

MARCO ANTONIO VELASCO CAPRI

OTIMIZAÇÃO NO SERVIÇO DO ESTACIONAMENTO ROTATIVO  
REGULAMENTADO UTILIZANDO TÉCNICAS DA PESQUISA  
OPERACIONAL

Curitiba  
2005

MARCO ANTONIO VELASCO CAPRI

OTIMIZAÇÃO NO SERVIÇO DO ESTACIONAMENTO ROTATIVO  
REGULAMENTADO UTILIZANDO TÉCNICAS DA PESQUISA  
OPERACIONAL

Dissertação apresentada como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre em Ciências do Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia-Programação Matemática. Setores de Tecnologia e Ciências Exatas, Universidade Federal do Paraná.

Orientadora: Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Maria Teresinha Arns Steiner

Co-orientadora: Prof.<sup>a</sup> M.Sc. Andreia Smiderle

Curitiba

2005

## TERMO DE APROVAÇÃO

MARCO ANTONIO VELASCO CAPRI

### OTIMIZAÇÃO NO SERVIÇO DO ESTACIONAMENTO ROTATIVO REGULAMENTADO UTILIZANDO TÉCNICAS DA PESQUISA OPERACIONAL

Dissertação aprovada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Ciências, na Área de Concentração em Programação Matemática, do Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia da Universidade Federal do Paraná, pela comissão formada pelos professores:

Orientadora   
Professora Maria Teresinha Ams Steiner, D. Eng  
Departamento de Matemática, UFPR

  
Professor Heitor Silvério Lopes, Dr  
Programa de Pós-Graduação em Eng. Elétrica e  
Informática Industrial, CEFET-PR

  
Professor Marco Antonio Barbosa Cândido, Dr  
Programa de Pós-Graduação em Eng. de Produção,  
PUC-PR

  
Professor Luiz Fernando Nunes, Dr  
Departamento de Matemática, CEFET-PR

Curitiba, 15 de agosto de 2005

TERMO DE APROVAÇÃO

MARCO ANTONIO VELASCO CAPRI

OTIMIZAÇÃO NO SERVIÇO DO ESTACIONAMENTO ROTATIVO  
REGULAMENTADO UTILIZANDO TÉCNICAS DA PESQUISA  
OPERACIONAL

Dissertação aprovada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Ciências, na Área de Concentração em Programação Matemática, do Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia da Universidade Federal do Paraná, pela comissão formada pelos professores:

Orientadora: \_\_\_\_\_  
Professora Maria Teresinha Arns Steiner, D. Eng.  
Departamento de Matemática, UFPR

\_\_\_\_\_  
Professor Heitor Silvério Lopes, Dr.  
Programa de Pós-Graduação em Eng. Elétrica e  
Informática Industrial, CEFET-PR

\_\_\_\_\_  
Professor Marco Antonio Barbosa Cândido, Dr.  
Programa de Pós-Graduação em Eng. de Produção,  
PUC-PR

\_\_\_\_\_  
Professor Luiz Fernando Nunes, Dr.  
Departamento de Matemática, CEFET-PR

Curitiba, 15 de agosto de 2005

Dedico este trabalho aos meus pais  
Luis Ângelo e Elaine e aos meus filhos  
João Vitor e Maria Cecília.

## AGRADECIMENTOS

A Deus por guiar-me neste caminho e estar sempre junto a mim.

A minha família, pelo incentivo e compreensão em todas as horas que me ausentei.

Aos meus pais Luis e Elaine que se sentem orgulhosos a cada objetivo por mim alcançado.

Aos meus filhos João Vitor e Maria Cecília por tentarem compreender em suas cabecinhas, a minha ausência nestes últimos anos.

A minha irmã Cíntia, que sempre me incentivou.

A minha amada Sandra, por estar ao meu lado todas as horas que precisei, além da paciência e carinho comigo em todos os momentos.

A professora Maria Teresinha Arns Steiner, pelo carinho, amizade e orientação para realização deste trabalho.

A amiga e co-orientadora Andreia Smiderle pela amizade, pelas dicas e orientações no trabalho.

Aos colegas, pela amizade formada durante o curso na cidade de Campo Mourão. Momentos de estudo e alegria que jamais serão esquecidos.

Aos professores que nos enriqueceram com seus conhecimentos.

A amiga Gláucia, funcionária da FECILCAM, que sempre esteve a disposição para nos atender.

Ao amigo Emerson, pela amizade, pela força, pelos muitos dias de estudos compartilhados e pelas lembranças que permanecerão.

A amiga Ione de Freitas, Coordenadora do Estacionamento Regulamentado, pelo fornecimento dos dados, dos quais precisei para realização do trabalho.

Ao amigo Jean, que muito auxiliou na programação.

A amiga e colega Márcia, pela amizade e pelas valiosas dicas.

Aos funcionários do CESEC da UFPR, em especial a Maristela

que sempre esteve prestativa ao nos atender.

A todos que de alguma forma colaboraram com a realização deste trabalho, meu muitíssimo obrigado!.

*"O que sabemos é uma gota, o que  
não sabemos é um oceano."*

*Isaac Newton*

## SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS.....	xii
LISTA DE FLUXOGRAMAS.....	xiv
LISTA DE TABELAS.....	xv
RESUMO.....	xvii
ABSTRACT.....	xviii
CAPÍTULO I	
1. INTRODUÇÃO.....	01
1.1 OBJETIVOS DO TRABALHO.....	01
1.2 IMPORTÂNCIA DO TRABALHO.....	01
1.3 LIMITAÇÕES DO TRABALHO.....	02
1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO.....	02
CAPÍTULO II	
2. DESCRIÇÃO DO PROBLEMA.....	03
2.1 INTRODUÇÃO.....	03
2.2 DESCRIÇÃO GERAL DO PROBLEMA.....	03
2.2.1 Equipes de Trabalho de Campo.....	12
2.3 COMO O PROBLEMA É TRATADO ATUALMENTE.....	13
CAPÍTULO III	
3. REVISÃO DA LITERATURA.....	17
CAPÍTULO IV	
4. DESCRIÇÃO DOS MÉTODOS PROPOSTOS PARA RESOLUÇÃO DO PROBLEMA.....	23
4.1 INTRODUÇÃO.....	23
4.2 PROBLEMA DE LOCALIZAÇÃO DE FACILIDADES.....	23

4.2.1	Problema de Localização de Centros.....	23
4.2.2	Problema de Localização de Medianas.....	24
4.3	PROBLEMA DAS $P$ -MEDIANAS.....	24
4.3.1	Formulação Matemática do Problema das $P$ - Medianas.....	25
4.3.2	Algoritmo das $P$ -Medianas de Teitz e Bart.....	26
4.3.2.1	Número de transmissão .....	27
4.3.2.2	Teorema .....	28
4.3.2.3	Distância entre dois pontos .....	28
4.3.2.4	Descrição do algoritmo de Teitz e Bart.....	29
4.3.3	Problema das $P$ -Medianas Capacitado .....	30
4.4	ALGORITMOS GENÉTICOS.....	30
4.4.1	Introdução.....	30
4.4.2	Descrição Sucinta da Técnica dos Algoritmos Genéticos.....	31
4.4.3	Vantagens dos Algoritmos Genéticos.....	32
4.4.4	Conceitos Fundamentais e Terminologia.....	33
4.4.5	Inserção de Novos Indivíduos na População.....	34
4.4.6	Geração da População Inicial.....	35
4.4.7	Função Aptidão.....	36
4.4.8	Seleção.....	36
4.4.9	Operadores Genéticos.....	37
4.4.9.1	Operadores de Cruzamento.....	38
4.4.9.2	Operadores de Mutação.....	40
4.4.10	Escolha dos Parâmetros dos Algoritmos Genéticos.....	41
4.4.11	Estrutura Básica de um Algoritmo Genético.....	42
4.4.12	Algoritmo Genético Aplicado ao Problema das $P$ -Medianas.....	43
4.4.12.1	Algoritmo Genético para o problema das $P$ -Medianas.....	43
4.4.12.2	Descrição do Algoritmo.....	45
4.5	META-HEURÍSTICA BUSCA TABU (BT).....	46
4.5.1	Métodos de Busca Local.....	46
4.5.2	Busca Tabu.....	46
4.5.3	Funcionamento da Meta-Heurística Busca Tabu.....	47
4.6	PROBLEMA DE TRANSPORTES.....	51
4.6.1	Introdução.....	51

4.6.2 Modelo Matemático para o Problema de Transportes.....	51
4.7 PROBLEMA DE DESIGNAÇÃO.....	52
4.7.1 Introdução.....	52
4.7.2 Modelo Matemático para o Problema de Designação.....	53

## CAPÍTULO V

5. METODOLOGIA PARA RESOLUÇÃO DO PROBLEMA REAL, IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL E RESULTADOS.....	54
5.1 INTRODUÇÃO.....	54
5.2 IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL E RESULTADOS OBTIDOS.....	55
5.2.1 1ª Fase – Cadastramento dos Pontos e Levantamento de Dados.....	56
5.2.2 2ª Fase – Definição das <i>P</i> -Medianas.....	58
5.2.2.1 Proposta 1 – Implementação e Resultados do Algoritmo de Teitz e Bart (TBPMed).....	58
5.2.2.2 Proposta 2 – Implementação e Resultados do Algoritmo Genético (AGPMed).....	61
5.2.2.3 Proposta 3 – Implementação e Resultados do Algoritmo Busca Tabu (BTPMed).....	64
5.2.2.4 Proposta 4A - Combinações entre os Algoritmos AGPMed e TBPMed.....	67
5.2.2.5 Proposta 4B - Comparações entre os Algoritmos BTPMed e TBPMed	70
5.2.3 3ª Fase - Formação dos <i>Clusters</i> .....	73
5.2.3.1 Introdução.....	73
5.2.3.2 Modelo Matemático de Designação e Transportes Combinados (DTComb).....	74
5.2.3.3 <i>Clusterização</i> .....	75

## CAPÍTULO VI

6. ANÁLISE DOS RESULTADOS, CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	84
6.1 Análise dos Resultados.....	84
6.1.1 1º Fase – Cadastramento dos Pontos.....	84
6.1.2 2º Fase – Definição das <i>P</i> -Medianas.....	84

6.1.3 3º Fase – Formação dos <i>Clusters</i> .....	86
6.2 CONCLUSÕES .....	86
6.3 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS .....	89
REFERÊNCIAS.....	90
ANEXO I.....	97

## LISTA DE FIGURAS

FIGURA 2.1 – MAPA DA REGIÃO CENTRAL DE PONTA GROSSA.....	05
FIGURA 2.2 – MAPA DESTACANDO OS TRECHOS DE QUADRA COBERTOS PELA ZONA AZUL.....	06
FIGURA 2.3 – MAPA DE SETOR.....	08
FIGURA 2.4 – MAPA DE ÁREA.....	09
FIGURA 2.5 – MAPA GERAL DOS SETORES.....	10
FIGURA 2.6 – MAPA GERAL DAS ÁREAS.....	11
FIGURA 2.7 – MAPA DESTACANDO A TAXA DE OCUPAÇÃO DOS TRECHOS. EM TRÊS NÍVEIS.....	16
FIGURA 4.1 – EXEMPLO DE CRUZAMENTO UNIFORME.....	38
FIGURA 4.2 – EXEMPLO DE CRUZAMENTO COM UMA PARTIÇÃO.....	39
FIGURA 4.3 – EXEMPLO DE CRUZAMENTO COM DUAS PARTIÇÕES.....	39
FIGURA 4.4 – EXEMPLO DE MUTAÇÃO POR TROCA SIMPLES.....	40
FIGURA 4.5 – EXEMPLO DE MUTAÇÃO POR INVERSÃO.....	41
FIGURA 4.6 – EXEMPLO DE MUTAÇÃO POR TRANSLOCAÇÃO.....	41
FIGURA 5.1 – MAPA DESTACANDO OS 232 PONTOS.....	57
FIGURA 5.2 – MAPA DESTACANDO A MELHOR SIMULAÇÃO DAS 28 MEDIANAS ENCONTRADAS PELO TBPMED.....	60
FIGURA 5.3 – MAPA DESTACANDO A MELHOR SIMULAÇÃO DAS 28 MEDIANAS ENCONTRADAS PELO AGPMED.....	63
FIGURA 5.4 – MAPA DESTACANDO A MELHOR SIMULAÇÃO DAS 28 MEDIANAS ENCONTRADAS PELO BTPMED.....	66
FIGURA 5.5 – MAPA DESTACANDO A MELHOR SIMULAÇÃO DAS 28 MEDIANAS ENCONTRADAS PELO TBPMED A PARTIR DA SOLUÇÃO INICIAL DO GERADA PELO AGPMED.....	69
FIGURA 5.6 – MAPA DESTACANDO A MELHOR SIMULAÇÃO DAS 28 MEDIANAS ENCONTRADAS PELO TBPMED A PARTIR DA SOLUÇÃO INICIAL GERADA PELO BTPMED.....	72
FIGURA 5.7 – MAPA DA DESIGNAÇÃO DOS PONTOS ÀS MEDIANAS, FORMANDO OS 28 <i>CLUSTERS</i> (SETORES).....	78

FIGURA 5.8 – MAPA DA DESIGNAÇÃO DOS PONTOS ÀS MEDIANAS FORMANDO OS 4 <i>CLUSTERS</i> (ÁREAS).....	80
FIGURA 5.9 – MAPA DESTACANDO A CONFIGURAÇÃO FINAL DOS 28 SETORES DE FISCALIZAÇÃO.....	82
FIGURA 5.10 – MAPA DESTACANDO A CONFIGURAÇÃO FINAL DAS ÁREAS DE FISCALIZAÇÃO.....	83

## LISTA DE FLUXOGRAMAS

FLUXOGRAMA 4.1 – ALGUMAS DAS FORMAS PARA RESOLUÇÃO DO PROBLEMA DAS <i>P</i> -MEDIANAS.....	25
FLUXOGRAMA 4.2 – ESTRUTURA BÁSICA DE UM AG.....	42
FLUXOGRAMA 4.3 – ESQUEMA GERAL DO PROCESSO BUSCA TABU....	48
FLUXOGRAMA 5.1 – ESQUEMA DA METODOLOGIA PARA A RESOLUÇÃO DO PROBLEMA.....	55

## LISTA DE TABELAS

TABELA 2.1 – DISTRIBUIÇÃO DO NÚMERO DE VAGAS E NÚMERO DE TRECHOS DE QUADRA DE ACORDO COM AS ÁREAS E SETORES.....	14
TABELA 4.1 – TABELA COMPARATIVA DA TERMINOLOGIA UTILIZADA NOS ALGORITMOS GENÉTICOS.....	33
TABELA 4.2 – MATRIZ DE EFICIÊNCIA.....	53
TABELA 5.1 – RESULTADOS NUMÉRICOS DAS SIMULAÇÕES PARA O PROBLEMA DAS 28 MEDIANAS OBTIDOS PELO ALGORITMO TBPMED...	59
TABELA 5.2 – APRESENTAÇÃO DAS 28 MEDIANAS ENCONTRADAS EM CADA UMA DAS 5 SIMULAÇÕES CONTIDAS NA TABELA 5.1.....	59
TABELA 5.3 – RESULTADOS NUMÉRICOS DAS SIMULAÇÕES PARA O PROBLEMA DAS 28 MEDIANAS OBTIDOS PELO ALGORITMO AGPMED...	61
TABELA 5.4 – APRESENTAÇÃO DAS 28 MEDIANAS ENCONTRADAS EM CADA UMA DAS 5 SIMULAÇÕES CONTIDAS NA TABELA 5.3.....	62
TABELA 5.5 – RESULTADOS NUMÉRICOS DAS SIMULAÇÕES PARA O PROBLEMA DAS 28 MEDIANAS OBTIDOS PELO ALGORITMO BTPMED....	64
TABELA 5.6 – APRESENTAÇÃO DAS 28 MEDIANAS ENCONTRADAS EM CADA UMA DAS 8 SIMULAÇÕES CONTIDAS NA TABELA 5.5.....	65
TABELA 5.7 – RESULTADOS NUMÉRICOS DAS SIMULAÇÕES PARA O PROBLEMA DAS 28 MEDIANAS OBTIDOS PELOS ALGORITMOS AGPMED E TBPMED COMBINADOS.....	67
TABELA 5.8 – APRESENTAÇÃO DAS 28 MEDIANAS ENCONTRADAS EM CADA UMA DAS 5 SIMULAÇÕES DA TABELA 5.7.....	68
TABELA 5.9 – RESULTADOS NUMÉRICOS DAS SIMULAÇÕES PARA O PROBLEMA DAS 28 MEDIANAS OBTIDOS PELOS ALGORITMOS BTPMED E TBPMED COMBINADOS.....	70
TABELA 5.10 – APRESENTAÇÃO DAS 28 MEDIANAS ENCONTRADAS EM CADA UMA DAS 5 SIMULAÇÕES NA TABELA 5.9.....	71
TABELA 5.11 – COMPARAÇÃO DOS VALORES DE TRANSMISSÃO E DOS TEMPOS COMPUTACIONAIS OBTIDOS NAS 4 PROPOSTAS .....	73
TABELA 5.12 – FORMAÇÃO DOS 28 CLUSTERS UTILIZANDO O MODELO MATEMÁTICO	

DTCOMB.....	77
TABELA 5.13 - FORMAÇÃO DOS 4 CLUSTERS UTILIZANDO O MODELO MATEMÁTICO DTCOMB .....	79
TABELA 6.1 – TABELA COMPARATIVA DA DISTRIBUIÇÃO DAS VAGAS NO MODELO ATUAL E NO MODELO OTIMIZADO .....	88

## RESUMO

O uso temporário das vagas de estacionamento existentes ao longo das ruas nas regiões de grande concentração de veículos em uma cidade é uma necessidade para que todos os usuários possam usufruir deste espaço. Para que se garanta uma rotatividade nestes estacionamentos, foi implantada em diversos centros urbanos a estrutura conhecida como Estacionamento Rotativo Regulamentado. Para o desenvolvimento deste trabalho, tomou-se como modelo os dados relativos ao município de Ponta Grossa-PR. O objetivo deste trabalho é obter de forma eficaz e eficiente a distribuição dos trechos de quadra em setores a serem percorridos pelos orientadores (fiscais) e a determinação das áreas compostas por estes setores, de forma a minimizar a distância total a ser percorrida pelos mesmos, otimizando o seu trabalho de fiscalização. Além disso, o trabalho visa a informatização de todo processo de distribuição dos setores a serem supervisionados, garantindo a automatização do mesmo. Na metodologia aqui apresentada foram utilizadas algumas técnicas da área de Pesquisa Operacional. Inicialmente tratou-se do problema em questão, como um problema das  $p$ -medianas, usando comparativamente a heurística de Teitz e Bart e as meta-heurísticas, Algoritmo Genético e Busca Tabu, assim como as suas combinações. A partir da definição das medianas, efetuou-se a formação dos *clusters* através de uma combinação do algoritmo de Transportes com o algoritmo de Designação, ficando assim determinados os setores e as áreas a serem fiscalizados.

## ABSTRACT

The temporary use of the existing parking places on busy streets in a city is needed to allow all users to access available space in turns. In order to assure the turnover of these parking areas, several urban areas implanted a new structure, known as Regular Turnover Parking. To develop this work, data from the city of Ponta Grossa-PR, were used as model. The objective of this work is to get an efficient distribution of sectors of the blocks into sections objective to be run by the fiscals and the determination of the compound areas by these sections, so that the whole distance be minimized, optimizing their work of checking. Furthermore, the work aims to adjust the whole process of the distribution of the sections to be supervised into suitable software, allowing working people to use the computer with it. In the methodology presented here, some techniques from the Operational Research were used. Firstly, the mentioned case was treated through the p-medians, comparatively using the heuristic of Teitz and Bart and the meta-heuristics, Genetic Algorithm and Tabu Search, as well as their combinations. From the median definitions, the formation of the clusters were done through a combination of the algorithm of the transport with the algorithm of Designation, this way the sections and the areas to be checked were determined.

## CAPÍTULO I

### 1. INTRODUÇÃO

O Estacionamento Rotativo Regulamentado foi implementado em diversas cidades com o objetivo de garantir a rotatividade de veículos nos estacionamentos públicos. O sistema conta com orientadores (agentes fiscais) que percorrem as vias verificando se os veículos permanecem estacionados dentro de um certo intervalo de tempo, indicado nos cartões de estacionamento. Para que o sistema funcione é necessário uma fiscalização eficiente. Assim, a proposta deste trabalho relaciona-se com a otimização no processo de fiscalização nas áreas do Estacionamento Rotativo Regulamentado.

#### 1.1 OBJETIVOS DO TRABALHO

O objetivo deste trabalho é obter de forma rápida, eficiente e automática a distribuição dos trechos de quadra em setores a serem percorridos pelos orientadores e determinação das áreas compostas por estes setores, considerando a quantidade de vagas por trecho bem como a taxa de ocupação destas vagas. Deve-se minimizar a distância percorrida pelos orientadores, gerando uma maior eficiência na fiscalização. Isto garante aos usuários uma disponibilidade maior de vagas, aumentando a rotatividade dos veículos nestes estacionamentos. Para o desenvolvimento deste trabalho, foram levantados os dados relativos ao Estacionamento Rotativo Regulamentado do município de Ponta Grossa – PR.

#### 1.2 IMPORTÂNCIA DO TRABALHO

O aumento excessivo da frota de veículos tem provocado uma expansão acelerada das áreas destinadas ao Estacionamento Rotativo Regulamentado. A elaboração dos mapas de cobertura dos trechos de quadra a serem fiscalizados é feita, atualmente, de forma manual e empírica. A cada trecho adicionado ou retirado,

surge a dúvida com relação à forma de ampliação ou redução de setores ou ainda da contratação ou demissão de pessoal. A metodologia apresentada neste trabalho permite uma automatização na confecção destes mapas de cobertura. O sistema informa de forma rápida e eficiente, o número ideal de setores compostos por trechos de quadra, bem como a designação de novos trechos aos setores, otimizando, assim, todo o processo e garantindo uma melhor fiscalização.

### 1.3 LIMITAÇÕES DO TRABALHO

Uma das limitações do trabalho é o fato das distâncias entre os trechos de quadra analisados terem sido calculadas como distâncias euclidianas. Então, as distâncias apresentadas são apenas uma aproximação das distâncias reais.

### 1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO

O presente trabalho encontra-se dividido em 6 capítulos, incluindo esta Introdução que descreve os objetivos e a importância do mesmo. O Segundo Capítulo apresenta a descrição do problema real mostrando o caso do Estacionamento Rotativo Regulamentado do município de Ponta Grossa. No Terceiro Capítulo é feita uma revisão de literatura contendo resumos de relatos de outros trabalhos relacionados ao problema estudado. O Quarto Capítulo apresenta a fundamentação teórica desta pesquisa, onde são descritos os métodos propostos para a solução do problema. No Capítulo Cinco é apresentada a metodologia utilizada no trabalho, o relato da implementação computacional das técnicas utilizadas e a apresentação dos resultados obtidos. No Sexto e último Capítulo são apresentadas a análise dos resultados, as conclusões finais e sugestões para trabalhos futuros.

## CAPÍTULO II

### 2. DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

#### 2.1 INTRODUÇÃO

Na maioria das cidades a determinação dos setores a serem fiscalizados pelos agentes fiscais nos estacionamentos regulamentados, é feita de maneira empírica, acarretando num sistema ineficiente. A eficiência na fiscalização é imprescindível para garantir a rotatividade dos veículos nestas regiões. Certos trechos de quadra possuem mais vagas que os outros. Por outro lado, certos setores, de toda a região, possuem uma taxa maior de ocupação. Tudo isso exige que a distribuição dos agentes fiscais nos setores não seja feita de forma intuitiva, pois desta maneira alguns setores ficariam sobrecarregados e outros ociosos do ponto de vista da fiscalização.

Em 1º de setembro, foi criada na cidade de Ponta Grossa, a chamada Zona Azul. Naquela época contava com 20 funcionários, atendendo 500 vagas dispostas nas principais ruas da área central da cidade. A partir de 05 de setembro de 2002, vinculada à Secretaria Municipal de Planejamento da Prefeitura Municipal de Ponta Grossa, foi criada a Autarquia Municipal de Trânsito, tendo a finalidade de planejar, promover, executar e acompanhar as ações na área do Estacionamento Regulamentado – Zona Azul. Atualmente (2005), a Autarquia Municipal de Trânsito, contando com um total de 69 funcionários, administra aproximadamente 2500 vagas no Estacionamento Rotativo Regulamentado.

#### 2.2 DESCRIÇÃO GERAL DO PROBLEMA

Atualmente a área destinada ao estacionamento regulamentado está localizada, quase que na sua totalidade, na região central e é composta por 232 trechos de quadra. Estes trechos, agrupados no mínimo em 6 e no máximo em 12, formam 28 setores. Os setores por sua vez, agrupados em 7, formam 4

grandes áreas. Esta configuração sofre mudanças toda vez que ocorre a inclusão ou supressão de novos trechos.

Na Figura 2.1 é destacada a região central da cidade de Ponta Grossa e na Figura 2.2 as ruas cobertas pelo Estacionamento Rotativo Regulamentado (Zona Azul).





Assim sendo, são confeccionados alguns mapas que servem para orientação do trabalho de campo dos orientadores. Os mapas em uso estão assim intitulados:

- a) Mapa de setor: contém apenas os trechos que formam o setor. São ao todo 28 mapas, distribuídos para os orientadores;
- b) Mapa de área: apresenta os sete setores que compõem uma área, diferenciados por cores. São ao todo 4 mapas, fornecidos aos supervisores;
- c) Mapa geral: reúne todas as informações contidas nos quatro mapas de área. É utilizado para a fiscalização volante;
- d) Mapa de cobertura: destaca as vias que receberão um trabalho adicional de supervisão, identificando os trechos envolvidos em cada setor. São ao todo 8 mapas.

Estes mapas, em função da escala utilizada, oferecem às orientadoras, apenas a informação básica de localização dos trechos que serão supervisionados. Mas, por abrangerem a malha central, eles servem também para informar a usuários a localização de vias desta malha.

