. Esta conquista é nossa, pois sem você ela não existiria. Te amo;
- ✓ E em primeiro lugar, toda honra, glória e louvor a Deus.

SUMÁRIO

RESUMO

ABSTRACT

I - UMA BREVE APRESENTAÇÃO DE IDAS E VINDAS: JUSTIFICATIVA

II – INTRODUÇÃO

III – UM MUNDO TOPOLÓGICO

IV – O DESENHO E OS OLHARES TEÓRICOS

V – METODOLOGIA

1. Participantes
2. Procedimentos de coleta e registro de dados
3. Descrição dos procedimentos das sessões
4. Procedimento de análise dos dados

VI – RESULTADOS: APRESENTAÇÃO E ANÁLISE

VII – DISCUSSÃO E CONSIDERAÇÕES FINAIS

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANEXOS

- I. Tabela de faixa etária dos participantes
- II. Tabela de figuras
- III. Cópias reprográficas das figuras utilizadas do livro *O Castelo*, ilustrado por Claude e Denise Millet: produzido por Gallimard Jeunesse, Claude Delafosse e Claude e Denise Millet, da Editora Melhoramentos, 1992.
- IV. Autorizações de uso de imagem/fotos/desenhos

RESUMO

A presente investigação tem como objetivo o estudo da função comunicativa do desenho visto como forma peculiar de transmitir uma idéia, uma imagem ou um signo e suas representações com as reconstruções no plano mental do que está estruturado no plano das ações. O estudo centraliza-se na apropriação cognitiva de noções matemáticas topológicas, suficientes para engendrar geometricamente o pensamento acerca do espaço e a construção de significativas relações espaciais: de vizinhança, de separação, de ordem, de circunscrição ou envoltório e de continuidade, noções estas que permeiam toda a pesquisa. O desenho é então, uma forma da função semiótica a meio caminho entre o jogo simbólico e a imagem mental, com a qual compartilha o esforço de imitação interiorizada do real. O eixo central é o estudo sobre vizinhança buscando analisar o entendimento infantil e a função das produções gráficas dos desenhos produzidos por 35 crianças de 06 a 08 anos, em uma escola da rede pública de ensino de Curitiba/PR, com referencial teórico firmado na epistemologia genética de Jean Piaget. Os participantes passaram por quatro tarefas e os resultados permitiram identificar a perspectiva topológica que envolve a criança nesta faixa etária e sua organização espacial.

Palavras chaves: Matemática – Desenho – Noções Topológicas

ABSTRACT

The present investigation is aimed at the communicative function of the drawing seen as a peculiar way of an image or a sign and its representations with the reconstructions in the mental plane of what is framed in the action plans. The study is itself centralized in the cognitive gathering of topologic math notions, enough to raise geometrically the thought about the space and the construction of space relations meaning: of proximity, separation and arrangement, of circumscription or envelopment and continuity, these notions will embody the entire research. The drawing is a kind of semiotics function in the mids of the symbiotic game and the mental image, with which it shapes the imitation effort brought in from the real. The central axis is the study on proximity trying to analyze the infant's understanding and the function of the drawing's graffic productions done by 35 children from 6 to 8 years of age, in a Curitiba public school, with theoretic referential based on the Jean Piaget genetic epistemology. The participants were given four tasks and the results made it possible to identify the child's topological perspective in this age and space arrangement.

Key – words: Math – Drawing – Topological Notions

I - UMA BREVE APRESENTAÇÃO DE IDAS E VINDAS: JUSTIFICATIVA

[...] Quem entre vós é sábio e entendido? Mostre pelo seu bom procedimento as suas obras em mansidão de sabedoria. [...]

(TIAGO 3:13)

Existe no mundo em que vivemos um tipo especial de pessoas. Pessoas que possuem um grande conhecimento, mas que na realidade não sabem viver, não sabem se relacionar, não mantêm relações com outras pessoas e portanto, não conseguem articular o seu vasto conhecimento com o seu pequeno modo de agir e viver.

São pessoas que possuem uma “específica espécie” de sabedoria. Uma sabedoria do saber, do conhecer, da ciência. Entretanto, sabedoria não é sinônimo de conhecimento (como bem se apresenta este específico conceito), e sim a maneira como alguém usa o conhecimento em sua vida e como transforma este conhecimento em qualidade de vida, aplicando-o às relações sociais: o contraste entre uma sabedoria de fé ou de vida e uma sabedoria da ciência.

Assim, embora algumas pessoas tenham muita capacidade e conheçam muitas coisas, nas questões prioritárias, na construção de suas relações são vazias, ocas, sem sentido. Desconhecem a sabedoria como a arte de viver, a capacidade de ser feliz e de aprender com a vida.

Ficam presas a uma sabedoria socialmente aceita, uma sabedoria “humana ou humanizada”, imposta pela maneira que as mesmas vivem em sociedade, que controla suas ações e reações. Uma sabedoria de conceitos e

valores que permeiam a nossa sociedade e que se tornam forças controladoras e modificadoras de relações em todas as áreas.

É a visão formal do saber, uma cultura social que delinea o jeito como as pessoas pensam e valorizam algumas coisas, modificando nossos valores e formando (ou deformando) conceitos e definições imutáveis. Verdades que são implacáveis. A forma como uma premissa é ou não aceita. Determina o rumo como as coisas norteiam a sociedade: são filosofias que regem a sabedoria.

Nesta confusão não se sabe mais o que é a sabedoria, não se sabe mais o que é verdade, não se sabe o que é a ciência e/ou a fé. Estranho pensar que a própria ciência não têm claras suas verdades, ou que apenas formalize conceitos imutáveis.

Não será assim com a Matemática?

Uma ciência formal com definições precisas e imutáveis, ou uma fé inatingível de conceitos sem significado?

Responde-nos Lakatos (1978, p.137): “Se você quiser que a Matemática tenha significado, deve resignar-se à certeza. Se você quiser ter certeza, desfaça-se do significado. Você não pode ter ambos ao mesmo tempo.”

Ou seja, se opto pela ciência vejo a Matemática somente como a medida que tenho para aprender ou ensinar um conceito tido como verdade (e

assim me resigno a certeza?!); se opto pela fé, pela vida, vejo a Matemática como o agir.

É o mal que aflige a todo cientista, a inflamação da sabedoria, “a *didatite*, que consiste em reduzir tudo a aprender e ensinar, esquecendo que os conhecimentos também servem para agir, (*pois*) na sociedade, ensinar e aprender são somente meios para que um determinado número de pessoas adquiram os conhecimentos necessários para realizar atividades impostas” (CHEVALLARD *et alii*: 2001, p. 25)

Não é diferente ao Matemático, que se atém a reproduzir o que lhe é passado, esquecendo que o mundo só existe para alguém que o percebe, sob uma pluralidade de perspectivas. “A realidade não tida como algo objetivo e passível de ser explicado em termos de conhecimento que privilegia explicações em termos de causa e efeito” (GARNICA, In.: BICUDO: 1999, p.76). A realidade é construção constante, contínua e interminável. “Jogado no mundo” [...] o homem torna-se homem, vivendo com os outros e com as outras coisas desse mundo (CON-vivendo)” (GARNICA, In.: BICUDO: 1999, p.63).

Não aprendemos para desempenhar papéis. Não aprendemos para viver o que determinam ser a verdade. Aprendemos a viver e conviver, para trazer à tona significados e sentido, “ um sentido impregnado pelo significado atribuído pelas pessoas com quem falo, sendo assim, natural que o

significado que as pessoas dão às coisas e à sua vida [sejam] focos de atenção especial pelo pesquisador”. (Op. cit.: 1999, p. 65)

Trabalhando na Rede Municipal de Ensino da cidade de Curitiba, na função de professora regente das primeiras etapas do ciclo I, ou 1^a. e 2^a. séries, responsável pela alfabetização de crianças de 06 a 08 anos, em várias áreas do conhecimento, entre elas a Matemática, indagações surgiram : Que saber eu almejo? O da ciência ou o da fé? O do significado ou o da certeza? Minha reflexão caminha no sentido de uma Matemática que

[...] não só *trabalhe* com o que já está constituído, somando ou relacionando partes conhecidas para estudar supostas causas e feitos das relações, mas [que] também *reconduza* a construção do conhecimento matemático na busca da integração genuína, própria do *mundo-vida* no campo das significações [...] *onde* o que se busca é a origem do ato. Origem no sentido de ser aquilo que sustenta o ato humano na sua atividade matemática educacional. (KLUTH, In.: BICUDO: 2003, p. 109)

Assim, esta investigação tem por objetivo descobrir a função comunicativa e cognitiva do desenho vista como forma peculiar de transmitir uma idéia, uma imagem ou um signo e suas representações gráficas, com as reconstruções no plano mental do que está estruturado no plano das ações. O estudo centraliza-se na apropriação cognitiva de noções matemáticas topológicas, suficientes e necessárias para engendrar o pensamento acerca das noções de espaço e a construção de significativas relações espaciais: de vizinhança, de separação, de ordem, de circunscrição ou envoltório e de

continuidade, possibilitando uma forma viva de construção do conhecimento matemático e da construção das estruturas infra-lógicas.

II - INTRODUÇÃO

O mundo ao redor apresenta uma gama seleta de conhecimentos culturalmente imprescindíveis, saberes que devem ser transmitidos e assimilados a todo instante. Trata-se de um trabalho de socialização do conhecimento, um conhecimento social e historicamente construído e transmitido. Entretanto, é certo que “nenhum trabalho se separa das circunstâncias da vida” (BARALDI: 1999, p.16), e que portanto, compreender e interpretar o conhecimento significa estar vivo, resolver os mais diferentes problemas e tomar decisões próprias diante dos variados aspectos da vida.

Assim, também deveria dar-se com a Matemática, um conhecimento de ferramentas culturais – linguagens e símbolos – que possibilitam uma constante reflexão de idéias próprias e experiências articuladas com o dia – a – dia do ser humano.

Entretanto, não é este o cenário que cerca a Matemática. Há descontinuidades entre o saber formal e o cotidiano que cercam o homem, uma distância entre a linguagem usual e o saber abstrato dos conceitos e fórmulas da Matemática. Verifica-se que o conhecimento Matemático transmitido em sala de aula é meramente um conjunto isolado de fatos, dados, tabelas, fórmulas, que as crianças devem adquirir através de uma prática repetida, “um punhado de conceitos e técnicas memorizadas de maneira desconexa.” (Op. cit., p.36)

No decorrer da prática docente, embora sejam encontrados os “famosos” bons alunos de Matemática, estes, entretanto, não necessariamente sabem, compreendem ou lembram os conceitos “teoricamente apreendidos.” É um pensamento dominante que permeia todos os que passam pela Matemática, como diz Barbosa (1992, p.74): “uma herança genética a ser carregada pelo resto de suas vidas.”

Na busca em refletir sobre este abismo, que distancia as “aparentes” duas Matemáticas, muitos docentes e pesquisadores buscam entender o processo de ensino/aprendizagem de noções e o domínio do conhecimento matemático e as dificuldades que as crianças manifestam ao lidar com situações práticas envolvendo conceitos básicos de espaço, tempo, quantidade.

Dentre as atividades educativas realizadas pelas crianças em sala de aula, encontra-se o desenho como uma das atividades mais constantes, prazerosas e significativas. Assim, muitas pesquisas têm sido realizadas acerca do ato de desenhar, como linguagem única e peculiar, presente na constante interação entre ensinar e aprender, dentro dos mais diferentes eixos epistemológicos e distintas abordagens.

Todavia, encontra-se uma lacuna com relação ao olhar da criança quanto à efetiva aprendizagem mediante produções gráficas de desenhos, considerando falacioso se ver a Matemática, como também o desenho, uma mera conveniência simbólica, como “porta mensagens, superveniente aos

pensamentos, idéias, atividades e experiências das pessoas como indivíduos.”(BEST: 1996, p.121)

Pelo contrário, o desenho como linguagem e prática social apresenta-se determinando nuances polissêmicas de compreensão do todo da realidade, como expressão de uma forma de vida em grupos sociais. A relação de ensinar e aprender utilizando-se de desenho, como expressiva linguagem gráfica, pode ser um dos eixos norteadores dentro do ensino da Matemática, pois é também na construção de desenhos, que a criança estabelece novas hipóteses quanto às suas produções.

Muitos autores já esboçaram ou até propuseram novos conceitos sobre o desenho, para buscar compreender melhor a natureza da linguagem gráfica humana e suas representações. O homem em toda sua caminhada se valeu e ainda se vale, de várias linguagens escritas para tratar de coisas da cultura, das idéias e também do comportamento humano. É a linguagem do desenho que define os discursos tanto das linguagens escritas como também de ideogramas e de peculiares tipologias de produção, fabricação e realização de desenhos humanamente produzidos, pois como delinea Gomes (1998, p. 104):

[...] os elementos que formam o conjunto de signos em diversos tipos de linguagens escritas são simplesmente desenhos que sintetizam a forma de algo existente, concreto ou estilizações feitas que, em geral, com o passar do tempo e a frequência de uso, assumem convenções que nos permitem interligar idéias, perceber e compreender as sutilezas e nuances do sentido e significado do pensamento.

É com o desenho, entre outras possibilidades, que a criança inventa símbolos próprios para representar as suas ações sobre o mundo que a rodeia. Este é um dos momentos de avanço de conceitos, com notações próprias, cujos significados devem ser amplamente compartilhados. Os registros auxiliam as crianças a lidar com suas idéias, organizando-as e construindo-as mentalmente, pois conforme Golbert (2002, p. 27): “[...] os símbolos escritos podem servir de objetos de reflexão.”

É o desenho uma das formas de linguagem, uma linguagem que apresenta uma forma peculiar e própria para comunicar idéias, “[...] um instrumento de conhecimento que possui grande capacidade de abrangência como meio de comunicação e de expressão.” (DERDYK: 1994, p.20)

Com este modo de expressão do conhecimento pode-se perceber a significativa forma individual e autônoma de reclamar para si um significado também próprio e individual, que representa de forma poética o que somente um par de olhos pode ver ou sentir.

O desenho é uma das expressões mais ricas e profundas, mais próxima ao mundo interior de significados sensíveis, que articula a cultura social, interligando-se às circunstâncias geográficas, temporais e culturais da história humana, espelho da sociedade; e a cultura individual, espelho de sonhos e olhares únicos.

O desenho delinea um mundo existencial, poético e estético; um mundo que a cada olhar esvanece e esfumaceia novos olhares, um olhar efêmero e peculiar, “[...] com um tom confessional “ (Op. cit.: 1994, p.43) , que apropria-se de um objeto concreto e o revela. Diz-nos Duval (1993, p.02) que “as representações não são somente necessárias para fins de comunicação, elas são igualmente essenciais para as atividades cognitivas do pensamento humano.”

