



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ**  
**SETOR DE TECNOLOGIA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM**  
**ENGENHARIA ELÉTRICA – PPGE**

**MODELAGEM DE MATERIAIS GIROTROPICOS PARA SIMULAÇÃO**  
**NUMÉRICA ATRAVÉS DO MÉTODO FETD**

Mestrando: Rodrigo Urban de Moraes

Orientador: Professor Wilson Arnaldo Artuzi Jr, PhD.

**CURITIBA**  
**SETEMBRO 2009**

**RODRIGO URBAN DE MORAIS**

**MODELAGEM DE MATERIAIS GIROTRÓPICOS PARA SIMULAÇÃO  
NUMÉRICA ATRAVÉS DO MÉTODO FETD**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre, no Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica – PPGEE, Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná – UFPR. Orientador: Professor Wilson Arnaldo Artuzi Jr, PhD.

**CURITIBA  
SETEMBRO 2009**

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço a Deus por tudo o que tem proporcionado e colocado em meu caminho nesta vida.

Agradeço aos meus pais, familiares e amigos pelo apoio e incentivo constantes.

Agradeço ao Prof. Dr. Wilson A. Artuzi Jr., por todo o seu auxílio, empenho, dedicação e paciência como orientador.

Agradeço a todos os professores do Departamento de Engenharia Elétrica da UFPR pelos ensinamentos e pelas palavras de motivação.

Agradeço meu primo Augusto, por emprestar seu laptop sempre que o meu computador apresentava algum problema durante as intermináveis simulações.

Agradeço do fundo do coração a todos que, direta ou indiretamente, tiveram influência nesta etapa da minha vida e no presente trabalho.

OBRIGADO!

Rodrigo Urban de Moraes

## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO</b> .....	<b>1</b>
1.1. O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS (FETD).....	2
1.2. PROPOSTA .....	3
1.3. ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO.....	4
<b>2. O MATERIAL GIROTRÓPICO</b> .....	<b>5</b>
2.1. O TENSOR PERMEABILIDADE .....	6
<b>3. O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS NO DOMÍNIO DO TEMPO (FETD)</b> 11	
3.1. INTRODUÇÃO .....	11
3.2. DEFINIÇÕES GEOMÉTRICAS.....	11
3.3. EQUAÇÃO MATRICIAL DA ONDA.....	15
3.4. MEIOS DISPERSIVOS .....	17
3.5. O MEIO PML.....	19
3.6. O MEIO GIROTRÓPICO.....	23
<b>4. SIMULAÇÕES E RESULTADOS</b> .....	<b>26</b>
4.1 CIRCULADOR DE TRÊS PORTAS .....	26
4.2 O GUIA NRD .....	27
4.3 OTIMIZAÇÃO DA CAMADA PML.....	31
4.4 SIMULAÇÃO DA ESTRUTURA COMPLETA.....	36
4.4.1. SIMULAÇÃO COM SUPRESSOR METÁLICO ENCOSTADO NO FERRITE .....	39
4.4.2. SIMULAÇÃO COM SUPRESSOR METÁLICO DISTANTE DO FERRITE .....	43
4.4.3. SIMULAÇÃO COM REFINAMENTO DA MALHA.....	45
4.4.4. SIMULAÇÃO COM DISCOS DE FERRITE ACHATADOS NA INTERFACE COM OS GUIAS NRD .....	48
CONCLUSÕES .....	51
<b>PERSPECTIVAS PARA TRABALHOS FUTUROS</b> .....	<b>53</b>
<b>REFERÊNCIAS</b> .....	<b>54</b>

## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – (a) Modelo esférico de elétron em spin no campo magnético. (b) Precessão de um giroscópio. ....	7
Figura 3.1 – (a) Estrutura bidimensional mostrando o domínio e o contorno (b) Malha de discretização espacial. ....	12
Figura 3.2 – Estrutura tridimensional discretizada espacialmente. ....	13
Figura 3.3 – Elemento tetraédrico. ....	13
Figura 3.4 – Coordenadas locais do elemento de discretização. ....	15
Figura 3.5 – Representação do meio PML (a) em coordenadas cartesianas e (b) após a transformação para coordenadas cilíndricas. ....	21
Figura 4.1 – Estrutura do circulador NRD com supressores de modo e passo de $\frac{1}{2}$ comprimento de onda. ....	27
Figura 4.2 – Esboços das linhas de campo no plano transversal do guia NRD para os modos (a) $LSE_{01}$ e (b) $LSM_{01}$ . ....	28
Figura 4.3 – Estrutura do supressor de modo metálico. Valores utilizados foram $d = 0,95mm$ ; $W_1 = 0,4mm$ e $W_2 = 2,5mm$ para freqüência de 50 GHz. ....	29
Figura 4.4 – (a) Materiais atribuídos e (b) condições e amostras definidas. ....	31
Figura 4.5 – Fonte de excitação (a) no tempo e (b) na freqüência. ....	32
Figura 4.6 – Resposta da tensão amostrada (a) no tempo e (b) na freqüência. ....	32
Figura 4.7 – Constante de fase normalizada para modo $LSM_{01}$ para o DNR de 2,7 mm de altura por 2,4mm de largura e $\epsilon_r = 2,56$ . ....	34
Figura 4.8 – Coeficiente de reflexão do PML no guia de onda. ....	35
Figura 4.9 – Estrutura completa modelada no GiD (a) vista superior – plano xy; e (b) vista isométrica indicando o material PEC dos supressores e da base metálica. ....	36
Figura 4.10 – Detalhamento da malha próximo ao núcleo de ferrite (a) na configuração original, com achatamento dos tetraedros; e (b) dielétrico estendido até tocar o disco de ferrite e (c) detalhe da região onde ocorre o achatamento dos tetraedros. ....	37
Figura 4.11 – Fonte aplicada na porta 1 e amostras de tensão nos guias. ....	38
Figura 4.12 – Modelagem do supressor de modo (a) configuração original; (b) com supressor encostando no ferrite, conforme realizado no primeiro ensaio e (c) com distanciamento de 0,9 mm dos discos de ferrite, conforme realizado no segundo ensaio. ....	39
Figura 4.13 – Resposta da tensão amostrada no tempo. ....	40
Figura 4.14 – Coeficientes de reflexão em cada guia. ....	41

Figura 4.15 – Coeficientes de transmissão em comparação com resultados do ensaio real. ....	42
Figura 4.16 – Modelagem do supressor de modo (a) configuração original e (b) com distanciamento de 0,9 mm dos discos de ferrite, conforme realizado no segundo ensaio. ....	43
Figura 4.17 – Resposta no tempo para simulação com supressor PEC distante 0,9 mm do disco de ferrite. ....	44
Figura 4.18 – Coeficientes de reflexão para simulação com supressor PEC distante 0,9 mm do disco de ferrite. ....	44
Figura 4.19 – Coeficientes de transmissão em comparação com resultados do ensaio real com supressor PEC distante 0,9 mm do disco de ferrite. ....	45
Figura 4.20 – Resposta no tempo para simulação com aresta média de discretização de 0,5 mm. ....	46
Figura 4.21 – Coeficientes de reflexão para simulação com aresta média de discretização de 0,5 mm. ....	46
Figura 4.22 – Coeficientes de transmissão em comparação com resultados do ensaio real com aresta média de discretização de 0,5 mm. ....	47
Figura 4.23 – Estrutura com núcleo de ferrite achatado nas interfaces com os guias NRD. ....	48
Figura 4.24 – Resposta no tempo para simulação com ferrite achatado na interface com o guia NRD. ....	49
Figura 4.25 – Coeficientes de reflexão para simulação com ferrite achatado na interface com o guia NRD. ....	49
Figura 4.26 – Coeficientes de transmissão em comparação com os resultados reais, usando ferrite achatado na interface com o guia NRD. ....	50

## LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 – Valor de $R_s$ para algumas condições de contorno. ....	18
Tabela 4.1 – Parâmetros utilizados para o meio PML. ....	36
Tabela 4.2 – Características do ambiente de simulação. ....	39
Tabela 4.3 – Número de elementos e passo no tempo para cada valor de aresta média utilizado nas simulações. ....	48

## LISTA DE SIGLAS

PML	camada de perfeito casamento de impedância (perfect matched layer)
UPML	camada de perfeito casamento de impedância uniaxial (uniaxial perfect matched layer)
PEC	condutor elétrico perfeito ( <i>perfect electric conductor</i> )
PMC	condutor magnético perfeito ( <i>perfect magnetic conductor</i> )
ABC	condição de contorno absorvente ( <i>absorbing boundary condition</i> )
FEM	método dos elementos finitos ( <i>finite element method</i> )
FDTD	diferenças finitas no domínio do tempo ( <i>finite difference element time domain</i> )
FETD	elementos finitos no domínio do tempo ( <i>finite element time domain</i> )
MoM	método dos momentos ( <i>method of moments</i> )
FEFD	elementos finitos no domínio da frequência ( <i>finite element frequency domain</i> )



## LISTA DE SÍMBOLOS

$\varepsilon$	Permissividade elétrica
$\sigma$	Condutividade elétrica
$\mu$	Permeabilidade magnética
$\varepsilon_r$	Permissividade relativa
$\vec{E}$	Vetor campo elétrico
$\vec{J}$	Vetor densidade de corrente elétrica
$\vec{H}$	Vetor campo magnético
$\Omega$	Domínio
$\partial\Omega$	Contorno do domínio
$\vec{L}_{ij}$	Aresta vetorial
$v_{ij}$	Diferença de potencial entre os pontos $i$ e $j$
$\lambda_{ij}$	Coordenadas local do elemento de discretização espacial
$\nabla\lambda_{ij}$	Gradiente da coordenada local $\lambda_{ij}$
$\vec{W}_m$	Função de teste
$\Omega_C$	Condição de contorno
$v_n$	Diferença de potencial no instante de tempo discreto $t = n\Delta t$
$\Delta L$	Comprimento médio da aresta de discretização
$\Delta t$	Passo do tempo discreto
$t$	Tempo contínuo
$f$	Frequência
$\omega$	Frequência angular
$s$	Frequência complexa
$\eta$	Impedância intrínseca do ar ( $377 \Omega$ )
$V$	Volume
$S$	Superfície de contorno
$x, y, z$	Coordenadas cartesianas

$\hat{n}$	Vetor unitário (versor) normal
$\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$	Vetores unitários (versores) nas direções x, y e z
$\kappa$	Escalonamento de coordenada
$\alpha$	Deslocamento da frequência complexa
$m$	Grau do polinômio de gradação de s e k
$\Gamma$	Coeficiente de reflexão
$\tau$	Coeficiente de transmissão
$\beta$	Constante de fase
$\theta$	Ângulo de incidência em relação à normal ao plano
$j$	Operador complexo
$k_0$	Número de onda

## RESUMO

Esta dissertação trata da formulação e implementação de um meio girotrópico ferrimagnético (ferrite) no método numérico de análise eletromagnética por elementos finitos no domínio do tempo (FETD). A formulação apresentada neste trabalho compreende a natureza anisotrópica de tal material e trata da dependência com a frequência usando pólos e resíduos. A eficiência computacional é otimizada ao usar cinco pólos de valores constantes, sendo um na origem, dois reais e dois imaginários. São realizadas simulações para validar a formulação utilizando a estrutura de um circulador de três portas, e são verificadas as influências dos diversos parâmetros no desempenho da formulação. A estabilidade numérica é mantida, assim como o bom desempenho computacional e a anisotropia magnética do material.

## **ABSTRACT**

This work discusses the formulation and implementation of a ferromagnetic medium (ferrite) in the numeric analysis method for electromagnetic waves of the finite element time domain (FETD). The formulation presented in this paper comprehends the anisotropic nature of such material and treats of its frequency dependence using poles and zeros. The computational performance is thus optimized by using five poles, being one in the origin, two reals and two imaginary. Simulations are carried through in order to validate the formulation, using a known three-port circulator, and the various influences of the parameters are verified in the performance of the formulation. The numerical stability for this method is maintained, as well as a satisfactory computational performance and material anisotropy.

## 1. INTRODUÇÃO

A modelagem eletromagnética computacional é um recurso utilizado para simular e prever resultados de cenários reais. Contudo, meios reais não são ideais, e os meios não necessariamente apresentam somente as propriedades eletromagnéticas básicas tais como permissividade e condutividade elétricas e a permeabilidade magnética constantes. Diversos materiais na natureza apresentam propriedades não constantes, não lineares, anisotrópicas ou variáveis com a frequência do estímulo externo [1], [2].

A análise da propagação e do espalhamento de ondas eletromagnéticas em meios complexos tem sido um tópico de constante interesse. Algumas áreas de aplicação, que são importantes catalisadores para este estudo, são citadas a seguir [1]:

- Tecidos orgânicos são meios complexos com propriedades não homogêneas e dispersivas com a frequência. O estudo de ondas eletromagnéticas em tecidos é fundamental em várias aplicações médicas, tais como técnicas de diagnósticos não invasivas;
- Interação das ondas eletromagnéticas com a Terra é de grande importância para avaliações ambientais e climáticas. Rochas, solos, neve e vegetações possuem propriedades constituintes complexas;
- Materiais artificiais confeccionados com propriedades eletromagnéticas conhecidas tais como materiais ferrimagnéticos, materiais anti-ferrimagnéticos, materiais fotônicos com “gap” de energia, entre outros.

Dentre estes últimos citados, os materiais ferrimagnéticos são os materiais de particular interesse desta dissertação, por possuírem características girotrópicas, ou seja, possuem uma anisotropia variável com a frequência do sinal aplicado.

## 1.1. O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS (FETD)

As equações de Maxwell da eletrodinâmica representam uma unificação fundamental dos campos elétricos e magnéticos prevendo o fenômeno da onda eletromagnética. Atualmente, modelos matemáticos computacionais têm sido implementados para a resolução numérica de tais equações.

Logo, para a simulação dos cenários e materiais previamente citados, a escolha de um método computacional condizente com as condições em estudo é essencial para a obtenção de resultados coerentes. Dentre os métodos mais utilizados, destacam-se:

- Método dos Momentos (MoM – *method of moments*)
- Método das Diferenças Finitas no Domínio do Tempo (FDTD – *finite difference time-domain*)
- Método dos Elementos Finitos no Domínio da Frequência (FEFD – *finite element frequency domain*)
- Método dos Elementos Finitos nos domínio do Tempo (FETD – *finite element time-domain*).

O método MoM apresenta boa eficiência computacional para tratar meios homogêneos e estruturas abertas, porém, é de difícil generalização quando a estrutura é composta por meios distintos e de geometria genérica.

O método FDTD discretiza o espaço computacional através de uma malha hexaédrica ortogonal (porém, em alguns casos pode ser utilizada malha conformacional [3]) e resolve o problema no domínio do tempo. Os meios podem ser não homogêneos, porém, o domínio computacional deve ser fechado. Este método consagrou-se pelo fato de resultar em um sistema de equações lineares explícito, ou seja, a matriz de coeficientes é diagonal e sua solução é trivial, porém o método apresenta limitação do valor máximo do passo no tempo, porém alternativas incondicionalmente estáveis como por exemplo *Alternating Direction-Implicit-FDTD* ou *ADI-FDTD* foram propostas.

O método dos elementos finitos (FEM – *finite element method*) utiliza malhas não estruturadas que, em sua forma mais simples, discretizam o espaço através de tetraedros permitindo a modelagem de estruturas geométricas mais genéricas e complexas. O espaço computacional é fechado e o método pode ser resolvido nos domínios da frequência e do tempo. A vantagem de se utilizar o FEM no domínio do tempo (FETD) é a possibilidade da simulação de uma ampla faixa de frequências numa única execução do programa. O tratamento de materiais e dispositivos não lineares torna-se mais prático e eficiente neste tipo de formulação.

Neste trabalho, será abordado o método FETD incondicionalmente estável [4], ou seja, que não apresenta restrição quanto ao valor do passo no tempo.

## **1.2. PROPOSTA**

A proposta desta dissertação é dar continuidade ao trabalho de dissertação do Marcelo de Souza [7], e incluir uma modelagem de material girotrópico no método dos elementos finitos no domínio do tempo (FETD), implementando as características anisotrópicas (girotrópicas) e variáveis com a frequência, e, com isto, simular o comportamento do material, bem como as perdas para o meio, e ajustar o modelo através de comparações com dados reais obtidos em experimentos práticos existentes na literatura científica [5] e [6].

Para a simulação do espaço livre na modelagem computacional, a solução utilizada nesta dissertação foi a camada UPML (Uniaxial Perfectly Matched Layer) incluído no método FETD, implementado em [7]. Trata-se de uma camada uniaxial externa à estrutura capaz de absorver as ondas eletromagnéticas incidentes, independente dos ângulos de incidência.

De forma a adaptar a PML para a aplicação aqui apresentada, foi necessário transformá-lo em uma condição radial, e uma mudança de coordenadas cartesianas para cilíndricas foi efetuada, e será mencionada nos próximos capítulos.

A estrutura simulada é um circulador de três portas usando guias NRD, com dois discos ferrimagnéticos no centro, conforme será detalhada nos capítulos subseqüentes.

