UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

ÉDER PRESA MOTTA

QUEDA DE PRESSÃO EM UM LEITO DE PARTÍCULAS DE XISTO: AVALIAÇÃO DE MODELOS PARA DISTRIBUIÇÃO GRANULOMÉTRICA E DIÂMETROS MÉDIOS EQUIVALENTES, ESTUDO DO EFEITO DA ALTURA DO LEITO E AVALIAÇÃO DE MODELOS PARA PREDIÇÃO DA QUEDA DE PRESSÃO

PARANÁ
2009

ÉDER PRESA MOTTA

QUEDA DE PRESSÃO EM UM LEITO DE PARTÍCULAS DE XISTO: AVALIAÇÃO DE MODELOS PARA DISTRIBUIÇÃO GRANULOMÉTRICA E DIÂMETROS MÉDIOS EQUIVALENTES, ESTUDO DO EFEITO DA ALTURA DO LEITO E AVALIAÇÃO DE MODELOS PARA PREDIÇÃO DA QUEDA DE PRESSÃO

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado em Engenharia Química da Universidade Federal do Paraná, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia Química.

Orientador: Prof. Dr. Alexandre Knesebeck.

PARANÁ
2009

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo avaliar os modelos matemáticos existentes para previsão da queda de pressão em um leito de partículas de *xisto* (Folhelho pirobetuminoso) durante a passagem de um gás. Trata-se, portanto, de um sistema de partículas não esféricas e de tamanhos e formas não regulares. Também foram avaliados os modelos existentes para descrição das PSD (Particle Size Distribution), os diâmetros equivalentes sugeridos para representar partículas isoladas e os vários métodos de cálculo de diâmetros médios equivalentes, além de analisada a influência da altura do leito na queda de pressão.

As amostras estudadas consistem nas massas retidas em quatro peneiras (½", 1", 2" e 3") e a massa retida na bandeja de fundo, proveniente de uma amostra maior de xisto em granulometria usual para retortagem pelo processo Petrosix®. Da parcela retida na bandeja de fundo foram retiradas por peneiramento as partículas passantes na peneira número 6 (abertura de 3,35 mm). Para cada faixa granulométrica foram pesadas uma série de partículas (1633 medições) com o objetivo de determinar a distribuição de cada faixa e testar alguns dos modelos para ajuste da PSD encontrados na literatura.

Os experimentos foram realizados em um equipamento chamado permeâmetro, no qual é possível medir a queda de pressão para um determinado leito de partículas em várias condições de velocidade do gás que o atravessa. O gás utilizado nos experimentos foi ar atmosférico. Foram obtidas 13 curvas de queda de pressão em função da velocidade do gás, totalizando 288 pontos experimentais, abrangendo uma faixa de número de Reynolds da partícula de $255 \leq Re_p \leq 4946$.

Como ferramentas estatísticas para avaliação dos modelos foram utilizadas o Desvio Padrão dos Resíduos, o Desvio Médio Relativo, o Coeficiente de Correlação e o Desvio Médio Quadrático. O primeiro e o terceiro apresentaram maior coerência de resultados e, por isso, são os mais recomendados para este tipo de avaliação.

Foi realizado ajuste comparativo de modelos de PSD, utilizando 23 modelos, através da análise dos desvios padrão dos resíduos. Foram avaliados também os ajustes dos modelos através dos diâmetros equivalentes e do uso da categorização por progressão geométrica. Os resultados indicam que a PSD é melhor representada pela distribuição Log-Normal e, dentre os modelos empíricos, os de melhores resultados foram os de Griffith (1943) e de Haverkamp 3P (1986).

As constantes da Equação de Ergun (EE) (ERGUN, 1952) foram ajustadas aos dados experimentais e as curvas para a granulometria de ½" foram comparadas buscando-se determinar a influência da altura do leito na queda de pressão. O efeito da altura só foi percebido para Re_p maiores que 780. Um modelo empírico foi proposto para incorporar a influência da altura do leito da constante B da EE.

Foram calculadas as contribuições de cada parcela da EE e verificado que a maioria dos testes encontram-se na faixa de regime turbulento. Foram avaliados 29 modelos para queda de pressão, com as constantes originais e com as constantes ajustadas aos dados experimentais através da minimização dos SQ_{erro} (Soma do quadrado das diferenças entre o valor calculado e o experimental), totalizando 52 avaliações. O modelo de Oman e Watson (1944) com uma adaptação empírica proposta neste trabalho foi o que melhor representou os dados, sendo que os desvios em relação aos valores experimentais apresentam uma clara tendência em superestimar a queda de pressão em uma faixa de valores não maiores que 15 %. Caso o efeito de parede seja importante, o uso do modelo de Eisfeld e Schnitzlein (2001) é o mais adequado.

Foram avaliados 15 métodos de cálculo de diâmetros médios equivalente para três diâmetros equivalentes de partículas isoladas: Diâmetro Volumétrico, Superficial e Superficial-Volumétrico. Quando do uso da EE com as constantes originais, é mais adequada a utilização do diâmetro superficial-volumétrico como representação da partícula isolada, e o diâmetro médio volumétrico para representar a mistura de partículas. Quando há a possibilidade de ajuste das constantes da EE através de dados experimentais, pode-se optar também pelo uso do d_{sv} ou de um diâmetro característico ajustado para representar a mistura de partículas. Neste caso, o diâmetro equivalente utilizado para representar a partícula isolada não tem influência na qualidade do ajuste, modificando apenas o valor das constantes da EE ajustadas. Para a utilização do modelo de Oman e Watson (1944) os melhores resultados foram obtidos com o uso do diâmetro de peneira.

Palavras-chave: Xisto. Granulometria. Perda de Carga. Leito Fixo. Sistema Particulado.

ABSTRACT

This study is aimed at evaluating the current mathematical models for predicting the pressure drop in a bed of shale particles (oil shales) during the passage of a gas. It is therefore a system of non-spherical particles and of irregular sizes and shapes. Current models for description of the PSD (Particle Size Distribution), the equivalent diameter suggested representing individual particles and the various methods for calculating the equivalent average diameters were also evaluated, in addition to analyses of the influence of bed height on pressure drop.

The studied samples consist of masses held in four sieves (½,” 1”, 2” and 3”) and mass held in the bottom pan, originating from a larger sample of usual granulometry shale for retorting using the Petrosix® process. The flow-through particles in the number 6 sieve (3.35 mm opening) were removed by sieving from the portion held in the bottom pan. A number of particles (1633 measurements) were weighed for each granulometric range in order to determine the distribution within each range and test some of the models to suit the PSD found in the literature.

The experiments were performed in a permeameter device, which enables measuring the pressure drop for a given bed of particles under various conditions of speed of the gas passing through it. Atmospheric air was used as the experiment gas. Thirteen pressure drop curves were obtained as a function of the gas speed, totaling 288 experimental points, covering a range of Reynolds number of particle from $255 \leq Re_p \leq 4946$.

The Residue Standard Deviation, the Relative Mean Deviation, the Correlation Coefficient and Square Mean Deviation were used as statistical tools for model evaluation. The first and third yielded more consistent results and therefore are the most recommended for this type of evaluation.

Comparative fitting of PSD models were carried out, using 23 models, by analyzing the standard deviations of residues. We also evaluated adjustments of the models through equivalent diameters and use of categorization by geometric progression. The results indicate that PSD is best represented by the log-normal distribution and from the empirical models, the best results were those of Griffith (1943) and Haverkamp 3P (1986).

The constants in the Ergun Equation (EE) (ERGUN, 1952) were fitted to the experimental data and ½" granulometry curves were compared seeking to determine the impact of bed height on pressure drop. The height effect was perceived only to Re_p greater

than about 780. An empirical model was proposed to incorporate the impact of bed height of the EE constant *B*.

The contributions of each EE portion were calculated and found that most tests are in the range of turbulent regime. We evaluated 29 models for pressure drop, with the constants given by the authors and with the constant adjusted to the experimental data by minimizing the SQ_{error}, totaling 52 evaluations. The OMAN model (OMAN; WATSON, 1944.) model with an empirical adjustment as proposed in this paper was the one to best represent the data, and the deviations regarding the experimental data show a clear trend to overestimate the pressure drop in a range of values no larger than 15 %. If the wall effect is important, use of the EISFELD model (EISFELD; SCHNITZLEIN, 2001) is the most appropriate.

Were evaluated 15 methods for calculating equivalent average diameters for three equivalent diameters of individual particles: Volumetric Diameter, Surface Diameter and Surface-Volumetric Diameter. When using the EE with the original constants, it is more appropriate to use the surface-volumetric diameter as a representation of individual particle, and the average volumetric diameter to represent the mixture of particles. Where there is the possibility of adjusting the EE constants through experimental data, one can also opt for using the d_{sv} or a characteristic diameter adjusted to represent the mixture of particles. In such case, the equivalent diameter used to represent the individual particle has no impact on the quality of the adjustment, changing only the value of the adjusted EE constants. To use the OMAN model (OMAN; WATSON, 1944) the best results were obtained using the diameter of sieving.

Key Words: Oil Shale. Granulometry. Pressure Drop. Fixed Bed. Porous Media.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE SÍMBOLOS

Letras Gregas

$\alpha, \beta, \lambda, \eta, \varepsilon, \varphi$	Parâmetros de ajuste dos modelos
β'	Fator de configuração (adimensional)
β_V	Relação entre os diâmetros da seção de entrada e da garganta do Venturi (adimensional)
δ	Dimensão característica do poro definido por Molerus (1980) (adimensional, Equação 2.110)
ΔP	Queda de pressão no Leito (Pa)
$\Delta P*$	Queda de pressão no Leito (Pa, Equação 2.72)
ΔP_{coluna}	Queda de pressão na coluna vazia (Pa)
ε	Porosidade (adimensional)
ε_S	Porosidade inicial de esferas (adimensional)
ϕ	Esfericidade (adimensional, Equação 2.1)
ϕ_c, ϕ_d	Esfericidades equivalentes a cilindros e discos (adimensional)
Φ_D	Fator de forma da queda de pressão (adimensional, Equação 2.114)
κ	Relação c_p/c_v (adimensional)
μ	Viscosidade do fluido (Pa.s)
π	Quociente entre o perímetro de uma circunferência e o seu diâmetro (=3,1416)
ρ	Massa específica do fluido (kg/m^3)
ρ_s	Massa específica do sólido (kg/m^3)
τ	Fator de tortuosidade (adimensional)

Grupos Adimensionais

$C_{D\phi}$	Coeficiente de fricção (Equação)
Eu	Número de Euler (Equação 2.108)
f_D	Fator de fricção de Darcy (Equação 2.39)
f_H	Fator de fricção (Equação 2.88)
f_O	Fator de fricção (Equação 2.116)
f_p	Fator de fricção da partícula (Equação 2.33)
f_p*	Fator de fricção (Equação 2.71)
Re_{exit}	Número de Reynolds (Equação 2.115)
Re_M	Número de Reynolds (Equação 2.109)
Re_O	Número de Reynolds (Equação 2.119)
Re_p	Número de Reynolds da partícula (Equação 2.42)
$Re_{p\ Mod}$	Reynolds da Partícula Modificado (Equação 2.34)
Re_ϕ	Número de Reynolds (Equação 2.95)

Relações Estatísticas

$AARE$	Erro relativo absoluto médio
MRD	Desvios médios relativos
n_F	Número de graus de liberdade
r	Coeficiente de correlação
s_{res}	Desvio padrão dos resíduos
s^2	Variância residual média
SQ_{erro}	Soma do quadrado das diferenças entre o valor calculado e o experimental
σ_{xy}	Covariância entre as variáveis x e y
σ_x	Desvio padrão da variável x
σ_y	Desvio padrão da variável y
σ'	Desvio médio quadrático
σ	Desvio padrão da distribuição
σ_g	Desvio padrão geométrico da distribuição

Diâmetros

D	Diâmetro do cilindro ou permeâmetro (m)
d_{10}, $d_{15,72}$, d_{25}, d_{30},	Diâmetros característicos (m, diâmetro da partícula maior do que aquele d_{50}, $d_{60,}$ d_{75}, d_{85} em que 10, 15,72, 25, 30, 50, 60, 75, 85 % da massa das partículas são retidas)
d_c	Diâmetro do capilar (m)
d_{esfera}	Diâmetro da esfera (m)
D_H	Diâmetro análogo ao raio hidráulico (m, Equação 2.47)
d_i	Diâmetro de uma fração de uma amostra (m)
d_p	Diâmetro da partícula (m)
$d_{packing}$	Diâmetro equivalente da partícula no leito (m, Equação 2.22)
d_v	Diâmetro Volumétrico ou Diâmetro Equivalente (m)
d_{vi}	Diâmetro volumétrico de uma fração de uma amostra (m)
d_s	Diâmetro Superficial (m)
d_{st}	Diâmetro de Stokes (m)
d_{sv}	Diâmetro Superficial-Volumétrico ou Diâmetro de Sauter (m)
$\bar{d}_{1/2}$	Diâmetro Mediano (m)
$\bar{d}_a$	Diâmetro Médio Aritmético (m)
$\bar{d}_g$	Diâmetro Médio Geométrico (m)
$\bar{d}_l$	Diâmetro Médio Linear (m)
$\bar{d}_M$	Diâmetro Modal (m)
$\bar{d}_n$	Diâmetro Médio Harmônico (m)
$\bar{d}_s$	Diâmetro Médio Superficial (m)
$\bar{d}_{sv}$	Diâmetro Médio Superficial-Volumétrico (m)
$\bar{d}_v$	Diâmetro Médio Volumétrico (m)
$\bar{d}_w$	Diâmetro Médio de Massa (m)

Abreviações

EE	Equação de Ergun
PSD	Particle Size Distribution
2P	Modelo com 2 parâmetros de ajuste
3P	Modelo com 3 parâmetros de ajuste
EM	Grupo de modelos que compreende a EE e Modificações
EP	Grupo de modelos com Correção do Efeito de Parede
OM	Grupo de modelos classificados como Outros Modelos

Outros Símbolos

a, b, c, C, m	Parâmetros de ajuste
A	Constante da EE
A_c	Àrea da seção transversal do cilindro ou permeâmetro (m^2)
A_{GV}	Àrea da seção transversal da garganta do Venturi (m^2)
a_s	Àrea superficial das partículas por unidade de volume do leito (m^2/m^3)
a_{vd}	Àrea superficial específica dinâmica (m^2/m^3)
a_{vs}	Àrea superficial específica estática (m^2/m^3)
B	Constante da EE
C	Coeficiente de descarga do Venturi (adimensional)
C_g	Coeficiente de graduação (adimensional)
$\mathrm{c_p}$	Calor específico do fluido à pressão constante (J/kg.K)
C_u	Coeficiente efetivo de Hazen (adimensional)
$\mathrm{c_v}$	Calor específico do fluido à volume constante (J/kg.K)
k	Condutividade hidráulica ou permeabilidade (adimensional)
k_F	Coeficiente de fluxo inercial (adimensional)
K_1, K_2, K_2, k_1, k_2	Parâmetros de ajuste
L	Altura do Leito (m)
L_{eq}	Comprimento equivalente de um capilar tortuoso (m)
m_p	Massa da partícula (kg)
$M_p (d_p)$	Massa de partículas com tamanho menor que d_p (kg)
$M_p (m_p)$	Massa de partículas com massa menor que m_p (kg)
$M_p (S_p)$	Massa de partículas com área superficial menor que S_p (kg)

M_s	Massa total de sólidos (kg)
N	Número de diâmetros diferentes em uma amostra
N_p	Número total de partículas
$n_p\ (m_p)$	Fração numérica de partículas com massa menor que m_p
$N_p\ (m_p)$	Número de partículas com massa menor que m_p
$N_p\ (V_p)$	Número de partículas com volume menor que V_p
N_{pi}	Número de partículas com um determinado diâmetro d_i
P_1	Pressão na seção de entrada do Venturi (Pa)
P_2	Pressão na garganta do Venturi (Pa)
Q	Vazão Volumétrica do Fluido (m^3/s)
q_m	Fluxo do fluido em massa (kg/s)
q_V	Fluxo do fluido em volume (m^3/s)
r_0	Dimensão característica da partícula definida por Molerus (1980)
S_e	Superfície Específica de uma Distribuição de Partículas (m^2/m^3)
S_p	Àrea Superficial de uma partícula (m^2)
S_s	Àrea Superficial Total das partículas (m^2)
U	Velocidade do Fluido (m/s)
u_b	Velocidade no "*bulk*" (m/s, Equação 2.78)
u_i	Velocidade fluida média no capilar ou velocidade intersticial (m/s)
V_p	Volume da partícula (m^3)
$v_p\ (m_p)$	Fração volumétrica de partículas com massa menor que m_p
$V_p\ (m_p)$	Volume de partículas com massa menor que m_p (m^3)
V_s	Volume total de sólidos (kg)
x_3	Fração Mássica retida na peneira de 3"
x_2	Fração Mássica retida na peneira de 2"
x_1	Fração Mássica retida na peneira de 1"
$x_{1/2}$	Fração Mássica retida na peneira de 1/2"
x_f	Fração Mássica do produto de fundo
x_i	Fração mássica com um determinado diâmetro d_i
$x\left(d_p\right)$	Fração Mássica das partículas com diâmetros entre d_p e $d_p + \mathrm{d}d_p$
$X\left(d_p\right)$	Fração Mássica como uma função de d_p
Y	Fator de compressibilidade (adimensional)

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Os leitos fixos, também chamados de leitos empacotados, têm um papel de grande importância nos processos químicos. Sua simplicidade induz aplicações em muitas operações unitárias, tais como a adsorção, a secagem, a filtração, e também reatores catalíticos e não-catalíticos. O principal custo de operação destes equipamentos decorre da queda de pressão quando o fluido passa através da camada de sólidos. Assim, compreender o projeto e a operação de um leito fixo requer o estudo das características de empacotamento das partículas e do seu efeito na queda de pressão (YANG, 2003).

Guardo et al. (2005) afirmam que a modelagem e simulação são ferramentas essenciais no projeto e *scale-up* de reatores de leito fixo, e como as exigências de desempenho destes equipamentos estão crescendo, requer-se que o modelo proposto possa definir não somente a distribuição espacial de perfis envolvidos, mas também da temperatura e da velocidade dentro do reator. Os modelos existentes têm várias suposições a fim de simplificá-los: *plug-flow*, mistura-perfeita, parâmetros efetivos de transporte, etc. Estas simplificações foram requeridas devido à necessidade de reduzir a demanda computacional ao executar a simulação e à complexidade de definir a geometria da estrutura do leito. Mas este modelo ideal, entretanto, não corresponde à realidade, e pode conduzir a um erro de cálculo significativo no desempenho do equipamento. Para minimizar esta possibilidade, uma alternativa é a realização de experimentos com características de material, equipamento e condições operacionais o mais próximo possível da realidade industrial.

O processo Petrosix® foi desenvolvido pela Petrobras S.A. para obter derivados a partir de xisto, empregando um reator de leito móvel. Entretanto, como a velocidade das partículas dentro do reator é muito pequena, presume-se que este possa ser modelado como um leito fixo. Na preparação da carga para alimentar a retorta (reator de pirólise), o xisto passa por britadores e peneiras, para adequar sua distribuição granulométrica até uma faixa em que são limitantes, para as partículas maiores (*topsize*), a dificuldade de penetração do calor até o centro da partícula e, para as partículas menores (*downsize*), o consumo de energia em compressores devido ao aumento da perda de carga do leito.

Alterações na distribuição granulométrica podem melhorar o processo, no entanto deve ser analisada a queda de pressão no leito do reator em função dessa nova distribuição granulométrica. Pode-se apresentar o problema sob a ótica do fluxo dos gases e sob a ótica da partícula de xisto, conforme segue.

Ao atravessar o leito poroso à baixa velocidade, os gases perdem pressão em um nível menor. Por outro lado, pode-se não atingir a vazão de gás necessária para fornecer calor suficiente às partículas, calor esse necessário para a reação de pirólise, pois a baixa velocidade dos gases reduz significativamente a troca de calor entre os gases e as partículas. A baixa velocidade dos gases pode ocasionar também uma dificuldade na remoção das gotículas de óleo produzidas na pirólise, fazendo com que o óleo acumule no leito, causando uma espécie de “refluxo” indesejado.

Quanto maior a quantidade de gases atravessando o leito (e maior a velocidade) obtém-se uma melhor troca de calor, maior uniformidade de temperaturas no leito devido à melhor distribuição do fluxo de gases, mais facilmente são removidas as gotículas de óleo, e, nestas condições, pode-se operar com uma vazão de carga de xisto maior para um mesmo patamar de rendimento da reação. Porém, à medida que se aumenta a velocidade dos gases, a perda de pressão também aumenta, implicando em maior potência do compressor e maior consumo de energia.

Pela ótica da partícula de xisto, uma menor distribuição granulométrica facilita a transferência de calor e a chegada desse calor ao centro da partícula, razão pela qual se espera um aumento na recuperação de óleo. Porém, além do aumento na perda de carga dos gases ao atravessar o leito, há um aumento nos custos de mineração e tratamento de minério: para produzir estas partículas menores, acaba-se por produzir mais pó e finos de xisto, que, além de terem os mesmos custos de mineração que a matéria prima aproveitável, devem ser transportados de volta para a mina sem processamento. Para uma granulometria maior, os efeitos são inversos.

Atualmente a Equação de Ergun (ERGUN, 1952) é o modelo mais usado e aceito para a previsão da queda de pressão em leitos fixos. É utilizado amplamente e sem restrições de número de Reynolds, tanto para leitos de partículas uniformes quanto não uniformes, e até mesmo para misturas de diversos tamanhos de partículas.

Di Felice *et al.* (2004) comentam a respeito da não homogeneidade do leito e do uso de propriedades efetivas, e comentam que:

> “o modelo de ERGUN implica que para um dado sistema físico (que especifica a densidade e a viscosidade do fluido e o diâmetro da partícula) a queda de pressão depende unicamente de duas variáveis: a porosidade e a velocidade do fluxo de fluido, que na prática podem ser obtidos dos parâmetros experimentais:

$$\varepsilon = 1 - \frac{M_s}{\rho_s A_c L} \qquad \text{e} \qquad u = \frac{Q}{A_c}$$

> As quedas de pressão estimadas usando os valores médios de porosidade e velocidade podem ser chamadas de queda de pressão efetiva, pois as suposição implícita nesta aproximação é de um leito homogêneo efetivo. Na presença de um leito não homogêneo, entretanto, a queda de pressão efetiva pode representar uma significativa sobre ou sub estimativa da queda de pressão."

Montillet et al. (2007) fizeram um trabalho de caracterização do leito fixo através de análise de imagens, e comentam sobre os diversos trabalhos com esferas:

> "contribuições disponíveis relacionadas ao estudo de leitos de esferas lisas de um único tamanho, e também de leitos de esferas de vários tamanhos, são numerosas, este tipo de leito são os mais geralmente usados no campo de aplicações da engenharia química.
> Leitos de partículas não esféricas foram investigados também, mas os estudos relacionados a este assunto remanescem escassos. Entretanto, partículas não esféricas são usadas geralmente para aplicações industriais e ambientais.
> Em particular, partículas cilíndricas extrudadas de catalisadores são usadas na indústria de petróleo e partículas de várias geometrias são usadas em adsorvedores de leito fixo."

Dolejs et al. (1995) estudaram o diferencial de pressão em um FBR (*Fixed Bed Reactor*) para propor um novo método para cálculo, comparando com a EE. Em relação aos modelos existes, comentam que

> "desde Darcy, muitos estudos foram realizados a fim de avaliar a queda de pressão em função da velocidade do fluido em vários tipos de meios porosos. Por exemplo, trabalhos mostraram que modelar a estrutura granular do leito como um pacote de tubos capilares (modelo capilar) fornece uma representação útil da relação da queda de pressão com a velocidade do fluido. Por causa da simplicidade, a queda de pressão nesses equipamentos é mais freqüentemente calculada usando uma equação derivada de um modelo capilar.
> Entretanto, o modelo clássico, em que o conceito do raio hidráulico do leito é usado, não analisa o fato que, no fluxo através de um leito de partículas, os atritos pela forma existem simultaneamente com o atrito pela fricção, da mesma maneira que no fluxo em torno de corpos contínuos.
> Conseqüentemente, as relações derivadas de um modelo capilar devem ser melhoradas empregando fatores experimentais de correção. Por exemplo, os valores dos coeficientes numéricos na EE, foram avaliados de 640 experiências de fluxo de gases diferentes através de leitos de esferas, areia e coque.

> A especificidade da estrutura de vários leitos de partículas conduziram a esforços para propor modelos mais gerais a fim de relacionar a queda de pressão aos parâmetros que caracterizam a estrutura do leito.”

Comiti e Renaud (1989), no entanto, questionam o uso de equações gerais para leitos de partículas não esféricas e de tamanhos não uniformes (ver item 2.2.1):

> “O uso de uma equação geral tal como a equação de MacDonald é questionável para este tipo de leito, uma estrutura que apresenta duas particularidades:
> 1. Uma parte significativa da área superficial das partículas não pode ser alcançada pelo fluxo porque elas se sobrepõem mutuamente.
> 2. Especialmente para leitos firmemente empacotados em uma coluna cilíndrica vertical, a orientação principal das partículas é quase horizontal, parecendo uma estrutura de linhas. Nesta circunstância, o trajeto do fluido, para uma dada espessura, é mais longo através deste tipo de leito do que através de um leito de partículas isotrópicas.”

Endo, Chen e Pui (2002) fizeram um estudo para investigar e avaliar o cálculo da permeabilidade de leitos de partículas incluindo os efeitos da dispersão de tamanhos da partícula e sua forma, assumindo que a distribuição de tamanhos da partícula é representada por uma distribuição Log-Normal. Comentam sobre a inadequação de modelos para sistemas com partículas irregulares e de tamanhos diferentes, e, falam sobre a falta de trabalhos que levem em conta simultaneamente estes dois efeitos:

> “há um grande número de estudos de permeabilidade publicados. Entretanto, é evidenciado que a equação de Kozeny-Carman não é aplicável para leitos de partícula com uma larga distribuição de tamanhos. Isto acontece porque a resistência à permeação através de uma camada de partículas de diferentes tamanhos (com um diâmetro médio $\overline{d}_v$) não é necessariamente igual àquela de uma camada de partículas monodispersas que têm o mesmo diâmetro $\overline{d}_v$. Além disso, o efeito da forma da partícula na permeação não foi levado em conta nos estudos precedentes.”

Keyser et al. (2006) estudaram a influência da distribuição de tamanhos de partículas de carvão em um leito na queda de pressão quando este é atravessado por um fluxo de gás, através de fluidodinâmica computacional. Fazem comparações com a EE e afirmam que várias distribuições com mesmo diâmetro médio, porosidade e esfericidade apresentam o mesmo resultado dado pela equação. Utilizaram o método *Voronoi* para criar poliedros de formas randômicas, manipuladas para obter a mesma esfericidade, porosidade e mesma PSD em dois leitos de carvão, um com faixa larga de distribuição granulométrica e outro de faixa estreita. Os autores concluíram que o leito com faixa mais larga causa uma maior queda de pressão, para a mesma esfericidade e porosidade. Concluíram, ainda, que a simulação em fluidodinâmica computacional pode ser usada para ajustar as constantes empíricas da EE e que esta não é adequada para faixas largas de PSD.

Todas as evidências indicam que não existe uma forma conclusiva de se calcular com precisão a perda de carga em leitos fixos formados por partículas não uniformes, classificadas dentro de uma distribuição granulométrica ou de misturas de partículas de diversas classes.

Alterações na granulometria do xisto utilizado no processo Petrosix® podem trazer ganhos significativos em termos de aumento no rendimento da reação de pirólise, incorrendo porém em um maior consumo de energia de compressão decorrente da perda de carga no leito de xisto. Motivado pela necessidade de se prever, com a maior exatidão possível, através da modelagem matemática a queda de pressão em um leito de xisto com características semelhantes às do processo Petrosix®, para com isso identificar o ponto ótimo de rentabilidade através de modificações na granulometria do xisto, este estudo se propõe a avaliar os modelos existentes na literatura para representação das distribuições granulométricas e dos diâmetros equivalentes, além de avaliar também os modelos para queda de pressão durante o escoamento de fluido em um leito fixo. É realizado, ainda, um estudo sobre o efeito da altura do leito na queda de pressão, de modo a possibilitar a correção dos valores de laboratório para a escala industrial.

O texto foi dividido em capítulos para levar o leitor a um melhor entendimento da sequencia dos trabalhos. No primeiro capítulo o texto introdutório pretende inserir o leitor ao assunto e a motivação que gerou o trabalho. No segundo capítulo é realizada uma revisão da literatura de modo a resgatar conceitos úteis à compreensão do texto, além de apresentar de maneira didática todos os modelos utilizados. No terceiro capítulo são apresentados as metodologias e materiais utilizados, tanto nos testes quanto nas análises dos dados. O quarto capítulo foi destinado à apresentação dos resultados do trabalho. Por fim, no quinto capítulo o leitor encontra de maneira resumida as conclusões obtidas com as análises dos dados.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 PROCESSO PETROSIX® E A MOTIVAÇÃO PARA O ESTUDO

Xisto é a denominação popular para certas rochas compactas de origem sedimentar, das quais se pode extrair óleo. Seu nome correto é folhelho. O xisto, tal como o conhecemos, é um folhelho pirobetuminoso, ou seja, uma rocha sedimentar que contém querogênio, um complexo orgânico que se decompõe termicamente, produzindo óleo e gás.

A maior parte do xisto existente no Brasil pertence à Formação Irati, que abrange os Estados de São Paulo, Paraná, Santa Catarina, Rio Grande do Sul, Mato Grosso do Sul e Goiás. A jazida de xisto de São Mateus do Sul, explorada pela Petrobras, está situada na Bacia do Paraná e pertence à Formação Irati. A coluna de interesse econômico é composta de duas camadas de folhelho pirobetuminoso, separadas por uma camada intermediária, denominada camada estéril, por não possuir matéria orgânica em quantidade relevante.

O Brasil tem um o segundo maior volume mundial de xisto: apenas na formação Irati existem reservas equivalentes a 1,9 bilhão de barris de óleo, 25 milhões de toneladas de gás liquefeito, 68 bilhões de metros cúbicos de gás combustível e 48 milhões de toneladas de enxofre.

O processo Petrosix® é um processo desenvolvido para o aproveitamento do xisto, que tem como principal objetivo a produção de óleo e de gás. Um esquema geral do processo é apresentado na Figura 2.1. A retorta funciona como um trocador de contato direto gás/sólido para aquecer o material sólido alimentado na sua parte superior, até a temperatura de pirólise e recuperar o calor deste mesmo sólido, deixando o vaso na sua parte inferior. A retortagem é a principal operação do processo, cujos produtos obtidos diretamente são os seguintes:

- óleo: é o produto principal da retortagem. Parte do óleo sai da retorta em forma de neblina e é recuperada em ciclones e precipitadores. Outra parte sai da retorta em forma de vapor e é recuperada em condensadores de borrifos
- gás de pirólise ou gás de processo: é o produto obtido em estado gasoso, não condensável nos condensadores de borrifos e que contém, como componentes principais, H_2S, CO_2, CH_4 e demais hidrocarbonetos leves até o pentano. É

dele que são retirados o enxofre, o gás combustível e o gás liquefeito de xisto (GLX).

- água de retortagem: é a água recuperada nos condensadores de borrifos e que contém dissolvidas algumas substâncias, entre as quais óleo leve, fenóis, amônia e sulfetos.
- xisto retortado: é o xisto que sai da retorta depois de sofrer a pirólise. É também chamado de xisto pirolisado. Este resíduo contém ainda uma parcela ponderável do carbono, hidrogênio e enxofre.

Depois de minerado a céu aberto, o xisto vai para um britador, que reduz as pedras até a granulometria adequada ao processo. Essas pedras são então levadas a uma retorta, onde são pirolisadas (tratadas termicamente) a uma temperatura de, aproximadamente, 500ºC, fazendo com que a matéria orgânica nelas contida seja liberada sob a forma de óleo e gás.

O xisto cru, depois de pesado e amostrado, entra pelo topo da retorta, onde é distribuído por um mecanismo anti-segregacional e desce, em sentido vertical, com velocidade controlada pelo mecanismo de descarga existente na base da retorta.

O calor para a pirólise é fornecido por uma corrente gasosa de elevada temperatura, que entra na zona de retortagem. Um fluxo de gás, aquecido a uma temperatura conveniente, entra na retorta através dos injetores de gás quente, de onde sobe trocando calor com o xisto que desce, de modo que o gás esfria à medida que sobe e o xisto aquece à medida que desce, atingindo a sua temperatura máxima na região dos injetores.

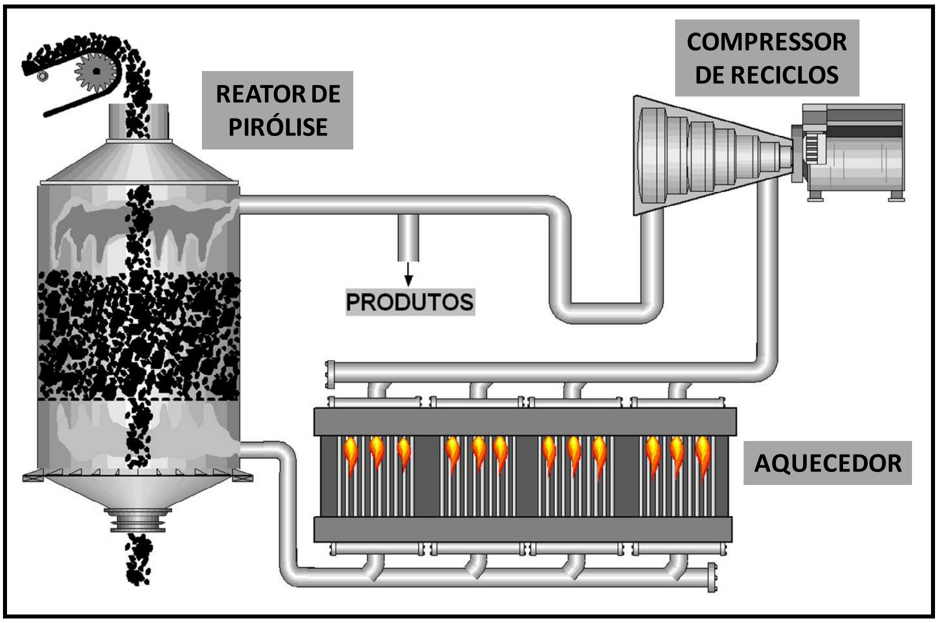


Figura 2.1 – Esquema geral do processo Petrosix®
Fonte: O autor (2009).

À medida que o xisto se aquece, sofre o processo de secagem e de decomposição da matéria orgânica (pirólise), desprendendo água, óleo e gás de processo, que são arrastados pela corrente de gás ascendente de onde são recuperados posteriormente os diversos produtos do processo. Após essa recuperação, a corrente efluente da retorta vai para o compressor de reciclo para aumentar sua pressão e passa então pelo aquecedor, onde recebe energia e segue para os injetores de gás quente, finalizando o ciclo.

O xisto retortado retirado pelo fundo da retorta retorna às cavas da mina para ser soterrado e recompor a topografia e recuperação do terreno após a operação de mineração.

Salvo raras exceções, as rochas pirobetuminosas, no mundo todo, são de baixo teor em óleo e gás o que implica na mineração, tratamento e processamento de uma enorme quantidade de rocha para a geração significativa desses produtos. Considerando os aspectos acima citados, um processo para ter viabilidade no processamento de rochas pirobetuminosas deve ter, no mínimo, as seguintes características:

- grande capacidade unitária de processamento;
- alto rendimento na recuperação de óleo e gás;
- grande confiabilidade operacional;
- simplicidade de concepção e operação e
- uma boa eficiência energética.

Para se atingir um bom rendimento no processo de pirólise é necessário um bom contato entre o gás e o sólido, de maneira uniforme ao longo de toda a seção transversal do vaso para permitir a maior transferência de calor possível, além de ser de suma importância que a temperatura de pirólise seja alcançada em toda a partícula durante o tempo que fica no reator.

Sabe-se que o último ponto a atingir a temperatura de pirólise será sempre no centro da partícula e que o material sólido alimentado na retorta possui uma ampla distribuição granulométrica, conseqüência de suas características físicas e do seu processo de tratamento. Uma das alternativas para que se consiga tornar mais rápido o aquecimento no centro da partícula e fazer com se atinja a temperatura de pirólise em um tempo menor nesse ponto, possibilitando que a reação de pirólise ocorra em toda a partícula, é através da redução do tamanho da partícula.

A Figura 2.2 apresenta o relacionamento entre o tamanho das partículas, o rendimento da reação de pirólise e a economia em energia de compressão, e está propositadamente com o eixo horizontal em sentido invertido para exemplificar a situação da redução na granulometria. À medida que se reduz a granulometria, consegue-se um ganho de rentabilidade decorrente do aumento no rendimento do processo, causado pelo alcance mais precoce da temperatura de pirólise no centro da partícula. Em contrapartida, há um consumo maior de energia de compressão, já que o leito com partículas menores tende a impor uma maior resistência ao escoamento do gás através dele, representada na Figura 2.2 como uma redução na economia em energia de compressão.