Fluíram então diferentes questões presentes em minha prática docente na Rede Municipal de Ensino da cidade de Curitiba, na função de professora regente das primeiras etapas do ciclo I, ou 1^a e 2^a séries, tais como :

Por que as pessoas têm medo da Matemática?

Qual é o fator (ou fatores) que demonstra(m) o desinteresse por parte do aluno?

Por que, com o passar dos anos, as pessoas querem esquecer o que apreenderam em Matemática, em virtude das relações propostas em sala de aula?

Como a Matemática pode ser trabalhada com crianças?

Uma representação gráfica através de desenhos, pode permitir a articulação entre o saber formal e o saber diário na Matemática?

Será o desenho das crianças, uma forma de elas manifestarem como estão interpretando noções matemáticas?

Quais as possibilidades e os limites do desenho infantil na aprendizagem dos conceitos matemáticos?

Assim, esta investigação objetiva o estudo do desenho e a apropriação cognitiva de noções matemáticas topológicas, suficientes e necessárias para engendrar o pensamento acerca das noções de espaço, a construção de significativas relações espaciais e a construção das estruturas infra-lógicas, buscando analisar o entendimento e a função das produções gráficas de desenhos produzidas por crianças de 6 a 8 anos, com referencial teórico firmado na epistemologia genética de Jean Piaget.

A utilização da teoria piagetiana e do referencial teórico desenvolvido por este autor nesta pesquisa, tem por objetivo evidenciar a importância das interações sujeito e objeto na construção do conhecimento, evidenciando e descrevendo através das produções gráficas de desenhos produzidas pelas crianças, o funcionamento cognitivo em situações experimentais de desequilíbrios intelectuais.

III - UM MUNDO TOPOLÓGICO

No princípio criou Deus os céus e a terra. A terra era **sem forma e vazia**; havia trevas sobre a face do abismo, e o Espírito de Deus pairava sobre a face das águas. (GÊNESIS 1:1-2)

O desenho é uma das formas de expressão visual que busca constantemente comunicar construções cognitivas, pois ao desenhar, representamos por meio de grafismos “idéias que queremos comunicar ou algo que vimos, para conhecer melhor a realidade, guardar ou transmitir informações ou como uma forma de expressão artística.” (COLL, C.; TEBEROSKY, A : 2002, p.23)

A realidade ao redor do homem apresenta as mais diversas impressões e proporciona a construção das mais diferentes representações. Uma dessas impressões está no caráter topológico do ser humano, com o desenvolvimento da noção de espaço desde a infância.

O desenvolvimento dessa noção de espaço na criança acontece de forma progressiva e percorre um caminho que se inicia na percepção de si mesmo, passa por sua percepção de mundo e no espaço, para então chegar à representação gráfica através do desenho. Assim, “desse modo a percepção do espaço na criança avança em uma direção marcada por três etapas essenciais: a do vivido, a do percebido e a do concebido.” (SMOLE, K.; DINIZ, M. I. ; CÂNDIDO, P.: 2003, p. 16) Na união desses três aspectos pode-se dizer que há um processo de construção cognitiva no qual estabelece-se a

representação mental dos objetos espaciais, as relações entre estes e suas transformações.

É fundamental, segundo Smole *et al* (2003, p.17), a compreensão espacial para interpretar, compreender e apreciar nosso mundo intrinsecamente geométrico, com diversas oportunidades de exploração de tamanho, direção e posição no espaço, analisando e comparando objetos e classificando-os e organizando-os de acordo com suas propriedades.

A criança conhece o espaço sobretudo através da experiência física e lógico-matemática, com noções de proximidade, separação, vizinhança, continuidade, organizando-se em uma relação de pares de oposição e/ou semelhança.

É a partir de um espaço geométrico e suas relações topológicas que se dá a construção da noção de espaço. Assim, no que diz respeito à Matemática e a construção das noções topológicas, a proposta de conteúdos elencada pelo Currículo Básico do Departamento de Ensino da Secretaria Municipal da Educação da Prefeitura Municipal de Curitiba (CURITIBA, SMED: 1991, p.164-166), aponta:

PRÉ –ESCOLAR	<ul style="list-style-type: none"> • observação e exploração do espaço: como os espaços são, como são vistos e como são representados;
--------------	---

	<ul style="list-style-type: none">• noções topológicas (interior, exterior, fronteira, de objetos tridimensionais e de figuras planas);• observação e expressão através de vocabulário básico de propriedades referentes à forma e localização.
1ª SÉRIE	<ul style="list-style-type: none">• observação e exploração do espaço: como os objetos são, como são vistos e como são representados;• noções topológicas (interior, exterior, fronteira, estar entre, contigüidade, continuidade de figuras planas e objetos tridimensionais);• observação de propriedades referentes a forma, posição, direção e sentido;• obtenção da figuras planas presentes nos objetos através

	de: contorno de suas faces, carimbos, projeção de sombras, etc..
2 ^a SÉRIE	<ul style="list-style-type: none"> • retomada do vocabulário básico que apresenta noções referentes à grandeza, posição, direção, sentido, forma e topologia; • rotação e translação de objetos; simetria em objetos.

Estabelecem, também, os Parâmetros Curriculares Nacionais em relação aos objetivos de Matemática para o primeiro ciclo (BRASÍLIA: MEC/SEF: 1997, p. 65-66):

- Estabelecer pontos de referência para situar-se, posicionar-se e deslocar-se no espaço, bem como para identificar relações de posição entre objetos; interpretar e fornecer instruções, usando terminologia adequada;
- Perceber semelhanças e diferenças entre objetos no espaço, identificando formas tridimensionais ou bidimensionais, em situações que envolvam descrições orais, construções e representações.

Percebe-se, portanto, que embora amplos, os objetivos elencados estabelecem a importância da construção de espaço e das noções topológicas, através de sua ação e de sua representação.

Embora, as noções topológicas dentro do âmbito dos conceitos geométricos, somente sejam construídas pelas crianças, quando as mesmas constroem suas imagens acerca do espaço e por fim conseguem identificar e analisar conceitos de uma estrutura matemática. Estas noções são fundamentais para que as crianças interajam adequadamente com o meio, e que, segundo Hershkowitz; Bruckheimer; Vinner (1994, p. 273), construam os conceitos básicos da Geometria.

Historicamente, as primeiras observações de caráter topológico ou *Analysis Situs*, surgiram com LEONARD EULER, matemático da corte de Catarina, a Grande, no ano de 1735, quando apresentou sua solução ao problema das pontes de Königsberg, perante a academia russa em São Petersburgo:

Havia 7 pontes cruzando o rio Pregel, que corria, sinuosamente, através da pequena cidade universitária alemã de Königsberg. Quatro delas ligavam as margens opostas à pequena ilha de Kneiphof. Uma ponte ligava Kneiphof à outra ilha; as outras duas ligavam esta às duas margens do rio [...] Como poderá alguém planejar seu passeio na tarde de Domingo de tal forma que passe por todas as 7 pontes sem voltar a cruzar qualquer uma delas? (KASNER, E.; NEWMAN, J., 1968: p.253)

Leonard Euler fora o mentor de Leibniz (ou Gottfried Wilhelm, filósofo e matemático alemão) que utilizou o termo topologia para designar um tipo de matemática qualitativa. Euler fora o criador da chamada teoria das redes, problema das relações dos lados dos poliedros com a relação de que por maior que seja o número de faces que possuía a figura, há uma fórmula que

pode calcular o número de vértices, arestas e lados. Assim, surgiu a fórmula de “Euler”: $a+2 = v+f$ (sendo a o número de arestas, v o número de vértices e f o número de faces).

Assim, segundo Euler, a topologia é o estudo das propriedades que permanecem inalteradas quando a figura é distorcida, constituindo a ciência da topologia, uma geometria do lugar, de posição, uma geometria não-quantitativa, chamada pitorescamente de geometria elástica.

A Geometria já era no século XIX, um assunto em grande destaque. Vários pesquisadores se atinham ao seu estudo e especificamente da topologia. Entretanto, o nascimento da topologia como ramo separado da geometria é algo bem recente. O termo foi introduzido em 1847, com o primeiro tratado sistemático, obra do matemático e físico alemão Johann Benedict Listing, intitulada *Vorstudien Zur Topologie* (Estudos Introdutórios em topologia).

Também Augustus Ferdinand Möbius (1790-1868) tornou-se conhecido na topologia, ao escrever um artigo sobre a faixa ou banda de Möebius, “falando da escrita sobre uma notável superfície de papel como uma fita, que só possui um lado.” (KOBAYASHI: 2001, p. 43) Mas entre todos os matemáticos a contribuírem, Jules Henri Poincaré, em 1895, eleva-se a um lugar de destaque, e juntamente com Möebius, apresenta a chamada topologia combinatória ou algébrica.

O termo topologia surgiu no português em 1881, originário do francês *topologie*, onde em grego, *topos* significa lugar e *logos* significa discurso, estudo. Topologia, sinônimo de Topografia, é o estudo geográfico das formas do terreno; estudo da colocação das palavras em uma frase; geometria das posições (*analysis situs*, conforme LEIBNIZ, G.W.); ramo da geometria que se baseia na noção de um espaço não quantitativo e em que apenas se consideram as relações de posição dos elementos das figuras; parte da Matemática que trata dos aspectos qualitativos de objetos e fenômenos.

Como define Dienes – Golding (1969: p.02): “ a topologia é o estudo das propriedades do espaço não afetadas por deformações contínuas, sendo-nos permitido encurvar ou distender as fronteiras, mudar-lhes a forma à vontade, mas não rasgá-las, nem arreventá-las, tampouco operar algum furo na superfície.”

É a topologia então o “ramo da Matemática que trata das propriedades de posição que são invariantes por causa do tamanho ou da forma [...] propriedades geométricas que permanecem imutáveis apesar dos estiramentos ou dos encurvamentos. “ (TUCKER; BAILEY: 1950, p. 11)

Piaget e Inhelder (1978) buscando entender como se dá o desenvolvimento das relações espaciais, realizaram um estudo minucioso do desenvolvimento infantil, tomando por base duas hipóteses elaboradas por Poincaré¹ (1995): “Localizar um objeto quer dizer simplesmente apresentar os

¹ Hipóteses estas elencadas por POINCARÉ e referenciado In.: KOBAYASHI, M. C. M. **A construção da geometria pela criança**.Bauru: EDUSC, 2001, p.50.

movimentos que seria preciso fazer para alcançá-lo” (p. 53) e “para um ser completamente imóvel, não haveria um espaço nem geometria.” (p.54) Daí a importância da elaboração de um espaço prático, onde a ação apresenta uma função primordial.

A topologia tem, então segundo Piaget e Inhelder (1978), assumido um papel fundamental nas definições dos mais diversos conceitos sobre espaço (vizinhança e distâncias, proximidades e fronteiras, etc.), pois :

[...] as geometrias multiplicaram-se e os grupos de transformações foram aplicados nas diversas variedades de espaço, de tal modo, que no seu programa de ERLANGEN, KLEIN, F. pôde conceber cada geometria como dependendo de um “grupo fundamental”, de transformações e as diferentes geometrias como derivando uma das outras, constituindo cada uma um “subgrupo” da precedente em uma árvore genealógica saída da topologia. PIAGET; INHELDER (1966:p.32)

E quais são estas noções topológicas?

Para Piaget e Inhelder (1978), toda mudança de posição não corresponde a uma mudança de estado, com constâncias invariáveis de forma e grandeza e portanto, um espaço representativo, que avança de um período de relações topológicas, para as relações projetivas e euclidianas.

As noções topológicas são suficientes então, para engendrar o pensamento acerca das noções de espaço e a construção de significativas relações espaciais mais elementares: de vizinhança, de separação, de ordem, de circunscrição ou envoltório e de continuidade.

Conforme Piaget e Inhelder (In: VALENTE: 2001, p.46) chama-se de vizinhança a relação que implica uma organização espacial dos elementos próximos uns aos outros; de separação a diferenciação entre dois elementos vizinhos pelo acréscimo da análise das fronteiras de cada elemento, a dissociação e/ou distinção entre dois objetos muito próximos ou interpenetrados; de ordem o estabelecimento de uma seqüência temporal e espacial ao mesmo tempo ou de sucessão espacial, com a noção de simetria; de circunscrição ou envolvimento quando há uma seqüência ordenada e/ou quando o elemento percebido estiver rodeado por outros e/ou quando há a relação de interioridade; e de continuidade a composição das fronteiras dos elementos num campo perceptivo, ou a síntese das relações anteriores.

É então a noção de vizinhança ou de proximidade, a vista como mais elementar dentre as demais e quanto menor a criança maior é a aplicabilidade da relação de vizinhança em outros fatores organizacionais do espaço. Entretanto, com o desenvolvimento estrutural cognitivo da criança, as outras relações vão suplantar estas iniciais.

O papel da representação gráfica e do desenho, dentre outras representações possíveis é de grande importância na aprendizagem da geometria e no desenvolvimento do pensamento matemático. Diz Palascio (1992, In.: FAINGUELERNT, 1999: p.57-58) que “o papel principal da representação é a conceituação do real a fim de agir eficientemente, [...] tem o significado de organização de natureza simbólica, com a apropriação de

certas realidades e da imagem mental; a consciência da analogia do mundo real.”

Assim, para Piaget (FRAGA: 1988, p.13), então, o conhecimento lógico matemático “procede da coordenação das ações mentais do sujeito sobre o objeto e se inscreve num quadro de relações espaciais, classificações, ordenações e medidas.”

Piaget e Inhelder (1995, p. 46) apresentam então a função semiótica ou simbólica, quando ao cabo do período sensório motor surge uma fundamental função, que consiste“ em poder representar alguma coisa (um *significado* qualquer: objeto, acontecimento, esquema conceitual, etc.) por meio de um *significante* diferenciado e que só serve para essa representação: linguagem, imagem mental, gesto simbólico, etc..”

Segundo Piaget e Inhelder (1995), toda assimilação sensório-motora, mesmo a perceptiva, já consiste em atribuir significações, mesmo que elementares. Mas estas significações não podem ser consideradas representativas, pois o significante ainda não se apresenta diferenciado de seu significado. Em outras palavras, o significante não pode ser determinado como símbolo ou sinal, mas sim como um indício. Somente há o aparecimento da função semiótica, quando a criança consegue ter uma representação evocativa de um objeto ausente ou de um acontecimento passado e portanto, envolve a construção de diferentes significantes. O

desenho ou imagem gráfica, é então uma conduta de função semiótica que está intermediando o jogo simbólico e a construção da imagem mental.

