

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

GIOVANI MARCEL TEIXEIRA

APLICAÇÃO DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS
FRACIONÁRIAS AO CONTROLE DE COLUNAS DE
ABSORÇÃO

Curitiba
2010

GIOVANI MARCEL TEIXEIRA

APLICAÇÃO DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS
FRACIONÁRIAS AO CONTROLE DE COLUNAS DE
ABSORÇÃO

Dissertação apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Engenharia Química, Área de Concentração em Modelagem, Simulação, Otimização e Controle de Processos, Departamento de Engenharia Química, Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná, como parte das exigências para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Química

Orientador: Prof. Dr. Marcelo Kaminski Lenzi

Curitiba
2010



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química - PPGEQ
Setor de Tecnologia

ATA DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO

Aos vinte e seis dias do mês de março de 2010, na Sala de Aula do PPGEQ/UFPR na Usina Piloto A, no Centro Politécnico – UFPR, foi instalada pelo Prof. Dr. Luiz Fernando de Lima Luz Júnior, coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química, a Banca Examinadora para a décima defesa de dissertação de mestrado na área de concentração: Desenvolvimento de Processos Químicos. Estiveram presentes no ato, professores, alunos e visitantes. A Banca Examinadora, atendendo a determinação do colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química, foi constituída pelos professores doutores: Marcelo Kaminski Lenzi (PPGEQ/UFPR); Fernanda de Castilhos (PPGEQ/UFPR); Emerson Martim (DEQ/PUCPR) às 13:30 horas, a banca iniciou os trabalhos, convidando o candidato **Giovani Marcel Teixeira** a fazer a apresentação da dissertação de mestrado intitulada "*Aplicação de Equações Diferenciais Fracionárias ao Controle de Colunas de Absorção*". Encerrada a apresentação, iniciou-se a fase de arguição pelos membros participantes. Tendo em vista a dissertação e a arguição, a banca decidiu pela APROVAÇÃO do candidato. (de acordo com a determinação dos artigos 62 e 63 da resolução 62/03 de 22.07.2003).

Curitiba, 26 de março de 2010.

Prof. Dr. Marcelo Kaminski Lenzi
(PPGEQ/UFPR) - Orientador

Prof. Dr. Emerson Martim
(DEQ/PUCPR) - Membro

Prof. Dr. Fernanda de Castilhos
(PPGEQ/UFPR) - Membro

À Deus

À minha grande família

À todos os meus amigos

E aos diletos professores

Pela confiança, incentivo e paciência, pois sozinho meu caminho não seria o mesmo.

AGRADECIMENTOS

Ao Professor Marcelo Kaminski Lenzi, pela orientação, incentivo, paciência, compreensão e que me possibilitou chegar nesta etapa da minha formação, mostrando ser um grande amigo.

Aos colegas de pós-graduação pela amizade e companheirismo.

Aos meus amigos do CEEP que conviveram comigo durante este tempo nos bons e maus momentos e que me incentivaram para que eu chegasse cada mais longe.

Aos amigos que fiz na COPEL, que conviveram e souberam me ouvir e me colaboraram para meu crescimento.

Aos amigos de um modo geral que confiaram e confiam em mim, para que eu possa ir mais além.

Aos professores e funcionários do departamento de Engenharia Química, pela dedicação, pelo ensino e principalmente pela formação profissional.

Quem tem imaginação, mas não tem cultura, possui
asas, mas não tem pés. (Joseph Joubert)

O que sabemos é uma gota, o que ignoramos, é um
oceano (Isaac Newton)

RESUMO

A engenharia de sistemas e processamento consiste, entre outras atividades, da busca novas técnicas (algoritmos) de controle, visando à operação do processo e de equipamentos de maneira mais eficiente. Estas técnicas buscam anular o efeito de possíveis distúrbios presentes nas variáveis operacionais, para se fazer a transição de estados estacionários, a partir de mudanças de *set-point*, de modo mais seguro e eficiente, satisfazendo ainda a legislação ambiental. Desta forma, novas técnicas de controle com aplicabilidade e resultados promissores para implementação em plantas industriais são extremamente bem vindas.

Neste trabalho, aplicou-se a técnica de identificação e controle fracionário à operação unitária de absorção. A partir de dados experimentais obtidos na literatura procedeu-se a identificação fracionária utilizando considerando a estimação de parâmetros como sendo um problema de otimização determinística não-linear multivariável, estratégia se mostrou mais eficiente, levando à obtenção de coeficiente de correlação de 0,999. Além disso, esta estratégia levou à obtenção de modelos matemáticos que satisfizeram também outros testes estatísticos de qualidade de ajuste.

Em uma segunda etapa do estudo, o modelo fracionário identificado foi utilizado em simulações de controle, considerando cinco tipos de estruturas de controle: *feedback* convencional, *feedback* convencional com compensação de tempo morto, *feedback* cascata, *feedforward* puro, *feedback-feedforward*. Com o modelo fracionário identificado e considerando um controlador *feedback* tipo P, em todas as estruturas foi alcançado o controle servo ou regulatório da composição da corrente da saída de topo da coluna de absorção, considerando como o distúrbio a mudança da vazão da corrente de alimentação de gás para a coluna. Ressalta-se que os valores dos parâmetros foram arbitrariamente escolhidos, indicando uma boa robustez no uso de modelos fracionários. Por fim, deve-se ressaltar a importante flexibilidade introduzida pelas equações diferenciais fracionárias, uma vez que a ordem da equação pode um parâmetro de ajuste, o que pode vir a eliminar efeitos indesejados pela alteração da dinâmica do processo.

Palavras chave: Controle de processos, equações diferenciais fracionárias.

ABSTRACT

Process system engineering seeks, among other issues, for new control algorithms aimed at the ideal operation of both process plant and plant equipments in regulatory control problems by eliminating disturbances and also in servo control problems by performing fast transition between different set-points, in a safe and environmental friendly way. Towards this, any new control algorithm which improves process performance is extremely welcome.

In this work, fractional identification and control theory were applied to the unit operation of absorption. Experimental data reported in the literature were used for fractional identification through by solving a multivariable nonlinear deterministic optimization problem, which was an efficient strategy, leading to models with correlation coefficient of roughly 0.999. This approach also led to models that satisfied different statistical criteria when testing the good-of-fitness.

In the second part of this study, the identified fractional model was used for control simulations, being considered five different control loops: conventional feedback, feedback with dead time compensation, cascade feedback, feedforward, feedback-feedforward. With the identified fractional model, and considering a P type controller, the control systems were able to control the composition of exiting gas stream at the top of the column in both servo and regulatory control, which considered changes in the flow rate of the gas being fed to the column as disturbance. The controller tuning parameters were arbitrarily chosen, indicating a good robustness when using of fractional models. Finally it is worth mentioning the flexibility allowed by the use of fractional transfer functions as the order of the equation becomes a tuning parameter, by a proper choice, undesired effect can be vanished from the system dynamics.

Key words: Process Control; Fractional Differential Equations

LISTA DE FIGURAS

FIGURA II.1 - ILUSTRAÇÃO DOS NÍVEIS HIERÁRQUICOS DE CONTROLE	19
FIGURA II.2 - ESTRUTURA FEEDBACK	23
FIGURA II.3 - ESTRUTURA FEEDBACK COM TÉCNICA DE CONTROLE IMC	23
FIGURA II.4 - ESTRUTURA FEEDFORWARD	23
FIGURA II.5 - INTERPRETAÇÃO GEOMÉTRICA DA DERIVADA DE ORDEM FRACIONÁRIA	27
FIGURA IV.1 – COMPARAÇÃO ENTRE DADOS EXPERIMENTAIS E MODELOS	54
FIGURA IV.2 – DESVIOS DO MODELO INTEIRO E DO MODELO FRACIONÁRIO	54
FIGURA IV.3 – DESVIOS DO MODELO INTEIRO E DO MODELO FRACIONÁRIO	55
FIGURA V.1 – ILUSTRAÇÃO DA MALHA DE CONTROLE FEEDBACK	57
FIGURA V.2 –MALHA DE CONTROLE FEEDBACK IMPLEMENTADA NA TORRE	58
FIGURA V.3 – COMPORTAMENTO DA VARIÁVEL CONTROLADA PARA DIFERENTES KC	61
FIGURA V.4 – COMPORTAMENTO DA VARIÁVEL MANIPULADA PARA DIFERENTES KC	61
FIGURA V.5 – COMPORTAMENTO DA VARIÁVEL CONTROLADA PARA DIFERENTES KC	64
FIGURA V.6 – COMPORTAMENTO DA VARIÁVEL MANIPULADA PARA DIFERENTES KC	64
FIGURA VI.1 – MALHA DE CONTROLE COM PREDITOR DE SMITH	66
FIGURA VI.2 – VARIÁVEL CONTROLADA NA MALHA SERVO COM PREDITOR DE SMITH	70
FIGURA VI.3 – VARIÁVEL CONTROLADA NA MALHA SERVO SEM PREDITOR DE SMITH	70
FIGURA VI.4 – VARIÁVEL MANIPULADA NA MALHA SERVO COM PREDITOR DE SMITH	72
FIGURA VI.5 – VARIÁVEL MANIPULADA NA MALHA SERVO SEM PREDITOR DE SMITH	73
FIGURA VI.6 – VARIÁVEL CONTROLADA NA REGULATÓRIA COM PREDITOR DE SMITH	76
FIGURA VI.7 – VARIÁVEL CONTROLADA NA REGULATÓRIA SEM PREDITOR DE SMITH	76
FIGURA VI.8 – VARIÁVEL MANIPULADA NA REGULATÓRIA COM PREDITOR DE SMITH	78
FIGURA VI.9 – VARIÁVEL MANIPULADA NA REGULATÓRIA SEM PREDITOR DE SMITH	79
FIGURA VII.1 – ILUSTRAÇÃO DA MALHA CASCATA	80
FIGURA VII.2 – MALHA CASCATA APLICADA AO CONTROLE DA COLUNA DE ABSORÇÃO	81
FIGURA VII.3 – VARIÁVEL CONTROLADA NO CONTROLE SERVO EM MALHA CASCATA	84
FIGURA VII.4 – VARIÁVEL MANIPULADA NO CONTROLE SERVO EM MALHA CASCATA	85
FIGURA VIII.1 – ILUSTRAÇÃO DA MALHA FEEDFORWARD	86
FIGURA VIII.2 – MALHA FEEDFORWARD APLICADA À COLUNA DE ABSORÇÃO	87
FIGURA VIII.3 – ILUSTRAÇÃO DA MALHA FEEDBACK-FEEDFORWARD	87
FIGURA VIII.4 – MALHA FEEDBACK-FEEDFORWARD APLICADA À COLUNA DE ABSORÇÃO	88
FIGURA VIII.5 – VARIÁVEL CONTROLADA MALHA FEEDFORWARD PURA $\tau_1=0$ E $\tau_2=0$	91
FIGURA VIII.6 – VARIÁVEL MANIPULADA MALHA FEEDFORWARD PURA $\tau_1=0$ E $\tau_2=0$	91
FIGURA VIII.7 – VARIÁVEL CONTROLADA MALHA FEEDFORWARD PURA $\tau_1=0$ E $\tau_2\neq 0$	95
FIGURA VIII.8 – VARIÁVEL MANIPULADA MALHA FEEDFORWARD PURA $\tau_1=0$ E $\tau_2\neq 0$	95
FIGURA VIII.9 – VARIÁVEL CONTROLADA MALHA FEEDFORWARD PURA $\tau_1\neq 0$ E $\tau_2\neq 0$	99
FIGURA VIII.10 – VARIÁVEL MANIPULADA MALHA FEEDFORWARD PURA $\tau_1\neq 0$ E $\tau_2\neq 0$	99
FIGURA VIII.11 – VARIÁVEL CONTROLADA MALHA FEEDBACK-FEEDFORWARD $\tau_1=0$ E $\tau_2=0$	104
FIGURA VIII.12 – VARIÁVEL MANIPULADA MALHA FEEDBACK-FEEDFORWARD $\tau_1=0$ E $\tau_2=0$	104
FIGURA VIII.13 – VARIÁVEL CONTROLADA MALHA FEEDBACK-FEEDFORWARD $\tau_1=0$ E $\tau_2\neq 0$	108
FIGURA VIII.14 – VARIÁVEL MANIPULADA MALHA FEEDBACK-FEEDFORWARD $\tau_1=0$ E $\tau_2\neq 0$	108
FIGURA VIII.15 – VARIÁVEL CONTROLADA MALHA FEEDBACK-FEEDFORWARD $\tau_1\neq 0$ E $\tau_2\neq 0$	113
FIGURA VIII.16 – VARIÁVEL MANIPULADA MALHA FEEDBACK-FEEDFORWARD $\tau_1\neq 0$ E $\tau_2\neq 0$	113

LISTA DE TABELAS

TABELA III.1 - TRANSFORMADA DE LAPLACE INVERSA PARA CASOS PARTICULARES	42
TABELA III.2 – EQUAÇÕES PARA O CÁLCULO DE R	46
TABELA III.3 – RESPOSTA PARA UM DEGRAU NA VAZÃO DE ÁGUA NA ABSORVEDORA	49
TABELA IV.1 – RESUMO DA ESTIMAÇÃO DE PARÂMETROS	52
TABELA IV.2 – RESULTADOS DO TESTE DE X_{FEED}	53
TABELA VII.1 – VALORES DOS PARÂMETROS DO CONTROLADOR	82
TABELA VIII.1 – PARÂMETROS DO CONTROLADOR FEEDFORWARD PURO, $\tau_1=0$ E $\tau_2 \neq 0$	93
TABELA VIII.2 – PARÂMETROS DO CONTROLADOR FEEDFORWARD PURO $\tau_1 \neq 0$ E $\tau_2 \neq 0$	97
TABELA VIII.3 – PARÂMETROS DO CONTROLADOR FEEDBACK-FEEDFORWARD, $\tau_1=0$ E $\tau_2=0$	102
TABELA VIII.4 – PARÂMETROS DO CONTROLADOR FEEDBACK-FEEDFORWARD, $\tau_1=0$ E $\tau_2 \neq 0$	107
TABELA VIII.5 – PARÂMETROS DO CONTROLADOR FEEDBACK-FEEDFORWARD, $\tau_1 \neq 0$ E $\tau_2 \neq 0$	111

NOMENCLATURA

<u>A</u>	Matriz usada para o cálculo da variância paramétrica
a	Parâmetro do modelo identificado
a	Terminal inferior da derivada fracionária Eq. (II.02)
b	Parâmetro do modelo identificado
$\frac{d^n f(x)}{dx^n}$	Derivada de ordem inteira n de $f(x)$ em relação à x
$e(t)$	Erro na variável controlada
e^x	Função exponencial de x
$E_{\alpha,\beta}^{(k)}$	Derivada de ordem k da função Mittag-Leffler com parâmetros α e β
f	Termo do controlador por modelo interno
$F(s)$	Função f transformada para a variável independente s a partir de uma transformada integral que pode ser a transformada de Laplace
$f(t)$	Função f com variável independente t
$f(x)$	Função f com variável independente x
$f^{(\beta)}(x) = \frac{d^\beta f(x)}{dx^\beta}$	Derivada de ordem fracionária β de $f(x)$ em relação à x
$f^{(k)}(0)$	Derivada de ordem inteira k de $f(t)$ em relação à t e avaliada em $t=0$
$F_{\text{EXPERIMENTAL}}$	Parâmetro F do teste de hipótese de variância obtido a partir das variâncias dos dados experimentais
$F_{\text{TEÓRICO}}$	Parâmetro F do teste de hipótese de variância obtido a partir da distribuição de Fischer
FOBJ	Função Objetivo a ser minimizada na estimação de parâmetros
$G(s)$	Função de transferência
h	Discretização
$j!$	Fatorial de j
K_c	Parâmetro de sintonia do controlador P
K	Ganho estático
$K(s, t)$	Kernel da transformada integral
$\ln(x)$	Logaritmo neperiano de x
n	Ordem de derivada inteira
NE	Número de experimentos
NP	Número de parâmetros
P	Controlador Proporcional
t	Tempo
$t_{\text{CRÍTICO}}$	Parâmetro t do teste de hipótese de média obtido a partir da distribuição t-Student.
$t_{\text{EXPERIMENTAL}}$	Parâmetro t do teste de hipótese de média obtido a partir dos dados experimentais
r	Coeficiente de correlação

r^2	Coeficiente de correlação
$r_{\text{OBS-PRED}}$	Coeficiente de correlação entre o conjunto de dados experimentais e o conjunto de dados preditos.
s	Variável independente no domínio de Laplace
x	Variável independente
$X(s)$	Variável de Entrada do Sistema no domínio de Laplace
$\underline{\underline{X}}$	Matriz Jacobiana
\underline{Y}	Nível de confiança estatístico
\bar{y}_{OBS}	Média do conjunto de dados experimentais
\bar{y}_{PRED}	Média do conjunto de dados preditos
$y(t)$	Função y com variável independente t
$Y(s)$	Variável de Saída do Sistema no domínio de Laplace
$Y_{\text{SET-POINT}}(s)$	Transformada de Laplace da perturbação do <i>set-point</i>

SUBSCRITOS

desvio	Variável na representação desvio
estacionário	Valor da variável no estado estacionário
OBS	Valor experimental ou observado da variável
OBS-P	Valor experimental ou observado da variável no instante P
PRED	Valor da variável predito pelo modelo
PRED-P	Valor da variável predito pelo modelo no instante P

LETRAS GREGAS

α	Ordem de derivada fracionária
β	Ordem de derivada fracionária
λ	Ordem da parte integral do controlador fracionário
μ	Ordem da parte derivativa do controlador fracionário
ϕ	Ordem do controlador por modelo interno
τ	Variável muda de integração
τ	Variável da dinâmica da função de transferência
$\Gamma(x)$	Função gama do argumento x
$\gamma(\beta, k)$	Coeficiente do cálculo para explicação geométrica da derivada fracionária
Ψ	Função usada para o cálculo da derivada da função gama
χ_{RED}^2	Valor de <i>Chi</i> -quadrado reduzido
χ^2	Valor de <i>Chi</i> -quadrado
χ_i^2	Valor de <i>Chi</i> -quadrado calculado com nível de confiança i
δ_i	Desvio padrão do parâmetro i , $i = \{a, b, \alpha\}$

$\delta_{\text{OBS-1}}^2$	Variância individual dos dados experimentais, obtida a partir de réplicas e do erro de escala do instrumento de medida
δ_{RES}^2	Variância da diferença entre valor predito e valor observado
δ_{OBS}^2	Variância do conjunto de dados experimentais
δ_{PRED}^2	Variância do conjunto de dados preditos
$\delta_{\text{OBS-PRED}}^2$	Co-variância do conjunto de dados experimentais e do conjunto de dados preditos

CONJUNTOS NUMÉRICOS

\mathbb{N}	Conjunto de números naturais
\mathbb{R}	Conjunto de números reais
\mathbb{Z}	Conjunto de números inteiros

SUMÁRIO

I – INTRODUÇÃO	16
1 – INTRODUÇÃO	16
2 – OBJETIVOS E ESTRUTURA	17
II – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	19
1 – INTRODUÇÃO	19
2 – CONTROLE DE PROCESSOS EM PLANTAS INDUSTRIAIS	19
2.1 – SISTEMA DE CONTROLE	20
2.1.1 – TÉCNICA DE CONTROLE	20
2.1.2 – Estrutura de controle	22
3 – EQUAÇÕES DIFERENCIAIS DE ORDEM FRACIONÁRIA	24
3.1 – BREVE HISTÓRICO	24
3.2 – DEFINIÇÃO E REPRESENTAÇÃO	24
3.3 – APLICAÇÕES	27
4 – IDENTIFICAÇÃO FRACIONÁRIA DE PROCESSOS	28
5 – CONTROLE FRACIONÁRIO DE PROCESSOS	30
6 – MODELAGEM DE COLUNAS DE ABSORÇÃO	35
7 – CONTROLE DE COLUNAS DE ABSORÇÃO	35
8 – ANÁLISE DA REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	37
III - METODOLOGIA	38
1 – INTRODUÇÃO	38
2 – REPRESENTAÇÃO DE CAPUTO	38
3 – VARIÁVEL TIPO DESVIO	39
4 – TRANSFORMADA DE LAPLACE	40
5 – FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA	41
6 – ESTIMAÇÃO DE PARÂMETROS	43
7 – DIAGNÓSTICO DA ESTIMAÇÃO	45
8 – DADOS EXPERIMENTAIS	48
9 – ESTRUTURAS DE CONTROLE	49
IV. IDENTIFICAÇÃO DO PROCESSO	51
1 – INTRODUÇÃO	51
2 – MODELO DO PROCESSO	52
3 – MODELO DO DISTÚRBO	56
V. CONTROLE <i>FEEDBACK</i> SEM TEMPO MORTO	57

1 – INTRODUÇÃO	57
2 – CONTROLE FEEDBACK	57
2.1 – CONTROLE SERVO	58
2.2 – CONTROLE REGULATÓRIO	62
<u>VI. CONTROLE FEEDBACK COM TEMPO MORTO</u>	66
1 – INTRODUÇÃO	66
2 – CONTROLE FEEDBACK COM TEMPO MORTO	66
2.1 – CONTROLE SERVO	67
2.2 – CONTROLE REGULATÓRIO	74
<u>VII. CONTROLE CASCATA SEM TEMPO MORTO</u>	80
1 – INTRODUÇÃO	80
2 – CONTROLE FEEDBACK COM ESTRUTURA CASCATA	80
2.1 – CONTROLE SERVO	81
<u>VIII. CONTROLE FEEDFORWARD SEM TEMPO MORTO</u>	86
1 – INTRODUÇÃO	86
2 – CONTROLE FEEDFORWARD SEM TEMPO MORTO	86
2.1 – CONTROLE FEEDFORWARD PURO	88
2.1.1 – CENÁRIO 01	90
2.1.2 – CENÁRIO 02	92
2.1.3 – CENÁRIO 03	96
2.1.4 – ANÁLISE DOS TRÊS CENÁRIOS	100
2.2 – CONTROLE FEEDBACK-FEEDFORWARD	101
2.2.1 – CENÁRIO 01	101
2.2.2 – CENÁRIO 02	105
2.2.3 – CENÁRIO 03	109
2.2.4 – ANÁLISE DOS TRÊS CENÁRIOS	114
<u>IX. CONCLUSÕES & SUGESTÕES</u>	115
1 – CONCLUSÕES	115
2 – SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	116
<u>X. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</u>	117

I – INTRODUÇÃO

1 – INTRODUÇÃO

Dentre as operações unitárias, destaca-se a operação de absorção para a limpeza de correntes gasosas. Seu papel importante na retenção de gases tóxicos vem aumentando com o passar do tempo, tendo em vista a crescente busca por eficiência operacional e ambientalmente amigável de plantas industriais, bem como devido ao efeito estufa e aquecimento global.

O desenvolvimento e consolidação de novas tecnologias não é uma tarefa trivial, sendo necessária a tríade tempo-dinheiro-pessoas. Assim, o uso racional e a aplicação de tecnologias que visam aperfeiçoar e melhorar processos químicos tornam-se enormemente atrativas. Desta forma, existem duas grandes linhas de atuação da engenharia química: a primeira foca fundamentalmente o estudo da cinética do processo, por exemplo, a busca por catalisadores mais eficientes, mais seletivos e com maior tempo de vida. A outra linha, um tanto mais ágil, foca a engenharia de processamento, atuando principalmente no sistema de controle e automação do processo.

Com relação à segunda linha de atuação, a engenharia de processamento, o foco recai, entre outras atividades, na busca de novas técnicas (algoritmos) de controle. Espera-se que estas novas técnicas sejam capazes de fazer com que processo e equipamentos operem de maneira mais eficiente, anulando assim o efeito de possíveis distúrbios presentes nas variáveis operacionais. Espera-se, ainda, que estas técnicas façam a transição de estados estacionários a partir de mudanças de *set-point* de modo mais seguro e eficiente, satisfazendo ainda as legislações ambientais vigentes. Em paralelo, para o sucesso da técnica de controle, a disponibilidade de um modelo matemático adequado torna-se uma questão chave, permitindo um maior conhecimento do processo sem a necessidade de realização de experimentos, fazendo interpolações e algumas extrapolações de condições operacionais.

A literatura apresenta diversas técnicas clássicas para o desenvolvimento de modelos matemáticos e para a síntese de controladores. Observa-se, porém, o

surgimento de uma nova tendência, envolvendo a aplicação de um ferramental matemático, baseado no uso de equações diferenciais de ordem fracionária. Entre outras, o poder de generalização de modelos é um considerável atrativo.

2 – OBJETIVOS E ESTRUTURA

Este trabalho apresenta uma proposta alternativa para o controle de colunas de absorção. Baseando-se nas técnicas de controle clássicas, usa-se o ferramental matemático fundamentado em equações diferenciais de ordem fracionária que generalizam as estratégias convencionais de controle. A aplicação desta nova abordagem ao controle de equipamentos permite uma maior flexibilidade e velocidade dos sistemas de controle. Este objetivo básico foi desdobrado nas seguintes etapas:

- estudo de técnicas numéricas e analíticas para a solução de equações diferenciais fracionárias;
- estudo de técnicas de identificação de processos: clássica e fracionária;
- estudo de malhas de controle *feedback* convencional;
- estudo de malhas de controle *feedback* com compensação de tempo morto;
- estudo de malhas de controle *feedback* cascata;
- estudo de malhas de controle *feedforward* puro e *feedback-feedforward*;

Outro grande objetivo deste trabalho é mostrar o comportamento da variável manipulada para cada situação de controle, o que se mostra ser um diferencial em relação a outros trabalhos, possibilitando assim avaliar se fisicamente a resposta apresentada é possível para a operação ou não, contribuindo para melhor elucidar as técnicas de controle propostas.

Quanto à apresentação, este trabalho está dividido em dez capítulos, contando com esta introdução. O Capítulo II é composto de uma revisão bibliográfica sobre equações diferenciais de ordem fracionária, contendo suas aplicações e técnicas de solução. Além disso, é feita uma revisão sobre controle fracionário e aplicações ao controle de colunas de absorção, sendo apresentada ainda uma análise da revisão bibliográfica e as contribuições deste trabalho. No Capítulo III são descritas as metodologias empregadas durante a execução das atividades, focando o estudo de técnicas numéricas e analíticas para a solução de

equações diferenciais fracionárias, identificação de processos, estimação e avaliação de parâmetros. Em seguida no Capítulo IV são apresentados os resultados obtidos relacionados à identificação de processos, enquanto que no Capítulo V são reportados resultados referentes ao estudo de malhas de controle *feedback* convencional. Na seqüência, no Capítulo VI são relatados os resultados obtidos relacionados estudo de malhas de controle *feedback* com compensação de tempo morto. No Capítulo VII e no Capítulo VIII são apresentados resultados referentes aos estudos de malhas de controle *feedback* cascata e *feedforward* puro/*feedback-feedforward*, respectivamente. Finalmente, no Capítulo IX, são citadas as conclusões finais e sugestões para futuros trabalhos e por último, no Capítulo X são listadas as referências bibliográficas utilizadas.

Este trabalho foi desenvolvido no LESF – Laboratório de Engenharia de Sistemas Fracionários – do PPGEQ/UFPR – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química da Universidade Federal do Paraná. Além disso, este trabalho está vinculado à linha de pesquisa de modelagem, simulação, otimização e controle de processos químicos do PPGEQ.

II – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

1 – INTRODUÇÃO

Este capítulo apresenta uma revisão bibliográfica sobre controle de processos na indústria petroquímica e equações diferenciais de ordem fracionária, contendo suas aplicações. Além disso, é feita uma revisão sobre identificação e controle fracionário. Por fim, é apresentada uma análise da revisão bibliográfica, ressaltando as contribuições deste trabalho.

2 – CONTROLE DE PROCESSOS EM PLANTAS INDUSTRIAIS

O controle de processos em uma planta industrial petroquímica pode ser descrito pelos níveis hierárquicos apresentados no fluxograma ilustrado na FIGURA II.1, como apresenta BROSILOW & JOSEPH (2002).

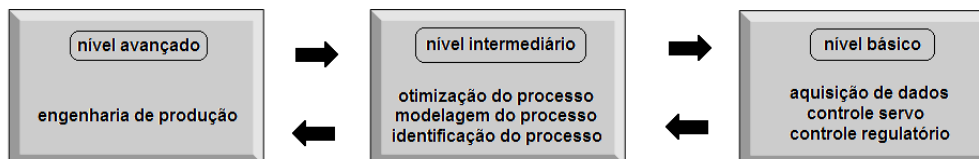


FIGURA II.1 - ILUSTRAÇÃO DOS NÍVEIS HIERÁRQUICOS DE CONTROLE

O nível avançado engloba a produção como um todo. Envolve basicamente o planejamento e escalonamento da produção. Este nível de controle é, em geral, realizado em uma escala de tempo de meses ou dias, ou mesmo anos, uma vez que depende de fatores externos ao processo, como a tendência do mercado consumidor e a situação econômica global (BROSILOW & JOSEPH, 2002). Este nível de controle é conduzido pelo nível gerencial da planta industrial sendo que em alguns casos podem participar membros de conselhos administrativos ou acionistas.

O nível intermediário envolve basicamente a preparação para o nível básico, focando o aprofundamento dos conhecimentos sobre o processo. Nesta etapa são realizados estudos de modelagem, identificação e otimização do processo cuja duração pode variar de semanas a horas, ou mesmo meses,

dependendo da complexidade do sistema em estudo (BROSILOW & JOSEPH, 2002). Esta etapa é conduzida por engenheiros de processamento ou engenheiro de petróleo. O nível básico envolve a instrumentação e controle servo/regulatório. O foco do nível básico são os sensores, atuadores, sintonia de controladores, escolha de técnicas automáticas, como por exemplo, o controlador P (proporcional) ou PI (proporcional-integral) (BROSILOW & JOSEPH, 2002). Esta etapa é feita pelos operadores, bem como engenheiros de controle e instrumentação.

2.1 – Sistema de controle

De acordo com SEBORG *et al.* (2003), um sistema de controle de um dado processo corresponde ao conjunto formado: i) pela técnica (algoritmo) de controle, por exemplo, controlador tipo PI , que é responsável pelas decisões a serem tomadas; ii) pela instrumentação, sensores e atuadores que fazem com que a técnica de controle possa ter acesso às informações do processo (por exemplo, um termopar), bem como atuar sobre o mesmo (por exemplo, uma válvula); iii) pela estrutura (laço ou malha) de controle, que corresponde à forma e às variáveis utilizadas para estruturar o sistema de controle, podendo ser de dois tipos básicos: *feedback* (retroativo) e *feedforward* (antecipativo).

2.1.1 – TÉCNICA DE CONTROLE

Existem diversas técnicas que podem ser usadas em controle de processos, e mais especificamente para o controle de processos petroquímicos. Conforme apresentada por SEBORG (1999), as principais técnicas podem ser agrupadas nas categorias que seguem, sendo que TODAS possuem aplicações na indústria petroquímica, de acordo com as referências citadas pelo autor. Como exemplos típicos podem ser citados o controle de temperatura e composição de reatores, o controle de composição de colunas de separação, entre outros. Convém ressaltar que a escolha da técnica depende de diversos fatores, como a existência e complexidade de um modelo matemático, disponibilidade de equipamentos e dispositivos de instrumentação, precisão necessária, escolha adequada das variáveis controlada e manipulada, e também identificação de distúrbios.

CATEGORIA I: TÉCNICAS CONVENCIONAIS

Esta abordagem é a mais aplicada no âmbito industrial, envolve controladores liga-desliga e controladores da família PID. São caracterizadas por sua simplicidade, facilidade de uso e por utilizar uma representação do processo sob a forma de um modelo linear. As maiores dificuldades ocorrem em processos com alto grau de não-linearidade ou em processos multivariáveis com elevado grau de acoplamento entre as variáveis (SEBORG, 1999).

□ *CATEGORIA II: CONTROLE AVANÇADO – TÉCNICAS CLÁSSICAS*

Técnicas clássicas de controle avançado podem ser vistas com detalhes em SEBORG *et al.* (2003). As principais envolvem o uso de controladores com **ganho escalonado**, ou seja, dependendo do erro no valor da variável que se deseja controlar, usa-se um determinado valor para o ganho do controlador, fazendo com que o ganho seja constante. Em sistemas com tempo morto, o modelo do processo é dividido em duas partes, sendo uma referente ao tempo morto e outra à dinâmica do sistema, caso o tempo morto seja nulo. Assim, o erro que é alimentado ao controlador é baseado no modelo sem tempo morto, ou seja, é feita a **compensação**. Ainda fazem parte desta categoria, **controle seletivo** e **override**.

□ *CATEGORIA III: CONTROLE AVANÇADO – TÉCNICAS AMPLAMENTE USADAS*

Estratégias de controle em malha aberta podem fornecer trajetórias ótimas para temperatura e correntes de alimentação. Entretanto, a otimalidade destas trajetórias está intimamente associada à exatidão do modelo dinâmico, o que faz com que haja uma certa limitação quando distúrbios não medidos estão presentes. O **controle preditivo**, técnica utilizada apenas em malha fechada, visa à corrigir estes erros, atualizando a trajetória a cada instante em que uma nova medida é obtida (CAMACHO & BORDONS, 1999). A filosofia da estratégia de controle estatístico consiste em monitorar a saída do processo constantemente, para que se possa decidir quando tomar ações de controle baseando-se em princípios estatísticos. Dessa forma, devido à presença de imperfeições de medidas, uma intervenção no processo só é feita quando o processo apresenta uma tendência estatisticamente significativa de desvio, e não apenas pelo fato de alguns pontos esparsos não estarem de acordo com os valores pré-especificados (OHSHIMA & TANIGAKI, 2000;

SCHORK *et al.*, 1993). No **controle adaptativo**, há um contínuo ajuste dos parâmetros do controlador através de alguma técnica de estimação, para que este se adapte às novas condições do processo. As limitações estão no fato de ser difícil a identificação de muitos processos e também de esta técnica não apresentar bons resultados para sistemas com elevado grau de não-linearidade (EMBIRUÇU *et al.*, 1996). O **controle por modelo interno** (IMC) apresenta o uso de um modelo perfeito do processo a ser controlado e as ações de controle são baseadas em um sinal formado pela diferença entre a medição da variável controlada e valor desta variável obtido pelo modelo perfeito (GARCIA & MORARI, 1982).

□ **CATEGORIA IV: CONTROLE AVANÇADO – TÉCNICAS COM POUCAS APLICAÇÕES INDUSTRIAIS**

O uso de controle ótimo (SARGENT, 2000) está associado à determinação de perfis ótimos para as variáveis manipuladas de forma a maximizar ou minimizar algum objetivo (HICKS *et al.*, 1969) como, por exemplo, minimizar o tempo de batelada e/ou maximizar a conversão. As dificuldades em sua utilização são provenientes de limitações do sistema. Deve-se garantir que os perfis ótimos satisfaçam as restrições reais de operação de equipamentos de processo (SECCHI *et al.*, 1990). O desempenho desses sistemas está limitado pelo modelo, que deve ser o mais acurado possível. As estratégias de controle não-linear podem estar baseadas na representação do processo através de um modelo não-linear. Dentre as técnicas mais comuns estão o **controle preditivo não-linear** e o **controle globalmente linearizante**, baseado na linearização do sistema através de uma mudança de coordenadas determinada por técnicas de geometria diferencial (ISIDORI, 1995; KANTER *et al.*, 2001). Demais técnicas que se enquadram nesta categoria são as de controle robusto (MORARI & ZAFIRIOU, 1989) e as técnicas baseadas no comportamento humano (CAMPOS & SAITO, 2004) tais como: **controladores com redes neurais, controle fuzzy e sistemas especialistas**.

2.1.2 – Estrutura de controle

O sistema de controle pode ser estruturado de três formas básicas, como apresentado pela FIGURA II. 2, FIGURA II. 3 e FIGURA II. 4. A FIGURA II. 2 apresenta a estrutura *feedback* baseada na retroalimentação. A principal

característica é o fato de que primeiro ocorre o desvio entre *setpoint* e variável controlada para que depois seja tomada a ação de controle para eliminar esta diferença (SEBORG *et al*, 2003). Sua importância está no fato de que a variável controlada é sempre medida. A FIGURA II. ilustra a estrutura utilizada pela técnica de controle por modelo interno (IMC) sendo claramente observado a presença do modelo interno perfeito da planta. Finalmente, a FIGURA II. apresenta a estrutura *feedforward* baseada na antecipação. A principal característica é o fato de que há uma antecipação da ação de controle a partir de alterações na variável distúrbio. A variável controlada não é medida em estruturas *feedforward* puras e assim, deve ser sempre utilizada em conjunto com a estrutura *feedback*, como apresentado na FIGURA II. 4 (SEBORG *et al*, 2003).

