MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E DO DESPORTO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
SETOR DE EDUCAÇÃO –
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO

HAMILTON OLIVEIRA ALVES

A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ARITMÉTICOS PARTINDO DE PRÁTICAS ADAPTADAS ÀS PEÇAS DO JOGO DE DOMINÓ

Curitiba

2008

HAMILTON OLIVEIRA ALVES

A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ARITMÉTICOS PARTINDO DE PRÁTICAS ADAPTADAS ÀS PEÇAS DO JOGO DE DOMINÓ

Dissertação apresentada como pré-requisito para conclusão parcial do Curso de Mestrado em Educação, linha de pesquisa: Cognição, Aprendizagem e Desenvolvimento Humano, Setor de Educação – Universidade Federal do Paraná.
Orientadora: Profª Drª Araci Asinelli da Luz

Curitiba

2008

UM POUCO SOBRE MIM

Motivado pelas frustrações como professor de matemática há dez anos, retornei à Academia na tentativa de rever minha epistemologia de conhecimento. Logo nas primeiras semanas de aula, fui convidado pela minha orientadora, a visitar o campo da pesquisa com o objetivo de constituir vínculo com os sujeitos. Inicialmente, tudo parecia estranho. A visão de mundo enraizada em mim, fazendo parte da minha identidade como professor mudava de cenário, uma vez que deixava a experiência de sala de aula e partia para uma nova, em outros tempos, diretamente com os sujeitos no seu ambiente. Confesso que me perguntei: será que tal experiência deve ser abandonada? Ora, o que seria de mim, sem a experiência de professor naquele momento? Como me aproximar dos sujeitos da pesquisa? Então parei, refleti sobre o assunto e novamente me perguntei: como conduzir uma metodologia de ensino de matemática com sujeitos vulneráveis socialmente? Isso só poderia acontecer partindo dos meus conhecimentos prévios. Então concluí que tal visão de mundo precisava ser revista, porém, não necessariamente, deveria ser abandonada.

Uma conversa aqui, uma brincadeira ali, me leva a “conquista” dos sujeitos a ponto de dizerem: “você é um cara legal”. Isso me enriqueceu profundamente, pois, elogio como esse, não me é muito comum. O vínculo afetivo se estendeu tomando uma dimensão maior. A imagem de professor marcada em mim aos poucos foi, aparentemente, desaparecendo. “Você vem amanhã tiuzinho?”, “Dá-me uma carona até o ponto?”, “Você me ajuda numa dúvida?”

Quando me dei conta, estava comendo pizza com os meninos e, podem acreditar, levando alguns para dormir na minha casa. Boa parte do tempo que estivemos juntos, nossos assuntos foram relacionados ao ensino da matemática. Diga-se de passagem, eu não conseguia me libertar da visão de professor. Ao passarmos de carro pelos “batateiros”, surgia sempre um problema matemático para ser dialogado, a ponto de afirmar: “não há lugar definido para o ensino da matemática”, pode ser no carro, no trem, na rua, no ônibus, no quarto, em qualquer lugar.

Estas simples colocações sobre mim, embora distorcidas do rigor literário, tem como objetivo, confessar que ao conduzir este trabalho de pesquisa assumo a visão de pesquisador sem abandonar a visão de professor, dada a interdependência das duas no momento que apontam caminhos em vistas ao ensino no campo da Educação Matemática.

MEUS SINCEROS AGRADECIMENTOS

À nosso senhor Jesus Cristo, por ter me concebido força e esperança.

À minha orientadora professora Drª Araci Asinelli da Luz, por acolher-me com sua sabedoria e credibilidade.

Aos sujeitos da pesquisa, pela colaboração.

À minha querida amiga Marlene D'Aroz, pela ajuda e paciência.

Ao meu querido amigo Rodrigo Reis Navarro, pela colaboração com os meninos.

À minha estimável professora Drª Tânia Stoltz, pelas críticas e orientações.

À professora Drª Neuza Bertoni Pinto, PUC-PR, pela participação na banca de defesa.

À minha querida colega de turma Professora Drª Ivanilda Higa, pelas correções, opiniões e colaborações.

À minha querida amiga professora Drª Leila Kaló, pelos incentivos.

Ao Fernando Francisco de Gois, Administrador da ONG, pela ajuda.

Ao professor Dr° Rogério Andrade Mulinari, Diretor do Setor de Ciências da Saúde da UFPR, pela colaboração com a filmadora, gravador e outros materiais.

À professora Drª Denise Siqueira de Carvalho, Chefe do Departamento de Saúde Comunitária do Setor de Ciências da Saúde da UFPR, pela análise de mérito.

Aos professores do Comitê de Ética em Pesquisa do Setor de Ciências da Saúde da UFPR, pela aprovação.

À minha querida filha, Caroline Carvalho Alves, pela transcrição dos dados.

Ao meu querido enteado Cristiano Brandel Peixer, pela ajuda com as filmagens.

À minha cunhada Marilda Carvalho dos Santos, pelo empréstimo de uma filmadora.

À minha querida esposa Erli Salete Carvalho Alves, por me dar força para acreditar que através da luta, esperança e fé, era possível concluir este trabalho.

SUMÁRIO

APÊNDICES

LISTA DE QUADROS

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

RESUMO

Esta pesquisa investiga a possibilidade de aprendizagem com resolução de problemas aritméticos partindo de práticas adaptadas às peças do jogo de dominó com adolescentes em situação de vulnerabilidade social. A pesquisa foi desenvolvida, com oito adolescentes institucionalizados de idades entre treze e dezessete anos, de 5ª à 8ª séries do Ensino Fundamental, abrigados numa ONG, localizada na Cidade de Mandirituba, Região Metropolitana de Curitiba. Dentre os objetivos da pesquisa foi previsto: conhecer a história de vida dos sujeitos, no contexto escolar, para posterior encaminhamento das atividades; contribuir para o desenvolvimento cognitivo dos adolescentes a partir da resolução de problemas aritméticos; verificar a familiaridade com o domínio das operações básicas da matemática; verificar o uso de estratégias para resolver problemas matemáticos; analisar a habilidade de interpretação de problemas matemáticos e analisar o potencial de adolescentes para resolver problemas utilizando as peças do jogo de dominó. Parte-se do pressuposto de que as intervenções feitas pelo pesquisador, por meio de questionamentos, interferem nos processos cognitivos, uma vez que essa prática leva o sujeito à reflexão e a revisão das ações durante o processo de resolução de problemas matemáticos. A metodologia da pesquisa foi desenvolvida em duas etapas: a primeira etapa contou com uma entrevista semi-estruturada individual, utilizando o Método Clínico de Piaget, de duração aproximada de vinte minutos. A entrevista foi gravada e transcrita em forma de narrativa, onde os sujeitos relataram suas histórias na vida escolar. Isto foi de fundamental importância para que o pesquisador pudesse direcionar as atividades propondo problemas "compatíveis" ao cotidiano dos sujeitos. A segunda etapa da pesquisa contou com uma fase piloto, uma verificação da aprendizagem a partir de um pré-teste escrito e individual, uma sessão de intervenções por grupo mediada pelo pesquisador resolvendo problemas matemáticos adaptados às peças do jogo de dominó e uma verificação da aprendizagem a partir de um pós-teste. As sessões de intervenções envolveram a resolução de oito problemas aritméticos por grupo. A coleta dos dados durante as intervenções foi feita com base no Método Clínico de Piaget. Cada sessão, em dupla, teve duração aproximada de 20 a 30 minutos. A análise dos dados, em ambas as etapas, foi feita adotando a técnica da Análise de Conteúdo de Laurence Bardin (1977). Obtiveram-se os seguintes resultados: presença/ausência do raciocínio hipotético-dedutivo, presença/ausência do raciocínio concreto, presença/ausência no domínio das operações reversíveis, presença/ausência no domínio do pensamento verbal e formal, presença do pensamento egocêntrico, ausência do uso de caminhos algébricos, familiaridade com manipulação do material concreto.

Palavras-chaves: Problemas aritméticos; resolução de problemas; jogo de dominó; adolescentes; crianças em situação de vulnerabilidade social.

ABSTRACT

This research investigates the possibility of learning with arithmetic problems solving working from practices adapted to domino game bones with teenagers in situation of social vulnerability. The research was developed with eight institutionalized teenagers, aged between thirteen and seventeen years, attending 5th to 8th classes of Elementary School, sheltered by a NGO located in Mandirituba, a city in Curitiba Metropolitan Area. Among the research objectives it was foreseen to know the subjects' life background, in school context, for later direction of activities; contributing to the teenagers cognitive development on the basis of arithmetic problems solving; ascertaining the familiarity with the basics of mathematical operations; verifying the use of strategies to solve mathematical problems; analyzing the skill in mathematical problems interpretation and analyzing teenagers potential to solve problems using dominoes game bones. Starting from the presupposition that interventions carried out by the researcher, using questionnaires, interfere in cognitive processes, because this practice leads the subject to reflect upon and review actions during the mathematical problems solving process. The research method was developed in two stages: the first stage consisted in an individual semi-structured interview, using Piaget's Clinical Method, lasting twenty minutes approximately. The interview was recorded and transcribed in narrative format, where the subjects reported their school life stories. This was basically important in order that the researcher could direct the activities, proposing problems "compatible" with the subjects' daily life. The research second stage had a pilot phase, a learning verification using an individual writing pre-test, an intervention session by group, mediated by the researcher, solvind mathematical problems adapted to the dominoes game bones, and a learning checking based on a post-test. Intervention sessions comprised mathematical problems solving by group. Data collection during the interventions was carried out based on Piaget's Clinical Method. Each session, with two persons, lasted approximately 20 to 30 minutes. In both stages, data analysis was performed using Laurence Bardin's Content Analysis (1977). The following results were gotten: presence/absence of hypothetic-deductive reasoning, presence/absence of concrete reasoning, presence/absence of reversible operations domain, presence/absence of verbal and formal thinking, presence of egocentrical thinking, absence of algebraic ways usage, familiarity with concrete material handling.

Key words: Arithmetical problems; problems solving; dominoes game; teenagers; children in social vulnerability situation.

INTRODUÇÃO

Esta dissertação discute como se desenvolve a resolução de problemas aritméticos a partir de práticas adaptadas às peças do jogo de dominó com sujeitos vulneráveis socialmente. Os procedimentos adotados na metodologia foram utilizados tendo como base um dos possíveis caminhos, dentre uma gama, que o jogo de dominó oferece.

As atividades foram desenvolvidas em duplas com adolescentes abrigados numa ONG - Organização Não Governamental, localizada em Mandirituba, Região Metropolitana de Curitiba. O estudo ficou restrito aos conhecimentos matemáticos inerentes ao Ensino Fundamental. Foi um desafio no campo pedagógico em se tratando de sujeitos com históricos escolares distorcidos e com dificuldades em conteúdos elementares da matemática.

Acreditamos, porém, que as atividades em duplas, com o jogo de dominó modificado, contribuíram para uma aprendizagem cooperativa, considerando os valores, as atitudes e o respeito pela opinião do próximo, num exercício concreto de alteridade.

Fizemos intervenções dialogadas a fim de que os sujeitos desenvolvessem flexibilidade em seus pontos de vistas, diante da resolução dos problemas matemáticos dispostos sobre as peças do jogo de dominó.

Acreditamos que uma atividade, a partir de questionamentos dialogados, tendo como ponto de partida a resolução de problemas matemáticos envolvendo o lúdico, pode estimular a reflexão, a criatividade, a cooperação, a reciprocidade, o domínio de poder e a afetividade. Pode, também, levar os sujeitos a vivenciarem novas experiências, sentimentos, aptidões e possibilidades.

Uma atividade em grupo pode conduzir a experiências novas, como também possibilitar a organização e representação dos conhecimentos com novos grupos. Bronfenbrenner (1996) expressa tais possibilidades ao afirmar: “Quando uma pessoa, num ambiente, presta atenção à atividade da outra, ou participa dessa atividade com ela, vai existir uma relação entre ambas”. (BRONFENBRENNER, 1996, p. 47)

Uma relação, segundo esse autor, é a condição que define a existência de uma dupla. Uma dupla ou díade é formada sempre que duas pessoas realizam atividades juntas prestando atenção uma na atividade da outra. Uma díade constitui um contexto crítico para o desenvolvimento.

Esta pesquisa se desenvolve na direção da díade de atividade conjunta. Esse tipo de díade se configura quando duas pessoas se percebem fazendo atividades juntas. Não significa fazerem a mesma atividade, mas sim, as atividades que cada um faz, sendo diferentes, se complementam. “Uma díade de atividade conjunta apresenta condições especialmente favoráveis não só para a aprendizagem no curso da atividade comum, mas também para uma crescente motivação para buscar e completar a atividade quando os participantes não estiverem mais juntos”. (BRONFENBRENNER, 1996, p. 47).

A importância de uma díade de atividade conjunta para o autor, é que ela como qualquer outra, contém certas propriedades:

1- A reciprocidade, isto é, a atividade que um sujeito (A) faz, influencia na atividade que o sujeito (B) faz, e, reciprocamente. Quando o sujeito (A) é solicitado a ler em voz alta um problema matemático, o sujeito (B) precisa estar atento, pois ele é parte integrante do processo. O sujeito (A) coordena sua atividade com a do sujeito (B), e, vice-versa. Para o autor “a necessidade desta coordenação não só favorece a aquisição de habilidades interativas, como também estimula a evolução de um conceito de interdependência, um passo importante no desenvolvimento cognitivo”. (BRONFENBRENNER, 1996, p. 47).

A reciprocidade, além de caracterizar um feedback mútuo entre os elementos nas relações em duplas, ela “motiva” os sujeitos a persistirem e engajarem em padrões de interação progressivos e mais complexos;

2- Equilíbrio do poder, isto é, mesmo que a reciprocidade seja evidente na dupla, um sujeito pode ser mais influente que o outro. Um sujeito (A) pode ser mais experiente que um sujeito (B), neste caso, o sujeito (A) pode dominar o sujeito (B), isto caracteriza o domínio de poder de (A) sobre (B).

Na resolução dos problemas matemáticos em díades, os sujeitos que têm mais facilidades ajudam os que têm menos facilidades, caracterizando o domínio de poder de um sobre o outro. O equilíbrio de poder acontece quando o sujeito (A) entra em acordo/desacordo com o sujeito (B) nas relações dialogadas. Sobre o assunto o autor coloca:

> A participação numa interação diádica oferece a oportunidade de aprender a conceitualizar e a lidar com relações de poder diferenciais, esta aprendizagem contribui simultaneamente para o desenvolvimento cognitivo e social, uma vez que as relações de poder caracterizam os fenômenos físicos e sociais encontrados pela pessoa em crescimento numa variedade de ambientes ecológicos durante toda a sua vida. (BRONFENBRENNER, 1996, p. 47);

3- Relação afetiva, isto é, na medida em que os participantes interagem em relações recíprocas, resolvendo problemas matemáticos podem ocorrer sentimentos mais profundos um em relação ao outro. Esses sentimentos podem ser mutuamente positivos, negativos, ou assimétricos. O sujeito (A) pode gostar do sujeito (B), porém o (B) pode não gostar do (A). Nesta pesquisa as relações afetivas entre os sujeitos das duplas aparentaram-se “saudáveis”, caso contrário, teríamos que permutar os sujeitos formando novas duplas.

Nosso ponto de vista focado na resolução de problemas matemáticos em duplas, utilizando o lúdico, tem como centro de atenção, além da aprendizagem matemática, as relações interpessoais que levam a essa aprendizagem. Para Piaget (1973), cooperar na ação é operar em comum, ajustar por meio de novas operações de reciprocidade as operações executadas por cada um dos parceiros.

Para atender os objetivos previstos na pesquisa planejamos experimentos ou problemas matemáticos “compatíveis” o mais próximo do cotidiano dos sujeitos. Para isso, partimos de uma entrevista a fim de conhecer o terreno em que estávamos pesquisando. Adotamos um padrão de comportamento em contextos diversificados que pudesse possibilitar o fazer e o compreender, a partir da leitura e da interpretação.

Compreender, para Piaget (1978), “consiste em isolar a razão das coisas, enquanto que o fazer é somente utilizá-las com sucesso, o que é certamente, uma condição preliminar da compreensão, mas que esta ultrapassa, visto que atinge um saber que precede a ação” (p. 179).

Buscar caminhos alternativos e facilitadores do ensino de matemática, utilizando-se de estratégias lúdicas, tem sido objeto de pesquisa de vários pesquisadores, tais como Jesus e Fini (2001), Brenelli (1996), Macedo (1997) e Zoia (2004), entre outros.

Trabalhar maneiras, caminhos, métodos inovadores de ensino e de aprendizagem de matemática, partindo de situações motivadoras e desafiadoras, pode servir de estímulo para a compreensão de conteúdos importantes e necessários para a evolução escolar dos nossos estudantes. É isto que nas palavras de Freire (1996), leva-nos:

> De um lado, à crítica e à recusa ao ensino "bancário", de outro, a compreender que, apesar dele, o educando a ele submetido não está fadado a fenecer; em que pese o ensino "bancário", que deforma a necessária criatividade do educando e do educador, o educando a ele sujeitado pode, não por causa do conteúdo cujo "conhecimento" lhe foi transferido, mas por causa do processo mesmo de aprender, dar, como se diz na linguagem popular, à volta por cima e superar o autoritarismo e o erro epistemológico do bancarismo (p.25)

Conforme Calsa (2002), fazer experiências físicas com material em situações experimentais, vivenciadas pelos sujeitos durante a realização dos experimentos, pode surgir fatores que influenciam o desempenho dos grupos envolvidos nos experimentos. A experiência física está relacionada à interação sujeito-material utilizado e, situações experimentais referem-se à interação entre o pesquisador (experimentador) e o sujeito da investigação mediada pelo material utilizado, bem como, às questões a serem resolvidas e as respostas dadas.

Intervir pedagogicamente, com atividades adaptadas às peças do jogo de dominó pode ser um procedimento útil para o desenvolvimento das habilidades de raciocínio e das capacidades de resolver problemas aritméticos. Para isso, procuramos criar situações matemáticas que tenham relações próximas ao cotidiano dos sujeitos envolvidos.

Esses pressupostos, muitas vezes, são desconsiderados no ensino tradicional podendo contribuir para que o sujeito não avance no aprendizado, não só escolar, como também, na vida particular.

Ao resolver um problema de matemática o sujeito poderá ter uma visão própria que muitas vezes é ignorada pelo professor, quando não imposta outra, descontextualizada do seu universo e, em conseqüência, incapaz de ser assimilada. Neste sentido, o sujeito revela dificuldade de aprender o que é ensinado e tão pouco faz algo para aprender.

Pesquisas desenvolvidas por Carraher & Schliemann (1994), apontam que a resolução de problemas matemáticos está presente na vida das pessoas, ou seja, faz parte da atividade do sujeito quando compra, quando vende, quando mede, quando constrói paredes, quando faz o jogo da esquina.

Porém, na aula, o sujeito faz contas para ganhar boas notas, para passar de ano, o que torna o ensino da matemática distante da realidade, descontextualizado, sem aplicação real.

O papel do professor é de extrema relevância no ensino, dada a potencialidade que possui no desencadear das atividades pedagógicas utilizando o material didático adequado e monitorando as atividades. Porém, ao resolver problemas matemáticos, muitas vezes o professor negligencia os processos mentais relacionados ao aprendizado, ficando preso à exploração de conteúdos matemáticos específicos. De acordo com Freire (1996), o respeito à natureza do ser humano implica no ensino de conteúdos que não "pode dar-se alheio à formação moral do educando" (p. 33). Para Freire (1996), ensinar não é "transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua produção ou sua construção" (p. 22)

O ensino da matemática a partir de tarefas como a resolução de problemas tem sido objeto de estudo constante. Taxa (2001), salienta que uma psicopedagogia da matemática deveria focar esforços em estudos das estratégias de resolução de problemas aritméticos, tais como problemas envolvendo adição, subtração, multiplicação e divisão.

Por outro lado, os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998) apregoam que a resolução de problemas deve ser ponto de partida da atividade matemática.

Trabalhos como os de Brito *et al*., (1998); Fini e Taxa (1998-2000) e Taxa (2001), demonstram que a resolução de problemas aritméticos verbais está distante de ser uma mera aplicação de fórmulas matemáticas. Esses tipos de problemas, quando trabalhados em sala de aula, supõem um processo da construção de conceitos.

Esta pesquisa envolve sujeitos com históricos escolares distorcidos, em função de não terem tido oportunidade de estarem na escola na idade correta. No entanto, são sujeitos que possuem seus valores, crenças, dificuldades, diferenças, capacidades e habilidades próprias.

Esses valores merecem o reconhecimento no meio social. A participação dos sujeitos, suas experiências acumuladas e suas manifestações nas atividades precisam ser respeitadas, uma vez que não somos portadores de todas as verdades.

1 APRESETAÇÃO DO CAMPO DA PESQUISA

A pesquisa foi desenvolvida numa ONG – Organização Não Governamental, localizada no Município de Mandirituba, Estado do Paraná. A base da metodologia de trabalho da ONG perpassa todos os seus objetivos, metas, decisões e atividades.

A ONG foi criada oficialmente em 1991. Antes disso, o grupo de fundadores partilhou anos de trabalho voluntário em comunidades carentes e nas ruas. Faziam parte desse grupo, moradores das comunidades onde o trabalho teve início. Pessoas simples, que conheciam bem as dificuldades geradas pela exclusão e possuíam uma grande sensibilidade para perceber necessidades ainda maiores do que as suas. Amor, solidariedade, idealismo e dedicação foram os grandes fundamentos do trabalho que deram origem à ONG.

Quando iniciou as primeiras atividades, na década de 1980, o grupo não possuía experiência ou formação específica. Sua intenção inicial era acolher e conviver com meninos e meninas que viviam nas ruas de Curitiba. Junto deles, foi construída a proposta de um abrigo com características definidas a partir de suas necessidades.

Foram os primeiros meninos atendidos, por exemplo, os responsáveis pela escolha de uma ONG, a partir dos argumentos de que isso proporcionaria:

O resgate das raízes familiares – a maioria dos meninos pertencia a famílias vindas de áreas rurais; logo, sentiam falta do contato com a terra.

A convivência com a natureza e com os animais – os meninos sempre afirmavam que se sentiam mais seguros entre as árvores e animais, porque estes, ao contrário da sociedade, não os machucavam.

A distância das drogas – os meninos queriam ficar longe dos pontos de fácil acesso às drogas para suportar melhor as crises de abstinência e ampliar as chances de superar o vício. Diante do desafio, o grupo se fortaleceu, dando início a uma importante rede de colaboração, entrando em contato com diversos setores da sociedade para realizar este sonho de crianças e adolescentes que era, antes de tudo, um direito fundamental.

Através de doações a ONG foi criada. A construção da primeira casa, assim como todos os trabalhos seguintes, contou com a participação ativa dos meninos que formaram a primeira turma. A convivência fraterna e a celebração de cada conquista foram marcantes nessa etapa, onde ainda se enfrentava enormes dificuldades.

Os desafios seguintes foram a aceitação da comunidade, o apoio do poder público e a formação constante dos educadores para a tarefa de resgatar meninos com históricos de negligência, abandono, violência, exploração e dependência química.

Para o êxito do trabalho, percebeu-se também a importância da abordagem de rua – obtendo a adesão dos meninos para a permanência livre e espontânea na ONG, assim como do apoio às famílias – que necessitavam de orientação e formação em muitos aspectos – e da reconstrução dos vínculos familiares dos meninos. Finalmente, sentiu-se a necessidade de sistematizar o aprendizado e as experiências de todos numa proposta pedagógica sensível à realidade dos meninos e coerente com suas necessidades.

O estudo dos princípios da Constituição Federal Brasileira e do Estatuto da Criança e do Adolescente foi importante nessa etapa, mostrando que a criança e o adolescente devem ser prioridades máximas de toda a sociedade.

Gradativamente, a ONG conquistou também o apoio de professores e instituições de ensino. A parceria com a Universidade Federal do Paraná e outras instituições de ensino superior, trouxeram novas contribuições para a proposta que vinha sendo construída. As raízes estavam firmes na experiência e nos ideais de garantir a autonomia e a cidadania dos meninos, entendidos como o centro de todas as ações e decisões. Veio complementá-las, a fundamentação teórica, a partir de autores como Paulo Freire e Jean Piaget. O processo resultou numa proposta pedagógica avançada de acordo com os pilares indicados abaixo:

Aprender a ser: O desenvolvimento integral (físico, intelectual, emocional, moral e espiritual) do menino é uma das grandes preocupações de todo o trabalho realizado pela ONG. Envolve duas linhas de ação:

Garantia de condições para uma sobrevivência digna – moradia, alimentação adequada, cuidados com a saúde, atividades físicas e contato com a natureza, entre outros;

Formação de uma personalidade saudável, com potencial para a realização e a felicidade do menino – através de muita afetividade; acompanhamento psicológico; construção da auto-estima e da autoconfiança; estímulo à autonomia e ao protagonismo (dentro da ONG e na sociedade, tornando-o agente de sua própria promoção); educação preventiva no âmbito da sexualidade e em relação à violência e ao uso de drogas lícitas ou ilícitas (bem como a reversão dos quadros de dependência já existentes); formação de valores para balizar as escolhas e ações individuais dos meninos; participação em diversas atividades lúdicas artísticas e comunitárias.

O apoio aos educadores e demais membros da equipe, com respeito às diferenças e individualidades, oferecendo as condições para o pleno desenvolvimento de seus potenciais também é contemplado pela metodologia de trabalho.

Aprender a conviver**:** Quando chegam à ONG, os meninos já enfrentaram graves situações de negligência, abandono, exploração, violência e exclusão, tanto na família, quanto na sociedade. Portanto, necessitam da aprendizagem de novas formas de convivência familiar e comunitária. Daí a preocupação da equipe em resgatar os vínculos familiares, oferecendo-lhes orientação e formação, além de trabalhar com o menino a construção de valores humanos, a descoberta dos limites, a afetividade, a superação dos vícios e a resiliência.

Há também o cuidado com o relacionamento e a solução de conflitos, por meio do diálogo e da mútua responsabilidade. Nesse ambiente, o menino convive com uma ampla diversidade humana, pois divide o espaço com muitos outros meninos, de diferentes locais, realidades, comportamentos e valores – hoje eles tem idades entre 6 e 18 anos.

Os meninos também aprendem regras, participando ativamente de sua elaboração e aplicação, num processo de educação em valores humanos com vistas à paz e à cidadania. Além disso, a proposta de inclusão tem ênfase na convivência comunitária, levando os meninos e a equipe a participar de iniciativas das comunidades vizinhas, além de receber seus membros para compartilhar benefícios sociais (como a clínica médica e odontológica, entre outros), debater problemas na busca de soluções em conjunto, participar de atividades esportivas, lúdicas e formativas, em momentos de integração e confraternização.

O relacionamento da equipe entre si e com os meninos é outra preocupação da entidade, que favorece o diálogo e a mediação de conflitos como instrumentos para fortalecer os laços de afeto, companheirismo e solidariedade entre os seus membros e colaboradores.

Aprender a aprender**:** Educação é prioridade máxima da ONG, que entende a inclusão no ensino formal como requisito básico para a promoção de crianças e adolescentes, garantindo-lhes o exercício da cidadania. Entretanto, o difícil histórico dos meninos que abriga resulta em dificuldades para acompanhar o ritmo de estudos nas escolas, devido a aspectos como: escolarização tardia, má nutrição, abuso de drogas, marcas de violência, experiências frustrantes, etc. Uma vez inseridos no ensino formal, dificuldades, cognitivas e sociais interferem significativamente nos progressos escolares, o que pede ações diferenciadas, como atividades pedagógicas motivadoras, que atendam suas necessidades específicas, através de afetividade, respostas às dificuldades individuais, acesso a instrumentos de emancipação social e situações criativas de aprendizagem.

Diante desse quadro, desejando a permanência e o êxito dos meninos nas escolas, a ONG promove o acompanhamento escolar, que se divide em várias ações. Além de momentos para esclarecer dúvidas em relação aos conteúdos escolares (de diversas disciplinas, com ênfase em Língua Portuguesa e Matemática), ele inclui atividades pedagógicas lúdicas, variadas, criativas e reflexivas, recorrendo a músicas, literatura e contação de histórias, jogos, vivências e outros caminhos para atingir seus objetivos. As instalações da ONG contam com biblioteca, laboratório de informática, salas de estudos e vídeo, além de educadores sociais, professores com formação específica, voluntários e contratados, pedagoga, professores e bolsistas da UFPR (contratados através de programas e projetos de extensão universitária).

A pedagoga da ONG é ainda responsável por visitas periódicas às 05 (cinco) escolas freqüentadas pelos meninos, a fim de conversar com professores e equipes pedagógicas sobre a aprendizagem e o comportamento de cada um.

Também fazem parte da concepção de educação integral o aconselhamento, as atividades lúdicas dirigidas e não dirigidas, que estimulam a criatividade, o senso crítico, a autonomia e o trabalho em equipe. Em todas as etapas, os meninos participam de avaliações do processo, junto aos demais atores envolvidos. Além disso, privilegia-se a atualização e a formação continuada dos educadores, contando com a equipe multidisciplinar e a rede de apoio à proposta pedagógica em grupos de estudo, cursos e eventos internos direcionados à linguagem, às necessidades e potenciais da equipe.

Existe ainda o apoio no retorno de alguns ao ensino formal, bem como a participação em cursos, eventos e outras atividades externas de formação, em parceria com universidades, movimentos sociais e outros. Sem esquecer a sua participação ativa e direta em todas as atividades realizadas.

Com essa metodologia, que parte de objetivos claros e concretos, a equipe da ONG, que ainda conta com membros e colaboradores que ajudaram a criá-la, pode avaliar constantemente a sua trajetória e realizar os ajustes que se fazem necessários, não tem a pretensão de acertar sempre, mas a responsabilidade de melhorar cada vez mais, através do diálogo e da participação de todos os envolvidos. Um dos parâmetros que indicam ser este um bom caminho, é dado por um significativo número de ex-meninos bem sucedidos em novas etapas de vida, com destaque para a presença de alguns como educadores na ONG, além de sua participação nesta e em outras entidades sociais que procuram melhorar a realidade das nossas crianças e adolescentes.

2 CONTRIBUIÇÕES DE PAULO FREIRE PARA ESTA PESQUISA

É possível argumentar quais implicações a obra Pedagogia da Autonomia de Paulo Freire (1996), contribui para esta pesquisa, na medida em que nos colocamos na posição de professor quando conduzimos nossa metodologia de trabalho. Cabe fazer correlação, inicialmente, entre o que o autor chama de rigorosidade metódica e as práticas adotadas por professores quando conduzem o ensino.

Muitos professores, particularmente no ensino da matemática, adotam uma postura empirista, ao conduzir o saber, tendo como base uma perspectiva diretiva, centrada em si, que monopoliza o conhecimento.

O sujeito da aprendizagem, nessa visão, é visto como "tábula rasa" segundo Becker (1993). O ensino e visto como bancário por Freire (1996). Outros acham que o sujeito já tem consigo o conhecimento, bastando apenas explorá-lo. Esta concepção inatista ou apriorista transfere a responsabilidade da aprendizagem ao sujeito, sendo assim o professor nada tem a fazer. No entanto, há aqueles que acreditam na concepção construtivista onde sujeito e professor são partes integrantes de um mesmo processo de ensino e aprendizagem.

Ensinar com rigorosidade metódica, exige "quebra" de saberes enraizados, impregnados, produzidos historicamente pelos professores, que não podem ser arbitrariamente modificados. Porém, o que não deve acontecer, é que esses saberes empíricos, historicizados, sejam simplesmente transferidos aos educandos.

Ao adotar uma metodologia centrada no diálogo, a rigorosidade metódica é vista no sentido de ser cuidadoso ao construir o saber, caminhando lado a lado com o educando igualmente sujeitos do processo.

É uma postura diferente da postura epistemológica com base apenas na subjetividade, ou, na experiência própria dos professores. Porém, o importante nesse contexto, é o reconhecimento do educando como sujeito da aprendizagem e dos educadores como fundamental. No momento em que o educador toma consciência de que sua tarefa como docente não é apenas o ensino de conteúdos pré-estabelecidos, mas também toma consciência de que deve ensinar o sujeito a pensar certo.

O pensar certo do ponto de vista crítico, segundo Freire (1996), está relacionado ao ciclo gnosiológico, onde a curiosidade ingênua submetida à rigorosidade metódica passa à curiosidade epistêmica.

> A curiosidade ingênua, de que resulta indiscutivelmente certo saber, não importa que metodicamente desrigoroso, é a que caracteriza o senso comum. O saber de pura experiência feito. Pensar certo, do ponto de vista do professor, tanto implica o respeito ao senso comum no processo de sua necessária superação quanto o respeito e o estímulo à capacidade criadora do educando. Implica o compromisso do educador com a consciência crítica do educando cuja "promoção" da ingenuidade não se faz automaticamente (p. 29).

Os sujeitos desta pesquisa trazem nas suas histórias de vida, crenças, valores, saberes, limitações, construídos socialmente, que precisam ser respeitados pelos educadores. O pensar certo aqui seria tentar correlacionar esses saberes com o ensino dos conteúdos a serem aprendidos. Por que não discutir com os alunos a realidade concreta associando os conteúdos de forma contextualizada com base nas experiências de vida dos alunos?

Cabe aqui uma pergunta de Delval (2001): "Será que a aprendizagem escolar é eficiente tanto quanto a aprendizagem do cotidiano dos alunos?" (p. 6).

Ensinar para Freire exige criticidade. O autor não vê na diferença e na distância existente entre ingenuidade e criticidade e entre saber empírico e saber rigoroso metodicamente, uma ruptura, mas sim, uma superação. Para ele a "superação e não a ruptura se dá na medida em que a curiosidade ingênua, sem deixar de ser curiosidade, pelo contrário, continuando a ser curiosidade, se criticiza" (p. 31).

É esse saber do senso comum que os alunos trazem nas suas histórias de vida que precisa ser submetido à crítica.

A curiosidade ingênua relacionada ao saber do senso comum é a mesma curiosidade, que submetida à crítica, aproxima-se, a partir do rigor metódico (cuidadoso) ao objeto cognoscente, tornado-se assim, curiosidade epistemológica, mudando de qualidade, mas prevalecendo sua essência. "(...) a promoção da ingenuidade para a criticidade não se dá automaticamente, uma das tarefas precípuas da prática educativo-progressista é exatamente o desenvolvimento da curiosidade crítica, insatisfeita, indócil" (p. 32).

Ensinar exige respeitar as diferenças, as dificuldades, a natureza do ser humano, suas capacidades cognitivas e metacognitivas, é um procedimento ético. Não dá para pensar o ser humano longe, da ética, muito menos fora dela. "(...) transformar a experiência educativa em puro treinamento técnico é amesquinhar o que há de fundamentalmente humano no exercício educativo: o seu caráter formador” (p. 33).

Nossa proposta psicopedagógica, para o ensino da resolução de problemas matemáticos a partir do lúdico, está longe de caracterizar verdade absoluta, muito menos tem como intenção substituir outros procedimentos de ensino. No entanto, procura levar em conta as capacidades que os sujeitos disponibilizam dentro dos possíveis para solucionarem os problemas matemáticos propostos. Até por que, o que é problema para uma pessoa, nem sempre é para outra, isso caracteriza o respeito às diferenças.

Pensar certo, para Freire (1996), demanda a existência de sujeitos pensadores mediados por objetos onde irão incidir o pensar.

A reflexão crítica sobre a prática demanda uma relação dinâmica e dialética entre o fazer e o pensar sobre o fazer, é um procedimento metacognitivo. “O pensamento certo que supera o ingênuo tem que ser produzido pelo próprio aprendiz em comunhão com o(a) professor(a). É preciso, por outro lado, reinsistir em que a matriz do pensar ingênuo como a do crítico é a curiosidade” (FREIRE, 1996, p. 39).

“Ensinar exige respeito, bom senso e autonomia do ser do educando” (FREIRE, 1996, p. 59 - 61). O professor que não respeita a curiosidade do aluno, a sua inquietação, sua linguagem, que o ironiza, que o minimiza, que age com falta de educação, tanto quanto o professor que não cumpre o seu dever de educador, de propor limites à liberdade dos alunos, que acha que o aluno deve aprender sozinho, que não está presente nas suas experiências, está transgredindo os princípios éticos fundamentais do exercício de professor.