A Matemática, como um sistema de representações, apresenta um significado próprio da realidade, desenvolvendo a capacidade de interpretar, analisar, sintetizar, significar, conceber, transcender, transpor fronteiras; é uma linguagem humana. O desenho, também como linguagem humana, perpassa a compreensão também de noções matemáticas, na construção de relações do conhecer, reconhecer, reconstruir e transformar. Assim, o desenho e a Matemática não são independentes, mas estão intrinsecamente interligados no todo vivencial dos conhecimentos da sociedade, como “uma expressão de uma concepção da realidade [...] um pareamento entre forma e significado.” (BEE: 1986, p.150)

IV - O DESENHO E OS OLHARES TEÓRICOS

Mas a relação da linguagem com a imagem é uma relação infinita. Não que a palavra seja imperfeita, nem que, em face do visível, ela acuse um déficit que se esforçaria em vão por

superar. Trata-se de duas coisas irreduzíveis uma à outra: por mais que se tente dizer o que se vê, o que se vê jamais reside no que se diz.. FOUCAULT, **As palavras e as coisas**.

Diversas formas de linguagem permeiam a vida humana. O homem utiliza-se de diferentes linguagens para buscar expressar sua vida, seus sentimentos e seu conhecimento.

Desde bebê, o ser humano se relaciona com pessoas: a mãe/família, com os objetos a sua volta, e também com seus sentimentos. Ele aprende a lidar em seu mundo com estes objetos, sentimentos, relações. Somente assim a criança se percebe parte de mundo exterior, a criança começa a se conhecer, possibilitando uma interação com diferentes sujeitos sociais.

As brincadeiras de bebê são em geral “exercícios de experiência necessário para o desenvolvimento das funções simbólicas.”² Logo, é através da brincadeira, uma preciosa linguagem simbólica, que a criança é inserida no meio social e seus horizontes são ampliados .

A aquisição do domínio de seus movimentos ocorre concomitantemente a outra importante ação: a imitação, fator essencial e básico para o desenvolvimento da função simbólica, principalmente nos primeiros anos de vida humana. É o desenho uma forma de representar simbolicamente o universo que rodeia o homem e, além disso, uma atividade prazerosa e uma divertida brincadeira.

² Segundo Piaget e Inhelder, estes exercícios de experiência necessários para o desenvolvimento das funções simbólicas são , por exemplo, mexer as mãos, as pernas, os pés, a cabeça, aproximar objetos da boca, passar uma mão na outra, entre outros.

A partir de 1 ano a criança começa a desenhar, para preponderantemente se divertir em um jogo de construções cognitivas de um mundo próprio. A criança desenha, pois para brincar e brincando sempre realiza uma criação, indicando múltiplos caminhos que expressam suas vivências, suas emoções, seu caráter criativo. É o desenho uma expressão rica de intenções, um processo pessoal que não permite igualar uma criança à outra.

A criança rabisca pelo prazer de rabiscar, de gesticular, de se afirmar, carregando conteúdos e significações simbólicas. É por volta dos 3 anos de idade que a criança busca imitar a escrita e com rabiscos próprios produz inúmeras marcas repetidas. É assim que o ato de desenhar passa de uma ação e percepção, ao processar da atividade perceptiva das relações na forma dos objetos, para a concomitante produção de imagem e enfim, à emissão de conceitos.

De suma importância destacam-se os estudos de Piaget e Inhelder (1946), ao analisarem a obra de LUQUET (1927), um dos primeiros estudiosos que buscou compreender o quê e como a criança desenha. Piaget e Inhelder (1946) nestas análises utilizaram-se da ótica do desenvolvimento cognitivo, especificamente sobre imagem, representação e evolução do grafismo infantil.

Anteriormente a Luquet, os autores sustentavam duas opiniões contrárias: a primeira corrente via os desenhos infantis como essencialmente

realistas, onde somente após um longo percurso haveria o desencadear do desenho de imaginação; a segunda corrente, já ao contrário, via o desenho como “idealização cognitiva do desvelar dos desenhos primitivos.” (PIAGET e INHELDER: 1995, p. 56)³

Quando Piaget e Inhelder (1946) se atêm a estudar as considerações de Luquet, verificam a notável introdução ao estudo da imagem mental, como também a evolução da Geometria espontânea da criança, onde o próprio desenho apresenta uma analogia entre a forma do objeto e sua representação na estruturação geométrica do espaço.

Assim, Luquet (1969, p. 86) considera que “o desenho traçado no papel é a reprodução não da sensação ou da imagem visual do objeto representado, mas sim do modelo interno correspondente.” A criança, então ao desenhar, não desenha aquilo que vê, mas sim o modelo internalizado daquilo que sabe do objeto, a sua “realidade psíquica”. É o desenho, segundo Luquet, a construção mental do sujeito em relação ao objeto. O desenho, assim, vive em constante transformação, posto que o modelo interno também se modifica, mediante construções, interpretações e re – construções.

Luquet, em seus estudos, definiu quatro estágios na produção gráfica da criança ou fases do desenvolvimento do desenho infantil (fases estas caracterizadas pelo realismo e sua expressão e representação do real):

- A primeira fase é a da garatuja (antes dos 3 anos), onde a criança atribui significados próprios ao rabisco, uma espécie de analogia fortuita entre o

³ PIAGET ; INHELDER analisam o livro LUQUET, G.H. **O desenho infantil**. Barcelos/Portugal: Minho, 1969.

traçado e o que se pretende. É a fase onde ocorre a gênese do desenho intencional. É a chamada fase de realismo fortuito, que está subdividida em duas sub-fases: 1. Desenho involuntário - a criança não desenha para fazer uma imagem, mas para fazer linhas. A mesma, não tem consciência de que estas podem igualmente representar objetos, trata-se meramente de um puro jogo de exercício; 2. Desenho voluntário - a criança apresenta alguma analogia entre alguns traçados e um objeto real, considerando-o como uma representação do mesmo e enunciando a interpretação. A criança primeiro desenha sem intencionalidade de representar algo, mas interpreta-o como sua semelhança, atribuindo-lhe um nome .

- A segunda fase (entre 3 e 4 anos) apresenta vários elementos sobrepostos, onde há a busca da reprodução de formas, uma espécie de tentativa e erros, fracassos e sucessos, sem coordenação precisa. É a chamada fase do realismo fracassado ou gorado, “um chapéu muito acima da cabeça ou botões ao lado do corpo.” (PIAGET & INHELDER: 1969, p. 87). É chamada também de incapacidade sintética, onde a criança está preocupada exclusivamente em representar cada um dos objetos de forma diferenciada. Aqui para Piaget (1978), começa a representação gráfica do espaço, na qual a criança na sua construção começa a estabelecer relações topológicas entre as formas, sendo a vizinhança a principal e a mais elementar, da qual advém a separação, a ordem, a circunscrição e a continuidade.

- A terceira fase (dos 4 aos 12 anos) é a considerada principal, e os desenhos apresentam atributos do modelo, mas sem ater-se ao real, “a criança desenha do objeto não aquilo que vê, mas o que sabe.” (MÈREDIEU: 1979, p. 22) É a fase na qual a criança desenha em transparências ou rebatimentos,⁴ chamada de fase de realismo intelectual. A criança reproduz o objeto representado não só com o que pode ver, mas com tudo o que ali existe e dá a cada um dos elementos a sua forma. Assim, a criança considera as partes em relação ao todo, e conforme Piaget (1978) apresenta os atributos conceituais do modelo. Nesta fase é que a representação topológica do espaço se estende a todos os objetos desenhados e inicia-se a representação projetiva e a euclidiana.
- Por fim, a quarta fase é a do realismo visual ou representação realista, com rudimentos de perspectiva, proporções, um ponto de vista particular da criança. É nesta fase, que, para a criança, o desenho assemelha-se ao objeto, quando traduz o que ela sabe a respeito da construção das relações projetivas e euclidianas. Assim, para Luquet (1969, p.159) “na concepção infantil, um desenho, para ser parecido, deve conter todos os elementos reais do objeto, mesmo os invisíveis”. A criança, não reproduz só o que vê do objeto, mas tudo o que ali existe e não é visto, a criança desenha conforme o modelo interno: a imagem que sabe do objeto que vê. Sabe-se hoje em Piaget (1995), entretanto, que a criança percebe na

⁴ PIAGET & INHELDER (1995: 57) apresentam inúmeros exemplos que referendam esta fase, entre eles: “é assim que um rosto visto de perfil terá um segundo olho porque o badameco tem dois olhos; ou o cavaleiro terá

integralidade o objeto, mas ao representa-lo, não o faz sem seu aspecto total por impossibilidade temporária.

Piaget (1995) à luz dos quatro estágios da produção gráfica da criança ou fases do desenvolvimento do desenho infantil apontadas por Luquet, aborda em seus estudos o desenvolvimento do desenho espontâneo da criança.

Salienta Kotler (1998, p.135) que para Piaget “o conhecimento não é uma cópia do real e sim uma construção do sujeito, conseqüência de sua atividade interativa com o meio.” O conhecimento nada mais é do que uma relação evolutiva entre a criança e o meio. No relacionamento contínuo da criança com o meio que a cerca, ela apresenta uma série de estruturas ou organizações internas que devem a todo momento se adequar às freqüentes desestabilizações. Há, então, uma constante busca de organização e de adaptações das estruturas frente ao que aparece no meio.

De acordo com Piaget, a inteligência é definida por dois processos interdependentes: de organização e de adaptação. Em cada momento do desenvolvimento do homem, o processo de adaptação apresenta uma forma peculiar de organização do conhecimento. Em alguns momentos, as estruturas protegem-se das mudanças do meio, adaptando-se, através de ajustes indivíduo-ambiente, com o objetivo de preservar uma prévia organização interna. Em outros, o próprio meio impõe adaptações e

uma perna vista através do cavalo, além da perna visível; ver-se-ão, da mesma forma, batatas no interior da terra de um campo, se ainda lá estiverem, ou no estômago de um cidadão.”

adequações frente a novas condições e mudanças da organização. Assim, surgem novas estruturas mais evoluídas.

Na adaptação acontecem a assimilação e a acomodação, processos que tendem a se equilibrar. A assimilação é a incorporação do meio externo às estruturas e esquemas do sujeito, tendo em vista alimentar e construir os seus esquemas. É o processo no qual o novo conhecimento se incorpora sem se mudar aquilo que já se tem, tornando-o como algo seu, próprio. Segundo Palácios e Luque (1994: p.57) “ a assimilação pressupõe a incorporação da experiência nova a esquemas de ação ou de conhecimentos prévios; permite reconhecer ou identificar os objetos ou acontecimentos novos, aplicando-lhes os esquemas preexistentes.”

Já a acomodação é o processo onde há a modificação das estruturas internas em resposta aos estímulos constantes do meio. Quando o indivíduo enfrenta uma experiência não assimilável, há um esforço para a modificação de esquemas ou a busca em adquirir novos que permitam assim, a assimilação devida frente aos impasses novos ou mais complexos.

Tanto a organização, como a adaptação, embora sejam características funcionais de toda forma de inteligência, não se apresentam de forma estática, pois as estruturas do conhecimento evoluem em função de constantes e sucessivas adaptações, que geram o constante desenvolvimento intelectual e das estruturas cognitivas. É portanto, um processo acelerado de

mudanças que leva o indivíduo de estruturas cognitivas simples a estruturas cognitivas cada vez mais complexas.

Surge, então, um conceito básico em Piaget (1975), o de equilibração. A equilibração é um processo dinâmico e contínuo de auto-regulação, um constante processo de reagir, frente às perturbações do meio, porque o novo conhecimento, por ser novo, produz um desequilíbrio na estrutura. Quando há a construção de uma estrutura, o sistema se equilibra. No entanto, frente às novas perturbações, o processo reinicia-se, pois os sistemas anteriores não mais dão conta. É um fator interno, um processo de compensações ativas do indivíduo como reação a perturbações exteriores. Há, sim, sempre uma busca pelo equilíbrio cada vez mais estável, a partir de uma percepção de desequilíbrio.

A criança passa pela assimilação (um estímulo do meio age e modifica uma conduta a partir do momento em que há a integração dessa informação às estruturas internas), assimila o aprendido, acomodando-o (ajustando o esquema à aquela situação) ao que já possui. Havendo estes processos, simultaneamente, há a busca do equilíbrio do que realmente foi aprendido.

A equilibração é um processo promotor do desenvolvimento cognitivo. É o equilíbrio, portanto, transitório, posto que a realidade é fonte de constantes desequilíbrios das estruturas. De um estado de equilíbrio transitório, passa-se para outro diferente, mas superior, com passagens por sucessivos desequilíbrios e reequilibrações. Há, então níveis de equilíbrio que produzem

uma espiral ascendente. Assim, a equilibração consiste em um processo constante de promoção de desenvolvimento cognitivo.

Segundo Kotler (1998, p.135) Piaget diz, que este processo que produz tanto uma atividade exógena, quanto um funcionamento interno. Pode-se entender um pouco desta visão, fazendo inferências sobre como o pensamento humano relaciona-se com a forma (com uma virtualidade lógico matemática, um sistema lógico endógeno) e também com o conteúdo (com um sistema de significação exógeno).

Toda atividade perceptiva relaciona-se ao aspecto endógeno de estruturação mental, enquanto a experimentação ao aspecto exógeno, que se faz presente no comportamento humano. Pode-se então, pensar que a atividade perceptiva é vista como a forma enquanto estrutura que alavanca uma organização pré-lógica, sendo forma o modo de organização de esquemas que compõem as estruturas mentais numa organização pré-lógica.

A estrutura assimilativa é a que possibilita o conhecimento, por ser ela condição necessária para que o sujeito estabeleça as relações das quais abstrairá os conceitos. Os objetos passam a ter significados e significantes (símbolos motivados individualmente ou sinais arbitrariamente convencionados socialmente) , cabendo à criança apropriar-se deste sistema de significação.

Os símbolos originam-se da ação, tanto como significantes, quanto como significados resultantes da abstração dos objetos no pensamento.

Segundo Palácios e Luque (1994: p. 66) os significantes originam-se predominantemente da imitação, dados por práticas sociais das quais os indivíduos se apropriam, o manejo de imagens mentais. Já os significados apresentam valor como elementos de assimilação, onde dar um significado é assimila-lo a esquemas.

Assim, “quem diz representação, diz conseqüentemente reunião de um *significante* que permite a evocação de um *significado* fornecido pelo pensamento” (PIAGET; INHELDER: 1978, p. 345), “é a evocação de objetos ausentes” (PIAGET; INHELDER: 1978, p. 329) e a passagem da ação sensório-motor para a pré-operacional, o desenvolvimento da função simbólica (e não mais a restrição ao campo perceptivo) e conseqüentemente o progresso da construção e coordenação de esquemas de relações espaciais (constituídos no âmbito da representação espacial , pelas transformações do espaço ou pelos estados espaciais).