### **1.3. ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO**

O capítulo 2 trata da formulação teórica do material girotrópico.

O capítulo 3 trata da formulação do método FETD a partir da equação vetorial da onda eletromagnética para o campo elétrico. São descritas as definições geométricas para a discretização espacial e os métodos usados para a discretização temporal desta equação, transformando-a em um conjunto de equações numéricas matriciais recursivas que formam a base do método FETD. Também são analisadas as condições de contorno concernentes ao método adotado.

No capítulo 4 são apresentados o guia NRD (*non-radiative dielectric*) e a estrutura do circulador de três portas, e a formulação apresentada é validada a partir da simulação numérica do método FETD da estrutura em estudo, os resultados são avaliados e comparados com aqueles obtidos nos ensaios previamente realizados em [5].

As conclusões e propostas para trabalhos futuros são apresentadas no capítulo 5.



## 2. O MATERIAL GIROTRÓPICO

O material girotrópico (ferrite, como é o caso apresentado nesta dissertação) é constituído normalmente por uma liga de ferro e bário ou manganês e zinco, com pequenas quantidades de estrôncio. Como todos os materiais cerâmicos, são bastante quebradiços.

Os ferrites têm um papel amplo nas aplicações tecnológicas devido às suas propriedades magnéticas, resistividade elétrica elevada e baixa perda de corrente parasita. Os ferrites são usados extensivamente em dispositivos de microondas e em meios da gravação magnética, por exemplo.

O particular interesse deste trabalho nestes materiais é que eles podem ser tanto anisotrópicos como isotrópicos. A anisotropia (parâmetros eletromagnéticos variáveis ao longo do material) é uma propriedade fundamental para a implementação do circulador que será apresentado a seguir. Estes materiais também apresentam comportamento dispersivo com a frequência.

Os fatores importantes no estudo de propagação de ondas em ferrites são que as perdas nas frequências de microondas são pequenas, as constantes dielétricas são relativamente elevadas (da ordem de  $\epsilon_r = 15$ ), e o comportamento anisotrópico resulta quando o material está sujeito a um campo magnetostático.

A diferença das constantes de propagação entre ondas polarizadas no sentido horário e no sentido anti-horário pode ser usada para mostrar que uma onda polarizada linearmente é girada quando passa através de um meio girotrópico. Logo, pode-se observar que a onda polarizada linearmente gira passando ao longo do eixo girotrópico e tem uma constante de propagação que é a média daquelas dos modos no sentido horário e anti-horário. A este fenômeno dá-se o nome de Rotação de Faraday, e uma dedução mais aprofundada pode ser encontrada em [8].

## 2.1. O TENSOR PERMEABILIDADE

Uma declaração completa do estado energético de um átomo requer, além da especificação das órbitas dos elétrons, uma especificação dos seus “*spins*”. Em termos de Mecânica Quântica, há números quânticos orbitais e de *spins*; ambos devem ser estabelecidos para definir o estado energético de um átomo.

Um momento magnético é associado ao spin do elétron. Nas substâncias paramagnéticas, estes momentos magnéticos são aleatoriamente orientados em relação àqueles nos átomos vizinhos. Contudo, nos materiais ferrimagnéticos, antiferromagnéticos ou ferrimagnéticos (ferrites), existe um forte acoplamento entre os momentos magnéticos do spin dos átomos vizinhos, causando alinhamento paralelo ou antiparalelo.

Aqui será apresentada a situação em que todos os domínios estão alinhados numa direção por forte campo magnético aplicado, ou seja, para o material saturado. Uma equação do movimento para os momentos magnéticos do spin será determinada. Admitindo-se pequenas perturbações das grandezas do campo magnético em torno dos grandes valores estáticos, um tensor permeabilidade será deduzido para as perturbações.

O modelo do elétron em spin usado na dedução é mostrado em forma de diagrama na Figura 2.1(a). A analogia entre o elétron em spin e um giroscópio torna-se evidente. Em qualquer corpo em rotação a taxa de variação do momento angular  $\vec{J}$  é igual ao torque  $\vec{T}$  aplicado:

$$\frac{d\vec{J}}{dt} = \vec{T} \quad (1)$$

A analogia com um giroscópio é apresentada na Figura 2.1(b). A atração gravitacional da Terra aplica uma força ou torque ao giroscópio na direção indicada, e o vetor momento angular ao longo do eixo do giroscópio gira lentamente ao redor de uma linha vertical através do pivô. Esta rotação, chamada

precessão, ocorre numa velocidade suficiente para conservar o momento angular inicial. Pode-se também relacionar o momento magnético  $\vec{m}$  ao torque aplicado, uma vez que:

$$\vec{m} = \gamma \cdot \vec{J} \quad (2)$$

Onde  $\gamma$  é chamada de razão giromagnética “*gyromagnetic ratio*”. A razão giromagnética de uma partícula ou sistema é a razão do seu momento de dipolo magnético para o seu momento angular. Se o elétron for considerado como tendo uma distribuição de carga uniforme num volume esférico e  $\gamma$  for encontrado pelos cálculos clássicos de  $\vec{m}$  e  $\vec{J}$ , o valor apresentará inconsistências numéricas. O valor correto desta razão deve ser obtido a partir da mecânica quântica.

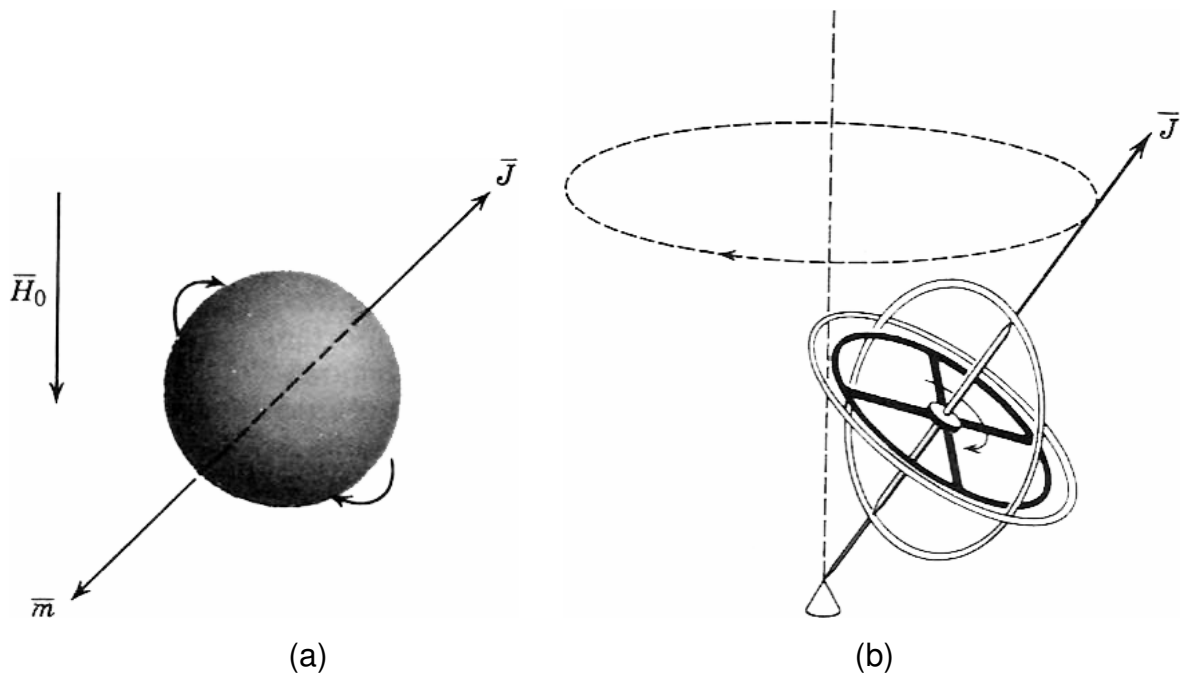


Figura 2.1 – (a) Modelo esférico de elétron em spin no campo magnético. (b) Precessão de um giroscópio.

O torque resultante da sujeição de um momento magnético  $\vec{m}$  a um campo magnético  $\vec{B}_i$  é:

$$\vec{T} = \vec{m} \times \vec{B}_i \quad (3)$$

Há também torques resultantes dos mecanismos de perdas, mas estes serão desconsiderados. Pode-se combinar (1), (2) e (3) para obter

$$\frac{d\vec{m}}{dt} = \gamma(\vec{m} \times \vec{B}_i) \quad (4)$$

onde  $\vec{B}_i$  é o campo total a que estão sujeitas as cargas em spin.

O vetor magnetização (ou densidade de dipolo magnético)  $\vec{M}$  é  $N_0 \vec{m}$ , onde  $N_0$  é a densidade do material, uma vez que todos os spins num material saturado agem em conjunto. A intensidade magnética  $\vec{H}$  é a média dos valores ao longo do espaço de muitas moléculas ao longo do material. A relação entre  $\vec{H}$  e o campo externo aplicado depende da forma do corpo do ferrite. A partir de (4), obtém-se

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = \gamma \mu_0 (\vec{M} \times \vec{H}) \quad (5)$$

A equação (5) pode ser escrita no domínio da frequência complexa  $s = j\omega$  (sendo  $j$  o operador complexo e  $\omega$  a frequência angular), anotando-se o fato de que, já que os elétrons estão ligados, a derivada total em relação ao tempo é igual à derivada parcial em relação ao tempo

$$\begin{aligned} sM_x &= \gamma \mu_0 (M_y H_z - M_z H_y) \\ sM_y &= \gamma \mu_0 (M_z H_x - M_x H_z) \\ sM_z &= \gamma \mu_0 (M_x H_y - M_y H_x) \end{aligned} \quad (6)$$

Considera-se agora o campo magnético aplicado sob a forma de uma soma de termos estáticos e alternados

$$\vec{H} = \hat{z}H_0 + \vec{H}_1.e^{st} \quad (7)$$

onde  $\hat{z}$  é o versor na direção do eixo z. O material é, por afirmação anterior saturado, e, portanto o vetor magnetização deve ter a forma:

$$\vec{M} = \hat{z}M_0 + \vec{M}_1.e^{st} \quad (8)$$

onde  $M_0$  é a magnetização de saturação. As expressões (7) e (8) são substituídas, em forma de componente fasorial, em (6), e todos os produtos dos termos de corrente alternada são considerados desprezíveis em comparação aos produtos que envolvem um termo estático e um termo alternado. O resultado é

$$\begin{aligned} sM_x &= \gamma\mu_0(M_y H_0 - M_0 H_y) \\ sM_y &= \gamma\mu_0(M_0 H_x - M_x H_0) \\ sM_z &= 0 \end{aligned} \quad (9)$$

onde o índice 1 é desprezado dos termos de corrente alternada por simplificação. As equações (9) podem ser resolvidas para dar  $\vec{M}$  em termos de  $\vec{H}$  e o resultado substituído em

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}) \quad (10)$$

para obter o resultado

$$\vec{B} = \hat{\mu}.\vec{H} \quad (11)$$

ou

$$\begin{bmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_{11} & \mu_{12} & 0 \\ \mu_{21} & \mu_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \mu_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_x \\ H_y \\ H_z \end{bmatrix} \quad (12)$$

onde

$$\begin{aligned} \mu_{11} = \mu_{22} &= \mu_0 \cdot \left[ 1 + \frac{\mu_0^2 \cdot \gamma^2 M_0 H_0}{\mu_0^2 \cdot \gamma^2 H_0^2 - \omega^2} \right] = \mu_0 \cdot \left[ 1 + \frac{\omega_0 \omega_M}{\omega_0^2 + s^2} \right] \\ \mu_{12} = -\mu_{21} &= j \frac{\omega \cdot \mu_0 \cdot \gamma M_0}{\mu_0^2 \gamma^2 H_0^2 - \omega^2} = \mu_0 \frac{s \omega_M}{\omega_0^2 + s^2} \end{aligned} \quad (13)$$

Observa-se que a permeabilidade de um ferrite com um campo magnético finito estático tem a mesma forma que a permissividade do plasma com campo magnético finito [8]. Nota-se que ocorre uma ressonância na frequência  $\omega_0 = \gamma \cdot \mu_0 H_0 = (e/m) \mu_0 H_0$ . A singularidade na ressonância se anula se os mecanismos responsáveis pelo amortecimento da precessão forem considerados na análise. Analogamente, escolheu-se  $\omega_M = \gamma \cdot \mu_0 M_0$ . A razão giromagnética é uma constante universal e igual a  $\gamma = 2\pi \times 2,8 \text{ MHz/Oe}$ , independente do material.

### 3. O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS NO DOMÍNIO DO TEMPO (FETD)

#### 3.1. INTRODUÇÃO

Inicialmente, a elaboração do método numérico aqui utilizado teve como ponto de partida a equação vetorial da onda para o campo elétrico que descreve o comportamento de uma onda eletromagnética em um meio homogêneo, linear e isotrópico

$$s\epsilon\vec{E} + \sigma\vec{E} + \frac{1}{s}\nabla \times \left( \frac{1}{\mu} \nabla \times \vec{E} \right) = -\vec{J} \quad (14)$$

O meio no qual a onda eletromagnética se propaga é descrito pela permissividade elétrica  $\epsilon$ , condutividade  $\sigma$  e pela permeabilidade magnética  $\mu$ . A resolução da equação e, por consequência, de uma simulação eletromagnética, consiste em se aplicar uma densidade de corrente  $\vec{J}$ , também chamada de fonte ou excitação, e encontrar o campo elétrico  $\vec{E}$  em toda a estrutura.

A equação (184 é função do espaço e da frequência complexa  $s = j\omega$ . Para transformá-la em uma equação numérica, discretizações espacial e temporal são realizadas para organizar, em seguida, um conjunto de equações matriciais recursivas que formam a base do método numérico [9] e que é descrito a seguir.

#### 3.2. DEFINIÇÕES GEOMÉTRICAS

O método FETD é implementado de tal maneira que cada elemento finito contribui para a solução final da simulação. Inicialmente, os cálculos são realizados em cada um dos elementos finitos, aos quais se aplica uma formulação matemática conveniente e, em seguida, através da solução de um sistema linear de equações relativo ao conjunto de soluções em todos os elementos, obtém-se a solução global do problema.

Os elementos geométricos mais amplamente utilizados no método FETD para a discretização das estruturas simuladas são os tetraedros. Trata-se de uma figura geométrica flexível, com relações matemáticas bem conhecidas. Ao conjunto dos elementos finitos que compõem o domínio computacional denomina-se malha. Em contraste com a malha hexaédrica utilizada no método FDTD, a malha tetraédrica apresenta a grande vantagem de se adaptar muito bem na discretização de estruturas com formatos arbitrários, tais como as que apresentam superfícies curvas ou geometrias mais complexas. A técnica numérica para se implementar o método FETD é baseada no método de Galerkin. A Figura 3.1 ilustra os princípios de contorno, de domínio e da malha de discretização espacial para uma estrutura bidimensional.

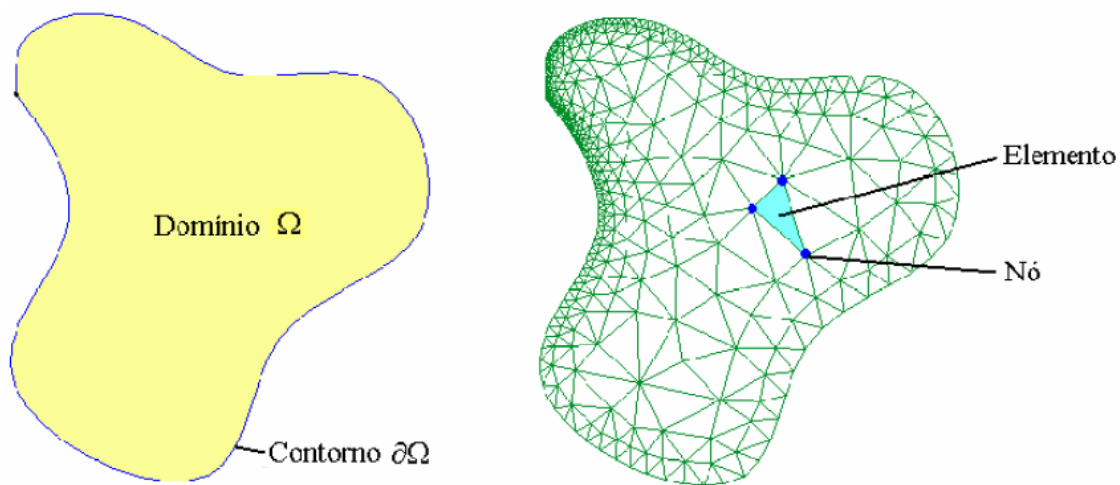


Figura 3.1 – (a) Estrutura bidimensional mostrando o domínio e o contorno (b) Malha de discretização espacial

A Figura 3.1(a) ilustra um domínio bidimensional  $\Omega$ , que tem seu contorno  $\partial\Omega$  delimitado por uma linha. A discretização espacial de um domínio bidimensional para a aplicação do método FETD é realizada através da sua divisão por sub-regiões triangulares conforme ilustra a Figura 3.1(b).