Freire nega o aprendizado a partir da memorização mecânica, nesse caso o aprendiz é mais paciente da transferência do conteúdo do que sujeitos críticos, curiosos e epistemológicos, àquele sujeito que constrói o conhecimento participando ativamente com o objeto. É essa “habilidade de aprender a substantividade do objeto que nos é possível reconstruir um mau aprendizado, o em que o aprendiz foi puro paciente da transferência do conhecimento feita pelo educador” (p. 69).

“Ensinar exige a convicção de que a mudança é possível”. (FREIRE, 1996, p. 76):

> (...) Ninguém pode estar no mundo, com o mundo e com os outros de forma neutra. Não posso estar no mundo de luvas nas mãos constatando apenas. A acomodação em mim é apenas caminho para a inserção, que implica decisão, escolha, intervenção na realidade. Há perguntas a serem feitas insistentemente por todos nós e que nos fazem ver a impossibilidade de estudar por estudar. De estudar descomprometidamente como se misteriosamente, de repente, nada tivéssemos que ver com o mundo, um lá fora e distante mundo, alheado de nós e nós dele (ibid. p.77).

"Ensinar exige curiosidade". (FREIRE, 1996, p. 84). O conhecimento de algum objeto demanda curiosidade, criticidade, observação, delimitação do objeto, aproximação metódica, capacidade de fazer comparação, capacidade de indagação.

É importante que alunos e professores saibam que suas posturas como educador(a) e educando(a) tem base no diálogo, e que esse processo dialógico, é aberto, curioso, indagador enquanto falam e ouvem.

Professores e alunos devem se assumir como seres epistemológicos curiosos. Nessa visão freireana, o bom professor é aquele que, ao falar provoca o aluno na sua intimidade, apresenta aulas desafiantes, provocativas, promove a curiosidade espontânea à curiosidade epistemológica:

> Como professor não me é possível ajudar o educando a superar sua ignorância se não supero permanentemente a minha. Não posso ensinar o que não sei. Mas, este, repito, não é saber de que apenas devo falar e falar com palavras que o vento leva. É saber, pelo contrário, que devo viver concretamente com os educandos. (FREIRE, 1996. p. 95).

Nesta frase, Freire chama atenção quanto à capacidade do(a) professor(a) em sala de aula, a capacidade de ensinar bem os conteúdos, porém o(a) professor(a) não deve reduzir a prática docente somente ao ensino dos conteúdos, esse é um procedimento funcional pedagógico.

Há outras considerações que o professor precisa estar atento: o comportamento ético do ensino dos conteúdos, a decência em ensiná-lo, o ponto de vista científico envolvido, o respeito ao educando(a), suas experiências, seus saberes, cuja busca de superação o cabe. Porém, professores ou professoras insistem em depositar os conteúdos nos alunos, em vez de estimular os desafios, a aprender a substantividade dos mesmos.

> Meu papel como professor, ao ensinar o conteúdo a ou b, não é apenas o de me esforçar para, com clareza máxima, descrever a substantividade do conteúdo para que o aluno o fixe. Meu papel fundamental, ao falar com clareza sobre o objeto, é incitar o aluno a fim de que ele, com os materiais que ofereço, produza a compreensão do objeto em lugar de recebê-la, na íntegra, de mim. Ele precisa se apropriar da inteligência do conteúdo para que a verdadeira relação de comunicação entre mim, como professor, e ele, como aluno se estabeleça. (FREIRE, 1996, p. 118).

Mais uma vez, Freire deixa claro que ensinar não é transferir conteúdos aos educandos. Da mesma forma que aprender não tem nada que ver com a memorização dos conteúdos transferidos pelo professor. Ensinar e aprender exige um esforço metodicamente crítico do(a) professor(a) que tende a ir de encontro ao esforço crítico do aluno como sujeito da aprendizagem.

Ensinar não é transferir a inteligência do objeto ao educando(a), mas instigá-lo no sentido de que, como sujeito cognoscente, seja capaz de compreender e comunicar o que compreendeu. “É neste sentido que se impõe a mim escutar o educando(a) em suas dúvidas, em seus receios, em sua incompetência provisória”. (FREIRE, 1996, p. 119).

No entanto, o educando(a) precisa assumir o papel de produtor(a) da sua própria inteligência como sujeito cognoscente e não apenas o de receptor(a) daquilo que é transferido pelo professor(a). “Quanto mais me torno capaz de me afirmar como sujeito que pode conhecer tanto melhor desempenho minha aptidão para fazê-lo”. (FREIRE, 1996, p. 124).

Tais contribuições de Freire são de extrema importância para esta pesquisa, no momento que, na visão de professor, procuramos conhecer o sujeito no mundo em que vivia e vive, para depois, com muita cautela, pensarmos num procedimento de ensino, que a nosso ver, pode ser apropriado.

Ao trazer uma metodologia de ensino partindo de práticas pedagógicas com o jogo de dominó modificado, o pesquisador tenta: assumir o papel de mediador da aprendizagem; promover um aprendizado mais autônomo desenvolvendo a capacidade de diálogo entre os sujeitos; explorar as capacidades de reflexão sobre o fazer do outro, respeitando as diferenças e seus pontos de vistas, buscando através de um aprendizado de dupla via uma forma cooperativa para aprender os conteúdos matemáticos que pretende ensinar.

Como professor, procuro conhecer as dimensões caracterizadas pela minha experiência, o que me parece tornar mais seguro e preciso durante a prática em conjunto. Procuro também, conhecer as características gerais e particulares dos sujeitos para proporcionar um aprendizado mais significativo.

O ensino voltado ao aprendizado técnico, à memorização mecânica, está longe de garantir a aprendizagem. Nossa intenção é proporcionar um aprendizado onde o sujeito possa ser visto como participante ativo no processo, refletindo sobre suas ações, isso é de extrema relevância para o desenvolvimento do potencial para o avanço da aprendizagem escolar.

3 ASPECTOS COGNITVOS E METACOGNITVOS NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

Qualquer tipo de problema de matemática pode ser dividido em componentes de processamento de informação (STERNBERG, 1992). Esses componentes são as operações mentais, as habilidades e os conhecimentos que o sujeito necessita para resolver um determinado problema de matemática.

A solução de problemas de matemática pode ser dividida em duas partes: representação do problema ou a conversão para uma representação interna e a solução do problema através da aplicação das operações matemáticas à representação interna para obter a resposta desejada (STERNBERG, 1992).

A Resolução de Problemas tem sido um campo de investigação onde concentra muitos estudos: Pozo (1998), Krulik e Reys (1997), Polya (1995), Borralho (1994), Vieira (2001), Loos (2004), Sternberg (1992). No entanto, uma questão muito discutida nas pesquisas está relacionada com a prática de resolução de problemas no ensino e aprendizagem de matemática. Essa questão exige tanto do professor quanto do estudante o domínio de habilidades relacionadas às capacidades cognitivas, metacognitivas e afetivas subjacentes ao processo (BORRALHO, 1994).

Dos aspectos cognitivos e afetivos influentes na resolução de problemas de matemática, destacam-se no modelo de Charles e Lester (citado por BORRALHO, 1994): capacidade espacial, capacidade lógica, capacidade de leitura, pressão, motivação, interesse, stress, resistência aos bloqueios prematuros, perseverança, familiaridade com o contexto e o conteúdo do problema, idade e familiaridade com o domínio das estratégias de resolução.

São variáveis que podem influenciar negativamente no processo, cabendo ao sujeito auto-regular, controlar e monitorar ativamente as ações cognitivas e afetivas durante a tarefa. A capacidade de monitorar a atividade está ligada à capacidade que o indivíduo tem de auto-avaliar aquilo que faz enquanto resolve um problema de matemática de acordo com uma instrução dada.

As capacidades metacognitivas estão relacionadas aos conhecimentos que o aluno possui acerca dos seus processos de pensamentos; como descreve e toma consciência dos seus próprios pensamentos; como auto-regula e auto-controla o que está por fazer e como conduz as ações durante a resolução de problemas de matemática (BORRALHO, 1994).

Para Boruchovitch e Bzuneck (2004), um estudante se torna auto-regulado, quando aprende a perseguir seus objetivos, quando age com motivação intrínseca, prioriza a meta, se envolve motivacional e afetivamente com a tarefa, planeja, decide, age com autonomia, sabe utilizar as estratégias cognitivas e metacognitivas, avalia cada situação, antecipa situações e implicações.

São os processos cognitivos, afetivos e de auto-regulação que dão garantia ao sujeito para se ter êxito na aprendizagem com resolução de problemas. A aprendizagem auto-regulada permite que o sujeito tenha um comportamento proativo, que seja regulador dos seus próprios processos de aprendizagem, que sejam participantes ativos desse processo e sejam promotores do próprio desempenho.

Utilizando-se da metacognição, para Vieira (2001), o sujeito que resolve problemas de matemática tem informações sobre seu próprio processo de resolução, podendo supervisionar o resultado encontrado.

Para compreender os mecanismos utilizados pelos sujeitos nas tarefas, "é preciso, em primeiro lugar, observar e acompanhar suas tendências cognitivas, de maneira a reconhecer seus próprios julgamentos e os elementos sobre os quais eles se apóiam para justificar sua metacognição". (VIEIRA, 2001, p. 2).

O controle dos processos cognitivos ocorre através das interações entre conhecimento metacognitivo; experiências metacognitivas; objetivos influenciados por essas experiências e as ações ou estratégias utilizadas para atingir os objetivos desejados.

É importante ressaltar que há sujeitos que resolvem problemas matemáticos que são experientes e há também, os principiantes. De modo geral, a diferença entre os dois é que o experiente sabe melhor escolher o caminho adequado para a solução do problema, sabe reconhecer o que é importante no problema, descartando o que é acessório, abandonando aquilo que nada tem a oferecer e optando por caminhos promissores.

Segundo Boruchovitch e Bzuneck (2004), as dificuldades surgidas durante a resolução de problemas, não se deve a falta de capacidade dos sujeitos, ou as dificuldades relacionadas ao conteúdo, mas sim, porque o pensamento dos sujeitos se mantém truncado, desarticulado e que o impedem de resolver o problema ou de manifestar a capacidade de raciocinar.

Garcia, citado por Vieira (2001), salienta que as dificuldades da aprendizagem com resolução de problemas de matemática podem afetar diferentes áreas envolvidas no processo tais como: atenção, impulsividade, linguagem, leitura e escrita, memória, auto-estima e habilidades sociais.

Frente à concepção desse autor, pode-se dizer que a falta de compreensão "estrutural" da linguagem trazida no enunciado do problema, ou seja, como o problema é apresentado ao resolvedor, pode refletir em uma representação mental inadequada e, com isso, o insucesso nos objetivos.

Outro fator relevante a ser considerado é a variável afetiva motivação. A motivação pode ser intrínseca ou extrínseca. Se o sujeito não estiver "motivado" para a atividade matemática com resolução de problemas ou tiver uma atitude negativa face ao problema, o processo pode ser afetado.

É necessário que o professor tente formar nos estudantes uma relação ativa e favorável. Uma atitude poderá ser obtida proporcionando a correta organização e execução do ensino e da atividade matemática. Porém isso não se obtém de forma direta e espontânea, mas sim, através da criação consciente e planificada influenciadas pelas condições pedagógicas. Para complementar, Borralho (1994) acrescenta:

> A inclusão ativa do aluno na resolução de problemas de matemática requer, acima de tudo, que se incuta, por parte do professor, um papel ativo ao aluno durante o ensino, isto é, concebê-lo como na realidade é: um agente ativo sujeito do seu próprio ensino. Assim, a participação do professor deve ser dosada, de modo a aumentar a atividade independente do aluno na resolução de problemas. (BORRALHO, 1994, p. 102).

Mas que fatores poderiam estar relacionados à "motivação" para a resolução de problemas de matemática? "As respostas a essa questão podem variar desde a curiosidade individual até o medo das conseqüências se a solução não for entregue amanhã, mas uma consideração fundamental deve ser a maneira como o problema é formulado". (BUTTS, 1997, p. 32).

Na concepção de Butts (1997), a aprendizagem com resolução de problemas demanda que o professor, principal envolvido no processo, proporcione aos estudantes, caminhos alternativos, tais como: escolher bons problemas a serem resolvidos, problemas interessantes, que chamem a atenção, que provoque o interesse, que faça o aluno “ficar a fim”.

Sobre o assunto Polya (1995) coloca: “o problema pode ser modesto, mas se ele desafiar a curiosidade e puser em jogo as faculdades inventivas, quem o resolver por seus próprios meios, experimentará a tensão e gozará o triunfo da descoberta”. (POLYA, 1995, p. 5).

Para Freire (1996), uma das tarefas essenciais do professor é:

> Trabalhar com os educandos a rigorosidade metódica com que devem se “aproximar” dos objetos cognoscíveis. E esta rigorosidade metódica não tem nada que ver com o discurso “bancário” meramente transferidor do perfil do objeto ou do conteúdo. É exatamente neste sentido que ensinar não se esgota no “tratamento” do objeto ou do conteúdo, superficialmente feito, mas se alonga à produção das condições em que aprender criticamente é possível. E essas condições implicam ou exigem a presença de educadores e de educandos criadores, instigadores, inquietos, rigorosamente curiosos, humildes e persistentes (p. 26)

Loos (2004) considera a ansiedade uma variável afetiva que pode interferir no processo de resolução de problemas de matemática. A ansiedade está ligada às:

> Dificuldades que os indivíduos enfrentam para dominar a tarefa, mas que pode passar a interferir, tanto nas relações interpessoais, como nas próprias construções cognitivas. O nível de ansiedade será maior ou menor de acordo com as propensões individuais e dependerá, também, da maneira com que cada um representa para si a situação que está sendo vivenciada. A ansiedade interferirá quando os conflitos cognitivos entram em ação, sobretudo na maneira de gerenciar tais conflitos e de conduzir a discussão a um fechamento (p. 565).

De acordo com Cemen (1987), a ansiedade pode estar relacionada a um estado de desconforto que ocorre diante das situações envolvendo as tarefas matemáticas que podem se manifestar como tensão, sentimento de impotência, medo, aflição, vergonha, perda de habilidades frente à tarefa e falta de concentração.

Dentre os fatores intelectuais, Cemen (1987), relaciona: os estilos de aprendizagem, as atitudes, a falta de persistência nas tarefas, as incertezas quanto ao próprio potencial, a falta de confiança na habilidade matemática e a ausência de percepção da utilidade da matemática.

Cabe ressaltar o que alguns autores apresentam a respeito do conceito “problema”: um problema existe quando estamos diante de uma situação desafiadora e que precisamos superar algum obstáculo da vida a fim de atingir um determinado objetivo (PCN, 1998). O que é problema para uma pessoa nem sempre é para outra, depende do conhecimento que cada uma das pessoas possui.

Borralho (1994, p. 70), considera um problema como sendo: ”Um obstáculo que se encontra entre a situação dada e a meta, obrigando o sujeito a considerar os possíveis caminhos para a resolução”.

Morgan (citado por BORRALHO,1994, p. 70), apresenta outra definição: “Um indivíduo está perante uma situação problemática quando existem alguns elementos ou condições conhecidas e outros elementos ou condições desconhecidas, e a questão depende de descobrir como tratar os fatores desconhecidos da situação”.

Lester (citado por BORRALHO, 1994, p. 71) entende que: “problema é uma tarefa na qual o indivíduo ou grupo se confronta com a necessidade de encontrar uma solução, não possuindo um procedimento diretamente acessível que garanta a solução”.

Citemos um exemplo de uma situação problemática muito comum no campo do ensino matemático. Se, ao invés de pedir aos alunos que resolvam a seguinte expressão matemática: $b + 10 = 15$, pedíssemos que respondessem: “antes eu tinha dez figurinhas agora tenho quinze quantas eu ganhei?”, nas duas situações temos um problema a ser resolvido, só que a diferença entre elas é que, no segundo caso, o estudante é obrigado a realizar a interpretação do problema dentro de uma contextualização, para depois apresentar a solução.

Quando bem feita a interpretação do problema, não há necessidade da construção de fórmulas ou de algum algoritmo, a resposta pode vir com mais facilidade.

Salmon (1995) destaca a analogia como sendo um fator importante para a resolução de problemas de matemática. Ao fazer analogia, o sujeito busca as relações semelhantes entre os objetos em comparação, as relações de identidade dos objetos de estudo.

Concluir alguma coisa por analogia implica que o sujeito auto-regule, controle e monitore tudo o que está ao redor da tarefa a ser resolvida. Nesse sentido está buscando as relações de semelhanças existentes entre os objetos a serem comparados, dessa forma, a analogia pode ser forte ou fraca.

Por sua vez, Leblanc, Proudfit, Putt (1997), dão suas contribuições ao apontarem que um problema deve exigir do aprendiz o uso de estratégias não algorítmicas para sua solução, os problemas devem permitir a curiosidade dos alunos, o desenvolvimento da sua criatividade, iniciativa e a capacidade de desenvolver habilidades. Além disso, devem:

> Fornecer aos alunos uma oportunidade para inventar métodos criativos de solução, para compartilhar seus métodos com os colegas e para criar confiança na resolução. Alguns problemas propiciam também aos alunos a oportunidade de sentirem o prazer do trabalho com resolução de problemas matemáticos. (LEBLANC; PROUDFIT; PUTT, 1997, p. 150).

A resolução de problemas, no entanto, demanda algumas considerações adicionais: a) a experiência do aprendiz; b) a capacidade de interpretação do problema; c) o contexto em que o problema está inserido; d) as capacidades cognitivas dos alunos, etc.

Para Polya (1995), a resolução de problemas demanda, ainda que o professor colabore com o aprendiz de forma natural, colocando-se em seu lugar, indicando um passo ou fazendo uma pergunta, procurando conhecer seu ponto de vista para, assim, perceber o grau de conhecimento deste em relação ao problema proposto. Propõe quatro fases durante a resolução de problemas de matemática: a) a compreensão do problema; b) o estabelecimento de um plano de resolução; c) a execução do plano e d) uma retrospectiva da solução apresentada.

Ao tentar compreender o problema, o estudante deve perceber com clareza o objetivo que pretende atingir. Para isso é indispensável que analise detalhadamente o enunciado até encontrar a incógnita pretendida. Além de entender o problema o estudante precisa *querer* resolvê-lo; por isso, o professor deve escolher problemas interessantes e que não sejam difíceis e nem fáceis demais.

Para Deguire (1997) é importante que o professor apresente o problema em forma de história, isto facilitaria a compreensão possibilitando o “ataque” de imediato à solução do problema.

O plano de resolução demanda as operações matemáticas, os cálculos, que precisam ser feitos para obter a incógnita. O professor deve provocar discretamente uma “idéia luminosa”, ajudando os estudantes, fazendo perguntas como: Você sabe a reposta do problema? Que tipo de problema é esse? Há outra maneira de fazer esse cálculo?

A execução do plano consiste em percorrer o caminho que se decidiu seguir e, portanto, precisa ser muito bem entendido e pensado de modo que não reste nenhum ponto obscuro.

Após o resultado, o trabalho não deve ser dado como pronto. É preciso verificar se há outros caminhos para chegar ao mesmo resultado. É o momento que o aluno tem de refletir sobre o que fez. Fazer uma revisão crítica, tentar perceber a resolução do problema de imediato.

Polya (1995, p. 29-89) considera importantes no processo de resolução de problemas: "o uso da analogia; as condições que o problema apresenta; o conhecimento do aluno frente ao problema; as incógnitas; os caminhos a serem percorridos; os elementos auxiliares; e as heurísticas".

É comum na resolução de problemas não sabermos como "atacá-lo" de imediato. Uma indagação do tipo: "conhece um problema parecido?" visa recordar o conhecimento que o aluno possui frente ao problema a ser resolvido.

A incógnita do problema é o que se quer descobrir, o objetivo a ser alcançado. Quando desejamos alguma coisa, devemos buscar caminhos para obtê-la. Quais são os caminhos que devemos percorrer para atingir tal objetivo? Quais as causas que nos ajudariam a alcançar o resultado procurado? É possível chegar ao resultado por um caminho diferente?

A heurística tem por objetivo entender a prática das formas adotadas para descobrir a resolução de um problema. Subentende os procedimentos adotados durante o processo de resolução, em particular, os aspectos cognitivos que envolvem o processo de resolução de problema.

Visa, ainda, o comportamento do educando face ao problema e pressupõe o diálogo harmônico entre professor e estudante. Implicitamente, descreve o pensamento como um discurso mental, ou seja, o diálogo do pensador com ele próprio. O raciocínio heurístico não se considera acabado, apenas provisório. A resposta final de um problema, contudo, pode depender do resultado provisório.

Na tentativa de correlacionar o que foi exposto neste capítulo ao problema da pesquisa, foi necessário identificarmos os fatores pertinentes aos objetivos propostos e aos indicadores ou variáveis emergentes na discussão. Os fatores cognitivos inerentes ao processo com resolução de problemas foram discutidos dentro de uma gama de variáveis que surgiram a partir das intervenções dialogadas com os grupos.

A resolução de problemas em duplas permite ir além da observação das ações recíprocas (BRONFENBRENNER, 1996). Permite também verificar o tipo de estratégia que o sujeito usa para justificar a resposta dada ao problema.

Esses procedimentos de procura da solução de problemas matemáticos dependem da capacidade de interpretação, do domínio da linguagem e da escrita, da capacidade de auto-regular o pensamento e gerenciar o que é possível.

Para Piaget (1985), quando desejamos atualizar uma idéia é, necessariamente, preciso supor que a mesma seja possível. Para ele, o possível “não é algo observável, mas o produto de uma construção do sujeito, em interação com as propriedades do objeto” (p.7).

Quando propomos analisar o potencial para resolver problemas com as peças do jogo de dominó, inspiramos uma aprendizagem cooperativa aspirando construir a compreensão, daquilo que o sujeito consegue dominar em pensamento e se é capaz de explicitar tais pensamentos após as interações sociais mediadas.

Para Piaget (1978), compreender “é conseguir dominar, em pensamento, as mesmas situações até poder resolver os problemas por elas levantados” (p. 176).

De acordo com Teixeira (2005), as concepções dos estudantes se tornam menos estereotipadas se vivenciarem um conjunto de situações diferentes envolvendo objetos e relações matemáticas. Nesse sentido é necessário observar como os educandos trabalham e se relacionam com os objetos matemáticos. Isso é possível por meio da análise e discussão dos comentários e das representações que trazem quando resolvem problemas matemáticos.

Em síntese: resolver problemas matemáticos é de fundamental importância para o desenvolvimento dos processos cognitivos e metacognitivos dos sujeitos; a resolução de problemas matemáticos é um campo de pesquisa muito estudado na Educação Matemática; quando os sujeitos resolvem problemas matemáticos têm oportunidades de testarem suas habilidades próprias de auto-regulação dos processos de aprendizagem; a resolução de problemas matemáticos numa visão interacionista está distante da concepção “bancária” muito presente no ensino tradicional dessa disciplina na escola.

4 ALGUMAS ABORDAGENS SOBRE PROBLEMAS ARITMÉTICOS

A aritmética estuda os números e suas combinações através da adição, subtração, multiplicação e divisão. A operação aritmética da adição é indicada com o sinal positivo (+); a subtração é representada pelo sinal negativo (-), é a operação inversa da adição. O cálculo da subtração aritmética pode tornar-se fácil, desde que se tenha o subtraendo maior do que o minuendo. Mas, se a operação for inversa, não é tão simples, visto ser percebida a partir do conceito de números negativos.

Aritmética, segundo Michaelis (1998), moderno dicionário da Língua Portuguesa, “é a Ciência que estuda as propriedades dos números e as operações que com eles se podem realizar” (p. 213).

Diante dessa definição de aritmética, podemos chamar de problemas aritméticos, aqueles problemas que, para sua solução, os sujeitos precisam manipular os dados numéricos, trabalhando com eles, para se chegar à solução numérica. No entanto, os dados numéricos, podem não estar explícitos ao problema, cabendo ao aprendiz sua identificação. São problemas cujas informações estão relacionadas, geralmente, a uma quantidade, dessa forma, a estratégia de resolução está baseada no cálculo matemático, na compreensão dos dados ou na utilização de fórmulas (Pozo *et al*., 1998).

É comum encontrarmos alunos com dificuldades para operar com problemas envolvendo operações elementares como adição e subtração. Muitas vezes, atribuem à operação de adição o sentido de “ganhar” alguma coisa, e, à operação de subtração, o sentido de “perda” de alguma coisa. Para os alunos, a resolução de problemas aritméticos significa fazer conta envolvendo o enunciado, seja ele, entendido ou não.

É interessante perceber como as crianças resolvem problemas matemáticos, muitas seguem uma seqüência numérica de maneira ordenada, levando em conta a ordem das operações matemáticas: fazendo primeiro a adição, depois a subtração, e, por último, a multiplicação e a divisão. Algumas crianças escolhem caminhos ao acaso na procura da solução dos problemas matemáticos, revelando possuírem experiências próprias quando querem resolver seus problemas.

A título de curiosidade, citemos um exemplo de um “problema” adaptado da Revista Educação e Matemática, n° 14, no artigo de Costa (1990, p. 7). “A mãe de

João comprou três metros de tecido a cento e trinta e cinco escudos o metro. Que idade tem a mãe de João?"

Numa experiência feita em sala de aula, uma aluna da 6ª série do Ensino Fundamental, apresentou uma "resposta" a esse "problema" como segue abaixo:

a) 3 x 135, dá 405. Uma pessoa não pode viver 405 anos; b) 135 + 3, dá 138. É uma idade bastante grande para uma pessoa viver; c) 135 – 3, dá 132. Também é bastante grande; d) 135 ÷ 3, dá 45. "Resposta": A mãe de João tem 45 anos.

Se levarmos em conta que num problema de matemática deve existir coerência entre seus dados e a pergunta a ser respondida, podemos dizer que essa questão, dentro do contexto matemático, não constitui um verdadeiro problema, uma vez que a pergunta, nada tem a ver com os dados fornecidos. Porém, pode-se dizer que existe aí, uma situação problemática proposta aos alunos.

A aluna, ao ver-se numa situação de "ansiedade", e querendo livrar-se dela, procurou resposta para aquilo que a "incomodava". O fato de ter encontrado o número 45 não significa ser a idade correta. Quarenta e cinco anos é uma idade possível para uma pessoa viver, mas, nesse caso, não podemos afirmar nada.

Se mudássemos os dados do "problema" para 15 metros de tecido a 135 escudos o metro, provavelmente a aluna, ao fazer o cálculo 135 ÷ 15 = 9, poderia concluir, que 9 anos, poderia ser a idade da mãe de João, e, talvez, não se desse conta do absurdo de ser uma pessoa mãe, com tão pouca idade.

A tentativa da aluna ao "resolver" o "problema" proposto revela, dentre outras coisas, algumas possibilidades de raciocínio efetivadas ao descartar soluções, enquanto que a necessidade de fornecer uma resposta operando com os dados incompatíveis pode estar relacionada a falta de familiaridade com problemas onde os dados não sejam adequados.

Retomemos a pergunta clássica de Butts (1997, p. 32), "o que é que levaria alguém a querer resolver um problema"?. Muitos fatores podem estar presentes, no entanto, um deles, é a forma com que o problema é apresentado aos alunos.

Os estudos de Carraher & Schliemann (1995), demonstram que crianças de famílias de baixa renda utilizam os conhecimentos matemáticos para solucionar seus problemas na vida cotidiana com muito sucesso. Porém, essas mesmas crianças, apresentam dificuldades na escola quando se trata de formalizar o que fizeram, ou seja, têm dificuldades de escrever o que fizeram na prática.

A matemática aí é utilizada, segundo essas pesquisas, como meio de sobrevivência. Isso evidencia que as crianças saem-se melhor porque estão vivenciando uma situação real, que, para elas pode ser essencial. O contraste, no entanto, está na maneira convencional utilizada pela escola quando utiliza lápis e papel.

Carraher *et al*. (1982), citada por Guimarães (1998), chama atenção, em seus estudos com crianças de 9 a 15 anos, com escolaridade entre 3ª e 8ª séries do primeiro grau, quanto ao desempenho dos estudantes na escola serem inferior ao desempenho fora dela, a partir de testes formais e informais, envolvendo problemas verbais de Matemática, num contexto em que as crianças já viviam (transações comerciais), por exemplo.

Essas pesquisas tinham por objetivo descobrir os processos utilizados pelos sujeitos para chegarem às respostas dos problemas. Os resultados apontaram para a diferença entre as formas de resolução dos problemas utilizadas pelos estudantes nos diferentes contextos. Os sujeitos utilizavam métodos de resolução de problemas que, embora corretos, não eram considerados pela escola.

É de extrema importância proporcionar reflexões sobre resolução de problemas aritméticos na escola. É também, necessário, que o(a) professor(a) saiba criar bons problemas para serem resolvidos pelos estudantes, problemas que agucem a curiosidade, que exijam a criação de estratégias de solução. Isso pode proporcionar estímulos para a evolução na aprendizagem com resolução de problemas matemáticos.

Os problemas do tipo sentença lingüística, para serem resolvidos, não basta uma simples manipulação de algum algoritmo matemático, é necessário que o aluno leia o problema e interprete-o para depois arriscar uma possibilidade de solução. Dentro desse contexto, a resolução de problemas contribui para a importância do desenvolvimento de habilidades fundamentais na produção de conceitos e criação de outros repertórios matemáticos.

Para resolver um problema de matemática na forma de sentença lingüística, o aprendiz necessita, saber correlacionar a linguagem escrita à linguagem padronizada ou específica da matemática, identificando a incógnita, manipulando as variáveis relevantes e efetuando as operações pertinentes para se chegar à solução desejada.

Se, por exemplo, quiséssemos comparar duas situações problemas: a) a expressão matemática: y + 5 = 15, quanto vale y? e b) a sentença lingüística: "antes eu tinha cinco bolinhas de gude, agora tenho quinze. Quantas bolinhas eu ganhei"? Os problemas são os mesmos, no entanto, o primeiro caso, representa o segundo, através da linguagem padronizada formada por símbolos.

As pesquisas de Hiebert in: Haydu, *et al.*, (2005), analisaram o padrão de comportamento de estudantes de 1ª série na resolução de problemas de adição e subtração em relação à posição da incógnita. Por exemplo: posição *a,* x + 2 = 7, posição *b,* 2 + x =7, posição *c*, 2 + 5 = x. Os resultados demonstraram, que nesse tipo de problema, as crianças criavam estratégias específicas, particularmente, quando a incógnita localizava na posição *b* e *c*. O que não acontecia, quando a incógnita aparecia na posição *a*. As estratégias de solução dos problemas quando a incógnita estava na posição *b* e *c* eram as mesmas, porém diferentes quando os problemas tinham a incógnita na posição *a*. O autor conclui que:

> A complexidade relativa de um problema, para o grupo de participantes que investigou, estava relacionada com a possibilidade de representar o problema por meio de objetos, e esta possibilidade era dependente da ordem das informações. A ordem das informações no enunciado de um protocolo determina, por sua vez, a posição que a incógnita ocupa (p.45).

Outra estratégia utilizada na resolução de problemas aparece na pesquisa de Skemp in Haydu, *et, al.*, (2005), onde o autor utilizou o modelo da balança[1] para a solução de problemas com estudantes da pré-escola e do ensino fundamental. Os resultados apontaram aumento no número de respostas corretas na solução de problemas aritméticos de adição e subtração, bem como demonstraram diminuição na diferença do desempenho quando os estudantes resolviam problemas envolvendo a posição da incógnita.

Capovilla, César, Capovilla e Haydu, *et al.*, (2005), concluíram em seus estudos com resolução de problemas aritméticos envolvendo adição e subtração "que as estratégias utilizadas para chegar à solução dos problemas apresentados

---

[1] É possível utilizar uma balança de dois pratos para solucionar problemas de multiplicação, divisão, adição e de subtração, envolvendo equações. Por exemplo: a equação 5.x = 10, pode ser representada por um peso de 10 kg em um dos pratos equilibrando com 5 pesos de 2 kg no outro prato. O que caracteriza o cálculo da incógnita x numa situação abstrata sem utilizar o procedimento tradicional de isolamento da incógnita de um lado da igualdade.

na forma de balança diferem daquelas utilizadas para os apresentados sob a forma de sentença lingüística” (p.45).

Os estudos de Haydu, Mazzo, Isquierdo, Pires e Batista, de acordo com Haydu, *et al.*, (2005), sobre resolução de problemas do tipo sentença lingüística e de balança, onde a posição da incógnita foi manipulada, demonstraram que a forma de apresentação dos problemas e a posição da incógnita são variáveis que interferem no desempenho dos participantes.

Verificou-se que nos problemas de sentença lingüística, o maior índice de acertos ocorreu quando os estudantes resolviam os problemas cuja incógnita estava na posição *c*. Enquanto que para os problemas cuja incógnita se encontrava na posição *a* e *b,* o resultado não foi muito diferente.

Nos problemas aritméticos em forma de sentenças lingüísticas que propomos, estão implícitas, às incógnitas nas posições *a, b* e *c,* no entanto, como um dos nossos objetivos é verificar o uso de estratégias para resolver problemas, não necessariamente, pelo o uso de procedimentos algébricos, então reconhecer o valor desconhecido dos problemas por estratégias algébricas não é relevante, neste caso.

Os problemas propostos permitem perceber a posição das incógnitas, porém qualquer estratégia utilizada para explicar a solução do problema é considerada pelo pesquisador. Nesta pesquisa, o sujeito é livre para apresentar a solução dos problemas, seja escrita literalmente, seja escrita matematicamente. No entanto, a criação de estratégias depende da forma que o sujeito interpreta o problema a ser resolvido. Os sujeitos resolvem os problemas como os entendem e de acordo com caminho dos possíveis, conforme aponta Piaget (1985).

Em síntese: a resolução de problemas envolve a manipulação de variáveis numéricas; os sujeitos resolvem os problemas matemáticos atribuindo-lhes uma forma ordenada em seus pensamentos; ao resolver um problema do tipo sentença lingüística o sujeito apresenta uma predisposição em vistas da capacidade de concentração e interpretação, a fim de perceber a ligação entre os dados apresentados literalmente e os apresentados em forma algébrica.

5 O JOGO DE DOMINÓ COMO INSTRUMENTO PARA A CONSTRUÇÃO DA APRENDIZAGEM MATEMÁTICA

Este capítulo tem a intenção de articular o que alguns autores relatam sobre a importância do jogo de dominó como instrumento para aprendizagem matemática.

O jogo de dominó[2], na sua característica tradicional, é bem popular no Brasil. É muito utilizado para brincadeiras com adultos e crianças. Sua origem é milenar. Há indicações de que foi criado aproximadamente há 300 anos pelos chineses.

Há uma analogia entre o jogo de dominó e o jogo de dados. Ambos têm representações numéricas em suas faces. São depressões que representam números. Cada peça do jogo de dominó corresponde ao lançamento de dois dados.

Existe uma grande variação quanto ao número de peças do jogo de dominó, os dominós brasileiros têm vinte e oito peças, cada peça contém dois números e estão distribuídas da seguinte forma: 0-0 0-1,0-2,0-3,0-4,0-5,0-6; 1-1,1-2,1-3,1-4, 1-5,1-6; 2-2,2-3,2-4,2-5,2-6, 3-3,3-4,3-5,3-6; 4-4,4-5,4-6; 5-5,5-6 e 6-6.

O jogo de dominó pode ser utilizado de várias maneiras, além da sua forma tradicional, dada sua riqueza. O material dominó possibilita uma variedade de atividades que ajudam no desenvolvimento do raciocínio lógico e aritmético das crianças (MACEDO, 1997). No entanto, sua utilização no contexto educacional demanda haver planejamento e organização. Sua utilidade é muito importante seja em atividade individual ou grupal.

Dada a diversidade do uso desse material pedagógico como instrumento complementar de ensino, uma maneira é propor situações problemas que possam ser resolvidas a partir dos valores das peças. O investigador cria problemas, estabelecendo uma lógica, entre os resultados e os números de 0 a 6, correspondentes às peças do jogo.

Macedo (1997) coloca que ao utilizar jogos como instrumento de ensino, o professor pode escolher qualquer tipo, desde que consiga transformá-lo em situações desafiantes para os alunos. Para ele, o jogo de dominó é útil não somente na sua forma tradicional, mas também nas mais variadas situações para produção de conhecimentos.

---

[2] Fonte: MACEDO, L., PETTY, A . L. S.; PASSOS, N. C.; (1997).

O jogo de dominó permite a observação e análise do sujeito do que pode ser mantido ou modificado nas estratégias adotadas pelo jogador, para se chegar ao resultado mais preciso de um problema.

Sendo assim, pode funcionar como “regulador” do seu desempenho. Macedo acredita que “o dominó pode ser utilizado, não somente na sua forma tradicional, mas pode também apresentar situações das mais variadas, que podem servir como instrumento para a produção de conhecimentos”. (MACEDO, 1997, p. 122).

