

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

Mestrado em Informática

**ANÁLISE QUALITATIVA DE MÉTODOS DE PLANIFICAÇÃO DE
MALHAS TRIDIMENSIONAIS**

ISAIAS JOSÉ AMARAL SOARES
CURITIBA

2007

ISAIAS JOSÉ AMARAL SOARES

**ANÁLISE QUALITATIVA DE MÉTODOS DE PLANIFICAÇÃO DE
MALHAS TRIDIMENSIONAIS**

Dissertação apresentada como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre. Programa de Pós-Graduação em Informática, Setor de Ciências Exatas, Universidade Federal do Paraná.

Orientador: Prof. Dr. Luciano Silva

CURITIBA

2007

SUMÁRIO

RESUMO	iii
ABSTRACT	iv
AGRADECIMENTOS	v
DEDICATÓRIA	vii
1 INTRODUÇÃO	1
1.1 O processo de digitalização	2
1.2 Contribuições deste trabalho	7
1.2.1 O Museu 3D para TV Digital	10
1.2.2 O Museu 3D para internet	15
1.2.3 O plugin IMAGO Phoenix	15
2 FUNDAMENTOS TEÓRICOS	17
2.1 Topologia	17
2.1.1 Fundamentos	17
2.1.2 Números de Betti e o Genus	20
2.1.3 Teoria de Morse	22
2.1.4 Grafo de Reeb	24
2.2 Geometria Diferencial	25
2.2.1 Conceitos preliminares	25
2.2.2 Classificação dos mapeamentos	27
2.2.2.1 Mapeamentos isométricos	27
2.2.2.2 Mapeamentos conforme	28
2.2.2.3 Mapeamentos equiárea	29
2.2.2.4 Mapeamentos planares	29

2.2.2.5	Mapeamentos harmônicos	30
2.2.2.6	Mapeamento baricêntrico	33
3	TRABALHOS ANTERIORES	35
3.1	Segmentação/corte de superfícies	35
3.2	Parametrização	39
3.3	Montagem do atlas de textura	42
4	MÉTODO PROPOSTO	44
4.1	Análise dos métodos estudados	44
4.1.1	Segmentação/corte de superfícies	44
4.1.2	Parametrização	46
4.1.3	Montagem do atlas de textura	48
4.2	O método paramétrico de planificação de superfícies	48
4.2.1	Segmentação/corte de superfícies	48
4.2.2	Parametrização	52
4.2.3	Montagem do atlas de textura	56
4.2.4	Arquitetura do sistema de planificação de malhas	56
5	RESULTADOS E DISCUSSÃO	57
5.1	Métricas	57
5.2	A base de dados	59
5.3	Análise dos resultados	61
6	CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS	78
	BIBLIOGRAFIA	84

RESUMO

Este trabalho apresenta um método paramétrico de planificação de malhas tridimensionais que tem como objetivo permitir uma maior flexibilidade num sistema de planificação. Assim, a planificação da malha é condicionada a diversos critérios, cujas importâncias devem ser estabelecidas pelo usuário. Foram analisados diversos métodos presentes nos trabalhos mais relevantes relacionados à planificação de malhas e foram estabelecidas métricas de qualidade, nos permitindo um estudo comparativo entre os métodos. Além disso, foi proposto um novo método de corte para malhas fechadas, baseado na análise topológica da malha. O sistema de planificação desenvolvido é capaz de gerar quarenta e cinco resultados diferentes para um mesmo objeto 3D, dando ao usuário uma grande liberdade de escolha sobre o resultado a ser obtido.

ABSTRACT

This work presents a parametric method for three-dimensional surface flattening that has as objective to allow more flexibility in a planification system. Thus, the result is conditioned by several parameters, which relevance must be defined by the user. Many methods for planification present in most relevant works were analysed and it was stabilished quality metrics for planification, allowing us to compare the results for diferent methods. Furthermore, it was proposed a new method for cutting a closed mesh, based on its topological analysis. The developed planification system can produce 45 different results for a single 3D model, giving to the user a great number of choices about the result.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, “o Grandão”, como costumo chamar. Ele me deu a força e a luz que foram necessárias a esse trabalho.

Agradeço à minha mãe, Joana, pela imensa ajuda prestada durante os momentos mais escuros da minha vida, não somente neste episódio, mas outros também. Valeu o apoio, o empenho e o carinho de anos, querida mãezinha!!!

Agradeço a meus amigos, Roberto e Adriana Fukumoto, juntamente com Rafael e Gabriel Fukumoto, que nos deram muita força, conversando e cuidando da Ariel em muitos momentos críticos das nossas vidas e durante o desenvolvimento desse trabalho.

Agradeço, do fundo do coração, à Dra. Magaly, pelos inestimáveis cuidados para com a minha filha, Ariel. Seu apoio jamais será esquecido, garanto.

Agradeço ao Gerson, Telma, Vinícius, à Bárbara e Rodrigo pelo auxílio que nos prestaram durante o difícil transe que passamos este ano em nossas vidas, pois nos ajudaram de todas as formas, apoiando-nos, confortando-nos e ajudando-nos a resolver diversas outras questões. Agradeço também pelos momentos especiais que passamos juntos.

Agradeço ao pessoal da Unoesc/Videira: Antônio, Ernani, Márcia, Gladimir e a todos dessa instituição que nos prestaram uma ajuda imprescindível de todas as maneiras possíveis.

Agradeço a todos os nossos amigos, que não pude citar nominalmente, por todo o apoio e gestos de carinho e atenção que compartilhamos em todo o período em que estivemos juntos.

Agradeço ao Alexandre Vrubel, pelas longas conversas, pelo compartilhamento de experiências e opiniões. Me enriqueceram bastante e mudaram a minha opinião sobre muitas coisas. Agradeço também a Leandro Nakamura, companheiro de scripts e resolução de problemas impossíveis no bash e pela grande ajuda prestada em todos

os assuntos durante este trabalho. Sua paciência e perseverança de ninja me inspiraram muito a enfrentar não só aqueles problemas, mas os outros que vieram depois. Agradeço a Anderson Viçoso, companheiro de mestrado e moradia, que me ensinou a me desdobrar mais pelos meus companheiros, pois com sua generosidade e boa vontade me ensinaram a também ser mais generoso e amigo. Obrigado, irmãos. Tenho muito carinho por vocês e não os esquecerei.

Agradeço a D. Diva, que me acolheu com carinho e me proporcionou não somente moradia e aconchego, mas também amizade e compreensão nos momentos difíceis.

Agradeço ao Daniel e o Nelson, pelo companheirismo e pelas horas agradáveis passadas juntos, quando eu não estava no trabalho duro do laboratório.

Agradeço à Luciana Zukovsky, pelas sugestões e correções no texto da tese e por todo apoio prestado a nós nos momentos de escuridão.

Agradeço aos meus orientadores, pela orientação, pelo apoio e pela oportunidade de trabalhar com uma equipe tão qualificada quanto a do Imago/UFPR.

Agradeço à equipe do Museu Virtual 3D, Dyego, Carol, Leonardo, Ronaldo, Cristiano e Johnny, que me proporcionou ótimos momentos de desafio e de grande aprendizado.

Agradeço à toda a equipe do Imago, por momentos memoráveis, de muita alegria e satisfação compartilhados em todo o tempo que durou este trabalho.

Agradeço a Michael S. Floater por explicações relevantes durante a implementação desses métodos.

E por fim, agradeço às instituições financiadoras Finep, Fundação Araucária e CNPQ pelo apoio durante todo o meu período de mestrado.

Eu sei que este mundo é como um mar, cheio de ondas que mudam tudo, levam as pessoas para lá e pra cá, mas de uma coisa tenham certeza: o carinho que sinto por vocês só aumentará.

DEDICATÓRIA

Dedico essa dissertação a todas as pessoas que nos ajudaram, de uma forma ou de outra, na conclusão deste trabalho. Em especial, à memória de minha esposa Sandra Regina da Silva, que tanto me ajudou durante todo o período que estivemos juntos. Seu carinho e conforto me deram forças nos momentos mais difíceis, e sua perda representa um grande prejuízo a todos nós que ficamos para trás. Somente o Pai sabe o que enfrentamos nestes meses de tristeza e sofrimento, e o quanto é significativa a conclusão deste trabalho. Sempre acreditei no potencial de todo ser humano de vencer os obstáculos, contando principalmente com sua força de vontade. Mas, depois de tudo o que vivi, sou testemunha de que, se confiarmos no Pai, uma força maior nos toma pela mão e vence os obstáculos para nós. Ele, o Pai, me carregou nos braços quando eu já não tinha forças para nada, por isso lhe dedico este trabalho também. Com um carinho enorme, Ele me ergueu do chão e me colocou em seus ombros, e de lá, pude contemplar o infinito. E em meu peito, acendeu-se a chama da esperança. Então, pude ver que ainda há vida pela frente. Nesta vida, tudo pode mudar muito rápido, por isso jamais podemos ter certeza do futuro. Ainda assim, haja o que houver, farei o melhor que puder, por mim, pela minha filha e pelos que me cercam, enquanto houver chama de vida em mim.

Dedico também à minha filha, Ariel Regina da Silva Soares, que se mostrou muito corajosa e madura, apesar da pouca idade. Ela, com seu modo simples e ingênuo de encarar as coisas, me ensinou muitas coisas e me ajudou a ter paz enquanto o céu trovejava... olhar nos seus olhos e ver o seu sorriso trouxe muita luz e força, que ajudaram a me levantar e renovar a minha determinação nos momentos difíceis.

Dedico a meus pais, José e Joana, que por longos anos cuidaram de mim, me deram o amor e afeto de que precisava para encarar com coragem os desafios da vida, e me ensinaram, dentre outras coisas, que nesta vida, mais vale dar do que receber.

Dedico aos meus irmãos, Ângela, Meire e Paulo, por todo apoio durante o trabalho,

pelas horas das infâncias, pelas travessuras e todas as coisas lindas que vivemos juntos.

Dedico também à minha sogra, Cleide da Silva, pelo imenso apoio e carinho durante os momentos mais difíceis da minha vida. Sua dedicação e atenção foram essenciais para minimizar nossas dificuldades e atenuar a pesada carga que tivemos que suportar.

Dedico a Adilson, Lucimara e seus filhos, meus cunhados e sobrinhos que caminharam conosco nestes períodos de dificuldades, ensinando-nos e ajudando-nos a vencer as dificuldades do dia-a-dia.

Dedico também a Luciana Zukovsky, por todo apoio, companheirismo, otimismo e alegria e por trazer um fôlego novo à nossas vidas.

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

A computação gráfica, movida pela indústria do entretenimento, tem avançado enormemente, sempre aumentando a qualidade e a rapidez com a qual são exibidos todo tipo de informação. O impossível e o fantástico tornam-se reais com a ajuda dos computadores. Assim, com o avanço da tecnologia, é cada vez mais comum nos depararmos com mundos virtuais e objetos tridimensionais inteiramente criados no computador. Personagens animados, jogos, propagandas, cada vez mais a computação gráfica se faz presente em nosso cotidiano, nos surpreendendo com situações que muitas vezes só são possíveis em ambientes virtuais. A computação gráfica impressiona porque abre possibilidades. Possibilidades de experimentar, testar e simular a um baixo custo. Por exemplo, um passeio pelo sistema solar seria quase impossível de se realizar sem muitos recursos e muito tempo. No entanto, por meio da computação gráfica, esse passeio se torna possível pela tanto pela economia monetária quanto de tempo. Mundos e situações podem ser criados e recriados de uma maneira completamente interativa, como é feito nos modernos jogos de computador e videogame. Então, surge uma pergunta no ar: por que não usar o poder da computação gráfica para reavivar a consciência cultural das pessoas e preservar o patrimônio histórico do nosso povo? Surge assim, o resgate cultural por meio digital, usando a computação gráfica não somente para diversão, mas também como um meio para levar cultura e preservar a consciência histórica de um povo. Atualmente, com a universalização da informação, a cultura e a história dos povos tendem a se mesclar por meio do intenso intercâmbio de informações via internet. A tecnologia, supervalorizada, aos poucos torna-se tradição, e muitos aspectos históricos, que ajudam a constituir a identidade dos povos, acabam sendo relegados ao esquecimento nos museus ou em depósitos, longe do contato das pessoas.

Tendo em vista esta situação, o grupo Imago/UFPR iniciou um trabalho envolvendo vários projetos, visando a preservação de patrimônios históricos e culturais. Um desses projetos é a digitalização 3D de artefatos históricos, que consiste em gerar uma cópia digital do objeto, preservando-o assim das deteriorações naturais do tempo, além de permitir que essas informações possam ser estudadas e divulgadas ao povo [39]. Nesse ínterim, o presente trabalho tem por finalidade estabelecer um método flexível de parametrização de malhas que será usado em uma das etapas da reconstrução tridimensional do processo de digitalização.

1.1 O processo de digitalização

A digitalização consiste em gerar uma descrição computacional do artefato, permitindo assim que ele possa ser reconstruído o mais fielmente possível a partir dos dados digitalizados. Essa descrição é feita através de dois elementos básicos: geometria e textura. A geometria é a informação composta por triângulos e vértices que compõem uma malha que se assemelha a uma rede de pesca e representa a forma do objeto e a textura é uma imagem a ser colocada sobre essa malha e representa a informação de cor ao longo da superfície do objeto.



Figura 1.1: Processo de modelagem 3D: (a)-(c) vistas diferentes do mesmo objeto que são digitalizadas a fim de serem utilizadas na construção do modelo 3D; (d) equipamento de aquisição, sensor laser conectado ao um laptop.

É possível usar uma enorme quantidade de triângulos para armazenar até mesmo os mínimos detalhes da superfície de um objeto. Para armazenar os dados originais, isso é coerente, mas, para visualização pela internet, por exemplo, é impraticável. E é aí que o papel da textura se torna fundamental: mesmo objetos com poucos polígonos

podem parecer extremamente fiéis ao original, pois, além do mapeamento da textura, puro e simples, há diversas técnicas que usam a textura para conferir um grande realismo ao modelo.



Figura 1.2: Resultados do projeto: (a)-(d) esculturas do acervo MuMA da FCC. As imagens (a) e (b) são fotos e (c) e (d) são imagens renderizadas a partir do modelo 3D gerado dos objetos (a) e (b), respectivamente.

O mapeamento de texturas é uma das técnicas mais importantes e mais utilizadas na modelagem tridimensional. São raros os casos em que a textura não é usada. Ela é mapeada sobre a superfície do objeto, permitindo assim um significativo aumento de detalhes a um baixo custo computacional. O mapeamento pode ser utilizado não só para definir a cor da superfície, como também para simular diversas características, como especularidade, transparência, rugosidades, iluminação e deslocamento de superfície, entre outras [19]. Tal versatilidade fez do mapeamento de textura um processo crucial na produção de imagens realistas, permitindo uma grande complexidade visual aliada a uma baixa complexidade geométrica do modelo a ser renderizado.

A maioria das placas gráficas atuais incorpora algum método de mapeamento de texturas, cujo uso já é muito popular no mundo dos videogames e desenvolvedores gráficos. A textura tem sido cada vez mais usada para melhorar o realismo e a experiência proporcionada pelos programas de renderização. Entre os diversos usos da texturização, está a criação de réplicas digitais de artefatos culturais e arqueológicos, para o qual o uso da textura é indispensável, a fim de se obter uma representação fiel do artefato. Neste caso, a textura é usada em conjunto com a geometria para a obtenção de uma réplica digital o mais próxima possível do objeto real. E, embora muitos trabalhos tenham surgido nos últimos anos na área de digitalização de artefatos tridimensionais

e reconstrução de superfícies [22, 12, 9, 16, 6, 25, 1, 21, 24, 41, 26, 32, 31, 46, 7], uma menor atenção foi devotada ao estudo da aquisição e reconstrução de texturas de alta qualidade [2].