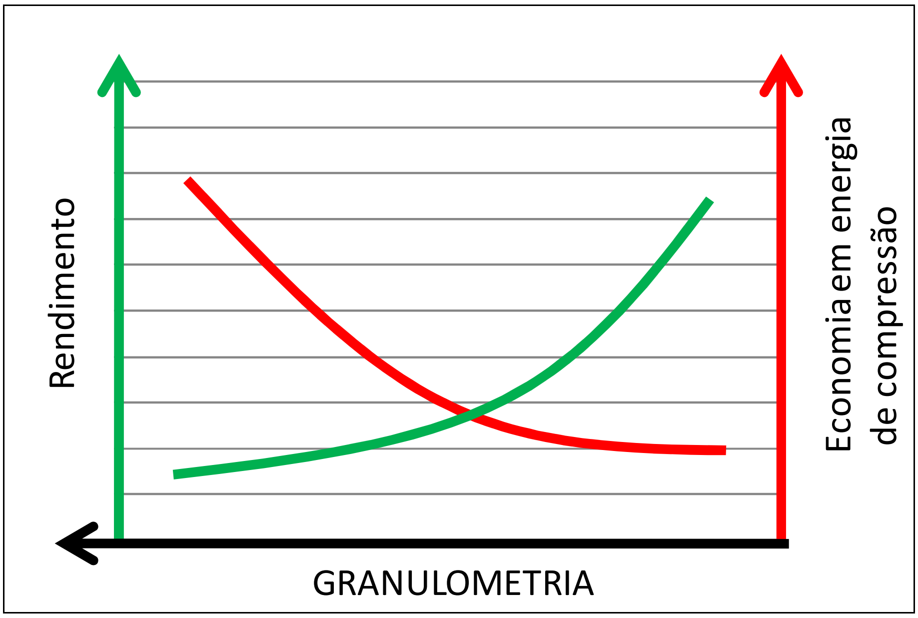


Figura 2.2 – Relação entre granulometria, rendimento e economia em energia de compressão
Fonte: O autor (2009).

Este trabalho se propõe a tratar da modelagem matemática da queda de pressão, possibilitando com isso prever qual será o impacto em termos de maior consumo (ou menor economia) de energia de compressão, e por conseqüência em termos financeiros, causado por uma redução no tamanho das partículas de xisto. A Figura 2.3 apresenta o que seria o resultado da monetarização dessa suposição e a soma dos dois efeitos, o aumento no rendimento e a redução na economia de energia de compressão. A simulação dos dois efeitos em conjunto gera uma curva onde é possível identificar um ponto ótimo de granulometria em que a rentabilidade do processo é máxima.

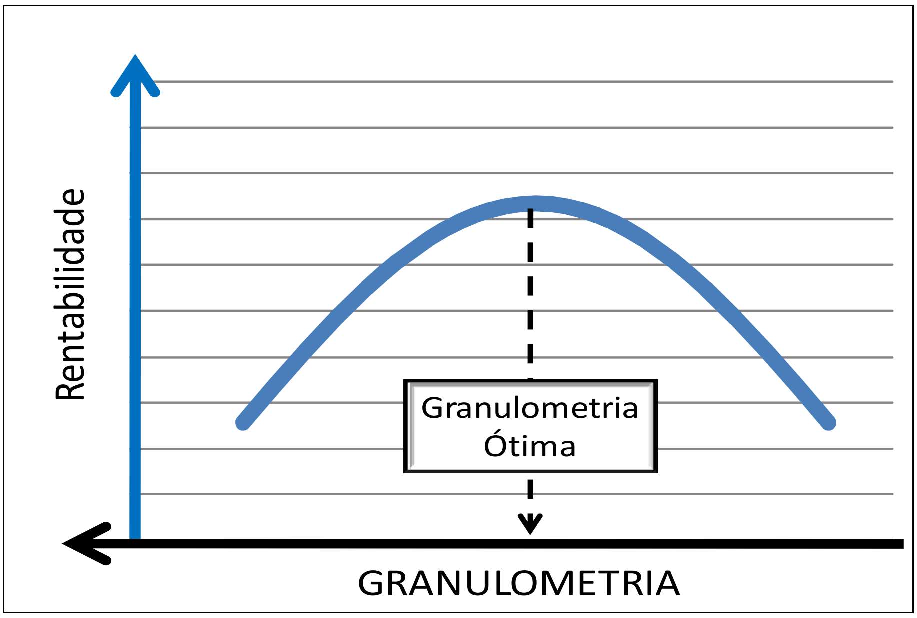


Figura 2.3 – Identificação da granulometria ótima
Fonte: O autor (2009).

2.2 PROPRIEDADES DOS SÓLIDOS PARTICULADOS

As partículas individuais se caracterizam por seu tamanho, forma, densidade, dureza, capacidade calorífica, condutividade térmica, entre outros. As partículas de sólidos chamados homogêneos são aquelas que têm a mesma densidade. O tamanho e a forma são determinados facilmente para as regulares, porém para as irregulares sua medição é muito mais complexa. Para estas partículas, usam-se aproximações e métodos de representação diversos, dos quais os principais são vistos nos próximos itens.

2.2.1 Propriedades das partículas isoladas

2.2.1.1 Tamanho

O tamanho de uma partícula é definido por uma ou mais dimensões lineares. Por exemplo, uma esfera é caracterizada apenas pelo seu diâmetro, assim como um cubo é definido apenas por uma dimensão. Outras partículas de formas regulares, como cilindros e cones, são definidos por duas ou três dimensões.

As partículas consideradas neste trabalho, por serem irregulares, não podem ser caracterizadas desta maneira. Elas frequentemente são definidas com base em certas propriedades de referência. A escolha de algum diâmetro particular para caracterização dessas partículas, muitas vezes depende da aplicação pretendida. Dentre as muitas definições de diâmetros que são reportadas para esta caracterização, a Tabela 2.1 apresenta os mais comuns.

Neste trabalho foi considerado como diâmetro da partícula (d_p) o diâmetro de peneira, sendo calculado como a média aritmética entre a abertura da peneira em que a partícula ficou retida e a peneira com abertura imediatamente maior.

2.2.1.2 Forma

A forma de uma partícula individual é geralmente expressa em termos de uma propriedade que é independente do seu tamanho, chamada de *esfericidade* (ϕ). Para uma partícula esférica, a esfericidade é igual a 1. Para as demais formas de partículas, a esfericidade sempre é menor que 1, e é dada por (YANG, 2003):

$$\phi = \frac{\text{Área superficial de uma esfera com mesmo volume}}{\text{Área superficial da partícula}} = \frac{d_{sv}}{d_v} \qquad 2.1$$

Ou, ainda,

$$\phi = \frac{\pi}{S_P}\left(\frac{6}{\pi}V_P\right)^{2/3} \qquad 2.2$$

Como é muito difícil obter por medição a área superficial de partículas irregulares, a determinação direta da esfericidade também é muito difícil. A metodologia mais utilizada é através da medição da queda de pressão em um leito, juntamente com o uso de equações empíricas que foram elaboradas para esferas, como a EE, por exemplo. Porém, o uso deste método faz com que o parâmetro passe a ser puramente empírico. Alguns valores típicos de esfericidade são apresentados na Tabela 2.2.

Tabela 2.1 – Definições de diâmetros equivalentes para partículas irregulares

Diâmetro Volumétrico ou Diâmetro Equivalente	Diâmetro de uma esfera que tem o mesmo volume da partícula: $d_v = \left(\frac{6V_p}{\pi}\right)^{1/3}$
Diâmetro Superficial	Diâmetro de uma esfera que tem a mesma área superficial da partícula: $d_s = \left(\frac{S_p}{\pi}\right)^{1/2} = \left(\frac{1}{\phi}\left(\frac{6}{\pi}V_P\right)^{2/3}\right)^{1/2}$
Diâmetro Superficial-Volumétrico	Também conhecido como diâmetro de Sauter, é o diâmetro de uma esfera que tem a mesma razão entre a área superficial e o volume da partícula: $d_{sv} = \left(\frac{6V_p}{S_p}\right) = \frac{d_v^{\,3}}{d_s^{\,2}} = \phi\left(\frac{6V_p}{\pi}\right)^{1/3}$
Diâmetro de Stokes	Diâmetro resultante do uso da lei de Stokes para queda livre, calculado por experimentos efetuados no regime de Stokes: $d_{st} = \sqrt{\frac{18\mu \cdot u_t}{\left(\rho_p - \rho_f\right)}}$
Diâmetro de Peneira	É definido como a largura mínima de abertura em uma tela de peneira com aberturas de formato quadrado, através da qual a partícula consegue atravessar.
Diâmetro de queda livre	É definido como o diâmetro de uma esfera que tem a mesma densidade e a mesma velocidade terminal que a partícula, em um mesmo fluido. Para o regime de Stokes, este diâmetro é igual ao do item anterior.
Diâmetro de área projetada	É definido como o diâmetro de uma esfera que tem a mesma área projetada que uma partícula vista na direção perpendicular ao plano que tem a melhor estabilidade da partícula.

Fonte: LAMBOURNE; STRIVENS (1999). (Adaptado pelo autor)

Tabela 2.2 – Valores de esfericidade para alguns materiais

Material	*Esfericidade (ϕ)*
Esfera, cubo ou cilindro	1,0
Anéis de Rasching (diâmetro externo = 2 diâmetro interno)	0,58
Anéis de Rasching (diâmetro externo = 4 diâmetro interno)	0,33
Partículas de areias pontiagudas	0,95
Areias arredondadas	0,83
Pó de carvão	0,73
Vidro esmagado	0,65

Fonte: GRISKEY (2002).

2.2.2 Propriedades das distribuições de partículas

Para se determinar as propriedades de uma mistura de partículas não uniformes, usa-se dividi-la em frações, cada uma delas com tamanho aproximadamente constante. Cada fração é então pesada, ou, em alguns casos, o número de partículas é determinado por contagem. Com isso, algumas propriedades podem ser estimadas, conforme é visto a seguir.

2.2.2.1 Número de partículas

Em uma amostra de partículas, o volume total das partículas é M_s/ρ_s. Sendo este volume uma propriedade conhecida (medida), o número de partículas em uma mistura é dado por:

$$N_p = \frac{M_s}{\rho_s V_s} \qquad 2.3$$

2.2.2.2 Área superficial total das partículas

A área superficial total das partículas é estimada a partir do uso da Equação 2.2 e da Equação 2.3:

$$S_s = N_p \cdot S_p = \frac{6M_s}{\phi \cdot \rho_s \cdot d_v} \qquad 2.4$$

2.2.2.3 Superfície específica de uma distribuição de partículas

Conhecida a área superficial total, é possível determinar a área superficial de uma unidade de massa de partículas. Se a esfericidade e a densidade são constantes, então:

$$S_e = \frac{6}{\phi \cdot \rho_s} \sum_{i=1}^{n} \frac{x_i}{d_{v_i}} \qquad 2.5$$

2.2.2.4 Diâmetro médio equivalente de uma distribuição de partículas

Da mesma forma que para uma partícula (item 2.2.1.1), para uma distribuição de partículas também existem várias formas de caracterizar o seu tamanho. Na maioria delas é usado um diâmetro médio para esta caracterização. O diâmetro médio superficial-volumétrico, ou diâmetro de Sauter, é certamente o mais utilizado e o mais recomendado para utilização na EE. Algumas outras definições de diâmetros médios equivalentes são apresentadas na Tabela 2.3, onde d_i pode ser o diâmetro da esfera, para o caso de partículas esféricas, ou qualquer um dos diâmetros equivalentes para partículas isoladas definidos na Tabela 2.1.

Tabela 2.3 – Definições de diâmetros médios para distribuições de partículas

Diâmetro Médio Aritmético ou, apenas, Diâmetro Médio	Soma de todos os diâmetros divididos pelo número de partículas, estatisticamente, é o centro de gravidade da distribuição: $\bar{d}_a = \dfrac{\sum_{i=1}^{N_p} N_{p_i} d_i}{\sum_{i=1}^{N_p} N_{p_i}} = \dfrac{\sum_{i=1}^{N_p} N_{p_i} d_i}{N_p}$
Diâmetro Mediano	$\bar{d}_{1/2}$ Diâmetro em que 50 % das partículas medidas são menores que este diâmetro, ou seja, diâmetro que divide a amostra em duas partes iguais (em número).
Diâmetro Modal	$\bar{d}_M$ Diâmetro que ocorre mais freqüentemente.
Diâmetro Médio Superficial-Volumétrico, ou Diâmetro de Sauter	Média baseada na superfície específica por unidade de volume. $\bar{d}_{sv} = \dfrac{1}{\sum_{i=1}^{n} \dfrac{x_i}{d_i}}$, se o n^o de partículas é conhecido: $\bar{d}_{sv} = \dfrac{\sum_{i=1}^{N_p} N_{p_i} d_i^3}{\sum_{i=1}^{N_p} N_{p_i} d_i^2}$
Diâmetro Médio de Massa, ou Diâmetro de De Broucker	Ponderação dos diâmetros em termos de massa: $\bar{d}_w = \sum_{i=1}^{n} x_i d_i$
Diâmetro Médio Volumétrico	Dividindo-se o volume total de uma amostra pelo número de partículas, obtém-se o volume médio de uma partícula. O diâmetro de tal partícula é o diâmetro médio volumétrico: $\bar{d}_v = \sqrt[3]{\dfrac{1}{\sum_{i=1}^{n} \dfrac{x_i}{d_i^3}}}$
Diâmetro Médio Superficial	Similar ao anterior: $\bar{d}_s = \sqrt{\dfrac{1}{\sum_{i=1}^{n} \dfrac{x_i}{d_i^2}}}$
Diâmetro Médio Linear	Dividindo-se a área superficial total de uma amostra pelo somatório dos diâmetros: $\bar{d}_l = \dfrac{\sum_{i=1}^{N_p} N_{p_i} d_i^2}{\sum_{i=1}^{N_p} N_{p_i} d_i}$
Diâmetro Médio Geométrico	A enésima raiz do produto dos diâmetros das N_p partículas medidas: $\bar{d}_g = N_p \sqrt{d_1 d_2 d_3 ... d_n}$, ou, $\log \bar{d}_g = \dfrac{\sum_{i=1}^{N_p} N_{p_i} (\log d_i)}{\sum_{i=1}^{N_p} N_{p_i}}$
Diâmetro Médio Harmônico	O inverso do diâmetro medido: $\dfrac{1}{\bar{d}_n} = \dfrac{\sum_{i=1}^{N_p} (N_{p_i} / d_i)}{\sum_{i=1}^{N_p} N_{p_i}}$

Fonte: LAMBOURNE; STRIVENS (1999). (Adaptado pelo autor)

2.2.2.5 Diâmetros característicos

Bear (1988) apresenta outro modo de caracterizar as distribuições, muito utilizado no campo da filtração, já que há um relacionamento conhecido entre os diâmetros efetivos (e a relação entre eles) e a permeabilidade de um leito de material granular:

> "As curvas típicas de distribuição de tamanhos de partículas são obtidas traçando a porcentagem por peso que é retida em cada peneira em uma análise granulométrica por peneiramento. Estas curvas podem ser usadas também para determinar vários "tamanhos efetivos de partícula" ou tamanhos médios.
>
> Por exemplo, o diâmetro da partícula maior do que aquele em que 10 % da massa das partículas são retidas é chamado freqüentemente de diâmetro efetivo da partícula (ou diâmetro efetivo de Hazen, denotado por d_{10}). Usando d_{10} e d_{60}, obtém-se coeficiente efetivo de Hazen C_u, definido por:
>
> $$C_u = d_{60} / d_{10}$$
>
> Este coeficiente mede o grau de uniformidade da distribuição, sendo que, uma distribuição mais uniforme tem um C_u mais baixo.
>
> Um outro coeficiente mencionado na literatura é o coeficiente de graduação C_g:
>
> $$C_g = (d_{30})^2 / d_{60} d_{10}$$
>
> Os vários diâmetros característicos da partícula (d_{10}, d_{50}, d_{60}, d_{85}) são usados no projeto de filtros granulares para várias finalidades. Por exemplo, de acordo com o critério proposto pelo *U. S. Bureau of Reclamation*, o projeto de um filtro é baseado em: d_{50} do filtro/ d_{50} do material base."

2.2.3 Métodos de caracterização das partículas: análise granulométrica

Lambourne et al. (1999) apresentam uma visão geral sobre os métodos de medição de tamanhos de partículas, que podem ser vistos na Figura 2.4.

O método mais comumente utilizado é o peneiramento das partículas através de uma série de telas com aberturas padronizadas (YANG, 2003). Este método é o mais antigo e, não apenas por isso, o mais consagrado. Uma demonstração do método é apresentada na Figura 2.5. Quando passa em cada peneira, a amostra é dividida em duas frações, uma que atravessa a tela e outra que fica retida. A sucessão desse procedimento gera o que se chama de análise granulométrica.

Segundo Brocchi (2001), a análise granulométrica fornece a distribuição percentual em massa, dos tamanhos das partículas que constituirão o leito. Ela é feita através de peneiras de diferentes aberturas padronizadas internacionalmente. Alguns exemplos de peneiras padrão são: Série *Tyler*; *U.S. Mesh*; Série ASMT; Série *BS* (*British Standard*); Série *IMM* (*Institute of Minning and Metal*).

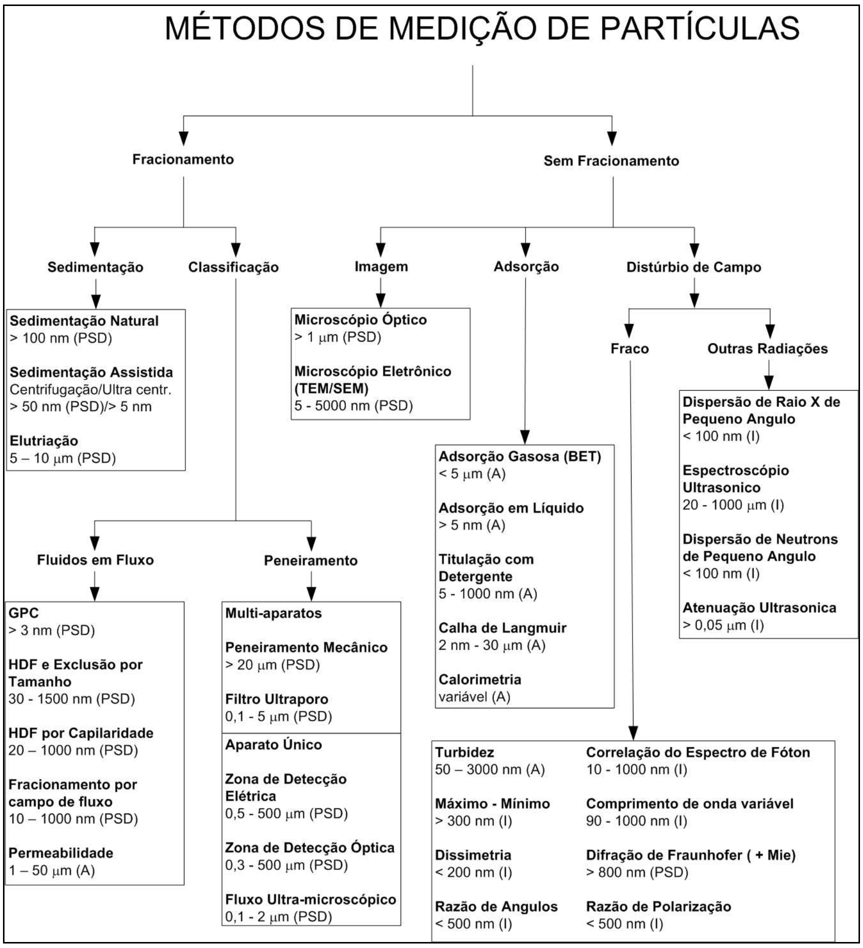


Figura 2.4 – Visão geral dos métodos de medição de partículas
Fonte: LAMBOURNE; STRIVENS (1999).

Nota: PSD = Obtém a distribuição de tamanhos de partículas; I = Obtém o tamanho médio e a indicação da distribuição de tamanhos; A = Obtém apenas o tamanho médio.

As amostras utilizadas neste trabalho foram fracionadas seguindo a norma ASTM C-136 (ASTM, 2006), conforme Tabela 2.4.

Figura 2.5 – Análise granulométrica por peneiramento
Fonte: TELLES (2007).

Tabela 2.4 – Peneiras padrão utilizadas

Designação da Peneira		Abertura Nominal (in)	Variação Permissível (mm)	Diâmetro da Tela (mm)
Padrão (mm)	Alternativa (in)			
100	4	4	±3,00	6,30
75	3	3	±2,20	6,30
50	2	2	±1,50	5,00
25	1	1	±0,800	3,55
12,5	½	0,5	±0,390	2,50
3,35	No. 6	0,132	±0,110	1,25

Fonte: ASTM (2006).

A apresentação de resultados de análises granulométricas pode ser feita através de tabelas ou de gráficos. Dois exemplos são apresentados na Tabela 2.5 e na Figura 2.6.

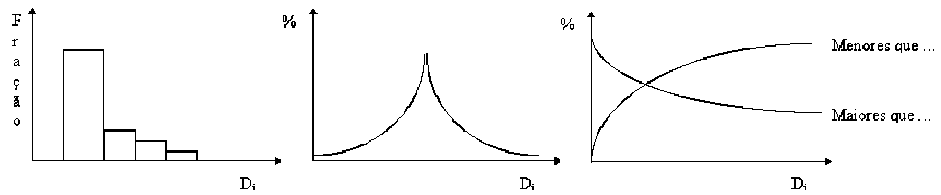
O tipo de curva mais utilizado é a curva de fração acumulada, partindo-se das partículas de menor tamanho até as de maior tamanho (menores que...). Por exemplo, seguindo-se por uma ordenada horizontal do gráfico em 50 % até a curva, e verticalmente até a abscissa do diâmetro d_i, pode-se afirmar que 50 % da massa das partículas são menores que d_i. Outra referência para apresentação de resultados de análises granulométricas são as séries ISO 9276 (ISO, 1998).

Tabela 2.5 – Exemplo de Apresentação de Análise Granulométrica

Nominal	*Fração*	*% em Massa*	*% em Massa Acumulado*
3”	+ 75 - 100	10	10
2”	+ 50 - 75	20	30
1”	+ 25 - 50	30	60
½”	+ 12,5 - 25	20	80
Fundo	+ 3,35 - 12,5	20	100

Fonte: BROCCHI (2001)

Obs.: A simbologia (+) significa que ficou retido na peneira e (-) que passou.



(a) (b) (c)

Figura 2.6 – Curvas de Análise Granulométrica: a) Histograma; b) Diferencial; c) Fração Acumulada
Fonte: MOREIRA (2007).

Segundo Brocchi (2007), a distribuição do material normalmente não é homogênea dentro das frações, assim, não haverá um percentual do material em cada fração com um determinado tamanho, e sim uma distribuição aleatória de tamanhos, relacionada às características e propriedades do material, dentro daquela faixa.

As incertezas da análise granulométrica por peneiramento originam-se das etapas discretas do arranjo de abertura das peneiras. A análise granulométrica por peneiramento não fornece a informação do tamanho da maior partícula, nem da menor. A separação por tamanhos fornece um valor aproximado para o tamanho médio da partícula dentro do corte. Esta análise também não diferencia as formas das partículas. Uma partícula em forma de agulha pode passar através de uma certa abertura de tela, ou ser retida, dependendo de sua orientação durante o peneiramento. A ampliação da abertura devido à erosão do fio de uma tela pode também causar discrepância. Para partículas pequenas, a aglomeração devido à eletricidade estática ou à umidade, pode também ocorrer (YANG, 2003). A realização do peneiramento de acordo com padrões estabelecidos (ASTM C-136) objetivou reduzir estes efeitos.

2.2.4 Estatística de Partículas: PSD

Segundo Telles (2007), uma amostra de um sistema particulado conterá partículas de diferentes tamanhos. Assim pode-se observar, ou medir, as distribuições associadas a cada uma das seguintes quantidades:

a) número de partículas;
b) massa total;
c) volume total;
d) àrea superficial total;
e) tamanho total (soma dos tamanhos individuais).

Algumas destas quantidades já foram apresentadas no item 2.2.2.

As distribuições estatísticas têm por base a quantidade de partículas associadas a uma determinada propriedade de seu conjunto, ou de uma amostra. Alguns exemplos servirão para elucidar estas questões (TELLES, 2007):

a) número de partículas com massa menor que m_p, $N_p\ (m_p)$;
b) fração numérica de partículas com massa menor que m_p, $n_p\ (m_p)$;
c) massa de partículas com massa menor que m_p, $M_p\ (m_p)$;
d) volume de partículas com massa menor que m_p, $V_p\ (m_p)$;
e) fração volumétrica de partículas com massa menor que m_p, $v_p\ (m_p)$.

Distribuições associadas à área superficial, ou ao tamanho podem também ser definidas. O argumento das distribuições apresentadas pode ser outro no lugar da massa. Assim pode-se falar de número de partículas com volume menor que V_p, $N_p\ (V_p)$; ou massa de partículas com área superficial menor que S_p, $M_p\ (S_p)$; ou massa de partículas com tamanho menor que d_p, $M_p\ (d_p)$ (TELLES, 2007).

A distribuição mais frequentemente utilizada na descrição de sistemas particulados é aquela que representa a fração ponderal de partículas com diâmetros menores que d_p, denominada distribuição granulométrica (TELLES, 2007).

A derivada destas distribuições em relação aos respectivos argumentos é (TELLES, 2007).

$$x\left(d_p\right) = \frac{\mathrm{d}X\left(d_p\right)}{\mathrm{d}d_p} \qquad 2.6$$

Onde $x\left(d_p\right)$ representa a fração de partículas com diâmetros entre d_p e $d_p + dd_p$.

A inversa desta relação determina a distribuição original.

$$X\left(d_p\right) = \int_0^{d_p} x\left(d_p\right)\mathrm{d}d_p \qquad 2.7$$

As duas funções $X(d_p)$ e $x(d_p)$ possuem a mesma informação, pois o conhecimento de uma delas fornece o conhecimento da outra através de uma simples operação matemática (TELLES, 2007).

2.2.4.1 Distribuições convencionais

Expressões matemáticas para distribuições são muitas, e quase todas são contínuas, isto é, o argumento da expressão é um número real variando numa faixa de valores conhecidos. Assim, por exemplo, a expressão aplica-se a diâmetros compreendidos entre $d_{p_{mín}} \leq d_p \leq d_{p_{máx}}$ (TELLES, 2007).

Para a maioria das distribuições de partículas, a curva de frequência de tamanho é obtida de leis de probabilidade. A mais usual é a chamada probabilidade normal (ou gaussiana), que é aplicada para distribuições que são simétricas ao longo do eixo axial.

Porém, para distribuições assimétricas, a probabilidade normal não é aplicável. Entretanto, estas distribuições podem ser transformadas em distribuições simétricas quando apresentadas com o diâmetro em uma escala logarítmica, por exemplo, e a frequência em uma escala normal. Esta distribuição é conhecida como distribuição Log-normal. Algumas expressões analíticas para as distribuições de frequências granulométricas são dadas a seguir.

a) distribuição normal:

$$x(d_p) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\left(\frac{d_p - \bar{d}_a}{2\sigma} \right)^2 \right] \tag{2.8}$$

b) distribuição log-normal:

Uma variável X é de distribuição Log-Normal se Y = ln(X) é de distribuição normal,

$$x(d_p) = \frac{1}{\sigma_g d_p \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{\ln\left(d_p - \bar{d}_g\right)^2}{2\sigma_g^{\ 2}} \right] \tag{2.9}$$

Em uma PSD Log-normal, a média, a mediana e a modal têm o mesmo valor. Este valor é chamado de diâmetro médio geométrico $\bar{d}_g$, e, a dispersão dos dados é chamada de desvio padrão geométrico σ_g (YANG, 2003). Os termos diâmetro médio geométrico e desvio padrão geométrico são suficientes para caracterização de uma distribuição Log-normal (LAMBOURNE; STRIVENS, 1999).

c) distribuição beta:

$$x(d_p) = \frac{\Gamma(\alpha+\beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} d_p^{\ \alpha-1} \left(1 - d_p\right)^{\beta-1} \tag{2.10}$$

Onde Γ é a função gama:

$$\Gamma(a) = (a-1)! \tag{2.11}$$

d) distribuição gama:

$$x(d_p) = \frac{\beta}{\Gamma(\alpha)} \left(\beta d_p\right)^{\alpha-1} \exp\left(-\beta d_p\right) \tag{2.12}$$

e) distribuição exponencial:

$$x(d_p) = \lambda \exp\left(-\lambda d_p\right) \tag{2.13}$$

f) distribuição Weibull a dois parâmetros (2P):

$$x(d_p) = \frac{\beta}{\eta^\beta} d_p^{\beta-1} \exp\left[-\left(\frac{d_p}{\eta}\right)^\beta\right]; \qquad \beta > 0, \eta > 0 \tag{2.14}$$

Nos itens *c)* a *f)*, as letras gregas α, β, λ e η, são parâmetros de ajuste.

2.2.4.2 Outras distribuições

Yu e Standish (1990), em sua revisão, afirmam que a aplicação de uma função de distribuição de tamanho é feita geralmente para ajustar dados medidos e não porque a distribuição de tamanhos do material particulado segue realmente a lei dessa função. Tentativas foram feitas para derivar funções teóricas de distribuição a partir do mecanismo de formação de uma distribuição de partículas, e que, por consequência, não é surpresa que funções diferentes podem ser usadas para ajustar o mesmo conjunto de dados medidos. Apresentam uma série de funções de distribuição, sendo que algumas são mostradas na Tabela 2.6.

Lima e Silva (2007) fizeram um trabalho com o objetivo de selecionar modelos para o traçado de curvas granulométricas de sedimentos em suspensão em rios, cuja comparação entre os modelos foi baseada na diferença da soma do quadrado dos erros entre os valores observados e os ajustados (SQ_{erro}). Os resultados indicaram que os modelos Haverkamp & Parlange e Skaggs, ambos com 3 parâmetros de ajuste, são os que melhor ajustaram os dados. Em sua revisão reportam uma série de modelos para o traçado de curvas acumuladas, dos quais os que apresentaram melhores resultados estão na Tabela 2.7.

Tabela 2.6 – Correlações para distribuição granulométricas

Autor	$x(d_p)$*
Martin (1924)	$Cd_p^{\,3}e^{-\beta d_p}$
Rosin-Rammler (1933)	$Cd_p^{\,m-1}e^{-\beta d_p^{\,m}}$
Weinig (1933)	$Cd_p^{\,\alpha}e^{-\beta d_p^{\,2}}$
Heywood (1933)	$Cd_p^{\,3}e^{-\beta d_p^{\,m}}$
Griffith (1943)	$Cd_p^{\,-\alpha}e^{-\beta/d_p}$
Gaudin-Schuhmann (1926)	$Cd_p^{\,\alpha-1}$
Gaudin-Meloy (1962)	$C\left(1-\frac{d_p}{d_{p\max}}\right)^{\alpha-1}$
Klimpel-Austin (1965)	$Cd_p^{\,2}\left[1-\left(\frac{d_p}{d_{p\max}}\right)^3\right]^{\alpha-1}$
Harris (1968)	$Cd_p^{\,\alpha-1}\left[1-\left(\frac{d_p}{d_{p\max}}\right)^{\alpha}\right]^{\beta-1}$
Roller (1941)	$C\left(\frac{0,5}{\sqrt{d_p}}+\frac{\beta}{\sqrt[3]{d_p^{\,2}}}\right)e^{-\beta/d_p}$

Fonte: YU; STANDISH (1990)

Nota: C, α, β e m são parâmetros de ajuste.

Estas curvas podem ser transformadas em curvas acumuladas pela simples soma dos valores calculados das densidades de frequências para d_{pi} com os valores calculados das densidades de frequência de todos os $d_p < d_{pi}$.

Tabela 2.7 – Correlações para distribuição granulométricas

Autor	$X(d_p)$*
Haverkamp 3P (1986)	$\dfrac{1}{\left(1+\left(\dfrac{C}{d_p}\right)^{\alpha}\right)^{\beta}}$
Skaggs 2P (2001)	$\dfrac{1}{1+\left(\dfrac{1}{d_{\min}}-1\right)e^{-\alpha d_p{}^{m}}}$
Skaggs 3P (2001)	$\dfrac{1}{1+\left(\dfrac{1}{C}-1\right)e^{-\alpha d_p{}^{m}}}$
Lima & Silva 3P (2002)	$C+\dfrac{1-d_{\min}}{\left(1+\left(\dfrac{\delta}{d_p}\right)^{\alpha}\right)^{\beta}}$
Weibull 3P (1951)	$1-(1-C)\exp^{-(\beta d_p)^{m}}$

Fonte: LIMA; SILVA (2007).

Nota: C, α, β, δ e m são parâmetros de ajuste.

2.3 FLUXO EM SISTEMAS PARTICULADOS

O exemplo mais simples de um sistema de leito fixo é o de um leito que seja constituído somente de partículas esféricas com um único tamanho e empacotadas regularmente. Para este sistema simples, o arranjo dos vazios pode ser obtido satisfatoriamente por considerações matemáticas. O empacotamento aleatório de esferas é mais complicado, mas pode ser descrito matematicamente através de um número de coordenação. Quanto maior o distanciamento dessa condição de idealidade, tanto maior é a complexidade e menor a possibilidade de representação matemática.

2.3.1 Leitos de partículas irregulares

Existem na literatura poucos trabalhos, tanto teóricos quanto experimentais, nesta área devido à complexidade de tal sistema (YANG, 2003).

Ziolkowska e Ziolkowski (1998) fizeram uma revisão dos trabalhos que tratam do problema da modelagem da geometria dos meios porosos e da influência destas propriedades no fluxo de fluidos, concluindo sobre a impossibilidade de exata modelagem destes sistemas:

> "a descrição teórica exata do campo de fluxo dentro de sistemas porosos é impossível. Embora as equações da mecânica de meios contínuos descrevam o campo de fluxo dentro do espaço do poro, elas não podem ser integradas, porque é impossível definir as condições de contorno, bem como as formas complicadas dos poros não permitem que uma função seja definida que determine suas áreas superficiais de parede em relação às coordenadas do espaço. Assim, a aplicação de modelos geométricos simplificados transforma-se em uma necessidade. Além disso, a forma complicada dos poros causa um fluxo tridimensional, embora a força que direciona o fluxo aja apenas em um sentido. Esta é a razão porque o conjunto de equações hidrodinâmicas é incompleto e assim sua solução deve incluir um parâmetro empírico que seja uma função dos parâmetros geométricos e dinâmicos do sistema."

Os autores afirmam, ainda, que a caracterização dos leitos se resume a quatro parâmetros:

> "a geometria de um sistema homogêneo é caracterizada por quatro parâmetros: o diâmetro equivalente da partícula d_p, o fator de forma da partícula ϕ (esfericidade), o fator de configuração β' e a porosidade volumétrica média ε. O fator de configuração é definido como $\beta' = f^*/(\pi d_p^2/4)$, onde f^* determina a área superficial média de todas as possíveis projeções da partícula, em todos os possíveis ângulos de seu arranjo em relação ao eixo z no plano perpendicular a ela."

Os autores citam referências que determinaram as correlações de f^* para cilindros, discos, elipsóides, e outras formas regulares.

Foumeny et al. (1996) relatam sobre a necessidade de outros parâmetros para a caracterização dos leitos:

> "encontrou-se que a porosidade média não é suficiente para caracterizar a estrutura do leito e parâmetros adicionais, tais como a tortuosidade, são requeridos para explicar as características da queda de pressão em leitos de partículas com formas diferentes."

MacDonald et al. (1979) mostram o procedimento correto para aplicação da EE em um leito com partículas de tamanhos irregulares e comentam sobre as deficiências do procedimento:

> "um segundo problema se tem quando as partículas não são de tamanho uniforme. O procedimento consistente com a EE Modificada é usar uma média ponderada pela massa da razão superfície-volume $\bar{d}_{sv}$. Há evidência, porém, que para distribuições de tamanho largas este procedimento é inadequado e os princípios físicos da EE Modificada tornam-se não aplicáveis. A razão para isto é que mesmo uma fração relativamente pequena do volume sendo de partículas muito pequenas faz com que $\bar{d}_{sv}$ seja muito pequeno, representante meramente do tamanho das partículas muito pequenas, enquanto que a resistência ao fluxo é determinada principalmente pelos canais maiores entre as partículas maiores."

Yu e Standish (1993) desenvolveram um método para determinar um diâmetro equivalente de leitos de partículas não-esféricas baseado na similaridade entre os sistemas de partículas esféricas e não-esféricas e afirmaram o seguinte quanto à dificuldade de se modelar teoricamente o problema:

> "pode ser muito difícil, se não impossível, desenvolver um método para definir e determinar o tamanho de um leito de partículas não-esféricas puramente com considerações teóricas. Conseqüentemente, não tem havido publicações que tratam deste problema na literatura. Por outro lado, relatou-se no passado que os conceitos de leitos de partículas esféricas podem ser aplicados a leitos de partículas não-esféricas. Recentemente, a similaridade entre os sistemas de partículas esféricas e não-esféricas foi descrita em termos da variação específica do volume. Contanto que o tamanho do leito seja um dos diâmetros esféricos equivalentes de uma partícula não-esférica, então, baseado nessa similaridade é possível que tamanhos de leito de partículas não-esféricas podem ser definidos e determinados.
> Genericamente falando, o comportamento em leito de uma partícula é dependente de um grande número de fatores e pode variar com as condições do leito. Entretanto, na caracterização de partículas não-esféricas, é razoável considerar que o comportamento no leito de uma partícula é somente dependente de seu tamanho e forma."

Como a maioria das definições e correlação foram primeiramente concebidas para partículas esféricas, para adequar este trabalho a estes conceitos será adotado que a variável referente ao tamanho da partícula (d_p) será sempre substituída pela multiplicação desta pela esfericidade (ϕ).

Por convenção, essa substituição somente não ocorrerá nos modelos que predizem os valores de $\Delta P/L$ utilizando a relação D/d_p. Nestes casos, a dependência que os modelos propõem para d_p será substituída por $d_p\phi$, enquanto que a dependência em relação a D/d_p será mantida. Esse pressuposto decorre do fato de que a esfericidade é utilizada corriqueiramente para a adaptação de modelos desenvolvidos à partir de esferas para sistemas de partículas não esféricas, enquanto que, para os modelos criados com o objetivo de corrigir o efeito de parede, o uso da esfericidade ou outro fator é uma prática ainda não consagrada.

2.3.2 Influência da forma e tamanho na porosidade

Para leitos aleatórios de partículas uniformes a porosidade do leito depende da esfericidade das partículas e pode ser relacionada matematicamente. Quando o leito é composto de uma distribuição de partículas com diferentes formas, a esfericidade é calculada geralmente pela média aritmética das várias esfericidades (YANG, 2003).