Ocorre então, a passagem da percepção à representação espacial, simultaneamente do significado e significante, da imagem e do pensamento. É com o advento da função semiótica ou simbólica que marca a passagem da ação sensório-motor para pré-operacional com as cinco variantes de pensamento representativo de complexidade crescente, embora Piaget veja estas condutas mais ou menos de aparecimento simultâneo (Op. cit.: 1995, p. 47):

- Há a imitação diferida, uma forma diferenciada da imitação sensório-motora, na qual já há a representação da ação ou objeto na ausência do modelo, supondo aí uma evocação mental. Trata-se de uma pseudo-imitação, porque deriva do reforço. Toda imagem tem um componente motor e a manipulação dos objetos é que permite a construção de noções espaciais, pois toda construção e representação de uma imagem depende de esquemas espaciais. O movimento é de vital importância na construção de esquemas representativos, pois é somente através da relação entre o elemento figurativo e o elemento motor que a criança chega a uma interpretação de sua intuição geométrica.
- Após há o jogo simbólico, essencial para o desenvolvimento cognitivo e afetivo da criança, pois busca através de atividades lúdicas assimilar o mundo social adulto. É o momento no qual a criança revive seu cotidiano e o modifica, usando símbolos próprios, que podem ser a qualquer momento manipulados e modificados (aparece então claramente a função semiótica). Diz Piaget:

O jogo simbólico não é outra coisa que esse procedimento de expressão, criado quase com todos os seus elementos para cada sujeito individual, graças ao emprego de objetos representativos e de imagens mentais que, uns e outros, completam a linguagem; eles têm por funções essenciais permitir a realização dos desejos, a compensação na observação do real, a livre satisfação das necessidades subjetivas, em suma, a expansão tão integral quanto possível ao próprio *eu*; é, portanto, distinto da realidade material e social. PIAGET (1966, p. 137)

- O desenho ou o grafismo infantil é visto como um intermediário entre o jogo simbólico e a imagem mental. Piaget (1946) via o desenho inicialmente como a expressão da criança sobre o que sabe de um objeto, passando somente depois a ser uma expressão gráfica real do que vê. Assim “a criança desenha de acordo com essa imagem mental, ou seja, conforme a noção que faz da situação e que necessariamente não apresenta concordância inicial entre imagens e objetos reais.” (KOTLER: 1998, p. 146) Isto porque o processo de construção de imagens passa também por equilibrações sucessivas, nas quais as distorções vão sofrendo regulações até a imagem atingir a figuratividade do objeto que é possível. É somente em seguida que vem a imagem mental, que surge como uma imitação interiorizada. Por fim, há a evocação verbal de acontecimentos não atuais.
- As imagens mentais compõem o imaginário e portanto são um tipo de representação mental, subjetiva e singular de um objeto. Para Piaget (1966) a imagem mental é a imitação interiorizada do objeto submetido à atividade perceptiva: as estruturas representativas e as estruturas imagéticas: reprodutivas ou imagens de reprodução - as que evocam objetos ou acontecimentos já conhecidos (1966: p. 18) e antecipadora - as que representam por imaginação figural acontecimentos não percebidos anteriormente (1966: p. 18).

A função semiótica, apresenta-se então, como uma, e apresenta em todo o seu percurso a evocação representativa de fatos ou coisas anteriormente percebidas. É a função semiótica para Piaget, aquela função que possibilita à criança representar objetos ou situações que estão fora do seu campo visual por meio de imagens mentais, de desenhos, de linguagem, “[...] assim, o que constitui a função semiótica e o que a faz ultrapassar a atividade sensório-motora, é a capacidade de representar um objeto ausente por meio de símbolos ou signos, o que implica poder diferenciar e coordenar os significados e os significantes ao mesmo tempo.” (PILLAR, 1996:p.26)

Representar é reconstruir no plano mental o que está estruturado no plano das ações. O desenho é, então, uma forma da função semiótica a meio caminho entre o jogo simbólico e a imagem mental, com a qual compartilha o esforço de imitação interiorizada do real.

O desenho é também esta representação, que se desenvolve constantemente sustentado na estruturação da inteligência individual.

O desenho é uma forma de função semiótica que se inscreve a meio caminho entre o jogo simbólico, cujo mesmo prazer funcional e cuja mesma autotelia apresenta, e a imagem mental, com a qual partilha o esforço de imitação do real... em suas formas iniciais não assimila qualquer coisa a qualquer coisa e permanece, como a imagem mental, mais próximo da acomodação imitativa ... constitui ora uma preparação, ora uma resultante desta última e, entre a imagem gráfica e a imagem interior (...) existem inúmeras interações, pois as duas derivam diretamente da imitação. (PIAGET, 1995)

Piaget descreveu o desenvolvimento da inteligência humana em quatro estádios: estágio sensório-motor (0-2 anos); estágio pré-operatório (2-7 anos); estágio operatório concreto (7-11 anos) e estágio operatório formal (a partir dos 11 anos):

- Estádio sensório-motor: a inteligência da criança é fundamentalmente prática, com ações motoras engendradas a partir de estímulos sensoriais. Nesta fase, há a construção da noção de objeto permanente do espaço e das primeiras representações mediante o advento da função simbólica e das categorias do real: objeto, espaço, tempo e causalidade no plano prático e no plano das ações;
- Estádio pré-operatório: nesta fase há o desenvolvimento dos processos de simbolização, ainda não integrados em estruturas lógicas. Este estágio é marcado pelo egocentrismo, pela ausência de reversibilidade, em que o pensamento encontra-se basicamente preso às deformações perceptivas, categorizando uma forma de raciocínio transdutivo;
- Estádio operatório concreto: é caracterizado pelo aparecimento da lógica de agrupamento matemático e da reversibilidade;
- Estádio operatório formal: é definido pelo aparecimento da lógica formal, com operações hipotético dedutivas.

No âmbito da construção da noção de espaço para Piaget, nos dois primeiros estádios, desenvolve-se a noção de espaço topológico. A noção de espaço, que se desenvolve a partir do espaço topológico, segue em direção

ao espaço que se torna ao mesmo tempo projetivo e euclidiano. É entre 2 e 7 anos que a criança domina o espaço topológico, o espaço interior à figura, que exprime propriedades intrínsecas.

Entretanto, o espaço projetivo (“aquele que começa quando o objeto ou sua figura não são mais percebidos em si mesmos, mas segundo o ponto de vista de si mesmo ou ponto de vista do outro” – PERONDI, 2001: p.191) e o espaço euclidiano, aquele que (“ coordena os objetos entre si com relação a um quadro de conjunto ou com relação a um sistema de referência estável exigindo desde o início a conservação tanto das superfícies como das distâncias” - PERONDI, 2001: p.191), somente são elaborados nos terceiro e quarto estádios. Assim, o espaço euclidiano e o projetivo derivam, ambos e independentemente um do outro, do espaço topológico.

Almeida (1990) também analisa o desenho infantil, especificamente a imagem gráfica de espaço e de tempo no desenho da criança, desde sua gênese até o aparecimento espontâneo da perspectiva, tentando demonstrar como o desenho da criança se transforma de um simples jogo de movimentação em imitação, imagem e esquemas convencionais de representação.

De acordo com esta autora, até os dois anos de idade a percepção do espaço está ligada aos sentidos e à atividade motora. Pode-se, então, entender a gênese do desenho dentro de um contexto de desenvolvimento corporal da criança, onde “o desenho é, no início, atividade puramente

cinestésica, jogo de exercício, prolongamento do gesto.” (ALMEIDA: 1990, p.40)

Nesta fase, os movimentos expressos graficamente, antes amplos, tornam-se mais controláveis e também expressivos e descritivos. A criança descobre uma relação entre o mundo concreto e as marcas que ela produz no papel, busca similaridades entre as formas que rabisca as formas do mundo real, tenta repetir o modelo e, portanto, estabelecer uma representação pictórica. É a forma de ação da criança no mundo que a cerca, comunicando-se com os objetos ao seu redor, uma espécie de jogo com o que apresenta-se de significativo no mundo que a cerca. É um jogo de representações externalizadas de forma criativa e intensa, “é a memória visível do acontecido, [...] uma atividade do imaginário.” (DERDYK: 1994, 53)

Para a criança, nesta fase, os detalhes não tem importância e ela adota o sincretismo no qual uma forma pode significar uma porção de coisas.⁵ As formas circulares são as primeiras a aparecer e servem para representar qualquer configuração. Somente mais tarde, quando a criança já souber diferenciar figuras, é que o círculo será produzido para indicar a rotundidade.

As primeiras relações espaciais que a criança estabelece são topológicas e expressam a noção de conter/estar contido. Almeida (Op. cit., p.63). Citando outros autores, como Arnheim (1986) refere, que a intersecção

⁵ O sincretismo é entendido como termo-chave para a compreensão da transformação que se dá naquele processo de globalização e localização que envolve, transtorna e arrasta os modos tradicionais de produção de cultura, consumo, comunicação. Uma espécie de diáspora, como nos diz CANEVACCI (1996, p. 13) contra fronteiras, a “quebra da ordem totalmente racional e monológica do discurso iluminado”, quebra de modelos de

de duas linhas em ângulo reto “é a base para a estrutura da vertical e horizontal, sobre as quais se apóia toda nossa concepção de espaço”. Para Goodnow (1979) a organização espacial dos elementos no desenho, nessa fase, obedecem o princípio de existência de um espaço próprio ou da fronteira.

Ao primeiro arranjo espacial empregado pela criança, Lowenfeld e Brittain (1977) denominam espaço corporal, pois as imagens gráficas nessa fase, mantém estreita relação com o corpo. A ligação que se faz não é entre os elementos desenhados, mas entre estes e a criança, podendo existir apenas a intenção de descrever os elementos. A ordem, ao invés de espacial, pode ser temporal, e a aparente desorganização ou falta de relação entre os elementos, passa a ter sentido quando é analisada a seqüência de execução do desenho.

Em seguida a criança troca o espaço corporal pelo espaço objetal (Lowenfeld e Brittain: 1977), surge o interesse pela narrativa e o papel passa a reger uma nova organização espacial. A linha de base passa a existir e serve para organizar a narrativa.

Surge a primeira tentativa de trabalhar o plano em três dimensões, entretanto, como a criança ainda não é capaz de utilizar a linha inclinada, o resultado é o rebatimento. Não sendo possível estabelecer a diferenciação dos planos vertical e horizontal, a criança trabalha escolhendo o que é mais

representação ligados a tradição repetitiva. É a escolha por uma trama em forma de montagem que explique a desordem sincrética. (Op.cit., 1996, p.09)

característico de cada elemento representado, como se constantemente ela mudasse seu ponto de observação. Para Arnheim (1986), a dificuldade de representar objetos tridimensionais por meios bidimensionais resulta na transparência explicitada.

A representação de diferentes momentos, da mesma maneira que a representação espacial, pode ser apresentada num só desenho, pois é comum que a criança utilize um único desenho para indicar ações cronologicamente sucessivas.

Após um longo processo de estruturação do espaço e de grandes esforços para se conformar aos padrões adultos de representação, devido ao seu desenvolvimento cognitivo, a criança passa a considerar as dimensões dos elementos entre si e segundo a distância, introduzindo mais dinamismo ao desenho. Somente por volta dos 11-12 anos é que a criança terá conquistado a noção de perspectiva.

Mèredieu (1964, p.16), diferentemente das análises de Almeida, fala sobre o desenho infantil como um modo próprio de expressão e considera a hipótese de que este possa ser encarado como uma língua. Segundo esta autora, não se pode negar que o desenho constitua um sistema de signos, bastante difícil de estudar, pois “para a criança pequena, os diversos signos se equivalem e se fundem uns nos outros, daí a quase impossibilidade de isolá-los”, distingui-los e mais ainda, denominá-los.

Quando a criança é capaz de expressar um pensamento individual, através do desenho, pode-se dizer que sua produção está na categoria dos “jogos simbólicos”. Assume características narrativas e figurativas. No entanto, Mèredieu se questiona se o aspecto narrativo não estaria sendo condicionado pelo adulto, em função das perguntas comuns que faz à criança: “o que é isso?”; “o que isso representa?”; “o que foi que você desenhou?”; isso quando não sugere o que está vendo.

Quanto ao aspecto figurativo, a autora afirma não acreditar que a criança esteja voltada exclusivamente para isso: “muitas vezes não passa de justificação e disfarce para o prazer que ela sente em manejar formas, cores, matérias.” (Op. cit., p. 39)

Para Mèredieu (Op. cit., p.50), é o espaço topológico o único espaço graficamente acessível até os oito/nove anos, “idade da aquisição dos mecanismos euclidianos e das relações projetivas com constância de grandeza e de forma”.

Mèredieu (1979, p.23), também em seus estudos critica a terminologia usada por Luquet, considerando-a preconceituosa, onde “o rabisco é muitas vezes encarado de maneira pejorativa, como um exercício fútil.” Ela considera que normalmente os desenhos das crianças são julgados com uma visão adulta, com critérios que busquem vê-los de forma ideal. Assim qualquer produção infantil é desvalorizada, subestimada.

Os estudos de Lavalberg (1995, p.08) se inserem entre os poucos que apontam para a possibilidade de haver processos de aprendizagem ligados ao meio social na arte da infância e, para tanto, esta autora enfoca a noção de desenho cultivado.

Em seu relato de pesquisa Lavalberg nos diz ter observado sobre como o ver e o refletir sobre os desenhos infantis avançam nas análises sobre as representações mentais da prática do conhecimento; o que não acontece com sujeitos que têm menos oportunidades de interação com o conhecimento social acumulado, pois:

O desenho cultivado da infância expressa a síntese dos esquemas de representação, esquemas estes que são construídos numa situação ativa de busca de conhecimento, o que envolve, além das situações de busca espontânea, situações de interação constante com os sistemas presentes na cultura, ou seja, com os modelos de desenho produzidos socialmente e acumulados historicamente. (LAVALBERG: 1995, p. 09)

A autora nos apresenta em seu trabalho quatro momentos distintos do desenho cultivado, não caracterizados como fases do desenho “e sim como possibilidades construtivas onde a cada nível há superação e integração do nível anterior como parte.” (Op. cit., p.13) Cada momento representado, depende da interação com o meio e se relaciona com o nível de desenvolvimento e com as possibilidades de trabalho de cada criança com o desenho. São estes os quatro momentos:

1 – Desenho de Ação –

. neste nível a criança percebe que outras pessoas também desenham, seus pares ou os adultos e, tende a imitar por meio de ações o que observa em atos de desenho do universo ao seu redor;

. apesar da maioria das crianças deste nível não saber ler, a criança percebe que letras, números e formas geométricas não se incluem como desenho;

. está presente a tendência para ver figuração nas imagens desenhadas, não faz distinção entre a pré-simbolização do desenho infantil e a abstração do desenho do adulto, faz analogia entre formas abstratas desenhadas e objetos naturais;

. aceita variedade de suportes e meios para a inscrição de imagens;

. o conceito de desenho está vinculado ao ato de desenhar e com os temas que é capaz de realizar, misturando –os com a coisa desenhada.