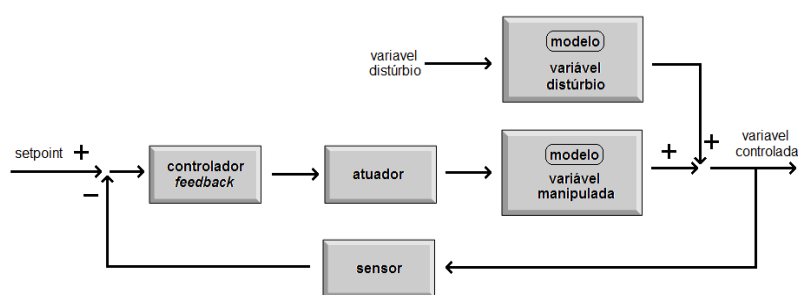


FIGURA II. 2- ESTRUTURA FEEDBACK

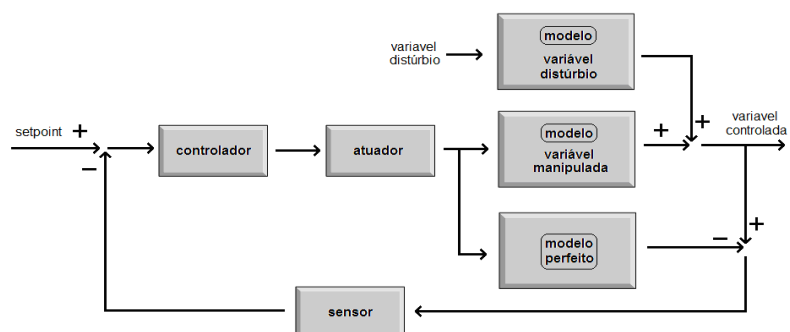


FIGURA II. 3- ESTRUTURA FEEDBACK COM TÉCNICA DE CONTROLE IMC

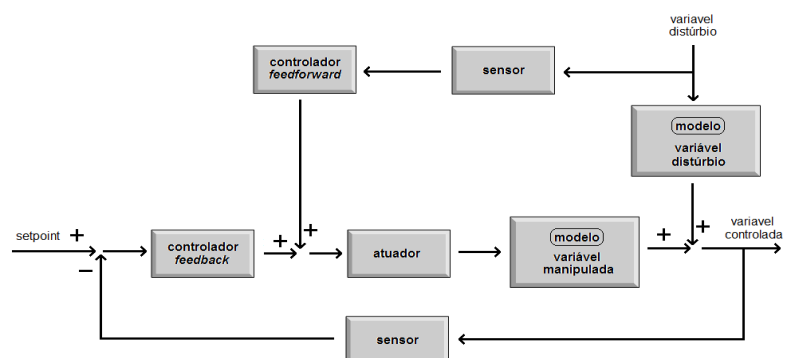


FIGURA II. 4- ESTRUTURA FEEDFORWARD

3 – EQUAÇÕES DIFERENCIAIS DE ORDEM FRACIONÁRIA

3.1 – Breve Histórico

A teoria das derivadas de ordem não-inteira remonta à Leibnitz em 1695 quando, em uma nota enviada a L'Hospital, discutiu o significado da derivada de ordem meia (1/2). Essa nota levou ao surgimento da teoria das derivadas e integrais de ordem arbitrária, que durante três séculos foi tratada como um campo matemático puramente teórico (HILFER, 2000). No final do século XIX esta teoria tomou forma devido aos trabalhos de Liouville, Grünwald, Letnikov e Riemann. Durante o século XX, especialmente a partir da década de 60, apesar de surgirem novas teorias, o foco principal das pesquisas foi a aplicação do ferramental existente às ciências experimentais, visando à descrição matemática de sistemas poliméricos, eletroquímicos, biológicos, bem como a descrição de fenômenos de transporte e o desenvolvimento de técnicas de controle de processos (PODLUBNY, 1999a).

As Equações Diferenciais Fracionárias são um excelente instrumento para a descrição de propriedades de memória e hereditariedade de vários materiais e processos e tal estudo foi desempenhado por DENG (2007), entre outros. Esta é a principal vantagem das derivadas de ordem não-inteira em comparação com as derivadas de ordem inteira, onde tais efeitos são de fato negligenciados. Em seus estudos, DENG (2007) prova que um operador diferencial de ordem inteira é somente um operador local, enquanto um operador fracionário é um operador não-local. A propriedade da não-localidade de um operador consiste do fato de que o próximo estado de um sistema não só depende de seu estado atual, mas também de todos os estados anteriores a partir do estado inicial (DENG, 2007).

3.2 – Definição e Representação

A representação de uma derivada inteira de ordem n , sendo $n \in \mathbb{Z}$, é:

$$f^{(n)}(x) = \frac{d^n f(x)}{dx^n} = \lim_{h \rightarrow \infty} \frac{1}{h^n} \cdot \sum_{r=0}^n (-1)^r \cdot \binom{n}{r} \cdot f(x-r \cdot h), \quad (\text{II.01})$$

$$\text{onde: } \binom{n}{r} = \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot (n-r+1)}{r!}$$

Derivadas de ordem fracionária constituem uma generalização da expressão acima, permitindo que a ordem da derivada, β , seja tal que $\beta \in \mathfrak{R}$ (OLDHAM & SPANIER, 2006). Enquanto derivadas de ordem inteira necessitam de apenas um valor do domínio da função, aquele no qual se deseja o valor da derivada, a representação e o cálculo de derivadas de ordem fracionária necessitam de dois valores. Além do valor no qual se deseja o valor da derivada, um segundo valor representando um valor a qualquer tal que $a < x$ torna-se necessário. Assim, a corresponde a um terminal inferior, definindo o limite do domínio da função ou da derivada (POLDLUBNY, 1999a). Costuma-se representar a derivada de ordem fracionária de ordem β por:

$$f^{(\beta)}(x) = \frac{d^\beta f(x)}{dx^\beta} = {}_a D_x^\beta f(x), \quad (\text{II.02})$$

A forma de cálculo ou de representação de ${}_a D_x^\beta f(x)$ não é única, sendo que cada uma apresenta vantagens e desvantagens, conforme será visto nos próximos capítulos. Abaixo são apresentadas as principais representações utilizadas (HILFER, 2000):

Grünwald-Letnikov

$${}_a D_x^\beta f(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h^\beta} \cdot \sum_{r=0}^n (-1)^r \cdot \binom{\beta}{r} \cdot f(x-r \cdot h) \quad (\text{II.03})$$

Riemann-Liouville

$${}_a D_x^\beta f(x) = \frac{d^{m+1}}{dx^{m+1}} \left[\int_a^x (x-\tau)^{m-\beta} \cdot f(\tau) d\tau \right], \text{ onde: } m \leq \beta \leq m+1; \beta \in \mathfrak{R}; m \in \mathfrak{N} \quad (\text{II.04})$$

Caputo

$${}_a D_x^\beta f(x) = \frac{1}{\Gamma(m-\beta)} \cdot \left[\int_a^x \frac{f^{(m)}(\tau)}{(x-\tau)^{\beta+1-m}} d\tau \right], \text{ onde: } m \leq \beta \leq m+1; \beta \in \mathfrak{R}; m \in \mathfrak{N} \quad (\text{II.05})$$

Hamardad

$${}_a D_x^\beta f(x) = \frac{\beta}{\Gamma(1-\beta)} \cdot \int_0^x \frac{f(x) - f(\tau)}{x \cdot \left(\ln\left(\frac{x}{\tau}\right)\right)^{\beta+1}} d\tau, \quad (II.06)$$

Marchaud

$${}_{-\infty} D_x^\beta f(x) = \frac{\beta}{\Gamma(1-\beta)} \cdot \left[\int_{-\infty}^x \frac{f(x) - f(\tau)}{(x-\tau)^{\beta+1}} d\tau \right] \quad (II.07)$$

Chen

$${}_a D_x^\beta f(x) = \frac{1}{\Gamma(1-\beta)} \cdot \frac{d}{dx} \left[\int_a^x f(\tau) \cdot (x-\tau)^{-\beta} d\tau \right] \quad (II.08)$$

Devido à quantidade e à complexidade de representações, torna-se difícil uma interpretação física para derivadas de ordem fracionária, diferentemente de derivadas de ordem inteira (MACHADO, 2003). Segundo o autor, diversas interpretações plausíveis já foram propostas e reportadas, porém uma alternativa plausível é a explanação a partir de uma abordagem probabilística. Para ilustração, considerou-se a representação de Grünwald-Letnikov indicada a seguir, obtida a partir derivadas retrógradas, extraída de MACHADO (2003).

$$D_x^\beta f(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \left[\frac{1}{h^\beta} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \gamma(\beta, k) \cdot f(x - k \cdot h) \right], \text{ onde:} \quad (II.09)$$

$$\gamma(\beta, k) = (-1)^k \cdot \left[\frac{\Gamma(\beta + 1)}{k! \Gamma(\beta - k + 1)} \right]$$

Assim, observa-se que a derivada fracionária é uma soma ponderada do valor atual da função $f(x)$, obtido para $k=0$ e valores passados de $f(x)$, obtidos para $k>1$, ou seja, $f(x-h)$; $f(x-2 \cdot h)$; ... ; $f(x-n \cdot h)$; Considerando $0 < \beta < 1$, o fator de ponderação de $f(x)$ é sempre igual a 1, e para os demais valores, quanto mais próximos do valor presente, $f(x)$, mais próximo de 1 é o fator de ponderação, como pode ser visto nos pontos indicados na FIGURA II. , que ilustra de forma gráfica o cálculo da derivada fracionária.

Assim, a derivada de ordem fracionária corresponde à inclinação θ do triângulo indicado, sendo um dos vértices o valor presente de $f(x)$ e o outro dado por $E(x)$, situado em $x = h^\beta$, que representa uma média dos valores de

$f(x)$ ponderados, ou seja, o produto $f(x-n\cdot h) \cdot \gamma(\beta, n)$. A base é sempre paralela ao eixo X. Desta forma, quando $\beta = 1$, todos os valores de γ são iguais a zero, e o valor imediatamente antes da informação presente tem valor 1, assim, resulta a clássica fórmula da tangente. Quando $\beta = 0$, todos os valores de γ são iguais a zero, apenas o valor presente é igual a 1, resultando no próprio valor da função. Assim, à medida que $h \rightarrow 0$, tem-se que $\theta \rightarrow D_x^\beta f(x)$.

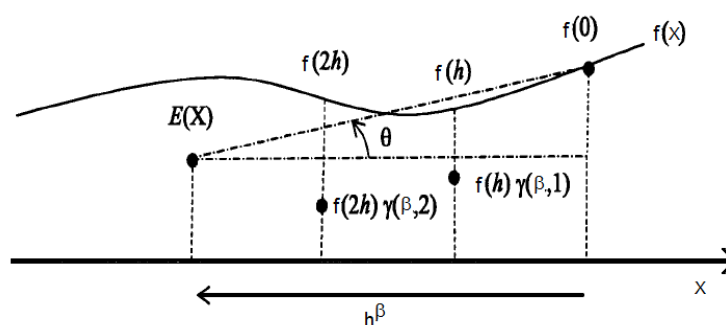


FIGURA II. 5 - INTERPRETAÇÃO GEOMÉTRICA DA DERIVADA DE ORDEM FRACIONÁRIA
 FONTE: MACHADO (2003)

3.3 – Aplicações

O uso de equações diferenciais de ordem fracionária em ciências aplicadas e experimentais teve seu início a partir dos anos 60. O espectro de aplicações tornou-se imenso, a partir do enorme grau de generalização obtido pela flexibilização da ordem da derivada. A seguir, alguns exemplos de aplicações reportadas na literatura.

Uma das principais aplicações de equações diferenciais fracionárias está relacionada à modelagem de processos de difusão (CRANK, 1980) em meios heterogêneos e anisotrópicos (LENZI *et al.*, 2006). São reportadas aplicações relacionadas à modelagem de processos eletroquímicos (OLDHAM, 1976), descrição do comportamento de fluídos visco-elásticos (BAGLEY & TORVIK, 1986), circuitos elétricos (PIVKA & SPANY, 1993), sistemas particulados (KHAN & MORRIS, 2005) e sistemas biológicos (ANASTASIO, 1994). Uma das mais recentes tendências de aplicação de equações diferenciais e objetivo principal deste trabalho é a engenharia de processamento e a engenharia de sistemas, focando a identificação e o controle fracionário de processos (PODLUBNY, 1999b).

4 – IDENTIFICAÇÃO FRACIONÁRIA DE PROCESSOS

A modelagem matemática de processos consiste na obtenção de algum tipo de expressão que seja capaz de descrever, mesmo que de forma aproximada, o seu comportamento dinâmico ou estacionário. Modelos matemáticos podem ser obtidos a partir de duas abordagens básicas ao problema. A primeira abordagem consiste na formulação de balanços de massa, energia e quantidade de movimento, levando à derivação de modelos fundamentais ou baseados nos princípios fundamentais. Outra abordagem consiste no ajuste matemático de dados experimentais com o auxílio de alguma equação, sem preocupação com o caráter teórico, levando à obtenção de modelos denominados empíricos (ARIS, 1993).

A principal vantagem dos modelos fundamentais é, devido ao embasamento teórico, a sua capacidade de extrapolação de resultados. No trabalho com modelos empíricos, tarefas de extrapolação tornam-se muito arriscadas, muitas vezes levando a resultados incoerentes. Desta forma, modelos empíricos são indicados para tarefas de interpolação apenas (AGUIRRE, 2007).

Modelos fundamentais são mais completos. No entanto, sua complexidade (quantidade de equações, variáveis, parâmetros e fenômenos descritos) muitas vezes torna-os impeditivos para o uso em aplicações de controle e otimização em tempo real. Além disso, algumas dificuldades inerentes acabam surgindo durante a modelagem fundamental, como por exemplo, a escolha da equação de estado termodinâmica, a escolha da expressão para a taxa de reação, o cálculo dos coeficientes de transferência de calor e massa, além de outros termos envolvidos (LEVENSPIEL, 2002).

Modelos empíricos, por sua vez, são desenvolvidos para utilização em aplicações em tempo real, bem como cenários nos quais a disponibilidade de um modelo simplificado torna-se um pré-requisito fundamental. Apesar de não terem relação alguma com os fenômenos que ocorrem no sistema modelado, sendo resultado de um ajuste matemático e estimação de parâmetros, modelos empíricos tornam-se atrativos pela rapidez e facilidade com que podem ser obtidos (PEARSON, 2006).

Uma abordagem muito atraente para a modelagem matemática empírica de processos é o uso de técnicas de identificação de processos. A identificação de

processos corresponde a uma modelagem empírica, na qual são introduzidos distúrbios de intensidade e magnitude conhecidos ao sistema, sendo observado o comportamento da resposta do sistema às perturbações. Uma das vantagens refere-se à rapidez na obtenção do modelo, além da simplicidade dos modelos obtidos (NELLES, 2001). Dentre as técnicas de identificação existem as técnicas clássicas, baseadas na introdução de distúrbio tipo degrau ou rampa e o conseqüente ajuste dos dados de resposta a partir de um modelo de primeira ordem, ou segunda ordem (SEBORG *et al.*, 2003). Técnicas mais complexas utilizam seqüências de degraus aleatórios de distúrbios (SEBORG & HENSON, 1996).

Uma alternativa aos processos descritos acima e uma das propostas deste trabalho corresponde ao uso de técnicas de identificação fracionária. Estas técnicas freqüentemente têm o mesmo fundamento teórico ou a mesma metodologia das técnicas de identificação clássicas, mas são baseadas no uso de equações diferenciais fracionárias, aumentando o poder de ajuste de dados experimentais, sem alterar a complexidade da formulação matemática ou a quantidade de parâmetros envolvidos.

Uma revisão da literatura indica que a identificação fracionária ainda não é uma técnica amplamente explorada, tendo em vista a pouca quantidade de trabalhos reportados. A seguir, são descritos alguns trabalhos envolvendo identificação fracionária de processos.

PODLUBNY (1999b) apresenta a identificação de processos a partir da aplicação de perturbações do tipo degrau, e compara o ajuste de dados entre modelos baseados em equações diferenciais fracionárias (modelos fracionários) e modelos baseados em equações diferenciais de ordem inteira (modelos inteiros). Verifica-se que para um mesmo conjunto de parâmetros, modelos fracionários resultaram em melhor ajuste de dados experimentais. No entanto, o autor não informa como foi feita a estimação dos parâmetros, apenas o critério dado pela minimização das distâncias quadráticas entre os pontos experimentais e pontos teóricos fornecidos pelo modelo.

POINOT & TRIGEASSOU (2004) reportam uma abordagem alternativa que fornece bons modelos, mas cuja implementação representa uma tarefa complexa. Isso porque o desenvolvimento do modelo divide-se em três níveis: a estimação de um ganho estático, de uma constante de tempo e da ordem da derivada. O

critério de estimação também é dado pela minimização das distâncias quadráticas entre os pontos experimentais, mas utilizando técnicas de otimização não-linear, sendo a técnica validada com pontos experimentais. Outra abordagem é fornecida por (HARTLEY & LORENZO, 2003), utilizando distribuições e o domínio de frequências, diferentemente dos trabalhos anteriormente descritos que reportaram a identificação conduzida no domínio do tempo. Neste trabalho, os autores descrevem a função de transferência como uma integral que surge a partir da soma dos termos fracionários que compõem a expressão. Este somatório é generalizado para uma integral que reflete uma distribuição estatística, e nesta representação integral, o problema é reescrito de tal forma a ser estudado no domínio de fases. Desta forma, os autores, reportam a identificação adequada de processos fracionários, a partir de métodos de programação não linear.

A partir da técnica da técnica de Podlubny, CÂMARA *et al.* (2008) estudaram a identificação fracionária de processo térmico de aquecimento de uma esfera de polietileno, sendo utilizados algoritmos genéticos para a estimação de parâmetros, resultando em um melhor ajuste de dados experimentais pelo modelo fracionário quando comparado com o modelo inteiro com mesma quantidade de parâmetros.

Finalmente, ISFER *et al.* (2010) estudaram a identificação fracionária de dados experimentais referentes a um processo fermentativo. Os autores consideraram três abordagens distintas para a estimação dos parâmetros: i) obter a derivada da função objetivo em relação a cada um dos parâmetros e resolver o sistema de equações algébricas não-lineares a partir de algum método numérico conhecido; ii) considerar a estimação como um problema de otimização e utilizar técnicas determinísticas; iii) considerar a estimação como um problema de otimização e utilizar técnicas heurísticas. A conclusão dos autores foi que a segunda abordagem levou a melhores resultados, sendo que a dificuldade de fornecer condições iniciais foi suprida pelo uso da terceira abordagem.

5 – CONTROLE FRACIONÁRIO DE PROCESSOS

A expressão controle fracionário reflete a abordagem do problema de controle clássico de processos utilizando equações diferenciais de ordem

fracionária. O campo de aplicação do controle fracionário é muito vasto e a literatura apresenta diversos resultados teóricos e experimentais, comprovando o sucesso desta nova abordagem para o controle de processos. A seguir, serão reportados alguns trabalhos que tiveram importância na evolução técnica de controle.

Em termos históricos, a primeira aplicação com sucesso de controle fracionário é reportada por MANABE (1961), no qual foi usada uma equação diferencial de ordem fracionária para a síntese de controladores em estrutura *feedback*. Em seguida, OUSTALOUP (1975) aplicou técnicas de controle fracionário para sistemas de geração de *laser* colorido.

DORÇAK (1994) apresenta um estudo fundamental para o controle fracionário de processos sobre como estudar e resolver os modelos matemáticos obtidos a partir de equações diferenciais fracionárias. O autor aborda o uso de ferramentas numéricas e analíticas, bem como ilustra a importância de hipóteses simplificadoras.

OUSTALOUP *et al.* (1996) reportam a aplicação de controle fracionário no projeto do sistema de controle de suspensões automotivas, desenvolvendo um protótipo e avaliando o desempenho a partir do uso de equações diferenciais fracionárias quando a suspensão é submetida à perturbações de carga. Este estudo foi feito com base na filosofia CRONE.

MATIGNON & ANDRÉA-NOVEL (1997) propõem uma abordagem inovadora para a implementação de controladores fracionários: o uso de sensores virtuais. Estudos teóricos foram conduzidos, mostrando a viabilidade do uso desta abordagem ao controle de sistemas mecânicos amortecidos.

PODLUBNY (1999b) apresenta um estudo teórico de suma importância para a consolidação de controladores PID fracionários no qual, para um dado sistema, são conduzidos estudos teóricos. Os resultados mostram a superioridade de controladores fracionários aplicados a sistemas fracionários quando comparados a controladores clássicos aplicados aos mesmos sistemas fracionários. Além disso, são reportados estudos envolvendo a análise da estrutura do controlador e de parâmetros de sintonia sobre o desempenho da malha.

Alguns estudos envolvendo a teoria de controle fracionário são apresentados por RAYNAUD & ZERGAINOH (2000) que abordam a

representação em espaço de estados do controlador e suas variáveis. A abordagem utilizada é extremamente interessante, no entanto sua aplicação se limita à sistemas lineares.

HARTLEY & LORENZO (2002) reportam um estudo no qual é avaliado o efeito de memória em controle fracionário. A importância deste estudo se reflete no efeito de memória introduzido pela ferramenta matemática utilizada: as equações diferenciais fracionárias. Desta forma, os autores analisam a influência da inicialização do sistema, e o desempenho é avaliado em função de posições de zeros e pólos do sistema. Deve-se ressaltar que foram conduzidos apenas estudos teóricos.

POMMIER *et al.* (2002) aplicam o controle fracionário com sucesso à atuadores hidráulicos e componentes de sistemas de suspensão automotiva. Além da validação experimental, deve-se ressaltar a aplicação à sistemas considerados não-lineares.

SABATIER *et al.* (2002) aplicaram o controle fracionário CRONE a sistemas com parâmetros variáveis, mostrando a robustez e o bom desempenho do controlador. Mais uma vez os estudos relatados são de cunho exclusivamente teórico.

XUE & CHEN (2002) apresentam um estudo teórico bastante completo e de suma importância para o estudo de controladores fracionários. O trabalho apresenta a comparação de desempenho de quatro técnicas de controle fracionário: controle TID, controle CRONE, controle PID fracionário e compensador fracionário.

ZENG *et al.* (2002) apresentam estudos teóricos sobre a influência da ordem da derivada fracionária sobre o desempenho do laço de controle.

AHMAD *et al.* (2004) utilizam a estratégia *feedback* lançando mão de controladores fracionários. Um sistema é analisado em múltiplos ganhos, sendo utilizado para tanto a ordem fracionária das equações que descrevem o referido sistema. O objetivo pretendido pelos autores foi alcançado, sendo eliminada a influência de comportamentos caóticos da trajetória do sistema, conduzindo o sistema ao estado de equilíbrio, ou seja, podendo ser controlado.

BARBOSA *et al.* (2004) apresentam um estudo teórico descrevendo uma abordagem inovadora baseada nos diagramas de Bode, levando à uma sintonia robusta.

MA & HORI (2004a) apresentam um estudo muito importante sobre técnicas numéricas alternativas para a simulação de malhas de controle fracionário. Apesar de teórico, o estudo apresenta o uso de escalas de tempo diferentes para o controle de um dado sistema.

MA & HORI (2004b) analisam o controle de velocidade de sistemas mecânicos a partir do uso de controladores PID fracionários. Os estudos são conduzidos no domínio de frequência e através de ensaios experimentais a superioridade da técnica de controle é confirmada.

MONJE *et al.* (2004) reportam um dos primeiros trabalhos dedicados à sintonia de controladores. A importância deste trabalho está na consideração de algumas incertezas do processo, visando uma sintonia mais robusta.

SABATIER *et al.* (2004) apresentam o uso de técnicas de controle fracionário no controle de velocidade de sistemas eletromecânicos. Os autores apresentam resultados experimentais validando o uso de controle fracionário, e um dos principais resultados é a robustez da técnica de controle fracionário, frente a erros de medição da variável controlada.

SILVA *et al.* (2004) apresentam um estudo sobre o uso de controle fracionário para aplicação em robôs hexápodes. Mais especificamente, são conduzidos estudos teóricos, visando o controle de trajetória durante a locomoção. O estudo de caráter teórico leva em conta efeitos de atrito nas articulações das pernas. Como conclusões, os autores apresentam um critério de caminhada que revela a superioridade do desempenho do controle fracionário em relação ao controle inteiro.

CAO *et al.* (2005) reportam um estudo teórico envolvendo o uso de controle fracionário para um processo de primeira ordem. O aspecto relevante do trabalho é o uso de algoritmos genéticos para a sintonia dos parâmetros do controlador, a partir da minimização de uma função objetivo baseada na soma do quadrado das distâncias entre o valor de saída e o *set-point*. A técnica de sintonia se mostrou eficiente, uma vez que o controlador faz com que o sistema de primeira ordem

atinga o *set-point*. Apesar da relevância, o trabalho não apresenta nenhum estudo comparativo com outras técnicas de sintonia previamente reportadas.

CALDERÓN *et al.* (2006) reporta o uso de estratégias de controle fracionário com conversores eletro-eletrônicos. O estudo consiste na aplicação de controladores PID fracionários com validação experimental e também o uso de robôs hexápodes. O desempenho da caminhada do robô é utilizado para a aplicação de controle e esta é avaliada utilizando critérios de Nyquist.

LADACI & CHAERF (2006) apresentam um dos primeiros trabalhos sobre controle fracionário adaptativo. A importância do mesmo está no fato de que o controlador adapta-se à realidade ao qual está submetido de uma maneira mais rápida, sendo mais eficiente na eliminação de distúrbios. Os autores conduziram apenas estudos de simulação, mostrando a superioridade do controle fracionário adaptativo em relação ao controle adaptativo clássico.

VALÉRIO & COSTA (2006) apresentam estudos muito importantes referentes à sintonia de controladores fracionários. O estudo é de caráter teórico e apresenta técnicas baseadas na abordagem de Ziegler-Nichols.

BONNET & PARTINGTON (2007) reportam estudos teóricos envolvendo o uso de técnicas de controle fracionário para sistemas com atraso, que, em geral, são de difícil controlabilidade.

DE LA SEN (2008) apresenta o uso da representação de sistemas não-lineares e de parâmetros não-constantess a partir de equações fracionárias. Desta forma, o sistema, descrito é submetido à estudos teóricos visando o controle a partir de uma técnica de ganho escalonado. A técnica proposta mostrou-se satisfatória para o controle, inclusive para sistemas com atrasos.

FERREIRA *et al.* (2008) apresentam estudos teóricos para o uso de controle fracionário à manipuladores mecânicos, obtendo resultados bastante expressivos no que se refere ao comportamento dinâmico de sistemas controlados pela técnica fracionária.

LI *et al.* (2008) apresentam o uso de controle fracionário robusto para o controle sistemas de potência sendo os mesmos modelados por sistemas de equações algébrico-diferenciais fracionárias. Os resultados são teóricos, mas também de bastante impacto, tendo em vista a inserção e análise do controle robusto.

LADACI *et al.* (2008) apresentam um estudo bastante relevante considerando o uso de controladores fracionários adaptativos, baseados em elevados ganhos do sistema. A estratégia é analisada considerando apenas estudos teóricos, sendo utilizada com sucesso para o controle de um sistema genérico proposto pelos autores.

TAVAZOEI & HAERI (2008) reforçam a habilidade do controle fracionário para o controle de sistemas caóticos. A importância do trabalho se reflete na simplicidade da técnica proposta, bem como em sua capacidade de eliminar oscilações ou reduzir os seus efeitos.

ISFER (2009) apresentou a generalização de controladores IMC com o uso de equações diferenciais fracionárias. Via simulações, demonstraram a viabilidade do uso dos controladores IMC generalizados para o controle de um forno industrial.

6 – MODELAGEM DE COLUNAS DE ABSORÇÃO

A modelagem de colunas de absorção pode ser feita a partir de princípios fundamentais, levando em conta os internos da coluna, se de estágios, recheio, *spray* ou borbulhamento (SEADER & HENLEY, 2005). No entanto, as maiores dificuldades, residem no cálculo dos parâmetros e coeficientes referentes ao transporte de massa (BIRD *et al.*, 2004). Devido à complexidade que surge pelo fato dos modelos fundamentais serem constituídos por sistemas de equações diferenciais parciais, surge a alternativa referente ao uso técnicas de identificação de processos. No entanto, não foram encontrados trabalhos na literatura reportando o uso de equações diferenciais fracionárias para o estudo do comportamento dinâmico de colunas de absorção.

7 – CONTROLE DE COLUNAS DE ABSORÇÃO

O controle de colunas de absorção pode ser conduzido utilizando técnicas de controle clássico, como controladores P, PI, PID (SEBORG *et al.*, 2003). No entanto, uma revisão criteriosa dos trabalhos da literatura indica a tendência do uso de técnicas baseadas em inteligência artificial, como reportado por VITTHAL

& RAO (1995) e EYNG & FILETI (2010) ou em controle baseado em modelo como reportam BEDELBAYEV *et al.* (2008).

Alguns trabalhos referentes a absorção são encontrados como a implementação de uma coluna de absorção de gases com o uso de técnicas de controle preditivo – Matriz Dinâmica de Controle (DMC), desenvolvido por MAIA (1994), onde ela compara o desempenho de um controlador preditivo (DMC) e um PI em feedback, após a aplicação de um degrau na composição de gás na entrada da coluna, onde a mesma obteve melhor resposta com o controle DMC.

NANJIM e RUIZ (1995) utilizou um controle adaptativo em coluna de absorção para remoção de gás carbônico, já em SILVA (1997) realizou seus estudos com o uso de um modelo neural híbrido para prever o fluxo de massa, onde avaliou o desempenho do controle preditivo com modelo linear e não linear (redes neurais artificiais), da onde não se obteve grandes diferenças

PALÚ (2001) aplicou a técnica DMC a uma coluna de absorção para o caso monovariável (SISO), como para multivariável (MIMO). Os testes foram feitos em comparação com o controlador PI em malha feedback, aonde o técnica DMC se comportou melhor em comparação ao PI.

EYNG (2008) realizou seus experimentos com o desenvolvimento e utilização de um controlador feedforward-feedback baseado em modelo inverso de redes neurais para manipulação de vazões de solvente das colunas de absorção empregadas no processo produtivo de etanol por fermentação, onde comparou suas respostas a um controlador convencional PID. Ele obteve um desempenho satisfatório do controlador feedforward-feedback baseado em modelo inverso de redes neurais, onde concluiu que representava uma opção atrativa pra o controle de colunas de absorção. Ele não conseguiu estabilizar a variável controlada no set point, mas verificou que o controlador neural proporcionava uma menor oscilação que o PID.

Para EYNG (2008) devem ser feitos estudos em colunas de absorção para avaliar os efeitos térmicos, como também para se avaliar a influência do tempo morto nos processos de separação água-etanol, devido as concentrações residuais na entrada e saída da coluna.

Assim, não foram encontrados trabalhos reportando a aplicação de técnicas de controle baseadas em equações diferenciais fracionárias à colunas de absorção.

8 – ANÁLISE DA REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Nesta seção será feita uma análise da revisão bibliográfica, ressaltando algumas lacunas existentes e as contribuições deste trabalho.

Em primeiro lugar, analisando-se os trabalhos revisados, verifica-se que a identificação fracionária apresenta algumas lacunas a serem preenchidas. A partir dos trabalhos revisados, verifica-se, também, que a aplicação do controle fracionário restringe-se basicamente a sistemas elétricos, mecânicos e robóticos, não sendo reportadas até o momento aplicações teóricas ou experimentais de controle fracionário a processos químicos e petroquímicos. Consideráveis avanços foram alcançados em relação à teoria do controle fracionário contínuo, no entanto, não foram encontrados estudos sobre a aplicação de derivadas fracionárias à formulação de controle considerando malhas *feedback* com compensação de tempo morto, *feedback* cascata, *feedforward* pura ou *feedback-feedforward*.

Desta forma, o trabalho proposto foca o preenchimento das seguintes lacunas:

- identificação de processos de absorção por meio de equações diferenciais fracionárias;
- estudo de malhas de controle *feedback* com compensação de tempo morto;
- estudo de malhas de controle *feedback* cascata;
- estudo de malhas de controle *feedforward* puro e *feedback-feedforward*;

III - METODOLOGIA

1 – INTRODUÇÃO

Neste capítulo, será discutida a metodologia utilizada para realização deste trabalho. Serão abordadas a representação de derivada fracionária utilizada, análise estatística de modelos, bem como métodos matemáticos utilizados para a solução de equações diferenciais de ordem fracionária e as malhas de controle analisadas.

2 – REPRESENTAÇÃO DE CAPUTO

A derivada fracionária de uma função $f(t)$ pode ser obtida a partir de diversas representações, como mencionado no Capítulo II. Cada representação possui tanto aspectos positivos como aspectos negativos. Em particular, neste trabalho será considerada a representação de Caputo (CAPUTO, 1967) para derivadas fracionárias de ordem α , sendo definida pela expressão a seguir:

$${}_a D_x^\alpha f(t) = \frac{1}{\Gamma(m-\beta)} \cdot \left[\int_a^x \frac{f^{(n)}(\tau)}{(t-\tau)^{\alpha+1-m}} d\tau \right], \quad m \leq \alpha \leq m+1; \quad \alpha \in \mathfrak{R}; \quad m \in \mathfrak{N} \quad (\text{III.01})$$

Uma das principais vantagens para o uso da representação de Caputo está ligada à solução de equações diferenciais de ordem fracionária. A solução de uma equação diferencial possui constantes de integração que devem ser determinadas a partir de condições iniciais ou condições de contorno para que a solução seja individualizada. Apesar da ordem fracionária, equações diferenciais cuja representação de derivadas é feita a partir da abordagem de Caputo, podem lançar mão de condições iniciais ou condições de contorno que utilizam derivadas de ordem inteira. A vantagem do uso de derivadas de ordem inteira para representar as condições está associada à interpretação física que as mesmas podem possuir (PODLUBNYb, 1999). Por exemplo, se a condição é o próprio valor da função (derivada de ordem zero) isso pode corresponder à temperatura

de um fluido em mudança de fase. Condições de máximo, mínimo ou superfícies isoladas podem ser expressas por derivadas de primeira ordem iguais a zero.

3 – VARIÁVEL TIPO DESVIO

Outra vantagem para o uso da representação de Caputo é o fato de que a derivada de ordem α de uma função constante qualquer, por exemplo, $x(t) = C$, com $C \in \mathfrak{R}$, é igual a 0. Isso não ocorre caso for utilizada, por exemplo, a representação de Rieman-Liouville para o cálculo da derivada fracionária. Esta propriedade é de fundamental importância no estudo de controle de processos devido à possibilidade do uso de variáveis do tipo desvio (BEQUETTE, 1998), que são expressas por uma diferença entre o valor real da variável e o valor de estado estacionário que é constante por definição.

$$A_{\text{desvio}}(t) = A(t) - A_{\text{estacionário}} \quad \rightarrow \quad \frac{d^{\alpha} A_{\text{desvio}}(t)}{dt^{\alpha}} = \frac{d^{\alpha} A(t)}{dt^{\alpha}} \quad (\text{III.02})$$

Supondo uma equação diferencial linear de ordem β seja dada pela expressão:

$$\frac{d^{\alpha} y(t)}{dt^{\alpha}} + K \cdot y(t) = x(t) \quad (\text{III.03})$$

No estado estacionário, a variação com o tempo é nula, resultando em:

$$K \cdot y_{\text{estacionário}} = x_{\text{estacionário}} \quad (\text{III.04})$$

Portanto, subtraindo a Eq. (III.04) da Eq. (III.03), leva à expressão

$$\frac{d^{\alpha} y(t)}{dt^{\alpha}} + K \cdot [y(t) - y_{\text{estacionário}}] = [x(t) - x_{\text{estacionário}}] \quad (\text{III.05})$$

A partir da definição da Eq. (III.02), pode-se reescrever a equação (III.05) em termos de variável desvio. Observa-se que a equação resultante, Eq. (III.06), possui a mesma estrutura da equação diferencial original Eq. (III.03), fato que só é possível porque a derivada da função constante é igual a zero, uma vez que foi utilizada a representação de Caputo.

$$\frac{d^\alpha y_{\text{desvio}}(t)}{dt^\alpha} + K \cdot y_{\text{desvio}}(t) = x_{\text{desvio}}(t) \quad (\text{III.06})$$

Deve-se ter em mente que, ao ser aplicado um dado distúrbio em um processo em estado estacionário, a condição imediatamente antes da aplicação do distúrbio é a condição inicial do problema dinâmico. Portanto, resulta a partir do uso da definição de variável desvio que:

$$y(0) = y_{\text{estacionário}} \rightarrow y(0) - y_{\text{estacionário}} = 0 \rightarrow y_{\text{desvio}}(0) = 0 \quad (\text{III.07})$$

Finalizando, a principal vantagem do uso de variáveis tipo desvio é o fato de as condições iniciais serem iguais a zero. Em geral, esta propriedade das condições iniciais facilita a determinação das constantes de integração e facilita a solução de equações diferenciais a partir o uso de transformadas de Laplace. Com esse objetivo, neste trabalho, serão utilizadas variáveis desvio para os estudos de identificação e de controle.

4 – TRANSFORMADA DE LAPLACE

Uma das técnicas de solução analítica de equações diferenciais lineares é baseada em transformadas integrais (RICE & DO, 1995). Nesta técnica, é feita uma mudança de variáveis independentes de um domínio t pra um domínio s sendo que a representação neste novo domínio permite transformar a equação em uma estrutura com maior facilidade para se obter a solução. Por exemplo, equações diferenciais ordinárias podem ser transformadas em equações algébricas, equações diferenciais parciais podem ser transformadas em equações diferenciais ordinárias. Deve-se ter em mente a necessidade de se desfazer a transformação para que a solução no domínio transformado s seja expressa em termos da variável original do problema, t . A Eq. (III.08) apresenta a equação genérica de uma transformada integral.

$$F(s) = \int_a^b K(s,t) \cdot f(t) dt \quad (\text{III.08})$$

Na Eq. (III.08), $f(t)$ é a função no domínio tempo, t , que será transformada em $F(s)$ a partir de uma integral definida pelos limites a e b . Esta integral possui, ainda, uma função kernel (núcleo) da transformação $K(s, t)$, cujo objetivo principal é garantir a convergência da integral. A transformada de Laplace é dada pela expressão a seguir, sendo um caso particular da Eq. (III.08).

$$F(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} \cdot f(t) dt \quad (III.09)$$

Com isto, tem-se que transformada de Laplace da derivada de Caputo é dada pela expressão a seguir (PODLUNBY, 1999b):

$$\int_0^{\infty} e^{-st} \cdot [{}_0D_t^{\alpha} f(t)] dt = s^{\alpha} \cdot F(s) - \sum_{k=0}^{n-1} s^{\alpha-k-1} \cdot f^{(k)}(0), \text{ onde } n-1 < \alpha < n \quad (III.10)$$

Para o caso particular de condições iniciais nulas, a transformada é:

$$\int_0^{\infty} e^{-st} \cdot [{}_0D_t^{\alpha} f(t)] dt = s^{\alpha} \cdot F(s), \text{ onde } n-1 < \alpha < n \quad (III.11)$$

Deve-se ressaltar que o limite inferior da derivada de Caputo deve ser igual ao limite inferior da integral da definição da transformada de Laplace, ou seja, $a=0$. Por tanto, neste trabalho, sempre que necessário, será utilizada a técnica de transformada de Laplace para a solução de equações diferenciais de ordem fracionária.