As partículas, os recipientes, o enchimento e os métodos de manipulação contribuem na prática para a densidade dos leitos. Os fatores mais importantes podem ser resumidos como: forma e tamanho das partículas, distribuição de tamanho das partículas, propriedades da superfície da partícula (rugosidade), forma e tamanho do recipiente, propriedades da superfície do recipiente (fricção), método, intensidade e velocidade da deposição das partículas, vibração e pressão de compactação (YANG, 2003).

Zou e Yu (1996) conduziram um estudo experimental sobre leitos aleatórios frouxos e densos para quantificar a dependência de características do leito, tais como a porosidade e o tamanho do leito, com a forma da partícula e propuseram as seguintes correlações para cilindros e discos:

Para leitos frouxos:

$$\ln \varepsilon_{l,cilindro} = \phi^{5,58} \exp\left[5,89\left(1-\phi\right)\right] \ln 0,40 \qquad 2.15$$

$$\ln \varepsilon_{l,disco} = \phi^{0,60} \exp\left[0,23\left(1-\phi\right)^{0,45}\right] \ln 0,40 \qquad 2.16$$

Para leitos densos:

$$\ln \varepsilon_{d,cilindro} = \phi^{6,74} \exp\left[8,00\left(1-\phi\right)\right] \ln 0,36 \qquad 2.17$$

$$\ln \varepsilon_{d,disco} = \phi^{0,63} \exp\left[0,64\left(1-\phi\right)^{0,45}\right] \ln 0,36 \qquad 2.18$$

Sugerem que as porosidades de partículas de outras formas estão entre os valores calculados pelos modelos propostos para cilindros e discos:

> é provável que leitos de cilindros e de discos dêem dois extremos de leitos de partículas não esféricas. Esta consideração é confirmada pelo fato de que os valores medidos da porosidade para outras formas de partículas estão dentro das relações para cilíndrico e para discos.

Com isso, propõe um modelo para a porosidade de partículas não-esféricas:

$$\varepsilon = \frac{I_d}{I_c + I_d} \varepsilon_{cilindro} + \frac{I_d}{I_c + I_d} \varepsilon_{disco} \qquad 2.19$$

Onde:

$$I_c = \left|\phi - \phi_c\right| \qquad 2.20$$

$$I_d = \left|\phi - \phi_d\right| \qquad 2.21$$

Consideraram que a esfericidade de uma partícula pode ser aproximada pela de um cilindro ou pela de um disco:

> "se a partícula for aproximada como uma partícula cilíndrica, então nós podemos determinar sua relação de aspecto equivalente definida como o comprimento máximo em relação ao diâmetro do círculo que tem a mesma área projetada (normal ao comprimento máximo). Esta relação de aspecto dá uma esfericidade equivalente ϕ_c, que é uma medida da diferença na forma entre a partícula e o cilindro de mesma esfericidade. Similarmente, se a partícula for aproximada como um disco, nós podemos também determinar uma outra esfericidade equivalente ϕ_d de seu comprimento mais curto e sua área projetada correspondente."

Propuseram também um modelo para a relação entre a porosidade e o tamanho das partículas. Definiram $d_{packing}$ como sendo o diâmetro equivalente da partícula no leito, que é assumido como sendo o diâmetro de esferas que, misturadas ao leito de partículas, dão a maior porosidade, encontrado experimentalmente. Demonstraram que a quantidade relativa de esferas no leito não altera o valor de $d_{packing}$. O modelo proposto foi:

$$\frac{d_v}{d_{packing}} = \phi^{2,785} \exp\left[2,946\left(1-\phi\right)\right] \quad 2.22$$

Hoffmann e Finkers (1995) estudaram uma relação semi-empírica que inclui quatro parâmetros que descrevem as seguintes propriedades da partícula: (i) o tamanho médio da partícula, (ii) o espalhamento da PSD, (iii) densidade da partícula e (iv) forma da partícula. Propuseram o seguinte modelo para leito frouxo:

$$\varepsilon_l = 1-\left\{1-\left[\left(1-0,416\right)\exp\left(-0,0142\rho_s \cdot \bar{d}_v\right)+0,416\right]\exp\left(-0,829\sigma_g\right)\right\}\phi^{0,826} \quad 2.23$$

E para leito denso:

$$\varepsilon_d = 1-\left\{1-\left[\left(1-0,320\right)\exp\left(-0,0371\rho_s \cdot \bar{d}_v\right)+0,320\right]\exp\left(-1,72\sigma_g\right)\right\}\phi^{0,848} \quad 2.24$$

Yu e Standish (1993) desenvolveram um método para determinar um diâmetro equivalente de leitos de partículas não-esféricas baseado na similaridade entre os sistemas de partículas esféricas e não-esféricas e propuseram o seguinte modelo para a porosidade em função da esfericidade:

$$\varepsilon = \varepsilon_s^{\,15,521\phi^{3,853}-14,521\phi^{4,342}} \quad 2.25$$

Onde ε_s (porosidade inicial de esferas) é assumido ser igual a 0,38, ou seja, a média entre 0,36 para leitos densos e 0,40 para leitos frouxos.

Comentam também sobre a aplicabilidade de modelos de misturas esféricas:

> "por causa da similaridade entre os sistemas de partículas esféricas e não-esféricas, parece ser razoável aplicar a relação relativamente bem consagrada de leito de partículas esféricas à investigação de leitos de partículas não-esféricas. Conseqüentemente, um modelo para predizer a porosidade de misturas de partículas esféricas pode ser usado predizer a porosidade de misturas não-esféricas."

2.3.3 Visão geral dos modelos para predição da queda de pressão

Existem numerosas investigações sobre fluxos através de leitos, compreendendo duas teorias principais, o modelo discreto de partícula e a analogia do fluxo em tubos. Ambas as teorias deram predições razoáveis da queda de pressão através de leitos de partículas esféricas e próximas a esféricas, mas são inadequadas para leitos com partículas diferentes de esferas. A queda de pressão através do leito é devida não somente à resistência de fricção na superfície da partícula, mas também à expansão e à contração através dos interstícios entre as partículas (YANG, 2003).

A aproximação mais popular é o modelo da analogia do fluxo em tubos, chamado também de modelo capilar ou modelo dos canais, que aproxima o fluxo através de um leito com um fluxo através de uma série de capilares retos, de mesma área transversal (YANG, 2003).

O modelo discreto de partícula supõe que o leito consiste em um conjunto de partículas discretas que possuem sua própria camada de limite durante o escoamento através do leito. Conceitualmente, o modelo discreto de partícula é mais próximo da realidade física do fluxo através de um leito, mas a analogia do fluxo em tubos é historicamente mais empregada. As correlações desenvolvidas com a analogia do fluxo em tubos são geralmente aplicáveis para partículas com esfericidade maior que 0,6. As correlações desenvolvidas através do modelo discreto de partícula têm aplicações amplas, incluindo partículas com esfericidade menores que 0,6 (YANG, 2003).

Segundo McCabe e Smith (1998), recomenda-se utilizar a correlação de Carman-Kozeny para números de Reynolds (Re_p) menores que 1 e a correlação de Burke-Plummer para números de Reynolds maiores que 1000. Para números de Reynolds compreendidos entre 1 e 1000 deve-se utilizar a EE.

Dzmitry e Tallarek (2006) afirmam que atualmente uma das aproximações macroscópicas geralmente usadas para descrever fluxo de um fluido em um meio poroso homogêneo é caracterizar o sistema em termos de sua resistência hidráulica ao fluxo, e apresenta um breve histórico da evolução dos modelos:

> “Em meados do século XIX, Henry Darcy em suas investigações sobre o fluxo de água em filtros de areia encontrou que sob determinadas circunstâncias a velocidade era proporcional à queda de pressão através do sistema no sentido do fluxo.

Numerosas investigações experimentais mostraram que se a velocidade do fluido no meio poroso é aumentada, a queda de pressão se torna não proporcional à velocidade do fluido. Forchheimer, em 1901, sugeriu que o fluxo em um meio poroso pode ser descrito por uma relação empírica de ordem mais elevada entre a queda de pressão e a velocidade do fluxo, que pode ser apresentada na forma:

$$\frac{\Delta P}{L} = \frac{\mu \cdot u}{k} + \rho \cdot k_F \cdot u^2 = \alpha u + \beta u^2 \qquad 2.26$$

Os valores dos coeficientes α e β podem ser obtidos para um dado sistema físico pela solução das equações (diferenciais parciais) de Navier-Stokes que relacionam pressão e velocidade, assumindo as condições de contorno correspondentes. Entretanto, a geometria complexa dos meios porosos e a não-linearidade das equações de Navier-Stokes fazem a solução analítica do problema muito difícil. Conseqüentemente, o esforço principal das numerosas investigações foi obter um relacionamento empírico entre $\Delta P/L$ e u em meios porosos.

Ergun em 1952 examinou o relacionamento não-linear entre a queda de pressão e a velocidade do fluido. Estudou este fenômeno para um gás escoando através de sólidos porosos esmagados baseado na sua dependência com a velocidade do fluxo e nas propriedades do fluido, porosidade do meio, orientação, tamanho, e a forma das partículas. Generalizando a equação de Forchheimer, Ergun obteve a seguinte equação:

$$\frac{\Delta P}{L} = A\frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3}\frac{\mu \cdot u}{{d_p}^2} + B\frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3}\frac{\rho \cdot u^2}{d_p} \qquad 2.27$$

Após a análise de uma grande quantidade de dados experimentais, Ergun concluiu que a melhor representação poderia ser obtida com A = 150 e B = 1,75. Logo, a EE contém intrinsecamente dois termos aditivos que correspondem individualmente à equação de Blake-Kozeny válida para velocidades de fluido baixas (regime laminar), e à equação de Burke-Plummer, válida para velocidades de fluido elevadas (regime turbulento).”

Brea e Edwards (1976) apresentam um complemento ao resumo acima:

“o modelo capilar para fluxo através de leitos de partículas foi usado no passado juntamente com o conceito de diâmetro hidráulico médio para desenvolver uma relação entre a queda de pressão e a velocidade do fluxo para líquidos newtonianos. O sucesso desta aproximação surpreende porque o modelo tem pouco das características geométricas do meio poroso real e, além disso, a aproximação do diâmetro hidráulico médio para os canais não circulares tem pouco embasamento teórico. Supõe-se que o fluxo nos interstícios de um leito fixo é equivalente àquele em um capilar tortuoso cujo comprimento, L_{eq}, está relacionado ao comprimento do leito, L,

$$L_{eq} = L \cdot \tau \qquad 2.28$$

Onde τ é o fator de tortuosidade. Um diâmetro apropriado do capilar, d_c, é obtido usando o conceito do diâmetro hidráulico médio que, para um leito de esferas uniformes de diâmetro d_{esfera}:

$$d_c = \frac{2\varepsilon d_{esfera}}{3(1-\varepsilon)} \tag{2.29}$$

Postula-se uma apropriada velocidade fluida média no capilar:

$$u_i = \frac{u}{\varepsilon} \tag{2.30}$$

Estas equações são substituídas na equação de Hagen-Poiseuille para o fluxo em um tubo:

$$\Delta P = \frac{32\mu \cdot u_i \cdot L_{eq}}{d_c^{\ 2}} \tag{2.31}$$

O que dá para um leito fixo de esferas:

$$\frac{\Delta P}{L} = \alpha \frac{(1-\varepsilon)^2 \mu \cdot u}{d_s^{\ 2}\varepsilon^3} \tag{2.32}$$

Onde o fator α (= 72τ) é encontrado experimentalmente. Alternativamente, considerando $d_p\phi$ como representação do tamanho da partícula, é definido o fator da fricção, f_p:

$$f_p = \frac{\Delta P}{L} \frac{d_p\phi}{\rho u^2} \frac{\varepsilon^3}{(1-\varepsilon)} \tag{2.33}$$

E o número de Reynolds da Partícula Modificado:

$$\mathrm{Re}_{p\ Mod} = \frac{\rho u d_p \phi}{(1-\varepsilon)\mu} \tag{2.34}$$

Então, pode-se escrever:

$$f_p = \frac{\alpha}{\mathrm{Re}_{p\ Mod}} \tag{2.35}$$

Esta aproximação pode também ser usada para fluxos inteiramente turbulentos, quando se supõe que o fator de fricção é essencialmente constante. Pode-se escrever, f_p = constante = β, ou,

$$\frac{\Delta P}{L} = \beta \frac{\rho \cdot u^2 (1-\varepsilon)}{d_p \phi \cdot \varepsilon^3} \tag{2.36}$$

Onde β é uma constante a ser determinada experimentalmente. A fim de contemplar a região de fluxo laminar, de transição e turbulento em um leito particulado usando apenas uma equação, propôs-se que as contribuições laminar e turbulenta para a queda de pressão, sejam aditivas:

$$f_p = \frac{\alpha}{\mathrm{Re}_{p\ Mod}} + \beta \qquad 2.37$$

O primeiro termo no lado direito representa a contribuição laminar à queda de pressão e é dominante para $Re_{p\ Mod} < 10$. Uma transição gradual segue quando $10 < Re_{p\ Mod} < 10^3$, depois do qual o fluxo é inteiramente turbulento. Dados experimentais indicam valores de α da ordem de 150-180 enquanto β está próximo de 1,7."

Molerus (1980) comenta sobre as considerações usadas no modelo de capilaridade:

"as relações empíricas para queda de pressão em leitos fixos são baseadas geralmente no conceito de diâmetro médio hidráulico. O conceito de diâmetro médio hidráulico é baseado originalmente em determinadas suposições. Não há nenhuma dúvida que nenhuma destas suposições é válida para leitos fixos de partículas.
Uma objeção adicional pode ser feita ao conceito do diâmetro médio hidráulico, desde que se postule que o limite $\varepsilon \rightarrow 1$ resulta em uma resistência tendendo para uma única partícula. Desta consideração, não parece muito significativo escolher o caso extremo do fluxo em um tubo como um modelo para o exemplo mais geral de percolação em um leito. Estas objeções não são novas."

Exemplifica algumas suposições que foram assumidas nos modelos de capilaridade:

"(I) Tubo reto, isto é, a resistência é devida somente ao atrito na parede e nenhuma parte da resistência é devida à pressão;
(II) O atrito na parede é constante em cada ponto da superfície da parede;
(III) O equilíbrio entre os produtos atrito na parede x área superficial dentro do tubo e queda de pressão x seção transversal do tubo."

Ainda, discorda da consideração do movimento retilíneo e sem aceleração, o que resulta, para regime laminar, na equação de Navier-Stokes:

"Em consequência das deflexões frequentes e intensas do fluxo dentro de um leito, os efeitos da inércia dominam muito antes do início da turbulência plena.
(...) investigaram empiricamente a forma da influência da porosidade e compararam a EE Modificada com a equação de Ahmed-Sunada, que é um rearranjo da equação de Forchheimer:
Há uma necessidade consideravelmente maior de dados adicionais para verificar as conclusões que alcançamos aqui. Primeiramente, se pode esperar uma incerteza maior nos valores de A e B (parâmetros da EE) do que nos valores de α e β (parâmetros da equação de Forchheimer), já que os últimos refletem a incerteza na medida da queda de pressão e da velocidade somente, e os primeiros refletem a incerteza na medida não somente da queda de

> pressão e da velocidade, mas também d_p e ε. Segundo, partículas irregulares são medidas geralmente por peneiramento, e a relação entre d_p e o tamanho da abertura da peneira não é conhecida. Em terceiro lugar, quando uma distribuição de tamanhos de partícula é usada, a informação da distribuição freqüentemente está faltando. (MACDONALD et al, 1979).”

Ziolkowska e Ziolkowski (1988) propuseram limites para os regimes de escoamento em meios porosos:

> “o tipo de fluxo é em geral caracterizado pelos valores dos números de Reynolds mínimo $Re_{mín}$ e máximo $Re_{máx}$ do número de Reynolds crítico. Quando $Re < Re_{mín}$ o fluxo existente é laminar e quando $Re > Re_{máx}$ existe o fluxo turbulento. Para sistemas reais é geralmente aceito que: $10 < Re_p < 300$.”

Considerando uma porosidade típica das amostras utilizadas neste trabalho igual a 0,5, em termos de número de Reynolds da Partícula Modificado os limites são: $20 < Re_{p\ Mod} < 600$.

Nemec e Levec (2005) estudaram a queda de pressão em leitos de partículas esféricas e não esféricas e fizeram o seguinte comentário sobre a aplicabilidade da EE:

> “há considerável evidência de que a EE prevê valores acima do medido para a queda de pressão em número de Reynolds acima de 300, com a diferença tornando-se significativa dentro do regime de fluxo turbulento ($Re_{p\ Mod} > 900$).”

2.3.4 Modelos clássicos

2.3.4.1 A lei de Darcy

Até os dias atuais, uma das aproximações macroscópicas geralmente usadas para descrever o fluxo de um fluido através de um meio poroso homogêneo é caracterizar o sistema em termos de sua resistência hidráulica ao fluxo (DZMITRY; TALLAREK, 2006). Na metade do século XIX, Henry Darcy em suas investigações de fluxo de água através de filtros de areia observou que, sob determinadas circunstâncias, a velocidade era proporcional à queda de pressão no sentido de fluxo (DZMITRY; TALLAREK, 2006). A teoria do fluxo laminar através de meios porosos homogêneos é baseada em sua experiência clássica, executada originalmente em 1856 (YANG, 2003), mostrada na Figura 2.7.

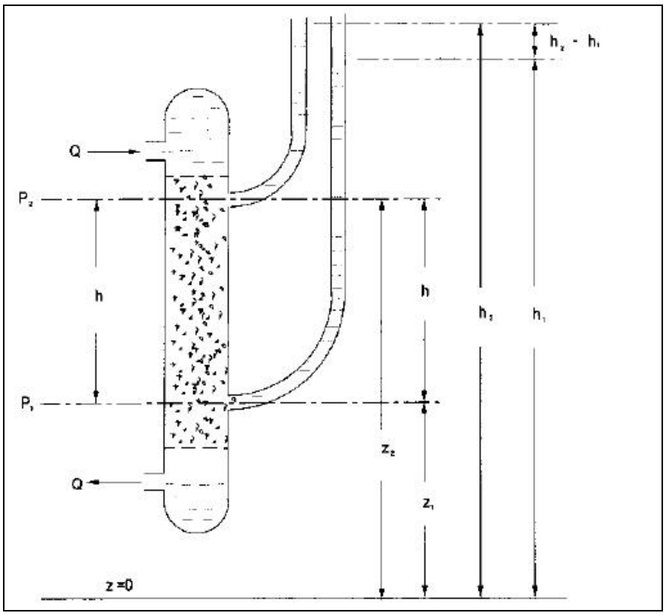


Figura 2.7 – O Experimento de Darcy
Fonte: YANG (2003).

Este relacionamento empírico, conhecido como a lei de Darcy, pode ser representado na seguinte forma:

$$\frac{\Delta P}{L} = \frac{\mu \cdot u}{k} = \alpha \cdot u \qquad 2.38$$

onde k é assumido ser uma constante que depende das propriedades do meio poroso e chamada condutividade hidráulica ou permeabilidade (DZMITRY; TALLAREK, 2006).

O fluxo de um líquido newtoniano em um número pequeno de Reynolds é conhecido como um fluxo que segue a lei de Darcy. Para líquidos em velocidades elevadas e para gases, a lei de Darcy torna-se inválida (YANG, 2003).

A lei de Darcy em sua forma original tem sua utilidade bem restrita. O significado físico da constante k, conhecida como *permeabilidade* e que tem dimensões $M^{-1}L^{3}T^{1}$, teve que ser elucidado posteriormente. A dependência de k com as propriedades do meio poroso e com o líquido tiveram de ser separadas para aplicações práticas.

Para leitos de partículas, uma outra de maneira expressar a resistência do meio ao fluxo é pela introdução do fator de atrito f_D:

$$f_D = \frac{d_P \phi}{\rho \cdot u^2} \frac{\Delta P}{L} \quad 2.39$$

2.3.4.2 A Correlação de BLAKE

Blake (1922) foi provavelmente o primeiro a sugerir o uso de um grupo adimensional modificado que incorpora a porosidade em um sistema particulado. O número de Reynolds e o fator de fricção proposto por Blake são (YANG, 2003):

$$\mathrm{Re}_{p\ Mod} = \frac{u \cdot d_P \phi \cdot \rho}{\mu(1-\varepsilon)} \quad 2.40$$

$$f_p = \frac{\Delta P}{L} \frac{d_P \phi}{\rho \cdot u^2} \frac{\varepsilon^3}{(1-\varepsilon)} \quad 2.41$$

Analisando a definição proposta para o número de Reynolds, observa-se que:

$$\mathrm{Re}_p = \frac{u \cdot d_P \phi \cdot \rho}{\mu} \quad 2.42$$

Então,

$$\mathrm{Re}_p = \mathrm{Re}_{p\ Mod}(1-\varepsilon) \quad 2.43$$

Da análise dimensional, a queda de pressão através de um leito pode ser obtida como (YANG, 2003):

$$\frac{\Delta P}{L} \propto \mu^{2-n} \rho^{n-1} \left(\frac{u}{\varepsilon}\right)^n {D_H}^{n-3} \quad 2.44$$

O D_H é um comprimento análogo ao raio hidráulico de uma tubulação e é definido como (YANG, 2003):

$$D_H = \frac{\text{Área média da seção transversal dos canais de fluxo através do leito}}{\text{Perímetro molhado médio dos canais de fluxo}} \quad 2.45$$

Multiplicando o numerador e o denominador por L, a altura do leito, obtém-se:

$$D_H = \frac{(\text{Volume total do leito}) \times (\text{porosidade})}{(\text{Superfície total do leito})} \quad 2.46$$

Ou,

$$D_H = \frac{\varepsilon}{S_e} = \frac{\varepsilon \cdot d_p \cdot \phi}{6(1-\varepsilon)} \quad 2.47$$

Onde S_e é a superfície total dos sólidos por unidade de volume de leito. Assumindo partículas esféricas, ela pode ser expressa como (YANG, 2003):

$$S_{esfera} = \frac{6(1-\varepsilon)}{d_{esfera}} \quad 2.48$$

Substituindo na Equação 2.44, obtém-se (YANG, 2003):

$$\frac{\Delta P}{L} \propto \mu^{2-n} \rho^{n-1} u^n \frac{(1-\varepsilon)^{3-n}}{\varepsilon^3} \left(d_p \phi\right)^{n-3} \quad 2.49$$

O fator de atrito, f_D, é proporcional a (YANG, 2003):

$$f_D \propto \mu^{2-n} \rho^{n-2} \left(d_p \phi\right)^{n-2} u^{n-2} \frac{(1-\varepsilon)^{3-n}}{\varepsilon^3} \quad 2.50$$

Ou

$$f_D \propto \frac{(1-\varepsilon)^{3-n}}{\varepsilon^3} \frac{1}{\mathrm{Re}_p^{2-n}} \qquad 2.51$$

Para baixos números de Reynolds, onde a queda de pressão não depende da densidade do fluido, $n = 1$, e (YANG, 2003):

$$f_D \propto \frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3 \mathrm{Re}_p} \qquad 2.52$$

Ou,

$$f_p \propto \frac{1}{\mathrm{Re}_{p\ Mod}} \qquad 2.53$$

Para números de Reynolds elevados, onde a viscosidade não é importante, $n = 2$, e (YANG, 2003):

$$f_D \propto \frac{(1-\varepsilon)}{\varepsilon^3} \qquad 2.54$$

Ou,

$$f_p \propto cte \qquad 2.55$$

Devido à grande dependência da porosidade, é esperado um aumento de 30 a 70 vezes em f_D é esperando quando a porosidade é alterada de 0,3 para 0,7 nos regimes turbulento e laminar, respectivamente. A Equação 2.52 para f_D em baixos números de Reynolds foi provada estar correta experimentalmente. Para números elevados de Reynolds, entretanto, a Equação 2.54 parece predizer uma dependência mais forte do fator de atrito com a porosidade do que encontrado experimentalmente. Para uma única partícula, a porosidade é, por definição, igual a 1, e o número de Reynolds de Blake aproxima-se de infinito. Isto não é surpresa, já que a analogia de Blake é baseada em uma analogia de fluxo capilar, por isso não tem nenhum significado físico (YANG, 2003).

2.3.4.3 A Correlação de CARMAN-KOZENY

Carman (1937) estudou extensivamente os fluxos de fluidos através de vários leitos em regime laminar (baixos número de Reynolds) e encontrou que (YANG, 2003):

$$f_D = \frac{90(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3 \mathrm{Re}_p} \qquad \text{para} \qquad 0,26 < \varepsilon < 0,89 \tag{2.56}$$

Observou também que a Equação 2.56 pode ser aplicada a outras formas regulares contanto que suas superfícies pudessem ser bem determinadas, já que o d_p é expresso como $6V_p/S_p$, onde V_p é o volume da partícula e S_p é a superfície da partícula. Para misturas de vários tamanhos e formas, V_p e S_p devem ser calculados como a média das partículas no leito (YANG, 2003).

A equação de Kozeny (1927) é expressa geralmente como:

$$\frac{\Delta P}{L} = 180 \frac{\mu u}{(d_P \phi)^2} \frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3} \tag{2.57}$$

Kozeny deduziu a equação assumindo que um leito granular é equivalente a um conjunto de canais similares paralelos. Para encontrar d_p de partículas irregulares, Carman propôs medir experimentalmente a queda de pressão através do leito (YANG, 2003).

2.3.4.4 A correlação de BURKE-PLUMMER

Para números de Reynolds elevados, superiores a aproximadamente 1000, as forças viscosas apresentam valores desprezíveis e o comportamento do fluxo é controlado pelas forças inerciais. Para este regime, Burke e Plummer (1928) propuseram a seguinte correlação (MCCABE; SMITH, 1998):

$$\frac{\Delta P}{L} = 1,75 \frac{\rho u^2}{\left(d_P \phi\right)^2} \frac{\left(1-\varepsilon\right)}{\varepsilon^3} \tag{2.58}$$

2.3.4.5 A correlação de ERGUN

A correlação empírica mais extensamente usada é a apresentada por ERGUN em 1952, que emprega a definição de Blake do coeficiente de atrito e do número de Reynolds, como mostrado nas Equações 2.40 e 2.41:

$$\frac{\Delta P}{L} = 150 \frac{\left(1-\varepsilon\right)^2}{\varepsilon^3} \frac{\mu \cdot u}{\left(d_p \phi\right)^2} + 1,75 \frac{\left(1-\varepsilon\right)}{\varepsilon^3} \frac{\rho \cdot u^2}{d_p \phi} \tag{2.59}$$

Para aplicações gerais, incluindo partículas irregulares, a EE mostrada na Equação 2.59 é expressa com a esfericidade, substituindo d_p por ϕd_p, onde o d_p é o diâmetro da partícula irregular obtida por técnicas tais como o peneiramento ou a contagem de Coulter. Pode-se verificar que a EE se reduz à equação de Blake-Kozeny-Carman para baixos números de Reynolds, e para elevados números de Reynolds, à equação de Burke-Plummer para fluxo turbulento (YANG, 2003).

Muitas extensões e modificações da EE foram propostas, como as apresentadas no item 2.2.5. As correlações selecionadas são aplicáveis para elevados números de Reynolds, onde a EE não representa bem os dados.

2.3.5 Modificações da correlação de ERGUN

MacDonald et al. (1979) investigaram empiricamente a forma da influência da porosidade e concluíram que usando $\varepsilon^{3,6}$ ao invés de ε^3 na EE consegue-se um melhor ajuste do modelo aos dados experimentais. Para uma série de dados, sugerem que o melhor ajuste ocorre substituindo $\varepsilon^3/(1 - \varepsilon)^2$ por $\varepsilon^{5,5}$.

Relatam que a dependência da porosidade na EE não tem uma boa exatidão sobre uma escala grande de porosidades, e propõem novos valores para as constantes *A* e *B*:

> "para finalidades da engenharia nós propomos para partículas mais ásperas, A = 180 e B = 1,8 e para partículas lisas A = 180 e B = 4,0. O parâmetro B é suposto ser uma função da aspereza da partícula ou da parede, cujo valor se encontra entre 1,8 e 4,0. Como há cinco variáveis a serem medidas experimentalmente (ΔP, u, d_p, ϕ e ε), os níveis de incerteza são razoáveis, especialmente para misturas de partículas não uniformes."

Mostram que a correlação do parâmetro *A* com d_p é muito boa, e propõe um modelo para esta representação:

$$A = 3,27 + 118,2 d_p \qquad 2.60$$

Afirmam que os dados para uma escala de números de Reynolds elevados dispersam demasiadamente para permitir uma correlação entre *B* e d_p, e que a variação de A com a porosidade é relativamente insignificante. Porém, afirmam que há uma correlação negativa entre *A* e ε e propõem a seguinte relação:

$$A = 214,25 - 151,72\varepsilon \qquad 2.61$$

Gibilaro et al. (1985) também modificaram a EE e propuseram uma equação alternativa de queda de pressão:

$$\frac{\Delta P}{L} = \left(\frac{17,3}{\mathrm{Re}_p} + 0,336\right)\frac{\rho u^2}{d_P \phi}(1-\varepsilon)\varepsilon^{-4,8} \qquad 2.62$$

A equação proposta representou bem os dados experimentais publicados obtidos de leitos de esferas com elevadas porosidades; apresentando um avanço significativo em comparação a EE. A equação é uma combinação de duas equações, uma para o regime laminar e outra para o fluxo turbulento. A equação para o regime de fluxo laminar é deduzida para combinar a equação de Blake-Kozeny para ε igual a 0,4. Na equação para o regime de fluxo turbulento, a constante 0,336 é o resultado da utilização de $\varepsilon = 0,4$ na equação de Burke-Plummer.

Foscolo, Gibilaro e Waldram (1983) propuseram um modelo para leito fluidizado que permite a predição da expansão em função da velocidade superficial na condição inicial (leito fixo) até a condição de expansão completa (partículas suspensas):

Para regime laminar:

$$\frac{\Delta P}{L} = 17,3\frac{\mu u}{\left(d_p\phi\right)^2}(1-\varepsilon)\varepsilon^{-4,8} \qquad 2.63$$

Para regime turbulento:

$$\frac{\Delta P}{L} = 0,336\frac{\rho u^2}{d_p\phi}(1-\varepsilon)\varepsilon^{-4,8} \qquad 2.64$$

Para a região intermediária, usaram a mesma estratégia de Ergun, somando as contribuições:

$$\frac{\Delta P}{L} = 17,3\frac{\mu u}{\left(d_p\phi\right)^2}(1-\varepsilon)\varepsilon^{-4,8} + 0,336\frac{\rho u^2}{d_p\phi}(1-\varepsilon)\varepsilon^{-4,8} \qquad 2.65$$

Nemec e Levec (2005) estudaram a queda de pressão em uma região de número de Reynolds entre 10 e 500, com leitos de partículas esféricas e não esféricas (cilindros, anéis, trilobes, e quadrilobes), embaladas por dois métodos: denso aleatório (RCP) e frouxo aleatório (RLP), obtendo porosidades entre 0,37 e 0,52 e propuseram um melhoramento puramente empírico na equação original de Ergun, definindo as constantes como relações da esfericidade:

Para cilindros:

$$A = 150\big/\phi^{3/2} \qquad\qquad B = 1,75\big/\phi^{4/3} \qquad 2.66$$

Para polilobes:

$$A = 150 \big/ \phi^{6/5} \qquad\qquad B = 1,75 \big/ \phi^{2} \tag{2.67}$$

Tallmadge (1985) utilizou dados da literatura para desenvolver uma expressão através da extensão da equação de Blake-Kozeny, indicando sua aplicabilidade para $10^{-1} < Re_{p\ Mod} < 10^{5}$:

$$f_p = \frac{150}{\mathrm{Re}_{p\ Mod}} + \frac{4,2}{\mathrm{Re}_{p\ Mod}^{\ 1/6}} \tag{2.68}$$

Ozahi, Gundogdu e Carpinlioglu (2008) conduziram um estudo experimental para esclarecer a aplicabilidade da EE para leitos de partículas não esféricas, cobrindo uma escala de esfericidade de 0,55 a 1,0 e propuseram diminuir os desvios dessa equação através de algumas modificações simples, incluindo o uso do número de Reynolds da partícula, uma nova forma do fator de fricção da partícula, e de algumas constantes empíricas.

Apresentaram a seguinte equação:

$$f_D = \left[\left(\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon^3}\right)\left(\frac{D}{d_p}\right)\right]\left[3\times10^{-5}\,\mathrm{Re}_{p\ Mod} + 66,487\,\mathrm{Re}_{p\ Mod}^{\ -1} + 0,1539\right] \tag{2.69}$$

Propuseram uma nova aproximação baseada no uso da definição de f_p*, através de uma correlação polinomial de primeira ordem entre $f_p*Re_{p\ Mod}$ e $Re_{p\ Mod}\varphi$, mais simples e útil para finalidades práticas:

$$f_p* = \frac{160}{\mathrm{Re}_{p\ Mod}} + 1,61\phi \tag{2.70}$$

Onde:

$$f_p* = \left(\frac{\Delta P*}{2}\right)\left(\frac{d_p}{L}\right)\left(\frac{\varepsilon^3}{1-\varepsilon}\right)\phi^2 \qquad 2.71$$

$$\Delta P* = \frac{\Delta P_{leito}}{\frac{1}{2}\rho u^2} \qquad 2.72$$

Com um rearranjo das variáveis, a Equação 2.70 se transforma na EE, apenas diferenciando-se nas constantes. Por esse motivo, apenas a Equação 2.69 será examinada neste trabalho, sendo modificada para:

$$f_p = \left(\frac{D}{d_p}\right)\left[3\times10^{-5}\,\mathrm{Re}_{p\ Mod} - \frac{66,487}{\mathrm{Re}_{p\ Mod}} + 0,1539\right] \qquad 2.73$$

2.3.6 Correções para efeito de parede

Montillet (2007) fez um estudo de caracterização da estrutura particular de leitos de partículas em forma de paralelepípedos e de leitos de cilindros, e afirma que:

> “os principais resultados mostram pequeno efeito de parede de leito de partículas muito anisotrópicas, que indicariam, a priori, um perfil mais uniforme de velocidade no sentido radial. Entretanto, a observação de variações locais da porosidade radial em seções transversais sucessivos indica a natureza aleatória da variação radial da porosidade, esperada próximo à parede.
> Comparado aos dados obtidos com leitos de esferas homogêneas, a influência da parede na porosidade radial é pequeno no caso de leitos de partículas anisotrópicas. Este resultado pode indicar que o perfil da velocidade deve ser pouco influenciado pela parede.
> Em particular, este estudo conclui que as variações radiais extremas da porosidade local nos leitos de cilindros longos e de pratos lisos são da mesma ordem de grandeza daquelas observadas nos perfis radiais médios da porosidade em leitos de esferas homogêneas, mas que a natureza do perfil é aleatória.”

Eisfeld e Schnitzlein (2001) estudaram a influência das paredes na queda de pressão de leitos de partículas, fazendo uma análise com uma grande quantidade de pontos experimentais e revelam a dependência deste efeito com o número de Reynolds:

> "uma análise detalhada de mais de 2300 pontos de dados, principalmente da literatura, mostra que a presença de limites externos conduz a um aumento da perda de carga no regime de fluxo laminar, enquanto que no fluxo turbulento a queda de pressão pode ser reduzida em relação a um leito infinito idêntico. Este comportamento pode ser explicado pelos efeitos concorrentes do atrito na parede e do aumento na porosidade local perto das paredes, razão pela qual o efeito é dependente do número de Reynolds."

Os autores concluíram que o melhor modelo é o de Reichelt (1972):

$$\frac{\Delta P}{L}\frac{d_p}{\rho \cdot u^2} = \frac{K_1 A_w{}^2}{\mathrm{Re}_p}\frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3} + \frac{A_w}{B_w}\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon^3} \qquad 2.74$$

Onde:

$$A_w = 1 + \frac{2}{3\left(D/d_p\right)(1-\varepsilon)} \qquad 2.75$$

$$B_w = \left[k_1\left(\frac{dp}{D}\right)^2 + k_2\right]^2 \qquad 2.76$$

E K_1, k_1 e k_2 são parâmetros ajustados. Devido à pequena influência do primeiro termo da Equação 2.74, assim como na EE, o valor de K_1 foi considerado o mesmo da constante A da EE.

Rearranjando a Equação 2.74, obtém-se:

$$f_p = \frac{K_1 A_w{}^2}{\mathrm{Re}_{p\,Mod}} + \frac{A_w}{B_w} \qquad 2.77$$

Yang (2003) afirma que:

> "quando a relação D/d_p é maior que 50, a correção para o efeito de parede torna-se insignificante. As oscilações na porosidade estão a cerca de 2 a 3 diâmetros de partícula de distância da parede, para uma mistura de dois tamanhos de esferas, e 1 diâmetro de partícula da parede para uma mistura de três tamanhos de partícula. Para leitos com relação D/d_p muito baixas, o efeito de parede e da forma da partícula na porosidade torna-se importante."

Di Felice et al. (2004) afirmam que o desvio existe para uma relação entre D/d_p menor que 5 e complementam que:

> “a suposição da homogeneidade na velocidade do fluido e na distribuição da porosidade em todo o leito não pode ser verdadeiro próximo a parede, onde as partículas contínuas têm que se arranjar diferentemente. Perto da parede a porosidade e, conseqüentemente, a velocidade do fluido tenderá a ser maior do que nas demais regiões (“*bulk*”). Para a maioria dos casos de interesse prático a região da parede representa uma fração suficientemente pequena do todo, fazendo com que o efeito desta não homogeneidade seja insignificante. Sob estas condições ($D/d_p < 5$), significativos desvios das predições baseadas na suposição de um leito homogêneo foram relatados. O modelo proposto conduz a uma definição notavelmente simples do problema, permitindo a aplicação da EE diretamente a região do *bulk*, deste modo reduzindo as incertezas associadas com as condições fluidodinâmicas na região próxima da parede.”