Como o campo de aplicações para o uso da textura é muito abrangente, este trabalho está voltado especificamente para o corte e parametrização de malhas, uma etapa necessária ao procedimento de reconstrução 3D desenvolvido no IMAGO visando a conservação de acervos culturais. O processo de reconstrução desenvolvido nos fornece uma malha de alta resolução com a cor em cada vértice e as parametrizações são estabelecidas a priori, manualmente. Desse modo, não se pode controlar as distorções sobre a malha e é difícil corrigir a textura por meio de fotos de alta resolução. A análise e a construção de mapas de textura mais adequados vai permitir a criação de mapas de textura nos quais a correção será muito mais fácil de ser realizada, completando assim o processo de reconstrução tridimensional. A conclusão desse processo se faz necessária, pois várias peças de relevante importância histórica acabam se deteriorando em virtude de condições climáticas, inadequação das instalações e outros agentes que acabam destruindo as peças antes mesmo que elas possam ser catalogadas para exposição. Com a digitalização, não só há a preservação digital do artefato histórico, como também ele pode ser classificado com maior rapidez, podendo ser enviado eletronicamente a especialistas a grandes distâncias a um custo mínimo, ou ainda, ser utilizado como base para processos de restauração. Depois de digitalizadas, as peças podem ser expostas em museus virtuais, e assim ficarem acessíveis em praticamente qualquer lugar do mundo.

O processo de digitalização é composto de algumas etapas, a saber:

1. **Aquisição de dados:** Consiste no escaneamento de diversas vistas tridimensionais do objeto.
2. **Registro:** Consiste em encontrar um conjunto de transformações (tipicamente composta de rotações e translações) que seja capaz de alinhar as diversas vistas do objeto escaneado.

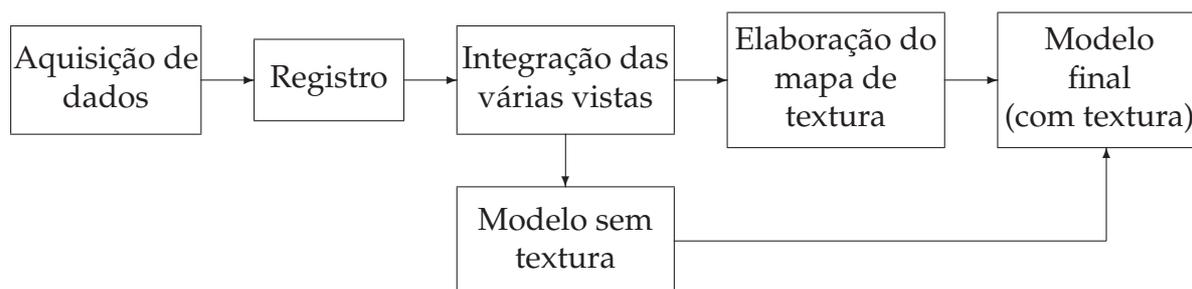


Figura 1.3: Etapas do processo de digitalização de um artefato ou modelo tridimensional.

3. **Integração das várias vistas:** Consiste em construir uma única malha do objeto a partir das vistas alinhadas da etapa anterior. Desta etapa obtém-se uma representação geométrica do objeto, ainda sem o mapa de textura¹.
4. **Elaboração do mapa de textura:** Consiste em determinar um mapeamento que permita que uma textura 2D possa ser mapeada sobre o objeto tridimensional.
5. **Obtenção do modelo texturizado:** A textura é combinada com a malha do objeto para formar um objeto texturizado, que então é renderizado na tela do computador.

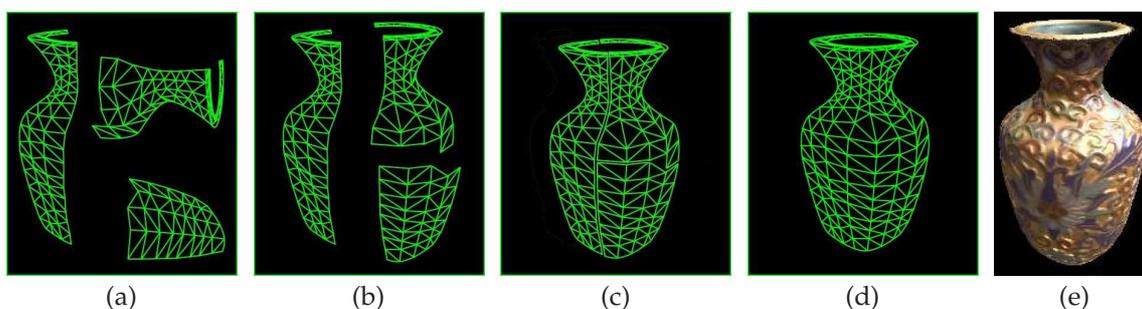


Figura 1.4: Digitalização 3D (a-e): (a) vistas individuais obtidas com o scanner laser 3D, (b) passo intermediário do processo de alinhamento de vistas, (c) vistas alinhadas, (d) malha do modelo montada e (e) modelo texturizado.

Dentro desta seqüência de processos, como mostra a figura 1.3, este trabalho está direcionado somente para a etapa de *elaboração do mapa de textura*, utilizando a malha

¹Dependendo de como foi feita a integração de vistas, pode estar disponível a cor do objeto em cada vértice. Esta pode ser calculada através de uma média ponderada pela relevância das vistas no momento do escaneamento. Um bom critério é valorizar mais a cor obtida de um escaneamento cuja direção é próxima à normal no vértice (ou seja, a vista mais frontal possível).

poligonal resultante da integração de várias vistas tridimensionais. Essa elaboração inclui três estágios, esquematizados na figura 1.5.



Figura 1.5: Etapas do processo de elaboração do mapa de textura.

O processo de elaboração do mapa de textura pode também ser encarado como um processo de *planificação da malha 3D*. E por isso, neste trabalho, essas duas definições serão sinônimas. Segue uma definição de cada uma das etapas apresentadas:

1. **Segmentação:** a malha é segmentada em diversos pedaços a serem planificados, segundo algum critério pré-estabelecido, como curvatura, visibilidade, ângulos de planificação, etc.
2. **Parametrização:** é determinada uma planificação da malha e uma ou mais funções de mapeamento que relacionam os pontos tridimensionais com a malha planificada.
3. **Montagem do atlas de textura:** O conjunto de malhas planificadas é disposto em uma única figura de modo a minimizar o espaço não utilizado. É esse atlas que servirá para o programa de renderização efetuar a texturização do objeto na hora da construção de sua imagem.

Dessas três etapas, a parametrização é sem dúvida a mais complexa. Encontrar uma boa correspondência entre uma superfície tridimensional e um domínio bidimensional não é um problema trivial. Há diversas categorias de métodos que definem essa correspondência de modos muito diferentes. Podem ser utilizados métodos de minimização de deformação angular [37] ou simplificações de malhas [15] ou utilizam sistemas massa-mola [43] (buscando minimizar a energia de estiramento entre as molas), enfim, há muitas maneiras de se parametrizar.

Cada uma dessas maneiras de parametrizar procura minimizar a distorção sofrida devido à planificação da malha 3D e para que seja útil, a função de mapeamento precisa

ser biunívoca, ou seja, uma bijeção. A partir de pontos mapeados no plano deve ser possível encontrar o seu correspondente tridimensional e vice-versa. A parametrização quase sempre introduzirá erros, e um bom método é aquele no qual as distorções de ângulo e área são minimizadas tanto quanto possível [14].

Há vários mapeamentos 3D-2D possíveis para uma superfície, que geralmente vão depender de como a superfície foi dividida. Por exemplo, para que a malha seja parametrizada em uma peça única, a segmentação precisa ser mais cuidadosa, pois haverá pontos em que será difícil minimizar a distorção sem a realização de cortes na malha e esses cortes têm que ser realizados de modo a não partir a malha em mais de um pedaço. Por outro lado, pode ser que certas distorções (tipicamente estiramentos) sejam toleráveis, em detrimento da forma da malha. Os efeitos provocados por um ou outro tipo de parametrização no mapa de textura podem ser mais adequados a um tipo de aplicação do que a outro. Assim, nota-se que cada combinação de critérios serve a um objetivo, que por sua vez, é definido pelo usuário. Como o uso de uma combinação varia de acordo com os objetivos, o importante é que sejam criadas a maior quantidade possível de escolhas, a fim de maximizar as chances de se atingir os objetivos pretendidos.

1.2 Contribuições deste trabalho

As principais contribuições deste trabalho são: o estudo comparativo entre os diferentes métodos de parametrização, bem como a análise da influência dos diferentes parâmetros possíveis para se realizar essa parametrização, e o desenvolvimento de um novo método de corte de malhas 3D fechadas. Devido à grande quantidade de parametrizações diferentes, não foi possível implementar algoritmos que tratassem malhas mais complexas. Assim as parametrizações deste trabalho somente se aplicam a malhas simplesmente conexas, sem buracos internos e de bordas simples (que não se auto-interceptam). Além das contribuições diretas na área de planificação de malhas, outras contribuições indiretas foram geradas ao longo do período de mestrado, que

são:

- “Museu Virtual 3D” para TV Digital: um protótipo para o SBTVD² capaz de visualizar modelos 3D na televisão, controlado por controle remoto. Este protótipo permite a visualização com alta qualidade de modelos complexos em um hardware extremamente limitado e sem o uso de aceleração gráfica (pentium 266 com 32 MB de memória), mostrado na figura 1.6 (a).
- “Museu Virtual 3D” para internet: um protótipo para internet do “Museu Virtual 3D” capaz de visualizar modelos 3D pela internet, controlado pelo mouse e/ou teclado. Possui as mesmas características do “Museu Virtual 3D” para TV Digital, mostrado na figura 1.6 (b).
- “IMAGO Phoenix”: plugin visualizador 3D para navegadores internet baseados no Mozilla, que utiliza aceleração local de hardware para mostrar eficientemente os modelos transmitidos via internet. Permite visualização de excelente qualidade, superando Java3D em desempenho, mostrado na figura 1.6 (c).

Embora esses trabalhos não possuam relação direta com a parametrização, seu desenvolvimento foi necessário como pré-requisito para testar e validar muitos procedimentos sobre reconstrução de malha e texturização, e para que pudéssemos chegar à etapa de planificação de malhas, tema abordado por esta dissertação.

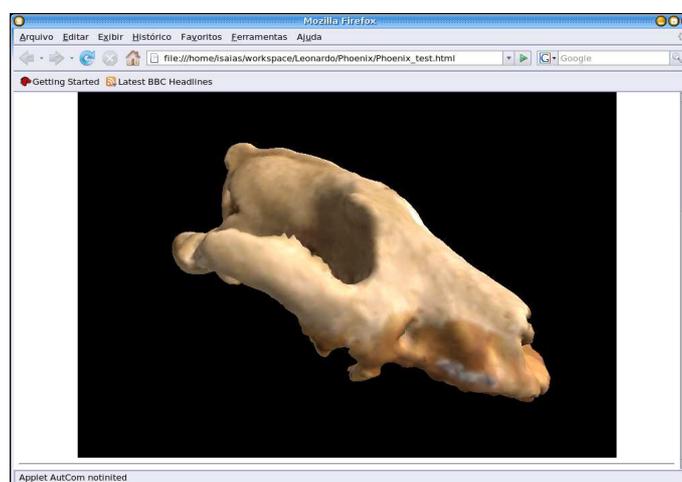
²SBTVD: Sistema Brasileiro de TV Digital, que contou com o apoio da FINEP e abrangeu um consórcio envolvendo diversas instituições brasileiras de pesquisa e ensino.



(a)



(b)



(c)

Figura 1.6: Protótipos desenvolvidos durante o trabalho: (a) “Museu Virtual 3D” para TV Digital (SBTVD), (b) versão do “Museu Virtual 3D” para uso via internet e (c) “IMAGO Phoenix”, um plugin visualizador para browser.

1.2.1 O Museu 3D para TV Digital

No início do trabalho do mestrado, ainda não estava muito bem definido o assunto da dissertação, exceto que seria na área de museu Virtual 3D. Assim, no primeiro ano, surgiu o projeto do Sistema Brasileiro de TV Digital, no qual o laboratório se engajou como participante do consórcio. Aceitou-se o desafio de construir um museu 3D para TV Digital, e daí nasceu o protótipo do Museu Virtual 3D. Esse trabalho proporcionou um melhor entendimento sobre a reconstrução 3D, bem como sobre as questões relacionadas à visualização e permitiu estabelecer qual seria o foco do trabalho desta dissertação, que no caso foi a parametrização, uma etapa necessária para concluir o projeto de reconstrução 3D em andamento no laboratório.

O desenvolvimento do sistema envolveu o escaneamento 3D de diversas vistas dos modelos, sua integração num único modelo, a construção de um mapa da textura do modelo, bem como a construção em Java de um visualizador para TV Digital capaz de exibir imagens de alta qualidade e de operar sob sérias restrições de processamento e memória. Em cada uma dessas etapas, foi estudado o que havia de melhor em termos de técnicas de reconstrução e desenvolvimento, permitindo-se obter uma visualização fiel do artefato e mantendo um bom desempenho do aplicativo.

O escaneamento 3D foi uma parte imprescindível do processo, uma vez que desejamos visualizar artefatos tridimensionais. O uso de técnicas de reconstrução de modelos a partir de dados obtidos a partir de um scanner está se tornando cada vez mais difundido, embora ainda haja grandes dificuldades para os que queiram se aventurar nessa área. Um bom método de reconstrução deveria incorporar as seguintes características:

- *Representação de uma região de incerteza*: devido à intensidade do laser variar de um pico máximo a uma intensidade mínima nas bordas do raio, cria-se uma região de incerteza acerca da real localização do ponto obtido pelo scanner.
- *Máxima utilização dos dados*: a sobreposição de dados é útil e necessária a fim de efetuar o registro das vistas e reduzir o ruído do sensor.

- *Eficiência de tempo e espaço*: a eficiência e economia de espaço é fundamental, uma vez que objetos complexos podem requerer muitas vistas para serem reconstruídos. Se não for eficiente, o algoritmo corre o risco de se tornar pouco prático.
- *Robustez*: é muito comum a presença de outliers em dados escaneados, causados por uma série de fatores. Assim, é essencial que o algoritmo seja capaz de tratar esses casos sem que isso implique na interrupção do programa.
- *Topologia arbitrária*: o algoritmo deve ser capaz de tratar objetos de genus arbitrário.
- *Capacidade de preencher os buracos*, decorrentes de imperfeições na obtenção dos dados 3D, do processamento ou pela própria topologia do objeto.

Esse processo de reconstrução 3D foi desenvolvido nos laboratórios do Imago por outro mestrando, Alexandre Vrubel, também participante do projeto. Atualmente, o uso de técnicas de escaneamento tridimensional é cada vez mais comum tanto para fins de pesquisa quanto de publicação de conteúdo. Na pesquisa, as informações de alta precisão são utilizadas para estudar a técnica dos escultores e pintores [3], enquanto que para publicação, são utilizadas técnicas de renderização que dificultam a reconstituição da malha 3D do objeto, preservando assim os direitos sobre as obras escaneadas [27]. O escaneamento e a reconstrução foram etapas necessárias no processo de desenvolvimento do sistema de visualização para TV Digital.