2 – Desenho de Imaginação –

. a criança deste nível não identifica o rabisco como desenho, mas sabe que crianças menores fazem rabiscos que consideram desenho;

. tanto as coisas que existem como as que não existem podem ser desenhadas, não há mistura do universo imaginário com o dos objetos naturais;

- . conceito de desenho como imagem figurativa (realista ou estilizada) ou abstrata, realizada através de meios que possam fazer marcas sobre uma superfície;

- . assimilação de que existe Arte e que o desenho está incluso nesta categoria;

- . percebe a evolução do desenho de acordo com a idade, distinguindo desenhos pré-simbólicos infantis de desenhos abstratos feitos por adultos;

- . tem consciência de que aprende com o outro, observa diferenças entre o seu procedimento e o do outro.

3 – Desenho de Apropriação –

- . a abstração é assimilada como desenho, desde que possa ser descrito, são projetados sentidos nas formas abstratas correspondendo a objetos, situações, fatos reais ou imaginados;

- . identificação do desenho como uma modalidade da Arte, classificando seus vários tipos;

- . os temas têm uma conexão mais estreita com o mundo interno, o que estiver na imaginação do artista;

- . idéia do desenho como projeto;

- . maior consciência do estilo pessoal presente na imagem, da existência de convenções;

- . necessidade de aprender e dominar o sistema de convenções dos desenhos com os quais convive em sua cultura ou tem contato;

- . acomodação de seus modelos a modelos presentes no meio, pede ajuda aos amigos para desenhar com perspectiva e para colocar luz e sombra nos desenhos, costuma olhar, tentar fazer e mesmo, decalcar.

4 – Desenho de Proposição -

- . consciência do desenho como forma individualizada com a marca do estilo do artista;

- . presentes a questão do sentimento, desejo e estado de espírito do desenhista;

- . as formas abstratas não têm mais de estar associadas com significados;

- . reconhecimento do rabisco como tal e que pode estar presente no desenho do adulto, intencionalmente;

- . pode operar com o sistema de desenho e o de escrita ao mesmo tempo.

É fundamental, portanto, o papel da escola no desenvolvimento das representações mediante o desenho acompanhado do desenvolvimento artístico dos indivíduos, pois:

Quando a escola trabalha dissociadamente os desenhos que os alunos produzem e os produzidos no meio sócio-cultural, ou quando a criança não tem oportunidade de refletir sobre

isso no seu cotidiano, através de interação com informantes e informações do meio, seu fazer artístico fica alienado da produção cultural, o que acaba por empobrecer o desenvolvimento dos indivíduos. Ver e analisar a multiplicidade, realizar o transporte para a atualidade de cada criança e fazer muitos desenhos parecem ser a forma mais eficiente de garantir à criança o pleno desenvolvimento de seu potencial artístico, até que possa criar suas próprias proposições. (IAVALBERG: 1995, p.15)

V - METODOLOGIA

A pesquisa apresenta um caráter qualitativo, caracterizando-se por um estudo descritivo exploratório, com o objetivo de explicitar, conhecer e analisar as produções gráficas de crianças entre 6 a 8 anos, acerca dos aspectos cognitivos das primeiras noções topológicas do campo matemático e a representação gráfica infantil do espaço.

1 – PARTICIPANTES

A investigação foi realizada na Escola Municipal Michel Khury – Ensino Fundamental, da Rede Municipal de Ensino de Curitiba, situada no Núcleo Regional de Educação do Cajuru. Esta foi escolhida por permitir livremente o acesso e coleta de dados, para que o estudo assim se efetivasse.

Os participantes desta pesquisa foram 35 crianças em idade escolar, pertencentes a 1ª. etapa do Ciclo I, ou seja, a 1ª e 2ª série do Ensino Fundamental. Estes foram selecionados de maneira aleatória em 2004, após aplicação de estudo piloto realizado no primeiro semestre de 2003.

O quadro I expõe em anos e meses a faixa etária dos participantes da pesquisa.

2 – PROCEDIMENTOS DE COLETA E DE REGISTRO DE DADOS

Os procedimentos de coleta de dados tiveram como suporte teórico o método clínico-crítico de Jean Piaget.

Os procedimentos de coleta de dados ocorreram em quatro sessões com tarefas distintas em cada uma, em dias alternados. Cada tarefa foi aplicada coletivamente em sala de aula, mas cada participante realizou-a individualmente. Estava presente em sala de aula, além dos participantes e da pesquisadora, a professora regente da turma.

O presente estudo foi realizado durante o período de três meses, no segundo semestre de 2003, onde foram realizados dois encontros semanais em sala de aula, totalizando assim, vinte e cinco sessões de investigação.

Todos os dados foram transcritos em protocolos, mediante a descrição o mais exata possível das ocorrências de cada aplicação, com gestos, verbalizações e produções gráficas de cada participante. O registro dos dados obtidos foi feito por câmera digital.

3 - DESCRIÇÃO DOS PROCEDIMENTOS DAS SESSÕES

Primeira sessão:

A pesquisadora entregou aos participantes massa de modelar de várias cores e pediu-lhes que produzissem figuras geométricas planas: triângulo,

retângulo, quadrado e círculo. Os participantes foram convidados a colocá-los sobre o papel e após desenhá-los ao lado.

Para esta sessão, foram disponibilizados, papel sulfite branco, papel quadriculado, canetas hidrocor, lápis de cor e massa de modelar de várias cores. Nesta sessão foi trabalhado o plano bidimensional.

Segunda sessão:

Os participantes receberam individualmente caixas de palitos de fósforo e foram convidados a realizar as seguintes tarefas:

- com quatro palitos formar um quadrado;
- com oito palitos formar um quadrado ou um retângulo;
- com três palitos formar um triângulo;
- com cinco palitos dois triângulos;
- com seis palitos um retângulo.

Após foram convidados a montar com seis palitos de churrasco uma pirâmide, passando do espaço bidimensional para o tridimensional.

Para esta sessão, foram disponibilizadas caixas de palitos de fósforo, pacotes de palitos de churrasco e massa de modelar.

Posteriormente, os participantes foram convidados a desenhar as pirâmides construídas. Para esta sub-sessão/sub-atividade, foram disponibilizados papel sulfite branco, canetas hidrocor e lápis de cor.

Terceira sessão:

Os participantes foram encaminhados ao laboratório de informática da escola e foram convidados pela pesquisadora a, utilizando a linguagem LOGO, desenharem uma pirâmide. A linguagem LOGO escolhida pode oportunizar o trabalho com o plano bidimensional em sua representação gráfica, juntamente com a tridimensionalidade apresentada pelo objeto.

Quarta sessão:

A quarta sessão foi dividida em quatro momentos: 1º. A pesquisadora apresentou aos participantes o livro O Castelo, ilustrado por Claude e Denise Millet; produzido por Gallimard Jeunesse, Claude Delafosse e Claude e Denise Millet, da Editora Melhoramentos, 1992. Neste momento,

1. Houve a leitura apontada do livro (a pesquisadora com o livro em mãos, realiza a leitura em voz alta, apontando cada página);
2. O livro foi entregue aos participantes, para que individualmente, cada um pudesse manuseá-lo e observá-lo;
3. A pesquisadora propôs que cada participante escolhesse uma cena do livro e a reproduzisse individualmente;
4. Os participantes foram solicitados a explicar aos demais colegas seus desenhos, mostrando as figuras geométricas planas presentes e suas relações topológicas.

Para esta sessão, foram disponibilizados papel sulfite branco, papel quadriculado, canetas hidrocor e lápis de cor.

4 – PROCEDIMENTO DE ANÁLISE DOS DADOS

A análise dos dados foi de ordem qualitativa, com interpretações dos conteúdos das verbalizações, gestos e notações de cada sujeito no que concerne a compreensão dos aspectos cognitivos das primeiras noções topológicas e sua representação infantil de espaço.

Levando em consideração a construção do pensamento infantil, de desequilíbrios e constantes buscas de re-equilibrações, a coleta de dados objetivou identificar e categorizar as primeiras noções topológicas e, esta representação no espaço, atribuídas pelos sujeitos em seus desenhos.

A pesquisadora inicialmente transcreveu os dados coletados e analisou o conteúdo de cada sessão, identificando as características das representações de cada sujeito.

VI - RESULTADOS: APRESENTAÇÃO E ANÁLISE

Os resultados deste estudo serão apresentados em blocos, em conformidade com as tarefas propostas em cada sessão. Os desenhos foram selecionados levando-se em conta a faixa etária e os exemplos mais significativos. De cada tarefa serão descritas características das realizações de cada participante.

Os participantes são identificados pelas duas letras iniciais de seus nomes e suas idades, entre parênteses, respeitando a respectiva ordem: anos e meses de vida no início da coleta de dados.

Primeira sessão:

Figura 01 – Je (6;8)

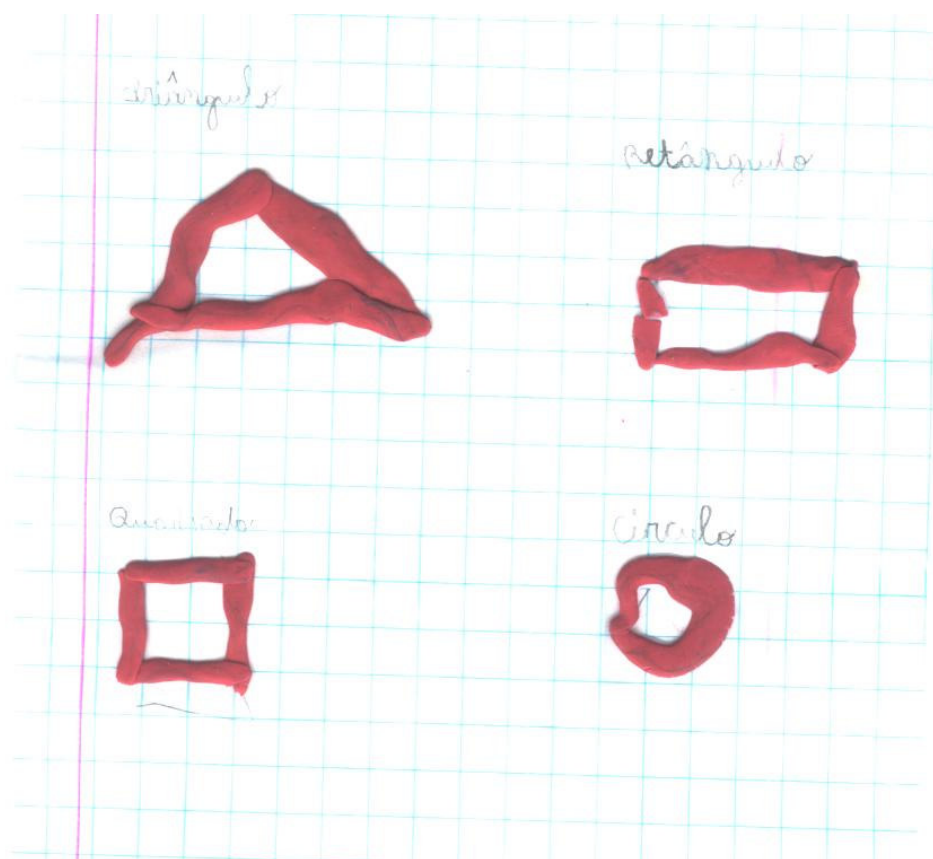
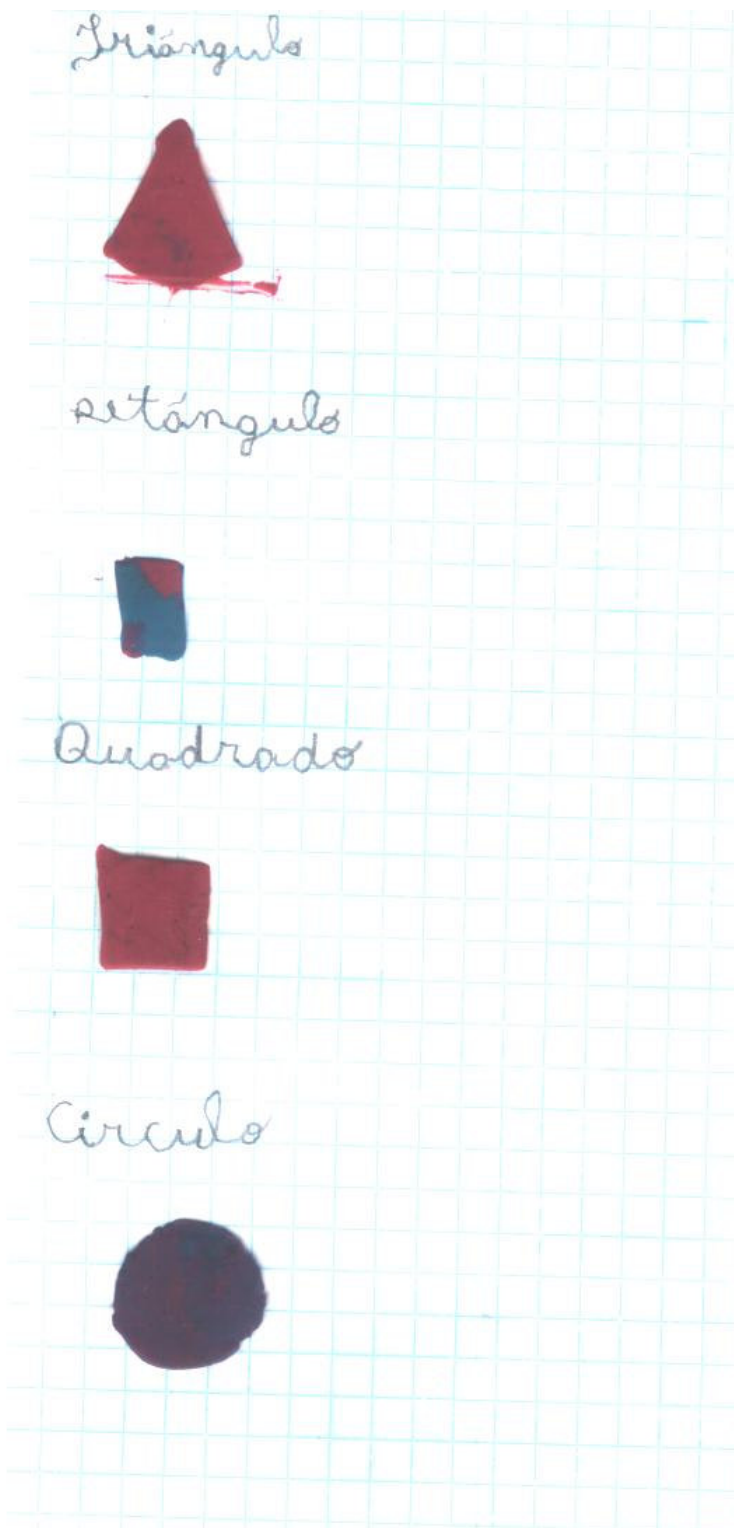


Figura 02 – Em (7;3)



Durante toda a aplicação, tanto *Em*, quanto *Je* mostraram-se extremamente envolvidos com a atividade, sua realização e a conseqüente produção dos desenhos. Cada um apropriou-se do material e realizou a tarefa de forma diferente, retratando duas formas de construção por parte das crianças.