Os autores propõem um modelo para a velocidade no “*bulk*” do leito que deve ser aplicada na EE, ou outra equação, através do ajuste, para que a queda de pressão prevista corresponda bem aos experimentos:

$$u_b = \frac{u}{2{,}06 - 1{,}06\left(\dfrac{D/d_p - 1}{D/d_p}\right)^2} \qquad 2.78$$

Relatam também sobre o comportamento do efeito de parede em relação ao número de Reynolds (EISFELD; WATSON, 1944):

> “os dados medem a totalidade de condições de fluxo e, como é de se esperar, revelam uma dispersão considerável. As surpreendentes tendências descobertas estão completamente claras e confirmam as observações de muitos trabalhos experimentais: para números baixos de Reynolds uma redução progressiva na relação de D/d_p conduz a um aumento progressivo na constante do regime viscoso da EE, e, uma queda de pressão observada acima da estimada com a suposição de condições homogêneas (queda de pressão efetiva). Para números elevados de Reynolds, é observado o inverso, uma redução progressiva em D/d_p, conduz a uma redução progressiva da queda de pressão medida em relação à queda de pressão efetiva estimada. Uma explanação qualitativa para este resultado, estranho à primeira vista, foi dada por Nield (1983): a região da parede pode fornecer efeitos opostos na queda de pressão porque, de um lado, o aumento na porosidade conduz a uma redução na resistência ao fluxo, e por outro, o atrito da própria parede conduz a um aumento na resistência.”

Freund et al. (2003) citam um modelo encontrado na literatura que utiliza um outro conceito:

> "Zhavoronkov et al. (1949) usaram o conceito de raio hidráulico corrigido a fim de fazer um exame no efeito de parede:"

$$\frac{\Delta P}{L}\frac{d_p\phi}{\rho u^2}=\frac{a}{\mathrm{Re}_p}\frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3}+b\frac{(1-\varepsilon)}{\varepsilon^3} \tag{2.79}$$

$$a=163,35A_w^2 \tag{2.80}$$

$$b=1,2B_w \tag{2.81}$$

> Onde

$$A_w=B_w=1+\frac{1}{2\left(D/d_p\right)(1-\varepsilon)} \tag{2.82}$$

Rearranjando a Equação 2.79 obtém-se a EE, e, substituindo pelas constantes propostas:

$$\frac{\Delta P}{L}=163,35A_w{}^2\frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3}\frac{\mu\cdot u}{\left(d_p\phi\right)^2}+1,2B_w\frac{(1-\varepsilon)}{\varepsilon^3}\frac{\rho\cdot u^2}{d_p\phi} \tag{2.83}$$

Foumeny et al. (1996) estudaram a queda de pressão em leitos de cilindros equilaterais e não equilaterais e apresentaram um modelo em que um novo valor para a constante *A* da EE é sugerido, além de uma adaptação na constante *B* da EE de modo a contemplar a relação entre o diâmetro do tubo e o diâmetro da partícula.

> "Com um exercício de otimização estabeleceram um valor para a constante *A* de 130, e uma inclinação de *B* variando funcionalmente com a relação dos diâmetros D/d_p, como representado pela equação:

$$B=\frac{D/d_p}{0,335\,D/d_p+2,28} \tag{2.84}$$

> Isto aparece para leitos com $D/d_p < 10$, onde a queda de pressão total através do leito pode ser extremamente influenciada pela relação dos diâmetros D/d_p. Isto que encontramos demonstra claramente a limitação da EE. (FOUMENY et al, 1993)"

Mehta e Hawley (1969) modificaram a EE para incluir o efeito de parede, afirmando que esta correção é especialmente importante para relações do diâmetro da coluna com o diâmetro da partícula menores que 50:

$$\left(\frac{\Delta P d_p \phi}{L \rho u^2}\right)\left(\frac{\varepsilon^3}{1-\varepsilon}\right)\left[\frac{1}{M}\right]=\frac{150\mu(1-\varepsilon)}{d_p \phi \rho u}[M]+1{,}75 \qquad 2.85$$

Onde:

$$M=\frac{4d_p}{6D(1-\varepsilon)}+1 \qquad 2.86$$

Rearranjando a Equação 2.85 obtém-se a EE, e, substituindo pelas constantes propostas:

$$\frac{\Delta P}{L}=150M^2\frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3}\frac{\mu\cdot u}{\left(d_p\phi\right)^2}+1{,}75M\frac{(1-\varepsilon)}{\varepsilon^3}\frac{\rho\cdot u^2}{d_p\phi} \qquad 2.87$$

2.3.7 Outros modelos

Hicks (1970) afirma que a queda de pressão para 300 < $Re_{p\ Mod}$ < 60000 é bem representada por uma única equação não-linear, a qual implica que os parâmetros viscoso e cinético na EE não são verdadeiramente constantes. Propõe o seguinte modelo para esferas lisas:

$$f_H=\frac{\Delta P}{L}\frac{{d_p}^2}{\mu u}\frac{\varepsilon^3}{(1-\varepsilon)^2}=6{,}8\left(\frac{\mathrm{Re}_{p\ Mod}}{1-\varepsilon}\right)^{0,8} \qquad 2.88$$

Afirma ainda que:

> "esta equação não pretende ser como uma correlação geral para meios porosos. Apresenta-se para reforçar o fato de que a EE, usada em diversos livros-texto sem limitação de escala de fluxo, não pode ser aplicável para valores de $Re_{p\ Mod}$ maiores que aproximadamente 500."

Montillet e Le Coq (2001) apresentaram dados experimentais para leitos de esferas e grande intervalo de número de Reynolds, com o objetivo de comparar as equações mais usadas. Medem a perda de carga na parte central do equipamento para minimizar o efeito do final do leito. Usam diferentes manômetros, medidores de vazão e bombas. Sugerem uma constante α para corrigir as equações da literatura em função do aspecto geométrico:

$$\alpha = a\left(\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon^3}\right)\left(\frac{D}{d_p}\right)^b \tag{2.89}$$

O coeficiente α tem um valor para cada recheio, enquanto *a* e *b* são parâmetros de ajuste. A natureza de "denso" ou "expandido" não influencia na potência da relação (*b*), somente no parâmetro (*a*). Concluem viável o uso da seguinte equação:

$$f_D = a\left(\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon^3}\right)\left(\frac{D}{d_p\phi}\right)^{0,2}\left(\frac{1000}{\mathrm{Re}_p}+\frac{60}{\sqrt{\mathrm{Re}_p}}+12\right) \tag{2.90}$$

Sendo *a* = 0,061 para leito denso e *a* = 0,05 para leito expandido. Rearranjando a Equação 2.90 obtém-se:

$$f_p = 0,061\left(\frac{D}{d_p\phi}\right)^{0,2}\left(\frac{1000}{\mathrm{Re}_{p\ Mod}(1-\varepsilon)}+\frac{60}{\sqrt{\mathrm{Re}_{p\ Mod}(1-\varepsilon)}}+12\right) \tag{2.91}$$

O modelo é aplicável para $3,8 \le D/d_p \le 40-50$ e $10 \le \mathrm{Re}_p \le 2500$. Para $D/d_p > 50$ a influência do aspecto geométrico pode ser negligenciada e o termo $\left[D/d_p\right]^{0,2}$ fica igual a 2,2.

Os autores afirmam, ainda, que:

> "leitos expandidos, isto é, leitos de esferas com um escala de porosidade entre 0,4-0,45 ou mais, parecem mais uma curiosidade acadêmica do que uma realidade industrial."

Rose e Rizk (1970) estenderam resultados de pesquisas anteriores e desenvolveram equações para calcular a resistência ao fluxo de um fluido imposto por leitos de esferas ou partículas não esféricas, cobrindo uma faixa de porosidade de 0,30 a 0,90, e, segundo os autores, praticamente todo o intervalo de número de Reynolds tecnicamente importante. Propuseram o seguinte modelo para a queda de pressão:

$$f_D = 1000\,\mathrm{Re}_p^{-1} + 125\,\mathrm{Re}_p^{-0,5} + 14 \qquad 2.92$$

Rearranjando a Equação 2.92, obtém-se:

$$f_p = \frac{\varepsilon^3}{(1-\varepsilon)}\left(\frac{1000}{\mathrm{Re}_{p\ Mod}\,(1-\varepsilon)} + \frac{125}{\sqrt{\mathrm{Re}_{p\ Mod}\,(1-\varepsilon)}} + 14\right) \qquad 2.93$$

Barnea e Mednick (1978) propuseram uma correlação generalizada para a perda de carga em leitos de partículas esféricas, utilizando dados de vários trabalhos da literatura:

$$C_{D\phi} = \left(0,63 + \frac{4,8}{\mathrm{Re}_\phi}\right)^2 \qquad 2.94$$

$$\mathrm{Re}_\phi = \frac{\mathrm{Re}_{p\ Mod}\,(1-\varepsilon)}{\varepsilon \exp\left[5(1-\varepsilon)/3\varepsilon\right]} \qquad 2.95$$

$$C_{D\phi} = \frac{8 f_D \varepsilon^2}{3(1-\varepsilon)\left[1+2,6(1-\varepsilon)^{1/3}\right]} \qquad 2.96$$

Rearranjando as Equações 2.94, 2.95 e 2.96, obtém-se:

$$f_p = \frac{3}{4}\left[1+2,6(1-\varepsilon)^{1/3}\right]\left[0,63 + \frac{4,8\cdot\varepsilon\cdot\exp\left(5(1-\varepsilon)/3\varepsilon\right)}{\mathrm{Re}_{p\ Mod}\,(1-\varepsilon)}\right] \qquad 2.97$$

Apresentam as características e limitações do modelo:

> "esta correlação é a primeira a ser baseada em um modelo esférico multipartículas com correção para os efeitos da interação entre partículas. A correlação utiliza a curva para o arrasto em uma única esfera em um meio infinito e a estende aos sistemas de multipartículas por meio da extensão das definições do número de Reynolds e do coeficiente de arrasto em que as definições convencionais do número de Reynolds da partícula e do coeficiente de arrasto são incluídas como um caso especial em que ε = 1. Mostrou-se que os dados para a região de fluxo laminar e intermediário foram ajustados pela correlação proposta. Alguma discrepância entre a predição e dados experimentais foi encontrada para fluxo turbulento, com a correlação subestimando a queda de pressão. Uma explanação possível pode ser a indução da turbulência devido aos fatores de forma e de rugosidade da superfície. A correlação apresentada não é vista como a solução final para a predição da dinâmica fluida em leitos fixos. É imperativo que a razão para o desvio na região de fluxo turbulento seja identificada. A correlação deve também ser estendida para elucidar fatores adicionais de importância prática tais como a forma, a distribuição granulométrica e a rugosidade da superfície.
> O modelo atual é limitado a leitos fixos infinitos de partículas esféricas aleatoriamente arranjadas que têm uma distribuição de tamanho estreita para que possa ser reduzida a um tamanho característico médio. A escala da aplicabilidade pode ser estendida pela aplicação das definições do tamanho médio de partícula, dos fatores da forma e das correções do efeito da parede."

Comiti e Renaud (1989) propuseram o seguinte modelo:

$$\frac{\Delta P}{L} = N^* u + M^* u^2 \tag{2.98}$$

Onde:

$$M^* = \left\{ 1 - 0,0413 \left(1 - \frac{d_p}{D} \right) + 0,0968 \left(1 - \frac{d_p}{D} \right)^2 \right\} \tau^3 \rho a_{vd} \, \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon^3} \tag{2.99}$$

E,

$$N^* = 2\mu\tau^2 a_{vd}{}^2 \left[1 + \frac{4}{a_{vd} D (1-\varepsilon)} \right]^2 \frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3} \tag{2.100}$$

Onde:

a_{vd} = área superficial específica dinâmica (superfície molhada).

Os autores definiram ainda que:

a_{vs} = área superficial específica estática (ou geométrica), e,

$$a_{vs} = \frac{\text{Área superficial média das Partículas}}{\text{Volume Médio das Partículas}} \quad 2.101$$

$$\frac{a_{vd}}{a_{vs}} = X \leq 1 \quad 2.102$$

Onde X é a fração da área superficial do leito oferecida ao fluxo.

A área superficial específica estática é calculada da seguinte forma:

Sendo:

$$\phi = \frac{\text{Área superficial de uma esfera com mesmo volume}}{\text{Área superficial da partícula}}$$

Então,

$$a_{vs} = \frac{\text{Área superficial de uma esfera com mesmo volume}}{\phi \cdot \text{Volume Médio das Partículas}} \quad 2.103$$

E,

$$a_{vs} = \frac{\pi \bar{d}_v^{\,2}}{\phi \pi \bar{d}_v^{\,3} / 6} = \frac{6}{\phi \bar{d}_v} \quad 2.104$$

Propõem os seguintes modelos para o cálculo de X e do fator de tortuosidade, respectivamente, em função da espessura da partícula (e) e do seu comprimento (a) e da porosidade:

$$X = 0,43 + 0,57 \, e/a \quad 2.105$$

$$\tau = 1 + 0,58 \exp\left(0,18\, a/e\right) \ln\left(1/\varepsilon\right) \quad 2.106$$

Fazem as seguintes observações sobre o modelo proposto:

> "meios porosos anisotrópicos têm uma estrutura particular caracterizada por uma marcante segregação e pela sobreposição parcial das partículas. A fim de fazer um estudo das propriedades estruturais dos leitos, um tipo de modelo capilar com correções do efeito de parede é proposto para determinar a queda de pressão através de leitos de partículas. O fator da tortuosidade e a área superficial específica dinâmica são usados como parâmetros médios da estrutura. Este modelo geral, verificado com os dados da queda de pressão de leitos de esferas, é usado para determinar estes parâmetros estruturais para leitos de partículas paralelepípedas. Combinado com a equação geral do modelo, elas permitem uma estimativa da queda de pressão em função da velocidade do fluxo."

Molerus (1980) propôs um mesmo modelo para leito fixo e para a expansão de um leito fluidizado, baseado na resistência ao escoamento da partícula, usando três grupos adimensionais, chegando à seguinte equação:

$$Eu = \frac{24}{\mathrm{Re}_M}\left\{1 + K_1\left[\frac{r_0}{\delta} + \frac{1}{2}\left(\frac{r_0}{\delta}\right)^2\right]\right\} + \frac{4}{\sqrt{\mathrm{Re}_M}} + 0,4 + K_2\frac{r_0}{\delta} \qquad 2.107$$

Os três grupos adimensionais são:

$$Eu = \frac{4}{3}\frac{\Delta P}{L}\frac{d_p}{\rho u^2}\frac{\varepsilon^2}{(1-\varepsilon)} \qquad \text{(Número de Euler)} \qquad 2.108$$

$$\mathrm{Re}_M = \frac{u \cdot \rho \cdot d_p}{\varepsilon \cdot \mu} \qquad 2.109$$

$$\frac{r_0}{\delta} = \frac{1}{\dfrac{\xi}{\sqrt[3]{1-\varepsilon}} - 1} \qquad 2.110$$

ξ é um parâmetro do leito, introduzido através do conceito de célula (que é composta pela partícula e pelo vazio ao redor dela) e é ajustado experimentalmente. O autor encontrou o valor de 0,95 para esferas;

r_0 = dimensão característica da partícula;

δ = dimensão característica do poro;

K_1 e K_2 são coeficientes ajustados experimentalmente. O autor encontrou os valores de 0,777 e 0,511, respectivamente, para esferas.

Rearranjando a Equação 2.107 em termos das variáveis estudadas, obtém-se (neste trabalho chamada de “Molerus I”):

$$f_p = \frac{18\varepsilon^2}{\mathrm{Re}_{p\ Mod}(1-\varepsilon)}\left\{1+0,777\left[\frac{(1-\varepsilon)^{1/3}}{0,95-(1-\varepsilon)^{1/3}}+\frac{1}{2}\left(\frac{(1-\varepsilon)^{1/3}}{0,95-(1-\varepsilon)^{1/3}}\right)^2\right]\right\}+$$

$$\frac{4}{\sqrt{\mathrm{Re}_{p\ Mod}(1-\varepsilon)/\varepsilon}}+0,4+0,511\frac{(1-\varepsilon)^{1/3}}{0,95-(1-\varepsilon)^{1/3}} \qquad 2.111$$

Molerus et al. (1989) complementaram seu trabalho anterior, verificando que para $Re_M \geq 10^4$ o número de Euler não é constante, mas sim tem uma dependência com o número de Reynolds. Propuseram um novo modelo:

$$Eu = \frac{24}{\mathrm{Re}_M}\left\{1+K_1\left[\frac{r_0}{\delta}+\frac{1}{2}\left(\frac{r_0}{\delta}\right)^2\right]\right\}+\frac{4}{\sqrt{\mathrm{Re}_M}}\left[1+K_2\left(\frac{r_0}{\delta}\right)^{1,5}\right]+0,4+\frac{K_3\left(\frac{r_0}{\delta}\right)}{\mathrm{Re}_M^{\varphi}} \qquad 2.112$$

Onde K_1, K_2 , K_3 e φ são ajustados experimentalmente. Os autores sugerem os seguintes valores para um leito de esferas: K_1 = 0,692, K_2 = 0,120, K_3 = 0,891 e φ = 0,1. Então, rearranjando a Equação 2.112 (neste trabalho chamada de “Molerus II”):

$$f_p = \frac{18\varepsilon^2}{\mathrm{Re}_{p\ Mod}(1-\varepsilon)}\left\{1+0,692\left[\frac{(1-\varepsilon)^{1/3}}{0,95-(1-\varepsilon)^{1/3}}+\frac{1}{2}\left(\frac{(1-\varepsilon)^{1/3}}{0,95-(1-\varepsilon)^{1/3}}\right)^2\right]\right\}+$$

$$\frac{4}{\sqrt{\mathrm{Re}_{p\ Mod}(1-\varepsilon)/\varepsilon}}\left[1+0,12\left(\frac{(1-\varepsilon)^{1/3}}{0,95-(1-\varepsilon)^{1/3}}\right)^{1,5}\right]+0,4+0,891\frac{(1-\varepsilon)^{1/3}}{0,95-(1-\varepsilon)^{1/3}}\left(\frac{\varepsilon}{\mathrm{Re}_{p\ Mod}(1-\varepsilon)}\right)^{-0,1} \qquad 2.113$$

Para um leito de partículas não esféricas, os autores introduzem o fator de forma da queda de pressão, Φ_D:

> “para a descrição do comportamento da queda de pressão em leitos com partículas não esféricas, um parâmetro adicional é requerido. Este parâmetro

> faz um exame do desvio da geometria esférica. Este objetivo pode ser alcançado pela introdução do chamado fator de forma da queda de pressão, Φ_D. Por este fator, o comportamento da queda de pressão no leito de partículas irregulares é reduzido àquele de um leito de partículas esféricas.
> A idéia é baseada na consideração simples de que é sempre possível encontrar um leito de partículas esféricas com um menor diâmetro da partícula, que tem o mesmo comportamento da queda de pressão que um dado leito real com material de forma irregular. As partículas irregulares são caracterizadas por um diâmetro de partícula, por exemplo, o diâmetro médio de Sauter, que é função da distribuição da densidade por peso, que pode ser avaliado por peneiramento."

Ainda, verificam que:

> "nossos próprios resultados experimentais em $Re_M \geq 10^3$ revelaram, com partículas não esféricas e superfícies ásperas, uma semelhança com o fluxo em uma tubulação áspera. Nem toda a dependência do número de Euler ao número de Reynolds em números elevados de Reynolds é observada, isto é, o fator φ pode ser zero."

A equação resultante, para $\varphi = 0$, fica:

$$Eu = \frac{24}{\mathrm{Re}_M \, \Phi_D^{\,2}}\left\{1 + K_1\left[\frac{r_0}{\delta} + \frac{1}{2}\left(\frac{r_0}{\delta}\right)^2\right]\right\} + \frac{4}{\sqrt{\mathrm{Re}_M} \cdot \Phi_D^{\,1,5}}\left[1 + K_2\left(\frac{r_0}{\delta}\right)^{1,5}\right] + \frac{0,4 + K_3\left(\dfrac{r_0}{\delta}\right)}{\Phi_D} \qquad 2.114$$

Os autores apresentam também um método gráfico para uma estimativa inicial do Φ_D, para que posteriormente este seja ajustado iterativamente na equação.

Oman e Watson (1944) propuseram um modelo baseado no ajuste do expoente da porosidade, para leitos de partículas pequenas de tamanhos uniformes:

> "a fim de obter a melhor correlação prática dos dados, decidiu-se assumir a definição de Blake do número de Reynolds como:
>
> $$Re_O = \frac{u\rho}{a_s\mu} \qquad 2.115$$
>
> E determinar empiricamente o expoente apropriado de ε. O desvio mínimo foi encontrado com um expoente de 1,7. Então, para o arranjo denso aleatório:
>
> $$\frac{\Delta P}{L} = \frac{2 f_O \cdot u^2 \cdot \rho \cdot a_s}{\varepsilon^{1,7}} \qquad 2.116$$

> Onde f_O, o fator de atrito adimensional, é uma função do número de Reynolds (Re_O); a_s é a área superficial das partículas por unidade de volume do leito ($a_s = a_{vs}(1 - \varepsilon)$ e $a_{vs} = 6/\varphi d_v$)."

Wentz Jr. e Thodos (1963) fizeram experimentos com esferas para um intervalo do número de Reynolds da Partícula Modificado ($Re_{p\ Mod}$) entre 2550 e 64900 e propuseram o seguinte modelo para leitos sem influência de início e fim:

$$f_p = \frac{0,351}{\mathrm{Re}_{p\ Mod}{}^{0,06} - 1,20} \qquad 2.117$$

Çarpinlioglu e Ozahi (2008) conduziram recentemente um estudo experimental da queda de pressão de uma variedade de leitos verticais através do fluxo turbulento de ar, cobrindo uma grande escala de porosidade e de número de Reynolds, com o objetivo de determinar a influência de ε, ϕ, d_p, L e Re_p. Sugeriram novos parâmetros adimensionais:

$$\Delta P^* = \frac{\Delta P}{\frac{1}{2}\rho \cdot u^2} \qquad 2.118$$

E,

$$\mathrm{Re}_{exit} = \frac{u \cdot \rho (d_p{}^2 \varepsilon)^{1/2}}{\mu} \qquad 2.119$$

Apresentaram o seguinte modelo para predição da queda de pressão no leito:

$$\Delta P^* = 139,57 \left[\mathrm{Re}_{p\ Mod} \left(d_p / L \right) \varepsilon^7 \right]^{-0,4733} \qquad 2.120$$

Propuseram, ainda, o seguinte modelo para Re_{exit}:

$$\mathrm{Re}_{exit} = 3097,1 \left[\mathrm{Re}_p \left(d_p / L \right) \right]^{0,1729} \qquad 2.121$$

Das Equações 2.118 e 2.120 obtém-se:

$$\frac{\Delta P}{L}=\frac{2\rho u^{2}}{L}\frac{139,57}{\left[\mathrm{Re}_{p\ Mod}\left(d_{p}/L\right)\varepsilon^{7}\right]^{0,4733}} \qquad 2.122$$

Lee e Ogawa (1974) fizeram um estudo com o objetivo de apresentar uma correlação mais geral e com maior precisão, baseados em dados experimentais de seus trabalhos anteriores, e propuseram o seguinte modelo:

$$f_{D}=\frac{1}{2}\left[\frac{12,5}{\varepsilon^{3}}\left(1-\varepsilon\right)^{2}\right]\left[29,32\,\mathrm{Re}_{p}^{-1}+1,56\,\mathrm{Re}_{p}^{-n}+0,1\right] \qquad 2.123$$

Onde,

$$n=0,352+0,1\varepsilon+0,275\varepsilon^{2} \qquad 2.124$$

Conforme pôde ser visto nesta revisão, existem vários modelos que tratam de sistemas com partículas esféricas (ou outras formas regulares) de tamanhos aproximadamente iguais. São poucos os trabalhos relacionados à sistemas com partículas não uniformes mas de tamanhos com pouca variação, como partículas irregulares dentro de uma faixa granulométrica ou com uma distribuição de tamanhos muito estreita. Também são poucos os estudos sobre sistemas com partículas uniformes dispostas em várias faixas granulométricas ou com uma distribuição de tamanhos larga. De modo geral, inexiste de forma conclusiva e consagrada uma forma de se calcular a perda de carga em leitos fixos formados por partículas não uniformes e classificadas dentro de uma distribuição granulométrica ou de misturas de partículas de diversas classes.

3 MATERIAIS E MÉTODOS

3.1 DESCRIÇÃO DO EQUIPAMENTO

Os testes experimentais foram realizados em um equipamento chamado permeâmetro, cuja finalidade principal é o estudo da permeabilidade de um fluido em um leito fixo de partículas sólidas. O equipamento é utilizado para medir a variação de pressão que o fluido sofre ao atravessar o leito. O leito pode ser formado por partículas isométricas ou não, com tamanhos relativamente semelhantes ou com diferentes granulometrias. Através da variação da velocidade do fluido no decorrer dos testes, são levantadas curvas de diferencial de pressão em relação à velocidade do fluido, para cada leito estudado.

Um permeâmetro consiste basicamente de três partes principais: um impulsionador do fluido, um tubo, geralmente um cilindro onde é formado o leito para o ensaio, e um duto interligando esses dois equipamentos. Para o controle e medição da velocidade do fluido e medição da queda de pressão ao longo do leito, vários tipos de controladores (válvulas manuais, auto-acionadas, com acionamento remoto, etc.) e medidores, tanto de vazão (placas de orifício, Venturi, tubos de Pitot, rotâmetros, etc.) quanto de pressão (manômetros digitais, tubos em U, tubos inclinados, etc.) podem ser usados.

A Figura 3.1 mostra um desenho esquemático do permeâmetro utilizado nos testes de medição de queda de pressão. O ar é impulsionado por um soprador (1) com potência de 1,5 hp por um trecho horizontal reto de duto de aço-carbono com 0,5 m de comprimento e diâmetro interno de 50 mm, no qual se encontra uma válvula gaveta (2) utilizada para controle da vazão de ar. Após este duto, há um joelho de PVC e outro duto reto vertical (3) de PVC de 2 m de comprimento e 52 mm de diâmetro interno, ao final do qual encontra-se o Venturi (4) usado para a medição da vazão de ar. Um duto flexível (5) faz a interligação do Venturi com o cilindro de PVC no qual se encontra o leito de xisto (9). Na base desse cilindro foi utilizado um tampo de vidro com conexões de PVC para a transição do duto para o cilindro, enquanto que na extremidade superior o cilindro é aberto para a atmosfera (10). Na entrada do ar no cilindro foi adaptada uma camada de telas metálicas (6) com abertura de 4,6 mm, seguida de 0,9 m de cilindro vazio (7), ambos para distribuir e estabilizar ao máximo o fluxo de ar e assim evitar caminhos preferenciais de fluxo no leito. Para sustentação do leito e distribuição do ar foram utilizadas duas telas metálicas (8), a inferior com maior resistência mecânica e abertura de 16,8 mm e a superior com abertura de 4,6 mm, suficiente para reter as menores partículas utilizadas. Após a passagem pelo leito, o ar é expulso para a atmosfera.

Para a medição da queda de pressão no Venturi foram utilizados manômetros do tipo tubo em U vertical (11) e para a medição do diferencial de pressão no leito de xisto foi utilizado um tubo em U com inclinação de 12º em relação ao plano horizontal (12). Em ambos os casos o líquido utilizado foi água. A medição da pressão estática na linha se localiza no trecho reto do Venturi, antes do afunilamento, e é conectada a um dos manômetros do tipo tubo em U vertical (11). A medição da temperatura do ar após o soprador foi realizada pela introdução de um termômetro digital (14) no duto vertical de PVC.

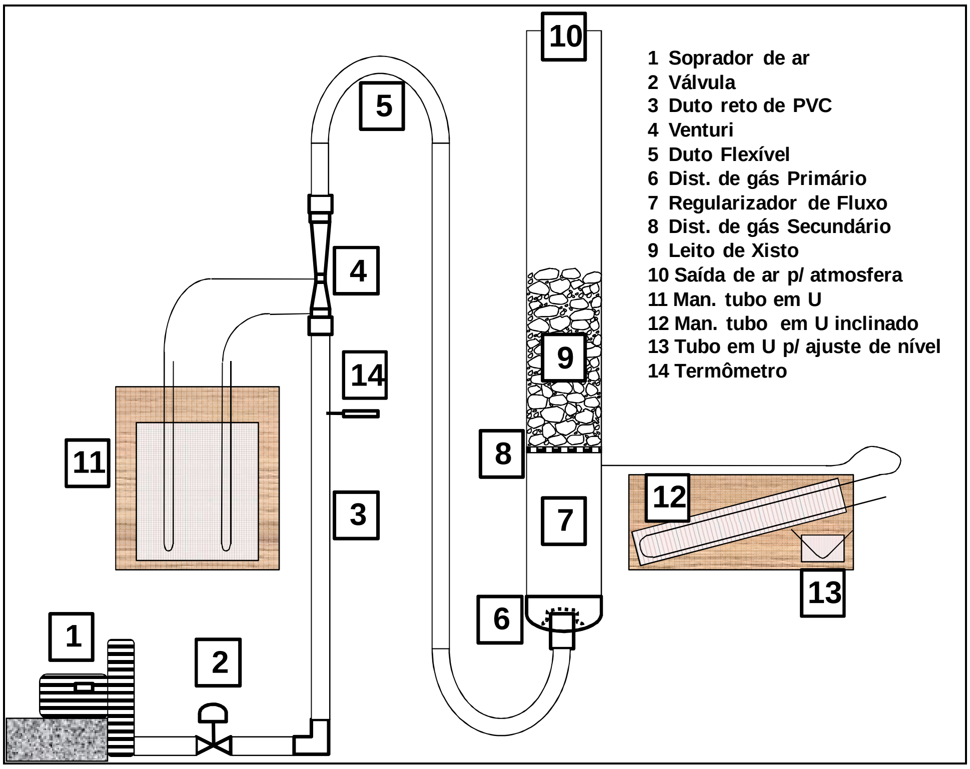


Figura 3.1 – Equipamento para de medição da queda de pressão
Fonte: O autor (2009).

O cilindro vertical onde se encontra o leito de xisto consiste em um tubo com diâmetro interno de 203 mm e área transversal de 0,0324 m^2, dividido em duas partes no ponto onde se encontra o distribuidor de ar (8). O leito é carregado pela extremidade superior aberta e descarregado através do desencaixe e inclinação da parte de baixo do cilindro superior.

O Venturi utilizado para medição da vazão tem diâmetro de interno de 50 mm e diâmetro da garganta de 26,25 mm, confeccionado conforme a norma ISO 5167-4 (ISO, 2003). Medidores deprimogêneos, como é o caso do Venturi, são bastante influenciados pelo perfil de velocidades e por esta razão cuidados devem ser tomados para que sua instalação seja afastada de peças que causem turbulências no fluxo. Em geral, a distância que deve ser observadas a montante do medidor é de 20 vezes o diâmetro da tubulação. De maneira conservadora, foi utilizado o dobro desse valor, ou seja, 40 vezes o diâmetro da tubulação.

A medida de pressão antes do leito é realizada através de um orifício logo abaixo da tela de suporte do mesmo, confeccionado de forma perpendicular ao eixo da coluna, com extremidade completamente livre de rebarbas e imperfeições. Neste orifício é adaptado um tubo metálico, que não se projeta para dentro da coluna, que faz a conexão com a mangueira de transmissão do sinal até o manômetro inclinado.

3.2 DESCRIÇÃO DAS AMOSTRAS

O Processo Petrosix® utiliza como matéria prima o xisto proveniente da mineração, o qual passa por uma série de britadores e peneiras, com o objetivo de condicionar esta matéria prima para ser processada nos reatores de pirólise. Antes de ser encaminhado para os reatores o xisto é estocado em pilhas, que servem como reserva de matéria prima e em seguida passa por um peneiramento final, com o objetivo de separar os finos que possam ser eventualmente arrastados dentro dos reatores.

As amostras estudadas consistem no resultado da classificação de uma amostra maior de xisto pirobetuminoso retirada de uma das pilhas que são destinadas ao processamento, através de peneiramento, realizado conforme ASTM C-136 (ASTM, 2003) e utilizando-se as peneiras padrões citadas na Tabela 2.4. Esta classificação gerou cinco amostras menores que foram denominadas pela peneira em que as partículas ficaram retidas, ou seja, 3”, 2”, 1”, ½” e *Fundo*. Da amostra de fundo foram excluídas, por peneiramento, as partículas menores que 3,35 mm. Uma imagem das amostras utilizadas é mostrada na Figura 3.2. Estas amostras perfazem uma escala de D/d_p de $2,3 \leq D/d_p \leq 32,5$, sendo que o valor do reator de pirólise utilizado no processo Petrosix® é de aproximadamente 100.

A massa específica do xisto foi também determinada experimentalmente: inserindo-se uma massa conhecida de xisto em um recipiente com volume conhecido e cheio de água, através da diferença de massa do recipiente após a inserção da amostra calculou-se o volume da amostra e obteve-se o valor de 2180 kg/m^3 para a massa específica.

Figura 3.2 – Amostras de xisto utilizadas nos testes
Fonte: O autor (2009).

A esfericidade das partículas de xisto que foram utilizadas neste trabalho foi determinada por Fernandes (1991) através da medição das três principais dimensões (altura, largura e comprimento) de um grupo de partículas representativas. Com base nas medidas e na forma geométrica que mais se assemelha ao tipo de partícula, que para o caso de algumas rochas prevalece a forma prismática, foram calculadas as dimensões médias e a área superficial da partícula que representava o grupo. De posse destes dados, o autor calculou o volume da partícula e o diâmetro médio equivalente ao da esfera de igual volume, obtendo assim a área superficial da esfera de igual volume. O valor encontrado pelo autor foi de 0,704.

3.3 PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

Um dos pontos mais importantes no que diz respeito à reprodutibilidade de testes com leitos fixos é o método de formação do leito. Oman e Watson (1944) comentam sobre o efeito do procedimento de enchimento nos resultados de testes e na modelagem de escoamentos em meios porosos:

> “acredita-se que muitos dos desacordos relatados na literatura para queda de pressão em leito granular pode ser resultado da falha de se empregar métodos padronizados de formação dos leitos.”

Os autores fazem, ainda, algumas considerações sobre os métodos de enchimento de leitos:

> “o melhor método de assegurar um leito uniforme, reproduzível é usar partículas de forma e tamanho uniformes que são alimentadas ao reator em uma taxa tão lenta que cada partícula individual alcance uma posição de descanso antes que a outra partícula caia sobre ela. Desta maneira, a oportunidade de se construir pontes é eliminada e é obtido o que pode ser denominado arranjo denso aleatório. Este tipo de arranjo é obtido enchendo o reator através de um funil ou de uma tubulação que têm uma abertura apropriadamente restrita. Em um reator grande o movimento do distribuidor também é desejável.
> O extremo oposto do arranjo denso aleatório é encontrado quando as partículas são deixadas cair como uma massa frouxa no reator, como quando um saco é completamente invertido e despejado através de sua extremidade aberta. A máxima oportunidade para construir pontes é obtida por este procedimento, e, em um reator pequeno, pode ser denominado arranjo frouxo aleatório. Se um reator grande for enchido deste modo, com uma abertura relativamente pequena, uma pilha cônica é formada na operação de enchimento, com condições para que variem do leito frouxo no centro ao leito denso nas bordas externas. Entre os dois extremos podem-se variar graus de densidade do arranjo.”

Com o objetivo de se obter leitos mais próximos possíveis do arranjo denso aleatório, após a determinação da massa da amostra e a preparação em uma bandeja, de forma a homogeneizar a sua composição, as partículas de xisto foram introduzidas no equipamento em pequenas porções, tomando-se o cuidado de minimizar a altura de queda no leito, que nunca excedeu 1,0 m. Após o carregamento, é medida a altura do leito como o valor mais frequente de uma série de medidas ao longo da superfície do leito (no mínimo 10 medidas). Caso seja observado que a superfície não é horizontal, é feito o seu ajuste mecanicamente.

Após a formação do leito e com o duto flexível desconectado do distribuidor de ar primário, o soprador era acionado, permanecendo em operação por aproximadamente 15 a 20 minutos até que se percebesse a estabilização da temperatura do ar na saída do soprador. Eram realizados testes de vazamentos em todo o sistema e em seguida, o duto flexível era conectado ao distribuidor de ar primário, dando início ao teste.

Para cada uma das amostras descritas no Anexo C foram anotados os valores da pressão manométrica na entrada e na garganta do Venturi, e no início do leito de xisto. Para cada velocidade, era feita a correção do menisco do manômetro inclinado através de pequenas batidas no tubo, pois foi verificado que o sistema apresenta histerese devido à tensão superficial do líquido manométrico. Este procedimento elimina completamente a histerese. O cálculo da velocidade do ar que atravessa o leito através da medição de vazão de ar pelo Venturi é detalhado no item 3.4.

Para verificação da reprodutibilidade dos resultados, os testes foram realizados com vazões decrescentes, depois crescentes e por vezes em alguns pontos aleatórios. Em alguns casos, a unidade foi desligada, aguardou-se meia hora e retornou-se a partir do último ponto, com resultados satisfatoriamente reprodutíveis.

Para verificação da repetitividade dos testes e avaliação do erro experimental, foram realizados dois testes com a mesma massa de partículas (20 kg) e mesma faixa granulométrica (1/2”). Os pontos experimentais foram utilizados para se ajustar um conjunto de constantes da EE para cada teste. As equações foram então usadas para calcular a queda de pressão em determinadas velocidades dentro da escala de velocidades em que os dados experimentais foram obtidos. Observou-se que os desvios entre as duas curvas ficaram entre – 10 % e + 12 %. A Figura 3.3 apresenta dos dados experimentais e as curvas da EE com as constantes ajustadas para cada teste.

Terminada a sequência, o compressor é desligado e o sistema, descarregado. Para isso, a parte superior da coluna (que contém o leito) é removida e o seu conteúdo, esvaziado. As partículas são observadas para identificar quebra durante a operação, porém esta não foi significativa em nenhum teste. Desmonta-se em seguida o distribuidor e a coluna inferior, para limpeza de eventuais partículas que atravessaram a tela de suporte do leito. O sistema é remontado, tomando-se o cuidado de alinhar corretamente as duas partes da coluna e as telas do distribuidor e verificando a integridade do orifício de tomada de pressão. O sistema está pronto então para novo teste.