Paralelamente ao trabalho de reconstrução do modelo 3D, foi desenvolvido o sistema de visualização adaptado ao ambiente da TV Digital. Isso representou um grande desafio, uma vez que, além de operar num hardware limitado e com pouca memória, não se podia contar com a aceleração gráfica de modernas placas aceleradoras. Então, como fazer, para proporcionar a melhor experiência para o usuário? A solução foi utilizar os modelos numa forma pré-renderizada de alta resolução. Utilizando imagens de vistas tiradas ao redor dos modelos, foi possível recriar a exata experiência 3D sobre uma plataforma bastante limitada (pentium 266 com 32 Mb de RAM). Nesse ambiente,

o usuário se vê livre para navegar por quaisquer pontos e visualizar quaisquer peças sob praticamente todos os ângulos, com uma sensação idêntica à de se caminhar num ambiente tridimensional renderizado em tempo real.

Quando o governo brasileiro definiu que investiria em pesquisa para TV Digital no Brasil, logo foram considerados os seguintes cenários para as aplicações a serem desenvolvidas:

1. TV sem acesso à internet.
2. TV com acesso intermitente à internet (internet discada).
3. TV com acesso à internet em banda larga.

A fim de que o projeto possibilitasse um processo de inclusão social, foi estabelecido que ele deveria ter um custo mínimo para o consumidor final e, portanto, o primeiro cenário foi tomado com o adequado para as aplicações. Como este é o mais restritivo, um sistema capaz de operar nele é capaz de operar também nos outros dois cenários.

Durante o desenvolvimento, houve muitos problemas relacionados à plataforma de testes e ao atraso do equipamento necessário para testar os softwares que estavam sendo desenvolvidos. Como as soluções proprietárias que emulam middleware MHP custavam além da verba disponível e não possuíam código aberto (quesito obrigatório no projeto), optou-se por utilizar o simulador XLetView, que é gratuito e de código aberto. A maior parte do desenvolvimento da aplicação foi realizada nesse simulador XLetView e poucos ajustes se fizeram necessários para que o sistema funcionasse sobre o middleware que foi desenvolvido pela equipe do prof. Guido Lemos, da UFPB/Paraíba.

O sistema foi estruturado de forma a permitir que o usuário operasse mesmo sem ter todos os dados carregados em memória. Uma thread se encarrega de efetuar o carregamento dos dados, começando pela posição inicial do usuário e posições circunvizinhas, prosseguindo até que todo o conteúdo esteja carregado. Cada objeto gera um grafo de posições possíveis, sob as quais ele pode ser visualizado. Durante o processo de carregamento, os grafos de todos os objetos são montados em memória, e, por meio de arquivos de configuração de cenas, o produtor de conteúdo pode definir quais cami-



Figura 1.7: Sistema funcionando em HDTV na Paraíba: teste de integração e compatibilidade entre as várias aplicações e o middleware.

nhos serão possíveis entre um objeto e outro. Criou-se o conceito de link de posições, que são caminhos de acesso entre uma posição em um objeto e outra posição em outro objeto. Desse modo, pode-se estabelecer caminhos entre os grafos dos objetos, através dos quais o usuário pode navegar. No momento em que o usuário alcança uma posição na qual existe um link para um outro objeto, um botão é instantaneamente habilitado, e é permitido que o usuário siga o link para o grafo seguinte ou permaneça na posição atual. Por ser flexível e facilmente ajustável, esse esquema de movimentação permite que o usuário tenha uma grande variedade de caminhos possíveis, dando-lhe a impressão de uma ampla liberdade de movimentação dentro do ambiente virtual. Esse esquema permite ainda o carregamento de apenas parte da cena, abrindo a possibilidade de uma quantidade enorme de links e caminhos que poderiam ser carregados somente no momento em que o usuário se aproximasse da região de interesse.

O sistema permite que os usuários tenham uma qualidade de imagem muito próxima à obtida com o uso de placas gráficas aceleradas com a vantagem de não exigir muito processamento local. A dificuldade ficou por conta do uso de memória porque, quando lidas pelas classes padrão de imagens do Java, as imagens ocupavam uma grande quantidade de memória, tornando inviável o uso para TV Digital. Para se ter uma idéia, o uso de 11 modelos acarretou um consumo de memória de 40 Mb, sendo que o máximo disponível na plataforma eram 32 Mb para todos os fins. Esse problema foi contornado quando optou-se por trabalhar com as imagens compactadas

em memória, e descompactando-as somente no momento da exibição para o usuário. Assim, o consumo de memória baixou para 8 Mb para a mesma quantidade de modelos. E mesmo com a descompactação em tempo real, o tempo de resposta ficou razoável (em geral, menor que um segundo).

Para a construção do grafo de movimentação de cada modelo, foram tomadas imagens ao redor do modelo, movimentando a câmera em intervalos angulares constantes, de modo a produzir vistas parciais a partir de uma câmera com o foco centrado no objeto e posicionada numa esfera com centro no modelo. Assim, ao visualizar o modelo e pressionar as setas de movimentação, o expectador assume diferentes posições de visualização do modelo a partir da superfície dessa esfera. A qualquer momento o observador pode voltar ao objeto anterior e às posições anteriores, caso tenha se perdido, ou simplesmente queira recuar um pouco. No protótipo para TV Digital, toda a movimentação é feita a partir das teclas do controle remoto.

Para a construção do arquivo de cena, foi desenvolvida uma sintaxe própria, que é interpretada pelo sistema, o qual gera o modelo em memória da cena. Essa sintaxe permite bastante flexibilidade, de modo que as mais variadas combinações de objetos possam ser visualizadas sem a necessidade de recompilação do código Java.

Dentre as principais características do sistema, destacam-se:

- Escalabilidade: a única limitação para a quantidade de salas e modelos é a quantidade de memória disponível no sistema.
- Flexibilidade: o produtor de conteúdo pode facilmente criar e alterar cenas sem que isso implique na recompilação do sistema.
- Economia: o sistema necessita de baixo consumo de memória e processador, poupando os recursos para tarefas mais importantes.
- Eficácia: o sistema se mostrou eficaz na visualização de modelos tridimensionais, apresentando tempo de resposta constante e independente da complexidade do modelo que está sendo exibido.

- Reusabilidade: o sistema é organizado em módulos reutilizáveis, que podem servir de base para aplicações similares ou mais complexas.

Tais características fazem dessa aplicação um laboratório ideal para testes e desenvolvimento de novas ferramentas de visualização para TV Digital.

1.2.2 O Museu 3D para internet

Com sucesso do “Museu Virtual 3D” no Sistema Brasileiro de TV Digital como uma aplicação de destaque, foi desenvolvida uma segunda versão para internet, com base nos mesmos princípios, mas com a interface aprimorada e com a possibilidade de interação por meio do mouse. Essa versão, assim como a versão para TV Digital, apresentou um bom desempenho com baixo consumo de memória e processamento. Foi desenvolvida uma nova interface e implementadas modificações para operação no ambiente de um computador pessoal, bem como incluídas algumas funcionalidades, como a possibilidade de exibição de texto html na descrição dos objetos.

1.2.3 O plugin IMAGO Phoenix

O plugin IMAGO Phoenix é uma poderosa ferramenta de visualização via internet. É flexível, portátil e eficiente. Integra o melhor da renderização 3D local com o melhor das ferramentas de internet. Foi desenvolvido para visualização via internet de modelos em alta definição, podendo ser utilizado para inúmeros fins. Seu desenvolvimento deu-se através de uma equipe, que dividiu o trabalho nas seguintes categorias:

- Captura de eventos do sistema operacional
- Renderização de fontes truetype
- Sistema de comunicação
- Sistema interno de gerenciamento de mensagens
- Sistema de widgets independente do sistema operacional

Para cada um desses itens foram feitas pesquisas detalhadas durante meses, que permitiram construir um sistema bastante independente da plataforma, de tal forma que foi desenvolvida uma biblioteca de classes que abstrai o sistema operacional e permite que o sistema seja codificado de forma totalmente independente, mantendo-se exatamente o mesmo código para diversas plataformas.

O plugin é projetado para lidar com questões de segurança, como autenticações e senhas, e acessar modelos disponíveis em um servidor de modo condicional ao usuário, com diferentes níveis de permissão de acordo com o tipo de autenticação utilizado pelo cliente.

O principal motivo do surgimento deste projeto foi a ineficiência do Java 3D para exibição de grandes modelos via internet. Apesar de acessar aceleração 3D, o Java 3D deixa muito a desejar em se tratando de desempenho. Por ser binário, o plugin é capaz de ser executado como qualquer aplicação 3D local, eliminando os problemas de eficiência presentes no Java 3D (que roda sobre a Java Virtual Machine). O Phoenix está num estágio bastante avançado de desenvolvimento, mas mesmo inacabado, mostra ser uma excelente solução em termos de visualização 3D via internet.

CAPÍTULO 2

FUNDAMENTOS TEÓRICOS

2.1 Topologia

2.1.1 Fundamentos

Para melhor compreensão do papel da topologia traçou-se um paralelo desta com a Geometria Euclidiana, na qual são estudadas certas propriedades das figuras. A Geometria Euclidiana estuda as figuras sob um ponto de vista geométrico, e portanto, as propriedades consideradas relevantes são chamadas de *propriedades geométricas* das figuras. Pode se dizer que uma propriedade geométrica é uma propriedade que fica *invariante* quando um deslocamento rígido é aplicado sobre a figura (como a rotação e translação). Desse ponto de vista não há diferença entre duas figuras congruentes segundo a Geometria Euclidiana, mesmo se estiverem giradas ou transladadas uma em relação à outra. Como exemplo, tomemos o retângulo da figura 2.1.



Figura 2.1: Um retângulo.

Destacam-se algumas propriedades deste retângulo:

1. O perímetro é 30 cm.
2. O ângulo interno em qualquer um de seus vértices é de 90° .
3. O retângulo está no centro da página.
4. O retângulo possui arestas pretas.

Dessas, as propriedades 3 e 4 são irrelevantes para um estudo de Geometria Euclidiana, enquanto que as propriedades 1 e 2 são importantes, pois qualquer retângulo congruente¹ a este possui essas mesmas propriedades.

A Topologia estuda as propriedades que são *invariantes pelo grupo das deformações*. Se imaginarmos que as figuras são feitas de borracha perfeitamente elástica, que podemos torcê-las e esticá-las à vontade, as propriedades que permanecem as mesmas após essas deformações são as *propriedades topológicas*. O retângulo da figura 2.2 divide os pontos do plano em três categorias: os que estão sobre o retângulo, os que estão dentro e os que estão fora do retângulo. Isto é uma propriedade topológica [8].



Figura 2.2: Exemplo de propriedade topológica.

Em Geometria Euclidiana os elementos de estudo são figuras e formas geométricas. Em topologia, são chamados de *espaços topológicos*. Um espaço topológico é um conjunto de pontos sobre os quais pode-se realizar certas operações. A este conjunto mais estas operações damos o nome de **estrutura topológica**, ou **topologia**. Segue a definição formal de topologia e espaço topológico:

Definição 2.1.1 *Seja X um conjunto. Uma **topologia** (ou estrutura topológica) em X é uma família F de subconjuntos de X que satisfaz:*

1. *Cada união de membros de F é também membro de F .*
2. *Cada intersecção **finita** de membros de F é também um membro de F .*
3. *\emptyset e X são membros de F .*

Definição 2.1.2 *Um **espaço topológico** é um par (X, F) consistindo de um conjunto X de pontos e uma topologia F em X .*

¹Dizer que uma figura geométrica é congruente a outra significa que os lados correspondentes e os ângulos correspondentes possuem as mesmas medidas. Em outras palavras, elas são idênticas em todas as medidas.

Um outro conceito muito importante em topologia é o conceito de *homeomorfismo*. Este conceito representa uma relação muito estreita entre dois espaços topológicos, necessária para o presente trabalho, no qual busca-se um mapeamento de um espaço 3D para o plano 2D. Do ponto de vista prático, dizer que há um homeomorfismo entre dois espaços é o mesmo que dizer que esses espaços são equivalentes, ou que representam, de fato, um mesmo espaço topológico. O homeomorfismo entre espaços é importante porque garante a possibilidade de se encontrar uma deformação que transforme um espaço topológico em outro, sem que nenhuma propriedade topológica se perca. É esse o caso da planificação. Formalmente, um homeomorfismo pode ser definido como:

Definição 2.1.3 *Sejam X e Y espaços topológicos. Um **homeomorfismo** é uma transformação bijetiva contínua $f : X \rightarrow Y$, cuja $f^{-1} : Y \rightarrow X$ seja também contínua.*

Um homeomorfismo é denotado por $X \cong Y$ (lê-se “ X é homeomorfo a Y ”) e os espaços X e Y são chamados de *homeomorfos*. Neste caso, os espaços topológicos são a representação 3D de um objeto e sua projeção no plano.

Um exemplo de homeomorfismo é o relacionamento entre dois espaços topológicos X (formado pelos pontos da lateral de um cilindro em \mathbb{R}^3) e Y (um retângulo em \mathbb{R}^2) e um homeomorfismo $f : X \rightarrow Y$ que mapeia os pontos da lateral de um cilindro no retângulo plano.

De modo genérico, pode-se chamar qualquer propriedade dos espaços de *topologicamente invariante* sempre que, se essa propriedade for verdadeira para um espaço topológico X , também o será para qualquer espaço topológico homeomorfo a X .

Homeomorfismos freqüentemente permitem a redução de muitos problemas matemáticos a problemas mais simples: um espaço é dado ou construído de um modo complicado, pode ser homeomórfico a outro, mais familiar e mais simples. Assim as propriedades topológicas do espaço mais complexo podem ser determinadas mais facilmente. Infelizmente, mostrar que dois espaços topológicos são homeomórficos geralmente é difícil, pois a construção de um homeomorfismo é o único método geral para fazer isso. Em alguns casos especiais, como superfícies bidimensionais (também

chamadas de *two-manifolds*), outras técnicas algébricas foram desenvolvidas [10]. De fato, é demonstrado que qualquer superfície fechada pode ser aberta em um disco topológico por meio de cortes apropriados [17]. E este resultado pode ser demonstrado matematicamente. Um disco, por sua vez, é homeomórfico a qualquer região simplesmente conexa² do plano. Ou seja, **qualquer superfície bidimensional fechada pode ser parametrizada** e estes conceitos são plenamente válidos, seja a superfície suave ou poligonal.

2.1.2 Números de Betti e o Genus

Os números de Betti são características topológicas de grafos³, e são definidos em termos da quantidade de vértices, arestas e componentes conexas desse grafo. Uma componente conexa de um grafo é um conjunto de nós e arestas nas quais cada nó está ligado aos demais por intermédio de, no mínimo, uma aresta. Ou seja, é possível encontrar um caminho entre quaisquer dois nós da componente. Formalmente, a definição do número de Betti é:

Definição 2.1.4 (Números de Betti) ⁴ Dado um grafo G , o **primeiro número de Betti** de G com n vértices, m arestas e k componentes conexas é definido como

$$\mu(G) = m - n + k.$$

Para que se estabeleça a conexão entre o número de Betti e uma malha poligonal, deve-se considerar que esta malha é uma superfície bidimensional. A importância desse número é que ele nos fornece informações acerca da equivalência entre espaços diferentes. Sabemos que, encontrando-se um homeomorfismo entre dois espaços topológicos, eles são equivalentes. O número de Betti nos permite saber a priori se tal homeomorfismo existe sem que seja necessário calculá-lo. De fato, existe um teorema que comprova isso:

²Uma *região simplesmente conexa* é uma região em que quaisquer dois pontos pertencentes à região podem ser ligados por um segmento de reta que esteja inteiramente contido na própria região.

³Um grafo é uma estrutura formada por nós e arestas ou caminhos que interligam esses nós.

⁴Definição extraída de [4].

