

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
SETOR DE CIÊNCIAS EXATAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA**

**O PROBLEMA *DIAL-A-RIDE* ESTÁTICO:
ESTUDO DE CASO PARA O TRANSPORTE ESCOLAR**

HUBERTO PEREIRA HAIDEMANN

CURITIBA

2007

HUBERTO PEREIRA HAIDEMANN

**O PROBLEMA *DIAL-A-RIDE* ESTÁTICO:
ESTUDO DE CASO PARA O TRANSPORTE ESCOLAR**

Dissertação apresentada como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Ciências do Curso de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia na área de concentração em Programação Matemática do Setor de Ciências Exatas, Departamento de Matemática da Universidade Federal do Paraná.

Orientadora: Prof^a. Dr^a. Maria Teresinha Arns Steiner.

CURITIBA

2007

TERMO DE APROVAÇÃO**HUBERTO PEREIRA HAIDEMANN****O PROBLEMA *DIAL-A-RIDE* ESTÁTICO:
ESTUDO DE CASO PARA O TRANSPORTE ESCOLAR**

Dissertação aprovada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre no Curso de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia – Área de Concentração em Programação Matemática, Setor Ciências Exatas da Universidade Federal do Paraná, pela seguinte banca examinadora:

Orientadora:

Prof^a. Maria Teresinha Arns Steiner, D.Eng.
Departamento de Matemática, UFPR

Prof^a. Angela Olandoski Barboza, D.Sc.
Departamento de Matemática, UTFPR

Prof. Celso Carnieri, D.Eng.
Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, UFPR

Prof^a Luzia Vidal, D.Sc.
Departamento de Desenho, UFPR

Curitiba, 13 de dezembro de 2007

Dedico este trabalho aos meus pais, Afonso Haidemann e Teresinha Pereira Haidemann, por todo o apoio na realização dessa etapa em minha vida.

AGRADECIMENTOS

A Deus, pela constante força divina que me impeliu para a superação dos próprios limites.

Ao meu pai, Afonso Haidemann, por todas as lições de vida que aprendi através de seus exemplos. A minha mãe, Teresinha P. Haidemann, pelo carinho, amor e compreensão nos momentos de dificuldade.

A minha namorada, Ana Paula Fiera, por todo o apoio e amor ao longo de todo o mestrado.

Agradeço, de forma especial, a minha orientadora, Professora Dra. Maria Teresinha Arns Steiner, pela paciência e dedicação com que me orientou ao longo de todo o trabalho.

A todos os professores do curso de Métodos Numéricos pela convivência e por transmitir seus ensinamentos.

Ao Sr. Antônio Marcos da Silva pela prestatividade em ceder os dados para a pesquisa.

A todos os amigos que, de alguma forma, contribuíram com sua maravilhosa companhia para realização dessa meta pessoal.

SUMÁRIO

LISTA DE TABELAS	viii
LISTA DE FIGURAS	ix
RESUMO	xi
ABSTRACT	xii
1. INTRODUÇÃO	1
1.1 OBJETIVOS	2
1.1.1 Objetivos Específicos.....	2
1.2 RELEVÂNCIA DA PESQUISA.....	3
1.3 LIMITAÇÕES	3
1.4 DELINEAMENTO DO TRABALHO	4
CAPÍTULO II	5
2. DESCRIÇÃO DO PROBLEMA E METODOLOGIA PARA A SUA SOLUÇÃO	5
2.1 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA	5
2.2 METODOLOGIA PARA DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA.....	11
2.2.1 Problematização.....	12
2.2.2 Levantamento dos Dados do Problema	12
2.2.2.1 Softwares Empregados no Levantamento dos Dados.....	12
2.2.2.2 Estudo do Ambiente de Pesquisa	13
2.2.2.3 Mapeamento Geográfico dos Colégios e Alunos	16
2.2.2.4 Rota Atual do Período Matutino.....	21
2.2.2.5 Plano de Circulação Viária da Cidade de Joinville	24
2.2.3 Modelagem do Banco de Dados.....	27
2.2.4 Programação do Algoritmo	28
2.2.5 Testes e Ajustes Finais.....	29
2.2.6 Apresentação e Discussão dos Resultados.....	29
CAPÍTULO III	30
3. PANORAMA NACIONAL DO TRANSPORTE ESCOLAR PÚBLICO	30
3.1 ANÁLISE DO PANORAMA NACIONAL DO TRANSPORTE ESCOLAR PÚBLICO	30
CAPÍTULO IV	35
4. O PROBLEMA CLÁSSICO DO CAIXEIRO VIAJANTE E ESTRATÉGIAS PARA SUA SOLUÇÃO	35
4.1 VARIAÇÕES DO PCV	36
4.2 MÉTODOS PARA RESOLVER O PCV	37
4.2.1 Métodos Exatos	39
4.2.1.1 O Problema de Designação (<i>Assignment Problem</i>).....	39
4.2.1.2 Modelo Matemático para Solução do PCV	41
4.2.2 Métodos Heurísticos	42
4.2.2.1 Procedimentos de Construção	42
4.2.2.2 Procedimentos de Melhoria	43
4.2.2.3 Procedimentos Compostos	44
4.2.3 Métodos Meta-Heurísticos	44
4.2.3.1 Algoritmos Genéticos	45

4.2.3.2 <i>Simulated Annealing</i>	46
CAPÍTULO V	47
5. PROBLEMAS DE ROTEAMENTO DE VEÍCULOS	47
5.1 PROBLEMAS DE ROTEAMENTO DE VEÍCULOS – CARACTERÍSTICAS E CLASSIFICAÇÃO	47
5.2. PROBLEMAS DE ROTEAMENTO E PROGRAMAÇÃO <i>DIAL-A-RIDE</i>	51
5.3 O ALGORITMO DE PSARAFTIS PARA OS PROBLEMAS DE ROTEAMENTO DO TIPO <i>DIAL-A-RIDE</i> ESTÁTICOS.....	55
5.3.1 O Caso Estático	55
5.3.1.1 Formulação Matemática para o Caso Estático	56
5.3.1.2 Algoritmo para o Caso Estático.....	58
5.3.1.2.1 Condições de Factibilidade	59
5.3.1.2.2 Considerações Sobre Otimalidade	60
5.4 PROGRAMAÇÃO DINÂMICA.....	61
5.4.1 Características dos Problemas de Programação Dinâmica	62
5.5 APLICAÇÃO DO ALGORITMO PARA EXEMPLOS ACADÊMICOS	63
5.5.1 Exemplo Acadêmico 1	63
5.5.2 Exemplo Acadêmico 2	71
5.5.3 Exemplo Acadêmico 3	73
5.6 ANÁLISE DE ESFORÇO COMPUTACIONAL	75
5.7 ALGORITMO DE FLOYD	78
CAPÍTULO VI	80
6. ADAPTAÇÃO DO ALGORITMO DE PSARAFTIS PARA O CASO <i>DIAL-A-RIDE</i> ESTÁTICO E SUA IMPLEMENTAÇÃO	80
6.1 JUSTIFICATIVA PARA A ADAPTAÇÃO DO ALGORITMO	80
6.2 A ADAPTAÇÃO DO ALGORITMO	82
6.3 IMPLEMENTAÇÃO DO ALGORITMO DE PSARAFTIS ADAPTADO APLICADO AO PERÍODO MATUTINO.....	84
6.3.1 Etapa 1: Algoritmo de Floyd	85
6.3.2 Etapa 2: Seleção dos Alunos	85
6.3.3 Etapa 3: Inicialização do Roteamento	86
6.3.4 Etapa 4: Roteamento	87
6.3.5 Etapa 5: Recuperação da Trajetória	87
6.3.6 Etapa 6: Impressão dos Dados	88
6.3.7 Etapa 7: Representação Gráfica da Rota Final	88
CAPÍTULO VII	90
7. APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS E CONSIDERAÇÕES FINAIS	90
7.1 APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	90
7.1.1 Apresentação dos Resultados Obtidos	93
7.1.2 Vantagens da Adaptação do Algoritmo de Psaraftis	94
7.2 CONSIDERAÇÕES FINAIS E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	96
7.2.1 Considerações Finais	96
7.2.2 Sugestões para Trabalhos Futuros	98
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	100
ANEXOS	104

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1: Grade de horários dos colégios.....	7
Tabela 2.2: Listagem com informações detalhadas dos colégios.....	14
Tabela 2.3: Listagem com informações detalhadas dos alunos.....	15
Tabela 2.4: Registro do plano de circulação viária.....	27
Tabela 3.1: Frota nacional dos veículos destinados ao transporte escolar.....	32
Tabela 4.1: Trabalhos para o PCV clássico.....	38
Tabela 5.1: Matriz de tempos T_j	64
Tabela 5.2: Parâmetros do exemplo acadêmico 1.....	64
Tabela 5.3: Parâmetros do exemplo acadêmico 2.....	71
Tabela 5.4: Matriz de tempos T_j'	73
Tabela 5.5: Parâmetros do exemplo acadêmico 3.....	74
Tabela 5.6: Typical CPU Times (Seconds) Versus N (Number of Customers)*.....	76
Tabela 5.7: Tempo de Processamento (Segundos) Versus N (Número de Clientes).....	76
Tabela 6.1: Comparação do número de nós entre o algoritmo e a adaptação proposta.....	83
Tabela 6.2: Parâmetros aplicados para solução do período matutino.....	86
Tabela 7.1: Comparativo do tempo computacional entre o algoritmo original e o adaptado para o problema do transporte escolar aplicado ao período matutino.....	95

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1: Disposição física de todos os colégios.....	8
Figura 2.2: Localização das residências de todos os alunos.....	9
Figura 2.3: Fluxo geral das atividades.....	11
Figura 2.4: Disposição geográfica dos colégios atendidos no período matutino em relação ao ponto de partida.	17
Figura 2.5: Disposição geográfica dos alunos atendidos no período matutino em relação ao ponto de partida	18
Figura 2.6: Localização x ponto de parada - alunos	20
Figura 2.7: Localização x ponto de parada - Colégio Santo Antônio.....	34
Figura 2.8: Rota atual – período matutino (ida)	22
Figura 2.9: Trajeto do ponto de partida ao ponto de início da rota	23
Figura 2.10: Malha viária – visão geral.....	25
Figura 2.11: Malha viária – visão ampliada	26
Figura 2.12: MER - Modelo Entidade Relacionamento.....	28
Figura 3.1: Percentual de participação dos componentes do custo operacional do transporte escolar.....	33
Figura 4.1: Jogo de Hamilton (1857).....	35
Figura 4.2: Uma solução para o jogo de Hamilton.....	35
Figura 4.3: Representação de um PMCV.	37
Figura 4.4: Redução da distância percorrida mediante a consolidação das paradas em uma rota	43
Figura 5.1: Classificação dos problemas de roteamento segundo Bodin <i>et al.</i> (1983).	50
Figura 5.2: Estrutura dos problemas <i>dial-a-ride</i>	52
Figura 5.3: Estágio 0.....	65
Figura 5.4: Estágio 1.....	66
Figura 5.5: Representação gráfica do Estágio	79
Figura 5.6: Estágio 2.....	68
Figura 5.7: Representação gráfica do Estágio 2/Estado	81

Figura 5.8: Estados factíveis.....	81
Figura 5.9: Recuperação da trajetória.....	70
Figura 5.10: Rota final.....	69
Figura 5.11: Diferenças entre o exemplo 1 e o exemplo 2.....	72
Figura 5.12: Comparativo do custo total do Estágio 5 para o Estágio 6	74
Figura 5.13: Rota final.....	87
Figura 5.14: Comparativo entre os tempos computacionais de 1980 e 2007 para o algoritmo de Psaraftis (1980).....	77
Figura 5.15: Pseudocódigo para o Algoritmo de Floyd	79
Figura 6.1: Exemplo de rota viciada.....	95
Figura 6.2: Origens x Destinos – Original Figura 6.3: Origens x Destinos – Adaptado.....	83
Figura 7.1: Ilustração de como a inconveniência atua na função objetivo.....	91
Figura 7.2: Rota final obtida a partir do algoritmo adaptado	93

RESUMO

O problema a ser examinado nesta investigação refere-se ao processo de roteamento para o transporte escolar, problemática que se torna relevante quando analisado o panorama nacional do transporte escolar apresentado pelo governo federal. Há a necessidade de prestar um serviço de melhor qualidade e acessível a todos e, para isso, é imprescindível que se reduzam os custos logísticos por meio de uma utilização inteligente dos serviços de transporte. O resultado é a otimização do atendimento aos clientes, descobrindo as melhores rotas e, por conseguinte, minimizando os tempos e/ou distâncias percorridas. Sendo o transporte escolar a vertente do segmento de transporte a ser analisada nessa pesquisa, sua classificação concentra-se no problema de roteamento e programação de veículos, especificamente no que concerne ao *Dial-a-Ride Routing and Scheduling Problems (DARP)*. Psaraftis (1980) propõe um algoritmo matemático baseado na técnica de Programação Dinâmica que visa a resolver problemas de roteamento que se caracterizam como *DARP*. O estudo desse algoritmo aponta para a necessidade de se fazer uma adaptação para que o problema do transporte escolar apresente uma solução economicamente viável. O presente trabalho não explora todas as variáveis inerentes ao problema do transporte escolar, portanto, mesmo com o alcance dos objetivos propostos inicialmente e a implementação da adaptação de um algoritmo tornando-o mais robusto, a pesquisa não se dá por encerrada. A utilização de janelas de tempo que também podem ser aplicadas ao modelo inicial proposto por Psaraftis (1980) seria uma sugestão passível de exploração. Assim, com a finalidade de aprimorar o estudo vigente, foram sugeridas melhorias e outros trabalhos para enriquecer o ferramental disponível atualmente sobre as questões em voga no âmbito acadêmico. Desse modo, espera-se contribuir para o desenvolvimento do campo de estudo em evidência.

Palavras-chave: Roteamento de Veículos; *Dial-a-Ride (DARP)*; Transporte Escolar.

ABSTRACT

The problem to be examined in this investigation is about the routing process for school transportation; this problematic is relevant when we analyze the school transport national panorama shown by the federal government. There is the need of provide a best quality service and accessible to all and, to accomplish this, it is essential to reduce the logistic costs with an intelligent use of the transport services. The result is the customer processing optimization, discovering the best routes and; thus, minimizing the spent times and/or traveled distances. As the school transport is part of the transport segment to be analyzed in this search, its classification is concentrated in the problem of vehicle routing and scheduling, specifically in relation to Dial-a-Ride Routing and Scheduling Problems (DARP). Psaraftis (1980) proposes a mathematical algorithm based on the Dynamic Programming that aims to solve routing problems characterized as DARP. The study of this algorithm points to the requirement of making an adaptation in order the school transport problem presents a solution economically viable. The present work does not explore all variables inherent to the problem of school transport; however, even reaching the objectives initially proposed and the implementation of the adaptation of an algorithm making it more robust, the search is not ended. The use of time windows that can also be applied for the initial model proposed by Psaraftis (1980) would be a suggestion that can be explored. Thus, with the purpose of improving the current study, improvements were suggested and other works to enrich the currently available tool about the questions in academic field. Thus, there is a hope to contribute for the development of the study field in evidence.

Key-words: Vehicle Routing; Dial-a-Ride Problem (DARP); School Transportation.

1. INTRODUÇÃO

Muitas pesquisas têm sido desenvolvidas no segmento de transportes com o objetivo de reduzir custos. Essa é uma das principais necessidades de empresas que desejam sobreviver e crescer em uma economia globalizada, uma vez que os custos associados aos transportes são, inevitavelmente, repassados aos produtos.

Por meio da solução dos Problemas de Roteamento de Veículos (PRV) deseja-se diminuir as distâncias percorridas para atendimento da demanda, otimizar o uso da frota, reduzir o tempo gasto em trânsito e uma série de outros fatores. Um mesmo segmento de mercado pode apresentar diferentes características para um mesmo problema, dependendo do resultado que se deseja obter. Em geral, o que se almeja é diminuir a distância percorrida para atendimento dos pontos de demanda. Entretanto, o problema sofre mutações de acordo com as restrições que são levadas em consideração.

Existem problemas em que a frota apresenta múltiplas capacidades de carga, janelas de tempo a serem cumpridas, paradas programadas para almoço e pernoite, tempo máximo de permanência dentro do veículo (no caso de transporte escolar, principalmente), caracterizando, assim, as mais diversas situações. Essas restrições, quando incorporadas ao sistema, aumentam consideravelmente a complexidade para a obtenção da solução, o que faz com que soluções exatas não sejam aplicáveis a problemas reais, na maioria dos casos. Impelido pelo problema de tempo computacional gerado pelos algoritmos exatos, foram desenvolvidos algoritmos heurísticos e meta-heurísticos que obtêm soluções, senão ótimas, muito próximas da ótima sendo capazes de produzir economias satisfatórias ao processo, dentro de um tempo computacional aceitável.

Em consonância com os objetivos dos empresários, os condutores de transporte escolar também tencionam reduzir custos através do uso otimizado de seus recursos. Buscando atender as necessidades do setor de transporte escolar, o presente trabalho aborda uma das variantes do PRV e leva em consideração o Plano de Circulação Viária da Cidade de Joinville para construção das rotas melhores. Com a aplicação de tal plano incorporado ao sistema, espera-se obter resultados mais próximos do real em termos de tempo de deslocamento e distâncias percorridas.

O presente trabalho estuda a implementação de um algoritmo para a otimização do processo de roteamento envolvendo, para isso, um caso do transporte escolar privado realizado com *vans* na cidade de Joinville.

O problema de roteamento do transporte escolar em pauta é classificado como *dial-a-ride problem (DARP)*. Esses problemas caracterizam-se por sua forma de operação, em que uma pessoa solicita um serviço de transporte, informando sua localização e qual o destino desejado. O veículo que atende a ocorrência direciona-se ao local onde se encontra o indivíduo, efetuando sua coleta para depois deixá-lo no local de destino. Trata-se de um serviço de porta em porta que normalmente é utilizado por pessoas idosas, portadores de necessidades especiais, transporte escolar ou por outras pessoas com razões que as impeçam de usar o transporte público.

Por conseguinte, apresentam-se os objetivos da pesquisa, justificados por sua relevância, bem como as limitações do trabalho, que determinam o seu foco de atuação. Por fim, é exposto o delineamento do estudo em questão.

1.1 OBJETIVOS

A construção dos roteiros é uma etapa composta de uma série de variáveis, na qual destacam-se o tempo e a distância percorrida pelo veículo para atendimento dos pontos de coleta e entrega dos alunos. O horário de início e término das aulas deve ser respeitado rigorosamente pelos condutores de transporte escolar, sob pena de cancelamento do contrato de prestação de serviço.

Assim, o objetivo principal do trabalho está centrado em atender a todos os pontos de entrega e coleta dentro dos horários pré-determinados pelas escolas e isso a um custo mínimo de deslocamento.

1.1.1 Objetivos Específicos

O trabalho tem por objetivo permitir o controle operacional do processo de roteamento do transporte escolar, buscando atender aos seguintes objetivos específicos:

- Reduzir o tempo de planejamento das rotas;
- Automatizar o planejamento das mesmas;
- Promover maior assertividade nas rotas definidas;

- Reduzir os custos com deslocamento e, conseqüentemente, a manutenção do veículo;
- Possibilitar o atendimento de um maior número de alunos transportados através da redução do tempo em trânsito por meio de percursos otimizados;
- Configurar rotas levando-se em consideração o sentido das ruas, baseado no conhecimento do Plano de Circulação Viária da Cidade de Joinville.

1.2 RELEVÂNCIA DA PESQUISA

Dados do Levantamento Nacional do Transporte Escolar (2004) apontam gastos com o transporte escolar público de aproximadamente 350 milhões de reais por mês. O estudo mostra a terceirização de veículos como o principal consumidor dos recursos destinados a esse segmento e que, como conseqüência, alunos podem estar fora das salas de aula devido à deficiência na abrangência do transporte escolar público.

Analisando-se os dados apresentados no último estudo publicado observou-se que o transporte escolar privado também apresenta deficiências, o que acaba por comprometer a qualidade dos serviços prestados.

Abordar o transporte escolar privado é um caminho para entender como funciona a dinâmica dos problemas relacionados ao transporte escolar público e, com base na pesquisa, sugerir um trabalho de melhoria neste serviço público, oferecendo a todos o acesso a educação de que tanto necessitam.

1.3 LIMITAÇÕES

O escopo do trabalho será delimitado pelo período matutino, ou seja, a solução resultante irá atender aos alunos matriculados no período matutino no sentido casa-colégio.

Os períodos do meio-dia e vespertino não serão abordados neste trabalho, pois a solução do problema para o período vespertino exigiria a construção de um novo algoritmo e o período do meio-dia caracteriza um cenário diferente dos demais períodos, onde um mesmo ponto pode ser de coleta e de entrega simultaneamente.

1.4 DELINEAMENTO DO TRABALHO

O trabalho foi delineado em sete capítulos. O Capítulo I apresenta a introdução do trabalho, seus objetivos, relevância e limitações. O Capítulo II descreve a problemática do estudo de caso. É apresentada, ainda, a localização geográfica de alunos e colégios. Também foram determinadas as principais adversidades a que estão sujeitos os condutores de transporte escolar. A metodologia que norteou o desenvolvimento da pesquisa é descrita também no Capítulo II. Esta foi elaborada de modo a possibilitar o acompanhamento de cada fase e determinar a sua conclusão. As etapas sobre as quais a pesquisa foi desenvolvida são: Descrição do Problema, Levantamento dos Dados, Modelagem do Banco de Dados, Programação do Algoritmo, Testes Práticos e Ajustes Finais e Avaliação dos Resultados.

O Capítulo III expõe dados do Levantamento Nacional do Transporte Escolar e discorre sobre o panorama nacional do transporte escolar público.

A revisão da literatura inicia-se no Capítulo IV, onde é abordado o Problema do Caixeiro Viajante (PCV) e as técnicas em evidência na literatura que se propõe a solucionar tal problemática.

No Capítulo V abordam-se os problemas de roteamento, apresentando as principais características que determinam como os mesmos são classificados segundo a literatura. Adentrando aos problemas reais, fundamentado pela apresentação do PCV, o problema de transporte escolar é enquadrado de acordo com as classificações apresentadas e a seguir, descreve-se a classificação atribuída ao transporte escolar e o ferramental matemático empregado na resolução do problema em estudo.

Uma adaptação do algoritmo empregado para resolução do problema foi necessária e é descrita no Capítulo VI, que também apresenta a implementação do algoritmo adaptado para o estudo de caso abordado nessa pesquisa.

E, concluindo a pesquisa, são apresentados e discutidos os resultados no Capítulo VII, por conseguinte, colocam-se as considerações finais acerca da pesquisa e são sugeridas pesquisas futuras buscando complementar e aprofundar tal estudo.

CAPÍTULO II

2. DESCRIÇÃO DO PROBLEMA E METODOLOGIA PARA A SUA SOLUÇÃO

2.1 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

A questão a ser investigada refere-se ao processo de roteamento para o transporte escolar, no qual poderão ser notadas particularidades e exigências que lhe são características. Para o estudo das ocorrências que circundam o cotidiano dos condutores de transporte escolar, contou-se com a colaboração de um associado da ACTEJ (Associação de Condutores e Transportes Escolares de Joinville), a fim de auxiliar na obtenção dos dados necessários para a elucidação do problema.

A associação mencionada é o órgão responsável pela coordenação do transporte escolar na cidade de Joinville, SC. Possui 115 associados que transportam mais de seis mil alunos/dia e que no total rodam em média vinte e cinco mil quilômetros/dia.

A pessoa entrevistada é condutor de um veículo Ducato, da marca Fiat; veículo este que conta com quinze lugares, além do assento do motorista. Dos quinze lugares disponíveis, um é reservado ao monitor, restando, portanto, quatorze lugares para locação.

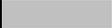
O itinerário para coleta/entrega dos alunos abrange os seguintes nove bairros de Joinville: Boa Vista, Iririu, Jardim Iririu, Saguacu, Dom Gregório, Espinheiros, Comasa, Aventureiro e Bom Retiro. Nos bairros há ruas indicadas como pontos de referência. É norma da ACTEJ que os condutores não se desviem excessivamente desses pontos, uma vez que a rota executada pode estar sendo atendida por outro condutor. As principais ruas da região atendida pelo referido condutor são: Papa João XXIII, Ponte Serrada, Tuiuti, Iririu, Binário, Piratuba, das Cegonhas, Frontim, Baltazar Buschler e Helmuth Falgatter.

A região delimitada pela ACTEJ possui um conjunto de 18 colégios e jardins a serem assistidos, são eles: Adventista, C.E.I Iririu, C.E.I. Ponte Serrada, Creche Criança Feliz, Dom Jaime Barros Câmara, Educando com Amor, Educar, Eng^o Annes Gualberto, Jardim Esperança, Jardim Sementinha, Jardim Sesi, Jardim Sonho Encantado, José Antônio Navarro Lins, Max Colin, Padre Valente Simione, Santo Antônio, Tuffi Dippe e Vila da Criança, cada qual com seu horário de início e término das aulas. A Tabela 2.1 apresenta o detalhamento

dos vários horários que devem ser atendidos nos diferentes colégios permitindo-se uma comparação entre os mesmos.

Tabela 2.1: Grade de horários dos colégios

	Período Matutino												Período Vespertino											
	07:15	07:30	07:45	...	10:30	...	10:45	11:15	11:30	11:45	11:50	11:55	...	13:15	13:30	13:45	14:00	...	14:15	...	17:00	17:15	17:30	17:45
Adventista	[Horário letivo]												[Horário letivo]											
C.E.I Iririu	[Horário letivo]												[Horário letivo]											
C.E.I. Ponte Serrada	[Horário letivo]												[Horário letivo]											
Creche Criança Feliz	[Horário letivo]												[Horário letivo]											
Dom Jaime Barros Câmara	[Horário letivo]												[Horário letivo]											
Educando com Amor	[Horário letivo]												[Horário letivo]											
Educar	[Horário letivo]												[Horário letivo]											
Engº Annes Gualberto	[Horário letivo]												[Horário letivo]											
Jardim Esperança	[Horário letivo]												[Horário letivo]											
Jardim Sementinha	[Horário letivo]												[Horário letivo]											
Jardim Sesi	[Horário letivo]												[Horário letivo]											
Jardim Sonho Encantado	[Horário letivo]												[Horário letivo]											
Navarro Lins (1 a 4 série)	[Horário letivo]												[Horário letivo]											
Navarro Lins (5 a 8 série)	[Horário letivo]												[Horário letivo]											
Max Colin	[Horário letivo]												[Horário letivo]											
Padre Valente (1 a 4 série)	[Horário letivo]												[Horário letivo]											
Padre Valente (5 a 8 série)	[Horário letivo]												[Horário letivo]											
Santo Antônio (1 a 8 série)	[Horário letivo]												[Horário letivo]											
Santo Antônio (2 Grau)	[Horário letivo]												[Horário letivo]											
Tuffi Dippe	[Horário letivo]												[Horário letivo]											
Vila da Criança	[Horário letivo]												[Horário letivo]											

Legenda  Horário letivo dos colégios

A disposição física de todas as instituições citadas pode ser visualizada na Figura 2.1.

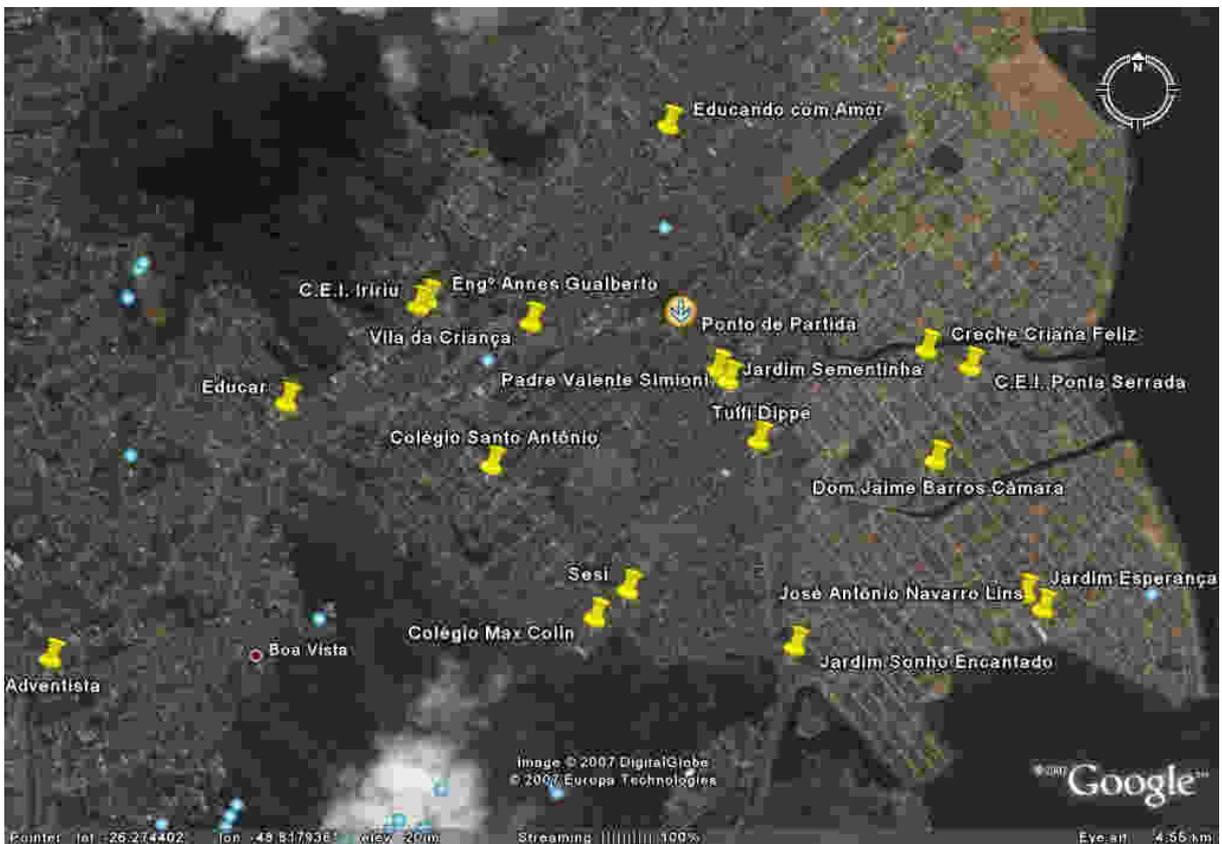


Figura 2.1: Disposição física de todos os colégios
Fonte: *Google Earth* (2007)

São atendidos 38 alunos nos períodos matutino, vespertino e integral em 18 colégios e jardins. Os jardins possuem um horário mais maleável, tanto para a entrada quanto para a saída dos alunos, conferindo maior flexibilidade para a construção das rotas.

A localização das residências dos alunos pode ser visualizada na Figura 2.2.

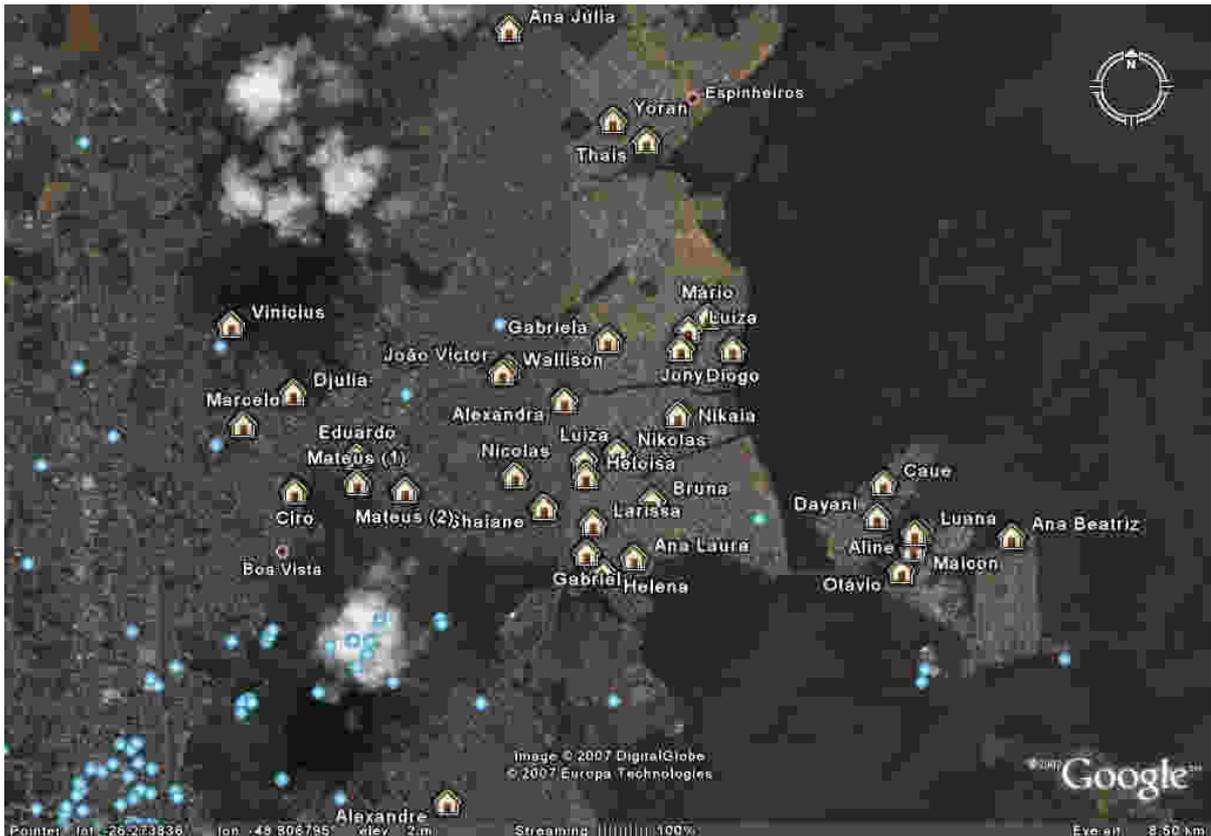


Figura 2.2: Localização das residências de todos os alunos
Fonte: *Google Earth* (2007)

A maior dificuldade encontrada pelos condutores de transporte escolar é a elaboração e o gerenciamento dos roteiros, pois estes estão sujeitos a alterações diárias. Nesse contexto, podem ser observados alguns complicadores:

- Os roteiros são definidos com base na experimentação:
 - É executada uma simulação de uma rota para a definição dos horários em que o veículo chega ao ponto de atendimento (entrega ou coleta) e a quilometragem percorrida, verificando ao final se os horários dos colégios foram devidamente respeitados.
- O planejamento manual consome muito tempo para a elaboração das rotas:
 - Morosidade na elaboração das rotas por não haver o emprego de nenhum recurso computacional que facilite a tarefa;
 - Não há sequer o emprego de um mapa, ainda que impresso, para facilitar a visualização e a disposição dos pontos de atendimento.
- Criação de uma nova rota a cada novo contrato de serviço de transporte escolar ou rescisão contratual:

- Como consequência, o horário em que o veículo passa nas residências para coleta ou entrega dos alunos é afetado, exigindo retrabalho para a recomposição das rotas e comunicação aos pais referente aos novos horários;
- A desistência de um aluno pode fazer com que determinado trajeto seja inviabilizado por seu custo, rateado entre dois alunos antes da rescisão de um deles, por exemplo. Pode ser interessante, economicamente, que este ponto remanescente seja excluído da rota. Por questões contratuais, no entanto, o contratado é obrigado a atender a rota caso não consiga outro motorista que o faça.
- Alterações nos turnos das escolas:
 - A eliminação do horário intermediário de 2006 para 2007 em algumas escolas, por exemplo, ocasionou a concentração de um maior número de alunos em uma menor faixa de horário, fazendo do período do meio-dia o de maior número de alunos;
 - Fez-se necessária a reconstrução das rotas a fim de contemplar os alunos entrantes nos períodos matutino e vespertino.
- Necessidade de ajuste pontual das rotas:
 - Por motivo de doença;
 - Pais divorciados em que a guarda da criança é dividida, podendo estar hora em um endereço, hora em outro;
 - O aluno pode estar na casa de algum colega, ou mesmo ir para a casa de algum colega após a aula;
 - Os pais podem buscar ou levar o aluno ao colégio, não necessitando do transporte escolar em determinado dia;
- Constante exigência de refinamento das rotas buscando minimizar os percursos e melhorar atendimento dos horários de início e término das aulas. O planejamento manual é muito impreciso e mais suscetível a erros, o que torna primordial esse refinamento;
- Atender aos diferentes horários de entrada e saída de diferentes colégios;
- A grande maioria dos colégios não disponibiliza o calendário do ano letivo, o que permitiria aos condutores de transporte escolar elaborar as rotas com antecedência. Com efeito, normalmente não há tempo hábil para alterar as rotas pré-determinadas para contemplar o número de alunos a ser transportado;

- Nos jardins de infância há uma maior flexibilidade de horários. Por esse motivo, normalmente os pais solicitam que a criança permaneça até um pouco mais tarde pelo fato de os pais não terem retornado do trabalho, o que pode tornar-se um empecilho para construção das rotas.

Em virtude dos problemas levantados podem ocorrer dois efeitos indesejados ao processo de transporte escolar:

1) As despesas com manutenção do veículo e consumo de combustível tendem a crescer quando não há o emprego de recursos que facilitem o gerenciamento das rotas; sendo assim, as constantes alterações acabam por aumentar o percurso executado para atendimento dos pontos de demanda. Contudo, com um rigoroso controle manual, essas distorções podem ser minimizadas, o que não significa que essa tarefa seja de fácil realização;

2) Comprometimento da pontualidade na coleta e/ou entrega dos alunos decorrente de alterações no itinerário planejado, causando o descontentamento dos pais devido aos constantes atrasos e baixa qualidade no serviço prestado junto às escolas.

2.2 METODOLOGIA PARA DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA

A metodologia empregada para a solução do problema exposto é apresentada por meio do fluxo macro das atividades executadas na pesquisa, conforme Figura 2.3.

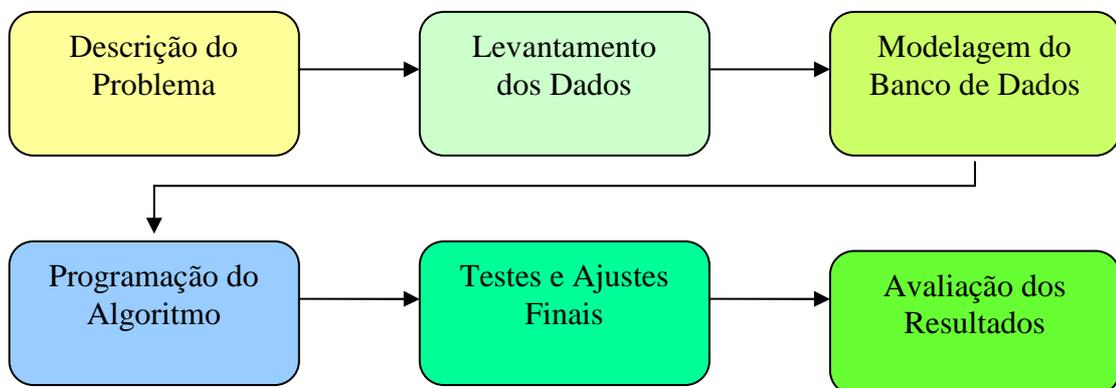


Figura 2.3: Fluxo geral das atividades

O fluxograma supracitado está dividido em macro-etapas que nortearão a execução do projeto de pesquisa. A seguir será descrito o detalhamento de cada uma das etapas.

2.2.1 Problematização

Nesta fase são identificadas as variáveis que compõem o problema real, bem como suas particularidades e outros pormenores que devem ser de conhecimento do pesquisador. A descrição pormenorizada do problema e suas particularidades foram apresentadas no capítulo corrente e os objetivos que se deseja alcançar, no Capítulo I.

2.2.2 Levantamento dos Dados do Problema

Caracteriza-se pelo levantamento dos dados pertinentes ao trabalho a obtenção dos pontos de coleta/entrega dos alunos, janelas de tempo a serem cumpridas e o Plano de Circulação Viária da Cidade de Joinville. No levantamento do plano de circulação viária foram detalhados os sentidos das ruas que se julgaram fundamentais ao funcionamento eficiente do algoritmo empregado, não havendo, em hipótese alguma, necessidade em realizar o mapeamento viário de toda a cidade.

2.2.2.1 Softwares Empregados no Levantamento dos Dados

A etapa de levantamento dos dados exige a aplicação de *softwares* que, ao longo da pesquisa, serão utilizados em diferentes instâncias, com o propósito de elencar as informações concernentes ao problema. São eles: *Progress 4GL* e *Google Earth*.

O *Progress* é uma linguagem *4GL* (*Fourth Generation Language*). Trata-se de uma linguagem de alto nível e comercial, diferenciando-se muito de linguagens como C e C++, que são linguagens montadoras, nas quais todas as instruções devem ser definidas. Já no *Progress*, apenas uma instrução pode agregar várias outras, tornando os desenvolvimentos muito mais rápidos e simples. A principal característica de uma linguagem *4GL* é fornecer, além do ambiente de programação com uma sintaxe própria, um ambiente para modelagem do banco de dados.

Seu ponto forte é a facilidade e rapidez de aprendizagem e desenvolvimento de aplicações. Comparado ao C e C++ proporciona desenvolvimentos mais rápidos devido à simplicidade da linguagem. Entretanto, sua principal desvantagem é a *performance*.

Linguagens como C e C++ são mais rápidas por serem consideradas linguagens de baixo nível. Enquanto o *Progress*, pela sua estrutura simplificada, acaba por agrupar mais comandos, desse modo tornando-o não tão rápido se comparado às linguagens construtoras.

O *Google Earth* é um aplicativo que combina os sofisticados recursos de pesquisa do *Google* com imagens de satélite fornecidas pelo telescópio espacial *Hubble*, mapas, terrenos e edificações em 3D para colocar informações geográficas do mundo todo à disposição dos usuários. Trata-se de um *software* com um alto nível de usabilidade devido à facilidade com que se consegue manipular as informações apresentadas.

A versão gratuita do *Google Earth* (*Google Earth Free*) permite localizar escolas, parques, restaurantes e hotéis. Além da versão disponibilizada gratuitamente na *Internet*, existem ainda outras três versões pagas e mais avançadas, o *Google Earth Plus*, o *Google Earth Pro* e o *Google Earth* para Empresas.

O *Google Earth Plus* possibilita a conexão de dispositivos *GPS* (*Global Position System*) para ver sua posição atual em tempo real e importação de planilhas. A versão *Google Earth Pro* disponibiliza os recursos completos da ferramenta. Ao oferecer um ampliado conjunto de ferramentas, impressão avançada e a maior velocidade de transferência de dados, ele é a ferramenta definitiva de pesquisa, apresentação e colaboração de informações geoespecíficas, enquanto, o *Google Earth* para Empresas é uma solução corporativa, composta pelo *Google Earth Fusion*, Servidor do *Google Earth* e *Google Earth EC* (*Enterprise Client*).

2.2.2.2 Estudo do Ambiente de Pesquisa

O conhecimento do contexto onde o problema está inserido é fundamental para a proposição de melhorias. A obtenção do conhecimento do problema deu-se através de reuniões, onde foram realizados vários questionamentos pertinentes ao funcionamento do transporte escolar.

As reuniões com o condutor ocorreram de janeiro a março com periodicidade semanal. Nessas ocasiões discutia-se o problema, as particularidades atreladas ao transporte escolar com *vans*, dificuldades encontradas no dia-a-dia da profissão e realizava-se também o levantamento dos dados. Por meio dessas reuniões é possível ao pesquisador absorver um pouco do *know-how* do profissional em exercício, materializando, gradualmente, o objetivo e pontos-chave que a solução do trabalho precisaria contemplar.

Das discussões pôde-se extrair uma série de dados para a pesquisa, a partir da compreensão das dimensões do estudo em questão por meio dos problemas levantados. Em seguida foram catalogados os colégios e os alunos, e depois elencados os horários letivos dos colégios, conforme Tabela 2.1.

As Tabelas 2.2 e 2.3 representam, respectivamente, a listagem detalhada dos colégios e dos alunos. Cabe ser ressaltado que, as coordenadas geográficas presentes nas colunas “Lat Localiz” (Latitude Localização), “Long Localiz” (Longitude Localização), “Lat Parada” (Latitude Parada) e “Long Parada” (Longitude Parada) foram obtidas no processo de mapeamento dos pontos, discutido na próxima seção. Os demais dados foram cedidos pelo profissional.