5 – FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA

A descrição matemática das estruturas/malhas de controle é freqüentemente feita a partir de funções de transferência. Estas funções relacionam o comportamento da variável de saída, $Y(s)$, de um dado sistema frente a perturbações na variável de entrada do sistema, $X(s)$ (KOPPEL, 1968). No domínio Laplace, são expressas por um quociente de polinômios de s dado pela expressão:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{b_m \cdot s^m + b_{m-1} \cdot s^{m-1} + \dots + b_2 \cdot s^2 + b_1 \cdot s + b_0}{a_n \cdot s^n + a_{n-1} \cdot s^{n-1} + \dots + a_2 \cdot s^2 + a_1 \cdot s + a_0}, \quad m < n \quad (III.12)$$

Sendo que a função de transferência acima foi obtida a partir da equação diferencial ordinária genérica dada por:

$$a_n \cdot \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_{n-1} \cdot \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_2 \cdot \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + a_1 \cdot \frac{dy(t)}{dt} + a_0 \cdot y(t) = b_m \cdot \frac{d^m x(t)}{dt^m} + b_{m-1} \cdot \frac{d^{m-1} x(t)}{dt^{m-1}} + \dots + b_2 \cdot \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + b_1 \cdot \frac{dx(t)}{dt} + b_0 \cdot x(t), \quad m < n \quad (\text{III.13})$$

A transformada de Laplace inversa para uma função de transferência dada pelas Eq. (III.12) ou sua correspondente no domínio tempo, Eq. (III.13), pode ser obtida a partir de PODLUBNY (1999b). A TABELA III. apresenta a transformada de Laplace inversa de casos particulares da Eq. (III.12), frente a perturbações do tipo degrau, ou seja, $x(t)$ é uma função Heaviside.

TABELA III.1 - TRANSFORMADA DE LAPLACE INVERSA PARA CASOS PARTICULARES

Caso 01:

$$a \cdot \frac{d^\alpha y(t)}{dt^\alpha} + b \cdot y = \frac{d^\omega x(t)}{dt^\omega} \quad (\text{III.14})$$

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{s^\omega}{a \cdot s^\alpha + b}$$

$X(s) \rightarrow$ Degrau (Função Heaviside)

$$y(t) = \frac{1}{a} \cdot \varepsilon_0 \left(t, -\frac{b}{a}; \alpha, \alpha + 1 - \omega \right) \quad (\text{III.15})$$

Caso 02:

$$a \cdot \frac{d^\beta y(t)}{dt^\beta} + b \cdot \frac{d^\alpha y(t)}{dt^\alpha} + c \cdot y = \frac{d^\omega x(t)}{dt^\omega} \quad (\text{III.16})$$

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{s^\omega}{a \cdot s^\beta + b \cdot s^\alpha + c}$$

$X(s) \rightarrow$ Degrau (Função Heaviside)

$$y(t) = \frac{1}{a} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k!} \cdot \left(\frac{c}{a} \right)^k \cdot \varepsilon_k \left(t, -\frac{b}{a}; \beta - \alpha, \beta + \alpha \cdot k + 1 - \omega \right) \quad (\text{III.17})$$

Caso 03:

$$a \cdot \frac{d^\gamma y(t)}{dt^\gamma} + b \cdot \frac{d^\beta y(t)}{dt^\beta} + c \cdot \frac{d^\alpha y(t)}{dt^\alpha} + d \cdot y = \frac{d^\omega x(t)}{dt^\omega} \quad (\text{III.18})$$

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{s^\omega}{a \cdot s^\gamma + b \cdot s^\beta + c \cdot s^\alpha + d}$$

$X(s) \rightarrow$ Degrau (Função Heaviside)

$$y(t) = \frac{1}{a} \cdot \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \cdot \left(\frac{-d}{a} \right)^m \cdot \sum_{k=0}^m \binom{m}{k} \cdot \left(\frac{c}{d} \right)^k \cdot \varepsilon_m \left(t, -\frac{b}{a}; \gamma - \beta, \gamma + \beta \cdot m - \alpha \cdot k + 1 \right) \quad (\text{III.19})$$

FONTE: Adaptado de PODLUBNY (1999b)

Assim, se $\omega=0$, o termo $\frac{d^\omega x(t)}{dt^\omega}$ corresponde à própria função Heaviside. Por outro lado, se $\omega=1$, o termo $\frac{d^\omega x(t)}{dt^\omega}$ corresponde à função Delta de Dirac. Para o cálculo dos valores de $y(t)$ é necessário o cálculo da função Epsilon $\varepsilon_k(t, y; \alpha, \beta)$,

$$\varepsilon_k(t, y; \alpha, \beta) = t^{\alpha \cdot k + \beta - 1} \cdot E_{\alpha, \beta}^{(k)}(y \cdot t^\alpha) \quad (\text{III.20})$$

Para tanto, torna-se necessário o cálculo da função Mittag-Leffler, Eq. (III.21), bem como de sua k-ésima derivada, Eq. (III.22).

$$E_{\alpha, \beta}(x) = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{(x)^j}{\Gamma(\alpha \cdot j + \beta)} \quad (\text{III.21})$$

$$E_{\alpha, \beta}^{(k)}(x) = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{(j+k)! \cdot x^j}{j! \Gamma(\alpha \cdot j + \alpha \cdot k + \beta)} \quad (\text{III.22})$$

6 – ESTIMAÇÃO DE PARÂMETROS

A estimação de parâmetros é de fundamental importância para a identificação de processos. Os parâmetros devem ser escolhidos de forma a minimizarem a distância entre o valor observado e o valor predito pelo modelo (JOHNSON & WICHERN, 2002). Desta forma, para um modelo definido por $y(t) = f(t, a_1, \dots, a_n)$, os valores dos parâmetros a_1, \dots, a_n são tais que minimizam uma dada função objetivo, FOBJ, que pode ser definida pela expressão a seguir, na qual NE é o número de pares (t_p, y_p) de pontos experimentais disponíveis:

$$\text{FOBJ} = \sum_{p=0}^{\text{NE}} (y_{\text{OBS}-p} - y_{\text{PRED}-p})^2 \quad (\text{III.23})$$

Neste trabalho, será considerado apenas um tipo de modelo dinâmico descrito por equações diferenciais de ordem fracionária, representado pela Eq. (III.03). Esta equação diferencial é linear e não-homogênea, podendo ser resolvida pela técnica de transformada de Laplace. Considerando $x(t)$ como sendo um degrau (função Heaviside) unitário, a solução da Eq. (III.03) pode ser obtida com auxílio da TABELA III., com $\omega=0$, sendo expressa por:

$$y(t) = \sum_{j=0}^{\infty} \left[\left[\frac{t^{\alpha}}{a} \right]^{j+1} \cdot \left[\frac{(b)^j \cdot (-1)^j}{\Gamma(\alpha \cdot (j+1) + 1)} \right] \right] \quad (\text{III.24})$$

Portanto, o problema de estimação de parâmetros enfrentado é não-linear, em relação aos parâmetros, e consiste em estimar α , a e b de forma a minimizarem a função objetivo dada pela Eq. (III.25), obtida após da substituição da Eq. (III.24) na Eq. (III.23).

$$\text{FOBJ} = \sum_{p=0}^{\text{NE}} \left(y_{\text{OBS}-p} - \sum_{j=0}^{\infty} \left[\left[\frac{t_p^{\alpha}}{a} \right]^{j+1} \cdot \left[\frac{(b)^j \cdot (-1)^j}{\Gamma(\alpha \cdot (j+1) + 1)} \right] \right] \right)^2 \quad (\text{III.25})$$

De acordo com BARD (1974) e HIMMELBLAU (1970), a estimação pode ser conduzida considerando três estratégias distintas:

1. obter a derivada da função objetivo em relação a cada um dos parâmetros e resolver o sistema de equações algébricas não-lineares a partir de algum método numérico conhecido (PINTO & LAGE, 2001);
2. considerar a estimação como um problema de otimização e utilizar técnicas determinísticas;
3. considerar a estimação como um problema de otimização e utilizar técnicas heurísticas, sendo indicada a técnica de algoritmos genéticos.

De acordo com ISFER *et al.* (2010), a segunda abordagem foi a que apresentou melhores resultados, considerando a identificação de um sistema de ordem fracionário, descrito pela Eq. (III.03). Neste caso, a estimação de parâmetros foi considerada como um problema de otimização e foram utilizadas técnicas determinísticas para a minimização da função objetivo. Uma das principais dificuldades no uso de técnicas determinísticas é o cálculo de derivadas tanto de primeira como de segunda ordem da função objetivo. Por outro lado, um dos aspectos positivos é o número reduzido da quantidade de cálculos da função objetivo. Neste trabalho, foi utilizada a subrotina DUMINF (IMSL, 1994a) para o problema de otimização. Esta subrotina utiliza o método de *quasi-Newton* (HIMMELBLAU & EDGAR, 1988) e faz uma aproximação do gradiente a partir de diferenças finitas.

7 – DIAGNÓSTICO DA ESTIMAÇÃO

Para que a identificação do processo seja completa, apenas a estimação dos parâmetros não é suficiente. Torna-se necessário um diagnóstico dos resultados utilizando análises estatísticas (numéricas e gráficas) (OTTO,1999). Deve-se ressaltar que, neste trabalho, as variâncias foram consideradas constantes e iguais para todos os pontos experimentais e para o conjunto de dados experimentais (Ver Seção 8 do Capítulo III).

Em relação à análise gráfica quatro tipos básicos de diagnóstico são possíveis:

- gráfico de $y_{OBS}(t)$ e $y_{PRED}(t)$ em função de t . Se o modelo for perfeito, ou seja, $y_{OBS}(t) = y_{PRED}(t)$, os pontos experimentais devem estar sobre a curva gerada pelo modelo matemático.
- gráfico de $y_{OBS}(t)$ em função de $y_{PRED}(t)$. Se o modelo for perfeito, o gráfico deve ser uma reta com inclinação de 45° passando pela origem.
- gráfico de resíduos ($y_{OBS}(t) - y_{PRED}(t)$) em função de t . Se o modelo for perfeito, o gráfico deve ser uma reta horizontal sobre o eixo t .
- histograma de freqüências dos resíduos ($y_{OBS}(t) - y_{PRED}(t)$).

Em relação ao diagnóstico numérico, o primeiro teste a ser feito é o teste de Chi-quadrado reduzido (χ_{RED}^2), cuja metodologia sugerida por VUOLO (1992) é apresentada a seguir.

Passo 1: Calcular χ_{RED}^2 , sendo $\chi_{RED}^2 = \frac{1}{\hat{\sigma}_{OBS}^2} \cdot \frac{1}{NE - NP} \cdot \sum_{p=0}^{NE} (y_{OBS-p} - y_{PRED-p})^2$,

onde NP é o número de parâmetros estimados.

Passo 2: Calcular o intervalo de confiança de χ_{RED}^2 , atribuindo um nível de confiança desejado. Neste trabalho serão considerados níveis de confiança de 95% e 99%, valores que devem ser utilizados junto com $(NE - NP)$ para a obtenção dos limites inferior e superior do intervalo de confiança de χ_{RED}^2 . JOHNSON & WICHERN (2002) apresentam a distribuição χ^2 , assim, o intervalo

de confiança para o nível de confiança desejado é dado por

$$\frac{\chi_{1-Y}^2}{NE-NP} < \chi_{RED}^2 < \frac{\chi_Y^2}{NE-NP}.$$

O intervalo de 99% foi escolhido para garantir uma melhor aproximação dos dados experimentais com os dados preditos por equações diferenciais fracionárias.

Passo 3: Comparar o valor de χ_{RED}^2 calculado com os limites obtidos no **Passo 2**. Se **Limite Inferior** $< \chi_{RED}^2 < \text{Limite Superior}$, o ajuste é considerado bom. Se $\chi_{RED}^2 < \text{Limite inferior}$, pode ter havido ajuste de erros devido ao excesso de parâmetros do modelo. Caso $\chi_{RED}^2 > \text{Limite superior}$, o modelo é inconsistente.

O segundo teste consiste no cálculo do coeficiente de correlação r . A TABELA III. (VUOLO, 1992) apresenta as equações a serem utilizadas para o cálculo do coeficiente de correlação.

TABELA III. 2 – EQUAÇÕES PARA O CÁLCULO DE R

Descrição	Equação	
Conjunto de Dados Experimentais	$(t_p; y_{OBS-p}), p=0 \dots NE$	(III.26)
Média dos Dados Experimentais	$\bar{y}_{OBS} = \left[\frac{1}{NE} \right] \cdot \left[\sum_{p=1}^{NE} y_{OBS-p} \right]$	(III.27)
Variância dos Dados Experimentais	$\delta_{OBS}^2 = \left[\frac{1}{NE-1} \right] \cdot \left[\sum_{p=1}^{NE} (\bar{y}_{OBS} - y_{OBS-p})^2 \right]$	(III.28)
Conjunto de Dados Preditos	$(t_p; y_{PRED-p}), p=0 \dots NE$	(III.29)
Média dos Dados Preditos	$\bar{y}_{PRED} = \left[\frac{1}{NE} \right] \cdot \left[\sum_{p=1}^{NE} y_{PRED-p} \right]$	(III.30)
Variância dos Dados Preditos	$\delta_{PRED}^2 = \left[\frac{1}{NE-1} \right] \cdot \left[\sum_{p=1}^{NE} (\bar{y}_{PRED} - y_{PRED-p})^2 \right]$	(III.31)
Co-variância entre Dados Preditos e Dados Experimentais	$\delta_{OBS-PRED}^2 = \left[\frac{\sum_{p=1}^{NE} (\bar{y}_{PRED} - y_{PRED-p}) \cdot (\bar{y}_{OBS} - y_{OBS-p})}{NE-1} \right]$	(III.32)
Coeficiente de Correlação	$r_{OBS-PRED} = \frac{\delta_{OBS-PRED}^2}{\sqrt{\delta_{OBS}^2 \cdot \delta_{PRED}^2}}$	(III.33)

FONTE: VUOLO, (1992)

Caso somente um dos testes ou nenhum seja validado, o ajuste é considerado ruim, devendo ser revisto inicialmente a quantidade de parâmetros, seguida da revisão da própria estrutura do modelo.

Por fim, outra análise estatística de extrema importância diz respeito ao erro dos parâmetros obtidos a partir da variância dos dados experimentais. De acordo com BARD (1974), estes erros são obtidos a partir da matriz de covariância paramétrica. Considerando o caso em que as variâncias dos dados experimentais são constantes, pode-se aproximar a variância dos parâmetros dada pela matriz $\underline{\underline{A}}$ (HIMMELBLAU, 1970), que é obtida a partir da linearização do modelo em torno do conjunto de parâmetros estimado que minimize o valor de FOBJ (Eq. III.25).

$$\underline{\underline{A}} = \delta_{\text{OBS}-1}^2 \cdot (\underline{\underline{X}}^T \cdot \underline{\underline{X}})^{-1} \quad (\text{III.34})$$

Para o cálculo de $\underline{\underline{A}}$ são utilizadas as matrizes e expressões a seguir.

$$\underline{\underline{X}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial y_{\text{PREDITO-1}}}{\partial a} & \frac{\partial y_{\text{PREDITO-1}}}{\partial b} & \frac{\partial y_{\text{PREDITO-1}}}{\partial \alpha} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial y_{\text{PREDITO-p}}}{\partial a} & \frac{\partial y_{\text{PREDITO-p}}}{\partial b} & \frac{\partial y_{\text{PREDITO-p}}}{\partial \alpha} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial y_{\text{PREDITO-NE}}}{\partial a} & \frac{\partial y_{\text{PREDITO-NE}}}{\partial b} & \frac{\partial y_{\text{PREDITO-NE}}}{\partial \alpha} \end{bmatrix} \quad (\text{III.35})$$

$$(\underline{\underline{X}}^T \cdot \underline{\underline{X}})^{-1} = \begin{bmatrix} \sum_{p=1}^{\text{NE}} \left[\frac{\partial y_{\text{PREDITO-p}}}{\partial a} \right]^2 & \sum_{p=1}^{\text{NE}} \left[\frac{\partial y_{\text{PREDITO-p}}}{\partial b} \cdot \frac{\partial y_{\text{PREDITO-p}}}{\partial a} \right] & \sum_{p=1}^{\text{NE}} \left[\frac{\partial y_{\text{PREDITO-p}}}{\partial \alpha} \cdot \frac{\partial y_{\text{PREDITO-p}}}{\partial a} \right] \\ \sum_{p=1}^{\text{NE}} \left[\frac{\partial y_{\text{PREDITO-p}}}{\partial b} \cdot \frac{\partial y_{\text{PREDITO-p}}}{\partial a} \right] & \sum_{p=1}^{\text{NE}} \left[\frac{\partial y_{\text{PREDITO-p}}}{\partial b} \right]^2 & \sum_{p=1}^{\text{NE}} \left[\frac{\partial y_{\text{PREDITO-p}}}{\partial b} \cdot \frac{\partial y_{\text{PREDITO-p}}}{\partial \alpha} \right] \\ \sum_{p=1}^{\text{NE}} \left[\frac{\partial y_{\text{PREDITO-p}}}{\partial \alpha} \cdot \frac{\partial y_{\text{PREDITO-p}}}{\partial a} \right] & \sum_{p=1}^{\text{NE}} \left[\frac{\partial y_{\text{PREDITO-p}}}{\partial b} \cdot \frac{\partial y_{\text{PREDITO-p}}}{\partial \alpha} \right] & \sum_{p=1}^{\text{NE}} \left[\frac{\partial y_{\text{PREDITO-p}}}{\partial \alpha} \right]^2 \end{bmatrix} \quad (\text{III.36})$$

$$\frac{\partial y_{\text{PREDITO-p}}}{\partial a} = - \left[\sum_{j=0}^{\infty} \left[\frac{j+1}{a^{j+2}} \cdot \left[\frac{(b)^j \cdot (-1)^j \cdot (t_p^\alpha)^{j+1}}{\Gamma(\alpha \cdot (j+1) + 1)} \right] \right] \right] \quad (\text{III.37})$$

$$\frac{\partial y_{\text{PREDITO-p}}}{\partial b} = \left[\sum_{j=1}^{\infty} \left[\left[\frac{t_p^\alpha}{a} \right]^{j+1} \cdot \left[\frac{(b)^{j-1} \cdot j \cdot (-1)^{j-1}}{\Gamma(\alpha \cdot (j+1) + 1)} \right] \right] \right] \quad (\text{III.38})$$

$$\frac{\partial y_{\text{PREDITO-p}}}{\partial \alpha} = \left[\sum_{j=0}^{\infty} \left[\left[\frac{(b)^j \cdot (-1)^j}{a^{j+1}} \right] \cdot \left[\frac{(j+1) \cdot (t_p^\alpha)^{j+1}}{\Gamma(\alpha \cdot (j+1) + 1)} \right] \right] \cdot \left[\ln(t_p) - \Psi(\alpha \cdot (j+1) + 1) \right] \right] \quad (\text{III.39})$$

O valor de $\delta_{\text{OBS-1}}^2$ é o erro experimental que pode ser obtido a partir de réplicas dos experimentos (HIMMELBLAU, 1970) ou menor divisão da escala de leitura do instrumento de medida (VUOLO, 1992). De acordo com LEBEDEV (1972), pode ser usada a função Ψ para o cálculo da derivada da função gama.

$$\Psi(\alpha \cdot (j+1) + 1) = \frac{\int_0^{\infty} e^{-z} \cdot z^{\alpha \cdot (j+1)} \cdot \ln(z) dz}{\Gamma(\alpha \cdot (j+1) + 1)} \quad (\text{III.40})$$

Finalmente, deve-se ressaltar que em todos os cálculos foi considerado que a série convergiu quando o valor absoluto do termo foi menor que 10^{-40} , garantindo que o erro seja desprezível.

8 – DADOS EXPERIMENTAIS

Neste trabalho, os dados experimentais utilizados foram obtidos a partir da literatura, sendo reportados por SMITH & CORRIPIO (1997). Estes dados se referem a um processo de absorção de amônia (NH_3) do ar com o uso de água (H_2O) como solvente. A perturbação no sistema será feita pela aplicação de um degrau negativo na vazão de água (solvente), levando aumento do valor da concentração de NH_3 na corrente de saída de topo da coluna. Não há informações sobre os instrumentos de medida. Os valores de concentração serão considerados com variância constante e igual a $\delta_{\text{OBS-1}}^2 = 2,5 \cdot 10^{-3}$, o que corresponde a um desvio padrão de 0,05, valor de aproximadamente 0,01%. O uso de um valor baixo é importante para testar não apenas o ajuste dos dados, como também a estrutura do modelo, pois quando as barras de erro verticais são grandes, uma maior quantidade de modelos pode ser considerada para o ajuste. O uso de valores constantes pode ocorrer quando os erros aleatórios são menores do que a menor escala de medição que passa a ser a variância experimental (VUOLO, 1992). Os dados são apresentados na TABELA III.3. Os

resultados referentes à identificação do modelo fracionário são apresentados no Capítulo IV.

TABELA III.3 – RESPOSTA PARA UM DEGRAU NA VAZÃO DE ÁGUA NA ABSORVEDORA.

Tempo – [s]	Vazão de H ₂ O – [gpm]	Concentração de NH ₃ na corrente de saída de topo – [ppm]
0	250	50,00
0	200	50,00
20	200	50,00
30	200	50,12
40	200	50,30
50	200	50,60
60	200	50,77
70	200	50,90
80	200	51,05
90	200	51,20
100	200	51,26
110	200	51,35
120	200	51,48
130	200	51,55
140	200	51,63
160	200	51,76
180	200	51,77
250	200	51,77

FONTE: SMITH & CORRIPIO, (1997)

9 – ESTRUTURAS DE CONTROLE

Neste trabalho serão estudadas diferentes estruturas de controle *fracionário*, focando o desenvolvimento e análise de controladores para o nível hierárquico de controle mais baixo, ou seja, o controle servo/regulatório. Em todas as estruturas, serão desconsideradas a dinâmica do atuador e do sensor, portanto

$G_{\text{ATUADOR}}(s) = G_{\text{SENSOR}}(s) = 1$. Serão analisados os seguintes cenários de controle:

- Controle *Feedback* sem tempo morto
 - Tipo servo
 - Variável controlada
 - Variável manipulada
 - Tipo regulatório
 - Variável controlada
 - Variável manipulada
- Controle *Feedback* com tempo morto – com Preditor de Smith
 - Tipo servo
 - Variável controlada
 - Variável manipulada
 - Tipo regulatório
 - Variável controlada
 - Variável manipulada
- Controle *Feedback* com tempo morto – sem Preditor de Smith
 - Tipo servo
 - Variável controlada
 - Variável manipulada
 - Tipo regulatório
 - Variável controlada
 - Variável manipulada
- Controle *Cascata* sem tempo morto
 - Tipo servo
 - Variável controlada
 - Variável manipulada
- Controle *Feedforward* sem tempo morto – sem malha *feedback*
 - Variável controlada
 - Variável manipulada
- Controle *Feedforward* sem tempo morto – com malha *feedback*
 - Variável controlada
 - Variável manipulada

IV. IDENTIFICAÇÃO DO PROCESSO

1 – INTRODUÇÃO

Neste trabalho, os dados experimentais utilizados foram obtidos a partir da literatura, sendo reportados por SMITH & CORRIPIO (1997). Estes dados se referem a um processo de absorção de amônia (NH_3) do ar com o uso de água (H_2O) como solvente. A perturbação no sistema será feita pela aplicação de um degrau negativo na vazão de água (solvente), levando aumento do valor da concentração de NH_3 na corrente de saída de topo da coluna.

Os dados da literatura (Tabela III.5) foram usados SEM a aplicação de filtros para remoção de ruídos. Antes da estimação dos parâmetros, as seguintes ações foram feitas com o intuito de reduzir a ordem de grandeza das variáveis para melhorar o desempenho da estimação de parâmetros:

- a identificação do tempo morto foi feita por inspeção direta dos dados, considerando o intervalo de aplicação do distúrbio e o início da resposta da coluna, sendo de $\theta=20\text{s}$;
- os valores de tempo descontados do tempo morto, θ , e depois divididos pelo maior valor $t = 180\text{s}$ para que ficassem contidos no intervalo $[0,1]$, o que possibilita uma simplificação no cálculo da variável desvio.
- os valores de concentração foram alterados para variável desvio, ou seja, $\bar{C}(t) = C(t) - C_{ss}$, onde C_{ss} é o valor de estado estacionário da concentração de amônia antes do distúrbio, ou seja, 50 ppm.
- os valores de vazão de solvente foram alterados para variável desvio, ou seja, $\bar{U}(t) = U(t) - U_{ss}$, onde U_{ss} é o valor de estado estacionário da vazão de solvente (H_2O) antes do distúrbio, ou seja, 250 gpm.
- o ganho estático do processo, em unidades de $(\text{ppm NH}_3)/(\text{gpm H}_2\text{O})$, calculado a partir dos dados experimentais é de

$$K_{\text{EXP}} = \frac{50 - 51,77}{250 - 200} = -0,0354$$

2 – MODELO DO PROCESSO

Usando a técnica proposta por ISFER *et al.* (2010), foram identificados um modelo de ordem inteira e um modelo de ordem fracionária. A TABELA IV.1 apresenta um resumo da estimação dos parâmetros, sendo apresentados o valor da função objetivo F_{OBJ} , dado pela Eq. (III.25), o valor do coeficiente de correlação R^2 , o valor dos parâmetros, bem como a o desvio padrão do parâmetro, baseado nas variâncias dos pontos experimentais, as quais foram admitidas constantes e iguais a $\delta^2_{OBS-1} = 2,5 \cdot 10^{-3}$ e, finalmente, o ganho estático obtido pelo modelo. Quanto a ordem da equação diferencial – β pode ser determinada pelo emprego da equação III.23 com o uso da função de Mittag-Leffler.

TABELA IV.1 – RESUMO DA ESTIMAÇÃO DE PARÂMETROS

Modelo Inteiro		
$G_{PROCESSO}(s) = \frac{K_{INTEIRO}}{\tau_{INTEIRO} \cdot s + 1} \cdot e^{-\theta \cdot s}$		
Parâmetros		
$K_{INTEIRO} = -0,04604 \pm 0,0011$	$\tau_{INTEIRO} = 0,5568 \pm 0,031$	
Dados do Ajuste		
$F_{OBJ} = 3,37 \cdot 10^{-2}$	$R^2 = 0,94$	
Modelo Fracionário		
$G_{PROCESSO}(s) = \frac{K_{FRAC}}{\tau_{FRAC} \cdot s^\alpha + 1} \cdot e^{-\theta \cdot s}$		
Parâmetros		
$K_{FRAC} = -0,035 \pm 0,0022$	$\tau_{FRAC} = 0,3003 \pm 0,0165$	$\alpha = 1,19 \pm 0,02$
Dados do Ajuste		
$F_{OBJ} = 1,62 \cdot 10^{-2}$	$R^2 = 0,997$	

Fonte: O autor (2010)

Analisando-se os dados da TABELA III.1, observa-se que o ajuste fracionário se mostrou melhor, por apresentar menor valor de F_{OBJ} e R^2 mais próximo de 1,0, além de predizer um ganho estático (K_{FRAC}) mais próximo do valor experimental. No entanto, deve-se salientar que somente estes valores não são suficientes para validação do modelo. O próximo passo consiste em realizar o

teste de χ_{RED}^2 , para 95% e 99% de confiança, conforme os resultados apresentados na TABELA IV.2. A partir destes, verifica-se que ambos os modelos passaram no teste para os dois níveis, no entanto, observa-se que o valor de χ_{RED}^2 é menor para o modelo fracionário. Isso caracteriza uma menor dispersão entre dados experimentais e preditos, fato este que também pode ser visualizado na FIGURA IV.1, tendo em vista que o modelo fracionário está contido na região das barras de incertezas.

TABELA IV.2 – RESULTADOS DO TESTE DE χ_{RED}^2

Modelo inteiro: $\chi_{RED}^2 = 0,899$	Modelo fracionário: $\chi_{RED}^2 = 0,466$
nível de confiança: 95% $0,348 \leq \chi_{RED}^2 \leq 2,039$ Conclusão: o ajuste é bom	nível de confiança: 95% $0,348 \leq \chi_{RED}^2 \leq 2,039$ Conclusão: o ajuste é bom
nível de confiança: 99% $0,333 \leq \chi_{RED}^2 \leq 2,081$ Conclusão: o ajuste é bom	nível de confiança: 99% $0,333 \leq \chi_{RED}^2 \leq 2,081$ Conclusão: o ajuste é bom

Fonte: O autor(2010)

A FIGURA IV.1 ilustra ainda o melhor comportamento do modelo fracionário tanto no início da perturbação como quando o sistema tente a atingir o novo estado estacionário, o que é comprovado não somente pela melhor predição do ganho estático como também pela FIGURA IV.2, que apresenta um gráfico dos resíduos em função do tempo. Observa-se que a distribuição dos resíduos ($Y_{OBS}(t) - Y_{PRED}(t)$) é aleatória, o que indica que os desvios entre dados experimentais e modelo ocorrem devido à erros aleatórios e não à estrutura do modelo.

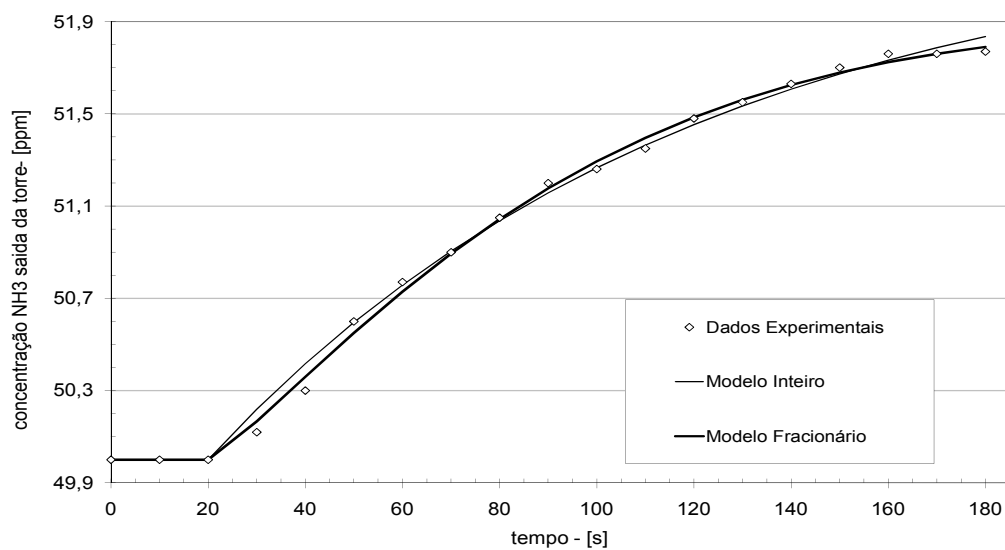


FIGURA IV.1 – COMPARAÇÃO ENTRE DADOS EXPERIMENTAIS E MODELOS

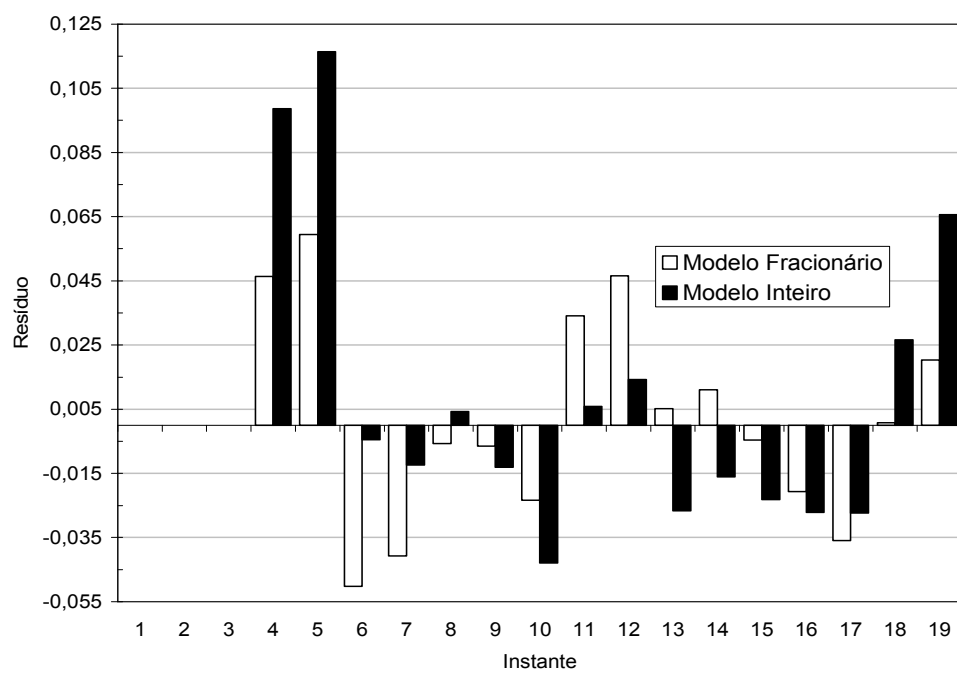


FIGURA IV.2 – DESVIOS DO MODELO INTEIRO E DO MODELO FRACIONÁRIO

Finalmente, a FIGURA IV.3 apresenta um histograma das frequências dos valores absolutos dos desvios. Pode-se observar que os desvios do modelo fracionário são mais freqüentes na região de baixos valores. O modelo inteiro apresenta desvios mais espalhados e maiores em amplitude, corroborando o melhor desempenho do modelo fracionário para a predição do comportamento dinâmico do processo.

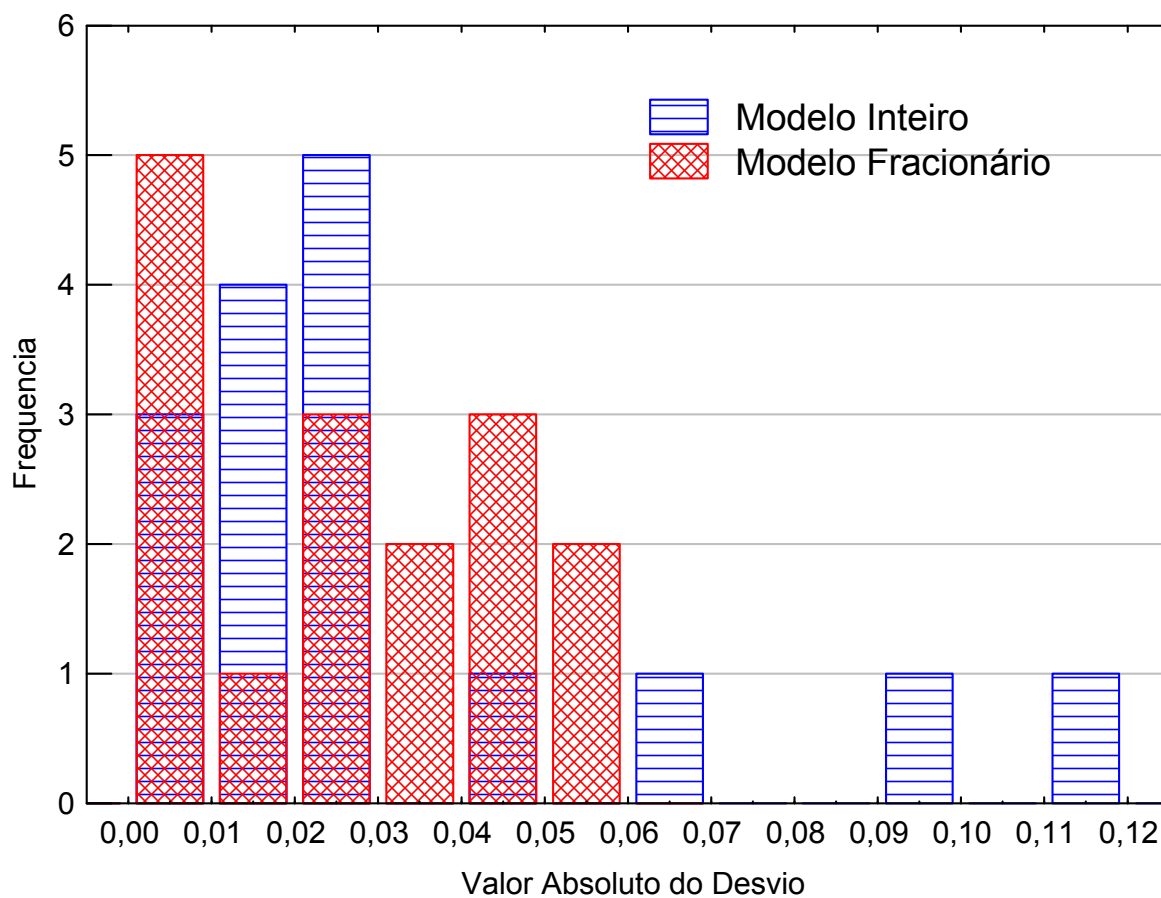


FIGURA IV.3 – DESVIOS DO MODELO INTEIRO E DO MODELO FRACIONÁRIO

Por tanto, o modelo identificado para o processo é dado por:

$$G_{\text{PROCESSO}}(s) = \frac{-0,035}{0,3003 \cdot s^{1,18575} + 1} \cdot e^{(\theta \cdot s)} \quad (\text{IV.01})$$

3 – MODELO DO DISTÚRBIO

Devido à proposição de estudos de controle regulatório, e pelo fato de não terem sido reportados dados experimentais de alguma variável distúrbio, esta foi escolhida como sendo a vazão da corrente de alimentação de ar contaminado com amônia para a torre. Deve-se deixar claro que a concentração de amônia nesta corrente é sempre constante. Com isso, foi arbitrada uma função de transferência FRACIONÁRIA para o distúrbio, ou seja, uma função de transferência para descrever o comportamento da concentração de amônia na corrente de saída de topo da torre em função de perturbações na vazão de alimentação da fase gasosa. Será considerado, ainda, um valor de 100gpm de vazão de alimentação de gás para a coluna. O tempo morto, θ , e a constante de tempo fracionária τ_{FRAC} foram considerados os mesmos do processo, mas em função do comportamento físico do processo, o ganho estático deve ser positivo e foi arbitrariamente escolhido como sendo o dobro do valor do processo, sendo escolhido para analisar o efeito do distúrbio e que garante que o processamento computacional consiga efetuar o cálculo, o que se atendeu com o dobro do valor do processo, resultando na seguinte função de transferência:

$$G_{\text{DISTÚRBIO}}(s) = \frac{0,07}{0,3003 \cdot s^{1,18575} + 1} \cdot e^{-(\theta \cdot s)} \quad (\text{IV.02})$$

V. CONTROLE *FEEDBACK* SEM TEMPO MORTO

1 – INTRODUÇÃO

Neste capítulo serão apresentados os resultados referentes à aplicação de um controlador proporcional P aos modelos fracionários que descrevem o comportamento dinâmico da coluna, desconsiderando o tempo morto.