Teorema 2.1.5 ⁵ *Duas superfícies fechadas são homeomórficas se, e somente se, possuírem os mesmos números de Betti.*

O número de Betti está estreitamente relacionado ao **genus** da superfície. Superfícies que tenham o mesmo número de Betti são topologicamente idênticas. Isso significa que, se tivermos duas superfícies (por exemplo, uma malha e uma figura plana) de mesmo número de Betti, pode-se dizer com certeza que há um homeomorfismo entre elas (mesmo que não seja conhecida a expressão de tal homeomorfismo). Assim, pode-se encontrar uma função que relacione uma à outra, ou seja, um mapeamento. Para superfícies com números de Betti diferentes, sempre poderemos reduzi-los e igualá-los por meio de cortes apropriados [17]. Com isso, esclarece-se de que não há nenhum impedimento teórico para realizar a planificação de nenhuma malha tridimensional.

O genus de uma superfície pode ser entendido como o “número de toróides” da superfície, a quantidade de “tubos” ou “alças” que a superfície possui. Para uma malha bidimensional, o genus é dado pela equação implícita:

$$V + F - A = 2 - 2G - L$$

na qual V é o número de vértices, F é o número de faces, A é o número de arestas, G é o genus e L é o número de laços do contorno [36].

No presente trabalho, o genus é usado como um modo de classificar a superfície tridimensional, definindo a necessidade ou não de um corte. Para cada “toróide” ou “túnel” na malha são necessários dois caminhos de corte⁶ para desfazer esse túnel, um na transversal ao túnel e outro na longitudinal, ao longo do túnel. Isso significa que para uma superfície de genus g , são necessários $2 \times g$ caminhos de corte para reduzir seu genus a zero, conforme mostrado na figura 2.3.

⁵A demonstração deste teorema pode ser encontrada em [4], página 106.

⁶Esses caminhos de corte devem ser na forma de caminhos não degenerados, ou seja, que não podem ser reduzidos a um único ponto quando se minimiza o comprimento total do caminho.

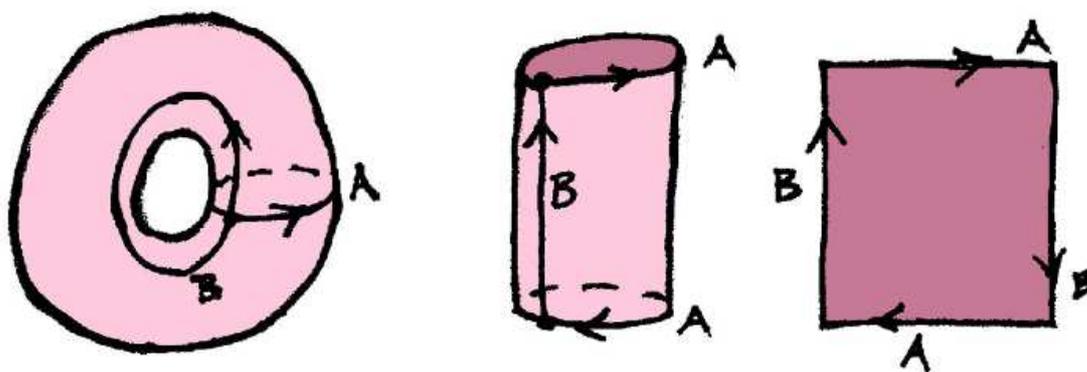


Figura 2.3: Os cortes realizados em uma superfície para realizar a redução de genus [45].

Existe uma grande variedade de caminhos que podem ser escolhidos para se desfazer um toróide ou túnel, quaisquer deles são válidos, desde que sejam topologicamente equivalentes aos caminhos apresentados na figura 2.3.

2.1.3 Teoria de Morse

A topologia e a geometria diferencial caminhavam separadamente no estudo das superfícies suaves até 1925, quando surgiram os primeiros trabalhos de Marton Morse. Morse desenvolveu uma poderosa ferramenta de análise com bases no estudo dos pontos críticos de uma função estabelecida sobre uma superfície. Desenvolvida no seio do cálculo variacional, a teoria de Morse estuda as relações entre as funções em um determinado espaço e a forma do próprio espaço. Estabelece assim uma importante conexão entre a topologia e a geometria diferencial [28].

A teoria de Morse pode ser aplicada para espaços de dimensão infinita, para superfícies suaves contínuas e discretas. Neste trabalho, o foco é apenas o estudo e apresentação dos **pontos críticos** de uma superfície, e sua importância na análise topológica. Esses pontos são definidos como sendo os pontos críticos de uma função escalar sobre a superfície. Fazendo uma analogia entre uma superfície 3D e uma curva 2D, os pontos críticos são os pontos de uma função $f(x)$ sobre a curva nos quais ou $f'(x) = 0$ ou $f'(x)$ não existe. Estes correspondem a pontos de máximo, mínimo ou de inflexão da função, como mostrado na figura 2.4. Note que podem

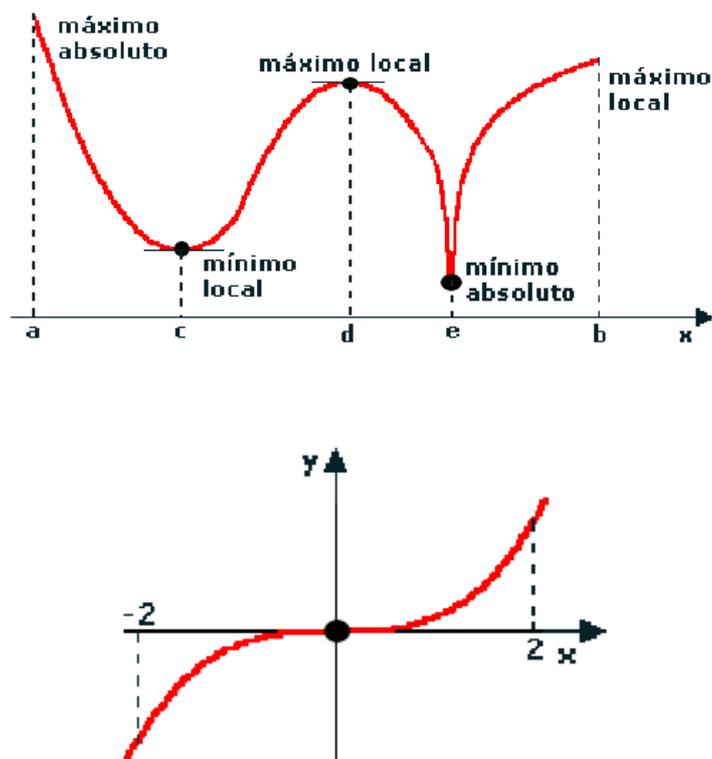


Figura 2.4: Os pontos destacados são os pontos críticos de funções no plano.

existir pontos de inflexão sem que $f'(x)$ seja igual, o que não é o caso de um ponto crítico. De modo análogo, em uma superfície, os pontos críticos são pontos nos quais $f'(x, y) = \nabla f(x, y) = 0$ ou $f'(x, y) = \nabla f(x, y)$ não existe e correspondem a pontos de máximo, de mínimo ou pontos de sela sobre a superfície, como na figura 2.5.

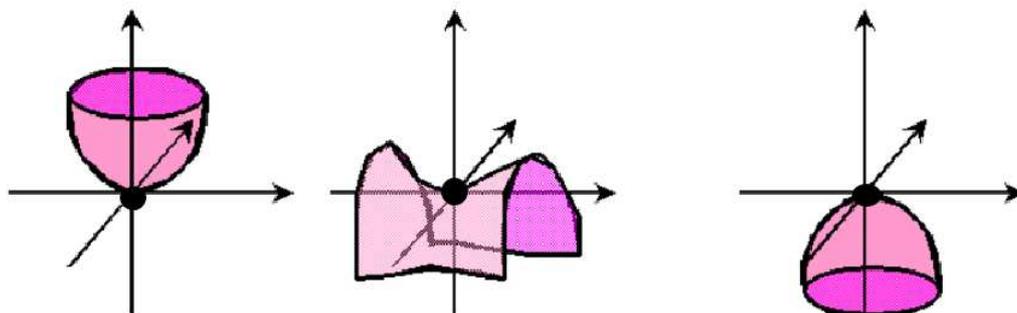


Figura 2.5: Os pontos destacados são pontos críticos de uma superfície tridimensional [45].

Ao longo desse trabalho, a teoria de Morse foi usada na elaboração do método de corte, na identificação dos pontos críticos nas superfícies a serem planificadas, de

forma que se possa determinar pontos topológicos importantes nas superfícies, a fim de constatar a necessidade de um corte e em que ponto da superfície poderia ser realizado esse corte.

2.1.4 Grafo de Reeb

Inicialmente, o grafo de Reeb surgiu para ser uma representação gráfica da conectividade de uma superfície através de seus pontos críticos. Eram usados, inicialmente, para representar o esqueleto de uma superfície. A idéia era que fosse criado um nó para cada ponto crítico da superfície e arestas para representar as conexões entre estes pontos críticos. No entanto, o uso mais comum do grafo de Reeb foi para representar relações entre conjuntos de nível para uma superfície [45]. Considerando-se cortes em uma superfície com várias lâminas horizontais, obtém-se diversos contornos, que representam a intersecção da lâmina com a superfície. Cada lâmina dessas contém um conjunto de contornos, que é chamado de conjunto de nível (coluna 2 da figura 2.6).

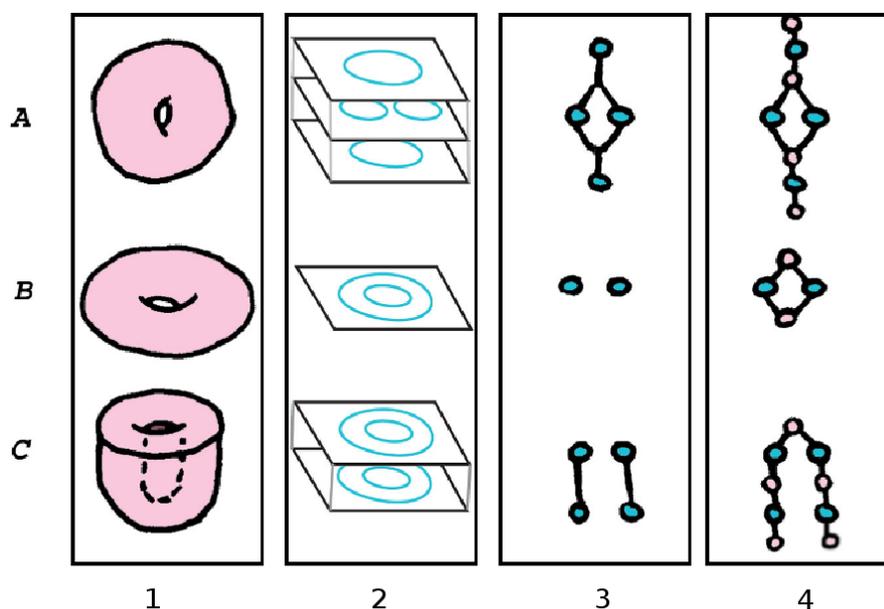


Figura 2.6: Montagem do grafo de Reeb de três superfícies (A, B e C): coluna 1: visualização da superfície; coluna 2: conjunto de nível correspondente; coluna 3: grafo de Reeb; coluna 4: grafo aumentado de Reeb, que inclui também a informação sobre a conectividade da superfície (nós intermediários) [45].

O grafo de Reeb fornece informações de como esses contornos da superfície se se-

param e se unem, nos permitindo analisar a topologia da superfície. Neste trabalho, o grafo de Reeb foi utilizado na elaboração do método de corte para que fosse possível detectar os pontos críticos de uma malha 3D e, sobretudo, túneis na superfície, permitindo inferir assim em que pontos da malha seria necessário estabelecer um corte.

2.2 Geometria Diferencial

Geometria Diferencial é o estudo das propriedades geométricas das superfícies por meio do cálculo diferencial. Os conceitos de Geometria Diferencial possibilitam o estudo das transformações de um espaço topológico em outro. Conhecer as características e a natureza dessas transformações permite a escolha dentre os diversos métodos de parametrização.

2.2.1 Conceitos preliminares

Do mesmo modo que em topologia algumas propriedades são consideradas relevantes, também em Geometria Diferencial considera-se algumas características das superfícies, relacionadas à sua **descrição matemática**. Assim, foram analisadas as equações que descrevem as superfícies, a fim de extrair delas características que servissem de base para este trabalho. Uma dessas características é a **regularidade** de uma superfície.

Suponha-se que exista uma superfície $Q \subset \mathbb{R}^3$ com uma representação paramétrica $\vec{q}(u, v) = (x(u, v), y(u, v), z(u, v))$ para pontos (u, v) em algum domínio no \mathbb{R}^2 . Essa representação é chamada de **regular** se:

1. As funções $x(u, v)$, $y(u, v)$ e $z(u, v)$ são suaves, isto é, diferenciáveis tantas vezes quanto necessitarmos para nossa discussão;
2. Os vetores $\vec{u} = \frac{\partial \vec{q}}{\partial u}$ e $\vec{v} = \frac{\partial \vec{q}}{\partial v}$ são linearmente independentes em cada ponto (ou seja, seu produto vetorial $\vec{u} \times \vec{v}$ possui norma diferente de zero) [14].

A importância da regularidade de uma superfície é que, sendo regular, é possível

estabelecer um mapeamento para outra superfície regular. Além da regularidade, outras características devem ser consideradas a fim de analisar os efeitos de um mapeamento ou transformação. A fim de facilitar a nossa análise de uma superfície, vamos utilizar a **primeira forma fundamental** das superfícies para inferir muitas de suas características. A primeira forma fundamental da superfície Q é o quadrado de um elemento de arco de uma curva em Q , dado por:

$$ds^2 = \vec{u} \cdot \vec{u} (du)^2 + 2\vec{u} \cdot \vec{v} dudv + \vec{v} \cdot \vec{v} (dv)^2.$$

Escrevendo isso como o produto escalar entre dois vetores $\vec{\alpha}$ e $\vec{\beta}$ como $g_{\alpha\beta} = \vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}$, com $\alpha = u, v, \beta = u, v$, e arranjando os coeficientes numa matriz simétrica

$$\mathbf{I} = \begin{pmatrix} g_{uu} & g_{uv} \\ g_{uv} & g_{vv} \end{pmatrix}$$

tem-se

$$ds^2 = \begin{pmatrix} du & dv \end{pmatrix} \mathbf{I} \begin{pmatrix} du \\ dv \end{pmatrix}$$

Muitas vezes a própria matriz \mathbf{I} é referenciada como sendo a primeira forma fundamental. Sob o pressuposto de regularidade, esta matriz tem o determinante estritamente positivo:

$$g = \det(\mathbf{I}) = g_{uu}g_{vv} - g_{uv}^2 > 0$$

sendo g o discriminante da forma quadrática. Neste caso, a forma é **positiva definida**⁷. E, sendo assim, considerando uma transformação regular sobre essa superfície, isso significa que essa transformação **pode ser invertida**, ou seja, trata-se de uma bijeção. No caso de um mapeamento, isso permite que, dado um ponto no plano, é possível encontrar o seu correspondente na malha 3D, e dado um ponto na malha 3D é possível encontrar o seu correspondente no plano.

⁷Uma matriz quadrada $M \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n$ é *positiva definida* quando, para qualquer vetor não-nulo $\vec{x} \in \mathbb{R}^n$, o tem-se que $\vec{x}^T \cdot M \cdot \vec{x} > 0$. Os coeficientes $g_{\alpha\beta}$ são as componentes de um tensor covariante de segunda ordem, chamado de **tensor métrico**, denotado simplesmente por $g_{\alpha\beta}$.