Nas Figuras 2.3, 2.4, 2.5 e 2.6 são mostrados alguns destes mapas:









### 2.2.1 Equipes de Trabalho de Campo

O trabalho desenvolvido nas ruas encontra-se distribuído basicamente entre Orientadores(as) de trânsito (agentes fiscais) e Supervisoras de trânsito, com as seguintes atribuições:

- a) Orientadores(as): percorrem todos os trechos integrantes ao setor previamente designado. Anotam numa ficha denominada de “ficha trabalho” as ocorrências verificadas ao longo do turno. Preenchem as chamadas “folhas de infratores” e emitem as notificações correspondentes. Podem vender blocos de estacionamento, bem como regularizar notificações emitidas por qualquer orientadora ou supervisora desde que estejam dentro do prazo estabelecido de 10 dias;
- b) Supervisoras(as): percorrem todos os setores integrantes da área que lhe foi atribuída. No percurso devem supervisionar o trabalho de suas orientadoras, esclarecer dúvidas e resolver impasses existentes. As supervisoras devem registrar sua presença junto das orientadoras mediante assinatura e indicação de horário na ficha das mesmas todas as vezes que delas se aproximarem. Além de “fazerem o troco”, podem vender blocos de estacionamento, notificar e regularizar notificações que estejam dentro do prazo estabelecido de 10 dias.

Parte das atribuições citadas não consta no regulamento interno ou rotina de trabalho. As mesmas foram compostas pela coordenação ao longo do tempo.

O sistema conta, atualmente, com 69 funcionários atuando nas atividades de campo. Destes, 59 desempenham a função de orientadoras e 10 a função de supervisão. Cada supervisora tem sob sua responsabilidade um grupo de 7 a 9 orientadoras, com as quais forma uma equipe fixa de trabalho. Considerando a existência de 4 áreas e 2 turnos de trabalho, existem ao todo oito equipes.

Cada equipe, no seu respectivo turno, atua uma semana em cada área, de modo a percorrer seqüencialmente todas as áreas ao longo do mês. Existe

também, em cada grupo, um sistema de rodízio entre as orientadoras, cabendo a supervisora organizar este rodízio, que deve compreender todos os setores sob sua responsabilidade. O objetivo deste rodízio é que as orientadoras não permaneçam mais que um dia em cada setor.

A escala diária de trabalho é feita pela supervisora, por dia, enquanto o grupo se prepara para ir a campo e, posteriormente, repassada para a administração. Nos dias em que faltam orientadoras é realizado um acúmulo (junção) de setores.

### 2.3 COMO O PROBLEMA É TRATADO ATUALMENTE

Atualmente, conforme já comentado, a confecção dos mapas para a distribuição dos setores a serem fiscalizados pelos orientadores é feita de maneira empírica. Parte-se de sugestões dos próprios orientadores a respeito de trechos que possuem maior movimento, trechos ociosos ou ainda trechos que futuramente venham necessitar da implantação do estacionamento rotativo regulamentado. Sempre que um novo trecho é adicionado ocorre a alteração de todos ou de parte dos mapas, acarretando um novo trabalho de distribuição por parte do coordenador. Este insere o novo trecho no local que ele próprio julga mais adequado sem nenhuma técnica apropriada de otimização.

Portanto, o trabalho de distribuição destes trechos para a elaboração dos mapas de fiscalização, sem dúvida, necessita de técnicas não só para otimizar esta distribuição, como também para automatizar e informatizar todo o processo.

Atualmente o número de vagas está distribuído de acordo com a Tabela 2.1, apresentada a seguir:

TABELA 2.1 – DISTRIBUIÇÃO DO NÚMERO DE VAGAS E NÚMERO DE TRECHOS DE QUADRA DE ACORDO COM AS ÁREAS E SETORES

ÁREAS	NÚMERO DE VAGAS POR SETORES/ÁREAS			TOTAL VAGAS
	SETORES	NÚMERO DE TRECHOS	Nº VAGAS	
ÁREA 1	01	10	154	
	02	12	132	
	03	7	92	
	04	8	80	
	05	6	67	
	06	6	50	
		07	9	66
ÁREA 2	08	9	117	
	09	8	88	
	10	7	75	
	11	11	90	
	12	11	97	
	13	7	60	
		14	12	104
ÁREA 3	15	7	60	
	16	7	66	
	17	7	77	
	18	6	66	
	19	6	71	
	20	10	94	
		21	6	63
ÁREA 4	22	7	74	
	23	9	81	
	24	7	75	
	25	6	59	
	26	9	84	
	27	12	93	
		28	10	173
TOTAL DE VAGAS				2408

Pela Tabela 2.1 observa-se que o número de trechos por setor é variável, isto ocorre devido a alguns setores estarem localizados em áreas de maior taxa de ocupação. Setores com maior taxa de ocupação possuem um número menor de trechos, enquanto que os setores com menor taxa, possuem mais trechos. Observa-se também uma desigualdade no número de vagas atendidas nos setores, como, por exemplo, no setor 28, que cada agente fiscal precisa atender 173 vagas, enquanto no setor 6 cada agente atende somente 50 vagas. Mesmo

considerando as taxas de ocupação de cada trecho como alta, média e baixa, esta diferença é significativa.

Em resumo, o ideal é ter uma distribuição uniforme das vagas, considerando as taxas de ocupação nos 28 setores, partindo-se do pressuposto que todos os fiscais possuem a mesma capacidade de trabalho.

Na Figura 2.7 é apresentado o mapa dos trechos de cobertura, destacando as taxas de ocupação de cada trecho. Segue-se o seguinte esquema de cores:

Trechos em vermelho: taxa de ocupação alta.

Trechos em azul: taxa de ocupação média.

Trechos em amarelo: taxa de ocupação baixa.



## CAPÍTULO III

## 3. REVISÃO DA LITERATURA

Este capítulo faz referência a alguns trabalhos anteriormente publicados relacionados aos tópicos abordados neste trabalho: problemas de localização de facilidades (também são conhecidos como problemas dos centros e problemas das medianas), formação de agrupamentos, algoritmos genéticos e algoritmos de busca tabu.

Os problemas de localização de facilidades são largamente explorados dentro da área da Otimização Combinatória e seu estudo neste trabalho torna-se necessário porque, a partir da localização da facilidade (depósito fictício para o fiscal do estacionamento), serão formados os setores de atendimento (*clusters*-agrupamentos) para o mesmo. Assim, citam-se alguns autores que publicaram trabalhos relativos a estes problemas.

WEBER, *apud* LOBO, 1998, em um trabalho publicado em 1909, buscava a localização de uma indústria de modo a minimizar os custos de transporte da matéria-prima e também os custos de transporte do produto até o consumidor. Em seu estudo, Weber considerou uma área onde existia somente um único mercado consumidor e duas regiões fornecedoras de matéria-prima. O seu trabalho é tido como a gênese da teoria da localização.

COOPER, *apud* LOBO, 1998, é considerado um dos pioneiros a trabalhar com problemas de localização de facilidades. No seu primeiro trabalho é apresentado um método matemático para encontrar a melhor solução para a localização das facilidades além da quantidade destas, bem como a cobertura das soluções encontradas.

HAKIMI, 1964, mostra os conceitos generalizados de centro e de vértice-mediana de um grafo para centro absoluto e mediana absoluta de um grafo ponderado. Os resultados do trabalho são usados para encontrar a localização ótima para um centro de comutação em uma rede de comunicação e também para escolher a melhor localização de um posto policial num sistema rodoviário. No trabalho ele mostra que a localização ótima para o centro de comutação está num

vértice da rede de comunicação, enquanto que a melhor localização para o posto policial não está, necessariamente, num cruzamento de estradas.

TEITZ e BART, 1968, propuseram um método aproximado para se encontrar a mediana de um grafo ponderado. O método consiste na procura de uma solução através de troca de vértices, a partir de uma solução inicial. Esse método é descrito e utilizado neste trabalho (Capítulo V).

CHRISTOFIDES, 1975, trabalhou com os problemas de localização de facilidades e roteamento de veículos. Seus trabalhos deram início ao estudo de algoritmos de resolução para estes problemas, contendo formulações matemáticas estruturadas para os problemas dos  $p$ -centros,  $p$ -medianas e o problema do caixeiro viajante.

MINIEKA, 1977, apresentou dois conceitos a respeito da localização das facilidades sobre um grafo: se as facilidades devem ser localizadas somente nos vértices, as localizações são chamadas de medianas; se as facilidades podem ser localizadas sobre as arestas ou nos vértices, as localizações são chamadas de medianas absolutas. Sendo  $p$  o número de facilidades a serem localizadas, tem-se, respectivamente, o problema das  $p$ -medianas e o problema das  $p$ -medianas absolutas.

HOSAGE e GOODCHILD, 1986, devem ter sido os primeiros a desenvolver um algoritmo genético (AG) com aplicação no problema das  $p$ -medianas. O algoritmo por eles desenvolvido foi testado em um problema que seleciona três medianas entre vinte possíveis e com uma população inicial  $P = 25$  para quatro números diferentes de gerações (120, 150, 180 e 210).

DIBBLE e DENSHAM, 1993, apresentaram a aplicação de um AG para o problema das  $p$ -medianas. O AG desenvolvido foi aplicado num caso que teve que selecionar de 150 possíveis candidatas, 9 medianas. Foi utilizada uma população inicial de  $P = 1000$  indivíduos e 150 gerações. Foi feita uma comparação com os resultados obtidos pelo algoritmo de Teitz e Bart, mostrando que o tempo de processamento do AG foi bem maior do que o do algoritmo de Teitz e Bart e as soluções encontradas foram praticamente iguais.

PIZZOLATO e SILVA, 1993, apresentaram uma proposta metodológica de localização de escolas em uma cidade. O trabalho indicou em quais locais deveria haver uma escola, a quais setores a escola atenderia, além da

quantidade de alunos designados para cada escola, apresentando também a distância média percorrida pelos alunos.

CARLTON, 1995, descreve um algoritmo de busca tabu, baseado em um ajuste dinâmico nos valores dos parâmetros de busca. Mais precisamente o tamanho da lista tabu é alterado se soluções idênticas acontecem freqüentemente, ou se nenhuma solução satisfatória é encontrada.

BEZERRA, 1995, desenvolveu um trabalho utilizando o modelo das  $p$ -medianas para a localização de postos de coleta para apoio ao escoamento de produtos extrativistas no estado do Piauí, visando otimizar o trabalho de transporte entre o local de coleta e o local de processamento; o estudo de caso foi aplicado ao produto babaçú.

LIMA, 1996, utilizou o modelo das  $p$ -medianas para a localização de centros intermediários de serviços especializados de saúde, visando minimizar a distância média de deslocamento dos usuários.

ROSA, 1996, apresentou um estudo sobre a localização de Centros de Distribuição Domiciliar (CDDs) da Empresa de Correios e Telégrafos (ECT), abordando o problema de duas maneiras. A primeira trata do problema da cobertura de conjuntos visando minimizar o número de Centros necessários para o atendimento de toda a cidade. A segunda abordagem trata do problema das  $p$ -medianas objetivando minimizar o percurso médio dos carteiros.

SOUZA, 1996, desenvolveu um trabalho utilizando métodos quantitativos para dimensionar, localizar e escalonar no tempo, sistemas com serviço de atendimento emergencial.

COSTA, 1997, desenvolveu um estudo para a otimização da entrega de correspondências dos serviços postais, realizando o trabalho em duas fases: a primeira dividindo a região de estudo em sub-regiões e a segunda utilizando algoritmos de cobertura de arcos e de cobertura de nós, para realizar a tarefa de roteamento em cada sub-região.

LOBO, 1998, aplicou uma metodologia de cobertura de conjuntos para encontrar a melhor localização de creches municipais na cidade de Florianópolis/SC. No seu estudo, analisou a distribuição das unidades já existentes e sugeriu locais onde poderiam ser construídas novas creches.

NUNES, 1998, trabalha em um problema das  $p$ -medianas em roteamento de veículos, estudando um caso envolvendo o transporte de funcionários de uma empresa de forma a reduzir a quantidade de veículos utilizados no transporte, além da minimização do caminho total percorrido. Foi utilizado o AG aplicado ao problema das  $p$ -medianas para determinar os agrupamentos (*clusters*) a serem atendidos, em seguida o AG foi aplicado novamente para fazer o roteamento dentro de cada *cluster*.

SAMPAIO, 1999, elaborou um trabalho de localização de escolas em uma região da cidade de Curitiba/PR, de maneira a minimizar o caminho percorrido pelos alunos das suas residências até a escola mais próxima. A localização das escolas foi obtida resolvendo o problema das  $p$ -medianas utilizando técnicas meta-heurísticas como o *Simulated Annealing* e Algoritmo Genético, realizando comparações.

CORRÊA, 2000, comparou os algoritmos Genético e Busca Tabu, para otimizar a designação de candidatos ao vestibular da Universidade Federal do Paraná (UFPR), de maneira que os candidatos prestassem as provas nos locais mais próximos as suas residências. No caso do Algoritmo Genético, utilizou os operadores genéticos usuais e um operador heurístico chamado “hipermutação direcionada”, já no caso da heurística Busca Tabu usou memórias de curto e longo prazo para controlar a busca.

COLOMBO, 2001, apresentou uma proposta de solução para o problema da localização espacial de centros de serviços emergenciais seguido do roteamento dos veículos que realizam estes atendimentos. O estudo foi feito em uma empresa de segurança eletrônica situada no município de Pato Branco/PR. Para determinação dos locais candidatos à sede e sub-sede da empresa foram utilizados os algoritmos de Teitz e Bart e o Genético. Para a *clusterização* utilizou-se o algoritmo de Gillet e Johnson. Finalmente para o roteamento dos veículos utilizou-se o algoritmo de Clark e Wright.

SMIDERLE, 2001, propôs uma solução para o trabalho de leitura dos medidores das contas de água dos clientes efetuado por uma empresa de saneamento básico do município de Pato Branco/PR. A metodologia utilizada apresentou duas fases: a primeira formando os grupos de atendimento para cada leiturista, onde foi utilizada a meta-heurística Algoritmo Genético seguida da

aplicação da heurística clássica de Teitz e Bart e a segunda propõe a melhor rota a ser seguida, de modo a minimizar a distância a ser percorrida por cada leitorista, utilizando o algoritmo do Carteiro Chinês.

CHIYOSHI e GALVÃO, 2001, utilizaram a metodologia geral do *Simulated Annealing* combinada com a heurística de Teitz e Bart. Os resultados foram testados em 40 problemas cujo número de vértices variava de 100 a 900. Em mais de 50% dos casos a solução ótima foi encontrada.

NUNES, 2002, abordou em seu trabalho uma classe de problemas de localização com dois níveis de hierarquias. A técnica proposta utiliza um algoritmo conhecido por *Forward p-Median* para gerar uma solução inicial para o problema. Utiliza-se uma versão modificada do algoritmo de Teitz e Bart para o problema das  $p$ -medianas. A avaliação das soluções obtidas é feita com o uso de limites inferiores, obtidos através da relaxação Lagrangeana.

BATISTUS, 2002, tratou do problema da distribuição de mercadorias enfrentado por uma empresa situada no município de Pato Branco/PR. Inicialmente foram utilizadas a meta-heurística *Simulated Annealing* e a heurística de Teitz e Bart comparativamente, para a determinação de duas medianas as quais seriam as sementes de dois grupos (*clusters*). Na seqüência, foi determinado para cada *cluster* o roteiro de entrega das mercadorias pela meta-heurística *Simulated Annealing* e pela heurística de Clark e Wright, também de forma comparativa.

ALVES, 2002, apresentou em seu trabalho técnicas da Pesquisa Operacional visando otimizar a localização de subestações de distribuição de energia elétrica na cidade de Curitiba, Região Metropolitana de Curitiba e adjacências. O problema abordado é de localização de facilidades usando Algoritmos Genéticos.

ROSÁRIO, 2002, propôs uma metodologia para a distribuição espacial de Unidades de Saúde 24 Horas, com o objetivo de minimizar a distância média de deslocamento dos usuários, desde suas residências até a unidade mais próxima. Utilizou algoritmos genéticos, o algoritmo das  $p$ -medianas de Teitz e Bart, a busca exaustiva e os diagramas de Voronoi.

PIRES, 2002, tratou de um problema de localização de escolas no município de Coronel Vivida/PR buscando otimizar a localização destas. A pesquisa trata de um problema das  $p$ -medianas capacitado onde cada escola possui uma

capacidade máxima de alunos. Para isso, aplicou-se a meta-heurística do Algoritmo Genético. No desenvolvimento do estudo, aplicou-se o algoritmo proposto por Gillet e Johnson na *clusterização* de alunos em torno de cada uma das escolas. Finalizando o processo foram calculadas as distâncias percorridas por todos os ônibus para transportar alunos até as escolas.

GONÇALVES, 2003, determinou uma metodologia para realizar a tarefa de roteamento no serviço de entrega de água mineral para a cidade de Itú-SP. Foi utilizado o algoritmo de Teitz e Bart para a determinação de medianas, algoritmo de Gillet e Johnson para formação dos *clusters* a serem atendidos pelos veículos e finalmente o roteamento propriamente dito pelos algoritmos heurísticos dos *Savings* de Clark e Wright, da Inserção do Mais Próximo e da meta-heurística Busca Tabu.

PIZZOLATO, 2004, relata uma proposta metodológica para localização de escolas públicas em áreas urbanas. A metodologia é dividida em duas partes, a primeira avalia a localização atual da escola e a segunda faz uma proposta de realocação (melhoria). O estudo destaca a evolução metodológica, desde o uso de mapas até o emprego de *softwares* da família SIG (Sistema de Informação Geográfica).

BARCELOS, 2004, apresenta um trabalho de localização de escolas do ensino fundamental na cidade de Vitória /ES. O estudo foi dividido em três partes. Na primeira parte, o objetivo do trabalho é avaliar a localização atual das escolas públicas, identificando regiões onde há excesso ou escassez de vagas; a segunda parte propõe a realocação das escolas pelo modelo das *p*-medianas e, finalmente, a terceira parte considera o problema da *p*-mediana capacitado e refaz o estudo da realocação supondo as escolas com capacidade definida.

BORNSTEIN, 2004, considera um problema de localização de facilidades capacitado com custos de transporte lineares. São apresentados testes exatos e heurísticas. Um algoritmo heurístico é proposto baseado em estratégias ADD/DROP (adicionar/retirar) da Busca Tabu. Os procedimentos consideram limites inferiores e superiores provenientes da relaxação Lagrangeana.

## CAPÍTULO IV

### 4. DESCRIÇÃO DOS MÉTODOS PROPOSTOS PARA A RESOLUÇÃO DO PROBLEMA

#### 4.1 INTRODUÇÃO

Este capítulo descreve, em detalhes, os métodos propostos para a solução do problema citado no Capítulo II deste trabalho.

Inicialmente, são abordados os problemas de localização de facilidades, o problema das  $p$ -medianas e o algoritmo de Teitz e Bart. Em seguida descreve-se a meta-heurística Algoritmo Genético e sua aplicação no problema das  $p$ -medianas. Posteriormente, é abordada a meta-heurística Busca Tabu também aplicada no problema das  $p$ -medianas.

Finalmente, apresentam-se os modelos dos problemas de Transporte e Designação, que futuramente serão combinados e utilizados na formação dos *clusters*.

#### 4.2 PROBLEMA DE LOCALIZAÇÃO DE FACILIDADES

Os problemas de localização de facilidades têm como objetivo selecionar a melhor localização, em uma certa região, para a facilidade de serviços. Estes problemas são divididos em dois subproblemas básicos: problema de localização de centros e problema de localização de medianas.

##### 4.2.1 Problema de Localização de Centros

O problema de localização de centros tem por objetivo minimizar a distância até o ponto mais crítico, ou seja, a maior distância a ser percorrida no grafo, por isso, são chamados de “problemas de localização minimax”, [DREZNER, 1995].

#### 4.2.2 Problema de Localização de Medianas

No problema de localização de medianas o objetivo é minimizar a distância média, isto é, minimizar a soma de todas as menores distâncias da facilidade aos vértices de um grafo. São chamados de “problemas de localização de soma mínima (minisum)”, [DREZNER, 1995].

Segundo MINIEKA, 1977, as facilidades podem estar localizadas nos vértices e/ou nas arestas do grafo, e essas localizações são chamadas de medianas. Utilizando  $p$  para indicar o número de medianas ou facilidades a serem localizadas, tem-se o *problema de determinação das  $p$ -medianas*.

De acordo com CHRISTOFIDES, 1975, a metodologia do problema das  $p$ -medianas pode ser empregada na localização de subestações de energia elétrica, no departamento de distribuições de correspondências, na localização de centros de comutação em rede telefônica e em muitas outras situações já mencionadas no capítulo III.

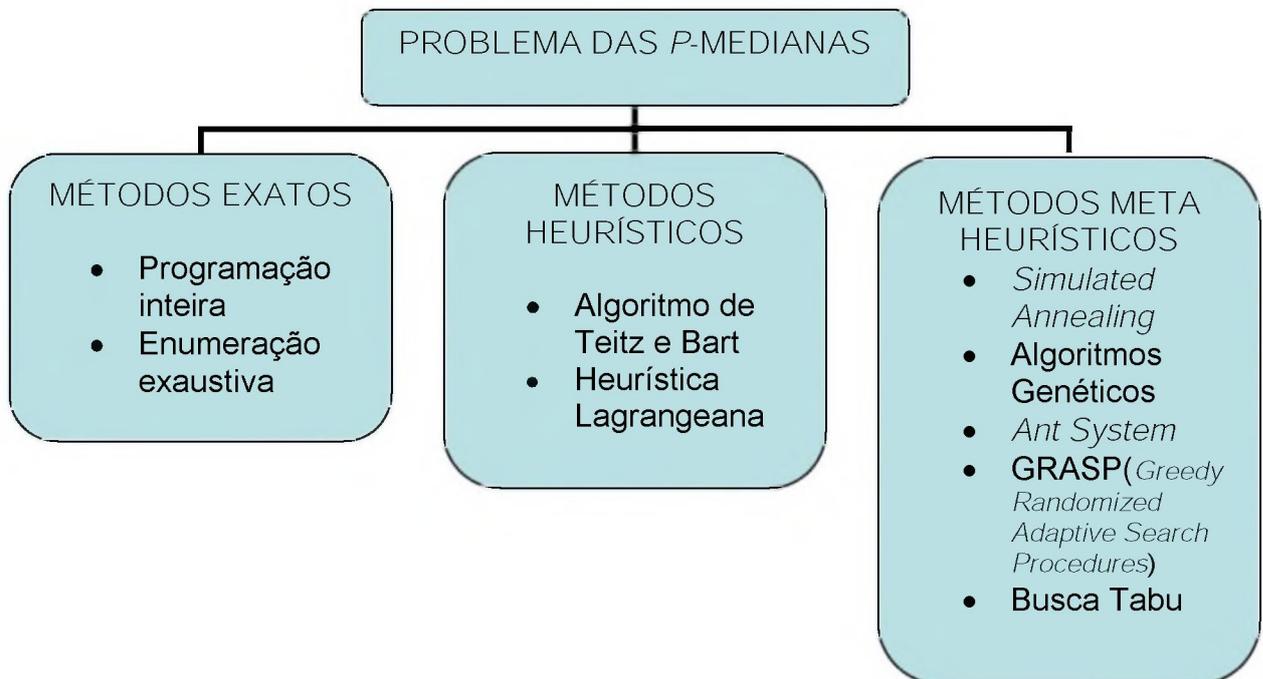
#### 4.3 PROBLEMA DAS $P$ -MEDIANAS

O problema das  $p$ -medianas é um problema clássico de localização de facilidades. Seu objetivo é determinar a localização, em uma rede,  $p$  (diversas) facilidades (medianas) de um conjunto pré-determinado  $n$  ( $n > p$ ), minimizando-se a soma das distâncias de cada ponto de demanda à sua mediana mais próxima. Encontram-se na literatura diversos métodos para sua resolução.

Para problemas de pequeno porte, pode-se utilizar métodos exatos para a resolução, tais como: o modelo da enumeração exaustiva e o modelo da Programação Inteira. Já para problemas de maior porte, os métodos aproximados utilizados por vários autores, como MARANZANA, 1964, e TEITZ e BART, 1968, a heurística *Simulated Annealing* [GALVÃO & CHIYOSHI, 2001], as meta-heurísticas algoritmo genético e busca tabu [CORRÊA, 2000], técnicas baseadas em relaxação lagrangeana e otimização de sub-gradientes [BEASLEY, 1985] e [BEASLEY & CHIYOSHI, 1993], a heurística lagrangeana/surrogate [LORENA & SENNE, 1996], dentre outros.

A seguir é apresentado um fluxograma com algumas das formas de resolução para o problema das  $p$ -medianas.

FLUXOGRAMA 4.1 – ALGUMAS DAS FORMAS PARA RESOLUÇÃO DO PROBLEMA DAS  $P$ -MEDIANAS



#### 4.3.1 Formulação Matemática do Problema das $P$ -Medianas

CHRISTOFIDES, 1975, formulou o problema das  $p$ -medianas como um Problema de Programação Linear Inteira Binário, descrito a seguir.

Seja  $[\varepsilon_{ij}]$  a matriz de alocação, tal que:

$$\varepsilon_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se } x_j \text{ é alocado a } x_i; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

Além disso,

$$\varepsilon_{ii} = \begin{cases} 1, & \text{se } x_i \text{ é um vértice mediana;} \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

Seja  $[D_{ij}]$  a matriz peso-distância de ordem  $n \times n$ , isto é, a matriz onde cada coluna  $j$  já está multiplicada pelo peso  $v_j$  do vértice  $j$ .