O jogo de dominó não só deve ser considerado na maneira tradicional, mas também como um material que pode ser transformado em situações desafiantes e significativas para que os estudantes integrem seus conhecimentos intuitivos e empíricos a um saber do ponto de vista mais abstrato desejado pela escola.

Reconhecer o jogo de dominó para a resolução das situações problemas no ensino, pode ser um recurso de interesse para incrementar as atividades de sala de aula valorizando mais o processo de aquisição do conhecimento dos estudantes.

Macedo, citado por Brenelli (1996), levanta a hipótese de que jogos são instrumentos poderosos para a análise dos processos de pensamento e construção do conhecimento considerando os limites de cada um. Jogos, particularmente os de regras, são característicos por proporem aos educandos uma situação problema como objetivo a ser alcançado, no entanto, para isso, um conjunto de regras deve ser cumprido.

Sob o ponto de vista da psicopedagogia a importância desta atividade é a de “permitir, ainda que indiretamente, uma aproximação do mundo mental da criança, pela análise dos meios, dos procedimentos utilizados ou construídos durante o jogo”. (BRENELLI, 1996, p. 25).

Os jogos podem ser considerados como meios para a compreensão dos processos cognitivos dos estudantes. De acordo com Piaget (2006), os jogos desenvolvem as percepções e a inteligência da criança, desenvolvem também, suas tendências a fazer experimentações, bem como, seus instintos sociais.

O jogo, para ele, é considerado um meio poderoso para a aprendizagem, é por esse motivo que “em todo lugar onde se consegue transformar em jogo a iniciação à leitura, ao cálculo, ou à ortografia, observa-se que as crianças se apaixonam por essas ocupações comumente tidas como maçantes”. (PIAGET, 2006, p.158-159).

Esta colocação de Piaget sugere um aprendizado na relação do sujeito com o meio, seja ele físico ou social, mas não de maneira isolada, é preciso agir sobre o meio, estimulá-lo, modificá-lo. Sugere também que aulas expositivas e explicações do tipo verbal normalmente são maçantes, causando o desprazer na aprendizagem e, conseqüentemente, insuficiente para garantir a construção do conhecimento.

Jesus e Fini (2001) apresentam uma alternativa para a aprendizagem significativa de matemática através do jogo de regra dominó, proporcionando condições para que os sujeitos pratiquem mentalmente as operações matemáticas com números naturais. Para esses autores, os sujeitos envolvidos com o jogo de dominó estão propiciando ajuda mútua no processo educativo, no contexto de sua interação social. Além disso, esse jogo proporciona aos estudantes com dificuldades de aprendizagem, motivações e estímulos à participação.

> Os recursos ou materiais de manipulação de todo o tipo, destinados a atrair o aluno para o aprendizado matemático, podem fazer com que ele focalize com atenção e concentração o conteúdo a ser aprendido. Estes recursos poderão atuar como catalisadores do processo natural de aprendizagem, aumentando a motivação e estimulando o aluno, de modo a aumentar a quantidade e a qualidade de seus estudos. (JESUS & FINI, 2001, p. 139).

Brenelli (1996) coloca que a aprendizagem de determinados conteúdos da matemática não se constitui através de técnicas de memorização. Neste caso, qual é então, o melhor caminho que possa permitir um aprendizado significativo dos conteúdos essenciais da matemática?

Uma resposta a essa questão pode ser adotando o jogo de dominó em situações de aprendizagem que proporcionem a evolução da compreensão e do domínio de conteúdos matemáticos a partir de desafios. As situações desafiantes ao “mexer” com o cognitivo do sujeito podem proporcionar um aprendizado mais significativo. Quando um sujeito age sobre um material concreto, o aprendizado pode se tornar agradável e prazeroso, os sujeitos podem demonstrar interesse em aprender.

Conforme aponta Moreira (citado por BRENELLI,1996), trabalhar a educação matemática numa perspectiva de jogos, não deve ser considerá-la como brincadeira, mas sim, a brincadeira como suporte para a evolução de conteúdos sistematizados.

Nessa concepção está implícita a idéia de que jogos são bons instrumentos para o ensino de matemática. Se levados a sério, podem servir para a introdução de novas dinâmicas em salas de aulas, promovendo motivações para os estudantes e para os professores, servindo de experiências gratificantes.

Nesta visão, o trabalho do professor a partir de jogos, consiste num processo de aprendizagem que interliga pensamentos abstratos a partir de um contexto empírico, socialmente construído, correlacionando trocas de experiências em busca do conhecimento e da tomada de consciência das abstrações pertinentes.

Piaget (1978) se refere a duas abstrações: a abstração empírica que se dá a partir dos objetos, permitindo que o sujeito perceba alguma particularidade do objeto e a abstração reflexiva que se refere às coordenações das ações dos sujeitos sobre os objetos. Por exemplo: um cálculo a ser feito envolvendo diretamente o objeto, refere-se à abstração empírica, já a utilização dos processos transitivos necessários à conclusão do cálculo, refere-se à abstração reflexiva.

A abstração reflexiva para Piaget (1978) corresponde aos "momentos sucessivos da tomada de consciência e da compreensão" (p. 134) e depende do nível cognitivo que o sujeito está.

Zoia (2004) coloca que se o professor souber elaborar materiais concretos e fizer perguntas adequadas, está criando alternativas para que as crianças cheguem à solução até mesmo de problemas considerados complexos. "A utilização de material concreto e as solicitações de justificativas da solução de cada problema apresentam-se como recursos eficientes para permitir acompanhar e reconhecer o raciocínio dos alunos". (ZOIA, 2004, p. 54).

Um exemplo disso pode ser encontrado na proposta de Jesus e Fini (2001), tal como segue: qual é o valor de x na expressão: $x + 3 = 9$? Ao invés de pedir para que os alunos indiquem a resposta de $x + 3 = 9$, pode ser pedido que respondam: "já tive três anos, agora tenho nove", quantos anos se passaram?

Ambas são situações problemas, que podem ser adaptadas ao jogo de dominó e que exigem raciocínio. "A diferença é que, no segundo caso, o aluno obriga-se a realizar uma interpretação da linguagem falada, para depois, transformá-la na linguagem matemática". (ECHEVERRÍA[3] *apud* POZO, 1998, p. 49).

[3] Tipos de problemas no ensino de matemática: Departamento de Psicologia Básica, Faculdade de Psicologia da Universidade Autônoma de Madrid.

Se a interpretação for bem feita, a resposta do problema pode surgir por caminhos diferentes daqueles que exigem a construção de algoritmos ou necessitam da utilização de fórmulas específicas.

Para Macedo (1997), a compreensão de uma situação apresentada por escrito pode ser até mais difícil do que solucionar o próprio problema, no sentido de que “ao ler, ainda que apenas uma frase, é necessário um trabalho de interpretação de texto, sem o qual não é possível sequer arriscar uma resposta”. (MACEDO, 1997 p. 108). Essa possibilidade de transformar o jogo em texto implica:

> (...) interpretar as informações nele contidas, fazendo dessa situação algo que, por correspondência, pode substituir o jogo, tornando-o passível de repetição. Todo esse processo dá, aos alunos, professores e psicopedagogos condição de rever os procedimentos adotados, visando melhorar a qualidade das ações executadas. (MACEDO, 1997, p.108-109).

Nesta perspectiva, a partir da leitura, o conhecimento novo e a assimilação desse conhecimento ficam condicionados às habilidades e as dificuldades expressas pelos sujeitos. Os sujeitos utilizam suas próprias habilidades para resolverem seus problemas, respondem para si mesmos às perturbações provocadas pela assimilação do novo conhecimento.

Becker (1993) aponta que o conhecimento se constitui a partir da interação entre sujeito e meio, mas não de forma isolada. O meio precisa ser estimulado, modificado, pois, por si só, não se caracteriza estímulo. Nem o sujeito, sozinho, se caracteriza como sujeito. É preciso que haja a inter-relação entre sujeito e meio para haver conhecimento.

A observação de Becker (1993) nos permite proceder a uma avaliação em nível da interpretação e da compreensão que os alunos demonstram durante o processo de ensino e aprendizagem com resolução de problemas de matemática: As familiaridades com a linguagem, as dificuldades de interpretação e a apropriação do saber proposto pelo material podem implicar na resolução de problemas.

As dificuldades apresentadas pelos alunos diante de uma situação problema podem estar relacionadas à Zona de Desenvolvimento Proximal expressa por Vygotsky (1991). Esse autor coloca que a zona de desenvolvimento está relacionada com a distância entre o nível de desenvolvimento real (o que sujeito é capaz de fazer sozinho) e o nível de desenvolvimento potencial (aquilo que o sujeito pode desenvolver com a ajuda ou a orientação de um companheiro ou de uma pessoa mais velha).

Quando se deseja trabalhar conteúdos matemáticos utilizando as peças do jogo de dominó como instrumento de ensino, o professor tem uma série de possibilidades e variações que podem ser utilizadas. No entanto, é importante que saiba transformá-las em situações desafiadoras e prazerosas para os educandos.

Piaget (1972) quando argumenta sobre os processos de reversibilidade das operações básicas da matemática, tal como: a operação inversa da adição é a subtração, a da multiplicação é a divisão, entende que esses processos estão ligados ao caráter específico da inteligência do aluno.

É possível pensar que ao adaptar as operações matemáticas às peças do jogo de dominó através de problemas, poderemos estar contribuindo para que os alunos desempenhem o conhecimento das operações reversíveis da matemática durante a interação com seu parceiro. Nesse ponto de vista, Piaget (1972), reconhece que os alunos podem "construir hipóteses e depois afastá-las para voltar ao ponto de partida, percorrer um caminho e refazê-lo no sentido inverso". (PIAGET, 1972, p. 25). O pensamento segundo Piaget (1972) é livre para fazer opções de escolha, desta forma o sujeito pode chegar a um mesmo resultado utilizando caminhos diversificados.

Os trabalhos de Kamii (1992, 1994 e 1995), citados por Guimarães (1998), apontam à necessidade de repensar o ensino da Matemática:

> Os professores deveriam propor mais desafios às crianças, permitindo que, por meio de suas experiências, descobertas, questões e representações, possam passar da ação à operação, construindo seus conhecimentos. Com isso, a Matemática deixaria de valorizar os procedimentos mecânicos que, do ponto de vista piagetiano, não garantem que houve realmente construção (p. 17).

Quando se deseja analisar capacidades para resolver problemas matemáticos a partir de situações adaptadas às peças do jogo de dominó, é necessário propor caminhos alternativos que levem os sujeitos a se envolverem com uma variedade de problemas matemáticos. Não basta saber resolver um problema para se ter capacidade como resolvedor, mas, compreendendo os caminhos, pode ser que algum sujeito tente a solução de outros problemas, em outros contextos.

Sternberg (1992) diz que um método que pode ser útil para avaliar à importância de atividades estratégicas é instruir os educandos para utilizar bem essas estratégias. Como nosso desejo é analisar o potencial dos sujeitos para resolverem problemas adaptados às peças do jogo, uma boa estratégia é fazer uso da intervenção dialogada.

Tais intervenções interferem nas capacidades cognitivas dos sujeitos, uma vez que necessitam rever suas ações quando solicitados a explicarem os procedimentos de resolução adotados. As estratégias proporcionadas pelo material servem de estímulos no momento que, após as intervenções, os sujeitos retornam ao seu ponto de partida para tomarem decisões individualizadas (procurar as respostas dos problemas no tablado do jogo de dominó).

As intervenções podem ser um meio que possibilite aos sujeitos exteriorizar as representações internas que possuem dos objetos discutidos, manifestando através da comunicação verbal e de símbolos ou notações que são expressões usuais da matemática. Sobre o assunto, Teixeira (2005) acrescenta: “a apreensão conceitual dos objetos matemáticos depende da coordenação de vários registros de representação semiótica e mediante essa coordenação ocorre dissociação entre objetos e suas representações possíveis” (p. 23).

Em síntese: as dificuldades apresentadas pelos sujeitos da pesquisa requerem novos procedimentos de ensino no campo da Educação Matemática; uma possibilidade de estarem trocando conhecimentos a partir da interação com o meio concreto é viável tendo em vista a importância dada pelos autores citados; um ambiente de aprendizagem matemática com foco no jogo de dominó modificado é relevante dada às diversas possibilidades que o jogo permite; as intervenções dialogadas são procedimentos de ensino de dupla via onde pesquisador-aluno-pesquisador interagem através de ações recíprocas num ambiente agradável, incluindo saberes e valores manifestados no processo.

6 METODOLOGIA

Para o desenvolvimento desta pesquisa foi feito um estudo, parcialmente descritivo, no momento que apresentamos estatisticamente, os percentuais de acertos dos sujeitos no pré-teste e no pós-teste. Segundo Sampieri (1998), nesse tipo de estudo o pesquisador pode selecionar uma série de questões, medir cada uma delas, no sentido de precisar um valor, para depois descrever o que deseja.

Por outro lado, trata-se de um estudo parcialmente correlacional, uma vez que apresentamos uma série de indicadores, que se manifestam em “grau maior ou menor”, diante da variedade de problemas matemáticos discutidos com os sujeitos. A parte descritiva enquadra-se numa análise quantitativa, enquanto que a correlacional, faz parte de uma análise qualitativa.

Adota-se o conceito de pesquisa qualitativa na visão de Lüdke (1986), levando em conta que: são apresentadas com freqüência, citações dos sujeitos para esclarecer um ponto de vista; nossa preocupação é o processo de aprendizagem e não o produto; o foco de atenção são os diferentes pontos de vistas e significados que os sujeitos atribuem às intervenções do pesquisador, ou seja, como os sujeitos encaram as questões que estão sendo tratadas.

Não se trata de uma pesquisa experimental e nem quase experimental, e sim, de intervenções, no sentido de estar presente, dialogando com os sujeitos organizados em duplas. Tais intervenções implicam numa série de indicadores que foram analisados, discutidos e justificados a partir de citações relativas aos pontos de vistas dos sujeitos diante dos problemas matemáticos em discussão.

Os resultados das intervenções não foram quantificados estatisticamente, nosso interesse não é o número de acertos ou erros dos sujeitos, e sim, a forma com que se manifestam na presença do pesquisador e do seu parceiro quando se expressam e formalizam suas manifestações resolvendo problemas matemáticos.

6.1 PROBLEMA DA PESQUISA

Esta pesquisa teve a intenção de buscar resposta ao seguinte problema:

Como se desenvolve a resolução de problemas adaptados às peças do jogo de dominó com crianças em situação de vulnerabilidade social?

6.2 OBJETIVOS

6.2.1 Geral

- Contribuir para o desenvolvimento cognitivo resolvendo problemas aritméticos em duplas.

6.2.2 Específicos

a. Conhecer a história de vida dos sujeitos, no contexto escolar, para posterior encaminhamento das atividades matemáticas;
b. Verificar a familiaridade com o domínio das operações básicas;
c. Verificar o uso de estratégias para resolver problemas;
d. Analisar a habilidade de interpretação de problemas matemáticos;
e. Analisar o potencial para resolver problemas utilizando as peças do jogo de dominó em duplas.

6.3 PRESSUPOSTO

Partimos do pressuposto de que: as intervenções feitas pelo pesquisador através de questionamentos, interferem nos processos cognitivos, uma vez que essa prática leva o sujeito à reflexão e a revisão das ações durante o processo de resolução de problemas matemáticos.

6.4 SELEÇÃO DOS SUJEITOS

6.4.1 Características dos sujeitos

Os sujeitos desta pesquisa são:

- Adolescentes do sexo masculino abrigados na ONG;
- Regularmente matriculados nas escolas de 5ª a 8ª séries do Ensino Fundamental;
- As idades variam entre 13 e 17 anos;
- Apresentam históricos escolares distorcidos em função da idade e série;
- Apresentam dificuldades em conteúdos elementares da matemática na escola;

- São sujeitos vulneráveis socialmente que sofreram negligência, abandono, conflito com a lei, abuso de drogas, etc.

6.4.2 Escolha dos sujeitos.

- O critério de escolha dos sujeitos foi aleatório, consideramos apenas a idade e a série em que estavam matriculados na escola;
- Foram escolhidos 10 (dez) sujeitos para o estudo inicial – 02 de 13 anos, 5ª série, 03 de 14 anos, 6ª série, 01 de 15 anos, 5ª série, 01 de 15 anos, 8ª série, 01 de 16 anos, 5ª série, 01 de 16 anos, 7ª série e 01 de 17 anos, 6ª série;
- Dos 10 (dez) participantes acima, ficaram 08 (oito) para o estudo principal, 02 (dois) desistiram da pesquisa - 01 de 13 anos, 5ª série, 03 de 14 anos, 6ª série, 01 de 15 anos, 8ª série, 01 de 16 anos, 7ª série, 01 de 17 anos, 6ª série e 01 de 16 anos, 5ª série.

6.5 PROCEDIMENTOS DE COLETA DOS DADOS

A coleta dos dados deu-se da seguinte maneira:

- Um estudo piloto com quatro sujeitos onde mensuramos os erros nas operações básicas de matemática envolvendo a resolução de problemas;
- Uma entrevista semi-estruturada utilizando o Método Clínico de Piaget;
- Um pré-teste individual contendo quatro problemas aritméticos – anexo I;
- Uma sessão de intervenções por grupo, onde dialogamos oito problemas diferentes para cada grupo, adaptados às peças do jogo de dominó utilizando o Método Clínico de Piaget;
- Um pós-teste individual imediatamente após o término da sessão de intervenções por grupo - anexo II.

6.5.1 Estudo piloto[4]

O pesquisador distribuiu 56 problemas individualmente para quatro sujeitos: (JF) 13 anos, 6ª série, (LAEL) 14 anos, 6ª série, (WAL) 12 anos, 5ª série e (RSS) 14 anos, 6ª série. Os sujeitos (LAEL) e (WAL), só participaram do piloto, enquanto que (JF) e (RSS), continuaram fazendo parte da pesquisa. O pré-teste individual e escrito teve por objetivo verificar a capacidade do domínio das operações de adição, subtração, multiplicação e divisão. Os problemas matemáticos que foram disponibilizados aos sujeitos no piloto, são os mesmos problemas dialogados nas intervenções. O resultado está demonstrado no quadro abaixo.

QUADRO 01 - RESULTADO DO PRÉ-TESTE/ESTUDO PILOTO.

------------	***Wal***		***Lael***		***JF***		***RSS***	
operação	**Erros**		**Erros**		**Erros**		**Erros**	
+	0		0		1		4	
-	1		1		8		5	
×	3		1		3		6	
÷	2		0		10		8	
total	6		2		22		23	

O quadro 01 demonstra o número de erros dos sujeitos nas operações de adição, subtração, multiplicação e divisão.

Após feita a correção dos 56 problemas apresentados aos sujeitos, de acordo com o anexo IV, mostramos no quadro acima, a operação matemática que mais erros apresenta. A operação de divisão, está em primeiro lugar, seguida pelas operações de subtração e de multiplicação. De acordo com (PIAGET, 1985, p. 72), essas construções “são sintetizadas numa composição simultânea ao invés de serem efetuadas sucessivamente”.

Os dois sujeitos que mais apresentaram erros nas contas de matemática foram (JF) 13 anos, 6ª série e (RSS) 14 anos, 6ª série. Com esses dois sujeitos praticamos 03 sessões experimentais e 02 pós – testes.

---

[4] O estudo piloto foi discutido no IX EPREM – Encontro Paranaense de Educação Matemática em Assis Chateaubriand em 2007 e tem como titulo: “O Jogo de Dominó Como Espaço Para a Construção do Conhecimento Matemático” e está publicado em mídia – CD.

O primeiro pós-teste aconteceu imediatamente após as sessões experimentais e o segundo, uma semana depois. Na discussão dos resultados foi verificado uma melhora que pode ser considerada significativa no desempenho de (JF) e de (RSS) em comparação ao pré-teste, o que motivou a continuidade da pesquisa.

As sessões experimentais foram feitas utilizando os problemas adaptados às peças do jogo e o tablado do jogo de dominó. Os sujeitos liam os problemas em silêncio e procuravam as respostas no tablado do jogo. Observe as figuras abaixo.

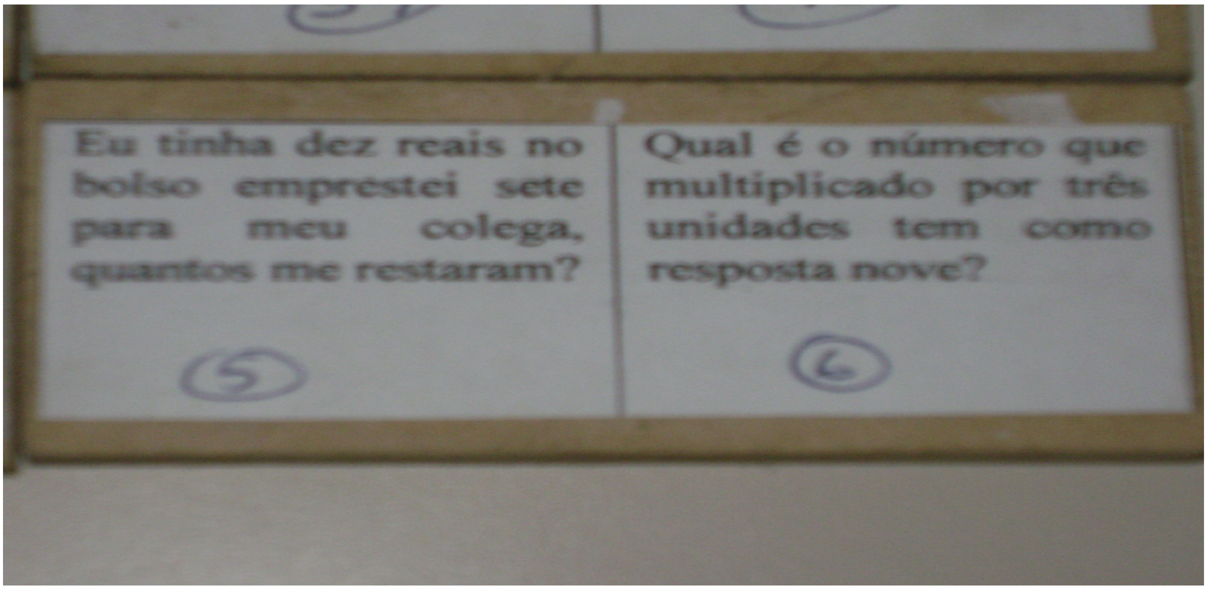


Ilustração 01: problemas dispostos sobre as peças do jogo de dominó.

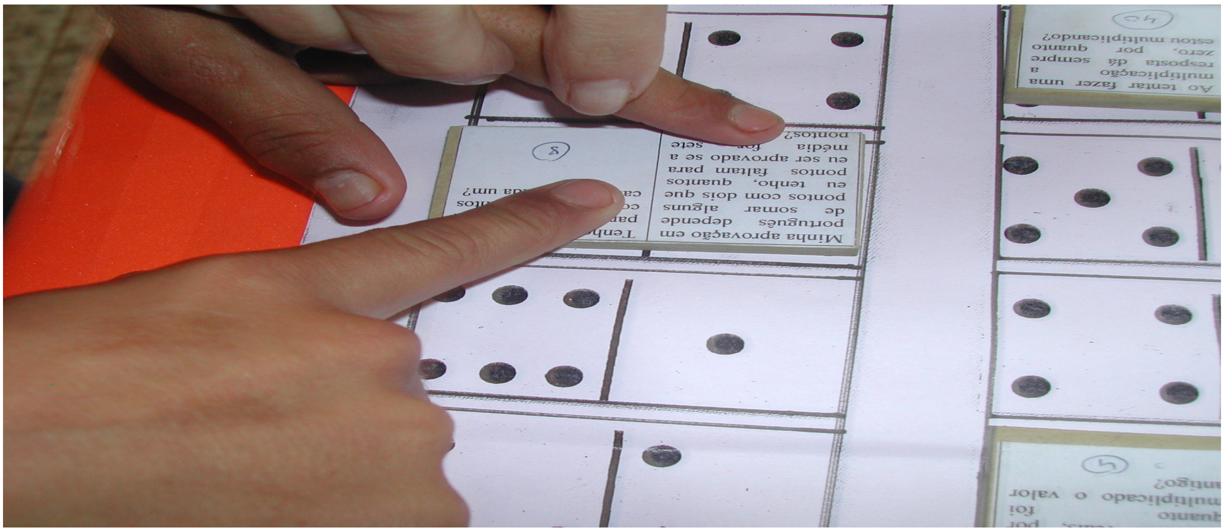


Ilustração 02: Sujeito procurando a resposta dos problemas no tablado do jogo.

Após o término de cada sessão o pesquisador anotava em uma planilha as operações matemáticas erradas.

Na primeira sessão (JF) errou, 1 operação de subtração, 1 de multiplicação e 2 de divisão, enquanto que (RSS) não errou nenhuma das operações, num total de 14 problemas para cada sujeito, isto é, 02 problemas em cada peça do jogo.

Na segunda sessão (JF) errou, 2 operações de divisão e (RSS) errou, 1 de multiplicação e 1 de divisão; na terceira sessão (JF) errou, 4 operações de divisão e (RSS) errou, 1 de divisão.

O quadro abaixo demonstra o resultado do primeiro pós-teste, que foi feito com os quatro sujeitos imediatamente após as três sessões experimentais. Foram resolvidos os mesmos 56 problemas do pré-teste individualmente.

QUADRO 02 – RESULTADO DO PRIMEIRO PÓS-TESTE/ESTUDO PILOTO

Operação Mat.	***Wal*** **erros**		***Lael*** **erros**		***JF*** **erros**		***RSS*** **erros**	
+	0		0		0		0	
-	0		0		4		2	
×	0		0		3		0	
÷	1		0		7		3	
Total	1		0		14		5	

Fazendo a correlação entre o pré-teste e o primeiro pós-teste é possível observar uma diferença no número de erros das operações matemáticas de todos os sujeitos. Esse resultado pode ter sido influenciado pelas sessões experimentais. O que pode caracterizar que os sujeitos se sentiram familiarizados aos procedimentos adotados pelo pesquisador.

No segundo pós-teste que foi feito uma semana depois e que está representado no quadro seguinte, também foram resolvidos os mesmos 56 problemas do pré-teste.

QUADRO 03 – RESULTADO DO SEGUNDO PÓS-TESTE/ESTUDO PILOTO

Operação Mat.	***Wal*** **erros**		***Lael*** **erros**		***JF*** **erros**		***RSS*** **erros**	
+	2		0		2		0	
-	1		0		2		0	
×	2		0		2		2	
÷	1		4		2		2	
Total	6		4		8		4	

Comparando o primeiro com o segundo pós-teste, observa-se um avanço significativo. Os sujeitos demonstraram que é possível dominar as operações básicas da matemática, embora para Micotti (2001), resolver problemas com as quatro operações não é suficiente para garantir o domínio das mesmas.

Para Piaget (1978) o conhecimento só se constitui por tomada de consciência posterior a ação e que as ações caracterizam:

> Um conhecimento (*savoir faire)* autônomo, cuja conceituação somente se efetua por tomadas de consciência posteriores e que estas procedem de acordo com uma lei de sucessão que conduz da periferia para o centro, isto é, partindo das zonas de adaptação ao objeto para atingir as coordenações internas das ações (PIAGET, 1978, p. 172).

Os resultados apontam que os sujeitos souberam utilizar as estratégias proporcionadas pelo material concreto, agindo sobre o mesmo, embora fosse uma novidade para eles.

Sternberg (1992) coloca que um método útil para avaliar a importância de atividades estratégicas é instruir os educandos para utilizar bem essas estratégias. No nosso caso, uma boa maneira de fazer isso foi observar o desempenho de indivíduos que não conheciam o material e comparar esse desempenho com a realização de tarefas após a utilização das estratégias adaptadas ao material.

O estudo piloto foi de fundamental importância para o encaminhamento desta pesquisa, pois embora tenha sido apresentado no IX Encontro Paranaense de Matemática como mencionamos anteriormente, permitiu também a discussão e modificações apontadas pela banca de qualificação que acompanhou a pesquisa do princípio ao fim.

6.5.2 Entrevista semi-estruturada

A entrevista semi-estruturada se desenvolve, segundo Lüdke (1986), por via de um esquema básico que não necessariamente precisa ser aplicado de maneira rígida, além de permitir que o pesquisador possa fazer as adaptações necessárias. Já a estruturada por sua vez, visa à obtenção de resultados imediatos, geralmente mediante tratamentos estatísticos.

A entrevista teve como objetivos: conhecer a história de vida dos sujeitos, participantes do estudo inicial, no contexto escolar, particularmente o contexto matemático, antes de estarem abrigados na ONG e depois de estarem abrigados na ONG; conhecer as concepções dos sujeitos em relação à matemática, à resolução de problemas e as dificuldades em compreender os conteúdos elementares; perceber a "auto-estima" para enfrentar os estudos na escola; dar vez e voz para que pudessem expressar suas concepções a respeito da matemática.

A entrevista foi de fundamental importância para que pudéssemos definir o problema da pesquisa e elaborar os problemas matemáticos a serem discutidos. Com base na entrevista, procuramos criar os problemas o mais próximo da realidade dos sujeitos.

A entrevista foi gravada em fita k7 e transcrita em forma de narrativa. A análise dos dados da entrevista está inserida no capítulo 06.

6.5.3 Pré-teste - estudo principal

Foi feita uma avaliação com os 08 sujeitos participantes do estudo principal, objetivando verificar o conhecimento das operações de adição, subtração, multiplicação e divisão. Foram sorteados 04 problemas dos 56 constantes no anexo IV.

A avaliação foi escrita e individual. Foi solicitado aos sujeitos que resolvessem os problemas **(apêndice I)** explicando como fizeram para resolver utilizando lápis. Foi dito aos sujeitos que evitassem a resposta mental, exigindo que apresentassem alguma outra forma de esclarecer as respostas dadas aos problemas.

Os problemas foram corrigidos pelo pesquisador adotando o seguinte critério: cada resposta apresentada e explicada, através de algum procedimento matemático, teria peso de 25%, enquanto que as respostas, somente por escrito, sem a utilização de algum símbolo matemático, o peso seria de 12,5%. Este critério vai ao encontro de um dos objetivos da pesquisa que é a verificação da capacidade de dominar as operações básicas da matemática.

Se o sujeito escreve e justifica a resposta do problema por meio de algum algoritmo, pode sinalizar alguma familiaridade de domínio das operações elementares, numa perspectiva diferente da constatada no estudo piloto. Salienta-se que no estudo piloto, os sujeitos resolviam os problemas sem a necessidade de explicação dos caminhos percorridos.

Após as correções, o pesquisador apresenta os percentuais de acertos no pré-teste, que não foram considerados como critérios para excluir ou incluir o sujeito na sessão mediada pelo pesquisador. Esses percentuais foram inseridos para serem comparados com o pós-teste que ocorreu depois das intervenções. Todos os sujeitos participaram de uma sessão de intervenções em dupla, envolvendo 08 problemas matemáticos diferentes por dupla.

6.5.4 Intervenções dialogadas - estudo principal

Logo depois da avaliação inicial (pré-teste), o pesquisador constituiu 04 grupos, de 02 sujeitos, para participarem das intervenções. Não houve critério para formação dos grupos. Eles escolheram seus pares.

Foram disponibilizados aos sujeitos: lápis, folhas de papel em branco, um tablado de madeira contendo as representações das peças do jogo de dominó idêntico ao do estudo piloto e 25 peças do jogo contendo 02 problemas matemáticos colados em cada uma delas.

Retiramos as 03 peças do jogo que continham os problemas resolvidos na avaliação inicial para não serem repetidos. Cada grupo trabalhou com problemas diferentes durante as intervenções, evitando repetição, visto tratar-se de problemas elementares. O pesquisador solicitou que cada elemento do grupo sorteasse duas peças do jogo com os problemas adaptados para serem discutidos.

Solicitou também, ao iniciante, que lesse em voz alta, um problema de cada vez, dos escolhidos, e, apresentasse a resposta. Caso o iniciante não soubesse a resposta, o pesquisador solicitava que seu parceiro o ajudasse.

Após serem debatidos os problemas, o pesquisador solicitava ao sujeito que estivesse com a peça na mão, que encontrasse a resposta no tabuleiro do jogo de dominó. Esta solicitação fez com que o sujeito retornasse a posição inicial, retomando o processo de leitura e interpretação para depois procurar a resposta correta ou errada no tabuleiro do jogo.

Durante as intervenções o pesquisador solicitou aos sujeitos que explicassem como fizeram para resolver os problemas, transcrevendo os procedimentos na folha. As intervenções foram gravadas em fita k7, filmadas e tiveram duração aproximada de 20 a 30 minutos. O método utilizado foi o Método Clínico de Piaget. O capítulo 08 descreve na íntegra como se desenvolveram as discussões.

6.5.5 Pós-teste – estudo principal

Assim que encerrou a sessão de intervenções por grupo, foi realizada uma segunda avaliação (pós-teste), **apêndice II**, contendo quatro problemas aritméticos diferentes dos aplicados no pré-teste. Acrescentamos nesta etapa um problema de maior dificuldade, que para ser resolvido, necessitou o envolvimento de duas operações matemáticas ao mesmo tempo. Após apuradas as correções desta avaliação fizemos a comparação dos resultados.

6.6 O jogo de dominó

A idéia de trabalhar com problemas adaptados às peças do jogo de dominó, foi fundamentada nos trabalhos de Jesus & Fini, que consta na obra Psicologia da Educação Matemática organizada por Brito *et. al*. (2001). A proposta desses autores era levar os alunos a dominarem as quatro operações básicas através do cálculo mental do termo desconhecido de uma equação matemática. O público alvo envolvia alunos da 5ª série do ensino fundamental. Para conhecer a proposta dos autores, observe a ilustração 03[5].

---

[5] É necessário observar que no jogo de dominó não existe o n° 8, caso em que m=8, na expressão m + 4 = 12 ou 16 : m = 2. O que poderia ser questionado pelos jogadores. No entanto a proposta dos autores poderia limitar os valores no máximo até o número 6, como respostas das expressões, visto que os valores do jogo variam de 0 a 6.

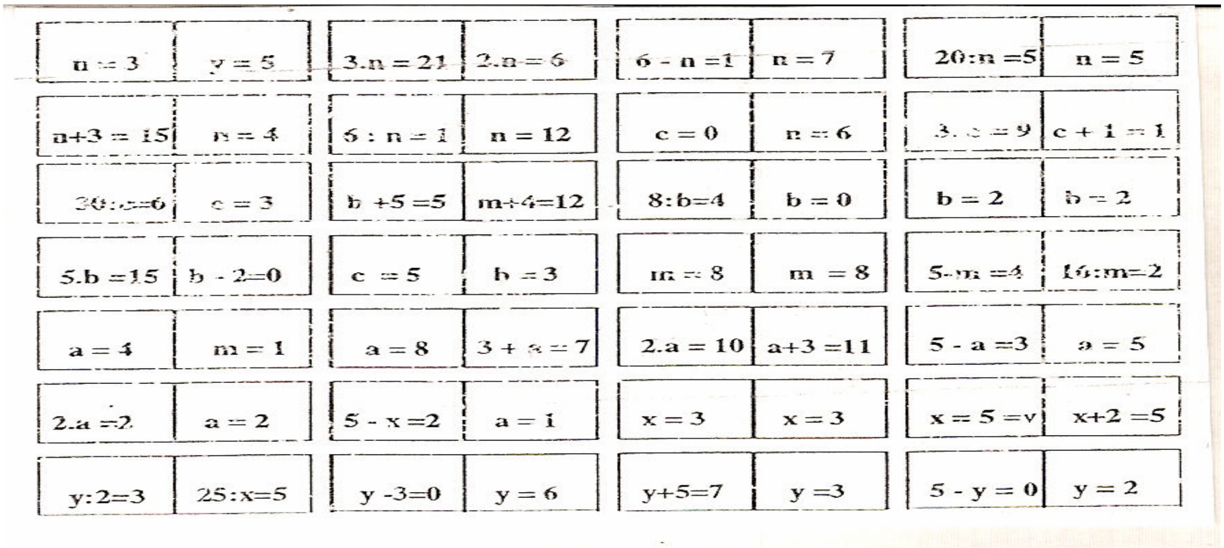


Ilustração 03: Modelo de Jesus & Fini (2001)

No desenvolvimento desta pesquisa, contextualizamos os problemas matemáticos, isto é, substituímos as incógnitas x, y, z, m, etc, que se encontram de forma abstrata, por problemas escritos. É uma maneira diferente da apresentada pelos autores. Não se trata de um jogo de regras na sua característica tradicional, mas sim, da construção de um material concreto que serviu de apoio para que os sujeitos pudessem testar suas capacidades de familiarização com o objeto concreto, após terem debatidos os problemas em uma situação virtual.