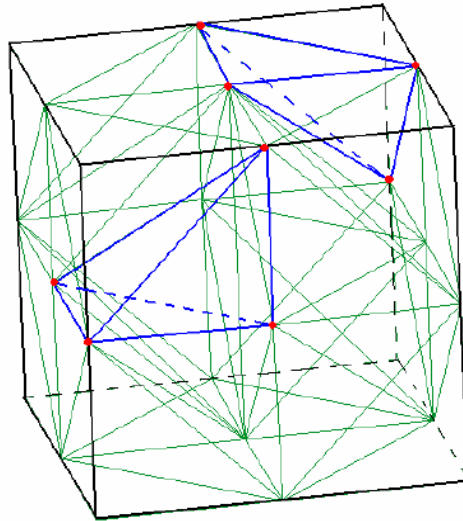


Figura 3.2 – Estrutura tridimensional discretizada espacialmente.

A Figura 3.2 mostra uma estrutura com domínio tridimensional discretizada por tetraedros. As linhas pretas contínuas e as linhas pretas pontilhadas formam as seis faces que constituem o contorno deste domínio. As linhas azuis destacam dois elementos tetraédricos de discretização, doravante chamados somente de elementos. Os pontos vermelhos são chamados nós e são formados pela intersecção das arestas de cada um destes elementos. A Figura 3.3 mostra os detalhes constituintes de um elemento.

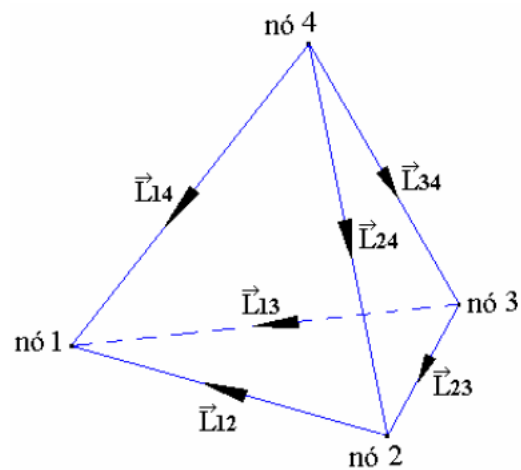


Figura 3.3 – Elemento tetraédrico

Um elemento é formado por quatro nós e seis arestas. Os índices de cada uma das arestas são formados pelos números dos nós que as definem. Convencionou-se o sentido das arestas indo do nó que tem a numeração maior ao nó de menor numeração:  $\vec{L}_{12}, \vec{L}_{13}, \vec{L}_{14}, \vec{L}_{23}, \vec{L}_{24}, \vec{L}_{34}$

Dentro de um elemento, o campo elétrico pode ser aproximado pela função de aresta vetorial solenoidal e linear [10] que também é chamada de Função de Whitney

$$\vec{E} = -\sum v_k \cdot \vec{W}_k \quad (15)$$

com

$$\vec{W}_k = \lambda_i \nabla \lambda_j - \lambda_j \nabla \lambda_i \quad (16)$$

sendo  $i, j = 1, \dots, 4$  com  $i < j$  e  $v_{ij}$  a diferença de potencial ao longo da aresta definida pelo par de pontos  $ij$ .  $\lambda_i$  e  $\lambda_j$  são coordenadas locais do elemento, também chamadas de coordenadas baricêntricas, e relacionam um ponto no interior do elemento às coordenadas cartesianas globais, sobre as quais se constrói virtualmente o objeto de estudo. A Figura 3.4 mostra o princípio de funcionamento das coordenadas locais.

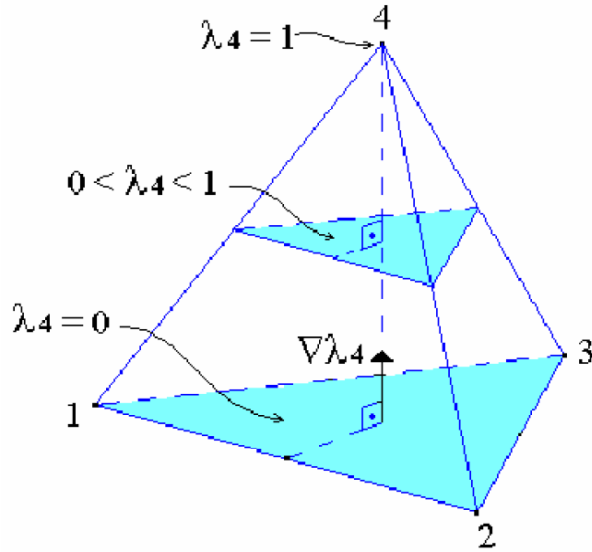


Figura 3.4 – Coordenadas locais do elemento de discretização

A coordenada local  $\lambda_i$  tem seu valor determinado pela distância relativa entre uma superfície paralela à superfície do tetraedro oposta ao ponto  $i$ . Observando a Figura 3.4 pode-se ver que  $\lambda_i$  vale 1 quando a superfície tende ao ponto 4 e zero quando a superfície assume a maior distância possível do ponto 4.  $\nabla\lambda_i$  e  $\nabla\lambda_j$  são os gradientes das coordenadas locais  $\lambda_i$  e  $\lambda_j$ , respectivamente, os quais são vetores constantes e perpendiculares às faces do tetraedro opostas aos nós  $i$  e  $j$ , respectivamente.

### 3.3. EQUAÇÃO MATRICIAL DA ONDA

Após a aplicação do método de Galerkin na equação vetorial da onda, obtém-se a equação matricial [9]

$$[sC + G + s^{-1}R_0]v = i \quad (17)$$

A equação (17) representa a equação (15) discretizada no espaço, onde  $\mathbf{i}$  é o vetor corrente de excitação e  $\mathbf{v}$  são as tensões ao longo das arestas dos tetraedros. Localmente,  $C$ ,  $G$  e  $R_0$  são matrizes expressas por

$$C_{kl} = \int_V \epsilon \cdot \vec{W}_k \cdot \vec{W}_l dV \quad (18)$$

$$G_{kl} = \int_V \sigma \cdot \vec{W}_k \cdot \vec{W}_l dV + \oint_S \frac{1}{R_s} (\hat{n} \times \vec{W}_k) (\hat{n} \times \vec{W}_l) dS \quad (19)$$

$$R_{0kl} = \int_V \frac{1}{\mu} \nabla \times \vec{W}_k \cdot \nabla \times \vec{W}_l dV \quad (20)$$

onde  $k, l = 1, \dots, 6$  são as arestas de um tetraedro e  $V$  é o seu volume.

As matrizes  $C$ ,  $G$  e  $R_0$  possuem dimensões de capacitância, condutância e relutância magnética, respectivamente. A equação global da onda eletromagnética é formada pela superposição dos elementos de cada uma destas matrizes que possuem todas as arestas da malha de discretização submetidas a um procedimento de enumeração global [11].

A Tabela 3.1 mostra os valores de  $R_s$  para diferentes condições de contorno aplicadas aos materiais constituintes da estrutura simulada.

Condição de Contorno	PEC	ABC	PMC
$R_s$	0	$\sqrt{\mu/\epsilon}$	$\infty$

Tabela 3.1 – Valor de  $R_s$  para algumas condições de contorno

onde  $R_s$  é a resistência superficial do contorno para um domínio tridimensional e é a resistência linear para um domínio bidimensional; PEC (*Perfect Electric Conductor*) representa um condutor elétrico perfeito; ABC (*Absorbing Boundary*

*Condition*) representa uma condição linear de absorção; e PMC (*Perfect Magnetic Conductor*) é um condutor magnético perfeito. Para a condição PEC, com  $R_s = 0$ , o valor da equação (19) vai a infinito. Para simular esta condição computacionalmente, o valor de  $R_s = 10^{-6} \Omega$  mostrou-se adequado.

### 3.4. MEIOS DISPERSIVOS

Quando as características macroscópicas de um meio tornam-se dependentes da frequência, como é o caso da camada PML (*Perfectly Matched Layer*) e dos materiais ferrimagnéticos, o sistema torna-se dispersivo e surgem  $P$  pólos adicionais fora da origem. Neste caso, a equação matricial pode ser escrita como

$$\left[ sC + G + \sum_{p=0}^P (s - \xi_p)^{-1} R_p \right] v = i \quad (21)$$

onde  $R_0$  e  $\xi_0 = 0$  correspondem aos meios não dispersivos e  $R_p$  e  $\xi_p \neq 0$ , para  $p > 0$ , correspondem aos pólos adicionais dos meios com dispersão.

Para se obter a equação correspondente no domínio do tempo discreto seguem-se as seguintes etapas:

i) escreve-se separadamente cada termo do somatório em (21) obtendo-se

$$(sC + G)v = i - \sum_{p=0}^P i_p \quad (22)$$

onde

$$i_p = (s - \xi_p)^{-1} R_p \quad (23)$$

ii) aplica-se a transformação bilinear

$$s = \frac{2}{\Delta t} \cdot \frac{z-1}{z+1} \quad (24)$$

iii) realiza-se a transformada z inversa através da propriedade do deslocamento

$$z^{-k} v \leftrightarrow v^{n+k} \quad (25)$$

onde o índice superior  $n + k$  representa o instante de tempo discreto  $t = (n + k)\Delta t$ .

No domínio do tempo discreto a equação (22) corresponde a

$$\frac{2}{\Delta t} C(v^{n+1} - v^n) + G(v^{n+1} - v^n) = i^{n+1} + i^n - \sum_{p=0}^P i_p^{n+1} + i_p^n \quad (26)$$

e a equação (23) corresponde a

$$\frac{2}{\Delta t} R_p (v^{n+1} - v^n) = i_p^{n+1} - i_p^n - \varphi_p (i_p^{n+1} + i_p^n) \quad (27)$$

onde  $\varphi_p = \xi_p \frac{\Delta t}{2}$ . Isolando  $i_p^{n+1}$  equação (27) e substituindo em (26), encontra-se o conjunto final de equações recursivas para sistemas dispersivos

$$Av^{n+1} = Bv^n - \sum_{p=0}^P \frac{2}{1 - \varphi_p} i_p^n + i_p^{n+1} + i_p^n \quad (28)$$

$$i_p^{n+1} = \frac{1 + \varphi_p}{1 - \varphi_p} i_p^n + \frac{\Delta t}{2} \cdot \frac{1}{1 - \varphi_p} R_p (v^{n+1} + v^n) \quad (29)$$

com

$$A = \frac{2}{\Delta t} C + G + \frac{\Delta t}{2} \sum_{p=0}^P \frac{1}{1 - \varphi_p} R_p \quad (30)$$

$$B = \frac{2}{\Delta t} C - G - \frac{\Delta t}{2} \sum_{p=0}^P \frac{1}{1 - \varphi_p} R_p \quad (31)$$

O vetor desejado  $v^{n+1}$  é obtido pela solução de (28) pelo método do gradiente conjugado com pré-condicionamento diagonal [12] e usando  $v^n$  como valor inicial.

A transformação bilinear apresenta a vantagem de não alterar a estabilidade do sistema quando da sua conversão de analógico (tempo contínuo) para digital (tempo discreto) [4]. Assim, se os pólos possuírem parte real negativa, a solução numérica será incondicionalmente estável.

### 3.5. O MEIO PML

O meio PML é uma camada hipotética para delimitação do espaço computacional minimizando as reflexões das ondas.

Para a aplicação da formulação apresentada pelas equações (28)-(31), na seção 3.4, os elementos dos tensores em [7] devem ser decompostos em frações parciais conforme

$$\frac{s\mathcal{E}}{\Lambda} = \frac{\mathcal{E}}{\kappa} \left[ s + \xi_2 - \xi_1 + \frac{\xi_2(\xi_1 - \xi_0)}{s - \xi_2} \right] \quad (32)$$

$$s\mathcal{E}\Lambda = \kappa\mathcal{E} \left[ s + \xi_1 - \xi_2 + \frac{\xi_1(\xi_1 - \xi_2)}{s - \xi_1} \right] \quad (33)$$

$$\frac{\Lambda}{s\mu} = \frac{\kappa}{\mu} \left[ \frac{\xi_2 - \xi_1}{s} + \frac{1 - \xi_2 / \xi_1}{s - \xi_1} \right] \quad (34)$$

$$\frac{1}{s\mu\Lambda} = \frac{1}{\kappa\mu} \left[ \frac{\xi_1/\xi_2}{s} + \frac{1-\xi_1/\xi_2}{s-\xi_2} \right] \quad (35)$$

com  $\xi_0 = 0$ ,  $\xi_1 = -\frac{\alpha}{\varepsilon_0}$ ,  $\xi_2 = -\frac{\alpha}{\varepsilon_0} - \frac{\sigma}{\kappa\varepsilon_0}$ . Estes polos são utilizados na equação (21).

A permissividade elétrica utilizada nos cálculo dos pólos foi considerada como sendo  $\varepsilon_0$ , apesar do material ser um dielétrico com uma permissividade mais elevada. Este artifício foi utilizado para manter os pólos fixos, e simplificar os cálculos e o modelo.

A fim de se obter uma implementação computacional eficiente, o parâmetro  $\alpha$  foi mantido fixo e a variação gradual dos parâmetros  $\sigma$  e  $\kappa$  foi escolhida de forma que a relação entre estes permanecesse constante. Assim, os pólos  $\xi_1$  e  $\xi_2$  também passam a ser constantes em toda a região do meio PML. A gradação polinomial dada por

$$\kappa = 1 + (\kappa_{\max} - 1) \left( \frac{\rho - \rho_{\min}}{\rho_{\max} - \rho_{\min}} \right)^m \quad (36)$$

onde  $\rho_{\max}$  é o raio máximo da estrutura compreendida dentro da PML e  $\rho_{\max} - \rho_{\min}$  é a espessura desta camada. Esta formulação foi adotada juntamente com

$$\frac{\sigma}{\kappa} = \frac{\sigma_{\max}}{\kappa_{\max}} \quad (37)$$

logo

$$\xi_2 = -\frac{\alpha}{\varepsilon_0} - \frac{\sigma_{\max}}{\kappa_{\max}\varepsilon_0} \quad (38)$$



onde  $\kappa_{max}$ ,  $\rho_{max} - \rho_{min}$  foram encontrados através de tentativa e erro, fixando o valor de  $\alpha$  e atribuindo valores para estes parâmetros, e  $\sigma_{max}$  foi obtido conforme equação apresentada em [7].

Conforme já citado anteriormente, o PML foi aplicado radialmente à estrutura na modelagem do problema. Logo, Para adequar os elementos das matrizes aos modelados no problema é necessário fazer uma transformação de coordenadas, de cartesianas para cilíndricas, conforme a Figura 3.5 (a), (b) e a equação (39) a seguir.