Tabela 2.2: Listagem com informações detalhadas dos colégios

Colégio	Endereço	Nº	Bairro	Lat Localiz	Long Localiz	Lat Parada	Long Parada
C.E.I. Ponte Serrada	Rua Ponte Serrada		Comasa	-26,272806	-48,802706	-26,272910	-48,802556
Creche Criança Feliz	Rua Ataulfo Alves	1177	Comasa	-26,272125	-48,804603	-26,272129	-48,804673
D. Jaime Barros Câmara	Rua João Ebert	836	Comasa	-26,276476	-48,804200	-26,276308	-48,804450
Jardim Esperança	Rua Vicente Celestino	240	Comasa	-26,281693	-48,800329	-26,281498	-48,800511
Jardim Sonho Encantado	Rua Albano Schmidt		Comasa	-26,283754	-48,810320	-26,283858	-48,810512
José A. Navarro Lins	Rua Imbuia	55	Comasa	-26,282300	-48,799561	-26,282148	-48,799432
C.E.I. Iririu	Rua Xaxim	70	Iririu	-26,270418	-48,826579	-26,270359	-48,826758
Engº Annes Gualberto	Rua Guaíra	129	Iririu	-26,270171	-48,826205	-26,270273	-48,825986
Jardim Sementinha	Rua Ricardo Karmann	175	Iririu	-26,272910	-48,813667	-26,272641	-48,813614
Jardim Sesi	Rua Papa João XXIII	1620	Iririu	-26,281527	-48,817542	-26,281281	-48,817601
Max Colin	Rua Pasteur	1079	Iririu	-26,282410	-48,819078	-26,282410	-48,819078
Padre Valente Simioni	Rua Coronel Camacho	130	Iririu	-26,273322	-48,813202	-26,273433	-48,813052
Santo Antônio	Rua Papa João XXIII	1100	Iririu	-26,276181	-48,823474	-26,276181	-48,823474
Tuffi Dippe	Rua Antônio da Silva	4935	Iririu	-26,275698	-48,811884	-26,275406	-48,812038
Vila da Criança	Rua Iririu		Iririu	-26,271065	-48,821727	-26,271164	-48,821675
Educando com Amor	Rua Das Cegonhas		Jardim Iririu	-26,263332	-48,815782	-26,263416	-48,815856
Adventista	Rua Casemiro de Abreu	100	Saguaçu	-26,284234	-48,842539	-26,284347	-48,842179
Educar	Rua Iririu	1370	Saguaçu	-26,274207	-48,833201	-26,273972	-48,832264

Tabela 2.3: Listagem com informações detalhadas dos alunos

Aluno	Endereço	Nr	Bairro	Turno	Colégio	Hr Ent	Hr Sai	Ida	Volta	Lat Localiz	Long Localiz	Lat Parada	Long Parada
Ana Júlia	Perdiz		Aventureiro	Vesp	Santo Antônio		17:00	Não	Sim	-26,244924	-48,814960	-26,245089	-48,814815
Thais	Ernesto Bachtold	2318	Aventureiro	Vesp	Dom Jaime	14:00	17:30	Sim	Sim	-26,253143	-48,803780	-26,253024	-48,803911
Yoran	Carlos Roberto Vilpert	823	Aventureiro	Mat	Santo Antônio	7:30	11:45	Sim	Sim	-26,251647	-48,806511	-26,251744	-48,806397
Alexandre	1 de Maio	302	Boa Vista	Vesp	Dom Jaime	14:00	17:30	Sim	Sim	-26,301838	-48,819985	-26,301720	-48,819834
Ana Laura	Baltazar Buschle		Comasa	Vesp	Navarro Lins	13:30	17:30	Sim	Sim	-26,283839	-48,804789	-26,283688	-48,804847
Bruna	Paranavai	490	Comasa	Mat	Santo Antônio	7:30	11:45	Sim	Sim	-26,279638	-48,803288	-26,279771	-48,803443
Gabriel	Rio das Antas	525	Comasa	Mat	Santo Antônio	7:30	11:45	Sim	Sim	-26,283455	-48,808642	-26,283566	-48,808762
Helena	Rio das Antas	763	Comasa	Vesp	Jardim Esperança	13:15	17:15	Sim	Sim	-26,284885	-48,807295	-26,284988	-48,807438
Heloisa	Jaboticabal	918	Comasa	Mat	CEI Ponte Serrada	7:30		Sim	Não	-26,277800	-48,808696	-26,277908	-48,808792
Larissa	Praia Grande	419	Comasa	Vesp	Padre Valente	13:30	17:30	Sim	Sim	-26,281272	-48,808120	-26,281419	-48,808076
Luiza	Apucarana	1049	Comasa	Vesp	Educar		17:00	Não	Sim	-26,276614	-48,808840	-26,276701	-48,808952
Nikaia	Agostinho dos Santos	863	Comasa	Vesp	Max Colin	13:30	17:30	Sim	Sim	-26,273315	-48,801225	-26,273199	-48,801071
Nikolas	Matos Costa	947	Comasa	Mat	Jardim Sementinha	7:30	10:30	Sim	Sim	-26,276072	-48,806160	-26,275939	-48,805996
Alexandra	Lauro Carneiro de Loyola	17	Comasa	Vesp	Dom Jaime	13:30		Sim	Não	-26,272236	-48,810448	-26,272366	-48,810346
Aline	José Martinho Bernardino		Espinheiros	Mat	Tuffi Dippe	7:30	11:30	Sim	Sim	-26,282018	-48,781956	-26,282078	-48,781823
Ana Beatriz	Francisco Eduardo Bernardo	12	Espinheiros	Mat	Navarro Lins	7:15	11:30	Sim	Sim	-26,282256	-48,774074	-26,282266	-48,773897
Caue	Lauro Julio Estan	620	Espinheiros	Int	Educando com Amor	7:30	18:30	Sim	Sim	-26,278333	-48,784497	-26,278231	-48,784433
Dayani	José Dias		Espinheiros	Mat	Max Colin	07:30	11:30	Sim	Sim	-26,280807	-48,785009	-26,280911	-48,785063
Luana	José Martinho Bernardino	404	Espinheiros	Vesp	Adventista	13:30	17:50	Sim	Sim	-26,281860	-48,781515	-26,281808	-48,781642
Maicon	Arnaldo Davet		Espinheiros	Vesp	Vila da Criança	13:15	18:00	Sim	Sim	-26,283174	-48,782058	-26,283305	-48,782128
Matheus	José Martinho Bernardino	282	Espinheiros	Vesp	Jardim Sementinha	14:15	17:15	Sim	Sim	-26,282450	-48,781880	-26,282369	-48,782016
Otávio	Francisco Rodrigues Miranda	61	Espinheiros	Vesp	Padre Valente	13:30	17:30	Sim	Sim	-26,284774	-48,783020	-26,284855	-48,782884
Ciro	Seará	291	Iririu	Vesp	Santo Antônio	13:30	17:45	Sim	Sim	-26,278949	-48,832347	-26,279111	-48,832408
Djulia	Piratuba		Iririu	Mat	Max Colin	7:30	11:30	Sim	Sim	-26,271671	-48,832482	-26,271813	-48,832599
Eduardo	Arco Iris	180	Iririu	Int	CEI Iririú	7:30	17:00	Sim	Sim	-26,276420	-48,827285	-26,276331	-48,827145
João Victor	José Ribeiro da Cruz	54	Iririu	Vesp	Padre Valente	13:30	17:30	Sim	Sim	-26,269822	-48,814992	-26,269860	-48,815147
Marcelo	Cabral	334	Iririu	Vesp	Padre Valente	13:30	17:30	Sim	Sim	-26,274015	-48,836534	-26,274097	-48,836391
Mateus (1)	Tangara	603	Iririu	Mat	Max Colin	7:30	11:30	Sim	Sim	-26,278275	-48,827169	-26,278383	-48,827280
Mateus (2)	Deputado Jota Gonçalves	1145	Iririu	Mat	Jardim Sementinha	7:30	10:30	Sim	Sim	-26,278841	-48,823349	-26,278739	-48,823449
Nicolas	Pomerode	331	Iririu	Vesp	Jardim Sementinha	14:15	17:15	Sim	Sim	-26,277773	-48,814460	-26,277886	-48,814379
Shaiane	Egito	37	Iririu	Mat	Max Colin		11:30	Não	Sim	-26,280121	-48,812094	-26,279558	-48,811240
Vinicius	Cleyton Funk	54	Iririu	Mat	Santo Antônio		11:45	Não	Sim	-26,266710	-48,837417	-26,266848	-48,837432
Wallison	Iririú	3265	Iririu	Mat	Max Colin		11:30	Não	Sim	-26,270190	-48,815485	-26,270403	-48,815489
Diogo	Edith Conrado Luciano	105	Jardim Iririu	Vesp	Jardim Sesi		17:15	Não	Sim	-26,268466	-48,796768	-26,268503	-48,796616
Gabriela	Angra dos Reis	402	Jardim Iririu	Mat	Santo Antônio		11:45	Não	Sim	-26,267798	-48,806925	-26,267687	-48,807038
Jony	Itambé	200	Jardim Iririu	Vesp	Dom Jaime	13:30	17:30	Sim	Sim	-26,268433	-48,800963	-26,268314	-48,801082
Luiza	Reinaldo Schossland	532	Jardim Iririu	Vesp	Dom Jaime	13:30		Sim	Não	-26,267070	-48,800358	-26,266929	-48,800486
Mário	Serra Azul	193	Jardim Iririu	Vesp	Max Colin	13:30		Sim	Não	-26,266102	-48,798801	-26,266002	-48,798660

2.2.2.3 Mapeamento Geográfico dos Colégios e Alunos

De posse de informações detalhadas sobre os colégios e alunos, coletadas nas reuniões realizadas, o mapeamento dos pontos foi iniciado. No processo de mapeamento foi empregada a versão gratuita do aplicativo *Google Earth*.

Os dados dos colégios e alunos foram registrados em uma planilha do Microsoft Excel. Com a ferramenta *Google Earth* todos os elementos (colégios e alunos) foram localizados no mapa e representados por um ícone. O ponto cujo ícone é um alfinete indica a localização das instituições de ensino, sendo que todos os colégios mapeados podem ser encontrados na Figura 2.1, deste capítulo. O ícone que representa os alunos é uma casa, conforme apresentado na Figura 2.2.

A localização de cada ponto fornece uma coordenada geográfica formada pela latitude e longitude. Assim que é identificada a localização física de um dado colégio ou aluno, essa coordenada geográfica é registrada na planilha correspondente, identificada pelas colunas “Lat Localiz” e “Long Localiz”.

Conforme definido no escopo da pesquisa será considerado para otimização o período matutino. A Figura 2.4 ilustra a disposição geográfica dos colégios atendidos no período matutino em relação ao ponto de partida, bem como os alunos do referido período podem ser visualizados na Figura 2.5.



Figura 2.4: Disposição geográfica dos colégios atendidos no período matutino em relação ao ponto de partida. Fonte: *Google Earth* (2007)



Figura 2.5: Disposição geográfica dos alunos atendidos no período matutino em relação ao ponto de partida. Fonte: *Google Earth* (2007)

Quando da análise das questões práticas identificadas no dia-a-dia do transporte escolar constatou-se a importância de se criar um mecanismo flexível para gerenciar as alterações em relação à localização da residência do aluno e o seu local de coleta.

Com a certeza de que apenas a latitude e longitude de localização não proveriam a informação necessária para contemplar a dinâmica da modificação das rotas, foram criados os termos latitude e longitude de parada.

Nesse sentido, esses dados de latitude e longitude de parada foram também registrados em uma planilha e, associados a esses registros, as coordenadas de latitude e longitude de localização passaram a formar um conjunto de dados que possibilita a flexibilização na reconfiguração das rotas da forma como se exige na prática.

O processo para reconfiguração da rota possui o seguinte funcionamento: a latitude e longitude de localização são elementos imutáveis, independente do fato de o aluno ser coletado em outro ponto, diferente do local de sua residência. Já a latitude e longitude de parada são mutáveis, pois são associadas aos alunos conforme a necessidade de ajustes nos pontos de coleta. Os pontos de coleta são, portanto, determinados pela latitude e longitude de

parada que estão associadas ao aluno, e é com base nessa informação que o algoritmo irá identificar o ponto em que o aluno deve ser coletado.

A combinação desses dois pares de parâmetros garante a flexibilidade e a agilidade exigidas para a reconfiguração da rota de forma elementar, possibilitando, no sistema, que um aluno seja coletado em qualquer ponto diferente da localização de sua residência. Cabe observar que, via de regra, a residência do aluno e seu ponto de coleta são os mesmos.

O mesmo conceito de latitude e longitude de localização e de latitude e longitude de parada é aplicado também aos colégios, mas não exerce influência ou representa ganhos significativos em termos de funcionalidades, a despeito de existirem situações esporádicas em que a localização difere do ponto de parada. É o caso do Colégio Santo Antônio, onde as *vans* param ao lado da instituição e os alunos utilizam uma entrada secundária, desobstruindo o trânsito de veículos grandes em frente ao colégio e liberando a passagem dos carros.

A Figura 2.6 exemplifica o caso dos alunos Nicolas e Shaiane em que o primeiro possui o mesmo ponto de localização e de parada e o segundo, em contra partida, possui pontos distintos, ou seja, a aluna Shaiane reside na rua Egito, porém é coletada na rua Albano Schmidt, onde sua mãe possui um estabelecimento comercial. O ícone adotado para representar os pontos de parada é uma bandeira.



Figura 2.6: Localização x ponto de parada - alunos
Fonte: *Google Earth* (2007)

Na Figura 2.7 pode ser observada situação semelhante àquela apresentada, em relação ao colégio Santo Antônio, onde o local de parada é na entrada lateral. Para os demais colégios essa questão não se aplica.

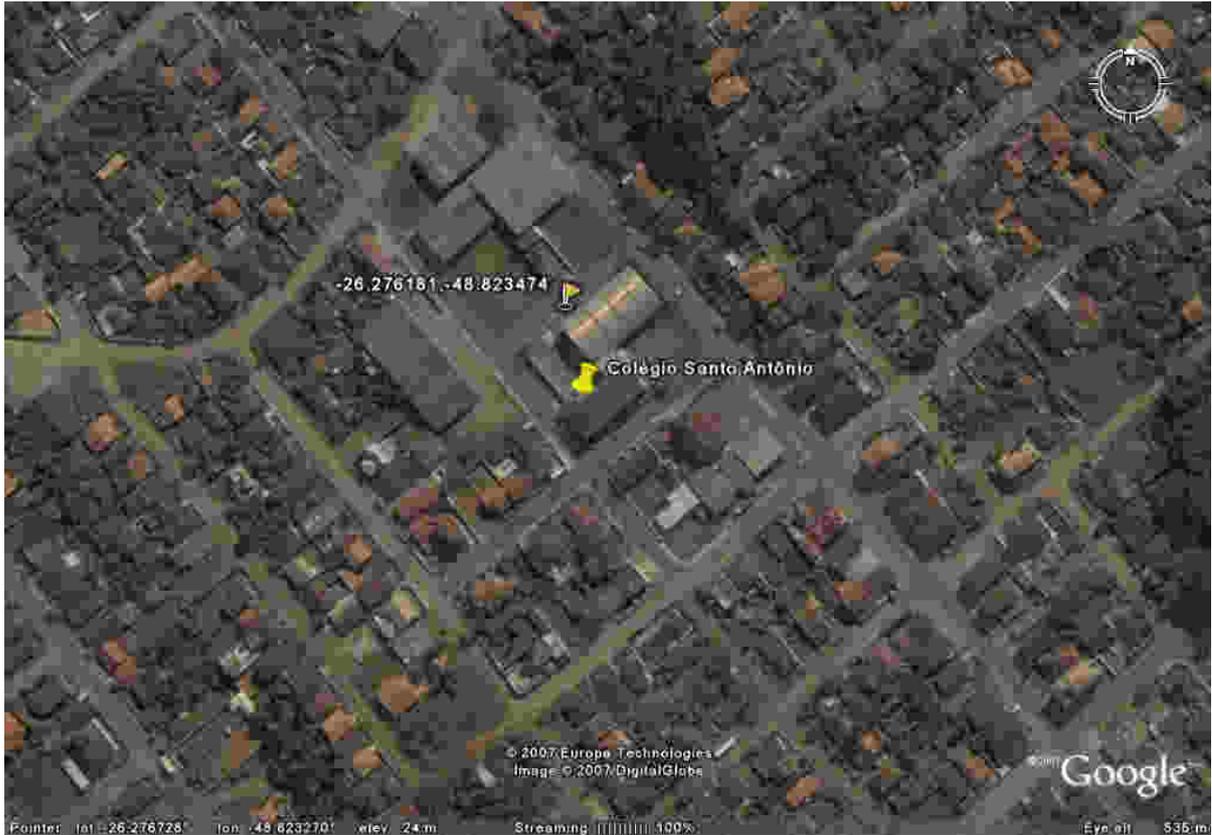


Figura 2.7: Localização x ponto de parada - Colégio Santo Antônio.
Fonte: *Google Earth* (2007)

2.2.2.4 Rota Atual do Período Matutino

Depois de concluído o mapeamento dos colégios e alunos, os pontos relativos ao período matutino foram, então, isolados dos demais para representação da rota atual. O percurso atual do período matutino (ida) possui uma extensão de aproximadamente 29.694 metros e pode ser visualizado na Figura 2.8.



Figura 2.8: Rota atual – período matutino (ida).
Fonte: *Google Earth* (2007)

A seqüência de execução do percurso inicia com a chegada na residência da aluna Ana Beatriz, seguindo para a residência dos alunos Aline, Dayani, Caue, Gabriel e Heloisa, atingindo assim o primeiro ponto de entrega, o Colégio Navarro Lins, onde é entregue a aluna Ana Beatriz. O percurso reinicia coletando a aluna Bruna, em seguida o aluno Yoran. A próxima parada é no jardim Educando com Amor, onde desembarca o aluno Caue.

Após a saída desse ponto de entrega são coletados os alunos Djulia, Mateus (1) e Eduardo e, posteriormente, os alunos Yoran, Bruna e Gabriel são deixados no Colégio Santo Antônio. O aluno Mateus (2) é então coletado, e os alunos Dayani, Djulia e Mateus (1) entregues no Colégio Max Colin. O veículo retorna ao bairro Comasa, por onde já havia transitado, para deixar a aluna Heloisa no C.E.I. Ponte Serrada. Em seguida o aluno Nikolas é coletado. Retornando ao bairro Iriú, o veículo dirige-se para o Colégio Tuffi Dippe onde estuda a aluna Aline e segue para o Jardim Sementinha para deixar os alunos Nikolas e Mateus (2). O último ponto a ser visitado é o C.E.I. Iriú para ser entregue o aluno Eduardo, quando então atinge seu destino final.

É interessante que seja feita uma observação com relação à rota atual executada pelo condutor: na Figura 2.8, nota-se que o início da rota não é o ponto de partida, conforme

indicado no mapa e como seria de se esperar. Isso se deve ao fato de que o condutor desloca-se até a residência da aluna Ana Beatriz, para daí iniciar a rota matutina. Justifica-se essa situação pelo fato de que seria inviável atender todos os alunos em um período de tempo tão curto. Por esse motivo, a rota inicia no ponto mais longínquo.

O trajeto percorrido do ponto de partida até o ponto de início da rota é de cerca de 6.583 metros e pode ser verificado na Figura 2.9, sendo que nesse trajeto nenhum aluno é coletado.



Figura 2.9: Trajeto do ponto de partida ao ponto de início da rota.

Fonte: *Google Earth* (2007)

2.2.2.5 Plano de Circulação Viária da Cidade de Joinville

Um dos objetivos específicos é aplicar o Plano de Circulação Viária da Cidade de Joinville ao processo de roteamento do transporte escolar. Tal objetivo específico exigiu um levantamento manual do sentido das ruas, pois a cidade de Joinville não possui um plano de circulação viária disponível para aplicação, o que aumentou consideravelmente a complexidade dessa etapa. Deseja-se que a proposta atinja este nível de detalhe, pois definir roteiros sem considerar o sentido das vias de trânsito em que se está inserido pode inviabilizar o percurso definido.

O fato da distância que separa alunos e colégios ser relativamente pequena pode facilmente comprometer a qualidade das rotas geradas, pois pequenas variações nas distâncias ponto-a-ponto poderiam induzir o algoritmo a produzir rotas de baixa qualidade. Conseqüentemente, as rotas concebidas possivelmente não atingiriam seu custo mínimo potencial em função dessas variações na distância. Variações essas que, se comparadas com a distância real a ser percorrida, resultariam em uma diferença significativa.

A dimensão do plano de circulação viária construído para o estudo em questão pode ser observada na Figura 2.10.

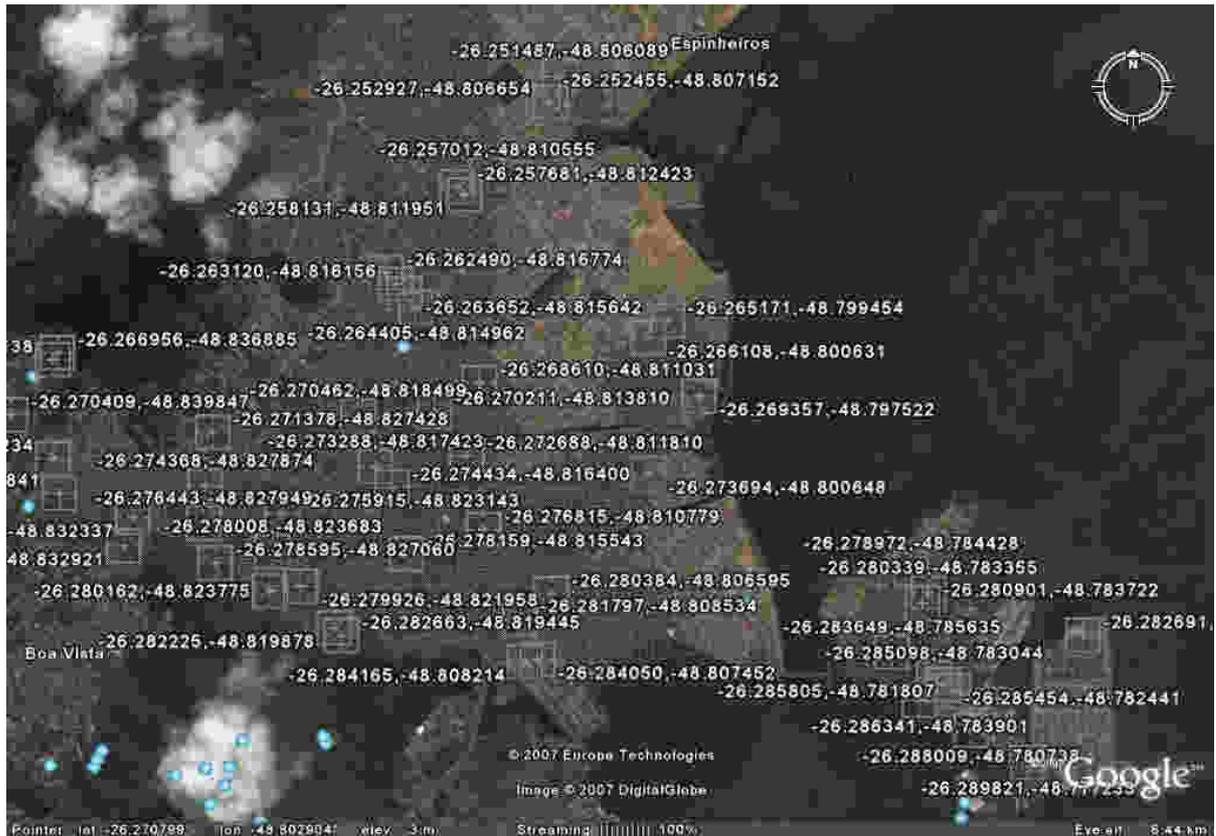


Figura 2.10: Malha viária – visão geral.
Fonte: *Google Earth* (2007)

Aplicando-se um *zoom* sobre o colégio Santo Antônio é possível observar na Figura 2.11 os detalhes do mapeamento realizado na Figura 2.10.

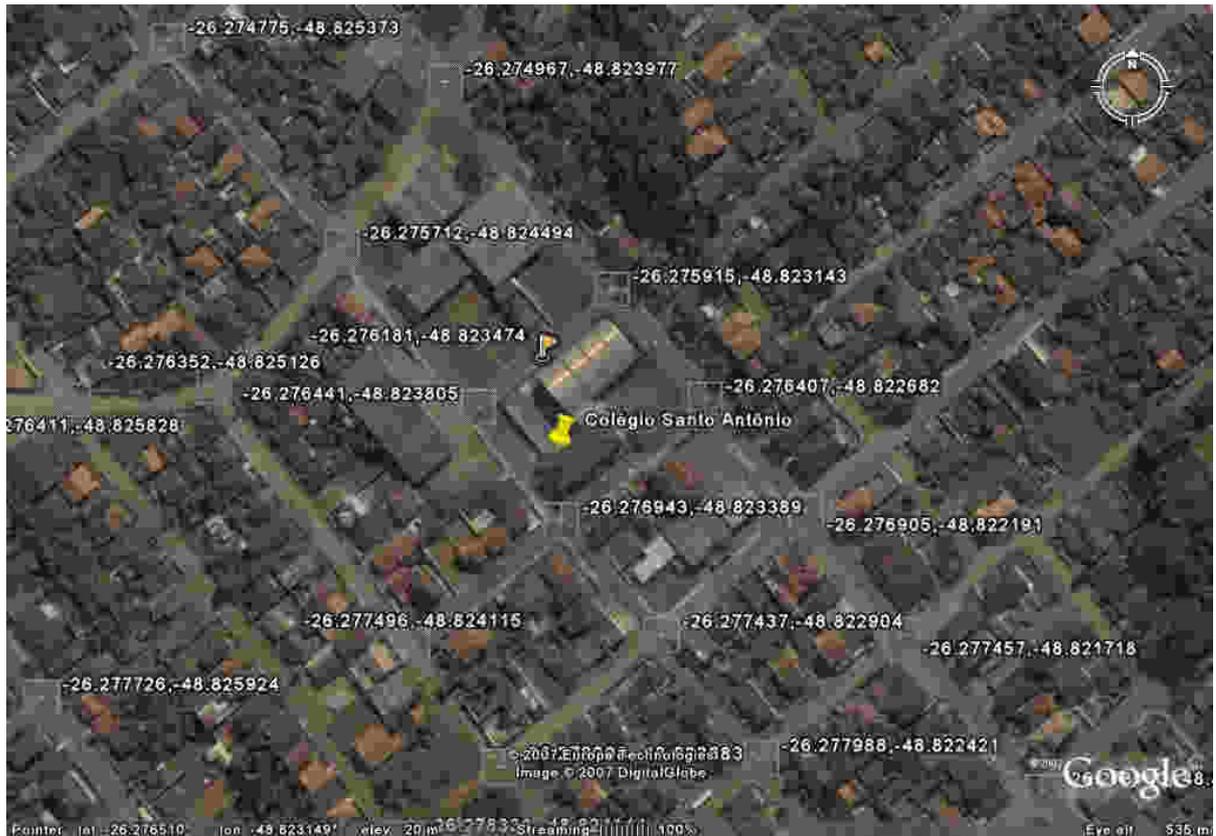


Figura 2.11: Malha viária – visão ampliada.
 Fonte: *Google Earth* (2007)

No mapeamento, cada interseção de rua foi considerado um nó. A partir desse nó utiliza-se a ferramenta *Ruler* do *Google Earth* para obter-se a distância real em metros entre os dois pontos. A distância obtida é então registrada em uma planilha juntamente com o sentido da rua, sendo classificado em: mão dupla ou mão única. Parte do resultado final desse mapeamento é apresentado na Tabela 2.4.

Tabela 2.4: Registro do plano de circulação viária

Origem		Destino		Distância (metros)	Mão da rua
Latitude	Longitude	Latitude	Longitude		
-26,276181	-48,823474	-26,276441	-48,823805	44	Dupla
-26,276181	-48,823474	-26,276943	-48,823389	45	Dupla
-26,276943	-48,823389	-26,276407	-48,822682	93	Dupla
-26,276943	-48,823389	-26,277437	-48,822904	73	Dupla
-26,276441	-48,823805	-26,275712	-48,824494	106	Dupla
-26,276441	-48,823805	-26,275915	-48,823143	89	Dupla
-26,275712	-48,824494	-26,274967	-48,823977	98	Dupla
-26,275712	-48,824494	-26,274775	-48,825373	137	Dupla
-26,274775	-48,825373	-26,273397	-48,826643	199	Dupla
-26,274775	-48,825373	-26,274239	-48,824676	92	Dupla
-26,273397	-48,826643	-26,272866	-48,825973	90	Única
-26,271829	-48,828161	-26,273397	-48,826643	232	Única
-26,277437	-48,822904	-26,276905	-48,822191	93	Dupla
-26,272866	-48,825973	-26,271378	-48,827428	222	Única
-26,271378	-48,827428	-26,271829	-48,828161	89	Única
-26,272866	-48,825973	-26,274239	-48,824676	200	Dupla
-26,274239	-48,824676	-26,274967	-48,823977	106	Dupla
-26,274967	-48,823977	-26,275915	-48,823143	134	Dupla

Foram mapeados, aproximadamente, 544 segmentos para criação do Plano de Circulação Viária da Cidade de Joinville com o propósito de gerar rotas tão detalhadas quanto possível.

2.2.3 Modelagem do Banco de Dados

Toda a base de dados necessária ao processo de roteamento foi identificada e registrada no processo de levantamento dos dados. Como essas informações deveriam estar disponíveis em tempo de execução, desenvolveu-se um banco de dados para armazenamento e posterior recuperação das informações envolvidas na execução do algoritmo.

A modelagem do banco de dados foi feita a partir das informações previamente armazenadas nas planilhas resultantes dos trabalhos descritos anteriormente. O Modelo Entidade Relacionamento (MER) aplicado na pesquisa é apresentado na Figura 2.12.

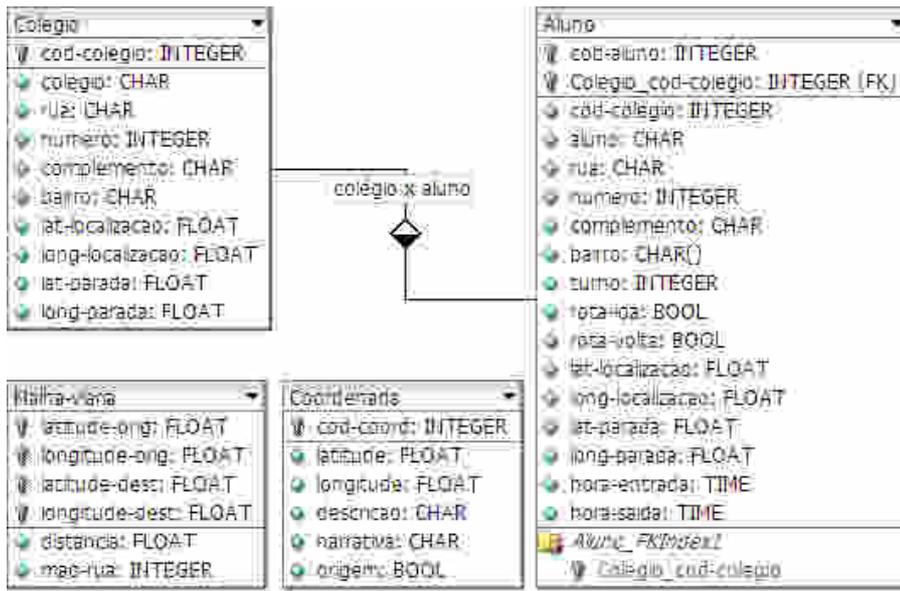


Figura 2.12: MER - Modelo Entidade Relacionamento

Uma vez definido o MER do banco de dados, o mesmo foi construído por meio do Dicionário de Dados do aplicativo *Progress 4GL*.

O processo seguinte foi realizar a carga do banco de dados, para o qual foram importados os dados dos colégios, alunos e o plano de circulação viária. Com relação ao plano de circulação viária, na planilha foi registrado apenas se o segmento mapeado possuía mão dupla ou única. Ao realizar a carga da tabela malha-viária, para os segmentos registrados com mão dupla, fez-se a inversão para criar o sentido de volta, ou seja, a coordenada que era origem passou a ser destino e vice-versa.

Essa inversão origem x destino permitiu a representação matricial das distâncias na matriz de custos que será utilizada no Algoritmo de Floyd.

2.2.4 Programação do Algoritmo

A etapa de programação do algoritmo pode ser dividida em dois tópicos: Geração da Matriz de Distâncias de Floyd e Roteamento baseado no Algoritmo de Psaraftis (1980).

No primeiro tópico obtém-se a matriz de distâncias entre todos os pontos da malha viária. Consecutivamente, a partir dessa matriz, extrai-se a mínima distância entre os pontos a serem roteados para dar início à aplicação do Algoritmo de Psaraftis (1980).

2.2.5 Testes e Ajustes Finais

Nesta etapa foram efetuados testes para validação dos resultados obtidos a partir da conclusão das fases anteriores. Os testes aplicados foram a representação gráfica das rotas geradas no *Google Earth* para que fosse possível validá-las e execução para aferí-las na prática. Quando necessário, foram realizados ajustes para adequar os resultados à prática e à realidade do transporte escolar. Os ajustes realizados visam a adequação do roteiro para a realidade do condutor como, por exemplo, evitando ruas com movimento intenso.

2.2.6 Apresentação e Discussão dos Resultados

Etapa destinada à avaliação dos resultados obtidos com a implementação da solução proposta. Efetua-se a comparação entre o roteiro atual e a resolução ofertada verificando a adequação da solução à realidade do transporte escolar, analisando distâncias percorridas, resultados paralelos e pontos positivos e negativos da pesquisa.

CAPÍTULO III

3. PANORAMA NACIONAL DO TRANSPORTE ESCOLAR PÚBLICO

O termo “transporte” é utilizado para designar uma série de vertentes de um segmento do mercado que é responsável pela movimentação de produtos acabados, matérias-primas, pessoas, entre outras coisas. Num contexto mais abrangente, no Brasil, há a predominância do transporte rodoviário para fins logísticos. Segundo Cordeiro (2007), a participação desse modal corresponde a 62% de tudo o que é transportado no país. A ênfase nas rodovias deixa o transporte de cargas cada vez mais caro, principalmente para grandes volumes e grandes distâncias. Dados como esse, apenas confirmam o que Ballou (2006) diz: “o transporte é a atividade logística que absorve a maior parte dos custos”. Entretanto, o que será discutido ao longo desse trabalho não está relacionado ao transporte de cargas, mas sim a uma outra variante do segmento de transporte: o de passageiros.

Um dos ramos de atividade relacionado ao transporte de pessoas é o transporte escolar, o qual é objeto de estudo dessa pesquisa. Observando o segmento do transporte escolar, no tópico seguinte será traçado um panorama nacional do transporte escolar público, trazendo dados como número de usuários, custos e uma série de outras informações que visam a sustentar a necessidade de estudos mais aprofundados nesse segmento.

3.1 ANÁLISE DO PANORAMA NACIONAL DO TRANSPORTE ESCOLAR PÚBLICO

O governo do Brasil mantém um programa de Levantamento Nacional do Transporte Escolar que, por meio de um sistema informatizado de coleta e processamento, permite a disseminação de informações sobre o transporte escolar. Tal sistema possibilita que estados e municípios forneçam informações sobre o número de alunos transportados, a frota de veículos disponível, custos, recursos, escolas, número de professores que fazem uso do transporte escolar público e dados sobre estimativa de alunos que podem estar fora das salas de aula por falta de transporte.

Esse levantamento busca responder questões gerenciais que possibilitem ao governo analisar e tomar medidas de adequação ao transporte escolar baseado em dados reais. Os objetivos desse levantamento são:

- Apurar gastos públicos com transporte escolar nos estados e municípios;
- Oferecer informações gerenciais que possam subsidiar a elaboração, o controle, o monitoramento e a adoção de medidas corretivas na execução de políticas públicas;
- Apurar o custo por aluno e as reais condições do sistema de transporte escolar no país;
- Definir indicadores de eficiência e eficácia que permitam a avaliação, a partir de informações quantitativas, da aplicação dos recursos da educação pelos gestores.

No país, o transporte escolar público atende cerca de cinco milhões de alunos segundo o 1º Levantamento Nacional do Transporte Escolar - Sinopse Estatística 2004, publicado pelo INEP (Instituto Nacional de Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira). Participaram desse levantamento 51% de um total de 5.559 municípios brasileiros. Apesar de ser um estudo baseado em informações declaratórias e resultantes de um primeiro levantamento, merece atenção, visto que o transporte escolar representa o segundo maior custo com educação para os municípios. Nesse sentido, as informações coletadas podem ajudar a subsidiar pesquisas e o planejamento de ações que visem a melhorar esse serviço no Brasil. O Anexo 1 demonstra a distribuição demográfica dos alunos transportados no período de novembro de 2004.

O efetivo de veículos disponível para atender os alunos que dependem do transporte escolar para chegar às escolas é de 51.363. O Anexo 2 (Frota de Veículos) apresenta uma visão mais ampla de como está distribuída a frota do transporte escolar público, em número de veículos e por tempo de uso. A frota é dividida em várias categorias segundo o tipo de veículo, podem ser ônibus, *vans*, Kombi, embarcações e outros veículos, autorizados ou não pelo Detran.

A Tabela 3.1 apresenta uma síntese do número de veículos alocados no transporte escolar público dividido por tipo, excetuando-se as embarcações. Diferencia, ainda, o total de veículos que constituem frota própria dos municípios e a frota terceirizada.

Tabela 3.1: Frota nacional dos veículos destinados ao transporte escolar

Unidade de Federação	Frota Própria					Frota Terceirizada				
	Ônibus	Vans	Kombi	Outros Aut	Outros Não Aut	Ônibus	Vans	Kombi	Outros Aut	Outros Não Aut
Brasil⁽¹⁾	8.311	1.210	4.022	580	125	12.087	4.085	8.302	4.610	3.223
Norte	269	54	201	25	9	474	29	82	140	124
Rondônia	121	13	125	15	5	188	-	4	9	3
Acre	12	-	2	1	-	3	-	-	6	1
Amazonas	14	2	6	-	-	5	1	1	-	8
Roraima	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Pará	71	12	21	5	3	236	14	45	45	62
Amapá	1	-	8	-	-	1	-	-	-	-
Tocantins	50	27	39	4	1	41	14	32	80	50
Nordeste	866	237	214	97	37	3.130	438	768	3.895	2.831
Maranhão	56	29	3	2	4	181	16	18	59	149
Piauí	45	15	13	19	6	76	7	5	144	213
Ceará	142	50	27	21	13	514	61	132	1.199	774
R. G. do Norte	62	13	6	10	3	50	13	6	384	188
Paraíba	141	40	48	12	5	239	9	24	362	217
Pernambuco	91	23	22	9	4	520	67	109	1.008	755
Alagoas	95	17	29	2	2	91	10	20	22	85
Sergipe	52	16	17	10	-	274	69	10	8	4
Bahia	182	34	49	12	-	1.185	186	444	709	446
Sudeste	3.493	496	2.239	226	34	3.646	2.834	5.600	228	127
Minas Gerais	1.240	254	950	57	19	1.584	763	1.623	126	106
Espírito Santo	115	9	31	5	4	347	61	238	55	17
Rio de Janeiro	642	15	348	5	3	193	23	453	7	2
São Paulo	1.496	218	910	159	8	1.522	1.987	3.286	40	2
Sul	2.895	337	1.068	194	26	3.949	656	1.200	294	109
Paraná	1.478	107	383	29	5	1.452	148	525	68	77
Santa Catarina	526	77	143	44	4	796	149	235	86	17
R. G. do Sul	891	153	542	121	17	1.701	359	440	140	15
Centro-Oeste	788	86	300	38	19	888	128	652	53	32
M. G. do Sul	226	26	55	7	7	265	17	101	15	-
Mato Grosso	335	35	73	13	-	348	27	68	6	8
Goiás	227	25	172	18	12	275	84	483	32	24

Fonte: MEC/Inep/Fnde (2004)

Nota (1): Exceto o Distrito Federal

Ao analisar detalhadamente a frota de veículos (Anexo 2) constata-se que dos 51.363 veículos da frota nacional, 31.487 possuem mais de sete anos de uso. Esse é, com certeza, um dos fatores que contribui para que o transporte escolar seja o segundo na lista de despesas dos municípios. Contudo, o custo com manutenção é apenas uma das variáveis do custo operacional da frota. Apesar de os custos com manutenção representarem uma fatia significativa, os maiores gastos concentram-se na terceirização de veículos, que absorvem R\$143.320.149,00 da receita destinada a subsidiar o transporte escolar. Essas e outras variáveis envolvidas no custo operacional do transporte escolar nacional podem ser

observadas em detalhes no Anexo 3. A Figura 3.1 apresenta o percentual de participação de cada um dos componentes do custo operacional.

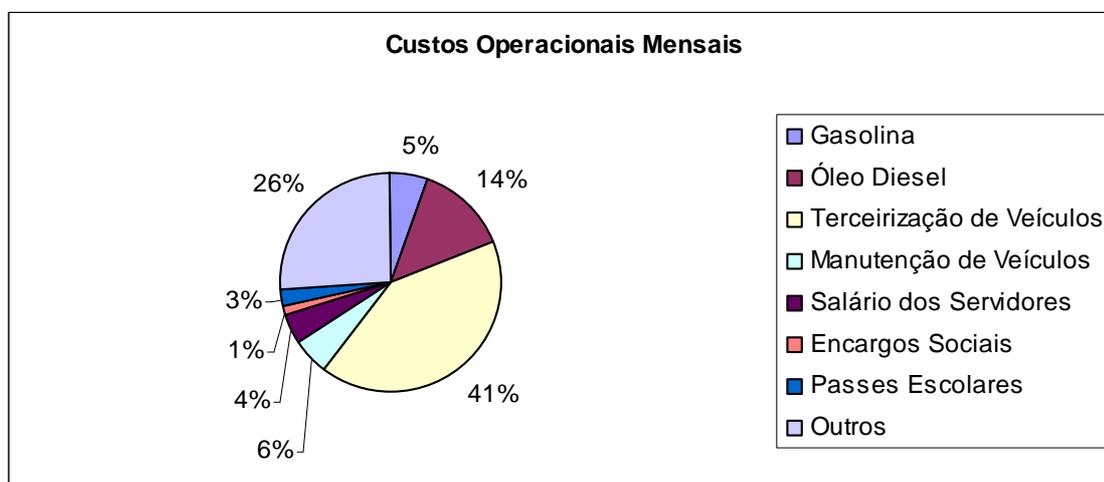


Figura 3.1: Percentual de participação dos componentes do custo operacional do transporte escolar. Fonte: MEC/Inep/Fnde (2004)

Os dados apresentados levantam a seguinte questão: quanto custa aos cofres públicos transportar um aluno? O custo médio nacional corresponde à importância de R\$71,30/mês. O custo desse serviço por região, do mais dispendioso ao mais econômico, está estimado em: R\$91,29 para a região Centro-Oeste, R\$77,54 para a região Sudeste, R\$72,48 para a região Norte, R\$66,99 para a região Sul e R\$62,70 para a região Nordeste. O Anexo 4 detalha os dados por estado, permitindo uma análise minuciosa dos custos.

A averiguação do panorama nacional do transporte escolar público consolida a importância de um planejamento estratégico para o uso consciente dos recursos destinados à educação. Uma possível solução a ser apontada seria trabalhar na otimização da frota própria dos municípios buscando com isso reduzir, numa primeira instância, os custos com a terceirização do transporte, que correspondem a 41% do custo operacional mensal.

As informações apresentadas fornecem, portanto, uma fonte de dados valiosa para a realização de vários estudos envolvendo a melhoria no serviço de transporte escolar prestado, garantindo a todos o acesso à educação.

Apesar do transporte escolar privado não possuir a mesma riqueza de detalhes, associações como o custo operacional podem ser consideradas válidas, pois compartilham da mesma estrutura física. Efetuando análise semelhante sobre a situação do transporte escolar na cidade de Joinville, coordenado pela ACTEJ, pode-se extrair alguns dados, porém não tão detalhados quanto o estudo realizado pelo governo. Estima-se que os 115 associados rodem

cerca de 25 mil quilômetros/dia para o atendimento de seis mil alunos. O valor cobrado por aluno transportado é de R\$110,00, sofrendo acréscimo para grandes distâncias.

O panorama apresentado aponta para a necessidade de prestar um serviço de transporte escolar de melhor qualidade e acessível a todos. Com base nessa afirmação, no capítulo seguinte apresentará o problema do caixeiro viajante, fundamento para a solução dos problemas de roteamento de veículos.

CAPÍTULO IV

4. O PROBLEMA CLÁSSICO DO CAIXEIRO VIAJANTE E ESTRATÉGIAS PARA SUA SOLUÇÃO

O problema do caixeiro viajante (PCV) aborda a situação em que uma pessoa deve deslocar-se de uma cidade sede, visitar uma única vez cada uma das $(N - 1)$ cidades dentre as N existentes e retornar à cidade de origem. O grafo da Figura 4.1 apresenta o jogo proposto por Willian Rowan Hamilton, cujo objetivo é organizar um trajeto (circuito hamiltoniano) de mínimo custo (Goldbarg e Luna, 2000).

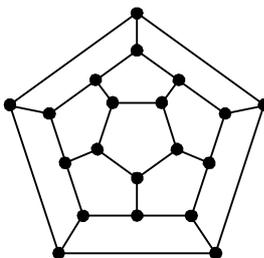


Figura 4.1: Jogo de Hamilton (1857)
Fonte: Goldbarg e Luna (2000)

Segundo Goldbarg e Luna (2000), apesar de Hamilton não ter sido o pioneiro na proposição desse problema, foi o jogo que o popularizou. Com isso, a solução do jogo de Hamilton, apresentado na Figura 4.2 passou a ser chamada de ciclo ou circuito hamiltoniano, em sua homenagem.

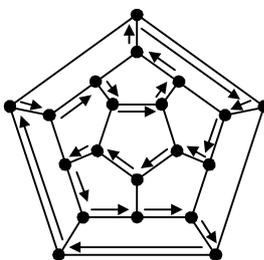


Figura 4.2: Uma solução para o jogo de Hamilton
Fonte: Goldbarg e Luna (2000)

O problema do caixeiro viajante é, portanto, um problema de otimização, em que o que se deseja encontrar é um caminho hamiltoniano de mínimo custo em um grafo qualquer.