Há um momento da pesquisa que o objeto concreto é esquecido, pois os sujeitos estão envolvidos numa dimensão social com o pesquisador. Porém quando solicitados que achem as respostas no tablado do jogo, as ações virtuais passam a ser reais. No entanto, a maneira como apresentamos o material concreto, pode ser trabalhada como jogo de regra. Para isso é suficiente que os sujeitos dominem as operações básicas e se habilitem a resolver os problemas propostos adotando um estilo de competição.

Por exemplo: dois sujeitos podem escolher sete peças cada um e apostar quem resolve os quatorze problemas primeiro. As regras poderiam ser estipuladas da seguinte forma: os problemas de adição valem 1 ponto, os de subtração 2 pontos, os de multiplicação 3 pontos e os de divisão 4 pontos. No material completo existem 14 problemas de cada tipo de operação matemática, cujas respostas estão inseridas num intervalo de [0 – 0] a [6 – 6].

Esta forma de trabalhar é viável tendo em vista a diversidade de possibilidades que o jogo permite.

Ilustração 04: Jogo de dominó modificado criado pelo pesquisador.

Acreditando que os sujeitos da pesquisa pudessem compreender a resolução dos problemas matemáticos, foi criado um jogo com problemas aritméticos na forma contextualizada, cujas respostas são os números das peças do jogo de dominó como seguem: 0-0 0-1,0-2,0-3,0-4,0-5,0-6; 1-1,1-2,1-3,1-4, 1-5,1-6; 2-2,2-3,2-4,2-5,2-6; 3-3,3-4,3-5,3-6; 4-4,4-5,4-6; 5-5,5-6 e 6-6.

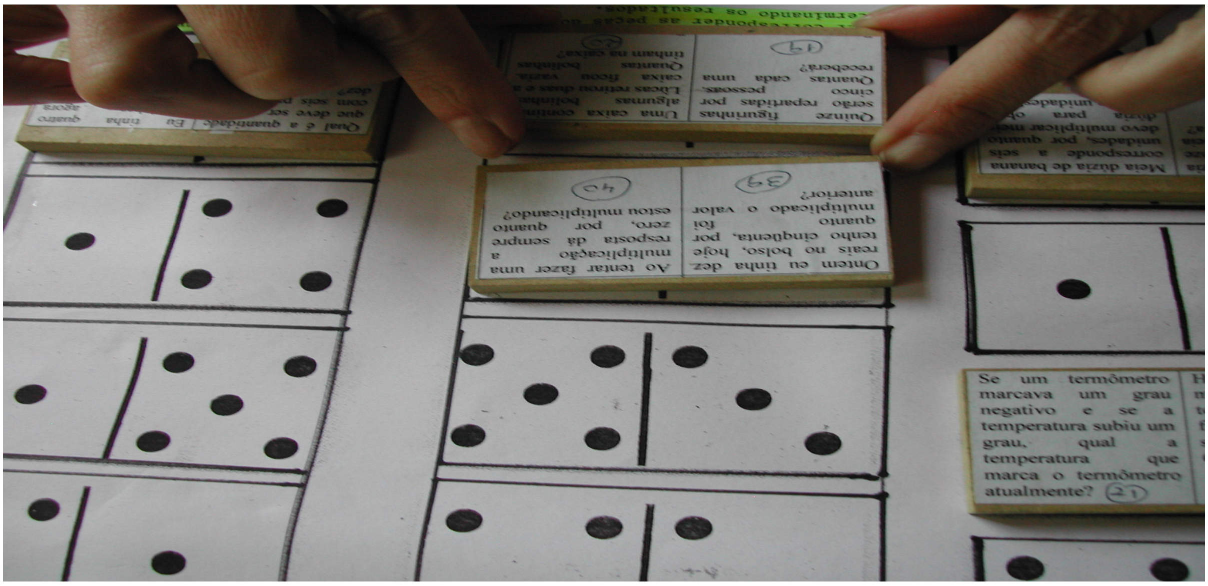


Ilustração 05: Interpretação e procura das respostas dos problemas após a leitura individual.

Esta perspectiva permite ao sujeito a reflexão através da leitura, antes de, efetivamente, fazer algum cálculo matemático. Isto é compatível às dificuldades e falta de familiaridade com resolução de problemas apresentadas pelos sujeitos.

O jogo criado com problemas escritos facilitou ao pesquisador a contextualização dos mesmos na tentativa de aproximar-se do cotidiano dos sujeitos. Foram elaborados cinqüenta e seis problemas e colados nas peças do jogo de dominó conforme a figura acima. São problemas elementares envolvendo as quatro operações básicas da matemática.

Para verificar a validade do jogo, foi realizado um estudo piloto, ao qual já nos referimos anteriormente, com quatro sujeitos, onde dois deles fazem parte do estudo principal da pesquisa. Porém, no estudo piloto foi avaliado somente a quantidade de erros nas operações de adição, subtração, multiplicação e divisão.

Este procedimento foi substituído pelas intervenções, onde discutimos as ações dos sujeitos numa dimensão virtual em conjunto com uma dimensão real, tendo em vista a importância que damos ao processo de aprendizagem e não, necessariamente, ao produto ou resultados de operações matemáticas.

6.7 PROCEDIMENTOS DE ANÁLISE DOS DADOS

A análise dos dados da entrevista foi feita numa perspectiva qualitativa por meio da Análise de Conteúdo de Bardin (1977), a partir da construção de categorias e subcategorias conforme os temas emergiram.

Os dados das intervenções foram analisados também, através da Análise de Conteúdo numa abordagem qualitativa, porém, levamos em conta três categorias de análise. Os dados do pré-teste e pós-teste foram analisados e discutidos numa abordagem quantitativa. Entende-se por abordagem quantitativa o desempenho dos sujeitos no pré-teste e pós-teste; e qualitativa, as manifestações apresentadas pelos sujeitos na entrevista, as ações dos sujeitos durante as intervenções, as formalizações por escrito e as reações diante do pesquisador.

Para a análise e discussão dos dados o pesquisador seguiu os passos abaixo:

- Levantamento de categorias e subcategorias que foram transcritas em forma de narrativa a partir das respostas dos sujeitos na entrevista – conforme modelo **apêndice III**;
- Construção de quadro comparativo contendo o desempenho dos sujeitos no pré-teste;
- Levantamento de categorias e de indicadores estabelecidos a partir da interpretação das ações dos sujeitos durante as intervenções mediadas pelo pesquisador;
- Construção de quadro comparativo contendo o desempenho dos sujeitos no pós-teste;
- Construção de quadro comparativo contendo o desempenho dos sujeitos no pré-teste e pós-teste;
- Anotações dos sujeitos durante as intervenções;
- Interpretação dos dados considerando o referencial teórico apropriado.

7 CARACTERIZAÇÃO DOS SUJEITOS – ESTUDO INICIAL

QUADRO 04 – PERFIL DOS SUJEITOS PARTICIPANTES DA ENTREVISTA

N°	Sujeitos	Idade	Sexo	Escolaridade
01	LJS	[16,1]	M	7ª série
02	JPL	[14,0]	M	6ª série
03	EJLM	[13,3]	M	5ª série
04	ASD	[16,5]	M	5ª série
05	DVG	[17,8]	M	6ª série
06	DJP	[15,7]	M	5ª série
07	RFA	[13,2]	M	5ª série
08	FMS	[15,4]	M	8ª série
09	RSS	[14,11]	M	6ª série
10	JF	[14,4]	M	6ª série

Os dez sujeitos participantes do estudo inicial (entrevista) estão matriculados nas escolas da periferia da Região de Mandirituba, nas séries do ensino fundamental. São sujeitos de idades variando entre 13 e 17 anos que não tiveram oportunidade de estarem estudando na fase ideal. Destes dez sujeitos (RSS) e (JF) participaram do estudo piloto e do estudo principal. (DJP) e (RFA) desistiram de continuar na pesquisa.

7.1 LEVANTAMENTO DAS CATEGORIAS, SUBCATEGORIAS E CONTEÚDOS ASSOCIADOS.

A partir da interpretação dos dados da entrevista, foi possível constituir o quadro 05 contendo as categorias, subcategorias e os conteúdos associados que foram analisados considerando dois momentos: a história de vida dos sujeitos antes de abrigados na ONG e depois de abrigados na ONG. A importância do levantamento e análise desses instrumentos se deu em função da necessidade de conhecer os sujeitos da pesquisa, seus problemas escolares, particularmente os relacionados à matemática e serviram de base para que pudéssemos dar prosseguimento à pesquisa.

QUADRO 05: CATEGORIAS, SUBCATEGORIAS E CONTEÚDOS ASSOCIADOS.

Categorias	Subcategorias	Conteúdos
Percepção de si	Auto-estima	Concepção de si, auto - estima, angústias, ansiedade, conflitos, valores, motivação, reconhecimento de si.
Percepção da escola	Desinteresse pela escola	Concepção de escola, estímulos, gosto, desinteresse, importância, valor, professores.
Concepção da matemática	Não gostar da matemática	Interesses, imagem, raciocínio, dificuldades, superação de dificuldades, esforços, formas de ensino.
Resolução de problemas	Pouca familiaridade	Familiaridade, elaboração de problemas, importância, aplicação.
Operações matemáticas	Ausência de domínio	Operações básicas, dificuldades, domínio, cálculos, tabuadas.
Jogos pedagógicos	Não familiaridade	Pouco conhecimento, importância, percepção, inteligência, aulas maçantes, jogo de dominó.

A análise das categorias, subcategorias e dos conteúdos, que foi feita com base no método de Bardin (1977), constitui-se basicamente das citações dos sujeitos em resposta às perguntas do pesquisador seguindo uma abordagem qualitativa. A discussão dos dados da entrevista ficou restrita à literatura científica de Freire (1996), Bronfenbrenner (1996) e Piaget (2006).

7.1.1 ANÁLISE QUALITATIVA DAS CATEGORIAS E SUBCATEGORIAS ANTES DOS SUJEITOS ESTAREM ABRIGADOS NA ONG.

Ao dar vez e voz às crianças para que pudessem expressar suas angústias antes de estarem abrigados na ONG, a categoria “percepção de si” permitiu uma maior aproximação e conhecimento dos sujeitos. Seus valores, seus problemas, suas ansiedades e sua auto-estima, o que nos proporcionou uma profunda reflexão, no sentido de dar encaminhamento às atividades, em se tratando de um terreno frágil e sensível.

Para enriquecer a análise desta categoria seguem os desabafos de alguns sujeitos diante da solicitação: [...] Conte a história da sua vida antes de vir para a ONG.

“[...], eu morava com minha mãe, minha mãe era drogada, daí não deu certo pra mim ficar com ela, eu fiquei até os cinco anos de idade com ela, daí eu fui morar num Lar, num Abrigo que ficava ali na Região Metropolitana de Curitiba” (JF);

“Eu morava na rua, fumava droga, cherava cola, robava bolsa, não estudava” (RFA); “Eu era um menino, bem dizê, maloquero, assim [...] eu andava na rua, eu usava drogas assim [...]” (DJP); “Era difícil porque meu pai e minha mãe, tipo, eles brigavam né, daí [...] eu ficava com raiva assim [...] e ia pra rua e na rua a gente aprendeu muitas coisas assim [..] aprendeu a robá a usá drogas” (FMS); “[...] meu pai mandou eu pra casa da minha tia, porque ele tinha problemas com a minha mãe, daí separô da minha mãe” (RSS).

Os sentimentos expressos nos desabafos seguintes estão relacionados à subcategoria “auto-estima”. Nota-se que os fatores conflitantes no seio familiar estimulam os sujeitos a saírem das suas casas e irem para a rua.

“Meu pai e minha mãe, [...], eles brigavam né, daí [...], eu ficava com, [...], com raiva assim, e ia pra rua, e na rua a gente aprendeu muitas coisas assim, aprendeu a robá, a usá drogas” (FMS); “Meu pai chegava bêbado em casa começava batê na minha mãe, daí eu comecei a fugi de casa” (DVG); “Eu ficava em casa, daí minha mãe me batia assim [...], quase todo dia, daí eu fugia de casa direto assim [...], daí eu robava” (JPL).

Ao perguntarmos aos sujeitos: como era a escola antes de estarem vivendo na ONG? Suas manifestações são de “desinteresse” o que poderia estar atrelado à falta de estímulos para estudarem. “*[...] eu não estudava porque minha mãe não* *matriculava" (DVG); "Eu estudava uns dois meis e parava, estudava e parava" (ASD); "A escola antes pra mim era uma coisa ruim que, sei lá, eu não gostava de ir pra escola" (LJS); "A escola pra mim? Não me importava" (DJP).*

As representações trazidas pelos sujeitos com relação à "matemática" estão relacionadas às concepções de que, matemática existe para resolver problemas e fazer contas. Há interesses isolados pela matemática, esses interesses podem estar ligados à necessidade do uso de algum tipo de cálculo que tiveram que fazer no cotidiano.

"Matemática? Acho que é dos problemas, [...], o que eu entendo é isso" (RFA); "A matemática faz parte do nosso dia a dia" (DVG); "É uma matéria que a gente precisa, a gente precisa muito na vida da gente" (FMS).

Por outro lado, o fator "não gostar da matemática", constitui a imagem ruim que os sujeitos apresentam da matemática. Isto pode estar ligado à falta de familiaridade e da percepção de que a matemática é essencial para o desenvolvimento do raciocínio.

Diante da pergunta: você gosta de matemática? Surgem as manifestações: *"Mais ou menos, pra não dizer que eu não gosto, eu gosto mais ou menos" (DJP); "Eu não gosto tanto porque é muito complicado" (LJS); "Não gosto de matemática porque não sei resolver" (RFA)*; *"Não! Não muito, gosto um pouquinho" (JF); "Ah! Matemática pra mim é massa, assim [...], tá ligado? Pelo menos é a matéria que eu aprendo" (RSS); "Mais ou menos, antigamente eu gostava, agora não gosto muito" (JPL).*

Quando nos referimos à questão "resolução de problemas", tínhamos intenção de buscar se os sujeitos possuíam alguma familiaridade com resolução de problemas matemáticos antes de estarem abrigados na ONG, é uma categoria relevante, no momento que possibilitou nossa reflexão no sentido de criar problemas matemáticos aproximando do cotidiano dos sujeitos. Percebe-se nas suas manifestações, "pouca familiaridade" em situações matemáticas envolvendo resolução de problemas. Você sabia resolver problemas matemáticos antes de vir para a ONG?

"[...] só sabia contas, mais problemas nada, nem me interessava muito antes de vim para cá" (LJS); "Alguns não, alguns sim, [...], alguns de subtrações" (FMS); "Quase tudo não, eu aprendi fazê também umas continhas [...], fáceis [...] de três números" (DJP); "Ah...só sabia conta, mais problema nada, nem me interessava

muito antes de vim pra cá" (LJS); "não, pior que não [...], acho que usava, mais não me tocava" (DVG).

Indo mais adiante, perguntávamos se os sujeitos sabiam fazer contas de somar, subtrair, multiplicar e dividir antes de estarem na ONG? Nossa intenção era necessariamente, observar nas suas falas, se em algum momento sabiam utilizar as operações matemáticas. Os depoimentos demonstram, isoladamente, "algum conhecimento" com o uso das operações elementares da matemática.

Observe as respostas: *"Sabia, [...], acho que sabia" (JPL); "Eu sabia mais ou menos" (EJLM); "Não!" (ASD); "Não! Eu não sabia nada" (DVG); "Sabia mais ou menos" (FMS); "Sabia mais ou menos, [...], o que eu mais sabia era conta de mais e de menos, mais de dividir, um pouco, eu tinha dificuldade em tabuada" (LJS); "Antes de vim pra cá eu nem sabia o que era matemática" (DVG); "Antes eu não sabia fazer isso [...], essas coisas" (RFA).*

Nos depoimentos abaixo os sujeitos manifestam pouco envolvimento com atividades relacionadas à "jogos pedagógicos", falam freqüentemente que, quando estudavam, seus professores utilizavam poucos instrumentos lúdicos para ensinar matemática. Piaget (2006) chama atenção quanto à importância do uso desses instrumentos em sala de aula. Para ele o lúdico substitui as aulas maçantes, cansativas, além de contribuir para o desenvolvimento das percepções e da inteligência das crianças.

"Meu professor só de 1ª a 4ª que ensinava com essas brincadeiras" (LJS); "[...] meu professor usava jogos só em Português" (RSS); "Não, não conhecia nenhum tipo" (FMS); "[...] aquele dos palitinhos que a gente somava e dividia" (JPL); "Ele pegava as garrafinhas, [...], daí dava para nós montar" (RSS).

7.1.2 ANÁLISE QUALITATIVA DAS CATEGORIAS E SUBCATEGORIAS DEPOIS DOS SUJEITOS ESTAREM ABRIGADOS NA ONG.

Diante da pergunta: o que mudou na sua vida depois que você veio para a ONG? Os sujeitos manifestam seus sentimentos de maneia diferente em relação ao momento anterior. A categoria "percepção de si" toma uma direção nova. Observe alguns depoimentos de alguns deles: *"Minha vida mudou completamente, [...], aqui é até melhor que em casa" (LJS); "Tá melhor pra mim não tô mais usando drogas"*

(DJP); "Meu tio começou a dar mais valor pra mim" (EJLM); "As pessoas me olham de outro jeito agora" (FMS).

Embora não tenha ficado claro ser negativa, as manifestações de "auto-estima" evidenciadas no momento anterior, neste momento, constatam-se a presença de uma nova perspectiva de vida, ou seja, "auto-estima positiva". Os sujeitos se sentem motivados, valorizados, reconhecidos. Observe os depoimentos:

"[...] eu parei de usá drogas, comecei a tentá me esforçá no estudo" (RSS); "[...] agora eu tô mais, [...], tô aprendendo mais coisas, [...], tô aprendendo estudá melhor" (JF); "Agora eu tô estudando, tenho a chance de sair daqui trabalhando" (RFA); "Ah! Mudô muitas coisas, tipo, dos lugares que eu vô agora não sou excluído, [...], agora eu tô aprendendo coisas novas" (FMS).

Relativamente à escola, os sujeitos atribuem significados de valores e de importância, acham que a escola precisa ser vista como algo interessante e bom. Observe algumas das respostas diante da pergunta: e a escola como é hoje?

"[...] a escola hoje é melhor os professores agora ensinam melhor" (JF); "[...] é bom, tem bastante amizade, não é igual antigamente, que eu não tinha quase ninguém de amigo" (JPL); "[...] me sinto bem à vontade, tem bastante amigo, os professores respeitam, quando a gente tem dificuldade eles tentam ajudá" (DVG); "Ah! É bom, mais [...] direto tem que escutá o que a professora assim, [...] fala" (EJLM); "Melhor agora, eu tô mais interessado nos estudos" (DJP); "A *escola pra mim, hoje, é algo que eu vejo como bom, [...], me ajuda pra ter a profissão que você quer" (LJS); "Agora é bom, eu tô aprendendo mais coisas" (ASD); "Vô pra escola, respeito os professores, tô indo bem em quase todas as matérias" (RFA).*

Quando o assunto é a matemática, nota-se que os sujeitos procuram superar suas dificuldades ao tentarem se adaptar aos estilos de ensino dos professores. Observe como se expressam frente à pergunta: você vai bem em matemática na escola?

"Vo rasuável, sempre na média, [...], tem que ser muito inteligente acho, tirar nota boa em matemática e a matemática é muito difícil" (LJS); "Não, porque eu erro tudo, [...], às vezes consigo colando" (DJP); "Não! vô muito ruim, [...], por causa que eu não gosto da matéria, é muito difícil, nas provas eu se enrrolo muito, e as contas são difícil" (JF); "não vô dizer que vou bem, mais eu vô mais ou menos, dá pra podê passar de ano" (FMS);

Os depoimentos seguintes implicam que os sujeitos dão alguma importância aos estilos de ensino adotados pelos professores. *"Ela dá os exercícios, eu faço, e eu vejo o que tá certo" (ASD); "[...] Ela vê que tenho uma dificuldade, ela tenta ajudá, [...], eu faço um esforço pra aprendê matemática, vigi, e a professora é bem legal ainda com a gente" (DVG); "[...] eles vão falando, eu vô fazendo, daí eles fazem eu fazê tudo de novo pra mim aprendê" (JF).*

Quando se trata da resolução de problemas matemáticos os sujeitos atribuem uma importância maior, conseguem fazer correlação com a aplicação desse conteúdo no cotidiano.

Quando perguntávamos: Você acha importante saber resolver problemas envolvendo soma, subtração, multiplicação e divisão? Seguem algumas repostas:

"*Eu acho que sim, porque se a gente quiser ser um Arquiteto ou alguma coisa parecida a gente precisa saber muito bem os números" (FMS); "Acho importante sim, porque você arruma um trabalho, vai que você precise fazer uma conta" (DVG); "Eu acho importante sim, agora até pra arrumá um emprego tem que sabê essas contas" (JF); "Acho, porque é bom, eu vô no mercado, daí eu não sei se a mulher vai me dá o troco certo, daí eu vejo [...], daí se tem menos ou mais" (JPL); "Sim, porque [...], você não precisa ficar dependendo dos outros pra fazê, assim, você pode fazê sozinho" (EJLM).*

Quando perguntávamos sobre a tabuada, ou seja, a operação de multiplicação, obteve-se as seguintes repostas: P. Você sabe a tabuada? *Não! (JPL); Mais ou menos (EJLM); Sim! Não de cor, mais sei sim!* P. 7 x 7? *Nossa! Agora eu não sei! (DVG);* P. 7 x 7? *Não sei! (DJP); Mais ou menos! (RJA); Sei mais ou menos! (FMS); Não! Não! (RSS).*

Para Micotti (2001), as dificuldades com tabuada estariam resolvidas "através de ditados de ações de separar, juntar ou distribuir coisas. Por exemplo, diante da sentença 7 x 7 = 49, os alunos comporiam sete grupos de sete objetos e apresentariam o total equivalente" (MICOTTI, 2001, p. 64).

Para finalizar nos referimos à pergunta: você sabe resolver problemas de soma, subtração, multiplicação e divisão utilizando o jogo de dominó? Observe as respostas: *"Através do dominó? Nem ouvi falar" (LJS); "Eu já ouvi falar, mas nunca joguei até agora" (JPL); "Conheço mais nunca tentei fazê" (DVG); "[...] Eu joguei uma vez já, quando eu tava no reforço" (DJP); " Não! (ASD); "Não, nunca vi" (JF).*

No que diz respeito às manifestações relativas à matemática, Piaget (2006) discute dois pontos: para ele, o ensino da matemática deve aguçar os estudantes no sentido de descobrir por si mesmos as propriedades matemáticas e deve assegurar a aquisição das noções e dos processos operatórios antes da introdução do formalismo. Nota-se nas falas dos sujeitos falta de envolvimento com a matemática na vida cotidiana o que necessita o uso de estratégias diferenciadas para o ensino dessa ciência por parte dos professores.

Para Piaget (2006) o indispensável é fazer com que os estudantes adquiram experiências matemáticas aguçando o raciocínio dedutivo, que sejam estimulados a construção dedutiva, à resolução de problemas e se dediquem à investigação heurística dos problemas.

O ensino precisa valorizar os erros dos estudantes, a fim de ver neles a possibilidade de conhecer o pensamento matemático, treinar a prática da auto-correção e dar prioridade à reflexão e ao raciocínio.

Para Freire (1996) a reflexão crítica sobre a prática é de fundamental importância, no momento que é a partir da reflexão crítica, que a curiosidade ingênua se torna curiosidade crítica. “Quanto melhor faça esta operação tanto mais inteligência ganha da prática em análise e maior comunicabilidade exerce em torno da superação da ingenuidade pela rigorosidade”. (FREIRE, 1996, p. 39).

Os depoimentos dos sujeitos na entrevista que fizemos são suficientes e contribuem na busca de respostas ao problema a ser pesquisado, uma vez que os sujeitos apresentaram pouca familiaridade com o uso de instrumentos lúdicos no ensino, tem sentido dar continuidade à investigação nesse caminho.

Bronfenbrenner (1996) enfatiza a importância da pesquisa a partir de experimentos ecológicos sobre as inferências ambientais que vão além do ambiente imediato que contém a pessoa em desenvolvimento; enfatiza também, o processo de acomodação entre a pessoa e o meio ambiente, o que ele chama de “Núcleo de uma Ecologia do Desenvolvimento Humano”. (BRONFENBRENNER, 1996, p. 31).

A análise dos dados demonstrou as concepções dos sujeitos antes e depois de estarem abrigados na ONG. A entrevista focou mais precisamente as atividades escolares relacionadas ao ensino da matemática.

As citações dos sujeitos demonstram o terreno frágil e sensível que estávamos envolvidos. Sua auto-estima para enfrentar os estudos, as perspectivas de mudanças, as dificuldades de compreensão dos assuntos, são fatores que influenciaram na tomada de decisão e encaminhamento da nossa investigação.

A entrevista apresenta as concepções que os sujeitos têm da escola, os possíveis desinteresses pela escola, desinteresse pela matemática, a falta de familiaridade com os assuntos relacionados à matemática, suas dificuldades em cálculos simples envolvendo operações elementares.

A entrevista mostra, também, que os sujeitos aspiram a uma nova perspectiva de vida depois de estarem abrigados na ONG. Sentem-se motivados, valorizados, reconhecidos, dão mais importância à escola e aos professores, lutam para superar as dificuldades em matemática, tentam adaptar-se aos estilos de ensino dos professores, atribuem importância à aprendizagem com resolução de problemas matemáticos, uma vez que relacionam a matemática com a vida real.

Na concepção de Bronfenbrenner (1996), o desenvolvimento humano jamais ocorre no vácuo. Está sempre inserido e expresso num comportamento em um determinado contexto ambiental, ou seja:

> O desenvolvimento humano é o processo através do qual a pessoa desenvolvente adquire uma concepção mais ampliada, diferenciada e válida do meio ambiente ecológico, e se torna mais motivada e mais capaz de se envolver em atividades que revelam suas propriedades, sustentam ou reestruturam àquele ambiente em níveis de complexidade semelhante ou maior de forma e conteúdo. (BRONFENBRENNER, 1996, p. 23).

As manifestações dos sujeitos foram de fundamental importância para que pudéssemos delimitar os objetivos, os pressupostos e a elaboração dos problemas matemáticos. Pudemos refletir sobre uma metodologia de ensino numa abordagem qualitativa, focando o processo e não o produto da aprendizagem.

Adotamos uma característica de ensino diferente da tradicional, em oposição à concepção bancária e em reconhecimento aos valores manifestados.

Freire (1996) chama atenção relativamente a esse tipo de ensino em respeito aos educandos. Para ele ensinar exige risco, aceitação do novo e rejeição a qualquer forma de discriminação. “A aceitação do novo que não pode ser negado ou acolhido só porque é novo, assim como o critério de recusa ao velho não é apenas o cronológico”. (FREIRE, 1996, p. 35).

8 ESTUDO PRINCIPAL

8.1 PRÉ-TESTE

QUADRO 06 – PERFIL DOS SUJEITOS PARTICIPANTES DO PRÉ-TESTE – APÊNDICE I

N°	***Sujeitos***	***Idade***	***Sexo***	***Escolaridade***	***% de acertos no pré-teste***
01	LJS	[16,1]	M	7ª série	25%
02	JPL	[14,0]	M	6ª série	37,5%
03	EJLM	[13,3]	M	5ª série	37,5%
04	ASD	[16,5]	M	5ª série	25%
05	DVG	[17,8]	M	6ª série	62,5%
06	FMS	[15,4]	M	8ª série	100%
07	RSS	[14,11]	M	6ª série	100%
08	JF	[14,4]	M	6ª série	50%

QUADRO 07 – SISTEMATIZAÇÃO DOS PERCENTUAIS RELATIVOS AO PRÉ-TESTE

Percentuais de acertos	25%	37,5%	50%	62,5%	100%
Percentuais de alunos por acertos	25%	25%	12,5%	12,5%	25%

Para dar continuidade ao estudo foi realizada uma avaliação da aprendizagem envolvendo quatro problemas **(apêndice I),** com os oito sujeitos participantes nesta etapa. Os resultados demonstrados nos quadros 06 e 07, não serviram como critério de exclusão para a escolha dos grupos. Todos os sujeitos participaram de uma sessão de intervenção em dupla resolvendo oito problemas diferentes adaptados às peças do jogo de dominó por dupla. Os quadros acima demonstram os percentuais de acertos no pré-teste. Dois sujeitos que tinham participado da entrevista desisitram desta etapa, um deles foi por evasão, o outro não quis continuar fazendo parte da pesquisa.

8.1.1 ANÁLISE QUANTITATIVA – RESULTADO DO PRÉ-TESTE

O quadro 07 sintetiza os resultados do pré-teste apêndice I. Dos 08 (oito) participantes, 02 (dois) sujeitos acertaram 25% dos problemas, o que corresponde a 25% dos participantes; 02 (dois) sujeitos acertaram 37,5% dos problemas, o que corresponde a 25% dos participantes; 01 (um) sujeito acertou 50% dos problemas, o que corresponde a 12,5% dos participantes; 01 (um) sujeito acertou 62,5% dos problemas, o que corresponde a 12,5% dos participantes e 02 (dois) sujeitos acertaram 100% dos problemas, o que corresponde a 25% dos participantes.

Para a correção do pré-teste, foi considerado como critério: se o sujeito apresentou a resposta do problema por meio de algum procedimento matemático, obteve acerto de 25% na questão; se o sujeito apenas escreveu alguma coisa que tivesse alguma aproximação da resposta do problema, obteve acerto de 12,5%; porém, se o sujeito escreveu algo que não tem sentido lógico para a solução do problema, consideramos a resposta errada.

Como no pré-teste tem quatro questões para serem resolvidas, definimos o percentual de 25% para cada uma das corretas, e de 12,5% para as aproximações, embora as argumentações de Micotti (2001), apontem que o fato dos alunos fazerem cálculos, ou darem respostas às questões matemáticas, não é suficiente para afirmar se houve compreensão das operações matemáticas.

Apresentamos em seguida as respostas dos problemas propostos na avaliação da aprendizagem pré-teste apêndice I, as quais consideramos inadequadas. Problema 01: “Se o preço de uma lata de leite em pó é três reais, por quantos deve ser multiplicado esse valor para que eu possa gastar dezoito reais”? Observe as respostas: *“3 + 15 = 18” (LJS); “por 4, porque 4 x 3 é 12” (JPL); “18 ÷ 3 = 8” (EJLM); “3 x 18 = 24” (ASD)* e *“3 + 15 = 18, eu peguei 3 e coloquei mais 15” (JF).*

Problema 02: “Uma caixa continha algumas bolinhas, Lucas retirou duas e a caixa ficou vazia. Quantas bolinhas tinham na caixa”? *“2 - 0 = 2” (LJS).*

Poblema 03: “Por quantas pessoas devem ser divididos oito quilos de alimentos para que cada uma receba quatro quilos”? *“8 ÷ 4 = 2” (LJS)*.

Problema 04: “Eu tinha um número de bolinhas de gude, ganhei duas do meu colega e fiquei com três. Quantas bolinhas eu tinha”? “*2 pessoas” (ASD).*

As respostas apresentadas acima indicam a falta de experiências com resolução de problemas dessa natureza. A interepretação inadequada implica na escolha de caminhos obscuros e a criação de estratégias que não levam a solução dos problemas. Nota-se que as “soluções” apresentadas, não ligam os pressupostos às implicações de maneira lógica, o que leva às respostas incorretas.

Para Piaget (1978), a ação do sujeito sobre o meio constitui um saber fazer autônomo, cuja conceituação se caracteriza por tomada de consciência que pode não acontecer imediatamente após a ação.

As dificuldades apresentadas podem estar vinculadas à maneira com que os problemas foram escritos, o que, a nosso ver, exigiu leitura e interpretação antecipada. Para Butts (1997), um dos fatores que motivam os alunos a criarem estratégias de solução de problemas é a maneira com que os problemas são formulados pelos professores, como também as experiências e familiaridades com atividades relacionadas à resolução de problemas no cotidiano.

Para Polya (1995), os professores devem criar estratégias proporcionando caminhos que provoquem, chamem atenção e desenvolva a curiosidade dos sujeitos para o saber matemático. Para ele não é suficiente que o sujeito queira resolver algum problema matemático, é necessário “*desejo”* o que envolveria também os fatores afetivos.

Para Freire (1996), as condições de aprendizagem dos educandos é transformá-los em reais sujeitos da construção e da reconstrução do saber ensinado, ao lado do educador, que é parte integrante do processo. Desta forma o saber ensinado e o objeto a ser aprendido pelo sujeito se constituem na sua verdadeira razão de ser. Nesse contexto o reconhecimento do papel do educador é fundamental. No entanto o educador deve tomar consciência de que sua tarefa como docente não é apenas o ensino de conteúdos pré-estabelecidos, mas sim o dever de ensinar os sujeitos a pensar e refletir sobre seus pensamentos avançando para outros contextos.

QUADRO 08 – SISTEMATIZAÇÃO DOS GRUPOS

-------------	**GRUPO A**	**GRUPO B**	**GRUPO C**	**GRUPO D**
Sujeitos	JF e RSS	LJS e FMS	JPL e ASD	EJLM e DVG

Para definir os grupos não levamos em conta o resultado do pré-teste, isto é, as respostas corretas ou erradas dos sujeitos, eles mesmos escolheram os seus pares. Percebemos, no entanto, uma boa relação afetiva entre os pares, o que contribuiu para o sucesso da pesquisa, caso contrário, teríamos que fazer a permutação dos sujeitos nos grupos o que traria maiores dificuldades.

As relações afetivas nas atividades em duplas são de fundamental importância, pois constitui uma possibilidade da construção de uma aprendizagem em parceria, através de um ensino de "mão dupla", ou seja, um sujeito ajudando o outro no processo de aprendizagem.

A partir de intervenções em duplas, Bronfenbrenner (1996), chama atenção para três propriedades importantes na aprendizagem, a reciprocidade, o equilíbrio de poder e relação afetiva. Estas três propriedades foram observadas na discussão com os grupos "A", "B", "C" e "D" durante o processo de resolução de problemas matemáticos.

9 INTERVENÇÕES, ANÁLISE E DISCUSSÃO - GRUPOS “A”, “B”, “C” E “D”

Apresentamos, neste capítulo, as intervenções dialogadas com os grupos, as formalizações dos sujeitos quando justificam suas respostas aos problemas matemáticos propostos pelo pesquisador, a análise e a discussão dos dados. Foram dialogados oito problemas diferentes para cada grupo. Os problemas foram numerados de 01 a 56 e colados, de dois em dois, nas peças do jogo de dominó.

Antes do inicio de cada sessão, o pesquisador solicitou que os participantes escolhessem, cada um da dupla, 02 peças do jogo de dominó, contendo 02 problemas cada peça, isto é, 04 problemas para o sujeito (A) e 04 problemas para o sujeito (B), explicou os procedimentos e deu-se o inicio das atividades. A cada dois problemas dialogados na dupla o pesquisador solicitava que o sujeito que estivesse com a peça na mão procurasse as respostas no tablado do jogo de dominó[6] .

As informações coletadas com base nas intervenções dialogadas surgiram a partir do uso do método clínico de Piaget, citado por Delval (2002). As sessões foram filmadas e gravadas em fita k7 e contêm informações suficientes para responder o problema da pesquisa. A transcrição das intervenções dialogadas é uma cópia fiel das falas dos sujeitos.

Apresentamos, também quadro que sintetiza os indicadores emergentes das intervenções dialogadas, coletados a partir dos objetivos da pesquisa que serviram de base para análise e discussão dos resultados.

Estabelecemos três perguntas chaves: Você pode escrever como pensou no papel?, Como você fez para resolver o problema? , Tem outro jeito de fazer essa conta? Analisando a essência das perguntas acima, levantamos três categorias de análise e alguns indicadores importantes, que foram discutidos num contexto único: <u>Expressar idéias</u> – indicadores: (interpretam, verbalizam, formalizam, discutem, concordam/discordam, cooperam, persistem); <u>utilizar estratégias</u> – indicadores: (criam, dominam) e <u>usar caminhos alternativos</u> – indicadores: (modificam, usam os reversíveis, usam os algoritmos, coordenam).