Um mapeamento é dito **regular** quando, para duas superfícies Q e R , com coordenadas (u, v) , existe um mapeamento f , tal que $\vec{r}' = f(\vec{q}')$, e as coordenadas de qualquer ponto imagem $f(\vec{p}') \in R$ sejam as mesmas daquelas da pré-imagem correspondente $\vec{p}' \in Q$ ⁸ (ou seja, f é bijetora: para cada ponto na imagem temos um único ponto no domínio, e vice-versa).

2.2.2 Classificação dos mapeamentos

Ao longo deste texto, tratam-se as transformações de um espaço em outro frequentemente por *mapeamentos*, por este último representar melhor o uso que se faz das *transformações*. Neste texto, ambos os termos representam a mesma idéia.

2.2.2.1 Mapeamentos isométricos

Um mapeamento regular de Q para R é **isométrico** (ou uma *isometria*) se o comprimento de qualquer arco em Q é o mesmo que sua imagem em R .

Teorema 2.2.1 (Isometria)⁹ *Um mapeamento regular de uma superfície Q para uma superfície R é uma isometria se, e somente se, os coeficientes das primeiras formas fundamentais de ambas as superfícies forem os mesmos, ou seja,*

$$g_{\alpha\beta}^Q = g_{\alpha\beta}^R, \text{ ou seja, } \mathbf{I}_Q = \mathbf{I}_R$$

Duas superfícies são isométricas quando existe uma isometria entre elas. Isso caracteriza uma forte relação entre essas superfícies, como se verificará a seguir:

Teorema 2.2.2¹⁰ *Superfícies isométricas possuem a mesma curvatura Gaussiana em pontos correspondentes. E curvas correspondentes nessas superfícies possuem a mesma curvatura geodésica em pontos correspondentes.*

Ou seja, do ponto de vista prático, dizer que duas superfícies são isométricas é afirmar que elas são exatamente idênticas.

⁸Conforme apresentado em [14].

⁹A demonstração deste teorema pode ser encontrada em [23], página 176.

¹⁰A demonstração deste teorema pode ser encontrada em [23], página 177.

2.2.2.2 Mapeamentos conforme

Um mapeamento regular de Q para R é **conforme** (ou *preserva ângulos*) se o ângulo de intersecção de todo par de arcos em Q é o mesmo que o ângulo de intersecção de seus correspondentes em R .

Teorema 2.2.3 (Mapeamento conformes) ¹¹ *Um mapeamento regular de uma superfície Q para uma superfície R é **conforme** se, e somente se, os coeficientes das primeiras formas fundamentais de ambas as superfícies forem proporcionais, ou seja,*

$$g_{\alpha\beta}^Q = \kappa(u, v) \cdot g_{\alpha\beta}^R, \text{ ou seja, } \mathbf{I}_Q = \kappa(u, v) \cdot \mathbf{I}_R$$

para alguma função escalar $\kappa(u, v) \neq 0$.

Este mapeamento, como vimos, preserva ângulos, mas *não necessariamente preserva distâncias*. Na prática, um mapeamento conforme entre duas superfícies nos revela que uma delas é proporcional a outra. Quando usado para planificação, muitas vezes o mapeamento conforme precisa ser combinado com outros mapeamentos (ou critérios), pelo fato de não preservar distâncias.

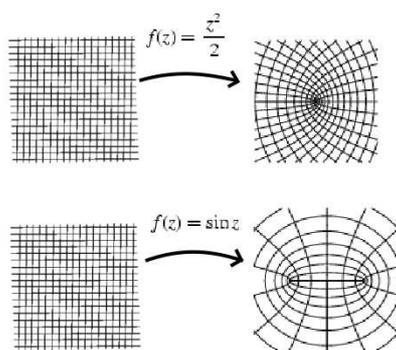


Figura 2.7: Exemplos de transformações conformes.

A figura 2.7 foi extraída de [44] e representa algumas transformações conformes realizadas por algumas funções complexas (lembrando que $z = u + iv$).

¹¹Demonstrado em [23], página 193.

2.2.2.3 Mapeamentos equiárea

Um mapeamento regular de Q para R é **equiárea** se cada conjunto aberto de pontos de Q possuir a mesma área de seu conjunto correspondente em R . Esses mapeamentos garantem que uma porção do domínio Q terá a mesma área quando mapeada para um espaço R , no entanto, *não garante que seu correspondente tenha a mesma forma*. Por isso, é difícil usar esse mapeamento pura e simplesmente quando desejamos realizar, por exemplo, um mapeamento de textura. É necessário combinar a característica de preservação de área com outra, como por exemplo, a preservação de ângulos.

Teorema 2.2.4 (Mapeamentos equiárea) ¹² *Um mapeamento regular de uma superfície Q para uma superfície R é equiárea se, e somente se, os discriminantes das primeiras formas fundamentais de ambas as superfícies forem iguais, ou seja,*

$$g_Q = g_R, \text{ ou seja, } \det(\mathbf{I}_Q) = \det(\mathbf{I}_R)$$

Teorema 2.2.5 ¹³ *Todo mapeamento isométrico é conforme e equiárea, e todo mapeamento que seja conforme e equiárea é isométrico, ou seja,*

$$\text{isométrico} \iff \text{conforme} + \text{equiárea}$$

Pode-se pensar em um mapeamento isométrico como ideal, pois preserva todas as características de interesse da superfície (comprimentos, ângulos e áreas). No entanto, tais mapeamentos são difíceis de se conseguir, a não ser em casos muito especiais [14].

2.2.2.4 Mapeamentos planares

Um tipo especial de mapeamentos que se deve considerar são os mapeamentos planares $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $f(x, y) = (u(x, y), v(x, y))$. Para esse tipo de mapeamento, a primeira forma fundamental pode ser escrita como

$$\mathbf{I} = J^T J, \quad J = \begin{pmatrix} u_x & u_y \\ v_x & v_y \end{pmatrix},$$

¹²Para demonstração, consultar [23], página 209.

¹³Para demonstração, consultar [23], página 209.

na qual J é o Jacobiano de f . Segue-se os *valores singulares* σ_1 e σ_2 de J são exatamente as raízes quadradas dos *autovalores* λ_1 e λ_2 de \mathbf{I} , e assim, pode-se verificar que:

Proposição 2.2.6 *Para um mapeamento planar $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ as seguintes equivalências são verdadeiras:*

$$1. f \text{ é isométrica} \iff \mathbf{I} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \iff \lambda_1 = \lambda_2 = 1 \iff \sigma_1 = \sigma_2 = 1.$$

$$2. f \text{ é conforme} \iff \mathbf{I} = \begin{pmatrix} \kappa & 0 \\ 0 & \kappa \end{pmatrix} \iff \lambda_1/\lambda_2 = 1 \iff \sigma_1/\sigma_2 = 1.$$

$$3. f \text{ é equiárea} \iff \det(\mathbf{I}) = 1 \iff \lambda_1\lambda_2 = 1 \iff \sigma_1\sigma_2 = 1.$$

2.2.2.5 Mapeamentos harmônicos

Uma grande parte da análise de funções de várias variáveis é realizada com base nos números complexos. Assim, muitos conceitos inicialmente definidos para números reais foram ampliados para números complexos, por eles se constituírem uma extensão natural dos números reais. Um desses conceitos é o de *função harmônica*, ou *mapeamento harmônico*.

Definição 2.2.7 *Seja $z = x + iy$ e $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ definida num subconjunto aberto de \mathbb{C} , então f é harmônica se possuir derivadas parciais segundas contínuas e*

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 0$$

que é a chamada equação de Laplace.

Se uma função (ou mapeamento) satisfaz as equações de Laplace, então também satisfaz as **equações de Cauchy-Riemann**, dadas a seguir:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y} \quad \text{e} \quad \frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{\partial u}{\partial y}$$

Teorema 2.2.8 ¹⁴ Se $f : G \longrightarrow \mathbf{C}$ é harmônica, então f é infinitamente diferenciável.

As funções harmônicas são também chamadas de *funções de potencial*, e são largamente utilizadas em física e engenharia. Essas funções são extremamente úteis em eletromagnetismo e mecânica celeste, entre outras áreas.

Teorema 2.2.9 (Teorema do Valor Médio) ¹⁵ Seja $f : G \longrightarrow \mathfrak{R}$ uma função harmônica e seja $B(a;r)$ um disco fechado contido em G . Se γ é o círculo $|z - a| = r$, então

$$f(a) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(a + re^{i\theta}) d\theta$$

O teorema do valor médio é importante porque permite avaliar o valor da função f através da análise das vizinhanças do pontos, e não no ponto em si. Esse teorema serviu de base para um dos métodos de planificação implementados neste trabalho. Outro teorema importante para este estudo é o que vem a seguir:

Teorema 2.2.10 (RKC - Radó-Kneser-Choquet) [14] Se $f : G \longrightarrow \mathbf{C}$ é harmônica e mapeia o contorno ∂G homeomorficamente no contorno ∂G^* de alguma região convexa $G^* \subset \mathbf{C}$, então f é um-para-um.

Este teorema garante que se encontrado um mapeamento harmônico capaz de transformar um contorno convexo em outro, então este mapeamento será biunívoco. Por outro lado, em geral, mapeamentos harmônicos não são conformes, e assim, não preservam ângulos. Outro problema é que a inversa de um mapeamento harmônico não é necessariamente harmônica, e assim, podem surgir problemas no mapeamento inverso. Apesar disso, os mapeamentos harmônicos são importantes por minimizarem a deformação no sentido de que eles minimizam a energia de Dirichlet:

$$E_D(f) = \frac{1}{2} \int_G \|grad(f)\|^2 = \frac{1}{2} \int_G (\|\nabla u\|^2 + \|\nabla v\|^2)$$

¹⁴Para demonstração, ver [5], página 254.

¹⁵Demonstrado em [5], página 255.

esta propriedade, combinada com sua fácil computação tornam os mapeamentos harmônicos muito populares [14].

Um outro conceito, relacionado com funções harmônicas, é o conceito de *função analítica*. De maneira simples, pode-se dizer que uma função analítica é uma função que é contínua e diferenciável em todos os pontos de um certo domínio. Isso vale tanto para os reais quanto para os complexos, mas, no caso desses últimos, vale a pena uma definição mais formal.

Definição 2.2.11 *Seja um conjunto G aberto em \mathbb{C} e uma função $f : G \rightarrow \mathbb{C}$. Dizemos que f é diferenciável em um ponto z de G se*

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(z+h) - f(z)}{h}$$

existe. O valor desse limite é denotado por $f'(z)$ (derivada de f em z).

Se f é diferenciável em cada ponto de G , diz-se que f é diferenciável em G . Se f é diferenciável em G , ela define uma função $f' : G \rightarrow \mathbb{C}$. Se f' é contínua, então diz-se que f é continuamente diferenciável.

Teorema 2.2.12 ¹⁶ *Se $f : G \rightarrow \mathbb{C}$ é diferenciável em um ponto $z \in G$, então f é contínua em G .*

Definição 2.2.13 (Função analítica) *Dizemos que uma função é analítica quando ela é continuamente diferenciável em G (ou seja, diferenciável ponto a ponto em G).*

Como no cálculo, a soma e o produto de funções analíticas é uma função analítica. E ainda, se duas funções f e g são analíticas em G , e G_1 é um subconjunto de G no qual g não se anula, f/g é analítica em G_1 . E as leis da derivada se aplicam para as derivadas de somas, produtos e quocientes de funções analíticas. Além disso, vale também a regra da cadeia.

¹⁶Demonstrado em [5], página 34.

Teorema 2.2.14 ¹⁷ *Sejam f e g duas funções analíticas em G e Ω respectivamente e suponha $f(G) \subset \Omega$. Então $g \circ f$ é analítica em G e $(g \circ f)' = [g(f(z))]' = g'(f(z))f'(z)$ para todo $z \in G$.*

Vale dizer que se f é analítica num domínio G , então f satisfaz as condições de *Cauchy-Riemann*, e portanto, satisfaz a **equação de Laplace**.

Teorema 2.2.15 ¹⁸ *Uma região G é simplesmente conexa se, e somente se, para cada função harmônica u em G , existe uma função harmônica v em G tal que $f = u + iv$ é analítica em G .*

Definição 2.2.16 *Se $f : G \rightarrow \mathbb{C}$ é analítica, então $u = \operatorname{Re}(f)$ e $v = \operatorname{Im}(f)$ são chamadas de **harmônicas conjugadas**.*

Como pode-se notar, há uma estreita relação entre as funções harmônicas e as funções analíticas.

2.2.2.6 Mapeamento baricêntrico

O mapeamento baricêntrico foi proposto por Tutte em 1963, a fim de desenhar grafos planares. No presente trabalho, uma malha tridimensional pode ser vista como sendo um grafo, e assim, esse método pode ser aplicado como um método de planificação (ou parametrização) de malhas.

Os nós $x_i \in \mathbb{R}^3$ de uma malha S são mapeados em pontos $\vec{p}_i = (u_i, v_i) \in D$, para alguma região convexa $D \subset \mathbb{R}^2$, de tal maneira que a imagem de S seja uma triangulação planar P . A Figura 2.8, extraída de [13], ilustra este conceito.

Como pode-se observar, o mapeamento baricêntrico é uma das formas de se obter uma parametrização discretizada de uma malha. Ele é bastante utilizado em muitos dos trabalhos já publicados no ramo da parametrização.

Neste mapeamento, um grafo é interpretado como uma malha tridimensional e esta malha é mapeada para um complexo plano, que representa a parametrização da malha.

¹⁷Teorema demonstrado em [5], página 34.

¹⁸Para demonstração ver [5], página 254.

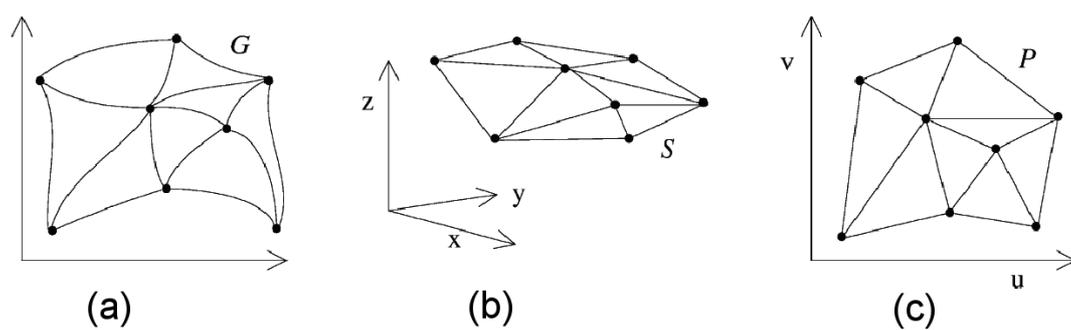


Figura 2.8: Mapeamento baricêntrico: (a) grafo, (b) malha tridimensional e (c) uma parametrização.

CAPÍTULO 3

TRABALHOS ANTERIORES

3.1 Segmentação/corte de superfícies

A fim de realizar a parametrização, é necessário que tenha-se uma superfície homeomórfica a um disco, a fim de encontrar uma correspondência adequada entre a malha tridimensional e uma triangulação planar. Vários métodos podem ser utilizados para realizar essa tarefa. Mas basicamente, os métodos ou realizam cortes na malha ou fragmentam-na em vários pedaços. Ambos resultam em pedaços homeomórficos a um disco.