Problemas tipicamente combinatoriais, como o PCV, pertencem à classe de problemas classificados como *NP-hard*. Isto é, possuem ordem de complexidade exponencial, conforme demonstrado por Lenstra e Rinnooy Kan (1981), posteriormente reafirmado por Kolen *et al.* (1987), Solomon (1987), Solomon e Desrosiers (1988) e Desrosiers *et al.* (1995), tornando a resolução por meios exatos muito difícil. O avanço dos métodos exatos e dos recursos computacionais não foi suficiente para vencer a barreira imposta pela complexidade exponencial. Problemas do tipo *NP-hard* ainda têm sido um desafio para os pesquisadores, tanto na teoria quanto na aplicação computacional.

4.1 VARIAÇÕES DO PCV

O problema do caixeiro viajante representa a forma mais elementar dos problemas de roteamento. À medida que novas restrições são incorporadas ao problema original passam a receber outras denominações que descrevem melhor a problemática a ser tratada em cada uma das variações do PCV.

No PCV não existem restrições com relação à ligação entre os nós, no que concerne ao sentido/direção. O caso em que ocorre simetria nas ligações pode ser exemplificado pelas ruas de mão dupla, onde a distância percorrida para sair de um dado ponto origem, A , para chegar a um dado ponto destino, B , é exatamente a mesma que para deslocar-se do ponto B para o ponto A . Quando essa situação ocorre, o problema do caixeiro viajante tem sua denominação complementada para representar essa variação, passando a ser conhecido como PCV Simétrico. O caso antagônico é denominado PCV Assimétrico.

Em problemas de roteamento é comum encontrar os dois casos, simétrico e assimétrico, apesar de em algumas situações essa diferença não ser relevante, dependendo da abordagem dada ao problema. As ruas constituem uma série de caminhos formando, portanto, um grafo direcionado, onde, não obrigatoriamente, a distância percorrida entre dois pontos quaisquer A e B será a mesma a ser percorrida quando o fluxo é invertido (B para A).

O problema dos múltiplos caixeiros viajantes (PMCV) é uma generalização do PCV. Nesse, tem-se um depósito de origem de onde partem todos os M veículos que irão atender os N pontos de demanda. A Figura 4.3 ilustra o PMCV.

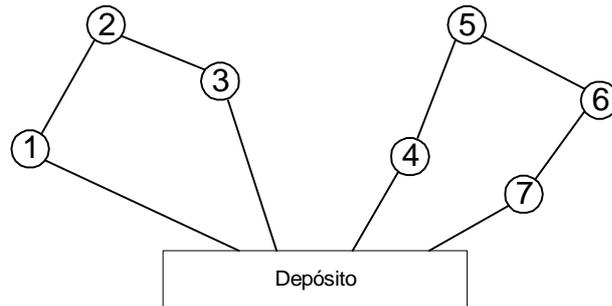


Figura 4.3: Representação de um PCMV.

Existem problemas que exigem o cumprimento de horários, chamados janelas de tempo. As janelas de tempo correspondem a um intervalo de tempo $[a_i, b_i]$ onde será permitido o atendimento do ponto de demanda i . Quando ocorre a chegada antecipada à abertura da janela de tempo é preciso aguardar até o período de abertura. Chegadas tardias, após o fechamento da janela de tempo, podem não ser toleradas. Existem modelos que aplicam penalizações quando o término da janela de tempo é violado. A penalização concede permissão para atendimento do ponto de demanda mediante alguma punição. É o problema do caixeiro viajante com janelas de tempo (PCVJT).

Na literatura pode ser encontrada uma série de outras variações, Goldbarg e Luna (2000) apresentam algumas destas variações, além das que já foram discutidas:

- PCV com *Backhauls* (PCVB);
- PCV com Gargalo ou MinMax (PCV MinMax);
- PCV com Bônus (PCV-B);
- PCV Estocástico.

4.2 MÉTODOS PARA RESOLVER O PCV

As primeiras soluções propostas para o problema do caixeiro viajante foram métodos exatos. Conforme visto anteriormente, problemas combinatoriais, como o PCV, são classificados como *NP-hard*, o que, a partir de um determinado número de nós, passa a ter sua solução exata inviabilizada pelos métodos tradicionais devido ao “estouro” do tempo computacional. A análise do tempo computacional será retomada no Capítulo V, que descreverá em detalhes o método empregado para solução do problema, demonstrando seu comportamento computacional. Bodin *et al.* (1983) também apresenta considerações relevantes sobre as questões de complexidade e esforço computacional.

Em virtude das limitações de ordem prática, em que na maioria dos casos o problema a ser resolvido possui muitos nós e novas restrições são incorporadas, tornou-se indispensável o desenvolvimento de novos métodos não-exatos ou aproximativos que são classificados em dois grupos: heurísticos e meta-heurísticos.

A Tabela 4.1, sugerida por Goldberg e Luna (2000), apresenta uma relação de pesquisadores que se dedicaram a resolver o PCV clássico.

Tabela 4.1: Trabalhos para o PCV clássico

Ano	Pesquisador	Trabalho
1954	Dantzig, <i>et al.</i>	Trabalho referência para o PCV
1972	Christofides e Eilon	Métodos exatos
1973	Laporte e Norbert	Métodos exatos
1973	Lin e Kernighan	Métodos heurísticos
1980	Carpaneto e Toth	Critérios para algoritmos B&B
1980	Golden <i>et al.</i>	Heurísticas para o PCV
1980	Kanellakis e Papadimitriou	Busca local
1980	Crowder e Padberg	B&B
1981	Balas e Christofides	Restrições lagrangeanas para o PCV
1983	Adrabinski	Experimentos computacionais para heurísticas
1985	Fleischman	Algoritmo com uso de planos de cortes
1985	Goldbberg e Lingle	Algoritmos genéticos
1985	Grefenstette <i>et al.</i>	Algoritmos genéticos
1985	Cerny	Métodos termodinâmicos (<i>Simulated annealing</i>)
1987	Laarhoven eAarts	Métodos termodinâmicos (<i>Simulated annealing</i>)
1988	Burr	Métodos elásticos
1990	Johnson	Otimização local
1991	Ulder	Algoritmos genéticos
1991	Whitley	Algoritmos genéticos
1991	Glover	Busca tabu
1991	Miller e Pekny	Métodos exatos
1992	Gendreau <i>et al.</i>	Procedimentos de pós-otimização
1993	Reeves	Métodos aproximativos
1993	Jünger <i>et al.</i>	Relaxações e B&Cut
1995	Potts e Vande de Velde	Heurística híbrida de k-substituição
1996	Chatterjee <i>et al.</i>	Agoritmos genéticos
1996	Potvon	Agoritmos genéticos
1997	Somhom <i>et al.</i>	Redes neuronais
Trabalhos de Revisão Bibliográfica e Análise		
1977	Rosenkrantz <i>et al.</i>	Revisão das abordagens heurísticas
1990	Melamed <i>et al.</i>	Revisão do estado da arte
1992	Laporte	Revisão do estado da arte
1994	Bianco <i>et al.</i>	Revisão do estado da arte

Fonte: Goldberg e Luna (2000)

Nas próximas seções serão brevemente expostos alguns dos métodos tradicionais para solução do PCV. Serão contemplados métodos exatos, métodos heurísticos e também métodos mais recentes, os meta-heurísticos.

4.2.1 Métodos Exatos

Nesta seção serão apresentados métodos exatos para a solução do PCV. Inicialmente será descrita a solução do problema do caixeiro viajante por meio da resolução de um Problema de Designação (PD), problema esse que é uma especificidade do problema de transportes. Para contornar o problema de geração de sub-rotas, que surge da aplicação da solução dos Problemas de Designação, será apresentado o modelo proposto por Bodin *et al.* (1983).

4.2.1.1 O Problema de Designação (*Assignment Problem*)

Problemas de Designação, ou *Assignment Problems*, consistem de uma especialização do Problema de Transportes. O objetivo da solução desse problema é designar, por meio de uma alocação biunívoca, cada um dos operários a uma, e somente uma tarefa, de modo que todas sejam realizadas a um custo mínimo (Puccini, 1977).

O modelo matemático para o Problema de Transportes consiste em minimizar o custo total necessário para atender n centros consumidores (destinos) a partir de m centros fornecedores (origens). As quantidades de produto disponíveis em cada origem são dados por: a_1, a_2, \dots, a_n . As quantidades exigidas em cada destino são dadas por: b_1, b_2, \dots, b_n . O custo unitário de transporte entre a origem i e o destino j é c_{ij} . Sendo x_{ij} a quantidade a ser transportada da origem i ao destino j , o modelo toma a seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 \text{Min } Z &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \\
 \text{s.a. } &\sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i \quad (i = 1, 2, \dots, m) \\
 &\sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j \quad (j = 1, 2, \dots, n) \\
 &x_{ij} \geq 0 \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad (j = 1, 2, \dots, n)
 \end{aligned} \quad (4.1)$$

Descrito o modelo matemático para o Problema de Transportes, o modelo para o Problema de Designação pode ser escrito introduzindo-se as seguintes restrições:

- i) número de origens = número de destinos ($m = n$);
- ii) capacidade de cada origem = 1 ($a_i = 1$ para todo i);
- iii) demanda cada destino = 1 ($b_j = 1$ para todo j).

Assim, o modelo matemático para o Problema de Designação é dado por:

$$\begin{aligned}
 \text{Min } Z &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \\
 \text{s.a. } \sum_{j=1}^n x_{ij} &= 1 \quad (i = 1, 2, \dots, n) \\
 \sum_{i=1}^n x_{ij} &= 1 \quad (j = 1, 2, \dots, n) \\
 x_{ij} &\geq 0 \text{ e inteiros}
 \end{aligned} \tag{4.2}$$

Com o propósito de simplificá-lo, considera-se a matriz de custos simétrica, ou seja, $c_{ij} = c_{ji}$, a menos que seja especificado o contrário e $c_{ii} = +\infty$ para $i = (1, 2, \dots, n)$. O problema é, então, formar uma rota cobrindo todos os nós, começando e terminando no nó de origem, que seja capaz de produzir o menor custo.

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se } i \rightarrow j \text{ está na rota} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

O método Húngaro foi inicialmente proposto pelos matemáticos húngaros Dénes König e Jenő Egerváry como um procedimento para a resolução matemática dos PD's (McLaughlin e Pickhardt, 1979). Trata-se, portanto, de um método que explora a simplicidade do modelo matemático para que se obtenha a solução ótima mais rapidamente (Puccini, 1977). Pode ser aplicado em diversos problemas práticos de alocação de tarefas desde que se construa, de forma conveniente, a matriz de custos com as informações de que se dispõe do problema.

Fica claro que apenas uma origem i atenderá um único destino j . Entretanto, não há garantia de que a designação não resulte em sub-rotas. Zamboni (1997) descreve em detalhes o algoritmo para o método Húngaro e apresenta a resolução de um caso em que a solução

obtida por designação é composta por sub-rotas. Nesse caso, para que seja encontrado o circuito hamiltoniano para o problema, pode ser utilizada uma variação do método *Branch and Bound* para criar novos PD's até que a solução ótima seja encontrada (Christofides, 1975).

4.2.1.2 Modelo Matemático para Solução do PCV

Para eliminar a possibilidade de sub-rotas, Bodin *et al.* (1983) propuseram uma alteração no modelo (4.2) acrescentando restrições conforme apresentado no modelo (4.3).

$$\begin{aligned}
 \text{Min } Z &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \\
 \text{s.a. } & \sum_{j=1}^n x_{ij} = 1 \quad (i = 1, 2, \dots, n) \\
 & \sum_{i=1}^n x_{ij} = 1 \quad (j = 1, 2, \dots, n) \\
 & X = (x_{ij}) \in S \\
 & x_{ij} = 0 \text{ ou } 1 \quad (i, j = 1, 2, \dots, n)
 \end{aligned} \tag{4.3}$$

O conjunto S pode ser composto por qualquer restrição que proíba soluções com sub-rotas. Tal restrição é chamada de quebra de sub-rotas. Possíveis escolhas para S , dentre outras, são:

$$(1) S = \{(x_{ij}) : \sum_{i \in Q} \sum_{j \notin Q} x_{ij} \geq 1 \text{ para todo subconjunto próprio não vazio } Q \text{ de } N\};$$

$$(2) S = \{(x_{ij}) : \sum_{i \in R} \sum_{j \in R} x_{ij} \geq |R| - 1 \text{ para todo subconjunto não vazio } R \{2, 3, \dots, n\}\};$$

(3) $S = \{(x_{ij}) : y_i - y_j + nx_{ij} \leq n - 1 \text{ para } 2 \leq i \neq j \leq n \text{ para todo subconjunto próprio não vazio } Q \text{ de } N\}$.

Desse modo, é suficiente adicionar qualquer uma dessas restrições ao modelo para que a geração de sub-rotas seja evitada.

4.2.2 Métodos Heurísticos

Nem sempre é possível encontrar a melhor solução para um problema de otimização em tempo computacional razoável, por meio de métodos exatos. Nesses casos, uma solução próxima do ótimo pode ser suficiente para o problema em questão. Os métodos heurísticos são algoritmos que, *a priori*, não garantem a obtenção da solução ótima de um problema, mas são capazes de gerar uma solução de qualidade em tempo computacional adequado para as necessidades da aplicação.

Os métodos heurísticos podem ser enquadrados em três categorias:

1. Procedimentos para construção de rotas: geram rotas factíveis quase ótimas, não necessitando a intervenção de outro procedimento;
2. Procedimentos para melhoria de rotas: têm como ponto de partida rotas quase ótimas obtidas dos processos construtores, a partir daí se executam algoritmos que buscam melhorar a solução inicial e também as que advêm do processo de melhoria;
3. Procedimentos compostos: utilizam um algoritmo para construção de uma rota inicial, de modo que possa ser obtida tão rápido quanto possível; em seguida são aplicadas as técnicas para melhoria partindo da solução obtida pelo procedimento construtor, retornando uma solução final refinada.

A seguir serão elencados alguns dos métodos heurísticos mais difundidos para solução do PCV.

4.2.2.1 Procedimentos de Construção

O método das economias de Clarke e Wright é, sem dúvida, um dos métodos construtores mais citados na literatura e aplicados na resolução de problemas de roteamento. Seus idealizadores Clarke e Wright (1964) criaram um mecanismo que gera como solução inicial rotas fictícias com a pior situação possível: um veículo atende cada ponto de demanda. Isto é, virtualmente existem n veículos, ou seja, tantas rotas quanto é o número de pontos a ser atendido. O passo seguinte é obter a maior economia resultante da combinação de dois pontos, de modo que, ao invés de dois veículos atendendo dois pontos distintos, tenha-se apenas um. O processo de obtenção das economias e conexão dos nós é repetido até que todos os pontos sejam atendidos, observadas as restrições especificadas para o problema abordado.

A Figura 4.4(a) ilustra a solução inicial gerada pelo método das economias de Clarke e Wright e mostra como se dá a ligação dos nós de modo que seja eliminado um veículo, Figura 4.4(b).

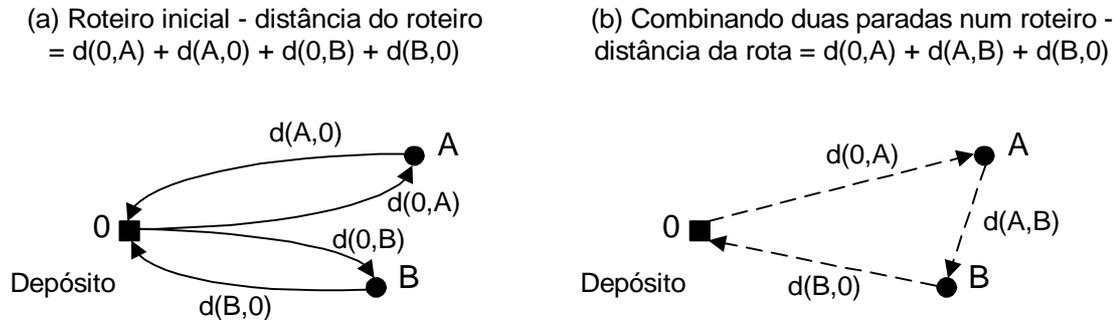


Figura 4.4: Redução da distância percorrida mediante a consolidação das paradas em uma rota
 Fonte: Adaptação Ballou (2006)

Assim, a distância economizada pela combinação dos pontos A e B numa mesma rota é calculada pela subtração algébrica da distância da rota da Figura 4.4 (b) daquela dada na Figura 4.4 (a), dada por:

$$S(i, j) = d(0, A) + d(A, 0) + d(0, B) + d(B, 0) - [d(0, A) + d(A, B) + d(B, 0)]$$

$$S(i, j) = d(A, 0) - d(A, B) + d(0, B)$$

Além do método das economias de Clarke e Wright, Ballou (2006) apresenta o método da Varredura e afirma que, dada a sua simplicidade, o método é capaz de fornecer soluções com grande rapidez a um índice médio de erro projetado em torno de 10%. Dependendo dos resultados que se deseja obter pode ser considerado um erro relativamente alto se comparado aos 2% obtidos pelo método das economias de Clarke e Wright.

Existe, ainda, uma diversidade de procedimentos construtores que geram soluções iniciais factíveis, tais como procedimento do vizinho mais próximo, procedimentos de inserção como inserção do mais próximo, do mais distante, inserção arbitrária e outros mais (Bodin *et al.*, 1983).

4.2.2.2 Procedimentos de Melhoria

A proposta dos procedimentos de melhoria é minimizar o custo total de uma determinada solução. As heurísticas *2-opt* e *3-opt* têm se mostrado muito eficientes em

cumprir essa proposta. Inicialmente apresentado por Lin (1965), a heurística de troca *2-opt* consiste na eliminação de dois arcos da rota, sendo que, posteriormente, os nós são reconectados formando uma nova rota. Essa nova rota é avaliada em relação a seu custo; se o custo for inferior ao obtido pela solução anterior toma-se essa como solução ótima para o problema, caso contrário a solução é descartada.

O processo de melhoria *2-opt* é executado até que não exista mais nenhuma troca entre pares de arcos a ser realizada, isso acaba por resultar em uma solução alojada num ótimo local. Devido à natureza combinatorial do procedimento *2-opt*, este resulta em soluções qualitativamente inferiores quando comparado às obtidas pelo procedimento *3-opt*. O procedimento para $k \geq 3$ foi apresentado por Lin e Kernighan (1973). Entretanto, devido à exigência de um maior tempo computacional em relação ao *2-opt*, o processo *3-opt* é normalmente aplicado após a solução *2-opt*, com isso é possível sair do ótimo local gerado pelo *2-opt* e obter resultados economicamente melhores.

Segundo Bodin *et al.* (1983) o esforço computacional para se trabalhar com $k \geq 4$ não justifica, em geral, sua aplicação prática.

4.2.2.3 Procedimentos Compostos

Esses procedimentos são compostos por métodos construtores e de melhoria. Tais métodos construtores geram uma solução inicial para, a partir dessa, buscar o seu aprimoramento, aplicando técnicas de melhoria.

Bodin *et al.* (1983) sugerem que a composição básica desse tipo de procedimento seja obter uma solução inicial rapidamente, utilizando algum dos métodos construtores para, assim, aplicar o procedimento de melhoria *2-opt* a fim de que seja feito um primeiro refinamento da solução de partida. Quando esgotadas as possibilidades de melhoria *2-opt*, sugere-se que, sobre a solução obtida, seja aplicado o procedimento *3-opt*.

4.2.3 Métodos Meta-Heurísticos

Meta-heurísticas são paradigmas de desenvolvimento de métodos heurísticos. Diversas propostas de meta-heurísticas surgiram nos últimos anos, impulsionadas pelos problemas pertencentes à classe NP-*hard*. Dentre as meta-heurísticas mais conhecidas, pode-se destacar as seguintes.

4.2.3.1 Algoritmos Genéticos

A teoria que deu origem e fundamenta a idéia de algoritmos genéticos baseia-se nos primeiros estudos de Lamarck sobre genética. Em 1809 ele formulou a primeira hipótese sistematizada sobre evolução, afirmando que os seres vivos evoluíam de forma lenta e segura, sem sobressaltos. Darwin apresentou uma teoria mais robusta, na qual a natureza faria a seleção natural dos seres mais aptos. Johan Gregor Mendel, em 1866, realizando experimentos com ervilhas, apresentou uma nova teoria para explicar como ocorriam os fenômenos de hereditariedade.

A computação evolucionária herdou da biologia termos aplicados à genética, o que propiciou fácil assimilação dos novos conceitos. John Holland inspirou-se nos avanços do campo da genética para replicar os processos utilizados pelos sistemas auto-adaptativos em um contexto computacional, idealizando o que hoje se conhece como Algoritmos Genéticos (AG's) (Holland, 1962 e 1970). Os algoritmos genéticos receberam importante contribuição de outros autores como Grefenstette (1985) e Goldberg (1989) que consolidaram o trabalho de Holland.

Os seguintes termos são intensamente aplicados a esses algoritmos (Goldberg e Luna, 2000):

- População: conjunto de indivíduos (conjunto de soluções do problema);
- Cromossomo: representa um indivíduo da população (uma configuração ou solução);
- *Fitness*: medida de aptidão de um indivíduo (normalmente associada ao valor da função objetivo para uma dada solução);
- Gene: representa um componente do cromossomo (uma variável do problema);
- Alelo: descreve os possíveis estados de um atributo do indivíduo (possíveis valores de uma variável do problema);
- *Locus*: representa a posição do atributo no cromossomo (posição do componente no vetor de componentes);
- Operadores genéticos: são as regras que permitem a manipulação dos cromossomos, que são:
 - De *crossover* (cruzamento): permite a obtenção de cromossomos filhos a partir da combinação (cruzamento) dos cromossomos pais;
 - De mutação: operador que permite a obtenção de indivíduos filhos por alterações diretas no cromossomo pai;

- Fenótipo: denota o cromossomo decodificado;
- Genótipo: representa a estrutura do cromossomo codificado.

Oliveira *et al.* (2004) aplicam um algoritmo genético para o problema de roteamento de veículos com janelas de tempo sem a aplicação do operador de *crossover*, sendo capaz de produzir bons resultados para o estudo em questão.

4.2.3.2 *Simulated Annealing*

Simulated Annealing é uma meta-heurística proposta por Kirkpatrick *et al.* (1983), sendo uma técnica de busca probabilística que se fundamenta em uma analogia com a termodinâmica, ao simular o resfriamento de um conjunto de átomos aquecidos.

A estratégia utilizada no método *Simulated Annealing* é semelhante ao processo térmico de resfriamento de um material que se encontra em uma alta temperatura, com a diminuição lenta e gradativa de sua temperatura é atingido o ponto de solidificação do material, apresentando uma configuração mínima da energia.

A maneira pela qual a temperatura irá decrescer é muito importante, assim como num sólido, se a temperatura for reduzida muito rapidamente, corre-se o risco de ter imperfeições no material, ou seja, uma redução drástica na temperatura pode comprometer a qualidade da solução obtida. Nessa meta-heurística são permitidos movimentos que aumentem o valor da função objetivo, mas sua frequência é controlada por uma função de probabilidade que se altera no decorrer da heurística.

Apesar da convergência para a solução ótima, a redução gradativa da temperatura pode implicar um tempo computacional demasiado alto podendo comprometer a aderência do método para algumas aplicações. O algoritmo *Simulated Annealing* pode ser combinado para melhorar o desempenho de outras heurísticas ou meta-heurísticas.

Como regra geral, pode-se dizer que consiste num procedimento adequado para uso em situações em que o conhecimento é escasso ou o problema em questão dificulta a implementação de algoritmos. Mesmo para dar soluções a problemas complexos, essa técnica é relativamente fácil de ser implementada.

Assim, em decorrência do estudo dos métodos para resolução do PCV, derivado da análise do problema do caixeiro viajante, fundamento para os problemas de roteamento, o próximo capítulo debaterá as principais características dos problemas de roteamento e como são classificados, segundo suas particularidades.

CAPÍTULO V

5. PROBLEMAS DE ROTEAMENTO DE VEÍCULOS

A problemática do roteamento de veículos é assim definida por Goldberg e Luna (2000): “com o uso de veículos, pretende-se visitar uma série de clientes ao menor custo possível, atendendo a todas as demais imposições do problema”.

Partindo-se do pressuposto de que o transporte constitui um custo logístico estratégico, é possível compreender por que os problemas relacionados ao roteamento de veículos são objeto de análise quando das tomadas de decisão em uma organização. Muitos autores já discorreram sobre a necessidade de se aumentar a eficiência por meio da máxima utilização dos equipamentos e pessoal de transporte. Ballou (2006) afirma que essa é uma das maiores preocupações do setor.

Sendo assim, reduzir os custos logísticos totais por meio de uma utilização inteligente e eficiente dos serviços de transporte é otimizar o atendimento aos clientes, descobrindo as melhores rotas e, por conseguinte, minimizando os tempos e/ou distâncias percorridas. Esse estudo se torna viável, pois tais questões podem afetar tanto a indústria, como o comércio, o setor de serviços, a segurança, a saúde pública e o lazer (Goldberg e Luna, 2000).

5.1 PROBLEMAS DE ROTEAMENTO DE VEÍCULOS – CARACTERÍSTICAS E CLASSIFICAÇÃO

Há uma grande diversidade de problemas de roteamento, tendo como consequência o desenvolvimento de muitos métodos para resolvê-los. Portanto, é de suma importância identificar quais são as principais características que os regem e sua classificação, para, a partir dessa definição, iniciar a pesquisa por métodos que venham a solucionar o problema em estudo.

Goldberg e Luna (2000) apresentam uma taxonomia que possibilita a identificação de algumas características inerentes aos problemas de roteamento de veículos que, combinadas à classificação proposta por Bodin e Golden (1981), fornecem um ferramental valioso que

permite o discernimento de qual problema está sendo abordado, auxiliando na definição de quais métodos são mais indicados para sua solução.

A seguir, são apresentadas as principais características dos problemas de roteamento:

1. Tempo para servir um determinado nó ou arco
 - Tempo especificado ou prefixado.
 - Janela de tempo (*time window*).
2. Número de domicílios
 - Um domicílio.
 - Mais de um domicílio.
3. Tamanho da frota de veículos
 - Um veículo.
 - Mais de um veículo.
4. Tipo da frota disponível
 - Homogênea.
 - Heterogênea.
5. Natureza da demanda e parâmetros
 - Determinística.
 - Estocástica.
6. Localização da demanda
 - Nos vértices.
 - Nos arcos.
7. Grafo de substrato
 - Direcionado.
 - Não direcionado.
 - Misto.
8. Restrições na capacidade de veículos

- Todos sujeitos às mesmas restrições.
- Restrições diferentes.

9. Tempo de roteamento

- O mesmo para todos os veículos.
- Tempos diversos.
- Sem restrições de tempo.

10. Custos

- Variáveis (associados à rota escolhida)
- Fixos.

11. Operação

- De entrega.
- De recolhimento.
- Ambas.

12. Objetivo

- Minimizar custos fixos.
- Minimizar custos de operação na rota.
- Minimizar o número de veículos.

13. Restrições na capacidade dos arcos

- Imposta a todos os arcos.
- Impostas a um subconjunto de arcos.
- Sem restrições.

14. Outras

Bodin e Golden (1981) ainda classificam os problemas de roteamento de veículos dividindo-os em três grupos. O *roteamento de veículos* é uma seqüência de pontos de coleta e entrega que um veículo deve atender em uma ordem específica definida segundo as regras do problema, começando e terminando no depósito/origem. A *programação de veículos* é uma seqüência de coletas e/ou entregas associada a um conjunto de tempo de partidas e chegadas.

Quando existem janelas de tempo e/ou relações de precedência, ambos, roteamento e programação, precisam ser otimizados. Esses problemas são vistos como uma combinação de *problemas de roteamento e programação de veículos*.

Então, é possível elaborar um organograma na Figura 5.1 a seguir composto por essas definições e apontar alguns dos problemas mais comuns existentes em cada instância.

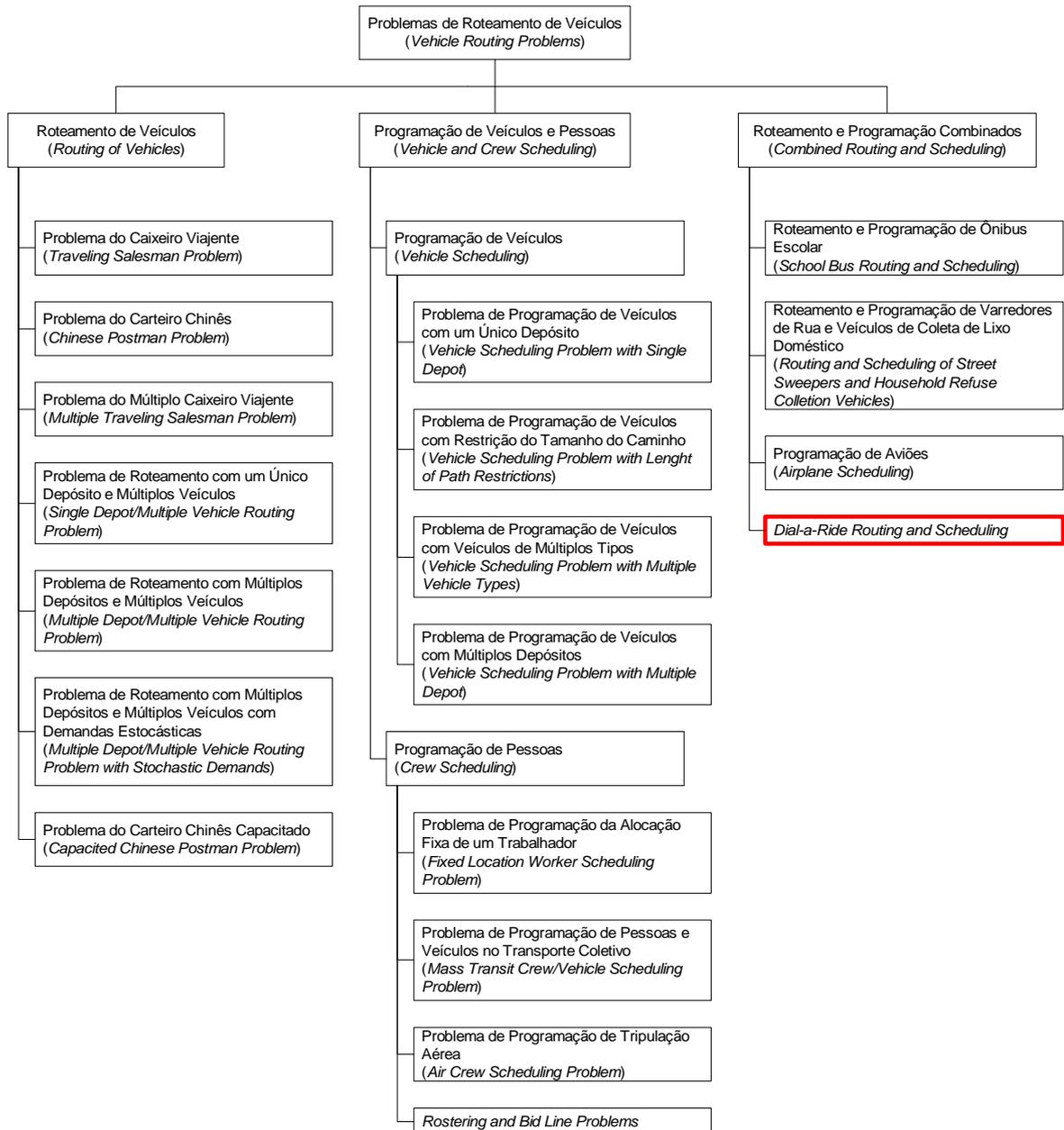


Figura 5.1: Classificação dos problemas de roteamento segundo Bodin *et al.* (1983).

Sendo o transporte escolar a vertente do segmento de transporte a ser analisada nessa pesquisa, seu posicionamento na classificação supracitada concentra-se no problema de

roteamento e programação de veículos, especificamente no que concerne ao *Dial-a-Ride Routing and Scheduling Problems*, tema a ser discutido na próxima seção.

Cabe observar ainda que, apesar da revisão bibliográfica apresentada para essa pesquisa fundamentar-se no Problema Caixeiro Viajante, o problema em estudo não é caracterizado como tal.

5.2. PROBLEMAS DE ROTEAMENTO E PROGRAMAÇÃO *DIAL-A-RIDE*

De forma mais abrangente, problemas de roteamento e programação de veículos do tipo *dial-a-ride* são conhecidos na literatura como *DARP*.

A expressão *dial-a-ride* advém da língua inglesa e é utilizada para designar o transporte de “porta em porta”. Em uma tradução literal pode ser entendida como “chamar um transporte”. Em linhas gerais, essa expressão define um serviço de transporte de porta em porta para pessoas portadoras de necessidades especiais, idosos ou pessoas com problemas de saúde, enfim, aquelas que são incapazes de se deslocar por meio do serviço de transporte público, transporte de estudantes, etc. Assim, tem sua maior aplicação em serviços sociais.

Uma vez que o transporte escolar de porta em porta, realizado por veículos do tipo *van*, é um dos meios de locomoção utilizado pelos alunos para se deslocarem de suas casas até a escola e vice-versa, esse serviço também é definido pela expressão *dial-a-ride*.

O serviço de Transporte Eficiente, disponível na cidade de Joinville pode exemplificar tal modelo. Este é um serviço diferenciado e exclusivo para pessoas com necessidades especiais e seus acompanhantes e foi implantado em janeiro de 2000. É realizado por quatro microônibus especialmente fabricados para atender esses clientes. O microônibus recolhe o usuário em sua residência e o leva até o local desejado, todos os dias, das 05h30 às 23h15. O agendamento para organização do itinerário é realizado pelo telefone, em horário comercial, com antecedência de 24 horas do compromisso do usuário, de segunda a sexta-feira. Para o transporte no domingo e na segunda-feira, o agendamento deve ser feito até sexta-feira. Cancelamentos devem ser feitos no prazo de 12 horas. Nos Estados Unidos trata-se de um serviço bastante comum.

Os problemas de roteamento e programação de veículos do tipo *dial-a-ride* podem ser divididos em duas categorias: estático (*subscriber* ou *static dial-a-ride problem*) ou dinâmico (*dynamic* ou *real time dial-a-ride problem*). Como a própria nomenclatura sugere, nos problemas caracterizados como dinâmicos, a demanda pelo serviço é imediata, então o roteamento e a programação ocorrem em tempo real adaptando o roteiro definido à nova

solicitação. Ao contrário do que acontece nos casos dinâmicos, nos problemas estáticos a demanda dos clientes é conhecida com antecedência, antes do início de qualquer planejamento que venha a ser feito para atendimento das solicitações de serviço. O transporte escolar está caracterizado dentro do caso estático.

Evidentemente, assim como os demais problemas de roteamento, esses também possuem variações que visam a aproximar a realidade da modelagem computacional. As restrições mais usuais são as janelas de tempo, que caracterizam uma faixa de tempo em que o serviço deve ser realizado.

Com base no trabalho de Bodin *et al.* (1983) a Figura 5.2 ilustra onde se situam os problemas *dial-a-ride* em relação aos problemas de roteamento, indicando em vermelho a abrangência do tema explanado nesse trabalho no que diz respeito aos problemas de roteamento.

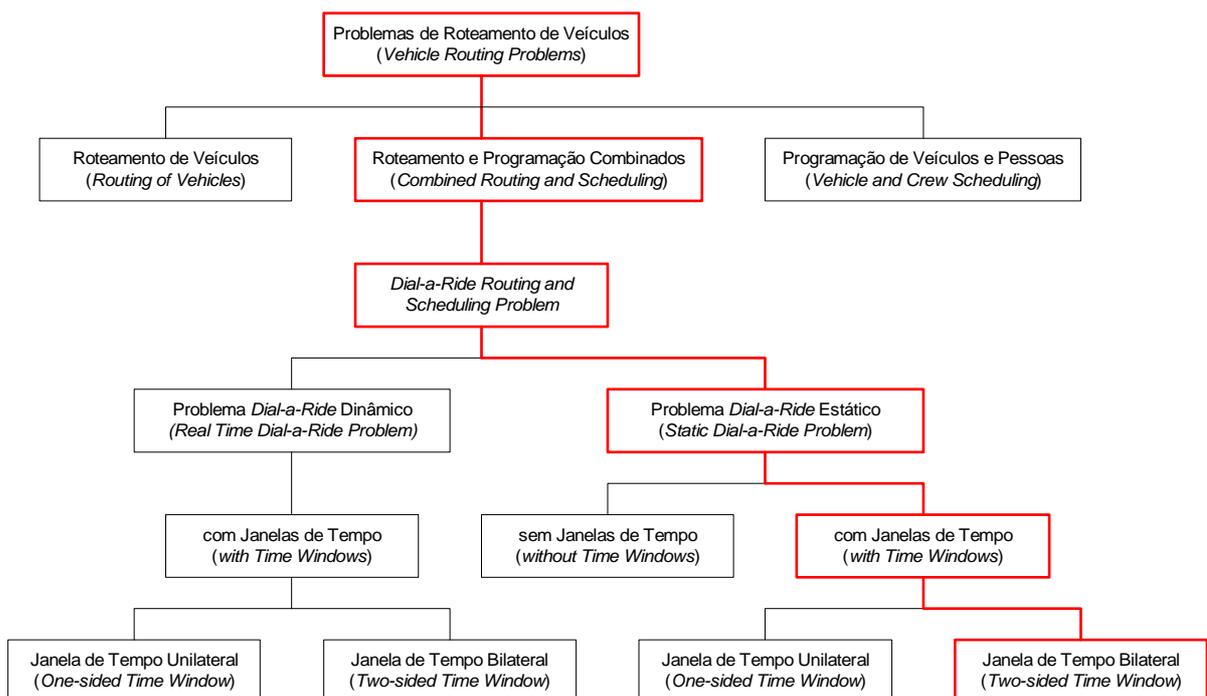


Figura 5.2: Estrutura dos problemas *dial-a-ride*.

Com o emprego de janelas de tempo ao problema, a questão proposta torna-se ainda mais robusta. Entretanto, tais janelas de tempo não são as mesmas aplicadas aos problemas de roteamento do transporte de cargas, visto que cada cliente possui duas janelas de tempo: uma associada a sua coleta e outra a sua entrega. Essa situação também é passível de ocorrência no transporte de cargas, mas é mesmo comum.

Abaixo dos problemas *dial-a-ride* com janelas de tempo é possível identificar um nível adicional, trata-se das janelas de tempo *one-sided* e *two-sided*. O conceito *one-sided time window* determina que não é necessário especificar um horário de início para a janela de tempo, apenas seu término. Aplicar essa restrição significa que qualquer entrega antes do horário de término da janela de tempo é aceitável, atendendo a restrição imposta pela janela de tempo. A seguir, a exemplificação dessa restrição para o início do período letivo matutino em três colégios:

- Colégio A: $[-\infty, 7:30]$
- Colégio B: $[-\infty, 8:15]$
- Colégio C: $[-\infty, 9:00]$

Contudo, essa definição provoca um efeito indesejado: os alunos podem ser entregues nos colégios antes que os portões sejam abertos para sua entrada.

Já no caso *two-sided time window*, as coletas e entregas dos alunos devem obedecer uma janela de tempo bilateral, ou seja, é especificado o horário de início e término da janela de tempo para entrega dos alunos, uma vez que os colégios não estão abertos antes do intervalo especificado. Pode ser exemplificado como segue:

- Colégio D: $[7:20, 7:30]$ – intervalo de dez minutos
- Colégio E: $[8:00, 8:15]$ – intervalo de quinze minutos
- Colégio F: $[8:40, 9:00]$ – intervalo de vinte minutos

No que se refere à aplicação prática das janelas de tempo, é mais comum que sejam do tipo *two-sided*, principalmente quando se fala em transporte escolar. Pode-se ressaltar também que, em função de uma redução drástica na faixa de horário válido para entregas e coletas, se comparado ao *one-sided time window* (muito mais flexível em termos de horário), essa restrição ocasiona uma economia menor devido à complexidade para satisfazê-la. Ao utilizar algoritmos que se propõem a solucionar problemas com janelas de tempo deve-se analisar se as janelas do problema real são rígidas (descartam soluções onde a janela é violada) ou flexíveis (projetam uma penalização no custo da função objetivo ou busquem minimizar as variações entre planejado e realizado de forma prioritária). O uso do algoritmo incorreto pode reduzir o ganho resultante da função objetivo ou mesmo desconsiderar rotas viáveis e muito mais econômicas. Sempre que possível deve-se optar por janelas de tempo flexíveis.

Os *DARP* ainda podem variar segundo a forma de coleta/entrega que é executada, as variações são: *single* ou *mixed loads*. No problema *single load*, o veículo é esvaziado no

colégio antes de poder recolher outros estudantes. No problema *mixed load*, os alunos são coletados e entregues de forma contínua.

Os serviços *dial-a-ride* possuem uma estreita relação entre coletas e entregas, chamada de relações de precedência, restrição muito comum imposta a esses serviços. Essas relações determinam que o cliente deve ser coletado antes de ser entregue. Apesar de parecer elementar é uma regra fundamental dos modelos desenvolvidos para esse tipo de problema e em comparação com outros problemas de roteamento, dependendo do contexto, tal relação sequer existe.

Bodin *et al.* (1983) apresentam o trabalho de Psaraftis (1980) como referência para solução de problemas *dial-a-ride* sem janelas de tempo. O modelo proposto por Psaraftis (1980) é discutido em detalhes ainda neste capítulo. Porém, é oportuno adiantar como o autor mantém essa relação de precedência em seu modelo. Cada cliente está associado a uma variável de situação, para essa variável são válidos os valores 3, 2 e 1 que, respectivamente, representam que o cliente não foi coletado, coletado e entregue. Desse modo, é possível tornar infactíveis soluções que violem a relação de precedência.

Psaraftis, em 1983, desenvolveu uma complementação de seu trabalho, publicado em 1980, com a finalidade de resolver o problema com janelas de tempo ainda para um veículo, onde cada cliente especifica o limite superior e inferior para o horário de coleta e também para o de entrega, ou seja, são duas janelas de tempo para cada cliente.

O problema *dial-a-ride* sem janelas de tempo pode ser estendido para problemas que exijam o roteamento e a programação de múltiplos veículos. Bodin *et al.* (1983) sugerem combinar o algoritmo de Psaraftis (1980) com a pesquisa de Cullen, Jarvis e Ratliff (1981) para solução de problemas sem janelas de tempo e com múltiplos veículos. Também existem sugestões de trabalhos para solucionar o problema *dial-a-ride* com janelas de tempo e múltiplos veículos.

Com base nas características detalhadas nessa seção o problema do transporte escolar pode ser enquadrado nos seguintes parâmetros: estático (*static*), com janela de tempo (*with time windows*) bilateral (*two-sided time window*), um único veículo (*single vehicle*) e com coletas e entregas intercaladas (*mixed loads*).

5.3 O ALGORITMO DE PSARAFTIS PARA OS PROBLEMAS DE ROTEAMENTO DO TIPO *DIAL-A-RIDE* ESTÁTICOS

Nesta seção será detalhado o algoritmo elaborado por Psaraftis (1980) e como é aplicado aos problemas de roteamento do tipo *dial-a-ride* estáticos.

Psaraftis (1980) elaborou um algoritmo baseado em Programação Dinâmica para a construção de uma rota para um único veículo. Tal algoritmo foi desenvolvido especificamente para problemas de roteamento do tipo *dial-a-ride*.

Escrito em duas partes, o artigo trata dos problemas de roteamento do tipo *dial-a-ride* sob dois focos: do caso estático na primeira parte e na segunda, do caso dinâmico. O fundamento para o desenvolvimento desse projeto é o caso estático e, por essa razão, a primeira parte do artigo de Psaraftis (1980) é a que receberá enfoque.

Precedendo o detalhamento do caso estático, é importante levar a efeito um breve comparativo entre os dois casos: o estático e o dinâmico. No caso estático, a demanda, os pontos de coleta e de entrega são previamente conhecidos antes da elaboração da rota, o que faz com que novos pontos que eventualmente possam surgir durante a execução da rota não a alterem. Em contrapartida, no caso dinâmico, quando um cliente solicita atendimento, a rota é reconfigurada de tal modo a atender o cliente com o menor custo possível e essa reconstrução do percurso ocorre a cada nova solicitação.

No título do artigo lêem-se duas expressões que merecem alguns esclarecimentos, são elas: *many-to-many* e *immediate request one*. O termo *many-to-many*, no contexto do artigo, deve ser entendido como várias origens (ou pontos de coleta) e vários destinos (ou pontos de entrega), ou seja, vários pontos de demanda que devem ser “coletados” e “entregues” a vários pontos de destino, sendo que esses pontos nunca se repetem. Já a expressão *immediate request one* esclarece que a solicitação do cliente será atendida assim que possível, ou seja, o estudo do problema em sua forma estática é um recurso intermediário para se atingir o objetivo do artigo, solucionar um problema com características dinâmicas.

5.3.1 O Caso Estático

Para um dado percurso, em particular, pode-se observar que não necessariamente a seqüência de atendimento da solicitação será a mesma da lista de coletas/entregas inicial, isso ocorre em função das combinações que são feitas para a obtenção de rotas mais enxutas.

O termo *First-Come-First-Served (FCFS)* é aplicado para determinar a seqüência de coletas e entregas de acordo com a ordem de chegada dos clientes; também pode ser substituído pelo termo *First-In-First-Out (FIFO)*, um conceito amplamente aplicado em logística, que nada mais é do que dizer que o primeiro cliente que solicitou o serviço será o primeiro a ser atendido. Como já dito, essa seqüência não será essencialmente obedecida. Porém, para que seja possível controlar o número máximo de trocas da lista para formação da rota foi criado o parâmetro *Maximum Position Shift (MPS)*.