Em (Figura 02) optou por trabalhar a massa de modelar e produzir figuras planas cheias, expondo a face da figura solicitada. Já *Je* (Figura 01) produziu apenas linhas fronteiriças, o traçado das figuras solicitadas.

Pôde-se então observar, que tanto com a massa de modelar, quanto com o desenho (Figura 03), as crianças apontaram a mesma forma, centrando-se na atividade e na intenção de realiza-la com sucesso, com a conotação de aceitação social e entendimento do desenho como representação do anteriormente construído.

Figura 03 – Je (6;8)

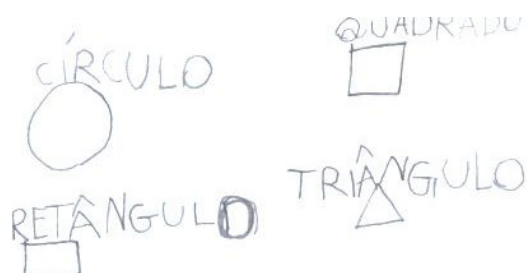


Figura 04 – Em (7;3)



CIRCULO



RETÂNGULO



QUADRADO



TRIÂNGULO

Segunda sessão:

Durante esta aplicação, as crianças passaram por duas situações: a primeira da construção inicial com os palitos de fósforo e churrasco (figuras planificadas e figuras tridimensionais); e segunda onde foram solicitados a representar graficamente o que haviam realizado com os palitos.

Na primeira situação observou-se um certo grau de dificuldade por parte das crianças, principalmente na construção da pirâmide e a passagem da construção de um único triângulo (bidimensional) para a pirâmide (tridimensional). Já na segunda situação, diversos resultados foram observados de idas e vindas de cada criança, com a construção de diversas hipóteses.

Houve neste momento, a intencionalidade de comunicar e representar graficamente um pensamento. Cada criança em sua tentativa, buscou expressar externamente o que na sua percepção imagética estava internalizado, apresentando o aspecto visualizado e as diferentes compreensões de relações entre faces, vértices e lados.

Ni (Figura 05) realizou inicialmente diversas construções, até chegar a construção de uma pirâmide visualizada de cima (Figura 06). Para tanto, *Ni* várias vezes girou sua pirâmide e para desenhá-la colocou-a no chão, explicando que “ *de cima eu vejo melhor, fica mais legal de desenhar...*”

Figura 05 – Ni (7;1)



Figura 06 – Ni (7;1)



Ma também apresentou diversas construções, mas enfatizou o rebatimento das faces de uma pirâmide, inicialmente com o rebatimento de duas faces, posteriormente com o rebatimento de três faces e finalmente com o rebatimento das quatro faces, explicando “*esqueci do lado de baixo, ele fica escondido...*” (Figura 07) Por fim, após rebater todas as faces, apresentou-as planificadas em forma de um triângulo (Figura 08), pintando cada face de uma

cor diferente, (Figura 09), explicando que “ *assim dá pra ver todos os lados, nenhum fica escondido...*” Pode-se observar as diversas hipóteses apresentadas por *Ma*, e as re-equilibrações sucessivas.

Figura 07 – Ma (7; 5)

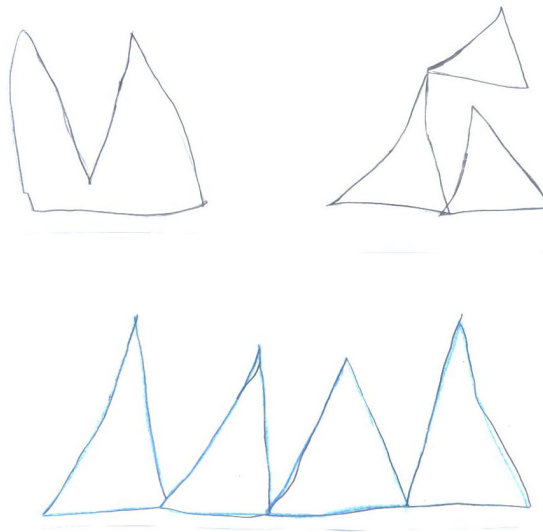


Figura 08 – Ma (7;5)

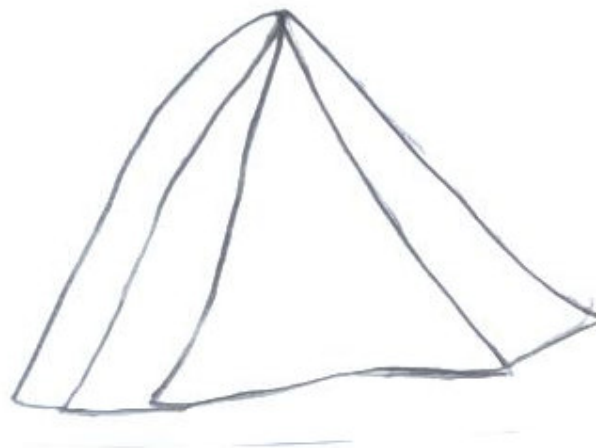
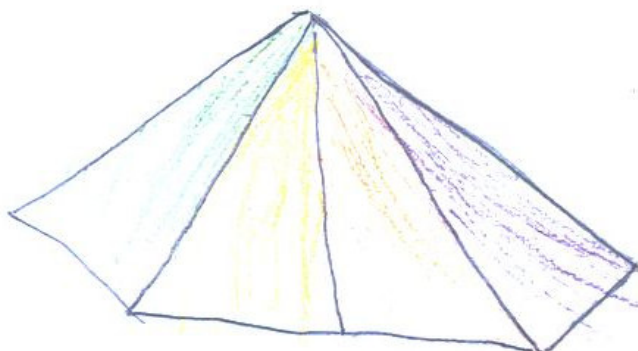


Figura 09 – Ma (7;5)



Já Ga buscou salientar as arestas ou linhas fronteiriças, apresentando dentro de um triângulo uma linha. (Figura 10) Após apresentar algumas tentativas de melhor representar as faces, optou por desenhar um triângulo com moldura, explicando “ *o verde é os lados que você não vê... você só vê o lado da frente, eu pinto bem forte pra mostrar que têm outros, aqui, aqui e aqui* (apontou com o dedo) “ (Figura 11)

Figura 10 – Ga (7;4)

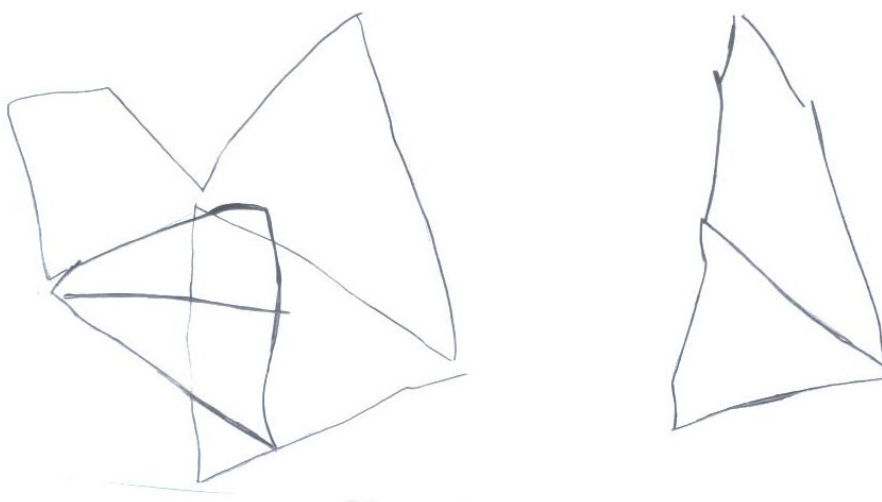


Figura 11 – Ga (7;4)



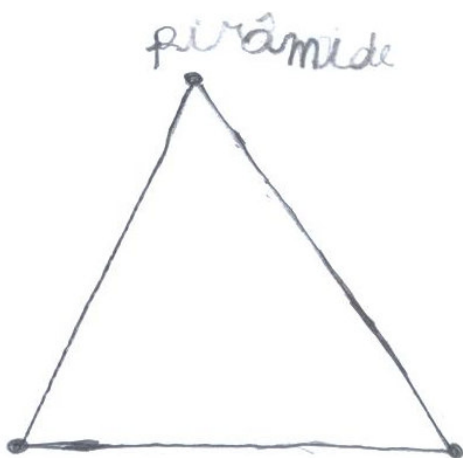
Th apresentou a pirâmide também rebatida, mas representando que as faces estão ligadas pelas arestas, sinalizando que apesar de espalmar a figura, esta representa um todo, explicando “ se eu cortar o triângulo, é só passar cola aqui, aqui e aqui. Fica igual a da profe...” (Figura 12)

Figura 12 – Th (8; 1)



Le ao realizar a tarefa buscou enfatizar os vértices, representando a pirâmide com um triângulo com os três pontos bem definidos. (Figura 13) *Le* ao ser indagado não soube explicar sua representação.

Figura 13 – *Le* (6;9)



EI apresentou a pirâmide observando-a por baixo. Para tanto, realizou dois desenhos, o primeiro somente com o grafite (Figura 14), e o segundo com o fundo pintado de cor diferente (marrom) das demais faces (azul). (Figura 15)

Figura 14 – *EI* (6;11)

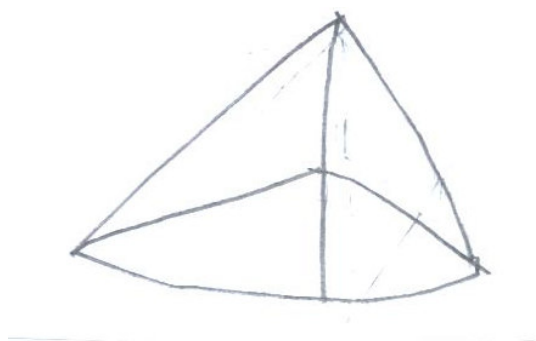
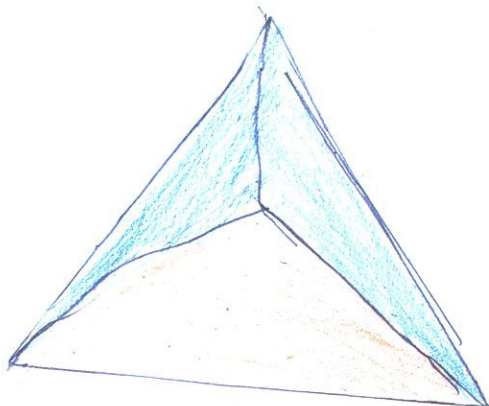


Figura 15 – El (6; 11)



Gu ao realizar ao desenhar a pirâmide, desenhou-a na perspectiva lateral, excluindo o fundo (*Gu* utiliza a linha demarcatória da própria folha para representar uma das arestas, o que na figura desenhada aparece como a inexistência da mesma), explicando “*não dá pra ver esta linhazinha, só as que ficam de frente...*” (Figura 16)

Figura 16 – Gu (6; 4)

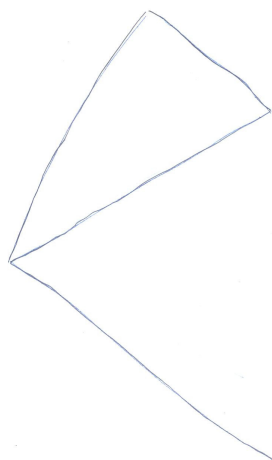
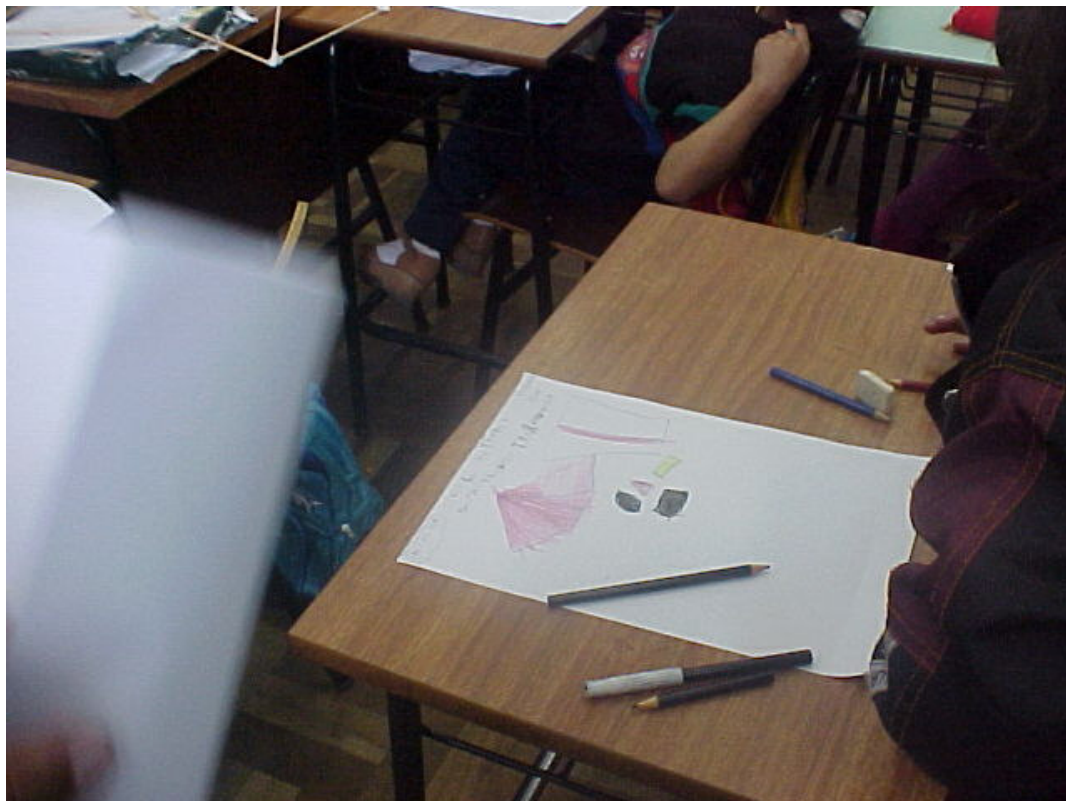


Figura 17 – Foto das crianças realizando a segunda sessão.



Terceira sessão:

Dos sujeitos observados neste procedimento, pôde-se observar a semelhança dos resultados apontados com os desenhos e com a utilização do programa LOGO. Há situações de rebatimento de três faces (excluindo o fundo – Figura 18); a tentativa de representar o fundo em perspectiva (com a intenção de profundidade – Figura 19); a representação da pirâmide como um triângulo (expressando apenas uma das faces – Figura 20); o desenho das arestas (com o desenho das linhas fronteiriças – Figura 21); o triângulo sem a aresta do fundo (utilizando a linha da tela como aresta – Figura 22); e a pirâmide observada de baixo para cima (Figura 23).