O problema das  $P$ -Medianas toma a forma:

$$\text{Min. } z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n D_{ij} \cdot \varepsilon_{ij} \quad (4.3.1.1)$$

Sujeito a:

$$\sum_{i=1}^n \varepsilon_{ij} = 1 \quad \text{para } j = 1, 2, \dots, n \quad (4.3.1.2)$$

$$\sum_{i=1}^n \varepsilon_{ii} = p \quad (4.3.1.3)$$

$$\varepsilon_{ij} \leq \varepsilon_{ii} \quad (4.3.1.4)$$

$$\varepsilon_{ij} = 0 \text{ ou } 1 \quad (4.3.1.5)$$

onde:

- As restrições (4.3.1.2) asseguram que qualquer vértice  $x_j$  é alocado a um e somente um vértice mediana;
- A restrição (4.3.1.3) garante que existem exatamente  $p$  vértices medianas;
- A restrição (4.3.1.4) garante que  $\varepsilon_{ij} = 1$  somente se  $\varepsilon_{ii} = 1$ , isto é, a restrição assegura que as alocações só podem ser feitas a vértices medianas;
- A restrição (4.3.1.5) impõe a integralidade:  $\varepsilon_{ij}$  é uma variável binária que assume valor zero ou um.

Se  $[\varepsilon_{ij}]$  é a solução ótima para o problema proposto acima, então as  $p$ -medianas são:

$$X_p = \{x_i, \text{ tal que } \varepsilon_{ii} = 1\}.$$

#### 4.3.2 Algoritmo das $P$ -Medianas de Teitz e Bart

O algoritmo das  $p$ -medianas proposto por TEITZ e BART, 1968, é um método aproximado, baseado na substituição de vértices. Para melhor entendimento deste algoritmo serão apresentadas algumas considerações a seguir.

#### 4.3.2.1 Número de transmissão

Denomina-se número de transmissão à soma das menores distâncias existentes entre o vértice  $v_i$  e todos os outros vértices de um grafo.

Segundo CHRISTOFIDES, 1978, tendo um grafo orientado  $G(V,A)$  e  $v \in V$  pode-se ter um número *out*-transmissão e *in*-transmissão definidos da seguinte forma:

1. Número *out*-transmissão é a distância total a ser percorrida desde o vértice  $v_i$ , a todos os outros vértices do grafo, e é dado por:

$$\sigma_o(v_i) = \sum_{v_j \in V} w_j \cdot d(v_i, v_j)$$

onde:

$d(v_i, v_j)$  é a menor distância entre  $v_i$  e  $v_j$ ;

$w_i$  é o peso associado ao vértice  $v_i$ .

2. Número *in*-transmissão é a distância total a ser percorrida a partir de todos os vértices do grafo até o vértice  $v_i$  e é dado por:

$$\sigma_o(v_i) = \sum_{v_j \in V} w_j \cdot d(v_j, v_i)$$

onde:

$d(v_j, v_i)$  é a menor distância entre  $v_i$  e  $v_j$ ;

$w_j$  é o peso associado ao vértice  $v_j$ .

Define-se também que :

Um conjunto de  $p$  vértices é *p-out*-mediana se, entre todos os outros conjuntos de  $p$  vértices de um grafo, é aquele que apresenta a menor distância total desde si próprio até todos os outros vértices, ou seja :

$$\sigma_o(\overline{V}_{p0}) = \min[\sigma_o(V_p)], V_p \subset V.$$

Um conjunto de  $p$ -vértices é *p-in*-mediana se, entre todos os outros conjuntos de  $p$  vértices do grafo, é aquele que produz a menor distância total desde todos os outros vértices até si próprio, ou seja :  $\sigma_i(\overline{V}_{pi}) = \min[\sigma_i(V_p)], V_p \subset V.$

Para um grafo não orientado, a *p-in*-mediana e a *p-out*-mediana se equivalem, como também se equivalem os números de *in*-transmissão e os números de *out*-transmissão. De agora em diante estes números serão tratados apenas por número de transmissão.

O objetivo do Algoritmo de Teitz e Bart é, portanto, encontrar em um conjunto  $V_p$  em  $V$ , para o qual o número de transmissão seja mínimo.

#### 4.3.2.2 Teorema

CHRISTOFIDES, 1975, elaborou o teorema enunciado a seguir que garante que a solução ótima para o problema das  $p$ -medianas encontra-se em um subconjunto de vértices de  $V$ .

“Existe pelo menos um subconjunto  $V_p \subset V$  contendo  $p$  vértices, para o qual  $\sigma(V_p) \leq \sigma(Y_p)$ , para qualquer conjunto  $Y_p$  arbitrário de  $p$  pontos nas ligações ou nos vértices do grafo  $G(V,A)$ ”.

#### 4.3.2.3 Distâncias entre dois pontos

A distância Euclidiana é, basicamente, a distância em linha reta entre dois pontos. Segundo NOVAES, 1994, ela constitui, na maioria das aplicações reais, uma abstração útil para os cálculos, pela simplicidade de representação analítica e pela sua característica de unicidade.

Em situações reais é difícil tomar as distâncias entre dois pontos em linha reta, já que os percursos são realizados dentro de uma rede de transportes. É utilizado, então, um coeficiente de correção que multiplicado pelas distâncias euclidianas produz uma estimativa da distância real. Este coeficiente leva em conta o efeito das sinuosidades das vias e o tráfego na distância percorrida. Segundo NOVAES e ALVARENGA, 1994, é comum adotar este coeficiente de correção igual a 1,35 para distribuição urbana.

Segundo LARSON e ODONI, 1981, a distância média percorrida entre dois locais quaisquer de uma região urbana pode ser estimada pela medida da área desta região, através da equação:

$$d_R = k \cdot \sqrt{A}$$

onde  $d_R$  é a distância percorrida aproximada entre dois locais, em unidade de comprimento;  $A$  é a área da região em unidade de área e  $k$  é a constante de proporcionalidade.

LARSON e ODONI, 1981, a partir de seus estudos empíricos e métodos experimentais definiram um valor adequado para a constante de proporcionalidade  $k = 0,38$ .

#### 4.3.2.4 Descrição do Algoritmo de Teitz e Bart

De acordo com TEITZ e BART, 1968, escolhe-se, inicialmente,  $p$  vértices para formar um conjunto  $S$  inicial, o qual é considerado uma aproximação do conjunto  $V$  das  $p$ -medianas. Sendo  $V$  o conjunto de todos os vértices do grafo, testa-se, se qualquer vértice  $v_i$  pertencente a  $V-S$  pode substituir um vértice  $v_j$  pertencente a  $S$  e produzir um novo conjunto  $S'$ , onde:

$$S' = S \cup \{v_i\} - \{v_j\}$$

para o qual o número de transmissão  $\sigma(S') < \sigma(S)$ . Se isto for possível, é feita a substituição de  $v_j$  por  $v_i$ , e  $S'$  é uma nova aproximação para o conjunto  $S$ . O processo continua até se obter um conjunto  $S_{\text{médio}}$ , onde nenhuma substituição de vértice de  $S_{\text{médio}}$  por outro em  $(V - S_{\text{médio}})$  produz um número de transmissão menor.

A seguir serão descritos os passos para execução do Algoritmo de Teitz e Bart:

Passo 1 - Selecione um conjunto  $S$ , com  $|S| = p$  para formar uma aproximação inicial para as  $p$ -medianas.

Passo 2 - Rotule todos os vértices  $v_i$  pertence  $S$  como “não analisados”.

Passo 3 - Enquanto existirem vértices “não analisados” em  $V - S$  faça:

a) Selecione um vértice  $v_i$  pertencente a  $V - S$ , “não analisado” e calcule a redução  $\Delta_{ij}$ , do número de transmissão, para todo  $v_j$  pertencente a  $S$ :

$$\Delta_{ij} = \sigma(S) - \sigma(S \cup \{v_i\} - \{v_j\});$$

b) Faça  $\Delta_{jo} = \max[\Delta_{ij}]$ ;

c) Se  $\Delta_{jo} > 0$  faça  $S \leftarrow (S \cup \{v_i\} - \{v_{jo}\})$  e rotule  $v_{jo}$  como “analisado”;

Passo 4 - Se durante a execução do passo 3 houver alguma modificação no conjunto  $S$ , volte ao passo 2. Em caso contrário, PARE, e apresente o conjunto  $S$  como uma aproximação para a solução do problema das  $p$ -medianas.

Apesar deste algoritmo não garantir a obtenção da solução ótima, a sua utilização deu-se em função da facilidade de implantação, bem como da existência de outros casos mais significativos nos processos de obtenção de dados.

### 4.3.3 Problema das $P$ -Medianas Capacitado

O problema das  $p$ -medianas capacitado pode ser definido como segue: seja  $G = (V, A)$  um grafo não direcionado onde  $V$  são os vértices do grafo com suas restrições de capacidade e  $A$  as arestas deste grafo. O objetivo é encontrar um conjunto de vértices  $V_p \subset V$  onde  $V_p$  é o conjunto das medianas com cardinalidade  $p$ , de forma que a soma das distâncias de cada vértice restante  $\{V - V_p\}$  que representa o conjunto das demandas, até seu vértice mais próximo em  $V_p$ , seja a mínima possível. A diferença do problema das  $p$ -medianas para o  $p$ -medianas capacitado é que neste, deve-se garantir que todos os pontos de demanda sejam atendidos sem que as restrições de capacidade das instalações medianas sejam violadas.

## 4.4 ALGORITMOS GENÉTICOS

### 4.4.1 Introdução

Algoritmos Genéticos (AGs) são algoritmos computacionais de busca baseados nos mecanismos de evolução natural e na genética. A tentativa de imitar a evolução dos seres vivos na natureza originou a Computação Evolucionária (CE). A Computação Evolucionária é uma denominação genérica dada aos métodos computacionais inspirados na teoria da evolução das espécies e na genética natural.

De acordo com CORRÊA, 2000, embora Charles Darwin tenha formulado a Teoria da Evolução no final do século passado, foi só recentemente que se tentou idealizar um modelo matemático do processo evolutivo. No final da década de 60, John HOLLAND, começou a definir as bases de algoritmos de inspiração genética. Seu trabalho culminou na publicação do livro *Adaptation in Natural and Artificial Systems* [HOLLAND, 1975]. CORRÊA, 2000, ainda destaca que a grande popularidade que os AGs atingiram nos últimos anos deve-se a dois importantes fatores: a publicação de um livro tutorial sobre AGs por David Goldberg e às Conferências Internacionais sobre algoritmos genéticos. Essas conferências eram realizadas a cada dois anos nos Estados Unidos desde 1985 até 1997.

Atualmente, há duas conferências (GECCO e CEC) que são realizadas anualmente como parte de uma conferência mais ampla na área de algoritmos evolucionários.

DIAS e BARRETO, 1998, destacam dentre os principais fatores que tem feito do Algoritmo Genético uma técnica bem sucedida, os seguintes:

- a) simplicidade de operação;
- b) facilidade de implementação;
- c) eficácia na busca da região onde, provavelmente, encontra-se o máximo global;
- d) ser aplicável em situações onde não se conhece o modelo matemático ou se este for impreciso.

Segundo BARBOSA, 1997, algumas das principais características que diferenciam os AG's de outras técnicas de programação matemática são as seguintes:

- a) empregam uma população de indivíduos, ou soluções, que pode ter tamanho fixo ou variável, ao contrário da maioria das técnicas que efetuam uma busca "ponto-a-ponto";
- b) não trabalham diretamente com as possíveis soluções do problema, chamadas de fenótipos, mas sobre uma codificação das mesmas chamadas de genótipos;
- c) empregam regras de transição probabilísticas ou estocásticas, sendo que a maioria dos algoritmos tradicionais usa regras determinísticas;
- d) não exigem maiores informações adicionais sobre a função a otimizar.

#### 4.4.2 Descrição Sucinta da Técnica dos Algoritmos Genéticos

Inicialmente, é gerada uma população formada por um conjunto aleatório de indivíduos que podem ser considerados como possíveis soluções do problema. Durante o processo evolutivo cada indivíduo tem um valor (*fitness*) atribuído, que indica sua habilidade de adaptação a determinado ambiente. Os indivíduos com melhor índice de adaptação são mantidos, enquanto os outros são descartados. Os indivíduos mantidos pela seleção podem sofrer mudanças em suas características fundamentais através de mutações e cruzamentos (*crossover*) ou recombinação genética, gerando descendentes para a próxima geração. Este processo é repetido até encontrar-se uma solução satisfatória.

#### 4.4.3 Vantagens dos Algoritmos Genéticos

Quando se trata de problemas mais complexos de Otimização Combinatória, uma solução próxima da solução ótima, pode ser considerada satisfatória. Os AG's em geral não fornecem a solução ótima de um problema, mas fornecem soluções muito próximas.

ICHIHARA, 1998, cita algumas vantagens na utilização dos AG's:

- a) os algoritmos genéticos formam uma classe de ferramentas versáteis e robustas, pois as soluções de problemas resolvidos através da sua utilização podem ser encontradas também em conjuntos não convexos e, mesmo disjuntas, com funções objetivas, também não convexas e não diferenciáveis, podendo trabalhar com variáveis reais, lógicas e/ou inteiras;
- b) os AG's evitam atrações irremediáveis para ótimos locais permitindo, assim, que seja feita uma melhor exploração do espaço de busca devido a características próprias;
- c) empregam um conjunto de soluções, ou seja, uma população de indivíduos, que podem ter um tamanho fixo ou variável, diferenciando-se de outras técnicas que fazem a busca ponto a ponto;
- d) usam regras de transmissão probabilísticas e estocásticas (que têm por objetivo a aplicação do cálculo de probabilidade e dados estatísticos);
- e) as possíveis soluções do problema não são trabalhadas diretamente (fenótipos), mas sim a partir da codificação das mesmas (genótipos);
- f) não são necessárias maiores informações adicionais sobre a função a otimizar;
- g) as modificações em um AG, a fim de modelar variação do problema original são mais fáceis.

Os maiores atrativos dos AG's têm sido a sua simplicidade de implementação e a sua eficiência, sendo que grande parte desta eficiência deve-se à eficácia do AG realizar um passo na direção de uma busca global [DIAS & BARRETO, 1998].

#### 4.4.4 Conceitos Fundamentais e Terminologia

Como os algoritmos genéticos são inspirados na teoria da evolução das espécies e na genética natural, existe uma aproximação na terminologia utilizada. Termos como cromossomos, genes, alelos, lócus, genótipo e fenótipo usados na Biologia, têm suas relações com elementos e ações no estudo dos algoritmos genéticos.

A Biologia considera que um indivíduo é formado por um conjunto de cromossomos, os quais são constituídos por genes. Cada gene possui um local fixo e determinado no cromossomo chamado por lócus, podendo assumir uma determinada característica pertencente a um conjunto de características (alelo). O genótipo designa a constituição genética do indivíduo, o fenótipo indica as características físicas determinadas pelo genótipo.

A terminologia comparativa é representada na Tabela 4.1 a seguir.

TABELA 4.1 – TABELA COMPARATIVA DA TERMINOLOGIA UTILIZADA NOS ALGORITMOS GENÉTICOS

Biologia	Algoritmo Genético
Cromossomo	Indivíduo ( <i>string</i> )
Gene	Bit
Alelo	Valor do bit
Lócus	Posição de um bit específico no indivíduo ou <i>string</i>
Genótipo	Indivíduo candidato a solução $x$
Fenótipo	Valor da função para um dado indivíduo – $f(x)$

BARBOSA, 1997, apresenta o seguinte pseudocódigo genérico, capaz de englobar a maioria dos AG's existentes:

Algoritmo AG genérico:

Inicie a população  
Avalie indivíduos na população

Repita

Selecione indivíduos para reprodução  
Aplique operadores de recombinação e mutação  
Avalie indivíduos na população  
Selecione indivíduos para sobreviver  
Até critério de parada satisfeito

Fim.

#### 4.4.5 Inserção de Novos Indivíduos na População

BARBOSA, 1997, ainda cita que existem basicamente duas classes ou tipos de algoritmos genéticos relativamente à forma com que os novos indivíduos são inseridos na população. O primeiro tipo é chamado de AG generacional, e tem como característica o fato de que toda a população é substituída pelos novos indivíduos criados depois do processo de seleção e aplicação dos operadores genéticos.

Representação do pseudocódigo do algoritmo generacional:

Algoritmo Genético generacional:

Inicie a população P de alguma forma  
Avalie os indivíduos da população P

Repita.

Repita.

Selecione indivíduos da população P  
Aplique os operadores genéticos  
Insira os novos indivíduos em P'  
Até que a população P' esteja completa  
Avalie os indivíduos da população P'  
 $P \leftarrow P'$   
Até que um critério de parada esteja satisfeito

Fim.

Considerando que neste processo toda a população é substituída pela nova, corre-se o risco de perder bons indivíduos. Para evitar isto, pode-se utilizar um procedimento conhecido como elitismo, que consiste em passar para a geração seguinte uma cópia de alguns dos melhores indivíduos.

O outro tipo de AG é conhecido como *steady-state*, e caracteriza-se por criar apenas um indivíduo de cada vez, sendo que o indivíduo gerado pode ou não ser passado para a geração seguinte. Normalmente, ele é transmitido para a próxima geração se o seu valor de *fitness* for melhor do que o pior valor de *fitness* da população antiga. Pode-se representar estes AG's com o seguinte pseudo-código:

Algoritmo AG *steady-state*:

Inicie a população P de alguma forma  
 Avalie os indivíduos da população P  
 Ordene a população de acordo com o seu *fitness*

Repita.

Selecione os indivíduos na população P  
 Aplique os operadores genéticos  
 Selecione um indivíduo *f* para sobreviver  
 Se *f* é melhor que o pior elemento de P, então  
 Remova um indivíduo da população  
 Insira *f* em P de acordo com seu ranking  
 Até que um critério de parada esteja satisfeito

Fim.

#### 4.4.6 Geração da População Inicial

Para iniciar o desenvolvimento do AG se faz necessária a geração de uma população inicial. Esta quase sempre é realizada aleatoriamente, utilizando um gerador de números pseudo-aleatórios com distribuição uniforme dos indivíduos numa faixa previamente definida pelo usuário [BARBOSA, 1997]. Essa faixa pode ser introduzida considerando algum conhecimento prévio do problema a ser otimizado, ou inclusive, partindo-se de soluções aproximadas conhecidas.

O tamanho da população afeta o desempenho global e a eficiência dos AG's. Uma população pequena oferece uma pequena cobertura do espaço de busca, causando uma queda no desempenho. Uma população grande fornece uma melhor cobertura do domínio do problema e previne a convergência prematura para soluções locais. Entretanto, com uma população grande, são necessários maiores recursos computacionais, ou um tempo maior de processamento do problema [ALVES, 2002]. Normalmente, valores da ordem de 50 a 200 indivíduos são suficientes para a solução da maioria dos problemas, sendo que em problemas mais complexos podem ser usadas populações maiores [TANOMARU, 1995].

#### 4.4.7 Função Aptidão

O grau de adaptação de cada indivíduo é a aptidão, também denominada *fitness* e é obtido pela avaliação do indivíduo através da função a ser otimizada.

A função de aptidão deve refletir a qualidade de um elemento em solucionar o problema [BARBOSA, 1997; GOLDBERG, 1989]. A regra que a determina depende do tipo de problema que está sendo considerado, e dos problemas de otimização, minimização ou maximização, ou seja, ela está diretamente relacionada com a função objetivo do modelo matemático em estudo.

Considerando que no decorrer das iterações os indivíduos vão se tornando cada vez mais semelhantes, pois a população tende a convergir, pode ser interessante aumentar a pressão de seleção, utilizando como função de aptidão uma composição da função objetivo com alguma função conveniente [SMIDERLE, 2001].

#### 4.4.8 Seleção

A seleção tem por objetivo fazer com que os indivíduos com melhor adaptação da geração anterior, tenham maior probabilidade de participarem da formação da nova população.

São diversos os esquemas de seleção utilizados nos AG's. Segundo BARBOSA, 1997, um esquema de seleção pode ser enquadrado em uma das seguintes categorias:

- a) seleção estabilizante ou normalizante: tende a eliminar indivíduos com valores extremos de aptidão;
- b) seleção direcional: tem o efeito de aumentar (ou diminuir, em caso de minimização) a aptidão média da população; este tipo de seleção é usada na maioria dos AG's;
- c) seleção perturbante: tende a eliminar os indivíduos de aptidão moderada.

No esquema de seleção conhecido como seleção proporcional, a probabilidade de um indivíduo ser selecionado para participar do processo de reprodução é proporcional à medida relativa do grau de *fitness* (aptidão) do indivíduo relativamente à população. Neste caso, a probabilidade  $p_i$  do indivíduo  $a_i$  ser selecionado, poderia ser dada pela fórmula:

$$p_i = \frac{f(a_i)}{\sum_{j=1}^n f(a_j)}$$

onde  $f$  é a função de aptidão e  $n$  o tamanho da população.

Este tipo de esquema de seleção, que tem o efeito de aumentar a aptidão média da população, costuma ser chamada de seleção direcional ou “roleta” [BARBOSA, 1997; LOPES, 1996; GOLDBERG, 1989]. Na prática, tudo se passa como se o sorteio dos elementos fosse feito através de um jogo de roleta, onde a probabilidade de cada indivíduo ser selecionado é proporcional ao seu *fitness*, [COLOMBO, 2001].

Em algumas situações, pode-se deixar de lado a magnitude do grau de *fitness* de um indivíduo, levando em consideração apenas o seu *ranking*, ou posição relativa da medida de aptidão [MAYERLE, 1994].

Outra idéia utilizada em algumas aplicações é o torneio. Neste modelo, alguns indivíduos são sorteados aleatoriamente na população e o vencedor do torneio (aquele com maior aptidão entre os indivíduos sorteados) é selecionado.

#### 4.4.9 Operadores Genéticos

Os operadores genéticos têm por objetivo atuar sobre os indivíduos que foram selecionados para produzir descendentes. Estes podem ser aplicados

em toda ou em parte da população sorteada para compor o processo que irá gerar a nova população. Ao final desta etapa terá sido criada uma nova população que deverá repetir os passos anteriores até que a adaptação da população seja aceitável.

Basicamente há dois tipos de operadores genéticos: os operadores de recombinação (ou cruzamento) e os operadores de mutação.

#### 4.4.9.1 Operadores de Cruzamento

O operador genético de cruzamento ou *crossover* corresponde a uma generalização do que ocorre na reprodução sexuada. Atuam sobre os genótipos dos indivíduos selecionados, promovendo uma recombinação do material genético dos elementos “pais”, gerando os elementos “filhos”. Este tipo de operador costuma se chamar na literatura de AG's de operadores de *crossover* fazendo uma analogia com o termo da genética.

As figuras 4.1, 4.2 e 4.3 apresentam cruzamentos em diferentes loci de um cromossomo:

FIGURA 4.1 – EXEMPLO DE CRUZAMENTO UNIFORME

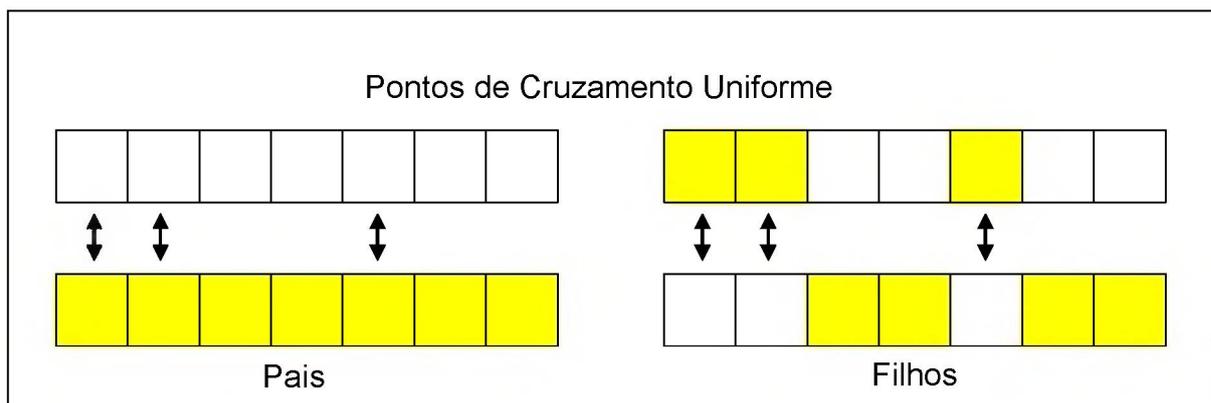


FIGURA 4.2 – EXEMPLO DE CRUZAMENTO COM UMA PARTIÇÃO

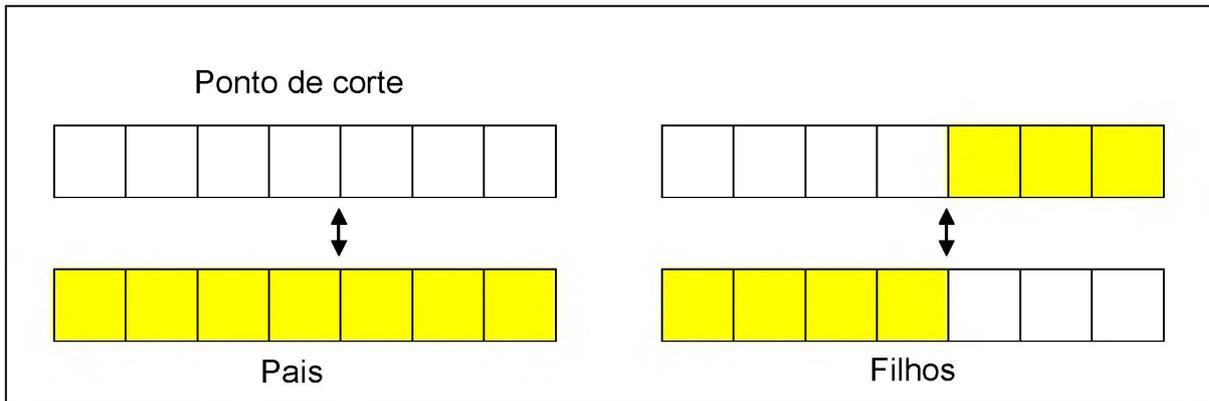
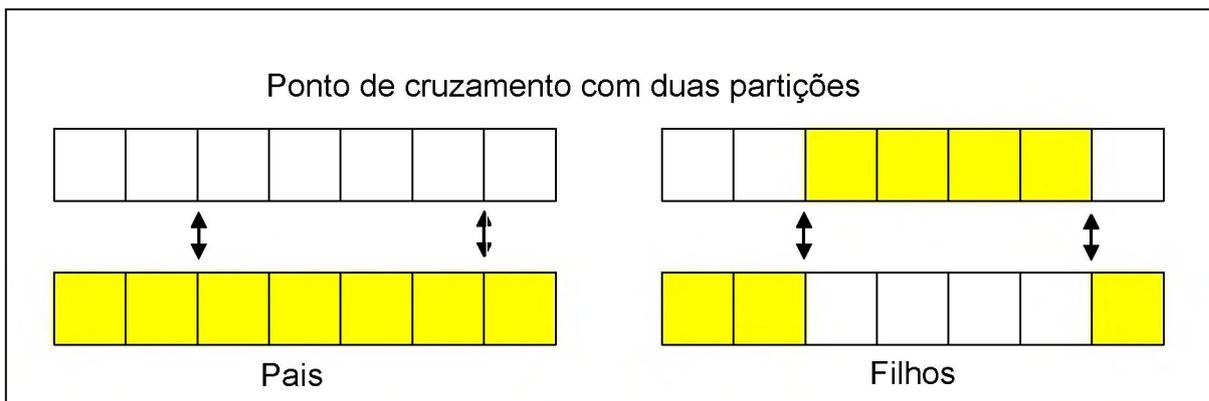


FIGURA 4.3 – EXEMPLO DE CRUZAMENTO COM DUAS PARTIÇÕES



No cruzamento uniforme é realizado o emparelhamento dos dois cromossomos pais e cada *locus* do cromossomo tem 50% de chance de ser trocado. Observe que no caso do *crossover* com 1-partição, uma posição aleatória nos cromossomos é sorteada e o material genético dos cromossomos “pais”, situados a direita deste ponto, é trocado. No *crossover* com 2-partições são duas as posições sorteadas e todo material genético dos pais, existentes entre os dois pontos de corte será trocado.