2 – CONTROLE *FEEDBACK*

A FIGURA V.1 ilustra a malha de controle *feedback*. A principal característica é a correção pela retroalimentação do erro, ou seja, só é tomada ação de controle após o surgimento de algum desvio entre a variável medida e o seu valor desejado, *set-point*.

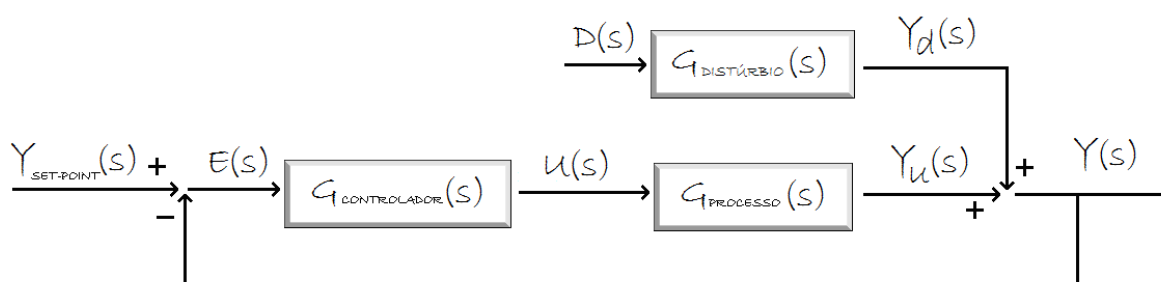


FIGURA V. 1 – ILUSTRAÇÃO DA MALHA DE CONTROLE *FEEDBACK*

Na FIGURA V.2, é apresentada uma ilustração da malha de controle implementada na coluna. O transmissor de composição CIT é o sensor do processo, que está ligado ao controlador CC. Assim, dependendo do valor da composição, há atuação no posicionador da válvula de controle de alimentação de solvente, ou seja, atua o controle servo para manter o *set-point*. Por outro lado, há o medidor de FIC para monitorar a alimentação de gás para a coluna, sendo que qualquer mudança no valor da vazão de alimentação corresponde à inserção de um distúrbio na coluna, devendo atuar o controle regulatório.

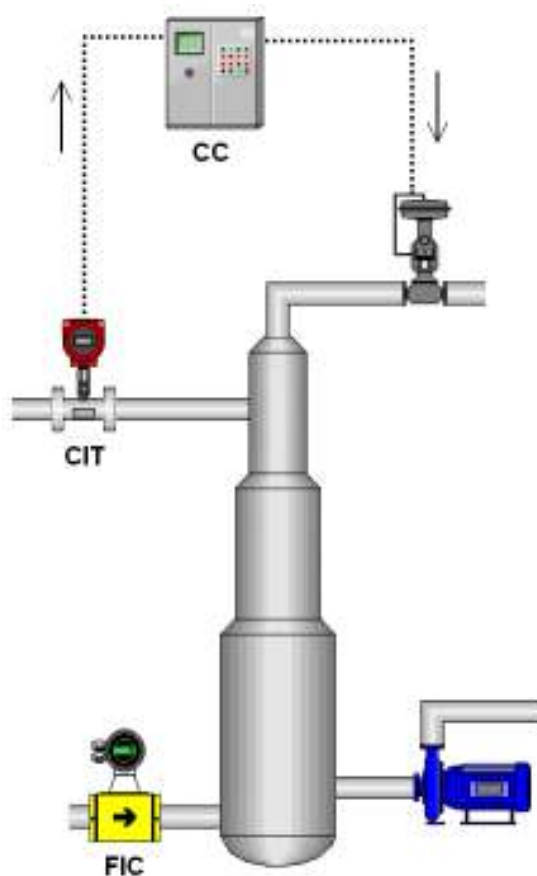


FIGURA V. 2 –MALHA DE CONTROLE FEEDBACK IMPLEMENTADA NA TORRE
 Fonte: O autor (2010)

2.1 – CONTROLE SERVO

No controle servo, o objetivo é fazer a transição de valores de *set-point*. Para simplificar a análise, a variável distúrbio será considerada nula, $D=0$. Desta forma, a função de transferência para a que descreve o comportamento dinâmico da variável controlada em malha fechada no controle servo é dada por:

$$\frac{Y(s)}{Y_{\text{SET-POINT}}(s)} = \frac{G_{\text{PROCESSO}}(s) \cdot G_{\text{CONTROLADOR}}(s)}{1 + G_{\text{PROCESSO}}(s) \cdot G_{\text{CONTROLADOR}}(s)} \quad (\text{V.01})$$

Por outro lado, a função de transferência para a que descreve o comportamento dinâmico da variável manipulada em malha fechada no controle servo é dada por:

$$\frac{U(s)}{Y_{\text{SET-POINT}}(s)} = \frac{G_{\text{CONTROLADOR}}(s)}{1 + G_{\text{PROCESSO}}(s) \cdot G_{\text{CONTROLADOR}}(s)} \quad (\text{V.02})$$

Desta forma, com o modelo fracionário sem tempo morto estimado e considerando controlador P, respectivamente dados por:

$$G_{\text{PROCESSO}}(s) = \frac{-0,035}{0,3003 \cdot s^{1,18578} + 1} \quad (\text{V.03})$$

$$G_{\text{CONTROLADOR}}(s) = K_C \quad (\text{V.04})$$

Resultam as seguintes funções de transferência EM TERMOS DE VARIÁVEL DESVIO para descrição da variável controlada e da variável manipulada no problema servo:

$$\frac{Y(s)}{Y_{\text{SET-POINT}}(s)} = \frac{-0,035 \cdot K_C}{0,3003 \cdot s^{1,18578} + 1 - 0,035 \cdot K_C} \quad (\text{V.05})$$

$$\frac{U(s)}{Y_{\text{SET-POINT}}(s)} = \frac{K_C \cdot (0,3003 \cdot s^{1,18578} + 1)}{0,3003 \cdot s^{1,18578} + 1 - 0,035 \cdot K_C} \quad (\text{V.06})$$

A todas as funções de transferência em malha fechada tem a mesma equação característica, dada por:

$$0,3003 \cdot s^{1,18578} + [1 - 0,035035 \cdot K_c] = 0 \quad (\text{V.07})$$

Logo, conclui-se que a malha estável para qualquer $K_c < 0$, pois desta forma, as raízes da equação características têm parte real negativa.

Considerando uma mudança no *set-point* de 50 ppm para 55ppm na saída de topo da coluna, com auxílio da TABELA III.1, as transformadas de Laplace inversas da Equação (V.05) e (V.06) são dadas, respectivamente, por:

$$y(t) = 50 - 0,5833 \cdot K_C \cdot \text{termo1} \quad (\text{V.08})$$

$$\text{termo1} = \varepsilon_0(t, -3,33 \cdot (1 - 0,035 \cdot K_C); 1,18578, (1,18578 + 1 - 0))$$

$$\begin{aligned}
 U(t) &= 250 + 5 \cdot K_C \cdot [\text{termo1} + 3,33 \cdot \text{termo2}] \\
 \text{termo1} &= \varepsilon_0(t, -3,33 \cdot (1 - 0,035 \cdot K_C); 1,18578, (1,18578 + 1 - 1)) \\
 \text{termo2} &= \varepsilon_0(t, -3,33 \cdot (1 - 0,035 \cdot K_C); 1,18578, (1,18578 + 1 - 0))
 \end{aligned}
 \tag{V.09}$$

Deve-se ter em mente que o sinal de K_C (ganho do controlador) será negativo, indicando ação reversa do atuador. Além disso, nas expressões acima, as variáveis NÃO SÃO DESVIO. Por fim, foram usados valores de tempo contidos no intervalo $[0,1]$ para o cálculo dos valores de $y(t)$ e $u(t)$, mas para plotagem do gráfico, foram considerados os valores de t do intervalo $[0,1]$ multiplicados por 180. Desta forma, foi avaliado o comportamento da variável controlada (FIGURA V.3) e da variável manipulada (FIGURA V.4) para diferentes valores de K_C , mais especificamente, foram escolhidos os valores $K_C = -1$, $K_C = -10$, $K_C = -30$.

Verifica-se a presença de *off-set*, sendo que este é reduzido conforme o aumento de K_C . Por outro lado, valores de K_C muito grandes em módulo levam a uma variação muito brusca da variável manipulada nos instantes iniciais, podendo saturar o atuador, bem como podem instabilizar o processo caso surja algum distúrbio. Finalmente, observa-se que para atingir o aumento desejado da concentração de amônia na saída de topo deve haver uma redução na vazão de alimentação de solvente para a coluna, como mostra a FIGURA V.3.

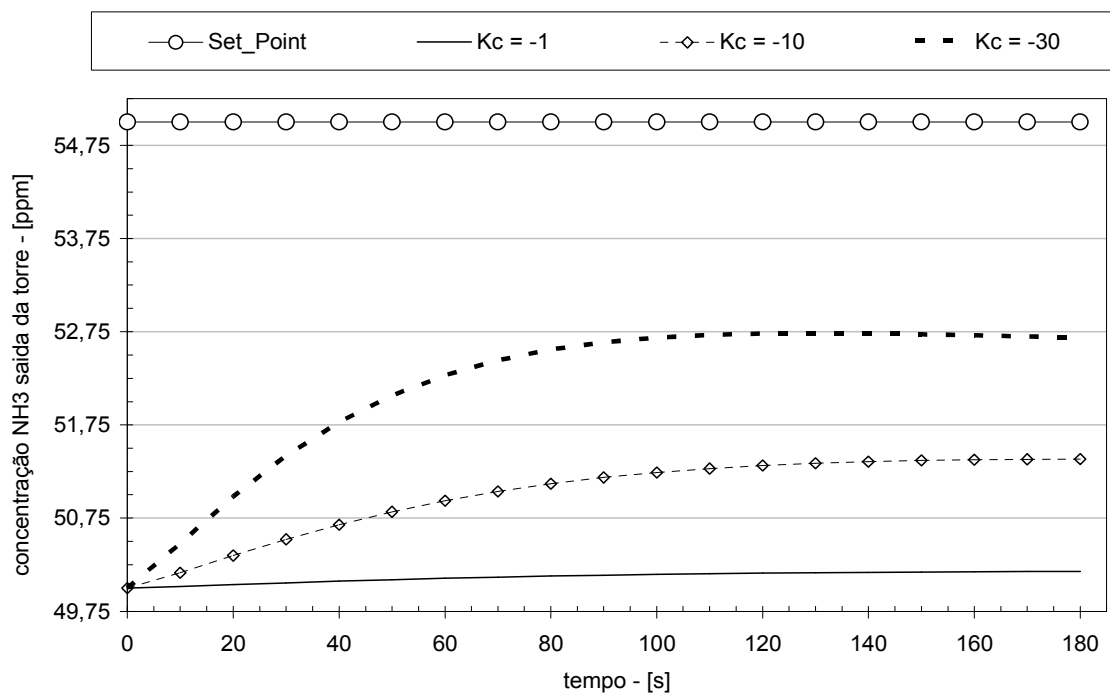


FIGURA V.3 – COMPORTAMENTO DA VARIÁVEL CONTROLADA PARA DIFERENTES K_C

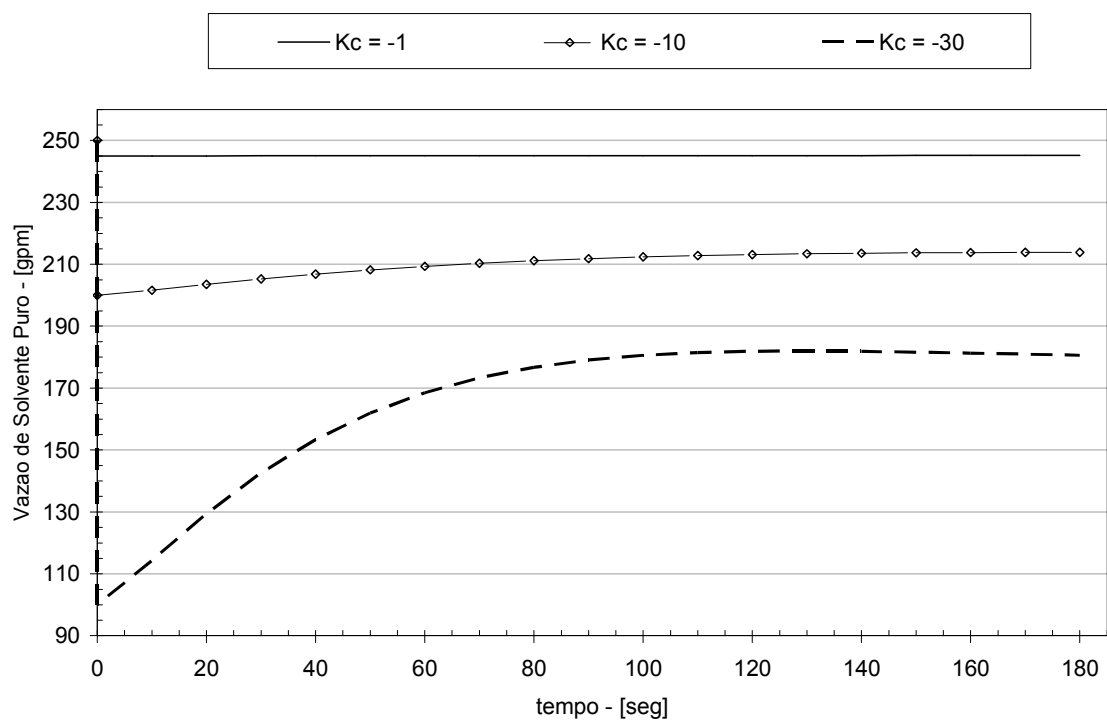


FIGURA V.4 – COMPORTAMENTO DA VARIÁVEL MANIPULADA PARA DIFERENTES K_C

2.2 – CONTROLE REGULATÓRIO

No controle regulatório, o objetivo é fazer manter o valor do *set-point* quando o sistema sofre algum tipo de distúrbio. Para simplificar a análise, não há mudança de *set-point*, logo $Y_{\text{SET-POINT}}=0$. Desta forma, a função de transferência para a que descreve o comportamento dinâmico da variável controlada em malha fechada no controle regulatório é dada por:

$$\frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{G_{\text{DISTÚRIBIO}}(s)}{1 + G_{\text{PROCESSO}}(s) \cdot G_{\text{CONTROLADOR}}(s)} \quad (\text{V.10})$$

Por outro lado, a função de transferência para a que descreve o comportamento dinâmico da variável manipulada em malha fechada no controle regulatório é dada por:

$$\frac{U(s)}{D(s)} = \frac{-G_{\text{CONTROLADOR}}(s) \cdot G_{\text{DISTÚRIBIO}}(s)}{1 + G_{\text{PROCESSO}}(s) \cdot G_{\text{CONTROLADOR}}(s)} \quad (\text{V.11})$$

Resultam as seguintes funções de transferência EM TERMOS DE VARIÁVEL DESVIO para descrição da variável controlada e da variável manipulada no problema regulatório:

$$\frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{0,07}{0,3003 \cdot s^{1,18578} + 1 - 0,035 \cdot K_C} \quad (\text{V.12})$$

$$\frac{U(s)}{D(s)} = \frac{-K_C \cdot 0,07}{0,3003 \cdot s^{1,18578} + 1 - 0,035 \cdot K_C} \quad (\text{V.13})$$

Todas as funções de transferência em malha fechada tem a mesma equação característica do problema servo, logo, a malha estável para qualquer $K_C < 0$, pois desta forma, as raízes da equação características têm parte real negativa.

Considerando um distúrbio como um aumento de 10 gpm na vazão de alimentação de gás para a coluna, com auxílio da TABELA III.1, as transformadas de Laplace inversas da Equação (V.12) e (V.13) são dadas, respectivamente, por:

$$y(t) = 50 + 2,33 \cdot \text{termo1}$$

$$\text{termo1} = \varepsilon_0(t, -3,33 \cdot (1 - 0,035 \cdot K_C); 1,18578, (1,18578 + 1 - 0)) \quad (\text{V.14})$$

$$U(t) = 250 - 2,33 \cdot \text{termo1}$$

$$\text{termo1} = \varepsilon_0(t, -3,33 \cdot (1 - 0,035 \cdot K_C); 1,18578, (1,18578 + 1 - 0)) \quad (\text{V.15})$$

Deve-se ter em mente que o sinal de K_C (ganho do controlador) continua negativo, indicando ação reversa do atuador. Além disso, nas expressões acima, as variáveis NÃO SÃO DESVIO. Desta forma, foi avaliado o comportamento da variável controlada (FIGURA V.5) e da variável manipulada (FIGURA V.6) para os mesmos valores de K_C usados no problema servo, ou seja, $K_C = -1$, $K_C = -10$, $K_C = -30$.

Verifica-se novamente a presença de *off-set*, sendo que este é reduzido conforme o aumento em módulo de K_C . Nota-se, ainda, que não há variação brusca da variável manipulada, mas quanto maiores os valores de K_C , maiores as ações de controle, além disso, como mencionado anteriormente valores elevados de K_C podem instabilizar o processo. Finalmente, observa-se que como houve um aumento na alimentação de gás para a torre, para manter o *set-point* é necessário um aumento na vazão de alimentação de solvente para a coluna, como mostra a FIGURA V.5.

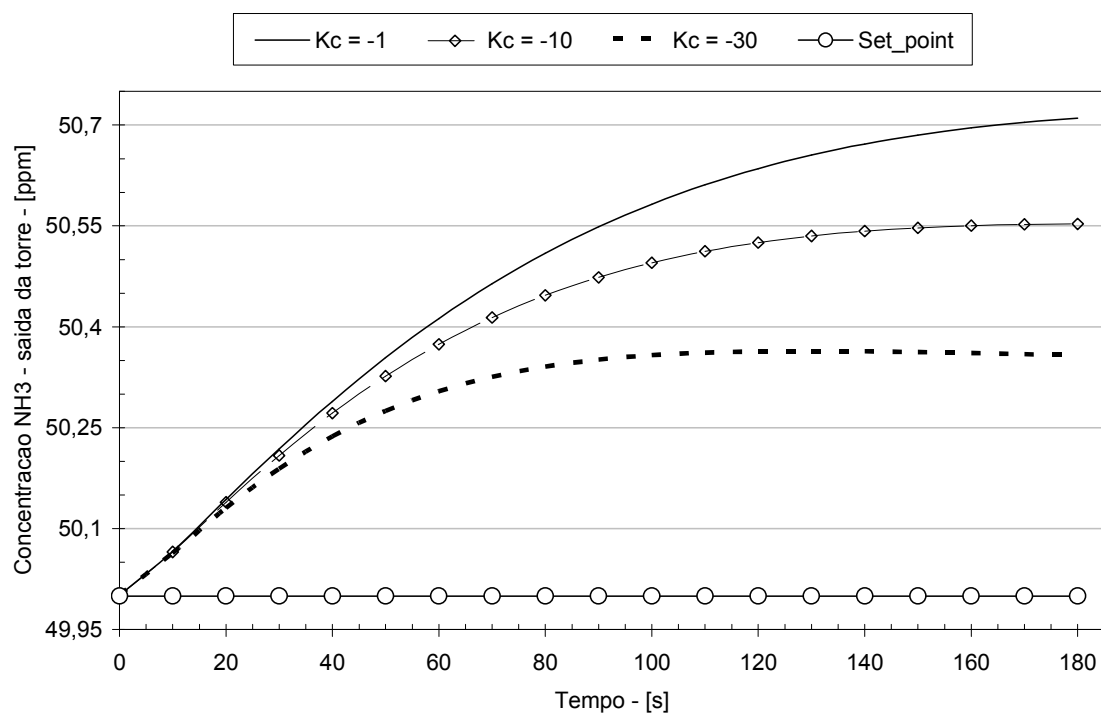


FIGURA V.5 – COMPORTAMENTO DA VARIÁVEL CONTROLADA PARA DIFERENTES K_C

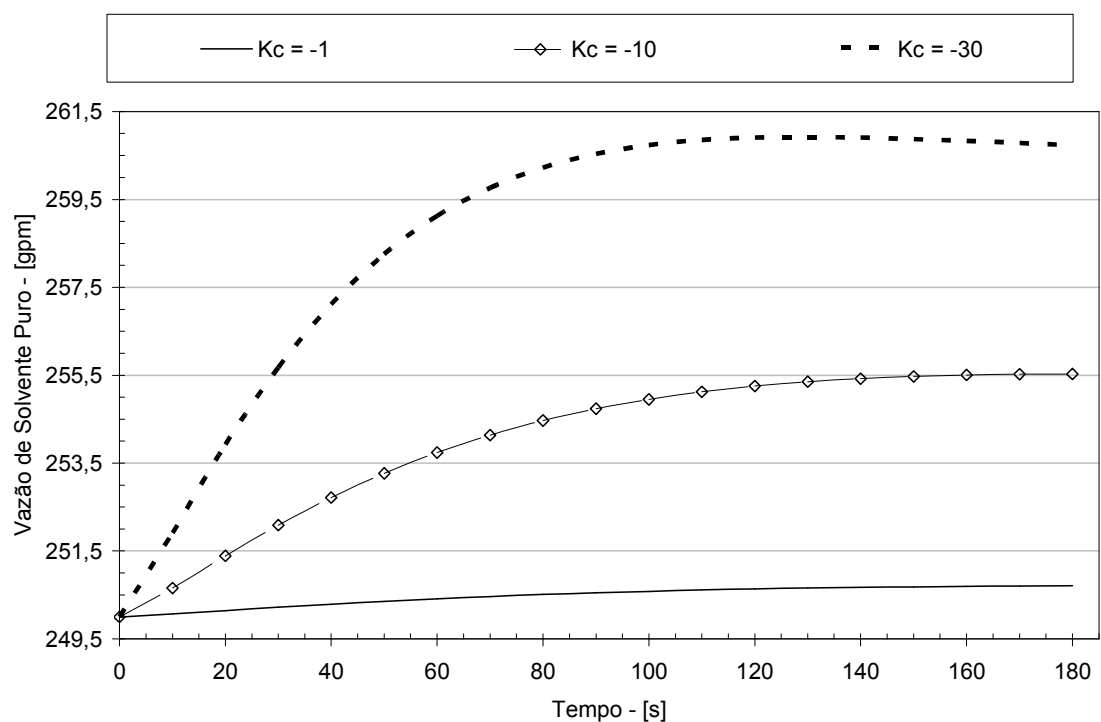


FIGURA V.6 – COMPORTAMENTO DA VARIÁVEL MANIPULADA PARA DIFERENTES K_C

Assim, observou-se que os valores de K_c em todos os casos analisados devem ser negativos, já que a ação do atuador é de ação reversa e que tanto pela ação do controle servo como regulatório houve a presença de off-set, devendo salientar que em nenhum caso a variável manipulada esteve fora das condições de operação para atuar na resposta.

VI. CONTROLE *FEEDBACK* COM TEMPO MORTO

1 – INTRODUÇÃO

Neste capítulo serão apresentados os resultados referentes à aplicação de um controlador proporcional P aos modelos fracionários que descrevem o comportamento dinâmico da coluna, considerando o tempo morto. Além disso, serão analisadas estruturas considerando a estratégia de predição de SMITH

2 – CONTROLE *FEEDBACK* COM TEMPO MORTO

A presença de tempo morto representa uma complicação para o controle de processos. Isso ocorre, pois as ações de controle, apesar de serem tomadas, não têm efeito, assim, há um ‘acúmulo’ destas ações sobre o sistema que pode levar à instabilidade do processo. Dependendo dos valores do tempo morto, o controle *feedback* clássico pode ser considerado. No entanto, para valores elevados, recomenda-se alguma forma de compensar o tempo morto, por exemplo usando preditores de SMITH, cuja estrutura é apresentada pela FIGURA VI.1.

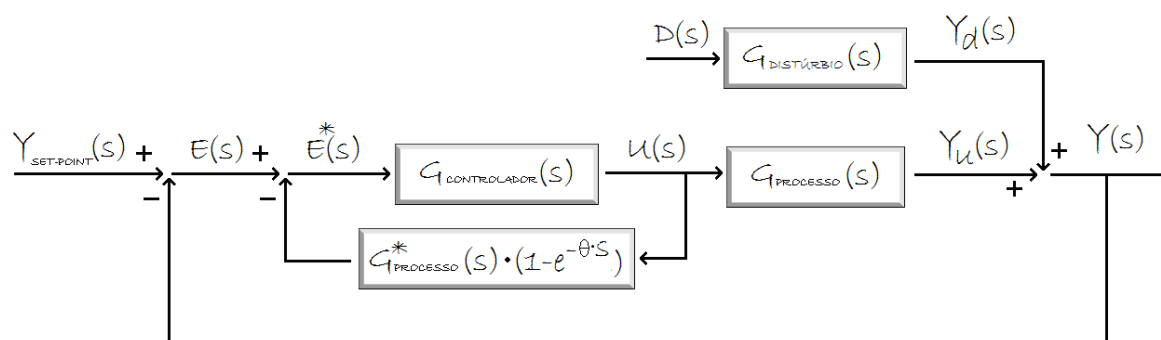


FIGURA VI.1 – MALHA DE CONTROLE COM PREDITOR DE SMITH

Nesta malha de controle *feedback* é feita a compensação do tempo morto. Ou seja, são calculadas as ações de controle para o sistema caso não houvesse tempo morto e comparadas com o estado atual do sistema. Deve-se ressaltar que a função de transferência $G_{\text{PROCESSO}}^*(s)$ corresponde à função de transferência do processo sem o tempo morto, ou seja, $G_{\text{PROCESSO}}(s) = G_{\text{PROCESSO}}^*(s) \cdot e^{-(\theta \cdot s)}$.

2.1 – CONTROLE SERVO

A função de transferência que descreve o comportamento dinâmico da variável controlada em malha fechada no controle servo com preditor de Smith é dada pela expressão a seguir, obtida a partir da álgebra de blocos (SEBORG *et al.*, 2003):

$$\frac{Y(s)}{Y_{\text{SET-POINT}}(s)} = \frac{G_{\text{CONTROLADOR}}(s) \cdot G_{\text{PROCESSO}}^*(s) \cdot e^{-(\theta \cdot s)}}{1 + G_{\text{CONTROLADOR}}(s) \cdot G_{\text{PROCESSO}}^*(s)} \quad (\text{VI.01})$$

Ao passo que sem o preditor de Smith, ou seja, retirando-se o bloco dado por $G_{\text{PROCESSO}}^*(s) \cdot (1 - e^{-(\theta \cdot s)})$ da FIGURA VI.01, resulta seguinte função de transferência para a que descreve o comportamento dinâmico da variável controlada em malha fechada no controle servo sem o preditor de Smith, a qual é equivalente à Eq. (V.01):

$$\frac{Y(s)}{Y_{\text{SET-POINT}}(s)} = \frac{G_{\text{CONTROLADOR}}(s) \cdot G_{\text{PROCESSO}}(s) \cdot e^{-(\theta \cdot s)}}{1 + G_{\text{CONTROLADOR}}(s) \cdot G_{\text{PROCESSO}}(s) \cdot e^{-(\theta \cdot s)}} \quad (\text{VI.02})$$

É importante observar a presença do termo $e^{-(\theta \cdot s)}$ no denominador. A presença deste termo requer bastante atenção, pois pode alterar o intervalo de valores dos parâmetros de sintonia do controlador que garantam um comportamento estável para a malha fechada. Isso ocorre, pois o termo aumenta a não-linearidade da equação característica da malha de controle, podendo alterar o sinal e o tipo dos pólos.

Considerando um controlador proporcional, $G_{\text{CONTROLADOR}}(s) = K_C$, e a função de transferência do processo, $G_{\text{PROCESSO}}(s) = \frac{-0,035}{0,3003 \cdot s^{1,18578} + 1} \cdot e^{-\left(\frac{1}{9}s\right)}$, resultam a Eq. (VI.03) e a Eq. (VI.04) para descrição do comportamento da variável controlada com e sem preditor de Smith, respectivamente. Deve-se ressaltar que como a variável tempo dos dados experimentais considerada para a estimação foi dividido por 180s, o mesmo deve ser feito para o tempo morto de 20s que passa a ser 1/9, como apresentado na função de transferência do processo. Assim, como no capítulo anterior, foram usados valores de tempo contidos no intervalo [0,1]

para o cálculo dos valores de $y(t)$ e $u(t)$, mas para plotagem do gráfico, foram considerados os valores de t do intervalo $[0, 1]$ multiplicados por 180.

$$\frac{Y(s)}{Y_{\text{SET-POINT}}(s)} = \frac{-0,035 \cdot Kc \cdot e^{-\left(\frac{1}{9}s\right)}}{0,3003 \cdot s^{1,18578} + 1 - 0,035 \cdot Kc} \quad (\text{VI.03})$$

A mesma consideração vale para a equação abaixo, com a presença de tempo morto tendo a transformada de Laplace inversa em variáveis normais dada por

$$\frac{Y(s)}{Y_{\text{SET-POINT}}(s)} = \frac{-0,035 \cdot Kc \cdot e^{-\left(\frac{1}{9}s\right)}}{0,3003 \cdot s^{1,18578} + 1 - 0,035 \cdot Kc \cdot e^{-\left(\frac{1}{9}s\right)}} \quad (\text{VI.04})$$

É importante observar a presença do termo $e^{-(\theta \cdot s)}$ no denominador como sendo a primordial diferença entre as equações acima. Como mencionado anteriormente, a presença deste termo é de fundamental atenção, pois pode alterar a região de valores dos parâmetros de sintonia do controlador, uma vez que aumenta a não-linearidade da equação característica da malha de controle. Além disso, ele dificulta a obtenção da transformada inversa de Laplace. Para resolver este problema, considerou-se a aproximação de Padé de 1ª. ordem (SEBORG *et al.*, 2003):

$$e^{-(\theta \cdot s)} = \frac{1 - \frac{\theta}{2}s}{1 + \frac{\theta}{2}s} \quad (\text{VI.05})$$

Assim, a Eq. (VI.04) passa a ser dada pela expressão a seguir que não possui o termo exponencial em seu denominador:

$$\frac{Y(s)}{Y_{\text{SET-POINT}}(s)} = \frac{-0,035 \cdot Kc \cdot (18 + s) \cdot e^{-\left(\frac{1}{9}s\right)}}{0,3003 \cdot s^{2,18578} + 5,41 \cdot s^{1,18578} + (1 + 0,035 \cdot Kc) \cdot s + 18 \cdot (1 - 0,035 \cdot Kc)} \quad (\text{VI.06})$$

Portanto, as transformadas de Laplace inversas da Eq. (VI.03) e da Eq. (VI.06), foram obtidas considerando as variáveis de processo e um degrau positivo de 5 ppm no *set-point* (concentração de amônia na corrente de saída do topo da coluna) são dadas, respectivamente, por

$$y(t) = 50 + H\left(t - \frac{1}{9}\right) \cdot [(-0,583 \cdot K_c) \cdot \varepsilon_0(t, -3,33 \cdot (1 - 0,035 \cdot K_c); 1,18578, (1,18578 + 1 - 0))] \quad (VI.07)$$

$$y(t) = 50 + H\left(t - \frac{1}{9}\right) \cdot [(-0,583 \cdot K_c) \cdot (\text{soma1} + 18 \cdot \text{soma2})]$$

$$\text{soma1} = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \cdot \left(\frac{-18 \cdot (1 - 0,035 \cdot K_c)}{0,3003}\right)^m \cdot \sum_{k=0}^m \binom{m}{k} \cdot \left(\frac{1 + 0,035 \cdot K_c}{18 \cdot (1 - 0,035 \cdot K_c)}\right)^k \cdot \varepsilon_m(t, -18; (2,18578 - 1,18578), (2,18578 + 1,18578 \cdot m - 1 \cdot k + 1 - 1)) \quad (VI.08)$$

$$\text{soma2} = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \cdot \left(\frac{-18 \cdot (1 - 0,035 \cdot K_c)}{0,3003}\right)^m \cdot \sum_{k=0}^m \binom{m}{k} \cdot \left(\frac{1 + 0,035 \cdot K_c}{18 \cdot (1 - 0,035 \cdot K_c)}\right)^k \cdot \varepsilon_m(t, -18; (2,18578 - 1,18578), (2,18578 + 1,18578 \cdot m - 1 \cdot k + 1 - 0))$$

Onde $H(t - a)$ é a função de Heaviside que surge devido ao termo $e^{-\frac{1}{9}s}$ presente no numerador da função de transferência, sendo, $H(t - a) = \begin{cases} 0 & \text{p/ } t < a \\ 1 & \text{p/ } t \geq a \end{cases}$

A FIGURA VI.2 e a FIGURA VI.3 apresentam os gráficos da Eq. (VI.07) e da Eq. (VI.08), respectivamente, para diferentes valores de K_c , mais especificamente, foram considerados valores de K_c iguais -1 , -10 , -30 em ambos os casos. Além disso, observa-se que em ambos, o comportamento da variável teve o tempo morto devido à consideração deste nas análises. No entanto, verifica-se que o comportamento da variável controlada com a presença do preditor de Smith é idêntico ao comportamento da malha quando não se considera o tempo morto, veja a FIGURA IV.3 e compare a Eq. (V.08) com a Eq. (VI.07). Desta forma, o preditor conseguiu compensar o tempo morto de forma satisfatória. No entanto, quando o compensador não foi utilizado, principalmente para o valor de K_c igual a -30 , o comportamento passou a apresentar um leve *overshoot* provavelmente, devido ao 'acúmulo' de ações de controle, sendo que o estado estacionário para a variável controlada é levemente inferior ao observado na mesma situação envolvendo o preditor de Smith.