O quadro foi construído tendo como base a proposta de (BARDIN, 1977, p. 51-63). A análise, os resultados e as discussões aparecem de maneira

[6] O sujeito retoma a leitura do problema em silêncio e marca a resposta certa ou errada no tablado do jogo. É um momento de “revisão” das ações dialogadas, isto é, o sujeito pára por um momento de discutir o problema em voz alta e age diretamente no material concreto sozinho.

contextualizada, formando um todo organizado, considerando o referencial teórico apropriado. Não foi apresentada a análise individual de todos os problemas dialogados com os grupos, na sua íntegra. Escolhemos os problemas cujos comentários dos sujeitos mereceram maior atenção.

A análise de conteúdo, segundo Bardin (1977), permite a exploração de variáveis de ordem psicológica, por meio de mecanismos de dedução com base em indicadores reconstruídos de amostra de mensagens particulares (p.44).

Considerando o exposto por Bardin (1977), organizamos o quadro, onde pretendemos articular um jogo de indicadores analíticos, adaptados à natureza do nosso material e aos objetivos que pretendemos atingir.

Colocamos em evidência citações relativas às falas dos sujeitos de modo a enriquecer os resultados. Aspiramos uma interpretação fundamentada nas obras de Piaget para justificar as deduções lógicas às mensagens expressas pelos sujeitos quando ocupam a posição de emissor da mensagem.

Consiste à análise de conteúdo qualquer iniciativa que, considerando um conjunto de técnicas, procure explicitar e sistematizar o conteúdo das mensagens com a contribuição de indicadores passíveis ou não de quantificação Bardin (1977).

Tentamos, por meio da análise de conteúdo, compreender o ambiente onde utilizamos os procedimentos com o jogo de dominó, em um determinado momento da pesquisa, para resolver problemas matemáticos, levando em conta as partes observáveis. Tentamos, também, evidenciar as opiniões e tomadas de decisões, “conscientes” dos indivíduos a partir das atitudes frente aos desafios propostos.

Para interpretar as deduções dos sujeitos fizemos inferências aos conhecimentos que produziram e apresentaram, ou seja, quais as conseqüências que um determinado problema provocou no processo de aprendizagem matemática.

QUADRO 09 – LISTA DE INDICADORES[7]

Indicadores

Sujeitos	Interpreta	Verbaliza	Formaliza	Discute	Concorda/discorda	Coopera	Persiste	Cria	Domina	Modifica	Usa os reversíveis	Usa os algorítmicos	Coordena
JF	X			X	X	X	X	X				X	
RSS	X	X	X	X	X	X	X	X	X			X	
LJS	X	X	X	X	X	X	X	X				X	
FMS	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
JPL	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	
ASD	X	X	X	X	X	X	X	X				X	
EJLM	X		X	X	X	X	X	X				X	
DVG	X	X		X	X	X	X	X				X	

Nossa análise indica que os sujeitos formalizam suas reflexões ou ações adotando, em alguns casos, um padrão de compreensão diferente para o mesmo problema matemático. Isto quer dizer que as representações internas sobre o mesmo objeto pensante, se manifestam externamente, através de símbolos, de forma diferente.

Por outro lado, há momentos em que as representações externas são iguais, ou seja, os sujeitos seguem uma mesma lógica de compreensão das ações.

No campo das expressões verbais, os caminhos são diversificados. Basta solicitar aos sujeitos que expressem outra maneira de solucionar os problemas matemáticos para percebermos as diversas opiniões.

[7] Tais indicadores surgiram a partir das interpretações dialogadas com os grupos. Os quadrinhos em branco indicam que o sujeito demonstrou alguma dificuldade durante os questionamentos, uma vez que estes exigiram que o sujeito revisasse as ações tomadas durante o processo.

Entende-se por lógica, o conjunto de operações que interatuam e relacionam as ações dos sujeitos aos problemas matemáticos durante o processo de resolução na prática. Os sujeitos, quando justificam suas ações, as apresentam segundo lógicas ou pensamentos, que, na maioria dos casos, são coerentes com os problemas discutidos. De acordo com a literatura de Piaget (1976), pode-se dizer que os pensamentos lógicos destes adolescentes são egocêntricos.

Segundo Piaget (1976), diante de uma lógica egocêntrica (no campo da subjetividade), o sujeito ignora a multiplicidade das perspectivas dos objetos, ou seja, o sujeito não observa o mesmo objeto através de pontos de vistas distintos, enquanto que no campo da objetividade, há uma diferenciação e uma coordenação dos diversos pontos de vista.

Para Piaget (1986), quando um sujeito responde a uma pergunta de um adulto a resposta não constitui a linguagem espontânea do sujeito. Piaget (1986) coloca que entre 7 e 11 anos de idade, a lógica egocêntrica não influencia mais a inteligência perceptiva, mas reaparece na inteligência verbal (p.35).

9.1 GRUPO “A” {JF e RSS}

9.1.1 Intervenções dialogadas envolvendo o problema {15}

Problema 15: Dividindo seis cabeças de bois entre alguns irmãos, cada um receberá um boi. Quantos são os irmãos?

P[8]. Leia o problema em voz alta JF. *JF[9] leu pausadamente.* P. Que tipo de conta é essa JF? *É de mais [...], não, é de divisão.* P. Você sabe a resposta do problema JF?

Sei! P. Sabe? Como você fez para resolver JF? *JF responde: Peguei e vi que dividindo 6 cabeças de bois entre alguns irmãos cada um receberá 6, então daí eu peguei [...], vi que cada um ia receber um, então eles estavam em 6.* P. Você pode escrever como pensou no papel JF? *Claro! [pausa para explicação].* P. Leia novamente o problema JF. *JF atende a solicitação!*

---

[8] P = refere-se ao pesquisador
[9] JF: cada sujeito é identificado pelas letras iniciais correspondentes ao seu nome.

P. Você sabe a resposta RSS? *RSS diz: é 6!* P. Como você fez para resolver RSS? *RSS responde: seria 6, por que 6 para dar 1 teria que dar 6 para ser igual!* P. Explique na folha de papel como você ajudou seu colega a resolver o problema. *RSS [pausa para explicação].*

9.1.2 Intervenções dialogadas envolvendo o problema {16}

Problema 16: Devia duzentos reais para meu colega, hoje devo quatrocentos. Por quanto foi multiplicada minha dívida?

P. Leia o problema em voz alta JF. *JF leu pausadamente.* P. Qual é a resposta do problema JF? *JF diz: o resultado do problema é 2.* P. Por que? *JF responde: antes ele devia 200, daí não sei o que ele fez que deveu mais 2, ele devia 200 depois ficou devendo 400.* P. Mais dois o quê? Se ele devia 200 e deve mais 2, então ele deve 202. E daí o que aconteceu? *JF : ah! Eu não sei.* P. Que tipo de conta é essa? De mais, de menos? *JF diz: de mais!* P. Essa conta é de mais? *JF ficou pensando.* P. Leia de volta o problema JF. *JF repete.* P. Essa conta é de mais? *JF diz: não! É de multiplicação.* P. Qual é a resposta da conta? *JF 200!*

P. Você sabe RSS resolver o problema? *Sei! 400. Essa conta foi dobrada. Ele devia 200, ele fez alguma coisa que dobrou para 400.* P. Essa conta é do que então? *RSS responde: é de mais.* P. A pergunta é por quanto foi multiplicada essa operação? *RSS fala: por 2!* P. Explique como fez para resolver na folha de papel. *RSS [pausa para explicação].*

P. Ache as respostas dos problemas (15 e 16) no tablado do jogo JF. *JF repensa os 2 problemas individualmente e procura as repostas no tablado sozinho. [6:2].* P. Comentário: as respostas corretas são [6: 2].

9.1.3 Intervenções dialogadas envolvendo o problema {09}

Problema 09: O senhor Antonio tem três cabeças de porcos e três filhos. O que ele deve fazer para evitar briga entre os filhos?

P. Leia o problema em voz alta RSS. *RSS leu pausadamente.* P. Qual é a resposta do problema RSS? *RSS diz: divisão, 3 dividido por 3 que vai dar 1. 1 para* *cada filho.* P. Você concorda com ele JF? *JF: não entendi a pergunta!* P. Repete, por favor, RSS! *RSS repete pausadamente para o colega. JF responde: concordo!* P. Você concorda que a resposta é de divisão? Quanto vai dar a divisão? *JF diz: 3 dividido por 3 deu 1.*

P. Expliquem como fizeram para resolver na folha de papel. *[pausa para explicação].* Acharam a resposta então? *JF e RSS [pausa para explicação].*

9.1.4 Intervenções dialogadas envolvendo o problema {10}

Problema 10: Marcos gosta de cavalos, ele tinha três e agora resolveu vender todos. Com quantos cavalos Marcos ficará?

P. Leia o problema em voz alta RSS. *RSS leu pausadamente.* P. Qual é a resposta do problema RSS? *RSS diz: nenhum!* P. Essa conta é de mais ou de menos ou de divisão? Montem a conta no papel e ponham a resposta. *RSS e JF [pausa para explicação].*

P. Encontre as respostas dos problemas (09 e 10) no tablado do jogo. *RSS repensa os 2 problemas individualmente e procura as respostas no tablado do jogo e marca [1 : 0].* P. Comentário: as respostas corretas são [1: 0]

9.1.5 Intervenções dialogadas envolvendo o problema {43}

Problema 43: Qual é a quantidade que deve ser somada com seis para se ter dez?

P. Leia o problema em voz alta JF. *JF leu pausadamente.* P. Qual é a resposta JF? *JF diz: 3!, Não 4!.* P. Que tipo de conta é essa? *JF diz: de mais!* P. Concorda com ele RSS? *RSS diz: tenho 6 e preciso obter 10? Concordo!* P. Representem na folha de papel como fizeram. *[pausa para explicação]*

9.1.6 Intervenções dialogadas envolvendo o problema {44}

Problema 44: Eu tinha quatro figurinhas agora tenho dez. Quantas eu ganhei?

P. Leia o problema em voz alta JF. *JF leu e respondeu de imediato: ganhei 6!* P. Essa conta é de mais, de menos, de vezes ou de dividir? *JF diz: de mais!.* P. Arme a conta e dê a resposta. *[Pausa para explicação].* P. Você concorda RSS com a resposta dele? *RSS: concordo!* P. Marque as respostas dos problemas (43 e 44) no tablado do jogo.

JF repensa individualmente e coloca a peça no seu devido lugar [4: 6]. P. Comentário: as respostas corretas são [4: 6]

9.1.7 Intervenções dialogadas envolvendo o problema {05}

Problema 05: Eu tinha dez reais no bolso, emprestei sete para meu colega. Quantos me restaram?

P. Leia o problema em voz alta RSS. *RSS leu pausadamente.* P. Qual é a resposta JF? *JF [fica pensando] - RSS diz: 3!* P. Concorda com ele JF? *JF diz: concordo!* P. Por que é 3 JF? *JF diz: se eu tenho 10 tiro 7, fico com 3. essa conta é de menos!* P. Representem no papel a operação matemática. *RSS e JF [pausa para reflexão].*

9.1.8 Intervenções dialogadas envolvendo o problema {06}

Problema 06: Qual é o número que multiplicado por três unidades tem como resposta nove?

P. Leia voz alta o problema RSS. *RSS leu pausadamente.* P. Qual é a resposta JF? *JF diz: não entendi! É 6!* P. Seis? Tem certeza? *JF fica pensando!* P. Essa conta é de multiplicação, de divisão, de mais? *JF continua pensando!* P. Leia novamente RSS. *RSS – leu devagar.*

P. Expresse o exercício que RSS falou no papel. Como você imaginou para dar o 6. *JF [pausa para a explicação].* P. Procure as respostas dos problemas (05 e 06) no tablado do jogo RSS. *RSS repensa individualmente nas respostas dos dois problemas e marca no tablado [3: 6].* P. Comentário: as respostas corretas são [3: 3].

9.1.9 Formalizações das respostas dos problemas – grupo "A"

[redacted] E) - J. F. 20/10/07

15 Eu vi que no plobema dizia que tinham alguns irmãos e seis cabeças de boi. então cheguei a conclusão que tinham 6 irmãos.

16 Eu pensei que 200 reais mais 200 ia dar 400 então eu fiz a conta de multiplicação.

09 $3 \div 3 = 1$ Porque eu fiz a divisão de trez filhos e trez porcos que ia dar 1 para cada um.

$$\begin{array}{r|l} 3 & 3 \\ -3 & 1 \\ \hline 0 & \end{array}$$

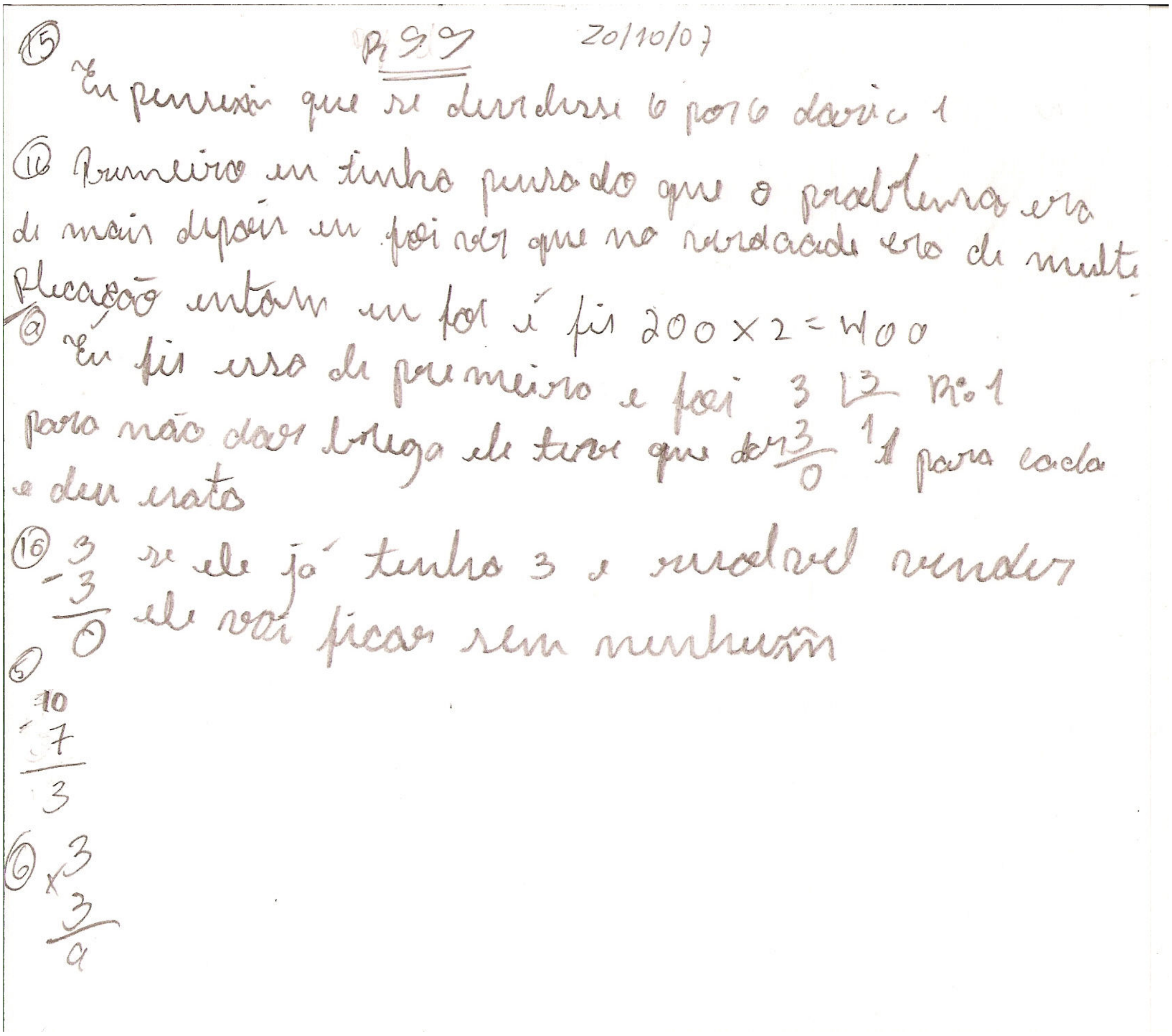
10
$$\begin{array}{r} 3 \\ -3 \\ \hline 0 \end{array}$$
marcos vendeu seus porcos e ficou com nem um.

13 6 se eu somar 6 com 4 o resultado ia dar o valor correto.
$$\begin{array}{r} 6 \\ +4 \\ \hline 10 \end{array}$$

05
$$\begin{array}{r} 10 \\ -3 \\ \hline 7 \end{array}$$
então a resposta é de menos.

44 4 eu conclui ese resultado porque a conta era de mais.
$$\begin{array}{r} 4 \\ +6 \\ \hline 10 \end{array}$$

06 eu imaginei que tinha 3 unidade para chegar ao nove faltava 3 então eu concluí que 6 vezes 3 é 9.



A explicação de (JF) diante da pergunta: Como você fez para resolver o problema? Referindo-nos ao problema 15: “Dividindo seis cabeças de bois entre alguns irmãos, cada um receberá um boi. Quantos são os irmãos”? Embora “distorcida”, caracteriza a representação externa que (JF) “processou” internamente no seu pensamento e explicitou verbalmente. Observe: *“Peguei e vi que dividindo 6 cabeças de bois entre alguns irmãos cada um receberá 6, então daí eu peguei [...], vi que cada um ia receber 1, então eles estavam em 6”*

O pensamento comunicável verbalizado[10] pelo sujeito está coerente com o problema discutido, embora haja uma falta de organização das premissas, isto é, o sujeito não organiza os antecedentes, as hipóteses, que, através das implicações lógicas, levam à conclusão do problema. É um pensamento hipotético-dedutivo.

[10] Pensamento comunicável verbalizado refere-se àquilo que o sujeito fala diante das perguntas do pesquisador.

Sobre o assunto, Piaget (1976), coloca que o pensamento formal é hipotético-dedutivo. Para ele, o sujeito nesta fase, deve possuir capacidade para perceber as ligações entre as suposições, e delas deduzir as conseqüências necessárias para se chegar à resposta de um problema.

Nossos indicadores apontam que (JF) teve dificuldade em coordenar tais ações ao ser surpreendido pela pergunta do pesquisador.

Ao perguntarmos a (JF): qual é a resposta do problema?, Fazendo referência ao problema 16: “Devia duzentos reais para meu colega, hoje devo quatrocentos. Por quanto foi multiplicada minha dívida”?, (JF) responde corretamente: *“o resultado do problema é 2!”,* De fato. Poderíamos ter parado por aqui. No entanto, ao insistirmos: por quê?, (JF) se vê diante de uma dificuldade e se expressa da seguinte maneira: *“Antes ele devia 200, daí não sei o que ele fez que deveu mais 2, ele devia 200 depois ficou devendo 400”* .

Tal pensamento comunicável verbalizado pelo sujeito é incoerente com o problema em discussão. A inteligência comunicável para Piaget (1986) exige do sujeito o raciocínio dedutivo, tornando explícitas as ligações entre as proposições, os “se..., então....,” O ato de convencer o outro e convencer a si mesmo, a eliminação dos esquemas de analogia, substituindo-os pelo raciocínio dedutivo.

Para o autor, o pensamento comunicável processa-se de modo interativo, através de uma linguagem partilhada. A linguagem é que permite que o pensamento se expresse e seja reconhecido pelos outros, porém o desejo da comunicação só faz sentido na presença de um ouvinte. A comunicabilidade ou incomunicabilidade “não são para o pensamento, atributos que se obtenham do exterior, mas traços constitutivos que modelam profundamente a estrutura do raciocínio”. (PIAGET, 1986, p. 35).

Quando perguntávamos ao sujeito (JF): você pode escrever como pensou no papel? Problema 15. Tem-se a seguinte resposta: *“Eu vi que no problema dizia que tinham alguns irmãos e 6 cabeças de boi, então cheguei à conclusão que tinham 6 irmãos”.*

O pensamento comunicável formalizado[11] pelo sujeito está incoerente com o problema discutido, uma vez que as premissas (alguns irmãos e 6 cabeças de bois), que estão na posição de hipóteses, podem não levar à resposta apontada pelo

[11] Pensamento comunicável formalizado refere-se àquilo que o sujeito escreve a pedido do pesquisador.

sujeito. (JF) apresentou dificuldade para formalizar a resposta do problema em discussão.

Da mesma forma, fazendo inferência ao problema 16, citado anteriormente, tem-se a resposta formalizada no papel como segue: *"Eu pensei que 200 reais mais 200 ia dar 400, então eu fiz a conta de multiplicação".*

O pensamento comunicável formalizado pelo sujeito está de acordo com o problema discutido, visto que, conforme Piaget (1971), as operações aditivas e multiplicativas são interdependentes, logo, fazer: 200 x 2 = 400 é o mesmo que fazer: 200 + 200 = 400.

Com relação ao problema 06: "Qual é o número que multiplicado por três unidades tem como resposta nove"? Diante das questões: Qual é a resposta do problema? (JF) responde: *Não entendi! É 6!* Seis? Tem certeza? Essa conta é de multiplicação, de divisão, de mais? (JF) continua pensativo. Leia o problema novamente para ele (RSS) e expressem na folha de papel como fizeram. Seguem abaixo as respostas dos dois sujeitos: *"Eu imaginei que tinha 3 unidade, para chegar ao nove faltava 3, então eu conclui que 6 vezes 3 é 9" (JF)* e *"3 x 3 = 9" (RSS).*

O pensamento comunicável formalizado pelo sujeito (JF), indica falta de familiaridade com o domínio da operação de multiplicação, como também, aponta dificuldade na organização dos antecedentes que levam aos conseqüentes.

Do ponto de vista da lógica das proposições caracterizada no pensamento formal, os antecedentes organizados pelo sujeito não têm nada a ver com o conseqüente concluído. Enquanto que o pensamento de (RSS), indica, neste caso, familiaridade com o domínio da operação de multiplicação por 3: "*3 x 3 = 9".*

Piaget (1973) coloca que quando o sujeito fala do seu pensamento para si mesmo e para os outros, demanda organização das estruturas lógicas ou matemáticas.

Na nossa interpretação, é possível estabelecer conexão à argumentação lógica de (JF), quando nos referimos à resposta do problema 06: "Qual é o número que multiplicado por três unidades tem como resposta nove"? *"Eu imaginei que tinha 3 unidade, para chegar ao nove faltava 3, então eu conclui que 6 vezes 3 é 9" (JF),* ao que Piaget (1986) chama de lógica egocêntrica.

Para ele "a lógica egocêntrica é mais intuitiva que dedutiva o que significa que seus raciocínios não são explícitos. O julgamento vai de uma só vez das premissas às conclusões, pulando etapas. Tal lógica insiste pouco na demonstração, e mesmo no controle das proposições" (p. 34).

O uso das operações lógicas necessárias para a resolução dos problemas, de forma cooperativa (o que caracteriza uma etapa desta pesquisa), demanda, ao nosso olhar, o que Piaget (1973), chama de a passagem da ação irreversível às operações reversíveis que se acompanha de uma socialização das ações (ações dialogadas), procedendo ela mesma do egocentrismo à cooperação.

É possível afirmar que não há clareza na decisão tomada por (RSS), quando se refere ao problema 16, quanto ao principio da multiplicação. Observamos isso, quando o sujeito formalizou a resposta do problema. Bem como é possível inferir que as dificuldades surgidas aparentemente estão ligadas à própria noção de número. A noção de número implica a noção das operações aritméticas e estas se completam com as operações aditivas e multiplicativas, de tal forma que a conquista de uma delas implica na conquista da outra (Piaget & Szeminska, 1971).

Uma adição de classes implica uma multiplicação lógica dessas mesmas classes. O fracasso das operações aditivas se dá por falta das operações multiplicativas, e vice-versa (Piaget & Szeminska, 1971).

Pode-se perceber na argumentação de (RSS), a falta de familiaridade no domínio dos processos reversíveis que constituem as operações aditivas e multiplicativas, o que implicaria no domínio das operações básicas (um dos objetivos desta pesquisa), quando se refere ao problema 16, conforme segue: *"Primeiro eu tinha pensado que o problema era de mais, depois eu fui ver que na verdade era de multiplicação, então eu fui e fiz 200 x 2 = 400 ".*

Observe a frase na citação acima: "*Eu tinha pensado que o problema era de mais".* De fato. Poderia ser: 200 + 200 = 400, como (JF) fez anteriormente. O que estaria de acordo com as operações aditivas e multiplicativas colocadas por (Piaget & Szminska, 1971). No entanto (RSS), não se convenceu, que sua intuição inicial, também estaria correta. Para esses autores, a passagem da composição aditiva à multiplicativa dá-se com a conservação da igualdade de duas partes consideradas unidades e estabelecendo a soma das partes formando um todo inicial. Disso decorre:

> Uma multiplicação aritmética é uma eqüidistribuição tal que, se n x m, tem-se n coleções de m termos, ou m coleções de n termos, que se correspondem biunivocamente entre si. Desde logo, a adição A_1 + A_2 = 2 A é, por isso mesmo, uma multiplicação, multiplicação que

> significa que a coleção A_1 é duplicada por uma outra coleção A_2, a corresponder-lhe de maneira biunívoca e recíproca. [....], disso discorre a divisão aritmética 2 A : 2 = A. (PIAGET & SZMINSKA, 1971, p. 271).

Em se tratando de contribuir para o desenvolvimento cognitivo a partir da resolução de problemas aritméticos, bem como, verificar o uso de estratégias e habilidades de interpretação para a resolução de problemas, pode-se dizer que os pensamentos socializados, discutidos nas categorias em questão, originários das trocas de informações de forma cooperativa, envolvendo os diálogos entre os sujeitos (JF e RSS) - grupo "A", variam de acordo com os problemas trabalhados, em grau de liberdade maior ou menor, dependendo do problema envolvido.

Neste grupo "A", dos indicadores emergentes, percebem-se as maiores dificuldades do sujeito (JF) em: verbalizar as idéias; formalizar as idéias; dominar as operações; modificar os caminhos para solucionar os problemas; utilizar as operações reversíveis e coordenar as ações (proposicionais) constituídas na lógica formal, conforme Piaget (1976).

Para esta conclusão, consideramos tanto as informações verbalizadas, quanto as formalizadas, na presença do pesquisador.

No entanto, nas relações com o material concreto (tomada de decisão individual), onde (JF) retoma sua lógica verbal, após o diálogo harmônico com seu parceiro (RSS), para marcar as respostas dos problemas no tablado do jogo, individualmente, não percebemos dificuldades. O que pode caracterizar um melhor relacionamento entre as ações ligadas ao objeto concreto (peças do jogo de dominó) do que as ligadas ao virtual (ações dialogadas).

Piaget (1976) destaca as operações concretas como sendo de primeira potência, pois suas relações se referem diretamente aos objetos. O pensamento operatório concreto é caracterizado por uma "extensão do real na direção do virtual" (p.187). Disto decorre a importância em apresentar aos sujeitos objetos manipuláveis que servem de ponto de apoio para a construção dessas operações e contribua na direção do pensamento formal.

O sujeito (RSS) não demonstrou as mesmas dificuldades, embora prevaleçam algumas em: utilizar as operações reversíveis; modificar os caminhos para solucionar os problemas; coordenar as ações relacionadas ao pensamento formal (hipóteses e proposições).

Pudemos observar, nas ações do (RSS), a capacidade de domínio de poder frente ao seu parceiro, o que caracteriza uma propriedade importante nas relações em duplas segundo Bronfenbrenner (1996).

Relativamente ao uso do material concreto, (RSS) cometeu apenas um "deslize", apesar de formalizar corretamente a resposta do problema 06 na folha de papel, marcou errada no tablado do jogo de dominó. Isto pode caracterizar influência das ações dialogadas pelo seu parceiro, ou falta de atenção no momento de marcar a resposta no tablado do jogo.

Em relação as representações formalizadas na folha de papel, os sujeitos demonstraram, algumas idênticas e outras diferentes, dependendo do tipo do problema em discussão. Sobre o assunto Teixeira (2005) contribui:

> Os sujeitos apresentam compreensões diferentes sobre o mesmo conceito ou estrutura matemática porque suas representações mentais têm conteúdos diferentes. Sendo assim, as representações internas e externas são a chave para o estudo do fenômeno da compreensão (p. 20).

Para Freire (1996) o pensar certo é um ato comunicante, que não pode ser transferido mas co-participado. Pensar implica a existência de "sujeitos que pensam mediados por objeto ou objetos sobre que incide o próprio pensar dos sujeitos". (FREIRE, 1996, p. 37).

9.2 GRUPO "B" {LJS e FMS}

9.2.1 Intervenções dialogadas envolvendo o problema {33}

Problema 33: Doze moedas de um real serão divididas por um número de pessoas de modo que cada uma receba seis moedas. Quantas pessoas estão envolvidas?

P. Leia o problema em voz alta LJS. *LJS leu pausadamente. FMS responde 2! 12 dividido por 2 igual a 6!* P. Então são 2 pessoas? Concorda com ele LJS? *LJS responde: sim!* P. Como você fez essa conta LJS? *LJS diz: eu fiz 12 dividido por 2!* P. Então arme a expressão e represente no papel para mim. *[Pausa para explicação].*

P. Você fez uma operação de divisão LJS? *LJS disse: sim!* P. Por que é de divisão essa conta FMS? *FMS responde: porque tem 12 moedas e quer dividir para duas pessoas, então dá 2, 4, 6, 8, 10, 12. Conta nos dedos.* P. Tem outro jeito de fazer essa conta FMS?

FMS diz: claro que tem! P. Qual é? Mostre! *FMS disse: 2 vezes 6.* P. Concorda com ele LJS? Essa conta pode ser de vezes também? *LJS diz: pode.* P. Por quê? *LJS [reflete em silêncio].* P. Que operação é essa? *LJS diz: vezes e divisão.*

9.2.2 Intervenções dialogadas envolvendo o problema {34}

Problema 34: Eu tinha dezesseis figurinhas da copa do mundo, agora tenho dezoito. Quantas eu ganhei?

P. Leia o problema em voz alta LJS. *LJS leu pausadamente.* P. Entendeu o problema LJS? *LJS reflete: 16, 17, 18, conta nos dedos.* P. Essa conta do que é LJS? *LJS diz: é de mais.* P. Represente no papel. *LJS [pausa para explicação].* P. Ache as respostas dos 2 problemas (33 e 34) no tablado do jogo de dominó. *LJS diz: não tem aqui.*

P. Você está procurando o 18? Leia o problema novamente. Qual é a resposta? *LJS diz: 2.* P. E a resposta do problema anterior? *LJS diz: 6!.* P. Logo você está procurando? *LJS marca as respostas dos problemas (33 e 34) [2 : 6] no tablado.* P. Comentário: as respostas corretas são [2 : 2]

9.2.3 Intervenções dialogadas envolvendo o problema {37}

Problema 37: Eu tinha cinco figurinhas, colecionei mais algumas e completei dez. Por quanto foi multiplicada a quantidade que eu tinha?

P. Leia o problema em voz alta LJS. *LJS leu pausadamente. FMS dá a resposta imediatamente: 5! E explica: foi multiplicado? Dobrou!* P. Ta correta a informação dele LJS? *LJS [fica pensando].* P. Represente o que LJS falou no papel FMS. *FMS [fica pensando].* P. O que o problema está pedindo? Por quanto foi multiplicado? *FMS responde: foi multiplicado por 2.* P. Representou qual é a resposta FMS? *FMS falou: 10!* P. Concorda com ele LJS? *LJS [fica pensativo] e responde: concordo!*

9.2.4 Intervenções dialogadas envolvendo o problema {38}

Problema 38: Eu tinha certo número de figurinhas, emprestei todas para meu colega, com quantas fiquei?

P. Leia o problema em voz alta LJS. *LJS atende o solicitado. FMS responde em seguida: eu tinha nada, emprestei nada, não tenho nada. E continua se expressando: ele tinha certo número de figurinhas, tinha que saber o tanto que ele tinha. É x igual a [...]. Não, mais tinha que ter pelo menos um número de exemplo para resolver o x.*

P. Concorda com ele LJS? *LJS [fica pensando].* P. Como você está representando isso FMS? *FMS diz: tenho x, como pode ser s, z ou qualquer outra letra, outro número vezes ele.* P. Ponha no papel como você está pensando. *FMS [fica pensando] e escreve X.0 = 0.*

P. Você acha que está certo esse exercício LJS? Como você representaria? *LJS [fica pensativo].* P. Tem certeza que esse problema está correto LJS? *LJS responde: ah! Não sei.* P. Quer ler novamente? *LJS argumenta: se você não tinha nada vai ficar com nada.*

P. É isso que o problema está falando? *LJS diz: não! Ele tinha um tanto de figurinhas, mas devia ter o número de figurinhas que ele tinha.* P. Marque as respostas dos problemas (37 e 38) no tablado do jogo LJS. *LJS procura as respostas e marca [5: 0].* P. Comentário: as respostas corretas são [2: 0].

9.2.5 Intervenções dialogadas envolvendo o problema {21}

Problema 21: Se um termômetro marcava um grau negativo e se a temperatura subiu um grau. Qual a temperatura que marca o termômetro atualmente?

P. Leia o problema em voz alta FMS. *FMS leu pausadamente e argumentou: se tinha 1 grau negativo e agora tem 1 grau positivo, porque subiu 1 grau.* P. Concorda com ele LJS? *LJS: concordo!* P. Explique porquê a resposta vai dar 1 positivo LJS. *LJS diz: Porque tinha 1 negativo! Está negativo para chegar ao positivo* *[pausa].* P. Quanto é LJS? *LJS diz: 1!* P. Represente no papel essa idéia LJS. *[pausa para explicação].*

P. Você está pensando a mesma coisa que ele está pensando FMS? O que é ser negativo e positivo? *FMS diz: regra de sinais.* P. Onde envolve regra de sinais aí FMS? *FMS explica: tinha 1 negativo e agora tem 1 positivo, quer dizer que subiu 1 positivo.* P. Qual é a temperatura que o termômetro marca atualmente FMS? *FMS diz: 1 grau Ceusius!* P. Concorda com ele LJS? *LJS responde: concordo!* P. Conclusão então? *FMS diz: 1 grau positivo.*P. Represente o outro tipo de conta que você imaginou FMS.

Nessa conta dá um grau positivo FMS? *FMS pensa e representa: dá zero. Menos com mais [...] dá zero.* P. Represente o cálculo que você está imaginado. *FMS [pausa para explicação].*

9.2.6 Intervenções dialogadas envolvendo o problema {22}

Problema 22: Hoje eu tenho na minha coleção um total de dez figurinhas, antes eu só tinha quatro. Quantas eu arrumei?

P. Leia o problema em voz alta FMS. *FMS leu o problema e respondeu em seguida: resposta 6.* P. Essa conta é de mais ou subtrair FMS? *De mais!* P. Represente no tablado do jogo as respostas dos dois problemas (21 e 22). *[Pausa para reflexão]. FMS marca as respostas no tablado [1: 6].* P. Comentário: as respostas corretas são [0: 6]

9.2.7 Intervenções dialogadas envolvendo o problema {25}

Problema 25: Tenho atualmente quatorze anos de idade, logo terei dezenove, quantos anos devo somar para chegar a essa idade?

P. Leia o problema em voz alta FMS. *FMS leu cuidadosamente. Imediatamente LJS deu a resposta: 14 mais 5 igual 19.* P. Arme a operação matemática e represente na folha de papel. *FMS e LJS [pausa para representação].*

9.2.8 Intervenções dialogadas envolvendo o problema {26}

Problema 26: Certo time de futebol tinha dezesseis pontos no campeonato, agora tem doze pontos. Isto quer dizer que o time perdeu?

P. Leia o problema em voz alta FMS. *FMS: leu. LJS reponde: perdeu 4 pontos.* P. Essa conta é de mais, ou de menos, ou de vezes? *LJS: de menos! 16 menos 4 igual a 12.* P. Concorda com ele FMS? *FMS [pausa para responder].* P. Está em dúvida? Tem outra maneira de fazer sem ser essa operação? *FMS: poderia ser 4 menos dezesseis igual a menos doze.*

P. Aí dá negativo! Porque não poderia dar resultado negativo FMS? *FMS explica: porque o primeiro número é positivo e o outro é negativo.* P. Porque é negativo FMS? *FMS responde: porque é menos.* P. Tem certeza que o outro número é menos FMS?