Neste contexto, Xianfeng et al. [17] define o caminho de corte na malha em duas etapas: na primeira, se a malha tiver bordas, ele mantém; se não tiver bordas, remove um triângulo aleatório da malha. Depois, remove uma aresta adjacente a exatamente um triângulo (ou seja, uma aresta pertencente ao contorno da malha), juntamente com o triângulo correspondente (não removendo arestas que não estejam adjacentes a triângulos). Faz isso até que não haja mais triângulos. Ao final do processo, as arestas restantes representam um corte topológico na malha, formado por laços e árvores conectadas. Na segunda fase, ele remove vértices que estejam ligados a exatamente uma aresta, junto com a aresta correspondente, deixando assim somente os laços da malha. Se a superfície tiver genus zero, restará somente um único vértice ao final desse processo. Neste caso, são adicionadas de volta as duas últimas arestas removidas da malha, a fim de que um contorno possa ser estabelecido para a etapa de parametrização. Neste ponto, tem-se um caminho de corte inicial ρ' . Aplicando a parametrização de Floater [13], obtém-se uma parametrização num círculo unitário C . Na parametrização resultante, é identificado o triângulo com maior estiramento geométrico, e um de seus vértices é selecionado (vide figura 3.1). Então, é definido o menor caminho deste vértice até a borda, gerando um novo caminho de corte. A

malha é reparametrizada e novamente localiza-se o triângulo de maior estiramento geométrico. Seleciona-se um de seus lados e o processo continua até os cortes resultem num aumento do estiramento geométrico dos triângulos.

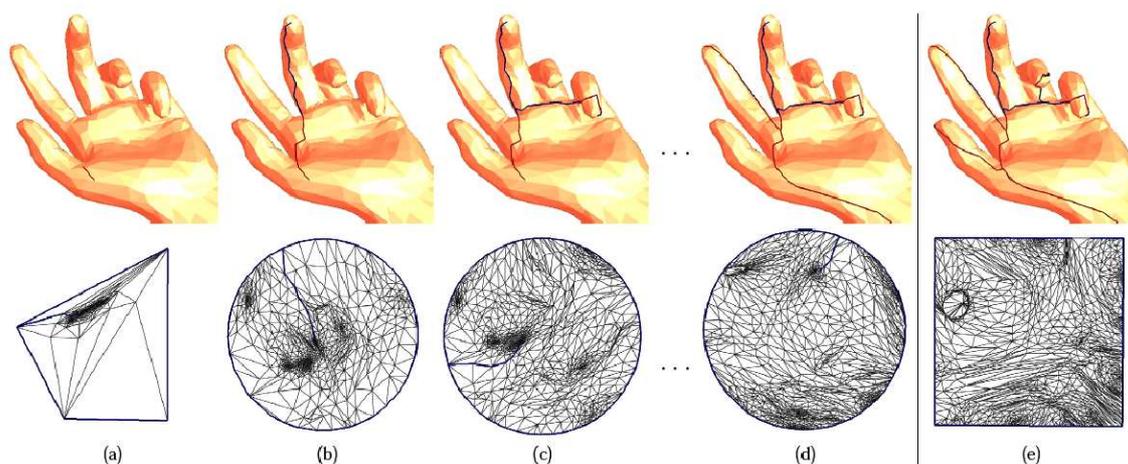


Figura 3.1: Seqüência de cortes na malha parametrizada para minimizar o estiramento de triângulos: a) Início do processo de corte com um corte aleatório. b-e: refinamento do corte e sucessivas reparametrizações.

Lévy et al. [30] seleciona as arestas nas quais há maior curvatura entre os triângulos adjacentes (regiões de alta curvatura), obtendo linhas de características. Obtidas essas linhas, elas são expandidas sobre a superfície (vide figura 3.2(A)). Cada uma das linhas expandida guarda uma certa distância até as linhas de característica. Assim, elas definem regiões da malha que são equidistantes às linhas de características mais próximas. Nessas regiões, Lévy escolhe *sementes*, a partir das quais realiza um processo de crescimento de regiões para dividir a malha em vários pedaços semelhantes a discos (vide figura 3.2(B)).

Sheffer et al. [36] sugere criar as linhas de corte em regiões de alta curvatura e baixa visibilidade. Ele realiza diversas renderizações baseadas em ray tracing com o observador posicionado numa esfera de posições possíveis ao redor do modelo a partir das quais o modelo pode ser visualizado por um observador. Nessas renderizações, ele armazena quantas vezes os vértices são visualizados, determinando assim, regiões de baixa visibilidade no modelo. Após isso, ele estima a distorção calculando a curvatura Gaussiana de vértices e arestas a partir da inclinação das face circunvizinhas a cada um

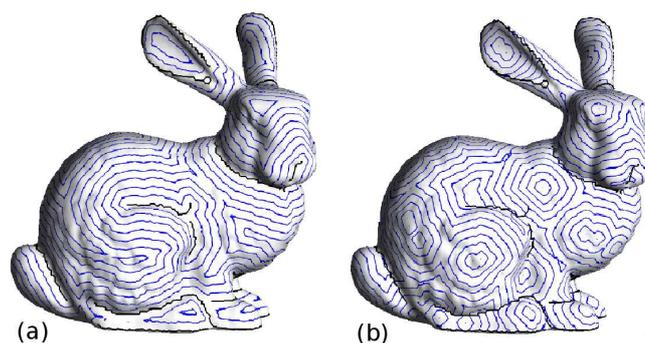


Figura 3.2: (a): Crescimento das linhas de características; (b): Crescimento de regiões a partir de sementes equidistantes das características.

deles. Os vértices de maior distorção são escolhidos (são chamados de *vértices terminais*) e então é construída uma árvore mínima conectando-os. Esta árvore é construída da seguinte forma: cada um desses vértices selecionados é tomado como semente. Então, ao redor dele, são geradas curvas equidistantes a ele. Isso é feito com todos os vértices ao mesmo tempo. Quando duas linhas "se interceptam", este é o ponto que fica no caminho mínimo entre duas sementes. Nesse processo, se há laços, a árvore acabará voltando a algum vértice do caminho, formando um laço. Eles então testam cada laço, para definir se ele diminuirá o genus da superfície ou somente irá dividir a malha em duas partes. Depois, entre os laços que irão reduzir o gênero da superfície, o menor é selecionado e é estabelecido um corte "apropriado" para desfazer o laço. Isso é feito até que a superfície tenha genus zero. Os autores ressaltam que, devido à grande quantidade de testes nos laços nesta segunda etapa, o processo pode ser tornar dispendioso. Os limites de distorção estabelecidos foram de 5%.

Guthe et al. [18] parte do princípio que seu modelo está descrito em termos de superfícies NURBS. Ele constrói um grafo de vizinhanças das superfícies que compõem o modelo e então o reparametriza para domínios 2D no qual o domínio de cada superfície NURBS é conectado por molas ao domínio da superfície adjacente. Cada mola representa linhas de característica, de tal modo que, ao longo dessas linhas, o peso das molas é baixo. Então, um sistema não-linear é resolvido para cada superfície NURBS para encontrar o seu melhor posicionamento. Após isso, a segmentação é feita cortando-se ao longo das maiores molas, visto que quanto maior a mola, maior

a distorção introduzida pela parametrização. A cada corte de mola, a distribuição é recalculada, até que a deformação esteja abaixo de um certo limiar. Guthe afirma ter obtido baixos níveis de distorção de ângulo e área, sendo que obteve variação máxima de 2 graus para ângulo e 4% para área.

Wang et al. [43] introduz o conceito de *mapa geodésico de distância de contorno*, que é um mapa que se constitui de vértices e arestas e representa a distância de cada vértice ao contorno da malha. Obviamente, se uma malha não possuir um contorno, ele deverá ser gerado artificialmente para aplicação desse método. Esse mapa é construído partindo-se da borda para o centro da malha. A cada nível de vértices, é anotado em cada vértice a menor distância entre ele e o nível mais externo. Assim, cada vértice está rotulado com a menor distância acumulada entre ele e a borda. Com esse mapa, a menor distância de qualquer ponto da malha até a borda pode ser calculada em tempo linear, com o método do gradiente conjugado. Depois da elaboração desse mapa, é calculada a curvatura Gaussiana discreta para cada ponto da malha. É construída uma malha de pontos candidatos, e um caminho que minimize o estiramento da malha, passando pelos candidatos e chegando até a borda, utilizando o algoritmo de caminho mínimo anteriormente citado.

Liyan et al. [29] apresenta um método semi-automático de segmentação de malhas 3D que consiste de três etapas: 1) criação de uma malha para representar a topologia da malha inicial, 2) criação de uma malha triangular pré-segmentada com base na malha inicial e 3) modificação interativa dos contornos para finalizar a segmentação. Na primeira etapa obtém-se uma malha simplificada a partir da original, cuja simplificação preserva arestas de alta curvatura Gaussiana. No próximo passo, a malha simplificada e segmentada é projetada sobre a malha original. A projeção das linhas de características sobre a malha original é chamada de *line tracing*: os triângulos intermediários que ligam duas extremidades de linhas de característica são escolhidos com base na projeção sobre a malha da linha reta de que liga ambos. Isso é mais ou menos como traçar uma linha reta tendo dois triângulos como extremo e escolher sobre a malha os triângulos sobre os quais a sombra da linha está projetada. E por fim, a segmentação

da malha é concluída manualmente.

3.2 Parametrização

Sheffer e Sturler [37] propõem uma parametrização baseada na minimização da deformação angular entre as arestas da malha. Essa deformação é medida entre todas as faces ao redor de um vértice. Se a soma dos ângulos das faces no vértice é de até 2π , elas podem ser planificadas sem distorção, caso contrário, haverá distorção. Essa distorção deverá ser minimizada por meio da distribuição do erro entre todas as arestas circunvizinhas do vértice. Assim, eles formulam a parametrização como um problema de minimização. A função objetivo é a diferença ao quadrado entre o ângulo ótimo ao redor de um vértice (sem deformação) e o ângulo planificado da malha. O problema de minimização é linear nas incógnitas, mas se torna não-linear quanto uma série de restrições têm que ser levadas em consideração para garantir a validade da solução [14]. Um melhoramento é proposto em [35] por meio da introdução de um grid retangular para medir a distorção da textura e, posteriormente, Sheffer propõe um novo melhoramento no seu método de planificação [38], introduzindo uma nova ferramenta para a solução do problema de minimização e uma nova técnica para obtenção dos ângulos 2D em malhas de qualquer tamanho.

Xianfeng [17] usa um método de planificação através do mapeamento baricêntrico criado por Tutte em 1963, e melhorado por Floater [13]. Com essa planificação, construiu um interessante método de armazenamento de malhas tridimensionais, a que chamou de *imagem de geometria*. Nesse mapeamento são introduzidas altas distorções, mas em compensação, a parametrização ocupa todo o espaço de textura, sendo totalmente colocada em um quadrado. Isso é importante para maximizar o uso do espaço de textura pela placa gráfica. Além disso, como a parametrização é armazenada em uma imagem, pode ser compactada utilizando-se algoritmos de wavelet, e taxas razoáveis de compactação introduzem erros aceitáveis nas malhas (tudo depende, obviamente, do uso que se pretende fazer da malha).

Lévy et al. [30] introduziu a noção de *mapas de conformação de mínimos quadrados*. Os autores se aproveitaram do fato de que uma similaridade pode ser representada como o produto de dois números complexos para formular o problema de conformalidade como um problema de minimização quadrática sem restrições. Como o uso da parametrização é o mapeamento de textura, foi adicionada uma restrição: as arestas da parametrização deveriam ser segmentos de reta. Com isso, não é possível satisfazer a condição de conformalidade, e assim, usou-se mínimos quadrados para minimizar a violação da condição de Riemann, ou seja, minimizar a violação às equações de Cauchy-Riemann. Chamando-se de C o critério a ser minimizado e $U : (x, y) \rightarrow (u, v)$ a função complexa de mapeamento conforme, então tem-se que minimizar:

$$C(T) = \int_T \left| \frac{\partial U}{\partial x} + i \frac{\partial U}{\partial y} \right|^2 dA = \left| \frac{\partial U}{\partial x} + i \frac{\partial U}{\partial y} \right|^2 A_T$$

no qual A_T é a área do triângulo original e a notação $|z|$ representa o módulo do número complexo z . Segundo os autores, as principais características do seu algoritmo são: 1) minimiza as deformações de ângulo e escalamentos não-uniformes, 2) É provada a existência e unicidade do mínimo, 3) Grandes pedaços de superfície com bordas arbitrárias podem ser parametrizados, 4) Não há inversão de triângulos e 5) O resultado é independente da resolução da malha.

Sander et al. [33] apresentou uma parametrização baseada em sinal, refinando a parametrização onde a variação de textura é grande. Sua abordagem foi bastante interessante: após a parametrização, o tensor métrico da função inversa de mapeamento (isto é, a que faz a correspondência do domínio da textura 2D para a malha 3D) é integrado sobre a malha. As regiões que apresentam maior densidade de área são reparametrizadas e expandidas na parametrização, a fim de minimizar sua densidade, minimizando assim o erro quando a textura é mapeada para o modelo tridimensional. Essa integração é realizada após a primeira parametrização da malha usando o método proposto por Sander [34], e ajustada conforme a malha é reparametrizada. Para isso, os autores utilizam malhas progressivas (progressive meshes — PM) [20] para criar

uma parametrização inicial sobre uma malha com poucas faces usando um algoritmo de força bruta, mas avaliando a densidade de área da malha original sobre essa malha simples. Com base nessas análises, é feita uma reparametrização e uma adaptação da integral sobre a superfície do tensor métrico para essa nova parametrização. Esse processo continua até que a parametrização seja considerada aceitável.

Guthe et al. [18] trabalhou com modelos descritos em superfícies NURBS. Para a planificação, eles primeiramente construíram uma aproximação bilinear das superfícies, para em seguida, utilizar um modelo especializado de redes de molas para minimizar as deformações de ângulo e área. Além das molas tradicionais (nas arestas), foram adicionadas duas restrições de molas na diagonal, para minimizar as deformações. Guthe apresenta gráficos de desempenho, e afirma que seu método é melhor que o da minimização utilizando mínimos quadrados. No entanto, seu método só é aplicável a modelos que já estejam construídos com superfícies NURBS

Wang et al. [43] apresenta um método de parametrização baseado na minimização de energia de um sistema massa-mola [42]. Este procedimento consiste de planificação de triângulos e deformação de uma malha planar. Durante essa fase, os triângulos são planificados um a um, e um sistema massa-mola parcial é construído com base na malha planificada. Em seguida, permite-se que esse sistema se deforme a fim de minimizar a energia de deformação das molas. Se uma aresta estica demais (deforma), ela tensiona os vértices adjacentes, buscando o equilíbrio. Essa tração é propagada, equilibrando o sistema. Do mesmo modo, se uma aresta se contrai muito, ela tende a se expandir, causando o efeito contrário, isto é, a repulsão dos vértices a ela conectados. Desse modo, as deformações são igualmente distribuídas por toda a malha, minimizando a taxa global de deformação.

Liyan et al. [29] apresenta um método de parametrização inspirado na parametrização por comprimento de arco. Primeiro determina um centro de planificação, e estabelece linhas de mesma distância geodésica desse centro, semelhantes à curvas de nível, mas que medem a distância de um triângulo até o centro de planificação. Com base nessa distância, os triângulos são transportados para o plano.

Esse procedimento preserva o comprimento de uma curva no sentido radial, mas não necessariamente produz um mapeamento um-para-um, principalmente para regiões da malha que apresentam altas ondulações. Outra desvantagem é que esse esquema não garante mapeamento um-para-um se a borda da malha for côncava. A complexidade desse algoritmo é $O(N\sqrt{N})$, sendo N o número de vértices da malha original. Eles também realizam a conversão para superfícies NURBS, tomando quadrados no espaço dos parâmetros ao redor da projeção do ponto central de planificação nos quais os parâmetros estão no intervalo $[-1, 1]$. Assim, escolhem 4 pontos cujo centro paramétrico é o ponto central e ajustam por amostragem superfícies NURBS à malha tridimensional. Um ponto interessante é que a malha planificada apresenta maior densidade em pontos nos quais a normal está mais inclinada com relação ao plano de parametrização. Isso, de uma certa forma, denuncia certas características da superfície da malha. Um aspecto que chamou a atenção foi o fato de ter sido mencionado nesse artigo a superioridade do método de simplificação de malha proposto em Garland [15] em detrimento daquele proposto em Eck [11]. Ele argumenta que o método apresentado em [15] é mais estável e eficiente que o apresentado em [11]. Alguns métodos utilizam essa simplificação de malha, e assim, é importante que essa fase seja também eficiente e confiável.