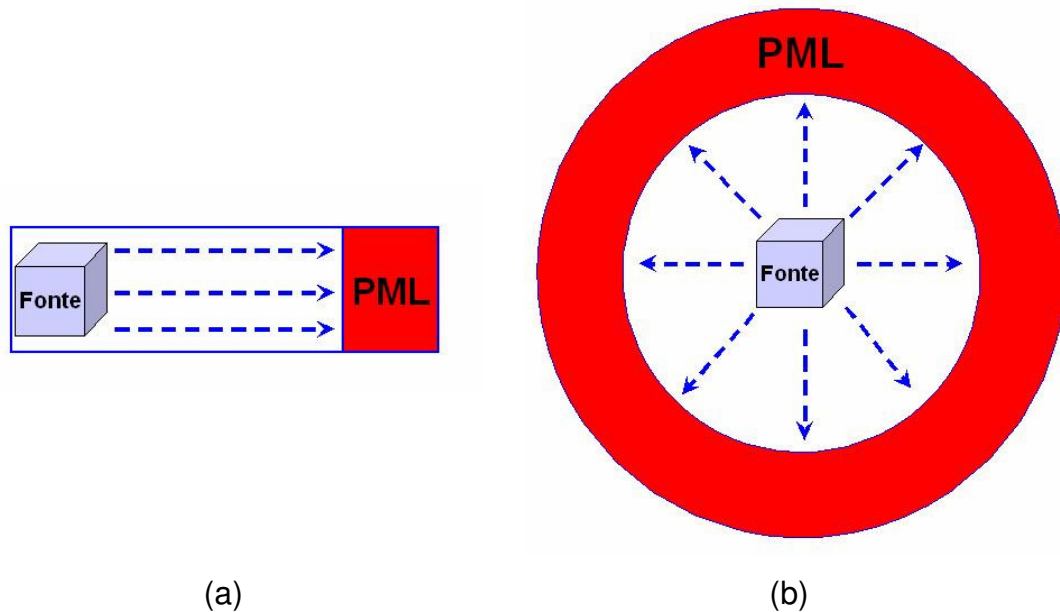


Figura 3.5 – Representação do meio PML (a) em coordenadas cartesianas e (b) após a transformação para coordenadas cilíndricas.

$$\begin{bmatrix} \hat{\rho} \\ \hat{\varphi} \\ \hat{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & \text{sen} \varphi & 0 \\ -\text{sen} \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{y} \\ \hat{z} \end{bmatrix} \quad (39)$$

Os elementos das matrizes do sistema são calculados através de

$$C_{kl} = \int_V \vec{W}_k \cdot \vec{c} \cdot \vec{W}_l dV \quad (40)$$

$$G_{kl} = \int_V \vec{W}_k \cdot \bar{g} \cdot \vec{W}_l dV \quad (41)$$

$$R_{ikl} = \int_V \vec{W}_k \cdot \bar{r}_{ia} \cdot \vec{W}_l dV + \int_V \nabla \times \vec{W}_k \cdot \bar{r}_{ib} \cdot \nabla \times \vec{W}_l dV \quad (42)$$

onde

$$\bar{c} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & \text{sen} \varphi & 0 \\ -\text{sen} \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\varepsilon}{\kappa} & 0 & 0 \\ 0 & \kappa \varepsilon & 0 \\ 0 & 0 & \kappa \varepsilon \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \varphi & -\text{sen} \varphi & 0 \\ \text{sen} \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (43)$$

$$\bar{g} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & \text{sen} \varphi & 0 \\ -\text{sen} \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\varepsilon}{\kappa} \cdot (\xi_2 - \xi_1) & 0 & 0 \\ 0 & \kappa \varepsilon \cdot (\xi_1 - \xi_2) & 0 \\ 0 & 0 & \kappa \varepsilon \cdot (\xi_1 - \xi_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \varphi & -\text{sen} \varphi & 0 \\ \text{sen} \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (44)$$

$$\bar{r}_{0a} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (45)$$

$$\bar{r}_{0b} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & \text{sen} \varphi & 0 \\ -\text{sen} \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\kappa \xi_2}{\mu \xi_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\xi_1}{\kappa \mu \xi_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\xi_1}{\kappa \mu \xi_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \varphi & -\text{sen} \varphi & 0 \\ \text{sen} \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (46)$$

$$\bar{r}_{1a} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & \text{sen} \varphi & 0 \\ -\text{sen} \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \kappa \varepsilon \xi_1 (\xi_1 - \xi_2) & 0 \\ 0 & 0 & \kappa \varepsilon \xi_1 (\xi_1 - \xi_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \varphi & -\text{sen} \varphi & 0 \\ \text{sen} \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (47)$$

$$\bar{r}_{1b} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & \text{sen} \varphi & 0 \\ -\text{sen} \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\kappa}{\mu} \left( 1 - \frac{\xi_2}{\xi_1} \right) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \varphi & -\text{sen} \varphi & 0 \\ \text{sen} \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (48)$$

$$\bar{r}_{2a} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & \text{sen} \varphi & 0 \\ -\text{sen} \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\varepsilon}{\kappa} \xi_2 (\xi_2 - \xi_1) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \varphi & -\text{sen} \varphi & 0 \\ \text{sen} \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (49)$$

$$\bar{r}_{2b} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & \text{sen} \varphi & 0 \\ -\text{sen} \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\kappa \mu} \left( 1 - \frac{\xi_1}{\xi_2} \right) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\kappa \mu} \left( 1 - \frac{\xi_1}{\xi_2} \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \varphi & -\text{sen} \varphi & 0 \\ \text{sen} \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (50)$$

Nas equações (40)-(42) o valor de  $\kappa$  dado por (36) é calculado pelas coordenadas  $\rho$  do baricentro de cada elemento considerando que o meio PML está compreendida na região  $0 < \rho < L$ . Fora do meio utilizam-se  $\xi_1 = \xi_2$  e  $\kappa = 1$ .

### 3.6. O MEIO GIROTROPICO

Para o meio girotrópico, foi calculada a matriz inversa do tensor permeabilidade em (13), obtendo-se

$$[s\bar{\mu}]^{-1} = \frac{1}{s\mu_0} \begin{bmatrix} \frac{s^2 + \omega_0^2 + \omega_M \omega_0}{s^2 + (\omega_0 + \omega_M)^2} & \frac{s\omega_M}{s^2 + (\omega_0 + \omega_M)^2} & 0 \\ -\frac{s\omega_M}{s^2 + (\omega_0 + \omega_M)^2} & \frac{s^2 + \omega_0^2 + \omega_M \omega_0}{s^2 + (\omega_0 + \omega_M)^2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (51)$$

separando em frações parciais, os seguintes resultados são obtidos

$$\frac{1}{s\mu_0} \cdot \frac{s^2 + \omega_0^2 + \omega_M \omega_0}{s^2 + (\omega_0 + \omega_M)^2} = \frac{\omega_0 / \mu_0}{\omega_0 + \omega_M} \cdot \frac{1}{s} + \frac{\omega_M / 2\mu_0}{\omega_0 + \omega_M} \left[ \frac{1}{s + j(\omega_0 + \omega_M)} + \frac{1}{s - j(\omega_0 + \omega_M)} \right] \quad (52)$$

$$\frac{1}{s\mu_0} \cdot \frac{s\omega_M}{s^2 + (\omega_0 + \omega_M)^2} = \frac{\omega_M / 2\mu_0}{\omega_0 + \omega_M} \left[ \frac{j}{s + j(\omega_0 + \omega_M)} + \frac{-j}{s - j(\omega_0 + \omega_M)} \right] \quad (53)$$

Para a modelagem deste material foi preciso considerar um sistema com dois pólos a mais:  $\xi_3 = j(\omega_0 + \omega_M)$  e  $\xi_4 = -j(\omega_0 + \omega_M)$ , e, por conseqüência,  $R_{3kl}$  e  $R_{4kl}$  podem ser incluídas também na equação geral (42), usando os seguintes tensores:

$$\bar{r}_{3a} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (54)$$

$$\bar{r}_{3b} = \frac{\omega_M / 2\mu_0}{\omega_0 + \omega_M} \begin{bmatrix} 1 & j & 0 \\ -j & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (55)$$

e

$$\bar{r}_{4a} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (56)$$

$$\bar{r}_{3b} = \frac{\omega_M / 2\mu_0}{\omega_0 + \omega_M} \begin{bmatrix} 1 & -j & 0 \\ j & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (57)$$

Ainda, por esta modelagem, é perceptível a adição de mais um termo em  $R_{0kl}$ . Sendo assim, o tensor  $\bar{r}_0$  pode ser reescrito como

$$\bar{r}_0 = \begin{bmatrix} \cos \varphi & \text{sen} \varphi & 0 \\ -\text{sen} \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\kappa \xi_2}{\mu \xi_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\xi_1}{\kappa \mu \xi_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\xi_1}{\kappa \mu \xi_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \varphi & -\text{sen} \varphi & 0 \\ \text{sen} \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (58)$$

$$+ \begin{bmatrix} \frac{\omega_0 / \mu_0}{\omega_0 + \omega_M} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\omega_0 / \mu_0}{\omega_0 + \omega_M} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\mu_0} \end{bmatrix}$$

Fora do meio ferrimagnético basta utilizar  $\omega_M = 0$ .

Com isto, foram definidas as formulações para dois meios anisotrópicos e dispersivos com a frequência: o meio hipotético PML cilíndrico, com o objetivo de atuar como uma camada casada com o sistema para simular o espaço livre na modelagem computacional e evitar reflexões; e o material ferrimagnético, com suas propriedades girotrópicas. Estas formulações serão validadas no Capítulo 4, através de simulações computacionais e comparações com resultados previamente conhecidos.

## 4. SIMULAÇÕES E RESULTADOS

O objetivo destas simulações é validar a formulação apresentada no Capítulo 3, através de sua implementação no software GiD (Geometry & Data), testes implementando computacionalmente uma estrutura conhecida, e, finalmente, comparando com os resultados obtidos em um ensaio físico.

### 4.1 CIRCULADOR DE TRÊS PORTAS

Devido à sua importância como dispositivos não recíprocos, os circuladores têm sido desenvolvidos utilizando vários meios de transmissão, tais como guias de onda metálicos, microfitas, entre outros. Circuladores de alto desempenho também são necessários para circuitos integrados utilizando guias de onda dielétricos não radiativos (NRD – *non-radiative dielectric*). Nesta dissertação será usado como teste numérico um circulador utilizando guias NRD, operando na faixa de frequências entre 45 e 55 GHz [5]. Esta estrutura foi escolhida devido aos conhecimentos prévios sobre sua geometria e problemas construtivos.

A estrutura é constituída por três guias de onda dielétricos ligados por dois discos de material girotrópico (neste caso, o ferrite) no centro. Os guias e os discos situam-se entre duas placas metálicas paralelas, conforme Figura 4.1. Quando a onda eletromagnética é aplicada na porta de entrada, ela sairá somente por uma das portas de saída, conforme a frequência do sinal. Isto é possível devido à natureza anisotrópica do material girotrópico que forma o núcleo da estrutura, e as frequências de operação variam de acordo com a polarização aplicada no processo construtivo do material.

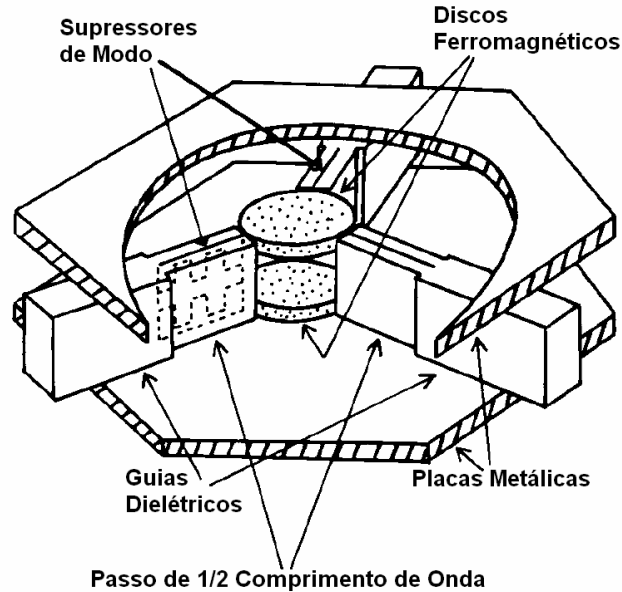


Figura 4.1 – Estrutura do circulator NRD com supressores de modo e passo de  $\frac{1}{2}$  comprimento de onda.

Os guias utilizados são feitos de poliestireno e possuem  $\epsilon_r = 2,56$ , 2,7mm de altura e 2,4mm de largura. O par de discos de ferrite possuem  $4\pi M_s = 1800G$ ,  $\epsilon_r = 15$ , 3,37mm de diâmetro e 0,342mm de espessura. Entre os discos foi posicionada uma espuma de poliestireno com  $\epsilon_r = 1,03$ . Foi aplicada uma polarização magnetostática de 1320 Oe ao ferrite colocando dois ímãs paralelos às placas metálicas superior e inferior.

## 4.2 O GUIA NRD

A Figura 4.2 mostra a seção transversal do guia de largura  $b$  e altura  $a$ . Os dois primeiros modos da propagação são  $LSM_{01}$  (*longitudinal section magnetic*) e o  $LSE_{01}$  (*longitudinal section electric*), cujas linhas de campo também estão apresentados nesta mesma figura. O modo de operação do guia é o  $LSM_{01}$ , similar ao modo de guia de onda  $TE_{10}$  (*transversal electric*) na configuração de campo. Adicionalmente ao modo  $LSM_{01}$ , o modo  $LSE_{01}$ , análogo ao  $TM_{11}$

(*transversal magnetic*), pode co-existir no guia NRD porque tem uma frequência de corte abaixo da do modo  $LSM_{01}$ .

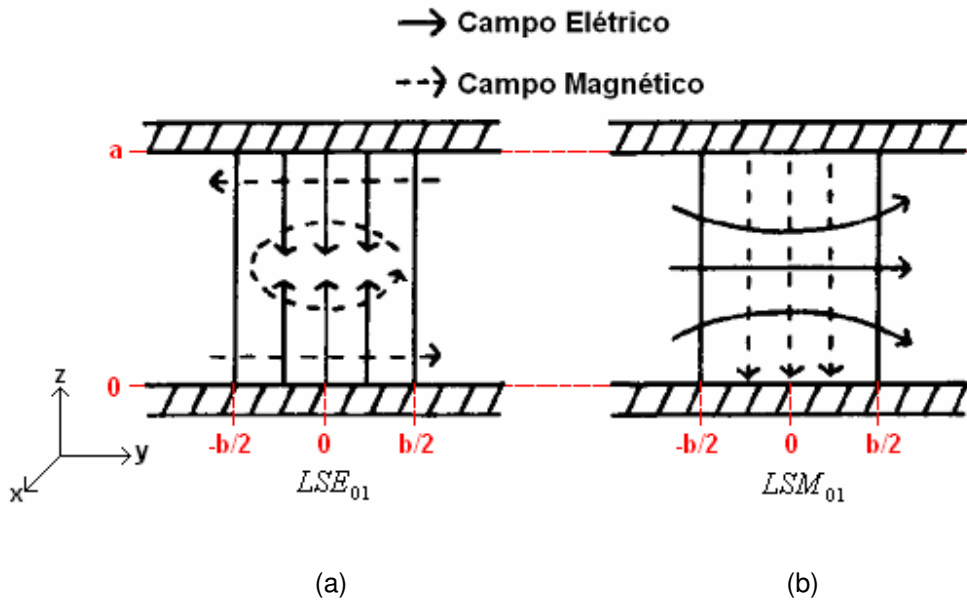


Figura 4.2 – Esboços das linhas de campo no plano transversal do guia NRD para os modos (a)  $LSE_{01}$  e (b)  $LSM_{01}$ .

A conversão de energia entres os dois modos não-radiativos  $LSM_{01}$  e  $LSE_{01}$  do guia NRD pode ocorrer pela presença de assimetrias em relação ao plano  $y=0$ , logo, é necessária a implementação de um mecanismo de supressão do modo  $LSE_{01}$  na confecção de um circulator prático.

O supressor de modo é uma fina tira metálica inserida no meio do dielétrico do guia, como mostrado na Figura 4.3. O modo operacional  $LSM_{01}$  não é afetado pela presença deste supressor, uma vez que o campo elétrico é normal à placa metálica. Contudo, o modo  $LSE_{01}$  fica impedido de propagar-se, já que seu campo elétrico possui uma componente paralela à tira metálica.

Na prática, entretanto, a presença da tira metálica induz a propagação da onda transversal elétrica e magnética no condutor. Isto ocorre devido ao processo construtivo do supressor, uma vez que cria um “*gap*” entre a tira metálica e as placas superior e inferior da estrutura. Para evitar este problema, o condutor metálico do supressor foi confeccionado com dentes de comprimento  $\lambda/4$  da



onda. Os supressores foram inseridos no circulator, como pode ser observado na Figura 4.3. Foram utilizadas tiras metálicas de 4,8 mm de comprimento, com cinco passos de  $\lambda/4$ .

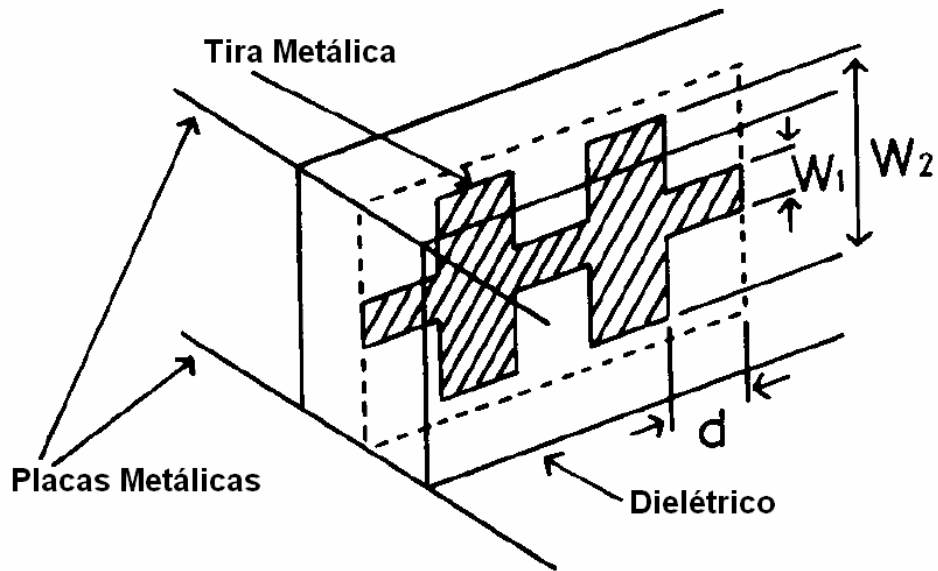


Figura 4.3 – Estrutura do supressor de modo metálico. Valores utilizados foram  $d = 0,95mm$  ;  
 $W_1 = 0,4mm$  e  $W_2 = 2,5mm$  para frequência de 50 GHz.