O que você acha LJS? *LJS [fica pensando]. FMS tenta explicar: eu tinha 16 pontos, daí eu devia 4, dá 12. Porque esse 4 que eu tinha era menos, porque eu devia, agora tenho 12. Paguei minha dívida.* P. Mas dívida não é um fato negativo? *É! Responde. Eu estou falando que devia 4.* P. Sim, mais neste caso o que estamos pensando? Estamos falando em pontos de futebol. Existem pontos de futebol negativo? *Não! Disse LJS.*

P. Então, qual é a conclusão de vocês dois? *Ele ficou com 12 pontos disse LJS. Porque perdeu 4 pontos completou FMS.*P. Marque as respostas dos problemas (21 e 22) no tablado FMS. *FMS [pensa individualmente procura e marca: [5: 4].* P. Comentário: as respostas corretas são [5: 4].

9.2.9 Formalizações das respostas dos problemas – grupo “B”

L. J. S 20/10/07

33) 12 |12

12 6

34) 16 + 2 = 18

37) 5 + 5 = 10

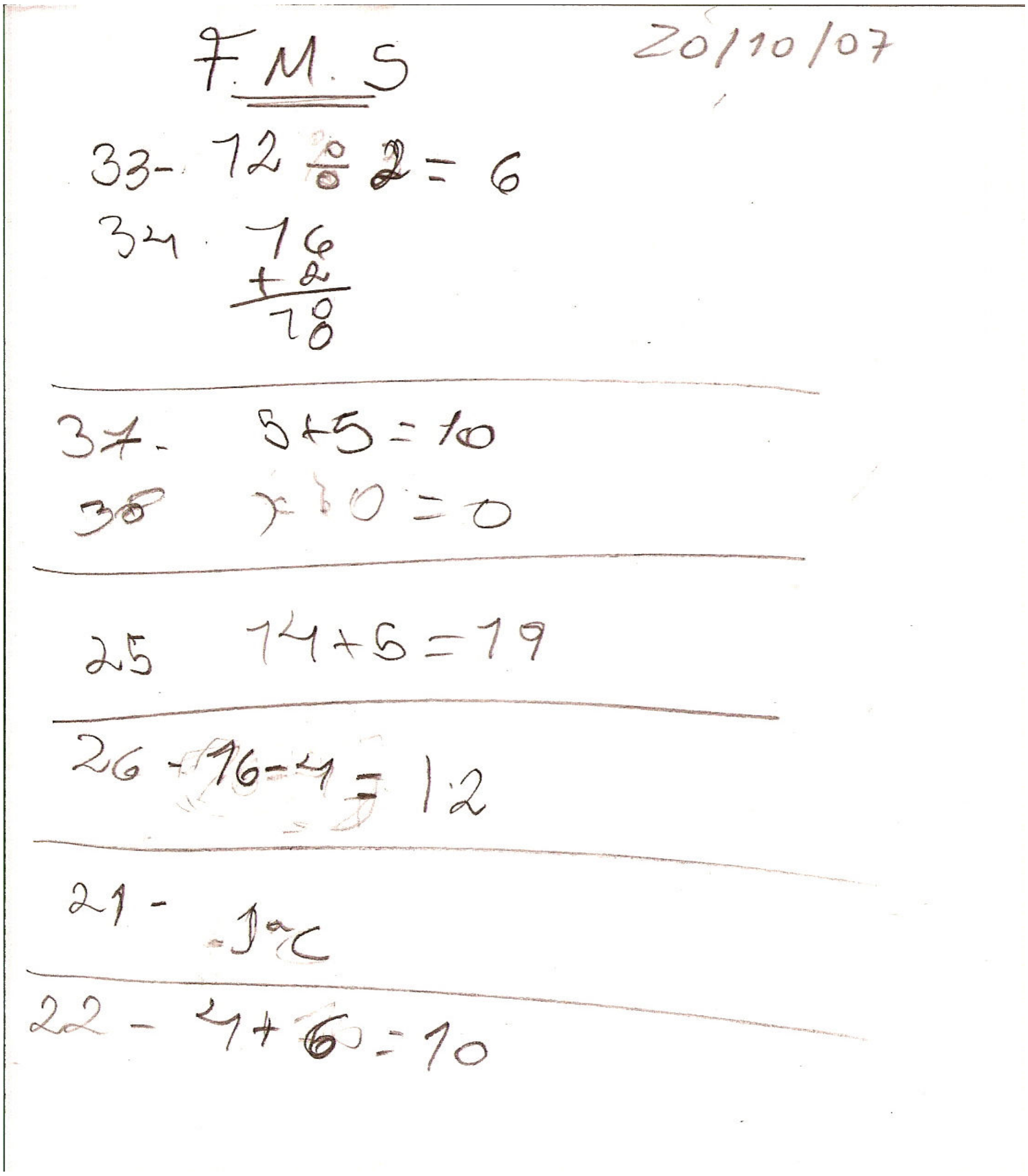
38) x + 0 = 0

25) 14 + 5 = 19

26) 16 − 4 = 12

21) 1º C

22) 4 + 6 = 10



F.M.S 20/10/07

33- 12 ÷ 2 = 6

34. 76
+ 2
78

37- 5+5 = 10

38 × 10 = 0

25 14+5 = 19

26 - 16-4 = 12

21 - 1ºC

22 - 4+6 = 10

A análise dos dados relativamente aos problemas discutidos pelos sujeitos (LJS e FMS), grupo “B”, nos permite inferir, inicialmente, ao problema 33: “Doze moedas de um real serão divididas por um número de pessoas de modo que cada uma receba seis moedas. Quantas pessoas estão envolvidas”? A característica deste problema é a mesma do problema 15, discutido com os sujeitos (JF e RSS).

Quando perguntamos a (FMS), porque é de divisão essa conta? A resposta foi a seguinte: *“porque tem 12 moedas e quer dividir para 2 pessoas, então dá: 2, 4, 6, 8, 10 e 12- contando nos dedos”* A resposta de (FMS), indica uma tentativa de explicação, a partir da verificação da “quantidade de vezes que um número cabe dentro do outro”. Essa possibilidade é permitida pela operação de divisão.

Além da explicação acima, que é pertinente e correta, (FMS) apresentou as seguintes respostas às próximas perguntas: tem outro jeito de fazer essa conta FMS? *Claro que tem!* Qual é? Mostre! *2 x 6 é 12! .* A explicação de (FMS), denota o conhecimento de uma propriedade importante do pensamento concreto, segundo Piaget (1976), que são as operações reversíveis. (FMS) demonstrou, neste caso, reconhecer a reversibilidade entre uma operação de divisão e uma de multiplicação no mesmo objeto em discussão.

Embora (LJS) estivesse de acordo com as explicações verbais apresentadas por (FMS), marcou errada a resposta do problema em questão no tablado do jogo de dominó. (LJS), marcou a resposta 6, ao invés de 2, o que, parece ter permanecido uma sombra de dúvida na tomada de decisão de (LJS), já que a responsabilidade da procura da resposta do problema, no tablado do jogo, cabe ao sujeito que está com peça na mão. No caso, tal responsabilidade era de (LJS). Para melhor compreensão desta passagem, o leitor deverá recorrer às intervenções dialogadas - problemas 33 e 34 - grupo “B”.

Apesar de (FMS) ter apresentado, relativamente ao problema 33, uma discussão verbal que envolve a compreensão dos processos reversíveis, característicos do pensamento concreto, conforme Piaget (1976), a formalização (a representação simbólica) do problema foi apresentada somente de uma forma: *12 ÷ 2 = 6*. Para Piaget (1976), “nem todo pensamento verbal é formal” (p. 189).

Relativamente aos problemas 37 e 38 tem-se: problema 37: “Eu tinha cinco figurinhas, colecionei mais algumas e completei dez. Por quanto foi multiplicada a quantidade que eu tinha”? Após a leitura do problema feita por (LJS), (FMS) dá a seguinte resposta: *5!* E explica: *foi multiplicado! Dobrou!* Por quanto foi multiplicado? *Foi multiplicado por 2!* Qual é a resposta FMS? *É 10!* , e formaliza: 5 + 5 = 10. Enquanto (LJS) presta atenção na conversa.

A argumentação de (FMS) pode constituir o que Piaget (1971) aponta a respeito das operações constitutivas do número (a correspondência termo a termo) que possui a característica de conservar a equivalência mesmo envolvendo mudanças de disposição dos objetos. Por exemplo: 1 + 1 = 2; 2 + 1 = 3; 3 + 1 = 4, no caso, 5 + 5 = 10, o que constituem os agrupamentos aditivos de classes.

Com relação ao problema 38 tem-se: “Eu tinha certo número de figurinhas, emprestei todas para meu colega com quantas fiquei”? Segue a argumentação de (FMS): *“Eu tinha nada, emprestei nada, não tenho nada. Ele tinha certo número de figurinhas, tinha que saber o tanto que ele tinha. É x igual a [...]. Não! Mais tinha que ter pelo menos um número de exemplo para resolver o x. [..], tenho x, como pode ser s, z ou qualquer outra letra, outro número vezes ele. [...], x.0 = 0” (FMS).*

Considerando os indicadores em questão, afirma-se que (FMS) apresentou dificuldade ao interpretar o problema da forma que foi escrito, apesar de ter arriscado uma estratégia (caminho alternativo) de representação algébrica nas suas argumentações: “*tenho x, como pode ser s, z ou qualquer outra letra, outro número vezes ele. X . 0 = 0”.*

O sujeito (LJS), apesar de indeciso, acaba sendo induzido pelas idéias de (FMS) e se expressa de maneira idêntica, diante das indagações: Tem certeza que esse problema está correto LJS? *Ah! Não sei. Se você não tinha nada vai ficar com nada. Não! Ele tinha um tanto de figurinhas, mais devia ter o número de figurinhas que ele tinha”(LJS).* (LJS) também demonstra dificuldade para interpretar esse problema.

Pode-se afirmar com base na literatura de Bronfenbrenner (1996), quando se refere ao equilíbrio de poder em atividades diádicas, que nas relações dialogadas nesta dupla, não prevaleceu o equilíbrio de poder, mas sim o domínio de poder do sujeito (FMS) em relação ao parceiro. Pode-se afirmar também, que tal domínio de poder, contribuiu negativamente nas decisões individualizadas do parceiro (LJS), quando da tomada de decisão frente às respostas dos problemas a serem encontradas no tablado do jogo de dominó.

Tais respostas foram apresentadas como seguem: as respostas dos problemas 33 e 34 são [2 : 2], (LJS) marcou no tablado do jogo [2 : 6]; as respostas dos problemas 37 e 38 são [2 : 0], (LJS) marcou no tablado [5 : 0]; as respostas dos problemas 21 e 22 são [0 : 6], (LJS) marcou no tablado [1 : 6]. Para compreender melhor esta passagem o leitor deverá recorrer às intervenções dialogadas envolvendo tais problemas - grupo “B” .

As colocações de (LJS), se levarmos em conta os pressupostos da pesquisa, dada a reflexão que fez diante das intervenções, leva-nos a duas direções que precisam ser consideradas:

Em primeiro lugar, o papel do material disponibilizado pelo pesquisador; e em segundo, as ações e coordenações das ações do sujeito, que não estão vinculadas somente ao material disponível, e sim, num jogo entre egocentrismo e comunicabilidade. Há um momento na pesquisa, em que o objeto concreto (jogo de dominó) é substituído por problemas verbais, ou seja, o momento das intervenções dialogadas.

Para Freire (1996) a tarefa do educador é “exercer a prática de inteligir, desafiar o educando com quem se comunica e a quem comunica e produzir sua compreensão do que vem sendo comunicado”. (FREIRE, 1996, p. 38).

Para Piaget (1976), a relação objeto real e problemas verbais, superpõem uma nova lógica, a lógica das proposições (característica do pensamento formal), que supera em termos de possibilidades operatórias a lógica das classes e relações características dos agrupamentos.

A lógica das proposições supera a manipulação do objeto que, por um lado, é utilizado na busca de resultados de operações matemáticas. Repetir ou dar resultados imediatos não expressa necessariamente domínio das operações matemáticas. Micotti (2001). A lógica das proposições age sobre as operações possíveis e se manifesta tanto diante de situações experimentais, como diante de problemas verbais (Piaget, 1976). Para melhor compreensão dessa passagem recorremos às argumentações de Piaget, como seguem:

> Neste caso, em vez de o raciocínio se voltar para os dados inteiramente formulados, o sujeito é levado a propor seus problemas e a criar seus métodos pessoais, [...], desde o contato com os problemas de fato, o pensamento formal parte de hipótese, isto é, do possível, em vez de limitar-se a uma estruturação direta dos dados percebidos. Portanto, o característico da lógica das proposições, [...] é, antes de tudo, uma lógica de todas as combinações possíveis do pensamento, tanto no caso em que tais combinações aparecem com problemas experimentais, quanto no caso em que aparecem diante de problemas puramente verbais. Sem dúvida, tais combinações se superpõem, graças às hipóteses, à simples leitura dos dados. (PIAGET, 1976, p. 190).

O ponto de vista de (LJS), se nos referirmos aos indicadores, confere falta de domínio das operações matemáticas, tendo em vista que o sujeito necessita ler individualmente, interpretar e achar as respostas dos problemas no tablado do jogo. Além desta passagem evidenciada, há outras dificuldades tais como: a procura de caminhos alternativos para resolver problemas matemáticos; o uso de caminhos reversíveis, além das coordenações das ações no sentido de levantar hipóteses e deduzir as respostas a partir de proposições.

9.3 GRUPO “C” {JPL e ASD}

9.3.1 Intervenções dialogadas envolvendo o problema {41}

Problema 41: Se dez latas de leite em pó custam trinta reais. Quanto custa uma lata?

P. Leia o problema em voz alta JPL. *JPL: leu pausadamente.* P. Você sabe a resposta do problema JPL? *Sei!* P. Qual é a reposta? *3!* P. Você explica por quê?

Se 10 lata custa 30, porque 1 só custa 3, porque 10 vezes 3 dá 30. P. Concorda com ele ASD? *ASD: fica pensativo.* P. Prestou atenção no problema ASD? Preste atenção que ele vai ler novamente pra você. *JPL leu pausadamente. ASD continua pensativo.* P. Qual é a resposta ASD? *ASD [demora].*

P. Leia devagar para ele JPL, quero ver se ele consegue captar a mensagem. *JPL leu pausadamente. ASD responde: 30 reais.* P. Trinta reais? *JPL rebate: se 10 custa 30 então quanto custa 1?* P. Você está pensando no problema ASD? *ASD pergunta: como que é?* P. Como que é! Isso é importante vai! Explica para ele como você fez essa conta JPL. *JPL repete: se 10 lata custa 30, 1 custa 3, porque 3 vezes 10 dá 30.*

P. Certo? Você consegue fazer essa conta no papel explicando matematicamente como fez JPL? Como você representa isso em termos de matemática? *[pausa para explicação de JPL].* P. Você concorda com ele ASD que é três reais cada uma? *ASD não responde.* P. concorda? Sim ou não? *Não concordo!*

P. Porque não concorda? Se você não concorda explique para mim como deve ser a conta. *ASD diz: não sei! E tenta escrever alguma coisa.* P. O que você acha ASD? Ta certo? Coloque no papel como fez o problema. Você também JPL. *[pausa para explicação].*

9.3.2 Intervenções dialogadas envolvendo o problema {42}

Problema 42: Em uma prova de matemática, Lucas acertou cinco questões das dez existentes. Quantas ele errou?

P. Leia o problema em voz alta JPL. *JPL leu devagar. ASD responde rapidamente: 5!* P. Cinco? *JPL e ASD confirmam.* P. Têm certeza? *ASD balança a cabeça dizendo sim.* P. porque é 5? *ASD rebate: ele acertou 10, não! Ele acertou 5! JPL completa: 10 dividido por 2 dá 5.* P. Pede para JPL esperar o colega pensar.

P. Como que era o problema mesmo? *JPL leu novamente. ASD confirma sua resposta: 5!* P. Por quê? *ASD: era 10 perguntas e ele acertou 5.* P. Essa conta é de mais, ou de menos, ou de vezes ou de divisão? *ASD [fica pensando] e responde: de divisão.* P. Essa conta é de divisão JPL? *JPL concorda balançando a cabeça e completa: pode ser de mais também. Se ele acertou 5, daí das 10, ele soma até a quantia dá 10, daí dá 5.*

P. Concorda com ele ASD que pode ser de mais? Como essa conta pode ser de mais? *ASD [fica pensando].* P. Por que essa conta pode ser de mais JPL? *Por que se ele acertou 5 das 10 ele pode somar até dá 10.* P. Essa conta pode ser de menos? *JPL responde: não! Só se for 10 menos 5. Dá também!* P. Essa conta pode ser de divisão ASD? *ASD: pode!* P. Por quê? *ASD [fica pensando].* P. Não sabe?

P. Essa conta pode ser de vezes JPL? *JPL responde: não!* P. Consegue representar no papel como ficaria escrita essa conta ASD? *[fica pensando].* P. Leia novamente o problema para ele JPL. *ASD tenta escrever alguma coisa com dificuldade.* P. Quer que leia de volta o problema ASD? Eram 10 questões na tua prova de matemática, você errou 5, quantas você acertou? *ASD responde: 5! E representa a conta de subtração: 10 – 5 = 5.*

P. Qual é a resposta do problema 41? e do 42 JPL? *JPL diz: a do o 41 é 30! E a do 42 é 5.* P. Então ache as repostas dos 2 problemas no tablado. Existe 30 e 5 no dominó? Tem certeza que é o 30 e o 5 que você procura? JPL estava confuso para marcar o resultado dos problemas no tablado do jogo.

P. Leia novamente os problemas e apresente as respostas separadamente. *JPL leu pausadamente e achou as respostas: [3: 5].* P. Comentário: as respostas corretas são [3: 5].

9.3.3 Intervenções dialogadas envolvendo o problema {51}

Problema 51: Faltavam seis meses para o meu aniversário, agora só falta um. Quantos meses se passaram?

P. Leia o problema em voz alta JPL para o colega. *JPL atende o solicitado – ASD demora a responder.* P. JPL leia novamente. Quantos meses se passaram ASD?

ASD [fica pensando]. P. Qual é a resposta? *ASD demora.* P. Leia novamente para ele JPL. *JPL leu de novo pausadamente. ASD responde: 5 meses.* P. Concorda com ele JPL? *Concordo!* P. Então façam no papel a conta para mim. *[pausa para explicação]*

9.3.4 Intervenções dialogadas envolvendo o problema {52}

Problema 52: José tem três reais no bolso, por quanto deve ser multiplicado esse valor para que José fique com quinze reais?

P. Leia o problema em voz alta JPL. Resposta do problema ASD? *JPL leu devagar.* ASD fica pensando para responder. P. Como deve ser feita à conta ASD? *ASD fica tempo pensando.* P. Leia novamente para ele JPL. *ASD tenta escrever alguma coisa.* P. Qual é a resposta? *ASD responde: 15!* P. Por quanto você multiplicou 3 para dar 15? *Por 3! Não, vezes 5. Responde.*

P. Tá certo isso JPL? *Sim! Diz: JPL.* P. Essa conta poderia ser de divisão? *Não! Diz: JPL.* P. Não? Tem certeza? *Não! Responde novamente JPL.* P. Concorda com ele ASD? *ASD não responde.* P. Quais são as respostas dos dois problemas (51 e 52) JPL? Procure no tablado. JPL procura e marca *[5: 5].* P. Comentário: as respostas corretas são [5: 5].

9.3.5 Intervenções dialogadas envolvendo o problema {39}

Problema 39: Ontem eu tinha dez reais no bolso, hoje tenho cinqüenta. Por quanto foi multiplicado o valor anterior?

P. Leia o problema em voz alta ASD. Qual é a resposta? *ASD atende o solicitado demora um pouco e responde: 40!* P. Quarenta? Concorda que é quarenta JPL? *Não!* P. Não por quê? Explique para seu colega. *JPL diz: foi multiplicada por 5, porque 5 vezes 10 é 50.*

P. Ta certo o que ele pensou ASD? *ASD responde: não sei, porque nem eu sei!* P. Então agora vamos inverter: Leia o problema em voz alta JPL. *ASD* *respondeu: 5!* P. 5? Você consegue armar a conta e fazer pra mim? *[pausa para explicação]. ASD formaliza no papel: 10 x 5 = 50.*

9.3.6 Intervenções dialogadas envolvendo o problema {40}

Problema 40: Ao tentar fazer uma multiplicação a resposta dá sempre zero. Por quanto estou multiplicando?

P. Leia o problema em voz alta ASD. *ASD leu devagar.* P. Por quanto está multiplicando? *ASD fica pensativo e diz: não sei!* P. Sabe a resposta JPL? *Sei! Por zero.* P. Por quê? *Qualquer número multiplicado por zero dá zero!* P. Ta certo isso ASD? *Ta!* P. Concorda com ele ASD? *Concordo! Balançando a cabeça.* P. Escreva lá no papel como você vai fazer essa conta dar zero. *ASD escreve: 50 x 0 = 0.*

P. Qual é a resposta do problema 39 ASD? Lembra? *50!* P. Cinqüenta ou cinco? *Não! É 5.* P. E a resposta do problema 40? *0!.* P. Então encontre no tablado as respostas dos dois problemas. *ASD procura e marca: 5 e 0.* P.Comentário: as respostas corretas são [5 : 0].

9.3.7 Intervenções dialogadas envolvendo o problema {45}

Problema 45: José tem nove cavalos de corrida e quer deixá-los como herança para seus três filhos. Ajude José resolver o problema.

P. Leia em voz alta o problema ASD. Sabe a resposta do problema? *ASD leu e respondeu: José tem 3 filhos e quer deixar 9 cavalos para eles. Vai dar 3 cavalos para cada um.* P. Ta certo o que ele pensou JPL? *Ta!* P. Por que? *Porque é só multiplicar 3 vezes 3 ou dividir 9 por 3.* P. Explique então no papel como você vai armar essa conta. *[pausa para explicação].*

P. Concorda com ele ASD? *ASD balança a cabeça concordando.* P. Então a conta é do que ASD? *De divisão!* P. Pode ser de vezes essa conta ASD? *JPL interfere: dá! 3 vezes 3, nove! ASD responde: pode!* P. Como ficaria se fosse de vezes? *Ficava 3!* P. Três o quê? *3 cavalos para cada um!* P. Mais três é [...]?*3 dividido por 9!* P. Três dividido por 9? *3 x 3!* P. Três vezes três? Então ponha no papel para mim. *[pausa para explicação]. ASD escreve: 9 ÷ 3 =3 e 9 x 3 = 9.*

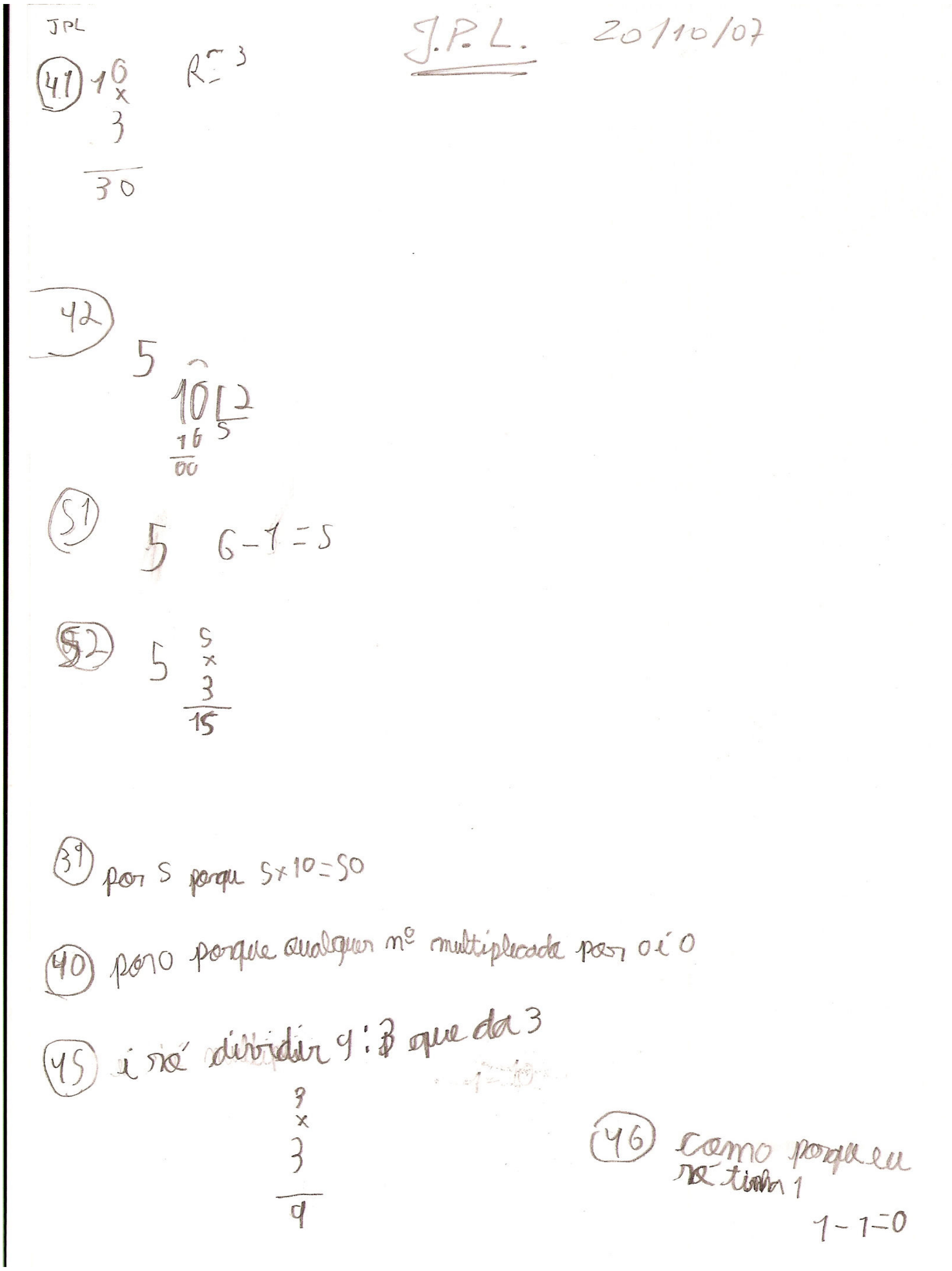
9.3.8 Intervenções dialogadas envolvendo o problema {46}

Problema 46: Ontem eu tinha uma moeda, perdi no jogo para meu amigo. Com quantas eu fiquei?

P. Leia o problema em voz alta ASD. ASD atendeu a solicitação. *JPL pediu para o colega ler novamente.* P. Qual é a resposta ASD? *0!* P. Ta certo isso JPL? *Ta!*P. Essa conta é de mais, de menos, de divisão JPL? *De menos!* P. Arme a conta e faça para mim. *[pausa para explicação].* P. 1 menos 1 é zero? É isso que o problema está falando ASD? *Não! Mais dá para ser! Fica zero. Então a resposta é zero! E escreve: 1 – 1 = 0.*

P. O problema 45 dava quanto à resposta? *Zero!* E o 46? *Zero!* P. Marque as respostas no tablado do jogo. *ASD procura as respostas e marca [0: 0].* P. Comentário: as respostas corretas são [3:0].

9.3.9 Formalizações das respostas dos problemas – grupo "C"


JPL

J.P.L. 20/10/07

(41) $10 \times 3 = 30$ R= 3

(42) 5

$10 \div 2 = 5$

(51) 5 6-1=5

(52) 5 $5 \times 3 = 15$

(39) por 5 porque 5x10=50

(40) zero porque qualquer nº multiplicado por 0 é 0

(45) é só dividir 9:3 que da 3

$3 \times 3 = 9$

(46) como porque eu só tinha 1

1-1=0

1 ASD 20/10/07

41)

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 10 \\ \hline 30 \end{array}$$

42)

$$\begin{array}{r} 10 \\ -5 \\ \hline 5 \end{array}$$

51)

5

$$\begin{array}{r} 6 \\ -1 \\ \hline 5 \end{array}$$

52)

$$\begin{array}{r} 5 \\ \times 3 \\ \hline 15 \end{array}$$

39)

$$\begin{array}{r} 10 \\ \times 5 \\ \hline 50 \end{array}$$

40)

$$\begin{array}{r} 50 \\ \times 0 \\ \hline 00 \end{array}$$

45)

$$\begin{array}{r|l} 9 & 3 \\ \cline{2-2} -9 & 3 \\ \hline 0 & \end{array} \qquad \begin{array}{r} 9 \\ \times 3 \\ \hline 9 \end{array}$$

46)

$$\begin{array}{r} 1 \\ -0 \\ \hline 1 \end{array}$$

Seguem-se às argumentações de (JPL e ASD) – grupo “C”, primeiramente fazendo referência ao problema 41: “Se dez latas de leite em pó custam trinta reais. Quanto custa uma lata?” Ao perguntarmos: você sabe a resposta do problema (JPL)? Tem-se de imediato: *sei!* Qual é a resposta? *3!* Você explica por quê? “S*e 10 lata custa 30, porque 1 só custa 3, porque 10 vezes 3 da 30”.* Qual é a resposta do problema (ASD)? *30 reais!.* Trinta reais? Explique para ele como você fez essa conta (JPL). (JPL) repete: “*se 10 lata custa 30, 1 custa 3, porque 3 vezes 10 dá 30”.*

Nota-se que (JPL) assume o comando em relação ao parceiro demonstrando cooperação e solidariedade.

Na verdade, esperávamos que (JPL), fosse apresentar a operação de divisão: 30 ÷ 10 = 3, visto estarem explícitos no problema a quantidade de latas (10) e o valor total (30,00 reais). No entanto (JPL), mostrou a possibilidade da solução do problema por vias diferentes, independentes da ordem: 10 x 3 = 30 e 3 x 10 = 30, denotando conhecimento da propriedade comutativa da multiplicação. Numa multiplicação se invertermos os fatores o produto não se altera. A propriedade comutativa é característica do grupo comutativo Piaget (2003).

Piaget (2003) se refere às estruturas de grupo como forma lógico-matemática de abstração. A abstração reflexiva que caracteriza o pensamento lógico-matemático é retirada não dos objetos, mais sim, das ações e coordenações das ações sobre os objetos, tais como ordenar, corresponder, etc., São essas coordenações que se encontram no grupo, ou seja, a possibilidade de voltar ao ponto de partida (operação inversa) e a possibilidade de atingir o mesmo objetivo por caminhos diferentes.

O sujeito (ASD) demonstrou dificuldade em compreender as colocações do seu parceiro (JPL), discordando da sua resposta. Você concorda (ASD) que é três reais cada uma das latas? *Não concordo!* Por que não concorda? Explique para mim como deve ser a conta. (*ASD)* diz: *não sei!* No entanto escreve no papel o que (JPL) tinha argumentado: *“3 x 10 = 30”.*

Relativamente ao problema 42: “Em uma prova de matemática, Lucas acertou cinco questões das dez existentes. Quantas ele errou”? Após a leitura que foi feita por (JPL), (ASD) responde rapidamente: *5!* . No entanto, ao perguntarmos: por que é cinco? (ASD) rebate: *ele acertou 10! Não, ele acertou 5.* (JPL) completa: “*10 dividido por 2 dá 5”.* Essa conta é de mais, ou de menos, ou de vezes ou de divisão? Perguntávamos a (ASD). *De divisão!* Responde. Essa conta é de divisão

(JPL)? "*Pode ser de mais também, se ele acertou 5, daí das 10, ele soma até a quantia dá 10, daí dá 5".* Essa conta pode ser de menos (JPL)? "*Não! Só se for 10 menos 5. Dá também"!.*

Em resumo: (JPL) defendeu sua posição até o final do diálogo e formalizou o resultado do problema apresentando a operação de divisão: 10 ÷ 2 = 5, embora, de imediato, o problema não pareça ser de divisão. Percebe-se na atitude de (JPL), uma visão para "além das aparências". A propósito, o problema leva de imediato a uma operação de subtração.

Enquanto que (ASD) apesar de concordar com o colega, formalizou sua resposta apresentando a operação de subtração: 10 – 5 = 5. Para compreender na íntegra as relações dialogadas com os dois sujeitos o leitor deverá recorrer ao grupo "C" .

Vale fazer referência ao problema 52: "José tem três reais no bolso, por quanto deve ser multiplicado esse valor para que José fique com quinze reais"? Ao apresentar a leitura do problema em voz alta, feita por (JPL) se dirigindo ao colega, observa-se diante das indagações: Qual é a resposta do problema? (ASD) fica pensando. O pesquisador pede à (JPL) para que leia novamente o problema. (ASD) responde: *15!* Por quanto você multiplicou 3 para dar 15? (ASD) responde: *Por 3! Não, vezes 5!* Ta certo isso (JPL)? *Sim!* Essa conta poderia ser de divisão? *Não! Disse (JPL),* Concorda com ele (ASD)? (ASD*) não responde.*

Do exposto acima, percebe-se o domínio de poder centrado no sujeito (JPL) em relação ao colega. O sujeito não só dominou o contexto geral do assunto em discussão, como demonstrou ser solidário, ajudando o parceiro nas suas dificuldades. Dos indicadores em análise, prevalece pendente ainda, a organização, no momento de coordenar as ações, quando explica verbalmente ao pesquisador os problemas por vias diversificadas.

Por outro lado, o sujeito (ASD), demonstra dificuldades em: dominar as operações matemáticas; modificar ou inovar os caminhos para resolver os problemas; dominar as operações reversíveis; coordenar as ações utilizando-se das proposições lógicas matemáticas. No entanto, como ser pensante, o sujeito assume suas dificuldades em relação ao parceiro. Freire (1996) coloca que uma das "tarefas mais importante da prática educativo-crítica é proporcionar as condições para que os educandos em suas relações uns com os outros e todos com o professor ensaiem a experiência profunda de assumirem-se". (FREIRE, 1996, p. 41).

Relativamente às apresentações das soluções dos problemas no tablado do jogo de dominó, (ASD) marcou as repostas dos problemas 45 e 46 erradas. As respostas corretas são [3 : 0]. (ASD) marcou [0 : 0]. Para compreender melhor esta passagem o leitor deverá recorrer às intervenções dialogadas com os problemas – grupo “C”.

9.4 GRUPO “D” {EJLM e DVG}

9.4.1 Intervenções dialogadas envolvendo o problema {13}

Problema 13: Se uma dúzia corresponde a doze unidades, então meia dúzia corresponde a?

P. Leia o problema em voz alta EJLM. *EJLM leu. DVG não compreende de imediato.* P. Leia novamente EJLM. *DVG responde: 1 dúzia a 12, ½ dúzia a 6.* P. Ta certo ou ta errado EJLM? *Ta certo!* P. Ta certo isso DVG? *Claro! ½ dúzia é 6, eu acho.* P. Essa conta é de mais, ou menos, ou de divisão EJLM? *De menos!*

P. É de menos EJLM? *DVG rebate: é de dividir!* P. Porque é de dividir? DVG diz: *Não sei! [fica pensando] e pergunta para EJLM: por que é de dividir? EJLM diz: não sei!* P. É de dividir essa conta EJLM? *EJLM fica pensando por alguns minutos e responde: é!* P. Por quê? *Por que é só dividir por 12.*

P. Escrevam como fizeram para resolver. *[pausa para explicação]. DVG apresenta dificuldade para formalizar seu pensamento e pergunta: tem que ser do jeito dele?* P. Não necessariamente! Você lembra do problema quando EJLM leu? *Não! Responde!*

P. Leia novamente EJLM. *DVG responde: 6!* P. Tudo bem! Expresse no papel como fez para dar seis. *DVG escreve alguma coisa e pergunta: pode ser assim?* P. Você acha que é assim? Essa conta poderia ser de multiplicação EJLM? *EJLM fica pensando. DVG responde: pode!* P. Pode? Por que pode? *Pode! Por que multiplicando por 6 dá 6!*

P. Multiplicar quanto por seis? *EJLM interfere: multiplicar o 6 duas vezes!* P. Se multiplicar seis duas vezes vai dar o doze? *EJLM diz: dá! E balança a cabeça confirmando.* P. Seria seis vezes quanto então? *EJLM responde: 6 vezes 2. DVG completa: 6 vezes 2 doze!*

P. Então qual é a resposta desse problema DVG? *6! E escreve: 12 ÷ 6= 6.* P. Concorda com ele EJLM? *Sim!*

9.4.2 Intervenções dialogadas envolvendo o problema {14}

Problema 14: Meia dúzia de banana corresponde a seis unidades, por quanto devo multiplicar meia dúzia para obter dezoito unidades?