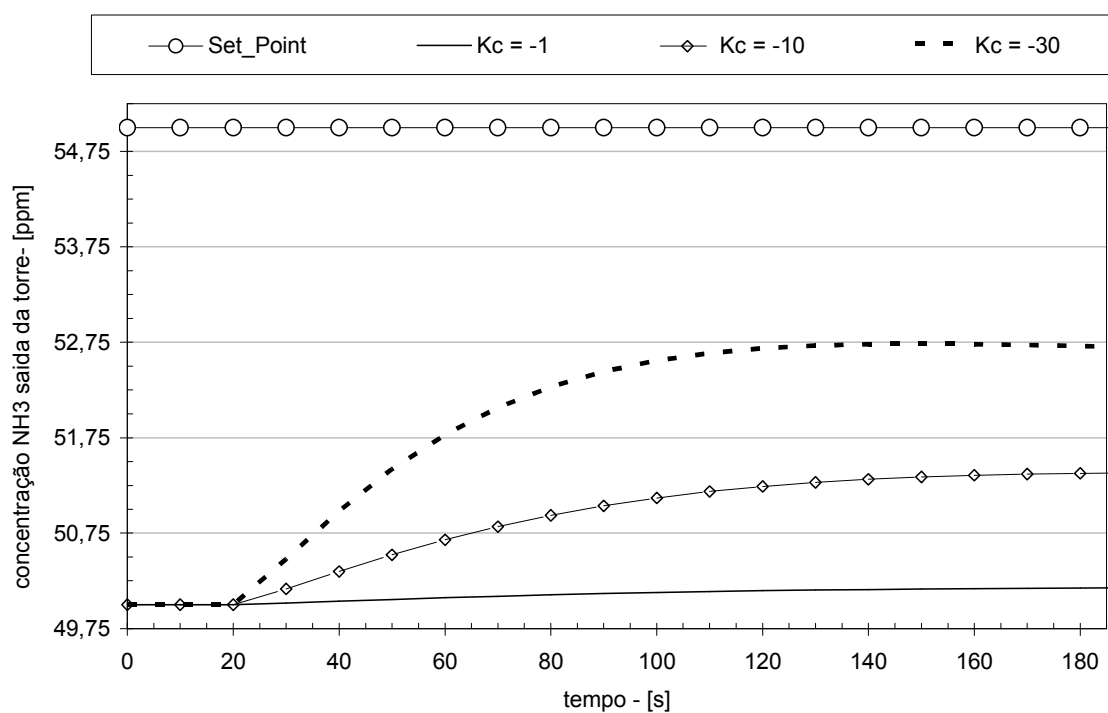


FIGURA VI.2 – VARIÁVEL CONTROLADA NA MALHA SERVO COM PREDITOR DE SMITH

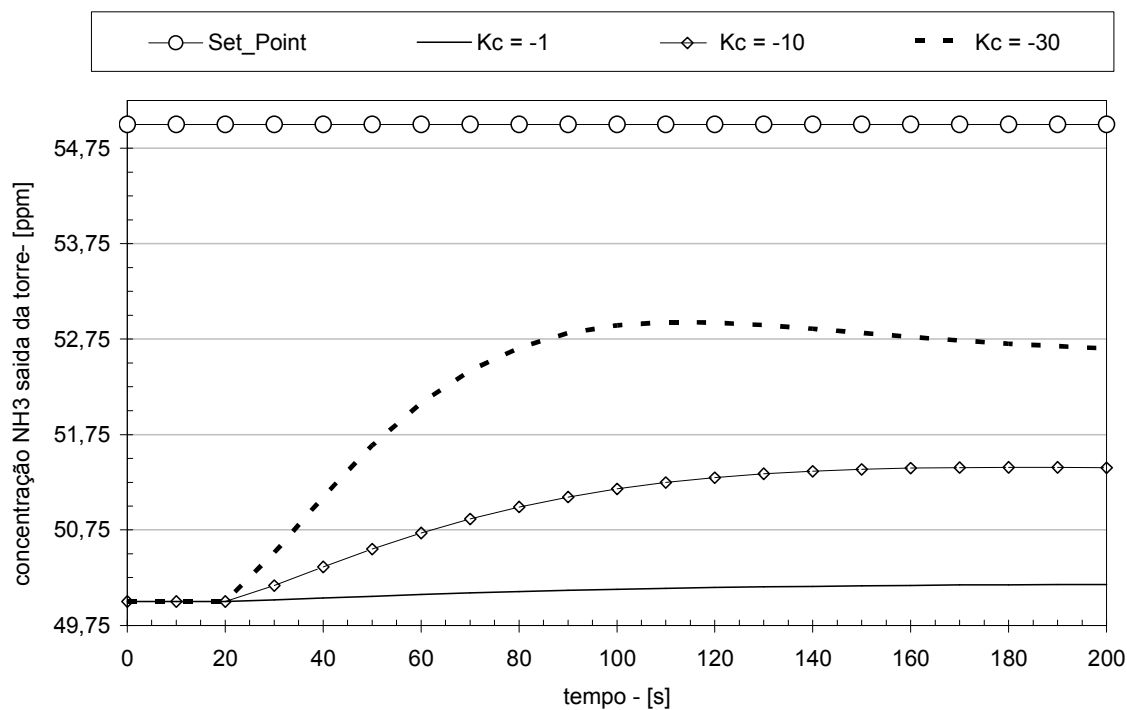


FIGURA VI.3 – VARIÁVEL CONTROLADA NA MALHA SERVO SEM PREDITOR DE SMITH

Por outro lado, as funções de transferência que descrevem o comportamento dinâmico da variável manipulada no controle servo com e sem preditor de Smith são, respectivamente, dadas por:

$$\frac{U(s)}{Y_{\text{SET-POINT}}(s)} = \frac{G_{\text{CONTROLADOR}}(s)}{1 + G_{\text{CONTROLADOR}}(s) \cdot G_{\text{PROCESSO}}^*(s)} \quad (\text{VI.09})$$

$$\frac{U(s)}{Y_{\text{SET-POINT}}(s)} = \frac{G_{\text{CONTROLADOR}}(s)}{1 + G_{\text{CONTROLADOR}}(s) \cdot G_{\text{PROCESSO}}^*(s) \cdot e^{-(\theta \cdot s)}} \quad (\text{VI.10})$$

Repetindo o procedimento usado para a variável controlada, resultam as seguintes funções de transferência que descrevem o comportamento dinâmico da variável manipulada em malha fechada no controle servo com e sem preditor de:

$$\frac{U(s)}{Y_{\text{SET-POINT}}(s)} = \frac{K_C \cdot (0,3003 \cdot s^{1,18578} + 1)}{0,3003 \cdot s^{1,18578} + 1 - 0,035 \cdot K_C} \quad (\text{VI.11})$$

$$\frac{U(s)}{Y_{\text{SET-POINT}}(s)} = \frac{K_C \cdot (0,3003 \cdot s^{1,18578} + 1)}{0,3003 \cdot s^{1,18578} + 1 - 0,035 \cdot K_C \cdot e^{-\left(\frac{1}{9} \cdot s\right)}} \quad (\text{VI.12})$$

Considerando a aproximação de Padé para o termo $e^{-\left(\frac{1}{9} \cdot s\right)}$ do denominador da Eq. (VI.12), resulta:

$$\frac{U(s)}{Y_{\text{SET-POINT}}(s)} = \frac{K_C \cdot (0,3003 \cdot s^{2,18578} + 18 \cdot 0,3003 \cdot s^{1,18578} + s + 18)}{0,3003 \cdot s^{2,18578} + 18 \cdot 0,3003 \cdot s^{1,18578} + (1 + 0,035 \cdot K_C) \cdot s + 18 \cdot (1 - 0,035 \cdot K_C)} \quad (\text{VI.13})$$

Considerando o novo *set-point*, definido a partir de um aumento de 5 ppm na concentração de amônia da saída de topo da coluna, as transformadas de Laplace inversas da Eq. (VI.11) e da Eq. (VI.13) são, respectivamente:

$$\begin{aligned} u(t) &= 250 + 5 \cdot K_C \cdot [\text{termo1} + 3,33 \cdot \text{termo2}] \\ \text{termo1} &= \varepsilon_0(t, -3,33 \cdot (1 - 0,035 \cdot K_C); 1,18578, 1,18578 + 1 - 1) \\ \text{termo2} &= \varepsilon_0(t, -3,33 \cdot (1 - 0,035 \cdot K_C); 1,18578, 1,18578 + 1 - 0) \end{aligned} \quad (\text{VI.14})$$

$$\begin{aligned} u(t) &= 250 + H\left(t - \frac{1}{9}\right) \cdot [(5 \cdot K_C) \cdot (\text{soma1} + 18 \cdot \text{soma2} + 3,33 \cdot \text{soma3} + 59,9 \cdot \text{soma4})] \\ \text{soma1} &= \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \cdot \left(\frac{-18 \cdot (1 - 0,035 \cdot K_C)}{0,3003}\right)^m \cdot \sum_{k=0}^m \binom{m}{k} \cdot \left(\frac{1 + 0,035 \cdot K_C}{18 \cdot (1 - 0,035 \cdot K_C)}\right)^k \\ \varepsilon_m(t, -18; (2,18578 - 1,18578), (2,18578 + 1,18578 \cdot m - 1 \cdot k + 1 - 2,18578)) & \end{aligned} \quad (\text{VI.15})$$

$$\begin{aligned} \text{soma 2} &= \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \cdot \left(\frac{-18 \cdot (1 - 0,035 \cdot K_c)}{0,3003} \right)^m \cdot \sum_{k=0}^m \binom{m}{k} \cdot \left(\frac{1 + 0,035 \cdot K_c}{18 \cdot (1 - 0,035 \cdot K_c)} \right)^k \cdot \\ &\varepsilon_m(t, -18; (2,18578 - 1,18578), (2,18578 + 1,18578 \cdot m - 1 \cdot k + 1 - 1,18578)) \\ \text{soma 3} &= \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \cdot \left(\frac{-18 \cdot (1 - 0,035 \cdot K_c)}{0,3003} \right)^m \cdot \sum_{k=0}^m \binom{m}{k} \cdot \left(\frac{1 + 0,035 \cdot K_c}{18 \cdot (1 - 0,035 \cdot K_c)} \right)^k \cdot \\ &\varepsilon_m(t, -18; (2,18578 - 1,18578), (2,18578 + 1,18578 \cdot m - 1 \cdot k + 1 - 1)) \\ \text{soma 4} &= \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \cdot \left(\frac{-18 \cdot (1 - 0,035 \cdot K_c)}{0,3003} \right)^m \cdot \sum_{k=0}^m \binom{m}{k} \cdot \left(\frac{1 + 0,035 \cdot K_c}{18 \cdot (1 - 0,035 \cdot K_c)} \right)^k \cdot \\ &\varepsilon_m(t, -18; (2,18578 - 1,18578), (2,18578 + 1,18578 \cdot m - 1 \cdot k + 1 - 0)) \end{aligned}$$

A FIGURA VI.4 e a FIGURA VI.5 apresentam os gráficos da Eq. (VI.14) e da Eq. (VI.15), respectivamente, para diferentes valores de K_c .

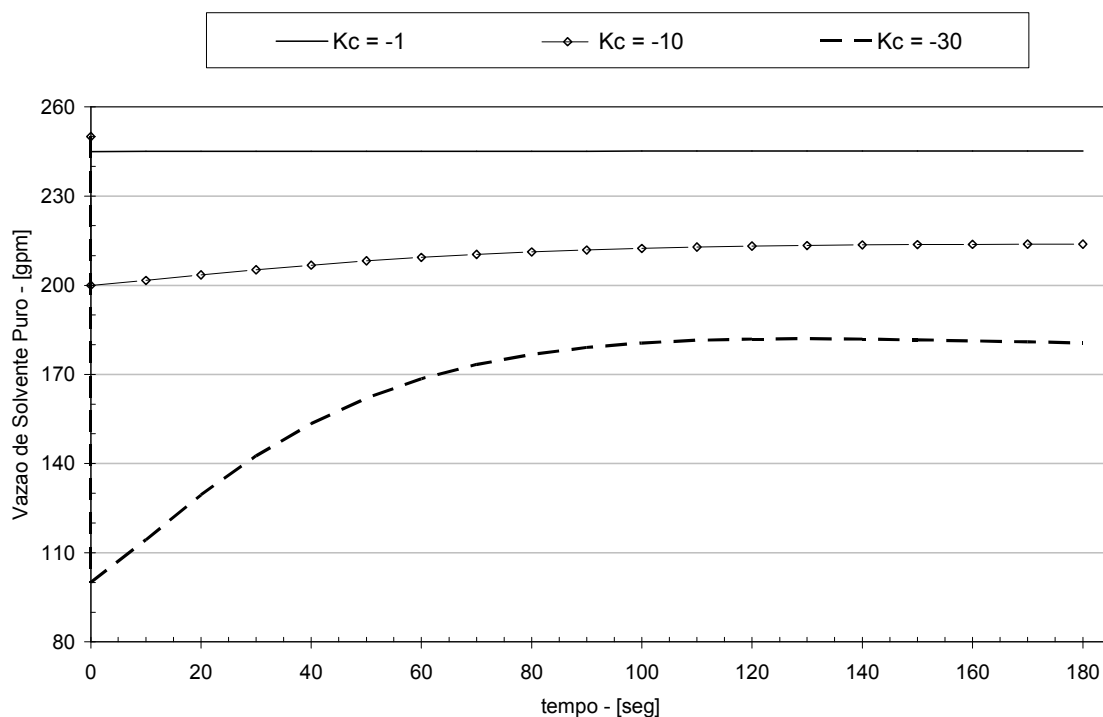


FIGURA VI.4 – VARIÁVEL MANIPULADA NA MALHA SERVO COM PREDITOR DE SMITH

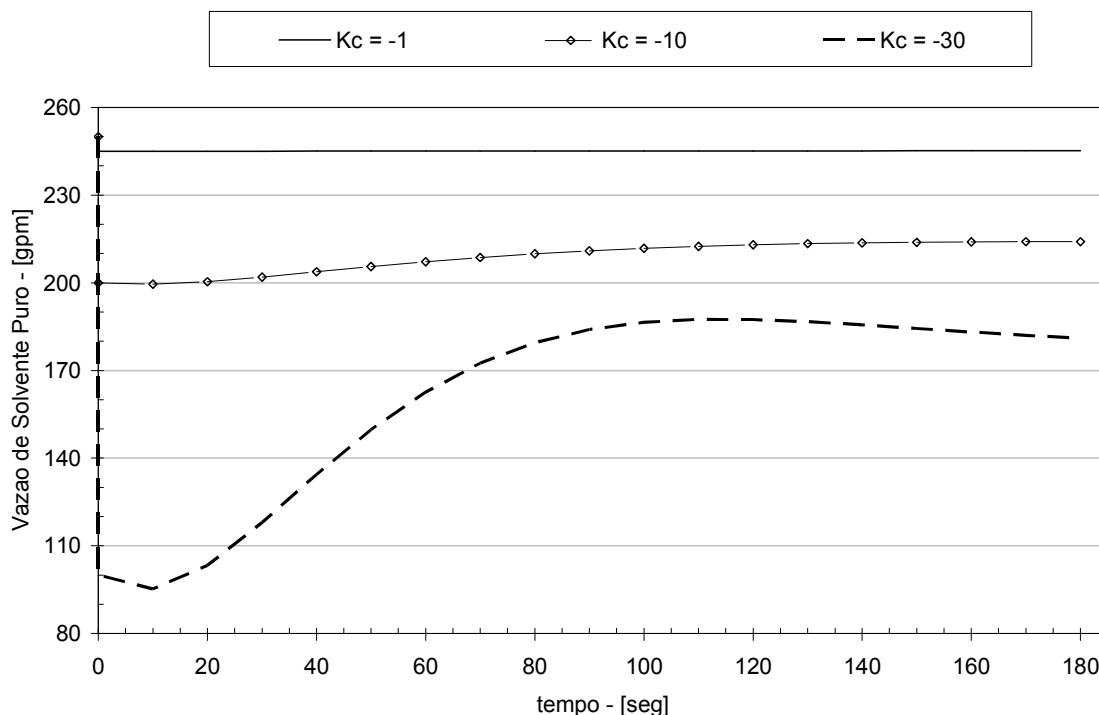


FIGURA VI.5 – VARIÁVEL MANIPULADA NA MALHA SERVO SEM PREDITOR DE SMITH

Novamente é importante notar que mesmo com o tempo morto do processo, as ações de controle agem desde o instante inicial $t=0$, pois houve uma mudança de *set-point*, ou seja, está sendo analisado do controle servo. Novamente, devido ao uso do preditor de Smith, as ações de controle são idênticas ao caso sem tempo morto, o que pode ser visto comparando-se a Eq. (VI.14) com a Eq. (V.09). Desta forma, após a queda brusca inicial, o controlador ajusta a vazão para que seja atingido o *set-point*. Na FIGURA VI.5, o valor da variável manipulada foi calculado a cada 10s. Analisando os pontos referentes ao valor de K_C igual a -30, observa-se que até além da queda brusca inicial, a vazão de solvente continua a cair, como pode ser observado no instante 10s. Isso ocorre, pois foi aplicado o degrau do *set-point* e, devido ao tempo morto, até o instante 20s, o processo ainda não respondeu, com isso, para o controlador, a queda brusca inicial não resolveu, desta forma deve-se continuar a redução da vazão de solvente, como por ser observado no gráfico. Somente no instante 20s, é que a variável manipulada começa a mudar para que seja feito o controle.

2.2 – CONTROLE REGULATÓRIO

A função de transferência que descreve o comportamento dinâmico da variável controlada em malha fechada no controle servo com preditor de Smith é dada por:

$$\frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{G_{\text{DISTÚRIBIO}}(s) \cdot (1 + G_{\text{CONTROLADOR}}(s) \cdot G_{\text{PROCESSO}}^*(s) \cdot (1 - e^{-(\theta \cdot s)}))}{1 + G_{\text{CONTROLADOR}}(s) \cdot G_{\text{PROCESSO}}^*(s)} \quad (\text{VI.16})$$

Ao passo que sem o preditor de Smith, ou seja, retirando-se o bloco dado por $G_{\text{PROCESSO}}^*(s) \cdot (1 - e^{-(\theta \cdot s)})$ da FIGURA VI.01, resulta seguinte função de transferência para a que descreve o comportamento dinâmico da variável controlada em malha fechada no controle servo:

$$\frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{G_{\text{DISTÚRIBIO}}(s)}{1 + G_{\text{CONTROLADOR}}(s) \cdot G_{\text{PROCESSO}}^*(s) \cdot e^{-(\theta \cdot s)}} \quad (\text{VI.17})$$

É importante observar a presença do termo $e^{-\theta \cdot s}$ no denominador. A presença deste termo é de fundamental pois pode alterar a região de valores dos parâmetros de sintonia do controlador, uma vez que aumenta a não-linearidade da equação característica da malha de controle.

Aplicando as funções de transferência do modelo identificado, resultam as expressões para o comportamento da variável controlada, com e sem preditor de Smith (já com considerando a aproximação de Padé), respectivamente:

$$\frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{(0,3003 \cdot 0,07 \cdot s^{1,18578} + 0,07 \cdot (1 - 0,035 \cdot K_c)) \cdot e^{-\left(\frac{1}{9}s\right)} + 0,035 \cdot 0,07 \cdot e^{-\left(\frac{2}{9}s\right)}}{(0,3003)^2 \cdot s^{2,37156} + 0,3003 \cdot (2 - 0,035 \cdot K_c) \cdot s^{1,18578} + (1 + 0,035 \cdot K_c)} \quad (\text{VI.18})$$

$$\frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{0,07 \cdot (18 + s) \cdot e^{-\left(\frac{1}{9}s\right)}}{0,3003 \cdot s^{2,18578} + 18 \cdot 0,3003 \cdot s^{1,18578} + (1 + 0,035 \cdot K_c) \cdot s + 18 \cdot (1 - 0,035 \cdot K_c)} \quad (\text{VI.19})$$

Invertendo as transformadas de Laplace referentes à Eq. (VI.18) e à Eq. (VI.19), considerando um degrau positivo de 10 gpm na vazão de alimentação de gás para a coluna, tem-se, respectivamente:

$$y(t) = 50 + H\left(t - \frac{1}{9}\right) \cdot [2,33 \cdot \text{soma } 1 + 7,76 \cdot (1 - 0,035 \cdot K_c) \cdot \text{soma } 2] + H\left(t - \frac{2}{9}\right) \cdot [0,272 \cdot \text{soma } 2] \quad (\text{VI.20})$$

$$\begin{aligned}
\text{soma1} &= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k!} \cdot (11,089 \cdot (1 - 0,035 \cdot K_c))^k \cdot \\
&\varepsilon_m \left(t, -3,33 \cdot (2 - 0,035 \cdot K_c); (2,37156 - 1,18578), (2,37156 + 1,18578 \cdot k + 1 - 1,18578) \right) \\
\text{soma2} &= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k!} \cdot (11,089 \cdot (1 - 0,035 \cdot K_c))^k \cdot \\
&\varepsilon_m \left(t, -3,33 \cdot (2 - 0,035 \cdot K_c); (2,37156 - 1,18578), (2,37156 + 1,18578 \cdot k + 1 - 0) \right) \\
y(t) &= 50 + H \left(t - \frac{1}{9} \right) \cdot [(2,33) \cdot (18 \cdot \text{soma1} + \text{soma2})] \\
\text{soma1} &= \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \cdot \left(\frac{-18 \cdot (1 - 0,035 \cdot K_c)}{0,3003} \right)^m \cdot \sum_{k=0}^m \binom{m}{k} \cdot \left(\frac{1 + 0,035 \cdot K_c}{18 \cdot (1 - 0,035 \cdot K_c)} \right)^k \cdot \\
&\varepsilon_m \left(t, -18; (2,18578 - 1,18578), (2,18578 + 1,18578 \cdot m - 1 \cdot k + 1 - 0) \right) \\
\text{soma2} &= \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \cdot \left(\frac{-18 \cdot (1 - 0,035 \cdot K_c)}{0,3003} \right)^m \cdot \sum_{k=0}^m \binom{m}{k} \cdot \left(\frac{1 + 0,035 \cdot K_c}{18 \cdot (1 - 0,035 \cdot K_c)} \right)^k \cdot \\
&\varepsilon_m \left(t, -18; (2,18578 - 1,18578), (2,18578 + 1,18578 \cdot m - 1 \cdot k + 1 - 1) \right)
\end{aligned} \tag{VI.21}$$

A FIGURA VI.6 e a FIGURA VI.7 apresentam os gráficos da Eq. (VI.20) e da Eq. (VI.21), respectivamente, para diferentes valores de K_c , mais especificamente os mesmos valores usados até o momento: -1; -10; -30.

Em ambos os casos, observa-se que a variável controlada somente se altera decorrido o tempo morto. Observa-se, também, que sem a presença do preditor de Smith, a variável controlada atinge um *off-set*, uma vez que a partir do instante 180s, os valores da FIGURA VI.7 tendem a ficar constantes. No entanto, a compensação do tempo morto pelo preditor aliado ao valor elevado de K_c fez com que o valor da variável controlada assumisse uma tendência de queda, reduzindo a distância entre o seu valor e o *set-point*. Observa-se que o controle sem predição teve um melhor comportamento regulatório o que, pode ocorrer de acordo com SEGORG *et al.* (2003). Os autores indicam que a provável causa deste motivo é a estrutura do numerador da função de transferência Eq. (VI.16) que envolve todas as funções de transferência da malha de controle. Uma solução é a utilização de controladores com dois graus de liberdade como reportado por GOODWIN *et al.* (2000).

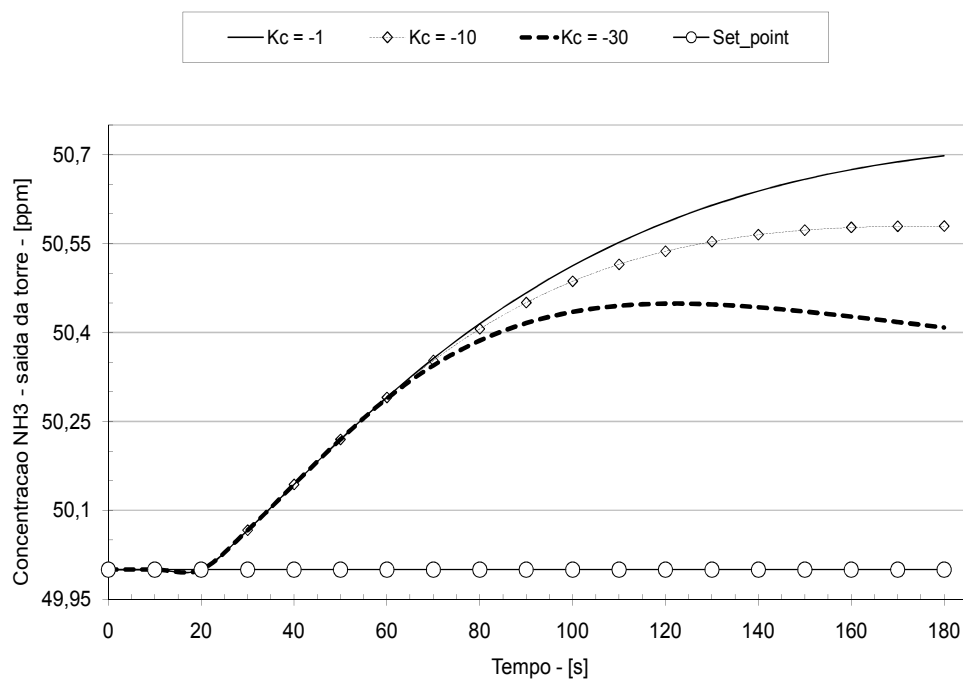


FIGURA VI.6 – VARIÁVEL CONTROLADA NO PROBLEMA REGULATÓRIO COM PREDITOR DE SMITH

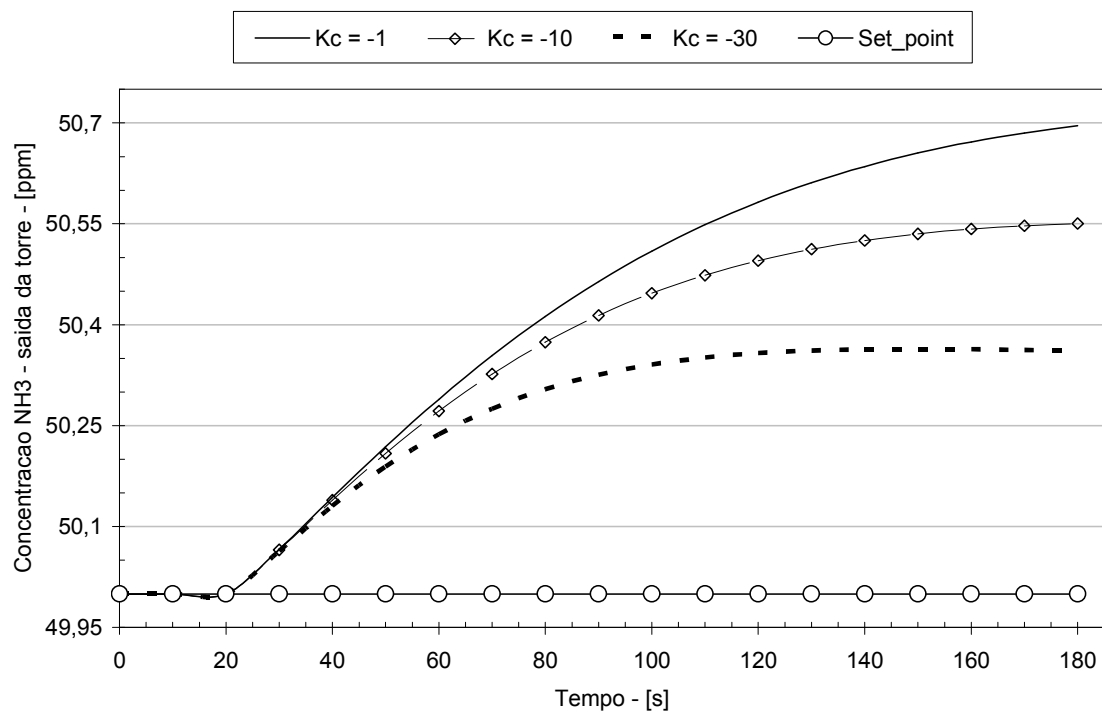


FIGURA VI.7 – VARIÁVEL CONTROLADA NO PROBLEMA REGULATÓRIO SEM PREDITOR DE SMITH

Por outro lado, as funções de transferência que descrevem o comportamento dinâmico da variável manipulada em malha fechada no controle regulatório com e sem preditor de Smith são dadas por:

$$\frac{U(s)}{D(s)} = \frac{-G_{\text{CONTROLADOR}}(s) \cdot G_{\text{DISTÚRBIO}}(s)}{1 + G_{\text{CONTROLADOR}}(s) \cdot G_{\text{PROCESSO}}^*(s)} \quad (\text{VI.22})$$

$$\frac{U(s)}{D(s)} = \frac{-G_{\text{CONTROLADOR}}(s) \cdot G_{\text{DISTÚRBIO}}(s)}{1 + G_{\text{CONTROLADOR}}(s) \cdot G_{\text{PROCESSO}}^*(s) \cdot e^{-\theta s}} \quad (\text{VI.23})$$

Aplicando as funções de transferência do modelo identificado, resultam as expressões para o comportamento da variável manipulada, com e sem preditor de Smith (já considerando a aproximação de Padé), respectivamente:

$$\frac{U(s)}{D(s)} = \frac{-0,07 \cdot K_c \cdot e^{-\left(\frac{1}{9}s\right)}}{0,3003 \cdot s^{1,18578} + (1 + 0,035 \cdot K_c)} \quad (\text{VI.24})$$

$$\frac{U(s)}{D(s)} = \frac{-0,07 \cdot K_c \cdot (18 + s) \cdot e^{-\left(\frac{1}{9}s\right)}}{0,3003 \cdot s^{2,18578} + 18 \cdot 0,3003 \cdot s^{1,18578} + (1 + 0,035 \cdot K_c) \cdot s + 18 \cdot (1 - 0,035 \cdot K_c)} \quad (\text{VI.25})$$

Invertendo as funções de transferência dadas pela Eq. (VI.24) e , considerando um degrau positivo de 10gpm na vazão de alimentação de gás para a coluna, resultam, respectivamente

$$u(t) = 250 + H\left(t - \frac{1}{9}\right) \cdot [(-2,33 \cdot K_c) \cdot \text{termo1}] \quad (\text{VI.26})$$

$$\text{termo1} = \varepsilon_0(t, -3,33 \cdot (1 - 0,035 \cdot K_c); 1,18578, (1,18578 + 1 - 0))$$

$$u(t) = 250 + H\left(t - \frac{1}{9}\right) \cdot [(-2,33 \cdot K_c) \cdot (18 \cdot \text{soma1} + \text{soma2})]$$

$$\text{soma1} = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \cdot \left(\frac{-18 \cdot (1 - 0,035 \cdot K_c)}{0,3003}\right)^m \cdot \sum_{k=0}^m \binom{m}{k} \cdot \left(\frac{1 + 0,035 \cdot K_c}{18 \cdot (1 - 0,035 \cdot K_c)}\right)^k \cdot \varepsilon_m(t, -18; (2,18578 - 1,18578), (2,18578 + 1,18578 \cdot m - 1 \cdot k + 1 - 0)) \quad (\text{VI.27})$$

$$\text{soma2} = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \cdot \left(\frac{-18 \cdot (1 - 0,035 \cdot K_c)}{0,3003}\right)^m \cdot \sum_{k=0}^m \binom{m}{k} \cdot \left(\frac{1 + 0,035 \cdot K_c}{18 \cdot (1 - 0,035 \cdot K_c)}\right)^k \cdot \varepsilon_m(t, -18; (2,18578 - 1,18578), (2,18578 + 1,18578 \cdot m - 1 \cdot k + 1 - 1))$$

A FIGURA VI.8 e a FIGURA VI.9 apresentam os gráficos da Eq. (VI.26) e da Eq. (VI.27), respectivamente, para diferentes os valores de K_c até o momento utilizados. Diferentemente do controle servo, o distúrbio é no set-point, sendo imediatamente sentido pelo controlador resultando em ações de controle imediatas. Por outro lado, no controle regulatório, as ações de controle sofrem o atraso dado pelo tempo morto, pois o distúrbio afeta o processo e, portanto, não é imediatamente sentido pelo controlador. Observa-se que quando maior o valor de K_c maior o valor da ação de controle, mas que resultam em um aumento máximo de 5%, portanto não levando a uma possível saturação do atuador.

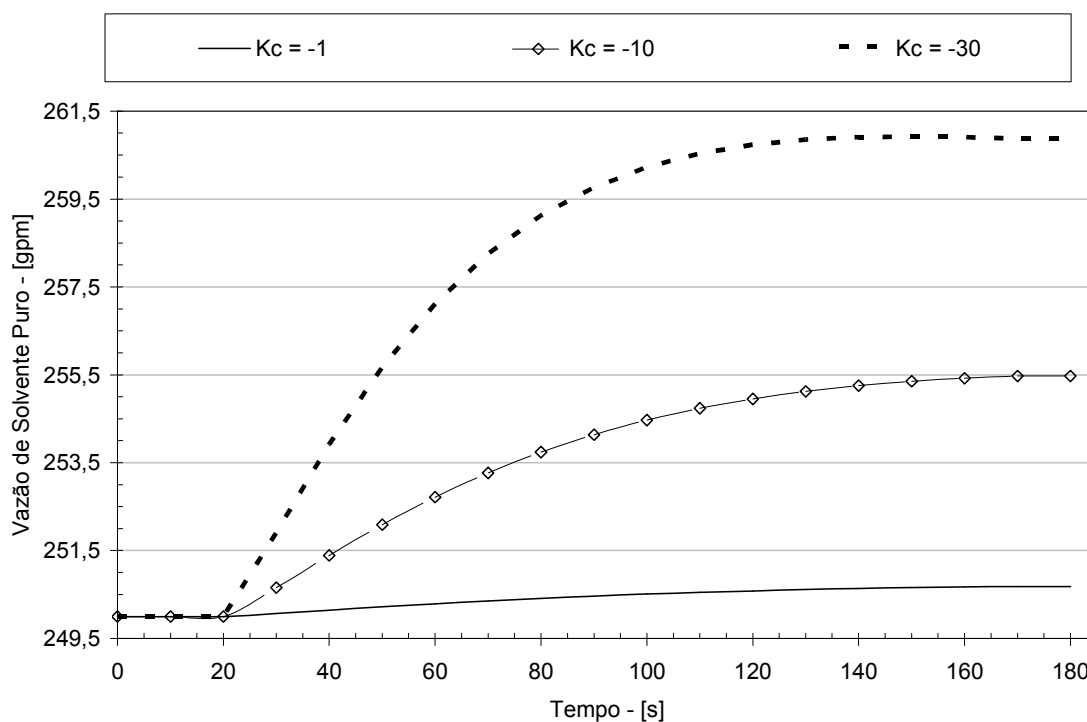


FIGURA VI.8 – VARIÁVEL MANIPULADA NA REGULATÓRIA COM PREDITOR DE SMITH

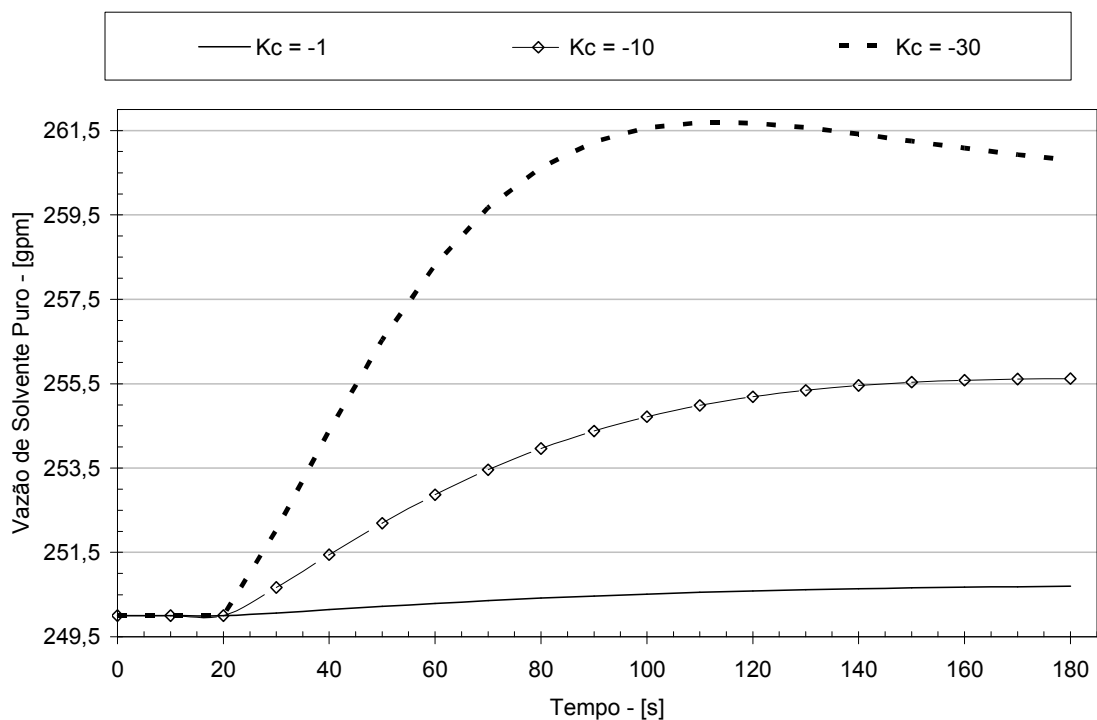


FIGURA VI.9 – VARIÁVEL MANIPULADA NA REGULATÓRIA SEM PREDITOR DE SMITH

Verifica-se que a presença do tempo morto alterou o comportamento da resposta em relação ao capítulo anterior, mas que a presença do preditor facilitou a resposta. A ação da variável manipulada requer neste caso atenção pois apresentou níveis elevados de abertura pra responder à perturbação.

VII. CONTROLE CASCATA SEM TEMPO MORTO

1 – INTRODUÇÃO

Neste capítulo serão apresentados os resultados referentes à aplicação de um controlador proporcional P aos modelos fracionários que descrevem o comportamento dinâmico da coluna, considerando uma malha de controle com estrutura cascata.

2 – CONTROLE FEEDBACK COM ESTRUTURA CASCATA

Em muitos casos, a variável manipulada pode sofrer algum tipo de problema. Desta forma, o controlador somente tomaria ação de controle após ser detectado algum desvio, o que, dependendo do processo pode demorar um considerável intervalo de tempo. Desta forma, uma alternativa é fazer com que uma malha de controle interna ou escrava seja responsável pela variável manipulada, sendo que esta é subjugada a uma malha de controle externa ou mestre, a qual atua diretamente no processo. A FIGURA VII.1 ilustra o diagrama de blocos da malha cascata, apresentando a interligação entre a malha mestre e a malha escrava.

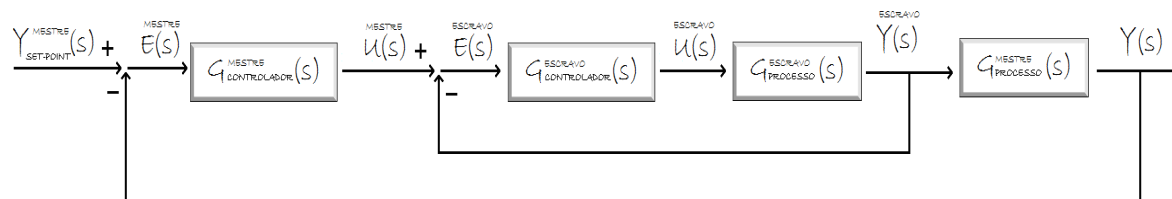


FIGURA VII.1 – ILUSTRAÇÃO DA MALHA CASCATA

A FIGURA VII.2 ilustra a aplicação da malha cascata ao controle de composição da saída de topo da coluna de absorção. Verifica-se que a variável manipulada, vazão de solvente, está sob responsabilidade de uma malha de controle interna/escrava ligada ao transmissor de vazão. No entanto, o *set-point* desta malha é definido pela malha externa/mestre, a qual é a malha de interesse, ligada ao controle da concentração de amônia na saída de topo da coluna.