#### 4.4.9.2 Operadores de Mutação

A mutação consiste em perturbações no cromossomo que dará origem a uma nova cadeia de *bits*, que perderá pouca ou nenhuma informação da cadeia original.

A mutação é necessária para a introdução e manutenção da diversidade genética da população, alterando arbitrariamente um ou mais componentes de uma estrutura escolhida, fornecendo assim, meios para introdução de novos elementos na população. Desta forma, assegura que a probabilidade de se chegar a qualquer ponto do espaço de busca nunca será zero, além de contornar o problema de mínimos locais, pois, com este mecanismo, altera-se levemente a direção da busca. O operador de mutação é aplicado aos indivíduos com uma probabilidade dada pela taxa de mutação; geralmente se utiliza uma taxa de mutação pequena, pois é um operador genético secundário.

Alguns dos principais mecanismos de mutação utilizados nos AG's são mostrados nas figuras 4.4, 4.5 e 4.6:

FIGURA 4.4 - EXEMPLO DE MUTAÇÃO POR TROCA SIMPLES

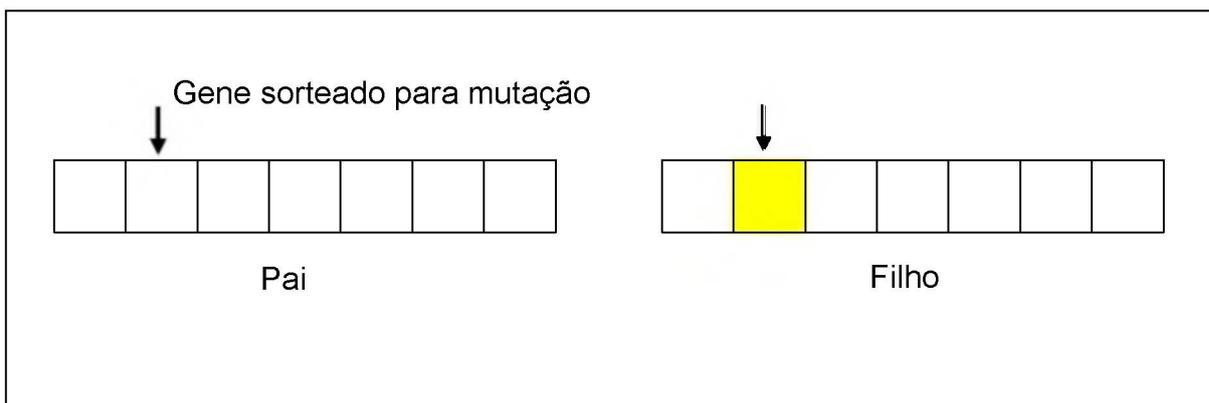


FIGURA 4.5 - EXEMPLO DE MUTAÇÃO POR INVERSÃO

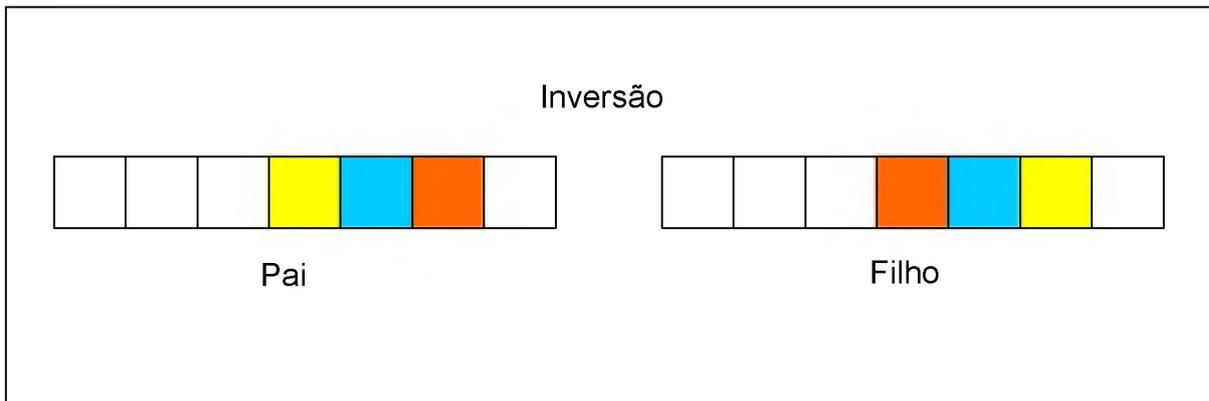
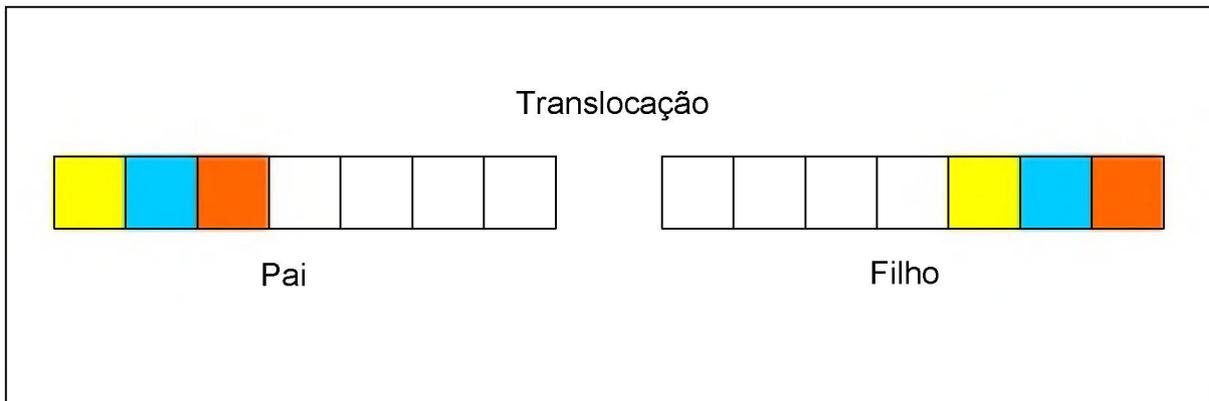


FIGURA 4.6 - EXEMPLO DE MUTAÇÃO POR TRANSLOCAÇÃO



#### 4.4.10 Escolha dos Parâmetros dos Algoritmos Genéticos

Além da forma como o cromossomo é codificado, existem vários parâmetros do algoritmo genético que podem ser escolhidos para melhorar o seu desempenho, adaptando-o às características particulares de determinadas classes de problemas.

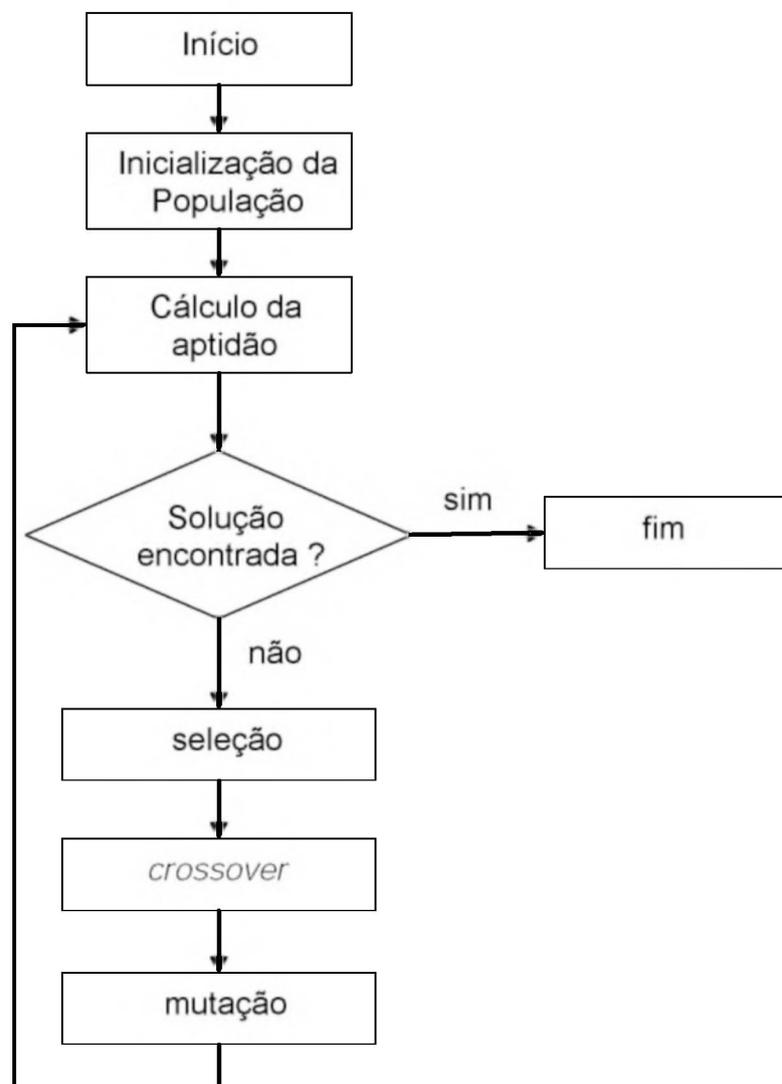
Entre eles os mais importantes são: o tamanho da população, o número de gerações, a probabilidade de *crossover* e a probabilidade de mutação. A influência de cada parâmetro no desempenho do algoritmo depende da classe de problemas que se está tratando. Assim, a determinação de um conjunto de valores otimizado para estes parâmetros dependerá da realização de um grande número de experimentos e testes.

Na maioria da literatura os valores encontrados estão na faixa de 60 a 65% para a probabilidade de *crossover* e entre 0,1 e 5% para a probabilidade de mutação. O tamanho da população e o número de gerações dependem da complexidade do problema de otimização e devem ser determinados experimentalmente. Existem estudos que utilizam um AG como método de otimização para a escolha dos parâmetros de outro AG, devido à importância da escolha correta destes parâmetros [MIRANDA, 2004].

#### 4.4.11 Estrutura Básica de um Algoritmo Genético

No fluxograma 4.2 é apresentada a estrutura básica de um AG.

FLUXOGRAMA 4.2 – ESTRUTURA BÁSICA DE UM AG



Com referência ao Fluxograma 4.2, observa-se que cada iteração do algoritmo genético corresponde à aplicação de um conjunto de quatro operações básicas: cálculo de aptidão, seleção, cruzamento e mutação. Ao fim destas operações cria-se uma nova população, chamada de geração (iteração) que, espera-se, represente uma melhor aproximação da solução do problema de otimização que a população anterior. A população inicial é gerada atribuindo-se aleatoriamente valores aos genes de cada cromossomo.

A aptidão bruta de um indivíduo da população é medida por uma função de erro, também chamada de função objetivo do problema de otimização. A aptidão bruta é em seguida normalizada (aptidão normalizada), para permitir um melhor controle do processo de seleção.

Como critérios de parada do algoritmo, em geral, são usadas as aptidões do melhor indivíduo em conjunto com a limitação do número de gerações. Outros critérios podem envolver, por exemplo, um erro abaixo de um valor especificado pelo projetista para um determinado parâmetro do problema, [MIRANDA, 2004].

#### 4.4.12 Algoritmo Genético Aplicado ao Problema das $P$ -Medianas

O problema das  $p$ -medianas é um dos problemas estudados na teoria dos grafos que tem como objetivo localizar facilidades ao longo de uma rede viária. Estas facilidades ( $p$ -medianas) devem ser localizadas de forma a minimizar a soma da distância de cada um dos vértices à facilidade mais próxima, ponderada por um fator de demanda. O problema pode ser resolvido de forma exata usando enumeração exaustiva ou por Programação Inteira. Porém, quando trata-se de problemas muito grandes, torna-se necessário recorrer a métodos aproximados, devido ao esforço computacional que seria exigido pelos mesmos.

##### 4.4.12.1 Algoritmo Genético para o Problema das $P$ -Medianas

A estrutura adotada é a mesma proposta por NUNES, 1998, SAMPAIO, 1999 e SMIDERLE, 2001, para o problema das  $p$ -medianas é a seguinte:

a) Estrutura do Cromossomo: considere um grafo não direcionado  $G(V, E)$ , onde  $V$  é o conjunto dos  $v$  vértices e  $E$  é o conjunto de arestas. Cada um dos  $m$  cromossomos será um subconjunto de  $V$  contendo  $p$  elementos e  $r_i \subset V, |r_i| = p, \forall i \in \{1, 2, \dots, m\}$ ;

b) A função de Aptidão: neste algoritmo, adotou-se o inverso do valor de transmissão de um indivíduo para representar a sua capacidade de adaptação ao meio ambiente (*fitness*), ou seja:

$$C_i = \text{Fitness}(r_i) = \sum_{j=1, v} w_j \left\{ \min_{v_k \in r_i} [d(v_k, v_j)] \right\},$$

onde  $w_j$  é um peso associado ao vértice  $v_j$ . No problema das  $p$ -medianas, quanto menor é o número de transmissão, melhor é o *fitness* do indivíduo;

c) O processo de Seleção: alguns autores empregam uma função de seleção na qual os indivíduos com melhor *fitness* têm maior probabilidade de serem escolhidos para reprodução. Considerando que a população possui  $m$  cromossomos dispostos em ordem crescente de seus custos  $C_1 \leq C_2 \leq \dots \leq C_m$ , onde  $C_i$  é o custo associado ou *fitness* ao cromossomo  $i$ , a escolha de um cromossomo para a realização de um cruzamento é feita considerando uma distribuição de probabilidade inversamente proporcional ao índice dos cromossomos na população. Assim, quanto menor o índice do cromossomo, maior é a sua probabilidade de escolha. De acordo com esta distribuição, a função de seleção utilizada neste trabalho foi a mesma adotada por MAYERLE, 1994, para o Problema do Caixeiro Viajante:

$$\text{Select}(R) = \left\{ r_j \in R \mid j = m + 1 - \left\lceil \frac{-1 + \sqrt{1 + 4 \cdot \text{Rnd}(m^2 + m)}}{2} \right\rceil \right\}$$

onde  $R$  é o conjunto dos  $m$  cromossomos;  $\text{Rnd} \in [0,1)$  é um número aleatório uniformemente distribuído,  $\lceil b \rceil$  é o menor inteiro maior do que  $b$ ;

d) O operador de Recombinação *Crossover*. Sejam  $r_i$  e  $r_j$  dois cromossomos escolhidos pelo processo de seleção com  $p$  elementos cada, no cromossomo  $r_i$  são sorteados  $c$  elementos,  $c \in \{1, 2, \dots, p\}$ , que serão transferidos para o cromossomo  $r_j$ . Desta maneira foi adotado o cruzamento com  $n$  partições. Caso os dois cromossomos criados no processo de *crossover* não sejam viáveis, faz-se a mutação substituindo-se, num dos cromossomos, os elementos repetidos por outros sorteados entre os elementos que não pertencem ao cromossomo considerado.

#### 4.4.12.2 Descrição do Algoritmo

##### Passo 1 – Inicialização

Gere uma lista  $R = (r_1, r_2, \dots, r_m)$  com  $m$  cromossomos viáveis de  $p$  elementos cada, sorteados entre os  $v$  vértices do grafo;

Calcule  $C_i = \text{fitness}(r_i) \quad \forall r_i \in R$ ;

Ordene a lista  $R$  de modo que  $C_1 \leq C_2 \leq \dots \leq C_m$ ;

Faça  $k = 0$  e defina o erro  $\xi$  e o número máximo de iterações  $k_{\text{máx}}$ .

Passo 2 - Teste se  $C_m - C_1 \leq \xi$  ou  $k \geq k_{\text{máx}}$ , então pare e apresente o cromossomo  $r_1$ ;

##### Passo 3 - Seleção Natural:

Elimine da lista  $R$  o pior cromossomo (último elemento da lista) e selecione dois cromossomos,  $r_i = \text{Select}(R)$  e  $r_j = \text{Select}(R)$ , com  $r_i \neq r_j$ ;

Passo 4 - Faça a reprodução.  $\text{Crossover}(r_i, r_j) = \{r_x, r_y\}$

Passo 5 - Se  $r_x$  e  $r_y$  forem cromossomos viáveis, faça:

$r_m = r_x$ , se  $\text{fitness}(r_x) \leq \text{fitness}(r_y)$

$r_m = r_y$ , caso contrário

Vá ao Passo 7.

Passo 6 - Mutação (no caso de  $r_x$  e  $r_y$  serem não viáveis)

Escolha aleatoriamente  $r_x$  ou  $r_y$ ;

Faça a mutação em  $r_x$  ou  $r_y$  produzindo  $r_m$ .

Passo 7 - Calcule  $C_m = \text{fitness}(r_m)$ ; insira o cromossomo  $r_m$  na lista  $R$  mantendo a ordem crescente do fitness; faça  $k = k + 1$  e volte ao Passo 2.

## 4.5 META-HEURÍSTICA BUSCA TABU (BT)

### 4.5.1 Métodos de Busca Local

As técnicas de busca local em problemas de otimização constituem uma família de técnicas baseadas na noção de vizinhança. Mais especificamente, seja  $S$  o espaço de pesquisa de um problema de otimização e  $F$  a função objetivo a minimizar. A função  $N$ , que depende da estrutura do problema tratado, associa a cada solução viável  $s \in S$ , sua vizinhança  $N(S) \subseteq S$ . Cada solução  $s' \in N(s)$  é chamada de vizinho de  $s$ . Denomina-se movimento a modificação  $m$  que transforma uma solução  $s$  em outra,  $s'$ , que esteja em sua vizinhança. Representa-se essa operação por  $s' \leftarrow s \oplus m$ . Em linhas gerais, uma técnica de busca local, começando de uma solução inicial  $s_0$  (que pode ser obtida por alguma outra técnica ou gerada de forma aleatória), “navega” pelo espaço de pesquisa, passando, iterativamente, de uma solução para outra que seja sua vizinha [SOUZA, 2005].

### 4.5.2 Busca Tabu (BT)

Os métodos de Busca Tabu foram inicialmente desenvolvidos na década de 80 por GLOVER, 1986, posteriormente por HANSEN, 1986 e LAGUNA, 1991 que elaboraram importantes estudos para melhora do desempenho desta heurística. Segundo GLOVER, 1986 e LAGUNA, 1991, BT é uma meta-heurística de busca local que superam o problema de convergência local, isto é, a Busca Tabu utiliza uma estrutura de memória para guiar um método de descida a continuar a exploração do espaço de soluções mesmo sem haver movimentos de melhora evitando o retorno a um ótimo local previamente encontrado.

#### 4.5.3 Funcionamento da Meta-Heurística Busca Tabu

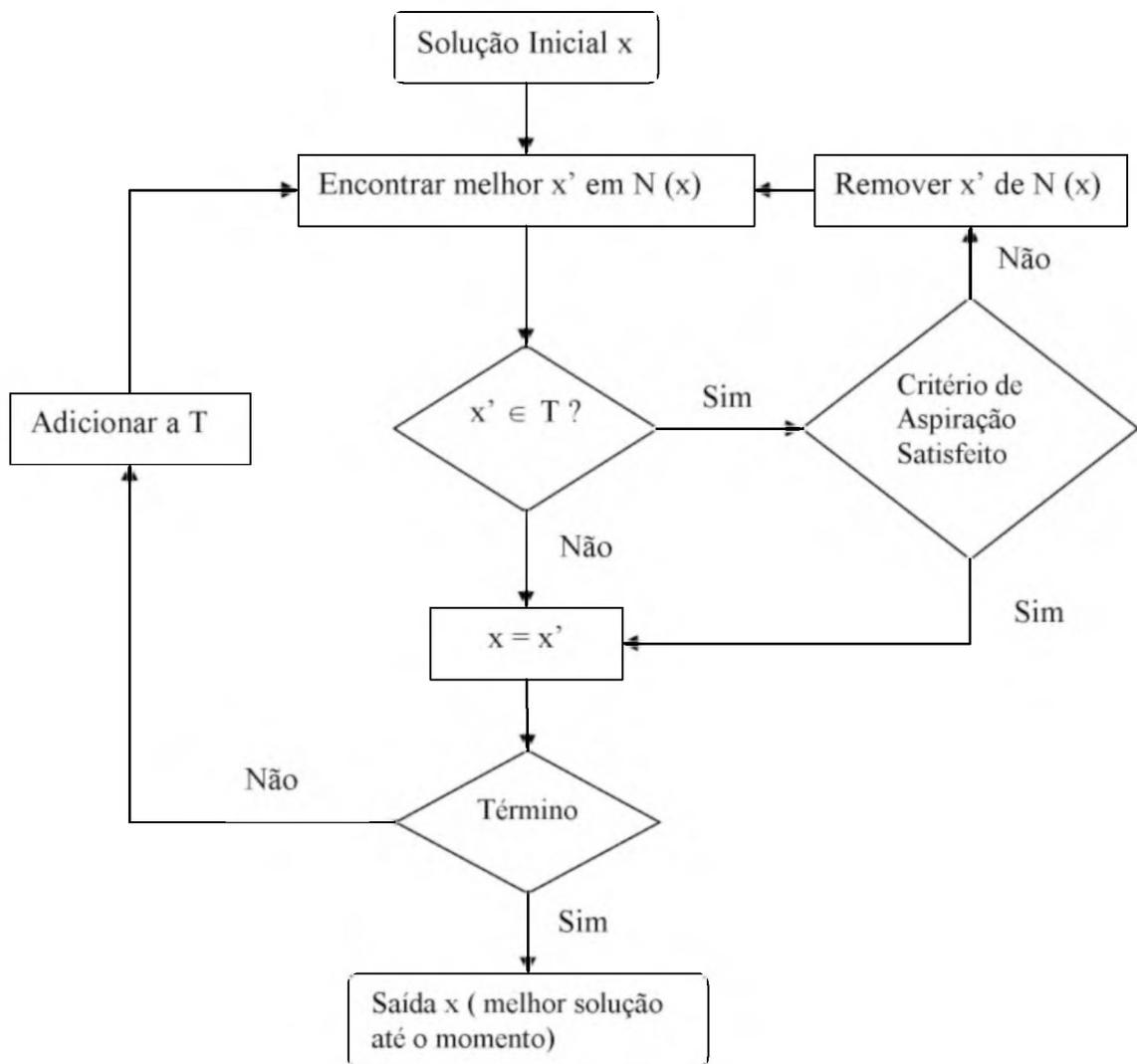
A heurística emprega restrições tabu que inibem certos movimentos. É criada uma lista de movimentos proibidos, chamada lista tabu, que funciona como uma fila de tamanho fixo, isto é, quando um novo movimento é adicionado à lista, o mais antigo é descartado. O tempo que um movimento deve permanecer na lista, em geral, está relacionado com o número de iterações do algoritmo e com o número de movimentos possíveis a partir da solução corrente. Se, por um lado a lista tabu reduz o risco de ciclagem, por outro ela pode proibir movimentos para soluções ainda não visitadas.

Assim, existe também uma função de aspiração, que é um mecanismo, que permite a “quebra” do tabu, isto é, a restrição é ignorada e o movimento mesmo classificado como proibido é realizado. Um critério de aspiração bastante utilizado é o de ignorar a restrição tabu sempre que a solução formada por um determinado movimento proibido for melhor que a solução encontrada até o momento. A aplicação adequada desses procedimentos é fundamental para se atingir altos níveis de desempenho em BT [CORRÊA, 2000].

Para melhorar a eficiência do processo de exploração, é preciso não só manter o caminho da informação local (como o valor atual da função objetivo), mas também, algumas informações relacionadas ao processo de exploração. [YAMAMOTO, et al., 1999].

O Fluxograma 4.3 mostra um esquema geral do processo de busca Tabu, onde  $N(x)$  representa o conjunto de soluções vizinhas a  $x$  no espaço de busca e  $T$  representa a lista Tabu [KRISHNAMACHARI, 1999].