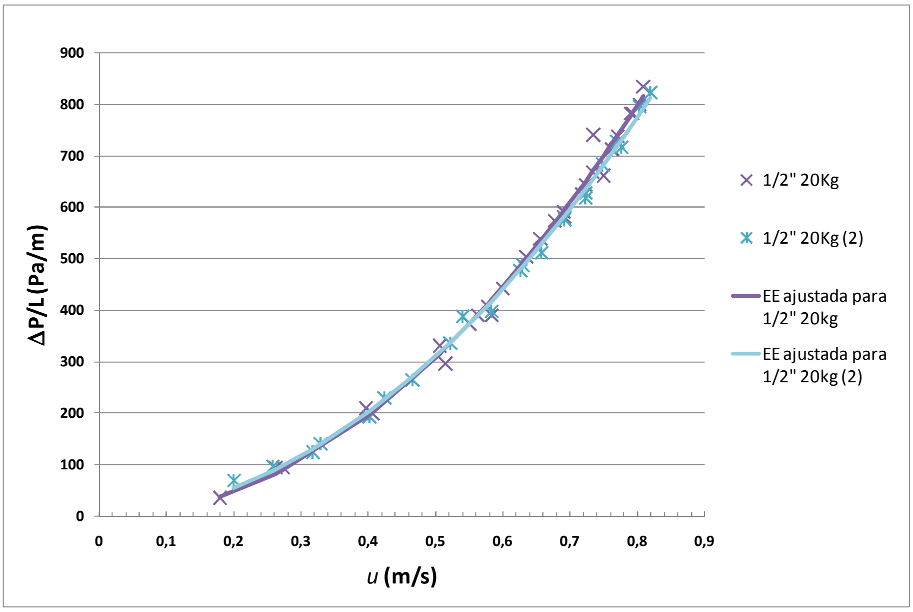


Figura 3.3 – Avaliação da repetitividade dos testes
Fonte: O autor (2009).

A perda de carga da coluna vazia também foi medida e subtraída dos valores da perda de carga no leito através da seguinte relação, que considera uma proporção com quadrado da velocidade (escoamento turbulento):

$$\Delta P_{coluna} = 0,46 \cdot u^2 \qquad 3.1$$

A temperatura da saída da coluna, para dois testes, ficou em 24ºC. Como a temperatura ambiente apresentava-se em torno de 22ºC e na saída do compressor, de 32ºC, conclui-se que a temperatura do leito é praticamente a ambiente, de tal forma que a variação da viscosidade do ar não tem influência significativa nos cálculos de perda de carga.

Para a determinação da função estatística que melhor representa a distribuição de massa das partículas em cada faixa granulométrica, as partículas foram pesadas em uma balança com precisão de 2 mg, exceto para a faixa maior (3”) cuja precisão de pesagem foi de 1 g.

3.4 CÁLCULO DA VELOCIDADE DO AR

O princípio do método de medição baseia-se na instalação de um tubo de Venturi em um duto no qual um fluido passa por ele completamente cheio. Em um tubo de Venturi existe uma diferença de pressão estática, entre a seção de entrada e a seção da garganta do dispositivo. O fluxo em massa pode ser determinado pela seguinte fórmula (ISO, 2003):

$$q_m = C \cdot Y \cdot A_{GV} \sqrt{\frac{2\rho(P_1 - P_2)}{1-\beta_V^4}} \tag{3.2}$$

Da mesma forma, o valor do fluxo em volume pode ser calculado por (ISO, 2003):

$$q_V = \frac{q_m}{\rho} \tag{3.3}$$

O coeficiente de compressibilidade (Y) foi calculado através da seguinte equação (DELMÉE; 1982).

$$Y = \left\{ \frac{P_1}{P_1 - P_2} \frac{1-\beta^4}{1-\beta_V^4 \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{2/\kappa}} \frac{\kappa}{\kappa - 1} \left[1 - \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{(\kappa-1)/\kappa} \right] \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{2}{\kappa}} \right\} 1/2 \tag{3.4}$$

O valor do coeficiente de descarga utilizado nos cálculos foi de 0,98 (DELMÉE; 1982).

Foi considerada a influência da pressão e temperatura dos testes na correção da densidade do ar, sendo este considerado como gás ideal. A viscosidade foi corrigida pela seguinte equação (FOX; MCDONALD, 2001):

$$\mu = \frac{1{,}458 \times 10^{-6} T^{0{,}5}}{1 + 110{,}4/T} \tag{3.5}$$

O valor da vazão mássica foi calculado através da Equação 3.2 utilizando-se a densidade do ar (ρ) calculada à temperatura medida na entrada do Venturi. A vazão mássica foi convertida em vazão volumétrica com o uso da Equação 3.3 considerando-se a densidade do ar à temperatura ambiente, de modo a corrigir a redução na temperatura da entrada do Venturi até o leito de xisto. Conhecendo-se a vazão volumétrica de ar, a velocidade superficial (u) é calculada pela seguinte equação:

$$u = \frac{q_V}{A_c} \qquad 3.6$$

3.5 CRITÉRIOS PARA AVALIAÇÃO DOS MODELOS

Os modelos foram ajustados através do método dos mínimos quadrados, utilizando-se a ferramenta "*Solver*" do MSExcel para a minimização dos quadrados dos resíduos. Para verificação dos resultados, cinco modelos de distribuição de massa de partículas (Martin, 1924; Rosin-Rammler, 1933; Weinig, 1933; Heywood, 1933; e, Griffith, 1943; ver Tabela 2.6) foram ajustados também no software *Statistica* (StatSoft, Inc.), apresentando os mesmos resultados. Como estimativas iniciais foram utilizadas os valores das constantes originais dos modelos.

Os critérios utilizados para comparação dos modelos são citados a seguir. Um dos critérios selecionados foi utilizar o quadrado da diferença entre os valores experimentais e calculados de $\Delta P/L$ (SQ_{erro}), já que esse cálculo também é realizado para ajuste dos modelos. Este valor, dividido pelo número de pontos, é conhecido na estatística como variância residual média (s^2) e é considerado um parâmetro adequado para avaliação dos ajustes (ISO, 1998). A raiz quadrada desse valor é chamada de desvio padrão dos resíduos (s_{res}) (ISO, 1998).

$$s^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left[\left(\Delta P/L\right)_{calculado} - \left(\Delta P/L\right)_{experimental}\right]^2 \qquad 3.7$$

Ou,

$$s^2 = \frac{SQ_{erro}}{n} \tag{3.8}$$

E,

$$s_{res} = \sqrt{\frac{1}{n_F}\sum_{i=1}^{n}\left[\left(\Delta P/L\right)_{calculado} - \left(\Delta P/L\right)_{experimental}\right]^2} \tag{3.9}$$

Onde n_F representa o número de graus de liberdade, calculado pelo número de pontos n menos o número de parâmetros ajustados (ISO, 1998).

Este critério também foi utilizado para análise dos ajustes das distribuições granulométricas das amostras, apenas substituindo $\Delta P/L$ pela densidade de freqüência ou pela freqüência acumulada, conforme o caso.

O Coeficiente de Correlação (r) mede o grau de associação entre dois conjuntos de dados a partir de uma série de observações:

$$r = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y} \tag{3.10}$$

Onde σ_{xy} é a covariância dos dados.

O coeficiente de correlação entre os valores experimentais e os valores calculados pelos modelos foi utilizado para medir o grau de adequabilidade desses modelos.

Nemec e Levec (2005) avaliaram a habilidade dos seus modelos em predizer os dados experimentais utilizando os valores dos Desvios Médios Relativos (MRD, em inglês) como indicadores estatísticos:

$$MRD(\%) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{\left|\left[\left(\Delta P/L\right)/\rho\right]_{calculado} - \left[\left(\Delta P/L\right)/\rho\right]_{experimental}\right|}{\left[\left(\Delta P/L\right)/\rho\right]_{experimental}}100 \tag{3.11}$$

Iliuta, Larachi e Grandjean (1998) e Machac (1998**)** utilizaram como critério de avaliação dos modelos o erro relativo absoluto médio (Average Absolute Relative Error):

$$AARE = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left|\frac{y_{calc,i} - y_{exp,i}}{y_{exp,i}}\right| \qquad 3.12$$

Como o valor do *MRD* corresponde ao *AARE* em termos percentuais, apenas esse primeiro será utilizado para as análises.

Dolejs e Machac (1987) avaliaram a exatidão de seus modelos pela comparação dos valores da queda de pressão calculados com os valores experimentais, através do uso do desvio médio quadrático (em %):

$$\sigma' = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\sigma_i^2} \cdot 100 \qquad 3.13$$

Onde,

$$\sigma_i = \frac{\left(\Delta P/L\right)_{exp}}{\left(\Delta P/L\right)_{calc}} - 1 \qquad 3.14$$

Os critérios estatísticos utilizados para avaliação dos modelos contemplam, portanto, indicadores clássicos e corriqueiros, como é o caso do coeficiente de correlação, indicadores de fácil interpretação do resultado e que possibilita ao leitor ter uma rápida noção de quão bom é o modelo, como o desvio médio relativo, além de indicadores recomendados por instituições de reconhecido conhecimento na área de ajuste de modelos, como é o caso do desvio padrão dos resíduos. O desvio médio quadrático se mostrou também como um indicador interessante por não utilizar a diferença entre os valores calculados e experimentais, como os outros indicadores, e sim, a divisão entre esses dois valores.

4 RESULTADOS

4.1 AJUSTES DAS DISTRIBUIÇÕES GRANULOMÉTRICAS

O objetivo desta análise é determinar a função estatística que melhor represente a distribuição de massa das partículas, sendo que para isso foram pesadas um grande número dessas partículas em cada amostra. A massa de cada amostra, o número de partículas que foram pesadas e o número de classes em que foram divididas são apresentados na Tabela 4.1. As classes foram divididas por progressão aritmética e seus valores são apresentados no Anexo A.

Tabela 4.1 – Massa, número de partículas pesadas e de classes das amostras

Amostra	*Diâmetro de Peneira (mm)*	*Massa (kg)*	*Número de Partículas*	*Classes*
3”	87,5	20,2	31	12
2”	62,5	39,5	138	28
1”	37,5	19,7	439	48
½”	18,75	3,0	716	52
Fundo	7,92	0,119	309	57

Fonte: O autor (2009).

A Figura 4.1 apresenta as curvas de densidade de freqüência com os pontos obtidos experimentalmente e a Figura 4.2 apresenta as curvas cumulativas desses pontos, sendo que em ambas o eixo que representa a massa das partículas está em escala logarítmica. As linhas sólidas representam as curvas ajustadas utilizando o modelo Log-normal com os parâmetros ajustados. A Figura 4.3 apresenta as curvas de densidade de freqüência com os pontos obtidos experimentalmente em termos de diâmetro volumétrico equivalente (ver Tabela 2.1).

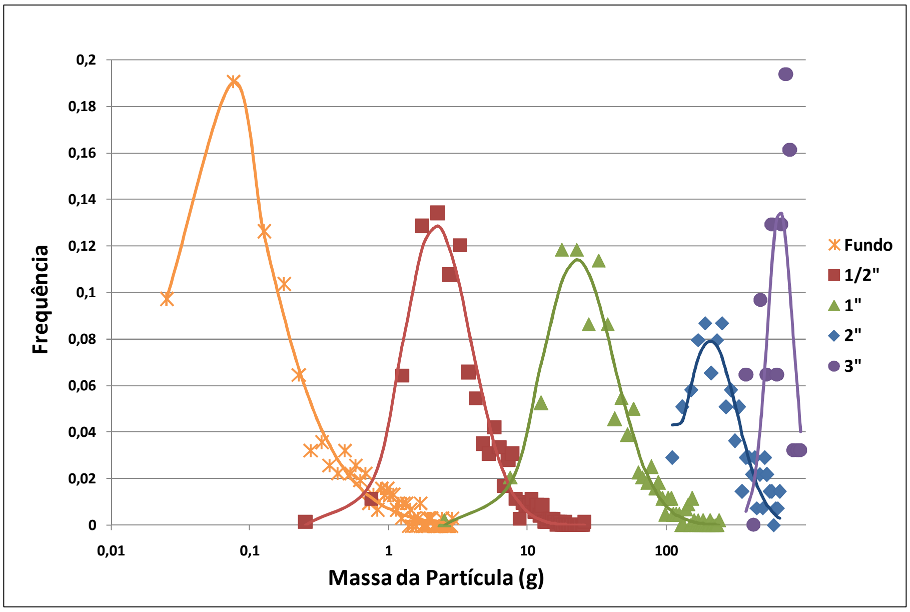


Figura 4.1 – Densidade de Freqüência das Massas das Partículas (Escala Semi Log)
Fonte: O autor (2009).

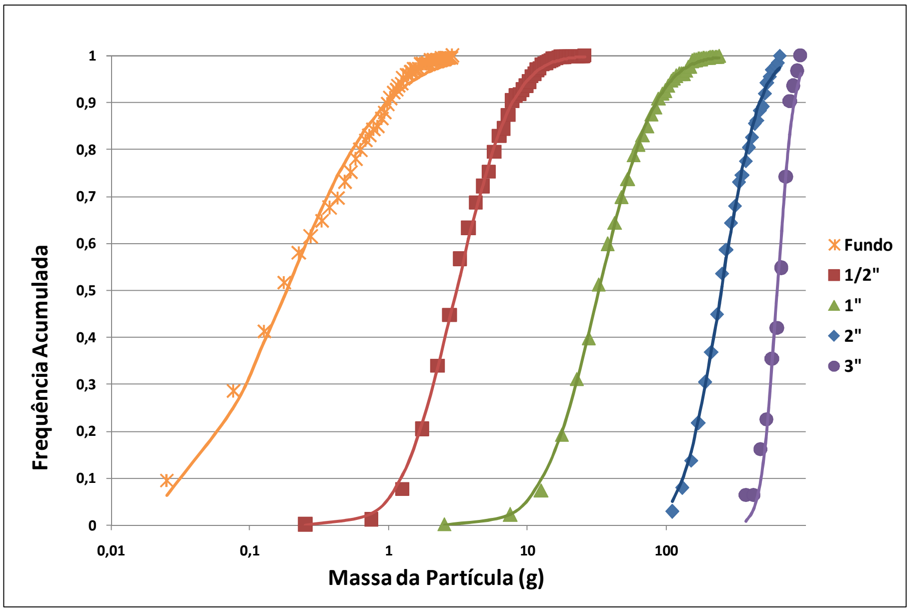


Figura 4.2 – Freqüência Acumulada das Massas das Partículas (Escala Semi Log)
Fonte: O autor (2009).

Nota-se pela Figura 4.1 que as curvas de densidade de freqüência aparentam distribuições normais bem centradas, ou seja, são unimodais e simétricas. Porém, como o eixo horizontal encontra-se em escala logarítmica, é muito provável que a distribuição seja bem representada pela distribuição Log-Normal (ver item 2.2.4.1, subitem b).

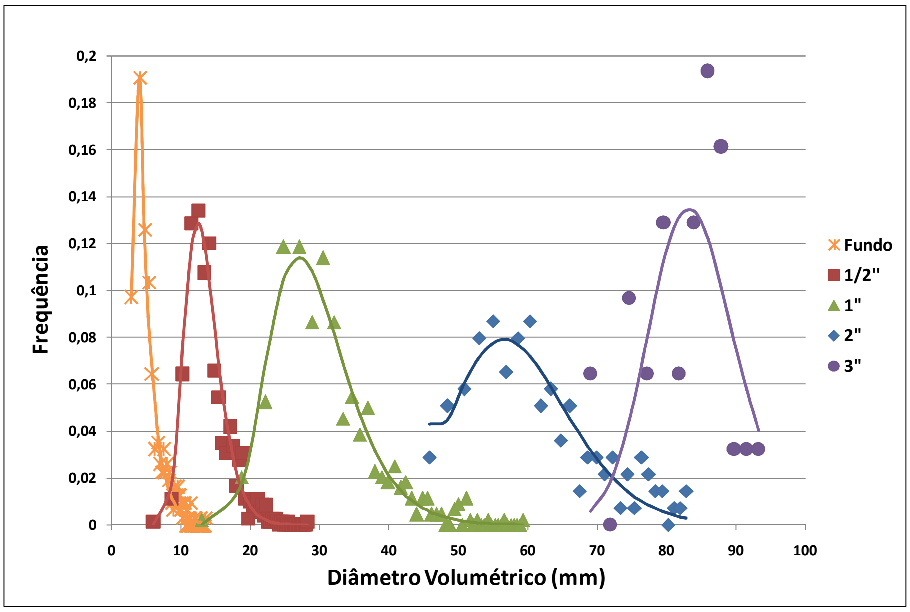


Figura 4.3 – Densidade de Freqüência dos Diâmetros Volumétricos
Fonte: O autor (2009).

Verifica-se nitidamente na Figura 4.2 que a dispersão dos pontos é decrescente com o aumento da massa da partícula, indicando que o número de peneiras selecionadas para as faixas menores pode ser aumentado com o objetivo de tornar mais próxima a dispersão dos dados das faixas. Pode-se presumir que, em uma determinada amostra, se todas as faixas tiverem a mesma dispersão de frequência, as peneiras estariam distribuídas idealmente para aquela amostra e a dispersão em cada faixa seria a mesma da amostra.

Foi verificada a possibilidade de se realizar a análise das amostras sob o ponto de vista do diâmetro equivalente, além de examinada a divisão das classes por progressão geométrica, com os fatores 1,08, 1,20 e $\sqrt{2}$. Em ambas as situações os dados tornaram-se mais dispersos e as curvas menos definidas.

Foram examinadas os modelos de distribuições apresentados nos itens 2.2.4.1 e 2.2.4.2 e avaliadas sob o ponto de vista da capacidade de ajuste dos dados através da análise do desvio padrão dos resíduos (s_{res}), apresentado no item 3.5. As distribuições *Normal* e *Log-Normal* foram simuladas também com seus parâmetros de caracterização ajustados. As distribuições sugeridas por Lima e Silva (2007) por se tratarem de equações para curvas acumuladas, foram ajustadas apenas para os dados acumulados, enquanto as demais foram ajustadas para as curvas de densidade de freqüência e de freqüência acumulada. Os resultados são apresentados graficamente no Anexo B e na Figura 4.4. Os modelos estão ordenados, em cada grupo, do maior para o menor valor de s_{res} médio verificado para as curvas cumulativas de freqüência.

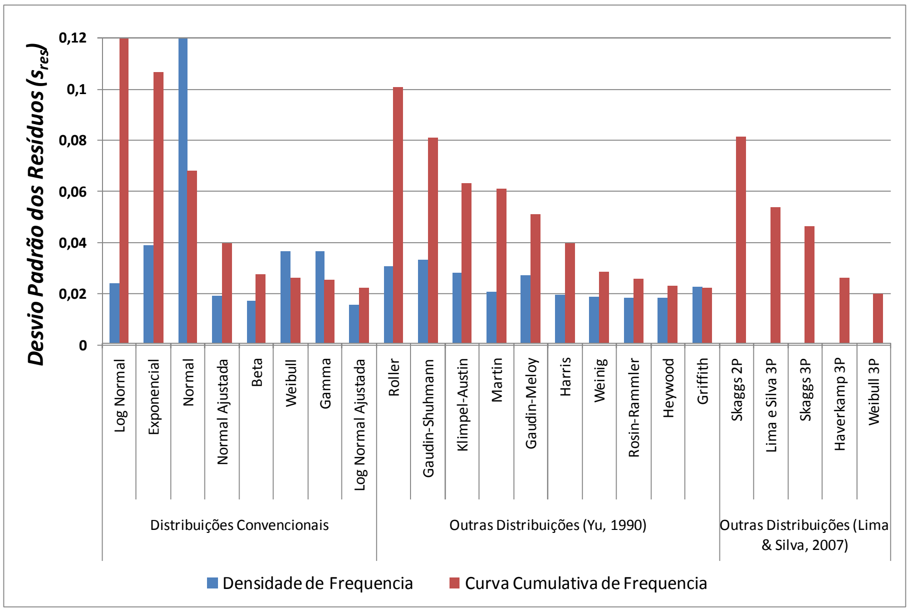


Figura 4.4 – Avaliação dos Modelos de Distribuição – Valores médios das cinco faixas
Fonte: O autor (2009).

Para as curvas de densidade de freqüência, dentre os modelos convencionais o que apresentou melhor desempenho foi o Log-Normal Ajustado, apresentando o melhor resultado para 4 das 5 faixas. Dentre os modelos sugeridos por Yu e Standish (1990), os melhores foram os de *Rosin-Rammler*, *Heywood* e *Weinig*.

Para as curvas de freqüência acumulada com os valores médios, o modelo Log-Normal Ajustado também foi o que apresentou melhor resultado entre os modelos convencionais. Os modelos de *Rosin-Rammler*, *Heywood* e de *Griffith*, dentre os sugeridos por Yu e Standish (1990), e os de *Haverkamp 3P* e *Weibull 3P*, dentre os sugeridos por Lima e Silva (2007), foram os que obtiveram melhor ajuste.

Analisando as curvas de freqüência acumulada de cada faixa granulométrica individualmente (ver Anexo B – Avaliação dos modelos de distribuição granulométrica), o modelo de *Weibull 3P* apresentou o melhor resultado global em 3 faixas e o modelo Log-Normal Ajustado nas outras duas faixas.

4.2 AVALIAÇÃO DOS DIÂMETROS EQUIVALENTES

O uso de um diâmetro médio equivalente quando o sistema consiste de partículas de vários tamanhos é muito comum para representar a relação entre a queda de pressão e o tamanho das partículas. A escolha da melhor opção se torna ainda mais importante quando as partículas são de formas irregulares. Para o caso de partículas não esféricas, pode-se representar o tamanho da partícula comparando certas dimensões com as de uma esfera. Alguns exemplos são dados na Tabela 2.1.

Foram testados os diâmetros médios apresentados na Tabela 2.3, sendo que os diâmetros equivalentes utilizados para representação da partícula isolada foram o Diâmetro Volumétrico (d_v), o Diâmetro Superficial (d_s) e o Diâmetro Superficial-Volumétrico (d_{sv}), todos apresentados na Tabela 2.1.

Foram analisados também os Diâmetros Característicos d_{25}, d_{50} e d_{75}, calculados como o diâmetro equivalente em que 25, 50 e 75 %, respectivamente, da massa partículas são menores que este diâmetro, em substituição ao uso do número de partículas. Foi calculado, ainda, um Diâmetro Característico que minimizasse o s_{res} entre o $\Delta P/L$ calculado e o experimental. Para isso, as curvas de distribuição de massa acumulada foram aproximadas por um polinômio de 5º grau, de modo que se tivesse uma previsão de diâmetro característico para cada percentual em massa de partículas acumulado. O melhor ajuste foi encontrado para $d_{15,72}$ (diâmetro equivalente em que 15,72 % da massa partículas são menores que este diâmetro). Para efeito de comparação, também foi avaliado o uso do Diâmetro da Partícula (ou de Peneira). Para a avaliação do Diâmetro Modal, os valores dos diâmetros equivalentes foram arredondados para números inteiros, para tornar sua representação mais significativa. Os valores encontrados são apresentados na Tabela 4.2.

Os modelos para previsão da queda de pressão utilizados foram a EE e o modelo proposto por Oman e Watson (1944), os quais foram usadas com as constantes originais e com as constantes ajustadas, sendo realizado um ajuste das constantes para cada diâmetro equivalente. Para o caso do modelo de Oman e Watson (1944), foi considerado como constantes originais os valores encontrados no item 4.3 e apresentados na Tabela 7.9.

Tabela 4.2 – Diâmetros médios equivalentes

DM	d_p	d_{av}	d_M	$d_{1/2}$	d_{sv}	d_w	d_v	d_s	d_l	d_g	d_n	d_{25}	d_{50}	d_{75}	$d_{15,72}$
PI	*Diâmetro Volumétrico*														
Fundo	6,3	6,1	4,0	5,5	7,9	8,6	7,0	7,4	7,0	5,7	5,4	7,1	8,9	10,2	6,0
1/2"	18,8	14,8	14,0	14,1	16,2	17,0	15,5	15,8	15,5	14,4	14,1	14,0	16,9	19,3	13,2
1"	37,5	32,3	30,0	30,9	35,8	37,6	34,0	34,9	34,0	31,5	30,8	30,9	36,8	43,3	29,2
2"	62,5	61,8	60,0	60,0	64,4	65,8	63,1	63,7	63,1	61,1	60,5	58,4	65,0	73,9	55,8
3"	87,5	82,6	85,0	83,6	83,4	83,8	83,0	83,2	83,0	82,4	82,2	80,3	85,0	87,0	78,2
PI	*Diâmetro Superficial*														
Fundo	6,3	7,3	5,0	6,5	9,4	10,3	8,3	8,8	8,3	6,8	6,4	8,4	10,6	12,2	6,0
1/2"	18,8	17,6	17,0	16,8	19,3	20,3	18,4	18,9	18,4	17,2	16,8	16,7	20,1	23,0	13,2
1"	37,5	38,5	36,0	36,8	42,7	44,9	40,5	41,6	40,5	37,6	36,7	36,8	43,8	51,6	29,2
2"	62,5	73,6	65,0	71,5	76,8	78,4	75,2	76,0	75,2	72,8	72,1	69,6	77,5	88,1	55,8
3"	87,5	98,5	102,0	99,6	99,4	99,8	98,9	99,2	98,9	98,2	98,0	95,7	101,3	103,7	78,2
PI	*Diâmetro Superficial-Volumétrico*														
Fundo	6,3	4,3	3,0	3,9	5,5	6,1	4,9	5,2	4,9	4,0	3,8	5,0	6,3	7,2	6,0
1/2"	18,8	10,4	10,0	9,9	11,4	12,0	10,9	11,1	10,9	10,2	9,9	9,9	11,9	13,6	13,2
1"	37,5	22,8	21,0	21,7	25,2	26,5	23,9	24,6	23,9	22,2	21,7	21,7	25,9	30,5	29,2
2"	62,5	43,5	42,0	42,2	45,3	46,3	44,4	44,9	44,4	43,0	42,6	41,1	45,8	52,0	55,8
3"	87,5	58,2	60,0	58,8	58,7	59,0	58,4	58,6	58,4	58,0	57,9	56,5	59,8	61,2	78,2

Fonte: O autor (2009).

Obs.: DM = Representação do diâmetro médio; PI = Representação da partícula isolada.

Foram utilizados dois critérios de avaliação de desempenho dos diâmetros médios equivalentes: o Desvio Padrão dos Resíduos e o Coeficiente de Correlação (ver item 3.5).

4.2.1 Utilizando a Equação de Ergun

Os resultados obtidos com a EE estão apresentados nas Figura 4.5 e Figura 4.6.

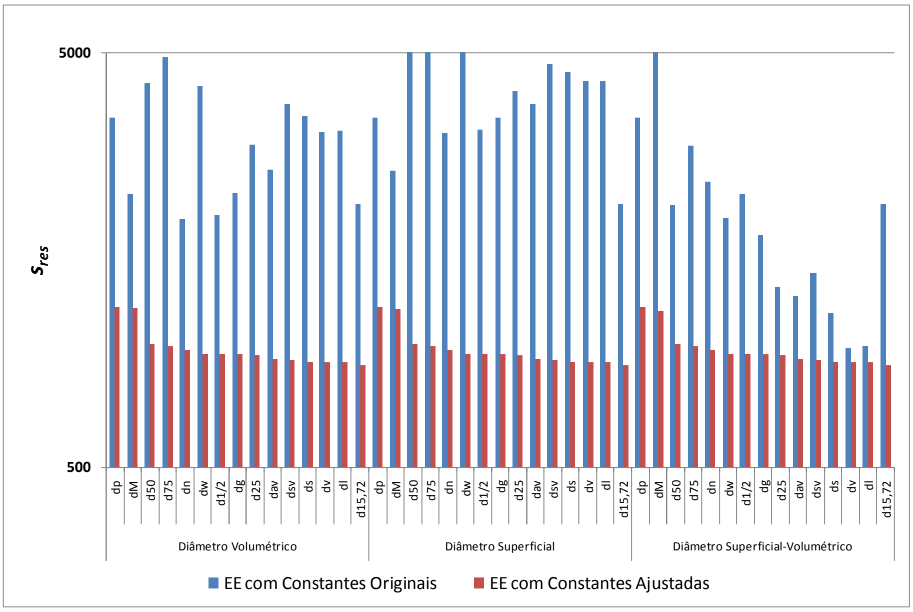


Figura 4.5 – Análise dos s_{res} para os diâmetros médios equivalentes
Fonte: O autor (2009).

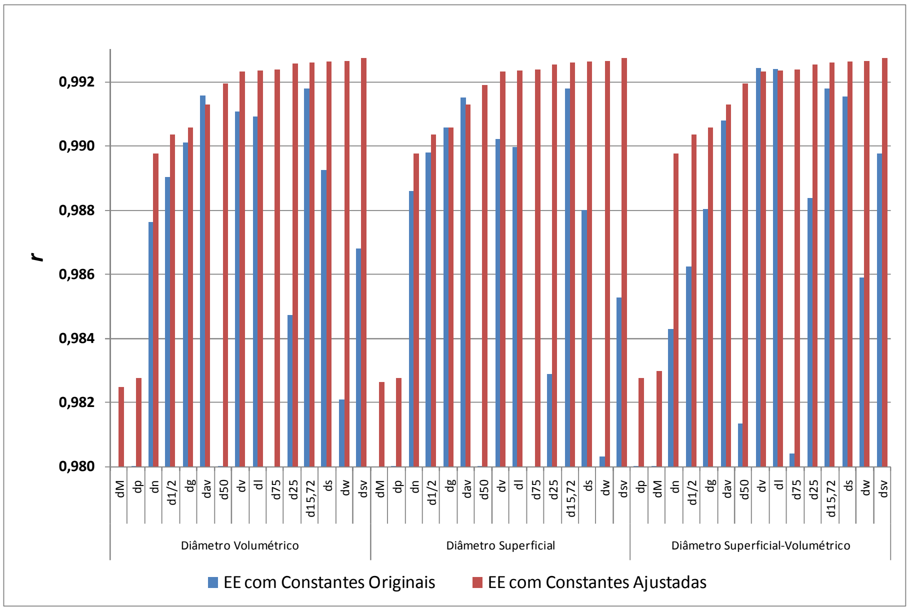


Figura 4.6 – Análise dos r para os diâmetros médios equivalentes
Fonte: O autor (2009).

Em termos de desvio padrão dos resíduos, os melhores resultados para a EE com as constantes originais foram obtidos utilizando-se o diâmetro superficial-volumétrico como representação da partícula isolada, e o diâmetro médio volumétrico para representar a mistura de partículas. A representação da mistura pelo diâmetro médio linear apresentou também bom resultado. Para a EE com as constantes ajustadas, verifica-se que o diâmetro equivalente usado para representar a partícula isolada não tem interferência do desempenho do modelo, apesar de que o ajuste resulte em constantes diferentes para cada caso (essa verificação também é valida para os coeficientes de correlação). Os melhores resultados foram apresentados pelo $d_{15,72}$, d_l e d_v, respectivamente. Porém, o bom resultado demonstrado pelo uso de $d_{15,72}$ pode ser causado apenas pelo fato de este ser ajustado para o menor s_{res}, de modo que para outros sistemas de partículas o resultado pode não ser o mesmo.

Em termos de coeficiente de correlação, os melhores resultados para a EE com as constantes originais foram os mesmos da avaliação dos s_{res}. Para a EE com as constantes ajustadas, os melhores resultados, no entanto, foram apresentados pelo d_{sv}, d_w e d_s, respectivamente.

4.2.2 Utilizando o modelo de Oman e Watson (1944)

Os resultados obtidos utilizando o modelo proposto por Oman e Watson (1944) estão apresentados nas Figura 4.7 e Figura 4.8.

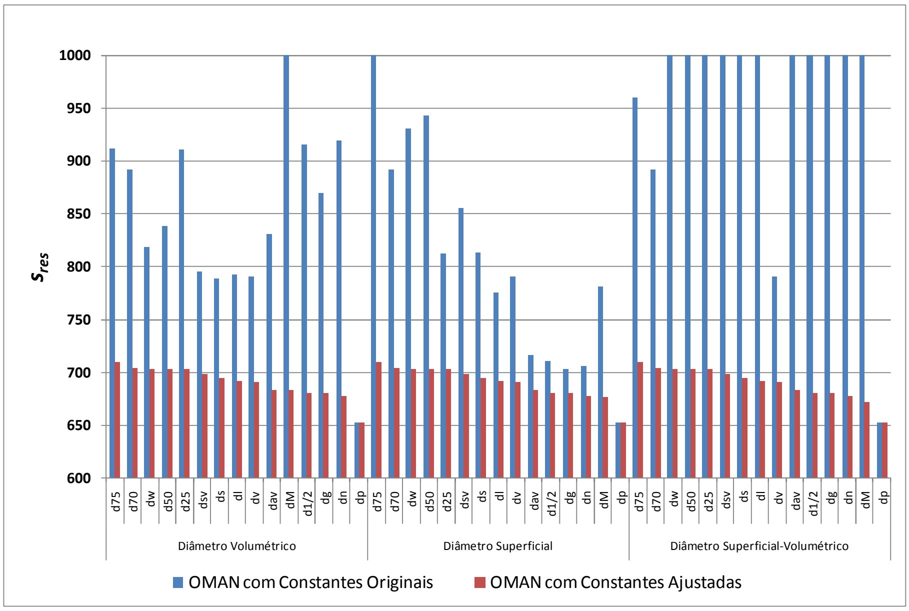


Figura 4.7 – Análise dos s_{res} para os diâmetros médios equivalentes
Fonte: O autor (2009).

Em termos de desvio padrão dos resíduos, os melhores resultados para o modelo de Oman e Watson (1944), tanto com as constantes originais quanto ajustadas, foram obtidos utilizando-se o diâmetro de peneira para representar a mistura de partículas, apesar de todos os resultados estarem muito próximos. Pelo fato do diâmetro de peneira apresentar um valor único para cada faixa granulométrica, ou seja, independe da distribuição existente dentro da faixa, e, ter sido utilizado no ajuste inicial das constantes do modelo (item 4.3), os resultados são os mesmos para todas as simulações.

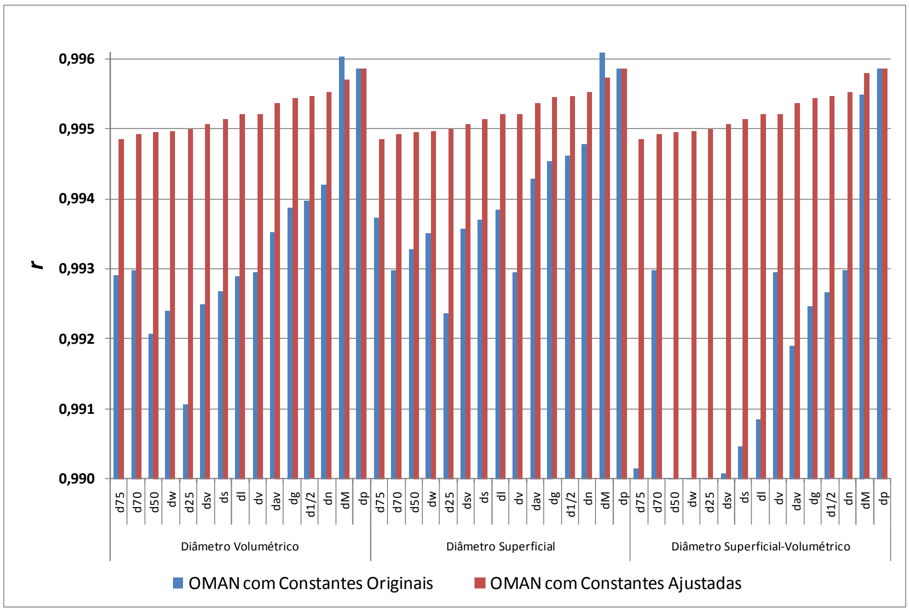


Figura 4.8 – Análise dos *r* para os diâmetros médios equivalentes
Fonte: O autor (2009).

Em termos de coeficiente de correlação os melhores também ocorreram para o diâmetro de peneira, em todas as situações examinadas.

4.3 EFEITO DA ALTURA DO LEITO PARA GRANULOMETRIA ½”

Os dados utilizados para esta análise foram obtidos de curvas de queda de pressão medidos em leitos com partículas retidas na peneira de ½”, conforme Tabela 4.3. Considerando que cada uma das parcelas da EE é adequada para um tipo de escoamento, e com o objetivo de verificar o regime de escoamento dos dados, essas parcelas foram separadas e suas contribuições para o $\Delta P/L$ total foram levantadas e plotadas na Figura 4.9.

Tabela 4.3 – Leitos utilizados na análise do efeito da altura do leito

Massa (kg)	*Altura (m)*	*Porosidade*
5	0,15	0,5276
10	0,28	0,4938
15	0,42	0,4938
20	0,56	0,4938
20 (réplica)	0,55	0,4846
30	0,84	0,4938
40	1,13	0,4988

Fonte: O autor (2009).

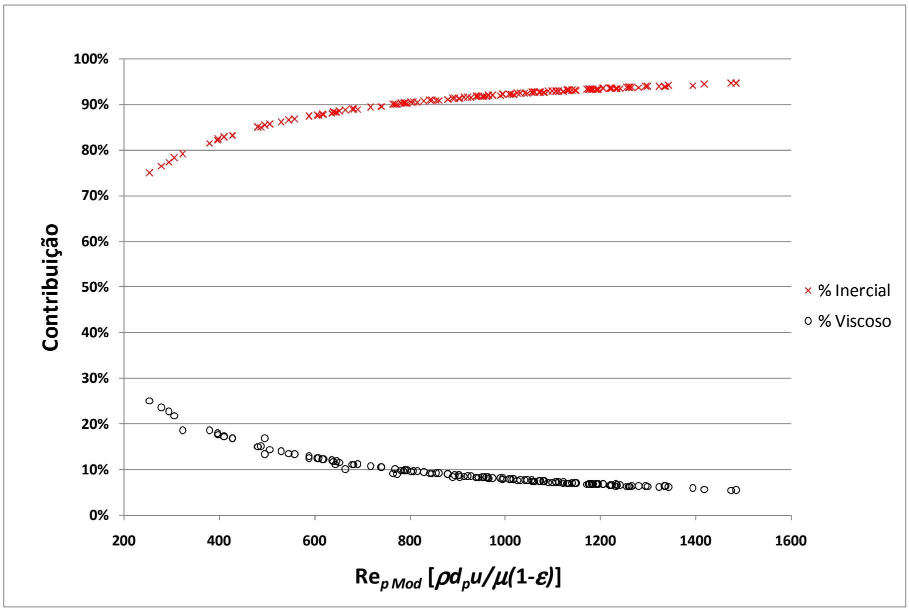


Figura 4.9 – Contribuição das parcelas da EE
Fonte: O autor (2009).