Figura 18 - Ma (7;5)

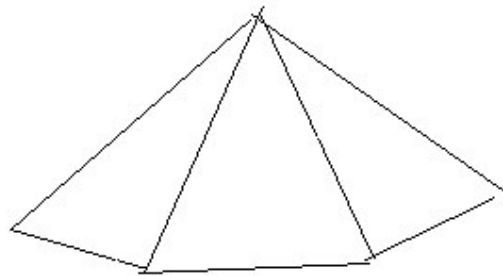


Figura 19 – Ga (7;4)

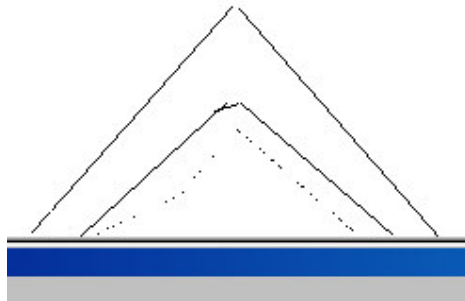


Figura 20 e 21 - Th (8;1)

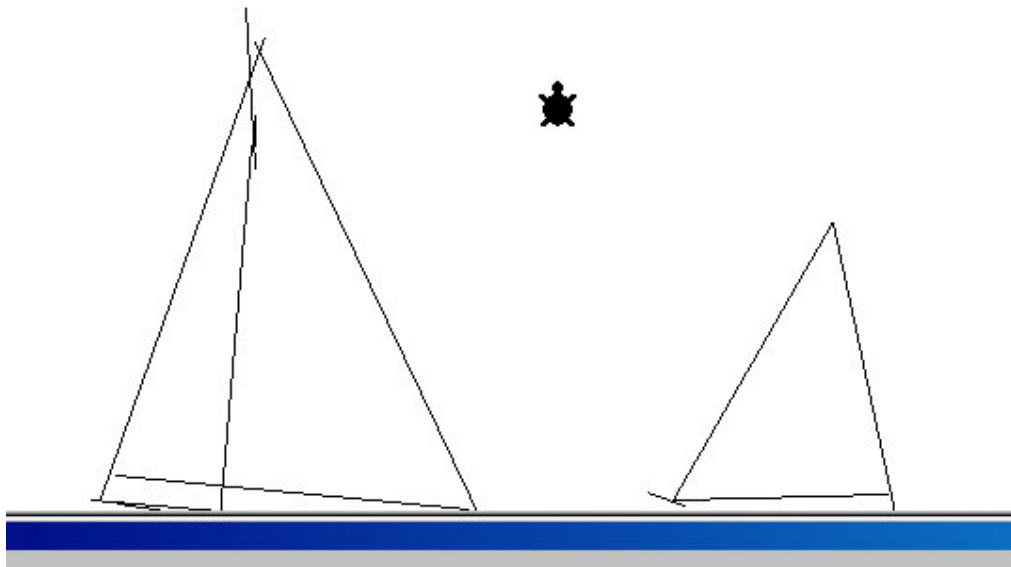


Figura 22 – Gu (6;4)

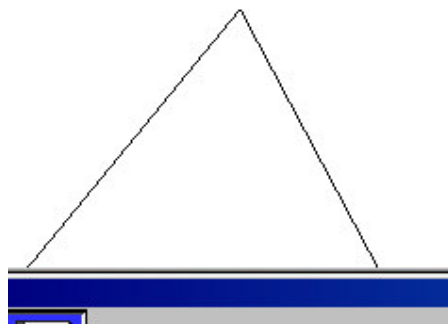


Figura 23 - E1 (6;11)

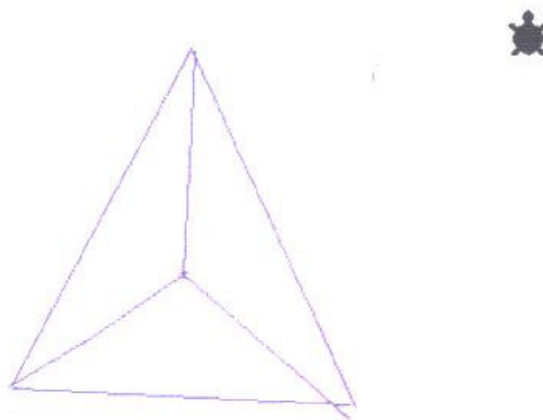


Figura 24 – Fotos das crianças realizando a terceira sessão.





Quarta sessão:

Nesta tarefa, as crianças foram incentivadas a expressar através do desenho, a representação de figuras escolhidas individualmente do livro infantil em análise (em anexo reprodução das páginas do livro escolhidas pelos participantes). Este livro foi escolhido por apresentar uma gama enorme de relações geométricas, entre elas, as noções topológicas. Ao serem solicitados a explicar seus desenhos, os participantes mostraram-se muito animados e claramente identificando através de seus discursos as relações que estavam estabelecendo através destes desenhos e seus significados. Observou-se que esta sessão oportunizou a passagem da ação para a representação mediante as várias possibilidades.

Figura 25 – Ma (7;5) – Ma relatou “ *este é um castelo, dentro e fora tem um portão, tem torres e cada tem uma forma diferente, triângulo, retângulo, quadrado, tem todos os lados.*”

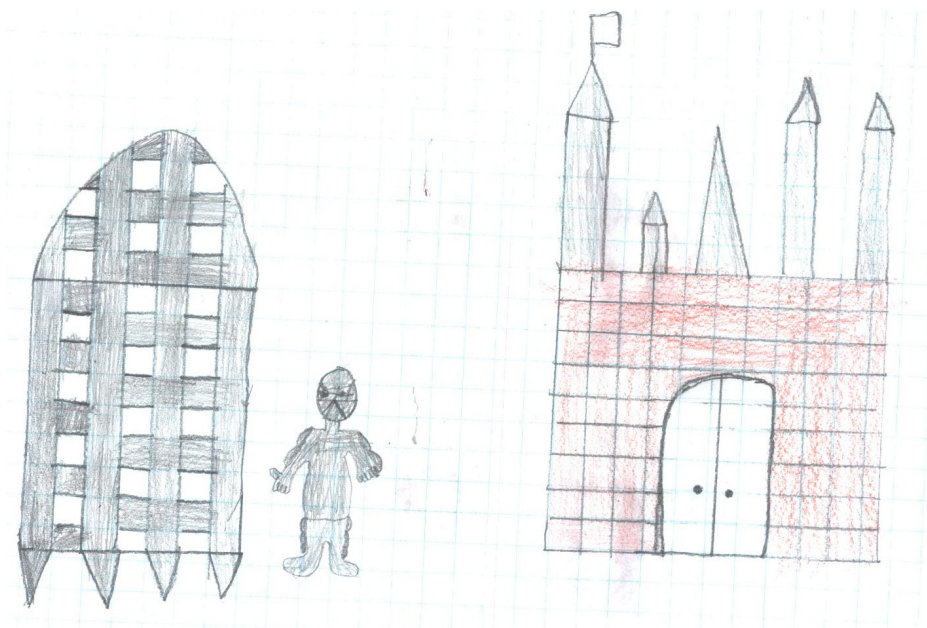


Figura 26 - Em (7;3) – Em relatou “ o castelo tem muitas torres, muito quadradinhos em cada torre, parece uma casa da bruxa encantada, quadrado grande da torre e quadrado pequeno da escada, portão da torre aberto e portão da torre fechado.”

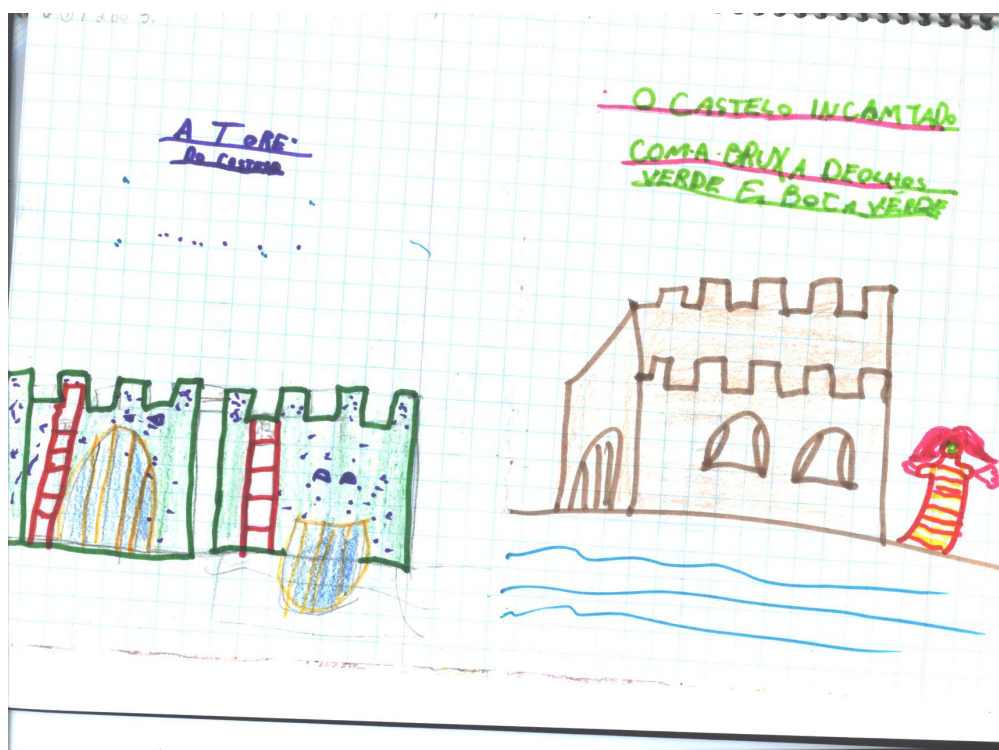


Figura 27 - Ni (7;1) – Ni relatou “desenhei o quarto por causa que tinha muitas gavetas de armário, todas juntas, e retanguladas.”

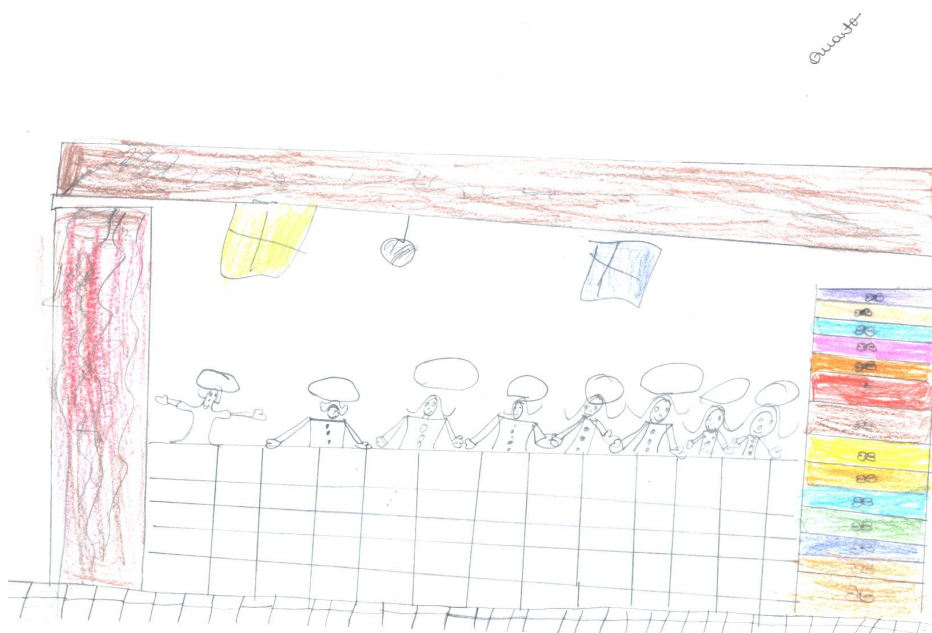
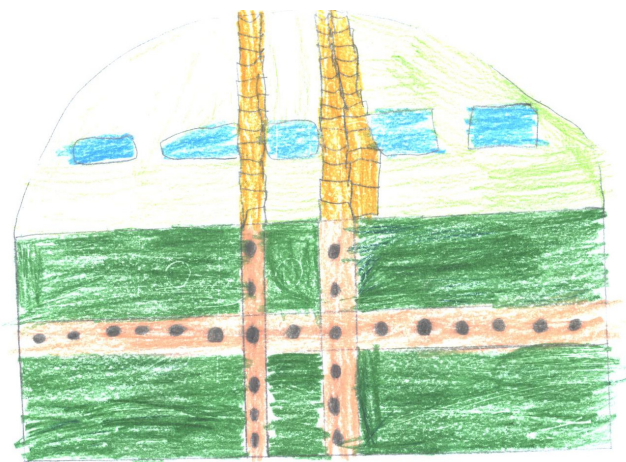


Figura 28 - Le (6;9) – Le relata “o baú é muito difícil, tem um pouco de cada, grande pequeno, redondo, quadrado, retângulo, só não tem igual a pirâmide, mas o resto tem.”



É significativamente relevante o salto qualitativo no que se refere ao envolvimento dos sujeitos com as tarefas realizadas, percebendo as dificuldades que as crianças apresentam na construção das noções topológicas, que através da representação gráfica/desenho se torna mais clara e processual.

Ao meu ver, todas as tarefas apresentaram uma significativa importância, pois descreveram a construção do conhecimento e os constantes desequilíbrios cognitivos de cada criança. Todas as tarefas foram interligadas e formaram uma espiral de construção cognitiva. Assim, as tarefas apresentaram idas e vindas do bi ou tridimensional, e vice-versa, oportunizando as crianças a representação de diferentes momentos e de diferentes construções.

VI – DISCUSSÃO E CONSIDERAÇÕES FINAIS

Buscando responder às questões elencadas nesta investigação, verificou-se no estudo relatado que as crianças expressam através dos desenhos a construção simbólica relativa às noções topológicas originária dos sentidos e sua percepção até sua ação, com significados e significantes.

As crianças, nas situações de aplicação, revelaram a construção e a compreensão das noções topológicas, em que através do desenho pode-se observar que as mesmas realizaram diversas tentativas/hipóteses na busca de coordenar sua imagem internalizada com as representações das ações.

Houve uma verdadeira reconstrução dos conhecimentos adquiridos em um domínio, em novos conhecimentos, com a coordenação entre esquemas: são desequilíbrios momentâneos que são originários de conflitos, erros e contradições cognitivas.

Houve participantes nos quais os conflitos atuaram de forma significativa e resultaram na busca de soluções de aprendizagem, como também houve participantes que não ultrapassaram o modelo. Segundo Inhelder, Sinclair e Bovet (1975, p.163), “os sujeitos que não apontam conflitos, progredem menos do que aqueles que tomam consciência das contradições e buscam soluções superativas e a construção de novos esquemas.”