## FLUXOGRAMA 4.3 – ESQUEMA GERAL DO PROCESSO BUSCA TABU



Segundo POZO, et al., 2005, para implementação do algoritmo Busca Tabu, alguns elementos básicos devem ser especificados, tais como:

- Movimentos: operadores utilizados para transformar uma solução em outra;
- Lista Tabu: lista onde serão armazenadas todos os movimentos anteriores durante o processo de busca do algoritmo;
- Critério de Aspiração: determinará quando uma restrição Tabu deve ser “quebrada”. Um critério de aspiração bastante utilizado é ignorar a

restrição Tabu quando a solução encontrada for melhor do que todas as soluções geradas anteriormente;

- d) Término: o processo chega ao fim quando não existir mais nenhum movimento possível a ser realizado, ou se atingido o número máximo de iterações definidas pelo usuário.
- e) Parâmetros: deve ser informado o tamanho da lista Tabu, número máximo de iterações, regras de parada, solução inicial e critério de aspiração.

A seguir é apresentado o pseudo-código de um algoritmo BT básico.

Pseudo-Código de um Algoritmo BT:

Procedimento BT:

1. Seja  $s_0$  solução inicial;
2.  $s^* \leftarrow s$ ;                    {Melhor solução obtida até então}
3. Iter  $\leftarrow 0$ ;                {Contador do número de iterações}
4. MelhorIter  $\leftarrow 0$ ; {Iteração mais recente que forneceu  $s^*$ }
5. Seja BTmax o número máximo de iterações sem melhora em  $s^*$ ;
6. T  $\leftarrow \emptyset$ ;                {Lista Tabu}
7. Inicialize a função de aspiração A;
8. Enquanto (Iter – MelhorIter  $\leq$  BTmax) faça
9. Iter  $\leftarrow$  Iter + 1;
10. Seja  $s' \leftarrow s \oplus m$  o melhor elemento de  $V \subseteq N(s)$  tal que o movimento  $m$  não seja tabu ( $m \notin T$ ) ou  $s'$  atenda a condição de aspiração ( $f(s') < A(f(s))$ );
11. T  $\leftarrow$  T – {movimento mais antigo} + {movimento que gerou  $s'$ };
12.  $s \leftarrow s'$ ;
13. se  $f(s) < f(s^*)$  então

14.  $s^* \leftarrow s$ ;
  15. MelhorIter  $\leftarrow$  Iter ;
  16. fim-se;
  17. Atualize a função de aspiração A;
  18. fim-enquanto;
  19. Retorne  $s^*$ ;
- fim BT.

Inicialmente, seleciona-se uma solução inicial aleatória  $x$ . Realiza-se uma busca local, procurando todas as soluções vizinhas,  $N(x)$ . A partir dessas soluções, seleciona-se a melhor solução  $x'$  (não necessariamente melhor do que a solução inicial  $x$ ). A solução inicial é movida para a melhor solução vizinha e a nova solução é adicionada à lista Tabu. A partir dessa nova solução, realiza-se novamente uma busca local e novamente a solução vizinha é selecionada como candidata para o próximo movimento.

Para evitar que o mesmo movimento de forma reversa seja realizado, são verificados os movimentos anteriores armazenados na lista Tabu. Se o movimento não se encontra na lista ou se satisfeito o critério de aspiração, o movimento é aceito, caso contrário, testa-se a próxima melhor solução. Executa-se este processo até encontrar uma solução vizinha que não esteja na lista Tabu. Enquanto não satisfeito um critério de término, o processo é repetido.

## 4.6 PROBLEMA DE TRANSPORTES

### 4.6.1 Introdução

O Problema de Transporte (PT) é um caso particular da Programação Linear. O modelo visa minimizar o custo total do transporte necessário para abastecer  $n$  consumidores (destinos) a partir de  $m$  fornecedores (origens). As origens possuem quantidades disponíveis, enquanto que os destinos possuem quantidades requeridas e existe, ainda, um custo unitário de transporte da origem para o destino. Em síntese, o objetivo do PT é desenvolver um esquema de transporte a valores inteiros, que atenda todas as demandas a partir do estoque atual a um custo de transporte mínimo.

### 4.6.2 Modelo Matemático para o Problema de Transportes

Considera-se que :

- Há  $m$  origens com  $a_i$  unidades disponíveis na origem  $i$  ( $i = 1, 2, 3, \dots, m$ )
- Há  $n$  destinos com  $b_j$  unidades necessárias no destino  $j$  ( $j = 1, 2, 3, \dots, n$ )
- O custo para transportar uma unidade da origem  $i$  ao destino  $j$  é dado por  $c_{ij}$
- O número de unidades a ser transportado da origem  $i$  para o destino  $j$  é dado por  $x_{ij}$

então o modelo tem a seguinte formulação:

$$\text{Min. } Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \quad 4.6.2.1$$

sujeito a:

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \leq a_i \quad (i = 1, 2, 3, \dots, m) \quad 4.6.2.2$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} \geq b_j \quad (j = 1, 2, 3, \dots, n) \quad 4.6.2.3$$

$$x_{ij} \geq 0 \text{ e inteiro } \forall \quad i, j \quad 4.6.2.4$$

A função objetivo 4.6.2.1 garante a minimização do custo de transporte da origem  $i$  para o destino  $j$ .

As restrições 4.6.2.2 atendem a oferta das origens;

As restrições 4.6.2.3 atendem a demanda dos destinos;

As restrições 4.6.2.4 consideram que só podem ser transportados valores inteiros e não negativos.

## 4.7 PROBLEMA DE DESIGNAÇÃO

### 4.7.1 Introdução

De acordo com, GOLDBARG, 2000, um dos casos mais importantes do problema de transporte se configura quando as ofertas e demandas são unitárias. Esse problema é denominado de problema de designação. O problema consiste em determinar como as designações devem ser feitas de modo a minimizar o custo total.

### 4.7.2 Modelo Matemático para o Problema de Designação

Sendo:

$x_{ij} = 1$ , se a origem  $i$  for designada para o destino  $j$ ;  
0, caso contrário.

Então, o modelo tem a seguinte formulação:

$$\text{Min. } Z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \quad 4.7.2.1$$

Sujeito a:

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1 \quad (i = 1, 2, 3, \dots, n) \quad 4.7.2.2$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1 \quad (j = 1, 2, 3, \dots, n) \quad 4.7.2.3$$

$$x_{ij} \geq 0 \text{ e binárias} \quad 4.7.2.4$$

O problema de designação pode ser entendido como o problema de alocar  $n$  origens a  $n$  destinos. Cada uma das origens  $i$  atenderá a um único destino  $j$  e vice-versa, segundo um custo  $c_{ij}$ .

A função objetivo 4.7.2.1 visa minimizar este custo. As restrições 4.7.2.2 e 4.7.2.3 informam qual origem  $i$  a ser designada para abastecer o destino  $j$ . As restrições 4.7.2.4 definem a variável  $x_{ij}$  como binárias.

Como as capacidades de cada origem e as demandas de cada destino são unitárias, o algoritmo de designação será baseado apenas na seguinte matriz, chamada matriz de eficiência (Tabela 4.2):

TABELA 4.2 – MATRIZ DE EFICIÊNCIA

Origens/ destinos	1	2	3	...	n
1	$c_{11}$	$c_{12}$	$c_{13}$	...	$c_{1n}$
2	$c_{21}$	$c_{22}$	$c_{23}$	...	$c_{2n}$
3	$c_{31}$	$c_{32}$	$c_{33}$	...	$c_{3n}$
...	...	...	...	...	...
n	$c_{n1}$	$c_{n2}$	$c_{n3}$	...	$c_{nn}$

A seguir, no capítulo V, são apresentadas as aplicações das técnicas ao problema abordado.

## CAPÍTULO V

### 5. METODOLOGIA USADA PARA RESOLUÇÃO DO PROBLEMA REAL, IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL E RESULTADOS

#### 5.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo é apresentada a metodologia utilizada para solucionar o problema real abordado e descrito no Capítulo II deste trabalho, mostrando detalhes sobre a implementação computacional dos algoritmos abordados no Capítulo IV, além da apresentação dos resultados obtidos.

Os dados utilizados foram fornecidos pela Prefeitura Municipal de Ponta Grossa, mais precisamente pela Autarquia Municipal de Trânsito do município de Ponta Grossa, em março de 2004. Neste período o número de trechos de quadra cobertos pelo Estacionamento Rotativo Regulamentado (Zona Azul) era de 232, distribuídos em 28 setores e estes divididos em quatro grandes áreas. Quaisquer alterações ocorridas depois deste período não foram consideradas.

Em resumo, o problema pode ser formulado da seguinte maneira:

A área de cobertura da Zona Azul no município de Ponta Grossa compreende algumas ruas no anel central da cidade. Cada rua é dividida em trechos, onde cada trecho é um “pedaço” de rua entre duas ruas transversais. São ao todo 232 trechos, sendo que nestes trechos existem vagas destinadas à Zona Azul e outras chamadas de vagas especiais, como vagas de farmácias, motocicletas, táxis, entre outras. São 2.408 vagas destinadas ao estacionamento rotativo regulamentado. O número de vagas por trecho é variável e existem trechos com maior ou menor taxa de ocupação de veículos. O problema é, então, distribuir estas vagas em setores e estes em áreas, considerando um limite de vagas por setor, minimizando a distância percorrida pelo agente fiscal e, conseqüentemente o tempo de percurso, de maneira a garantir a eficiência na fiscalização e a informatização e automatização de todo o processo.

Deste modo, o problema ficou dividido em três fases ilustradas no fluxograma 5.1 a seguir.

## FLUXOGRAMA 5.1 - ESQUEMA DA METODOLOGIA PARA A RESOLUÇÃO DO PROBLEMA



### 5.2 IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL E RESULTADOS OBTIDOS

Os algoritmos utilizados na implementação computacional foram descritos no capítulo IV e as fases da implementação estão descritas e comentadas nas seções a seguir.

A primeira fase, para cadastramento dos pontos e levantamento dos dados, foi efetuada com o auxílio do *software AUTOCAD*.

Na segunda fase, para definição as  $p$ -medianas, os algoritmos foram implementados em linguagem *Pascal* utilizando o *software DELPHI 7.0*, instalado e processado em um microcomputador *AMD Athlon XP 2400 GHz* com *256 mega-*

bytes de memória RAM; como sistema operacional utilizou-se o *Windows XP Professional*.

Finalmente, para a formação dos *clusters* (setores) foi implementado um modelo matemático chamado de DTComb no *software LINGO 6.0*.

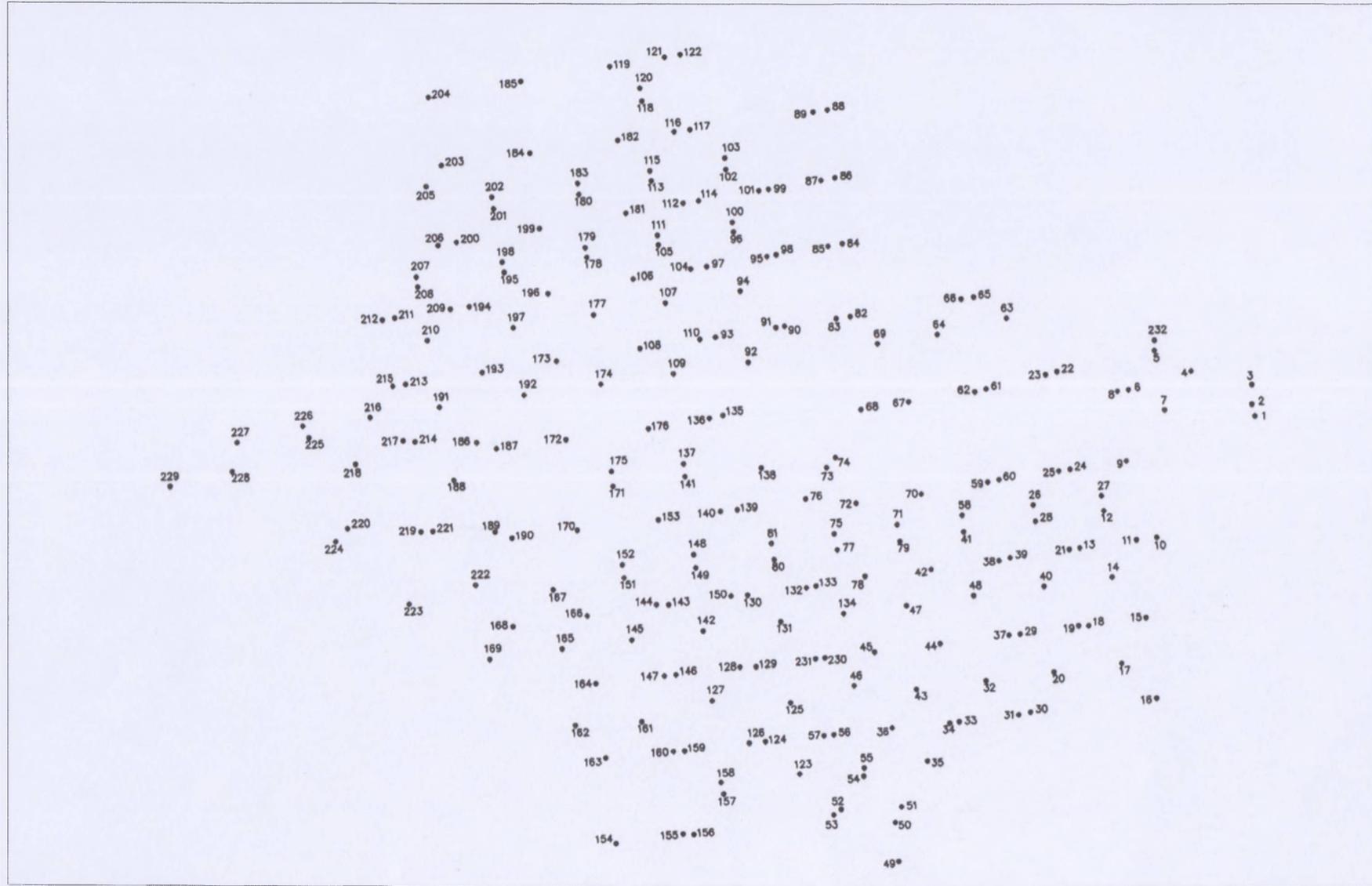
#### 5.2.1 1ª Fase - Cadastramento dos Pontos e Levantamento de Dados

Nesta primeira fase foram cadastrados os trechos de quadra onde existe o estacionamento regulamentado, levantando o número de vagas de cada trecho bem como sua taxa de ocupação.

Foram cadastrados 232 pontos no mapa digitalizado, cada um deles situado no ponto médio de cada trecho, significando que todo aquele trecho deve ser atendido, ou seja, fiscalizado. A relação das coordenadas destes pontos bem como o número de vagas de cada trecho e a taxa de ocupação encontram-se no anexo 1 deste trabalho. Foi usada a seguinte legenda para taxa de ocupação: 1: baixa ocupação, 2: média ocupação e 3: alta ocupação de veículos nas vagas. Posteriormente serão definidas porcentagens para estas taxas.

Estes pontos médios formam, assim, o conjunto dos pontos de atendimento dos agentes fiscais. Desta forma, designando estes pontos para os agentes, estar-se-á designando todo um trecho de quadra que deverá ser fiscalizado, estando assim definidos quais trechos irão para quais agentes, formando os setores de fiscalização. Os pontos inseridos podem ser visualizados na Figura 5.1.

FIGURA 5.1 - MAPA DESTACANDO OS 232 PONTOS



### 5.2.2 2ª Fase - Definição das *P*-Medianas

Como a fiscalização destes 232 trechos é efetuada por 28 agentes fiscais, existe então, a necessidade da divisão destes trechos em 28 setores, um setor para cada fiscal. Assim, a idéia central foi encontrar 28 pontos (medianas) dentre os 232, de tal forma que a soma das distâncias de cada ponto do grafo à mediana mais próxima fosse mínima. Da mesma forma os 28 setores foram agrupados em 4 grandes áreas, cada uma abrangendo 7 setores.

Para isso, utilizou-se o Algoritmo de Teitz e Bart e as meta-heurísticas Algoritmo Genético, Busca Tabu e suas combinações.

Todos os algoritmos foram testados com as possíveis variações nos parâmetros, dentro de um tempo computacional razoável até que não surgisse uma melhora significativa na solução. As soluções apresentadas neste trabalho foram as melhores encontradas durante as simulações.

#### 5.2.2.1 Proposta 1 - Implementação e resultados do algoritmo de Teitz e Bart (TBPMed)

O algoritmo implementado TBPMed não sofreu nenhuma alteração em relação ao que foi descrito no capítulo IV. O objetivo deste algoritmo é apresentar os 28 pontos (medianas), com suas respectivas localizações, que posteriormente formarão os setores a serem fiscalizados, de maneira que a distância percorrida por cada agente fiscal seja mínima, atendendo os objetivos deste trabalho.

Num primeiro instante partiu-se de uma solução inicial aleatória, depois foi gerada uma solução inicial pelo Algoritmo Genético, sendo que, esta combinação será mostrada posteriormente. Os resultados obtidos pelo TBPMed são apresentados na Tabela 5.1, onde os valores de transmissão (distâncias) são dados em quilômetros e os tempos computacionais em segundos.

TABELA 5.1 - RESULTADOS NUMÉRICOS DAS SIMULAÇÕES PARA O PROBLEMA DAS 28 MEDIANAS OBTIDOS PELO ALGORITMO TBPMED .

Simulação	Número de iterações	Valor Transmissão (km)	Tempo computacional (s)
1	1160	88,57	3,0
2	1160	88,74	2,9
3	1160	88,61	3,0
4	1160	88,52	3,0
5	928	88,41	2,4

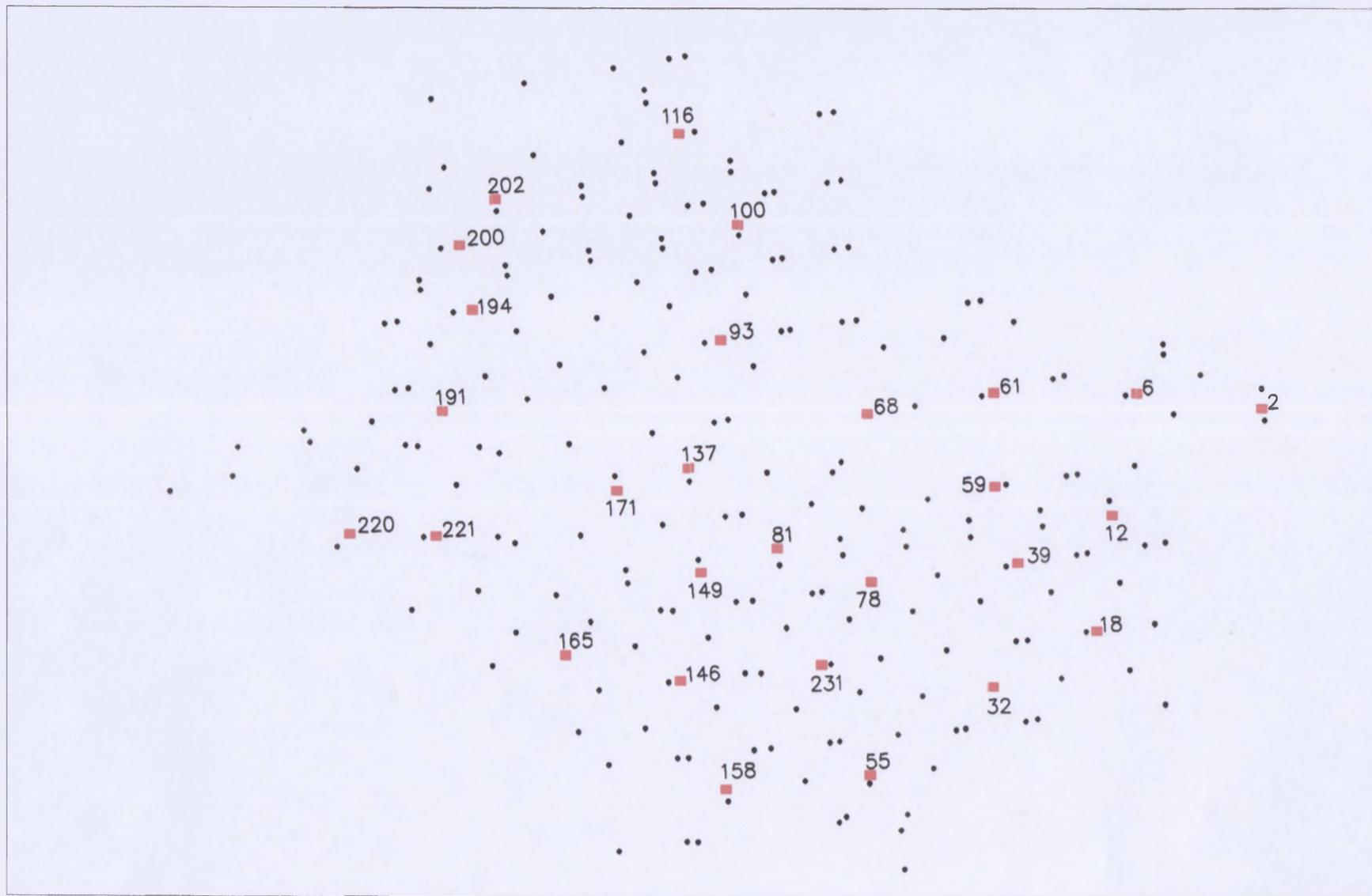
A Tabela 5.2 apresenta as medianas encontradas em cada uma das simulações.

TABELA 5.2 – APRESENTAÇÃO DAS 28 MEDIANAS ENCONTRADAS EM CADA UMA DAS 5 SIMULAÇÕES CONTIDAS NA TABELA 5.1

Simulação	Vértices Encontrados
1	2, 6, 12, 29, 44, 55, 58, 61, 73, 83, 100, 110, 116, 133, 137, 147, 148, 151, 158, 168, 178, 192, 194, 202, 217, 221, 224, 231
2	2, 6, 12, 18, 32, 39, 55, 58, 61, 73, 83, 100, 109, 116, 133, 140, 142, 158, 166, 171, 178, 192, 194, 202, 217, 221, 224, 230
3	2, 6, 12, 18, 22, 32, 41, 55, 62, 68, 78, 80, 100, 110, 116, 141, 146, 149, 158, 166, 178, 192, 194, 202, 217, 221, 224, 231
4	2, 6, 14, 24, 32, 41, 55, 61, 73, 78, 80, 83, 100, 110, 116, 137, 143, 158, 165, 171, 178, 192, 194, 202, 217, 221, 224, 231
5	2, 6, 12, 18, 32, 39, 55, 59, 61, 68, 78, 81, 93, 100, 116, 137, 146, 149, 158, 165, 171, 191, 194, 200, 202, 220, 221, 231

O melhor conjunto de vértices encontrados aconteceu na simulação 5, pois apresentou o menor número de transmissão. Esse resultado está destacado no mapa de pontos na Figura 5.2.

FIGURA 5.2 - MAPA DESTACANDO A MELHOR SIMULAÇÃO DAS 28 MEDIANAS ENCONTRADAS PELO TBPMED



### 5.2.2.2 Proposta 2 - Implementação e resultados do Algoritmo Genético (AGPMed)

O AGPMed implementado está descrito no capítulo IV. O objetivo deste algoritmo, assim com o algoritmo TBPMed, é encontrar as 28 medianas dentre os 232 pontos destacados no mapa. Na inicialização do algoritmo são definidos o número máximo de iterações ( $k_{\text{máx}}$ ) e o número de elementos da população ( $m$ ). Fixou-se o valor de  $k_{\text{máx}}$  em 1000, valor este definido após vários testes e julgado como razoável, pois não comprometeu o tempo computacional, levando a uma solução satisfatória. O valor de  $m$ , que é o número de cromossomos ou indivíduos, escolhidos aleatoriamente, onde cada cromossomo é uma possível solução para as 28 medianas, variou de 75 a 200 nas simulações apresentadas neste trabalho.

O processo de geração de novas populações utilizado foi o chamado Algoritmo Genético *steady-state* descrito no capítulo IV, que se caracteriza em criar apenas um indivíduo de cada vez, podendo este ser passado ou não para geração seguinte dependendo do seu valor de *fitness*. Com relação aos operadores de cruzamento optou-se pelo *crossover* simples, sorteando-se uma posição aleatória nos cromossomos pais trocando-se o material genético a direita deste ponto sorteado, dando origem aos cromossomos filhos. Quanto a mutação realizou-se a chamada Mutação por troca simples.

Os resultados obtidos pelo AGPMed são apresentados na Tabela 5.3, onde os valores de transmissão são dados em quilômetros e os tempos computacionais em segundos.

TABELA 5.3 - RESULTADOS NUMÉRICOS DAS SIMULAÇÕES PARA O PROBLEMA DAS 28 MEDIANAS OBTIDOS PELO ALGORITMO AGPMED.