O campo elétrico do modo  $LSM_{01}$  é dado por [6]:

Eixo x:

$$E_x = j \cdot q \cdot \beta \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi z}{a}\right) \cdot \frac{\text{sen}(qy)}{\cos\left(\frac{qb}{2}\right)} \cdot e^{j\beta z}, \quad |y| \leq \frac{b}{2} \quad (59)$$

$$E_x = \pm j \epsilon_r p \cdot \beta \cdot \cos\left(\frac{\pi z}{a}\right) \cdot \exp\left[-p\left(|y| - \frac{b}{2}\right)\right] \cdot e^{j\beta z}, \quad |y| \geq \frac{b}{2}$$

Eixo y:

$$E_y = h^2 \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi z}{a}\right) \cdot \frac{\cos(qy)}{\cos\left(\frac{qb}{2}\right)} \cdot e^{j\beta z}, \quad |y| \leq \frac{b}{2} \quad (60)$$

$$E_y = \varepsilon_r h^2 \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi z}{a}\right) \cdot \exp\left[-p\left(|y| - \frac{b}{2}\right)\right] \cdot e^{j\beta z}, \quad |y| \geq \frac{b}{2}$$

Eixo z:

$$E_z = -q \cdot \left(\frac{\pi}{a}\right) \cos\left(\frac{\pi y}{a}\right) \cdot \frac{\text{sen}(qy)}{\cos\left(\frac{qb}{2}\right)} \cdot e^{j\beta z}, \quad |y| \leq \frac{b}{2} \quad (61)$$

$$E_z = \mp \varepsilon_r p \left(\frac{\pi}{a}\right) \cos\left(\frac{\pi z}{a}\right) \cdot \exp\left[-p\left(|y| - \frac{b}{2}\right)\right] \cdot e^{j\beta z}, \quad |y| \geq \frac{b}{2}$$

sendo

$$\beta = \sqrt{h^2 - \left(\frac{\pi}{a}\right)^2} \quad (62)$$

e

$$h^2 = \varepsilon_r \cdot \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 - q^2 = \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 + p^2 \quad (63)$$

onde p e q são os primeiros autovalores das equações características

$$q \tan\left(\frac{qb}{2}\right) = \varepsilon_r \cdot p \quad (64)$$

$$q^2 + p^2 = (\varepsilon_r - 1) \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \quad (65)$$

O autovalor q foi calculado através de um método iterativo para resolver o sistema de equações não lineares compreendido por (64) e (65). A interpretação física de h é a representação da constante de fase do modo de superfície  $TM_0$

mais baixo suportado por um guia dielétrico de espessura  $b$ , enquanto que  $\beta$  é a constante de fase do modo  $LSM_{01}$  do guia NRD.

### 4.3 OTIMIZAÇÃO DA CAMADA PML

Para a otimização dos parâmetros do meio PML utilizado na simulação, primeiro um estudo preliminar foi feito utilizando apenas um guia NRD, conforme a Figura 4.4.

Devido à simetria, é possível simular apenas meia estrutura ( $0 \leq y \leq a/2$  na Figura 4.2), o que resulta em uma economia de recursos computacionais e menor tempo de simulação. Os materiais, condições e pontos de amostragem foram atribuídos conforme Figura 4.4(a) e (b) a seguir.

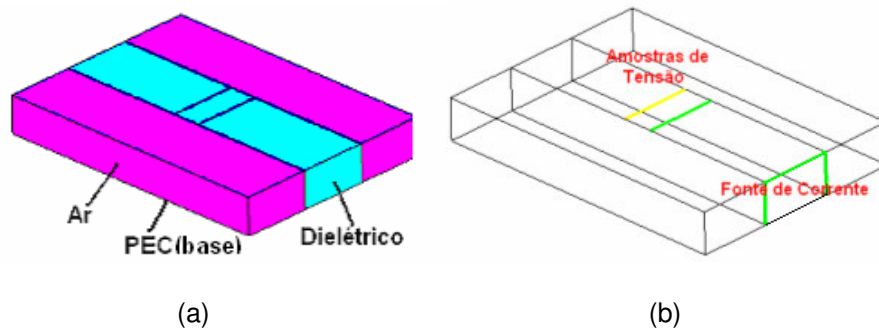


Figura 4.4 – (a) Materiais atribuídos e (b) condições e amostras definidas.

A fonte de excitação foi aplicada na forma de meio-laço no contorno externo do dielétrico para excitar o modo  $LSM_{01}$ , conforme equação (66) e foram coletadas duas amostras de tensão no meio do guia, com espaçamento de 1 mm entre elas para obtenção das amplitudes das ondas incidente e refletida. O pulso de corrente utilizado na excitação é mostrado na Figura 4.5.

$$i(t) = \frac{\text{sen}(u.t)(1-u^2)}{\pi \cos\left(\frac{u\pi}{2}\right)} \cdot \text{sen}(2\pi.f.t) \quad (66)$$

Onde  $u = [(6t/T) - 3]$ , onde  $t$  é o tempo e  $T$  a duração do pulso.

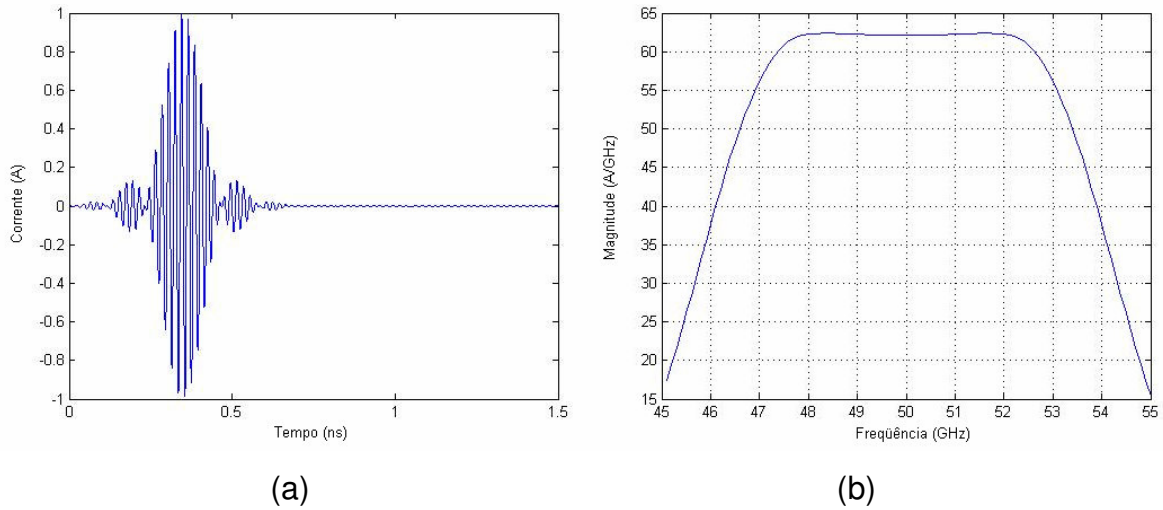


Figura 4.5 – Fonte de excitação (a) no tempo e (b) na frequência.

As tensões obtidas nas amostras estão representadas nas Figuras 4.6(a) e (b).

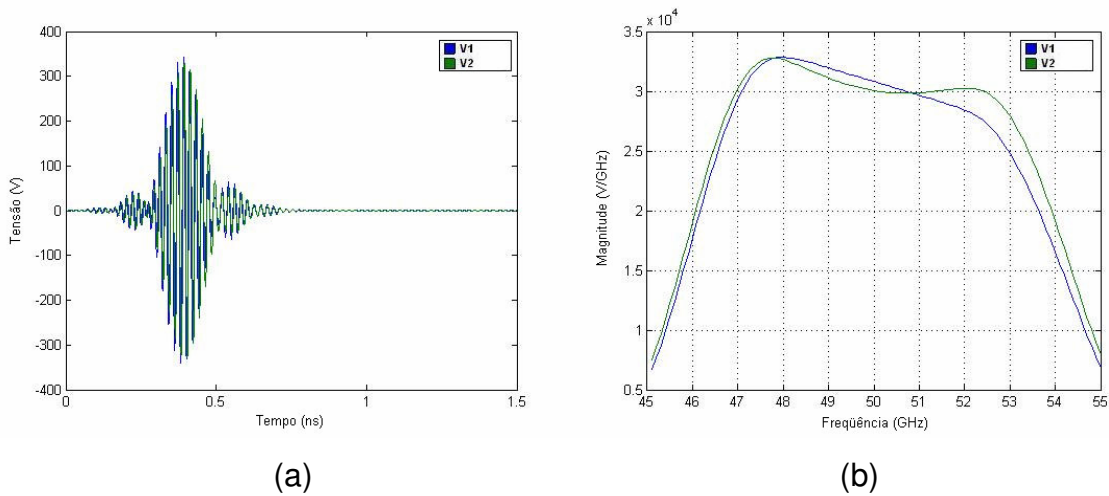


Figura 4.6 – Resposta da tensão amostrada (a) no tempo e (b) na frequência.

Com estes dados, pode-se calcular o coeficiente de reflexão no guia [13], que é dado pela relação entre as amplitudes das tensões obtidas da onda refletida e da onda incidente, traduzida na seguinte equação

$$\Gamma = \frac{V_r}{V_i} \quad (67)$$

Onde  $V_i$  e  $V_r$  são as ondas incidente e refletida, respectivamente.

Também pode-se definir como as tensões 1 e 2 obtidas relacionam-se com as ondas incidente e refletida através de

$$V_1 = V_i \cdot e^{j\beta d} + V_r \cdot e^{-j\beta d} \quad (68)$$

e

$$V_2 = V_i \cdot e^{-j\beta d} + V_r \cdot e^{j\beta d} \quad (69)$$

Resolvendo o sistema de equações formado por (68) e (69), obtém-se

$$\Gamma = \frac{V_2 - V_1 \cdot e^{-j\beta d}}{V_1 \cdot e^{j\beta d} - V_2} \quad (70)$$

A Figura 4.4 representa a constante de fase  $\beta$  normalizada para o modo  $LSM_{01}$ . A curva normalizada foi obtida dividindo-se os valores de  $\beta$  obtidos pela constante  $\omega\sqrt{\mu_0\epsilon_0}$ .

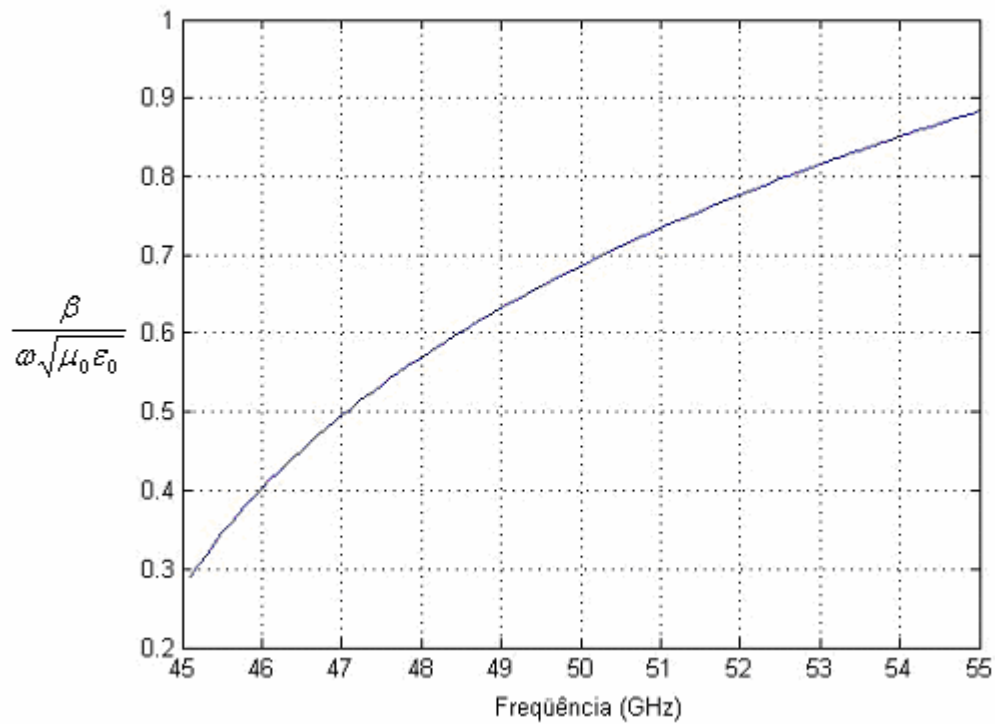
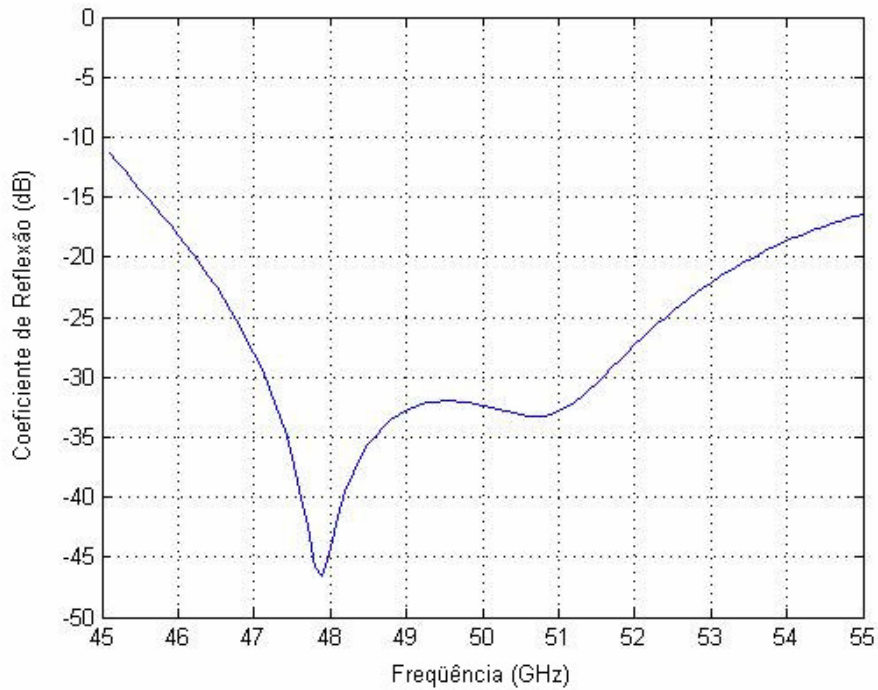


Figura 4.4 – Constante de fase normalizada para modo  $LSM_{01}$  para o NRD de 2,7 mm de altura por 2,4mm de largura e  $\epsilon_r = 2,56$ .

O desempenho de absorção do meio PML será avaliado pela magnitude em dB do coeficiente de reflexão dada por  $|\Gamma|_{dB} = 20\log|\Gamma|$ . Os resultados obtidos estão apresentados na Figura 4.8.



4.8 – Coeficiente de reflexão do PML no guia de onda.

Os parâmetros obtidos para o PML foram baseados na formulação apresentada em [7]. Este trabalho apresenta uma formulação para um guia de onda retangular metálico e outra para um guia de onda dual hipotético. Através de simulações e observações experimentais, concluiu-se que o guia NRD apresenta um comportamento intermediário entre estes dois guias. Os parâmetros obtidos estão apresentados na Tabela 4.1 a seguir.

Símbolo	Parâmetro	Valor
$\Delta L$	Aresta Média (mm)	0,7
$\sigma_{\max}$	Condutividade máxima do PML (S/mm)	0,01274
m	Grau do polinômio	2
$k_{\max}$	Escalonamento de coordenada	9
$\alpha$	Deslocamento da frequência complexa (S/mm)	0,0003
$\rho_{\max} - \rho_{\min}$	Espessura do PML (mm)	4

Tabela 4.1 – Parâmetros utilizados para o meio PML.

Apesar de [7] recomendar uma equação para a aresta média para os tetraedros, esta não foi utilizada, pois é um cálculo estimado para aresta média no espaço livre. Como o objeto em estudo trata-se de uma onda guiada, pôde-se aumentar a aresta para reduzir a complexidade computacional e o tempo de simulação sem grandes perdas nos resultados. A aresta utilizada foi de 0,7 mm, aproximadamente o valor de  $\frac{1}{4}$  da altura do guia (2,7 mm). Este valor foi obtido empiricamente através das simulações.

#### 4.4 SIMULAÇÃO DA ESTRUTURA COMPLETA

Com os parâmetros de contorno do material PML definidos, partiu-se para a simulação da estrutura completa, vista na Figura 4.9. Como no caso anterior utilizando apenas um guia, pode-se definir um plano de simetria magnética de modo a simular apenas metade da estrutura. A estrutura completa desenhada no GiD está apresentada nas Figuras 4.9 (a) e (b) a seguir.