Verifica-se que a grande maioria dos pontos (cerca de 90 %) possui uma contribuição da parcela inercial (constante *B*) maior ou igual a 85 %. Cerca de 84 % dos pontos tem $Re_{p\ Mod}$ maior que 600, indicando que, segundo o critério proposto por Ziolkowska e Ziolkowski (1988), a maior parte dos pontos correspondem ao escoamento em regime turbulento. Com isso, apesar de também ter sido a constante *A* ajustada aos dados experimentais, a análise do efeito da altura foi realizada apenas para a constante *B*.

4.3.1 Influência na constante B da EE

Os dados foram analisados utilizando-se a EE. Como pode ser visto na Figura 4.10 (linhas pontilhadas), a EE com as constantes originais (A = 150 e B = 1,75) e não ajusta bem os dados. Os pontos apresentam uma boa correlação e aparentam apresentar pouca influência da altura do leito.

Definiu-se, então, por utilizar o modelo de Ergun com as constantes A e B ajustadas por dois métodos: 1. Minimizar o SQ_{erro} entre a queda de pressão calculada e a medida experimentalmente e, 2. Minimizar o SQ_{erro} entre o fator de atrito calculado e o medido experimentalmente. Apesar de apresentarem resultados muito próximos, o primeiro método apresentou ser mais prático para esta análise.

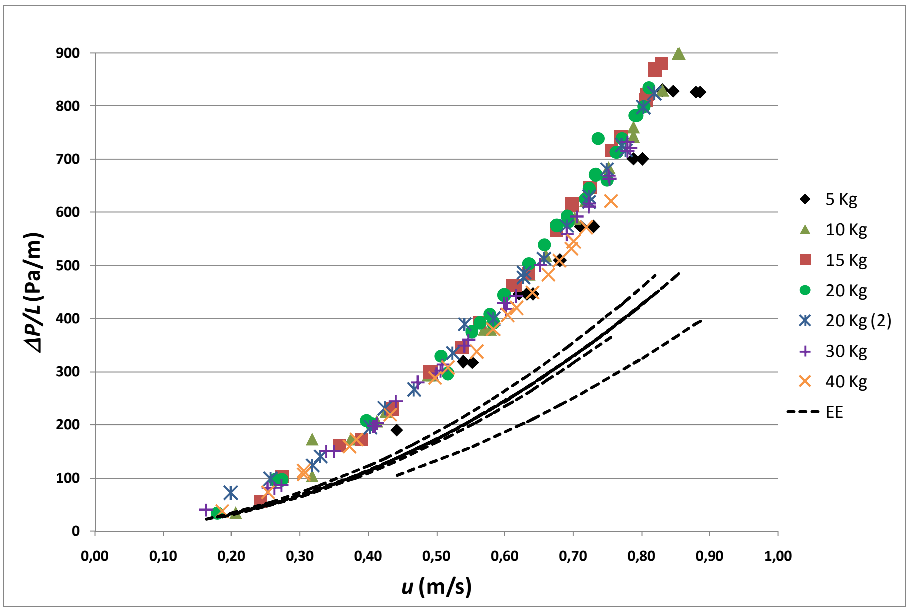


Figura 4.10 – Comparação dos dados com a EE
Fonte: O autor (2009).

Foi examinado ajustar a esfericidade para aquela que proporciona menor s_{res} entre o valor calculado pela EE e os dados experimentais. O valor encontrado do ajuste foi de 0,3194, muito abaixo do encontrado na literatura (0,704). O uso desse valor faz com que o termo deixe de ter sentido físico e seja tratado apenas como um parâmetro de ajuste. Devido a essa grande divergência, optou-se por utilizar o valor da literatura.

Foram simuladas, ainda, curvas com uma porosidade fixa, no caso, o valor escolhido foi o da porosidade média, igual a 0,5231. Para estes casos, houve um melhor (no caso da porosidade fixa) e um pior (no caso da esfericidade fixa) ajuste das curvas, porém as tendências e a aparente influência da altura foram as mesmas. Os resultados a seguir foram obtidos com as porosidades medidas para cada leito.

A Figura 4.11 apresenta, além dos dados experimentais, as curvas calculadas com o ajuste das constantes do modelo de Ergun (linhas sólidas). Os valores encontrados para as constantes através do ajuste pelo método dos mínimos quadrados estão na Tabela 4.4.

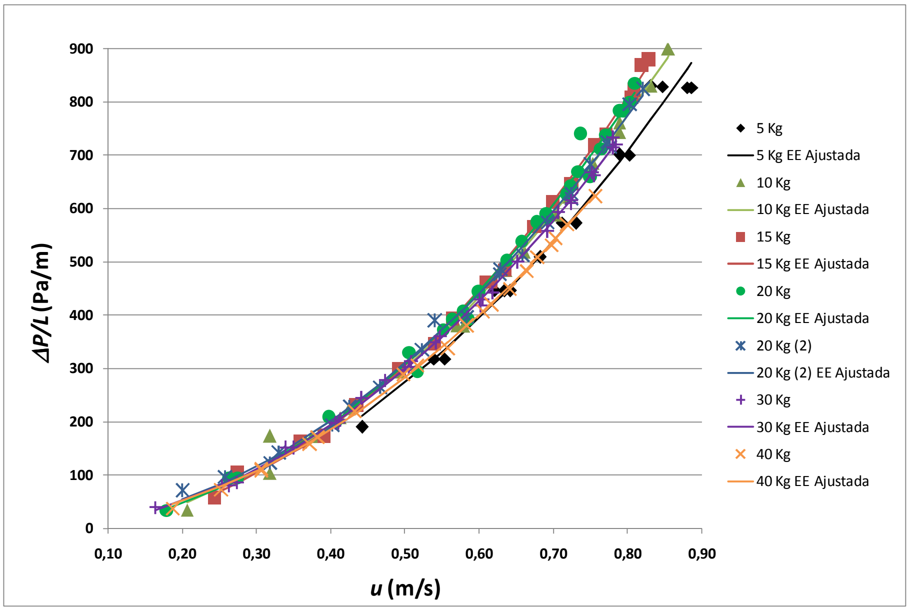


Figura 4.11 – Comparação dos dados com a EE – Constantes ajustadas
Fonte: O autor (2009).

Tabela 4.4 – Valores das constantes da EE ajustadas

Amostra	*Constante A*	*Constante B*
5 kg	-167,7	4,197
10 kg	-57,10	3,453
15 kg	-242,1	3,747
20 kg	-100,9	3,586
20 kg (2)	165,0	3,022
30 kg	129,8	3,200
40 kg	247,1	3,001
Todos os dados	-326,8	3,742

Fonte: O autor (2009).

Os valores negativos encontrados para a constante *A* não tem significado físico e revelam que a influência desta constante no ajuste do modelo é pequena. Para evitar esta incoerência com a realidade física, optou-se por ajustar apenas a constante *B*. Os valores encontrados para a constante *B* considerando a constante *A* igual ao valor proposto por Ergun (1952) (150,0) são apresentados na Tabela 4.5 e as curvas resultantes deste ajuste estão na Figura 4.12. A pequena contribuição da constante *A*, devido ao fato do regime de escoamento estar longe do regime viscoso, é comprovado pela comparação entre as Figura 4.11 e Figura 4.12: praticamente não existem diferenças.

Tabela 4.5 – Valores da constante B da EE ajustadas

Amostra	*Constante A*	*Constante B*
5 kg	150	3,951
10 kg	150	3,272
15 kg	150	3,398
20 kg	150	3,360
20 kg (2)	150	3,036
30 kg	150	3,181
40 kg	150	3,097
Todos os dados	150	3,311

Fonte: O autor (2009).

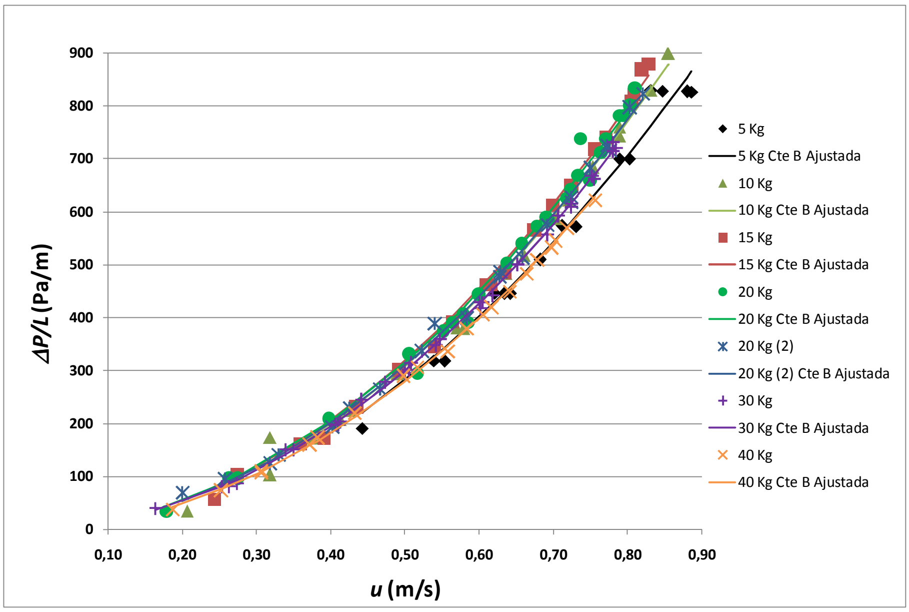


Figura 4.12 – Comparação dos dados com a EE – Apenas *B* ajustada
Fonte: O autor (2009).

A Figura 4.13 apresenta graficamente os valores obtidos para a constante *B* e as porosidades das amostras. Verifica-se que tanto a porosidade quanto o valor da constante *B* decrescem à medida que aumenta a altura do leito, tendendo a um valor limite. Esse comportamento retrata o fato de haver um maior empacotamento do leito à medida que se aumenta a massa de partículas, porém, tendendo a um valor de porosidade mínimo em que o acréscimo na altura do leito praticamente não altera a porosidade. O mesmo ocorre para o valor da constante *B*, que é fortemente influenciada pela porosidade do leito.

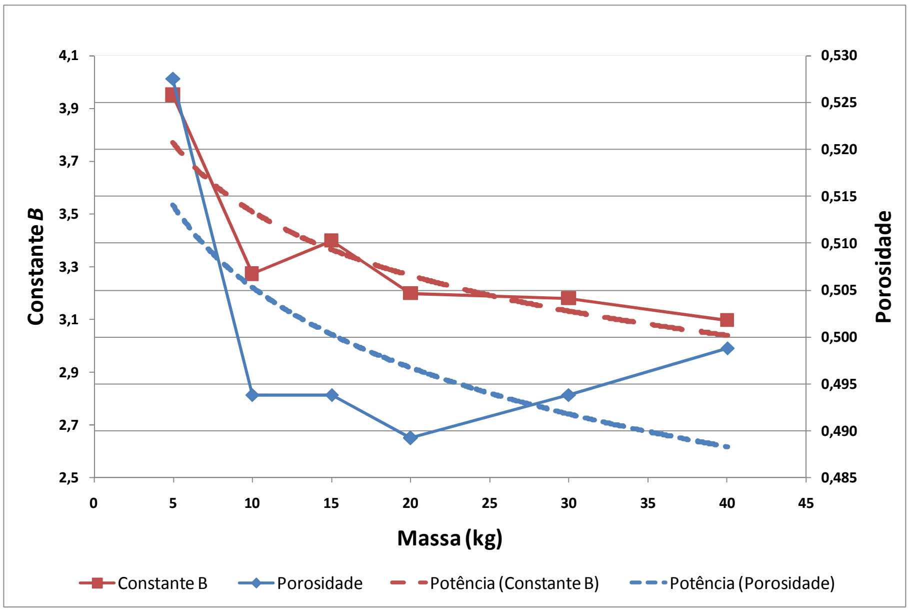


Figura 4.13 – Porosidade e constantes *B* dos ajustes
Fonte: O autor (2009).

4.3.2 Influência na relação *ΔP/L* x *u*

Para identificar a tendência imposta pela altura do leito, foram excluídos da Figura 4.11 os pontos experimentais, permanecendo apenas as curvas da EE com as constantes ajustadas, o que resultou na Figura 4.14. Verificou-se a existência de uma tendência relacionada à altura do leito apenas para os testes com mais de 15 Kg, e para velocidades acima de 0,5 m/s, mais facilmente notada quando são excluídas as curvas referentes aos testes com 5 e 10 Kg e excluídas velocidades inferiores a 0,5 m/s, como pode ser visto na Figura 4.15. Para velocidades inferiores a 0,5 m/s, pode-se verificar que não há influência da altura do leito.

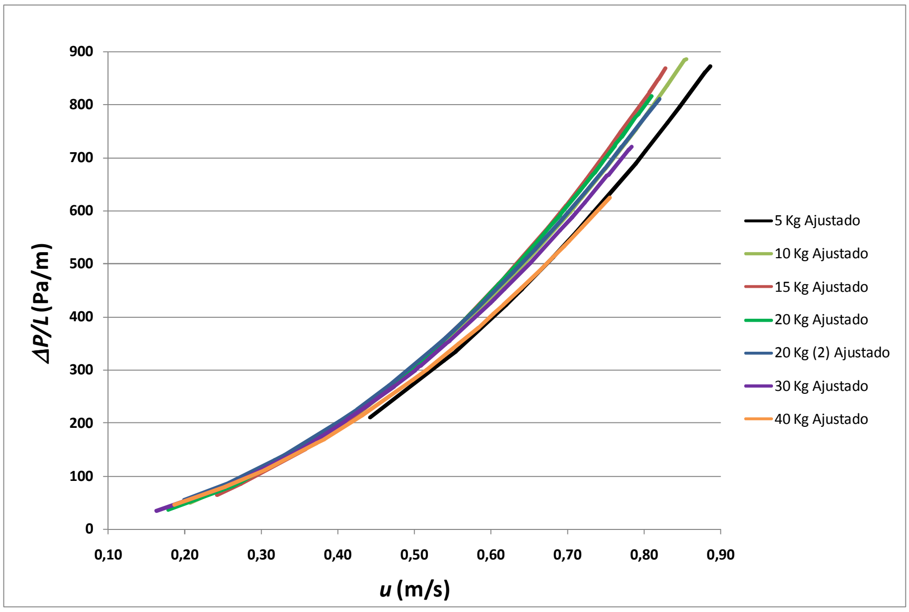


Figura 4.14 – Curvas da EE com constantes ajustadas
Fonte: O autor (2009).

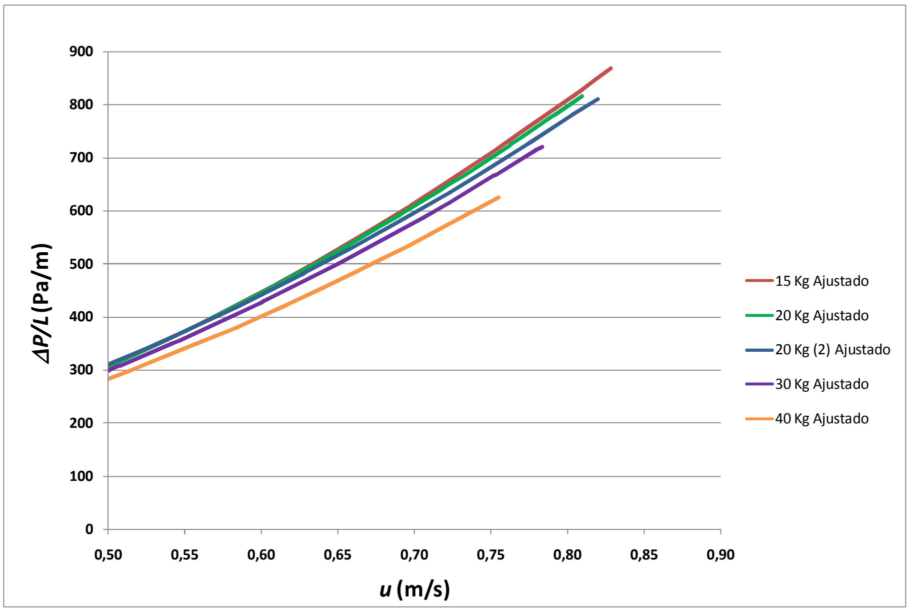


Figura 4.15 – Curvas da EE com constantes ajustadas para massa > 15 kg e *u* > 0,5 m/s
Fonte: O autor (2009).

Nota-se que, para uma mesma velocidade, os valores de $\Delta P/L$ são menores para leitos com altura maior, o que é razoável de se esperar, pois o efeito do final do leito (que aumenta o ΔP) fica cada vez mais diluído à medida que se aumenta a altura do leito. Porém, também é esperado que esta diferença diminua com o aumento da altura do leito, de forma a se alcançar uma determinada altura onde não haveria mais esta influência, o que não é observado na Figura 4.15. A influência da diluição do efeito de final de leito parece ser maior que a influência da redução da porosidade, a qual causaria um aumento no valor de $\Delta P/L$ para valores de maior altura de leito, possivelmente pelo fato da Figura 4.15 apresentar as curvas apenas para valores altos de velocidade, onde se espera que o efeito de final de leito seja mais significativo.

O distanciamento das curvas com o aumento da velocidade também é observado, e é condizente com o que se espera, ou seja, quanto maior a velocidade maior é o efeito da altura do leito.

4.3.3 Influência na relação $\Delta P/L$ x L/d_p

Utilizando-se os valores das constantes ajustadas, foram calculados para velocidades fixas os valores de $\Delta P/L$ para cada teste e plotados contra as respectivas relações L/d_p, a fim de identificar a influência dessa relação no efeito da altura do leito. Esta análise simula a situação em que se teriam testes sendo realizados com uma velocidade fixa e alterando-se apenas a altura do leito. Em tese, se não existisse nenhum efeito da altura do leito, os valores dos $\Delta P/L$ seriam iguais (as linhas da Figura 4.16 serão retas horizontais), ou apresentariam apenas pequenas diferenças, ou ainda, não seria possível notar nenhuma tendência.

A verificação de tendência apenas para o grupo de dados citados anteriormente (> 15 kg e > 0,5 m/s) não se comprova com a análise através da influência na relação $\Delta P/L$ x L/d_p. A Figura 4.16 indica que existem efeitos diferentes provenientes da variação da altura do leito, para L/d_p inferiores e superiores a aproximadamente 22. Para uma suposta inexistência da influência da altura do leito, a Figura 4.16 deveria apresentar apenas linhas retas, ou seja, para cada velocidade ter-se-ia um valor único (ou próximo) de $\Delta P/L$.

Para valores da relação entre a altura do leito e o diâmetro da partícula até aproximadamente 22 (equivalente aos dados com 15 Kg de amostras) o valor de $\Delta P/L$ aumenta com um aumento da relação L/d_p, ou seja, com um aumento na altura do leito. Para relações maiores de L/d_p, o valor de $\Delta P/L$ diminui com um aumento na altura do leito. Este comportamento é notadamente mais definido para velocidades maiores.

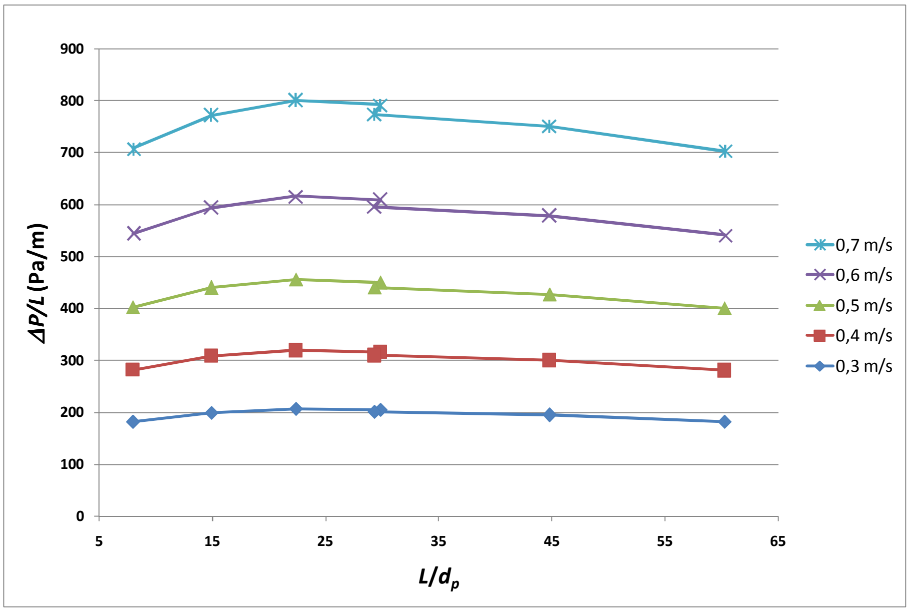


Figura 4.16 – Variação de $\Delta P/L$ com L/d_p
Fonte: O autor (2009).

Esse comportamento é típico de sistemas que apresentam dois fatores com influência inversa no resultado, cada um sendo mais predominante em uma faixa da variável estudada. Nesse caso, a influência da altura do leito pode estar associada a dois fatores concorrentes: o aumento na densidade do leito (ou redução na porosidade) e a diluição do efeito de final de leito. O primeiro faz com que o $\Delta P/L$ seja tanto maior quanto maior a altura do leito, ou seja, quanto maior a massa de partículas, maior a densidade do empacotamento. O segundo tem efeito inverso pelo fato de que o ΔP causado pelo final do leito é independente da altura do mesmo, fazendo com que esse ΔP seja cada vez mais diluído (menor) quanto maior o valor de L.

Sob essa ótica, à medida que se aumenta a massa de partículas o leito torna-se mais empacotado e com uma porosidade menor, tendendo a um limite no qual a porosidade é mínima. Essa tendência também pode ser vista na Figura 4.13. O aumento na altura do leito faz com que o ΔP de final de leito seja cada vez mais diluído, resultando em uma progressiva redução do $\Delta P/L$. Esses efeitos estariam se compensando em um valor de massa de partículas próximo de 15 kg, ou L/d_p igual a aproximadamente 22.

4.3.4 Efeito da velocidade

Parece existir uma relação entre a intensidade dos efeitos da altura do leito e a velocidade. A análise foi realizada pela avaliação da variabilidade dos resultados das equações ajustadas para uma dada velocidade, ou seja, para uma velocidade fixa verificou-se o qual a dispersão dos pontos em torno do valor médio, em termos de desvio percentual da média. O desvio é calculado como a diferença entre o maior e o menor valor de $\Delta P/L$ observado, sendo então dividido pelo valor médio e convertido para quantidades percentuais.

Assim como no item 4.3.3, esta análise simula a situação em que se teriam testes sendo realizados com uma velocidade fixa e alterando-se apenas a altura do leito. Caso não existisse nenhum efeito da altura do leito, os valores dos $\Delta P/L$ seriam iguais, ou apresentariam apenas pequenas diferenças, ou ainda, não seria possível notar qualquer tendência na variabilidade dos dados (os desvios em torno da média seriam aleatórios). Como o efeito já foi constatado, este item trata então de quantificar a variabilidade dos $\Delta P/L$ para determinadas velocidades, de modo a identificar de que maneira a velocidade potencializa ou suprime o efeito da altura do leito.

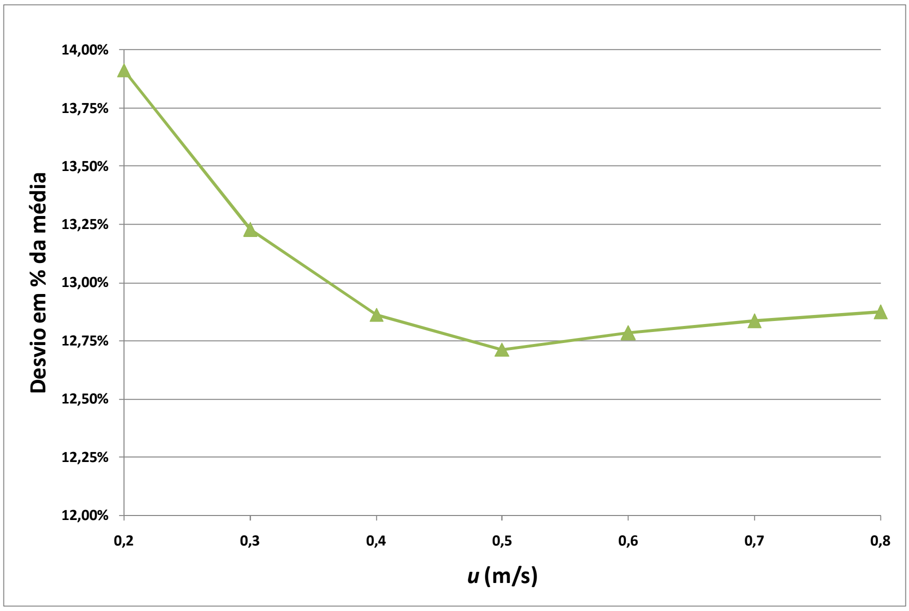


Figura 4.17 – Variabilidade dos dados para velocidades fixas
Fonte: O autor (2009).

À medida que a velocidade aumenta, o efeito da altura do leito torna-se mais acentuados em termo absolutos. A Figura 4.17 mostra a variabilidade dos pontos como desvios em relação ao valor médio dos $\Delta P/L$ para as velocidades analisadas no item 4.2.3. A tendência observada é a mesma que nos itens anteriores: existe uma inversão da influência em uma determinada velocidade, que no caso apresenta valor próximo a 0,5 m/s. A Figura 4.17

revela que a influência da velocidade no efeito da altura do leito deve ser mais bem representada por uma função do tipo polinômio.

4.3.5 Modelagem

As análises sugerem que o efeito da altura do leito (ou da massa de partículas) pode ser traduzido em termos de uma correlação para a constante *B* da EE, e que esta correlação depende da relação L/d_p e da velocidade. A proposta é de um modelo totalmente empírico, baseado nos resultados observados, sendo que o efeito da relação L/d_p deve ser melhor modelado por uma equação do tipo potência (ver Figura 4.13) e o efeito da velocidade por um polinômio. Assumindo que o efeito da velocidade pode ser considerando apenas como o de aumentar ou diminuir o efeito da relação L/d_p , o seguinte modelo é proposto:

$$B = \left(a + b \cdot u + c \cdot u^2\right)\left(L/d_p\right)^{\alpha} \qquad 4.1$$

O uso do modelo proposto para ajuste dos dados estudados neste capítulo reduz o desvio padrão dos resíduos de s_{res} = 489,0 Pa/m para s_{res} = 337,5 Pa/m, e aumenta o coeficiente de correlação de r = 0,9886 para r = 0,9939. Os valores encontrados após minimização foram:

$$B = \left(4{,}511 - 0{,}354u + 0{,}567u^2\right)\left(L/d_p\right)^{-0{,}0991} \qquad 4.2$$

4.4 AVALIAÇÃO DOS MODELOS DE QUEDA DE PRESSÃO PARA TODAS AS AMOSTRAS

Para facilitar a comparação entre os modelos, estes foram divididos em grupos, sendo eles:

a) EE e Modificações (EM);

b) modelos com correção do Efeito de Parede (EP);

c) Outros Modelos (OM)

Os modelos foram avaliados com suas constantes originais e com as constantes ajustadas através da minimização dos SQ_{erro}, sendo que para cada modelo encontrou-se um único conjunto de constates que melhor se ajusta a todos os pontos experimentais disponíveis.

No grupo OM, além das equações apresentadas no item 2.3.7, foram incluídos os testes dos seguintes modelos:

a) análise dimensional (Equação de Blake), Equação 2.55, que corresponde à suposição de f_p constante;

b) equação de Burke-Plummer, Equação 2.58, que corresponde ao uso apenas do segundo termo da EE.

Dos modelos apresentados por MacDonald et al. (1979), foram testadas as proposições do uso de $\varepsilon^{5,5}$ na EE (Macdonald I) e do uso da Equação 2.60 (Macdonald II). O modelo apresentado por Nemec e Levec (2005) para polilobes (Equação 2.67) apresentou melhor resultado que o modelo proposto para cilindros, sendo por isso testado apenas o primeiro.

Para o modelo proposto por Comiti e Renaud (1989), como não se tem dados disponíveis de e e de a, optou-se por assumir que o valor de X é igual à esfericidade (0,704), e, a partir da equação 2.105 calcular o valor da relação e/a. Com esse valor foi possível calcular o valor do fator de tortuosidade para cada leito.

Para avaliação do modelo proposto por Molerus e Schweinzer (1989) com $\varphi = 0$, a esfericidade não foi considerada na variável referente ao tamanho das partículas, ou seja, não foi usado $d_p\phi$ no lugar de d_p. Isto se deve ao fato de que os autores utilizam o fator de forma da queda de pressão, Φ_D, para leitos de partículas não esféricas, que tem a mesma função da esfericidade nos demais modelos: corrigir o efeito das irregularidades das partículas. Rearranjando a Equação 2.114 obtém-se (neste trabalho chamada de "Molerus III"):

$$f_p = \frac{3\phi\varepsilon}{4}\left\{\frac{24\cdot\phi\cdot\varepsilon}{\mathrm{Re}_{p\,Mod}(1-\varepsilon)\Phi_D}\left\{1+0,692\left[\frac{(1-\varepsilon)^{1/3}}{0,95-(1-\varepsilon)^{1/3}}+\frac{1}{2}\left(\frac{(1-\varepsilon)^{1/3}}{0,95-(1-\varepsilon)^{1/3}}\right)^2\right]\right\}+\right.$$

$$\left.\frac{4}{\sqrt{\mathrm{Re}_{p\,Mod}(1-\varepsilon)/\varepsilon\phi}\cdot\Phi_D^{1,5}}\left[1+0,12\left(\frac{(1-\varepsilon)^{1/3}}{0,95-(1-\varepsilon)^{1/3}}\right)^{1,5}\right]+\frac{0,4}{\Phi_D}+\frac{0,891}{\Phi_D}\left(\frac{(1-\varepsilon)^{1/3}}{0,95-(1-\varepsilon)^{1/3}}\right)\right\} \quad 4.3$$

Como os dados gráficos apresentados por Oman e Watson (1944) se aproximam de uma função do tipo 1/*x*, optou-se por ajustar a relação de f_O com o número de Reynolds pela seguinte expressão:

$$\frac{a}{\mathrm{Re}_O}+\frac{b}{\sqrt{\mathrm{Re}_O}}+c \qquad 4.4$$

Sendo que:

$$\mathrm{Re}_O=\mathrm{Re}_{p\ Mod}\left(d_v/6d_p\right) \qquad 4.5$$

A correlação a ser avaliada é:

$$\frac{\Delta P}{L}=\frac{12\cdot u^2\cdot\rho\left(1-\varepsilon\right)}{\phi\cdot d_v\cdot\varepsilon^{1,7}}\left(\frac{a}{\mathrm{Re}_{p\ Mod}\left(d_v/6d_p\right)}+\frac{b}{\sqrt{\mathrm{Re}_{p\ Mod}\left(d_v/6d_p\right)}}+c\right) \qquad 4.6$$

A diferença entre o modelo de Oman e Watson (1944) com as constantes originais e com as constantes ajustadas consiste apenas na relação de $\Delta P/L$ com a porosidade, traduzida pela potência de ε: os autores sugerem o valor de –1,7, enquanto que a minimização dos erros resulta em novo valor para a potência de ε. Obviamente, os valores de *a*, *b* e *c* do modelo também mudam quando do ajuste. O diâmetro volumétrico, neste caso, foi calculado a partir do volume médio das partículas de cada faixa granulométrica, e este, calculado a partir da massa média das partículas de cada faixa.

O mesmo procedimento feito no item 4.2 para verificação do regime de escoamento nas amostras com tamanho de partícula igual a ½” foi realizado para todos as amostras disponíveis e estão apresentados nas Figura 4.18 e Figura 4.19.

Verifica-se que a maioria dos pontos (cerca de 87 %) possui uma contribuição da parcela inercial (constante *B*) maior ou igual a 85 %. Cerca de 84 % dos pontos tem $Re_{p\ Mod}$ maior que 600, indicando que, segundo o critério proposto por Ziolkowska e Ziolkowski (1988), a maior parte dos pontos correspondem ao escoamento em regime turbulento.

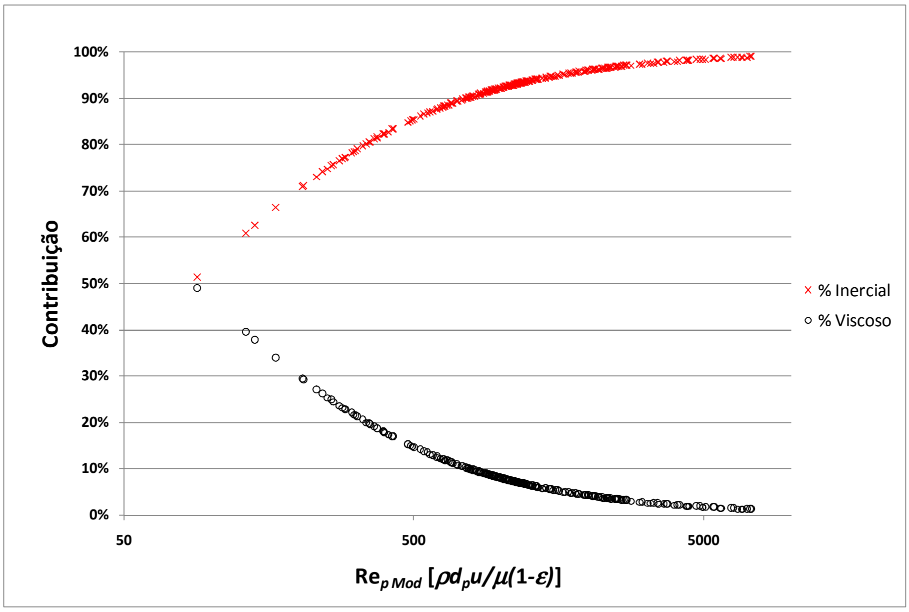


Figura 4.18 – Contribuição das parcelas da EE
Fonte: O autor (2009).

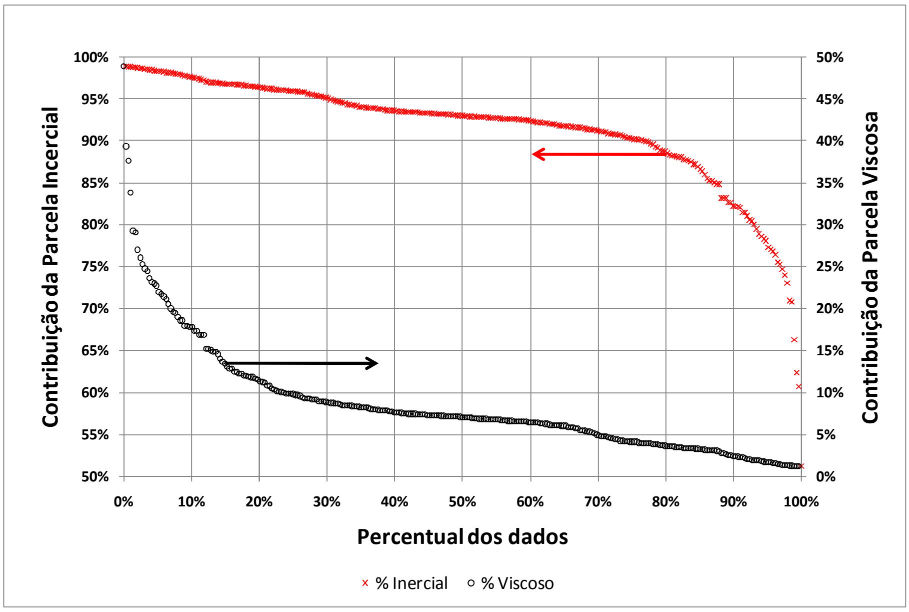


Figura 4.19 – Contribuição da parcela inercial (Constante *B*) da EE
Fonte: O autor (2009).

Os modelos foram avaliados com os valores dos parâmetros de ajuste originais e com parâmetros ajustados, sendo utilizados para este ajuste todos os dados constantes no Anexo C. Todas as equações utilizadas e os valores das constantes encontradas após os ajustes estão no Anexo D – Modelos para previsão da queda de pressão.

4.4.1 Análise dos desvios padrões dos resíduos

Os resultados dos testes dos modelos em termos de s_{res} são apresentados na Figura 4.20. Em todas as análises, os modelos estão ordenados, em cada grupo, do maior para o menor valor verificado de s_{res} para as simulações com as constantes dos modelos ajustadas.