P. Leia o problema em voz alta EJLM. *EJLM leu. DVG responde rapidamente: 6!* P. Sabe a resposta DVG? *Espera aí! DVG diz: 3!* P. É três DVG? *Eu acho!* P. É três EJLM? *EJLM responde: não balançando a cabeça.* P. Qual é a resposta EJLM? *Tem que fazer a conta!* P. Você vai fazer a conta de? *De multiplicação!*

P. É de multiplicação a conta que ele vai fazer DVG? *Não sei, acho que é!* P. Por que você acha que é? *DVG fica pensando.* P. Explique! *Não sei explicar!* P. Sabe explicar EJLM? *EJLM pensa um pouco e diz: por que vai ter que multiplicar pra ver quanto vai dá. Se eu for fazer de menos, não vai dá pra saber.*

P. De menos não vai dar para saber? *DVG rebate: de mais não dá não!* P. De mais não dá DVG? *Acho que dá!* P. Como que dá? É de mais essa conta DVG? *Esqueci a pergunta!* P. Leia novamente o problema EJLM. *DVG fica pensando.*

P. Pode ser de mais essa conta DVG? *EJLM fala baixinho: de multiplicação! DVG diz: multiplique então!* P. Porque que é de multiplicação? *EJLM diz: porque aqui já fala multiplicar.* P. Porque o problema já está falando da multiplicação! Então agora expresse no papel o que você vai fazer. Coloque no papel a forma de fazer dar dezoito. *DVG pergunta: multiplicar é?*

P. Ajuda: multiplicar é fazer conta de? [...] vezes! É a mesma coisa. *DVG pergunta: dezoito vezes seis?* P. É dezoito vezes seis? *DVG pede para EJLM ler novamente o problema. EJLM atende. DVG coloca: é 8! É 6 caixas!* P. Expresse no papel DVG o teu pensamento. *Meu pensamento? Eu vou fazer menos!*

P. Esqueceu do problema DVG? *Não! E tenta se expressar.* P. EJLM leia novamente o problema. Por quanto devo multiplicar? *EJLM diz: por 12!* P. É por doze DVG? *Não!* P. Por quê? *DVG responde: não é por doze porque doze [...], espera aí: há eu não sei!*

P. Por que não é por doze? *DVG responde: porque passa!* P. Ajuda: por que passa da resposta do dezoito? Para chegar ao dezoito, o seis, quanto falta? Por quanto tem que multiplicar o seis para dar dezoito? P. Observa o que EJLM escreve e pergunta: tem certeza EJLM? *DVG mostra para o colega 3 dedos.*

P. Expresse no papel o que você está querendo fazer EJLM. *DVG diz: conte aí, 3 vezes 6, cara! Você não aprendeu a tabuada?* P. É isso EJLM? *EJLM diz: é por 3!* P. Concorda com ele DVG? *Concordo!* P. Então ponha no papel! Ponha lá: seis vezes quanto igual a? *[pausa para explicação].*

P. Poderia ser de divisão essa conta? *EJLM diz: dividir?* P. Dividindo por? *DVG responde: 6!* P. Concorda com ele EJLM? *Sim!* P. Qual é a resposta do problema 13 e do 14? *EJLM fala 6 e 3! DVG diz: 18!* P. Então você vai encontrar aqui no tablado? *EJLM diz: 3 e 6.* P. Então vá lá no tabuleiro do jogo e marque! *EJLM procura as respostas e marca [6 e 3].* P. Comentário: as respostas corretas são [6: 3].

9.4.3 Intervenções dialogadas envolvendo o problema {49}

Problema 49: Tenho quinze reais na poupança, quantos devo depositar pra ficar com vinte?

P. Leia o problema em voz alta EJLM. *EJLM leu pausadamente. DVG responde rapidamente: 5!* P. Por que é 5 DVG? *Porque se interar mais 5 fica com 20!* P. Você tem quanto na poupança? *Quinze reais! Disse EJLM.* P. Quanto você tem que depositar? *Cinco! Disse DVG.* P. Ta certo isso EJLM? *Ta!*

P. Essa conta é de mais, ou de menos, ou de vezes? *EJLM disse: é de mais! DVG reforça: é de mais!* P. Essa conta pode ser de menos? *DVG diz: pode! Se você colocar 25 e tirar 5!*

P. Colocar vinte e cinco e tirar cinco? *DVG diz: aí fica vinte.* P. Concorda com ele EJLM? *EJLM discorda! Balançando a cabeça.* P. Por que não ta certo? *EJLM diz: por que não é 25!* P. Não é o que o problema está pedindo? Certo ou errado? *Certo! Disse EJLM.*

P. Ponha no papel o que o problema está pedindo. *EJLM argumenta: ta pedindo a conta!* P. Então façam a conta! *[pausa para se expressarem].* P. A resposta desse problema é? *EJLM diz: 20!* P. Vinte ou cinco?

EJLM diz: 5! DVG completa: 5!

9.4.4 Intervenções dialogadas envolvendo o problema {50}

Problema 50: Tenho doze reais na poupança, quantos devo retirar para ficar com dez?

P. Leia o problema em voz alta EJLM. *DVG responde imediatamente: 2! Eu tinha 12 né! É 12? Então é 2!* P. Dois? Como você fez essa conta? *Por que é menos! Tirei 2, ficou 10!* P. Está certo isso EJLM? *Ta! Concordo!* P. Essa conta pode ser de mais? *DVG diz: não! EJLM diz: não balançando a cabeça.*

P. Por quê? *DVG responde: passa do resultado, daí vai pra 14!* P. É isso EJLM? *Acho que dá mais confunde mais!* P. Dá mais confunde? *DVG: não dá! EJLM diz: sei lá se dá! DVG rebate: não dá piá! Como você vai colocar 12 mais 2 cara? Fica 14!*

P. Então essa conta é de menos? *DVG disse: é!* P. Tem certeza? *Tenho!* P. Concorda com ele EJLM? *Concordo!* P. Qual é a resposta desse problema? *EJLM diz: 2!* P. 2? *DVG reforça: 2!* P. Então ache lá as respostas dos dois problemas (49 e 50) EJLM. *EJLM procura no tablado e marca [2: 5].* P. Comentário: as respostas corretas são [2 : 5]

9.4.5 Intervenções dialogadas envolvendo o problema {03}

Problema 3: Por quantas pessoas devo dividir vinte quilos de alimentos para que cada uma receba cinco quilos?

P. Leia o problema em voz alta DVG. *EJLM não entendeu a princípio a forma que DVG leu.* P. Leia novamente o problema. *EJLM responde: 4!* P. Quatro é a reposta EJLM? *É 4!* P. É 4 a resposta DVG? *É! DVG pergunta para EJLM: como você chegou nisso?*

P. Responda a pergunta do colega! Como você chegou nisso? *EJLM diz: é só dividir 20 por 5!* P. Vinte por 5? *EJLM fica em dúvida e diz: por 4!* P. Para que cada uma receba 5 ou 4? *EJLM diz: 5!. DVG rebate: 4 piá! E se corrige: é 5! É 5!*

P. Para que cada uma receba 5 você pega o 20 e vai fazer o que com ele? *EJLM diz: dividir por 4!* P. Então ponha a divisão no papel! *DVG pergunta: é 20 divididos?* P. É isso que o problema está falando DVG? *DVG leu em voz alta para ele mesmo. [por quantas pessoas devo dividir 20 quilos de alimento], então é de dividir!*

P. 20 divididos por? *4! Responde DVG. Não! É 5!* P. É quatro ou é cinco? *DVG se confunde ao escolher o divisor. Lê novamente o problema e tenta se expressar.* P. É por quatro ou é por cinco EJLM a divisão? *Por 4!* P. Por quatro? Então quanto que dá vinte dividido por 4? *DVG diz: 5!, EJLM rebate: 4!*

P. Quatro ou cinco? Entraram num acordo? *DVG: 5!, EJLM: 5!* P. Ponham no papel a reposta. *[pausa para explicação].*

9.4.6 Intervenções dialogadas envolvendo o problema {04}

Problema 4: Eu tinha cem reais na poupança, hoje tenho trezentos reais, por quanto foi multiplicado o valor antigo?

P. Leia o problema em voz alta DVG. Entendeu o problema EJLM? *EJLM fica calado. DVG leu novamente. EJLM continua calado.* P. Esclarece: DVG leu o problema às duas vezes errado, trocando cem por seis. P. Diz: Eu tinha cem reais na poupança! *DVG: sorri, admitindo o erro! EJLM responde: por 3! DVG rebate: por 2!* P. Por dois ou por três? *EJLM diz: por 2!*

P. Insiste: por três ou por dois? *EJLM reforça: por 2!* P. Por 2? Tem certeza que é por DVG? *DVG disse: tenho!* P. Tem? *DVG responde: não sei!* P. Tem ou não tem? *DVG pensa um pouco e diz: tenho!* P. Tem certeza que é por dois EJLM? *EJLM balança a cabeça dizendo não.*

P. Não tem certeza? *DVG pergunta: por que você não tem certeza EJLM?* P. Leia de volta DVG. *EJLM tinha entendido: por quanto foi aumentado o valor antigo. DVG fala: por quanto foi multiplicado o valor antigo. E argumenta: você que entendeu errado!* P. Por quanto foi multiplicado o valor antigo? Como que faz essa conta? Foi multiplicado ou foi somado? O que foi feito aí? *DVG e EJLM ficam calados.*

P. Argumenta: você tinha cem reais hoje tem trezentos, o que aconteceu com o cem para chegar no trezentos? *DVG responde: aumentou!* P. Aumentou quanto? *Aumentou 200! Disse.* P. Aumentou duzentos, mais o problema está falando por quanto foi multiplicado o valor anterior. *EJLM responde: por 2!* P. Cem vezes dois? *EJLM rebate: não! Vezes 3!* P. cem vezes três? Quanto é cem vezes três? *300 diz: EJLM!* P. Então as respostas de vocês são 100 x 2 ou 100 x 3? *DVG diz: 3! , e EFLM diz: 3!*

P. Coloquem no papel como fizeram para resolver. *[pausa para explicação].* P. Essa conta pode ser de divisão DVG? *DVG fica pensando.* P. Não sabe? Essa conta pode ser de divisão EJLM? *EJLM diz: 300 dividido por 3!* P. Pode ser 300 dividido por 3 DVG? *DVG diz: pode!*

P. Quais respostas você vai marcar no tablado problemas 03 e 04 DVG? *DVG diz: 3 e 5! Procura e marca.* P. Comentário: as respostas corretas são [4: 3]

9.4.7 Intervenções dialogadas envolvendo o problema {55}

Problema 55: Repartir duas dúzias de ovos entre duas pessoas, quantas dúzias caberá a cada pessoa?

P. Leia o problema em voz alta DVG. *EJLM responde imediatamente: 1 dúzia.* P. 1 dúzia? Concorda com ele DVG? *Concordo!* P. Que conta é essa? De mais, de menos, de multiplicação? *EJLM diz: de dividir!* P. Ta certo isso DVG? *Ta! É de dividir!* P. Conseguem dividir no papel?

Ponham no papel como vocês vão fazer. *[pausa para se expressarem], DVG pergunta: 2 dúzias é 12? EJLM responde: é 24!* P. Interfere: não consegue passar no papel DVG? Ajude-o fazer EJLM! Ajude-o falando. *EJLM diz: 24 dividido por 2! DVG diz: por que não falou antes cara!*

P. Da quanto 24 por 2? *DVG diz: da 12!* P. 12? 12 é uma dúzia ou meia dúzia? *É uma dúzia diz: DVG.* P. Então a resposta é 1 ou 12? *EJLM diz: 1!* P. Insiste: qual é a resposta do problema? *DVG diz: a resposta é 12! Não! É 1!* P. Insiste: é 1 ou 12? *É 1, respondem!* P. Você disse que era 12 DVG. *DVG, rindo, falou: eu "desconcordo"!*

9.4.8 Intervenções dialogadas envolvendo o problema {56}

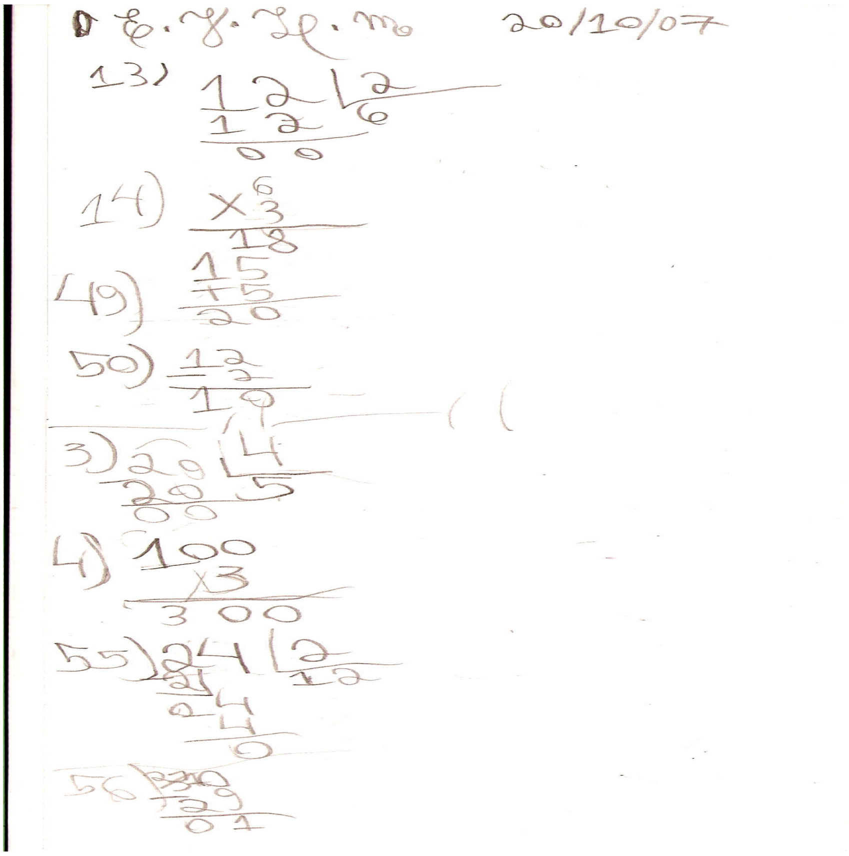
Problema 56: Ontem o termômetro marcava trinta graus, hoje marca vinte e nove, isto quer dizer que a temperatura caiu quantos graus?

P. Leia o problema em voz alta DVG. *EJLM diz: 1!* P. Pode ser de mais essa conta EJLM? *EJLM [fica pensando] e responde: passa do resultado.* P. Passa do resultado? *Sim!* P. A conta está falando aumentou ou diminuiu? *Diminuiu!* P. Você consegue fazer um desenho? *[pausa].* P. Você conhece o termômetro DVG? *Conheço!*

P. O termômetro mede o que? *30, respondeu!* P. Para que serve o aparelho termômetro? *Medir temperatura disse DVG!* P. Se a temperatura é 30 graus, quando se fala caiu ela vai? *Diminuir!* P. Isto quer dizer 30 menos? *EJLM diz: 29!* P. A resposta então é? *EJLM diz: 1!* P. Ta certo ou ta errado EJLM? *EJLM reforça: Certo!*

P. Têm certeza? *Tenho! Diz: DVG.* P. Então marque ali no tablado do jogo as respostas dos problemas (55 e 56). *DVG leu novamente os dois problemas e marcou as respostas [2: 1] no tablado.* Comentário: as respostas corretas são [1: 1].

9.4.9 Formalizações das respostas dos problemas – grupo “D”


D E. G. J. M. 20/10/07

13) 12 |2
12 6
00

14) 6
x3
18

49) 15
+5
20

50) 12
-2
10

3) 20 |4
20 5
00

4) 100
x3
300

55) 24 |2
2 12
04
4
0

56) 30
-29
01

D.V.G 20/10/07

13)
$12 \div 6 = 6$

14)
$$\begin{array}{r} 6 \\ \times 3 \\ \hline 18 \end{array}$$

49)
$$\begin{array}{r} 15 \\ +5 \\ \hline 20 \end{array}$$

50)
$$\begin{array}{r} 12 \\ -2 \\ \hline 10 \end{array}$$

//

3)
$$\begin{array}{r|l} 20 & 4 \\ \hline 20 & 5 \\ 00 & \end{array}$$

4)
$$\begin{array}{r} 100 \\ \times 3 \\ \hline 300 \end{array}$$

55)
$$\begin{array}{r|l} 24 & 2 \\ \hline 24 & 12 \\ 00 & \end{array}$$

56)
$$\begin{array}{r} 30 \\ -29 \\ \hline 01 \end{array}$$

Finalmente apresentamos, de forma sintetizada, o diálogo com os sujeitos (EJLM e DVG) – grupo "D". Referindo-nos ao problema 13: "Se uma dúzia corresponde a doze unidades, então meia dúzia corresponde a"? Após a leitura que foi feita em voz alta pelo sujeito (EJLM), o sujeito (DVG) responde: "*uma dúzia a 12, ½ dúzia a 6".* Nota-se que (DVG), não apresentou, aparentemente, nenhuma dificuldade em solucionar o problema. O problema permite o uso direto da proposição lógica se p, então q. O que (DVG) pode ter levado em consideração "inconscientemente". Segundo Piaget (1976), tais proposições se constituem no pensamento formal.

Ao fazermos a pergunta: Essa conta é de mais, ou de menos ou de divisão (EJLM)? A resposta é: *de menos!* , (DVG) rebate: *é de dividir!* Por que é de dividir essa conta (DVG)? *Não sei!* Responde. É de dividir essa conta (EJLM)? *É! Porque é só dividir por 12!.* Escrevam como fizeram para resolver. (DVG) demonstra dificuldade e escreve: $12 \div 6 = 6$ e (EJLM) escreve: $12 \div 2 = 6$.

Nota-se que (EJLM) verbalizou de forma errada, porém formalizou corretamente. O que denota com base nos indicadores, ausência de familiaridade em verbalizar as idéias, neste caso.

Enquanto que (DVG) fez ao contrário: verbalizou corretamente a resposta, porém, formalizou errada. O que implicaria, na ausência de familiaridade em formalizar as idéias, neste caso.

Sobre o assunto Piaget (1976) acrescenta: "[...] nem todo pensamento verbal é formal, e é possível conseguir raciocínios corretos que se referem a enunciados simples desde o nível 7-8 anos, desde que esses enunciados correspondam a representações suficientemente concretas" (p. 189).

Com relação ao problema 50: "Tenho doze reais na poupança, quantos devo retirar para ficar com dez"? Solicitamos ao (EJLM) fazer a leitura em voz alta para o colega. A resposta de (DVG) foi imediata: É *2!.* De fato, o que (DVG) fez, foi a conta de subtração explicitada no problema pelo verbo "retirar".

Poderíamos ter parado por aqui. No entanto, o que nos interessa é o processo de aprendizagem com resolução de problemas, e não, necessariamente, a busca de resultados de operações matemáticas.

Até porque, resolver problemas matemáticos em busca de respostas imediatas de operações não constitui aprendizagem das operações (Micotti, 2001).

Sendo assim, perguntamos: essa conta pode ser de mais? (DVG) diz: *não!,* (EJLM) completa: *não balançando a cabeça!* Por quê? (DVG) responde: *passa do resultado, daí vai pra 14!* (EJLM) argumenta: *acho que dá, mais confunde mais.* Dá mais confunde? (DVG) diz: *não dá!* (EJLM) diz: *sei lá se dá!* (DVG) rebate: *não dá piá! Como você vai colocar 12 mais 2 cara? Fica 14!.*

O que nos chama atenção nas argumentações dos sujeitos, neste caso, é a falta de familiaridade com as operações aditivas e subtrativas, o que nos leva às interpretações de Piaget (1971). Para esse autor, a adição de números, que corresponde à reunião das partes em um mesmo todo, compõe-se com a subtração, construções reversíveis, desta forma afirmam-se em termos operatórios.

Ao fazer referência ao problema 03: "Por quantas pessoas devo dividir vinte quilos de alimentos para que cada uma receba cinco quilos"? Após a leitura feita por (DVG), o colega (EJLM) responde: *4!* Como você chegou nisso? (EJLM) diz: *É só dividir 20 por 5!.* Para que cada um receba 5 ou 4? (EJLM) diz: *5!* (DVG) rebate: *4 piá! E se corrige: é 5! 5!.* Embora haja uma confusão em decidir qual é o divisor e o quociente da operação matemática, após a discussão, os sujeitos formalizaram o problema corretamente.

Dando ênfase ao problema 55: "Repartir duas dúzias de ovos entre duas pessoas, quantas dúzias caberão a cada pessoa"? (EJLM) responde imediatamente a pergunta de (DVG): *1 dúzia!* No entanto, ao perguntarmos: você não consegue passar no papel? (EJLM) diz: *24 dividido por 2!* Dá quanto 24 por 2? (DVG) responde: *12!.* Então a resposta é 1 ou 12? (DVG) diz: *a resposta é 12! Não, é 1!*

Na verdade, 1 dúzia de ovos e 12 ovos é a mesma coisa, porém, como não há resposta 12, no jogo de dominó, esperávamos que os sujeitos fossem escrever: 2 ÷ 2 = 1. O que não ocorreu, pois, formalizaram: 24 ÷ 2 = 12. O que implicou na dificuldade de (DVG) em marcar a resposta correta no tablado do jogo de dominó.

Relativamente ao material concreto disponibilizado pelo pesquisador, como ponto de referência das ações dialogadas, constatou-se: as respostas dos problemas 03 e 04 são [4 : 3], no entanto (DVG) marcou [5 : 3]; as respostas dos problemas 55 e 56 são [1 : 1], no entanto (EJLM) marcou [2 : 1].

Para melhor compreensão desta passagem o leitor deverá recorrer às intervenções dialogadas com os problemas – grupo "D".

Neste grupo, o equilíbrio de poder ficou evidenciado, além das dificuldades em: dominar as operações elementares; modificar ou inovar os caminhos para solução dos problemas; utilizar os caminhos reversíveis; coordenar as ações considerando proposições, hipóteses e implicações lógicas matemáticas, além de (EJLM) apresentar dificuldade em verbalizar suas idéias (problema 13) e (DVG) em formalizar a resposta do problema 13.

Tínhamos proposto, na primeira parte deste capítulo, inter-relacionar, três categorias de análise e seus indicadores, com o discurso constituído pelos sujeitos da pesquisa resolvendo problemas matemáticos em duplas.

A categoria <u>expressar idéias</u> está presente em toda discussão, e se manifesta de diferentes formas: seja de maneira verbal ou formal; seja correta ou errada; seja concordando ou discordando; cooperando; discutindo; criando; sendo solidário; sendo persistente; envolvendo poder; envolvendo reciprocidade e afetividade. De várias maneiras estão presentes as propriedades expressas por Bronfenbrenner (1996).

A categoria <u>utilizar estratégias</u> se manifesta, necessariamente, via formalização das idéias, quando os sujeitos apresentam suas representações através de símbolos matemáticos ou na linguagem corrente (forma de texto), demonstrando domínio ou falta de domínio das operações matemáticas. Observa-se aqui, que as representações simbólicas deram-se, geralmente, de maneira única, com exceção do grupo “A”.

A categoria <u>usar caminhos alternativos</u>, se confunde, em parte, com a categoria anterior, no momento que os sujeitos escrevem os algoritmos, ou seja, as adições, subtrações, multiplicações e divisões, constituindo os resultados dos problemas. No entanto, foi possível observar, que os caminhos utilizados pelos sujeitos, são, especificamente, os algorítmicos. Não foi presenciado, com poucas exceções, o uso de caminhos alternativos, tais como, apresentar a mesma resposta por dois caminhos diferentes, ou utilizar-se de procedimentos algébricos.

Em síntese: as intervenções dialogadas com os grupos possibilitaram a organização de um conhecimento em parceria, que pode servir para ampliar os conhecimentos escolares dos sujeitos. É um momento inovador na medida em que valoriza os conhecimentos expressos através das falas e da escrita, estabelecendo uma ponte entre saberes construídos socialmente, e saberes construídos individualmente. Para Freire (1996) somos seres inconclusos e inacabados e estamos sempre num processo social de busca constante. Para ele o educador que ensina os conteúdos em nome da eficácia e da memorização mecânica, “tolhe a liberdade do educando e a sua capacidade de aventura-se". (FREIRE, 1996, p. 56-57).

Os problemas matemáticos elaborados de forma simples, serviram de base para detectar onde havia falta de domínio do conhecimento matemático. As categorias de análise e seus indicadores foram necessárias para facilitar a compreensão dos dados e a discussão dos resultados. O referencial teórico utilizado, a análise e a discussão são suficientes para demonstrar novas necessidades metodológicas no ensino e aprendizagem, visto que há evidências de sujeitos com dificuldades nos conteúdos elementares da matemática.

10 PÓS -TESTE

Após o término das intervenções dialogadas com os grupos, foi aplicado um pós-teste **(apêndice II)** em todos os sujeitos da pesquisa envolvendo quatro problemas diferentes dos aplicados no pré-teste, acrescentou-se aqui um problema que envolve duas operações matemáticas para ser resolvido. As exigências no pós-teste foram as mesmas do pré-teste, ou seja, os sujeitos deveriam explicar na folha de papel como fizeram os cálculos dos problemas.

QUADRO 10 – PERFIL DOS SUJEITOS PARTICIPANTES DO PÓS-TESTE – APÊNDICE II

N°	***Sujeitos***	***Idade***	***Sexo***	***Escolaridade***	***% de acertos no pós-teste***
01	LJS	[16,1]	M	7ª série	87,5%
02	JPL	[14,0]	M	6ª série	87,5%
03	EJLM	[13,3]	M	5ª série	87,5%
04	ASD	[16,5]	M	5ª série	50%
05	DVG	[17,8]	M	6ª série	87,5%
06	FMS	[15,4]	M	8ª série	75%
07	RSS	[14,11]	M	6ª série	87,5%
08	JF	[14,4]	M	6ª série	50%

QUADRO 11 – SISTEMATIZAÇÃO DOS PERCENTUAIS RELATIVOS AO PÓS-TESTE

Percentuais de acertos	50%	75%	87,5%
Percentuais de alunos por acertos	25%	12,5%	62,5%

Nos quadros 10 e 11 estão demonstrados os percentuais de acertos no pós-teste. Os critérios de correção que adotamos foram os mesmos do pré-teste, ou seja, atribuímos o percentual de 25% para as respostas corretas, onde o sujeito fazia o cálculo matemático utilizando o algoritmo correto, ou justificava por escrito o caminho adotado e o percentual de 12,5% para as respostas aproximadas, isto é, o sujeito apresenta somente o resultado do problema sem explicitar o caminho.

Observe o exemplo 1: "Eu tinha certo número de figurinhas, emprestei todas para meu colega, com quantas fiquei?" – problema n° 03, apêndice II. A resposta de (FMS) foi "*0*". De fato, a resposta é zero. No entanto, quando o sujeito tentou explicar como chegou à resposta zero, fez o seguinte: *"0 – 0 = 0".* Neste caso, considerando que o sujeito respondeu a pergunta do problema, porém explicou de forma errada, é que atribuímos o percentual de 12,5%, pois o problema está parcialmente correto.

Exemplo 2: "Dobrei certo valor que eu tinha no bolso e fiquei com oito, quantos eu tinha no bolso?" – problema n° 02, apêndice II. A resposta de (EJLM) foi a seguinte: "*4 + 4 = 8*". De fato, o único número no jogo de dominó cujo dobro é 8 só pode ser o 4!. Além do mais, o sujeito demonstrou alguma possibilidade do conhecimento da operação aditiva como sendo interdependente da operação multiplicativa. Sendo assim, atribuímos o percentual de 25% para este problema, considerando não só a resposta como correta, como também a explicação dada pelo sujeito como plausível de aceitação.

Este critério de correção tanto do pré-teste quanto do pós-teste é digno de viabilidade, pois, qualquer resposta apresentada pelos sujeitos é "aceitável", mesmo sendo tímida. Isto caracteriza um ato de inclusão e valorização das ações dos sujeitos diante do processo de resolução de problemas matemáticos.

Ensinar para Freire (1996) exige respeito ao educando. O professor deve respeitar a curiosidade do aprendiz, a sua inquietação, sua linguagem. Deve estar atento às experiências do educando. O professor que respeita à autonomia, à dignidade e à identidade do educando leva à criação de virtudes sem as quais o saber vira "inautêntico, palavreado vazio e inoperante". (FREIRE, 1996, p. 62).

O exercício do bom senso, com o qual só temos o que ganhar, se faz no "corpo da curiosidade" (p. 62).

10.1 ANÁLISE QUANTITATIVA – RESULTADO DO PÓS-TESTE

O quadro 11 sintetiza os resultados do pós-teste. Dos 08 (oito) participantes 02 (dois) acertaram 50% dos problemas, o que corresponde a 25% dos participantes, 01 (um) acertou 75% dos problemas, o que corresponde a 12,5% dos participantes e 05 (cinco) acertaram 87,5 % dos problemas, o que corresponde a 62,5% dos participantes.

Apresentamos na seqüência os problemas propostos no pós-teste, bem como, as soluções que consideramos incorretas. O que nos chamou atenção foram as colocações de (JF) e de (FMS) relativamente aos problemas 01, 02 e 03. Problema 01: "Hoje eu tenho na minha coleção um total de dez figurinhas, antes eu só tinha quatro. Quantas eu arrumei"? *"10 + 04 = 14. Agora eu tenho 14 figurinhas" (JF).* Problema 02: "Dobrei certo valor que eu tinha no bolso e fiquei com oito. Quantos eu tinha no bolso"? *"0 + 8 = 8. Fiquei com 8 porque só tinha 8" (JF)*; Problema 03: "Eu tinha certo número de figurinhas, emprestei todas para meu colega, com quantas fiquei"? *" 0 – 0 = 0" (FMS).*

10.2 ANÁLISE QUANTITATIVA – COMPARAÇÃO PRÉ - PÓS-TESTES

QUADRO 12 – RESULTADO FINAL - COMPARAÇÃO PRÉ-TESTE – PÓS-TESTE

N°	***Sujeitos***	***Idade***	***Sexo***	***% de acertos no pré-teste***	***% de acertos no pós-teste***	***Resultado final***
01	LJS	[16,1]	M	25%	87,5%	Acréscimo de 62,5%
02	JPL	[14,0]	M	37,5%	87,5%	Acréscimo de 50%
03	EJLM	[13,3]	M	37,5%	87,5%	Acréscimo de 50%
04	ASD	[16,5]	M	25%	50%	Acréscimo de 25%
05	DVG	[17,8]	M	62,5%	87,5%	Acréscimo de 25%
06	FMS	[15,4]	M	100%	75%	Decréscimo de 25%
07	RSS	[14,11]	M	100%	87,5%	Decréscimo de 12,5%
08	JF	[14,4]	M	50%	50%	Invariável

O quadro número 12, sinaliza o resultado comparativo entre o pré-teste e o pós-teste. Dos 08 participantes da pesquisa o que revelou melhora mais significativa foi o sujeito (LJS), 62,5% em relação ao pré-teste. É curioso observar que nas intervenções em grupo seu parceiro (FMS) demonstrou maior conhecimento nas tarefas. No entanto, errou o problema número 03 no pós-teste, apêndice II, que tinha sido discutido anteriormente em dupla. Ver problema 38 – grupo “B”. Por outro lado (LJS) argumentava nas relações em dupla, sobre o mesmo problema, concordando com o companheiro (FMS), porém individualmente, apresentou no pós-teste, a resposta do problema 03, parcialmente correta.

Como foi discutido anteriormente nas relações em duplas – grupo “B”, o sujeito (LJS) foi influenciado por (FMS) que demonstrou domínio de poder em relação ao colega. Ficaram evidenciadas nesta passagem as relações de poder nas atividades em díades segundo Bronfennbrenner (1996). No entanto quando se trata de resolver problemas individualmente o percentual de acertos de (FMS) caiu 25% , enquanto que o de (LJS) subiu 62,5%.

Parece que, a maior dificuldade no pós-teste, foi o problema 03: “Eu tinha certo número de figurinhas, emprestei todas para meu colega, com quantas fiquei”? observe as respostas: *“nenhuma, se ele emprestou todas, logicamente ele ficou sem nenhuma” (RSS); “0 – 0 = 0” (FMS); “0” (LJS); “10 -10 = 0, se eu tivesse 10 ficaria com 10 -10” (JF); “nenhuma” (EJLM); “0” (DVG); “0 porque eu dei tudo” (JPL); “10 fiquei com 10” (ASD).*

É importante salientar que o pesquisador solicita que os sujeitos resolvam os problemas explicando como fizeram para resolver. Isto vale para todos os problemas. Nosso critério de correção valoriza com peso maior, os procedimentos explicativos, que envolvem alguma representação simbólica, utilizando símbolos matemáticos, considerando que os problemas são apresentados na liguagem escrita, na esperança de que sejam transformados para linguagem matemática, antes de serem resolvidos.

Este procedimento é muito utilizado na resolução de problemas, além de, como diz Echeverria (1998), proporcionar a reflexão através da leitura para depois o educando partir para a solução propriamente dita. Foi com base nas argumentações acima que consideramos parcial a resposta de (RSS) no problema 03, levando ao decréscimo de 12,5% em relação ao pré-teste.

Com referência aos outros sujeitos: (DVG), (EJLM), (JPL) e (ASD), o quadro número 12, mostra variação positiva em comparação ao pré-teste, com exceção de (JF) que manteve o percentual de 50%.

Os resultados relativos ao quadro 12, não são suficientes para afirmarmos se as intervenções dialogas em duplas, interferiram no processo de resolução de problemas individuais. Nossa proposta nas intervenções em duplas, não tiveram intenção de mensurar dados estatísticos, desta forma não apresentamos quantitativamente, a correlação entre pré-teste, intervenções e pós-teste.

Isto é viável se levarmos em conta que a aprendizagem não se constitui na concepção de que o sujeitos só aprendem se forem capazes de, conforme aponta Machado (2006), aplicar as informações adquiridas com sucesso em outras situações. O sucesso em uma atividade não, necessariamente, garante que o sujeito aprendeu o que fez. Para Piaget (1974):

> O recurso à aprendizagem foi sempre o argumento clássico do empirismo, como se a aquisição de um conhecimento constituísse necessariamente uma aprendizagem propriamente dita e como se a aprendizagem se explicasse exclusivamente pelos efeitos da experiência compreendida no sentido da experiência física ou ação dos objetos e acontecimentos sobre os indivíduos. (PIAGET, 1974, p. 10).

Nosso desejo nas intervenções foi a troca de pontos de vistas para auxiliar o desenvolvimento do pensamento matemático, tendo como foco a resolução de problemas apoiando-se em uma situação concreta.

As ações de reciprocidade construídas através das interações com os problemas podem servir de instrumentos lógicos que lhes permitem a compreensão das propriedades dos problemas matemáticos.

Uma atividade molar segundo Bronfenbrenner (1996), é caracterizada por um momento próprio, ou seja, um sistema de tensão que possibilita a persistência ao longo do tempo e a resistência à interrupção até a atividade ser completada. Por exemplo: as atividades envolvendo resolução de problemas matemáticos entre outras.

> O desejo de fazer aquilo que a pessoa está fazendo, por si mesma ou como um meio para atingir um fim. A presença da intenção cria um motivo para o fechamento, que por sua vez conduz à perseverança e resistência à interrupção. (BRONFENBRENNER, 1996, p. 38).

Para Piaget (1978), a compreensão só se constitui por tomada de consciência das ações, ou seja, através das transformações de esquemas de ações em noções e em operações. Por outro lado essas transformações podem não ocorrer imediatamente após o êxito da prática, implicando a um retardamento ou atraso da conceituação sobre a ação, o que mostra que as ações se constituem como autônomas em relação à conceituação.

O desenvolvimento humano para Bronfenbrenner (1996) implica numa mudança que não é meramente momentânea ou específica para uma situação: nesse sentido, não é suficiente mostrar apenas que uma variação no meio ambiente produziu uma alteração no comportamento, é também necessário, demonstrar que essa mudança apresentou certa invariância através do tempo.

> Para demonstrar que o desenvolvimento humano ocorreu, é necessário estabelecer que uma mudança produzida nas concepções e/ou atividades da pessoa seja transferida para outros ambientes em outros momentos. Essa demonstração é conhecida como validade desenvolvimental. (BRONFENBRENNER, 1996, p. 28).

Nesta visão cabe observar a resolução de problemas no sentido de proporcionar avanços em ambientes diversificados, envolvendo outros grupos e espaços numa perspectiva de generalizações. Assim sendo, os sujeitos desta pesquisa, depois de serem submetidos às intervenções pedagógicas utilizando o jogo de dominó modificado como instrumento motivador, podem desenvolver uma tendência para a resolução de problemas matemáticos em contextos diferentes dos propostos? Para verificar a resposta dessa pergunta é necessário dar continuidade a pesquisa.