Simulação	Número de Iterações	Tamanho População	Valor Transmissão (km)	Tempo Computacional(s)
1	1000	75	108,58	2,4
2	1000	100	107,17	2,9
3	1000	125	107,95	4,6
4	1000	150	107,23	6,8
5	1000	200	108,78	7,7

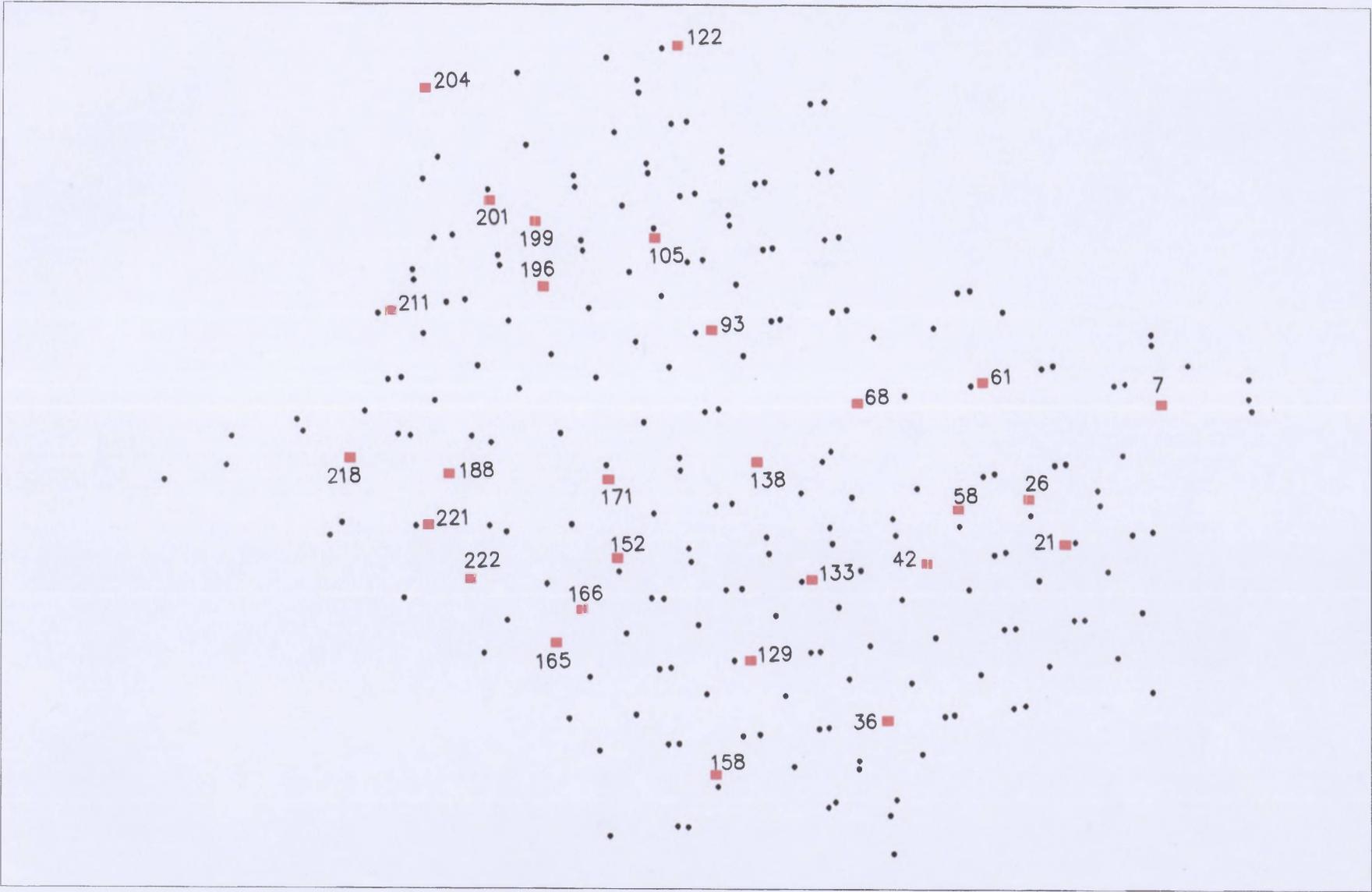
A Tabela 5.4 apresenta as medianas encontradas em cada uma das simulações.

**TABELA 5.4 – APRESENTAÇÃO DAS 28 MEDIANAS ENCONTRADAS EM CADA UMA DAS 5 SIMULAÇÕES CONTIDAS NA TABELA 5.3**

Simulação	Vértices Encontrados
1	1, 13, 18, 23, 42, 55, 60, 70, 74, 78, 87, 104, 107, 108, 125, 129, 135, 149, 151, 160, 165, 174, 181, 198, 210, 219, 224, 231
2	7, 21, 26, 36, 42, 58, 61, 68, 93, 105, 122, 129, 133, 138, 152, 158, 165, 166, 171, 188, 196, 199, 201, 204, 211, 218, 221, 222
3	3, 15, 21, 23, 37, 47, 55, 62, 76, 96, 116, 139, 143, 146, 150, 161, 164, 165, 171, 174, 184, 189, 197, 202, 207, 217, 220, 231
4	6, 19, 27, 42, 44, 54, 62, 65, 73, 81, 84, 88, 100, 105, 125, 137, 143, 152, 159, 168, 175, 187, 189, 197, 198, 201, 220, 22
5	3, 10, 23, 26, 29, 30, 33, 43, 47, 53, 56, 73, 77, 83, 94, 109, 117, 131, 136, 152, 164, 165, 174, 179, 187, 194, 219, 226

O melhor conjunto de vértices encontrados aconteceu na simulação 2, pois apresentou o menor número de transmissão. Esse resultado está destacado no mapa de pontos na Figura 5.3.

FIGURA 5.3 - MAPA DESTACANDO A MELHOR SIMULAÇÃO DAS 28 MEDIANAS ENCONTRADAS PELO AGPMED



### 5.2.2.3 Proposta 3 – Implementação e resultados do Algoritmo Busca Tabu (BTPMed)

A implementação do Algoritmo BTPMed segue o pseudo-código descrito no capítulo IV deste trabalho. Com o objetivo de determinar as 28 medianas, o algoritmo inicia com a definição do Tempo Tabu (número de iterações que o movimento permanece na lista tabu) e a Estabilidade (número máximo de iterações sem melhoria na solução). Foram feitas 8 simulações para testar a melhor combinação dos parâmetros utilizados. Os resultados apresentados são os melhores conseguidos nas simulações.

Os resultados obtidos pelo BTPMed são apresentados na Tabela 5.5, onde os valores de transmissão são dados em quilômetros e os tempos computacionais em segundos.

**TABELA 5.5 - RESULTADOS NUMÉRICOS DAS SIMULAÇÕES PARA O PROBLEMA DAS 28 MEDIANAS OBTIDOS PELO ALGORITMO BTPMED**

Simulação	Tempo Tabu (iterações)	Estabilidade (iterações)	Número de iterações	Valor Transmissão (km)	Tempo Computacional (s)
1	10	5	928	88,66	3,6
2	10	10	928	88,51	3,6
3	10	50	5572	88,80	19,6
4	15	5	1392	88,17	5,2
5	15	10	1392	88,26	5,2
6	20	5	928	88,70	3,6
7	30	5	928	88,54	3,6
8	40	5	928	88,64	3,5

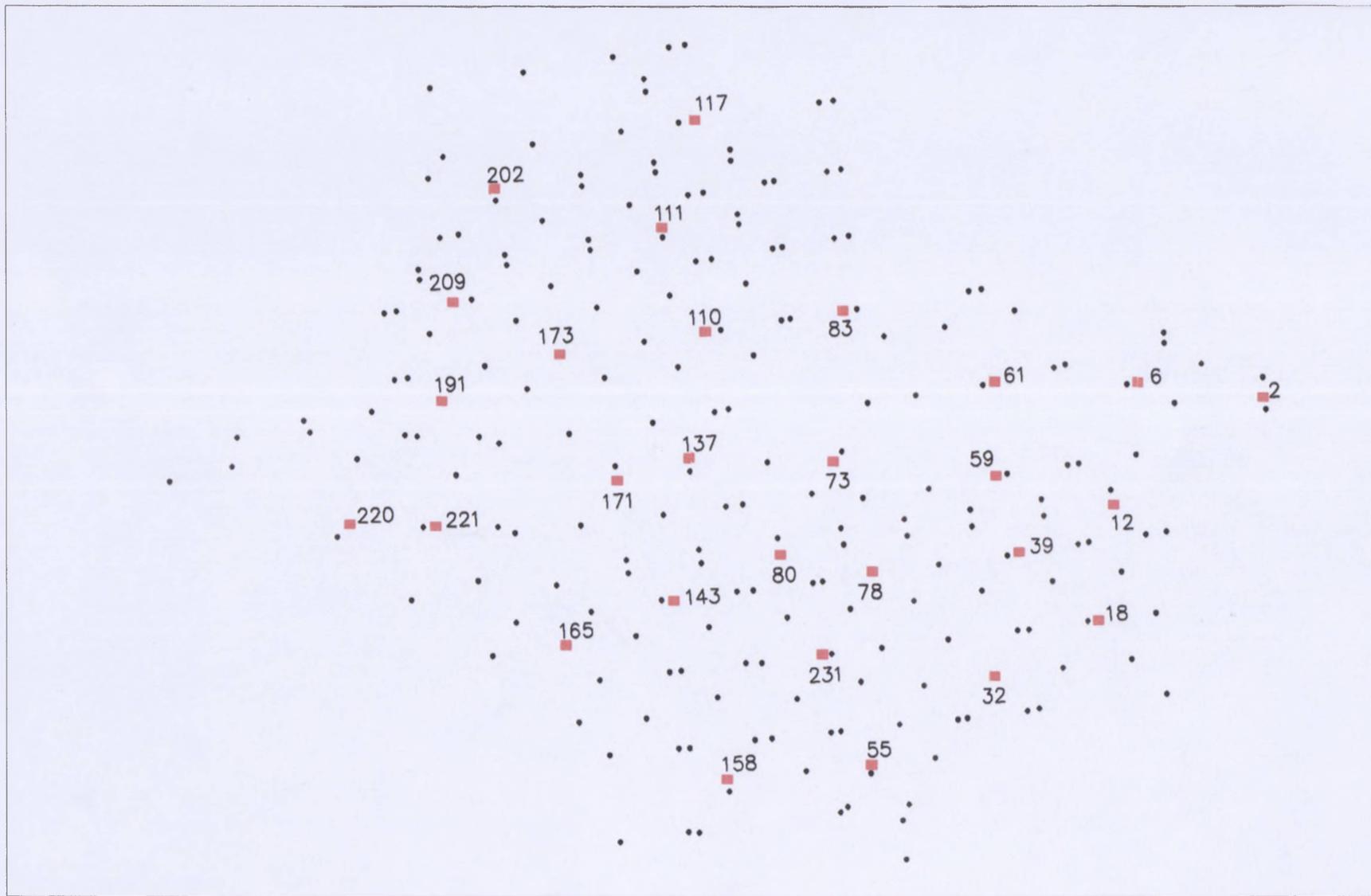
A Tabela 5.6 apresenta as medianas encontradas em cada uma das simulações do BTPMed.

TABELA 5.6 – APRESENTAÇÃO DAS 28 MEDIANAS ENCONTRADAS EM CADA UMA DAS 8 SIMULAÇÕES CONTIDAS NA TABELA 5.5.

Simulação	Vértices Encontrados
1	2, 6, 12, 22, 29, 55, 58, 62, 68, 78, 81, 100, 110, 116, 137, 146, 149, 158, 165, 171, 178, 192, 194, 202, 217, 221, 224, 231
2	2, 6, 12, 22, 29, 39, 55, 59, 62, 73, 78, 80, 83, 110, 114, 116, 141, 143, 158, 165, 175, 191, 194, 200, 202, 220, 221, 231
3	1, 6, 12, 18, 32, 39, 55, 58, 61, 73, 83, 110, 114, 116, 133, 141, 146, 149, 158, 165, 175, 177, 191, 194, 202, 220, 221, 231
4	<b>2, 6, 12, 18, 32, 39, 55, 59, 61, 73, 78, 80, 83, 110, 111, 117, 137, 143, 158, 165, 171, 173, 191, 202, 209, 220, 221, 231</b>
5	2, 6, 12, 18, 32, 39, 55, 59, 61, 73, 78, 80, 83, 110, 114, 116, 137, 143, 158, 165, 171, 191, 194, 200, 202, 220, 221, 231
6	2, 6, 12, 18, 22, 32, 39, 56, 58, 62, 68, 76, 100, 110, 116, 134, 137, 146, 148, 158, 166, 178, 192, 194, 202, 217, 221, 224
7	2, 6, 12, 29, 55, 58, 61, 73, 78, 83, 100, 110, 116, 132, 137, 147, 148, 151, 158, 168, 178, 192, 194, 202, 217, 221, 224, 231
8	2, 6, 12, 18, 32, 39, 56, 59, 61, 68, 78, 100, 110, 116, 133, 137, 139, 146, 149, 158, 166, 178, 192, 194, 202, 213, 220, 221

O melhor conjunto de vértices encontrados aconteceu na simulação 4, pois apresentou o menor número de transmissão. Esse resultado está destacado no mapa de pontos na Figura 5.4.

FIGURA 5.4 - MAPA DESTACANDO A MELHOR SIMULAÇÃO DAS 28 MEDIANAS ENCONTRADAS PELO BTPMED



#### 5.2.2.4 Proposta 4A - Combinação dos algoritmos AGPMed e TBPMed

Nesta proposta faz-se uma combinação entre o Algoritmo Genético e o Algoritmo de Teitz e Bart, ou seja, parte-se de uma solução inicial gerada pelo AGPMed e então aplica-se o TBPMed. Para o AGPMed fixou-se o número de iterações em 1000 e a população em 100 cromossomos, que foi a simulação que apresentou o melhor resultado quando aplicado isoladamente na proposta 2.

Os resultados obtidos nesta proposta 4A são apresentados na Tabela 5.7, onde os valores de transmissão são dados em quilômetros e os tempos computacionais em segundos.

**TABELA 5.7 - RESULTADOS NUMÉRICOS DAS SIMULAÇÕES PARA O PROBLEMA DAS 28 MEDIANAS OBTIDOS PELOS ALGORITMOS AGPMED E TBPMED COMBINADOS.**

Simulação	AGPMed			TBPMed		
	N. Iterações	Valor Transmissão(km)	Tempo(s)	N. Iterações	Valor Transmissão(km)	Tempo(s)
1	1000	109,88	4,1	1160	88,31	2,7
2	1000	107,30	3,3	928	89,17	2,2
3	1000	110,58	3,9	1392	88,94	3,3
4	1000	108,68	4,1	1624	88,94	3,8
5	1000	109,13	3,4	928	88,51	2,3

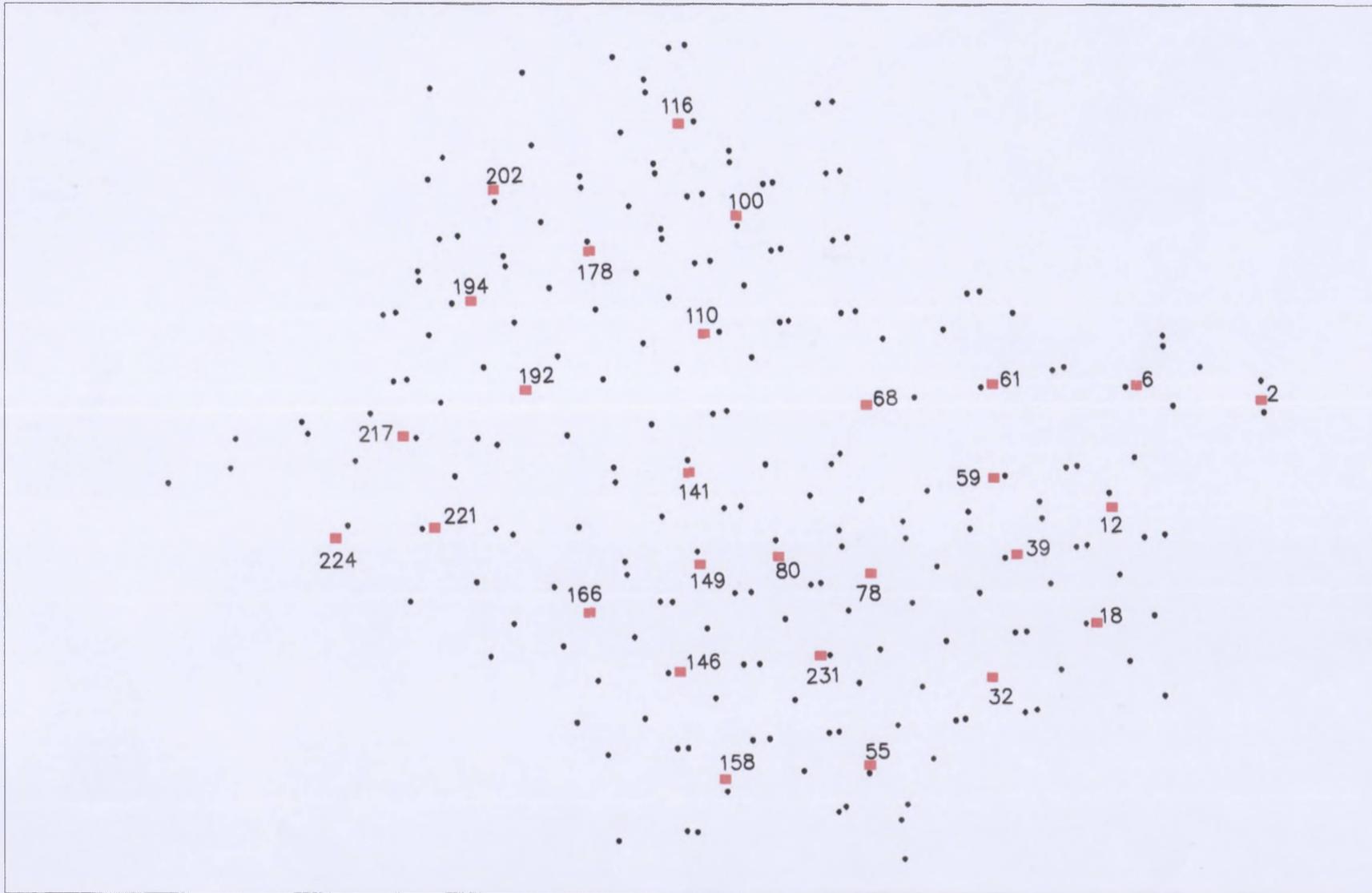
A Tabela 5.8 apresenta as medianas encontradas em cada uma das simulações.

TABELA 5.8 - APRESENTAÇÃO DAS 28 MEDIANAS ENCONTRADAS EM CADA UMA DAS 5 SIMULAÇÕES DA TABELA 5.7.

Simulação	Vértices Encontrados
1	2, 6, 12, 18, 32, 39, 55, 59, 61, 68, 78, 80, 100, 110, 116, 141, 146, 149, 158, 166, 178, 192, 194, 202, 217, 221, 224, 231
2	2, 6, 21, 22, 27, 37, 55, 58, 62, 73, 78, 83, 110, 111, 117, 132, 137, 146, 148, 158, 165, 175, 191, 197, 201, 220, 221, 231
3	2, 6, 14, 22, 24, 32, 41, 56, 62, 68, 76, 100, 110, 116, 134, 141, 146, 149, 151, 158, 168, 178, 192, 194, 202, 217, 221, 224
4	2, 6, 12, 22, 29, 39, 47, 56, 58, 62, 68, 76, 100, 110, 116, 131, 141, 143, 159, 165, 171, 178, 192, 194, 202, 217, 221, 224
5	2, 6, 12, 22, 29, 55, 58, 62, 73, 78, 83, 110, 111, 117, 132, 141, 146, 149, 158, 165, 173, 175, 191, 202, 209, 220, 221, 231

O melhor conjunto de vértices encontrados aconteceu na simulação 1, pois apresentou o menor número de transmissão. Esse resultado está destacado no mapa de pontos na Figura 5.5

**FIGURA 5.5** - MAPA DESTACANDO A MELHOR SIMULAÇÃO DAS 28 MEDIANAS ENCONTRADAS PELO TBPMED A PARTIR DA SOLUÇÃO INICIAL GERADA PELO AGPMED



### 5.2.2.5 Proposta 4B - Combinação dos algoritmos BTPMed e TBPMed

Nesta proposta 4B faz-se uma combinação dos algoritmos de Busca Tabu e do Algoritmo de Teitz e Bart. Desta vez o algoritmo BTPMed serve de solução inicial para o algoritmo TBPMed. Utilizou-se a combinação de parâmetros que ofereceu melhor resultado quando o algoritmo BTPMed foi aplicado isoladamente (Proposta 3), ou seja o Tempo Tabu é de 15 iterações e a Estabilidade é de 5 iterações.

Os resultados obtidos na proposta 4B são apresentados na Tabela 5.9, onde os valores de transmissão são dados em quilômetros e os tempos computacionais em segundos.

**TABELA 5.9 - RESULTADOS NUMÉRICOS DAS SIMULAÇÕES PARA O PROBLEMA DAS 28 MEDIANAS OBTIDOS PELOS ALGORITMOS BTPMED E TBPMED COMBINADOS.**

Simulação	BTPMed			TBPMed		
	N. Iterações	Valor Transmissão(km)	Tempo(s)	N. Iterações	Valor Transmissão(km)	Tempo(s)
1	928	88,51	3,6	232	88,51	0,4
2	382	90,28	1,7	928	89,01	2,0
3	928	88,36	3,7	232	88,36	0,4
4	467	89,03	2,0	696	88,24	1,4
5	467	89,60	2,0	928	88,21	1,9

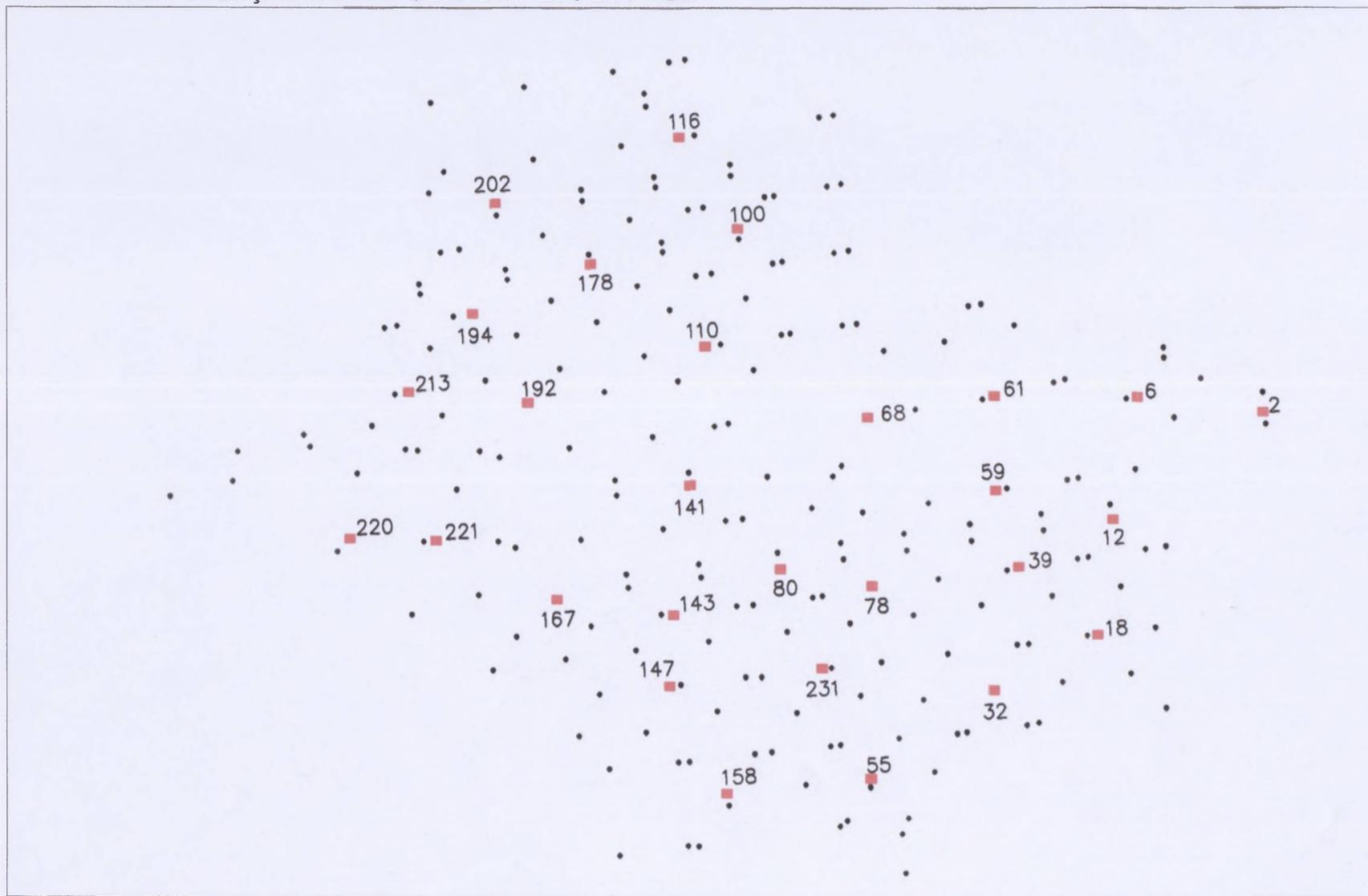
A Tabela 5.10 apresenta as medianas encontradas em cada uma das simulações.

TABELA 5.10 - APRESENTAÇÃO DAS 28 MEDIANAS ENCONTRADAS EM CADA UMA DAS 5 SIMULAÇÕES NA TABELA 5.9.

Simulação	Vértices Encontrados
1	2, 6, 12, 18, 32, 41, 55, 61, 68, 78, 81, 100, 110, 116, 137, 147, 148, 151, 158, 168, 178, 192, 194, 202, 217, 221, 224, 231
2	2, 6, 21, 27, 37, 56, 58, 61, 68, 78, 100, 110, 116, 133, 137, 139, 146, 149, 158, 165, 171, 178, 192, 194, 202, 217, 221, 224
3	2, 6, 12, 22, 29, 55, 58, 62, 73, 78, 80, 83, 100, 110, 116, 137, 143, 158, 165, 171, 178, 192, 194, 202, 213, 220, 221, 231
4	2, 6, 12, 18, 32, 39, 55, 59, 61, 73, 78, 80, 83, 110, 114, 116, 141, 143, 158, 165, 175, 191, 194, 200, 202, 220, 221, 231
5	2, 6, 12, 18, 32, 39, 55, 59, 61, 68, 78, 80, 100, 110, 116, 141, 143, 147, 158, 167, 178, 192, 194, 202, 213, 220, 221, 231

O melhor conjunto de vértices encontrados aconteceu na simulação 5, pois apresentou o menor número de transmissão. Esse resultado está destacado no mapa de pontos na Figura 5.6.

**FIGURA 5.6 - MAPA DESTACANDO A MELHOR SIMULAÇÃO DAS 28 MEDIANAS ENCONTRADAS PELO TBPMED A PARTIR DA SOLUÇÃO INICIAL GERADA PELO BTPMED**



Em resumo, os valores de transmissão e os tempos computacionais obtidos nas melhores simulações das 5 propostas apresentadas anteriormente, podem ser observados comparativamente na tabela 5.11 apresentada a seguir.