Tewari et al. [40] melhorou o método de Sander [33] assumindo que a reconstrução era linear por partes, minimizando mais ainda o erro e ajustando melhor a métrica tanto para a maneira com que as malhas são representadas quanto para a maneira em que essas malhas são tratadas pelo hardware gráfico (placas gráficas).

3.3 Montagem do atlas de textura

Em geral, a montagem do atlas de textura não é o foco principal das pesquisas até hoje desenvolvidas. A montagem do atlas de textura é um problema denominado *problema de empacotamento*, que consiste na disposição ótima de elementos num certo espaço, ocupando o máximo de espaço útil. Esse é um problema clássico em pesquisa

operacional, ao qual muita atenção foi devotada. Infelizmente, por ser um problema NP-completo, sua solução ótima é muito difícil de ser alcançada. Em se tratando de texturização, essa fase não é o foco principal das pesquisas. Essa aparente disparidade pode ser porque, nesse contexto, essa montagem admita soluções não-ótimas, além do que, diversas heurísticas podem ser utilizadas para se obter soluções aceitáveis.

Uma dessas heurísticas, apresentada no trabalho de Lévy et al. [30], é a mesma utilizada pelos jogadores de tetris: os pedaços maiores são colocados primeiro, seguidos de pedaços gradativamente menores até que todos os pedaços estejam empilhados. Outra heurística é descrita por Sander et al. [34] é envolver cada pedaço de textura num retângulo e empilhá-los no espaço de textura.

CAPÍTULO 4

MÉTODO PROPOSTO

4.1 Análise dos métodos estudados

Antes da abordagem do método desenvolvido neste trabalho, faz-se necessária uma análise dos métodos já existentes, a fim de se compreender o que levou algumas alternativas a serem adotadas na elaboração do novo método.

4.1.1 Segmentação/corte de superfícies

Xianfeng et al. [17] estabelece um interessante caminho de corte, detectando protuberâncias (coisa que muitos métodos não fazem), e usa a parametrização de Floater [13] sem muitas novidades. O critério utilizado para o corte é o estiramento dos triângulos na parametrização Floater e o corte irá gerar uma malha em uma única peça. O problema desse tipo de segmentação é que exige diversas reparametrizações da malha, pois começa com um corte aleatório na malha e o refina sucessivamente com base no estiramento apresentado pelos triângulos planificados. Como o processo de parametrização é dispendioso, esse método apresenta grande quantidade de computação quando aplicado a malhas grandes (de 10Mb em diante).

Lévy et al. [30] utiliza um critério diferente, baseado em curvatura. A busca de um corte que acompanhe as linhas de característica sem dúvida é interessante. Mas uma desvantagem do método apresentado por Lévy é a grande fragmentação do modelo, gerando uma grande quantidade de pedaços muito pequenos, e portanto, difíceis de serem tratados por um agente humano (como por exemplo, um artista gráfico). Isso dificultaria posteriores correções e melhorias na textura, obtidas por meio da sobreposição de texturas obtidas com máquinas fotográficas de alta resolução sobre a textura do modelo, a fim de aumentar a nitidez e precisão da textura.

Sheffer et al. [37] não descreve em detalhes como particionou a malha. Aparentemente, a malha foi particionada ao meio por algum plano e foi tomada a projeção da malha sobre esse plano. Em Sheffer et al. [36] é introduzida uma idéia nova: visibilidade. Seu processo de corte valoriza regiões de baixa visibilidade e elevada curvatura. No entanto, o algoritmo utilizado para selecionar o caminho de corte é pouco eficiente, devido à grande quantidade de comparações e buscas que realiza (e os próprios autores alertam que esse processo pode ser dispendioso).

Guthe et al. [18] trabalha somente sobre superfícies NURBS, segmentando a malha baseado em ângulos e nas junções das superfícies entre si. Esse método não será considerado neste trabalho por exigir que o modelo tenha que ser representado por meio de NURBS, o que é um processo muito dispendioso, já que envolve processos de otimização sobre a malha, a fim de encontrar os pontos de uma superfície NURBS que correspondem à superfície descrita pela malha.

Wang et al. [43] utiliza dois métodos para realizar o corte: um corte aleatório inicial, seguido do cálculo dos caminhos de corte mínimos através de mapas geodésicos e os cortes baseados em arestas de altas curvaturas da malha. As planificações são geradas vértice a vértice, por meio da minimização da energia de Dirichlet, considerando o sistema como sendo um sistema massa-mola. O corte na malha segue as linhas naturais da malha, as arestas, seguindo um caminho no qual a tensão nas molas é grande. Neste trabalho, o foco é a parametrização e não há nenhuma menção à redução de genus da malha. Soma-se a isso o fato de que todos os exemplos apresentados possuem, aparentemente, genus zero. Pela falta de um método de redução de genus, esse método de corte, apesar de eficiente, não se ajusta à finalidade pretendida por este trabalho (que é a planificação de superfícies com genus arbitrário).

Liyan et al. [29] usa um método semi-automático de segmentação de malhas. Sua idéia de projetar linhas sobre a malha para obter caminhos mínimos entre dois pontos é original. No entanto, o processo de segmentação não é totalmente automático, o que pode ser um problema. Além disso, esse método usa uma malha simplificada em relação à original, o que faz com que o processo tenha uma etapa a mais

de simplificação da malha.

4.1.2 Parametrização

A parametrização proposta por Xianfeng et al. [17] na forma das imagens de geometria é interessante, mas introduz uma alta distorção no mapeamento. Isso não é nenhum impedimento se a textura vai ser automaticamente gerada por um programa de computador, ou se não houver necessidade de intervenção humana no processo de criação de textura. No entanto, para o uso de um artista gráfico, esse mapeamento dificultaria o processo de criação da textura.

Lévy et al. [30] apresenta uma parametrização interessante e robusta, mas é preciso verificar seu desempenho em relação a outros métodos de parametrização para que se possa optar ou não pelo seu uso. Esse método possui características interessantes, como a comprovada existência de um mínimo, resultado independente da resolução da malha, não há inversão de triângulos e pedaços com bordas arbitrárias podem ser parametrizados. A parametrização é feita e são detectadas as sobreposições (triângulos invertidos) e são realizados cortes a fim de transferir as áreas de inversão para outras regiões no mapa de textura.

Sheffer et al. [37] usa a planificação baseada em distorção angular da malha planificada. No entanto, há problemas de eficiência para malhas acima de 10.000 vértices na solução dos problemas de minimização não lineares propostos pelos autores, e o método se torna impraticável para malhas acima de 30.000 vértices.

Sheffer et al. [36] usa o método paramétrico desenvolvido em [35], que é uma versão melhorada da planificação baseada em ângulos. Eles introduzem um grid para medir as distorções na textura, mas alertam que pode ser problemático lidar com modelos muito grandes. Um novo melhoramento é proposto [38] mas um resultado mais concreto somente seria obtido com a medição experimental do desempenho do algoritmo. Os autores propõem uma melhoria, mas não chegam a avançar além da proposta no sentido de resolver o problema que o algoritmo tem para tratar malhas grandes.

Sander et al. [33] apresenta uma idéia interessante: a densidade de área no sinal re-

constituído. Por meio dessa densidade, ele é capaz de minimizar o erro sobre a textura reconstituída. Infelizmente, seu método de parametrização provoca grandes estiramentos de área. Isso significa que um triângulo que no espaço de textura tem área A , no espaço real tem área, por exemplo, $2A$. Isso dificulta o uso dessa parametrização por artistas humanos.

Guthe et al. [18] impõe o uso de superfícies NURBS. Assim, se quisermos parametrizar uma malha, teríamos que, primeiramente, encontrar um conjunto de superfícies NURBS que represente bem essa malha, para então aplicar seu método. Uma vantagem é que seu método é bastante preciso. Seu método é capaz de realizar bons cortes (também levando em conta a curvatura) e sua parametrização tem um alto grau de preservação de ângulos e áreas. Isso pode ser desejável em algumas aplicações. Neste caso, além da computação do algoritmo de segmentação e parametrização, há o cálculo das superfícies paramétricas a representarem o modelo.

Wang et al. [43] usa uma minimização baseada em sistemas massa-mola. Ele minimiza o estiramento plano da mesma malha tridimensional, cortada e colocada sob equilíbrio no plano. Seria interessante comparar a eficiência desse método com outros métodos de parametrização.

Liyan et al. [29] afirma que seu método de parametrização tem complexidade linear, mas, novamente, eles convertem a malha para superfícies NURBS e a parametrização também apresenta distorções de área. No entanto, sua parametrização apresenta características curiosas: aparentemente, a densidade da malha depende do ângulo que a normal faz com a superfície. Isso talvez possa ser utilizado para determinar algumas características da superfície.

Tewari et al. [40] aplica o mesmo método de Sander et al. [33], com a diferença que supõe a reconstrução é linear por partes, melhorando o desempenho dos métodos apresentados por Sander.

4.1.3 Montagem do atlas de textura

Como mencionado na seção 3.3, a montagem do atlas não é, em geral o foco das pesquisas, e também não será estudada a fundo neste trabalho. As principais contribuições encontradas dos métodos estudados são apresentadas a seguir.

Lévy et al. [30] propõe usar uma estratégia semelhante à usada no jogo tetris para empilhar os pedaços de textura e Sander et al. [34] sugere uma otimização do espaço baseada nas caixas envoltórias de cada pedaço. A princípio, ambas produzem resultados aceitáveis.

4.2 O método paramétrico de planificação de superfícies

O objetivo desse trabalho consistiu em elaborar um método de planificação de superfície que possa ser ajustado pelo usuário a fim de que ele possa controlar o resultado. Nesse aspecto, esta abordagem será tão objetiva quanto possível, a fim de que possamos dar flexibilidade ao processo de planificação de superfícies (aqui entendidas como malhas 3D).

Dada a grande variedade de possibilidades em cada etapa a ser abordada no presente trabalho, a análise será realizada separadamente para cada uma das fases.

Uma planificação ou mapa de textura é útil na medida em que estabelece a relação entre um espaço plano no qual pode-se construir ou corrigir uma textura a fim de mapeá-la a um modelo tridimensional. Deste ponto de vista, os métodos que apresentam baixas deformações de área no espaço de textura são mais interessantes do que os métodos nos quais a deformação é expressiva.

4.2.1 Segmentação/corte de superfícies

O corte da malha, que inicialmente aparentou ser uma etapa simples, apresentou diversas dificuldades, devido às características das malhas que são utilizadas nos modelos para fins de preservação cultural. Para que possam cumprir o objetivo da preservação, esses modelos têm que ser muito detalhados, o que implica em uma enorme quanti-

dade de informação, ou seja, os algoritmos desenvolvidos para esse fim têm que estar preparados para lidar com malhas imensas, uma grande quantidade de informação sobre textura, bem como devem permitir correções sobre essas texturas por meio da aquisição de fotos de alta definição. Tudo isso implica que:

1. A parametrização deve ser elaborada de modo a facilitar sua manipulação por agentes humanos;
2. O processo de planificação deve ser rápido (corte + parametrização) e produzir resultados com um mínimo de distorção possível.

Com estas características em mente, atenta-se à análise dos algoritmos de corte encontrados na bibliografia. Nota-se que vários deles fazem o corte de um modo que se assemelha ao método “tentativa e erro”, ou seja, fazem um corte inicial, parametrizam, analisam a parametrização gerada, corrigem, reparametrizam e assim por diante até que o corte atinja os critérios estabelecidos pelo método. Neste trabalho, tal abordagem se torna inaceitável, principalmente porque a parametrização é um processo caro, envolvendo a resolução de dois sistemas lineares grandes, $n \times n$, nos quais n é o número de vértices interiores da malha (que não são de borda). Como o algoritmo tem que estar preparado para trabalhar com malhas gigantes, as reparametrizações se tornam impraticáveis. Por esse motivo, não foi possível utilizar os métodos de corte apresentados. Apesar disso, este trabalho apresenta uma proposta para resolver este problema, que permite uma eficiente segmentação da malha sem que para isso seja necessária sua parametrização, tornando-se portanto, menos dispendiosa do que os métodos apresentados na bibliografia. Observe uma análise dos métodos estudados sob o ponto de vista de eficiência:

1. O algoritmo de corte proposto por Xianfeng et al. [17] é muito interessante por ser capaz de detectar protuberâncias nas malhas. No entanto, exige sucessivas reparametrizações para completar a segmentação da malha.
2. A idéia apresentada por Lévy et al. [30] de usar curvatura e tentar dividir a malha em zonas de característica é interessante, mas precisa ser melhor trabalhada.

A segmentação do modelo em “zonas zoomórficas iguais” (braços, pernas, pés, protuberâncias, etc.) exige uma análise bastante detalhada da malha, não especificada no trabalho pesquisado. Este método também pode gerar sobreposições, o que implica em um aprimoramento do corte, e a conseqüente reparametrização. Outra desvantagem deste método é que pode gerar uma parametrização muito fragmentada, que varia conforme a rugosidade superfície, dificultando a posterior edição/correção da textura por agentes humanos.

3. A proposta de Sheffer et al. [36] de usar visibilidade é bastante coerente com o que já é utilizado por artistas gráficos na prática, quando o mapa de textura é feito manualmente. No entanto, exige também um processo dispendioso, no qual uma esfera é gerada ao redor da malha e um raio é traçado desta esfera para cada vértice da malha, a fim de determinar a sua visibilidade. Após essa determinação do valor de visibilidade de cada vértice é que começa a segmentação da malha propriamente dita. Como o caminho de corte é calculado de modo iterativo, no qual cada vértice selecionado é tido como uma “semente” e a árvore de vértices de corte aumenta iterativamente na busca pela intersecção entre os caminhos gerados por essas sementes, esse processo pode se tornar dispendioso, segundo os próprios autores.
4. Wang et al. [43] apresenta um algoritmo aparentemente muito bom de corte da malha. Gera uma única peça e as características do corte são interessantes. No entanto, não há nenhuma menção sobre a segmentação de malhas de genus arbitrário (as malhas apresentadas no trabalho possuem genus zero). E, se o processo proposto fosse aplicado sobre malhas de genus superior a zero, também seriam necessárias reparametrizações para corrigir as sobreposições que surgiriam na malha.
5. O método apresentado por Liyan et al. [29] é interessante no que diz respeito ao *line tracing*. No entanto, este é um processo semi-automático, exigindo portanto a intervenção humana, o que não é o objetivo neste trabalho. Aqui, pretende-se

que a segmentação do modelo seja totalmente automática.

Como nenhum método estudado foi adequado ao problema, foi necessária a elaboração de um novo método, baseado na análise topológica da superfície. A ideia do método é simples: percorrer a superfície, gerando um grafo de Reeb. Deste modo, pode-se localizar exatamente os toróides da superfície, e assim, estabelecer cortes para remover esses toróides. O algoritmo é eficiente, pois a malha é percorrida uma única vez para a criação do grafo de Reeb, depois, o grafo de Reeb é percorrido (o grafo possui um número muito menor de componentes do que a quantidade de vértices) a fim de que se determinem os tubos na malha. Para cada caminho fechado encontrado no grafo de Reeb são escolhidos dois caminhos de corte para desfazer este tubo na malha (não necessariamente de comprimento mínimo), e o genus da malha é reduzido de um. Isso prossegue até que todos os laços sejam desfeitos. Os caminhos de corte gerados são unidos e a malha é segmentada.