Para Freire (1996) o ensino deve estar atrelado à convicção de que mudança é possível. Nesta pesquisa não podemos estar satisfeito com as constatações apenas, são necessárias outras intervenções às novas realidades.

Para Freire (1996) o conhecimento demanda nova curiosidade, observação, delimitação de um novo objeto, capacidade de fazer comparação, capacidade de indagação.

Para esta pesquisa foi dada importância básica ao processo dialógico entre os sujeitos considerando as posturas e valores de cada um deles. Esta possibilidade de ensino envolveu curiosidade, indagação, provocação, desafios, dificuldades, superação. Na visão de Freire (1996) esse processo permite aos sujeitos assumirem-se como sujeitos abertos enquanto falam e ouvem.

11 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A partir das manifestações dos sujeitos na entrevista, suas representações simbólicas, o material disponibilizado e as intervenções dialogadas, sem perder de vista o que tínhamos pressuposto e proposto, apresentamos as conclusões deste trabalho de pesquisa, apontando caminhos para a aprendizagem matemática no contexto da resolução de problemas e na metodologia adotada.

De fato, o trabalho com resolução de problemas envolvendo sujeitos vulneráveis pelo caminho que propusemos é desafiante, porém, não é impossível. As justificativas que apresentamos se baseiam nas relações observáveis envolvendo trocas de opiniões entre sujeitos e meio, num processo de interação social, resolvendo problemas matemáticos por meio do lúdico.

Por este caminho que percorremos, apesar de ser longo e cansativo, pudemos observar as interações entre sujeitos e meio sem reduzi-los a “tábula rasa”, nas palavras de Becker (2003). Procuramos fugir da tradicional pedagogia centrada no empirismo e no apriorismo para conduzir o ensino com resolução de problemas matemáticos contemplando as manifestações evidentes dos sujeitos.

A entrevista que fizemos, antes do inicio das intervenções, caracteriza uma atitude inovadora, no momento que permitiu acesso às informações das realidades dos sujeitos. São informações que implicaram na mudança de postura do pesquisador e abriram perspectivas em vistas a um aprendizado com base nos saberes já vivenciados pelos sujeitos.

O ensino de conteúdos básicos da matemática partindo de relações dialogadas paralelamente ao jogo de dominó, é viável, na medida em que se apóia em modelos propostos na Psicologia da Educação Matemática de Jesus & Fini (2001), de maneira modificada.

O modelo proposto pelos autores apresenta-se de forma abstrata, além de exigir que o aprendiz saiba calcular o termo desconhecido de uma equação, representada pelas incógnitas x, y, z, etc., além de caracterizar um jogo de perde e ganha.

Embora não seja um objetivo da pesquisa, nossos sujeitos não utilizaram (com exceção de uma tentativa de (FMS), problema n° 38) representações simbólicas do tipo x, y ou z, para solucionarem os problemas propostos. Todos os problemas poderiam ser representados via equação algébrica do primeiro grau, envolvendo notações simbólicas daqueles tipos, antes de serem solucionados. Isto denota falta de familiaridade em utilizar esse tipo de procedimento nos problemas matemáticos em questão.

Por outro lado é uma oportunidade diferente no momento que pode ser trabalhada por dois caminhos: O caminho da busca de aptidões por onde é possível verificar habilidades dos sujeitos (o que pode ser entendido como tradicional – ação – sujeito – objeto - resposta), e o caminho da construção de habilidades por vias dialogadas.

Estas duas facetas da nossa metodologia de trabalho se inter-relacionam com os objetivos da pesquisa. A primeira delas é verificada nas relações entre o segundo, quarto e quinto objetivos. Ela se manifesta na ocasião em que o sujeito interpreta, se familiariza com as operações matemáticas e procura a resposta do problema no tablado do jogo de dominó.

Enquanto que a segunda, se manifesta na medida em que o sujeito troca pontos de vistas com seu parceiro, discute, entra em acordo/desacordo de idéias, e, juntos resolvem os problemas matemáticos e, por fim, procuram suas respostas no tabuleiro disponibilizado.

Nesta segunda faceta os sujeitos se compreendem por meio da cooperação, nas relações recíprocas entre os parceiros, se ajudam nas dificuldades, se respeitam, se conhecem; um tem acesso à estratégia do outro através das manifestações exteriorizadas. As respostas dos problemas só se configuram após o diálogo ter sido encerrado em comum acordo entre ambos.

É um processo que pode ser trabalhado em dupla, trio ou quarteto, avançando em vistas das generalizações. Para Bronfenbrenner (1996) as atividades em díades constituem a base do microssistema e podem avançar para outras díades, trios ou quádruplas. No entanto, esse tipo de atividade, demanda um bom conhecimento do conteúdo e um ótimo relacionamento entre os sujeitos, por parte do professor. Esta faceta da nossa pesquisa se configura, mais necessariamente, com o terceiro objetivo. Embora este objetivo possa ser verificado nos dois momentos.

Mostramos a qualidade das manifestações entre os sujeitos, não no sentido de mensurá-las, atribuindo-lhes valores maiores ou menores nos seus êxitos, mas sim, no sentido de contribuir, para que o leitor possa compreender que tais manifestações se constituem entre o meio real envolvendo sujeito, objeto, espaço e tempo.

O ambiente que propusemos foi necessário e contribuiu na qualidade das trocas entre sujeito e meio. Pudemos observar algumas defasagens acentuadas nas representações vivenciadas, pois, embora haja uma organização da realidade, no plano das ações praticadas, essas organizações se manifestam, em alguns casos, diferentes no plano das ações conceituais ou refletidas. O que caracteriza o atraso entre o plano da conceituação e o plano da ação, segundo Piaget (1978).

Nesse sentido, podemos argumentar que as trocas entre sujeitos e meio se constituíram segundo as possibilidades de organização dos pensamentos no caminho dos possíveis. Para Piaget (1985), os possíveis são “o produto de uma construção do sujeito, em interação com as propriedades do objeto” (p. 7). O autor completa ainda: “a formalização consiste num esforço retroativo para determinar as condições necessárias e suficientes de todas as asserções e destacar explicitamente todas as intermediárias e todas as conseqüências” (PIAGET, 2002, p.74).

Observamos casos em que os sujeitos manifestam as situações vivenciadas, os acontecimentos, de maneira atabalhoada e sem precisão. Em hipótese alguma afirmamos tratar-se de déficit cognitivo. Para Montoya (1996), citado por Becker (2003), déficit não caracteriza ausência de saberes, como também, não significa incapacidade, “déficit significa uma forma de relação cognitiva com o meio, eventualmente cristalizada, que não é mediada por formas conceituais de pensamento” (p. 94).

Pode-se dizer que há “déficit de aprendizagem”, caracterizado por questões sociais externas aos indivíduos. O fato de não estarem freqüentando a sala de aula na idade ideal, pode estar contribuindo para a deficiência na aprendizagem.

Sendo assim a necessidade de estratégias educativas que permitam a superação dessa defasagem é fundamental. Trata-se de uma defasagem educacional e não de incapacidade dos sujeitos.

Os sujeitos estão defasados, no entanto, essa defasagem pode ser superada, pois, eles não são defasados. A defasagem aqui é vista no ponto de vista de Montoya (1996), citado por Becker (2003), como uma causa externa ao sujeito, um problema social que interfere no sucesso da aprendizagem.

Os sujeitos podem superar essa defasagem quando forem incitados a refletir sobre o que fazem, resolvendo problemas que envolvam maior nível de abstração, desde que esses problemas estejam voltados à prática. O papel do professor é de fundamental importância nesse processo.

Constatamos, na nossa análise, presença do raciocínio hipotético dedutivo nas manifestações dos sujeitos, tanto nas verbalizadas quanto nas formalizadas. Observe os exemplos: 1) *"Eu imaginei que tinha 3 unidades, para chegar ao nove faltava 3, então eu conclui que 6 vezes 3 é 9" (JF)* – problema 06 grupo "A"; 2) *"Essa conta foi dobrada! Ele devia 200, ele fez alguma coisa que dobrou para 400" (RSS)* – problema 16 grupo "A".

Os sujeitos quando falam ou escrevem, deixam claro o raciocínio hipotético-dedutivo. Observe as frases: *"eu imaginei que tinha 3 unidades"* e *"ele fez alguma coisa que dobrou".* Segundo Piaget (1976) o raciocínio hipotético-dedutivo só se constitui no pensamento formal. Sobre o assunto o autor acrescenta:

> O pensamento formal é, na realidade, essencialmente hipotético-dedutivo: a dedução não mais se refere diretamente a realidades percebidas, mas a enunciados hipotéticos, isto é, a proposições que se referem a hipóteses ou apresentam dados apenas como simples dados, independentemente de seu caráter real: a dedução consiste, então, em ligar entre essas suposições, e delas deduzir suas conseqüências necessárias, mesmo quando sua verdade experimental não ultrapassa o possível. É esta inversão de sentido entre o real e o possível que, mais que qualquer outra propriedade subseqüente, caracteriza o pensamento formal. (PIAGET, 1976, p. 189).

Becker (2003) demonstrou nos seus estudos, que a presença do raciocínio hipotético dedutivo, indica por si só, condições necessárias não só para alfabetizar-se, mas também, as necessárias para dar conta da educação básica.

Quando a escolarização não ocorre com êxito, não se pode atribuir esse fato à falta de capacidade cognitiva e lógica dos sujeitos. Tal fato pode ser atribuído a outras causas, entre elas, a incompetência da escola para provocar o aluno no campo da matemática, conduzindo o ensino de maneira adequada.

Educar para Piaget (2006), é adaptar a criança ao meio social adulto. De um lado, trata-se de um indivíduo em crescimento; de outro, trata-se dos valores sociais, intelectuais e morais nos quais o educador está encarregado de iniciá-lo. No entanto, o adulto concebe a educação como simples transmissão dos valores coletivos de geração a geração. E, por ignorância, se preocupa com os fins da educação muito mais relacionados à sua técnica, do que com a criança e com as leis do seu desenvolvimento. Para Piaget (2006), não há como falar em educação sem se referir ao professor.

Quando fazemos referência ao objetivo "analisar o potencial para resolver problemas utilizando o jogo de dominó", cabe destacar: os sujeitos não conheciam o material disponibilizado pelo pesquisador. As manifestações a respeito aparecem na entrevista. Nesse sentido, o material serviu de instrumento motivador durante as interações. Os sujeitos demonstraram interesse em se envolver com o material e, em participar com as atividades, em função da novidade.

Embora o material pedagógico, por si só, induza o sujeito a dar respostas imediatas, é preciso salientar que não é o material em si que possibilita a aprendizagem com problemas daquela natureza. Mas sim, as ações dos sujeitos sobre o material, isto é, o sujeito agindo sobre o material, retira as propriedades que lhes são importantes, desta forma, o material é percebido e concebido em função das ações dos sujeitos.

Apontar caminhos que visem à aprendizagem com resolução de problemas matemáticos necessita o envolvimento de três categorias importantes, na nossa interpretação:

Em primeiro lugar a intencionalidade do pesquisador, isto é, a capacidade de disposição, vontade e determinação para se fazer alguma coisa;

Em segundo, a capacidade de transcendência do pesquisador, ou seja, a aprendizagem deve ser vista como processo, ultrapassando a produção de condutas ou respostas a uma necessidade;

Em terceiro, o significado, isto é, as atividades devem ter um significado motivacional, ou seja, se os sujeitos não forem provocados com atividades atraentes, que chamem a atenção, que provoquem a curiosidade, que os façam ficar "a fim", o processo de aprendizagem fica vulnerável.

Piaget (2006) coloca que a escola tradicional impõe aos estudantes a sua tarefa, sem dar oportunidade para que a criança coloque sua parte em grau maior ou menor de interesse e de esforço pessoal. Na medida em que o professor é bom pedagogo ele pode proporcionar colaboração entre os estudantes, nesse sentido ele deixa uma margem apreciável à atividade verdadeira. Mas, dentro da lógica do sistema, a atividade intelectual e moral dos estudantes permanecem heterônomas por estar ligada à pressão contínua do professor.

Esta pesquisa focou a resolução de problemas no contexto das quatro operações básicas da matemática, no entanto, é preciso estender para outros contextos. Não é o jogo de dominó que vai caracterizar se o aluno apreendeu os conteúdos elementares, mas sim, a aplicação dessa oportunidade de reflexão em contextos diversificados. Preferencialmente que isso ocorra por decisão dos próprios sujeitos e não por imposição de terceiros.

O mérito deste trabalho de pesquisa não se limita, necessariamente, em contribuir para o desenvolvimento das capacidades cognitivas de maneira geral: as representações verbais ou simbólicas, às vezes inadequadas que os sujeitos estabelecem com o meio. O mérito maior está nos elementos que aponta na construção de caminhos para soluções educativas no campo da matemática.

Para uma perspectiva com resolução de problemas em díades, Bronfenbrenner (1996), contribui da seguinte forma: Uma díade é importante para o desenvolvimento, no momento que “ela serve como o bloco construtor básico do microssistema, possibilitando a formação de estruturas interpessoais maiores, tríades, tétrades e assim por diante”. (BRONFENBRENNER, 1996, p. 46).

Esta pesquisa se desenvolveu em díades de atividade conjunta, dialogada, aberta entre os parceiros, no entanto, em se tratando de atividades relacionadas especificamente a jogos, a díade observacional, destacada por Bronfenbrenner (1996) também é importante. Essa díade se configura quando um sujeito presta atenção cuidadosamente à atividade do outro, por exemplo: o sujeito (A) prestando atenção a uma jogada do sujeito (B).

> Este tipo de díade satisfaz as condições mínimas necessárias para a aprendizagem observacional, mas estipula uma exigência interpessoal adicional: a atividade da outra pessoa não só deve ser um foco de atenção, como aquela pessoa também precisa dar alguma resposta aparente à atenção sendo demonstrada. Quando existe uma díade observacional, ela facilmente evolui para seguinte forma diádica, mais ativa. (BRONFENBRENNER, 1996, p. 46).

Com relação aos papéis como contextos do desenvolvimento humano, Bronfenbrenner (1996) aponta que, os diferentes papéis desenvolvidos por diferentes pessoas, dentro de um mesmo ambiente, podem influenciar nos tipos de atividades e nos relacionamentos entre as pessoas podendo alterar o curso do desenvolvimento.

O conceito de papel, para ele, abrange não somente as expectativas de como uma pessoa numa determinada posição social deve agir em relação às outras pessoas, abrange também, o caminho inverso, ou seja, como as outras pessoas devem agir em relação àquela pessoa.

Por exemplo: quando o professor explica uma atividade para um sujeito, ele espera que o sujeito fique atento. No nível do microssistema, essa expectativa se comportaria como relações de reciprocidade. “Um papel é uma série de atividades e relações esperadas de uma pessoa que ocupa uma determinada posição na sociedade e de outras em relação àquela pessoa”. (BRONFENBRENNER, 1996, p. 68).

Tais expectativas não se restringem somente ao conteúdo da atividade, mas também às relações de ambas as partes. No comportamento em díades, se manifestam em grau de reciprocidade, equilíbrio de poder e afetividade. No caso do exemplo do professor citado acima, enquanto o professor orienta o educando, espera-se que o educando, aceite a orientação e corresponda essa aceitação em alto nível de reciprocidade, afeição mútua e equilíbrio de poder a favor do professor.

Colocar pessoas em relações interpessoais em que se espera que ajam em competição ou em cooperação a tendência é “intensificar as atividades e relações interpessoais que são compatíveis com as experiências dadas” (p.81).

É necessário acrescentar as contribuições de Freire (1996) para esta pesquisa, no momento que estão relacionadas aos saberes necessários à prática educativa apontando elementos importantes para soluções educativas.

O ensino de qualquer ciência demanda “quebra” de saberes historicizados, impregnados nas posturas dos professores, que não podem ser modificado de maneira arbitrário. Porém, esses saberes empíricos, historicizados, não devem ser simplesmente transferidos aos educandos.

Quando adotamos uma metodologia centrada nas relações dialogadas, procuramos estabelecer um rigor metódico no sentido de ser cuidadoso ao construir o saber, caminhando lado a lado com o educando igualmente sujeitos do processo.

O importante nesse contexto é o reconhecimento do educando como sujeito da aprendizagem e do educador/professor inserido no contexto. Construir o pensamento do ponto de vista crítico, segundo Freire (1996), tem relação com o ciclo gnosiológico, onde a curiosidade ingênua após submetida ao rigor metódico deixa de ser ingênua e passa a ser epistemológica. A construção do pensamento do ponto de vista do professor:

> Tanto implica o respeito ao senso comum no processo de sua necessária superação quanto o respeito e o estímulo à capacidade criadora do educando. Implica o compromisso do educador com a consciência crítica do educando cuja "promoção" da ingenuidade não se faz automaticamente (p. 29).

Os sujeitos desta pesquisa possuem valores, saberes, limitações, construídos socialmente, que não podem ser modificados arbitrariamente. O pensamento crítico aqui seria estabelecer a correlação desses saberes já vivenciados pelos sujeitos aos conteúdos a serem aprendidos na escola. Para Freire (1996) a superação acontecerá na medida em que a "curiosidade ingênua, sem deixar de ser curiosidade, pelo contrário, continuando a ser curiosidade, se criticiza" (p. 31).

São os saberes do senso comum que os alunos trazem nas suas histórias de vida que foram submetidos à crítica.

A curiosidade ingênua relacionada ao saber do senso comum trazida pelos sujeitos é a mesma curiosidade, que submetida a critica, a partir do rigor metódico aproxima-se do objeto cognoscente, tornando-se curiosidade epistemológica, mudando de qualidade, mas prevalecendo sua essência. "(...) a promoção da ingenuidade para a criticidade não se dá automaticamente, uma das tarefas precípuas da prática educativo-progressista é exatamente o desenvolvimento da curiosidade crítica, insatisfeita" (p. 32).

O pensamento crítico sobre a prática exige uma relação dinâmica e dialética entre o fazer e o pensar sobre o que se fez. O pensamento crítico que supera o ingênuo deve ser produzido pelo próprio sujeito em conjunto com o professor. "É preciso, por outro lado, reinsistir em que a matriz do pensar ingênuo como a do crítico é a curiosidade". (FREIRE, 1996, p. 39).

Freire (1996) coloca que o aprendizado a partir da memorização o sujeito fica paciente da transferência do conteúdo mais do que sujeitos críticos, curiosos e epistemológicos, àquele sujeito que constrói o conhecimento participando ativamente com o objeto.

As contribuições de Freire (1996) expostas acima são relevantes para esta pesquisa na medida em que, como professor/pesquisador, consideramos os sujeitos no mundo em que vivem, para daí, estabelecermos os procedimentos metodológicos da pesquisa.

Durante as práticas pedagógicas com o jogo de domino em díades, procuramos assumir a postura de mediador da aprendizagem, promovendo o conhecimento em parceira num contexto dialógico entre os sujeitos, explorando as capacidades de reflexão de cada um deles, respeitando as diferenças e limitações, estabelecendo o ensino de mão dupla de forma cooperativa na tentativa de superar as dificuldades para a aprendizagem matemática.

Como professores ou pesquisadores, devemos conhecer as dimensões caracterizadas pela nossa vivência, o que nos torna mais seguro e preciso durante a prática em comunhão com os meninos. Procuramos conhecer as características gerais e particulares dos sujeitos a fim de proporcionar um aprendizado mais significativo.

O ensino da matemática a partir de procedimentos mecanizados está distante de garantir o conhecimento dos sujeitos. Proporcionar um aprendizado onde os sujeitos, professores e pesquisadores possam ser vistos como agentes de um processo único é de fundamental importância para o desenvolvimento do potencial e do avanço na aprendizagem escolar.

12 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BARDIN, L., **Análise de conteúdo.** Edições 70, Lisboa, 1977.

BECKER, F., **A epistemologia do professor:** o cotidiano da escola. Petrópolis, RJ: Vozes, 1993.

BECKER, F., **A origem do conhecimento e a aprendizagem escolar:** P. Alegre, Artmed, 2003.

BORRALHO, A. M. A. **Aspectos metacognitivos na resolução de problemas de matemática**: proposta de um programa de intervenção. Tese de Mestrado em Tecnologia da Educação. Associação de Professores de Matemática. Universidade de Évora, Portugal, 1994.

BORUCHOVITCH, E.; BZUNECK, J. A. (org). **Aprendizagem**: processos psicológicos e o contexto social na escola. Petrópolis, RJ: Vozes, 2004.

BRENELLI, R. P., **O jogo como espaço para pensar:** a construção de noções lógicas e aritméticas. Campinas, SP: Papirus, 1996.

BRONFENBRENNER, U. A ecologia do desenvolvimento humano: **experimentos naturais e planejados.** P. Alegre: Artes Médicas, 1996.

BUTTS, T. Formulando problemas adequadamente. In: KRULIK, S.; REYS, R. E.; **A resolução de problemas na matemática escolar**. São Paulo: Atual, 1997. p. 32-48.

CALSA, G. C., **Intervenção psicopedagógica e problemas aritméticos no ensino fundamental**: Tese de Doutorado. Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação. Campinas SP: 2002.

CARRAHER, T.; D.; SCHLIEMANN, ANALÚCIA, D.; **Na vida dez, na escola zero.** 8ª ed. São Paulo: Cortez, 1994.

CEMEN, P.B. (1987). **The nature of mathematics anxiety**. (Report No. SE 048 689).

COSTA, L. B. **A resolução de problemas**: qual o estado das coisas? Revista Educação e Matemática. N° 14, 1990.

DEGUIRE, L. J. Polya visita a sala de aula. In: KRULIK, S. ; REYS, R. E. **A resolução de problemas na matemática escolar**. São Paulo: Atual, 1997.

DELVAL, J.; **Aprender na vida e aprender na escola**. P. Alegre: Artmed, 2001.

DELVAL, J.; **Introdução à prática do método clínico: descobrindo o pensamento das crianças.** P. Alegre: Artmed, 2002.

ECHEVERRÍA, M. D. P. P. **A solução de problemas em matemática**, In: POZO, J. I., (org). A solução de problemas. Aprender a resolver, resolver para aprender. PA: Artmed, 1998.

FREIRE, P. Pedagogia da autonomia: **saberes necessários à prática educativa.** São Paulo, Paz e Terra, 1996.

GUIMARÃES, K. P. **Abstração reflexiva e construção da noção de multiplicação, via jogos de regras: em busca de relações**. Dissertação de Mestrado. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Educação. Campinas SP: 1998.

HAYDU, V. B.; COSTA, L. P.; PULLIN, E. M. M. P, **A resolução de problemas aritméticos:** efeito de relações de equivalência entre três diferentes formas de apresentação dos problemas**.** Psicologia: Reflexão & Crítica, 19(1), 44-52. Universidade Estadual de Londrina, 2005. Disponível em: www.scielo.br/prc , acesso em12/03/2007.

JESUS, M. A. S. de.; FINI, L. D. T., Uma proposta de aprendizagem significativa de matemática através de jogos. In: BRITO, M. R. F. de., (org). **Psicologia da educação matemática**. Teoria e pesquisa. Florianópolis: Insular, 2001.

LEBLANC, J. F. ; PROUDFIT, L. ; PUTT, I. J. Ensinando resolução de problema na elementary school. In: KRULIK, S. ; REYS, R. E. **A resolução de problemas na matemática escolar**. São Paulo: Atual, 1997.

LOOS, H. **Ansiedade e aprendizagem**: um estudo com díades resolvendo problemas algébricos. Estudos de Psicologia, 9 (3), 563-573, 2004.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A., **Pesquisa em educação**: abordagens qualitativas. SP: EPU, 1996.

MACEDO, L.; PETTY, A . L. S.; PASSOS, N. C., **Quatro cores, senha e dominó:** oficina de jogos em uma perspectiva construtivista e psicopedagógica. SP: Casa do Psicólogo, 1997.

MACHADO, J. M., **Tomada de consciência no jogo "o caminho para o tesouro do pirata" de alunos com dificuldades de aprendizagem em fração que freqüentam sala de recursos**: Dissertação de Mestrado, UFPR, Curitiba, 2006.

MICHAELIS: **moderno dicionário da língua portuguesa**. Melhoramentos. S. Paulo, 1998.

MICOTTI, M. C. de O., Apenas tabuadas. In: BICUDO, M. A. V., **Educação matemática.** São Paulo, Moraes, 2001.

PARÂMETROS **curriculares nacionais matemática**. Brasília: Secretaria de Educação Fundamental, MEC, 1998.

PIAGET, J., & SZMINSKA, A., **A gênese do número na criança.** Zahar. Rio de Janeiro, 1971.

PIAGET, J., **A Linguagem e o pensamento da criança.** Martins Fontes. São Paulo: 1986.

PIAGET, J., & GRÉCO, P., **Aprendizagem e conhecimento.** Freitas Bastos, 1974.

PIAGET, J. & INHELDER, B., Da lógica da criança à lógica do adolescente: **ensaio sobre a construção das estruturas operatórias formais.** Pioneira, São Paulo, 1976.

PIAGET, J., **Epistemologia genética.** Tradução de Álvaro Cabral. Martins Fontes, São Paulo, 2002.

PIAGET, J., **Estudos Sociológicos.** Companhia Editora Forense, Rio de Janeiro, 1973.

PIAGET, J., **Fazer e compreender:** Melhoramentos. USP. São Paulo, 1978.

PIAGET, J., **Modelo e estrutura**. José Olympio, Rio de Janeiro, 1972.

PIAGET, J., **O possível e o necessário**: evolução dos possíveis na criança: Artes Médicas, Porto Alegre, 1985.

PIAGET, J., **Psicologia e pedagogia.** Tradução de Dirceu Accioly Lindoso e Rosa Maria Ribeiro da Silva. Forense Universitária, Rio de Janeiro, 2006.

PIAGET, J., **O estruturalismo.** Tradução de Moacir Renato Amorim. DIFEL, Rio de Janeiro, 2003.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. 2ª. ed. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

POZO, J. I. (org.) **A solução de problemas em matemática:** Aprender a resolver, resolver para aprender. PA: Artmed, 1998.

SALMON, W. C. **Lógica**, 3ª. ed. Rio de Janeiro: Prentice-Hall do Brasil, 1995.

SAMPIERI, R. H., et. al. , **Metodología de la investigación.** Mcgraw-Hill Interamericana, México, 1998.

STERNBERG, R. J., **As capacidades intelectuais humanas**: uma abordagem em processamento de informações. PA, Artes Médicas, 1992.

TAXA, F. O. S., **Problemas multiplicativos e processo de abstração em crianças na 3ª série do ensino fundamental**: Tese de Doutorado. Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação. Campinas SP: 2001.

TEIXEIRA, L. R. M., As representações da escrita numérica: questões para pensar o ensino e a aprendizagem. In: MORO, M. L. F. ; et. al. (orgs.). **Desenhos, palavras e números: as marcas da matemática na escola.** Editora UFPR, Curitiba, 2005.

VIEIRA, E. **Representação mental**: as dificuldades na atividade cognitiva e metacognitiva na resolução de problemas matemáticos. Psicologia Reflexiva e Crítica, v. 14, n. 2, ISSN 0102-7972. PA: 2001.

VYGOTSKY, L. S., **A formação social da mente**: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores. 4. ed. SP: Martins Fontes, 1991.

ZOIA, E. T., **Interação social e tomada de consciência no jogo "nunca dez".** Dissertação de mestrado, UFPR. Curitiba, PR: 2004.

APÊNDICES

Apêndice I – Verificação da aprendizagem I

Nome:...Idade:.........Meses:..........Série:.........

Resolva os problemas abaixo explicando como fez para resolver

1. Se o preço de uma lata de leite em pó é três reais, por quantos deve ser multiplicado esse valor para que eu possa gastar dezoito reais?

2. Uma caixa continha algumas bolinhas, Lucas retirou duas e a caixa ficou vazia. Quantas bolinhas tinham na caixa?

3. Por quantas pessoas devem ser divididos oito quilos de alimentos para que cada uma receba quatro quilos?

4. Eu tinha um número de bolinhas de gude, ganhei duas do meu colega e fiquei com três. Quantas bolinhas eu tinha?

Apêndice II – Verificação da aprendizagem II

Nome:..Idade:.........Meses:..........Série:........

Resolva os problemas abaixo explicando como fez para resolver

1) Hoje eu tenho na minha coleção um total de dez figurinhas, antes eu só tinha quatro. Quantas eu arrumei?

2) Dobrei certo valor que eu tinha no bolso e fiquei com oito, quantos eu tinha no bolso?

3) Eu tinha certo número de figurinhas, emprestei todas para meu colega, com quantas fiquei?

4) João tinha vinte bolinhas de gude, perdeu cinco para seu amigo Paulo, o resto dividiu com três outros amigos. Quantas bolinhas couberam para cada um dos novos amigos?

Apêndice III – Modelo da entrevista

Entrevistador: Hamilton Oliveira Alves Protocolo: Data: -----/------/------- Fita nº:	Nome: Idade: Data de nasc.: Série: Local: ONG de Mandirituba - PR

Quadro 1 – Entrevista sobre Aprendizagem Matemática

[...] - Conte a história da sua vida antes de vir para a ONG. - E a escola como era antes de vir para a ONG? - O que mudou na sua vida depois que você veio para a ONG? - E a escola como é hoje? - Qual matéria que você mais gosta na escola? - E a que menos gosta? - Fale um pouco sobre a matemática. - Você gosta de matemática? - Você vai bem em matemática na escola? - Por quê? - Como você aprendia matemática antes de vir para a ONG? - E hoje, como seu (sua) professor (a) ensina matemática para você? - Você entende bem da forma que seu (sua) professor (a) ensina? - O que você está aprendendo em matemática? - Você tem dificuldade em aprender matemática? - Em que assuntos?	

- Você sabia fazer contas de somar, subtrair, multiplicar e dividir antes de vir para a ONG? - Você sabia resolver problemas com soma, subtração, multiplicação e divisão antes de vir para a ONG? - Você sabe hoje resolver problemas com soma, subtração, multiplicação e divisão? - Você acha importante saber resolver problemas envolvendo soma, subtração, multiplicação e divisão? - Por quê? - Você sabe a tabuada? - Seu (sua) professor (a) utilizava jogos para ensinar matemática antes de você vir para a ONG? - Seu (sua) professor (a) utiliza jogos para ensinar matemática na escola? - Que tipo? - Você gosta de brincar com jogos? - Quais? - Você sabe resolver problemas de soma, subtração, multiplicação e divisão usando o dominó?	

Apêndice IV – Modelo dos problemas propostos

Numa cesta tem cinco laranjas. Quantas devem ser retiradas para que a cesta fique vazia?	Se o preço de uma lata de leite em pó é três reais, por quantos deve ser multiplicado esse valor para que eu possa gastar dezoito reais?	Quinze figurinhas serão repartidas por cinco pessoas. Quantas cada uma receberá?	Uma caixa continha algumas bolinhas, Lucas retirou duas e a caixa ficou vazia. Quantas bolinhas tinham na caixa?
José tinha cinco moedas iguais e tentou fazer uma multiplicação, só que o resultado não alterou, por quanto José multiplicou as moedas?	Por quantas pessoas devem ser divididas doze maçãs para que cada uma delas receba duas maças?	Por quantas pessoas devo dividir vinte quilos de alimentos para que cada uma receba cinco quilos?	Eu tinha cem reais na poupança, hoje tenho trezentos reais, por quanto foi multiplicado o valor antigo?
Dois litros de leite divididos por duas pessoas. Caberá para cada uma?	Qual é o número que multiplicado por nove que dá vinte e sete?	Se uma dúzia corresponde a doze unidades, então meia dúzia corresponde a?	Meia dúzia de banana corresponde a seis unidades, por quanto devo multiplicar meia dúzia para obter dezoito unidades?
Se dez latas de leite em pó custam trinta reais, quanto custa uma lata?	Em uma prova de matemática Lucas acertou cinco questões das dez existentes. Quantas ele errou?	Faltavam seis meses para o meu aniversário, agora só falta um. Quantos meses se passaram?	José tem três reais no bolso, por quanto deve ser multiplicado esse valor para que José fique com quinze reais?
Uma lesma sobe por um poste um metro a cada uma hora. Quantos metros ela sobe em seis horas?	Quantos ovos são a metade de uma dúzia?	Qual é a quantidade que deve ser somada com seis para se ter dez?	Eu tinha quatro figurinhas, agora tenho dez, quantas eu ganhei?
No primeiro bimestre fiquei com nota cinco em matemática, no segundo fiquei com sete. Quantos pontos aumentaram minha nota?	Quantas vezes devemos multiplicar o número cinqüenta para obtermos o número duzentos?	Ontem eu tinha dez reais no bolso, hoje tenho cinqüenta, por quanto foi multiplicado o valor anterior?	Ao tentar fazer uma multiplicação a resposta dá sempre zero, por quanto estou multiplicando?
Minha aprovação em português depende de somar alguns pontos com dois que eu tenho, quantos pontos faltam para eu ser aprovado se a média for sete pontos?	Tenho dez chocolates para dividir com dez colegas, quantos caberá para cada um?	Tenho atualmente quatorze anos de idade, logo terei dezenove, quantos anos devo somar para chegar a essa idade?	Um certo time de futebol tinha dezesseis pontos no campeonato, agora tem doze pontos. Isto quer dizer que o time perdeu?
Tenho quinze reais na poupança, quantos devo depositar para ficar com vinte?	Tenho doze reais na poupança, quantos devo retirar para ficar com dez?	Eu tinha dez reais no bolso emprestei sete para meu colega quantos me restaram?	Qual é o número que multiplicado por três unidades tem como resposta nove?
Eu tinha cinco figurinhas colecionei mais algumas e completei dez, por quanto foi multiplicada a quantidade que eu tinha?	Eu tinha um certo número de figurinhas, emprestei todas para meu colega, com quantas fiquei?	Por quantas pessoas devem ser divididos oito quilos de alimentos para que cada uma delas receba quatro quilos?	Eu tinha um certo número de bolinhas de gude, ganhei duas do meu colega e fiquei com três. Quantas bolinhas eu tinha?

Doze moedas de um real serão divididas por um número de pessoas de modo que cada uma receba seis moedas, quantas pessoas estão envolvidas?	Eu tinha dezesseis figurinhas da copa do mundo, agora tenho dezoito, quantas eu ganhei?	Dobrei um certo valor que eu tinha no bolso e fiquei com oito, quantos eu tinha no bolso?	Seu Pedro tinha cinco galinhas, vendeu as cinco quantas galinhas ele ainda tem?
Dividindo seis cabeças de bois entre alguns irmãos, cada um receberá um boi, quantos são os irmãos?	Devia duzentos reais para meu colega, hoje devo quatrocentos, por quanto foi multiplicada minha dívida?	Tenho um certo valor no bolso, se eu pagar um para meu amigo, fico sem nada. Quanto tenho no bolso?	Somei uma certa quantidade de ovelhas com três que eu já tinha, agora tenho sete. Qual é a quantidade somada?
Num chiqueiro tinha quatro galinhas, agora tem dezesseis, isto quer dizer que a quantidade que tinha foi multiplicada por?	Atualmente estamos no mês de fevereiro de 2007, quantos meses faltam para chegarmos no mês de junho?	José tem nove cavalos de corrida e quer deixá-los como herança para seus três filhos. Ajude José resolver o problema?	Ontem eu tinha uma moeda, perdi no jogo para meu amigo, com quantas fiquei?
O senhor Antonio tem três cabeças de porcos e três filhos. O que ele deve fazer para evitar briga entre os filhos?	Marcos gosta de cavalos, ele tinha três, e agora resolveu vender todos, com quantos cavalos Marcos ficará?	Repartir duas dúzias de ovos entre duas pessoas, quantas dúzias caberá a cada pessoa?	Ontem o termômetro marcava trinta graus, hoje marca vinte e nove, isto quer dizer que a temperatura caiu quantos graus?
Minha média em matemática é cinco pontos, fiz uma prova e não certei nenhuma das questões, quantos pontos aumentou minha média?	Eu tinha cinqüenta reis no bolso, emprestei tudo para meu irmão, quanto me restou?	Se um termômetro marcava um grau negativo e se a temperatura subiu um grau, qual a temperatura que marca o termômetro atualmente?	Hoje eu tenho na minha coleção um total de dez figurinhas, antes eu só tinha quatro. Quantas eu arrumei?

Apêndice V – Outras possibilidades com o jogo de dominó


José tem nove cavalos de corrida e quer deixá-los como herança para seus três filhos. Ajude José resolver o problema?
Antes eu tinha uma moeda, agora continuo tendo uma moeda. Isto quer dizer que?
Faltavam seis meses para o meu aniversário, agora só falta um. Quantos meses se passaram?
7