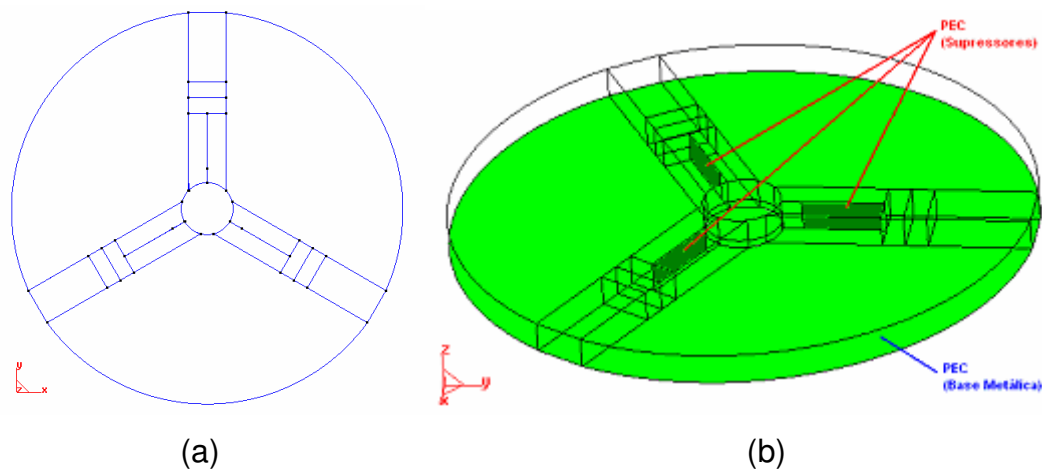


Figura 4.9 – Estrutura completa modelada no GiD (a) vista superior – plano xy; e (b) vista isométrica indicando o material PEC dos supressores e da base metálica.

Nota-se que na modelagem, o guia NRD foi estendido até tocar o disco ferrimagnético no meio da estrutura. Uma primeira simulação foi feita conforme a estrutura original, porém apresentava muita instabilidade numérica, uma vez que



os tetraedros da interface dos materiais ficaram muito achatados, conforme mostram as malhas nas Figuras 4.10(a), (b) e (c).

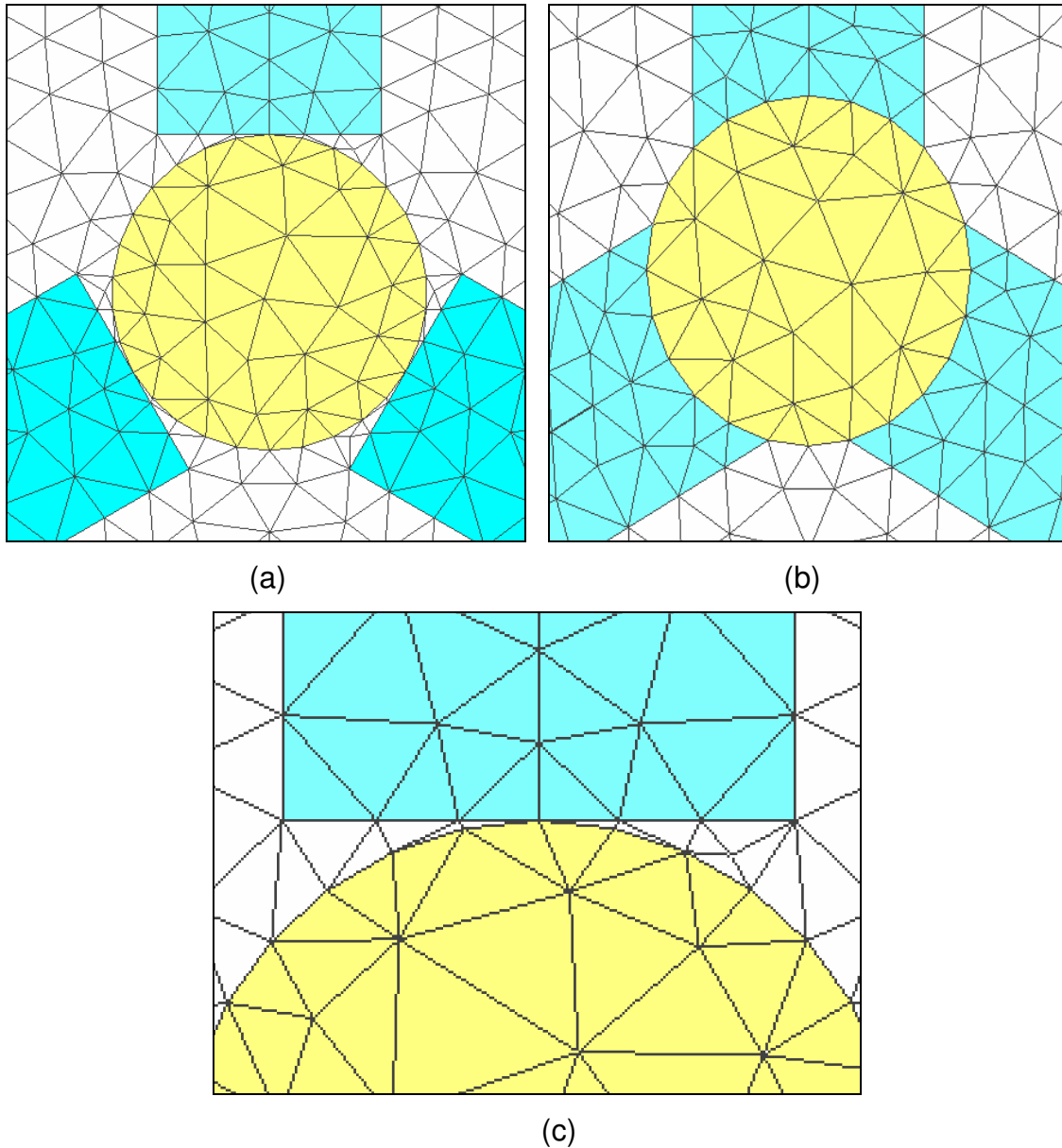


Figura 4.10 – Malha próximo ao núcleo de ferrite (a) na configuração original, com achatamento dos tetraedros; (b) dielétrico estendido até tocar o disco de ferrite; e (c) detalhe da região onde ocorre o achatamento dos tetraedros.

Observa-se também que os supressores de modo foram implementados na geometria sem os dentes. Esta simplificação pôde ser feita uma vez que os dentes

implementados na estrutura original foram na verdade uma compensação devido à um problema no processo construtivo. Quando da soldagem das tiras metálicas na estrutura, um *gap* era criado entre a tira metálica e as placas de base, o que induzia a propagação de uma onda transversal, conforme já citado no item 4.2. Como a modelagem computacional não possui esta limitação, esta geometria do supressor de modo foi desconsiderada sem interferir no resultado final. Esta adaptação também foi feita visando simplificar o modelo e utilizar menos tempo de simulação.

Para a estrutura completa, foi aplicada a mesma fonte de excitação na extremidade do guia de entrada, porém desta vez foram coletadas nove amostras de tensão, três em cada guia, conforme Figura 4.11.

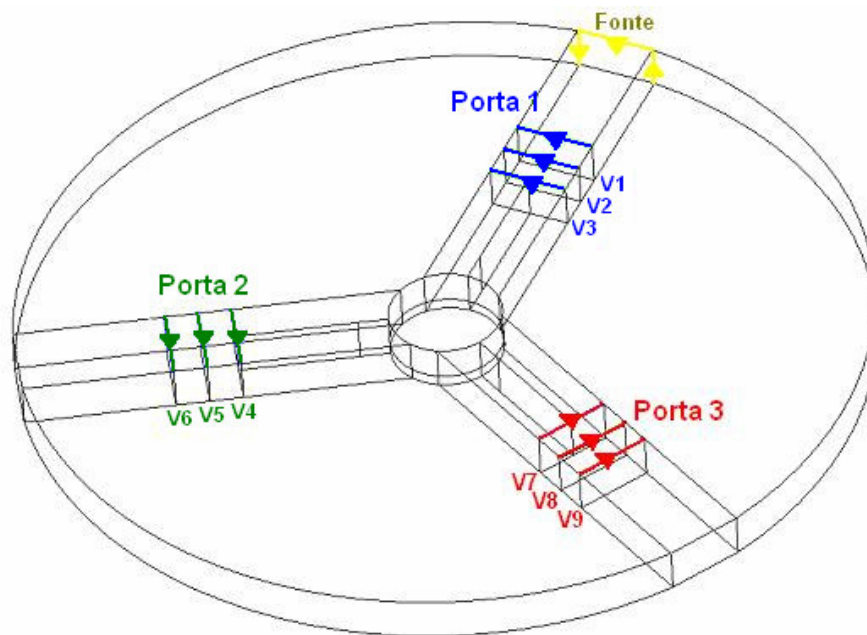


Figura 4.11 – Fonte aplicada na porta 1 e amostras de tensão nos guias.

No decorrer dos experimentos, as amostras 3, 4 e 7 foram desconsideradas, pois geravam incoerências nos resultados por estarem juntas com os supressores metálicos dos guias. As simulações realizadas estão descritas nas seções a seguir.

As características das ferramentas para realizar as simulações são apresentadas na Tabela 4.2.

<b>Processador</b>	Intel Pentium 4
<b>Frequência de Clock</b>	3.00 GHz
<b>Memória RAM</b>	2 GB
<b>Sistema Operacional</b>	Windows XP SP3 Professional
<b>Matlab</b>	Versão 2007b
<b>GiD</b>	Versão 7.2

Tabela 4.2 – Características do ambiente de simulação.

#### 4.4.1. SIMULAÇÃO COM SUPRESSOR METÁLICO ENCOSTADO NO FERRITE

A princípio, os supressores de modo originais da Figura 4.12(a) foram aproximados conforme mostra a Figura 4.12(b).

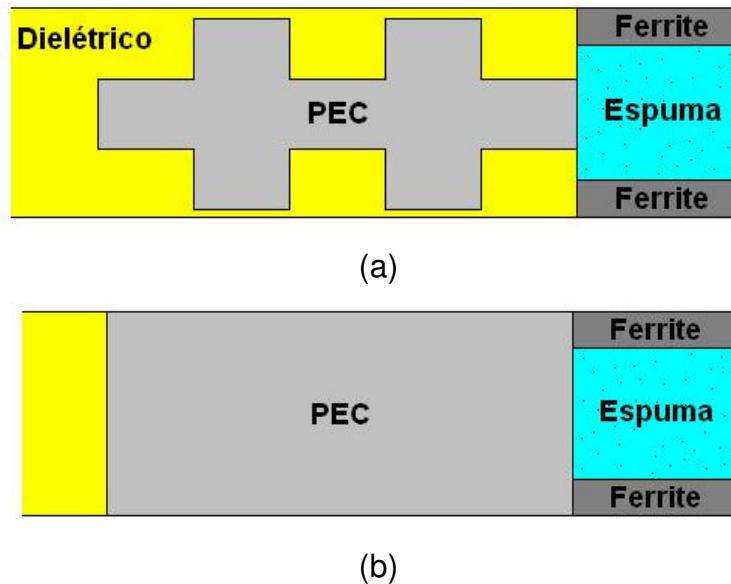


Figura 4.12 – Modelagem do supressor de modo (a) configuração original; (b) com supressor encostado no ferrite, conforme realizado no primeiro ensaio.

Vale observar, também, que computacionalmente o supressor não foi implementado conforme a estrutura original por não existirem as limitações

construtivas já citadas anteriormente, e também porque o gap entre a tira metálica do supressor e as placas metálicas superior e inferior do circulador gerariam o problema de achatamento da malha tetraédrica nesta região.

As tensões obtidas nas amostras 1, 5 e 8 estão apresentadas na Figura 4.13.

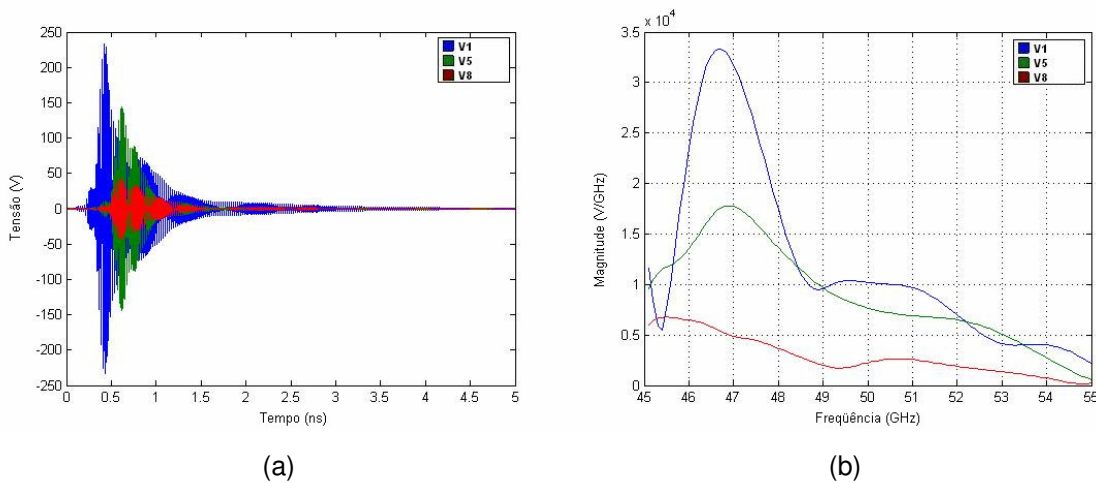


Figura 4.13 – Resposta da tensão amostrada (a) no tempo e (b) na frequência.

Para a simulação da estrutura completa, foi preciso aumentar o tempo de simulação para 5 ns. O sistema possui uma frequência de ressonância, como é possível observar na Figura 4.13(b), e este aumento do tempo de simulação fez-se necessário para garantir que a amplitude na ressonância fosse desprezível.

Os coeficientes de reflexão em cada guia pela equação (70) podem ser observados na Figura 4.14, onde  $|S_{11}|_{dB}$ ,  $|\Gamma_2|_{dB}$  e  $|\Gamma_3|_{dB}$  são os coeficientes de reflexão das portas 1, 2 e 3 respectivamente.  $|S_{11}|_{dB}$  representa a reflexão do material ferrimagnético, enquanto que  $|\Gamma_2|_{dB}$  e  $|\Gamma_3|_{dB}$  representam a reflexão do meio PML. Nestas curvas é possível observar a natureza anisotrópica do material, uma vez que as curvas para cada porta de saída (2 e 3) saída são diferentes. Em meios isotrópicos, a resposta seria equivalente para as duas portas. O *ripple* observado na curva  $|\Gamma_3|_{dB}$ , e em menor escala em  $|\Gamma_2|_{dB}$  deve-se a um erro

numérico no cálculo do coeficiente de reflexão causado por esta frequência de ressonância.

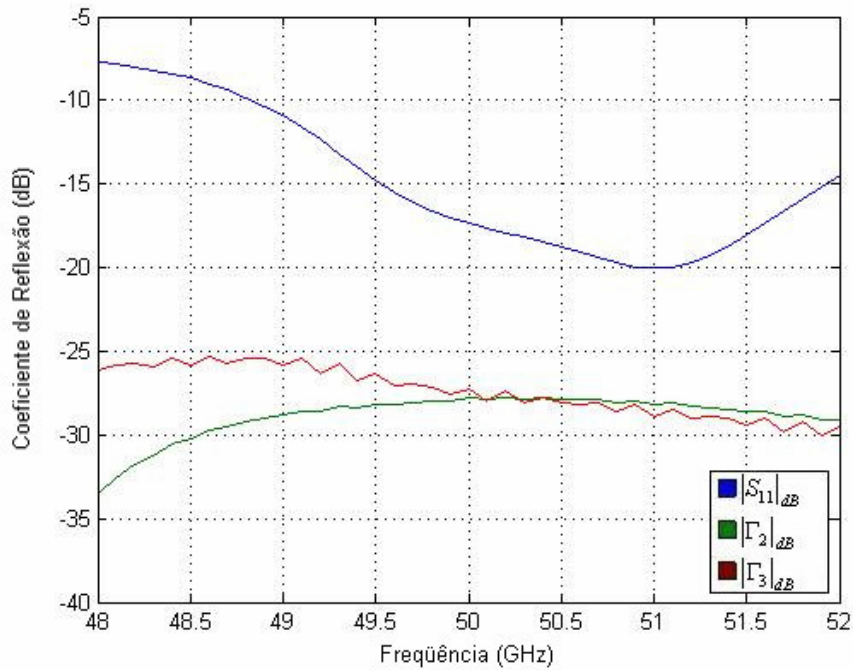


Figura 4.14 – Coeficientes de reflexão em cada guia.

Contudo, desta vez é necessário calcular o coeficiente de transmissão entre as amostras das portas 2 e 3 em relação à porta 1, onde é aplicada a fonte de excitação. Para tanto, é necessário separar a onda incidente da onda refletida neste primeiro guia. Manipulando as equações (68) e (69), obtém-se para a porta 1

$$V_{i1} = \frac{V_2 \cdot e^{-j\beta d} - V_1 \cdot e^{j\beta d}}{(e^{-2j\beta d} - e^{2j\beta d})} \quad (71)$$

Analogamente, para as portas 2 e 3

$$V_{i2} = \frac{V_6 \cdot e^{-j\beta d} - V_5 \cdot e^{j\beta d}}{(e^{-2j\beta d} - e^{2j\beta d})} \quad (72)$$

e

$$V_{i3} = \frac{V_9 \cdot e^{-j\beta d} - V_8 \cdot e^{j\beta d}}{(e^{-2j\beta d} - e^{2j\beta d})} \quad (73)$$

Logo, para os coeficientes de transmissão, obtém-se

$$S_{21} = \frac{V_{i2}}{V_{i1}} \quad (74)$$

$$S_{31} = \frac{V_{i3}}{V_{i1}} \quad (75)$$

A Figura 4.15 apresenta os resultados calculados para estes coeficientes, bem como uma comparação com os resultados obtidos através das medições reais na estrutura em [5].