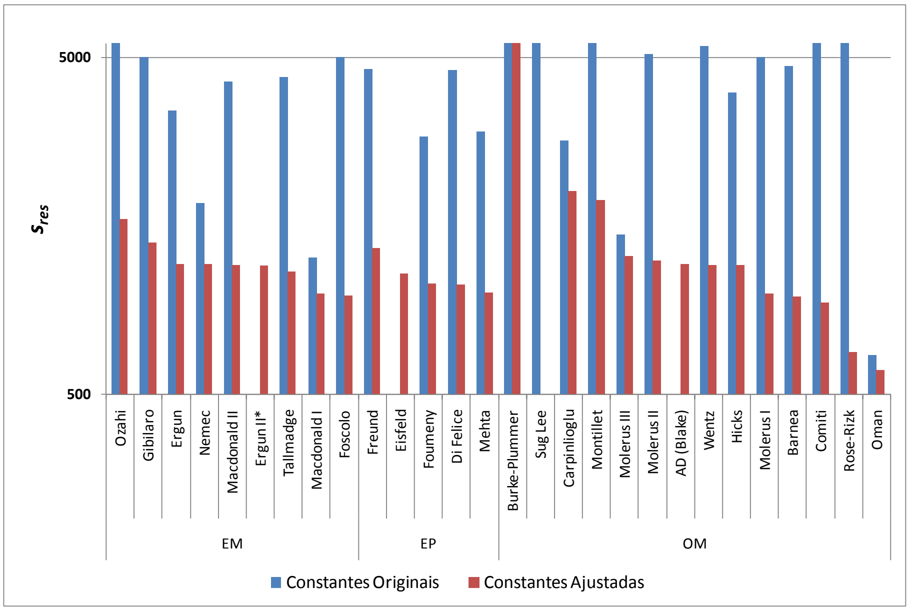


Figura 4.20 – Análise dos s_{res} para os modelos de queda de pressão
Fonte: O autor (2009).

Verifica-se que o modelo de Oman e Watson (1944) é o que melhor representa os dados, tanto com as constantes originais (s_{res} = 652,0) quanto com as constantes ajustadas (s_{res} = 591,0).

A EE apresentou valores de s_{res} = 3480 para as constantes originais e de s_{res} = 1219 para as constantes ajustadas. O modelo de Rose e Rizk (1949) também apresentou bom desempenho (667,0) quando efetuado o ajuste das constantes.

4.4.2 Análise dos Desvios Médios Relativos

Os resultados dos testes dos modelos em termos de *MRD* são apresentados na Figura 4.21.

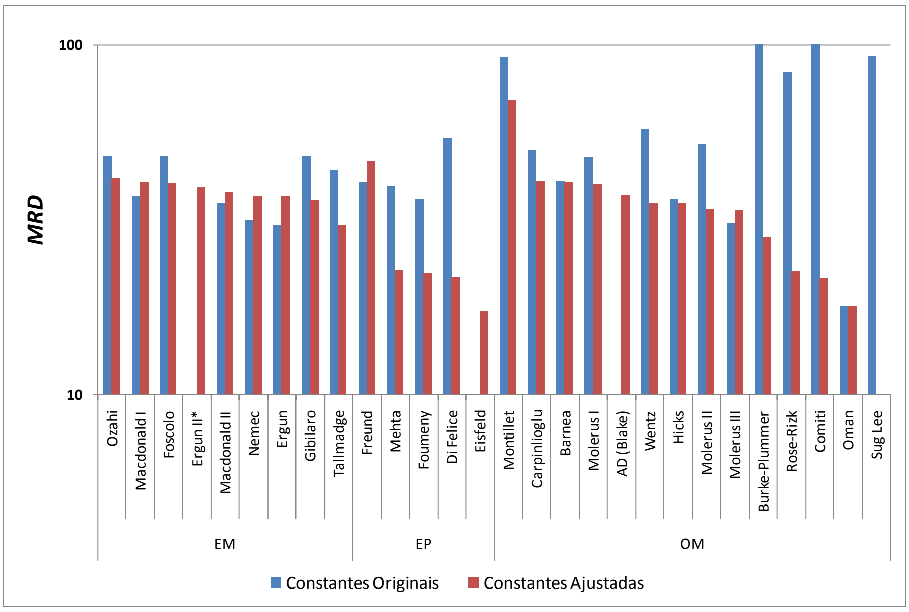


Figura 4.21 – Análise dos *MRD* para os modelos de queda de pressão
Fonte: O autor (2009).

Nota-se que sob o ponto de vista dos MRD, assim como na análise dos s_{res}, o modelo de Oman e Watson (1944) representa muito bem os dados, tanto com as constantes originais (*MRD* = 18,0) quanto com as constantes ajustadas (*MRD* = 18,0). A EE apresentou valores de *MRD* = 30,5 para as constantes originais e de *MRD* = 36,8 para as constantes ajustadas. O modelo de Eisfeld e Schnitzlein (2001) apresentou desempenho um pouco melhor (*MRD* = 17,3) que o de Oman e Watson (1944).

4.4.3 Análise dos Coeficientes de Correlação

Os resultados dos testes dos modelos em termos de Coeficiente de Correlação são apresentados na Figura 4.22.

Diferentemente das análises realizadas nos itens anteriores, para o coeficiente de correlação é desejável um valor maior, ou seja, mais próximo de r = 1, já que quanto maior o seu valor, maior o grau de adequabilidade do modelo. O modelo de Oman e Watson (1944) é o que apresenta o maior valor de coeficiente de correlação, tanto para as constantes com valores originais (r = 0,9959) quanto para as constantes ajustadas (r = 0,9971), concordando com as análises anteriores. A EE apresentou valores de r = 0,9756 para as constantes originais e de r = 0,9828 para as constantes ajustadas. O modelo de Rose e Rizk (1949) também apresentou bom desempenho (r = 0,9951) neste critério, quando efetuado o ajuste das constantes.

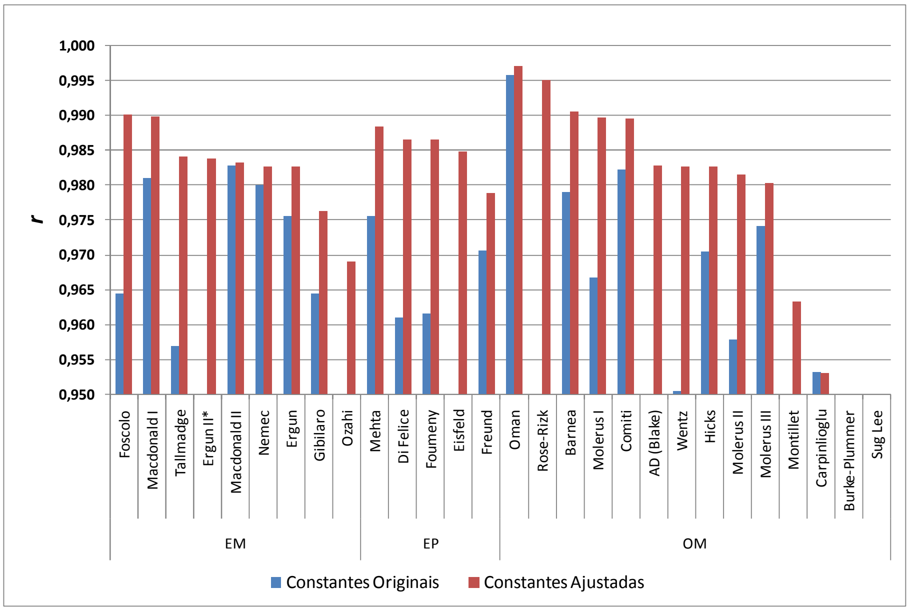


Figura 4.22 – Análise dos r para os modelos de queda de pressão
Fonte: O autor (2009).

4.4.4 Análise dos Desvios Médios Quadráticos

Os resultados dos testes dos modelos em termos de Desvio Médio Quadrático são apresentados na Figura 4.23.

Assim como nas análises anteriores, em termos de σ' o modelo de Oman e Watson (1944) apresenta o melhor desempenho, tanto com as constantes originais (σ' = 17,85) quanto com as constantes ajustadas (σ' = 17,78). A EE apresentou valores de σ' = 61,61 para as constantes originais e de σ' = 29,62 para as constantes ajustadas. O modelo de Eisfeld e Schnitzlein (2001) apresentou desempenho semelhante (σ' = 18,85) ao de Oman e Watson (1944).

O modelo chamado de Ergun II, correspondente à correção do efeito da altura do leito proposta no item 4.2.5, apresentou resultado melhor que a EE em dois dos quatro critérios analisados, tornando incerta qualquer tentativa de comparação entre esses modelos.

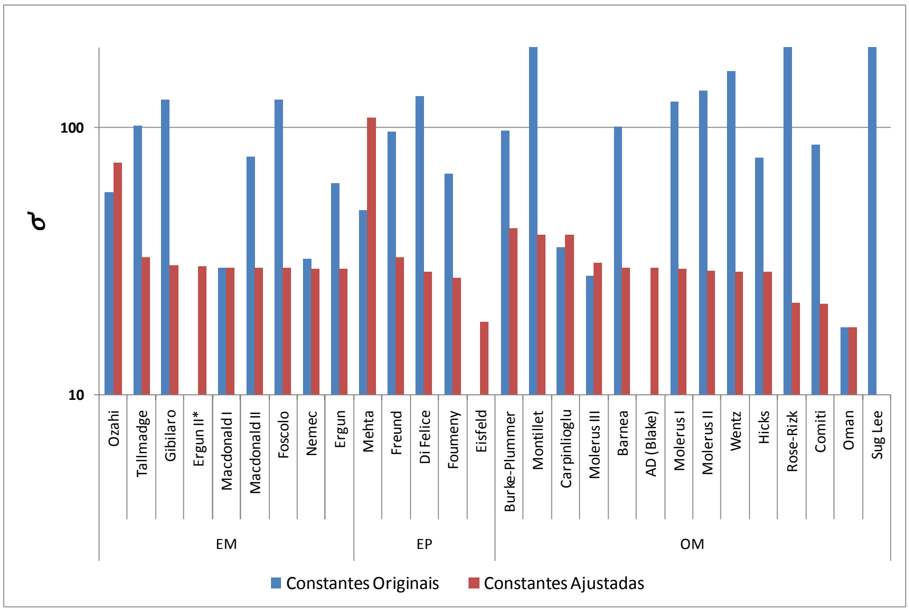


Figura 4.23 – Análise dos σ' para os modelos de queda de pressão
Fonte: O autor (2009).

4.4.5 Comparação com os dados experimentais

Para a visualização do ajuste dos modelos que apresentaram melhor desempenho nas análises anteriores (OMAN; WATSON, 1994; ROSE; RIZK, 1949; EISFELD; SCHNITZLEIN, 2001, todos com as constantes ajustadas), além da EE, os dados experimentais obtidos nos testes foram normalizados através da divisão do $\Delta P/L$ pelo $\Delta P/L_{máximo}$ observado em cada teste, de modo que os valores dos $\Delta P/L$ compreendessem o intervalo entre 0 e 1. Os testes correspondem a uma série de medições de ΔP realizadas em função de u para um determinado tamanho de partícula e uma determinada massa de amostra e são apresentados no Anexo C. Os valores previstos pelos modelos foram normalizados sempre pelo mesmo valor de $\Delta P/L_{máximo}$ de cada teste.

As comparações dos modelos citados no parágrafo anterior com os dados experimentais são mostradas nas Figura 4.24 a Figura 4.28. Através destes gráficos pode-se avaliar a capacidade dos modelos em predizer os valores: quanto maior a proximidade dos pontos com a linha sólida, maior é capacidade do modelo em prever os valores. As linhas pontilhadas correspondem a um desvio de ± 15 % entre o valor previsto pelos modelos e o valor verificado experimentalmente.

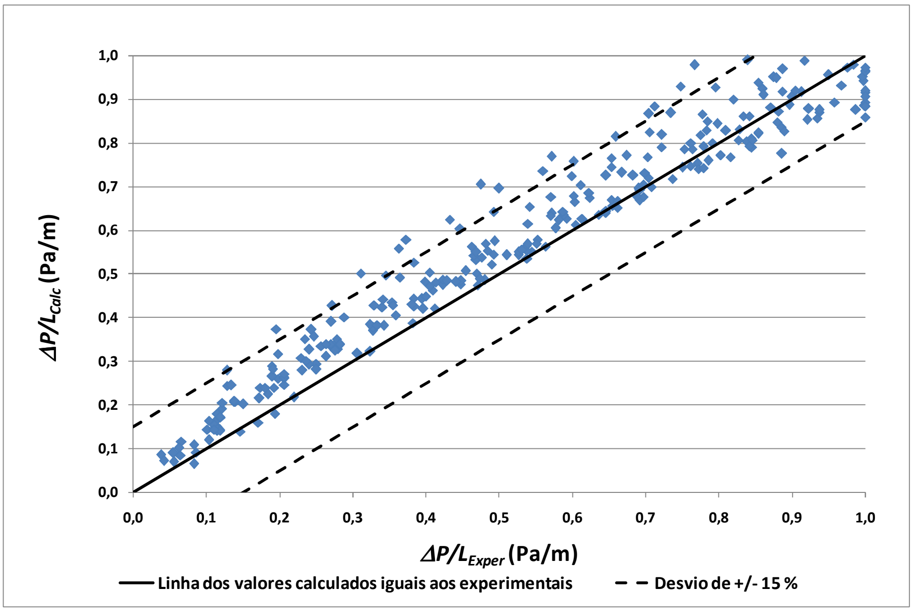


Figura 4.24 – Comparação do Modelo de Oman e Watson (1944) com os Dados Experimentais
Fonte: O autor (2009).

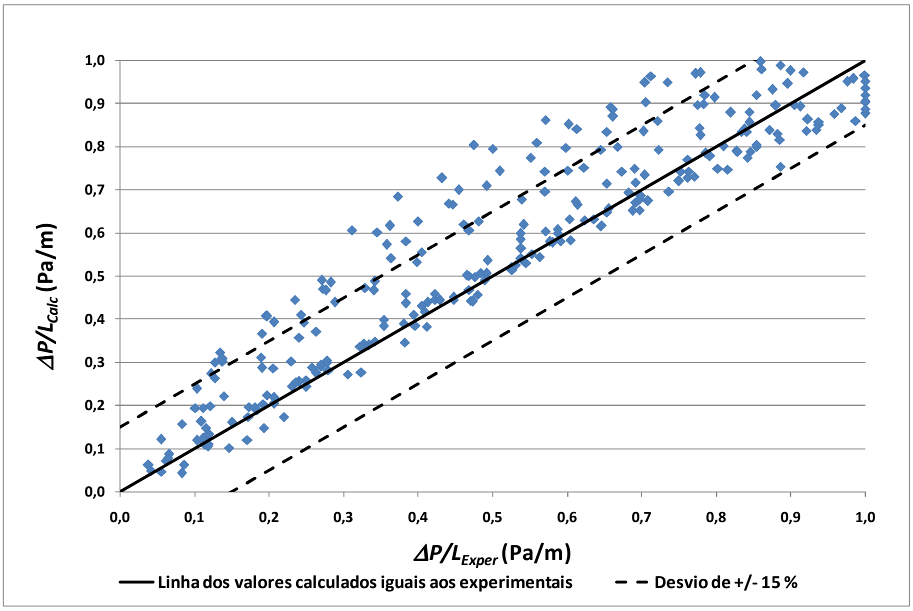


Figura 4.25 – Comparação do modelo de Rose e Rizs (1949) com os dados experimentais
Fonte: O autor (2009).

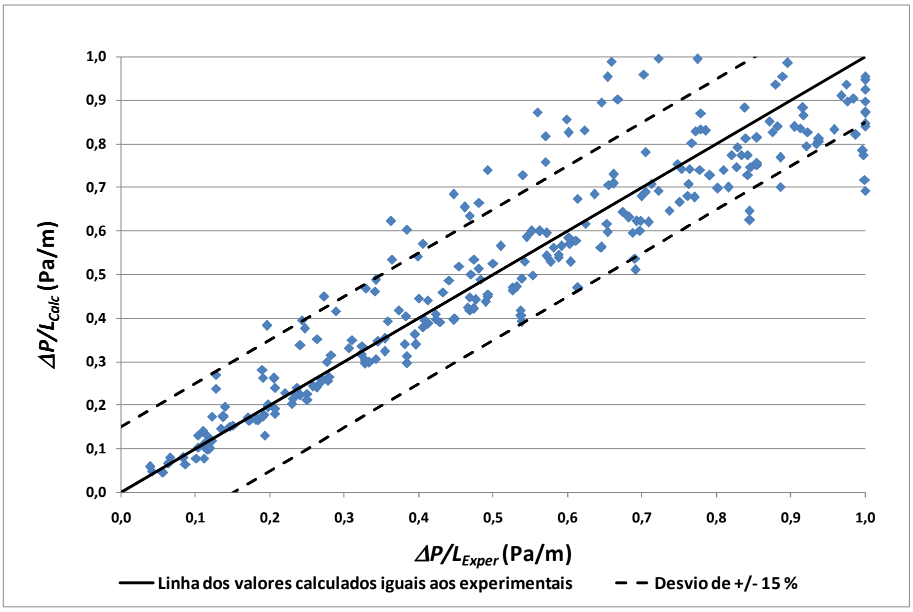


Figura 4.26 – Comparação do modelo de Eisfeld e Schnitzlein (1944) com os dados experimentais
Fonte: O autor (2009).

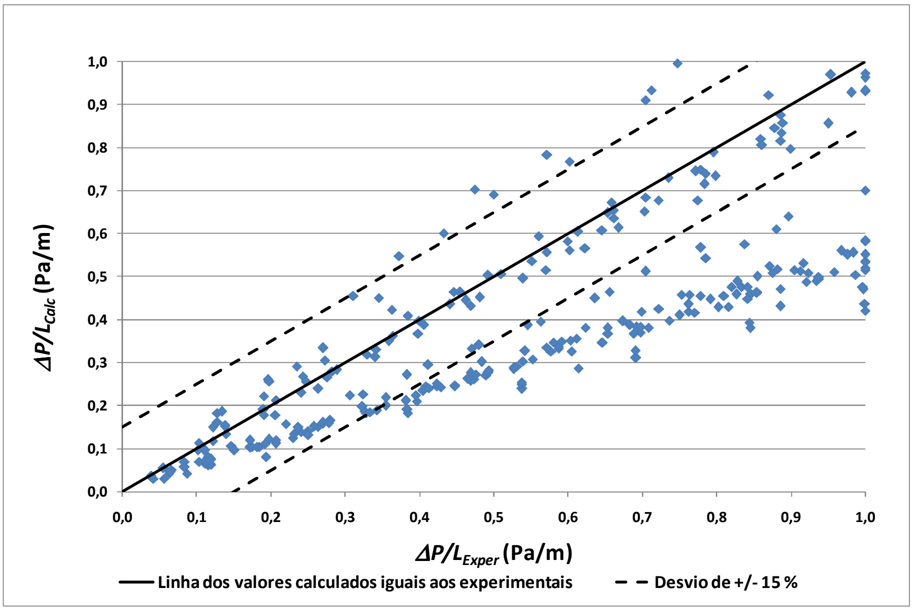


Figura 4.27 – Comparação da EE (Constantes originais) com os dados experimentais
Fonte: O autor (2009).

A visualização dos dados graficamente confirma que o melhor ajuste é dado pelo modelo de Oman e Watson (1944) com constantes ajustadas, porém, verifica-se uma clara tendência em superestimar os valores de $\Delta P/L$ em cerca de não mais que 15 %.

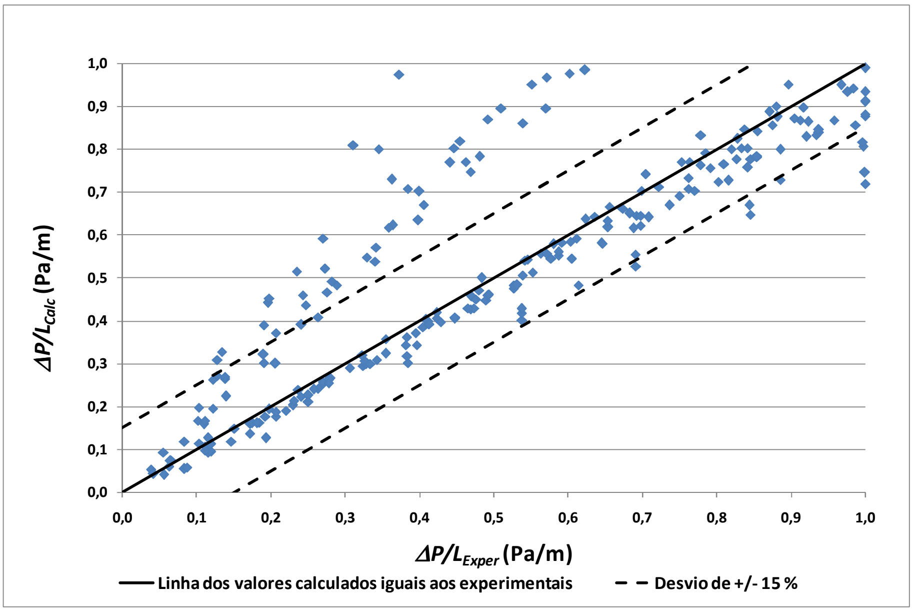


Figura 4.28 – Comparação da EE (Constantes Ajustadas) com os dados experimentais
Fonte: O autor (2009).

4.4.6 Avaliação dos Critérios de Análise

Verifica-se que o desvio padrão dos resíduos (s_{res}) e o coeficiente de correlação (r) são mais adequados para análise que os outros dois critérios devido à incoerência notada quando comparados os modelos com valores das constantes originais com os modelos com os valores das constantes ajustas: como a minimização dos erros parte de uma estimativa inicial que corresponde exatamente ao modelo com as constantes originais, e, realiza uma otimização do modelo para os dados experimentais, é esperado que o desempenho do modelo com as constantes ajustadas seja sempre melhor que o mesmo modelo com as constantes originais. Para os casos do desvio médio relativo (*MRD*) e do desvio médio quadrático (σ'), essa condição não é observada em alguns modelos.

5 CONCLUSÕES

Foi verificado que a distribuição Log-Normal com parâmetros ajustados é a que melhor se adéqua as curvas de densidade de freqüência de amostras de xisto pirobetuminoso. Para curvas acumuladas de freqüência, as distribuições que apresentaram melhor ajuste foram as de *Weibull* a três parâmetros (LIMA; SILVA 2007), a Log-Normal Ajustada e a distribuição de *Griffith (*YU; STANDISH, 1990). A utilização da distribuição Log-Normal Ajustada em ambos os casos apresenta resultados satisfatórios.

Quando do uso da EE com as constantes originais, é recomendável o uso do diâmetro superficial-volumétrico como representação da partícula isolada, e o diâmetro médio volumétrico para representar a mistura de partículas. Quando há a possibilidade de ajuste das constantes da EE através de dados experimentais, pode-se optar pelo uso do d_{sv} ou de um diâmetro característico ajustado para representar a mistura de partículas. Neste caso, o diâmetro equivalente utilizado para representar a partícula isolada não tem influência na qualidade do ajuste, modificando apenas o valor das constantes ajustadas. Com a utilização do modelo de Oman e Watson (1944) os melhores resultados foram obtidos com o uso do diâmetro de peneira.

Foram evidenciados dois efeitos concorrentes com relação à altura do leito. O primeiro consiste no aumento da densidade de empacotamento, ou seja, redução na porosidade, devido ao peso realizado pelas partículas que ficam na parte superior do leito sobre as que ficam na parte inferior, causando aumento na queda de pressão por unidade de comprimento de leito. O segundo é baseado na suposição da existência de uma queda de pressão devida à existência do final do leito, a qual torna-se cada vez mais diluída à medida que se aumenta a altura do leito, fazendo com que haja também uma redução no valor da queda de pressão por unidade de comprimento do leito. Estes efeitos podem ser representados por um modelo empírico para correção da constante *B* da EE, aumentando o coeficiente de correlação do modelo de r = 0,9886 para r = 0,9939.

O modelo de Oman e Watson (1944) com a adaptação proposta conforme a Equação 4.6, foi o que melhor representou os dados, sendo que os desvios em relação aos valores experimentais apresentam uma clara tendência em superestimar a queda de pressão em uma faixa de valores não maiores que 15 %. Caso o efeito de parede seja importante, é recomendável o uso do modelo de Eisfeld e Schnitzlein (2003). O modelo proposto por Rose e Rizk (1949) também apresentou boa correlação com os dados, porém não apresenta vantagens em termos práticos ou de facilidade de resolução em relação ao modelo de Oman e Watson (1944).

De modo geral, os modelos que consideram o efeito de parede não apresentaram vantagens significativas em relação aos modelos que não levam em consideração este efeito. Isso se deve ao fato de que apenas uma das 13 curvas de queda de pressão apresenta relação D/d_p menor que 5 (ver Anexo C), o que causaria um efeito de parede significativo, segundo Di Felice et al. (2004). Além disso, o efeito de parede em leitos de partículas irregulares e de tamanhos diferentes é menor que em leitos de esferas de tamanho uniforme, conforme afirmado por Montillet (2007) e Yang (2003).

Dentre os critérios de avaliação utilizados, o desvio padrão dos resíduos e o coeficiente de correlação apresentaram maior consistência dos resultados, enquanto que o desvio médio relativo e o desvio médio quadrático apresentaram inconsistências em termos de resultados esperados.

Os modelos propostos podem ser utilizados para a previsão da queda de pressão em um leito de partículas de xisto com o objetivo de se obter uma granulometria ótima de operação, através da simulação conjunta do aumento no rendimento da reação e do aumento da energia de compressão necessária para que os gases atravessem o leito.

Como sugestão para próximos trabalhos, pode-se dar continuidade a este trabalho através do estudo com misturas das faixas, iniciando-se com misturas binárias e avançando até que se consiga trabalhar com as cinco faixas. Este estudo teria como produto uma modelagem para previsão da queda de pressão que levasse em conta o arranjo quantitativo de cada faixa na composição da distribuição granulométrica do xisto. Além disso, sugere-se também o desenvolvimento de modelos empíricos que relacionem o tamanho das partículas de xisto e o rendimento da reação de pirólise, através de testes realizados em condições o mais próximas possível da realidade industrial.

6 REFERÊNCIAS

YU; A. B.; N. STANDISH. Characterisation of non-spherical particles from their packing behaviour. **Powder Technology**, Netherlands, v. 74, p. 205-213, 1993.

ASTM INTERNATIONAL STANDARDS WORLWIBE. **Standard test method for sieve analysis of fine and coarse aggregates**. Pennsylvania, 2006.

BEAR, Jacob. **Dynamics of fluids in porous media**. New York: Dover, 1988.

BREA, F. M.; EDWARDS, M. F.; WILKINSON, W. L. The flow of non-newtonian slurries trough fixed and fluidised beds. **Chemical Engineering Science**, Netherlands, v. 31, p. 325-336, 1976.

BROCCHI, Eduardo. **Apostila**: introdução à Engenharia Metalúrgica: IEM. Rio de Janeiro: PUC, 2001. Disponível em: http://www.dcmm.puc-rio.br/download/Apostila%20-%20IEM%2001.doc. Acesso em: 27 out. 2007.

ÇARPINLIOGLU, M. O.; OZAHI, E. A simplified correlation for fixed bed pressure drop. **Powder Technology**, Netherlands, v. 187, p. 94–101, 2008.

COMITI, J.; RENAUD, M. A new model for determining mean structure parameters of fixed beds from pressure drop measurements: application to beds packed with parallelepipedal particles. **Chemical Engineering Science**, Amsterdam, v. 44, no. 7, p. 1539-1545, 1989.

DELMÉE, G. J. **Manual de medição de vazão**. 2. ed. São Paulo: Edgard Blucher, 1982.

DI FELICE, R. et al. Wall effects for the pressure drop in fixed beds. **Chemical Engineering Science**, Amsterdam, v. 59, p. 3037-3040, 2004.

DOLEJS V.; I. MACHAC. Pressure drop in the flow of a fluid through a fixed bed of particles. **Industrial Chemical Engineering**, New York, v. 27, p. 730-736, 1987.

DOLEJS, V.; MACHAC, I. Pressure drop during the flow of a Newtonian fluid through a fixed bed of particles. **Chemical Engineering and Processing**, Amsterdam, v. 34, 1995.

DZMITRY, H.; TALLAREK, U. Transition from creeping via viscous-inertial to turbulent flow in fixed beds. **Journal of Chromatografhy A**, Amsterdam, v. 1126, p. 70-85, 2006.

BARNEA, E.; MEDNICK, R. L. A generalized approach to the fluid.dynamics of particulate systems part III: general correlation for the pressure drop through fixed beds particles. **The Chemical Engineering Journal**, Netherlands, v. 15, p. 215-227, 1978.

EISFELD, B.; SCHNITZLEIN, K. The influence of confining walls on the pressure drop in packed beds. **Chemical Engineering Science**, Philadelphia, v. 56, p. 4321-4329, 2001.

ENDO, Y.; CHEN, D.; PUI, D. Y. H. Theoretical consideration of permeation resistance of fluid through a particle packed layer. **Powder Technology**, Amsterdam, v. 124, p. 119-126, 2002.

ERGUN, S. Fluid low through packed columns. **Chemical Engineering Progress**, Philadelphia, v. 48, p. 1179-1184, 1952.

FERNANDES, F. F. **Coeficiente de transferência de calor gás-sólido em leito fixo de partículas.** 1991. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica)-Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1991.

FOSCOLO, P. U.; GIBILARO, L. G.; WALDRAM, S. P. A unified model for particulate expansion of fluidised beds and flow in fixed porous media. **Chemical Engineering Science**, Netherlands, v. 38, no. 8. p. 1251-1260, 1983.

FOUMENY, E. A. et al. Elucidation of pressure drop in packed-bed systems. **Applied Thermal Engineering**, Netherlans, v. 16, no. 3, p. 195-202, 1996.

FOX, R. W.; MCDONALD, A. T. **Introdução a mecânica dos fluidos**. 5. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2001.

FREUND, H. et al. Numerical simulations of single phase reacting flows in randomly packed fixed-bed reactors and experimental validation, **Chemical Engineering Science**, Netherlands**,** v. 58, p. 903-910, 2003.

GIBILARO, L. G. et al. Generalized friction factor and drag coefficient correlations for fluid-particle interactions. **Chemical Engineering Science**, Netherlands, v. 40, no. 10. p. 1817-1823, 1985.

GRISKEY, R. G. **Transport phenomena and unit operations**: a combined approach. New York: Jonh Wiley & Sons, 2002.

GUARDO, A. et al. Influence of the turbulence model in CFD modeling of wall-to-fluid heat transfer in packed beds. **Chemical Engineering Science**, Amsterdam, v. 60, p. 1733-1742, 2005.

HICKS, R. E. Pressure drop in packed beds of spheres. **Ind. Eng. Chem. Fundamen.**, 1970, 9 (3), 500-502.

HOFFMANN, A. C.; H. J. FINKERS. A relation for the void fraction of randomly packed particle beds. **Powder Technology**, Netherlands, v. 82, p. 197-203, 1995.

ILIUTA, I.; LARACHI, F.; GRANDJEAN, B. P. A.. Pressure Drop and Liquid Holdup in Trickle Flow Reactors: Improved ERGUN Constants and Slip Correlations for the Slit Model. **Industrial & Engineering Chemistry Product Research and Development**, Washington, v. 37, p. 4542-4550, 1998.

INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION. **ISO 5167-4**: measurement of fluid flow by means of pressure differential devices inserted in circular cross-section conduits running full: part 4: venturi tubes.Genebra, 2003.

INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION. **ISO 9276:1**: representation of results of particle size analysis. Genebra, 1998.

KEYSER, M. J. et al. Effect of coal particle size distribuition on packed bed pressure drop and gas flow distribuition. **Fuel**, Amsterdam, v. 85, ed. 10-11, p. 1439-1445, jul./ago. 2006.

LAMBOURNE, R.; STRIVENS, T. A. Paint and surface coatings: theory and practice. In: DOROSZKOWSKI, A. **Particle size and size measurement**. Cambridge: Woodhead Publishing, 1999.

LEE, Jun Sug; OGAWA, Kohei. Pressure drop trough packed bed. **Journal of Chemical Engineering of Japan**, Tokyo, v. 27, no. 5, p. 691–693, 1974.

LIMA, Jorge E. F. W.; SILVA, Euzebio M. da. Seleção de modelos para o traçado de curvas granulométricas de sedimentos em suspensão em rios. **Revista Brasileira de Engenharia e Agricultura Ambiental**, Campinha Grande, v. 11, n. 1, p. 101–107, 2007.

MACDONALD, I. F. et al. Flow through porous media: the ERGUN equation revisited. **Industrial & Engeneering Chemistry Fundamentals**, Washington, v 18 n 3, p. 199-208, 1979.

MACHAC, A. et al. Flow of non-Newtonian fluids through fixed beds of particles: Comparison of two models. **Chemical Engineering and Processing,** Amsterdam, v. 37, p.169-176, 1998.

MCCABE, W. L.; SMITH, J. C. **Operaciones unitarias en Ingenieria Quimica**. 4 ed. New York: McGraw-Hill, 1998.

MEHTA, D.; HAWLEY, M. C. Wall effect in packed columns. **Industrial & Engineering Chemistry Process Design Development**, v. 8, no. 2, p. 280-282, 1969.

MOLERUS, A. Coherent representation of pressure drop in fixed beds and of bed expansion for particulate fluidized beds. **Chemical Engineering Science**, Netherlands, v. 35, no. 6, p. 1331-1340, 1980.

MOLERUS, O.; SCHWEINZER, J. Resistance of particle beds at reynolds numbers up to re ≈ 104. **Chemical Engineering Science**, Oxford, v. 44, no. 5, p. 1071-1079, 1989.

MONTILLET, A. et al. About a correlating equation for predicting pressure drops through packed beds of spheres in a large range of Reynolds numbers. **Chemical Engineering and Processing**, Amsterdam, v. 46, p. 329-333, 2007.

MONTILLET, A.; COQ, L. L. E. Characteristics of fixed-beds packed with anisotropic particles: use of image analysis. **Powder Technology**, Netherlands, v. 121, p. 138–148, 2001.

MOREIRA, Regina de Fátima Peralta Muniz. **Apostila**: classificação e separação sólido-sólido. Santa Catarina: UFSC, [2007]. Disponível em: <http://www.enq.ufsc.br/disci/eqa5313/>. Acesso em 27 out. 2007.

NEMEC, D.; LEVEC, J. Flow through packed bed reactors: single-phase flow. **Chemical Engineering Science**, Netherlands, v. 60, p. 6947-6957, 2005.

OMAN, A. O.; WATSON, K. M. Pressure drop in granular beds. **National Petroleum News**, Cleveland, v. 36, no. 44, p. 795-802, 1944.

OZAHI, E.; GUNDOGDU, M. Y.; CARPINLIOGLU, E. M. O. A modification on ERGUN's correlation for use in cylindrical packed beds with non-spherical particles. **Advanced Powder Technology**, Tokyo, v. 19, p. 369–381, 2008.

ROSE, H. E.; RIZK, A. M. A. Further researches in fluid flow through beds of granular material. **Proceedings: Institution of Mechanical Engineers**, v. 160, p. 493-503, 1949.

TALLMADGE, J. A. Packed bed pressure drop: an extension to high reynolds numbers. **AIChE Journal,** New York, v. 16, no. 6, p. 1092 – 1093, 1970.

TELLES, Affonso Carlos S. da Silva. **Notas de aula**: operações unitárias I: sistemas particulados. Rio de Janeiro: UFRJ, [2007]. Disponível em: <http://www.eq.ufrj.br/docentes/telles/affonso.html>. Acesso em: 27 out. 2007.

WENTZ JÚNIOR, Charles A.; THODOS, G. Pressure drop in the flow of gases through packed and distended beds of spherical particles. **AIChE Journal**, New York, v. 9, no. 1, p. 81–84, 1963.

YANG, Wen-Ching. **Handbook of fluidization and fluid-particle systems**. New York: Marcel Dekker Inc., 2003.

YU, A. B.; STANDISH, N. A study of particle size distributions. **Powder Technology**, Netherlands, v. 62, p. 101-118, 1990.

ZIOLKOWSKA, I.; ZIOLKOWSKI, D. Fluid flow inside packed beds. **Chemical Engineering and Processing**, New York, v. 23, p. 137-164, 1988.

ZOU, R. P.; YU, A. B. Evaluation of the packing characteristics of mono-sized non-spherical particles. **Powder Technology**, Netherlands, v. 88, p. 71-79, 1996.

7 ANEXOS

ANEXO A – DISTRIBUIÇÃO DE MASSA DE PARTÍCULAS

Tabela 7.1 – Distribuição de Massa de Partículas – Fundo

Classe (de... até)		*Valor Médio (g)*	*Observações*	*Classe (de... até)*		*Valor Médio (g)*	*Observações*
0	0,05	0,025	30	1,4	1,45	1,425	2
0,05	0,1	0,075	59	1,45	1,5	1,475	0
0,1	0,15	0,125	39	1,5	1,55	1,525	1
0,15	0,2	0,175	32	1,55	1,6	1,575	0
0,2	0,25	0,225	20	1,6	1,65	1,625	1
0,25	0,3	0,275	10	1,65	1,7	1,675	3
0,3	0,35	0,325	11	1,7	1,75	1,725	0
0,35	0,4	0,375	8	1,75	1,8	1,775	0
0,4	0,45	0,425	7	1,8	1,85	1,825	0
0,45	0,5	0,475	10	1,85	1,9	1,875	0
0,5	0,55	0,525	7	1,9	1,95	1,925	1
0,55	0,6	0,575	8	1,95	2	1,975	1
0,6	0,65	0,625	6	2	2,05	2,025	1
0,65	0,7	0,675	7	2,05	2,1	2,075	0
0,7	0,75	0,725	3	2,1	2,15	2,125	0
0,75	0,8	0,775	4	2,15	2,2	2,175	0
0,8	0,85	0,825	2	2,2	2,25	2,225	0
0,85	0,9	0,875	5	2,25	2,3	2,275	0
0,9	0,95	0,925	4	2,3	2,35	2,325	0
0,95	1	0,975	5	2,35	2,4	2,375	0
1	1,05	1,025	4	2,4	2,45	2,425	1
1,05	1,1	1,075	4	2,45	2,5	2,475	0
1,1	1,15	1,125	2	2,5	2,55	2,525	0
1,15	1,2	1,175	3	2,55	2,6	2,575	0
1,2	1,25	1,225	1	2,6	2,65	2,625	0
1,25	1,3	1,275	3	2,65	2,7	2,675	0
1,3	1,35	1,325	3	2,7	2,75	2,725	0
1,35	1,4	1,375	0	2,75	2,8	2,775	0

Fonte: O autor (2009).