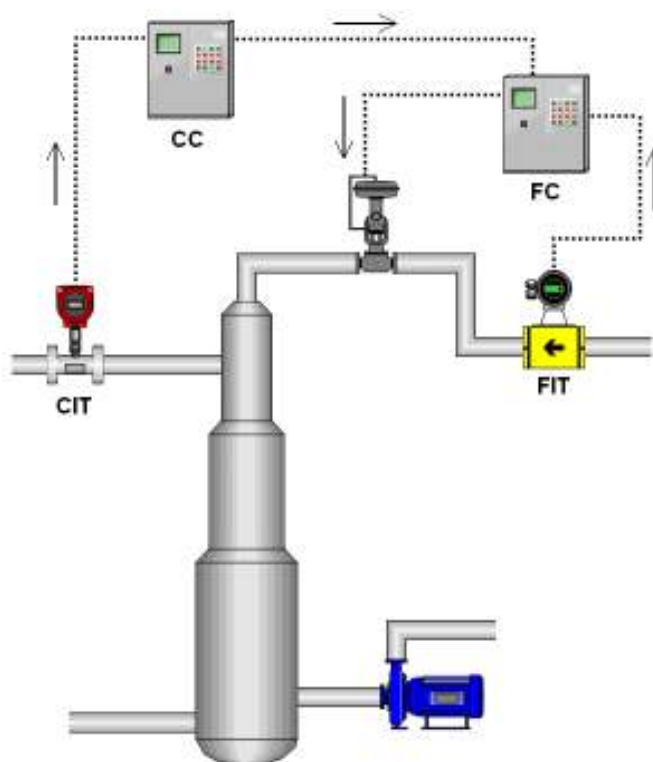


FIGURA VII.2 –MALHA CASCATA APLICADA AO CONTROLE DA COLUNA DE ABSORÇÃO

FONTE: O autor (2010)

2.1 – CONTROLE SERVO

A Eq. (VII.01) descreve o comportamento da variável controlada da malha mestre a partir de perturbações no *set-point*, sendo que o sub-índice 1 se refere à malha mestre, o sub-índice 2 se refere à malha escrava, o sub-índice c se refere à função de transferência do controlador, sub-índice p se refere à função de transferência do processo.

$$\frac{Y(s)}{Y_{\text{SET-POINT}}(s)} = \frac{[G_{C-1}(s) \cdot G_{P-1}(s)] \cdot [G_{C-2}(s) \cdot G_{P-2}(s)]}{1 + [G_{C-1}(s) \cdot G_{P-1}(s)] \cdot [G_{C-2}(s) \cdot G_{P-2}(s)]} \quad (\text{VII.01})$$

Por outro lado, o comportamento dinâmico da variável manipulada da malha mestre que equivale ao comportamento do *set-point* da malha escrava é dada pela expressão:

$$\frac{U_1(s)}{Y_{\text{SET-POINT}}(s)} = \frac{G_{C-1}(s) \cdot [1 + G_{C-2}(s) \cdot G_{P-2}(s)]}{1 + [G_{C-1}(s) \cdot G_{P-1}(s)] \cdot [G_{C-2}(s) \cdot G_{P-2}(s)]} \quad (\text{VII.02})$$

Neste estudo serão considerados os controladores mestre e escravidos como sendo do tipo P, dados por:

$$G_{C-1}(s) = K_{C1} \quad G_{C-2}(s) = K_{C2} \quad (\text{VII.03})$$

Além disso, não será considerado o tempo morto nas análises, logo, como o processo é descrito pela Eq. (IV.01), resulta que para a malha mestre tem-se

$$G_{P-1}(s) = \frac{-0,035}{0,303 \cdot s^{1,18578} + 1} \quad (\text{VII.04})$$

Para fins de simulação, o processo referente à malha de controle escrava é dado pela expressão a seguir

$$G_{P-2}(s) = \frac{1}{0,303 \cdot s^{1,18578} + 1} \quad (\text{VII.05})$$

Portanto, substituindo as funções de transferência dos controladores e dos processos, resulta a expressão que descreve a malha fechada:

$$\frac{Y(s)}{Y_{\text{SET-POINT}}(s)} = \frac{-0,035 \cdot K_{C-1} \cdot K_{C-2}}{0,303 \cdot s^{2,23578} + 0,303 \cdot (1 + K_{C-2}) \cdot s^{1,18578} + s^{1,05} + [1 + K_{C-2} - 0,035 \cdot K_{C-1} \cdot K_{C-2}]} \quad (\text{VII.06})$$

Desta forma, resulta que a equação característica é dada por:

$$0,303 \cdot 1 \cdot s^{2,53578} + 0,303 \cdot (1 + K_{C-2}) \cdot s^{1,18578} + s^{1,05} + [1 + K_{C-2} - 0,035035 \cdot K_{C-1} \cdot K_{C-2}] = 0 \quad (\text{VII.07})$$

Serão utilizados para simulações, os valores de K_{C-1} e K_{C-2} dados pela TABELA VII.1. Observa-se que, como o ganho do processo referente à malha mestre é negativo, o ganho deste controlador deve ser negativo também. Por outro lado, como o ganho do processo referente à malha escrava é positivo, o ganho deste controlador deve ser positivo.

TABELA VII.1 – VALORES DOS PARÂMETROS DO CONTROLADOR

Parâmetro	Valor		
K_{C-1}	-1	-10	-30
K_{C-2}	+1	+10	+30

Substituindo o par K_{C-1} e K_{C-2} de qualquer uma das combinações da TABELA VII.1 na equação característica da malha, ou seja, Eq. (VII.07), não existem pólos com parte real positiva. Desta forma, para qualquer uma das combinações de parâmetros, a malha é estável. Finalmente, a partir de um aumento de +5ppm no set-point da malha de controle mestre, resulta a seguinte transformada de Laplace inversa.

$$y(t) = 50 + [(-0,583 \cdot K_{C-1} \cdot K_{C-2}) \cdot \text{soma1}]$$

$$\text{soma1} = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \cdot \left(\frac{-(1 + K_{C-2} - 0,035 \cdot K_{C-2} \cdot K_{C-1})}{0,3003} \right)^m \cdot \sum_{k=0}^m \binom{m}{k}$$

$$\varepsilon_m(t, -(1 + K_{C-2}); (2,23578 - 1,18578), (2,23578 + 1,18578 \cdot m - 1,05 \cdot k + 1 - 0))$$
(VII.08)

A FIGURA VII.3 ilustra o gráfico do comportamento da variável controlada para as combinações dos valores de K_{C-1} e K_{C-2} listados na TABELA VII.1. Observa-se que os melhores desempenhos foram obtidos para valores simultaneamente elevados dos dois parâmetros, preferencialmente K_{C-1} .

No entanto, observa-se que valores elevados de K_{C-2} , tendem a fazer com que o comportamento da malha seja mais rápido no início, comparando o caso em que ($K_{C-1} = -30$ e $K_{C-2} = 30$) com o caso em que ($K_{C-1} = -30$ e $K_{C-2} = 1$). Além disso, observa-se que mesmo com a malha cascata, não foi possível evitar a presença do *off-set*.

Para variável manipulada do controlador mestre, que equivale ao *set-point* da malha escrava, resulta a seguinte expressão para descrever o comportamento dinâmico:

$$\frac{U_{\text{MESTRE}}(s)}{Y_{\text{SET-POINT}}(s)} = \frac{K_{C-1} \cdot (0,3003 \cdot s^{2,23578} + 1,3003 \cdot s^{1,18578} + s^{1,05} + 1)}{0,3003 \cdot s^{2,23578} + 0,3003 \cdot (1 + K_{C-2}) \cdot s^{1,18578} + s^{1,05} + [1 + K_{C-2} - 0,035 \cdot K_{C-1} \cdot K_{C-2}]} \quad \text{(VII.09)}$$

Considerando a mesma mudança de *set-point* usada acima, resulta a seguinte equação após o cálculo da transformada inversa de Laplace:

$$u^{\text{MESTRE}}(t) = 250 + [(-3,33 \cdot K_{C-1}) \cdot (0,3003 \cdot \text{soma1} + 1,3003 \cdot \text{soma2} + \text{soma3} + \text{soma4})$$

$$\text{soma1} = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \cdot \left(\frac{-(1 + K_{C-2} - 0,035 \cdot K_{C-2} \cdot K_{C-1})}{0,3003} \right)^m \cdot \sum_{k=0}^m \binom{m}{k} \cdot \left(\frac{1 + 0,035 \cdot K_C}{(1 + K_{C-2} - 0,035 \cdot K_{C-2} \cdot K_{C-1})} \right)^k$$

$$\varepsilon_m(t, -(1 + K_{C-2}); (2,23578 - 1,18578), (2,23578 + 1,18578 \cdot m - 1,05 \cdot k + 1 - 2,23578))$$

$$\text{soma2} = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \cdot \left(\frac{-(1 + K_{C-2} - 0,035 \cdot K_{C-2} \cdot K_{C-1})}{0,3003} \right)^m \cdot \sum_{k=0}^m \binom{m}{k} \cdot \left(\frac{1 + 0,035 \cdot K_C}{(1 + K_{C-2} - 0,035 \cdot K_{C-2} \cdot K_{C-1})} \right)^k \quad (\text{VII.10})$$

$$\varepsilon_m(t, -(1 + K_{C-2}); (2,23578 - 1,18578), (2,23578 + 1,18578 \cdot m - 1,05 \cdot k + 1 - 1,18578))$$

$$\text{soma3} = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \cdot \left(\frac{-(1 + K_{C-2} - 0,035 \cdot K_{C-2} \cdot K_{C-1})}{0,3003} \right)^m \cdot \sum_{k=0}^m \binom{m}{k} \cdot \left(\frac{1 + 0,035 \cdot K_C}{(1 + K_{C-2} - 0,035 \cdot K_{C-2} \cdot K_{C-1})} \right)^k$$

$$\varepsilon_m(t, -(1 + K_{C-2}); (2,23578 - 1,18578), (2,23578 + 1,18578 \cdot m - 1,05 \cdot k + 1 - 1,05))$$

$$\text{soma4} = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \cdot \left(\frac{-(1 + K_{C-2} - 0,035 \cdot K_{C-2} \cdot K_{C-1})}{0,3003} \right)^m \cdot \sum_{k=0}^m \binom{m}{k} \cdot \left(\frac{1 + 0,035 \cdot K_C}{(1 + K_{C-2} - 0,035 \cdot K_{C-2} \cdot K_{C-1})} \right)^k$$

$$\varepsilon_m(t, -(1 + K_{C-2}); (2,23578 - 1,18578), (2,23578 + 1,18578 \cdot m - 1,05 \cdot k + 1 - 0))$$

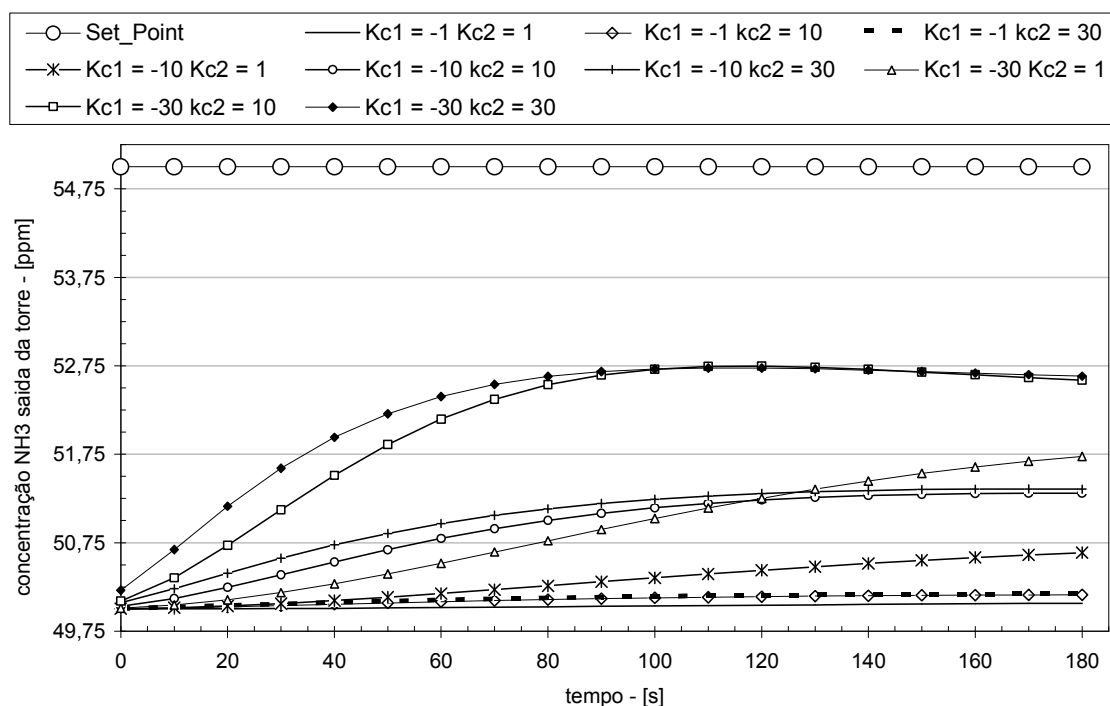


FIGURA VII.3 –VARIÁVEL CONTROLADA NO CONTROLE SERVO EM MALHA CASCATA

A FIGURA VII.4 apresenta o comportamento da variável manipulada para alguns casos. Observando, sempre a presença da variação brusca inicial, sendo maior quanto maior for o valor de K_{C-1} . Por outro lado, a rapidez na mudança da variável manipulada depende do valor de K_{C-2} .

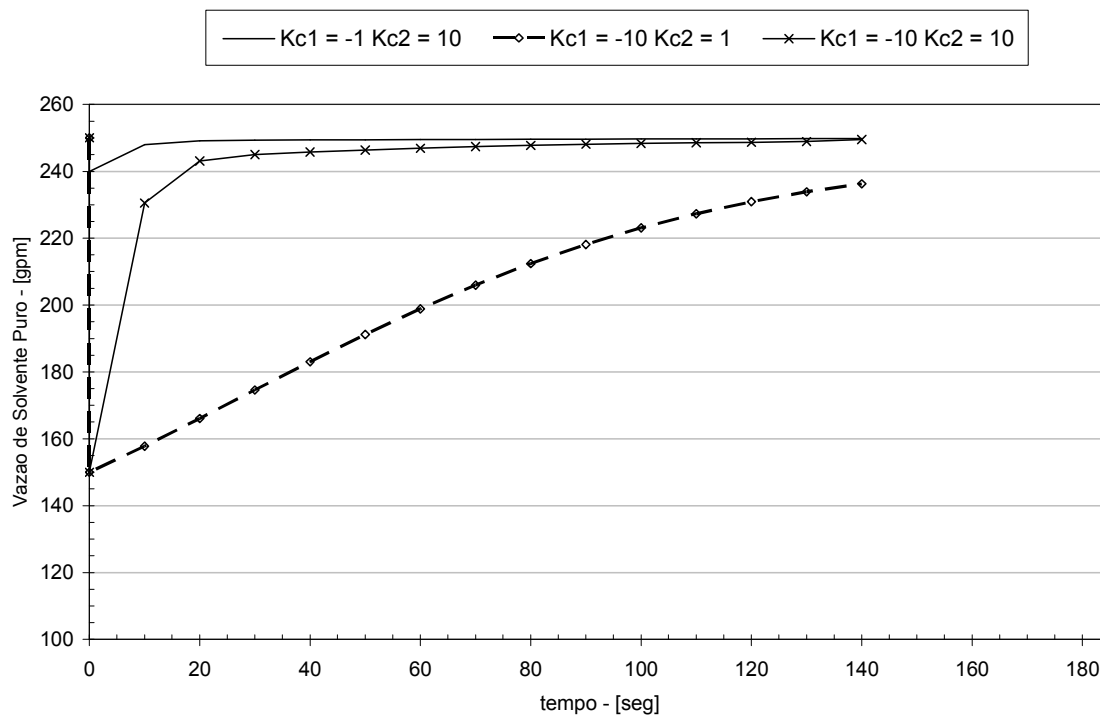


FIGURA VII.4 – VARIÁVEL MANIPULADA NO CONTROLE SERVO EM MALHA CASCATA

Neste capítulo pode-se avaliar a ação dos controladores na malha tanto interno como externo, verificando que a melhor resposta se deu com a escolha de um valor de K_c em módulo alto, e que a malha externa teve maior influência na resposta final.

Deve-se avaliar que a resposta depende muito dos aspectos computacionais, pois quanto maior a avaliação para escolha dos parâmetros para ajuste pior ficavam as condições.

A presença de uma malha interna pode antecipar a resposta, avalia-se que para melhorar a resposta a sintonia deverá ser feita, já que se comprovou o bom funcionamento do modelo para equações diferenciais fracionárias.

VIII. CONTROLE *FEEDFORWARD* SEM TEMPO MORTO

1 – INTRODUÇÃO

Neste capítulo serão apresentados os resultados referentes à aplicação de um controlador proporcional P aos modelos fracionários que descrevem o comportamento dinâmico da coluna, considerando uma malha de controle com estrutura antecipativa ou *feedforward*.

2 – CONTROLE *FEEDFORWARD* SEM TEMPO MORTO

A principal característica da estrutura de controle *feedforward* é o fato de se antecipar ao efeito de mudanças ocasionadas na variável distúrbio. A FIGURA VIII.1 ilustra o diagrama de blocos desta malha de controle, devendo ser observado que NÃO existe medição, nem retro-alimentação da variável controlada. Assim, para o uso da malha *feedforward*, deve ser conhecido o maior número possível de distúrbios que podem vir a influenciar o processo. Como o número de distúrbios é, em geral, bastante elevado, não é recomendado sob hipótese alguma o uso da malha *feedforward* sozinha. Isso ocorre, pois caso algum distúrbio não considerado na formulação do problema de controle venha a agir no sistema, perde-se o controle.

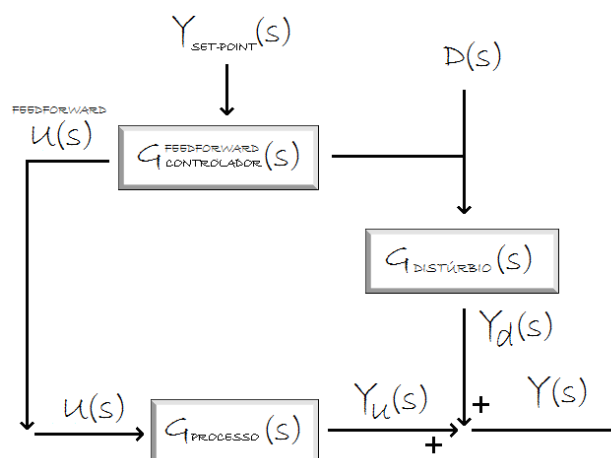


FIGURA VIII.1 – ILUSTRAÇÃO DA MALHA *FEEDFORWARD*

Na FIGURA VIII.2 é apresentada a implementação da malha *feedforward* para antecipação ao distúrbio considerado no estudo que é a vazão de alimentação de gás para a coluna. No entanto, se a **composição** desta corrente sofrer alguma mudança, o controle implementado na FIGURA VIII.2 não vai atuar, pois considera apenas a alteração da vazão.

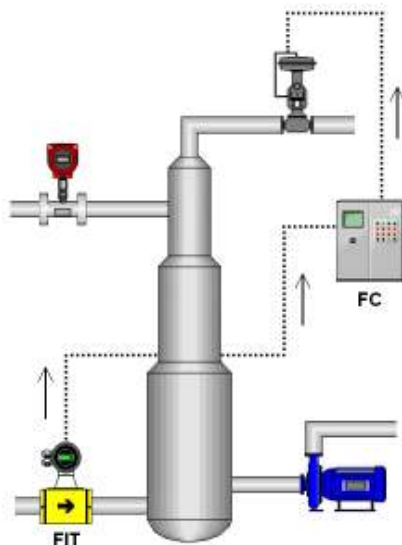


FIGURA VIII.2 – MALHA FEEDFORWARD APLICADA À COLUNA DE ABSORÇÃO

FONTE: O autor (2010)

Para evitar este problema, a malha de controle *feedforward* é implementada em conjunto com a malha de *feedback*, como pode ser visto na FIGURA VIII.3.

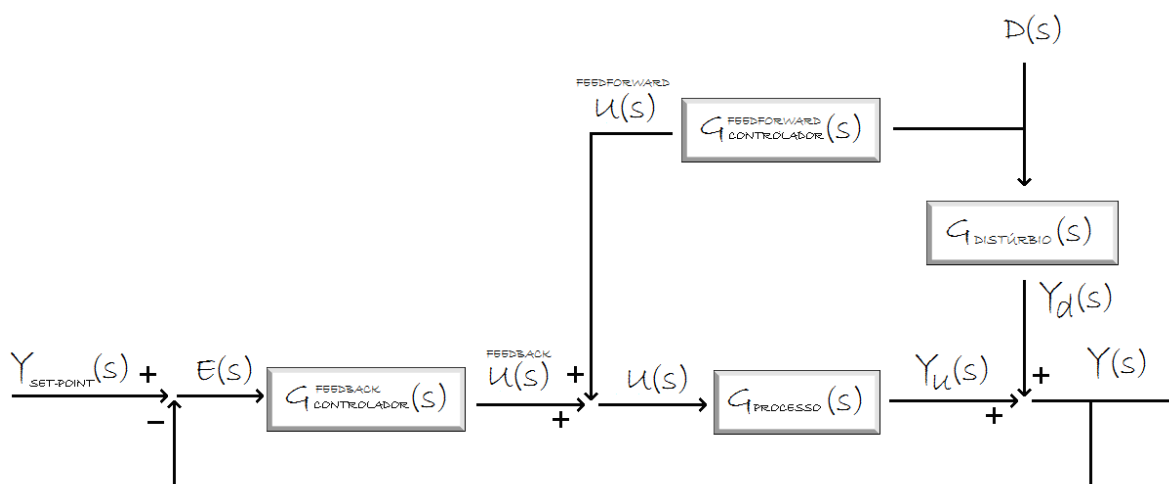


FIGURA VIII.3 – ILUSTRAÇÃO DA MALHA FEEDBACK-FEEDFORWARD

Na FIGURA VIII.4 é apresentada a implementação da malha *feedforward* para antecipação ao distúrbio considerado no estudo que é a vazão de alimentação de gás para a coluna, em conjunto com a malha *feedback*, para o controle da composição da corrente de saída. Assim, no implementado na FIGURA VIII.3, se a **composição** da corrente de alimentação sofrer alguma mudança, a malha *feedforward* não atuará, MAS a malha *feedback* detectará possíveis desvios na variável controlada, portanto, haverá atuação do controlador e controle será atingido.

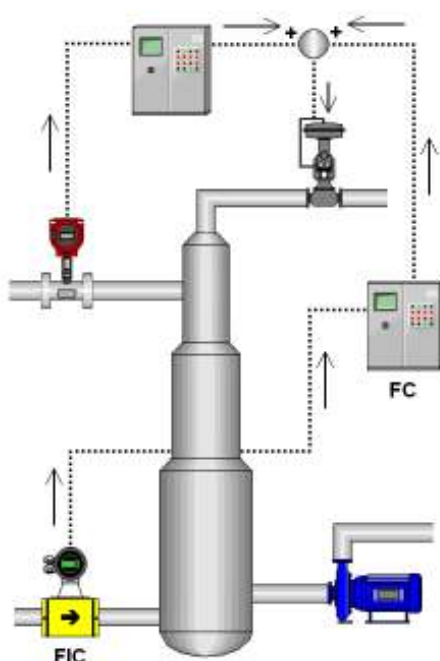


FIGURA VIII.4 – MALHA FEEDBACK-FEEDFORWARD APLICADA À COLUNA DE ABSORÇÃO
FONTE: O autor (2010)

2.1 – CONTROLE FEEDFORWARD PURO

Observando-se a FIGURA VIII.1, conclui-se que o objetivo do controle *feedforward* puro é eliminar o efeito do distúrbio. Assim, se não há distúrbio e a variável controlada $Y(s)$ está no *setpoint*, o valor de $Y(s)$ deve ser igual a zero se estiver sendo usada variável desvio. Portanto, resulta que

$$Y(s) = Y_u(s) + Y_d(s) = G_{\text{PROCESSO}}(s) \cdot U(s) + G_{\text{DISTÚRBIO}}(s) \cdot D(s) \quad (\text{VIII.01})$$

$$Y = (G_{\text{PROCESSO}}(s) \cdot G_{\text{FEEDFORWARD}}(s) + G_{\text{DISTÚRBIO}}(s)) \cdot D(s)$$

Assim, para que $Y(s) = 0$, independentemente do distúrbio, resulta que:

$$G_{\text{PROCESSO}}(s) \cdot G_{\text{FEEDFORWARD}}(s) + G_{\text{DISTÚRBIO}}(s) = 0$$

$$G_{\text{FEEDFORWARD}}(s) = - \left(\frac{G_{\text{DISTÚRBIO}}(s)}{G_{\text{PROCESSO}}(s)} \right) \quad (\text{VIII.02})$$

Assim, em geral, a função de transferência do controlador *feedforward* é:

$$G_{\text{FEEDFORWARD}}(s) = \frac{K_{\text{FF}} \cdot (\tau_1 \cdot s + 1)}{(\tau_2 \cdot s + 1)} \quad (\text{VIII.03})$$

Com isso, obtém-se a expressão generalizada em termos de derivadas de ordem fracionária, dada por:

$$G_{\text{FEEDFORWARD}}(s) = \frac{K_{\text{FF}} \cdot (\tau_1 \cdot s^\gamma + 1)}{(\tau_2 \cdot s^\beta + 1)} \quad (\text{VIII.04})$$

Por outro lado, tem-se que as ações de controle são dadas por:

$$U^{\text{FEEDFORWARD}}(s) = G_{\text{FEEDFORWARD}}(s) \cdot D(s) \quad (\text{VIII.05})$$

Neste trabalho, a análise dos controladores *feedforward* será feita sem o tempo morto. Considerando as funções de transferência do processo, Eq. (IV.01), do distúrbio, Eq. (IV.02) e do controlador *feedforward*, Eq. (VIII.04), resultam as seguintes expressões para descrição do comportamento dinâmico da variável controlada e da variável manipulada, respectivamente, em uma malha *feedforward* pura

$$\frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{-0,035 \cdot K_{\text{FF}} \cdot \tau_1 \cdot s^\gamma + 0,07 \cdot \tau_2 \cdot s^\beta + (-0,035 \cdot K_{\text{FF}} + 0,07)}{0,3003 \cdot \tau_2 \cdot s^{1,18578+\beta} + 0,3003 \cdot s^{1,18578} + \tau_2 \cdot s^\beta + 1} \quad (\text{VIII.06})$$

$$\frac{U^{\text{FEEDFORWARD}}(s)}{D(s)} = \left[\frac{K_{\text{FF}} \cdot (\tau_1 \cdot s^\gamma + 1)}{(\tau_2 \cdot s^\beta + 1)} \right] \quad (\text{VIII.07})$$

Para que as expressões acima tenham viabilidade física, é necessário que $\gamma \leq \beta$. Assim, expressões acima serão analisadas para três cenários distintos:

- Cenário 01: $\tau_1 = 0$ e $\tau_2 = 0$
- Cenário 02: $\tau_1 = 0$ e $\tau_2 \neq 0$
- Cenário 03: $\tau_1 \neq 0$ e $\tau_2 \neq 0$

2.1.1 – CENÁRIO 01

Neste cenário, as constantes dinâmicas do controlador *feedforward* são dadas por: $\tau_1=0$ e $\tau_2=0$. Logo, como não há dinâmica, o controlador é dito *feedforward* estático. Logo, resultam a seguintes funções de transferência para variável controlada e manipulada:

$$\frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{(-0,035 \cdot K_{FF} + 0,07)}{0,3003 \cdot s^{1,18578} + 1} \quad (\text{VIII.08})$$

$$\frac{U^{\text{FEEDFORWARD}}(s)}{D(s)} = [K_{FF}] \quad (\text{VIII.09})$$

Em função do comportamento da coluna, observa-se que $K_{FF} > 0$, pois aumentando a vazão da alimentação, vazão de solvente deve aumentar para anular o efeito do distúrbio. Considerando um degrau positivo de 10 gpm na vazão de alimentação de gás, resultam a seguintes transformadas de Laplace inversas:

$$y(t) = 50 + 3,33 \cdot (-0,035 \cdot K_{FF} + 0,07) \cdot \text{termo1} \quad (\text{VIII.10})$$

$$\text{termo1} = \varepsilon_0(t, -3,33; 1,18578, (1,18578 + 1 - 0))$$

$$U^{\text{FEEDFORWARD}}(t) = 250 + 10 \cdot K_{FF} \quad (\text{VIII.11})$$

A FIGURA VIII.5 apresenta o comportamento da variável controlada para os valores de K_{FF} iguais a 0,1; 0,5; 1; 2; 3; 4. Para os mesmos valores de K_{FF} , a FIGURA VIII.6 apresenta o comportamento da variável manipulada. Verifica-se que para $K_{FF}=2$, o controle é perfeito. Isso ocorreu pois a variável controlada e a variável distúrbio possuem o mesmo comportamento dinâmico, a exceção do ganho. Assim, o valor 2 foi perfeito para anular os efeitos e fazer com que a variável controlada não se deslocasse do set-point. Para valores acima de 2, verifica-se que há uma redução do valor da variável controlada, sendo o efeito contrário observado para valores de K_{FF} inferiores a 2. Como o controlador é estático, as ações de controle são constantes, como pode ser observado na FIGURA VIII.6.

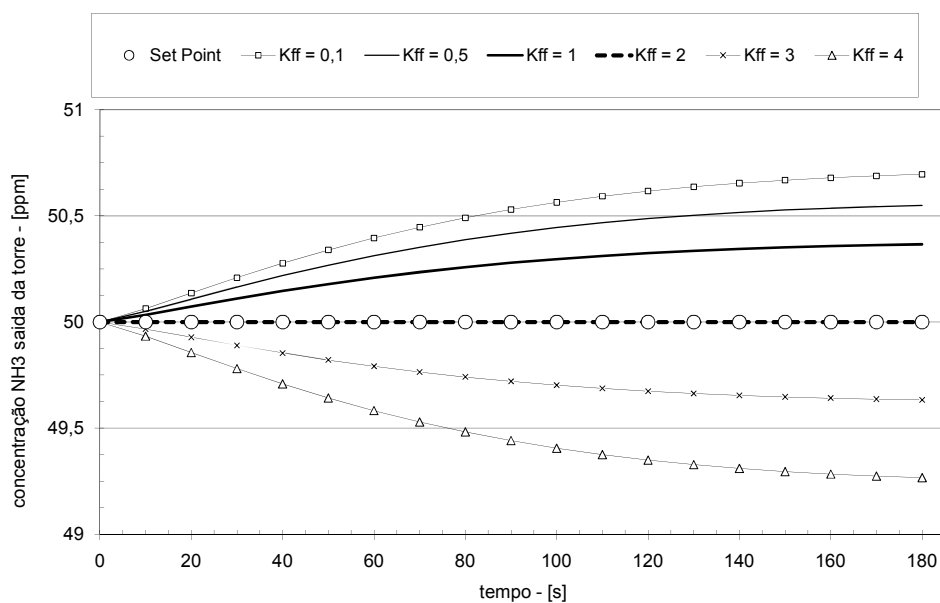


FIGURA VIII.5 – VARIÁVEL CONTROLADA MALHA FEEDFORWARD PURA $\tau_1=0$ E $\tau_2=0$

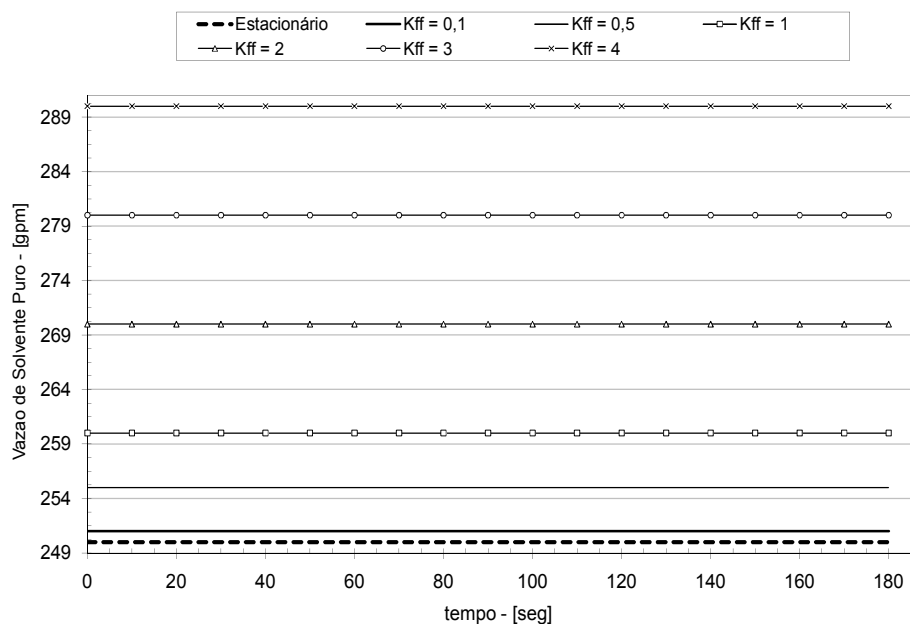


FIGURA VIII.6 – VARIÁVEL MANIPULADA MALHA FEEDFORWARD PURA $\tau_1=0$ E $\tau_2=0$

2.1.2 – CENÁRIO 02

Neste cenário, as constantes dinâmicas do controlador *feedforward* são dadas por: $\tau_1=0$ e $\tau_2 \neq 0$. Observa-se que agora o controlador possui dinâmica, pois $\tau_2 \neq 0$. Desta forma, resultam a seguintes funções de transferência para variável controlada e manipulada, respectivamente:

$$\frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{0,07 \cdot \tau_2 \cdot s^\beta + (0,07 - 0,035 \cdot K_{FF})}{0,3003 \cdot \tau_2 \cdot s^{1,18578+\beta} + 0,3003 \cdot s^{1,18578} + \tau_2 \cdot s^\beta + 1} \quad \text{para } \beta < 1,18578$$

$$\frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{0,07 \cdot \tau_2 \cdot s^\beta + (0,07 - 0,035 \cdot K_{FF})}{0,3003 \cdot \tau_2 \cdot s^{1,18578+\beta} + \tau_2 \cdot s^{1,18578} + 0,3003 \cdot s^\beta + 1} \quad \text{para } \beta > 1,18578$$
(VIII.12)

$$\frac{U^{FEEDFORWARD}(s)}{D(s)} = \frac{K_{FF}}{\tau_2 \cdot s^\beta + 1}$$
(VIII.13)

Considerando um degrau positivo de 10 gpm na vazão de alimentação de gás, resultam a seguintes transformadas de Laplace inversas:

para $\beta < 1,18578$

$$y(t) = 50 + \frac{3,33}{\tau_2} \cdot (0,07 \cdot \tau_2 \cdot \text{soma1} + (0,07 - 0,035 \cdot K_{FF}) \cdot \text{soma2})$$

$$\text{soma1} = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \cdot \left(\frac{-3,33}{\tau_2} \right)^m \cdot \sum_{k=0}^m \binom{m}{k} \cdot (\tau_2)^k \cdot \varepsilon_m \left(t, -\left(\frac{1}{\tau_2} \right); (1,18578+\beta-1,18578), (1,18578+\beta+1,18578 \cdot m - \beta \cdot k + 1 - \beta) \right)$$

$$\text{soma2} = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \cdot \left(\frac{-3,33}{\tau_2} \right)^m \cdot \sum_{k=0}^m \binom{m}{k} \cdot (\tau_2)^k \cdot \varepsilon_m \left(t, -\left(\frac{1}{\tau_2} \right); (1,18578+\beta-1,18578), (1,18578+\beta+1,18578 \cdot m - \beta \cdot k + 1 - 0) \right)$$
(VIII.14)

para $\beta > 1,18578$

$$y(t) = 50 + \frac{3,33}{\tau_2} \cdot (0,07 \cdot \tau_2 \cdot \text{soma1} + (0,07 - 0,035 \cdot K_{FF}) \cdot \text{soma2})$$

$$\text{soma1} = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \cdot \left(\frac{-3,33}{\tau_2} \right)^m \cdot \sum_{k=0}^m \binom{m}{k} \cdot (0,3003)^k \cdot \varepsilon_m(t, -3,33; (1,18578+\beta-\beta), (1,18578+\beta+\beta \cdot m - 1,18578 \cdot k + 1 - \beta))$$

$$\text{soma2} = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \cdot \left(\frac{-3,33}{\tau_2} \right)^m \cdot \sum_{k=0}^m \binom{m}{k} \cdot (0,3003)^k \cdot \varepsilon_m(t, -3,33; (1,18578+\beta-\beta), (1,18578+\beta+\beta \cdot m - 1,18578 \cdot k + 1 - 0))$$

$$U^{\text{FEEDFORWARD}}(t) = 250 + \left[\frac{10 \cdot K_{\text{FF}}}{\tau_2} \right] \cdot \text{termo 1} \quad (\text{VIII.15})$$

$$\text{termo 1} = \varepsilon_0 \left(t, -\frac{1}{\tau_2}; \beta, (\beta + 1 - 0) \right)$$

A FIGURA VIII.7 apresenta o comportamento da variável controlada para os valores de K_{FF} , τ_2 e β dados pela TABELA VIII.1 Para os mesmos valores, a FIGURA VIII.8 apresenta o comportamento da variável manipulada.

A escolha dos valores não tem como objetivo avaliar a sintonia do processo ou do controlador, mas observar os efeitos quando se mudam os parâmetros citados anteriormente, analisando situações onde K_{FF} se mantém constante e τ_2 é variável como ocorre no caso 2 e 3 ou na situação contrária como é evidenciado no caso 1 e 3. Os valores escolhidos foram valores simples para que se pudesse obter uma resposta em um tempo mais curto.

TABELA VIII.1 – PARÂMETROS DO CONTROLADOR FEEDFORWARD PURO, $\tau_1=0$ e $\tau_2 \neq 0$

Variável	Caso									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
τ_2	1	1	3	1	1	1	1	3	1	1
K_{FF}	1	3	1	1	1	1	3	1	1	1
β	1,2	1,2	1,2	1,5	1,9	1,1	1,1	1,1	0,8	1

Das diversas simulações conduzidas, observa-se pela figura VIII.7 que o Caso 2 e o Caso 7 foram os que apresentaram melhor desempenho, ou seja, melhor rejeição do efeito do distúrbio sobre o comportamento da variável controlada. Assim, observa-se que um aumento no valor de K_{FF} pode ser benéfico ao processo, no entanto, deve-se ter atenção à variável manipulada, como pode ser visto na figura VIII.8. Observa-se que os Casos 9 e 10 tiveram comportamento similar, sendo que o Caso 9 representa uma malha de controle mais rápida, para ações de controle grosseiramente idênticas, contudo não deve ser encarada como o melhor caso. Observa-se que um aumento na ordem da derivada fracionária do controlador *feedforward* pode não melhorar os resultados, como

indica a comparação entre os Casos **1**, **4** e **5**. Comprando-se os Casos **6** e **7**, verifica-se a importância do parâmetro K_{FF} .