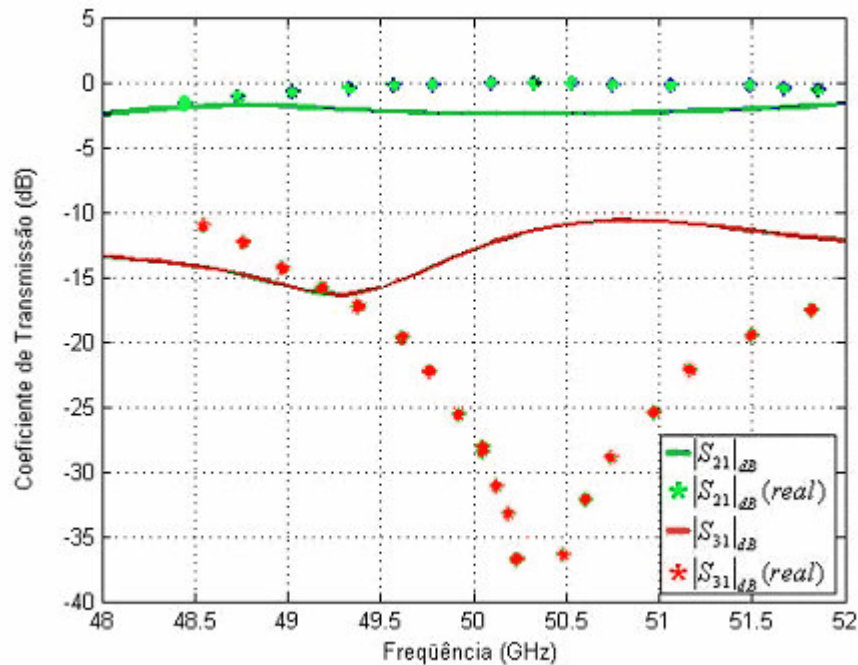


Figura 4.15 – Coeficientes de transmissão em comparação com resultados do ensaio real.

Por observação, nota-se que os resultados obtidos nesta configuração ficaram bem aquém daqueles obtidos experimentalmente, o que comprova que o condutor metálico diretamente na interface com o material ferrimagnético influi negativamente nos resultados. Portanto, os resultados obtidos utilizando o supressor conforme a Figura 4.12(b) não foram satisfatórios.

#### 4.4.2. SIMULAÇÃO COM SUPRESSOR METÁLICO DISTANTE DO FERRITE

Para contornar este problema, o supressor foi remodelado de modo que ficasse distante 0,9 mm dos discos de ferrite, para simular o dente do supressor da estrutura original, que não entra em contato com o disco de ferrite. As Figuras 4.16 (a) e (b) mostram esta implementação.

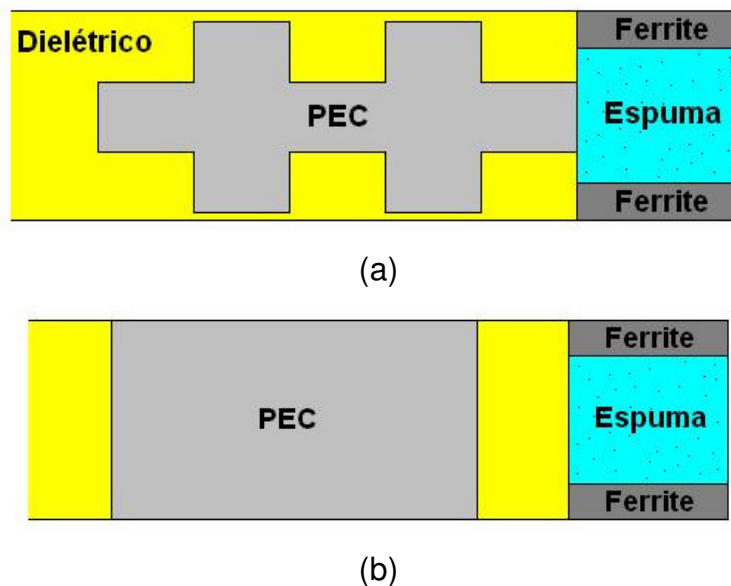


Figura 4.16 – Modelagem do supressor de modo (a) configuração original e (b) com distanciamento de 0,9 mm dos discos de ferrite, conforme realizado no segundo ensaio.

As tensões obtidas nas amostras 1, 5 e 8 estão apresentadas na Figura 4.17.

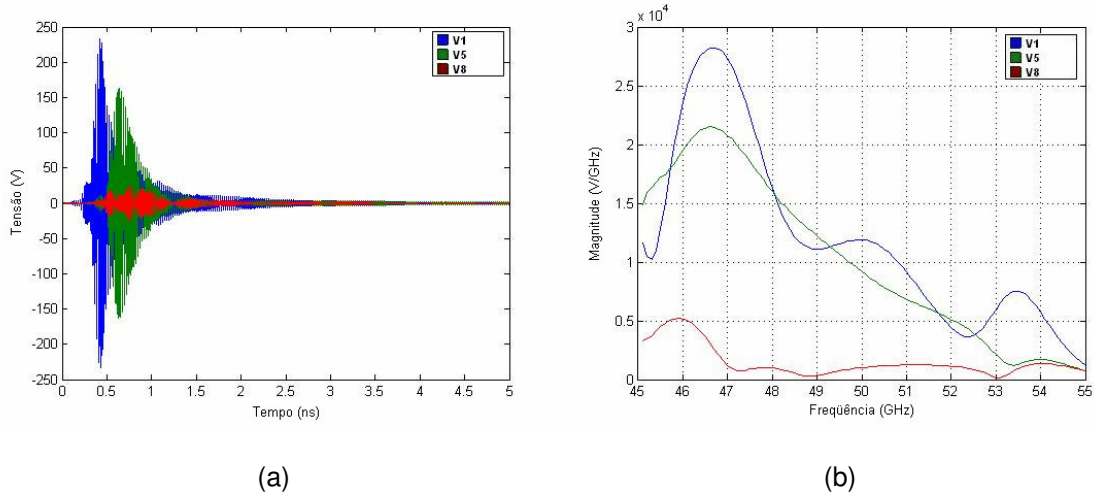


Figura 4.17 – Resposta para simulação com supressor PEC distante 0,9 mm do disco de ferrite (a) no tempo e (b) na frequência.

Os coeficientes de reflexão  $|S_{11}|_{dB}$ ,  $|\Gamma_2|_{dB}$  e  $|\Gamma_3|_{dB}$  para esta modelagem de supressor podem ser observados na Figura 4.18.

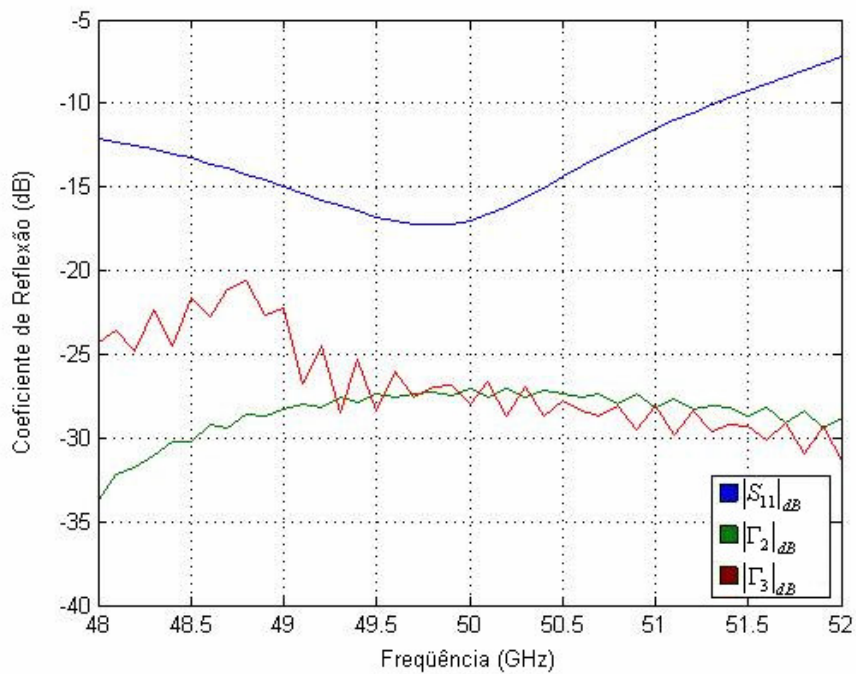


Figura 4.18 – Coeficientes de reflexão para simulação com supressor PEC distante 0,9 mm do disco de ferrite.



E, finalmente, os coeficientes de transmissão, em comparação com os ensaios físicos estão apresentados na Figura 4.19.

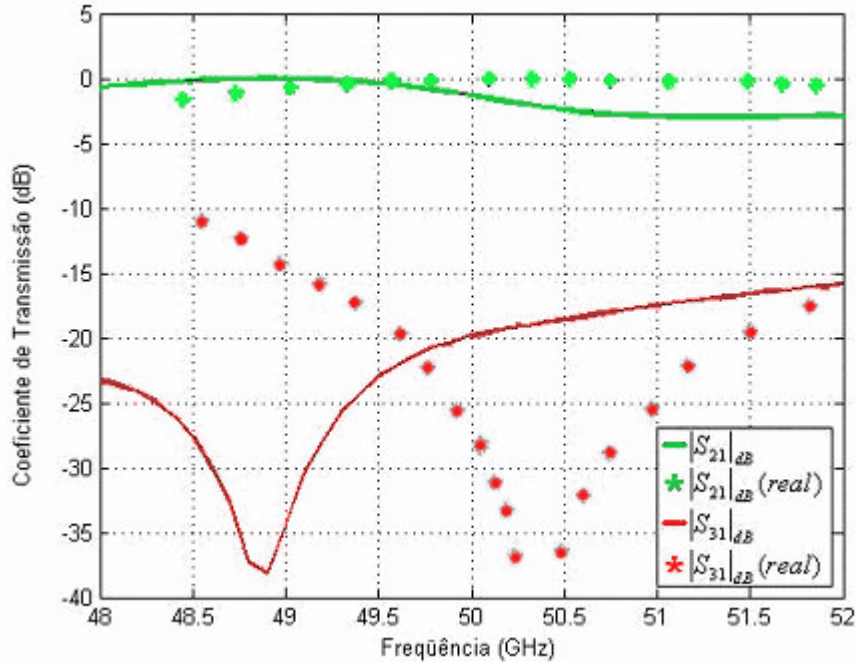


Figura 4.19 – Coeficientes de transmissão em comparação com resultados do ensaio real com supressor PEC distante 0,9 mm do disco de ferrite.

Esta implementação do supressor provou-se muito mais eficiente que a modelagem anterior. É perceptível que o resultado obtido é próximo ao do ensaio físico, sendo que a frequência de máxima isolamento obtida na simulação foi da ordem de 48,8 GHz, enquanto que os testes físicos apresentaram uma frequência de aproximadamente 50,4 GHz. Eventuais discrepâncias podem ser justificadas pelas diferenças entre a estrutura real e a simulada devido às adaptações necessárias, conforme mencionado na modelagem da estrutura.

#### 4.4.3. SIMULAÇÃO COM REFINAMENTO DA MALHA

As simulações apresentadas anteriormente apresentavam uma aresta média de 0,7 mm na discretização em malha tetraédrica, conforme foi apresentado

na Tabela 4.1. Visando uma melhoria dos resultados, a malha do núcleo de ferrite foi refinada, e a aresta média foi reduzida para 0,5 mm na região. Os resultados obtidos estão apresentados nas Figuras 4.20 a 4.22.

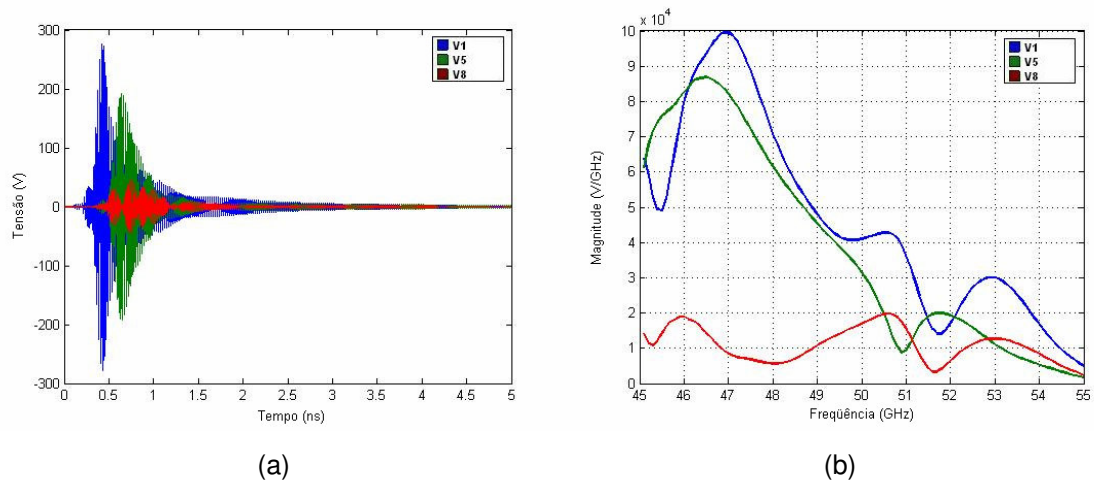


Figura 4.20 – Resposta para simulação com aresta média de discretização de 0,5 mm (a) no tempo e (b) na frequência.

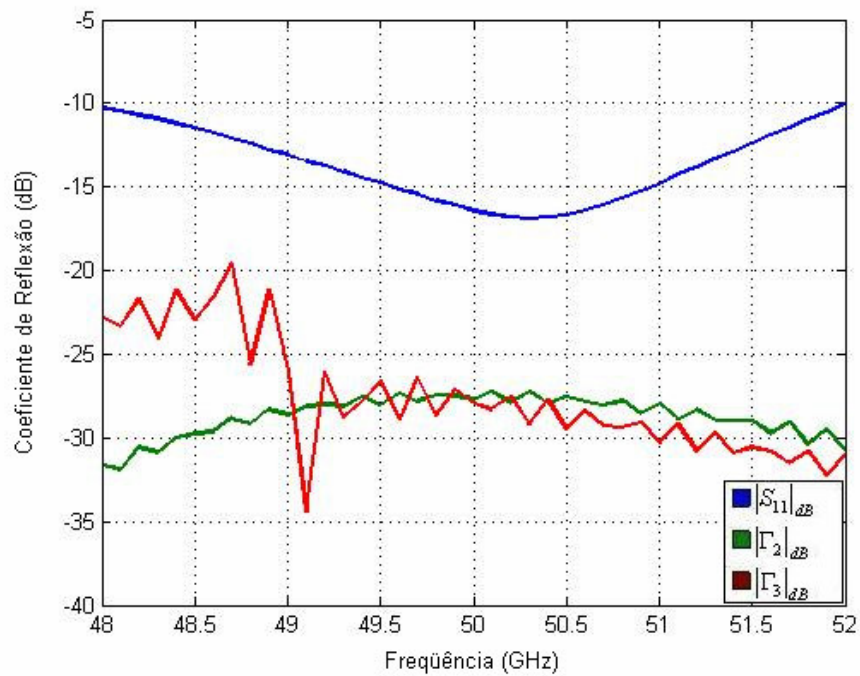


Figura 4.21 – Coeficientes de reflexão para simulação com aresta média de discretização de 0,5 mm.

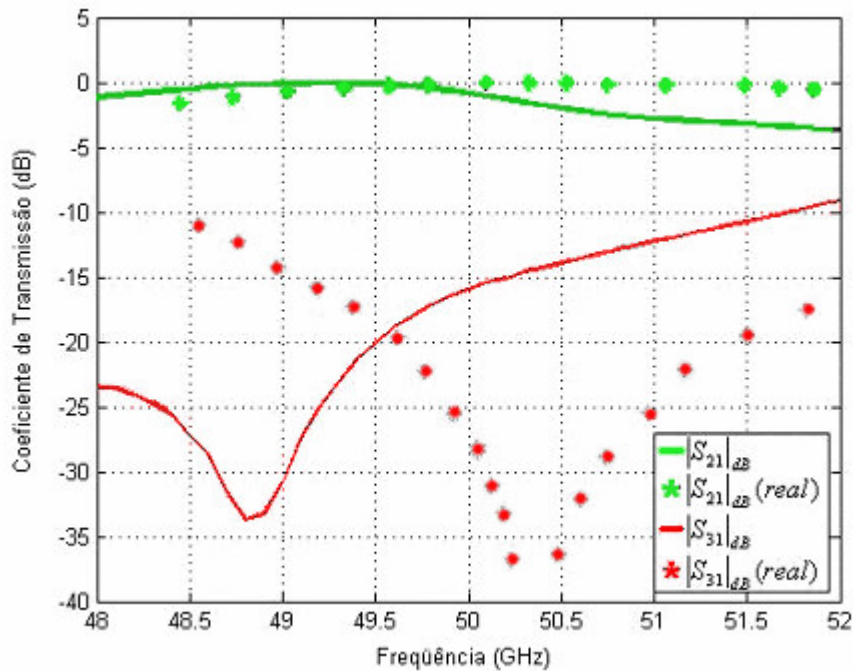


Figura 4.22 – Coeficientes de transmissão em comparação com resultados do ensaio real com aresta média de discretização de 0,5 mm.