Tabela 7.2 – Distribuição de Massa de Partículas – ½”

Classe (de... até)		*Valor Médio (g)*	*Observações*	*Classe (de... até)*		*Valor Médio (g)*	*Observações*
0	0,5	0,25	1	13	13,5	13,25	1
0,5	1	0,75	8	13,5	14	13,75	1
1	1,5	1,25	46	14	14,5	14,25	2
1,5	2	1,75	92	14,5	15	14,75	2
2	2,5	2,25	96	15	15,5	15,25	2
2,5	3	2,75	77	15,5	16	15,75	1
3	3,5	3,25	86	16	16,5	16,25	0
3,5	4	3,75	47	16,5	17	16,75	1
4	4,5	4,25	39	17	17,5	17,25	1
4,5	5	4,75	25	17,5	18	17,75	0
5	5,5	5,25	22	18	18,5	18,25	0
5,5	6	5,75	30	18,5	19	18,75	1
6	6,5	6,25	24	19	19,5	19,25	0
6,5	7	6,75	12	19,5	20	19,75	0
7	7,5	7,25	20	20	20,5	20,25	0
7,5	8	7,75	22	20,5	21	20,75	0
8	8,5	8,25	8	21	21,5	21,25	0
8,5	9	8,75	2	21,5	22	21,75	0
9	9,5	9,25	7	22	22,5	22,25	0
9,5	10	9,75	6	22,5	23	22,75	0
10	10,5	10,25	6	23	23,5	23,25	0
10,5	11	10,75	8	23,5	24	23,75	0
11	11,5	11,25	4	24	24,5	24,25	0
11,5	12	11,75	6	24,5	25	24,75	0
12	12,5	12,25	3	25	25,5	25,25	0
12,5	13	12,75	6	25,5	26	25,75	1

Fonte: O autor (2009).

Tabela 7.3 – Distribuição de Massa de Partículas – 1”

Classe (de... até)		*Valor Médio (g)*	*Observações*	*Classe (de... até)*		*Valor Médio (g)*	*Observações*
0	5	2,5	1	120	125	122,5	2
5	10	7,5	9	125	130	127,5	0
10	15	12,5	23	130	135	132,5	0
15	20	17,5	52	135	140	137,5	3
20	25	22,5	52	140	145	142,5	4
25	30	27,5	38	145	150	147,5	0
30	35	32,5	50	150	155	152,5	5
35	40	37,5	38	155	160	157,5	1
40	45	42,5	20	160	165	162,5	0
45	50	47,5	24	165	170	167,5	1
50	55	52,5	17	170	175	172,5	0
55	60	57,5	22	175	180	177,5	0
60	65	62,5	10	180	185	182,5	1
65	70	67,5	9	185	190	187,5	0
70	75	72,5	8	190	195	192,5	0
75	80	77,5	11	195	200	197,5	0
80	85	82,5	7	200	205	202,5	0
85	90	87,5	8	205	210	207,5	1
90	95	92,5	5	210	215	212,5	0
95	100	97,5	2	215	220	217,5	0
100	105	102,5	5	220	225	222,5	0
105	110	107,5	5	225	230	227,5	0
110	115	112,5	2	230	235	232,5	0
115	120	117,5	2	235	240	237,5	1

Fonte: O autor (2009).

Tabela 7.4 – Distribuição de Massa de Partículas – 2”

Classe (de... até)		*Valor Médio (g)*	*Observações*	*Classe (de... até)*		*Valor Médio (g)*	*Observações*
100	120	110	4	380	400	390	4
120	140	130	7	400	420	410	3
140	160	150	8	420	440	430	4
160	180	170	11	440	460	450	1
180	200	190	12	460	480	470	3
200	220	210	9	480	500	490	1
220	240	230	11	500	520	510	4
240	260	250	12	520	540	530	3
260	280	270	7	540	560	550	2
280	300	290	8	560	580	570	2
300	320	310	5	580	600	590	0
320	340	330	7	600	620	610	1
340	360	350	2	620	640	630	1
360	380	370	4	640	660	650	2

Fonte: O autor (2009).

Tabela 7.5 – Distribuição de massa de partículas – 3”

Classe (de... até)		*Valor Médio (g)*	*Observações*	*Classe (de... até)*		*Valor Médio (g)*	*Observações*
350	400	375	2	650	700	675	4
400	450	425	0	700	750	725	6
450	500	475	3	750	800	775	5
500	550	525	2	800	850	825	1
550	600	575	4	850	900	875	1
600	650	625	2	900	950	925	1

Fonte: O autor (2009).

ANEXO B – AVALIAÇÃO DOS MODELOS DE DISTRIBUIÇÃO GRANULOMÉTRICA

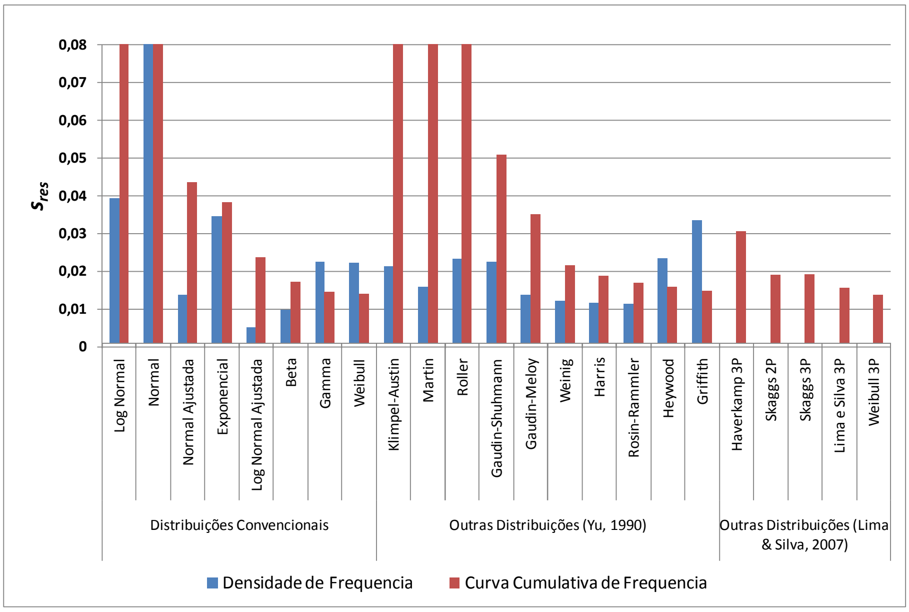


Figura 7.1 – Avaliação dos Modelos de Distribuição – Amostra de Fundo

Fonte: O autor (2009).

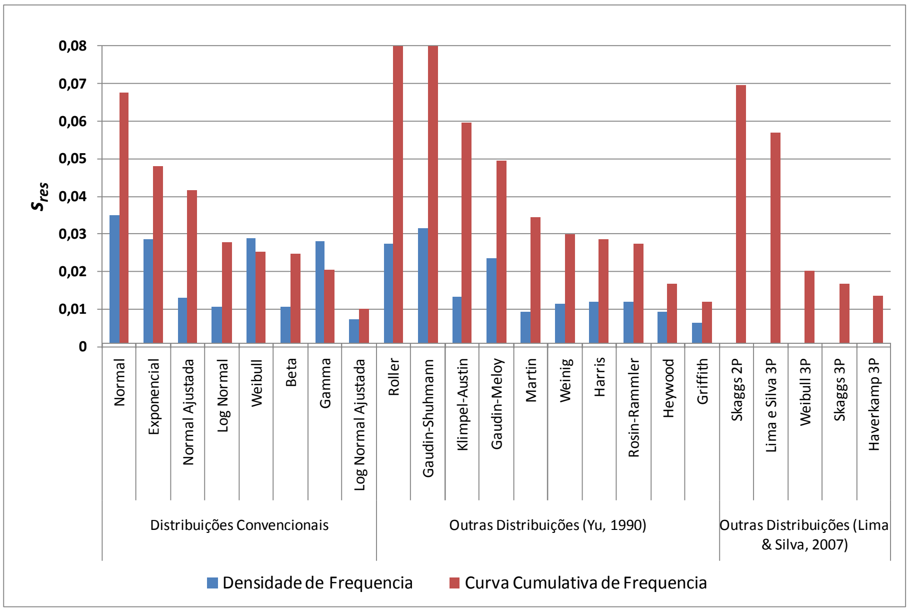


Figura 7.2 – Avaliação dos Modelos de Distribuição – Amostra ½”

Fonte: O autor (2009).

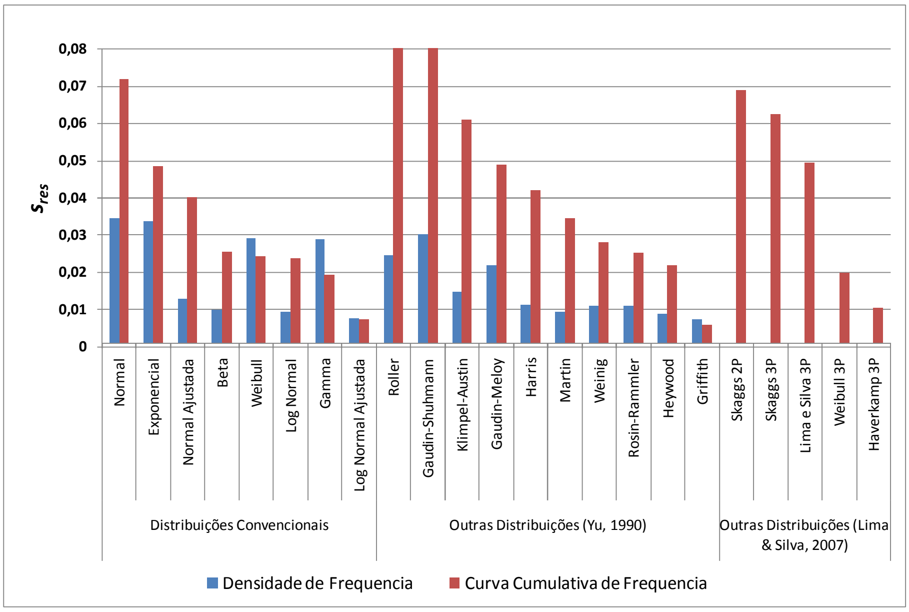


Figura 7.3 – Avaliação dos Modelos de Distribuição – Amostra 1”

Fonte: O autor (2009).

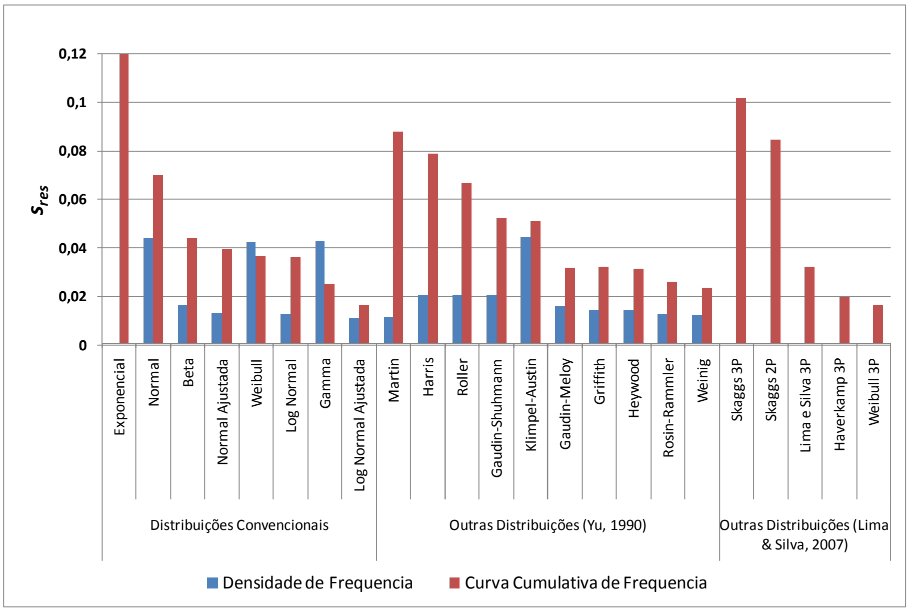


Figura 7.4 – Avaliação dos Modelos de Distribuição – Amostra 2”

Fonte: O autor (2009).

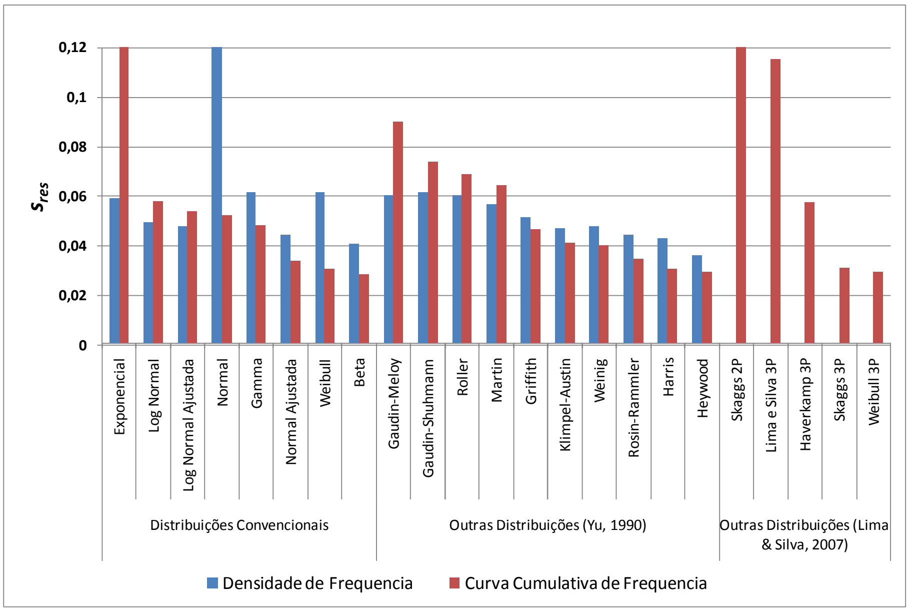


Figura 7.5 – Avaliação dos Modelos de Distribuição – Amostra 3”

Fonte: O autor (2009).

ANEXO C – CURVAS DE QUEDA DE PRESSÃO

Tabela 7.6 – Curvas de Queda de Pressão

Granu-lometria	Massa (kg)	L (m)	ε	d_p (m)	ϕ	D/d_p	μ (10^{-5} kg/m.s)	ρ (kg/m^3)	$u_{mín}$ (m/s)	$u_{máx}$ (m/s)
Fundo	10	0,27	0,4751	0,00792	0,704	32,48	1,856	1,120	0,178	0,782
½”	5	0,15	0,5276	0,01875	0,704	10,83	1,861	1,117	0,442	0,886
	10	0,28	0,4938	0,01875	0,704	10,83	1,870	1,113	0,206	0,855
	15	0,42	0,4938	0,01875	0,704	10,83	1,870	1,113	0,242	0,828
	20	0,56	0,4938	0,01875	0,704	10,83	1,870	1,113	0,179	0,809
	20 (2)	0,55	0,4846	0,01875	0,704	10,83	1,868	1,115	0,199	0,819
	30	0,84	0,4938	0,01875	0,704	10,83	1,870	1,113	0,163	0,783
	40	1,13	0,4988	0,01875	0,704	10,83	1,868	1,115	0,186	0,755
1”	20	0,55	0,4846	0,0375	0,704	5,41	1,861	1,117	0,185	0,887
	20 (2)	0,55	0,4846	0,0375	0,704	5,41	1,861	1,117	0,277	0,819
	20 (3)	0,55	0,4846	0,0375	0,704	5,41	1,861	1,117	0,325	0,878
2”	40	1,19	0,5276	0,0625	0,704	3,25	1,857	1,118	0,235	0,882
3”	20	0,61	0,5297	0,0875	0,704	2,32	1,840	1,126	0,186	0,909

Fonte: O autor (2009).

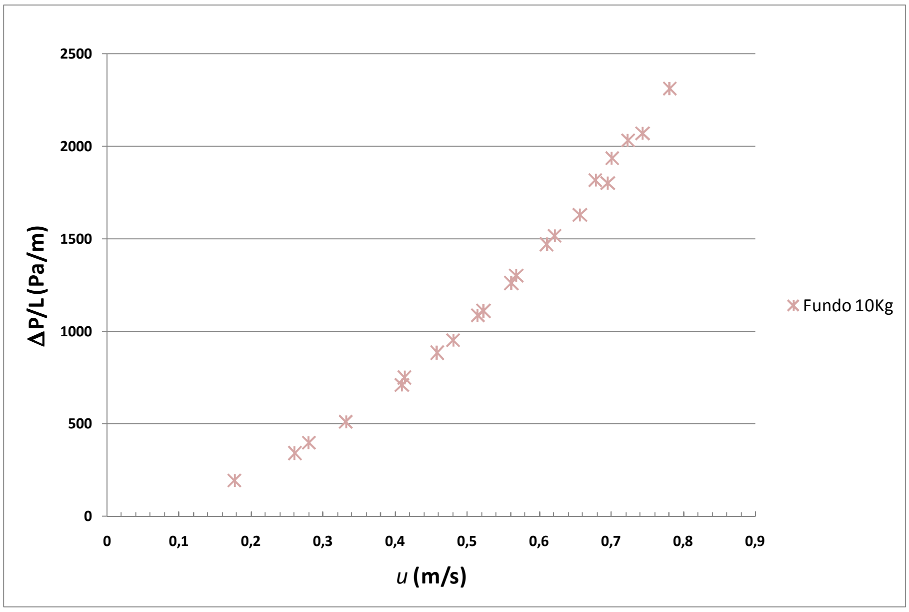


Figura 7.6 – Curvas de Queda de Pressão – Amostra de Fundo

Fonte: O autor (2009).

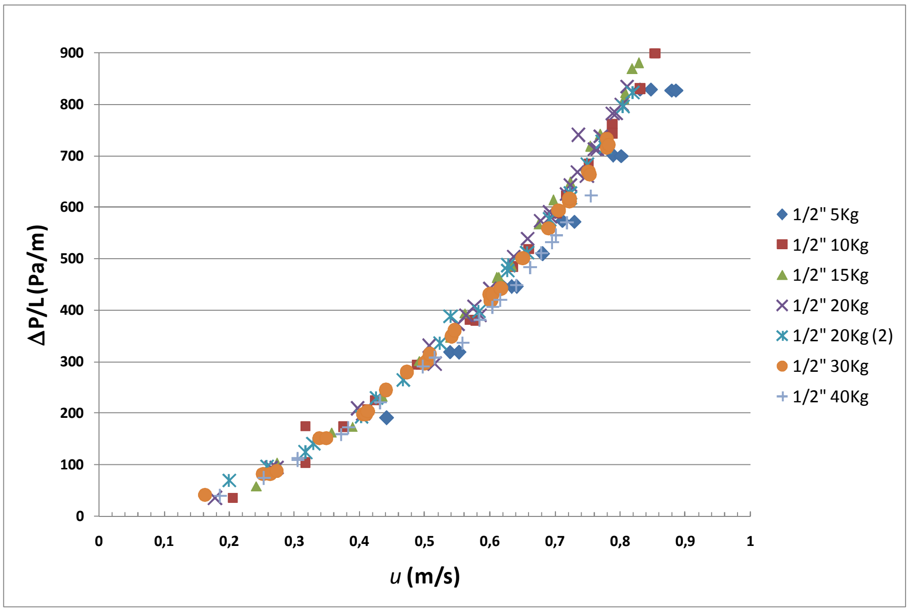


Figura 7.7 – Curvas de Queda de Pressão – Amostra ½”

Fonte: O autor (2009).

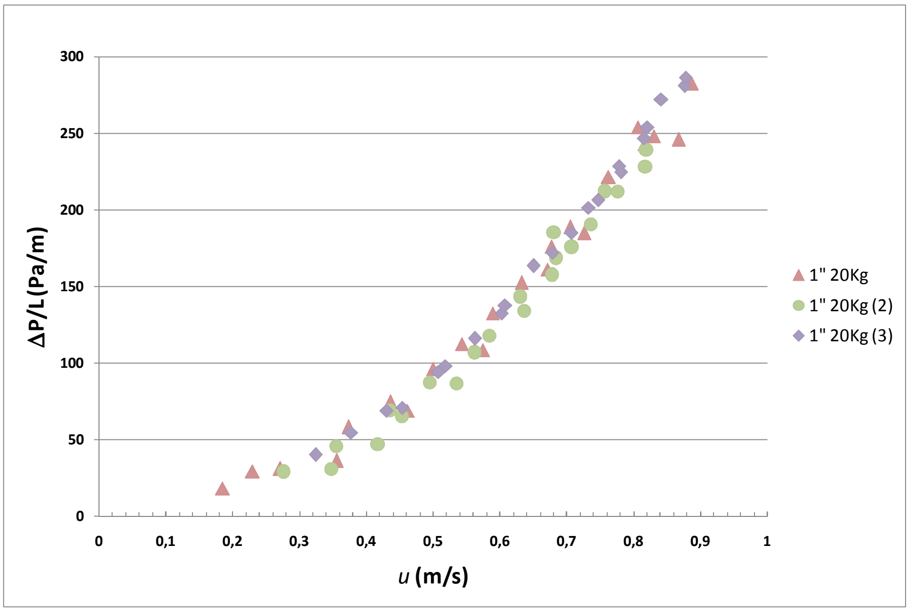


Figura 7.8 – Curvas de Queda de Pressão – Amostra 1”

Fonte: O autor (2009).

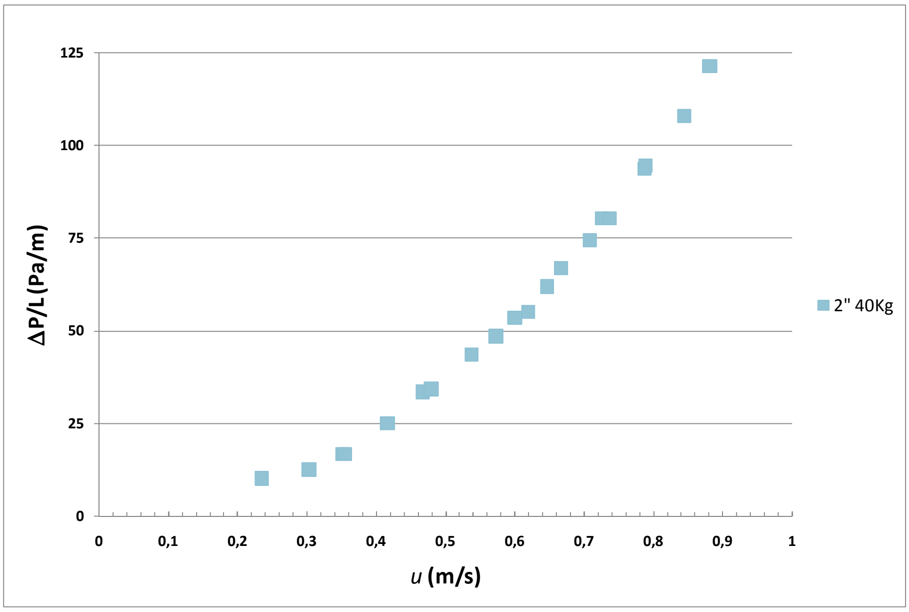


Figura 7.9 – Curvas de Queda de Pressão – Amostra 2”

Fonte: O autor (2009).

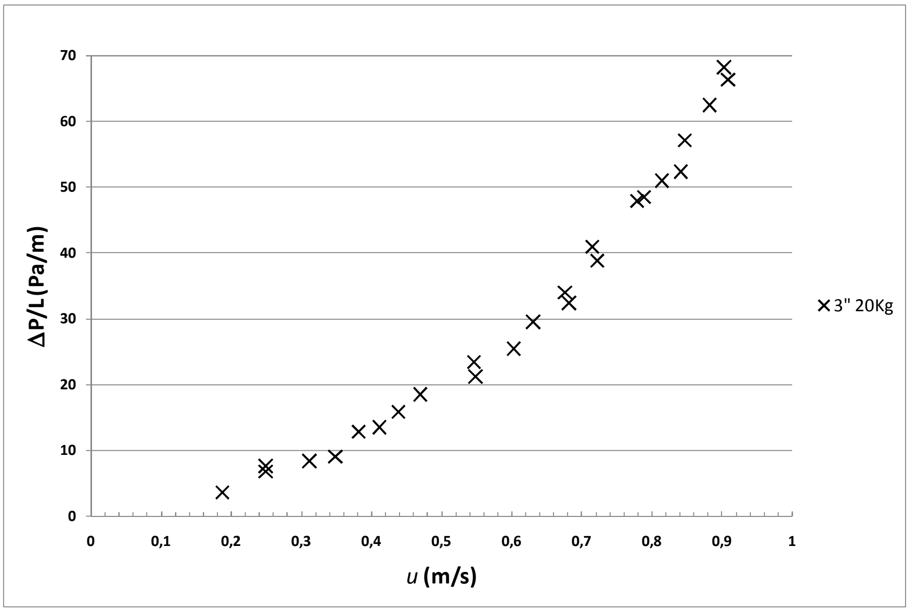


Figura 7.10 – Curvas de Queda de Pressão – Amostra 3”

Fonte: O autor (2009).

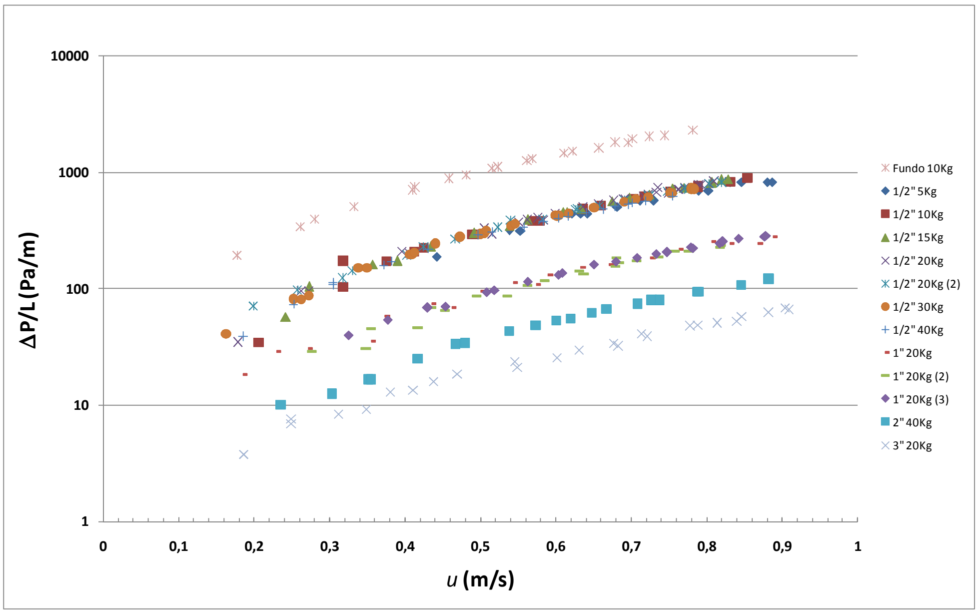


Figura 7.11 – Curvas de Queda de Pressão – Todas as Amostras (Escala Semi-Log)

Fonte: O autor (2009).

ANEXO D – MODELOS PARA PREVISÃO DA QUEDA DE PRESSÃO

Tabela 7.7 – Modelos para queda de pressão: EE e Modificações

Modelo		Equação	Constantes	Valores Originais	Valores Ajustados
Ergun	$\frac{\Delta P}{L}=A\frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3}\frac{\mu\cdot u}{\left(d_p\phi\right)^2}+B\frac{(1-\varepsilon)}{\varepsilon^3}\frac{\rho\cdot u^2}{d_p\phi}$	2.59	A	150	8,314
			B	1,75	3,164
Ergun II	$\frac{\Delta P}{L}=A\frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3}\frac{\mu\cdot u}{\left(d_p\phi\right)^2}+\left(a+b\cdot u+c\cdot u^2\right)\left(L/d_p\right)^{\alpha}\frac{(1-\varepsilon)}{\varepsilon^3}\frac{\rho\cdot u^2}{d_p\phi}$	4.2	A	150	-7,606
			a	1,75	4,554
			b	0	-3,696
			c	0	2,533
			α	0	-0,003715
Macdonald I	$\frac{\Delta P}{L}=A\frac{1}{\varepsilon^{\alpha}}\frac{\mu\cdot u}{\left(d_p\phi\right)^2}+B\frac{1}{\varepsilon^{\alpha}(1-\varepsilon)}\frac{\rho\cdot u^2}{d_p\phi}$	Item 2.3.5	A	-8,8399	249,0
			B	0,1395	3,160
			α	5,5	0,9781
Macdonald II	$\frac{\Delta P}{L}=\left(a+b\cdot d_p\right)\frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3}\frac{\mu\cdot u}{\left(d_p\phi\right)^2}+B\frac{(1-\varepsilon)}{\varepsilon^3}\frac{\rho\cdot u^2}{d_p\phi}$	2.60	a	3,270	-13,60
			b	118,2	11858
			B	1,75	2,994
Gibilaro	$\frac{\Delta P}{L}=\left(\frac{A\mu}{d_p\phi\cdot u\cdot\rho}+B\right)\frac{(1-\varepsilon)}{\varepsilon^{4,8}}\frac{\rho\cdot u^2}{d_p\phi}$	2.62	A	17,30	-9,836
			B	0,336	0,8978
Foscolo	$\frac{\Delta P}{L}=A\frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^{\alpha}}\frac{\mu\cdot u}{\left(d_p\phi\right)^2}+B\frac{(1-\varepsilon)}{\varepsilon^{\alpha}}\frac{\rho\cdot u^2}{d_p\phi}$	2.65	A	17,30	2189
			B	0,336	50,56
			α	4,8	-1,027
Nemec	$\frac{\Delta P}{L}=A\frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^{\alpha}}\frac{\mu\cdot u}{\left(d_p\phi\right)^2}+B\frac{(1-\varepsilon)}{\varepsilon^{\alpha}}\frac{\rho\cdot u^2}{d_p\phi}$	2.67	α	1,2	-6,242
			β	2,0	2,688
Tallmadge	$f_p=\frac{a}{\mathrm{Re}_{p\,Mod}}+\frac{b}{\mathrm{Re}_{p\,Mod}^{\alpha}}$	2.68	a	150	-394,7
			b	4,2	12,62
			α	0,1666	0,1808
Ozahi	$f_p=\left(\frac{D}{d_p}\right)\left[a\,\mathrm{Re}_{p\,Mod}+\frac{b}{\mathrm{Re}_{p\,Mod}}+c\right]$	2.73	a	$3\text{x}10^{-5}$	$2{,}61\text{x}10^{-4}$
			b	66,487	12,40
			c	0,1539	-0,02694

Fonte: O autor (2009).

Tabela 7.8 – Modelos para queda de pressão: correção do Efeito de Parede

Modelo		Equação	Constantes	Valores Originais	Valores Ajustados
Di Felice	$\frac{\Delta P}{L}=A\frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3}\frac{\mu\cdot u_b}{\left(d_p\phi\right)^2}+B\frac{(1-\varepsilon)}{\varepsilon^3}\frac{\rho\cdot u_b{}^2}{d_p\phi}$ $\quad u_b=\frac{u}{a+b\left(\frac{D/d_p-1}{D/d_p}\right)^2}$	2.78	A	150	-456,2
			B	1,75	13,84
			a	2,06	3,025
			b	1,06	-1,231
Freund	$\frac{\Delta P}{L}=aA_w{}^2\frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3}\frac{\mu\cdot u}{\left(d_p\phi\right)^2}+bB_w\frac{(1-\varepsilon)}{\varepsilon^3}\frac{\rho\cdot u^2}{d_p\phi}$ $\quad A_w=B_w=1+\frac{1}{2\left(D/d_p\right)(1-\varepsilon)}$	2.83	a	163,35	106,7
			b	1,2	2,759
Foumeny	$\frac{\Delta P}{L}=A\frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3}\frac{\mu\cdot u}{\left(d_p\phi\right)^2}+B\frac{(1-\varepsilon)}{\varepsilon^3}\frac{\rho\cdot u^2}{d_p\phi}$ $\quad B=\frac{D/d_p}{a\cdot D/d_p+b}$	2.84	A	130	-223,1
			a	0,335	0,2384
			b	2,28	0,5883
Mehta	$\frac{\Delta P}{L}=A\cdot M^2\frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3}\frac{\mu\cdot u}{\left(d_p\phi\right)^2}+B\cdot M\frac{(1-\varepsilon)}{\varepsilon^3}\frac{\rho\cdot u^2}{d_p\phi}$ $\quad M=a\frac{d_p}{D(1-\varepsilon)}+1$	2.87	A	150	-276,4
			B	1,75	4,202
			a	0,6667	-1,009
Eisfeld	$f_p=\frac{K_1A_w{}^2}{\mathrm{Re}_{p\ Mod}}+\frac{A_w}{B_w}$ $\quad A_w=1+\frac{2}{3\left(D/d_p\right)(1-\varepsilon)}$ $\quad B_w=\left[k_1\left(\frac{dp}{D}\right)^2+k_2\right]^2$	2.77	K_1	-	150
			k_1	-	2,812
			k_2	-	0,5988

Fonte: O autor (2009).

Tabela 7.9 – Modelos para queda de pressão: Outros Modelos

Modelo		Equação	Constantes	Valores Originais	Valores Ajustados
Hicks	$f_p = \frac{a}{\mathrm{Re}_{p\ Mod}{}^{b}}$	2.88	a	6,8	3,675
			b	0,2	0,02238
Montillet	$f_p = a\left(\frac{D}{d_p \phi}\right)^{b}\left(\frac{1000}{\mathrm{Re}_{p\ Mod}(1-\varepsilon)} + \frac{60}{\sqrt{\mathrm{Re}_{p\ Mod}(1-\varepsilon)}} + 12\right)$	2.91	a	0,061	24,90
			b	0,2	-0,9743
Barnea	$f_p = a\left[1 + b(1-\varepsilon)^{1/3}\right]\left[c + \frac{d \cdot \varepsilon \cdot \exp\left(5(1-\varepsilon)/3\varepsilon\right)}{\mathrm{Re}_{p\ Mod}(1-\varepsilon)}\right]$	2.97	a	0,75	5,731
			b	2,6	-1,174
			c	0,63	7,983
			d	4,8	138,6
Comiti	$\frac{\Delta P}{L} = M^{*}u^{2} + N^{*}u \qquad N^{*} = 2\mu\tau^{2}a_{vd}{}^{2}\left[1 + \frac{4}{a_{vd}D(1-\varepsilon)}\right]^{2}\frac{(1-\varepsilon)^{2}}{\varepsilon^{3}}$ $M^{*} = \left\{1 - a\left(1 - \frac{d_p}{D}\right) + b\left(1 - \frac{d_p}{D}\right)^{2}\right\}\tau^{3}\rho a_{vd}\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon^{3}}$	2.98	a	0,0413	2,314
			b	0,0968	1,518
Molerus I	$f_p = \frac{3\varepsilon}{4}\left\{\frac{24 \cdot \varepsilon}{\mathrm{Re}_{p\ Mod}(1-\varepsilon)}\left\{1 + K_1\left[\frac{(1-\varepsilon)^{1/3}}{\xi - (1-\varepsilon)^{1/3}} + \frac{1}{2}\left(\frac{(1-\varepsilon)^{1/3}}{\xi - (1-\varepsilon)^{1/3}}\right)^{2}\right]\right\} + \right.$ $\left. \frac{4}{\sqrt{\mathrm{Re}_{p\ Mod}(1-\varepsilon)/\varepsilon}} + 0,4 + K_2\frac{(1-\varepsilon)^{1/3}}{\xi - (1-\varepsilon)^{1/3}}\right\}$	2.111	ξ	0,95	0,7015
			K_1	0,777	0,9546
			K_2	0,511	-0,8925
Molerus II	$f_p = \frac{3\varepsilon}{4}\left\{\frac{24\varepsilon}{\mathrm{Re}_{p\ Mod}(1-\varepsilon)}\left\{1 + K_1\left[\frac{(1-\varepsilon)^{1/3}}{0,95 - (1-\varepsilon)^{1/3}} + \frac{1}{2}\left(\frac{(1-\varepsilon)^{1/3}}{0,95 - (1-\varepsilon)^{1/3}}\right)^{2}\right]\right\} + \right.$ $\left. \frac{4}{\sqrt{\mathrm{Re}_{p\ Mod}(1-\varepsilon)/\varepsilon}}\left[1 + K_2\left(\frac{(1-\varepsilon)^{1/3}}{0,95 - (1-\varepsilon)^{1/3}}\right)^{1,5}\right] + 0,4 + K_3\frac{(1-\varepsilon)^{1/3}}{0,95 - (1-\varepsilon)^{1/3}}\left(\frac{\varepsilon}{\mathrm{Re}_{p\ Mod}(1-\varepsilon)}\right)^{-0,1}\right\}$	2.113	K_1	0,692	-0,5025
			K_2	0,12	-0,8584
			K_3	0,891	3,664
Molerus III	$f_p = \frac{3\phi\varepsilon}{4}\left\{\frac{24\phi \cdot \varepsilon}{\mathrm{Re}_{p\ Mod}(1-\varepsilon)\Phi_D}\left\{1 + K_1\left[\frac{(1-\varepsilon)^{1/3}}{0,95 - (1-\varepsilon)^{1/3}} + \frac{1}{2}\left(\frac{(1-\varepsilon)^{1/3}}{0,95 - (1-\varepsilon)^{1/3}}\right)^{2}\right]\right\} + \right.$ $\left. \frac{4}{\sqrt{\mathrm{Re}_{p\ Mod}(1-\varepsilon)/\varepsilon\phi} \cdot \Phi_D{}^{1,5}}\left[1 + K_2\left(\frac{(1-\varepsilon)^{1/3}}{0,95 - (1-\varepsilon)^{1/3}}\right)^{1,5}\right] + \frac{0,4}{\Phi_D} + \frac{K_3}{\Phi_D}\left(\frac{(1-\varepsilon)^{1/3}}{0,95 - (1-\varepsilon)^{1/3}}\right)\right\}$	4.3	Φ_D	0,5009	0,5009
			K_1	0,692	-2,435
			K_2	0,12	0,9739
			K_3	0,891	0,8765

Fonte: O autor (2009).