Em vários momentos, pode-se observar a deformação do objeto real nos rebatimentos (figura 12; figura 18), ou nas representações só de faces

(figura 20; figura 11) ou só de arestas (figura 10; figura 21), ou enfatizando vértices (figura 13), entre outros. Houve também a representação das linhas fronteiriças e a construção das noções de vizinhança e separação (determinando as fronteiras de cada elemento – figura 10), noções estas primitivas e gerais, que são anteriores a qualquer construção lógica do espaço.

Segundo Piaget (1978) é através da prática sensório-motora e concomitante atividade perceptiva, que há a construção nos sujeitos dos esquemas de representação gráfica.

A criança ao desenhar, já dispõe de uma representação do objeto e de relações espaciais intrínsecas ao objeto. Assim, a criança é capaz de reconstruir e construir deslocamentos que não tenha visto, isto somente é explicável por combinação mental das representações gráficas que levam à organização da ação. As distorções dos desenhos das crianças mostram que elas ainda não conseguem estabelecer todas as relações espaciais implicadas no objeto.

O ato de desenhar é um processo acomodatório, exatamente porque ao desenhar com distorções, a criança toma consciência dessas distorções e passa a fazer as regulações necessárias para alcançar uma representação o mais fiel possível às relações espaciais inerentes ao objeto representado graficamente, e nesse processo as combinações são imprescindíveis.

Na construção do espaço representativo, as pesquisas psicogenéticas mostram que a criança compreende e utiliza, em primeiro lugar, as propriedades topológicas, com a interação entre os esquemas de assimilação e as propriedades dos objetos.

São as percepções espaciais que sedimentam a construção das relações representativas, trazendo a tona a construção imagética, pois é a partir da atividade perceptiva exercida sobre o objeto a ser percebido que há a representação mental.

Assim, inicialmente há uma topologia perceptiva, de caráter egocêntrico, onde as relações estabelecidas estão intimamente ligadas as atividades do sujeito sobre os objetos percebidos.

A descentração permite ao sujeito perceber o objeto em sua totalidade, mesmo não estando no seu campo de visão. Observa-se este processo em *Ma* e sua explicação nas figuras 07, 08 e 09. Neste caso, ocorreram descentrações parciais as quais conduziram à conquista final da reversibilidade das operações (rever *EI* e suas figuras 14 e 15).

Dá-se lugar aos esboços de representação de um espaço representativo com significantes e significados, com o deslocamento do que é representado, do que se representa, pois, segundo Piaget (In.: Valente: 2001, p. 52):

[...] a significação representativa marca uma diferenciação clara entre os significantes, que consistem em signos (linguagem verbal ou matemática, etc..) ou em símbolos (imagens

imitativas, desenhos, etc..) e os significados (constituídos, no caso da representação espacial, pelas transformações do espaço ou pelos estados espaciais). O problema da passagem da percepção à representação espacial é, portanto, dupla e apóia-se simultaneamente no significante e no significado, isto é, na imagem e no pensamento. (Piaget e Inhelder: 1993, p. 32)

É assim, que há a separação do aspecto físico/perceptivo do objeto, onde a imagem passa a ser apenas símbolo que representará o objeto ausente. O desenho corresponde a uma abstração imagética reproduzida do objeto no seu aspecto figural e simbólico, a partir das ações exploratórias sensório-motoras.

O desenho então conforme Piaget e Inhelder, é formado pelo conjunto de movimentos, antecipações, reconstituições e comparações peculiares a atividade perceptiva, onde a imitação e o movimento aparecem interligados.

Pode-se concluir, que os sujeitos que mais exploraram os objetos percebidos, organizaram as percepções, e portanto, seus desenhos melhor expressaram as relações topológicas, conforme *Ni* e figuras 05 e 06. Isto porque a criança que mais manipulou foi a que se saiu melhor nos resultados, posto que ela empreendeu uma atividade perceptiva sobre o objeto.

Estão explícitas então as relações topológicas em todas as sessões. Pode-se perceber nitidamente as relações de vizinhança e separação, proximidade, ordem, envolvimento e continuidade. A noção de ordem presente na construção dos objetos que estão em simetria, perpassando a

realização da ordem inversa de visualização do objeto, presente por exemplo na segunda sessão, figuras 07 e 12, e quarta sessão, figura 25 (relação de simetria).

Já a noção de envolvimento ou circunscrição pode ser observada na relação de interioridade e exterioridade de um ponto/vértice, ou um ponto entre dois pontos que formam uma linha, presente por exemplo na segunda sessão, figura 13 e 25. Ficam então explícitas as relações topológicas.

Na esfera pedagógica, é de suma importância salientar, que o aluno que se encontra mais freqüentemente em contato com fatores desequilibradores, consegue melhorar sua atuação. Ou seja, um ambiente pedagógico, onde os professores possibilitem desequilíbrios intelectuais, influi tanto no desempenho cognitivo, como também no funcionamento intelectual dos alunos.

Já levando em conta a Educação Matemática, e a constante interação com outras áreas do conhecimento, tanto a produção gráfica de desenhos, como a epistemologia genética, potencializam que o conhecimento matemático seja adquirido e construído de forma dinâmica, útil e vinculada com a realidade social. Assim, o “alfabetizador matemático” deve levar o aluno a conflitos, dúvidas e dificuldades, levando-o a um caminho de pensar e portanto, um caminho que organiza experiências.

Finalizando estas reflexões, gostaria de expressar que esta investigação apresenta um mundo topológico através de uma rica

representação: a do desenho, revela a importância de um trabalho diferenciado e comprometido dentro do contexto escolar e de uma prática pedagógica de construção do conhecimento, de uma educação matemática rica e integrada a outras áreas do conhecimento, e deixa como alavanca para o futuro a contínua pesquisa da gênese da topologia, ou de sua inter-relação com o mundo da arte. Um longo caminho ainda a ser percorrido.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFIAS

ALMEIDA, Célia M. C. **A Representação de espaço e tempo no desenho da criança**. Pro-Posição/ Unicamp, março 1990, Campinas, p.39-52.

BARALDI, Ivete Maria. **Matemática na escola: que ciência é esta?** Bauru: EDUSC, 1999.

BARBOSA, Denis. **O ensino de Matemática no 1º e 2º graus: o quadro institucional e a relação professor – aluno em sala de aula**. São Paulo, 1992. Tese (Doutorado em educação): PUC/SP.

BEE, Helen. **A criança em desenvolvimento**. São Paulo: Editora HARBRA, 1986.

BEST, David. **A racionalidade do sentimento: o papel das artes na educação**. Lisboa: Edições ASA, 1996.

BRASÍLIA. BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental . **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997

CALAZANS, Angela Maria. **A matemática na alfabetização**. São Paulo: KUARUP, 1993.

CANEVACCI, Massimo. **Sincretismo**: uma exploração das hibridações culturais. São Paulo: Studio Nobel – Instituto Cultural Ítalo Brasileiro – *Istituto Italiano di Cultura*, 1996.

COLL, César; TEBEROSKY, Ana. **Aprendendo Arte**: conteúdos essenciais para o ensino fundamental. São Paulo: Ática, 2002.

CURITIBA. Secretaria Municipal da Educação. **Currículo Básico do Departamento de Ensino da Secretaria Municipal da Educação da Prefeitura Municipal de Curitiba**. CURITIBA, SMED: 1991

DERDYK, Edith. **Formas de pensar o desenho**. São Paulo: Scipione, 1994.

DIENES, Z.; GOLDING, E.W. **Exploração do espaço e prática da mediação**. São Paulo: Herder, Coleção Os primeiros passos em matemática, 1969.

DUVAL, Raymond. **Registres de representation sémiotique et fonctionnements cognitif de la pensée.** In.: Annales de didactique et sciences cognitives, vol.5. IREM – ULP, Strasbourg, 1993, p. 02-65.

FAINGUERLERNT, Estela Kaufman. **Educação matemática:** representação e construção em geometria. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 1999.

FRAGA, Maria Lúcia. **A matemática na escola primária:** uma observação do cotidiano. São Paulo: EPU, 1988. (coleção temas básicos de educação e ensino).

GARNICA, Antonio Vicente Marafioti. **Filosofia da educação matemática:** algumas ressignificações e uma proposta de pesquisa. In.: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani (org.) São Paulo: Editora UNESP, 1999, p. 59-74.

GOLBERT, Clarissa . **Novos rumos na aprendizagem da matemática.** Porto Alegre: Medicação Editora, 2002.

GOMES, Luiz Vidal Negreiros. **Desenhando um panorama dos sistemas gráficos.** Santa Maria: Editora UFSM, 1998.

HERSHKOWITZ, Rina; BRUCKHEIMER, Maxim; VINNER, Shlomo. In.:
LINDQUIST, Mary M.; SHULTE, Albert P. (orgs.) **Aprendendo e
ensinando geometria**. São Paulo: atual, 1994.

INHELDER, I ; BOVET, M.; SINCLAIR, H. **Aprendizagem e estruturas do
conhecimento**. Tradução: M. A R. Cintra e M. Y. R. Cintra. São Paulo:
Saraiva, 1975.

KASNER, Edward; NEWMAN, James. **Geometria elástica**. In.: Matemática e
imaginação. São Paulo: Zahar Editores, 1968.

KOBAYASHI, Maria do Carmo Monteiro. **A construção da geometria pela
criança**. Bauru: EDUSC, 2001.

KLUTH, Verilda Speridião. **Conhecimento geométrico** – uma rede corpórea.
In.: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani (org.) Brasília: Plano Editora,
2003, p. 107-119.

KOTLER, Clara. **Criatividade e conhecimento**. Curitiba: Aos Quatro Ventos,
1998.

LAKATOS, Imre. **Provas e refutações-** a lógica do conhecimento matemático. Rio de Janeiro: Zahar Editora, 1978.

LUQUET, G. H. **O desenho infantil.** Barcelos (Portugal): Minho, 1969.

MÉREDIEU, Florence. **O desenho infantil.** Rio de Janeiro: Cultrix, 1979.

PALACIOS, Jésus; LUQUE, Alfonso. **Inteligência sensório- motora.** In.: Desenvolvimento psicológico e educação II. Porto Alegre: Artes Médicas, 1994.

PERONDI, José Dario; TRONCA, Dinorah Sanvitto; TRONCA, Flávia Zambon. **Processo de alfabetização e desenvolvimento do grafismo infantil.** Caxias do Sul: EDUCS, 2001.

PIAGET, J. **A formação do símbolo na criança:** imitação, jogo e sonho – imagem e representação. Tradução Álvaro Cabral e Christiano Monteiro Oiticica. Rio de Janeiro: Guanabara Koogan, 1978.

-----; INHELDER, B. **A representação do espaço na criança.** Tradução Bernardina M. de Albuquerque. Rio de Janeiro: C. Oiticica, 1978.

- . SZEMINSKA, A **A gênese do número na criança.** Tradução Christiano Monteiro Oiticica. Rio de Janeiro: Zahar, 1971.
- . INHELDER, B. **A psicologia da criança.** Tradução Octavio Mendes Cajado. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 1995.
- . INHELDER, B. **A imagem mental na criança.** Tradução Antônio Couto Soares. Porto (Portugal): Civilização, 1977.
- . INHELDER, B.; SZEMINSKA, A **A geometria espontânea da criança.** Rio de Janeiro: Record, 1958.
- PILLAR, Analice Dutra. **Desenho & escrita como sistemas de representação.** Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.
- SMOLE, Kátia Cristina S. **A matemática na educação infantil:** a teoria das inteligências múltiplas na prática escolar. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.
- . ; DINIZ, Maria Ignez; CÂNDIDO, Patrícia (org.) **A coleção matemática de 0 a 6.** Porto Alegre: Artmed, 2003.

TUCKER, Albert W.; BAILEY, Herbert S. In.: **Topologia**. Jan., 1950, p. 11-18.

VALENTE, Tamara da Silveira. **Desenho figurativo**: uma representação possível do espaço (aspectos cognitivos do desenho figurativo de crianças de 4 a 10 anos). Tese (doutorado) – Universidade Estadual de Campinas. Campinas, 2001.

ANEXOS

- I. Tabela de faixa etária dos participantes
- II. Tabela de figuras
- III. Cópias reprográficas das figuras utilizadas do livro O Castelo, ilustrado por Claude e Denise Millet: produzido por Gallimard Jeunesse, Claude Delafosse e Claude e Denise Millet, da Editora Melhoramentos, 1992.
- IV. Autorizações de uso de imagem/fotos/desenhos

Anexo I

Tabela de faixa etária dos participantes

Je (6;8)

Em (7;3)

Ni (7;1)

Ma (7;5)

Ga (7;4)

Th (8;1)

Le (6;9)

EI (6; 11)

Gu (6;4)

Anexo II

Tabela de figuras

- ✓ Figura 01 – Je (6;8) pg. 56
- ✓ Figura 02 – Em (7;3) pg. 57
- ✓ Figura 03 – Je (6;8) pg. 58
- ✓ Figura 04 – Em (7;3) pg. 59
- ✓ Figura 05 – Ni (7;1) pg. 61
- ✓ Figura 06 – Ni (7;1) pg. 61
- ✓ Figura 07 – Ma (7;5) pg. 62
- ✓ Figura 08 – Ma (7;5) pg. 62
- ✓ Figura 09 – Ma (7;5) pg. 63
- ✓ Figura 10 – Ga (7;4) pg. 63
- ✓ Figura 11 – Ga (7;4) pg. 64
- ✓ Figura 12 – Th (8;1) pg. 64
- ✓ Figura 13 – Le (6;9) pg. 65
- ✓ Figura 14 – El (6;11) pg. 65
- ✓ Figura 15 – El (6;11) pg. 66
- ✓ Figura 16 – Gu (6;4) pg. 66
- ✓ Figura 17 – Foto sessão I pg. 67
- ✓ Figura 18 – Ma (7;5) pg. 68
- ✓ Figura 19 – Ga (7;4) pg. 69

- ✓ Figura 20 – Th (8;1) pg. 69
- ✓ Figura 21 – Th (8;1) pg. 69
- ✓ Figura 22 – Gu (6;4) pg. 69
- ✓ Figura 23 – El (6;11) pg. 70
- ✓ Figura 24 – Fotos sessão 3 pg. 70 e 71
- ✓ Figura 25 – Ma (7;5) pg. 72
- ✓ Figura 26 – Em (7;3) pg. 73
- ✓ Figura 27 – Ni (7;1) pg. 74
- ✓ Figura 28 – Le (6;9) pg. 74

Anexo III

Cópias reprográficas das figuras utilizadas do livro O Castelo, ilustrado por Claude e Denise Millet: produzido por Gallimard Jeunesse, Claude Delafosse e Claude e Denise Millet, da Editora Melhoramentos, 1992.

Anexo IV

Autorizações de uso de imagem/fotos/desenhos