O parâmetro *MPS* determina o número máximo de trocas a que determinado cliente pode ser submetido durante a construção da rota. Por exemplo: se um cliente que originalmente possui a quinta posição na lista for coletado por terceiro significa que a troca da posição de coleta é igual a +2; outro caso seria o cliente ser coletado por sexto, o que nessa situação faria com que a posição de coleta fosse igual a -1.

O *MPS* é um parâmetro de entrada que deve ser especificado previamente para a construção da rota. Se o $MPS = 0$, cada cliente deve ser coletado e entregue de acordo com sua posição *FCFS* na lista inicial. Caso o $MPS \geq N - 1$ significa que essa restrição é supérflua e os clientes podem ser coletados e entregues na seqüência que melhor convier para minimizar o custo total da rota. Aplicar essa restrição significa garantir que um cliente que esteja na i -ésima posição *FCFS* na lista inicial será atendido entre $(i - MPS)$ e $(i + MPS)$.

5.3.1.1 Formulação Matemática para o Caso Estático

Para identificação dos clientes são atribuídos números de acordo com a seqüência que esses entram em contato com a central de atendimentos solicitando o serviço. Organizados em uma lista para atendimento, o cliente i possui a i -ésima posição. N representa o número total de clientes a serem atendidos. Ainda em relação aos clientes, “+ i ” representa o ponto de coleta (origem) e “- i ” representa o ponto de entrega (destino) do cliente i ($i = 1, 2, 3, \dots, N$) e A indica o ponto de origem do veículo no instante $t = 0$. Assume-se que o custo para ir a qualquer um dos $(2N + 1)$ pontos do problema é um valor conhecido e fixo, sendo que o custo de viajar do ponto i diretamente para outro ponto, j , é $t(i, j)$. Assim, o objetivo é encontrar uma rota para um veículo que parte do ponto de origem A e encerra o trajeto em um dos pontos de entrega. A função objetivo é dada por:

$$w_1 \cdot \sum_{j=1}^{2N} T_j + w_2 \cdot \sum_{i=1}^N [\alpha \cdot WT_i + (2 - \alpha) \cdot RT_i] \quad (5.1)$$

onde:

w_1 e w_2 : são pesos dados (definidos) pelo usuário do sistema. O peso w_1 reflete a importância do tempo de viagem; já o peso w_2 reflete a importância de minimizar o grau de insatisfação total experimentado pelos clientes. Quando $w_1 > w_2$, o maior interesse está em minimizar o tempo total necessário para atender todos os clientes; por outro lado, quando $w_1 < w_2$, há um interesse em oferecer maior conforto aos clientes.

α : constante que indica a preferência do cliente em relação aos tempos, com $0 \leq \alpha \leq 2$. Essa constante influencia a função objetivo à medida que aumenta o tempo de espera do cliente i (WT_i – *Waiting Time*) ou o tempo de viagem do cliente i (RT_i – *Riding Time*). O parâmetro α define a preferência em relação a todos os clientes e não em relação a um cliente em específico, o que significa dizer que ao atribuir o valor “0” (zero) para α , o tempo de viagem será considerado no cálculo da função objetivo de forma equivalente para todos os clientes.

T_j : duração da j -ésima “perna” da rota.

WT_i : tempo de espera do cliente i , de $t = 0$ até o instante de ser coletado.

RT_i : tempo de espera do cliente i , do instante de ser coletado até o instante de sua entrega.

Para que o valor resultante da função objetivo tenha validade algumas premissas devem ser observadas, tais como: 1) o cliente deve ser coletado antes de sua entrega; 2) a capacidade do veículo não pode ser excedida e 3) o *MPS* deve ser satisfeito. Então, se p_i é a posição que o cliente possui na seqüência de coletas e d_i a posição que o cliente possui na seqüência de entregas, então para um dado *MPS* inteiro não negativo, deve-se ter:

$$|i - p_i| \leq MPS, \text{ para } i = 1, 2, \dots, N \quad (5.2)$$

$$|i - d_i| \leq MPS, \text{ para } i = 1, 2, \dots, N \quad (5.3)$$

Portanto, a função objetivo é dividida em duas partes: $\sum_{j=1}^{2N} T_j$ representa o tempo total para atendimento de todos os clientes e $\sum_{i=1}^N [\alpha.WT_i + (2 - \alpha)RT_i]$ a insatisfação total experimentada pelos clientes. Quando $w_1 = 1$ e $w_2 = 0$ a segunda parte da função objetivo é

anulada, considerando-se apenas o deslocamento; se ocorrer o inverso, $w_1 = 0$ e $w_2 = 1$, então apenas a segunda parte da função objetivo será considerada, buscando minimizar o desconforto experimentado pelos clientes antes e durante a prestação do serviço de transporte.

5.3.1.2 Algoritmo para o Caso Estático

A seguir são descritos em detalhes os componentes que integram o algoritmo supracitado e como cada uma das variáveis se relaciona de forma a atender as premissas e produzir uma rota válida com o menor custo possível, dentro dos parâmetros especificados.

Para uma melhor compreensão das definições apresentadas a seguir é importante recordar que o algoritmo foi escrito para ser solucionado com o uso de Programação Dinâmica. Para o vetor de estados (L, k_1, \dots, k_N) são feitas as seguintes convenções:

- a) L : ponto atual em que o veículo se encontra. L pode assumir os seguintes valores:
- $L = 0$: o veículo encontra-se no ponto de origem A ;
 - $1 \leq L \leq N$: veículo encontra-se no ponto $+L$, ponto de coleta do cliente L ;
 - $N + 1 \leq L \leq 2N$: veículo encontra-se no ponto $-(L - N)$, ponto de entrega do cliente $(L - N)$.

Ainda, assume-se que um cliente sobe ou desce do veículo imediatamente ao chegar ao ponto L . Mediante essa afirmação entende-se que não é levado em consideração o tempo despendido aguardando que o cliente embarque ou desembarque do veículo, a esse tempo dá-se a denominação de Tempo de Serviço (*Service Time*), termo encontrado em trabalhos de roteamento que tratam da entrega de produtos dentro de janelas de tempo predeterminadas; é o tempo para carga/descarga dos produtos.

- b) k_j : *status* do cliente j ($j = 1, \dots, N$). Para k_j assume-se que:
- $k_j = 3$: cliente j ainda não foi coletado;
 - $k_j = 2$: cliente j já se encontra no veículo;
 - $k_j = 1$: cliente j entregue.

5.3.1.2.1 Condições de Factibilidade

Nem todas as combinações dos estados (L, k_1, \dots, k_N) serão factíveis, isso porque esses estados serão submetidos a condições de factibilidade que visam a garantir a integralidade do modelo, bem como a validade da solução obtida, são elas:

- 1) O estado deve ser consistente em relação à situação do cliente (não coletado, coletado e entregue):

i) Se $L = 0$, então $k_j = 3$ para todo $j = 1, \dots, N$. (5.4)

ii) Se $1 \leq L \leq N$, então $k_L = 2$. (5.5)

iii) Se $N + 1 \leq L \leq 2N$, então $k_{L-N} = 1$. (5.6)

- 2) A segunda restrição é referente à capacidade do veículo. Neste caso, x_2 representa o número de k 's no vetor de estados que possuem o valor 2, essa restrição pode ser formulada de duas maneiras:

i) Se $1 \leq L \leq N$, então $x_2 \leq C$ (5.7)

ii) Se $N + 1 \leq L \leq 2N$, então $x_2 \leq C - 1$ (5.8)

Observando-se as restrições (5.7) e (5.8), conclui-se que x_2 é o número de clientes dentro do veículo e por essa razão, apenas uma das restrições (5.7) ou (5.8) é suficiente para garantir que a capacidade do veículo não seja violada.

- 3) O estado deve satisfazer a restrição *MPS*. Assim como x_2 representa o número de clientes dentro do veículo, x_3 será o número de k 's no vetor de estados com situação igual a 3 (não coletado) e x_1 será o número de k 's no vetor de estados com situação igual a 1 (entregue). Então a restrição *MPS* pode ser formulada como segue:

i) Se $1 \leq L \leq N$, então $|L - (x_1 + x_2)| \leq MPS$ (5.9)

ii) Se $N + 1 \leq L \leq 2N$, então $|(L - N) - x_1| \leq MPS$ (5.10)

As condições (5.4) a (5.10) são necessárias, mas não suficientes para garantir a factibilidade de um estado (L, k_1, \dots, k_N) em particular. Para completar os testes de factibilidade deve-se observar a factibilidade dos próximos estados. Se nenhum deles for factível, então o estado origem é infactível. Caso contrário haverá ao menos um estado que é factível, então o estado origem é factível. O fato que determina a factibilidade de qualquer

estado particular é conhecer *a priori* sobre a factibilidade dos próximos estados, consistindo, portanto, na natureza recursiva da factibilidade. Essa é uma propriedade particular da Programação Dinâmica.

O conjunto de estados (L', k_1', \dots, k_N') que são os próximos estados para um dado estado (L, k_1, \dots, k_N) é tal que pertence a S , união dos dois subconjuntos seguintes:

a) Conjunto dos próximos pontos de coleta

$$S_3 = \{i : 1 \leq i \leq N \text{ com } k_i = 3\} \quad (5.11)$$

b) Conjunto dos próximos pontos de entrega

$$S_2 = \{i : N+1 \leq i \leq 2N \text{ com } k_{i-N} = 2\} \quad (5.12)$$

c) Também, o novo vetor k (k') é dado por

$$k_j' = \begin{cases} k_j - 1, & \text{se } j = L' \text{ ou } j = L' - N \\ k_j, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (5.13)$$

para todo $j = 1, \dots, N$.

Quando os conjuntos S_2 e S_3 estão vazios, correspondem ao caso onde $k_j = 1$ para todo $j = 1, \dots, N$, significando que todos os clientes precisam ser coletados e entregues.

5.3.1.2.2 Considerações Sobre Otimalidade

$V(L, k_1, \dots, k_N)$ será o valor final (mensurado nos termos da função objetivo especificada) para todas as decisões subseqüentes de (L, k_1, \dots, k_N) até o final da rota. V é definido se, e somente se, o estado correspondente é factível. Assim, V deve obedecer a seguinte regra:

$$V(L, k_1, \dots, k_N) = \begin{cases} \text{Min}_{L' \in S} [t(L, L') \cdot M + V(L', k_1', \dots, k_N')], & \text{se } S \neq \{ \} \\ 0, & \text{se } S = \{ \} \end{cases} \quad (5.14)$$

Na expressão (5.14), S é a união de S_3 e S_2 definido em (5.11) e (5.12), e k_j' é definido (5.13). M é o fator de proporcionalidade pelo qual o tempo $t(L, L')$ necessário para ir de L para L' deve ser multiplicado. Para estimar M , consideram-se todas as contribuições marginais para o valor da função objetivo devido ao fato de que o veículo viaja de L para L' .

A expressão (5.1) pode ser dividida em duas categorias:

- a) Aquelas que refletem no termo $w_1 \cdot \sum_{j=1}^{2N} T_j$. A contribuição marginal correspondente é simplesmente $w_1 \cdot t(L, L')$.
- b) Aquelas que refletem no termo $w_2 \cdot \sum_{i=1}^N [\alpha \cdot WT_i + (2 - \alpha) \cdot RT_i]$. Deixando x_3 e x_2 como sendo as cardinalidades dos conjuntos S_3 e S_2 definidos em (5.11) e (5.12), pode-se ver que quando o veículo viaja de L para L' , o tempo total de espera é simplesmente $x_3 \cdot t(L, L')$ e o tempo total de viagem é $x_2 \cdot t(L, L')$. Então, a contribuição marginal para esse termo é $w_2 \cdot [\alpha \cdot x_3 + (2 - \alpha) \cdot x_2] \cdot t(L, L')$.

Portanto, tem-se que:

$$M = w_1 + w_2 \cdot [\alpha \cdot x_3 + (2 - \alpha) \cdot x_2] \quad (5.15)$$

Todos os parâmetros anteriores são *a priori* conhecidos e podem ser obtidos a partir do vetor de estados.

Uma vez definida a estrutura do algoritmo, aplica-se então a Programação Dinâmica para solução do problema. Partindo-se do ponto A , onde o vetor de estados é dado por $(0, 3, \dots, 3)$, inicia-se o processo de avaliação dos estados movendo-se para frente (*forward*) até o estado $2N$. Para recuperação da trajetória utiliza-se o método *backward*. Para obtenção da rota final são executados $2N$ passos, que correspondem ao número de coletas mais o número de entregas para atendimento dos clientes.

5.4 PROGRAMAÇÃO DINÂMICA

Até o presente momento foi detalhada a estrutura do algoritmo de Psaraftis. A implementação do algoritmo foi viabilizada pelo emprego do recurso matemático conhecido como Programação Dinâmica. Por conseguinte, é discriminada a teoria relativa a essa técnica e apresentada uma análise do esforço computacional necessário para a solução do problema do tipo *dial-a-ride*.

A Programação Dinâmica difere da Programação Linear por não possuir uma formulação matemática padrão para solução dos problemas. A Programação Dinâmica é, na verdade, uma técnica de programação que visa a resolver problemas que exigem que diversos

cálculos de sub-problemas sejam refeitos. Para isso, os resultados parciais são armazenados, não sendo necessário recalculá-los.

A resolução de um problema por Programação Dinâmica não possui alta complexidade, contudo reconhecer que um problema pode ser resolvido por essa técnica exige um maior grau de engenhosidade e discernimento. Problemas passíveis de solução por Programação Dinâmica podem ser divididos em estágios, sendo que em cada estágio uma decisão deve ser tomada. Por essa razão é utilizada para otimização de processos de decisão multi-estágio. Tal estrutura possibilita a decomposição do problema original em problemas menores e mais simples, facilitando a solução (Arenales *et al.*, 2007).

Os aspectos básicos que caracterizam os problemas de Programação Dinâmica são colocados a seguir.

5.4.1 Características dos Problemas de Programação Dinâmica

Problemas de Programação Dinâmica exigem uma tomada de decisão em cada etapa, comumente denominadas de estágios. Uma decisão política deve ser tomada em cada estágio, construindo assim uma seqüência de decisões inter-relacionadas. Cada nova decisão determina a transição do estágio atual para o próximo estágio e essa decisão tomada no estágio anterior irá influenciar diretamente as decisões que serão tomadas nos próximos estágios. O número de estágios varia de acordo com o problema que se deseja resolver.

Cada estágio possui um número de estados relacionados a ele. São as várias condições possíveis que o sistema pode assumir para um dado estágio, e é com base nessas condições que as decisões de cada estágio são tomadas (Arenales *et al.*, 2007). As condições podem ser entendidas como valores resultantes de uma função objetivo que se deseja maximizar ou minimizar, conforme for o caso.

Como a transição de um estágio para o estágio subsequente carrega consigo o valor acumulado, ao final do último estágio tem-se o valor ótimo para o problema. Contudo, na Programação Dinâmica não é apenas a solução final que interessa, mas também as decisões tomadas em cada estágio que culminaram no resultado obtido, trata-se da política ótima. A esse processo de identificação das decisões tomadas em cada estágio dá-se o nome de recuperação da trajetória. Assim, a decisão tomada em cada estágio poderá ser reproduzida na prática para obtenção dos mesmos resultados.

A Programação Dinâmica pode ainda variar segundo a natureza do problema. Na Programação Dinâmica determinística o estado no estágio seguinte é completamente

determinado pelo estado e decisão política no estágio atual. A Programação Dinâmica probabilística difere da determinística pelo fato de que o estado do estágio seguinte não é completamente determinado pelas condições do estágio atual, e sim seguindo uma distribuição de probabilidade.

Exemplos comentados e detalhados aplicando Programação Dinâmica determinística são discutidos na próxima seção.

5.5 APLICAÇÃO DO ALGORITMO PARA EXEMPLOS ACADÊMICOS

Nesta seção são apresentados três exemplos acadêmicos que aplicam o algoritmo de Psaraftis para solução de problemas fictícios de roteamento do tipo *dial-a-ride*. Esses exemplos têm por objetivo conferir ao leitor maior compreensão sobre como o algoritmo funciona e como cada parâmetro interfere no resultado final, bem como salientar as suas particularidades.

A solução completa e detalhada de cada um dos exemplos pode ser encontrada nos anexos que são indicados em cada exemplo. Para as devidas análises e comparações são utilizados apenas os trechos que se julgarem necessários ao bom entendimento de cada situação abordada.

Os exemplos desenvolvidos para detalhamento e análise estrutural do algoritmo foram direcionados para a solução de um problema real. Por esse motivo, o foco das análises estará nas questões que se relacionam ao problema real, em outras palavras, significa dizer que nem todas as restrições sugeridas pelo autor são necessárias à solução do problema real. Esse assunto será abordado no Capítulo VI.

5.5.1 Exemplo Acadêmico 1

Este primeiro exemplo visa a demonstrar o funcionamento do algoritmo de Psaraftis para um caso em que três clientes devem ser coletados e entregues em lugares distintos.

Para uma dada matriz de tempos T_j , onde T_j é dada na Tabela 5.1:

Tabela 5.1: Matriz de tempos T_j

		A	+1	+2	+3	-1	-2	-3	
		1	2	3	4	5	6	7	
$T_j =$	A	1	0	5	8	1	6	6	4
	+1	2	5	0	4	6	5	7	3
	+2	3	8	4	0	4	5	6	8
	+3	4	1	6	4	0	3	2	7
	-1	5	6	5	5	3	0	8	5
	-2	6	6	7	6	2	8	0	2
	-3	7	4	3	8	7	5	2	0

onde as linhas e colunas são identificadas por duas representações esquemáticas diferentes. Apesar de ambas serem equivalentes em se tratando de significado, cada uma delas é utilizada com um propósito de ilustrar os pontos de maneiras distintas. Isso facilita o entendimento de como os pontos são representados dentro e fora do algoritmo.

Para uma representação gráfica, a simbologia utilizada na linha 1 é mais indicada por possuir maior significado cognitivo. A representa o ponto de origem de onde parte o veículo, os pontos identificados por +1, +2 e +3 indicam o ponto de coleta de cada um dos três clientes, assim como, -1, -2 e -3 representam os respectivos pontos de entrega. Já para questões técnicas, como a programação do algoritmo, a representação dos pontos adotada está indicada na linha 2. A partir da linha 3 encontra-se a matriz simétrica que contém os tempos sobre a qual o algoritmo efetuará o processo de otimização a fim de obter-se a menor rota que permita atender a coleta/entrega dos três clientes.

Os parâmetros utilizados nesse exemplo são dados pela Tabela 5.2:

Tabela 5.2: Parâmetros do exemplo acadêmico 1

Capacidade	$C = 3$
Número de Clientes	$N = 3$
Número Total de Pontos	$2N + 1 = 7$
Peso Distância Total	$w_1 = 1$
Peso Inconveniência Total	$w_2 = 1$
Preferência do Cliente	$\alpha = 1$

Depois de definidos os parâmetros de entrada, o algoritmo tem seu início no Estágio 0. No Estágio 0 todos os clientes possuem situação igual a três ($k_i = 3$), indicando que ninguém foi coletado e, por conseguinte, a capacidade utilizada do veículo é zero. Considera-se esse o

estágio de inicialização, onde nenhum cálculo é feito e, como premissa, a restrição (5.4) do modelo deve ser satisfeita.

Na Figura 5.3 é apresentada a inicialização do algoritmo de Psaraftis, para o qual os seguintes termos são utilizados:

- Estágio: estágio corrente;
- Est Aval: estado avaliado;
- Est Orig: estado de origem em relação ao estágio anterior;
- Situação: indica a situação de coleta/entrega de cada cliente;
- Fact: determina se o estado é consistente;
- Custo: custo para execução do estado;
- Melhor: dos estados factíveis, indica qual o melhor, o de menor custo acumulado;
- NCol: número de clientes não coletados;
- Col: número de clientes coletados;
- Entr: número de clientes entregues;
- Cpd: capacidade utilizada do veículo;
- Violação Restrições: registra a restrição que foi violada, tornando o estado infactível.

```
ESTÁGIO ==> 0

ESTADO (local) ==> 0
Estágio  Est Aval  Est Orig [Situação] Fact  Custo MELHOR NCol Col  Entr Cpd Violação Restrições
0         0         0   3 3 3 Sim    0,00 Sim     3  0  0  0
```

Figura 5.3: Estágio 0

Realizada a inicialização do algoritmo o passo seguinte é o Estágio 1. Nesse estágio cada um dos seis estados é avaliado pelo algoritmo a fim de determinar quais deles são factíveis.

A Figura 5.4 detalha a execução do algoritmo para o Estágio 1.

```

ESTÁGIO ==> 1

ESTADO (local) ==> 1
Estágio Est Aval Est Orig [Situação] Fact Custos MELHOR NCol Col Entr Cpd Violação Restrições
1 1 0 2 3 3 Sim 20,00 Sim 2 1 0 1
ESTADO (local) ==> 2
Estágio Est Aval Est Orig [Situação] Fact Custos MELHOR NCol Col Entr Cpd Violação Restrições
1 2 0 3 2 3 Sim 32,00 Sim 2 1 0 1
ESTADO (local) ==> 3
Estágio Est Aval Est Orig [Situação] Fact Custos MELHOR NCol Col Entr Cpd Violação Restrições
1 3 0 3 3 2 Sim 4,00 Sim 2 1 0 1
ESTADO (local) ==> 4
Estágio Est Aval Est Orig [Situação] Fact Custos MELHOR NCol Col Entr Cpd Violação Restrições
1 4 0 2 3 3 Não 0,00 Não 2 1 0 1 Restrição (6) entrega
ESTADO (local) ==> 5
Estágio Est Aval Est Orig [Situação] Fact Custos MELHOR NCol Col Entr Cpd Violação Restrições
1 5 0 3 2 3 Não 0,00 Não 2 1 0 1 Restrição (6) entrega
ESTADO (local) ==> 6
Estágio Est Aval Est Orig [Situação] Fact Custos MELHOR NCol Col Entr Cpd Violação Restrições
1 6 0 3 3 2 Não 0,00 Não 2 1 0 1 Restrição (6) entrega

```

Figura 5.4: Estágio 1

O custo de cada estágio/estado é resultante da função objetivo apresentada na expressão (5.14). Na expressão (5.15), são substituídos os parâmetros de inicialização w_1 , w_2 e α , bem como x_2 e x_3 , de acordo com o estágio/estado que se está analisando. Obtém-se, então, o índice M que multiplicará o tempo de deslocamento do ponto L ao L' , dado por $t(L, L')$, fornecendo assim o custo para o estágio/estado em questão.

Comparando-se o Estágio 0 com o Estágio 1 podem-se identificar novos elementos; a situação dos clientes é atualizada sendo que do estado 4 ao 6 essa atualização aponta uma violação na restrição de entrega. Tal violação ocorre em virtude da tentativa de um cliente não coletado ser entregue, contrariando a restrição (5.6) do modelo, conforme indicado na coluna “Violação Restrições”.

Apenas para os estados factíveis, indicados pela coluna “Fact”, o custo é calculado e registrado na coluna “Custo”. No Estágio 1 não é possível identificar a função da coluna “Melhor” que será evidenciada e discutida no Estágio 2. Apenas para estados factíveis as colunas “NCol”, “Col”, “Entr” e “Cpd” tem importância para os próximos estágios, para estados infactíveis são úteis apenas para acompanhamento dos cálculos do algoritmo.

Nesse estágio apenas coletas podem ser realizadas, por essa razão a coluna “NCol” é atualizada de três para dois, restando dois clientes a serem coletados. Já a coluna “Col” recebe o valor um, indicando que um cliente já se encontra no veículo pronto para ser entregue. O efeito observado pela atualização dessas colunas é visualizado imediatamente na coluna “Cpd”, indicando que uma unidade de capacidade do veículo encontra-se em uso; à medida que entregas são feitas essa coluna é decrementada liberando espaço no veículo. A

informação de capacidade utilizada é extremamente importante para que se evite a super lotação do veículo, sendo, portanto, controlada pela restrição (5.7) do modelo.

Graficamente, o Estágio 1 é apresentado na Figura 5.5.

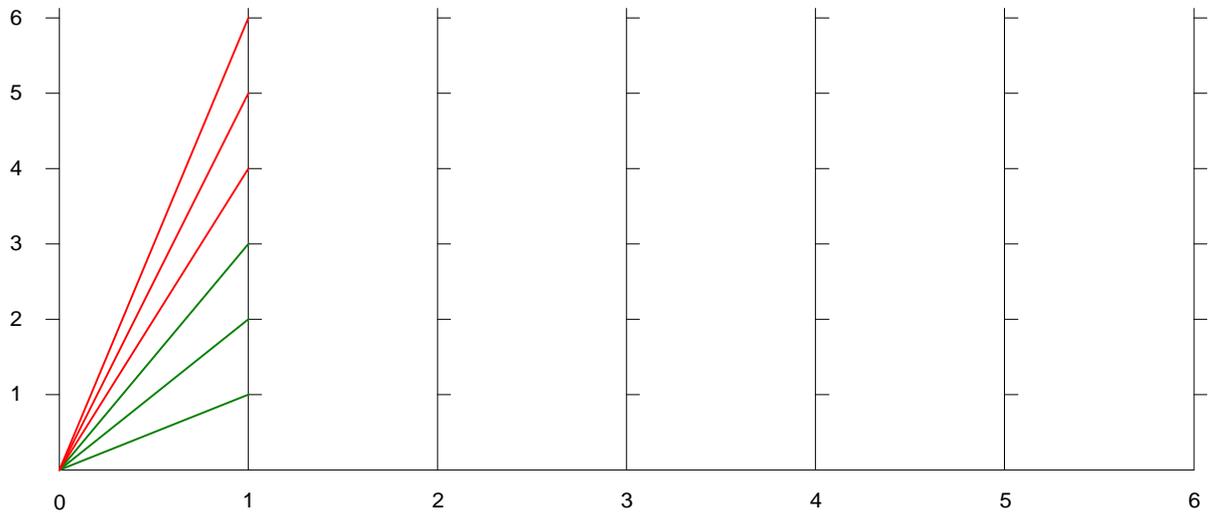


Figura 5.5: Representação gráfica do Estágio 1

Legenda

Infactível ————
Melhor Factível ————

Do Estágio 2 em diante os estados infactíveis do estágio anterior são desconsiderados, o resultado disso é um algoritmo otimizado que trabalha apenas com estados viáveis evitando pesquisas que não produzirão resultado algum. Conseqüentemente, isso se reflete em ganho de tempo computacional bastante significativo.

A Figura 5.6 apresenta os dados da execução do Estágio 2 pelo algoritmo programado.

```

ESTÁGIO ==> 2

ESTADO (local) ==> 1
Estágio Est Aval Est Orig [Situação] Fact Custos MELHOR NCol Col Entr Cpd Violação Restrições
2 1 1 1 3 3 Não 0,00 Não 2 0 1 0 Restrição (5) coleta
2 1 2 2 2 3 Sim 48,00 Não 1 2 0 2
2 1 3 2 3 2 Sim 28,00 Sim 1 2 0 2

ESTADO (local) ==> 2
Estágio Est Aval Est Orig [Situação] Fact Custos MELHOR NCol Col Entr Cpd Violação Restrições
2 2 1 2 2 3 Sim 36,00 Não 1 2 0 2
2 2 2 3 1 3 Não 0,00 Não 2 0 1 0 Restrição (5) coleta
2 2 3 3 2 2 Sim 20,00 Sim 1 2 0 2

ESTADO (local) ==> 3
Estágio Est Aval Est Orig [Situação] Fact Custos MELHOR NCol Col Entr Cpd Violação Restrições
2 3 1 2 3 2 Sim 44,00 Sim 1 2 0 2
2 3 2 3 2 2 Sim 48,00 Não 1 2 0 2
2 3 3 3 3 1 Não 0,00 Não 2 0 1 0 Restrição (5) coleta

ESTADO (local) ==> 4
Estágio Est Aval Est Orig [Situação] Fact Custos MELHOR NCol Col Entr Cpd Violação Restrições
2 4 1 1 3 3 Sim 35,00 Sim 2 0 1 0
2 4 2 2 2 3 Não 0,00 Não 1 2 0 2 Restrição (6) entrega
2 4 3 2 3 2 Não 0,00 Não 1 2 0 2 Restrição (6) entrega

ESTADO (local) ==> 5
Estágio Est Aval Est Orig [Situação] Fact Custos MELHOR NCol Col Entr Cpd Violação Restrições
2 5 1 2 2 3 Não 0,00 Não 1 2 0 2 Restrição (6) entrega
2 5 2 3 1 3 Sim 50,00 Sim 2 0 1 0
2 5 3 3 2 2 Não 0,00 Não 1 2 0 2 Restrição (6) entrega

ESTADO (local) ==> 6
Estágio Est Aval Est Orig [Situação] Fact Custos MELHOR NCol Col Entr Cpd Violação Restrições
2 6 1 2 3 2 Não 0,00 Não 1 2 0 2 Restrição (6) entrega
2 6 2 3 2 2 Não 0,00 Não 1 2 0 2 Restrição (6) entrega
2 6 3 3 3 1 Sim 25,00 Sim 2 0 1 0

```

Figura 5.6: Estágio 2

Na execução do Estágio 2, a avaliação do Estado 1 passa a considerar todos os estados factíveis do estágio anterior. Nesse caso são três, provenientes dos pontos de coleta. Para identificar quais dos estados anteriores foram levados em consideração na análise, deve-se observar a coluna “Est Orig”, onde estão listados os pontos 1, 2 e 3, que são os respectivos pontos de coleta dos clientes 1, 2 e 3.

Desses três pontos apenas dois são factíveis, pois na avaliação do Estado 1 (Estágio 2) com origem no Estado 1 (Estágio 1) ocorre a tentativa de coletar o cliente 1 pela segunda vez, violando a restrição (5.5) do modelo. Assim, restam apenas dois estados factíveis, cujo custo é 48 e 28, respectivamente. Como Estado Origem 3 (Estágio 1) apresenta menor custo a coluna “Melhor” sinaliza que, para o Estado 1 (Estágio 2), essa é a melhor opção de rota.

A representação gráfica do Estágio 2/Estado 1 é apresentada na Figura 5.7.

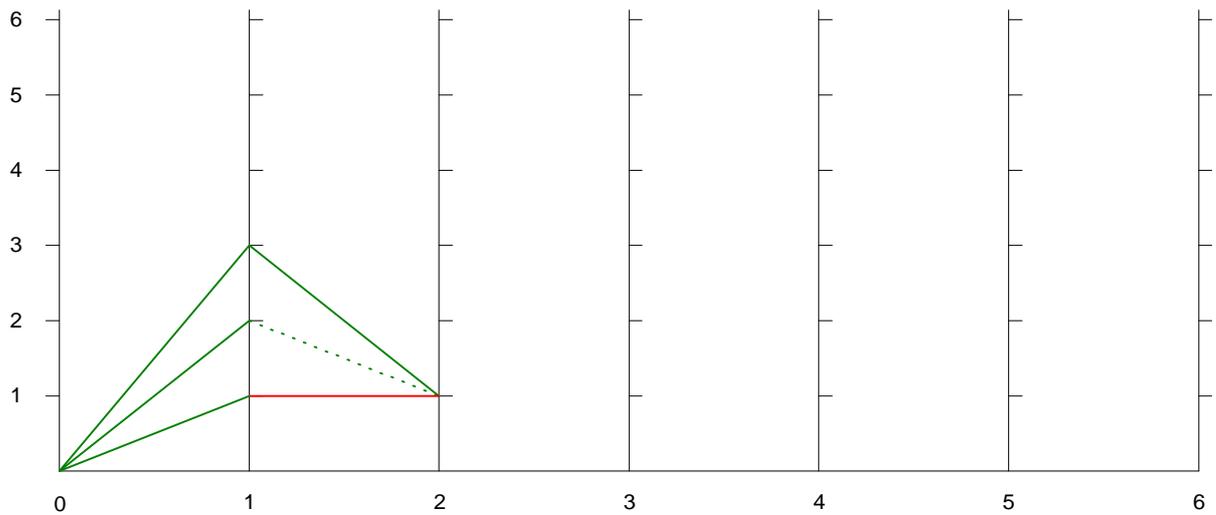
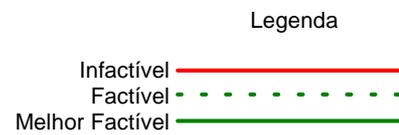


Figura 5.7: Representação gráfica do Estágio 2/Estado 1



Por tratar-se de um processo iterativo é redundante continuar a discutir o comportamento do algoritmo passo-a-passo. Apesar de não comentar os vários estágios que seguem, o Anexo 5 disponibiliza a execução completa do exemplo em estudo para análise e a continuação da representação gráfica pode ser encontrada no Anexo 6.

Agora, com foco no resultado, após a execução de todos os estágios, obtêm-se os estados factíveis para construção da rota final, conforme ilustra a Figura 5.8.

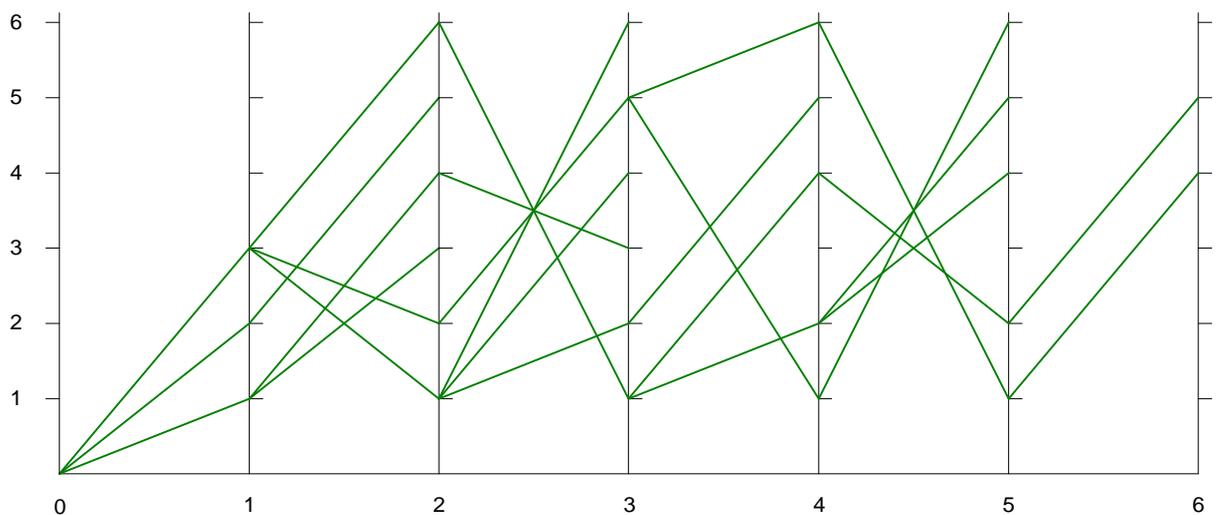


Figura 5.8: Estados factíveis



O algoritmo de Psaraftis trabalha de forma tal a identificar, dentre os vários estágios, quais os estados válidos que permitam a construção da melhor rota para atender a solicitação de coleta e entrega dos clientes. Com base nessas informações, o algoritmo inicia o processo de recuperação da trajetória, através do método *backward*. A Figura 5.9 a seguir apresenta a seqüência final a ser executada para atendimento dos clientes, bem como o custo total para essa tarefa.

Recuperação da Trajetória

```
=> MELHOR ROTA (pontos seqüenciais): 0 -> 3 -> 2 -> 5 -> 6 -> 1 -> 4
=> MELHOR ROTA (coletas e entregas): 0 -> +3 -> +2 -> -2 -> -3 -> +1 -> -1
=> CUSTO TOTAL ROTA:          53.00
```

Figura 5.9: Recuperação da trajetória

Graficamente, a rota final é apresentada em azul na Figura 5.10:

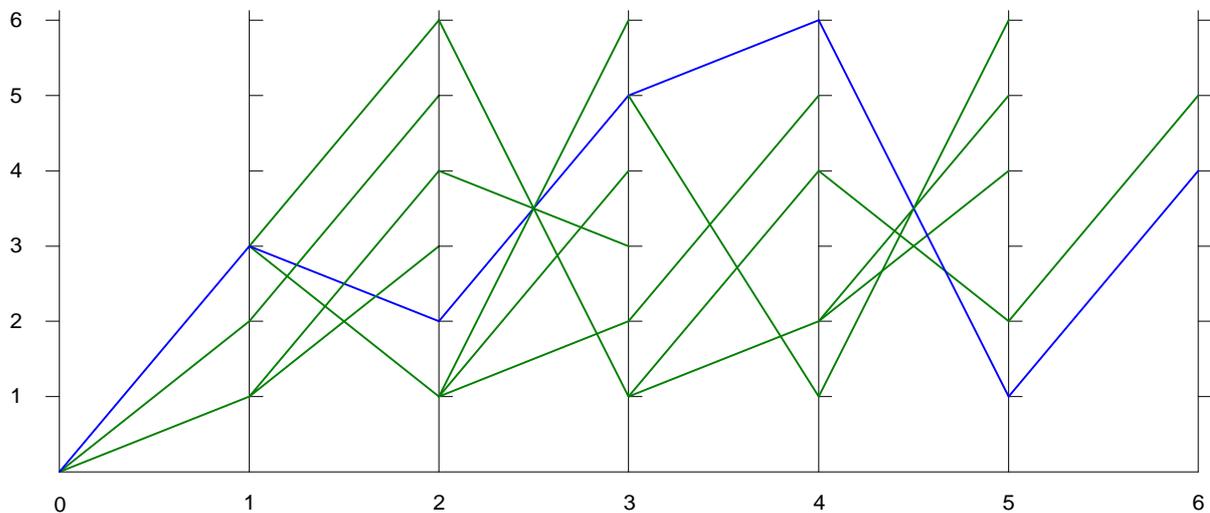
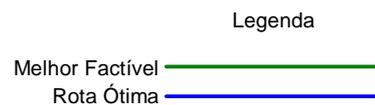


Figura 5.10: Rota final



Assim, o melhor procedimento é: coletar o cliente 3 e em seguida o cliente 2, entregar os clientes 2 e 3, coletar o cliente 1 e entregar o cliente 1.

5.5.2 Exemplo Acadêmico 2

Para o exemplo 2 foi feita uma pequena alteração na parametrização, reduzindo-se a capacidade do veículo de três para dois lugares. Deseja-se com isso evidenciar o funcionamento da restrição de capacidade, demonstrando como essa restrição atua de modo a tornar determinados estados ineficazes pela violação da restrição (5.7) de capacidade do modelo matemático.

A matriz de dados apresentada na Tabela 5.1 permanece inalterada em relação ao exemplo 2 e os parâmetros de entrada são dados pela Tabela 5.3:

Tabela 5.3: Parâmetros do exemplo acadêmico 2

Capacidade	$C = 2$
Número de Clientes	$N = 3$
Número Total de Pontos	$2N + 1 = 7$
Peso Distância Total	$w_1 = 1$
Peso Inconveniência Total	$w_2 = 1$
Preferência do Cliente	$\alpha = 1$

A submissão do exemplo 2 ao algoritmo programado gera os dados apresentados no Anexo 7. Na Figura 5.11 a seguir são ressaltadas as diferenças ocorridas entre os dados resultantes do exemplo 1, apresentado anteriormente, e o exemplo 2.

```

ESTÁGIO ==> 3

ESTADO (local) ==> 1
Estágio Est Aval Est Orig [Situação] Fact Custos MELHOR NCol Col Entr Cpd Violação Restrições
3 1 2 2 2 2 Não 0,00 Não 0 3 0 3 Restrição (7) capacidade
ESTADO (local) ==> 2
Estágio Est Aval Est Orig [Situação] Fact Custos MELHOR NCol Col Entr Cpd Violação Restrições
3 2 1 2 2 2 Não 0,00 Não 0 3 0 3 Restrição (7) capacidade
3 2 3 2 2 2 Não 0,00 Não 0 3 0 3 Restrição (7) capacidade
3 2 6 3 2 1 Sim 49,00 Sim 1 1 1 1

ESTÁGIO ==> 4

ESTADO (local) ==> 1
Estágio Est Aval Est Orig [Situação] Fact Custos MELHOR NCol Col Entr Cpd Violação Restrições
4 1 2 2 2 1 Sim 61,00 Não 0 2 1 2
ESTADO (local) ==> 2
Estágio Est Aval Est Orig [Situação] Fact Custos MELHOR NCol Col Entr Cpd Violação Restrições
4 2 2 3 1 1 Não 0,00 Não 1 0 2 0 Restrição (5) coleta
ESTADO (local) ==> 3
Estágio Est Aval Est Orig [Situação] Fact Custos MELHOR NCol Col Entr Cpd Violação Restrições
4 3 2 3 2 0 Não 0,00 Não 1 1 0 1 Restrição (5) coleta
ESTADO (local) ==> 4
Estágio Est Aval Est Orig [Situação] Fact Custos MELHOR NCol Col Entr Cpd Violação Restrições
4 4 2 2 2 1 Não 0,00 Não 0 2 1 2 Restrição (6) entrega
ESTADO (local) ==> 5
Estágio Est Aval Est Orig [Situação] Fact Custos MELHOR NCol Col Entr Cpd Violação Restrições
4 5 2 3 1 1 Sim 61,00 Sim 1 0 2 0
ESTADO (local) ==> 6
Estágio Est Aval Est Orig [Situação] Fact Custos MELHOR NCol Col Entr Cpd Violação Restrições
4 6 2 3 2 0 Não 0,00 Não 1 1 0 1 Restrição (6) entrega

ESTÁGIO ==> 5

ESTADO (local) ==> 1
Estágio Est Aval Est Orig [Situação] Fact Custos MELHOR NCol Col Entr Cpd Violação Restrições
5 1 5 2 1 1 Sim 75,00 Não 0 1 2 1
ESTADO (local) ==> 2
Estágio Est Aval Est Orig [Situação] Fact Custos MELHOR NCol Col Entr Cpd Violação Restrições
5 2 5 3 0 1 Não 0,00 Não 1 0 1 0 Restrição (5) coleta
ESTADO (local) ==> 3
Estágio Est Aval Est Orig [Situação] Fact Custos MELHOR NCol Col Entr Cpd Violação Restrições
5 3 5 3 1 0 Não 0,00 Não 1 0 1 0 Restrição (5) coleta
ESTADO (local) ==> 4
Estágio Est Aval Est Orig [Situação] Fact Custos MELHOR NCol Col Entr Cpd Violação Restrições
5 4 5 2 1 1 Não 0,00 Não 0 1 2 1 Restrição (6) entrega
ESTADO (local) ==> 5
Estágio Est Aval Est Orig [Situação] Fact Custos MELHOR NCol Col Entr Cpd Violação Restrições
5 5 5 3 0 1 Não 0,00 Não 1 0 1 0 Restrição (6) entrega
ESTADO (local) ==> 6
Estágio Est Aval Est Orig [Situação] Fact Custos MELHOR NCol Col Entr Cpd Violação Restrições
5 6 5 3 1 0 Não 0,00 Não 1 0 1 0 Restrição (6) entrega

```

Figura 5.11: Diferenças entre o exemplo 1 e o exemplo 2

A violação da restrição de capacidade evidencia-se no Estágio 3, em que novas coletas excedem a capacidade do veículo. O resumo das diferenças demonstra que a violação de uma restrição como a de capacidade produz um efeito em cascata que interfere no sistema inteiro, tornando inactíveis determinados estados e fazendo com que uma nova rota seja construída.

Apesar da restrição de capacidade ter sido violada em alguns estados, tornando-os inactíveis, o resultado final não foi alterado. Isto é, a rota final apresentada como solução para o exemplo 1 também aplica-se ao exemplo 2, preservando inclusive seu custo. Como o intuito do exemplo 2 é demonstrar o mecanismo de funcionamento da restrição de capacidade, considerações sobre a rota final são redundantes, haja vista que essa não sofreu alterações.

5.5.3 Exemplo Acadêmico 3

O exemplo 3 foi preparado para ilustrar um aspecto importante do problema real abordado nesse trabalho: destinos em comum para clientes distintos. Deseja-se, portanto, através de um exemplo simplificado, demonstrar como o algoritmo se comporta quando dois alunos possuem o mesmo colégio como destino.

O desenvolvimento do exemplo dar-se-á da mesma forma que no exemplo 1, com a particularidade de dois clientes (1 e 3) possuírem o mesmo destino. A seguir são comentadas as alterações na matriz de custos e nos parâmetros.

A matriz de custos apresentada na Tabela 5.1, utilizada nos exemplos 1 e 2, foi alterada para refletir os resultados que se pretende discutir: os alunos 1 e 3 estudam no mesmo colégio. Desse modo, o custo de viagem do ponto 5 para o ponto 7 será zero e vice-versa. Ainda, o custo de viagem do ponto 2 para o ponto 5 foi reduzido em uma unidade e vice-versa, o que quer dizer que o custo desse trajeto passa a ser de 4 unidades ao invés de 5. Logo, a nova matriz T_j é dada por T_j' e é apresentada na Tabela 5.4.

Tabela 5.4: Matriz de tempos T_j'

		A	+1	+2	+3	-1	-2	-3
		1	2	3	4	5	6	7
A	1	0	5	8	1	6	6	4
+1	2	5	0	4	6	4	7	3
T_j' =+2	3	8	4	0	4	5	6	8
+3	4	1	6	4	0	3	2	7
-1	5	6	4	5	3	0	8	0
-2	6	6	7	6	2	8	0	2
-3	7	4	3	8	7	0	2	0

Os parâmetros utilizados no exemplo 3 também foram alterados. Mantém-se a capacidade com 3 lugares, mas o peso w_2 foi alterado de 1 para 0. Desse modo, o critério de inconveniência total definido na função objetivo em (1) é anulado. Apesar do parâmetro α possuir valor especificado, como $w_2 = 0$, esse não exerce nenhuma influência na função objetivo. Com efeito, o custo resultante do cálculo da função objetivo refere-se apenas ao deslocamento. Os parâmetros aplicados no exemplo 3 são dados pela Tabela 5.5 a seguir.