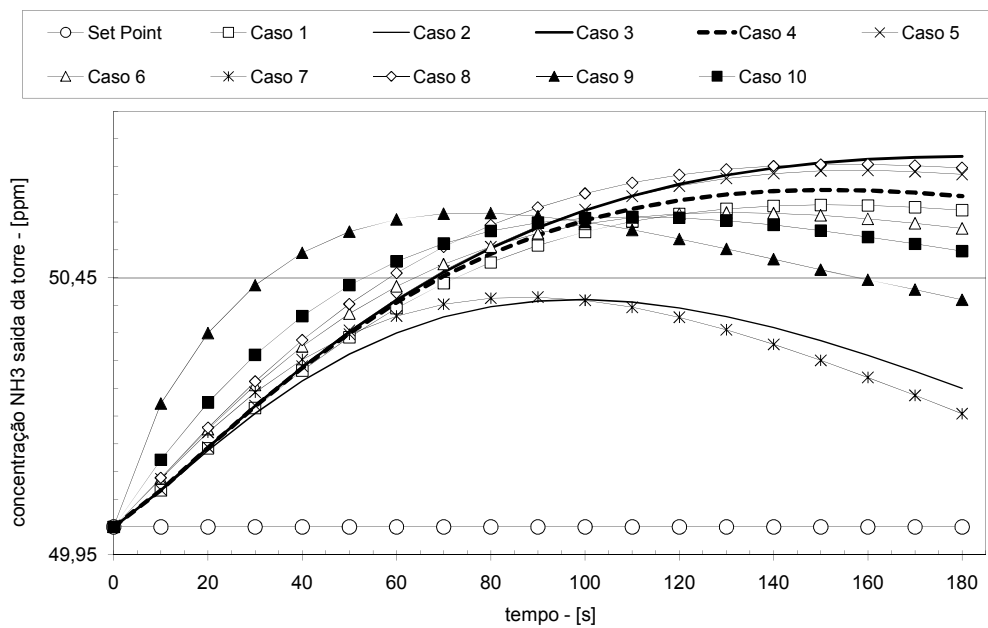


FIGURA VIII.7 – VARIÁVEL CONTROLADA MALHA FEEDFORWARD PURA $\tau_1=0$ E $\tau_2 \neq 0$

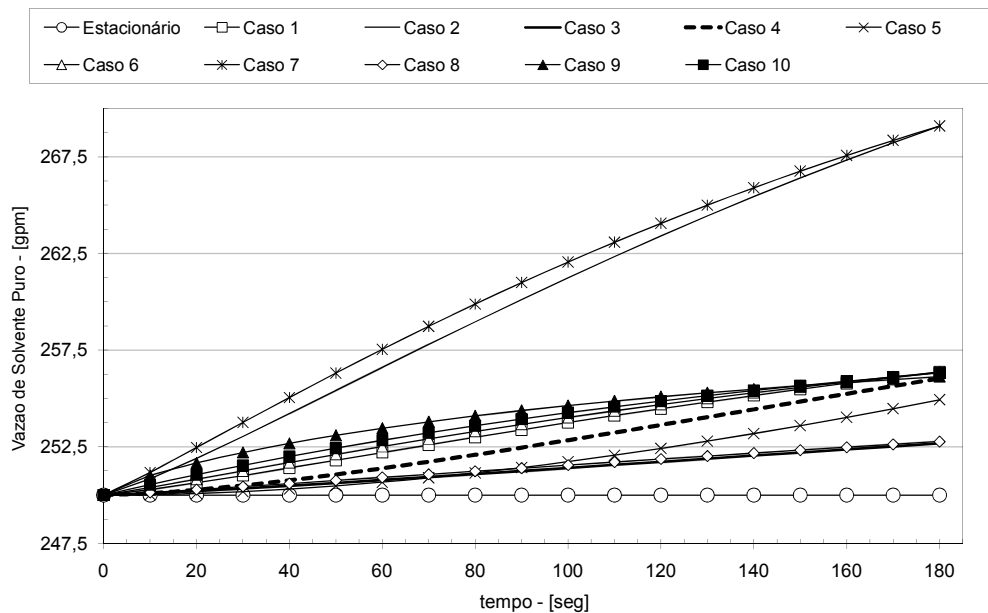


FIGURA VIII.8 – VARIÁVEL MANIPULADA MALHA FEEDFORWARD PURA $\tau_1=0$ E $\tau_2 \neq 0$

2.1.3 – CENÁRIO 03

Neste cenário, as constantes dinâmicas do controlador *feedforward* são dadas por: $\tau_1 \neq 0$ e $\tau_2 \neq 0$. Observa-se o comportamento dinâmico do controlador passa a ser mais complexo devido à presença de zeros. Desta forma, resultam a seguintes funções de transferência para variável controlada e manipulada:

para $\beta < 1,18578$

$$\frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{-0,035 \cdot K_{FF} \cdot \tau_1 \cdot s^\gamma + 0,07 \cdot \tau_2 \cdot s^\beta + (0,07 - 0,035 \cdot K_{FF})}{0,3003 \cdot \tau_2 \cdot s^{1,18578+\beta} + 0,3003 \cdot s^{1,18578} + \tau_2 \cdot s^\beta + 1} \quad (\text{VIII.16})$$

para $\beta > 1,18578$

$$\frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{-0,035 \cdot K_{FF} \cdot \tau_1 \cdot s^\gamma + 0,07 \cdot \tau_2 \cdot s^\beta + (0,07 - 0,035 \cdot K_{FF})}{0,3003 \cdot \tau_2 \cdot s^{1,18578+\beta} + 0,3003 \cdot s^\beta + \tau_2 \cdot s^{1,18578} + 1}$$

$$\frac{U^{\text{FEEDFORWARD}}(s)}{D(s)} = \frac{K_{FF} \cdot (\tau_1 \cdot s^\gamma + 1)}{(\tau_2 \cdot s^\beta + 1)} \quad (\text{VIII.17})$$

Considerando um degrau positivo de 10 gpm na vazão de alimentação de gás, resultam a seguintes transformadas de Laplace inversas:

para $\beta < 1,18578$

$$y(t) = 50 + \frac{3,33}{\tau_2} \cdot (-0,035 \cdot K_{FF} \cdot \tau_1 \cdot \text{soma 1} + 0,07 \cdot \tau_2 \cdot \text{soma 2} + (0,07 - 0,035 \cdot K_{FF}) \cdot \text{soma 3}) \quad (\text{VIII.18})$$

$$\text{soma 1} = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \cdot \left(\frac{-3,33}{\tau_2} \right)^m \cdot \sum_{k=0}^m \binom{m}{k} \cdot (\tau_2)^k \cdot$$

$$\varepsilon_m \left(t, -\left(\frac{1}{\tau_2} \right); (1,18578+\beta-1,18578), (1,18578+\beta+1,18578 \cdot m - \beta \cdot k + 1 - \gamma) \right)$$

$$\text{soma 2} = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \cdot \left(\frac{-3,33}{\tau_2} \right)^m \cdot \sum_{k=0}^m \binom{m}{k} \cdot (\tau_2)^k \cdot$$

$$\varepsilon_m \left(t, -\left(\frac{1}{\tau_2} \right); (1,18578+\beta-1,18578), (1,18578+\beta+1,18578 \cdot m - \beta \cdot k + 1 - \beta) \right)$$

$$\text{soma 3} = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \cdot \left(\frac{-3,33}{\tau_2} \right)^m \cdot \sum_{k=0}^m \binom{m}{k} \cdot (\tau_2)^k \cdot$$

$$\varepsilon_m \left(t, -\left(\frac{1}{\tau_2} \right); (1,18578+\beta-1,18578), (1,18578+\beta+1,18578 \cdot m - \beta \cdot k + 1 - 0) \right)$$

para $\beta > 1,18578$

$$y(t) = 50 + \frac{3,33}{\tau_2} \cdot (-0,035 \cdot K_{FF} \cdot \tau_1 \cdot \text{soma 1} + 0,07 \cdot \tau_2 \cdot \text{soma 2} + (0,07 - 0,035 \cdot K_{FF}) \cdot \text{soma 3})$$

$$\text{soma 1} = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \cdot \left(\frac{-3,33}{\tau_2} \right)^m \cdot \sum_{k=0}^m \binom{m}{k} \cdot (0,3003)^k \cdot$$

$$\varepsilon_m(t, -3,33; (1,18578+\beta-\beta), (1,18578+\beta+\beta \cdot m - 1,18578 \cdot k + 1-\gamma))$$

$$\text{soma 2} = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \cdot \left(\frac{-3,33}{\tau_2} \right)^m \cdot \sum_{k=0}^m \binom{m}{k} \cdot (0,3003)^k \cdot$$

$$\varepsilon_m(t, -3,33; (1,18578+\beta-\beta), (1,18578+\beta+\beta \cdot m - 1,18578 \cdot k + 1-\beta))$$

$$\text{soma 3} = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \cdot \left(\frac{-3,33}{\tau_2} \right)^m \cdot \sum_{k=0}^m \binom{m}{k} \cdot (0,3003)^k \cdot$$

$$\varepsilon_m(t, -3,33; (1,18578+\beta-\beta), (1,18578+\beta+\beta \cdot m - 1,18578 \cdot k + 1-0))$$

$$U^{\text{FEEDFORWARD}}(t) = 250 + \left[\frac{10 \cdot K_{FF}}{\tau_2} \right] \cdot (\tau_1 \cdot \text{termo 1} + \text{termo 2})$$

$$\text{termo 1} = \varepsilon_0 \left(t, -\frac{1}{\tau_2}; \beta, (\beta + 1 - \gamma) \right) \quad (\text{VIII.19})$$

$$\text{termo 2} = \varepsilon_0 \left(t, -\frac{1}{\tau_2}; \beta, (\beta + 1 - 0) \right)$$

A FIGURA VIII.9 apresenta o comportamento da variável controlada para os valores de K_{FF} , τ_2 e γ dados pela TABELA VIII.2 Para os mesmos valores, a FIGURA VIII.10 apresenta o comportamento da variável manipulada.

Conforme já discutido no cenário anterior utilizou-se propostas de fixação de parâmetros como no caso 1 e 2 onde γ é o único elemento variável e pouco se afasta do valor original para que se possa obter dados de resposta computacional mais rápidas, já que o objetivo do trabalho se constitui em analisar o comportamento de modelos empregando malhas diferenciadas.

TABELA VIII.2 – PARÂMETROS DO CONTROLADOR FEEDFORWARD PURO $\tau_1 \neq 0$ E $\tau_2 \neq 0$

Variável	Caso								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
K_{FF}	1	1	1	3	2	1	1	1	1
τ_1	1	1	1	1	1	1	1	1	2
γ	1	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8
τ_2	1	1	1	1	1	2	3	2	1
β	1	1	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	1,2	0,9

Das diversas simulações conduzidas, observa-se pela figura VIII.9 que o Caso 9 foi o que apresentou melhor desempenho, ou seja, melhor rejeição do

efeito do distúrbio sobre o comportamento da variável controlada. Assim, comparando-se os Casos **3**, **4** e **5** observa-se que um aumento no valor de K_{FF} pode ser benéfico ao processo, mas este deve ser feito com extremo cuidado, como pode ser visto na figura VIII.10. Comparando-se os Casos **3** e **9**, observa-se o papel crucial na escolha do valor de τ_1 . Comparando-se os Casos **1** e **2**, observa-se que γ apesar de influenciar o processo não apresenta um papel relevante. Comparando-se os Casos **3**, **6** e **7**, observa-se o quanto menor o valor de τ_2 , pior é o desempenho do processo.

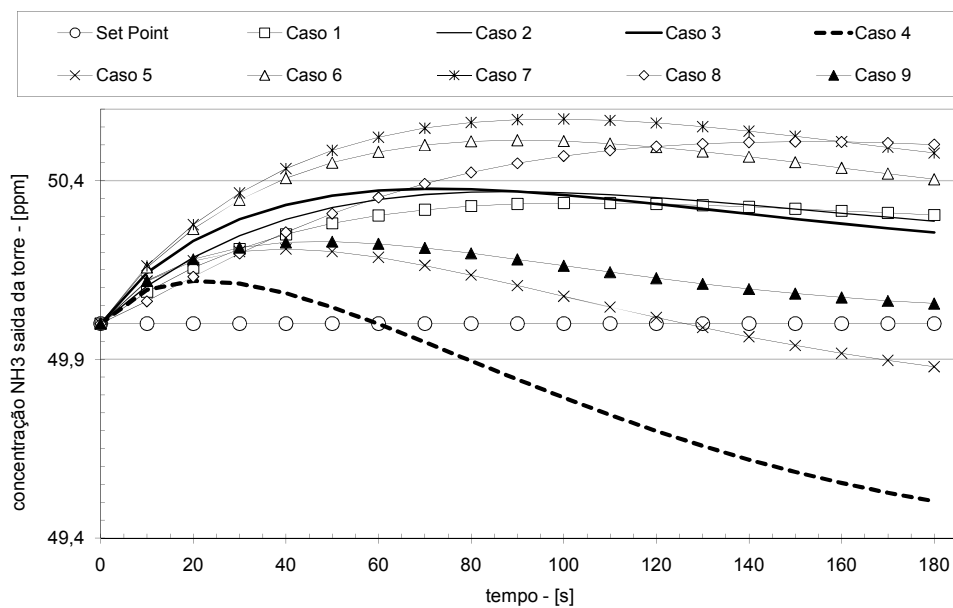


FIGURA VIII.9 – VARIÁVEL CONTROLADA MALHA FEEDFORWARD PURA $\tau_1 \neq 0$ E $\tau_2 \neq 0$

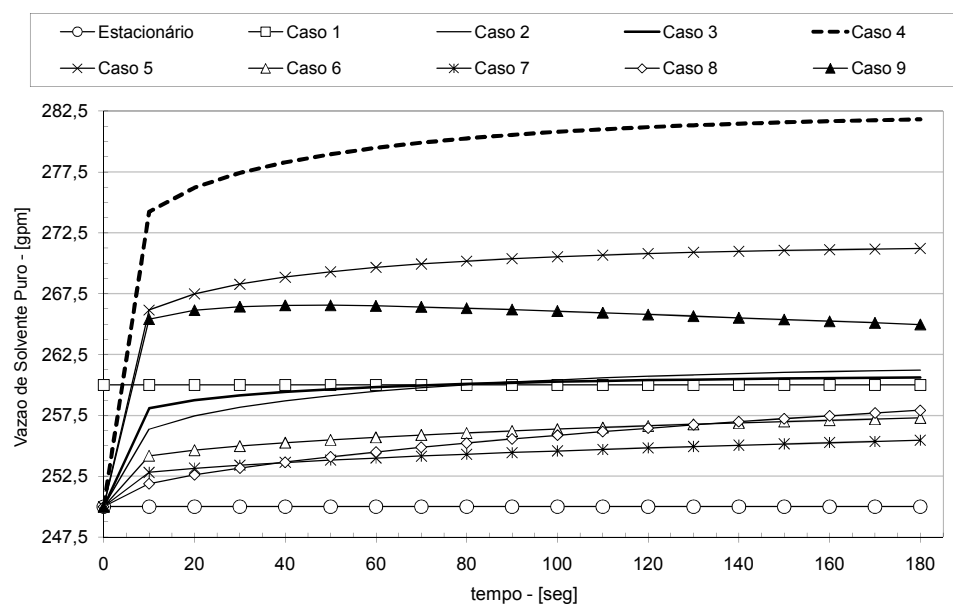


FIGURA VIII.10 – VARIÁVEL MANIPULADA MALHA FEEDFORWARD PURA $\tau_1 \neq 0$ E $\tau_2 \neq 0$

2.1.4 – ANÁLISE DOS TRÊS CENÁRIOS

Pode-se observar que com τ_1 e τ_2 iguais a zero o comportamento se deu próximo a uma malha de controle feedback, apesar da malha ser feedforward. Houve a presença do offset e em alguns casos a resposta foi inferior ao set point, para os casos onde Kff for maior que dois. Outro ponto é que a variável manipulada não apresentou variação com o tempo para cada situação proposta. Quanto mais se afasta Kff de dois, pior é a situação.

Quanto ao caso onde τ_1 é zero e τ_2 é diferente de zero, todos os pontos foram acima dos valores do set point, além do mais, sua estabilidade não foi boa pois os pontos não se aproximaram do set point até os 180 segundos, onde o ajuste de Kff com valores superiores, possibilitou melhor resultado. A variável manipulada não apresentou grandes deslocamentos do set point, o que comprova a dificuldade de se aproximar do set point, contudo não se observou estabilidade em seus valores.

Já o caso onde nenhum dos parâmetros é zero, se observou que houve uma aproximação do set point apesar de não se obter o próprio set point, contudo a variável manipulada apresentou valores muito superiores na obtenção de resposta as perturbações impostas. Este modelo se apresentou em alguns casos com as melhores respostas.

2.2 – CONTROLE FEEDBACK-FEEDFORWARD

Aplicando-se a álgebra de blocos à malha da FIGURA VIII.4, resultam as seguintes funções de transferência para descrição do comportamento da variável controlada e da variável manipulada, respectivamente:

$$\frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{G_{\text{DISTÚRIBIO}}(s) + G_{\text{FEEDFORWARD}}(s) \cdot G_{\text{PROCESSO}}(s)}{1 + G_{\text{PROCESSO}}(s) \cdot G_{\text{CONTROLADOR}}(s)} \quad (\text{VIII.20})$$

$$\frac{U(s)}{D(s)} = \frac{-G_{\text{DISTÚRIBIO}}(s) \cdot G_{\text{PROCESSO}}(s) + G_{\text{FEEDFORWARD}}(s)}{1 + G_{\text{PROCESSO}}(s) \cdot G_{\text{CONTROLADOR}}(s)} \quad (\text{VIII.21})$$

Repetindo a metodologia de análise usada para o controlador *feedforward* puro, ou seja, desconsiderando o tempo morto, considerando as funções de transferência do processo, Eq. (IV.01), do distúrbio, Eq. (IV.02) e do controlador *feedforward*, Eq. (VIII.04), resultam as seguintes expressões para descrição do comportamento dinâmico da variável controlada e da variável manipulada, respectivamente, em uma malha *feedback-feedforward*

$$\frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{-0,035 \cdot K_{\text{FF}} \cdot \tau_1 \cdot s^\gamma + 0,07 \cdot \tau_2 \cdot s^\beta + (-0,035 \cdot K_{\text{FF}} + 0,07)}{0,3003 \cdot \tau_2 \cdot s^{1,18578+\beta} + 0,3003 \cdot s^{1,18578} + \tau_2 \cdot (1 - 0,035 \cdot K_{\text{C}}) \cdot s^\beta + (1 - 0,035 \cdot K_{\text{C}})} \quad (\text{VIII.22})$$

$$\frac{U(s)}{D(s)} = \frac{-0,07 \cdot K_{\text{C}} \cdot (\tau_2 \cdot s^\beta + 1) + K_{\text{FF}} \cdot (0,3003 \cdot \tau_1 \cdot s^{1,18578+\gamma} + \tau_1 \cdot s^\gamma + 0,3003 \cdot s^{1,18578} + 1)}{0,3003 \cdot \tau_2 \cdot s^{1,18578+\beta} + 0,3003 \cdot s^{1,18578} + \tau_2 \cdot (1 - 0,035 \cdot K_{\text{C}}) \cdot s^\beta + (1 - 0,035 \cdot K_{\text{C}})} \quad (\text{VIII.23})$$

Para que as expressões acima tenham viabilidade física, é necessário novamente que $\gamma \leq \beta$. As expressões acima serão analisadas para três cenários distintos em relação à dinâmica do controlador *feedforward*:

- Cenário 01: $\tau_1 = 0$ e $\tau_2 = 0$
- Cenário 02: $\tau_1 = 0$ e $\tau_2 \neq 0$
- Cenário 03: $\tau_1 \neq 0$ e $\tau_2 \neq 0$

2.2.1 – CENÁRIO 01

Neste cenário, será novamente avaliado o controlador *feedforward* estacionário, mas acoplado à uma malha *feedback*.

Assim, como $\tau_1=0$ e $\tau_2=0$, a Eq. (VIII.22) e a Eq. (VIII.23) são simplificadas, respectivamente, em:

$$\frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{(-0,035 \cdot K_{FF} + 0,07)}{0,3003 \cdot s^{1,18578} + (1 - 0,035 \cdot K_C)} \quad (\text{VIII.22})$$

$$\frac{U(s)}{D(s)} = \frac{(-0,07 \cdot K_C + K_{FF}) + (K_{FF} \cdot 0,3003 \cdot s^{1,18578})}{0,3003 \cdot s^{1,18578} + (1 - 0,035 \cdot K_C)} \quad (\text{VIII.23})$$

Considerando um degrau positivo de 10 gpm na vazão de alimentação de gás, resultam a seguintes transformadas de Laplace inversas:

$$y(t) = 50 + 3,33 \cdot (-0,035 \cdot K_{FF} + 0,07) \cdot \text{termo1} \quad (\text{VIII.24})$$

$$\text{termo1} = \varepsilon_0 \left(t, -\frac{(1 - 0,035 \cdot K_C)}{0,3003}; 1,18578, (1,18578 + 1 - 0) \right)$$

$$u(t) = 250 + 3,33 \cdot ((-0,07 \cdot K_C + K_{FF}) \cdot \text{termo1} + (0,3003 \cdot K_{FF}) \cdot \text{termo2})$$

$$\text{termo1} = \varepsilon_0 \left(t, -\frac{(1 - 0,035 \cdot K_C)}{0,3003}; 1,18578, (1,18578 + 1 - 0) \right) \quad (\text{VIII.25})$$

$$\text{termo2} = \varepsilon_0 \left(t, -\frac{(1 - 0,035 \cdot K_C)}{0,3003}; 1,18578, (1,18578 + 1 - 1,18578) \right)$$

Os parâmetros utilizados para a simulação dos controladores são apresentados na TABELA VIII.3.

TABELA VIII.3 – PARÂMETROS DO CONTROLADOR FEEDBACK-FEEDFORWARD, $\tau_1=0$ E $\tau_2=0$

Variável	Caso								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
K_C	-1	-1	-1	-10	-10	-10	-30	-30	-30
K_{FF}	0,5	1	2	0,5	1	3	0,5	1	3

Apesar de haver o acoplamento com a malha *feedback*, o controle *feedforward* estacionário suprime o efeito do distúrbio, porém leva à um *off-set* da

variável controlada. Observa-se que a escolha de K_C e K_{FF} afetam o comportamento da variável controlada que pode ser positivo ou negativo, conforme mostram as figuras VIII.11 e VIII.12.

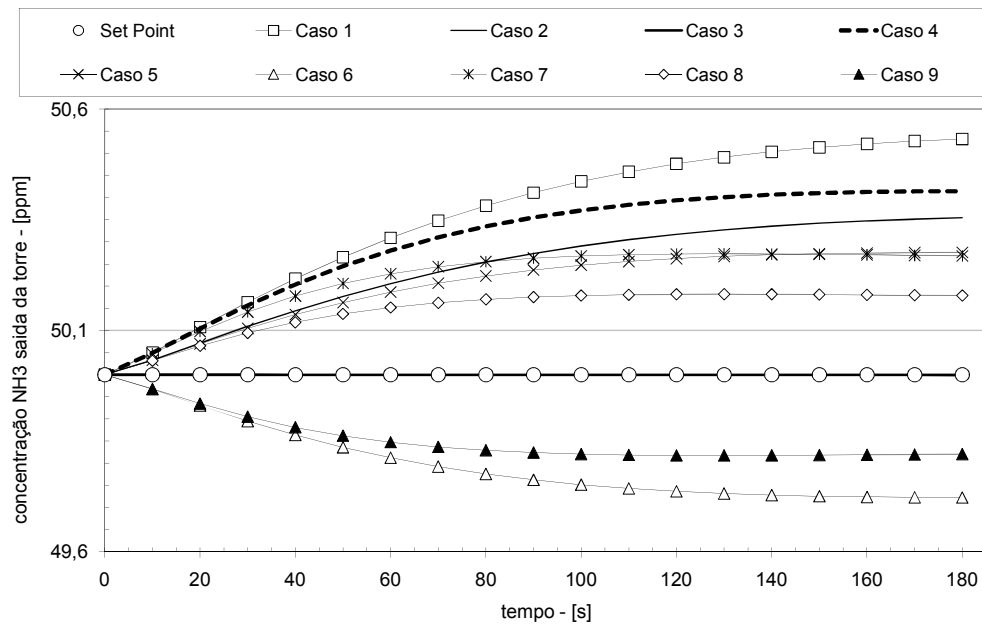


FIGURA VIII.11 – VARIÁVEL CONTROLADA MALHA FEEDBACK-FEEDFORWARD $\tau_1=0$ E $\tau_2=0$

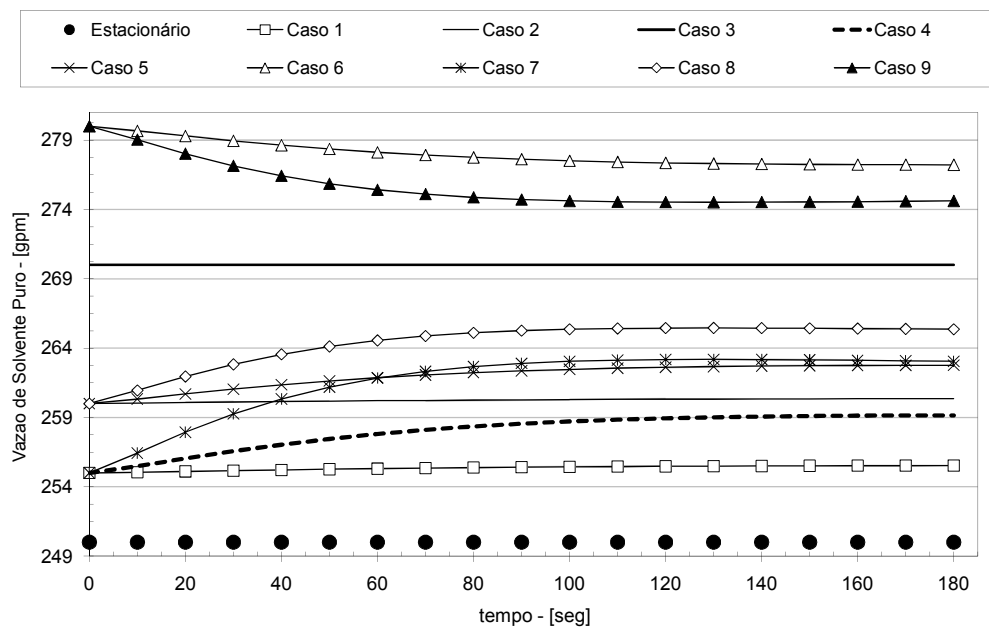


FIGURA VIII.12 – VARIÁVEL MANIPULADA MALHA FEEDBACK-FEEDFORWARD $\tau_1=0$ E $\tau_2=0$

2.2.2 – CENÁRIO 02

Neste cenário, será novamente avaliado o controlador *feedforward* com dinâmica apenas no denominador de sua função de transferência, mas acoplado à uma malha *feedback*. Assim, como $\tau_1=0$ e $\tau_2 \neq 0$, a Eq. (VIII.22) e a Eq. (VIII.23) são simplificadas, respectivamente, em:

para $\beta < 1,18578$

$$\frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{0,07 \cdot \tau_2 \cdot s^\beta + (0,07 - 0,035 \cdot K_{FF})}{0,3003 \cdot \tau_2 \cdot s^{1,18578+\beta} + 0,3003 \cdot s^{1,18578} + \tau_2 \cdot (1 - 0,035 \cdot K_C) \cdot s^\beta + (1 - 0,035 \cdot K_C)} \quad (\text{VIII.26})$$

para $\beta > 1,18578$

$$\frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{0,07 \cdot \tau_2 \cdot s^\beta + (0,07 - 0,035 \cdot K_{FF})}{0,3003 \cdot \tau_2 \cdot s^{1,18578+\beta} + 0,3003 \cdot (1 - 0,035 \cdot K_C) \cdot s^\beta + \tau_2 \cdot s^{1,18578} + (1 - 0,035 \cdot K_C)}$$

Para $\beta < 1,18578$

$$\frac{U(s)}{D(s)} = \frac{-0,07 \cdot K_C \cdot \tau_2 \cdot s^\beta + 0,3003 \cdot K_{FF} \cdot s^{1,18578} + (K_{FF} - 0,07 \cdot K_C)}{0,3003 \cdot \tau_2 \cdot s^{1,18578+\beta} + 0,3003 \cdot s^{1,18578} + \tau_2 \cdot (1 - 0,035 \cdot K_C) \cdot s^\beta + (1 - 0,035 \cdot K_C)} \quad (\text{VIII.27})$$

para $\beta > 1,18578$

$$\frac{U(s)}{D(s)} = \frac{-0,07 \cdot K_C \cdot \tau_2 \cdot s^\beta + 0,3003 \cdot K_{FF} \cdot s^{1,18578} + (K_{FF} - 0,07 \cdot K_C)}{0,3003 \cdot \tau_2 \cdot s^{1,18578+\beta} + 0,3003 \cdot (1 - 0,035 \cdot K_C) \cdot s^\beta + \tau_2 \cdot s^{1,18578} + (1 - 0,035 \cdot K_C)}$$

Considerando um degrau positivo de 10 gpm na vazão de alimentação de gás, resultam a seguintes transformadas de Laplace inversas:

para $\beta < 1,18578$

$$y(t) = 50 + \frac{3,33}{\tau_2} \cdot (0,07 \cdot \tau_2 \cdot \text{soma1} + (0,07 - 0,035 \cdot K_{FF}) \cdot \text{soma2})$$

$$\text{soma1} = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \cdot \left(\frac{-(1 - 0,035 \cdot K_C)}{0,3003 \cdot \tau_2} \right)^m \cdot \sum_{k=0}^m \binom{m}{k} \cdot (\tau_2)^k \cdot \left(\varepsilon_m \left(t, -\left(\frac{1}{\tau_2} \right); (1,18578 + \beta - 1,18578), (1,18578 + \beta + 1,18578 \cdot m - \beta \cdot k + 1 - \beta) \right) \right)$$

$$\text{soma2} = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \cdot \left(\frac{-(1 - 0,035 \cdot K_C)}{0,3003 \cdot \tau_2} \right)^m \cdot \sum_{k=0}^m \binom{m}{k} \cdot (\tau_2)^k \cdot \left(\varepsilon_m \left(t, -\left(\frac{1}{\tau_2} \right); (1,18578 + \beta - 1,18578), (1,18578 + \beta + 1,18578 \cdot m - \beta \cdot k + 1 - 0) \right) \right) \quad (\text{VIII.28})$$

para $\beta > 1,18578$

$$y(t) = 50 + \frac{3,33}{\tau_2} \cdot (0,07 \cdot \tau_2 \cdot \text{soma1} + (0,07 - 0,035 \cdot K_{FF}) \cdot \text{soma2})$$

$$\text{soma1} = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \cdot \left(\frac{-(1 - 0,035 \cdot K_C)}{0,3003 \cdot \tau_2} \right)^m \cdot \sum_{k=0}^m \binom{m}{k} \cdot \left(\frac{0,3003}{(1 - 0,035 \cdot K_C)} \right)^k$$

$$\varepsilon_m \left(t, - \left(\frac{\tau_2 \cdot (1 - 0,035 \cdot K_C)}{0,3003 \cdot \tau_2} \right); (1,18578 + \beta - \beta), (1,18578 + \beta + \beta \cdot m - 1,18578 \cdot k + 1 - \beta) \right)$$

$$\text{soma2} = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \cdot \left(\frac{-(1 - 0,035 \cdot K_C)}{0,3003 \cdot \tau_2} \right)^m \cdot \sum_{k=0}^m \binom{m}{k} \cdot \left(\frac{0,3003}{(1 - 0,035 \cdot K_C)} \right)^k \cdot$$

$$\varepsilon_m \left(t, - \left(\frac{\tau_2 \cdot (1 - 0,035 \cdot K_C)}{0,3003 \cdot \tau_2} \right); (1,18578 + \beta - \beta), (1,18578 + \beta + \beta \cdot m - 1,18578 \cdot k + 1 - 0) \right)$$

para $\beta < 1,18578$

$$u(t) = 250 + \frac{3,33}{\tau_2} \cdot (-0,07 \cdot K_C \cdot \tau_2 \cdot \text{soma1} + 0,3003 \cdot K_{FF} \cdot \text{soma2} + (K_{FF} - 0,07 \cdot K_C) \cdot \text{soma3})$$

$$\text{soma1} = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \cdot \left(\frac{-(1 - 0,035 \cdot K_C)}{0,3003 \cdot \tau_2} \right)^m \cdot \sum_{k=0}^m \binom{m}{k} \cdot (\tau_2)^k \cdot$$

$$\varepsilon_m \left(t, - \left(\frac{1}{\tau_2} \right); (1,18578 + \beta - 1,18578), (1,18578 + \beta + 1,18578 \cdot m - \beta \cdot k + 1 - \beta) \right)$$

$$\text{soma2} = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \cdot \left(\frac{-(1 - 0,035 \cdot K_C)}{0,3003 \cdot \tau_2} \right)^m \cdot \sum_{k=0}^m \binom{m}{k} \cdot (\tau_2)^k \cdot$$

$$\varepsilon_m \left(t, - \left(\frac{1}{\tau_2} \right); (1,18578 + \beta - 1,18578), (1,18578 + \beta + 1,18578 \cdot m - \beta \cdot k + 1 - 1,18578) \right)$$

$$\text{soma3} = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \cdot \left(\frac{-(1 - 0,035 \cdot K_C)}{0,3003 \cdot \tau_2} \right)^m \cdot \sum_{k=0}^m \binom{m}{k} \cdot (\tau_2)^k \cdot$$

$$\varepsilon_m \left(t, - \left(\frac{1}{\tau_2} \right); (1,18578 + \beta - 1,18578), (1,18578 + \beta + 1,18578 \cdot m - \beta \cdot k + 1 - 0) \right) \quad (\text{VIII.29})$$

para $\beta > 1,18578$

$$u(t) = 250 + \frac{3,33}{\tau_2} \cdot (-0,07 \cdot K_C \cdot \tau_2 \cdot \text{soma1} + 0,3003 \cdot K_{FF} \cdot \text{soma2} + (K_{FF} - 0,07 \cdot K_C) \cdot \text{soma3})$$

$$\text{soma1} = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \cdot \left(\frac{-(1 - 0,035 \cdot K_C)}{0,3003 \cdot \tau_2} \right)^m \cdot \sum_{k=0}^m \binom{m}{k} \cdot \left(\frac{0,3003}{(1 - 0,035 \cdot K_C)} \right)^k \cdot$$

$$\varepsilon_m \left(t, - \left(\frac{\tau_2 \cdot (1 - 0,035 \cdot K_C)}{0,3003 \cdot \tau_2} \right); (1,18578 + \beta - \beta), (1,18578 + \beta + \beta \cdot m - 1,18578 \cdot k + 1 - \beta) \right)$$

$$\text{soma2} = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \cdot \left(\frac{-(1 - 0,035 \cdot K_C)}{0,3003 \cdot \tau_2} \right)^m \cdot \sum_{k=0}^m \binom{m}{k} \cdot \left(\frac{0,3003}{(1 - 0,035 \cdot K_C)} \right)^k \cdot$$

$$\varepsilon_m \left(t, - \left(\frac{\tau_2 \cdot (1 - 0,035 \cdot K_C)}{0,3003 \cdot \tau_2} \right); (1,18578 + \beta - \beta), (1,18578 + \beta + \beta \cdot m - 1,18578 \cdot k + 1 - 1,18578) \right)$$

$$\text{soma3} = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \cdot \left(\frac{-(1 - 0,035 \cdot K_C)}{0,3003 \cdot \tau_2} \right)^m \cdot \sum_{k=0}^m \binom{m}{k} \cdot \left(\frac{0,3003}{(1 - 0,035 \cdot K_C)} \right)^k \cdot$$

$$\varepsilon_m \left(t, - \left(\frac{\tau_2 \cdot (1 - 0,035 \cdot K_C)}{0,3003 \cdot \tau_2} \right); (1,18578 + \beta - \beta), (1,18578 + \beta + \beta \cdot m - 1,18578 \cdot k + 1 - 0) \right)$$

Os parâmetros utilizados para a simulação dos controladores são apresentados na TABELA VIII.4.

TABELA VIII.4 – PARÂMETROS DO CONTROLADOR FEEDBACK-FEEDFORWARD, $\tau_1=0$ E $\tau_2 \neq 0$

Variável	Caso								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
K_C	-1	-1	-1	-1	-10	-30	-1	-10	-30
K_{FF}	1	1	1	0,5	1	1	0,5	0,5	0,5
τ_2	1	1	2	1	1	1	2	2	2
β	1	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8

Das diversas simulações conduzidas, observa-se que o Caso 6 apresentou melhor desempenho, ou seja, melhor rejeição do efeito do distúrbio sobre o comportamento da variável controlada. Assim, observa-se que um aumento no valor de K_{FF} pode ser benéfico ao processo, no entanto, deve-se ter atenção à variável manipulada. Novamente, observa-se o surgimento de um *off-set* provavelmente devido à malha *feedback* ser controlada por um controlador P.