TABELA 5.11 - COMPARAÇÃO DOS VALORES DE TRANSMISSÃO E DOS TEMPOS COMPUTACIONAIS OBTIDOS NAS 4 PROPOSTAS.

Propostas Apresentadas	Valor de Transmissão (km)	Tempo Computacional (s)
Proposta 1: Algoritmo (TBPMed)	88,41	2,4
Proposta 2: Algoritmo ( AGPMed)	107,17	2,9
Proposta 3: Algoritmo ( BTPMed)	88,17	5,2
Proposta 4A : Algoritmos ( AGPMed+TBPMed)	88,31	6,8
Proposta 4B : Algoritmos ( BTPMed+TBPMed)	88,21	3,9

### 5.2.3 3ª Fase - Formação dos *Clusters*

#### 5.2.3.1 Introdução

Após a determinação das 28 medianas, empregou-se o algoritmo exato de designação combinado com o algoritmo de transportes, para formação dos *clusters* em torno de cada mediana, obtendo-se, desta forma, os 28 setores de fiscalização.

Para que o trabalho dos agentes fiscais fosse distribuído de maneira uniforme, ou seja, cada fiscal atendendo aproximadamente o mesmo número de vagas, foi feito o seguinte cálculo: dividiu-se o somatório do número total de vagas multiplicado pelo valor da taxa de ocupação de cada trecho, por 28 (número de setores), obtendo a capacidade aproximada de cada mediana.

$$C_i = \frac{\sum_{j=1}^{232} V_j \cdot T_j}{28}$$

onde:

$C_i$  = capacidade média de cada mediana;

$V_i$  = número de vagas do trecho  $i$ ;

$T_i$  = taxa de ocupação do trecho  $i$ .

Cada um dos 232 pontos por sua vez, possui também uma demanda obtida pelo produto do número de vagas do trecho (ponto) pela sua taxa de ocupação.

$$D_i = V_i \cdot T_i$$

onde:

$D_i$  = demanda do trecho  $i$ .

Como já citado anteriormente, as taxas de ocupação foram divididas em 3 categorias: alta (1), considerando uma taxa de 100% de ocupação, média (2), com 60% de ocupação e baixa (3) com 30% de ocupação. Estas taxas de ocupação foram obtidas de maneira empírica, pois existem diversos fatores que podem alterá-las (horários de maior movimento no mesmo dia, dias de maior movimento na semana, etc.). O algoritmo exato implementado visa designar os pontos às medianas mais próximas, respeitando as suas capacidades.

#### 5.2.3.2 Modelo Matemático de Designação e Transportes Combinados (DTComb) Implementado.

O modelo DTComb foi desenvolvido com a finalidade específica de designar os pontos às medianas encontradas na fase anterior. O que diferencia o DTComb do algoritmo de designação propriamente dito é que no algoritmo de designação o objetivo é alocar as origens (pontos) aos destinos (medianas) tendo um custo mínimo (distância mínima), considerando as ofertas e demandas unitárias; já no DTComb, além da preocupação da alocação a um custo mínimo, atenta-se também para o valor das ofertas e demandas respeitando a capacidade das medianas como no modelo de transportes. Esta combinação deu origem ao modelo matemático apresentado a seguir.

Considerando-se que:

- há 204 trechos com  $a_j$  unidades a serem designadas (peso dos trechos) no trecho  $j$  ( $j = 1, 2, 3, \dots, 204$ );
- há 28 medianas com  $b_i$  unidades disponíveis (capacidades médias das medianas) na mediana  $i$  ( $i = 1, 2, 3, \dots, 28$ );
- o custo para transportar uma unidade do trecho  $j$  a mediana  $i$  é dado por  $c_{ij}$ ;
- $x_{ij} = 1$ , se o trecho  $j$  for designado para a mediana  $i$ ;  
0, caso contrário

tem-se que:

$$\text{Min. } Z = \sum_{i=1}^{28} \sum_{j=1}^{204} c_{ij} x_{ij} \quad 5.2.3.2.1$$

sujeito a:

$$\sum_{i=1}^{28} x_{ij} = 1 \quad (j = 1, 2, 3, \dots, 204) \quad 5.2.3.2.2$$

$$\sum_{j=1}^{204} a_j x_{ij} \leq b_i \quad (i = 1, 2, 3, \dots, 28) \quad 5.2.3.2.3$$

$$x_{ij} = 1, \text{ se o trecho } j \text{ for designado para a mediana } i; \\ 0, \text{ caso contrário} \quad 5.2.3.2.4$$

A função objetivo 5.2.3.2.1 garante a alocação dos 204 pontos às 28 medianas a um custo mínimo de transporte, ou seja, minimiza a distância percorrida pelos agentes fiscais.

As restrições 5.2.3.2.2 obrigam que cada trecho seja designado a apenas uma mediana.

As restrições 5.2.3.2.3 mostram que cada mediana possui uma capacidade  $b_i$  que não deve ser violada.

As restrições 5.2.3.2.4 indicam que todas as variáveis são binárias.

### 5.2.3.3 Clusterização

Para a formação dos setores (*clusterização*) utilizou-se o melhor resultado obtido na fase 2, ou seja, aquele que apresentou um menor número de

transmissão. As 28 medianas obtidas pelo algoritmo BTPMed são os pontos 2, 6, 12, 18, 32, 39, 55, 59, 61, 73, 78, 80, 83, 110, 111, 117, 137, 143, 158, 165, 171, 173, 191, 202, 209, 220, 221, 231

Para a formação dos *clusters* foi implementado o modelo DTComb no *software LINGO*. Os resultados obtidos são apresentados na Tabela 5.12.

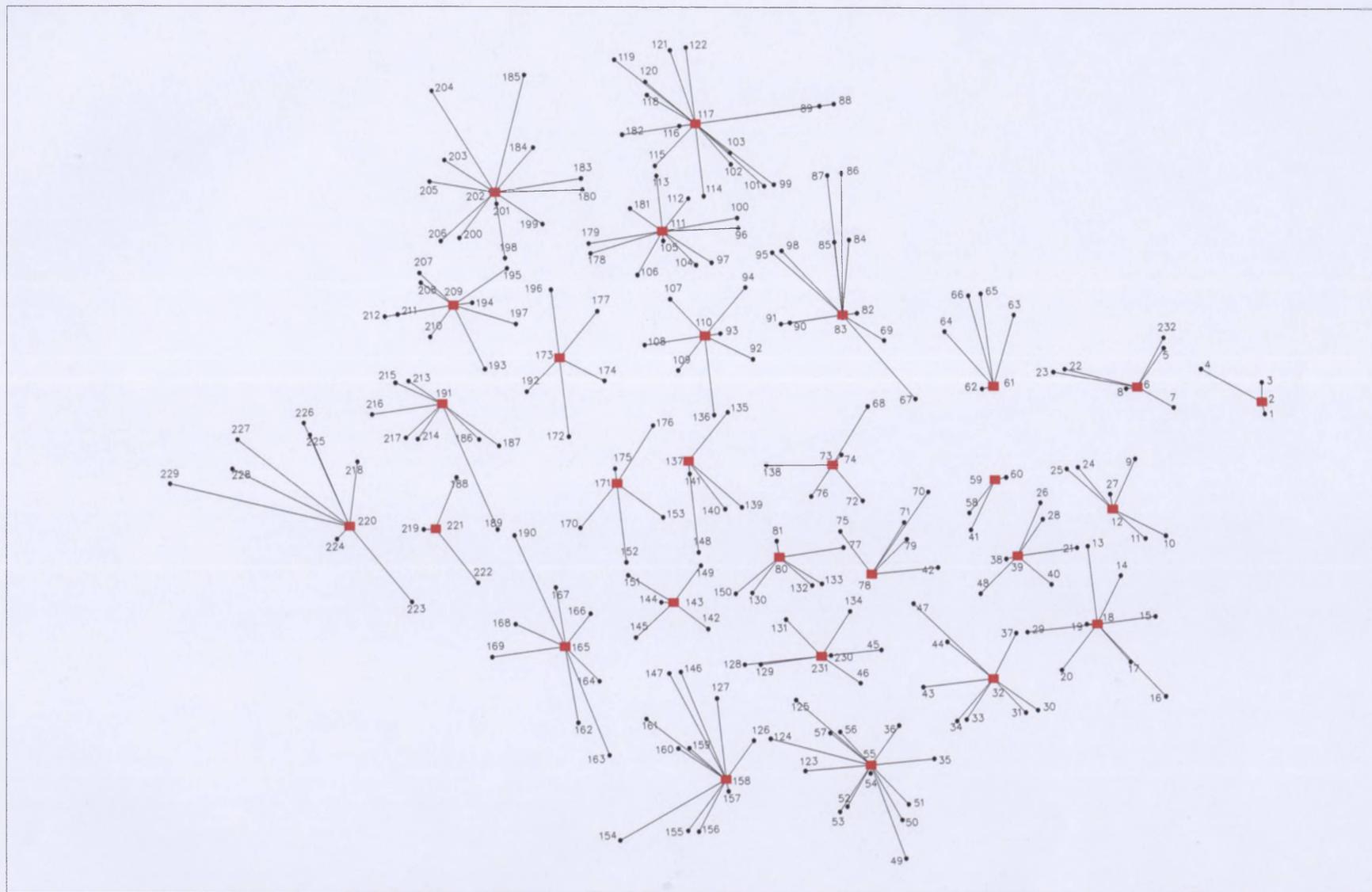
TABELA 5.12- FORMAÇÃO DOS 28 *CLUSTERS* UTILIZANDO O MODELO  
MATEMÁTICO DTCOMB

<i>Clusters</i> (Setores)	Ponto Mediana	Pontos (trechos) designados	N. Vagas atendidas *	N. de (trechos) atendidos
1	2	2-1-3-4	44	4
2	6	6-5-7-8-22-23-232	63	7
3	12	12-9-10-11-24-25-27	67	7
4	18	18-13-14-15-16-17-19-20-29	59	9
5	32	32-30-31-33-34-37-43-44-47	67	9
6	39	39-21-26-28-38-40-48	68	7
7	55	55-35-36-49-50-51-52-53-54-56-57- 123-124-125	61	14
8	59	59-41-58-60	50	4
9	61	61-62-63-64-65-66	59	6
10	73	73-68-72-74-76-138	68	6
11	78	78-42-70-71-75-79	63	6
12	80	80-77-81-130-132-133-150	65	7
13	83	83-67-69-82-84-85-86-87-90-91-95-98	55	12
14	110	110-92-93-94-107-108-109-136	67	8
15	111	111-96-97-100-104-105-106-112-113- 178-179-181	64	12
16	117	117-88-89-99-101-102-103-114-115- 116-118-119-120-121-122-182	59	16
17	137	137-135-139-140-141-148	66	6
18	143	143-142-144-145-149-151	67	6
19	158	158-126-127-146-147-154-155-156- 157-159-160-161	68	12
20	165	165-162-163-164-166-167-168-169- 190	67	9
21	171	171-152-153-170-175-176	67	6
22	173	173-172-174-177-192-196	59	6
23	191	191-186-187-189-213-214-215-216- 217	66	9
24	202	202-180-183-184-185-198-199-200- 201-203-204-205-206	69	13
25	209	209-193-194-195-197-207-208-210- 211-212	67	10
26	220	220-218-223-224-225-226-227-228- 229	67	9
27	221	221-188-219-222	68	4
28	231	231-45-46-128-129-131-134-230	68	8

\*representa o número da vagas considerando a taxa de ocupação.

A Figura 5.7 mostra no mapa os 204 pontos (trechos) designados as 28 medianas formando os *clusters* (setores).

FIGURA 5.7 - MAPA DA DESIGNAÇÃO DOS PONTOS ÀS MEDIANAS, FORMANDO OS 28 CLUSTERS (SETORES)



Finalmente, após a formação dos 28 *clusters*, que representam os 28 setores, realizou-se a distribuição destes em 4 grandes áreas. Novamente fez-se necessária a determinação de 4 medianas dentre os 28 pontos (setores), determinados anteriormente.

Todas as fases anteriores foram seguidas, utilizando-se agora o algoritmo que apresentou o melhor resultado.

Inicialmente foram cadastradas as coordenadas dos 28 pontos, determinando dentre eles, 4 pontos medianas, de modo que a soma das distâncias de cada um dos 28 pontos à mediana mais próxima fosse mínima. Para determinação destas 4 medianas utilizou-se o algoritmo BTPMed, o qual apresentou melhor resultado anteriormente. Sendo assim dentre os 28 pontos: pontos 2, 6, 12, 18, 32, 39, 55, 59, 61, 73, 78, 80, 83, 110, 111, 117, 137, 143, 158, 165, 171, 173, 191, 202, 209, 220, 221, 231, foram escolhidos os 4 pontos: 12, 80, 111, 191.

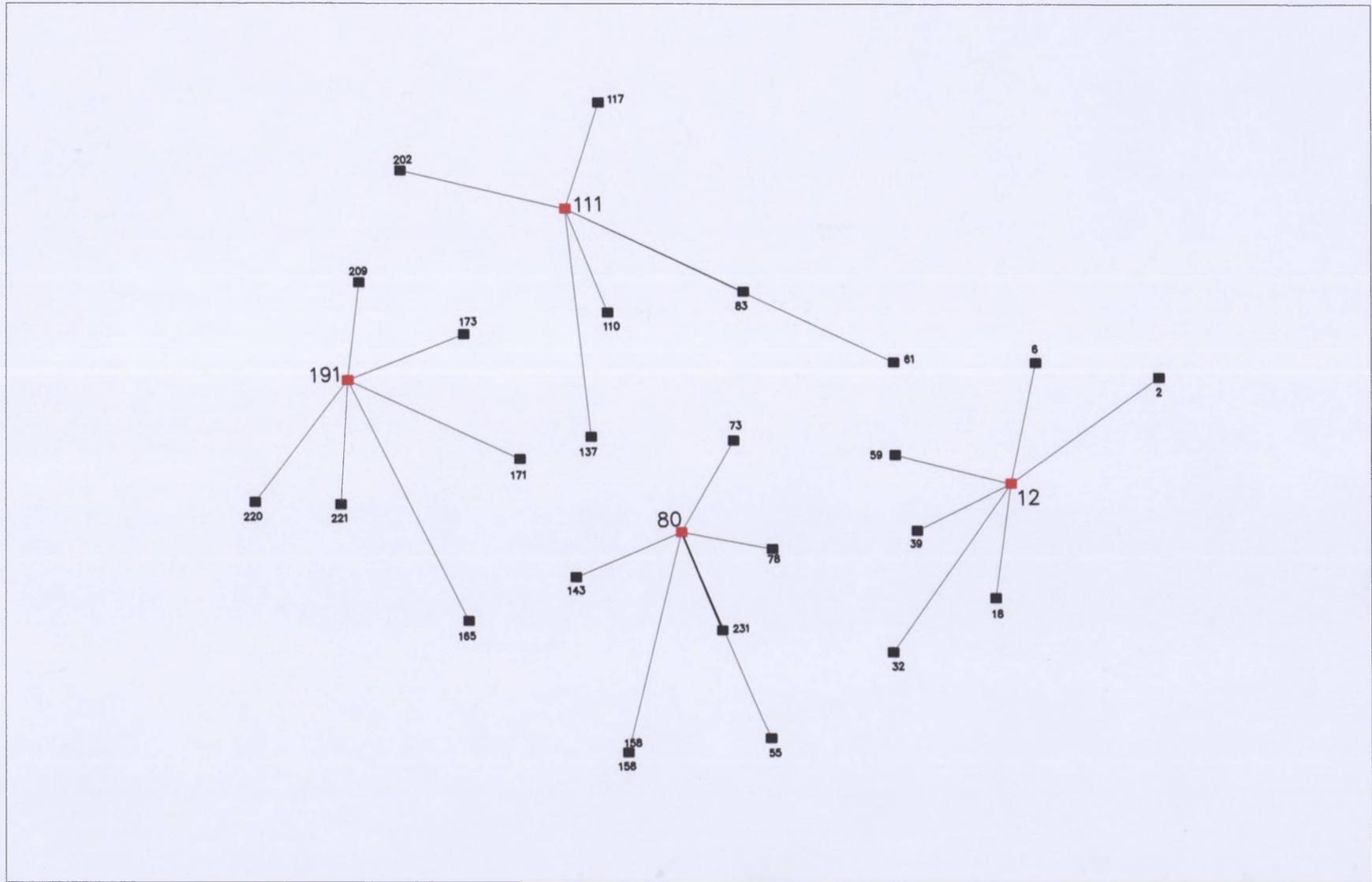
Para a formação dos 4 *clusters* ( áreas) foi aplicado o modelo DTComb descrito anteriormente, limitando que cada área possua exatamente 7 setores. Os resultados obtidos são apresentados na Tabela 5.13.

TABELA 5.13 - FORMAÇÃO DOS 4 *CLUSTERS* UTILIZANDO O ALGORITMO DTComb

<i>Clusters</i> (Áreas)	Ponto Mediana	Pontos (setores) designados
1	12	12, 2, 6, 18, 32, 39, 59
2	80	80, 55, 73, 78, 143, 158, 231
3	111	111, 61, 83, 110, 117, 137, 202
4	191	191, 165, 171, 173, 209, 220, 221

A Figura 5.8 mostra no mapa os 28 pontos (setores) designados as 4 medianas formando os *clusters* (áreas).

FIGURA 5.8 - MAPA DA DESIGNAÇÃO DOS PONTOS ÀS MEDIANAS, FORMANDO OS 4 CLUSTERS (ÁREAS)



A partir destes resultados, finalmente são apresentados nas Figuras 5.9 e 5.10 os mapas destacando os 28 setores e as 4 áreas de fiscalização do estacionamento rotativo regulamentado da cidade de Ponta Grossa, após a otimização utilizando as técnicas da Pesquisa Operacional descritas no presente trabalho.





## CAPÍTULO VI

### 6. ANÁLISE DOS RESULTADOS, CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

O objetivo deste trabalho foi elaborar um modelo informatizado para o planejamento e otimização na distribuição dos trechos de quadra cobertos pelo estacionamento rotativo regulamentado, para uma melhor fiscalização, aumentando a rotatividade de veículos, proporcionando ao usuário uma maior facilidade no uso destes estacionamentos.

#### 6.1 ANÁLISE DOS RESULTADOS

São analisados os resultados de cada fase em cada uma de suas propostas.

##### 6.1.1 1ª Fase – Cadastramento dos Pontos

Na primeira fase, utilizando-se o *software AUTOCAD*, obtiveram-se as coordenadas geográficas dos 232 pontos que demarcavam os trechos cobertos pelo Estacionamento Rotativo Regulamentado (Zona Azul).

##### 6.1.2 2ª Fase - Definição das $p$ -medianas

Para determinação das 28 medianas, numa primeira proposta utilizou-se o algoritmo de Teitz e Bart (TBPMed). Na segunda proposta utilizou-se o Algoritmo Genético (AGPMed). Em uma terceira proposta foi aplicado o Algoritmo de Busca Tabu (BTPMed) e, finalmente numa quarta proposta, fez-se duas combinações: a primeira aplicando o algoritmo TBPMed a partir de uma solução inicial do AGPMed e a segunda aplicando o mesmo algoritmo TBPMed, agora partindo de uma solução inicial gerada pelo algoritmo BTPMed.

Na primeira proposta (TBPMed), observa-se pela Tabela 5.1, que nas 5 simulações realizadas o número de iterações ficou próximo a 1000 e o tempo computacional não ultrapassou 3 segundos, gerando números de transmissão entre 88 e 89 km. Observando a proposta 2 (AGPMed) pela Tabela 5.3, onde o número de iterações foi fixado em 1000, o tempo computacional aumenta de acordo com o tamanho da população e percebe-se que nem sempre uma população numerosa gera um número de transmissão melhor. Comparando-se os valores de transmissão do algoritmo da proposta 1 (TBPMed) com os da proposta 2 (AGPMed), observa-se que a proposta 1 apresenta valores de transmissão na ordem de 18% menores em relação a proposta 2 (AGPMed).

Na proposta 3 apresentou-se 8 simulações do algoritmo BTPMed onde realizaram-se várias combinações dos parâmetros apresentados. Observa-se pela Tabela 5.5, que os tempos computacionais aumentam proporcionalmente com o parâmetro estabilidade, pois o algoritmo tenta melhorar a solução e não consegue. Nota-se também, pela simulação 4, que um aumento excessivo na estabilidade não gera melhoras no valor de transmissão. Com relação ao parâmetro tempo tabu, verifica-se, pela simulação 8, que um aumento neste parâmetro, não apresenta diminuição no valor de transmissão. Em todas as simulações o valor de transmissão ficou entre 88 e 90 km, muito próximos aos valores da proposta 1 (TBPMed).

Na proposta 4A, onde o algoritmo TBPMed partiu de uma solução inicial gerada pelo AGPMed, observa-se pela Tabela 5.7, que o algoritmo TBPMed melhorou nas 5 simulações a solução inicial gerada pelo AGPMed na ordem de 20%, mas os valores de transmissão finais não conseguiram ser menores daqueles obtidos pelo TBPMed partindo de uma solução inicial aleatória. Nesta proposta observa-se ainda que o tempo computacional ficou superior ao da proposta 1, onde o TBPMed foi aplicado isolado, pois na proposta 4A o tempo computacional foi a soma dos tempos obtidos nos dois algoritmos.

Finalmente, na proposta 4B, foi novamente aplicado o algoritmo TBPMed, mas agora a partir de uma solução inicial gerada pelo algoritmo BTPMed. Pela Tabela 5.9 observa-se que esta combinação mostrou que a solução inicial gerada pelo algoritmo BTPMed dificilmente será melhorada pelo algoritmo TBPMed, os resultados das propostas 1 e 3 já anteviam isto, onde os valores de transmissão nestas propostas eram muito próximos. Observando a tabela 5.9 nota-

se que após a solução inicial gerada pelo algoritmo BTPMed, o algoritmo TBPMed praticamente não teve atuação, a não ser nos casos em que o algoritmo BTPMed encontrou um mínimo local, simulações 2, 4 e 5, mesmo assim a melhora não foi muito significativa.

### 6.1.3 3ª Fase – Formação dos *Clusters*

A partir das 28 medianas determinadas, fez-se a formação dos *clusters*, que deram origem aos 28 setores de fiscalização. Observa-se pela Tabela 5.11 que, apesar do número de trechos em cada setor variar de 4 até 16, a distribuição das vagas respeitando a taxa de ocupação do trecho é bastante homogênea, não sobrecarregando o trabalho dos orientadores nos respectivos setores, com uma limitação de no máximo 69 vagas atendidas por orientador. O algoritmo visa minimizar a distância percorrida pelo orientador respeitando esta máxima capacidade de atendimento.

Da mesma forma fez-se a formação das 4 grandes áreas, onde cada um dos 28 setores juntamente com seus respectivos trechos, foram designados para cada uma das áreas, de maneira que cada uma delas tenha 7 setores, objetivando também a minimização do percurso do supervisor de área.

## 6.2 CONCLUSÕES

O Estacionamento Rotativo Regulamentado (Zona Azul) tem a função de garantir uma rotatividade de veículos em estacionamentos públicos, pois em grandes centros urbanos é praticamente impossível encontrar vagas em certas horas do dia, ou em certos dias da semana. Para que esta rotatividade ocorra é necessária uma limitação de tempo para cada usuário indicada nos chamados cartões de estacionamento. Para isso, “entra em cena” o papel dos fiscais de estacionamento, que são distribuídos em setores de fiscalização, para realizar o trabalho de forma eficiente.

Na distribuição destes fiscais em setores, são elaborados alguns mapas que, atualmente são feitos de forma empírica, tentando distribuir de maneira uniforme os trechos de quadra entre os fiscais, considerando regiões de maior concentração de veículos ou de maior ou menor rotatividade. Pelos dados

fornecidos para realização deste trabalho observa-se que esta distribuição e elaboração dos mapas feitas de forma manual não são satisfatórias. Certos setores ficam sobrecarregados, assim como outros ficam ociosos. Além disto em diversas situações estes mapas precisam sofrer alterações, seja pela ampliação das áreas de estacionamento regulamentado ou redução de alguns trechos onde, com o tempo, não verifica-se mais a necessidade destes estacionamentos.

A proposta do trabalho é, então, utilizando técnicas matemáticas apropriadas, obter de forma eficaz, eficiente e automática a distribuição dos trechos de quadra em setores, considerando uma distribuição uniforme de trabalho entre os fiscais, minimizando a distância percorrida por eles em cada setor. Isto garante uma fiscalização eficiente de forma a proporcionar aos usuários destes estacionamentos uma maior disponibilidade de vagas, devido ao aumento da rotatividade.

O trabalho comparou inicialmente resultados obtidos em 4 propostas, para determinação das  $p$ -medianas, com  $p = 28$ , mostrando que alguns algoritmos tem maior ou menor eficiência, dependendo do caso. Neste trabalho o algoritmo de Busca Tabu mostrou uma leve superioridade em relação aos demais.

Na formação dos *clusters* (28 setores), o modelo matemático DTComb revelou-se de fácil implementação e muito eficiente.

Os resultados obtidos foram bastante satisfatórios, pois, em segundos, a partir de um mapa digitalizado da região e das coordenadas dos trechos, o programa desenvolvido elabora todos os mapas de setores e áreas a serem fiscalizados, permitindo que qualquer alteração seja feita de forma automática sem causar maiores transtornos.

A importância do trabalho, sem dúvida, está em aplicar técnicas da Pesquisa Operacional ao problema real apresentado, fornecendo uma solução otimizada e automatizada.

A Tabela 6.1 compara a distribuições das vagas nos 28 setores atuais com os 28 setores propostos após aplicação das técnicas. No número de vagas apresentados na tabela para cada setor, já estão sendo consideradas as taxas de ocupação dos trechos.