Tabela 5.5: Parâmetros do exemplo acadêmico 3

Capacidade	$C = 3$
Número de Clientes	$N = 3$
Número Total de Pontos	$2N + 1 = 7$
Peso Distância Total	$w_1 = 1$
Peso Inconveniência Total	$w_2 = 0$
Preferência do Cliente	$\alpha = 1$

Naturalmente, as alterações na matriz de custos e nos parâmetros de entrada do algoritmo, descritas acima, modificam os custos de cada estado. O propósito de se anular w_2 é para evidenciar o comportamento do algoritmo em relação aos custos quando tem-se destinos em comum para mais de um cliente.

Analisando os resultados gerados pelo algoritmo, mais especificamente os Estágios 5 e 6, observa-se que o cliente 3 é entregue logo após a entrega do cliente 1, sem que ocorra alguma alteração no custo total de um estágio para o outro. A Figura 5.12 a seguir demonstra que o custo total no Estágio 5 é de 18 unidades para o Estado 6. Esse custo mantém-se constante no Estágio 6 para o Estado 4, em virtude disso os demais estados têm seu custo aumentado de um estágio para outro, fazendo com que o Estado 4 do Estágio 6 seja selecionado para compor a rota final mediante o seu menor custo em relação aos demais estados do mesmo estágio.

```
ESTÁGIO ==> 5

ESTADO (local) ==> 6
Estágio Est Aval Est Orig [Situação] Fact Custo MELHOR NCol Col Entr Cpd Violação Restrições
5 6 1 2 1 1 Sim 21,00 Não 0 1 2 1
5 6 2 1 2 1 Sim 24,00 Não 0 1 2 1
5 6 4 1 3 0 Não 0,00 Não 1 0 1 0 Restrição (6) entrega
5 6 5 2 1 1 Sim 18,00 Sim 0 1 2 1
5 6 6 1 3 0 Não 0,00 Não 1 0 1 0 Restrição (6) entrega

ESTÁGIO ==> 6

ESTADO (local) ==> 4
Estágio Est Aval Est Orig [Situação] Fact Custo MELHOR NCol Col Entr Cpd Violação Restrições
6 4 2 0 2 1 Não 0,00 Não 0 1 1 1 Restrição (6) entrega
6 4 4 0 1 2 Não 0,00 Não 0 1 1 1 Restrição (6) entrega
6 4 5 0 1 2 Não 0,00 Não 0 1 1 1 Restrição (6) entrega
6 4 6 1 1 1 Sim 18,00 Sim 0 0 3 0
```

Figura 5.12: Comparativo do custo total do Estágio 5 para o Estágio 6

A representação gráfica sobre a explanação de como a rota é construída em função de não haver acréscimo ao custo total da função objetivo de um estágio para outro é fornecida pela Figura 5.13.

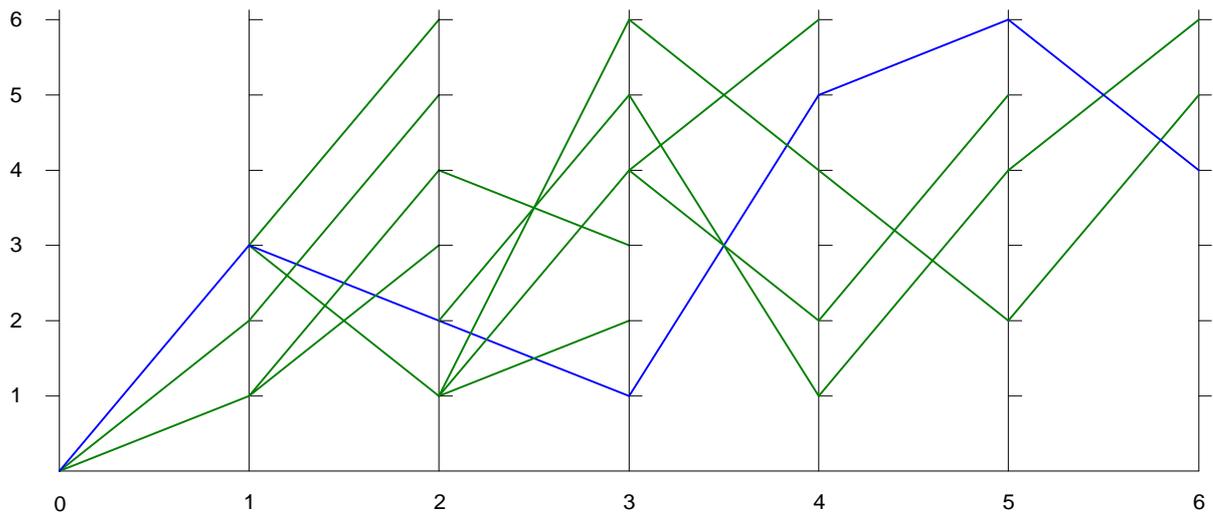


Figura 5.13: Rota final

Legenda

Melhor Factível ————
Rota Ótima ————

Nos Anexos 8 e 9 pode ser encontrada a resolução completa do exemplo 3, seguida de sua representação gráfica. Contudo, a análise do exemplo 3 não se dá por encerrada, o exemplo será retomado no Capítulo VI para fundamentar a adaptação realizada no algoritmo de Psaraftis.

5.6 ANÁLISE DE ESFORÇO COMPUTACIONAL

Quando o algoritmo de Psaraftis (1980) foi idealizado, os recursos computacionais eram escassos, pouco acessíveis e caros. Hoje, cerca de 27 anos depois, a evolução tecnológica “quebrou” algumas barreiras. O custo dos computadores diminuiu consideravelmente, tal fato fez com que o computador deixasse de ser um privilégio de poucos para se tornar um item comum em indústrias, escolas e residências. Mas os benefícios não estão apenas atrelados ao custo; a tecnologia embutida nos computadores deu um grande salto. As restrições de memória praticamente deixaram de existir para a grande maioria das situações e os processadores receberam uma dose extra de potência, o que permite a realização de cálculos inimagináveis há duas décadas.

Certo de que a evolução tecnológica tem um papel fundamental na solução de problemas que combinam matemática e cálculos computacionais, esse tópico analisa o esforço computacional necessário para a solução de um problema por meio do algoritmo de

Psaraftis (1980), variando apenas o número de clientes, comparando os resultados obtidos com os atuais.

A análise do esforço computacional feita por Psaraftis (1980) foi realizada no *MIT Joint Computer Facility*, utilizando o computador VAX/VMS. O problema avaliado possui como característica principal $MPS \geq N - 1$ e $C \geq N$ e é considerado por Psaraftis (1980) como sendo a pior combinação de parâmetros para esse tipo de problema. Apenas recordando, quando $MPS \geq N - 1$ tem-se uma restrição supérflua, ou seja, não contribui para que uma solução seja obtida mais rapidamente. Pelo contrário, aumenta a amplitude da pesquisa. O crescimento exponencial do esforço computacional dos testes realizados por Psaraftis (1980) está ilustrado na Tabela 5.6.

Tabela 5.6: Tempo de Processamento (Segundos) *Versus* N (Número de Clientes)*

N	2	3	4	5	6	7	8	9
CPU	0,6	0,7	1,1	2,7	9,6	46,8	149,7	591,4

* Apresentação do pior caso irrestrito ($MPS \geq N - 1, C \geq N$).

Fonte: Psaraftis (1980)

Com fins de efetuar uma análise comparativa entre os tempos computacionais obtidos por Psaraftis (1980) e os resultados obtidos nos dias atuais, foram mantidos os parâmetros utilizados anteriormente. A execução do algoritmo deu-se em um *laptop* Toshiba Tecra, processador 1,6Ghz e 1GB de memória *RAM*. Os tempos obtidos são apresentados na Tabela 5.7.

Tabela 5.7: Tempo de Processamento (Segundos) *Versus* N (Número de Clientes)

N	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
CPU	0	0	0	0	1	2	2	3	5	7	10

N	13	14	15	16	17	18	19	20	25	30	35
CPU	14	17	24	31	39	47	59	77	172	331	607

A Figura 5.14 a seguir mostra de forma comparativa os tempos obtidos na execução atual e os obtidos nos testes de Psaraftis (1980).

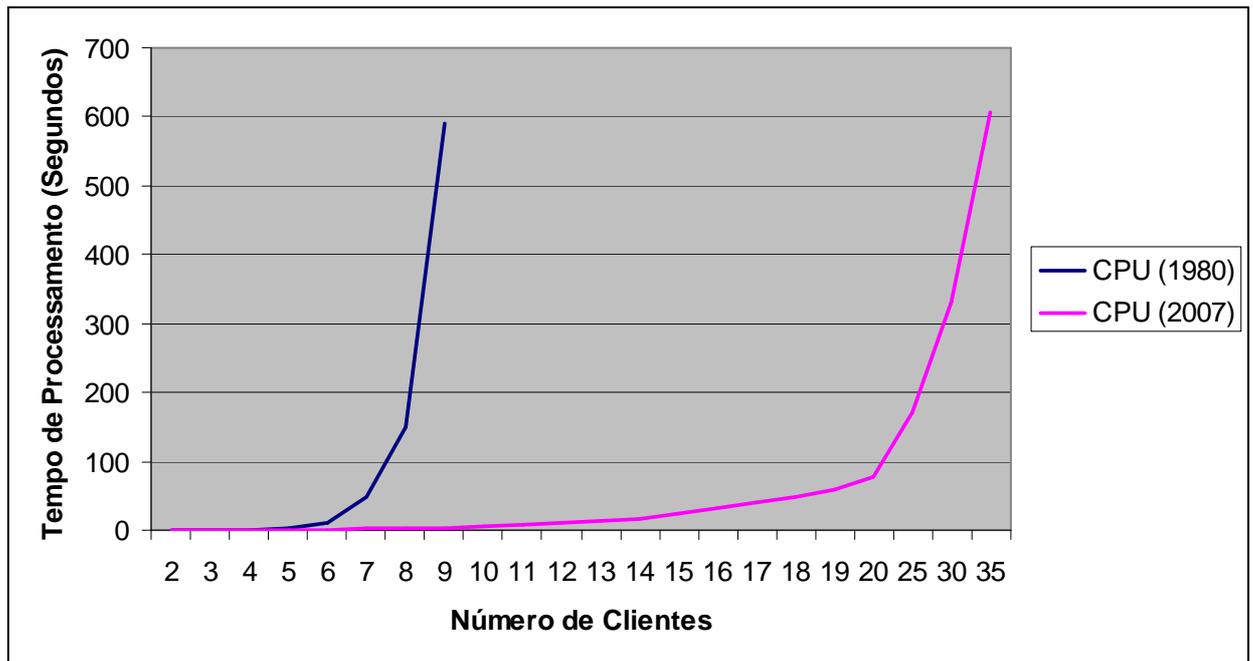


Figura 5.14: Comparativo entre os tempos computacionais de 1980 e 2007 para o algoritmo de Psaraftis (1980).

Para que se pudesse ter uma noção real de quanto a evolução computacional contribuiu para a solução de problemas de natureza combinatorial, o algoritmo foi executado para um número relativamente maior de clientes, se comparado com os testes originais, de nove para trinta e cinco clientes levando em consideração que o tempo para obtenção da solução foi praticamente o mesmo, cerca de dez minutos. Com isso conseguiu-se um incremento de vinte e seis clientes para o mesmo tempo de processamento. Como o algoritmo roteiriza $(2N + 1)$ pontos, onde N é o número de clientes, isso implica dizer que para nove clientes têm-se dezenove pontos. Para o caso de trinta e cinco clientes têm-se setenta e um pontos a serem roteirizados.

Os dados dispostos na Tabela 5.7 demonstram que de dois a cinco clientes o tempo necessário é de menos de um segundo, enquanto antes era de 2,7 segundos para os mesmos cinco clientes, segundo Psaraftis (1980). Para nove clientes o tempo era de aproximadamente dez minutos, com esse tempo é possível roteirizar trinta e cinco clientes. Um aumento de mais de 380% no número de clientes.

Obviamente, a tecnologia por si só não é capaz de resolver o problema de crescimento exponencial do tempo computacional, mas é sem dúvida uma peça importante para a solução de problemas com essa característica. Essa afirmação pode ser comprovada pela Figura 5.14 acima, que evidencia que a capacidade de processamento fornece condições suficientes para

ampliar o campo de soluções em um tempo computacional aceitável, “empurrando” o problema do crescimento exponencial para frente.

5.7 ALGORITMO DE FLOYD

Floyd (1962) desenvolveu um algoritmo para encontrar o caminho de menor custo entre todos os pares de vértices em um grafo. Os custos dos caminhos entre os vértices são representados em uma matriz sobre a qual é executado o algoritmo.

A matriz de custos é uma matriz bidimensional. Se o grafo possuir n vértices a matriz será de ordem $(n \times n)$. Cada linha na matriz representa o vértice de origem, enquanto as colunas representam o destino. Se houver um caminho partindo do vértice i e chegando ao vértice j do grafo, o custo desse caminho é registrado na posição $[i, j]$ da matriz de custos. Se o grafo for não direcionado o mesmo custo deverá ser registrado na posição $[j, i]$ da matriz. Se não houver nenhum caminho ligando diretamente os vértices i e j um valor infinito (ou muito grande) é inserido nessas coordenadas, especificando que é impossível mover-se diretamente do vértice i para o vértice j (Floyd, 1962).

O procedimento descrito acima pode ser resumido da seguinte forma: seja $C = [c_{ij}]$ a matriz de custos associada a um grafo $G(X, A)$, onde

$$c_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{para todo par } (x_i, x_i) \in A \\ \infty, & \text{para todo par } (x_i, x_j) \notin A, i \neq j \\ \text{custo associado ao arco } (x_i, x_j) \in A, i \neq j \end{cases}$$

Esse algoritmo ainda pode ser incrementado para registrar o trajeto correspondente ao mínimo custo entre dois pontos quaisquer. Hu (1969) [Christofides, 1975] sugere a inclusão de uma segunda matriz, a matriz de trajetos $\Theta = [\theta_{ij}]$. Essa matriz é iniciada tal que $\theta_{ij} = x_i$ para todo i e j . A entrada θ_{ij} é o nó predecessor do nó x_j no trajeto mínimo entre os nós x_i e x_j .

A matriz de trajetos é atualizada como segue:

$$\theta_{ij} = \begin{cases} \theta_{kj}, & \text{se } (c_{ik} + c_{kj}) < c_{ij} \\ \theta_{ij}, & \text{se } (c_{ik} + c_{kj}) \geq c_{ij} \end{cases}$$

O pseudocódigo apresentado na Figura 5.15 utiliza uma matriz de custos construída conforme procedimento acima e calcula o caminho de menor custo entre quaisquer pontos $[i, j]$ e fornece seu trajeto.

```

//definições
//matriz c: matriz de custos original
//matriz cust: matriz de custos para o Algoritmo de Floyd
//matriz traj: matriz de trajetos para o Algoritmo de Floyd

//inicialização da matriz de custos (cust) e de trajetos (traj)
para i = 1 até n faça:
    para j = 1 até n faça:
        cust[i, j] = c[i, j]
        traj[i, j] = i
    fim para
fim para

//execução do Algoritmo de Floyd
para k = 1 até n faça:
    para i = 1 até n faça:
        para j = 1 até n faça:
            novo_custo = cust[i, k] + cust[k, j]

            se novo_custo < cust[i, j] então faça:
                cust[i, j] = novo_custo
                traj[i, j] = traj[i, k];
            fim se
        fim para
    fim para
fim para

//impressão do mínimo custo do caminho de u (origem) até v (destino)
imprimir cust[u, v]

//impressão do caminho de u (origem) até v (destino)
w = u
imprimir w
enquanto w <> v faça:
    w = traj[w, v];
    imprimir w
fim enquanto

```

Figura 5.15: Pseudocódigo para o Algoritmo de Floyd

CAPÍTULO VI

6. ADAPTAÇÃO DO ALGORITMO DE PSARAFTIS PARA O CASO *DIAL-A-RIDE* ESTÁTICO E SUA IMPLEMENTAÇÃO

O presente capítulo trata da proposição de adaptação do algoritmo de PSARAFTIS (1980) para o atendimento da necessidade do estudo corrente. Consecutivamente, o processo de implementação do algoritmo também será explanado.

6.1 JUSTIFICATIVA PARA A ADAPTAÇÃO DO ALGORITMO

Este tópico retoma a discussão dos resultados obtidos no exemplo 3 para justificar a adaptação realizada com o propósito de solucionar a interferência causada na rota pelo algoritmo original: quando dois ou mais alunos possuem destinos em comum.

Depois de concluída a programação do algoritmo, os testes foram iniciados com os exemplos detalhados nos tópicos. Até a aplicação do algoritmo ao problema real, não foi possível identificar nenhuma anomalia que pudesse comprometer a validade dos resultados. Porém, quando o problema real foi submetido, identificou-se que eram produzidas rotas com anormalidades, aqui denominadas “rotas viciadas”.

A Figura 6.1 ilustra uma rota viciada. A anormalidade ocorrida na rota pode ser compreendida analisando-se o exemplo 3, apresentado anteriormente, no qual menciona-se que do Estágio 5 para o Estágio 6 não há acréscimo no custo total da função quando se avalia a transição do Estado 6 (Estágio 5) para o Estado 4 (Estágio 6). Portanto, sob o ponto de vista econômico, pode-se afirmar que uma rota viciada é infactível, embora seja válida por não violar nenhuma das restrições incluídas no modelo.

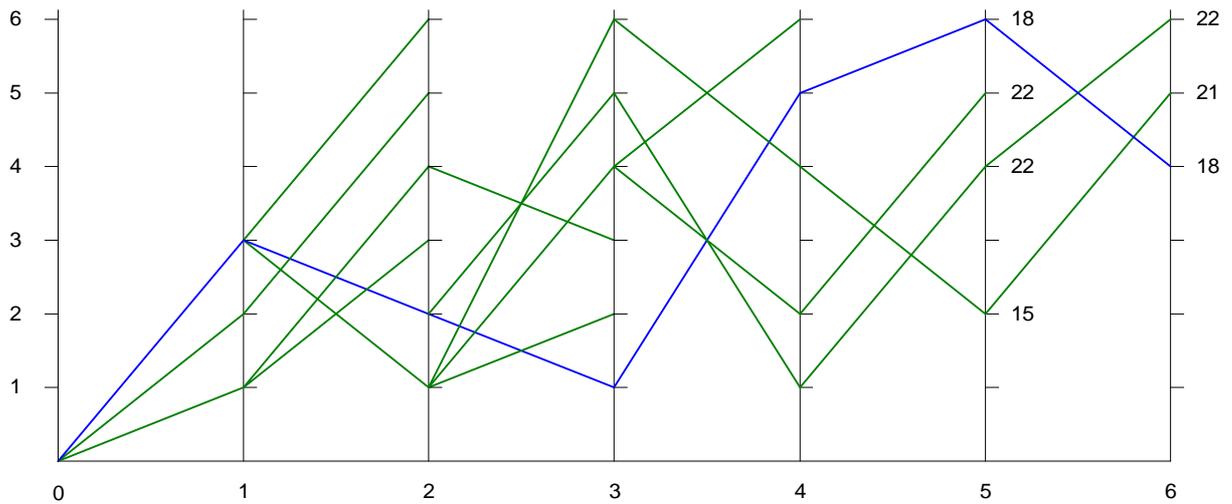


Figura 6.1: Exemplo de rota viciada

Tomar o exemplo 3 como estudo de caso para essa situação auxilia a compreensão do problema que se deseja salientar. Analisando o disposto acima, chega-se a conclusão de que a rota gerada pelo algoritmo original produzirá uma rota que é insatisfatória quando um número de clientes maior estiver envolvido na solução do problema, a exemplo do problema em estudo.

É válido recordar o propósito original do modelo desenvolvido por Psaraftis (1980) antes de apontar a situação que produz rotas indesejadas. Para atender aos clientes que solicitam um serviço de transporte do tipo *dial-a-ride* levou-se em consideração a existência de uma relação de um para um entre o ponto de coleta de um cliente e seu respectivo ponto de entrega. Essa relação determina que nenhum ponto de entrega se repita para clientes diferentes, ou seja, dois clientes nunca possuem o mesmo destino.

No contexto abordado, essa relação pode não existir em determinadas situações, o que torna algumas rotas viciadas. Quando dois ou mais alunos são entregues no mesmo colégio, esse tipo de rota se materializa já na determinação de quais estados são factíveis. Ao calcular o custo do Estado 6 (Estágio 5), a função objetivo determina que o valor é de 18 unidades. No Estágio 6, a função objetivo atribui o custo de 18 unidades para o Estado 4, 21 para o Estado 5 e 22 para o Estado 6. O problema ocorre justamente pelo fato de não ter havido acréscimo algum entre o Estado 6 do Estágio 5 e o Estado 4 do Estágio 6, conforme evidencia a Figura 6.1. Como o Estado 4 (Estágio 6) não sofre alteração e os demais sim, os estágios que se sucedem (em problemas maiores) têm origem neste estado em detrimento dos demais que sofreram acréscimo. O processo de recuperação da trajetória constrói a rota do Estágio 6 para

o Estágio 0 buscando sempre o menor custo total, que nesse caso é dado pelo Estado 4 (Estágio 6), produzindo uma rota viciada.

Essa é a grande diferença entre o contexto do problema trabalhado por Psaraftis (1980) e o abordado nesse trabalho. Diferença essa que motivou a adaptação do algoritmo com o propósito de proporcionar a adequação necessária ao problema. As adaptações serão discutidas em detalhes na próxima seção.

6.2 A ADAPTAÇÃO DO ALGORITMO

Primeiramente, uma ressalva com relação ao parâmetro *MPS* deve ser feita e, por conseguinte, será iniciada a discussão sobre o processo de adaptação do modelo matemático. Tanto nos três exemplos acadêmicos discutidos anteriormente quanto no problema real, foram omitidas as restrições (5.9) e (5.10). Essas restrições foram omitidas, pois Psaraftis (1980) ao descrever o mecanismo de funcionamento do parâmetro *MPS*, salienta que se $MPS \geq N - 1$ tal restrição torna-se supérflua e os clientes podem ser coletados e entregues da forma que melhor convier.

Mediante essa afirmação, o problema real foi analisado na busca de alguma situação que viesse a exigir que tal restrição fosse atendida. Como o planejamento das coletas e entregas dos alunos é feito previamente, antes do início das aulas, toda a demanda é conhecida e não há nenhuma cláusula que determine que os alunos que primeiro contratam o serviço serão necessariamente os primeiros a serem atendidos. Seguro disso, as restrições (5.9) e (5.10) foram excluídas da aplicação sem causar nenhuma perda à solução resultante, uma vez que o *MPS* seria maior ou igual a $(N - 1)$ tornando a restrição supérflua, pois na prática são realizadas tantas trocas quantas forem necessárias para se obter a rota de menor custo e também por questões de conveniência. Seria inviável atravessar a cidade nos horários de fluxo intenso de veículos para atender clientes em bairros distintos simplesmente para satisfazer a ordem de contratação do serviço de transporte escolar.

A adaptação realizada no modelo compreende a transformação de destinos em comum em apenas um ponto. A Figura 6.2 ilustra a relação entre origens e destinos para a qual o modelo foi proposto, uma relação de um para um. Mesmo quando dois ou mais alunos possuem o mesmo destino essa é a interpretação que o modelo faz dos pontos de entrega. A Figura 6.3 ilustra como o modelo adaptado “enxerga” os pontos de origem e destino, sendo capaz de discernir destinos em comum transformando-os em apenas um ponto a ser roteirizado.

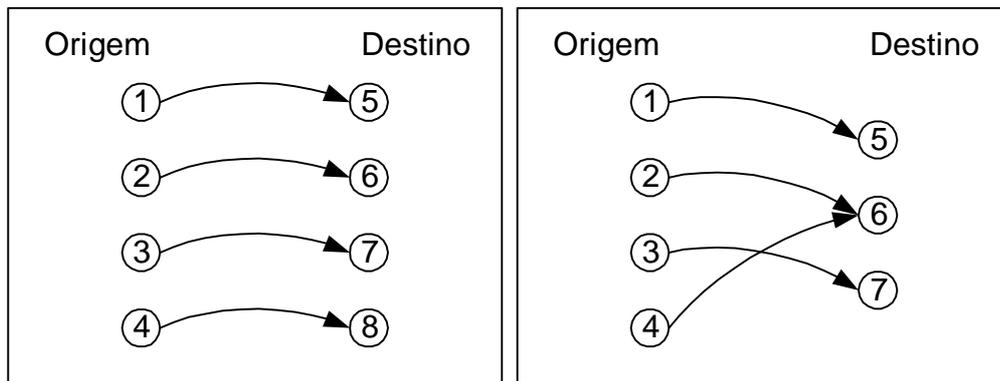


Figura 6.2: Origens x Destinos – Original Figura 6.3: Origens x Destinos – Adaptado

O modelo foi então alterado para roteirizar não $(2N + 1)$ pontos, mas sim, $(M + N + 1)$ pontos, onde M é o número de clientes a ser coletado e N , o número de destinos, sendo que não ocorre a repetição de nenhum ponto de entrega. A Tabela 6.1 compara o número total de pontos entre os dois algoritmos para um caso de quatro clientes.

Tabela 6.1: Comparação do número de nós entre o algoritmo e a adaptação proposta

Algoritmo Psaraftis				Algoritmo Psaraftis (Adaptado)			
Cod Aluno	Nó	Cod Colégio	Nó	Cod Aluno	Nó	Cod Colégio	Nó
1	1	1	5	1	1	1	5
2	2	2	6	2	2	2	6
3	3	3	7	3	3	3	7
4	4	2	8	4	4	2	6
Nº Pontos	4	Nº Pontos	4	Nº Pontos	4	Nº Pontos	3

Alterar o número de pontos a ser roteirizado repercute em todo o algoritmo. Entretanto, tal alteração pode ser facilmente explicada da seguinte forma: onde se lê a expressão $2N$ deve-se substituir pela expressão $(M + N)$ e onde se lê simplesmente N , deve-se substituir por M . Essa é a regra geral para a adaptação de todo o algoritmo, mas existem duas situações que serão apresentadas em detalhes.

A primeira refere-se à forma como é representada a situação de cada cliente. A representação anterior era dada por:

k_j : status do cliente $j(j = 1, \dots, N)$. Para k_j assume-se que:

$k_j = 3$: cliente j ainda não foi coletado;

$k_j = 2$: cliente j já se encontra no veículo;

$k_j = 1$: cliente j entregue.

A adaptação propõe a alteração da situação do cliente para k_j^i , onde i ($i = 1, 2, \dots, N$) é o ponto de destino do cliente j ($j = 1, 2, \dots, M$). Por meio dessa alteração é possível atualizar a situação de todos os clientes relacionados a um determinado ponto de entrega que está sendo visitado.

As condições de factibilidade (5.4), (5.5) e (5.6) que tratam, respectivamente, da inicialização da situação do cliente, da restrição de coleta e da restrição de entrega são, agora, dadas por:

i) Se $L = 0$, então $k_j^i = 3$ para todo i ($i = 1, \dots, N$) e j ($j = 1, \dots, M$). (5.4.a)

ii) Se $1 \leq L \leq M$, então $k_L^i = 2$ para i ($i = 1, \dots, N$) qualquer. (5.5.a)

iii) Se $M + 1 \leq L \leq M + N$, então $k_j^i = 1$ para todo $i = L - M$ e j qualquer. (5.6.a)

A restrição (5.4.a) inicializa a situação de todos os clientes com o valor três. A restrição (5.5.a), que trata da condição de coleta dos clientes, determina que se o ponto que está sendo visitado é um ponto de coleta, a situação do cliente deve ser igual a dois, independente de qual seja seu destino, por isso i pode assumir qualquer valor nessa restrição. Para a restrição (5.6.a), que trata da condição de entrega, a situação de todos os clientes que possuem o mesmo destino deverá possuir o valor 1. Desse modo, o estado de entrega dos clientes só será válido quando todos os clientes com o mesmo destino tiverem sido coletados.

A partir das alterações propostas foi possível implementar o algoritmo de Psaraftis para solucionar o problema abordado, assunto esse que será discutido na seção seguinte.

6.3 IMPLEMENTAÇÃO DO ALGORITMO DE PSARAFTIS ADAPTADO APLICADO AO PERÍODO MATUTINO

A solução do problema deu-se através da aplicação do algoritmo de Psaraftis adaptado, descrito na seção anterior.

A solução do problema para o período matutino foi estruturada em sete etapas: Algoritmo de Floyd, Seleção dos Alunos, Inicialização do Roteamento, Roteamento, Recuperação da Trajetória, Impressão dos Dados e Representação Gráfica da Rota Final.

6.3.1 Etapa 1: Algoritmo de Floyd

Esta é a etapa inicial para implementação do algoritmo de roteamento. No banco de dados constam todas as distâncias entre todos os pontos de demanda considerando-se cada coordenada geográfica. As informações previamente mapeadas no *Google Earth* formam a matriz de distâncias, sendo que cada latitude e longitude recebem um código único que as identifica. Essa informação será utilizada posteriormente na etapa final, a Impressão dos Dados. Em conjunto com a carga da matriz de distâncias, é realizada a inicialização da matriz de trajetos, conforme previsto no Algoritmo de Floyd.

Concluída a inicialização das matrizes base é executado o Algoritmo de Floyd sobre essas matrizes para cálculo da mínima distância entre todos os pares de pontos. A matriz de custos é uma matriz quadrada de dimensões de 385 linhas x 385 colunas, resultante do processo de elaboração do Plano de Circulação Viária da Cidade de Joinville que mapeou 385 interseções de ruas. Como os cálculos realizados pelo Algoritmo de Floyd sobre essa matriz são muito “pesados” computacionalmente, com um tempo estimado de cerca de 52 minutos, as matrizes de custos e trajetos são armazenadas na base de dados automaticamente após a atualização das mesmas.

Tendo em mente a necessidade de uma solução quase que instantânea foi implementado um parâmetro que determina se o Algoritmo de Floyd deverá ser executado para atualização das matrizes de custos e trajetos ou se é desejável que essas matrizes sejam carregadas a partir das informações previamente armazenadas no banco de dados. Quando a segunda opção é selecionada, o tempo de carga dos dados é de apenas 19 segundos, obtendo-se assim uma *performance* considerável na execução dessa etapa. A primeira opção deve ser utilizada quando alguma informação na malha viária for alterada, seja uma distância ou novos pontos mapeados, em suma, quando ocorrer alguma situação que venha a alterar as rotas deve-se executar o Algoritmo de Floyd parametrizando para atualização das matrizes de custos e trajetos.

6.3.2 Etapa 2: Seleção dos Alunos

Trata-se de uma etapa elementar que tem o propósito de determinar quais alunos devem ser atendidos no período matutino e em quais colégios esses alunos deverão ser entregues. Nessa mesma fase uma informação importante a ser utilizada na próxima etapa é armazenada internamente pelo programa: a chave (código) que identifica a latitude e a

longitude onde o aluno deve ser coletado e a chave (código) que identifica a latitude e a longitude onde o referido aluno deve ser entregue. Com base nesses códigos o algoritmo irá executar o processo de roteamento e será capaz de traçar o caminho exato a ser percorrido entre cada um dos pontos existentes na rota.

6.3.3 Etapa 3: Inicialização do Roteamento

A etapa de inicialização do processo de roteamento, como o próprio nome já diz, é a etapa que antecede o roteamento propriamente dito. Nessa etapa os dados são preparados para a execução do algoritmo de Psaraftis adaptado. O primeiro passo é a inicialização dos parâmetros de entrada do modelo, são eles: distância total (w_1), inconveniência total (w_2), constante de preferência (α) e capacidade (C). Para o caso matutino os parâmetros de entrada foram inicializados com os valores definidos na Tabela 6.2.

Tabela 6.2: Parâmetros aplicados para solução do período matutino

Capacidade	$C = 14$
Número de Clientes	$M = 13$
Número de Colégios	$N = 8$
Número Total de Pontos	$M + N + 1 = 22$
Peso Distância Total	$w_1 = 1$
Peso Inconveniência Total	$w_2 = 0$
Preferência do Cliente	$\alpha = 1$

Os parâmetros de entrada podem ser inicializados pelo usuário da forma que melhor lhe convier. Respeitadas as respectivas restrições de cada parâmetro é possível configurar uma infinidade de combinações ajustando o modelo de forma tal a deixá-lo o mais próximo da realidade possível. Essa proximidade com a realidade é que fará da solução um resultado viável na prática.

Uma vez inicializados os parâmetros de entrada do modelo, o programa determina qual o ponto de partida. No modelo matemático elaborado por Psaraftis (1980) o ponto de partida é representado por A . Informação esta que também foi armazenada no banco de dados para posterior recuperação.

Partindo da matriz de distâncias, calculada ou carregada na etapa 1, é feita a carga de uma outra matriz, chamada matriz de tempos. Foi adotada essa denominação, pois é o termo empregado por Psaraftis (1980) no algoritmo desenvolvido. Essa matriz é carregada da

seguinte forma: tem-se a matriz de distâncias, resultante do Algoritmo de Floyd, como base, a partir daí é extraída a distância a ser percorrida de um ponto a outro e armazenada na matriz de tempos. Os pontos para os quais é executado esse procedimento são: o ponto de partida (A), os pontos de coleta (M) e os pontos de entrega ($L - M$). Desse modo, para o caso matutino, de uma matriz de distâncias de dimensões de 385 linhas x 385 colunas obtém-se uma matriz de tempos nas dimensões 27 x 27 para o roteamento de 13 alunos. O processo descrito acima nada mais é do que obter a distância mínima entre dois pontos através da matriz de distâncias calculada pelo Algoritmo de Floyd.

6.3.4 Etapa 4: Roteamento

A essência de todo o trabalho concentra-se nesta etapa. Com a carga das matrizes de distâncias e trajetos, alimentação da matriz de tempos e inicialização dos parâmetros de entrada do modelo concluídos é executada a adaptação do algoritmo de Psaraftis para o problema de roteamento do tipo *dial-a-ride* estáticos.

Detalhes do funcionamento do algoritmo foram apresentados na seção 6.1 que descreve a adaptação realizada no modelo.

6.3.5 Etapa 5: Recuperação da Trajetória

Consecutiva ao processo de roteamento, essa etapa executa o processo de recuperação da trajetória aplicando o método *backward* (recuperação da trajetória) para obtenção da rota de mínimo custo.

O procedimento vai “de trás para frente”, ou seja, do último ponto de entrega ao ponto de partida, estágio a estágio. Em cada estágio identifica-se o estado de menor custo e procede-se para o estágio anterior efetuando a mesma verificação até que se chegue ao ponto de partida, o Estágio 0. Durante o processo de recuperação da trajetória determina-se também o custo total da rota final. Cabe observar que se trata de um custo relativo, pois se $w_2 = 1$ então o custo total não representa a distância percorrida e essa informação deve ser obtida na rota completa.

Entretanto, a recuperação da trajetória informa apenas o sequenciamento dos pontos de coleta e entrega, de modo que não é possível determinar qual percurso deve ser executado

entre um ponto e outro. Para isso foi construída uma sub-rotina que determina com precisão o caminho a ser executado pelo condutor para atendimento dos pontos.

A sub-rotina gera, portanto, a rota completa com o menor caminho entre um ponto de origem e o destino. Para chegar-se a esse nível de detalhe faz-se uso de todo o mapeamento do Plano de Circulação Viária da Cidade de Joinville efetuado na atividade de levantamento dos dados e posteriormente armazenado no banco de dados. O Algoritmo de Floyd permite não só a obtenção da mínima distância entre um par de pontos, mas também o trajeto executado para que aquele custo fosse obtido. Obtida a rota para atendimento dos pontos através da matriz de trajetos é possível passar os pontos da rota para o Algoritmo de Floyd e reproduzir através das coordenadas geográficas o caminho exato a ser executado pelo condutor do veículo.

6.3.6 Etapa 6: Impressão dos Dados

Nesta etapa 6 são agrupadas todas as informações relevantes ao usuário final. Gera-se um registro de toda a execução. Nesse arquivo constam dados técnicos irrelevantes ao usuário final, mas que para a análise mais detalhada tornam-se necessários. Inicialmente é apresentado o tempo de execução do Algoritmo de Floyd, que pode ser o processo de cálculo ou de leitura do banco de dados, de acordo com a opção selecionada. Em seguida, são listados os alunos selecionados para o processo de roteamento. Assim, como é informado o tempo de execução do Algoritmo de Floyd, o mesmo é feito para o Algoritmo de Psaraftis adaptado. Por conseguinte são listadas as informações mais importantes, que se referem à seqüência de atendimento dos pontos de coleta e entrega, seguido do detalhamento da rota a ser executada. Nessa última parte são apresentadas as coordenadas geográficas que separam um dado par de pontos, informando a distância a ser percorrida e que operação deverá ser realizada (coleta/entrega) e “quem” está sendo atendido.

O resultado da execução do algoritmo pode ser observado em detalhes no Anexo 10, em que poderão ser identificadas todas as informações relacionadas acima.

6.3.7 Etapa 7: Representação Gráfica da Rota Final

A representação gráfica da rota final consiste na transferência das coordenadas geográficas obtidas na etapa de impressão dos dados para o *software Google Earth*. Esse é um

processo realizado de forma manual, sem integração direta entre a saída dos dados e o *Google Earth*.

Assim que as coordenadas geográficas são registradas é possível traçar através desses nós a rota final gerada pela aplicação da adaptação do Algoritmo de Psaraftis (1980). Os resultados das etapas do processo de roteamento são apresentados e discutidos em detalhes no capítulo seguinte.

CAPÍTULO VII

7. APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS E CONSIDERAÇÕES FINAIS

7.1 APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Aqui são apresentadas as considerações e resultados obtidos a partir do desenvolvimento da pesquisa. Contudo, é importante lembrar alguns pontos relevantes que merecem ser ressaltados. O problema foi abordado no âmbito do algoritmo de Psaraftis, que apresentou duas configurações para os problemas de roteamento do tipo *dial-a-ride*: o caso estático e o dinâmico. No caso estático a demanda é conhecida previamente antes da definição de qualquer roteiro. Em contrapartida, no caso dinâmico, as rotas são reconfiguradas em tempo de execução para melhor atender a nova solicitação de transporte.

Neste trabalho, a aplicação dessa solução centraliza-se no caso estático, no qual a demanda de alunos a serem coletados/entregues é conhecida. Ocasionalmente ocorrem eventos não previstos que provocam alterações na rota como, por exemplo, um caso de doença em que o aluno não vai para a aula e o condutor do veículo não é comunicado em tempo hábil, de tal forma que seja possível excluir, temporariamente, esse aluno da rota. Situações como essa são consideradas exceções ao comportamento padrão, em que a demanda dos alunos é de conhecimento prévio do condutor.

Assim como no algoritmo original descrito no Capítulo V, o algoritmo adaptado preserva, em essência, a minimização da distância total percorrida e da inconveniência total (tempo de espera + tempo de viagem). No entanto, apesar de incluída no modelo programado computacionalmente, a inconveniência não foi aplicada na solução do problema, permanecendo neutra. Ou seja, apenas a minimização da distância (w_1) foi ativada no modelo.

A explicação para o parâmetro w_2 não ter sido ativado durante a geração do roteiro matutino é que tal inconveniência não é medida em termos de cliente; ora, esse controle não é feito individualmente para cada cliente, o que torna esse parâmetro falho ou, no mínimo, demasiado generalista, não garantindo o conforto dos clientes da forma esperada.

A justificativa para o comentário em questão é a apresentada a seguir. Para o algoritmo proposto por Psaraftis (1980) a função objetivo é dada por:

$$w_1.t(L, L') + w_2.[\alpha.x_3 + (2 - \alpha).x_2].t(L, L')$$

Recordando, x_3 controla o número de clientes não coletados e x_2 o número de clientes que estão no veículo. A função objetivo será manipulada por meio dos parâmetros de entrada da seguinte forma: $w_1 = 1$, $w_2 = 1$ e $\alpha = 0$. Tal parametrização anula a variável x_3 , que corresponde, na função objetivo, ao tempo de espera. Com efeito, o que se deseja é priorizar o tempo de viagem, pois apenas este fará parte da função objetivo. Logo, a função objetivo é reduzida a:

$$t(L, L') + 2.x_2.t(L, L')$$

A função objetivo irá minimizar a distância total e o tempo de viagem. Para ilustrar como a inconveniência influencia o custo será utilizada a Figura 7.1, apresentada a seguir.

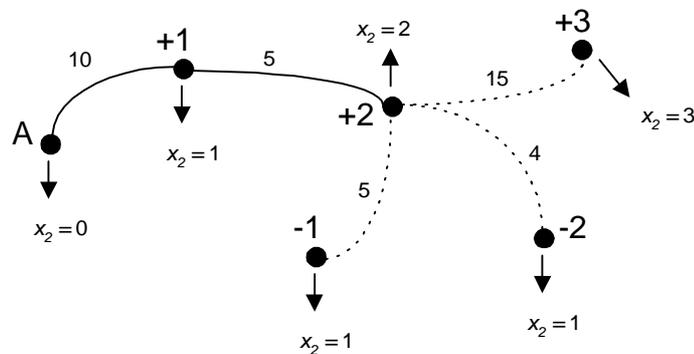


Figura 7.1: Ilustração de como a inconveniência atua na função objetivo.

Supondo que o veículo parta do ponto de origem A e faça a coleta do cliente 1 (+1), em seguida se dirija ao ponto de coleta do cliente 2 (+2), coletando-o, nesse instante o sistema tem três opções válidas, as linhas pontilhadas indicam tais possibilidades:

- 1) Coletar o cliente 3 (+3);
- 2) Entregar o cliente 2 (-2);
- 3) Ou, entregar o cliente 1 (-1).

Note que, a cada decisão, a variável x_2 é atualizada, no ponto $+2$ $x_2 = 2$, indicando que dois clientes foram coletados. Substituindo os valores na função objetivo tem-se um custo de $10 + 2.1.10 = 30$ no instante de coleta do cliente 1 e, para o cliente 2, o custo é de $30 + 5 + 2.2.5 = 55$.

Tomando as opções 2 e 3 para análise, as hipóteses são:

1) entregando cliente 2 (-2), tem-se:

$$\text{função objetivo: } 55 + 4 + 2.1.4 = 67$$

2) entregando cliente 1 (-1), tem-se:

$$\text{função objetivo: } 55 + 5 + 2.1.5 = 70$$

Observa-se que o cálculo da inconveniência considera apenas o tempo entre um nó e outro e não o tempo de viagem acumulado em que o cliente ficou viajando.

Presumindo que o cliente 1 esteja viajando há 5 minutos (do nó +1 ao nó +2) e o ponto atual seja o cliente 2, logo seu respectivo tempo de viagem será zero. Assim, entregar o cliente 2 implica um tempo de viagem de 4 minutos, caso opte-se por entregar o cliente 1, esse tempo sobe para 5 minutos. Se essas duas suposições forem submetidas ao algoritmo proposto por Psaraftis (1980) o resultado obtido é o demonstrado nas hipóteses 1 e 2, sendo que o algoritmo seleciona a hipótese 1 como melhor escolha, privilegiando o cliente 2 em detrimento do cliente 1, que está em viagem há mais tempo.

Concluindo essa idéia, a razão pela qual o parâmetro de inconveniência total não foi considerado na otimização é que este prioriza as entregas por minimizar a função objetivo, negligenciando o conforto dos clientes que estão em viagem há mais tempo. Diante disso, pode surgir o seguinte questionamento: Por que não ativar o parâmetro w_2 para reduzir a inconveniência total, mesmo que de forma mais abrangente? A resposta é: por aumentar o percurso sem produzir o efeito desejado, que seria a condição de proporcionar maior conforto aos clientes e reduzir o tempo para atendimento de sua solicitação.

A adaptação do Algoritmo de Psaraftis propôs a unificação dos locais de entrega comuns aos pontos de coleta como um único ponto, de tal forma que o problema de geração de rotas indesejadas fosse eliminado.

Para representar graficamente os resultados foi empregada a ferramenta *Google Earth*. Por meio dela foi representado o percurso atual e o otimizado, ambos para o período matutino.

Os resultados são apresentados e analisados na seção seguinte e, consecutivamente, serão expostas as vantagens obtidas com a adaptação realizada no algoritmo proposto por Psaraftis.

7.1.1 Apresentação dos Resultados Obtidos

O resultado imediato alcançado pelo processo de otimização da rota foi a redução da quilometragem percorrida para atender os pontos de demanda do período matutino. No trajeto atual percorre-se cerca de 29.694 metros, contra os 26.873 obtidos pelo processo de otimização.

Nota-se que na solução final apresentada não se inicia no ponto de partida, como seria o esperado, e sim na residência da aluna Ana Beatriz. Baseado na experiência de um profissional que atua na área de transporte escolar há quatro anos constatou-se que, caso o roteiro tivesse seu início no ponto de partida, não haveria tempo hábil para cumprir todas as janelas de tempo determinadas pelos colégios. Desse modo, definiu-se que a rota começa no ponto de coleta mais distante. E, em função disso, a solução adotada como final é apresentada na Figura 7.2.