Observa-se que os resultados obtidos foram bem próximos aos encontrados utilizando uma aresta média de 0,5 mm. A máxima frequência de isolamento não foi deslocada, e a diferença na curva pode ser justificada pelo fato da ressonância ser agravada pelo maior refinamento da malha, conforme pôde ser observado na Figura 4.18. Este problema poderia ser solucionado aumentando o tempo de simulação, mas isso aumentaria a demanda de recursos computacionais e aumentaria o tempo de teste. Os testes com aresta média de 0,7 mm levaram cerca de 20 minutos em um computador com as especificações apresentadas na Tabela 4.2, enquanto que simulações utilizando aresta média de 0,5 mm levaram cerca de 1 hora. Outras simulações foram feitas refinando ainda mais a malha tetraédrica (utilizando aresta média de 0,3 mm), e aumentando o tempo de teste, porém os resultados não apresentaram melhorias significativas. As comparações entre os números de elementos utilizados e o passo no tempo para cada refinamento da malha estão apresentadas na Tabela 4.3.

Aresta média da malha (mm)	0,7	0,5	0,3
Número de Triângulos	2948	5385	14920
Número de Tetraedros	14395	32631	108306
Número de Nós	4238	8758	26757
Passo no tempo (ps)	0,304	0,324	0,371

Tabela 4.3 – Número de elementos e passo no tempo para cada valor de aresta média utilizado nas simulações.

#### 4.4.4. SIMULAÇÃO COM DISCOS DE FERRITE ACHATADOS NA INTERFACE COM OS GUIAS NRD

Um quarto e último teste foi realizado achatando o disco central de ferrite nas interfaces com os guias NRD, conforme a Figura 4.23.

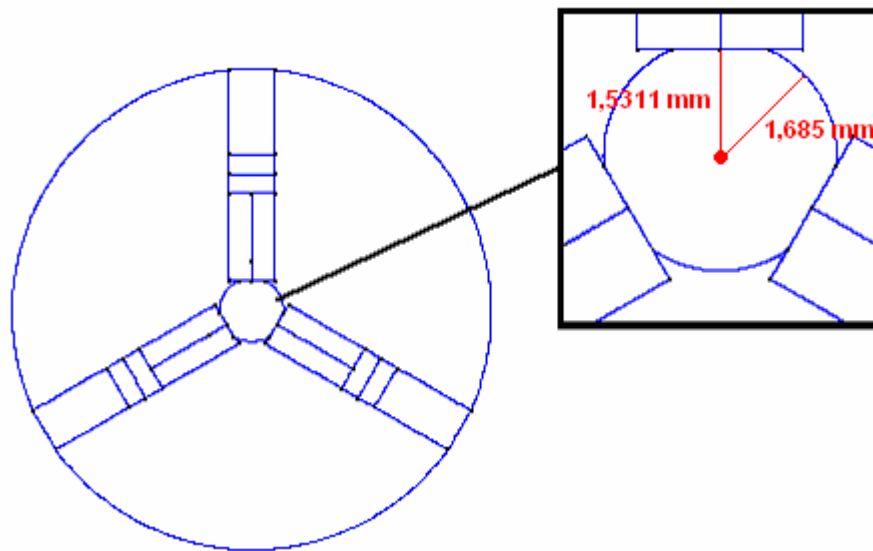


Figura 4.23 – Estrutura com núcleo de ferrite achatado nas interfaces com os guias NRD.

E os resultados para esta aproximação são apresentados nas Figuras 4.24 a 4.26.

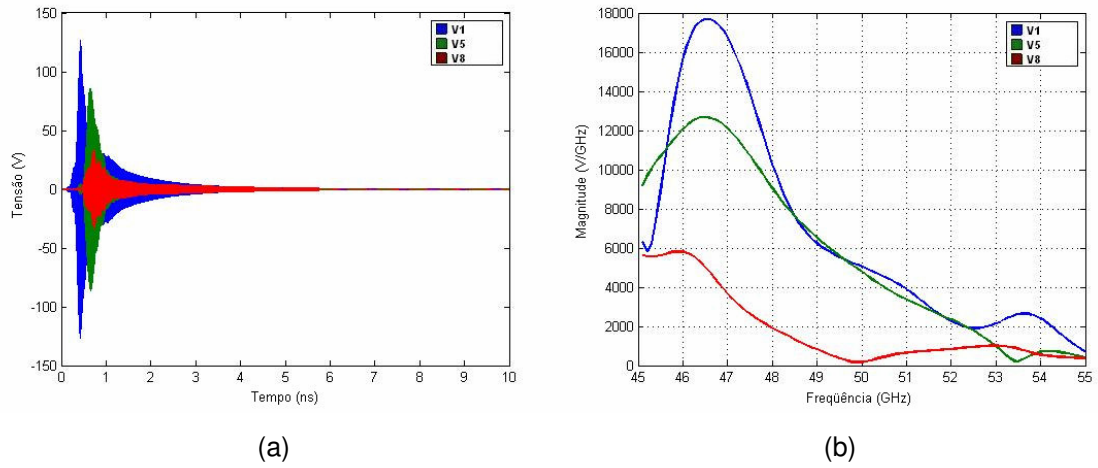


Figura 4.24 – Resposta para simulação com ferrite achatado na interface com o guia NRD (a) no tempo e (b) na frequência.

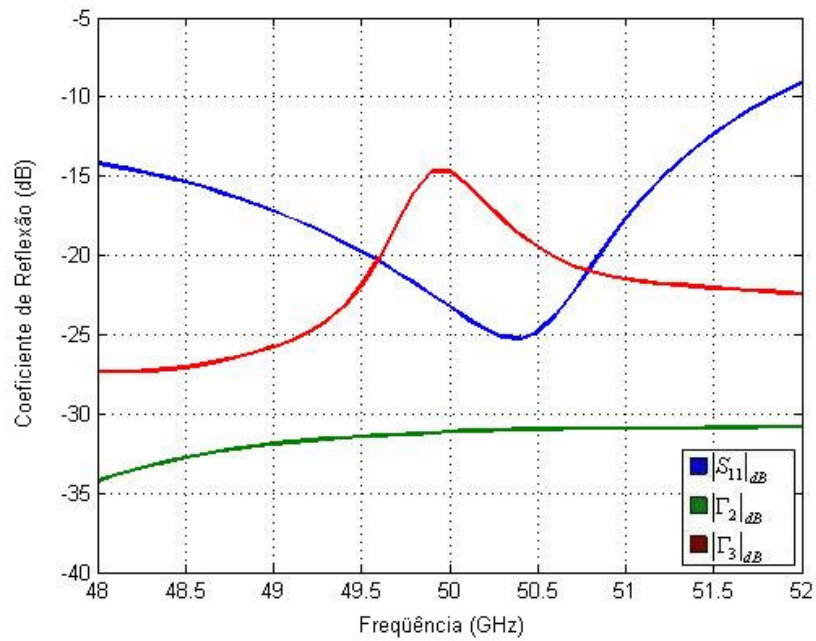


Figura 4.25 – Coeficientes de reflexão para simulação com ferrite achatado na interface com o guia NRD.

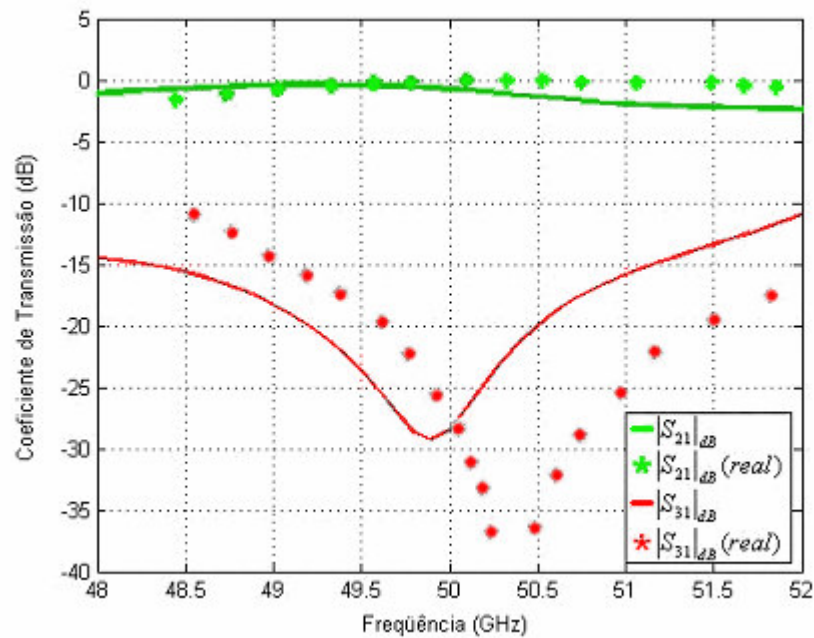


Figura 4.26 – Coeficientes de transmissão em comparação com os resultados reais, usando ferrite achatado na interface com o guia NRD.

Na Figura 4.25 ocorre um aumento de  $|\Gamma_3|_{dB}$  próximo a 50 GHz devido à baixa intensidade das ondas que se propagam no respectivo guia de onda como pode ser observado na Figura 4.24 (b).

Esta modelagem aproximou a freqüência de isolamento do valor real, como pode ser observado na Figura 4.26. Contudo, a isolamento obtida não foi tão eficiente como aquelas obtidas nas aproximações anteriores. Isto pode ser justificado pela alteração na geometria do ferrite.

## CONCLUSÕES

Os materiais girotrópicos são elementos imprescindíveis na confecção de estruturas magnéticas. Portanto, uma modelagem computacional consistente de tais materiais é desejável para prever o comportamento e a propagação de ondas nestes meios, reduzindo assim a necessidade de ensaios físicos.

Este trabalho teve como objetivo incluir uma modelagem de material girotrópico no método dos elementos finitos no domínio do tempo (FETD), implementando as características anisotrópicas (girotrópicas) e variáveis com a frequência.

Primeiramente, foi necessário otimizar a camada PML de modo a reduzir as reflexões do sistema em virtude da limitação do espaço computacional. Para tal, foi utilizada uma simulação utilizando apenas um guia de onda NRD.

Em seguida, a estrutura completa foi modelada, conforme a original utilizada nos ensaios físicos. Contudo, a discretização em malha tetraédrica gerava elementos extremamente achatados nas proximidades da intersecção do guia NRD com o disco de ferrite no centro da estrutura, o que causava instabilidades numéricas nos resultados. Este problema foi corrigido estendendo os guias até ficarem completamente encostados no ferrite.

Através das simulações realizadas nesta configuração, e comparando com os resultados práticos obtidos encontrados na literatura, pode-se observar que os resultados oriundos da modelagem computacional estão consistentes com os obtidos por ensaio real, e a máxima frequência de isolamento atingiu um valor próximo ao esperado, de aproximadamente 50,4 GHz. Eventuais discrepâncias dos resultados podem ser justificadas pelas adaptações na estrutura original e simplificação do modelo.

Assim, o objetivo do trabalho foi alcançado. Desenvolveu-se uma técnica eficaz para o aprimoramento do método FETD na simulação de materiais girotrópicos, de uma maneira numericamente estável e com resultados confiáveis. Mostrou-se também econômica em termos de aproveitamento computacional, uma

vez que os resultados obtidos foram sólidos mesmo com simplificações no modelo geométrico e nas arestas médias da malha tetraédrica.



## **PERSPECTIVAS PARA TRABALHOS FUTUROS**

- 1) Os materiais ferrimagnéticos, em especial os ferrites, possuem inúmeras aplicações práticas, conforme já citado anteriormente, sendo usados em dispositivos de microondas, transformadores, meios de gravação magnética, entre outros. Para trabalhos futuros será possível modelar outras estruturas que utilizem o ferrite ou outro material girotrópico para simular os resultados e fazer previsões do comportamento destas estruturas, reduzindo a necessidade de ensaios físicos;
- 2) Modelagem de outros materiais anisotrópicos, bem como de meios não lineares;
- 3) Modelagem de demais materiais complexos, tais como tecidos orgânicos, para desenvolvimento de novas técnicas de diagnóstico ou;
- 4) Modelagem de elementos da natureza, tais como rochas, solos, vegetações para avaliações ambientais e climáticas.

## REFERÊNCIAS

- [1] TEIXEIRA, FERNANDO L. “*Time-Domain Finite-Difference and Finite-Element Methods for Maxwell Equations in Complex Media*” IEEE TRANSACTIONS ON ANTENNAS AND PROPAGATION, VOL. 56, NO. 8, AUGUST 2008.
- [2] YOUNG, JEFFREY L. NELSON, RONALD O. “*A Summary and Systematic Analysis of FDTD Algorithms for Linearly Dispersive Media*” IEEE Antennas and Propagation Magazine, Vol. 43, No. 1, February 20.
- [3] BERENGER, J. P. “A perfect matched layer for the absorption of electromagnetic waves”, J. Computational Physics, Vol. 114, pp. 185-200. 1994.
- [4] ARTUZI JR, WILSON A. “*An unconditionally stable FETD method using tetrahedral cells*” – Universidade Federal do Paraná – IMOC/SBMO. 2004.
- [5] YOSHINAGA, HIROYUKI. YONEYAMA, TSUKASA. “*Design and Fabrication of a Nonradioactive Dielectric Waveguide Circulator*” IEEE TRANSACTIONS ON MICROWAVE THEORY AND TECHNIQUES. VOL 3.6, No. 11, Novembro 1988.
- [6] YONEYAMA, TSUKASA. TAMAKI, HIDEAKI. NISHIDA, SHIGEO. “*Analysis and Measurements of Nonradioactive Dielectric Waveguide Bends*” IEEE TRANSACTIONS ON MICROWAVE THEORY AND TECHNIQUES, Vol. MTT-34, No. 8, Agosto 1986.
- [7] DE SOUZA, MARCELO. “*Inclusão do Meio UPML no Método dos Elementos Finitos no Domínio do Tempo Aplicado ao Eletromagnetismo.*” dissertação. Curitiba, Brasil: UFPR - Universidade Federal do Paraná, 2008.

- [8] RAMO, SIMON. WHINNERY, JOHN R. VAN DUZER, THEODORE. *“Campos e Ondas Em Eletrônica das Comunicações”*. Ed Guanabara Dois, 1981.
- [9] ARTUZI JR, WILSON A. *“Improving the Newmark time integration scheme in finite element time domain methods” - IEEE Transactions on Microwave and Wireless Components Letters, vol. 15, pp. 898-900. December 2005.*
- [10] WEBB, J. P., "Edge Elements and What They Can Do For You". IEEE Transactions on Magnetism, March 1993, vol. 29.
- [11] TAFLOVE, A. BRODWIN, M. E. "Numerical Solutions of steady-state electromagnetic scattering problems using the time-dependent Maxwell's equations", vol. MTT-23, pp. 623-630, Ago. 1975.
- [12] PETRAVIC, G. K. PETRAVIC, M. "A Program Generator for Incomplete Cholesky Conjugate Gradient (ICCG) Method with a Symmetrizing Preprocessor". Comput. Phys. Commun., 1981, vol. 22.
- [13] CHIAMENTI, ISMAEL. *“Implementação De Bipolos Discretos No Método De Análise Eletromagnética Por Elementos Finitos No Domínio Do Tempo Usando A Técnica De Newmark”* Trabalho de Conclusão de Curso. Curitiba, Brasil: UFPR - Universidade Federal do Paraná, 2005.
- [14] TAFLOVE, A. HAQUESS, S. C. *“Computational Electrodynamics, The Finite Difference Time Domain Method”*, 2nd ed. Artech House., 2000.
- [15] MATLAB. <http://www.mathworks.com/> - Agosto 2009.
- [16] GID – Geometry and Data. <http://gid.cimne.upc.es> - Agosto 2009.

[17] OPPENHEIM, A. V. SCHAFFER, R. W., "*Digital Signal Processing*". Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1975.

[18] CHIAMENTI, ISMAEL. "*Inclusão De Quadripólos Concentrados Em Simulação Eletromagnética Por Elementos Finitos No Domínio Do Tempo*", dissertação. Curitiba, Brasil: UFPR - Universidade Federal do Paraná, 2008.