TABELA 6.1 – TABELA COMPARATIVA DA DISTRIBUIÇÃO DAS VAGAS NO MODELO ATUAL E NO MODELO OTIMIZADO.

Setores	Modelo atual		Modelo otimizado	
	N. Vagas atendidas	N. trechos atendidos	N. Vagas atendidas	N. trechos atendidos
1	89	10	44	4
2	86	12	63	7
3	75	7	67	7
4	49	8	59	9
5	63	6	67	9
6	50	6	68	7
7	36	9	61	14
8	97	9	50	4
9	79	8	59	6
10	75	7	68	6
11	43	11	63	6
12	51	11	65	7
13	49	7	55	12
14	61	12	67	8
15	40	7	64	12
16	69	7	59	16
17	77	7	66	6
18	66	6	67	6
19	71	6	68	12
20	44	10	67	9
21	56	6	67	6
22	74	7	65	7
23	37	9	66	9
24	71	7	69	12
25	55	6	67	10
26	55	9	67	9
27	87	12	68	4
28	86	10	68	8

A tabela 6.1 confirma que no modelo utilizado atualmente não existe uniformidade na distribuição das vagas nos setores, devido esta ser feita manualmente e de forma empírica.

Se por um lado existem setores ociosos, como o setor 7 e o setor 23, com menos de 40 vagas a serem atendidas cada um deles, por outro lado existem setores sobrecarregados como por exemplo o setor 8, com 97 vagas. Sabe-se que esta má distribuição afeta diretamente na fiscalização destes setores.

Observando-se a designação das vagas no modelo otimizado, nota-se que a uniformidade é praticamente atingida, garantindo maior eficiência na fiscalização, o que gera uma alta rotatividade dos veículos nestes estacionamentos, disponibilizando maior quantidade de vagas aos usuários.

### 6.3 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Com o objetivo de aprimorar os resultados obtidos neste trabalho apresentam-se as seguintes sugestões para trabalhos futuros:

- a) com relação ao problema das  $p$ -medianas, pesquisar e aplicar novas heurísticas que se adaptem ao problema abordado, verificando a sua eficiência;
- b) aplicar as técnicas utilizadas neste trabalho em cidades de maior porte verificando se há alteração na eficiência das heurísticas apresentadas;
- c) fazer um levantamento estatístico a respeito das taxas de ocupação média dos trechos de quadra, levando em consideração, por exemplo, dias de maior movimento no mês, horas de maior movimento no dia e outras informações de forma a obter um nível mais detalhado;
- d) considerar as características do relevo da região em estudo, para as distribuições dos setores de fiscalização, alterando assim, o peso de cada trecho;
- e) considerar a possibilidade da realização do roteamento dos fiscais dentro de cada setor, minimizando a distância percorrida por eles.
- f) aplicar a metodologia aqui apresentada para a resolução de outros problemas práticos de otimização.

## REFERÊNCIAS

- ALVES, A. C. Algoritmos Genéticos Aplicados ao Planejamento da Distribuição de Energia Elétrica em Curitiba e Região Metropolitana. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, UFPR, 2002.
- BARBOSA, H. J. C. Introdução aos Algoritmos Genéticos. Mini Curso, XX Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional- CNMAC, Gramado, RS: 1997.
- BARCELOS, F. B. Localização de Escolas do Ensino Fundamental com Modelos Capacitado e não Capacitado: Caso de Vitória ES. *Pesquisa Operacional*. Vol. 24, nº 1, p. 133-149, janeiro a abril de 2004.
- BATISTUS, D. R. Uma Metodologia para a Estruturação de Roteiros de Veículos Aplicada ao Problema de Entrega de Mercadorias Utilizando Técnicas da Pesquisa Operacional. *Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, UFPR, 2002.*
- BEASLEY, J. E. A note on solving large p-median problems. *European Journal of Operations Research*, v.21, p. 270-273, 1985.
- BEASLEY, J. E. ; CHIYOSHI, F. Lagrangean heuristics for location problems. *European Journal of Operations Research*, v.65, p.383-399, 1993.
- BEZERRA, O.B. Localização de Postos de Coleta para Apoio ao escoamento de Produtos Extrativistas – Um Estudo de Caso Aplicado ao Babaçu. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção. Florianópolis: UFSC, 1995.
- BORNSTEIN, C. T. An ADD/DROP Procedure for the Capacitated Plant Location Problem. *Pesquisa Operacional*. Vol. 24, nº 1, p. 151-162, janeiro a abril de 2004.

**CARLTON, W. B.** A Tabu Search Approach to the General Vehicle Routing Problem, PhD. Thesis, University of Texas, Austin, U.S.A., 1995.

**CHIYOSHI, F. GALVÃO, R. D.** A statistical analysis of simulated annealing applied to the p-median problem. Disponível em: <http://www.po.ufri.br/projeto/papers/p-median14.html>. Acesso em agosto de 2004.

**CHRISTOFIDES, N.** Graph Theory – An Algorithmic Approach. New York: Academic Press, 1975.

**COLOMBO, J. A.** Localização e Roteamento para Serviços de Atendimento Emergencial – Caso da Segurança Eletrônica. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, UFPR, 2001.

**CORRÊA, E. S.** Algoritmos Genéticos e Busca Tabu Aplicados ao Problema das P-medias. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, UFPR, 2000.

**COSTA, D. M. B.** Aplicação de Algumas Técnicas da Pesquisa Operacional na Otimização dos Serviços Postais. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, UFPR, 1997.

**DIAS, J. S.; BARRETO, J. M.** Algoritmo Genético: inspiração biológica na solução de problemas - uma introdução. Pesquisa Naval. n. 11, p.105-128. out. 1998.

**DIBBLE, C. ; DENSHAM, P. J.** Generating interesting alternatives in GIS and SDS using genetic algorithms. GIS/LIS Symposium, University of Nebraska, Lincoln, 1993.

**DREZNER, Z.** Facility Location: A Survey of Applications and Methods. New York: Springer, 1995.

**GLOVER, F.** Future paths for integer programming links to Artificial intelligence. Computers and Operations Research, n. 13, p. 533 – 549, 1986.

**GOLDBARG, M. C.** Otimização Combinatória e Programação Linear: modelos e algoritmos. Rio de Janeiro: Ed. Campus, 2000.

**GOLDBERG, D.** Genetic Algorithmics in Search: optimization and machine learning. Reading. Addison – Wesley, 1989.

**GONÇALVES, S. M.** Uma Metodologia para o Roteamento de Veículos – O Estudo de caso da Distribuição de Água Mineral em Itu- SP. **Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, UFPR, 2003.**

**HAKIMI, S.L.,** Optimum location of switching centers and the absolute centers and medians of a graph. *Operations Research*, vol.12, p. 450-459, 1964.

**HANSEN, P.** The steepest ascent mildest descent heuristic for combinatorial programming. In: **Congress on Numerical Methods in Combinatorial Optimization, Italy, 1986.**

**HOLLAND, J. H.** Adaptation in Natural and Artificial Systems: An Introductory Analysis with Applications to Biology, Control, and Artificial Intelligence. Massachusetts: MIT Press, 1975.

**HOSAGE, C. M; GOODCHILD M. F.** Discrete space location-allocation solutions from genetic algorithms. *Annls of Operational Research*, vol. 6, p. 35-46, 1986.

**ICHIHARA, J. A.** Um Método de Solução Heurístico para a Programação de Edifícios Dotados de Múltiplos Pavimentos – tipo. **Tese de Doutorado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção. Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 1998.**

**KRISHNAMACHARI, B.** Global optimization in the design mobile communication systems., 175p. **M.Sc. Dissertation in Electrical Engineering, Cornell University. Ithaca, 1999**

LAGUNA, M. Tabu Search for a single machine-scheduling problem. *Journal of Intelligent Manufacturing*, vol.2, p. 253-260, 1991.

LARSON, R. C. ; ODONI, A. R. *Urban Operations Research*. Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1981.

LIMA, F. S. Distribuição Espacial de Serviços Especializados de Saúde. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, UFSC, Florianópolis, 1996.

LOBO, D. S. Localização de Unidades de Educação Infantil: uma aplicação para creches municipais de Florianópolis. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, Florianópolis: UFSC, 1998.

LOPES, H. S. Algoritmos Genéticos. Trabalho interno do CEFET-PR- Centro Federal de Educação Tecnológica do Paraná, 1996.

LORENA, L. A. N. ; SENNE, E. L. F. A Lagrangean/Surrogate heuristic for uncapacitated facility location problems. In: *Anais dos Resumos Estendidos VIII CLAIO e XXVIII SBPO*, Rio de Janeiro, 854-859, 1996.

MARANZANA, F. E. On the location of supply points to minimize transport costs. *Operations Research Quarterly*, vol.15, p. 261-267, 1964.

MAYERLE, S. F. Um algoritmo genético para solução do problema do caixeiro viajante. Artigo de circulação interna do departamento de Engenharia de Produção e Sistemas da UFSC, 1994.

MINIEKA, E. The Centers and Medians of a Graph. *Operations Research*. Vol 25, nº 4, p. 641-650, July-August, 1977.

MIRANDA, M. N. Algoritmos genéticos fundamentos e aplicações, GTA/UFRJ. Disponível em: <<http://www.gta.ufri.br/~marcio/genetic.html>> Acesso em: 20 out de 2004.

MORAN, N. Stock Exchange gets fuzzy logic. *Financial Times*, September 4 th, 1996.

NOVAES, A. G.; ALVARENGA, A. C. Logística Aplicada – Suprimento e Distribuição Física. São Paulo: Pioneira. 1994.

NUNES, L. F. Algoritmos Genéticos Aplicados na Abordagem de um Problema Real de Roteirização de Veículos. *Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, UFPR, 1998.*

NUNES, L. F. Um Algoritmo Heurístico para Solução de Problemas de Grande Escala de Localização de Instalações com Hierarquias. *Tese de Doutorado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, UFSC, Florianópolis, 2002.*

PIRES, L. A. Algoritmo Genético aplicado na Localização de Escolas do Município de Coronel Vivida- PR. *Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, UFPR, 2002.*

PIZZOLATO, N. D. Localização de Escolas Públicas: Síntese de Algumas Linhas de Experiências no Brasil. *Pesquisa Operacional*, Vol. 24, nº 1, p. 111-131, janeiro a abril de 2004.

PIZZOLATO, N. D., SILVA, H. B.F. Proposta metodológica de localização de escolas- estudo de caso de Nova Iguaçu. *Pesquisa Operacional*. Vol. 14, nº 2, p. 1-14. SBPO : Dez, 1993.

POZO, A.; CAVALHEIRO, A. F.; ISHIDA, C.; SPINOSA, E.; RODRIGUES, E. M., *Computação Evolutiva. Grupo de Pesquisas em Computação Evolutiva. Departamento de Informática. Universidade Federal do Paraná, 2005. Disponível*

em: <<http://www.inf.ufpr.br/~aurora/tutoriais/Ceapostila.pdf>>. Acesso em: março de 2005.

**ROSA, A. A.** Dimensionamento e Localização de Centro de Distribuição de Correios Numa Cidade de Médio Porte. **Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, UFSC, Florianópolis, 1996.**

**ROSÁRIO, R. R. L.** Proposta de Solução para o Problema das P-medianas na Localização de Unidades de Saúde 24 horas. **Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, UFPR, 2002.**

**SAMPAIO, M. E. C.** Aplicação de Meta- Heurísticas ao Problema de Localização de Escolas de Ensino Fundamental. **Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, UFPR, 1999.**

**SMIDERLE, A.** Técnicas da Pesquisa Operacional Aplicadas a um Problema de Cobertura de Arcos. **Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, UFPR, 2001.**

**SOUZA, J. C.** Dimensionamento, Localização e Escalonamento de Serviços de Atendimento Emergencial. **Tese de Doutorado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, UFSC, Florianópolis, 1996.**

**SOUZA, M.J.F.** Notas de aula da disciplina Inteligência Computacional para Otimização. Disponível em:<[www.decom.ufop.br/prof/marcone](http://www.decom.ufop.br/prof/marcone)>. Acesso em janeiro de 2005.

**SPONSLER, J.** Artificial Intelligence Scheduling for Hubble Space Telescope, in Fifth Conference on Artificial Intelligence for Space Applications (Huntsville, May 22-23, 1990), ed. S.L. O'Dell, NASA Conference Publication 3073 pp. 11-18.

**SYSWERDA, G. ; PALMUCCI, J.** The Application Of Genetic Algorithms To Resource Scheduling. **Proceeding Of The Fourth International Conference On Genetic Algorithms. San Diego, CA. p. 502-508. 1991.**

TEITZ, M. B.; BART, P. Heuristic concentration: two-stage solution construction. **Operational Research Society**, London, 1968.

TANOMARU, J. Motivação, Fundamentação e Aplicações de Algoritmos Genéticos. **II Congresso Brasileiro de Redes Neurais – CBRN**, 1995, Curitiba.

YAMAMOTO, M.; CÂMARA, G.; LORENA, N. L. A. Uma Aplicação da Busca Tabu ao Problema da Rotulação Cartográfica de Pontos. **Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais**, São José dos Campos, SP, 1999.

## ANEXO I

PONTOS	COORDENADAS		Nº DE VAGAS	TAXA OCUPAÇÃO
	X	Y		
1	585.297,9300	7.224.455,4470	26	1
2	585.294,4000	7.224.468,7950	40	1
3	585.294,5079	7.224.490,6512	18	3
4	585.225,3050	7.224.505,7950	09	2
5	585.182,6781	7.224.528,9928	13	1
6	585.152,5878	7.224.485,3833	10	3
7	585.193,9528	7.224.462,7283	11	3
8	585.139,9214	7.224.483,6435	08	3
9	585.150,0811	7.224.405,6238	09	3
10	585.184,6266	7.224.320,0782	10	2
11	585.161,6000	7.224.317,0650	13	3
12	585.124,1354	7.224.349,7117	10	3
13	585.095,8786	7.224.308,2848	10	3
14	585.133,3450	7.224.275,6346	09	2
15	585.172,6146	7.224.230,0997	14	1
16	585.184,3757	7.224.140,5808	10	1
17	585.144,4348	7.224.179,2867	12	1
18	585.106,5855	7.224.221,2894	11	2
19	585.094,5552	7.224.221,2508	12	2
20	585.065,8853	7.224.169,0066	10	1
21	585.083,7390	7.224.306,4199	11	3
22	585.070,0005	7.224.505,4277	24	2
23	585.057,2323	7.224.502,1187	20	2
24	585.084,7062	7.224.396,1248	12	3
25	585.072,1048	7.224.394,2927	09	3
26	585.042,3215	7.224.356,4867	08	3
27	585.121,3776	7.224.366,3524	08	3
28	585.045,0650	7.224.338,1550	11	3
29	585.027,3582	7.224.212,1423	13	3
30	585.039,1751	7.224.124,8750	14	1
31	585.025,5661	7.224.123,2251	11	1
32	584.988,2145	7.224.160,0738	13	2
33	584.957,7187	7.224.114,2205	09	2
34	584.947,0530	7.224.112,5704	08	2
35	584.920,8234	7.224.070,1348	04	1
36	584.880,5785	7.224.107,2798	10	2
37	585.014,5397	7.224.211,0950	11	3
38	585.003,2589	7.224.293,8848	08	3
39	585.016,0898	7.224.297,2150	13	3
40	585.054,7651	7.224.265,4794	11	2
41	584.963,0246	7.224.326,2476	12	3
42	584.925,4289	7.224.284,1998	12	3

PONTOS	COORDENADAS		Nº DE VAGAS	TAXA OCUPAÇÃO
	X	Y		
43	584.908,3515	7.224.150,4542	07	3
44	584.935,9874	7.224.201,2047	11	3
45	584.860,5714	7.224.191,9702	08	3
46	584.837,0802	7.224.154,6382	04	3
47	584.897,1400	7.224.243,8850	10	3
48	584.973,9157	7.224.255,1954	10	3
49	584.888,2750	7.224.057,1800	06	1
50	584.884,0606	7.224.000,9827	02	1
51	584.891,1996	7.224.019,7500	06	1
52	584.821,8410	7.224.015,8333	08	2
53	584.813,3396	7.224.009,8849	04	2
54	584.847,9480	7.224.053,3996	08	1
55	584.848,4073	7.224.062,5549	12	1
56	584.813,5855	7.224.099,8806	12	2
57	584.802,3981	7.224.098,6669	12	2
58	584.961,2728	7.224.345,0766	13	3
59	584.990,5878	7.224.381,9016	13	3
60	585.003,3297	7.224.384,6890	12	3
61	584.988,9451	7.224.485,9784	17	3
62	584.975,9174	7.224.483,0696	18	3
63	585.012,2950	7.224.565,4349	12	1
64	584.933,2605	7.224.547,0573	11	2
65	584.974,4550	7.224.589,0774	13	2
66	584.960,3591	7.224.586,8189	08	2
67	584.899,9022	7.224.471,7933	16	2
68	584.845,3980	7.224.463,1501	17	3
69	584.864,1574	7.224.536,8248	09	2
70	584.914,3922	7.224.368,4353	10	3
71	584.886,6904	7.224.334,2570	10	3
72	584.839,6442	7.224.358,2692	09	3
73	584.805,4159	7.224.397,9957	11	3
74	584.815,6200	7.224.409,3400	06	3
75	584.813,8306	7.224.324,0854	08	3
76	584.781,2392	7.224.362,8993	12	3
77	584.817,7547	7.224.306,1372	06	3
78	584.889,7470	7.224.315,6306	11	3
79	584.850,7002	7.224.276,4949	12	3
80	584.744,9650	7.224.295,0700	14	3
81	584.741,9956	7.224.313,3511	12	3
82	584.833,4439	7.224.566,9309	10	2
83	584.816,9018	7.224.564,9577	11	2
84	584.824,4500	7.224.648,3150	10	1

PONTOS	COORDENADAS		Nº DE VAGAS	TAXA OCUPAÇÃO
	X	Y		
85	584.807,7000	7.224.645,7050	09	1
86	584.815,6931	7.224.722,4318	03	1
87	584.799,7853	7.224.719,7519	10	1
88	584.807,1859	7.224.799,0840	08	1
89	584.790,9433	7.224.796,6398	07	1
90	584.757,3399	7.224.556,1799	08	2
91	584.747,2301	7.224.554,7769	08	2
92	584.715,6046	7.224.515,7321	06	2
93	584.678,1752	7.224.544,0308	11	3
94	584.706,8196	7.224.595,3504	09	2
95	584.737,4517	7.224.634,0493	09	1
96	584.698,8190	7.224.661,3118	07	1
97	584.668,1869	7.224.622,6128	09	3
98	584.748,0450	7.224.636,0515	07	1
99	584.739,3071	7.224.709,4050	08	1
100	584.697,4194	7.224.672,3719	09	1
101	584.728,4386	7.224.707,8408	09	1
102	584.690,1774	7.224.731,7560	11	1
103	584.689,3149	7.224.744,3829	08	1
104	584.650,3593	7.224.619,8509	08	2
105	584.612,8985	7.224.646,6951	09	2
106	584.583,2650	7.224.608,8800	08	2
107	584.620,7268	7.224.582,0290	07	2
108	584.591,5021	7.224.531,0259	10	3
109	584.629,8146	7.224.502,9018	10	3
110	584.660,3795	7.224.541,2630	08	3
111	584.611,6000	7.224.657,4400	08	2
112	584.641,4344	7.224.693,6675	12	2
113	584.604,7869	7.224.718,8007	08	1
114	584.659,1582	7.224.696,2871	12	2
115	584.603,1444	7.224.729,8703	09	1
116	584.631,2241	7.224.774,0111	09	2
117	584.649,5187	7.224.776,4761	10	2
118	584.594,0948	7.224.808,4960	05	1
119	584.566,9967	7.224.847,6562	09	1
120	584.592,1550	7.224.822,9300	07	1
121	584.620,4923	7.224.858,1122	07	1
122	584.638,5075	7.224.861,2236	08	1
123	584.774,2648	7.224.055,7813	08	1
124	584.735,0350	7.224.091,9606	13	2
125	584.763,8245	7.224.135,4792	06	3
126	584.716,1768	7.224.089,9502	07	2

PONTOS	COORDENADAS		Nº DE VAGAS	TAXA OCUPAÇÃO
	X	Y		
127	584.673,7836	7.224.137,2177	03	3
128	584.705,8210	7.224.174,9771	11	2
129	584.724,0715	7.224.175,4002	12	2
130	584.714,4545	7.224.255,2613	04	3
131	584.752,5505	7.224.225,6784	11	3
132	584.782,2550	7.224.263,7400	09	3
133	584.793,1332	7.224.265,6054	12	3
134	584.825,0952	7.224.234,9635	09	3
135	584.686,3922	7.224.456,3185	03	3
136	584.671,0797	7.224.453,0881	13	3
137	584.641,4347	7.224.401,8871	11	3
138	584.730,5282	7.224.397,3867	13	3
139	584.702,6324	7.224.350,7154	10	3
140	584.683,5051	7.224.348,7000	15	3
141	584.642,8998	7.224.387,6269	12	3
142	584.663,9062	7.224.214,8492	13	3
143	584.624,2368	7.224.244,1748	11	3
144	584.610,2230	7.224.244,5721	12	3
145	584.581,1632	7.224.205,0094	08	3
146	584.632,4459	7.224.166,5324	10	3
147	584.619,3658	7.224.164,9603	12	3
148	584.653,0630	7.224.300,3563	15	3
149	584.655,5580	7.224.285,5978	14	3
150	584.695,4617	7.224.254,2860	10	3
151	584.572,4493	7.224.274,5098	09	3
152	584.570,5038	7.224.289,0708	09	3
153	584.612,4565	7.224.339,2929	14	3
154	584.563,1838	7.223.976,7670	11	1
155	584.640,5912	7.223.987,8983	08	1
156	584.652,8578	7.223.986,9826	11	1
157	584.686,8494	7.224.032,7902	11	2
158	584.683,8750	7.224.045,9850	08	2
159	584.642,1401	7.224.081,1424	09	2
160	584.629,4788	7.224.080,6213	10	2
161	584.593,1497	7.224.113,8304	07	1
162	584.516,0843	7.224.109,4117	06	1
163	584.551,2668	7.224.072,9317	13	1
164	584.540,0952	7.224.156,0403	09	2
165	584.500,9858	7.224.194,6483	10	3
166	584.530,0408	7.224.231,6390	12	3
167	584.490,5648	7.224.260,7825	10	3
168	584.445,0495	7.224.219,6200	11	3

PONTOS	COORDENADAS		Nº DE VAGAS	TAXA OCUPAÇÃO
	X	Y		
169	584.418,3800	7.224.182,6050	11	2
170	584.518,6350	7.224.327,2850	13	3
171	584.559,9232	7.224.376,7921	10	3
172	584.505,6614	7.224.428,7686	12	3
173	584.494,9186	7.224.516,5748	10	3
174	584.546,0042	7.224.490,9751	08	3
175	584.557,9100	7.224.393,3050	11	3
176	584.600,9350	7.224.441,2500	10	3
177	584.537,7969	7.224.568,4299	05	3
178	584.530,0589	7.224.632,6605	11	2
179	584.528,0023	7.224.643,6172	09	2
180	584.520,9610	7.224.703,4258	06	1
181	584.574,8707	7.224.682,6317	12	1
182	584.566,0151	7.224.764,3553	07	1
183	584.519,3961	7.224.715,8273	11	1
184	584.464,8996	7.224.749,8034	12	1
185	584.454,7437	7.224.830,2995	05	1
186	584.403,5143	7.224.425,2788	09	3
187	584.426,1715	7.224.418,2062	10	3
188	584.377,5062	7.224.383,0387	10	3
189	584.424,5341	7.224.325,1666	15	3
190	584.443,8650	7.224.318,5350	05	3
191	584.361,0912	7.224.464,7280	11	2
192	584.457,7888	7.224.478,5268	15	3
193	584.410,2280	7.224.503,7393	12	3
194	584.395,5024	7.224.577,4067	10	3
195	584.435,2574	7.224.615,6967	11	2
196	584.485,2800	7.224.592,1450	09	3
197	584.445,5250	7.224.553,8550	12	3
198	584.433,1192	7.224.626,9733	13	2
199	584.475,5656	7.224.664,8605	08	2
200	584.537,7969	7.224.568,4299	06	3
201	584.423,2811	7.224.687,0876	10	2
202	584.421,2970	7.224.699,9039	14	2
203	584.363,4813	7.224.735,6630	10	2
204	584.348,7060	7.224.812,4262	04	1
205	584.346,2732	7.224.711,7606	08	2
206	584.359,5096	7.224.645,8059	10	3
207	584.334,8157	7.224.610,3158	09	1
208	584.336,4091	7.224.599,3903	10	1
209	584.373,8086	7.224.574,5444	09	3
210	584.347,2917	7.224.539,4350	08	2

PONTOS	COORDENADAS		Nº DE VAGAS	TAXA OCUPAÇÃO
	X	Y		
211	584.309,8923	7.224.564,2809	09	1
212	584.295,2484	7.224.561,8338	09	1
213	584.322,3900	7.224.490,2999	09	2
214	584.333,0991	7.224.425,6434	09	2
215	584.307,4800	7.224.488,0600	09	2
216	584.280,8350	7.224.452,7500	05	1
217	584.318,2125	7.224.426,7948	07	2
218	584.264,1221	7.224.400,2976	24	2
219	584.339,8835	7.224.326,2362	24	3
220	584.255,2900	7.224.328,2850	26	2
221	584.353,4978	7.224.325,7777	22	3
222	584.402,3545	7.224.265,7384	12	3
223	584.326,4851	7.224.244,0334	06	2
224	584.241,1951	7.224.313,9587	24	2
225	584.210,5250	7.224.429,7000	04	2
226	584.203,4506	7.224.442,9673	05	1
227	584.128,1026	7.224.424,3554	11	1
228	584.122,1703	7.224.391,7808	11	1
229	584.051,0013	7.224.375,0596	13	1
230	584.803,2723	7.224.185,6153	10	3
231	584.792,5207	7.224.184,5272	11	3
232	585.182,4850	7.224.540,4100	10	1