Figura 7.2: Rota final obtida a partir do algoritmo adaptado
Fonte: *Google Earth* (2007)

A solução proposta inicia pela coleta dos alunos Ana Beatriz, Aline, Dayani e Caue. A aluna Ana Beatriz é então entregue no colégio José Navarro Lins, tornando a coletar os alunos

Bruna, Heloisa e Nikolas, quando são entregues as alunas Heloisa e Aline nos colégios C.E.I. Ponte Serrada e Tuffi Dippe, respectivamente. Após as essas entregas, são coletados os alunos Mateus (2), Eduardo, Mateus (1) e Djulia. O próximo ponto de parada é no colégio Max Colin, onde são entregues os alunos Mateus (1), Dayani e Djulia, o veículo parte então para a coleta do aluno Gabriel. O condutor encaminha-se para o Jardim Sementinha para entrega dos alunos Nikolas e Mateus (2) e, por conseguinte, do aluno Caue no jardim Educando com Amor. Parte então para o último ponto de coleta, o do aluno Yoran e finaliza a rota entregando os alunos Eduardo no C.E.I. Iririu e dos alunos Yoran, Bruna e Gabriel no colégio Santo Antônio.

A otimização do percurso produz resultados diretos que devem ser observados. A redução do roteiro matutino de 29.694 para 26.873 metros gera uma economia de 2.821 metros, ou seja, são quase três quilômetros que deixam de ser percorridos todas as manhãs, correspondendo a uma economia de 9,5%.

Projetando esse resultado ao longo de uma semana deixam de ser percorridos pouco mais de 14 quilômetros, para um mês são 56.420 metros e para um ano chega-se aos 677 quilômetros. Converter esses valores em cifras torna-se difícil, mas é possível demonstrar a economia obtida no consumo de combustível.

O consumo estimado do veículo utilizado é de dez quilômetros por litro. Considerando um preço de R\$1,94 por litro de óleo diesel, a economia é de R\$131,35 para um ano, abrangendo apenas o período matutino. Outros benefícios intangíveis ainda podem ser percebidos com a otimização como: redução do desgaste das peças mecânicas, pneus, manutenções, trocas de óleo e uma série de outras questões, principalmente, atreladas à mecânica veicular.

Retomando a análise no contexto nacional é desejável que estudo semelhante seja aplicado ao transporte escolar público, possibilitando a redução dos custos administrativos e buscando a redução imediata da terceirização de veículos que, conforme dito anteriormente, responde por 41% dos custos operacionais relativos ao transporte escolar público.

7.1.2 Vantagens da Adaptação do Algoritmo de Psaraftis

O algoritmo de Psaraftis exige um esforço computacional maior se comparado a algoritmos heurísticos. Porém, a adaptação proposta permitiu a redução do número de pontos a serem roteirizados quando comparada ao algoritmo original.

Para o estudo de caso do período matutino envolvendo 13 alunos, o algoritmo original gera 27 pontos para roteamento, com a adaptação esse mesmo número de alunos gera 22 pontos a serem roteirizados, uma diferença de cinco pontos.

A adaptação beneficiou-se de uma situação corriqueira no transporte escolar para, a partir daí, promover a redução do tempo computacional por meio da redução do número de pontos. É bem verdade que a motivação inicial era eliminar rotas viciadas, conforme apresentado no exemplo acadêmico 3. A proposta reduziu a necessidade de pontos para encontrar a solução final e com efeito teve-se uma redução no tempo computacional, tão problemática em algoritmos exatos que se propõem a resolver problemas classificados como *NP-hard*.

A Tabela 7.1, a seguir, mostra como a redução no número de pontos, resultante da adaptação, influencia diretamente no tempo computacional, demonstrando uma redução em torno de 50%. Conforme experimentos computacionais realizados no Capítulo V, na Tabela 5.7, o tempo computacional necessário para solucionar um problema com 13 clientes pelo algoritmo original é de cerca de 14 segundos, enquanto na adaptação proposta o tempo de solução do mesmo problema é de seis a sete segundos.

Tabela 7.1: Comparativo do tempo computacional entre o algoritmo original e o adaptado para o problema do transporte escolar aplicado ao período matutino

Algoritmo Psaraftis	Algoritmo Psaraftis (Adaptado)
Nr Pontos: $2 * 13 + 1 = 27$	Nr Pontos: $13 + 8 + 1 = 22$
Tempo Solução: 14 seg	Tempo Solução: 6 seg

A adaptação foi bem sucedida ao atender a proposta de não produzir rotas indesejadas e, além de produzir os resultados esperados, proporcionou uma redução significativa no esforço computacional necessário para se alcançar solução final.

7.2 CONSIDERAÇÕES FINAIS E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Nesta seção serão revistos alguns segmentos do trabalho, apresentando conclusões acerca dos pontos mais significativos e, por conseguinte, são acrescentadas sugestões para trabalhos futuros.

7.2.1 Considerações Finais

O *software Google Earth* revelou-se de importância imensurável para a pesquisa. A versão gratuita forneceu informações detalhadas como, a distância e a localização dos pontos de atendimento da demanda, que permitiram a construção do Plano de Circulação Viária da Cidade de Joinville, fazendo uso, portanto, da distância real em detrimento da distância euclidiana. Sendo que esta, a despeito de ser muito utilizada, não subsidia a mesma precisão no que tange à pesquisa.

Todavia, deve-se levar em consideração que o levantamento da malha viária de uma cidade não é de fácil obtenção. Trata-se de um processo moroso que, mesmo com o auxílio de uma ferramenta como o *Google Earth*, requer conhecimento geográfico da região. Em função desse tipo de alegação é que se deve ponderar entre a aplicação da distância euclidiana ou da distância real, avaliando se uma ou outra possui mais relevância, de acordo com os resultados que se deseja obter.

A distância real fornece dados concretos, como quilometragem e percurso. Contudo, demanda um trabalho de constante atualização da base de dados, que quando não ministrado, poderá invalidar as soluções obtidas a partir dessas informações. No caso do roteamento de veículos, pode produzir rotas irreais em consequência de alterações no sentido das ruas, vias interditadas para manutenção e uma série de outros fatores. Revela-se de suma importância quando se exige alta precisão da solução alcançada, mas requisita sobremaneira atenção à acuracidade dos dados.

A distância euclidiana tem sua obtenção mais facilitada que a distância real e é muito menos mutável o que confere maior estabilidade às informações em virtude dessa característica. Pode ser aplicada em situações nas quais pequenas variações entre a distância real e a distância euclidiana não influenciam diretamente os resultados, é o caso de pontos de demanda que não estejam relativamente próximos, suscetíveis a pequenas variações na distância real.

De posse das informações necessárias ao estudo, registradas na fase de levantamento de dados, iniciou-se a revisão da literatura com o propósito de contextualizar e classificar cientificamente os problemas de roteamento. Identificou-se que os problemas de roteamento no transporte escolar são tratados como uma combinação de problemas de roteamento e programação, e são determinados, mais precisamente, pela expressão *Dial-a-Ride Problems (DARP)*.

Bodin *et al.* (1983) produziram um dos trabalhos mais renomados sobre os problemas de roteamento de veículos (PRV's) e são referência básica a quem deseja solucionar problemas de otimização nessa área. O algoritmo de Psaraftis (1980) foi selecionado para ser aplicado ao problema em questão e merece grande consideração por ter sido desenvolvido para solucionar problemas especificamente do tipo *dial-a-ride*. Tal obra recebeu grande apreço em um dos trabalhos mais completos já realizados no campo dos PRV's.

O algoritmo proposto por Psaraftis foi aplicado ao problema em estudo revelando-se de fácil implementação pela aplicação da Programação Dinâmica. Nos testes realizados inicialmente, com exemplos de baixa complexidade, não ficou evidente uma situação que posteriormente tornar-se-ia um problema a ser resolvido, desencadeando a necessidade de adaptação do algoritmo.

No transporte escolar é comum que vários alunos sejam coletados e entregues num mesmo colégio. Contudo, o algoritmo proposto por Psaraftis não contempla essa realidade, o que exigiu a adaptação do algoritmo. A adaptação realizada modificou o algoritmo de modo que fosse capaz de produzir soluções finais levando-se em consideração uma questão real que até então não havia sido cogitada. Tal algoritmo produzia rotas aquém do seu potencial devido a clientes possuírem destinos em comum. Com a adaptação, esse problema foi resolvido permitindo ao algoritmo atingir a economia máxima. Essa adequação conferiu ao modelo proposto por Psaraftis (1980) mais robustez, aumentando o campo de ação do algoritmo por fazer uso de forma eficaz de uma situação real, fornecendo soluções mais interessantes no que se refere à redução de custos.

Os testes de esforço computacional demonstraram que a tecnologia computacional evoluiu bastante nesses 25 anos, quando Psaraftis apresentou os resultados dos primeiros testes. A adaptação produziu um efeito muito desejável quando o obstáculo que se deseja superar é o tempo computacional. Os resultados computacionais obtidos comprovam que para o caso em que 13 alunos precisam ter seu percurso de atendimento definido o esforço computacional para se obter a solução final foi reduzido em 50%, uma redução de 14 para sete segundos.

A pesquisa consolidou-se quando o algoritmo adaptado foi aplicado ao problema de roteirização para os 13 alunos do período matutino, alcançando uma economia de 9,5% por meio da redução de aproximadamente três quilômetros/dia na rota executada no período matutino, em relação ao roteiro que vinha sendo praticado até então. Outra questão é com relação ao trajeto a ser executado para atender todos os pontos de demanda. Como o percurso é conhecido em detalhes, isso possibilita ao condutor alterar o roteiro agregando à solução final, gerada pelo algoritmo, sua experiência profissional.

O processo de otimização dos roteiros não foi aplicado aos períodos vespertino e do meio-dia. Isso se deve ao fato de que o período vespertino segue a mesma idéia do período matutino, mas seria necessário adaptar o algoritmo para que mais de um aluno fosse coletado no mesmo ponto de coleta, pois ao término do turno letivo mais de um aluno é coletado no mesmo colégio. Em relação ao período do meio-dia, esse caracteriza um cenário diferente dos períodos matutino e vespertino. Nesse período um colégio pode ser ao mesmo tempo um ponto de coleta e de entrega uma vez que o retorno dos alunos que estudam no período matutino e a ida dos alunos que estudam no período vespertino entrelaçam-se.

A implementação computacional do processo de roteamento possibilitou automatizar o planejamento das rotas, possibilitando com isso a redução do tempo despendido nessa atividade.

Aplicar o Plano de Circulação Viária da Cidade de Joinville ao processo de roteamento possibilitou a aplicação do sentido das ruas promovendo maior assertividade nos roteiros definidos.

7.2.2 Sugestões para Trabalhos Futuros

Mesmo com o alcance dos objetivos propostos inicialmente e a implementação da adaptação de um algoritmo tornando-o mais robusto, a pesquisa não se dá por encerrada. Foram levantadas questões como a utilização de janelas de tempo que também podem ser aplicadas ao modelo inicial proposto por Psaraftis. O autor descreve em detalhes como deve ser realizado o processo de alteração no algoritmo a fim de contemplar as restrições de janela de tempo.

Assim, incrementar o algoritmo e buscar uma solução única, em termos, para as divergências que circundam os períodos vespertino e do meio-dia seria a sugestão para um trabalho futuro, mais aprofundado.

Outra análise pertinente seria a modificação do modelo proposto por Psaraftis (1980) para que seja subtraído o tempo de viagem acumulado ao calcular o custo de entrega de cada cliente. O tempo acumulado de cada cliente seria facilmente controlado por meio do uso de um vetor que registraria a informação atrelada a cada cliente.

Exemplificando o descrito acima, o raciocínio seria o seguinte: ao calcular o custo da entrega do cliente 2 (ponto -2) o resultado obtido foi 67, do qual seriam subtraídos 4 minutos, correspondentes ao tempo de viagem entre sua coleta e entrega, obtendo-se como novo resultado o valor 63. Aplicando o mesmo raciocínio para o cálculo do custo de entregar o cliente 1 (ponto -1) tem-se o valor obtido da função objetivo original igual a 70, que subtraindo 10 minutos (correspondentes ao tempo decorrido entre sua coleta e o ponto de entrega) obtém-se o custo de 60, portanto, menor que o custo para entregar o cliente 2, priorizando dessa forma a entrega dos clientes que estão há mais tempo em trânsito. Quando essa subtração não produz redução significativa no custo da função objetivo para entrega do cliente em questão não será sugerida e o algoritmo seleciona automaticamente outro percurso de menor custo. Contudo, essa é apenas uma hipótese que deve ser averiguada antes de ser considerada válida.

Como alternativa ao algoritmo aqui utilizado, sugere-se a aplicação de métodos meta-heurísticos como, por exemplo, Algoritmos Genéticos. Tal método tem sido aplicado em problemas de roteamento de veículos de forma bastante satisfatória.

Assim, com a finalidade de aprimorar o estudo vigente, foram sugeridas melhorias e outros trabalhos para enriquecer o ferramental disponível atualmente sobre as questões em voga na presente pesquisa. Desse modo, espera-se contribuir para o desenvolvimento do campo de pesquisa em evidência.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARENALES, M.; ARMENTANO, V.; MORABITO, R. e YANASSE, H. **Pesquisa Operacional**. Rio de Janeiro: Campus, 2007.

BALLOU, R. H. **Gerenciamento da Cadeia de Suprimentos/Logística Empresarial**. 5 ed. Porto Alegre: Bookman, 2006.

BODIN, L. e GOLDEN, B. **Classification in Vehicle Routing and Scheduling**. Networks, vol 11, nr 2, págs. 97-108, 1981.

BODIN, L.; GOLDEN, B.; ASSAD, A.; BALL, M. **Routing and Scheduling of Vehicles and Crews – The State of the Art**. Journal of Computer and Operational Research, vol. 10, nr 2, 1983.

CHRISTOFIDES, N.. **Graph Theory an Algorithmic Approach**. New York: Academic Press, 1975.

CLARKE, G. e WRIGHT, J.W. **Scheduling of Vehicles from a Central Depot to a Number of Delivery Points**. Operations Research, vol 12, nr 4, págs. 568-581, 1964.

CORDEIRO, T. **E se o Brasil tivesse uma malha ferroviária decente?** Super Interessante, São Paulo, edição 244, págs. 58-59, out/2007.

CULLEN, F., JARVIS, J. e RATLIFF, H. **Set partitioning based heuristics for interactive routing**. Networks, vol 11, nr 2, págs. 125-144, 1981.

DESROSIERS, J.; DUMAS, Y.; SOLOMON, M. e SOUMIS, F. **Time constrained routing and scheduling**. Network Routing. In: Ball, M.; T.L.Magnanti; C.L.Monna e G.L.Nemhauser

(eds.) *Handbooks in Operations Research and Management Science*. North Holland, Amsterdam, Países Baixos, 1995.

FLOYD, R. W. **Algorithm 97: shortest path**. *Communications for the Association for Computing Machinery*, vol 5, nr 6, pág 345, 1962.

GOLDBARG, M. C.; LUNA, H. P. L. **Otimização Combinatória e Programação Linear**. Rio de Janeiro: Campus, 2000.

GOLDBERG, D. E. **Genetic Algorithms in Search Optimization and Machine Learning**. New York: Addison Wesley, 1989.

GREFENSTETTE, J. J., GOPAL, R., ROSMAITA, B. J. e VAN GUCHT, D. **Genetic Algorithms for the Traveling Salesman Problem**. *Proceedings of an Internacional Conference on Genetic Algorithms and their Applications*, págs. 160-168, 1985.

HOLLAND, J. L. **Information Processing in Adaptive Systems**, em Yovits, M. C., Jacobi, G. T. e Goldstein, G. D. (eds), *Selforganizing Systems*, 215-230, Washington: Spartan Books, 1962.

HOLLAND, J. L. **Robust Algorithms for Adaptation Set in a General Formal Framework**. *Proceedings of the IEEE Symposium an Adaptive Processes Decision and Control*, XVII, 5.15.5, 1970.

Mapa do Transporte Escolar Brasileiro – 1º Levantamento Nacional do Transporte Escolar. INEP (Instituto Nacional de Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira), Sinopse Estatística 2004.

KIRKPATRICK, S.; GELATT Jr., C. D. e VECCHI, M. P. **Optimization by Simulated Annealing**. *Science*, vol 220, nr 4598, págs. 671-680, 1983.

KOLEN, A.W.J.; RINNOOY KAN, A.H.G. e TRIENEKENS, H.W.J.M.. **Vehicle routing with time windows**. *Operations Research*, vol 35, nr 2, págs. 266-273, 1987.

LENSTRA, J.K. e RINNOOY KAN, A.H.G. **Complexity of vehicle and scheduling problems**. Networks, vol 11, nr 2, págs. 221-227, 1981.

LIN, S., KERNIGHAN, S.. **An effective heuristic algorithm for the traveling salesman problem**. Operations Research, vol 21, nr 2, págs. 498-516 , 1973.

LIN, S.. **Computer solutions of the traveling salesman problem**. Bell System Technical Journal, vol 44, págs. 2245-2269, 1965.

Mapa do Transporte Escolar - 1º Levantamento Nacional do Transporte Escolar - Sinopse Estatística 2004, publicado pelo INEP (Instituto Nacional de Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira), 2004.

MCLAUGHLIN, F. S., PICKHARDT, R. C. **Quantitative techniques for Management Decisions**. Boston: Houghton Mifflin, 1979.

OLIVEIRA, H. C. B. de; SOUZA, M. M. de; ALVARENGA, G. B.; SILVA, R. M. de A. **Adaptação do Algoritmo Genético no Tratamento do Problema de Roteamento de Veículos com Janela de Tempo**. INFOCOMP Journal of Computer Science, vol. 3, nr 2, págs. 51-58, 2004.

PSARAFTIS, H. N. **A Dynamic Programming Solution to the Single Vehicle Many-to-Many Immediate Request Dial-a-Ride Problem**. Transportation Science, vol 14, nr 2, págs. 130-154, 1980.

PSARAFTIS, H. N. **An Exact Algorithm for the Single Vehicle Many-to-Many Dial-a-Ride Problem with Time Windows**. Transportation Science, vol 17, nr 4, págs. 351-357, 1983.

PUCCINI, A. de L. **Introdução a Programação Linear**. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 1977.

SOLOMON, M.M. **Algorithms for the vehicle routing and scheduling problems with time window constraints**. Operations Research, vol 35, nr 2, págs. 254-265, 1987.

SOLOMON, M.M. e DESROSIERS, J. **Time window constrained routing and scheduling problems**. Transportation Science, vol 22, nr 1, págs. 1-13, 1988.

ZAMBONI, L. V. de S. **Técnicas de Roteirização de Veículos Aplicadas ao Transporte Escolar**. 1997. 104 f. Dissertação (Mestrado em Métodos Numéricos em Engenharia) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba.

ANEXOS

ANEXO 1: Total de Alunos Transportados pelos Municípios em Novembro de 2004, por Dependência Administrativa da Escola que o Aluno Frequentava, Localização de Origem e de Destino, Segundo a Região Geográfica e Unidade de Federação

Unidade de Federação	Alunos Transportados															
	Total	Sub-Total			Federal			Estadual			Municipal			Privada		
		Urbana para Urbana	Urbana para Rural	Rural para Rural	Urbana para Urbana	Urbana para Rural	Rural para Rural	Urbana para Urbana	Urbana para Rural	Rural para Rural	Urbana para Urbana	Urbana para Rural	Rural para Rural	Urbana para Urbana	Urbana para Rural	Rural para Rural
Brasil⁽¹⁾	5.798.798	1.375.486	2.330.518	2.091.791	33.221	10.854	2.353	429.837	982.215	770.713	834.604	1.310.313	1.306.244	78.824	27.139	12.482
Norte	198.670	33.607	43.368	120.695	6.200	7.108	142	3.913	15.556	15.158	24.380	20.642	105.389	114	62	6
Rondônia	31.677	2.548	7.681	21.448	60	-	-	480	4.319	2.104	2.008	3.331	19.344	-	31	-
Acre	1.886	123	346	1.417	12	-	-	76	222	73	20	124	1.343	15	-	1
Amazonas	27.872	8.033	3.492	16.347	135	37	-	1.505	1.232	314	6.393	2.223	16.033	-	-	-
Roraima	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Pará	97.543	12.901	25.519	58.123	5.910	7.022	142	1.305	6.996	11.177	6.664	11.497	46.799	22	4	5
Amapá	1.576	-	-	1.576	-	-	-	-	-	951	-	-	625	-	-	-
Tocantins	38.116	10.002	6.330	21.784	83	49	-	547	2.787	539	9.295	3.467	21.245	77	27	-
Nordeste	2.427.134	221.906	1.555.142	650.086	7.145	919	487	49.886	602.733	196.822	159.658	945.199	450.920	5.217	6.291	1.857
Maranhão	49.843	1.586	19.791	28.466	181	-	-	454	4.998	1.864	911	14.718	26.565	40	75	37
Piauí	37.091	1.764	12.564	22.763	90	-	-	740	3.550	1.078	934	9.008	21.649	-	6	36
Ceará	739.896	57.594	479.983	202.319	831	48	-	28.682	417.172	75.617	27.722	62.056	126.519	359	707	183
R. G. do Norte	33.661	3.849	19.273	10.539	852	114	-	1.362	7.868	2.560	1.612	11.172	7.949	23	119	30
Paraíba	380.683	19.059	191.521	170.103	972	346	97	6.544	94.756	80.493	10.855	95.039	88.689	688	1.380	824
Pernambuco	732.533	15.098	672.764	44.671	2.276	214	25	5.030	30.152	9.710	6.300	641.983	34.677	1.492	415	259
Alagoas	41.881	8.155	14.479	19.247	251	83	15	563	542	2.741	6.211	13.553	16.326	1.130	301	165
Sergipe	58.513	11.009	27.701	19.803	1.100	31	350	2.721	7.490	5.909	6.587	17.860	13.308	601	2.320	236
Bahia	353.033	103.792	117.066	132.175	592	83	-	3.790	36.205	16.850	98.526	79.810	115.238	884	968	87
Sudeste	1.613.566	634.776	366.784	612.003	12.674	474	768	174.473	188.003	237.137	406.357	168.710	370.110	41.272	9.600	3.989
Minas Gerais	697.941	221.933	170.292	305.716	2.367	394	241	46.240	91.613	84.406	159.449	72.466	219.840	13.877	5.819	1.229
Espírito Santo	54.988	10.403	14.224	30.361	-	-	240	1.952	6.879	14.336	7.769	7.144	15.441	682	201	345
Rio de Janeiro	126.568	56.368	32.576	37.621	1.110	28	287	15.736	10.131	4.832	36.825	21.592	31.868	2.697	828	634
São Paulo	734.069	346.072	149.692	238.305	9.197	52	-	110.545	79.380	133.563	202.314	67.508	102.961	24.016	2.752	1.781
Sul	1.229.727	352.466	284.216	593.045	4.730	1.402	611	178.446	145.372	285.670	144.789	127.787	300.525	24.501	9.655	6.239
Paraná	581.965	188.006	127.546	266.413	1.790	784	295	109.734	70.617	141.211	71.571	53.177	120.648	4.911	2.968	4.259
Santa Catarina	270.222	97.376	74.680	98.166	1.367	413	268	48.289	29.748	45.390	34.973	42.772	51.941	12.747	1.747	567
R. G. do Sul	377.540	67.084	81.990	228.466	1.573	205	48	20.423	45.007	99.069	38.245	31.838	127.936	6.843	4.940	1.413
Centro-Oeste	329.701	132.731	81.008	115.962	2.472	951	345	23.119	30.551	35.926	99.420	47.975	79.300	7.720	1.531	391
M. G. do Sul	49.210	9.272	14.495	25.443	282	72	75	5.145	5.476	8.471	3.309	8.725	16.789	536	222	108
Mato Grosso	165.953	88.842	24.367	52.744	344	62	94	1.968	8.418	15.170	86.057	15.192	37.355	473	695	125
Goiás	114.538	34.617	42.146	37.775	1.846	817	176	16.006	16.657	12.285	10.054	24.058	25.156	6.711	614	158

Fonte: MEC/Inep/Fnde (2004)
Nota (1): Exceto o Distrito Federal

ANEXO 2: Número de Veículos e de Quilômetros Rodados em Novembro de 2004, por Tempo de Uso do Veículo, Localização de Origem e de Destino, Segundo a Região Geográfica e Unidade de Federação.

Unidade de Federação	Total de Veículos e Quilômetros rodados														
	Número de Veículos	Quilômetros rodados				Veículos com até sete anos de uso				Veículos com mais de sete anos de uso					
		Total	Urbana para Urbana	Urbana para Rural	Rural para Rural	Número de Veículos	Total	Urbana para Urbana	Urbana para Rural	Rural para Rural	Número de Veículos	Total	Urbana para Urbana	Urbana para Rural	Rural para Rural
Brasil⁽¹⁾	51.363	112.035.582	11.943.547	52.687.400	47.404.635	19.876	37.962.145	7.508.279	14.876.469	15.577.397	31.487	74.073.437	4.435.268	37.810.931	31.827.238
Norte	2.820	3.517.916	125.923	931.845	2.460.148	1.511	967.185	75.806	311.354	580.025	1.309	2.550.731	50.117	620.491	1.880.123
Rondônia	485	1.884.856	8.035	365.456	1.511.365	119	68.890	3.310	37.574	28.006	366	1.815.966	4.725	327.882	1.483.359
Acre	44	114.132	6.936	14.700	92.496	23	77.166	6.144	4.480	66.542	21	36.966	792	10.220	25.954
Amazonas	554	368.497	25.110	48.630	294.757	320	107.113	4.510	2.500	100.103	234	261.384	20.600	46.130	194.654
Roraima	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Pará	1.355	566.080	70.314	138.540	357.226	864	413.226	53.994	105.880	253.352	491	152.854	16.320	32.660	103.874
Amapá	23	15.288	-	-	15.288	7	15.288	-	-	15.288	16	-	-	-	-
Tocantins	359	569.063	15.528	364.519	189.016	178	285.502	7.848	160.920	116.734	181	283.561	7.680	203.599	72.282
Nordeste	12.607	20.175.912	1.366.039	10.199.707	8.610.166	3.656	4.546.816	808.339	2.364.756	1.373.721	8.951	15.629.096	557.700	7.834.951	7.236.445
Maranhão	524	378.616	15.396	180.791	182.429	168	137.573	8.916	79.092	49.565	356	241.043	6.480	101.699	132.864
Piauí	544	2.784.972	29.015	1.232.651	1.523.306	164	104.541	16.300	56.244	31.997	380	2.680.431	12.715	1.176.407	1.491.309
Ceará	2.958	3.812.151	213.477	1.941.687	1.656.987	948	932.850	139.025	587.285	206.540	2.010	2.879.301	74.452	1.354.402	1.450.447
R. G. do Norte	740	1.103.366	82.498	832.432	188.436	197	201.186	30.440	113.979	56.767	543	902.180	52.058	718.453	131.669
Paraíba	1.101	991.614	276.331	584.952	130.331	279	171.088	62.310	93.446	15.332	822	820.526	214.021	491.506	114.999
Pernambuco	2.621	2.833.633	401.715	1.371.648	1.060.270	685	844.782	297.348	252.314	295.120	1.936	1.988.851	104.367	1.119.334	765.150
Alagoas	378	847.385	156.874	491.949	198.562	141	417.462	141.000	177.410	99.052	237	429.923	15.874	314.539	99.510
Sergipe	460	582.454	88.375	316.781	177.298	213	399.041	77.840	191.819	129.382	247	183.413	10.535	124.962	47.916
Bahia	3.281	6.841.721	102.358	3.246.816	3.492.547	861	1.338.293	35.160	813.167	489.966	2.420	5.503.428	67.198	2.433.649	3.002.581
Sudeste	19.111	38.216.005	7.342.386	14.139.580	16.734.039	8.184	16.256.816	5.433.208	4.763.628	6.059.980	10.927	21.959.189	1.909.178	9.375.952	10.674.059
Minas Gerais	6.888	15.524.813	1.297.576	6.569.701	7.657.536	2.697	5.577.322	588.982	1.959.908	3.028.432	4.191	9.947.491	708.594	4.609.793	4.629.104
Espírito Santo	882	4.220.569	91.616	2.347.680	1.781.273	238	183.768	68.021	65.319	50.428	644	4.036.801	23.595	2.282.361	1.730.845
Rio de Janeiro	1.711	1.844.271	409.767	765.829	668.675	814	1.040.067	229.641	437.649	372.777	897	804.204	180.126	328.180	295.898
São Paulo	9.630	16.626.352	5.543.427	4.456.370	6.626.555	4.435	9.455.659	4.546.564	2.300.752	2.608.343	5.195	7.170.693	996.863	2.155.618	4.018.212
Sul	12.283	27.625.740	2.532.952	11.561.136	13.531.652	4.736	7.468.512	980.510	2.492.582	3.995.420	7.547	20.157.228	1.552.442	9.068.554	9.536.232
Paraná	4.334	10.141.404	868.398	5.334.115	3.938.891	1.018	1.969.723	364.311	787.767	817.645	3.316	8.171.681	504.087	4.546.348	3.121.246
Santa Catarina	2.762	5.825.979	719.832	2.411.949	2.694.198	1.448	2.599.530	325.650	639.888	1.633.992	1.314	3.226.449	394.182	1.772.061	1.060.206
R. G. do Sul	5.187	11.658.357	944.722	3.815.072	6.898.563	2.270	2.899.259	290.549	1.064.927	1.543.783	2.917	8.759.098	654.173	2.750.145	5.354.780
Centro-Oeste	4.542	22.500.009	576.247	15.855.132	6.068.630	1.789	8.722.816	210.416	4.944.149	3.568.251	2.753	13.777.193	365.831	10.910.983	2.500.379
M. G. do Sul	719	1.561.169	97.467	985.587	478.115	163	200.556	22.828	87.751	89.977	556	1.360.613	74.639	897.836	388.138
Mato Grosso	913	9.986.086	115.585	5.734.173	4.136.328	231	3.447.582	35.209	271.137	3.141.236	682	6.538.504	80.376	5.463.036	995.092
Goiás	2.910	10.952.754	363.195	9.135.372	1.454.187	1.395	5.074.678	152.379	4.585.261	337.038	1.515	5.878.076	210.816	4.550.111	1.117.149

Fonte: MEC/Inep/Fnde (2004)

Nota (1): Exceto o Distrito Federal

ANEXO 3: Custo Operacional Mensal em Novembro de 2004, e Custo Anual do Transporte Escolar, por Tipo de Despesa, Segundo a Região Geográfica e Unidade de Federação.

Unidade de Federação	Custos Operacionais												
	Total	Custos Mensais								Custos Anuais			
		Gasolina	Óleo Diesel	Terceirização de Veículos	Manutenção de Veículos	Salário dos Servidores	Encargos Sociais	Passes Escolares	Outros	Total	IPVA	Seguro	Outras
Brasil⁽¹⁾	350.943.821	19.256.690	47.604.640	143.320.147	20.364.732	14.691.660	4.968.038	8.802.276	91.935.651	18.905.183	1.021.953	4.858.110	13.025.120
Norte	14.876.230	773.503	2.972.085	5.594.438	1.082.600	517.658	163.225	91.260	3.681.467	325.803	38.883	96.131	190.789
Rondônia	7.088.122	216.408	1.117.563	3.521.878	555.022	309.693	88.469	12.155	1.266.936	67.970	26.390	41.218	362
Acre	101.825	3.715	36.999	34.606	18.764	6.105	1.639	0	0	3.056	0	2.735	321
Amazonas	652.134	67.315	117.889	87.353	100.736	70.228	50.025	0	158.587	6.888	0	6.888	0
Roraima	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Pará	4.363.292	108.089	477.160	1.308.986	229.462	85.892	12.075	25.585	2.116.044	17.576	1.499	14.137	1.939
Amapá	49.647	5.636	1.553	11.310	3.471	560	118	27.000	0	1.609	0	1.203	406
Tocantins	2.621.210	372.340	1.220.921	630.305	175.145	45.180	10.899	26.520	139.900	228.704	10.994	29.950	187.761
Nordeste	65.523.709	1.977.482	7.008.813	29.098.868	1.924.464	2.095.495	990.303	226.526	22.201.762	2.033.813	381.342	625.323	1.027.152
Maranhão	1.475.744	31.073	236.874	880.650	134.576	46.095	58.214	18.657	69.606	155.558	63.502	50.637	41.419
Piauí	4.710.006	304.319	248.391	3.856.610	50.457	173.803	73.153	230	3.045	473.876	28.000	69.133	376.744
Ceará	9.486.403	63.640	2.111.592	6.532.404	198.241	302.048	60.491	3.435	214.554	316.907	2.490	137.263	177.154
R. G. do Norte	2.418.825	42.411	1.016.129	891.005	134.637	132.776	162.535	766	38.566	301.195	48.800	26.449	225.947
Paraíba	21.480.385	459.035	982.759	2.471.446	253.732	891.714	181.814	925	16.238.961	192.772	6.551	137.730	48.491
Pernambuco	6.249.842	134.652	319.368	5.075.666	179.776	95.733	104.223	76.785	263.638	90.318	44.687	43.954	1.678
Alagoas	950.165	84.703	201.177	412.398	173.412	40.313	6.743	1.312	30.106	55.786	12.697	37.585	5.504
Sergipe	3.099.121	122.603	102.719	2.766.780	49.746	43.499	13.774	0	0	16.678	120	5.495	11.063
Bahia	15.653.218	735.046	1.789.804	6.211.909	749.887	369.514	329.356	124.416	5.343.286	430.723	174.495	117.077	139.152
Sudeste	158.769.075	11.049.183	16.632.308	60.343.437	7.439.062	5.978.437	2.025.382	5.501.869	49.799.398	5.645.940	205.589	2.178.573	3.261.776
Minas Gerais	74.913.637	6.023.610	7.990.192	26.916.353	3.506.171	2.112.030	1.058.780	1.438.013	25.868.486	2.376.135	133.737	942.810	1.299.588
Espírito Santo	3.941.425	64.423	354.302	1.660.136	248.220	103.441	19.661	105.329	1.385.914	78.507	13.304	57.474	7.729
Rio de Janeiro	8.967.641	809.114	445.567	4.598.459	407.794	366.651	117.904	818.721	1.403.432	222.165	9.431	205.713	7.020
São Paulo	70.946.372	4.152.036	7.842.247	27.168.489	3.276.877	3.396.315	829.037	3.139.806	21.141.566	2.969.133	49.117	972.576	1.947.439
Sul	86.221.614	4.227.399	17.955.310	35.600.180	6.963.815	4.983.899	1.431.230	2.785.949	12.273.831	9.151.361	326.729	1.694.165	7.130.467
Paraná	32.592.511	1.229.976	4.185.544	17.188.148	2.796.791	1.839.912	592.896	543.536	4.215.708	3.799.480	171.238	752.161	2.876.081
Santa Catarina	21.369.733	1.031.264	8.969.024	5.571.905	1.386.348	992.752	466.654	716.043	2.235.743	2.681.110	42.743	366.436	2.271.931
R. G. do Sul	32.259.370	1.966.159	4.800.742	12.840.127	2.780.676	2.151.235	371.680	1.526.370	5.822.380	2.670.771	112.748	575.568	1.982.455
Centro-Oeste	25.553.193	1.229.123	3.036.124	12.683.224	2.954.791	1.116.171	357.898	196.672	3.979.193	1.748.266	69.410	263.918	1.414.936
M. G. do Sul	8.401.104	144.685	872.428	3.767.291	1.686.305	431.313	152.548	62.972	1.283.563	136.491	12.887	58.841	64.762
Mato Grosso	7.815.057	519.683	1.100.254	3.245.930	872.400	420.169	173.674	120.210	1.362.739	201.708	18.785	163.610	19.313
Goiás	9.337.032	564.755	1.063.442	5.670.003	396.086	264.689	31.676	13.490	1.332.891	1.410.067	37.738	41.467	1.330.861

Fonte: MEC/Inep/Fnde (2004)

Nota (1): Exceto o Distrito Federal

ANEXO 4: Medidas Estatísticas do Custo por Aluno Transportado em Novembro de 2004, segundo a Região Geográfica e Unidade de Federação

Unidade de Federação	Número de Municípios	Custo por Aluno Transportado							
		Custo Médio	Quartis			Mínimo	Máximo	Desvio Padrão	Coeficiente de Variação
			25%	50%	75%				
Brasil⁽¹⁾	2.648	71,30	44,97	62,00	83,60	13,12	435,64	44,18	0,62
Norte	140	72,48	49,43	64,92	90,00	13,12	239,37	37,29	0,51
Rondônia	24	69,63	47,45	72,17	89,00	31,09	129,14	25,28	0,36
Acre	8	46,01	34,65	48,57	59,06	20,41	63,10	15,75	0,34
Amazonas	15	61,49	37,97	58,02	64,00	13,13	221,35	48,26	0,78
Roraima	1	64,00	64,00	64,00	64,00	64,00	64,00	0,00	0,00
Pará	52	65,98	45,06	60,81	85,00	20,24	173,00	28,87	0,44
Amapá	2	116,17	81,17	116,17	151,16	81,17	151,16	49,49	0,43
Tocantins	38	91,01	65,09	80,82	97,41	35,22	239,37	44,29	0,49
Nordeste	683	62,70	39,59	60,00	75,00	16,69	367,44	36,11	0,58
Maranhão	88	64,32	42,62	60,00	71,75	2,00	231,50	38,12	0,59
Piauí	55	66,08	38,48	60,00	86,00	26,47	209,00	37,16	0,56
Ceará	106	62,39	38,00	58,69	77,83	21,00	287,59	35,24	0,56
R. G. do Norte	55	61,69	39,59	55,87	80,00	22,20	185,30	27,65	0,45
Paraíba	87	63,50	43,10	60,00	72,54	20,00	209,50	32,60	0,51
Pernambuco	70	52,07	34,32	44,94	63,00	22,08	133,65	23,63	0,45
Alagoas	30	53,89	30,44	45,56	63,00	20,86	132,85	27,09	0,50
Sergipe	33	77,38	49,64	66,02	80,10	23,35	367,44	62,25	0,80
Bahia	159	64,05	40,33	61,11	75,04	16,69	356,63	37,54	0,59
Sudeste	870	77,54	49,95	65,25	90,00	18,57	356,24	47,88	0,62
Minas Gerais	456	74,42	48,04	64,00	87,51	20,00	326,40	44,73	0,60
Espírito Santo	37	61,56	41,31	50,76	70,00	25,00	217,86	36,32	0,59
Rio de Janeiro	57	66,28	50,96	64,00	80,00	18,57	169,76	30,29	0,46
São Paulo	320	85,83	52,64	70,86	99,00	22,77	356,24	54,29	0,63
Sul	774	66,99	43,00	57,42	77,00	17,61	348,35	41,37	0,62
Paraná	246	63,98	41,81	55,69	78,10	17,61	220,29	34,16	0,53
Santa Catarina	176	65,79	40,21	56,75	72,97	22,00	348,35	49,23	0,75
R. G. do Sul	352	69,00	44,97	60,07	78,72	20,00	329,00	41,63	0,60
Centro-Oeste	181	91,29	61,90	80,00	101,36	22,00	435,64	57,65	0,63
M. G. do Sul	40	101,59	62,63	80,10	111,36	30,00	435,53	75,32	0,74
Mato Grosso	58	95,23	65,00	85,47	98,88	22,00	435,64	62,84	0,66
Goiás	83	83,56	55,00	70,00	101,00	24,00	257,07	41,57	0,50

Fonte: MEC/Inep/Fnde (2004)

Nota (1): Exceto o Distrito Federal

ANEXO 5: RESOLUÇÃO COMPLETA DO EXEMPLO ACADÊMICO 1

=== Recuperação da Trajetória =====

=> MELHOR ROTA (pontos seqüenciais): 0 -> 3 -> 2 -> 5 -> 6 -> 1 -> 4
=> MELHOR ROTA (coletas e entregas): 0 -> +3 -> +2 -> -2 -> -3 -> +1 -> -1
=> CUSTO TOTAL ROTA: 53,00

=== Solução do Problema =====

ESTÁGIO ==> 0

ESTADO (local) ==> 0

Estágio	Est	Aval	Est	Orig	[Situação]	Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições
0		0		0	3 3 3	Sim	0,00	Sim	3	0	0	0		

ESTÁGIO ==> 1

ESTADO (local) ==> 1

Estágio	Est	Aval	Est	Orig	[Situação]	Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições
1		1		0	2 3 3	Sim	20,00	Sim	2	1	0	1		

ESTADO (local) ==> 2

Estágio	Est	Aval	Est	Orig	[Situação]	Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições
1		2		0	3 2 3	Sim	32,00	Sim	2	1	0	1		

ESTADO (local) ==> 3

Estágio	Est	Aval	Est	Orig	[Situação]	Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições
1		3		0	3 3 2	Sim	4,00	Sim	2	1	0	1		

ESTADO (local) ==> 4

Estágio	Est	Aval	Est	Orig	[Situação]	Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições
1		4		0	2 3 3	Não	0,00	Não	2	1	0	1	Restrição (6) entrega	

ESTADO (local) ==> 5

Estágio	Est	Aval	Est	Orig	[Situação]	Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições
1		5		0	3 2 3	Não	0,00	Não	2	1	0	1	Restrição (6) entrega	

ESTADO (local) ==> 6

Estágio	Est	Aval	Est	Orig	[Situação]	Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições
1		6		0	3 3 2	Não	0,00	Não	2	1	0	1	Restrição (6) entrega	

ESTÁGIO ==> 2

ESTADO (local) ==> 1

Estágio	Est	Aval	Est	Orig	[Situação]	Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições
2		1		1	1 3 3	Não	0,00	Não	2	0	1	0	Restrição (5) coleta	
2		1		2	2 2 3	Sim	48,00	Não	1	2	0	2		
2		1		3	2 3 2	Sim	28,00	Sim	1	2	0	2		

ESTADO (local) ==> 2

Estágio	Est	Aval	Est	Orig	[Situação]	Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições
2		2		1	2 2 3	Sim	36,00	Não	1	2	0	2		
2		2		2	3 1 3	Não	0,00	Não	2	0	1	0	Restrição (5) coleta	
2		2		3	3 2 2	Sim	20,00	Sim	1	2	0	2		

ESTADO (local) ==> 3

Estágio	Est	Aval	Est	Orig	[Situação]	Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições
2		3		1	2 3 2	Sim	44,00	Sim	1	2	0	2		

2	3	2	3	2	2	Sim	48,00	Não	1	2	0	2		
2	3	3	3	3	1	Não	0,00	Não	2	0	1	0	Restrição (5)	coleta
ESTADO (local) ==> 4														
Estágio	Est	Aval	Est	Orig	[Situação]	Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições
2		4		1	1	3	3	Sim	35,00	Sim	2	0	1	0
2		4		2	2	2	3	Não	0,00	Não	1	2	0	2 Restrição (6) entrega
2		4		3	2	3	2	Não	0,00	Não	1	2	0	2 Restrição (6) entrega
ESTADO (local) ==> 5														
Estágio	Est	Aval	Est	Orig	[Situação]	Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições
2		5		1	2	2	3	Não	0,00	Não	1	2	0	2 Restrição (6) entrega
2		5		2	3	1	3	Sim	50,00	Sim	2	0	1	0
2		5		3	3	2	2	Não	0,00	Não	1	2	0	2 Restrição (6) entrega
ESTADO (local) ==> 6														
Estágio	Est	Aval	Est	Orig	[Situação]	Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições
2		6		1	2	3	2	Não	0,00	Não	1	2	0	2 Restrição (6) entrega
2		6		2	3	2	2	Não	0,00	Não	1	2	0	2 Restrição (6) entrega
2		6		3	3	3	1	Sim	25,00	Sim	2	0	1	0

ESTÁGIO ==> 3

ESTADO (local) ==> 1														
Estágio	Est	Aval	Est	Orig	[Situação]	Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições
3		1		1	1	3	2	Não	0,00	Não	1	1	1	1 Restrição (5) coleta
3		1		2	2	2	2	Sim	36,00	Não	0	3	0	3
3		1		3	1	3	2	Não	0,00	Não	1	1	1	1 Restrição (5) coleta
3		1		4	0	3	3	Não	0,00	Não	2	0	0	0 Restrição (5) coleta
3		1		5	2	1	3	Sim	71,00	Não	1	1	1	1
3		1		6	2	3	1	Sim	34,00	Sim	1	1	1	1
ESTADO (local) ==> 2														
Estágio	Est	Aval	Est	Orig	[Situação]	Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições
3		2		1	2	2	2	Sim	44,00	Sim	0	3	0	3
3		2		2	3	1	2	Não	0,00	Não	1	1	1	1 Restrição (5) coleta
3		2		3	2	2	2	Sim	60,00	Não	0	3	0	3
3		2		4	1	2	3	Sim	50,00	Não	1	1	1	1
3		2		5	3	0	3	Não	0,00	Não	2	0	0	0 Restrição (5) coleta
3		2		6	3	2	1	Sim	49,00	Não	1	1	1	1
ESTADO (local) ==> 3														
Estágio	Est	Aval	Est	Orig	[Situação]	Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições
3		3		1	2	3	1	Não	0,00	Não	1	1	1	1 Restrição (5) coleta
3		3		2	3	2	1	Não	0,00	Não	1	1	1	1 Restrição (5) coleta
3		3		3	2	3	1	Não	0,00	Não	1	1	1	1 Restrição (5) coleta
3		3		4	1	3	2	Sim	44,00	Sim	1	1	1	1
3		3		5	3	1	2	Sim	56,00	Não	1	1	1	1
3		3		6	3	3	0	Não	0,00	Não	2	0	0	0 Restrição (5) coleta
ESTADO (local) ==> 4														
Estágio	Est	Aval	Est	Orig	[Situação]	Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições
3		4		1	1	3	2	Sim	43,00	Sim	1	1	1	1
3		4		2	2	2	2	Não	0,00	Não	0	3	0	3 Restrição (6) entrega
3		4		3	1	3	2	Sim	53,00	Não	1	1	1	1
3		4		4	0	3	3	Não	0,00	Não	2	0	0	0 Restrição (6) entrega
3		4		5	2	1	3	Não	0,00	Não	1	1	1	1 Restrição (6) entrega
3		4		6	2	3	1	Não	0,00	Não	1	1	1	1 Restrição (6) entrega
ESTADO (local) ==> 5														
Estágio	Est	Aval	Est	Orig	[Situação]	Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições

3	5	1	2	2	2	Não	0,00	Não	0	3	0	3	Restrição (6)	entrega
3	5	2	3	1	2	Sim	38,00	Sim	1	1	1	1		
3	5	3	2	2	2	Não	0,00	Não	0	3	0	3	Restrição (6)	entrega
3	5	4	1	2	3	Não	0,00	Não	1	1	1	1	Restrição (6)	entrega
3	5	5	3	0	3	Não	0,00	Não	2	0	0	0	Restrição (6)	entrega
3	5	6	3	2	1	Não	0,00	Não	1	1	1	1	Restrição (6)	entrega

ESTADO (local) ==> 6

Estágio	Est	Aval	Est	Orig	[Situação]	Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições	
3		6		1	2	3	1	Sim	37,00	Sim	1	1	1	1	
3		6		2	3	2	1	Sim	44,00	Não	1	1	1	1	
3		6		3	2	3	1	Sim	65,00	Não	1	1	1	1	
3		6		4	1	3	2	Não	0,00	Não	1	1	1	1	Restrição (6) entrega
3		6		5	3	1	2	Não	0,00	Não	1	1	1	1	Restrição (6) entrega
3		6		6	3	3	0	Não	0,00	Não	2	0	0	0	Restrição (6) entrega

ESTÁGIO ==> 4

ESTADO (local) ==> 1

Estágio	Est	Aval	Est	Orig	[Situação]	Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições	
4		1		1	1	3	1	Não	0,00	Não	1	0	2	0	Restrição (5) coleta
4		1		2	1	2	2	Não	0,00	Não	0	2	1	2	Restrição (5) coleta
4		1		3	0	3	2	Não	0,00	Não	1	1	0	1	Restrição (5) coleta
4		1		4	0	3	2	Não	0,00	Não	1	1	0	1	Restrição (5) coleta
4		1		5	2	1	2	Sim	59,00	Sim	0	2	1	2	
4		1		6	1	3	1	Não	0,00	Não	1	0	2	0	Restrição (5) coleta

ESTADO (local) ==> 2

Estágio	Est	Aval	Est	Orig	[Situação]	Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições	
4		2		1	2	2	1	Sim	46,00	Sim	0	2	1	2	
4		2		2	1	2	2	Não	0,00	Não	0	2	1	2	Restrição (5) coleta
4		2		3	1	2	2	Sim	56,00	Não	0	2	1	2	
4		2		4	1	2	2	Sim	58,00	Não	0	2	1	2	
4		2		5	3	0	2	Não	0,00	Não	1	1	0	1	Restrição (5) coleta
4		2		6	2	2	1	Sim	61,00	Não	0	2	1	2	

ESTADO (local) ==> 3

Estágio	Est	Aval	Est	Orig	[Situação]	Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições	
4		3		1	2	3	0	Não	0,00	Não	1	1	0	1	Restrição (5) coleta
4		3		2	2	2	1	Não	0,00	Não	0	2	1	2	Restrição (5) coleta
4		3		3	1	3	1	Não	0,00	Não	1	0	2	0	Restrição (5) coleta
4		3		4	1	3	1	Não	0,00	Não	1	0	2	0	Restrição (5) coleta
4		3		5	3	1	1	Não	0,00	Não	1	0	2	0	Restrição (5) coleta
4		3		6	2	3	0	Não	0,00	Não	1	1	0	1	Restrição (5) coleta

ESTADO (local) ==> 4

Estágio	Est	Aval	Est	Orig	[Situação]	Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições	
4		4		1	1	3	1	Sim	44,00	Sim	1	0	2	0	
4		4		2	1	2	2	Sim	59,00	Não	0	2	1	2	
4		4		3	0	3	2	Não	0,00	Não	1	1	0	1	Restrição (6) entrega
4		4		4	0	3	2	Não	0,00	Não	1	1	0	1	Restrição (6) entrega
4		4		5	2	1	2	Não	0,00	Não	0	2	1	2	Restrição (6) entrega
4		4		6	1	3	1	Sim	47,00	Não	1	0	2	0	

ESTADO (local) ==> 5

Estágio	Est	Aval	Est	Orig	[Situação]	Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições	
4		5		1	2	2	1	Não	0,00	Não	0	2	1	2	Restrição (6) entrega
4		5		2	2	1	2	Sim	62,00	Sim	0	2	1	2	
4		5		3	1	2	2	Não	0,00	Não	0	2	1	2	Restrição (6) entrega

4	5	4	1	2	2	Não	0,00	Não	0	2	1	2	Restrição (6)	entrega
4	5	5	3	0	2	Não	0,00	Não	1	1	0	1	Restrição (6)	entrega
4	5	6	2	2	1	Não	0,00	Não	0	2	1	2	Restrição (6)	entrega
ESTADO (local) ==> 6														
Estágio	Est Aval	Est Orig	[Situação]			Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições
4	6	1	2	3	0	Não	0,00	Não	1	1	0	1	Restrição (6)	entrega
4	6	2	2	2	1	Sim	68,00	Não	0	2	1	2		
4	6	3	1	3	1	Sim	58,00	Não	1	0	2	0		
4	6	4	1	3	1	Sim	53,00	Não	1	0	2	0		
4	6	5	3	1	1	Sim	42,00	Sim	1	0	2	0		
4	6	6	2	3	0	Não	0,00	Não	1	1	0	1	Restrição (6)	entrega

ESTÁGIO ==> 5

ESTADO (local) ==> 1														
Estágio	Est Aval	Est Orig	[Situação]			Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições
5	1	1	1	1	2	Não	0,00	Não	0	1	2	1	Restrição (5)	coleta
5	1	2	1	2	1	Não	0,00	Não	0	1	2	1	Restrição (5)	coleta
5	1	4	0	3	1	Não	0,00	Não	1	0	1	0	Restrição (5)	coleta
5	1	5	1	1	2	Não	0,00	Não	0	1	2	1	Restrição (5)	coleta
5	1	6	2	1	1	Sim	48,00	Sim	0	1	2	1		
ESTADO (local) ==> 2														
Estágio	Est Aval	Est Orig	[Situação]			Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições
5	2	1	2	0	2	Não	0,00	Não	0	2	0	2	Restrição (5)	coleta
5	2	2	2	1	1	Não	0,00	Não	0	1	2	1	Restrição (5)	coleta
5	2	4	1	2	1	Sim	54,00	Sim	0	1	2	1		
5	2	5	2	0	2	Não	0,00	Não	0	2	0	2	Restrição (5)	coleta
5	2	6	3	0	1	Não	0,00	Não	1	0	1	0	Restrição (5)	coleta
ESTADO (local) ==> 3														
Estágio	Est Aval	Est Orig	[Situação]			Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições
5	3	1	2	1	1	Não	0,00	Não	0	1	2	1	Restrição (5)	coleta
5	3	2	2	2	0	Não	0,00	Não	0	2	0	2	Restrição (5)	coleta
5	3	4	1	3	0	Não	0,00	Não	1	0	1	0	Restrição (5)	coleta
5	3	5	2	1	1	Não	0,00	Não	0	1	2	1	Restrição (5)	coleta
5	3	6	3	1	0	Não	0,00	Não	1	0	1	0	Restrição (5)	coleta
ESTADO (local) ==> 4														
Estágio	Est Aval	Est Orig	[Situação]			Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições
5	4	1	1	1	2	Sim	69,00	Não	0	1	2	1		
5	4	2	1	2	1	Sim	56,00	Sim	0	1	2	1		
5	4	4	0	3	1	Não	0,00	Não	1	0	1	0	Restrição (6)	entrega
5	4	5	1	1	2	Sim	78,00	Não	0	1	2	1		
5	4	6	2	1	1	Não	0,00	Não	0	1	2	1	Restrição (6)	entrega
ESTADO (local) ==> 5														
Estágio	Est Aval	Est Orig	[Situação]			Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições
5	5	1	2	0	2	Não	0,00	Não	0	2	0	2	Restrição (6)	entrega
5	5	2	2	1	1	Sim	58,00	Sim	0	1	2	1		
5	5	4	1	2	1	Não	0,00	Não	0	1	2	1	Restrição (6)	entrega
5	5	5	2	0	2	Não	0,00	Não	0	2	0	2	Restrição (6)	entrega
5	5	6	3	0	1	Não	0,00	Não	1	0	1	0	Restrição (6)	entrega
ESTADO (local) ==> 6														
Estágio	Est Aval	Est Orig	[Situação]			Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições
5	6	1	2	1	1	Sim	65,00	Sim	0	1	2	1		
5	6	2	2	2	0	Não	0,00	Não	0	2	0	2	Restrição (6)	entrega
5	6	4	1	3	0	Não	0,00	Não	1	0	1	0	Restrição (6)	entrega

5	6	5	2	1	1	Sim	66,00	Não	0	1	2	1	
5	6	6	3	1	0	Não	0,00	Não	1	0	1	0	Restrição (6) entrega

ESTÁGIO ==> 6

ESTADO (local) ==> 1

Estágio	Est	Aval	Est	Orig	[Situação]	Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições
6		1		1	1	1	Não	0,00	Não	0	0	3	0	Restrição (5) coleta
6		1		2	0	2	Não	0,00	Não	0	1	1	1	Restrição (5) coleta
6		1		4	0	2	Não	0,00	Não	0	1	1	1	Restrição (5) coleta
6		1		5	1	1	Não	0,00	Não	0	0	3	0	Restrição (5) coleta
6		1		6	1	1	Não	0,00	Não	0	0	3	0	Restrição (5) coleta

ESTADO (local) ==> 2

Estágio	Est	Aval	Est	Orig	[Situação]	Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições
6		2		1	2	0	Não	0,00	Não	0	1	1	1	Restrição (5) coleta
6		2		2	1	1	Não	0,00	Não	0	0	3	0	Restrição (5) coleta
6		2		4	1	1	Não	0,00	Não	0	0	3	0	Restrição (5) coleta
6		2		5	2	0	Não	0,00	Não	0	1	1	1	Restrição (5) coleta
6		2		6	2	0	Não	0,00	Não	0	1	1	1	Restrição (5) coleta

ESTADO (local) ==> 3

Estágio	Est	Aval	Est	Orig	[Situação]	Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições
6		3		1	2	1	Não	0,00	Não	0	1	1	1	Restrição (5) coleta
6		3		2	1	2	Não	0,00	Não	0	1	1	1	Restrição (5) coleta
6		3		4	1	2	Não	0,00	Não	0	1	1	1	Restrição (5) coleta
6		3		5	2	1	Não	0,00	Não	0	1	1	1	Restrição (5) coleta
6		3		6	2	1	Não	0,00	Não	0	1	1	1	Restrição (5) coleta

ESTADO (local) ==> 4

Estágio	Est	Aval	Est	Orig	[Situação]	Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições
6		4		1	1	1	Sim	53,00	Sim	0	0	3	0	
6		4		2	0	2	Não	0,00	Não	0	1	1	1	Restrição (6) entrega
6		4		4	0	2	Não	0,00	Não	0	1	1	1	Restrição (6) entrega
6		4		5	1	1	Sim	66,00	Não	0	0	3	0	
6		4		6	1	1	Sim	70,00	Não	0	0	3	0	

ESTADO (local) ==> 5

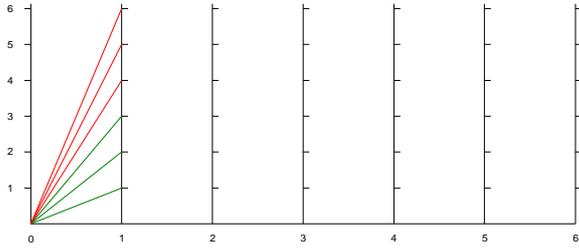
Estágio	Est	Aval	Est	Orig	[Situação]	Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições
6		5		1	2	0	Não	0,00	Não	0	1	1	1	Restrição (6) entrega
6		5		2	1	1	Sim	60,00	Sim	0	0	3	0	
6		5		4	1	1	Sim	64,00	Não	0	0	3	0	
6		5		5	2	0	Não	0,00	Não	0	1	1	1	Restrição (6) entrega
6		5		6	2	0	Não	0,00	Não	0	1	1	1	Restrição (6) entrega

ESTADO (local) ==> 6

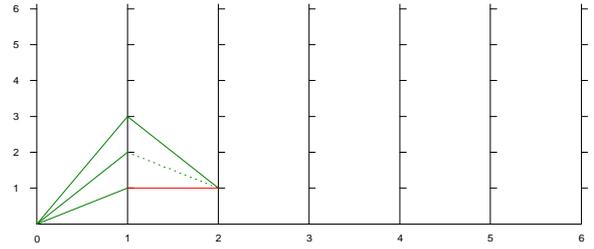
Estágio	Est	Aval	Est	Orig	[Situação]	Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições
6		6		1	2	1	Não	0,00	Não	0	1	1	1	Restrição (6) entrega
6		6		2	1	2	Não	0,00	Não	0	1	1	1	Restrição (6) entrega
6		6		4	1	2	Não	0,00	Não	0	1	1	1	Restrição (6) entrega
6		6		5	2	1	Não	0,00	Não	0	1	1	1	Restrição (6) entrega
6		6		6	2	1	Não	0,00	Não	0	1	1	1	Restrição (6) entrega

=====

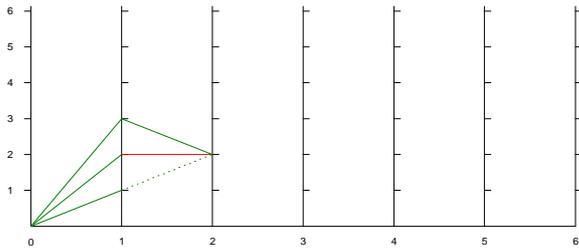
ANEXO 6: REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DO EXEMPLO ACADÊMICO 1



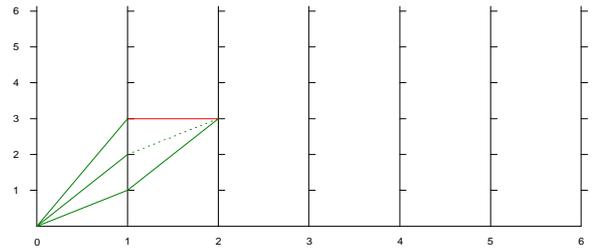
Estágio 1/Estados 1 a 6



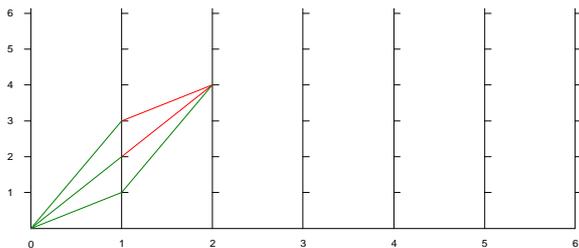
Estágio 2/Estado 1



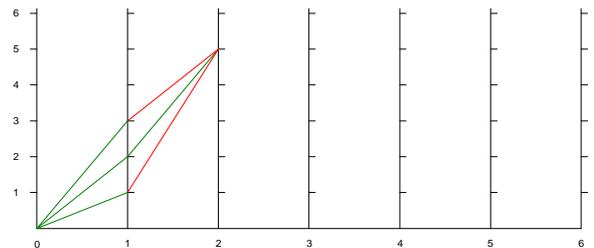
Estágio 2/Estado 2



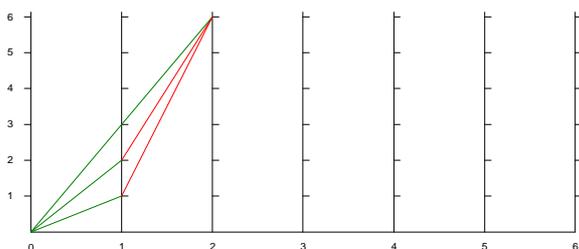
Estágio 2/Estado 3



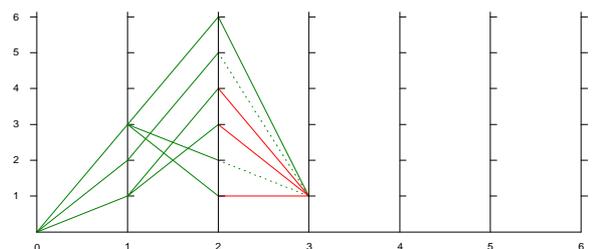
Estágio 2/Estado 4



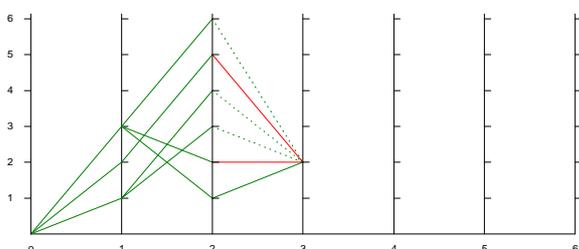
Estágio 2/Estado 5



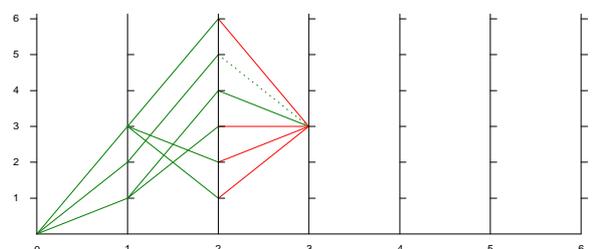
Estágio 2/Estado 6



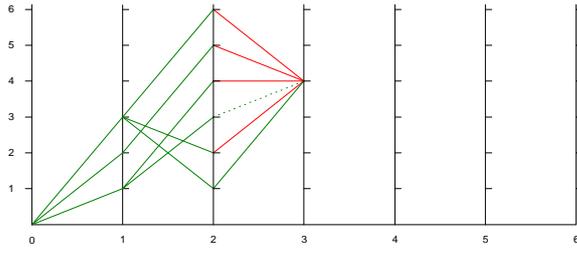
Estágio 3/Estado 1



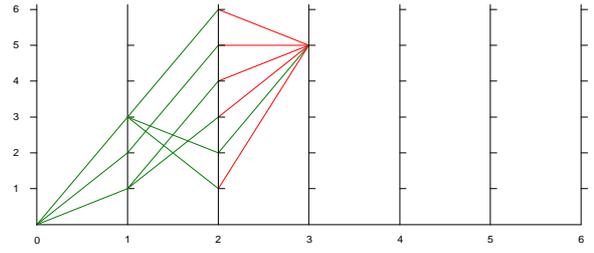
Estágio 3/Estado 2



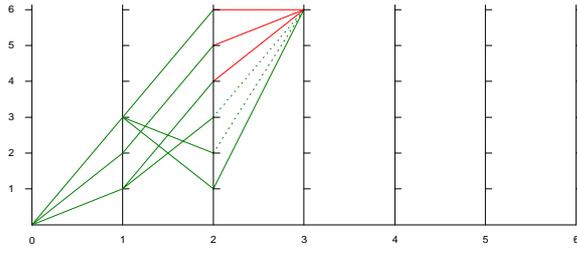
Estágio 3/Estado 3



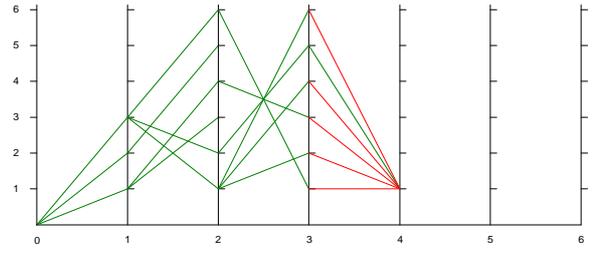
Estágio 3/Estado 4



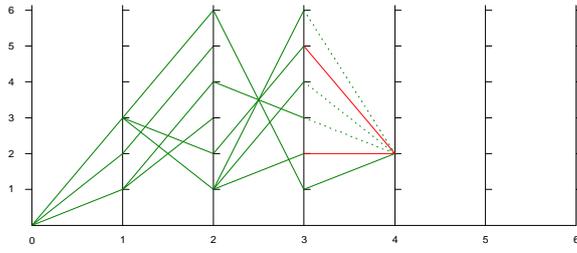
Estágio 3/Estado 5



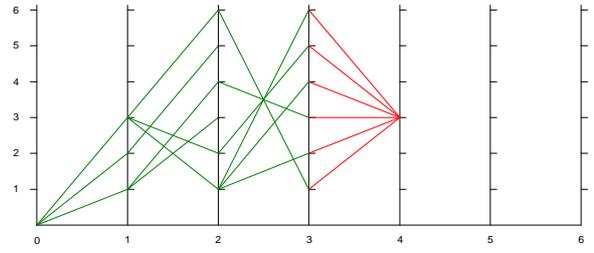
Estágio 3/Estado 6



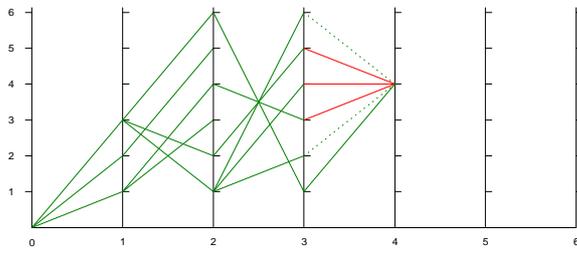
Estágio 4/Estado 1



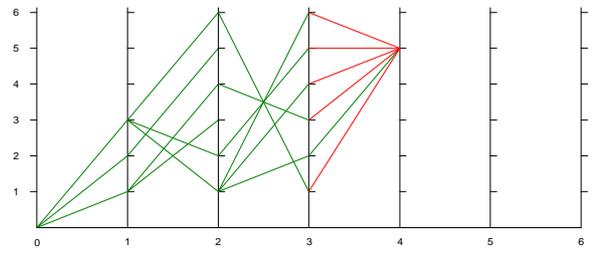
Estágio 4/Estado 2



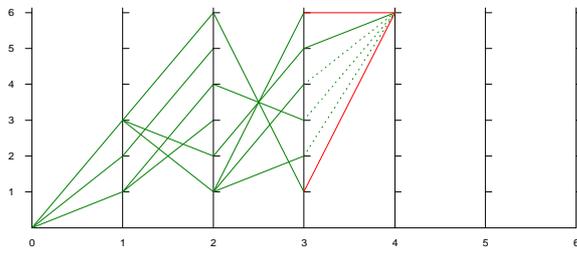
Estágio 4/Estado 3



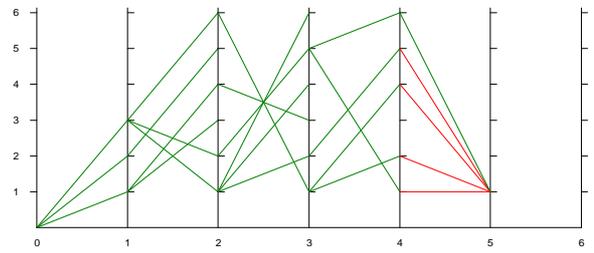
Estágio 4/Estado 4



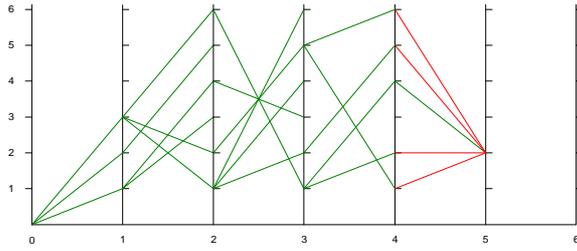
Estágio 4/Estado 5



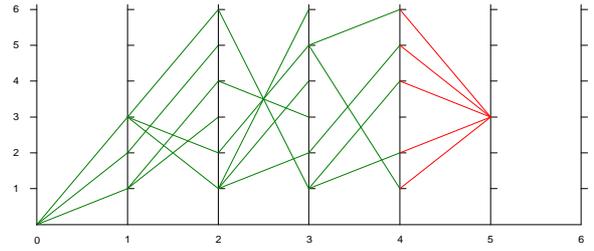
Estágio 4/Estado 6



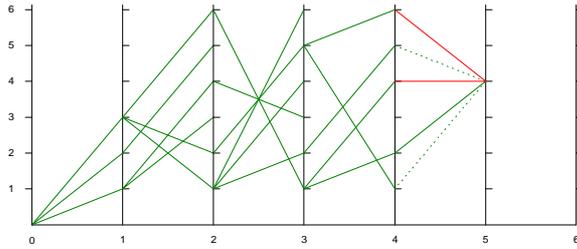
Estágio 5/Estado 1



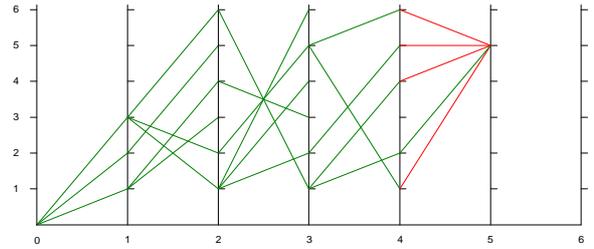
Estágio 5/Estado 2



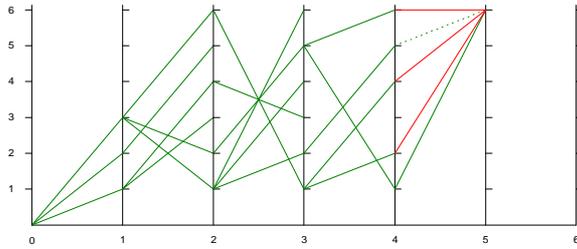
Estágio 5/Estado 3



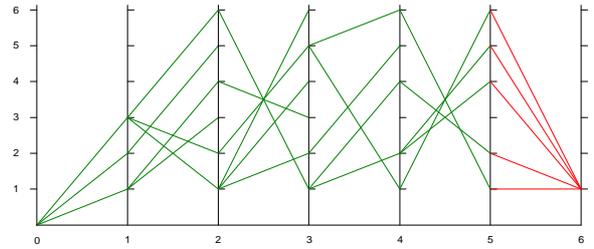
Estágio 5/Estado 4



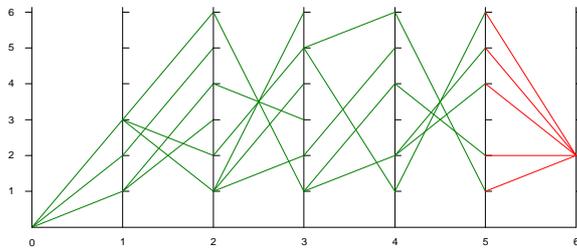
Estágio 5/Estado 5



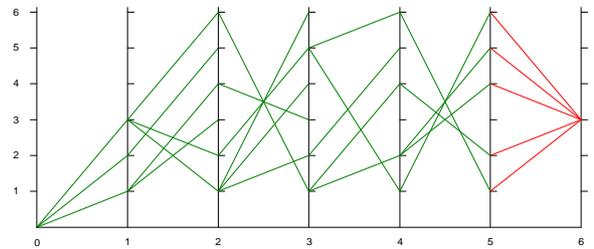
Estágio 5/Estado 6



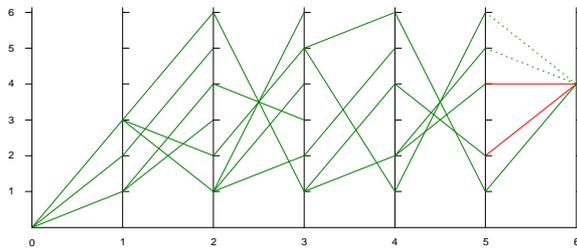
Estágio 6/Estado 1



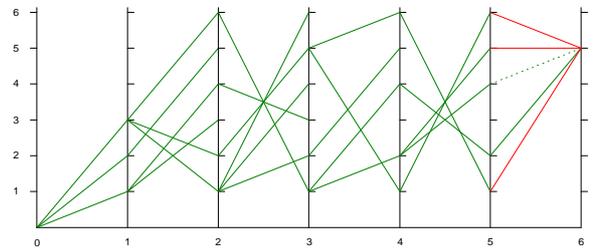
Estágio 6/Estado 2



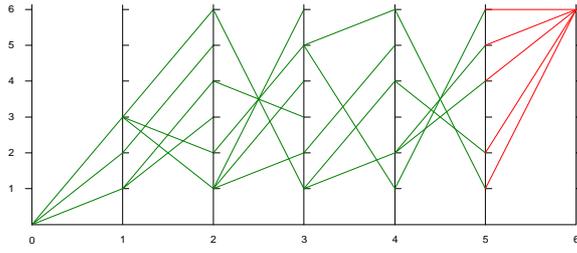
Estágio 6/Estado 3



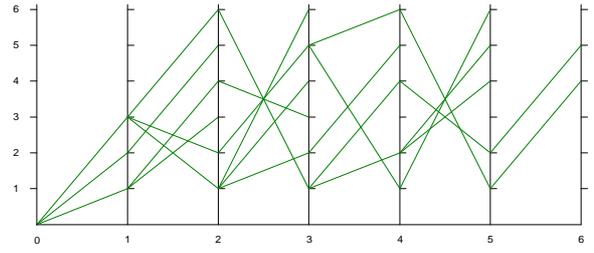
Estágio 6/Estado 4



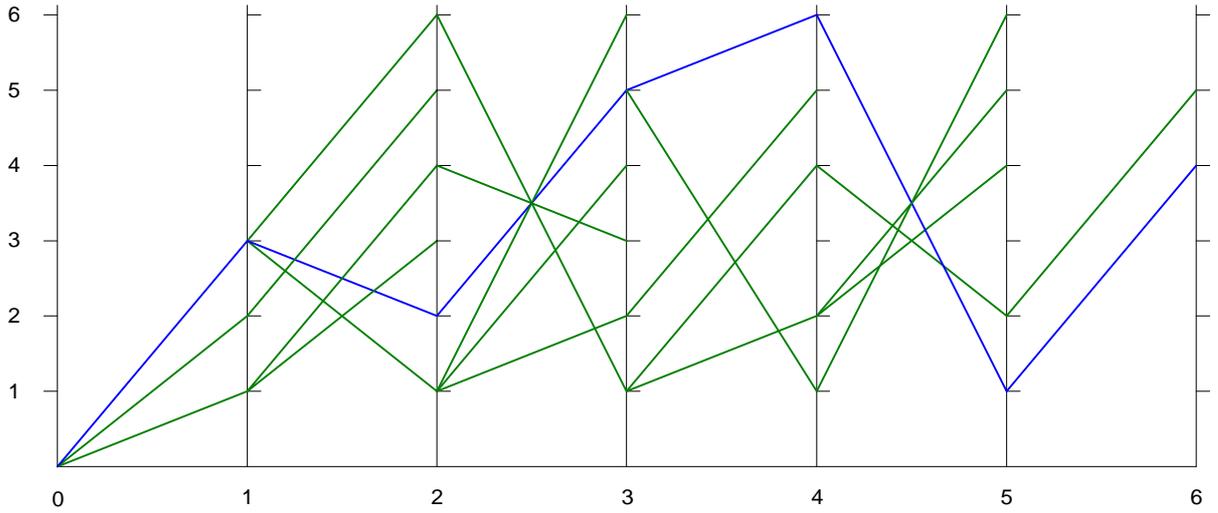
Estágio 6/Estado 5



Estágio 6/Estado 6



Estados factíveis



Rota final

Legenda

- Infactível ————
- Factível - - - - -
- Melhor Factível ————
- Rota Ótima ————

ANEXO 7: RESOLUÇÃO COMPLETA DO EXEMPLO ACADÊMICO 2

=== Recuperação da Trajetória =====

=> MELHOR ROTA (pontos seqüenciais): 0 -> 3 -> 2 -> 5 -> 6 -> 1 -> 4
=> MELHOR ROTA (coletas e entregas): 0 -> +3 -> +2 -> -2 -> -3 -> +1 -> -1
=> CUSTO TOTAL ROTA: 53,00

=== Solução do Problema =====

ESTÁGIO ==> 0

ESTADO (local) ==> 0

Estágio	Est	Aval	Est	Orig	[Situação]	Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições
0		0		0	3 3 3	Sim	0,00	Sim	3	0	0	0		

ESTÁGIO ==> 1

ESTADO (local) ==> 1

Estágio	Est	Aval	Est	Orig	[Situação]	Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições
1		1		0	2 3 3	Sim	20,00	Sim	2	1	0	1		

ESTADO (local) ==> 2

Estágio	Est	Aval	Est	Orig	[Situação]	Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições
1		2		0	3 2 3	Sim	32,00	Sim	2	1	0	1		

ESTADO (local) ==> 3

Estágio	Est	Aval	Est	Orig	[Situação]	Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições
1		3		0	3 3 2	Sim	4,00	Sim	2	1	0	1		

ESTADO (local) ==> 4

Estágio	Est	Aval	Est	Orig	[Situação]	Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições
1		4		0	2 3 3	Não	0,00	Não	2	1	0	1	Restrição (6) entrega	

ESTADO (local) ==> 5

Estágio	Est	Aval	Est	Orig	[Situação]	Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições
1		5		0	3 2 3	Não	0,00	Não	2	1	0	1	Restrição (6) entrega	

ESTADO (local) ==> 6

Estágio	Est	Aval	Est	Orig	[Situação]	Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições
1		6		0	3 3 2	Não	0,00	Não	2	1	0	1	Restrição (6) entrega	

ESTÁGIO ==> 2

ESTADO (local) ==> 1

Estágio	Est	Aval	Est	Orig	[Situação]	Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições
2		1		1	1 3 3	Não	0,00	Não	2	0	1	0	Restrição (5) coleta	
2		1		2	2 2 3	Sim	48,00	Não	1	2	0	2		
2		1		3	2 3 2	Sim	28,00	Sim	1	2	0	2		

ESTADO (local) ==> 2

Estágio	Est	Aval	Est	Orig	[Situação]	Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições
2		2		1	2 2 3	Sim	36,00	Não	1	2	0	2		
2		2		2	3 1 3	Não	0,00	Não	2	0	1	0	Restrição (5) coleta	
2		2		3	3 2 2	Sim	20,00	Sim	1	2	0	2		

ESTADO (local) ==> 3

Estágio	Est	Aval	Est	Orig	[Situação]	Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições
2		3		1	2 3 2	Sim	44,00	Sim	1	2	0	2		

2	3	2	3	2	2	Sim	48,00	Não	1	2	0	2			
2	3	3	3	3	1	Não	0,00	Não	2	0	1	0	Restrição (5)	coleta	
ESTADO (local) ==> 4															
Estágio	Est	Aval	Est	Orig	[Situação]	Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições	
2	4		1	1	3	3	Sim	35,00	Sim	2	0	1	0		
2	4		2	2	2	3	Não	0,00	Não	1	2	0	2	Restrição (6)	entrega
2	4		3	2	3	2	Não	0,00	Não	1	2	0	2	Restrição (6)	entrega
ESTADO (local) ==> 5															
Estágio	Est	Aval	Est	Orig	[Situação]	Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições	
2	5		1	2	2	3	Não	0,00	Não	1	2	0	2	Restrição (6)	entrega
2	5		2	3	1	3	Sim	50,00	Sim	2	0	1	0		
2	5		3	3	2	2	Não	0,00	Não	1	2	0	2	Restrição (6)	entrega
ESTADO (local) ==> 6															
Estágio	Est	Aval	Est	Orig	[Situação]	Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições	
2	6		1	2	3	2	Não	0,00	Não	1	2	0	2	Restrição (6)	entrega
2	6		2	3	2	2	Não	0,00	Não	1	2	0	2	Restrição (6)	entrega
2	6		3	3	3	1	Sim	25,00	Sim	2	0	1	0		
ESTÁGIO ==> 3															
ESTADO (local) ==> 1															
Estágio	Est	Aval	Est	Orig	[Situação]	Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições	
3	1		1	1	3	2	Não	0,00	Não	1	1	1	1	Restrição (5)	coleta
3	1		2	2	2	2	Não	0,00	Não	0	3	0	3	Restrição (7)	capacidade
3	1		3	1	3	2	Não	0,00	Não	1	1	1	1	Restrição (5)	coleta
3	1		4	0	3	3	Não	0,00	Não	2	0	0	0	Restrição (5)	coleta
3	1		5	2	1	3	Sim	71,00	Não	1	1	1	1		
3	1		6	2	3	1	Sim	34,00	Sim	1	1	1	1		
ESTADO (local) ==> 2															
Estágio	Est	Aval	Est	Orig	[Situação]	Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições	
3	2		1	2	2	2	Não	0,00	Não	0	3	0	3	Restrição (7)	capacidade
3	2		2	3	1	2	Não	0,00	Não	1	1	1	1	Restrição (5)	coleta
3	2		3	2	2	2	Não	0,00	Não	0	3	0	3	Restrição (7)	capacidade
3	2		4	1	2	3	Sim	50,00	Não	1	1	1	1		
3	2		5	3	0	3	Não	0,00	Não	2	0	0	0	Restrição (5)	coleta
3	2		6	3	2	1	Sim	49,00	Sim	1	1	1	1		
ESTADO (local) ==> 3															
Estágio	Est	Aval	Est	Orig	[Situação]	Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições	
3	3		1	2	3	1	Não	0,00	Não	1	1	1	1	Restrição (5)	coleta
3	3		2	3	2	1	Não	0,00	Não	1	1	1	1	Restrição (5)	coleta
3	3		3	2	3	1	Não	0,00	Não	1	1	1	1	Restrição (5)	coleta
3	3		4	1	3	2	Sim	44,00	Sim	1	1	1	1		
3	3		5	3	1	2	Sim	56,00	Não	1	1	1	1		
3	3		6	3	3	0	Não	0,00	Não	2	0	0	0	Restrição (5)	coleta
ESTADO (local) ==> 4															
Estágio	Est	Aval	Est	Orig	[Situação]	Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições	
3	4		1	1	3	2	Sim	43,00	Sim	1	1	1	1		
3	4		2	2	2	2	Não	0,00	Não	0	3	0	3	Restrição (6)	entrega
3	4		3	1	3	2	Sim	53,00	Não	1	1	1	1		
3	4		4	0	3	3	Não	0,00	Não	2	0	0	0	Restrição (6)	entrega
3	4		5	2	1	3	Não	0,00	Não	1	1	1	1	Restrição (6)	entrega
3	4		6	2	3	1	Não	0,00	Não	1	1	1	1	Restrição (6)	entrega
ESTADO (local) ==> 5															
Estágio	Est	Aval	Est	Orig	[Situação]	Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições	

3	5	1	2	2	2	Não	0,00	Não	0	3	0	3	Restrição (6) entrega
3	5	2	3	1	2	Sim	38,00	Sim	1	1	1	1	
3	5	3	2	2	2	Não	0,00	Não	0	3	0	3	Restrição (6) entrega
3	5	4	1	2	3	Não	0,00	Não	1	1	1	1	Restrição (6) entrega
3	5	5	3	0	3	Não	0,00	Não	2	0	0	0	Restrição (6) entrega
3	5	6	3	2	1	Não	0,00	Não	1	1	1	1	Restrição (6) entrega

ESTADO (local) ==> 6

Estágio	Est Aval	Est Orig	[Situação]	Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições	
3	6	1	2	3	1	Sim	37,00	Sim	1	1	1	1	
3	6	2	3	2	1	Sim	44,00	Não	1	1	1	1	
3	6	3	2	3	1	Sim	65,00	Não	1	1	1	1	
3	6	4	1	3	2	Não	0,00	Não	1	1	1	1	Restrição (6) entrega
3	6	5	3	1	2	Não	0,00	Não	1	1	1	1	Restrição (6) entrega
3	6	6	3	3	0	Não	0,00	Não	2	0	0	0	Restrição (6) entrega

ESTÁGIO ==> 4

ESTADO (local) ==> 1

Estágio	Est Aval	Est Orig	[Situação]	Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições	
4	1	1	1	3	1	Não	0,00	Não	1	0	2	0	Restrição (5) coleta
4	1	2	2	2	1	Sim	61,00	Não	0	2	1	2	
4	1	3	0	3	2	Não	0,00	Não	1	1	0	1	Restrição (5) coleta
4	1	4	0	3	2	Não	0,00	Não	1	1	0	1	Restrição (5) coleta
4	1	5	2	1	2	Sim	59,00	Sim	0	2	1	2	
4	1	6	1	3	1	Não	0,00	Não	1	0	2	0	Restrição (5) coleta

ESTADO (local) ==> 2

Estágio	Est Aval	Est Orig	[Situação]	Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições	
4	2	1	2	2	1	Sim	46,00	Sim	0	2	1	2	
4	2	2	3	1	1	Não	0,00	Não	1	0	2	0	Restrição (5) coleta
4	2	3	1	2	2	Sim	56,00	Não	0	2	1	2	
4	2	4	1	2	2	Sim	58,00	Não	0	2	1	2	
4	2	5	3	0	2	Não	0,00	Não	1	1	0	1	Restrição (5) coleta
4	2	6	2	2	1	Sim	61,00	Não	0	2	1	2	

ESTADO (local) ==> 3

Estágio	Est Aval	Est Orig	[Situação]	Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições	
4	3	1	2	3	0	Não	0,00	Não	1	1	0	1	Restrição (5) coleta
4	3	2	3	2	0	Não	0,00	Não	1	1	0	1	Restrição (5) coleta
4	3	3	1	3	1	Não	0,00	Não	1	0	2	0	Restrição (5) coleta
4	3	4	1	3	1	Não	0,00	Não	1	0	2	0	Restrição (5) coleta
4	3	5	3	1	1	Não	0,00	Não	1	0	2	0	Restrição (5) coleta
4	3	6	2	3	0	Não	0,00	Não	1	1	0	1	Restrição (5) coleta

ESTADO (local) ==> 4

Estágio	Est Aval	Est Orig	[Situação]	Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições	
4	4	1	1	3	1	Sim	44,00	Sim	1	0	2	0	
4	4	2	2	2	1	Não	0,00	Não	0	2	1	2	Restrição (6) entrega
4	4	3	0	3	2	Não	0,00	Não	1	1	0	1	Restrição (6) entrega
4	4	4	0	3	2	Não	0,00	Não	1	1	0	1	Restrição (6) entrega
4	4	5	2	1	2	Não	0,00	Não	0	2	1	2	Restrição (6) entrega
4	4	6	1	3	1	Sim	47,00	Não	1	0	2	0	

ESTADO (local) ==> 5

Estágio	Est Aval	Est Orig	[Situação]	Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições	
4	5	1	2	2	1	Não	0,00	Não	0	2	1	2	Restrição (6) entrega
4	5	2	3	1	1	Sim	61,00	Sim	1	0	2	0	
4	5	3	1	2	2	Não	0,00	Não	0	2	1	2	Restrição (6) entrega

4	5	4	1	2	2	Não	0,00	Não	0	2	1	2	Restrição (6)	entrega
4	5	5	3	0	2	Não	0,00	Não	1	1	0	1	Restrição (6)	entrega
4	5	6	2	2	1	Não	0,00	Não	0	2	1	2	Restrição (6)	entrega
ESTADO (local) ==> 6														
Estágio	Est Aval	Est Orig	[Situação]			Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições
4	6	1	2	3	0	Não	0,00	Não	1	1	0	1	Restrição (6)	entrega
4	6	2	3	2	0	Não	0,00	Não	1	1	0	1	Restrição (6)	entrega
4	6	3	1	3	1	Sim	58,00	Não	1	0	2	0		
4	6	4	1	3	1	Sim	53,00	Não	1	0	2	0		
4	6	5	3	1	1	Sim	42,00	Sim	1	0	2	0		
4	6	6	2	3	0	Não	0,00	Não	1	1	0	1	Restrição (6)	entrega
ESTÁGIO ==> 5														
ESTADO (local) ==> 1														
Estágio	Est Aval	Est Orig	[Situação]			Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições
5	1	1	1	1	2	Não	0,00	Não	0	1	2	1	Restrição (5)	coleta
5	1	2	1	2	1	Não	0,00	Não	0	1	2	1	Restrição (5)	coleta
5	1	4	0	3	1	Não	0,00	Não	1	0	1	0	Restrição (5)	coleta
5	1	5	2	1	1	Sim	75,00	Não	0	1	2	1		
5	1	6	2	1	1	Sim	48,00	Sim	0	1	2	1		
ESTADO (local) ==> 2														
Estágio	Est Aval	Est Orig	[Situação]			Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições
5	2	1	2	0	2	Não	0,00	Não	0	2	0	2	Restrição (5)	coleta
5	2	2	2	1	1	Não	0,00	Não	0	1	2	1	Restrição (5)	coleta
5	2	4	1	2	1	Sim	54,00	Sim	0	1	2	1		
5	2	5	3	0	1	Não	0,00	Não	1	0	1	0	Restrição (5)	coleta
5	2	6	3	0	1	Não	0,00	Não	1	0	1	0	Restrição (5)	coleta
ESTADO (local) ==> 3														
Estágio	Est Aval	Est Orig	[Situação]			Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições
5	3	1	2	1	1	Não	0,00	Não	0	1	2	1	Restrição (5)	coleta
5	3	2	2	2	0	Não	0,00	Não	0	2	0	2	Restrição (5)	coleta
5	3	4	1	3	0	Não	0,00	Não	1	0	1	0	Restrição (5)	coleta
5	3	5	3	1	0	Não	0,00	Não	1	0	1	0	Restrição (5)	coleta
5	3	6	3	1	0	Não	0,00	Não	1	0	1	0	Restrição (5)	coleta
ESTADO (local) ==> 4														
Estágio	Est Aval	Est Orig	[Situação]			Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições
5	4	1	1	1	2	Sim	69,00	Não	0	1	2	1		
5	4	2	1	2	1	Sim	56,00	Sim	0	1	2	1		
5	4	4	0	3	1	Não	0,00	Não	1	0	1	0	Restrição (6)	entrega
5	4	5	2	1	1	Não	0,00	Não	0	1	2	1	Restrição (6)	entrega
5	4	6	2	1	1	Não	0,00	Não	0	1	2	1	Restrição (6)	entrega
ESTADO (local) ==> 5														
Estágio	Est Aval	Est Orig	[Situação]			Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições
5	5	1	2	0	2	Não	0,00	Não	0	2	0	2	Restrição (6)	entrega
5	5	2	2	1	1	Sim	58,00	Sim	0	1	2	1		
5	5	4	1	2	1	Não	0,00	Não	0	1	2	1	Restrição (6)	entrega
5	5	5	3	0	1	Não	0,00	Não	1	0	1	0	Restrição (6)	entrega
5	5	6	3	0	1	Não	0,00	Não	1	0	1	0	Restrição (6)	entrega
ESTADO (local) ==> 6														
Estágio	Est Aval	Est Orig	[Situação]			Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições
5	6	1	2	1	1	Sim	65,00	Sim	0	1	2	1		
5	6	2	2	2	0	Não	0,00	Não	0	2	0	2	Restrição (6)	entrega
5	6	4	1	3	0	Não	0,00	Não	1	0	1	0	Restrição (6)	entrega