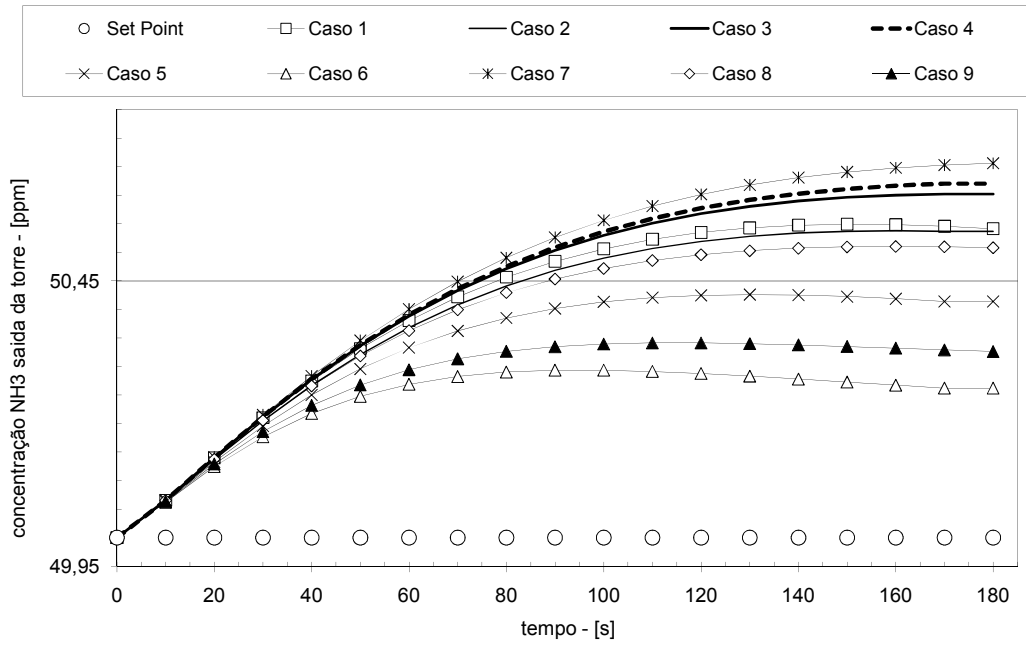


FIGURA VIII.13 – VARIÁVEL CONTROLADA MALHA FEEDBACK-FEEDFORWARD $\tau_1=0$ E $\tau_2 \neq 0$

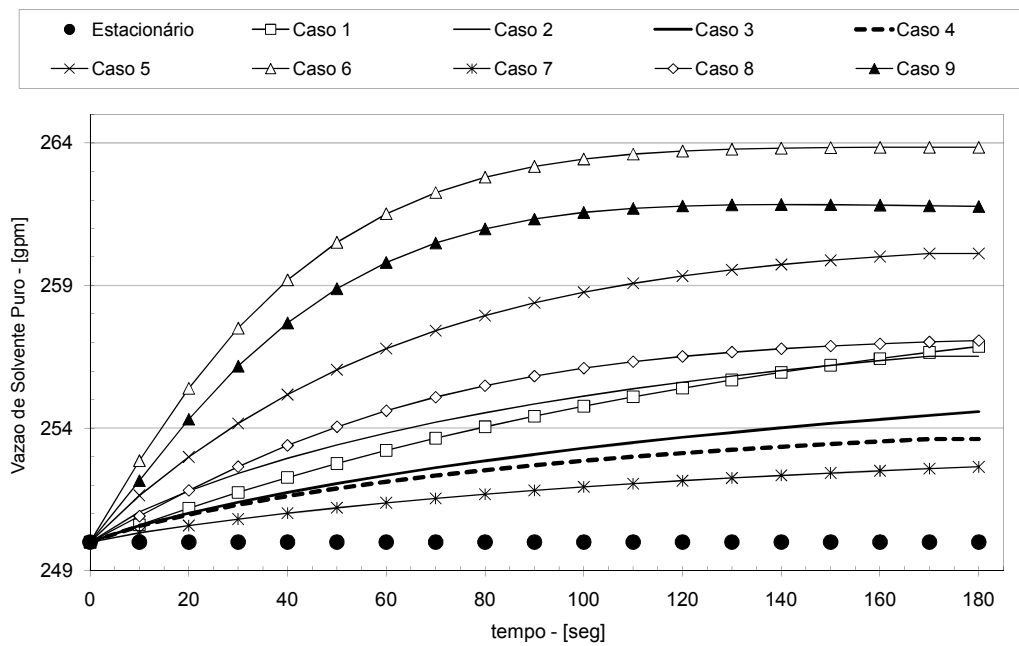


FIGURA VIII.14 – VARIÁVEL MANIPULADA MALHA FEEDBACK-FEEDFORWARD $\tau_1=0$ E $\tau_2 \neq 0$

2.2.3 – CENÁRIO 03

Neste cenário, será novamente avaliado o controlador *feedforward* com dinâmica tanto no denominador quanto no numerador de sua função de transferência, mas acoplado à uma malha *feedback*. Assim, como $\tau_1 \neq 0$ e $\tau_2 \neq 0$, a Eq. (VIII.22) e a Eq. (VIII.23) são simplificadas, respectivamente, em:

para $\beta < 1,18578$

$$\frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{0,07 \cdot \tau_2 \cdot s^\beta - 0,035 \cdot \tau_1 \cdot K_{FF} \cdot s^\gamma + (0,07 - 0,035 \cdot K_{FF})}{0,3003 \cdot \tau_2 \cdot s^{1,18578+\beta} + 0,3003 \cdot s^{1,18578} + \tau_2 \cdot (1 - 0,035 \cdot K_C) \cdot s^\beta + (1 - 0,035 \cdot K_C)} \quad (\text{VIII.30})$$

para $\beta > 1,18578$

$$\frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{0,07 \cdot \tau_2 \cdot s^\beta - 0,035 \cdot \tau_1 \cdot K_{FF} \cdot s^\gamma + (0,07 - 0,035 \cdot K_{FF})}{0,3003 \cdot \tau_2 \cdot s^{1,18578+\beta} + 0,3003 \cdot (1 - 0,035 \cdot K_C) \cdot s^\beta + \tau_2 \cdot s^{1,18578} + (1 - 0,035 \cdot K_C)}$$

Para $\beta < 1,18578$

$$\frac{U(s)}{D(s)} = \frac{-0,07 \cdot K_C \cdot \tau_2 \cdot s^\beta + K_{FF} \cdot \tau_1 \cdot 0,3003 \cdot s^{1,18578+\gamma} + K_{FF} \cdot \tau_1 \cdot s^\gamma + K_{FF} \cdot 0,3003 \cdot s^{1,18578} + (K_{FF} - 0,07 \cdot K_C)}{0,3003 \cdot \tau_2 \cdot s^{1,18578+\beta} + 0,3003 \cdot s^{1,18578} + \tau_2 \cdot (1 - 0,035 \cdot K_C) \cdot s^\beta + (1 - 0,035 \cdot K_C)} \quad (\text{VIII.31})$$

para $\beta > 1,18578$

$$\frac{U(s)}{D(s)} = \frac{-0,07 \cdot K_C \cdot \tau_2 \cdot s^\beta + K_{FF} \cdot \tau_1 \cdot 0,3003 \cdot s^{1,18578+\gamma} + K_{FF} \cdot \tau_1 \cdot s^\gamma + K_{FF} \cdot 0,3003 \cdot s^{1,18578} + (K_{FF} - 0,07 \cdot K_C)}{0,3003 \cdot \tau_2 \cdot s^{1,18578+\beta} + 0,3003 \cdot (1 - 0,035 \cdot K_C) \cdot s^\beta + \tau_2 \cdot s^{1,18578} + (1 - 0,035 \cdot K_C)}$$

Considerando um degrau positivo de 10 gpm na vazão de alimentação de gás, resultam a seguintes transformadas de Laplace inversas:

para $\beta < 1,18578$

$$y(t) = 50 + \frac{3,33}{\tau_2} \cdot (0,07 \cdot \tau_2 \cdot \text{soma1} + (0,07 - 0,035 \cdot K_{FF}) \cdot \text{soma2} - 0,035 \cdot \tau_1 \cdot K_{FF} \cdot \text{soma3})$$

$$\text{soma1} = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \cdot \left(\frac{-(1 - 0,035 \cdot K_C)}{0,3003 \cdot \tau_2} \right)^m \cdot \sum_{k=0}^m \binom{m}{k} \cdot (\tau_2)^k \cdot$$

$$\varepsilon_m \left(t, -\left(\frac{1}{\tau_2} \right); (1,18578 + \beta - 1,18578), (1,18578 + \beta + 1,18578 \cdot m - \beta \cdot k + 1 - \beta) \right)$$

$$\text{soma2} = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \cdot \left(\frac{-(1 - 0,035 \cdot K_C)}{0,3003 \cdot \tau_2} \right)^m \cdot \sum_{k=0}^m \binom{m}{k} \cdot (\tau_2)^k \cdot$$

$$\varepsilon_m \left(t, -\left(\frac{1}{\tau_2} \right); (1,18578 + \beta - 1,18578), (1,18578 + \beta + 1,18578 \cdot m - \beta \cdot k + 1 - 0) \right)$$

$$\text{soma3} = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \cdot \left(\frac{-(1 - 0,035 \cdot K_C)}{0,3003 \cdot \tau_2} \right)^m \cdot \sum_{k=0}^m \binom{m}{k} \cdot (\tau_2)^k \cdot$$

$$\varepsilon_m \left(t, -\left(\frac{1}{\tau_2} \right); (1,18578 + \beta - 1,18578), (1,18578 + \beta + 1,18578 \cdot m - \beta \cdot k + 1 - \gamma) \right)$$

(VIII.32)

para $\beta > 1,18578$

$$y(t) = 50 + \frac{3,33}{\tau_2} \cdot (0,07 \cdot \tau_2 \cdot \text{soma1} + (0,07 - 0,035 \cdot K_{FF}) \cdot \text{soma2} - 0,035 \cdot \tau_1 \cdot K_{FF} \cdot \text{soma3})$$

$$\text{soma1} = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \cdot \left(\frac{-(1 - 0,035 \cdot K_C)}{0,3003 \cdot \tau_2} \right)^m \cdot \sum_{k=0}^m \binom{m}{k} \cdot \left(\frac{0,3003}{(1 - 0,035 \cdot K_C)} \right)^k \cdot$$

$$\varepsilon_m \left(t, - \left(\frac{\tau_2 \cdot (1 - 0,035 \cdot K_C)}{0,3003 \cdot \tau_2} \right); (1,18578 + \beta - \beta), (1,18578 + \beta + \beta \cdot m - 1,18578 \cdot k + 1 - \beta) \right)$$

$$\text{soma2} = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \cdot \left(\frac{-(1 - 0,035 \cdot K_C)}{0,3003 \cdot \tau_2} \right)^m \cdot \sum_{k=0}^m \binom{m}{k} \cdot \left(\frac{0,3003}{(1 - 0,035 \cdot K_C)} \right)^k \cdot$$

$$\varepsilon_m \left(t, - \left(\frac{\tau_2 \cdot (1 - 0,035 \cdot K_C)}{0,3003 \cdot \tau_2} \right); (1,18578 + \beta - \beta), (1,18578 + \beta + \beta \cdot m - 1,18578 \cdot k + 1 - 0) \right)$$

$$\text{soma3} = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \cdot \left(\frac{-(1 - 0,035 \cdot K_C)}{0,3003 \cdot \tau_2} \right)^m \cdot \sum_{k=0}^m \binom{m}{k} \cdot \left(\frac{0,3003}{(1 - 0,035 \cdot K_C)} \right)^k \cdot$$

$$\varepsilon_m \left(t, - \left(\frac{\tau_2 \cdot (1 - 0,035 \cdot K_C)}{0,3003 \cdot \tau_2} \right); (1,18578 + \beta - \beta), (1,18578 + \beta + \beta \cdot m - 1,18578 \cdot k + 1 - \gamma) \right)$$

para $\beta < 1,18578$

$$u(t) = 250 + \frac{3,33}{\tau_2} \cdot (-0,07 \cdot K_C \cdot \tau_2 \cdot \text{soma1} + 0,3003 \cdot K_{FF} \cdot \text{soma2} + (K_{FF} - 0,07 \cdot K_C) \cdot \text{soma3} \\ + K_{FF} \cdot \tau_1 \cdot 0,3003 \cdot \text{soma4} + K_{FF} \cdot \tau_1 \cdot \text{soma5})$$

$$\text{soma1} = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \cdot \left(\frac{-(1 - 0,035 \cdot K_C)}{0,3003 \cdot \tau_2} \right)^m \cdot \sum_{k=0}^m \binom{m}{k} \cdot (\tau_2)^k \cdot$$

$$\varepsilon_m \left(t, - \left(\frac{1}{\tau_2} \right); (1,18578 + \beta - 1,18578), (1,18578 + \beta + 1,18578 \cdot m - \beta \cdot k + 1 - \beta) \right)$$

(VIII.33)

$$\text{soma2} = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \cdot \left(\frac{-(1 - 0,035 \cdot K_C)}{0,3003 \cdot \tau_2} \right)^m \cdot \sum_{k=0}^m \binom{m}{k} \cdot (\tau_2)^k \cdot$$

$$\varepsilon_m \left(t, - \left(\frac{1}{\tau_2} \right); (1,18578 + \beta - 1,18578), (1,18578 + \beta + 1,18578 \cdot m - \beta \cdot k + 1 - 1,18578) \right)$$

$$\text{soma3} = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \cdot \left(\frac{-(1 - 0,035 \cdot K_C)}{0,3003 \cdot \tau_2} \right)^m \cdot \sum_{k=0}^m \binom{m}{k} \cdot (\tau_2)^k \cdot$$

$$\varepsilon_m \left(t, - \left(\frac{1}{\tau_2} \right); (1,18578 + \beta - 1,18578), (1,18578 + \beta + 1,18578 \cdot m - \beta \cdot k + 1 - 0) \right)$$

$$\text{soma4} = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \cdot \left(\frac{-(1 - 0,035 \cdot K_C)}{0,3003 \cdot \tau_2} \right)^m \cdot \sum_{k=0}^m \binom{m}{k} \cdot (\tau_2)^k \cdot$$

$$\varepsilon_m \left(t, - \left(\frac{1}{\tau_2} \right); (1,18578 + \beta - 1,18578), (1,18578 + \beta + 1,18578 \cdot m - \beta \cdot k + 1 - 1,18578 - \gamma) \right)$$

$$\text{soma5} = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \cdot \left(\frac{-(1 - 0,035 \cdot K_C)}{0,3003 \cdot \tau_2} \right)^m \cdot \sum_{k=0}^m \binom{m}{k} \cdot (\tau_2)^k \cdot$$

$$\varepsilon_m \left(t, - \left(\frac{1}{\tau_2} \right); (1,18578 + \beta - 1,18578), (1,18578 + \beta + 1,18578 \cdot m - \beta \cdot k + 1 - \gamma) \right)$$

Das diversas simulações conduzidas, observa-se que o Caso **6** apresentou melhor desempenho, ou seja, melhor rejeição do efeito do distúrbio sobre o comportamento da variável controlada. Para este conjunto de parâmetros o *off-set* conseguiu ser rejeitado. Observa-se que um aumento no valor de K_C pode ser benéfico ao processo pela redução do *off-set*, no entanto, deve-se ter atenção à variável manipulada. Novamente, nota-se o *off-set* em quase todas as simulações, provavelmente devido à malha *feedback* ser controlada por um controlador P.

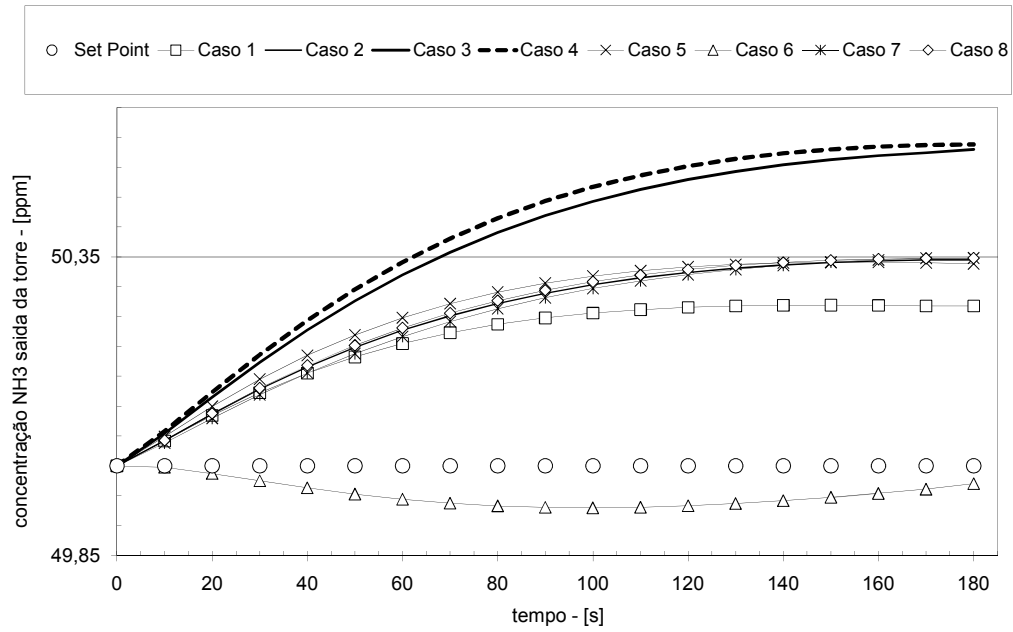


FIGURA VIII.15 – VARIÁVEL CONTROLADA MALHA FEEDBACK-FEEDFORWARD $\tau_1 \neq 0$ E $\tau_2 \neq 0$

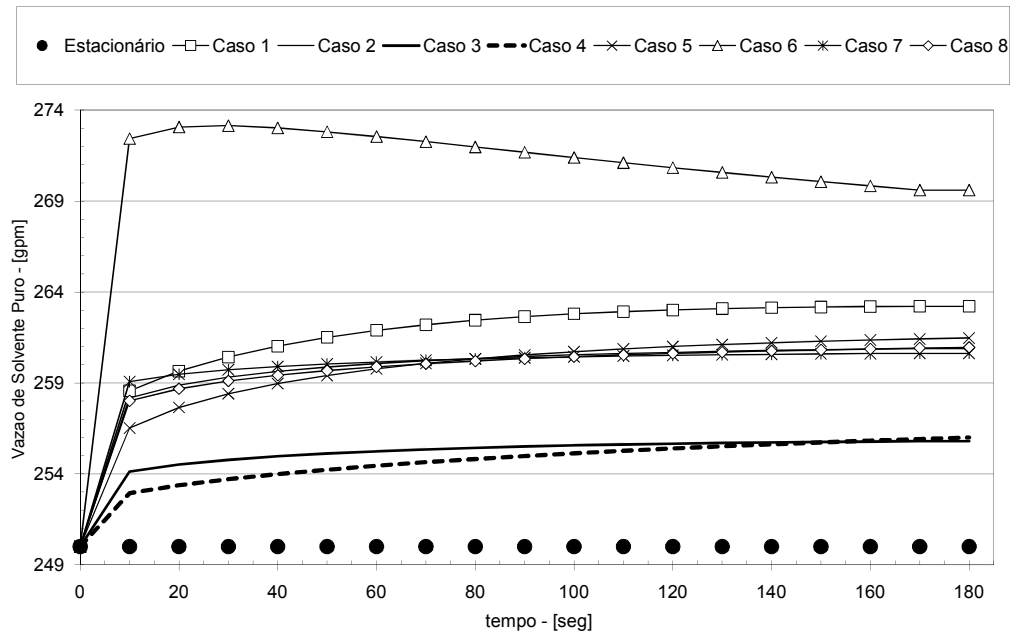


FIGURA VIII.16 – VARIÁVEL MANIPULADA MALHA FEEDBACK-FEEDFORWARD $\tau_1 \neq 0$ E $\tau_2 \neq 0$

2.2.4 – ANÁLISE DOS TRÊS CENÁRIOS

A presença da malha feedback melhorou a resposta em relação ao caso anterior aonde somente a malha feedforward estava atuando.

Quanto ao cenário 01 os resultados se mostraram diferentes dos demais casos pois foi possível obter respostas com valores inferiores ao set point, evidenciando a influência do feedforward, mas se observa também que o feedback atuou pelo modo como a resposta se deu. Outra consideração é a de que os valores da variável manipulada se deram mais elevados que os demais.

Já o cenário 02 os valores se afastaram mais do set point, contudo não se notou tanto a influência do feedforward como no caso anterior. Quanto a resposta da variável manipulada também houve um maior afastamento do set point.

No cenário 03, os valores apresentaram boas respostas pois se notou uma maior aproximação do set point, e como consequência a variável manipulada se apresentou mais próxima ao set point de acordo com as respostas obtidas.

IX. CONCLUSÕES & SUGESTÕES

1 – CONCLUSÕES

A engenharia de sistemas e processamento consiste, entre outras atividades, da busca novas técnicas (algoritmos) de controle, visando à operação do processo e de equipamentos de maneira mais eficiente. Estas técnicas buscam anular o efeito de possíveis distúrbios presentes nas variáveis operacionais, para se fazer a transição de estados estacionários, a partir de mudanças de *set-point*, de modo mais seguro e eficiente, satisfazendo ainda a legislação ambiental. Desta forma, novas técnicas de controle com aplicabilidade e resultados promissores para implementação em plantas industriais são extremamente bem vindas.

Neste trabalho, aplicou-se a técnica de identificação e controle fracionário à operação unitária de absorção. A partir de dados experimentais obtidos na literatura procedeu-se a identificação fracionária utilizando considerando a estimação de parâmetros como sendo um problema de otimização determinística não-linear multivariável, estratégia se mostrou mais eficiente, levando à obtenção de coeficiente de correlação de 0,999. Além disso, esta estratégia levou à obtenção de modelos matemáticos que satisfizeram também outros testes estatísticos de qualidade de ajuste.

Em uma segunda etapa do estudo, o modelo fracionário identificado foi utilizado em simulações de controle, considerando cinco tipos de estruturas de controle: *feedback* convencional, *feedback* convencional com compensação de tempo morto, *feedback* cascata, *feedforward* puro, *feedback-feedforward*. Com o modelo fracionário identificado e considerando um controlador *feedback* tipo P, em todas as estruturas foi alcançado o controle servo ou regulatório da composição da corrente da saída de topo da coluna de absorção, considerando como o distúrbio a mudança da vazão da corrente de alimentação de gás para a coluna. Ressalta-se que os valores dos parâmetros foram arbitrariamente escolhidos, indicando uma boa robustez no uso de modelos fracionários. Por fim, deve-se ressaltar a importante flexibilidade introduzida pelas equações diferenciais fracionárias, uma vez que a

ordem da equação pode um parâmetro de ajuste, o que pode vir a eliminar efeitos indesejados pela alteração da dinâmica do processo.

2 – SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Este trabalho representa a primeira etapa no desenvolvimento da engenharia de sistemas fracionários. Assim, como trabalhos futuros, destacam-se:

- a) Identificação fracionária com variância não constante;
- b) Identificação fracionária considerando diferentes valores para os parâmetros fracionários;
- c) Identificação fracionária de sistemas com ruídos;
- d) Estudo de controle fracionário em sistemas multivariáveis;
- e) Digitalização de controladores fracionários.

X. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AGUIRRE,L.A **Introdução à Identificação de Sistemas: técnicas lineares e não-lineares aplicadas a sistemas reais.** 3^a Ed. Belo Horizonte: Editora UFMG:, 2007.

AHMAD,W.M.; EL-KHAZALI,R.; AL-ASSAF,Y. **Stabilization of generalized fractional order chaotic systems using state feedback control.** Chaos, Solitons & Fractals. 22, 2004. p. 141-150

ARIS,R. **Ends and beginnings in the mathematical-modeling of chemical-engineering systems.** Chemical Engineering Science. 48, 1993.p. 2507-2517.

ANASTASIO,T.J. **The fractional order dynamics of brainstem vestibulo-oculomotor neurons.** Biological Cybernetics. 72, 1994. p. 69-79.

BAGLEY,R.L.; TORVIK,P.J. **On the fractional calculus model of viscoelastic behavior.** Journal of Rheology. 30, 1986. p. 133-155.

BARBOSA,R.S.; MACHADO,J.A.T.; FERREIRA,I.M. **Tuning of PID controllers based on Bode's ideal transfer function.** Nonlinear Dynamics. 38, 2004. p. 305-321.

BARD,Y. **Nonlinear Parameter Estimation.** 1ST Ed. Academic Press: New York, 1974.

BEDELBAYEV, A. GREER, T. LIE,B. **Model-based Control of Absorption Tower for CO₂ Capturing.** Proceedings of the 49th Scandinavian Simulation Society Conference on Simulation and Modelling, SIMS 2008.

BEQUETTE,B.W. **Process Dynamics: Modeling, Analysis, and Simulation.** 1ST Upper Saddle River ,Ed. Prentice-Hall, 1998.

BIRD,R.B.; STEWART,W.E.; LIGHTFOOT,E.N. **Fenômenos de Transporte.** 2^a Rio de Janeiro ,Ed. LTC Editora, 2004.

BONNET,C.; PARTINGTON,J.R. **Stabilization of some fractional delay systems of neutral type.** Automatica. 43, 2007. p. 2047-2053.

BROSILOW,C.; JOSEPH,B. **Techniques of Model-Based Control**. 1ST Upper Saddle River ,Ed. Prentice-Hall, 2002.

CAO,J.Y.; LIANG,J.; CAO,B.G. **Optimization of fractional order PID controllers based on genetic algorithms**. Proceedings of the Fourth International Conference on Machine Learning and Cybernetics. 2005.

CALDERÓN,A.J.; VINAGRE;B.M.; FELIU,V. **Fractional order control strategies for power electronic buck converters**. Signal Processing. 86, 2006, p. 2803-2819.

CAMACHO,E.F.; BORDONS,C. **Model Predictive Control**. 1ST. London, Ed. Springer-Verlag, 1999.

CAMPOS,M.M.;SAITO,K. **Sistemas Inteligentes em Controle e Automação de Processos**. Rio de Janeiro,1^a. Ed. Editora Ciência Moderna, 2004.

CÂMARA,C.T.; LENZI,M.K.; LENZI,M.K. **Uso de equações diferenciais fracionárias como técnica alternativa para a identificação de processos químicos**. 16 Evento Anual de Iniciação Científica da UFPR. 2008.

CAPUTO,M. **Linear model of dissipation whose Q is almost frequency independent – II**. Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society. 13, 1967. p. 529-539.

CRANK,J. **The Mathematics of Diffusion**. 2nd New York, Ed. Oxford University Press, 1980.

DE LA SEN, M. **Robust stability analysis and dynamic gain-scheduled controller design for point time-delay systems with parametrical uncertainties**. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation. 13, 2008. p. 1131-1156.

DENG, W. **Short Memory Principle and a Predictor-Corrector Approach for Fractional Differential Equations**. Journal of Computational and Applied Mathematics. 206, 2007. p. 174-188.

DORÇAK, L. **Numerical Models for the Simulation of the Fractional-Order Control Systems**. Slovak Academy of Sciences – Institute of Experimental Physics. Report UEF 04. 1994.

EMBIRUÇU, M.; LIMA, E. L.; PINTO, J. C. **A survey of advanced control of polymerization reactors.** Polymer Engineering and Science. 36, 1996. p. 433-447.

EYNG, E. **Controle Feedforward-Feedback aplicado às Colunas de Absorção do processo de produção de Etanol por Fermentação.** 191 f. Tese -. UNICAMP, Campinas, 2008.

EYNG, E.; FILETI, A. M. F. **Control of absorption columns in the bioethanol process: Influence of measurement uncertainties.** Engineering Applications of Artificial Intelligence. 23, 2010. p. 271-282.

FLAKE, G. W. **The Computational Beauty of Nature: Computer Explorations of Fractals, Chaos, Complex Systems and Adaptation.** 3rd Ed. Cambridge: The MIT Press, 1999.

FERREIRA, N. M. F.; DUARTE, F. B.; LIMA, M. F. M.; MARCOS, M. G.; MACHADO, J. A. T. **Application of fractional calculus in the dynamical systems analysis and control of mechanical manipulators.** Fractional Calculus & Applied Analysis. 11, 2008. p. 91-113

GARCIA, C. E.; MORARI, M. **Internal model control I. A unifying review and some new results.** Industrial Engineering & Chemistry. Process Design & Development. 21, 1982. p. 308-323

GOODWIN, G. C.; GRAEBE, S. F.; SALGADO, M. E. **Control System Design.** 1ST Upper Saddle River Ed. Prentice-Hall, 2000.

HARTLEY, T. T.; LORENZO, C. F. **Fractional-order system identification based on continuous order-distributions.** Signal Processing. 83, 2003. p. 2287-2300

HARTLEY, T. T.; LORENZO, C. F. **Dynamics and control of initialized fractional-order systems.** Nonlinear Dynamics. 29, 2002. p. 201-233

HARTLEY, T. T.; LORENZO, C. F. **Generalized functions for the fractional calculus.** NASA Technical Paper 1999-209424/REV1, 1999.

HICKS, J.; MOHAN, A.; RAY, W. H. **The optimal control of polymerization reactors.** Canadian Journal of Chemical Engineering. 47, 1969. p. 590-597.

HILFER, R. **Applications of Fractional Calculus in Physics.** 1ST Singapore, Ed. World Scientific, 2000.

HIMMELBLAU, D. M. **Process Analysis by Statistical Methods**. New York, 1ST Ed. John Wiley & Sons, 1970.

HIMMELBLAU, D. M.; EDGAR, T. F. **Optimization of Chemical Processes**. New York 1ST Ed. McGraw-Hill, 1988.

IMSL. International Mathematics & Statistics Library – New York, Math Library Volume 1/2. Visual Numerics, 1994a.

IMSL. International Mathematics & Statistics Library – New York Math Library Special Functions. Visual Numerics:, 1994b.

ISFER,L.A.D. **Aplicação de Técnicas de Identificação e Controle Fracionários à Indústria Petroquímica**. Dissertação de Mestrado. - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2009.

ISFER,L.A.D.; LENZI,M.K.; LENZI,E.K. **Identification of Biochemical Reactors Using Fractional Differential Equations**. Latin American Applied Research. 40, , 2010. p.193-198

ISIDORI, A. **Nonlinear Control Systems**. 3RD. Berlin, Ed. Springer-Verlag, 1995.

JOHNSON, R. A.; WICHERN, D. W. **Applied Multivariate Statistical Analysis**. 5TH. Upper Saddle River Ed. Prentice-Hall, 2002.

KANTER, J. M.; SOROUGH, M.; SEIDER, W. D. **Continuous-time, nonlinear feedback control of stable processes**. Industrial Engineering and Chemistry Research. 40, 2001.p. 2069-2078.

KHAN, Z. S.; MORRIS, S. W. **Subdiffusive axial transport of granular materials in a long drum mixer**. Physical Review Letters. 94, 048002, 2005.

KOPPEL, L. B. **Introduction to Control Theory with Applications to Process Control**. 1ST Englewood Cliffs, Ed. Prentice-Hall, 1968.

LADACI,S.; LOISEAU,J.J.; CHAREF,A. **Fractional order adaptive high-gain controllers for a class of linear systems**. Communications in nonlinear Science and Numerical Simulation. 13, 707-714, 2008.

LADACI,S.; CHAREF,A. **On fractional adaptive control**. Nonlinear Dynamics. 43, 2006,p. 365-378.

LEBEDEV,N.N. **Special Functions and Their Applications.** 1ST New York, Ed. Dover Publications, 1972.

LENZI,E.K.; LENZI,M.K.; MENDES,R.S.; GONCALVES,G. ; SILVA,L.R. **Fractional diffusion equation and Green function approach: Exact solutions.** Physica A. 360, 2006, p. 215-226.

LEVENSPIEL,O. **Modeling in chemical engineering.** Chemical Engineering Science. 57, 2002, p. 4691-4696.

LI,L.; FAJUN,Y.; LIU,X. **Feedback control of fractional nonlinear differential algebraic systems with Hamiltonian function method.** Applied Mathematics and Computation. 197, 2008, p. 9004-9013.

MA,C.; HORI,Y. **The time-scaled trapezoidal integration rule for discrete fractional order controllers.** Nonlinear Dynamics. 38, 2004a,p.171-180.

MA,C.; HORI,Y. **Fractional order control and its application of PI^αD controller for robust two-inertia speed control.** IEEE Conference. 2004b.

MACHADO,J.A.T. **A probabilistic interpretation of the fractional-order differentiation.** Fractional Calculus & Applied Analysis. 6, 2003,p. 73-80.

MAIA, M.L.O. **Controle preditivo de Colunas de Absorção.** Dissertação.- UNICAMP,Campinas, 1994.

MANABE,S. **The non-integer integral and its application to control systems.** Electrotechnical Journal of Japan. 6, 1961,p. 83-87.

MATIGNON,D.; D'ANDREA-NOVEL,B. **Observer-based controllers for fractional differential systems.** Proceedings of the 36th Conference on Decision & Control. 1997.

MONJE,C.A.; CALDERON,A.J.; VINAGRE,B.M.; CHEN,Y.Q; FELIU,V. **On fractional PI^λ controllers: some tuning rules for robustness to plant uncertainties.** Nonlinear Dynamics. 38, 2004, p.369-381.

MORARI,M.; ZAFIRIOU,E. **Robust Process Control.** 1ST Englewood Cliffs ,Ed. Prentice-Hall, 1989.

NANJIM,K., RUIZ,V. **Long-range predictive control of an absorption packed column.** Appl. Math. Modelling. Vol 19, p.39-45.

NELLES,O. **Nonlinear System Identification: From classical approaches to neural networks and fuzzy models.** 1ST Ed. Berlin, Springer-Verlag, 2001.

OHSHIMA,M.; TANIGAKI,M. **Quality control of polymer production processes.** Journal of Process Control. 10, 2000, 135-148.

OLDHAM,K.B. **Semiintegration of cyclic voltammograms.** Journal of Electroanalytical Chemistry. 72, 1976, p.371-378.

OLDHAM,K.B.; SPANIER,J. **The Fractional Calculus.** 1ST New York, Ed. Dover Publications, 2006.

OTTO,M. **Chemometrics: Statistics and Computer Application in Analytical Chemistry.** 1ST New York ,Ed. Wiley-VHC, 1999.

OUSTALOUP,A. **Etude et realization d'un système d'asservissement d'ordre 3/2 de la fréquence d'un laser à colorant continu'.** Ph.D. Thesis. Université Bordeaux I, França, 1975.

OUSTALOUP,A.; MOREAU,X.; NOUILLANT,M. **The CRONE suspension.** Control Engineering Practice. 4, 1996, p. 1101-1108.

PEARSON,R.K. **Nonlinear empirical modeling techniques.** Computers & Chemical Engineering. 30, 2006, p. 1514-1528.

PAULÚ, F. **Controle preditivo de colunas de absorção com o método de controle por matriz dinâmica.** Tese – UNICAMP,Campinas, 2001.

PINTO,J.C.; LAGE,P.L.C. **Métodos Numéricos em Problemas de Engenharia Química.** 1ST Rio de Janeiro , Ed. Editora e-Papers, 2001.

PIVKA,L.; SPANY,V. **Boundary surfaces and basin bifurcations in Chua's circuit.** Journal of Circuits, Systems and Computers. 3, 1993,p. 441-470.

PODLUBNY,I. **Fractional order systems and $PI^\lambda D^\mu$ -controllers.** IEEE Transactions on Automatic Control. 44, 1999a, p.208-214.

PODLUBNY,I. **Fractional Differential Equations.** 1ST New York Ed. Academic Press, 1999b.

POINOT,T.; TRIGEASSOU,J.C. **Identification of fractional systems using an output-error technique.** Nonlinear Dynamics. 38, 2004, p.133-154.

POMMIER,V.; SABATIER,J.; LANUSSE,P.; OUSTALOUP,A. **CRONE control of a nonlinear hydraulic actuator.** Control Engineering Practice. 10, 2002, p.391-402.

RAYNAUD,H.F.; ZERGAÏNOH,A. **State-space representation for fractional order controllers.** Automatica. 36, 2000, p.1017-1021.

RICE,R.G.; DO,D.D. **Applied Mathematics and Modeling for Chemical Engineers.** 1ST New York ,Ed. John Wiley & Sons, 1995.

SABATIER,J.; OUSTALOUP,A.; ITURRICHA,A.G.; LANUSSE,P. **CRONE control: Principles and extension to time-variant plants with asymptotically constant coefficients.** Nonlinear Dynamics. 29, 2002, p.363-385.

SABATIER,J.; POUILLAIN,S.; LATTEUX,P.; THOMAS,J.L.; OUSTALOUP,A. **Robust speed control of a low damped electromechanical system based on CRONE control: Application to a four mass experimental test bench.** Nonlinear Dynamics. 38, 2004, p.383-400.

SARGENT,R.W.H. **Optimal Control.** Journal of Computational and Applied Mathematics. 124, 2000, p.361-371.

SCHORK,F.J.; DESHPANDE,P.B.; LEFFEW,K.W. **Control of Polymerization Reactors.** 1ST New York, Ed. Marcel Dekker, 1993.

SEADER, J.D.; HENLEY, E.J. **Separation Process Principles.** 2ND New York, Ed. John Wiley & Sons, 2005.

SECCHI,A.R.; LIMA,E.L.; PINTO,J.C. **Constrained optimal batch polymerization reactor control.** Polymer Engineering Science. 30, 1990, p. 1209-1219.

SEBORG,D.E.; EDGAR,T.F.; MELLICHAMP,D.A. **Process Dynamics and Control.** New York ,John Wiley & Sons, 2003.

SEBORG,D.E. **A perspective on advanced strategies for process control (Revisited)**. European Control Conference. August, 1999, p. 01-32.

SEBORG,D.E.; HENSON,M.A. **Nonlinear Process Control**. Prentice-Hall: Upper Saddle River, 1996.

SILVA, J.E.L. **Simulação e Controle Preditivo Linear (com Modelo de Convolução) e Não-Linear (Com Modelo baseado em Redes Neurais Artificiais) de Colunas Recheadas de Absorção com Reação Química**. . Dissertação.- UNICAMP ,Campinas, 1997

SILVA,M.F.; MACHADO,J.A.T.; LOPES,A.M. **Fractional order control of a hexapod robot**. Nonlinear Dynamics. 38, 2004, p.417-433.

SMITH,C.A.; CORRIPIO,A.B. **Principles and Practice of Automatic Process Control**. 2ND New York ,Ed. John Wiley & Sons, 1997.

TAVAZOEI,M.S.; HAERI,M. **Chaos control via a simple fractional-order controller**. Physics Letters A. 372, 2008, p.798-807.

VALÉRIO,D.; COSTA,J.S. **Tuning of fractional PID controllers with Ziegler-Nichols-type rules**. Signal Processing. 86, 2006, p.2771-2784.

VITTHAL, R.; RAO, C.D. **Process control via artificial neural networks and learning automata**. IEEE/IAS International Conference on Industrial Automation and Control, 1995, p.329 – 334.

VUOLO,J.H. **Fundamentos da Teoria de Erros**. 1^a. São Paulo, Ed Edgard Blücher, 1992.

XUE,D.; CHEN,Y.Q. **A comparative introduction of four fractional order controllers**. Proceedings of the 4th World Congress on Intelligent Control and Automation.2002.

ZENG,Q.S.; CAO,G.Y.; ZHU,X.J. **The effect of the fractional-order controller's orders variation on the fractional-order control systems**. Proceedings of the First International Conference on Machine Learning and Cybernetics. 2002.