5	6	5	3	1	0	Não	0,00	Não	1	0	1	0	Restrição (6) entrega
5	6	6	3	1	0	Não	0,00	Não	1	0	1	0	Restrição (6) entrega

ESTÁGIO ==> 6

ESTADO (local) ==> 1

Estágio	Est	Aval	Est	Orig	[Situação]	Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições
6		1		1	1	1	Não	0,00	Não	0	0	3	0	Restrição (5) coleta
6		1		2	0	2	Não	0,00	Não	0	1	1	1	Restrição (5) coleta
6		1		4	0	2	Não	0,00	Não	0	1	1	1	Restrição (5) coleta
6		1		5	1	1	Não	0,00	Não	0	0	3	0	Restrição (5) coleta
6		1		6	1	1	Não	0,00	Não	0	0	3	0	Restrição (5) coleta

ESTADO (local) ==> 2

Estágio	Est	Aval	Est	Orig	[Situação]	Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições
6		2		1	2	0	Não	0,00	Não	0	1	1	1	Restrição (5) coleta
6		2		2	1	1	Não	0,00	Não	0	0	3	0	Restrição (5) coleta
6		2		4	1	1	Não	0,00	Não	0	0	3	0	Restrição (5) coleta
6		2		5	2	0	Não	0,00	Não	0	1	1	1	Restrição (5) coleta
6		2		6	2	0	Não	0,00	Não	0	1	1	1	Restrição (5) coleta

ESTADO (local) ==> 3

Estágio	Est	Aval	Est	Orig	[Situação]	Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições
6		3		1	2	1	Não	0,00	Não	0	1	1	1	Restrição (5) coleta
6		3		2	1	2	Não	0,00	Não	0	1	1	1	Restrição (5) coleta
6		3		4	1	2	Não	0,00	Não	0	1	1	1	Restrição (5) coleta
6		3		5	2	1	Não	0,00	Não	0	1	1	1	Restrição (5) coleta
6		3		6	2	1	Não	0,00	Não	0	1	1	1	Restrição (5) coleta

ESTADO (local) ==> 4

Estágio	Est	Aval	Est	Orig	[Situação]	Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições
6		4		1	1	1	Sim	53,00	Sim	0	0	3	0	
6		4		2	0	2	Não	0,00	Não	0	1	1	1	Restrição (6) entrega
6		4		4	0	2	Não	0,00	Não	0	1	1	1	Restrição (6) entrega
6		4		5	1	1	Sim	66,00	Não	0	0	3	0	
6		4		6	1	1	Sim	70,00	Não	0	0	3	0	

ESTADO (local) ==> 5

Estágio	Est	Aval	Est	Orig	[Situação]	Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições
6		5		1	2	0	Não	0,00	Não	0	1	1	1	Restrição (6) entrega
6		5		2	1	1	Sim	60,00	Sim	0	0	3	0	
6		5		4	1	1	Sim	64,00	Não	0	0	3	0	
6		5		5	2	0	Não	0,00	Não	0	1	1	1	Restrição (6) entrega
6		5		6	2	0	Não	0,00	Não	0	1	1	1	Restrição (6) entrega

ESTADO (local) ==> 6

Estágio	Est	Aval	Est	Orig	[Situação]	Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições
6		6		1	2	1	Não	0,00	Não	0	1	1	1	Restrição (6) entrega
6		6		2	1	2	Não	0,00	Não	0	1	1	1	Restrição (6) entrega
6		6		4	1	2	Não	0,00	Não	0	1	1	1	Restrição (6) entrega
6		6		5	2	1	Não	0,00	Não	0	1	1	1	Restrição (6) entrega
6		6		6	2	1	Não	0,00	Não	0	1	1	1	Restrição (6) entrega

=====

ANEXO 8: RESOLUÇÃO COMPLETA DO EXEMPLO ACADÊMICO 3

=== Recuperação da Trajetória =====

=> MELHOR ROTA (pontos sequenciais): 0 -> 3 -> 2 -> 1 -> 5 -> 6 -> 4
=> MELHOR ROTA (coletas e entregas): 0 -> +3 -> +2 -> +1 -> -2 -> -3 -> -1
=> CUSTO TOTAL ROTA: 18,00

=== Solução do Problema =====

ESTÁGIO ==> 0

ESTADO (local) ==> 0

Estágio	Est	Aval	Est	Orig	[Situação]	Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições
0		0		0	3 3 3	Sim	0,00	Sim	3	0	0	0		

ESTÁGIO ==> 1

ESTADO (local) ==> 1

Estágio	Est	Aval	Est	Orig	[Situação]	Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições
1		1		0	2 3 3	Sim	5,00	Sim	2	1	0	1		

ESTADO (local) ==> 2

Estágio	Est	Aval	Est	Orig	[Situação]	Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições
1		2		0	3 2 3	Sim	8,00	Sim	2	1	0	1		

ESTADO (local) ==> 3

Estágio	Est	Aval	Est	Orig	[Situação]	Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições
1		3		0	3 3 2	Sim	1,00	Sim	2	1	0	1		

ESTADO (local) ==> 4

Estágio	Est	Aval	Est	Orig	[Situação]	Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições
1		4		0	2 3 3	Não	0,00	Não	2	1	0	1	Restrição (6) entrega	

ESTADO (local) ==> 5

Estágio	Est	Aval	Est	Orig	[Situação]	Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições
1		5		0	3 2 3	Não	0,00	Não	2	1	0	1	Restrição (6) entrega	

ESTADO (local) ==> 6

Estágio	Est	Aval	Est	Orig	[Situação]	Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições
1		6		0	3 3 2	Não	0,00	Não	2	1	0	1	Restrição (6) entrega	

ESTÁGIO ==> 2

ESTADO (local) ==> 1

Estágio	Est	Aval	Est	Orig	[Situação]	Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições
2		1		1	1 3 3	Não	0,00	Não	2	0	1	0	Restrição (5) coleta	
2		1		2	2 2 3	Sim	12,00	Não	1	2	0	2		
2		1		3	2 3 2	Sim	7,00	Sim	1	2	0	2		

ESTADO (local) ==> 2

Estágio	Est	Aval	Est	Orig	[Situação]	Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições
2		2		1	2 2 3	Sim	9,00	Não	1	2	0	2		
2		2		2	3 1 3	Não	0,00	Não	2	0	1	0	Restrição (5) coleta	
2		2		3	3 2 2	Sim	5,00	Sim	1	2	0	2		

ESTADO (local) ==> 3

Estágio	Est	Aval	Est	Orig	[Situação]	Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições
2		3		1	2 3 2	Sim	11,00	Sim	1	2	0	2		

3	5	1	2	2	2	Não	0,00	Não	0	3	0	3	Restrição (6)	entrega
3	5	2	3	1	2	Sim	11,00	Sim	1	1	1	1		
3	5	3	2	2	2	Não	0,00	Não	0	3	0	3	Restrição (6)	entrega
3	5	4	1	2	3	Não	0,00	Não	1	1	1	1	Restrição (6)	entrega
3	5	5	3	0	3	Não	0,00	Não	2	0	0	0	Restrição (6)	entrega
3	5	6	3	2	1	Não	0,00	Não	1	1	1	1	Restrição (6)	entrega

ESTADO (local) ==> 6

Estágio	Est	Aval	Est	Orig	[Situação]	Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições	
3		6		1	2	3	1	Sim	10,00	Sim	1	1	1	1	
3		6		2	3	2	1	Sim	13,00	Não	1	1	1	1	
3		6		3	2	3	1	Sim	18,00	Não	1	1	1	1	
3		6		4	1	3	2	Não	0,00	Não	1	1	1	1	Restrição (6) entrega
3		6		5	3	1	2	Não	0,00	Não	1	1	1	1	Restrição (6) entrega
3		6		6	3	3	0	Não	0,00	Não	2	0	0	0	Restrição (6) entrega

ESTÁGIO ==> 4

ESTADO (local) ==> 1

Estágio	Est	Aval	Est	Orig	[Situação]	Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições	
4		1		1	1	2	2	Não	0,00	Não	0	2	1	2	Restrição (5) coleta
4		1		2	1	2	2	Não	0,00	Não	0	2	1	2	Restrição (5) coleta
4		1		3	0	3	2	Não	0,00	Não	1	1	0	1	Restrição (5) coleta
4		1		4	0	3	2	Não	0,00	Não	1	1	0	1	Restrição (5) coleta
4		1		5	2	1	2	Sim	18,00	Sim	0	2	1	2	
4		1		6	1	3	1	Não	0,00	Não	1	0	2	0	Restrição (5) coleta

ESTADO (local) ==> 2

Estágio	Est	Aval	Est	Orig	[Situação]	Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições	
4		2		1	2	1	2	Não	0,00	Não	0	2	1	2	Restrição (5) coleta
4		2		2	1	2	2	Não	0,00	Não	0	2	1	2	Restrição (5) coleta
4		2		3	1	2	2	Sim	16,00	Não	0	2	1	2	
4		2		4	1	2	2	Sim	16,00	Sim	0	2	1	2	
4		2		5	3	0	2	Não	0,00	Não	1	1	0	1	Restrição (5) coleta
4		2		6	2	2	1	Sim	18,00	Não	0	2	1	2	

ESTADO (local) ==> 3

Estágio	Est	Aval	Est	Orig	[Situação]	Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições	
4		3		1	2	2	1	Não	0,00	Não	0	2	1	2	Restrição (5) coleta
4		3		2	2	2	1	Não	0,00	Não	0	2	1	2	Restrição (5) coleta
4		3		3	1	3	1	Não	0,00	Não	1	0	2	0	Restrição (5) coleta
4		3		4	1	3	1	Não	0,00	Não	1	0	2	0	Restrição (5) coleta
4		3		5	3	1	1	Não	0,00	Não	1	0	2	0	Restrição (5) coleta
4		3		6	2	3	0	Não	0,00	Não	1	1	0	1	Restrição (5) coleta

ESTADO (local) ==> 4

Estágio	Est	Aval	Est	Orig	[Situação]	Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições	
4		4		1	1	2	2	Sim	13,00	Não	0	2	1	2	
4		4		2	1	2	2	Sim	16,00	Não	0	2	1	2	
4		4		3	0	3	2	Não	0,00	Não	1	1	0	1	Restrição (6) entrega
4		4		4	0	3	2	Não	0,00	Não	1	1	0	1	Restrição (6) entrega
4		4		5	2	1	2	Não	0,00	Não	0	2	1	2	Restrição (6) entrega
4		4		6	1	3	1	Sim	10,00	Sim	1	0	2	0	

ESTADO (local) ==> 5

Estágio	Est	Aval	Est	Orig	[Situação]	Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições	
4		5		1	2	1	2	Sim	16,00	Sim	0	2	1	2	
4		5		2	2	1	2	Sim	17,00	Não	0	2	1	2	
4		5		3	1	2	2	Não	0,00	Não	0	2	1	2	Restrição (6) entrega

4	5	4	1	2	2	Não	0,00	Não	0	2	1	2	Restrição (6)	entrega
4	5	5	3	0	2	Não	0,00	Não	1	1	0	1	Restrição (6)	entrega
4	5	6	2	2	1	Não	0,00	Não	0	2	1	2	Restrição (6)	entrega
ESTADO (local) ==> 6														
Estágio	Est Aval	Est Orig	[Situação]	Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições		
4	6	1	2	2	1	Sim	12,00	Não	0	2	1	2		
4	6	2	2	2	1	Sim	19,00	Não	0	2	1	2		
4	6	3	1	3	1	Sim	19,00	Não	1	0	2	0		
4	6	4	1	3	1	Sim	11,00	Sim	1	0	2	0		
4	6	5	3	1	1	Sim	13,00	Não	1	0	2	0		
4	6	6	2	3	0	Não	0,00	Não	1	1	0	1	Restrição (6)	entrega

ESTÁGIO ==> 5

ESTADO (local) ==> 1														
Estágio	Est Aval	Est Orig	[Situação]	Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições		
5	1	1	1	1	2	Não	0,00	Não	0	1	2	1	Restrição (5)	coleta
5	1	2	0	2	2	Não	0,00	Não	0	2	0	2	Restrição (5)	coleta
5	1	4	0	3	1	Não	0,00	Não	1	0	1	0	Restrição (5)	coleta
5	1	5	1	1	2	Não	0,00	Não	0	1	2	1	Restrição (5)	coleta
5	1	6	0	3	1	Não	0,00	Não	1	0	1	0	Restrição (5)	coleta
ESTADO (local) ==> 2														
Estágio	Est Aval	Est Orig	[Situação]	Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições		
5	2	1	2	0	2	Não	0,00	Não	0	2	0	2	Restrição (5)	coleta
5	2	2	1	1	2	Não	0,00	Não	0	1	2	1	Restrição (5)	coleta
5	2	4	1	2	1	Sim	15,00	Sim	0	1	2	1		
5	2	5	2	0	2	Não	0,00	Não	0	2	0	2	Restrição (5)	coleta
5	2	6	1	2	1	Sim	19,00	Não	0	1	2	1		
ESTADO (local) ==> 3														
Estágio	Est Aval	Est Orig	[Situação]	Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições		
5	3	1	2	1	1	Não	0,00	Não	0	1	2	1	Restrição (5)	coleta
5	3	2	1	2	1	Não	0,00	Não	0	1	2	1	Restrição (5)	coleta
5	3	4	1	3	0	Não	0,00	Não	1	0	1	0	Restrição (5)	coleta
5	3	5	2	1	1	Não	0,00	Não	0	1	2	1	Restrição (5)	coleta
5	3	6	1	3	0	Não	0,00	Não	1	0	1	0	Restrição (5)	coleta
ESTADO (local) ==> 4														
Estágio	Est Aval	Est Orig	[Situação]	Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições		
5	4	1	1	1	2	Sim	22,00	Sim	0	1	2	1		
5	4	2	0	2	2	Não	0,00	Não	0	2	0	2	Restrição (6)	entrega
5	4	4	0	3	1	Não	0,00	Não	1	0	1	0	Restrição (6)	entrega
5	4	5	1	1	2	Sim	24,00	Não	0	1	2	1		
5	4	6	0	3	1	Não	0,00	Não	1	0	1	0	Restrição (6)	entrega
ESTADO (local) ==> 5														
Estágio	Est Aval	Est Orig	[Situação]	Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições		
5	5	1	2	0	2	Não	0,00	Não	0	2	0	2	Restrição (6)	entrega
5	5	2	1	1	2	Sim	22,00	Sim	0	1	2	1		
5	5	4	1	2	1	Não	0,00	Não	0	1	2	1	Restrição (6)	entrega
5	5	5	2	0	2	Não	0,00	Não	0	2	0	2	Restrição (6)	entrega
5	5	6	1	2	1	Não	0,00	Não	0	1	2	1	Restrição (6)	entrega
ESTADO (local) ==> 6														
Estágio	Est Aval	Est Orig	[Situação]	Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições		
5	6	1	2	1	1	Sim	21,00	Não	0	1	2	1		
5	6	2	1	2	1	Sim	24,00	Não	0	1	2	1		
5	6	4	1	3	0	Não	0,00	Não	1	0	1	0	Restrição (6)	entrega

5	6	5	2	1	1	Sim	18,00	Sim	0	1	2	1		
5	6	6	1	3	0	Não	0,00	Não	1	0	1	0	Restrição (6)	entrega

ESTÁGIO ==> 6

ESTADO (local) ==> 1

Estágio	Est	Aval	Est	Orig	[Situação]	Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições	
6		1		2	0	2	1	Não	0,00	Não	0	1	1	1	Restrição (5) coleta
6		1		4	0	1	2	Não	0,00	Não	0	1	1	1	Restrição (5) coleta
6		1		5	0	1	2	Não	0,00	Não	0	1	1	1	Restrição (5) coleta
6		1		6	1	1	1	Não	0,00	Não	0	0	3	0	Restrição (5) coleta

ESTADO (local) ==> 2

Estágio	Est	Aval	Est	Orig	[Situação]	Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições	
6		2		2	1	1	1	Não	0,00	Não	0	0	3	0	Restrição (5) coleta
6		2		4	1	0	2	Não	0,00	Não	0	1	1	1	Restrição (5) coleta
6		2		5	1	0	2	Não	0,00	Não	0	1	1	1	Restrição (5) coleta
6		2		6	2	0	1	Não	0,00	Não	0	1	1	1	Restrição (5) coleta

ESTADO (local) ==> 3

Estágio	Est	Aval	Est	Orig	[Situação]	Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições	
6		3		2	1	2	0	Não	0,00	Não	0	1	1	1	Restrição (5) coleta
6		3		4	1	1	1	Não	0,00	Não	0	0	3	0	Restrição (5) coleta
6		3		5	1	1	1	Não	0,00	Não	0	0	3	0	Restrição (5) coleta
6		3		6	2	1	0	Não	0,00	Não	0	1	1	1	Restrição (5) coleta

ESTADO (local) ==> 4

Estágio	Est	Aval	Est	Orig	[Situação]	Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições	
6		4		2	0	2	1	Não	0,00	Não	0	1	1	1	Restrição (6) entrega
6		4		4	0	1	2	Não	0,00	Não	0	1	1	1	Restrição (6) entrega
6		4		5	0	1	2	Não	0,00	Não	0	1	1	1	Restrição (6) entrega
6		4		6	1	1	1	Sim	18,00	Sim	0	0	3	0	

ESTADO (local) ==> 5

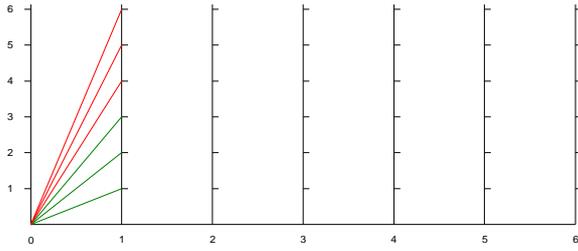
Estágio	Est	Aval	Est	Orig	[Situação]	Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições	
6		5		2	1	1	1	Sim	21,00	Sim	0	0	3	0	
6		5		4	1	0	2	Não	0,00	Não	0	1	1	1	Restrição (6) entrega
6		5		5	1	0	2	Não	0,00	Não	0	1	1	1	Restrição (6) entrega
6		5		6	2	0	1	Não	0,00	Não	0	1	1	1	Restrição (6) entrega

ESTADO (local) ==> 6

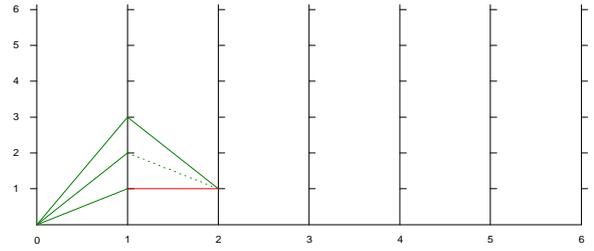
Estágio	Est	Aval	Est	Orig	[Situação]	Fact	Custo	MELHOR	NCol	Col	Entr	Cpd	Violação	Restrições	
6		6		2	1	2	0	Não	0,00	Não	0	1	1	1	Restrição (6) entrega
6		6		4	1	1	1	Sim	22,00	Sim	0	0	3	0	
6		6		5	1	1	1	Sim	24,00	Não	0	0	3	0	
6		6		6	2	1	0	Não	0,00	Não	0	1	1	1	Restrição (6) entrega

=====

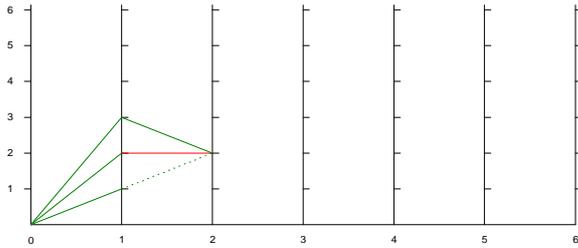
ANEXO 9: REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DO EXEMPLO ACADÊMICO 3



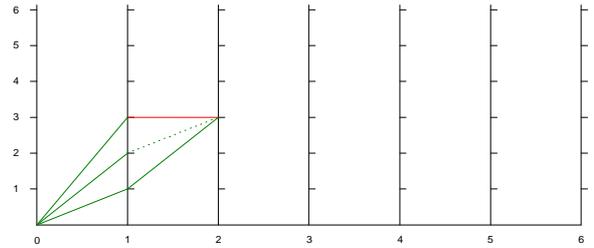
Estágio 1/Estados 1 a 6



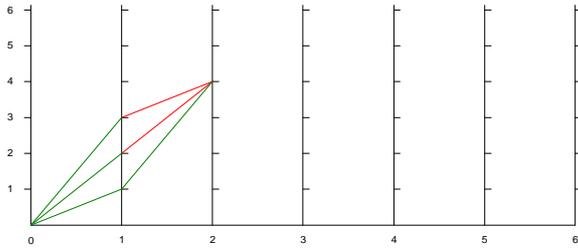
Estágio 2/Estado 1



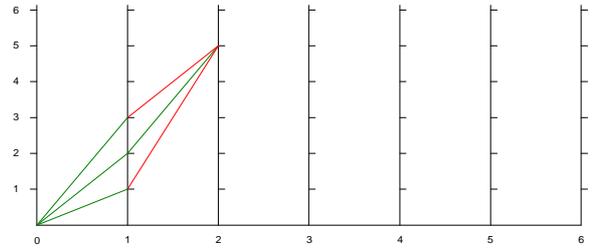
Estágio 2/Estado 2



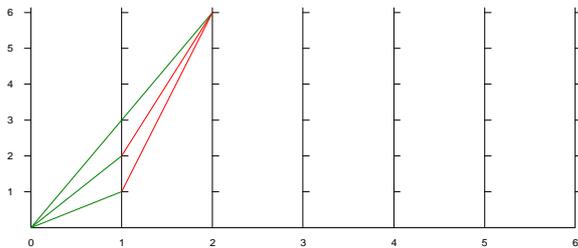
Estágio 2/Estado 3



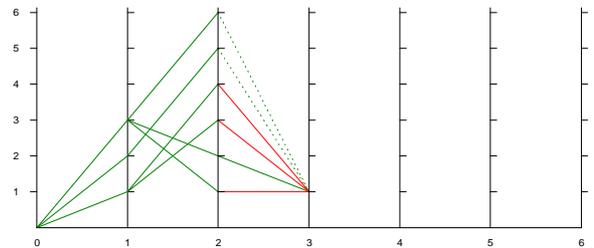
Estágio 2/Estado 4



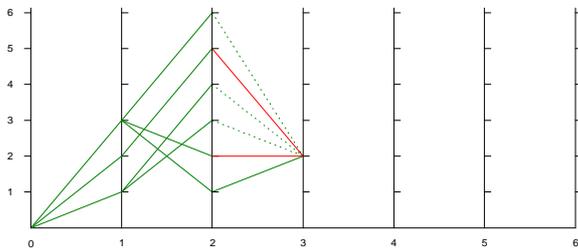
Estágio 2/Estado 5



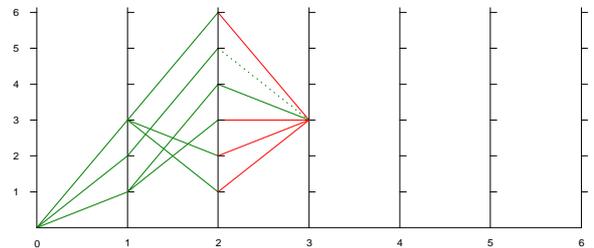
Estágio 2/Estado 6



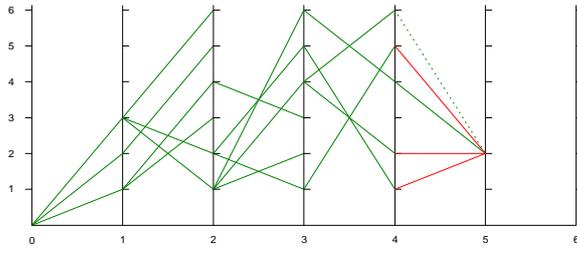
Estágio 3/Estado 1



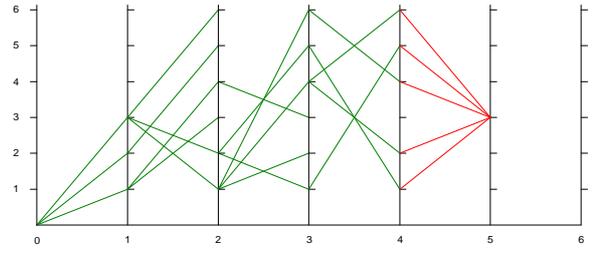
Estágio 3/Estado 2



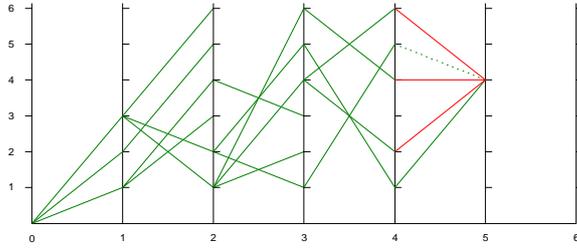
Estágio 3/Estado 3



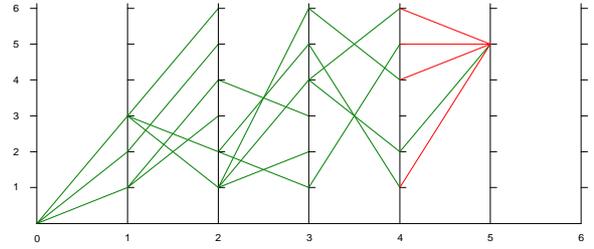
Estágio 5/Estado 2



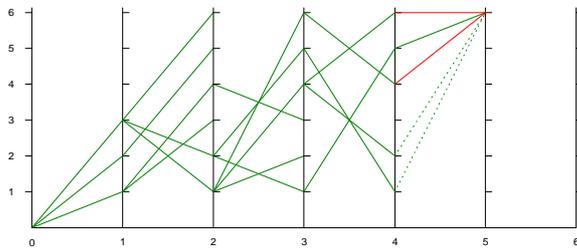
Estágio 5/Estado 3



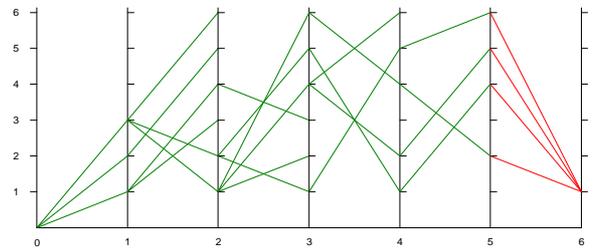
Estágio 5/Estado 4



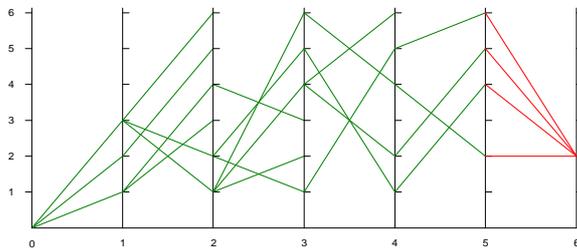
Estágio 5/Estado 5



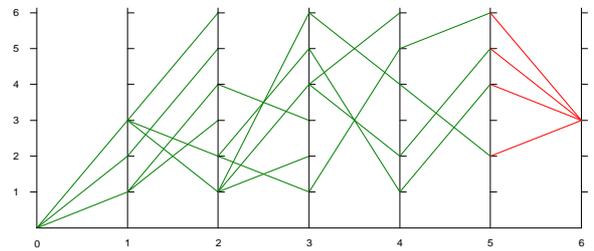
Estágio 5/Estado 6



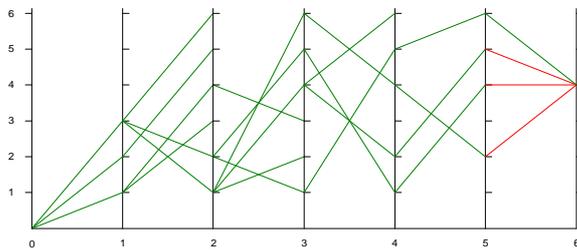
Estágio 6/Estado 1



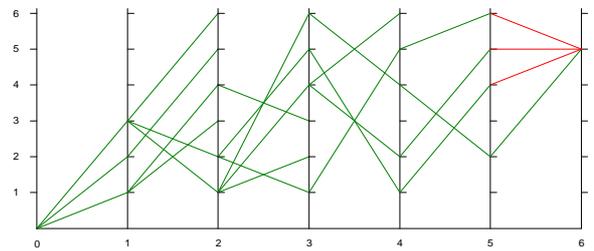
Estágio 6/Estado 2



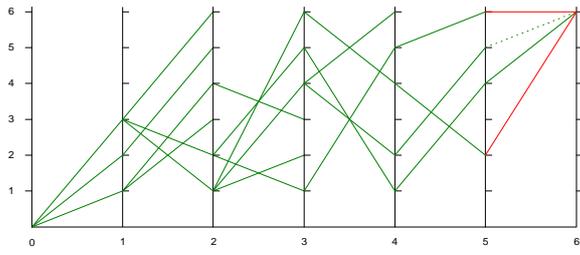
Estágio 6/Estado 3



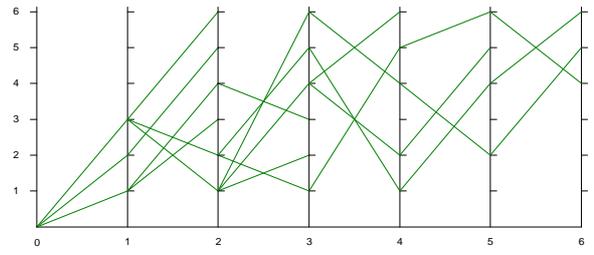
Estágio 6/Estado 4



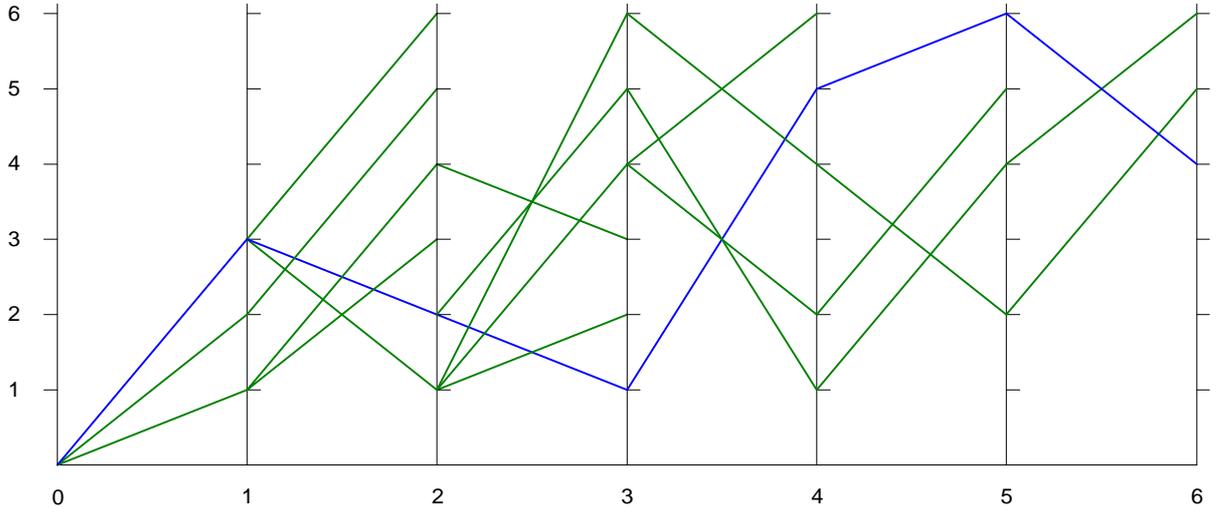
Estágio 6/Estado 5



Estágio 6/Estado 6



Estados factíveis



Rota final

Legenda

- Infactível ————
- Factível - - - - -
- Melhor Factível ————
- Rota Ótima ————

ANEXO 10: RESULTADOS DETALHADOS DA IMPLEMENTAÇÃO (PERÍODO MATUTINO)

=== Tempo Carga Matriz Floyd =====

Carga Matrizes Floyd - Início: 10:50:09
 Carga Matrizes Floyd - Fim: 10:50:30
 Carga Matrizes Floyd - Duração: 00:00:21

=== Alunos da Rota (Período Matutino) =====

Seqüência	Aluno	Lat Aluno	Long Aluno	Colégio	Lat Colégio	Long Colégio
1	Yoran	-26,251744	-48,806397	Santo Antônio	-26,276181	-48,823474
2	Bruna	-26,279771	-48,803443	Santo Antônio	-26,276181	-48,823474
3	Gabriel	-26,283566	-48,808762	Santo Antônio	-26,276181	-48,823474
4	Heloisa	-26,277908	-48,808792	C.E.I. Ponte Serrada	-26,272910	-48,802556
5	Nikolas	-26,275939	-48,805996	Jardim Sementinha	-26,272641	-48,813614
6	Aline	-26,282078	-48,781823	Tuffi Dippe	-26,275406	-48,812038
7	Ana Beatriz	-26,282266	-48,773897	José Antônio Navarro Lins	-26,282148	-48,799432
8	Caue	-26,278231	-48,784433	Educando com Amor	-26,263416	-48,815856
9	Dayani	-26,280911	-48,785063	Max Colin	-26,282410	-48,819078
10	Djulia	-26,271813	-48,832599	Max Colin	-26,282410	-48,819078
11	Eduardo	-26,276331	-48,827145	C.E.I Iririu	-26,270359	-48,826758
12	Mateus (1)	-26,278383	-48,827280	Max Colin	-26,282410	-48,819078
13	Mateus (2)	-26,278739	-48,823449	Jardim Sementinha	-26,272641	-48,813614

Nr Clientes: 13

=== Tempo Algoritmo Psaraftis =====

DARP - Psaraftis - Início: 10:50:30
 DARP - Psaraftis - Fim: 10:50:36
 DARP - Psaraftis - Duração: 00:00:06

=== Recuperação da Trajetória =====

=> MELHOR ROTA (pontos seqüenciais): 0 -> 7 -> 6 -> 9 -> 8 -> 18 -> 2 -> 4 -> 5 -> 15 -> 17 -> 13 -> 11 -> 12 -> 10 -> 20 -> 3 -> 16 -> 19 -> 1 -> 21 -> 14
 => CUSTO TOTAL ROTA: 26.873,00

=== ROTA COMPLETA =====

Ponto de Parada: 7 -> -26.282266,-48.773897 [Dist: 0] => [COLETA: ANA BEATRIZ]
 -> -26.282691,-48.773842
 -> -26.284109,-48.773763
 -> -26.284135,-48.775195
 -> -26.289771,-48.774625
 -> -26.289774,-48.775617
 -> -26.289778,-48.776243
 -> -26.289774,-48.776891
 -> -26.289821,-48.777233

```

-> -26.289092,-48.778624
-> -26.288009,-48.780738
-> -26.287008,-48.782632
-> -26.285805,-48.781807
-> -26.285454,-48.782441
-> -26.285098,-48.783044
-> -26.284855,-48.782884
-> -26.283428,-48.781905
-> -26.283305,-48.782128
-> -26.283098,-48.782501
-> -26.282369,-48.782016
Ponto de Parada: 6 -> -26.282078,-48.781823 [Dist: 2583] => [COLETA: ALINE]
-> -26.282369,-48.782016
-> -26.283098,-48.782501
-> -26.284755,-48.783668
-> -26.283649,-48.785635
-> -26.283106,-48.785249
-> -26.282557,-48.784875
-> -26.282006,-48.784490
-> -26.281458,-48.784106
Ponto de Parada: 9 -> -26.280911,-48.785063 [Dist: 980] => [COLETA: DAYANI]
-> -26.280617,-48.785573
-> -26.280086,-48.785204
-> -26.279539,-48.784806
-> -26.278972,-48.784428
-> -26.278428,-48.784043
Ponto de Parada: 8 -> -26.278231,-48.784433 [Dist: 393] => [COLETA: CAUE]
-> -26.278428,-48.784043
-> -26.278972,-48.784428
-> -26.279539,-48.784806
-> -26.280086,-48.785204
-> -26.280617,-48.785573
-> -26.281182,-48.785965
-> -26.281723,-48.786335
-> -26.282286,-48.786715
-> -26.282838,-48.787100
-> -26.283398,-48.787475
-> -26.283950,-48.787861
-> -26.284844,-48.788458
-> -26.284935,-48.793645
-> -26.282849,-48.798864
Ponto de Parada: 18 -> -26.282148,-48.799432 [Dist: 2067] => [ENTREGA: ANA BEATRIZ (José Antônio Navarro Lins)]
-> -26.281269,-48.800215
-> -26.279430,-48.801904
-> -26.279836,-48.802448
-> -26.280249,-48.803005
Ponto de Parada: 2 -> -26.279771,-48.803443 [Dist: 601] => [COLETA: BRUNA]
-> -26.278754,-48.804326
-> -26.279145,-48.804922
-> -26.277639,-48.806318
-> -26.278021,-48.806859
-> -26.278419,-48.807427
-> -26.278835,-48.807996
Ponto de Parada: 4 -> -26.277908,-48.808792 [Dist: 777] => [COLETA: HELOISA]

```

```
-> -26.277446,-48.809212
-> -26.277062,-48.808644
-> -26.276669,-48.808063
-> -26.276284,-48.807506
-> -26.275910,-48.806913
-> -26.275503,-48.806348
Ponto de Parada: 5 -> -26.275939,-48.805996 [Dist: 492] => [COLETA: NIKOLAS]
-> -26.275503,-48.806348
-> -26.275118,-48.805763
-> -26.274715,-48.805197
-> -26.274342,-48.804629
-> -26.273948,-48.804044
-> -26.273553,-48.803466
-> -26.273148,-48.802892
Ponto de Parada: 15 -> -26.272910,-48.802556 [Dist: 534] => [ENTREGA: HELOISA (C.E.I. Ponte Serrada)]
-> -26.273148,-48.802892
-> -26.273553,-48.803466
-> -26.273948,-48.804044
-> -26.274342,-48.804629
-> -26.274715,-48.805197
-> -26.275118,-48.805763
-> -26.275503,-48.806348
-> -26.275910,-48.806913
-> -26.276284,-48.807506
-> -26.276669,-48.808063
-> -26.277062,-48.808644
-> -26.277446,-48.809212
-> -26.276386,-48.810154
-> -26.276815,-48.810779
-> -26.277211,-48.811439
-> -26.276945,-48.811484
-> -26.276394,-48.811523
-> -26.276163,-48.811559
-> -26.275200,-48.811624
Ponto de Parada: 17 -> -26.275406,-48.812038 [Dist: 1421] => [ENTREGA: ALINE (Tuffi Dippe)]
-> -26.278159,-48.815543
-> -26.279540,-48.817483
-> -26.280478,-48.818852
-> -26.279830,-48.819445
-> -26.279296,-48.819950
-> -26.278792,-48.820426
-> -26.278160,-48.821017
-> -26.277457,-48.821718
-> -26.277988,-48.822421
-> -26.278546,-48.823204
Ponto de Parada: 13 -> -26.278739,-48.823449 [Dist: 1575] => [COLETA: MATEUS (2)]
-> -26.278546,-48.823204
-> -26.278008,-48.823683
-> -26.277496,-48.824115
-> -26.276352,-48.825126
-> -26.276411,-48.825828
-> -26.276659,-48.826849
Ponto de Parada: 11 -> -26.276331,-48.827145 [Dist: 575] => [COLETA: EDUARDO]
-> -26.276659,-48.826849
```

```
-> -26.276776,-48.826758
-> -26.277726,-48.825924
-> -26.278595,-48.827060
Ponto de Parada: 12 -> -26.278383,-48.827280 [Dist: 375] => [COLETA: MATEUS (1)]
-> -26.275211,-48.830119
-> -26.274868,-48.830410
-> -26.274642,-48.830049
-> -26.273467,-48.831114
Ponto de Parada: 10 -> -26.271813,-48.832599 [Dist: 948] => [COLETA: DJULIA]
-> -26.273467,-48.831114
-> -26.274642,-48.830049
-> -26.275037,-48.829745
-> -26.274911,-48.829351
-> -26.275485,-48.827952
-> -26.276009,-48.827439
-> -26.276331,-48.827145
-> -26.276659,-48.826849
-> -26.276411,-48.825828
-> -26.276352,-48.825126
-> -26.277496,-48.824115
-> -26.278008,-48.823683
-> -26.278546,-48.823204
-> -26.279294,-48.822528
-> -26.279926,-48.821958
-> -26.280458,-48.821476
-> -26.281645,-48.820374
-> -26.282225,-48.819878
-> -26.282663,-48.819445
Ponto de Parada: 20 -> -26.282410,-48.819078 [Dist: 1972] => [ENTREGA: DAYANI, DJULIA, MATEUS (1) (Max Colin)]
-> -26.282081,-48.818666
-> -26.281481,-48.817906
-> -26.281281,-48.817601
-> -26.280933,-48.817105
-> -26.279218,-48.814678
-> -26.278791,-48.814100
-> -26.279011,-48.811812
-> -26.278977,-48.811321
-> -26.279558,-48.811240
-> -26.279962,-48.811231
-> -26.280361,-48.811209
-> -26.281221,-48.811153
-> -26.282641,-48.809657
Ponto de Parada: 3 -> -26.283566,-48.808762 [Dist: 1534] => [COLETA: GABRIEL]
-> -26.282641,-48.809657
-> -26.281221,-48.811153
-> -26.280361,-48.811209
-> -26.279962,-48.811231
-> -26.279558,-48.811240
-> -26.278977,-48.811321
-> -26.277211,-48.811439
-> -26.276945,-48.811484
-> -26.276394,-48.811523
-> -26.276163,-48.811559
-> -26.275200,-48.811624
```

```

-> -26.274219,-48.811679
-> -26.273362,-48.811753
-> -26.272688,-48.811810
Ponto de Parada: 16 -> -26.272641,-48.813614 [Dist: 1490] => [ENTREGA: NIKOLAS, MATEUS (2) (Jardim Sementinha)]
-> -26.272688,-48.811810
-> -26.272000,-48.811867
-> -26.271008,-48.811912
-> -26.269072,-48.810550
-> -26.268610,-48.811031
-> -26.268282,-48.811338
-> -26.267802,-48.811795
-> -26.266227,-48.813254
-> -26.265817,-48.813634
-> -26.265430,-48.814016
-> -26.265009,-48.814447
-> -26.264405,-48.814962
-> -26.263652,-48.815642
Ponto de Parada: 19 -> -26.263416,-48.815856 [Dist: 1456] => [ENTREGA: CAUE (Educando com Amor)]
-> -26.263120,-48.816156
-> -26.262490,-48.816774
-> -26.257259,-48.810289
-> -26.258131,-48.811951
-> -26.257681,-48.812423
-> -26.252927,-48.806654
-> -26.252455,-48.807152
Ponto de Parada: 1 -> -26.251744,-48.806397 [Dist: 2192] => [COLETA: YORAN]
-> -26.252455,-48.807152
-> -26.252927,-48.806654
-> -26.257681,-48.812423
-> -26.258131,-48.811951
-> -26.257259,-48.810289
-> -26.262490,-48.816774
-> -26.263120,-48.816156
-> -26.263416,-48.815856
-> -26.263652,-48.815642
-> -26.264405,-48.814962
-> -26.270167,-48.822278
-> -26.271408,-48.822710
-> -26.271320,-48.824124
-> -26.270746,-48.826412
-> -26.271013,-48.826942
Ponto de Parada: 21 -> -26.270359,-48.826758 [Dist: 3972] => [ENTREGA: EDUARDO (C.E.I Iririu)]
-> -26.271013,-48.826942
-> -26.271378,-48.827428
-> -26.271829,-48.828161
-> -26.273397,-48.826643
-> -26.274775,-48.825373
-> -26.275712,-48.824494
-> -26.276441,-48.823805
Ponto de Parada: 14 -> -26.276181,-48.823474 [Dist: 936] => [ENTREGA: YORAN, BRUNA, GABRIEL (Santo Antônio)]

```

DISTÂNCIA TOTAL PERCORRIDA (metros): 26.873

=====