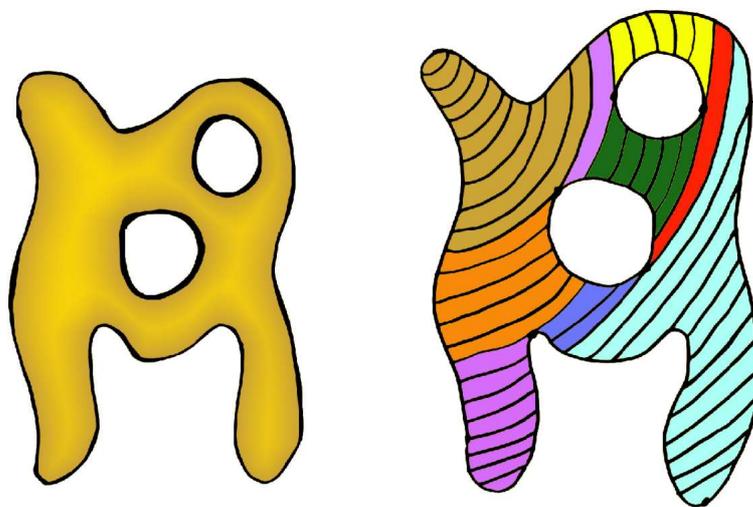


Figura 4.1: Esquema da classificação da malha para construção do grafo de Reeb.

O grafo de Reeb gerado para a malha da figura 4.1 é semelhante ao esboço apresentado a seguir, na figura 4.2:

Uma vez detectado um tubo sobre a malha, basta encontrar um caminho que passe por todos os contornos do tubo e volte ao ponto crítico para servir como primeiro caminho de corte e escolher um dos contornos que interceptam este caminho para

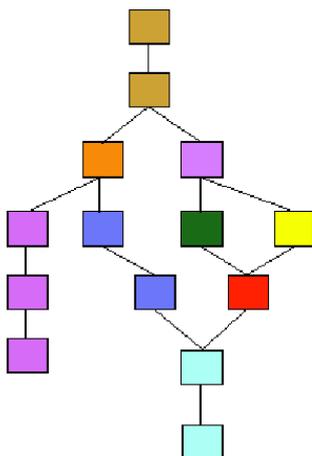


Figura 4.2: Esboço do grafo de Reeb obtido após a varredura da malha.

servir como o segundo caminho de corte, desfazendo assim a alça na malha.

4.2.2 Parametrização

Foi elaborado um módulo de parametrização que implementa três tipos de escolhas da borda do mapa de textura: circular, retangular ou retangular baseada em UV¹. Além disso, três escolhas diferentes para o estilo de parametrização da borda e cinco tipos de escolhas diferentes para a parametrização dos pontos interiores da malha (aqueles que não são de borda). Isso resulta num total de 45 resultados diferentes de parametrização para uma única malha.

As opções implementadas para a parametrização são:

1. Para o formato da parametrização da borda:

- Borda circular
- Borda retangular baseada na geometria
- Borda retangular baseada em parametrização UV (somente se a malha já estiver parametrizada)

2. Para o critério utilizado para parametrização da borda:

¹UV: coordenadas de uma parametrização anterior.

- Comprimento de arco: parametriza usando as distâncias entre os pontos do contorno.
 - Centrípeta: parametriza usando a raiz quadrada das distâncias entre os pontos do contorno.
 - Uniforme: parametriza impondo uma distância constante entre os pontos da borda.
3. Para o critério utilizado para parametrização dos pontos do interior da malha:
- Parametrização “Preservação de Forma” [13]: procura manter os mesmos comprimentos de arestas da malha 3D na planificação 2D.
 - Parametrização Uniforme (ou *Baricêntrica*): calcula pesos uniformes para as arestas de um vértice com os seus vizinhos (a posição do vértice é o bari-centro da posição de seus vizinhos).
 - Parametrização de Mínimos Quadrados [30]: o peso de cada aresta que incide em um vértice é calculado de modo a minimizar o quadrado da soma do comprimento de todas elas.
 - Parametrização Harmônica Discreta [11]: considera cada aresta como uma pequena “mola” e define o peso de cada aresta de modo a minimizar o estiramento dessas molas.
 - Parametrização de Valor Médio [14]: é uma variação da parametrização “Preservação de Forma” que procura dar os pesos às arestas de modo que a posição do vértice central seja o ponto mais elevado de uma superfície suave com bordas nas arestas entre os seus vértices vizinhos.

Essas parametrizações estão entre os principais tipos de parametrizações utilizados atualmente em computação gráfica. Uma descrição mais detalhada de cada uma delas pode ser encontrada em [14]. A forma retangular baseada em UV parte do princípio que uma malha já esteja parametrizada, e que se deseja realizar uma nova

parametrização a partir da anterior. Ela usa as coordenadas de textura para estabelecer as posições dos vértices da borda no novo mapa de textura.

Além dessas, existem inúmeras maneiras de se parametrizar uma malha tridimensional. Por motivos práticos, não foi possível implementar um grande número de parametrizações diferentes além dessas. Em 1960 Tutte, na tentativa de desenhar um grafo planar, lançou um método que veio a ser a base de muitas das atuais parametrizações. Dada uma superfície de genus zero, com uma borda, os vértices da borda são dispostos em uma forma circular ou retangular (podendo inclusive ocupar toda a área da textura) e os vértices interiores são distribuídos no interior dessa região. Inicialmente, ele utilizou a parametrização baricêntrica (ou uniforme) para montar um sistema linear e obter a planificação, mas constatou-se que, de fato, o critério poderia ser facilmente alterado mudando-se a matriz de pesos das arestas usadas no processo. A forma com que estes pontos são dispostos dentro da área de parametrização muda de acordo com estes pesos. E este é o caso neste trabalho.

A rigor, cada vértice interior é posicionado dentro da região de parametrização de acordo com alguma combinação convexa entre ele e os vértices adjacentes a ele no grafo (ou na malha). Quando Tutte criou essa parametrização, ele definiu que a posição de um vértice seria dada pelo baricentro da posição de seus vizinhos, por isso, o seu método foi chamado de *parametrização baricêntrica* [13].

Para exemplificar como se dá uma parametrização, imagine uma superfície de triangulação com um conjunto de vértices

$$\vec{X} = \{\vec{x}_i = (x_i, y_i, z_i), 1 \leq N\}$$

e que existem n nós internos $\vec{x}_1, \dots, \vec{x}_n$ e que os nós de contorno sejam $\vec{x}_{n+1}, \dots, \vec{x}_N$ numa seqüência anti-horária. Seja $K = N - n$ a quantidade de nós de borda. Deseja-se encontrar uma seqüência de pontos no plano $\vec{u}_1, \dots, \vec{u}_N$ que corresponda à parametrização da superfície no plano. Então, é necessário:

1. Escolher $\vec{u}_{n+1}, \dots, \vec{u}_N$ pertencentes ao contorno de um polígono convexo em \mathbb{R}^2 .

Isso significa que deve-se determinar quais serão as posições finais para os K vértices de borda, ou seja, a borda da superfície será parametrizada.

2. Para cada $i \in \{1, \dots, n\}$, determinar (a partir de algum um estilo de parametrização) qualquer conjunto de números reais $\lambda_{i,j}$ para $j = 1, \dots, N$ tais que:

- $\lambda_{i,j} = 0$ se (i, j) não é uma aresta da superfície.
- $\lambda_{i,j} > 0$ se (i, j) é uma aresta da superfície.
- $\sum_{j=1}^N \lambda_{i,j} = 1$, ou seja, uma combinação convexa para cada vértice.

Isso equivale a escolher os pesos de cada aresta da parametrização, e, em consequência disso, definir qual critério será usado na parametrização. A diferença entre as parametrizações implementadas está justamente nesta etapa.

3. Encontrar $\vec{u}_1, \dots, \vec{u}_n$ como solução do sistema linear de equações:

$$\sum_{j=1}^N \lambda_{i,j} \vec{u}_j = \vec{u}_i, i = \{1, \dots, n\}. \quad (4.1)$$

Esse sistema relaciona os pontos interiores com os pontos de borda, através dos valores definidos para as posições dos vértices de borda (\vec{u}_i) e a matriz de pesos definida de acordo com o tipo de parametrização a ser utilizada.

Algo importante a ser considerado é que $\vec{u}_i \in \mathbb{R}^2$, e portanto, têm duas coordenadas. Disso resulta que temos que resolver um sistema para a coordenada \vec{u}_{i_x} e outro para a coordenada \vec{u}_{i_y} . Desse modo, temos a decomposição do sistema em dois sistemas:

$$A\vec{u}_x = b1 \text{ e } A\vec{u}_y = b2$$

os quais, quando resolvidos, retornam, respectivamente as coordenadas x e y dos pontos \vec{u}_{i_y} no plano que representam a parametrização da nossa superfície.

4.2.3 Montagem do atlas de textura

A montagem do atlas de textura foi bastante simples, uma vez que o método aqui gera uma única parametrização, circular ou retangular. O mapa simplesmente é impresso em uma figura do tipo targa (".tga") e assim já fica pronto para uso.

4.2.4 Arquitetura do sistema de planificação de malhas

A arquitetura do sistema de planificação obedece à uma organização lógica, própria da seqüência de operações a serem realizadas para a obtenção da malha planificada. O sistema possui três módulos, um para cada operação: segmentação, parametrização e montagem do atlas de textura.

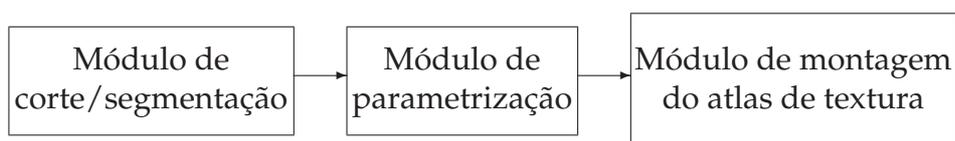


Figura 4.3: Arquitetura do sistema de planificação de imagens.

A grande flexibilidade do sistema sem dúvida está no estilo paramétrico de parametrização, que permite 45 combinações diferentes dos métodos implementados para uma mesma malha. Como não foi possível estabelecer um processo de corte, as malhas analisadas restringem-se a malhas com uma borda simples, de genus zero, homeomórficas a um disco plano. Mesmo inacabado, o módulo de corte consta do sistema, pois sua estrutura será necessária no momento em que for concluída a implementação do algoritmo de corte proposto neste trabalho.

CAPÍTULO 5

RESULTADOS E DISCUSSÃO

5.1 Métricas

Foram implementados diversos métodos, que apresentaram resultados variados na qualidade da parametrização. O que observou-se foi que é difícil prever o resultado de uma planificação ou mesmo distinguir visualmente a qualidade de uma parametrização em relação à outra. Nesse sentido, as métricas de qualidade têm um papel muito importante na avaliação objetiva de diversas características importantes quanto à qualidade do processo. Para cada parametrização gerada foram avaliados os seguintes itens:

1. **Distorção angular média:** descreve a distorção média dos ângulos de um triângulo parametrizado em relação à sua forma original.
2. **Variação média de área:** descreve a variação média de área dos triângulos parametrizados em relação ao original.
3. **Variação média de arestas:** descreve a variação média das arestas dos triângulos parametrizados em relação ao original.
4. **Tempo de parametrização:** quantidade de tempo ocupada para efetuar a parametrização da borda e dos pontos interiores.

Cada uma dessas medidas tenta avaliar a parametrização sob um ponto de vista. Dessas, a medida mais relevante para o nosso trabalho é a **distorção angular média**. Essa medida avalia o quanto os ângulos internos de um triângulo parametrizado variaram em relação ao triângulo original. Nesse caso, o importante é saber se a **forma** do triângulo parametrizado se mantém constante, ou seja, se mantém os mesmos ângulos,

independentemente do aumento ou redução das arestas. Uma mudança desproporcional no tamanho das arestas alteraria os ângulos internos do triângulo, gerando uma deformação. A fim de avaliar essa deformação, foi definido o **coeficiente de distorção angular** como:

$$\mu = \frac{|\Delta_1| + |\Delta_2| + |\Delta_3|}{2\pi}, \text{ tal que } 0 \leq \mu \leq 1$$

Assim, a distorção angular será nula quando a deformação for zero, e será um quando a deformação for máxima. Para que se possa entender melhor esse conceito, vamos considerar os extremos dessa situação: a variação angular é mínima quando os ângulos são preservados, e é máxima quando cada ângulo sofre uma variação máxima. Suponhamos um triângulo, com ângulos α_1 , α_2 e α_3 . Consideremos $\Delta_1 = \alpha'_1 - \alpha_1$, $\Delta_2 = \alpha'_2 - \alpha_2$ e $\Delta_3 = \alpha'_3 - \alpha_3$ as respectivas variações de ângulos, sendo α' os ângulos mapeados. O ângulo α_1 pode ser “aumentado” até que $\alpha'_1 = \pi$, e assim, $\alpha'_2 = \alpha'_3 = 0$. Ora, $\Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3 = 0$, pois a soma dos ângulos internos se mantém constante (lembrando que a soma dos ângulos internos de qualquer triângulo está sempre limitada entre 0 e π). Se tomarmos os módulos das variações, podemos encontrar um limitante superior para a soma dos módulos. Assim, temos duas situações de variação máxima:

- Ou um ângulo vale π e o ângulo mapeado é zero (e, sendo assim, os dois outros ângulos valem inicialmente 0 e são mapeados em $\frac{\pi}{2}$ cada um);
- Ou um ângulo vale 0 e é mapeado em π (e assim, os dois outros ângulos, que valiam $\frac{\pi}{2}$ são mapeados em 0 cada um).

Nessas duas situações, $|\Delta_1| = \pi$, então $|\Delta_2| = |\Delta_3| = \frac{\pi}{2}$. Sendo assim, $|\Delta_1| + |\Delta_2| + |\Delta_3| = \pi + \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} = 2\pi$. Sendo esse um caso extremo (um triângulo degenerado sendo levado em outro também degenerado), podemos dizer que, para qualquer variação angular, temos que $|\Delta_1| + |\Delta_2| + |\Delta_3| \leq 2\pi$. Como o coeficiente é dividido por 2π , resulta que a medida assume somente valores no intervalo $[0, 1]$.

Para a variação de área, consideramos que $\Delta A = \frac{A_f}{A_0}$, no qual A_0 é a área do triângulo 3D original e A_f é a área do triângulo mapeado. Assim, a variação média

de área é dada por $\sum_i^n \frac{\Delta_i A}{n}$, no qual n é o número de faces do modelo. Idéia análoga se aplica à variação de tamanho das arestas, calculada por $\Delta E = \frac{E_f}{E_0}$. A média dessa variação é dada por $\sum_i^{3n} \frac{\Delta_i E}{3n}$, sendo n o número de faces.

5.2 A base de dados

Embora houvesse disponibilidade de uma base de dados do IMAGO de faces 3D, essas superfícies se encontravam muito fragmentadas, de modo que o algoritmo não foi capaz de processá-las. Assim, foi gerada uma nova base de dados 3D utilizada automaticamente a partir de combinações das seguintes equações:

1. $f_1(x, y) = \frac{y(y+x^2)}{2\pi^2}$
2. $f_2(x, y) = (x + y) \sin xy$
3. $f_3(x, y) = \frac{xy}{2\pi}$
4. $f_4(x, y) = \frac{x^2+y^2}{2\pi}$
5. $f_5(x, y) = |\sin x \sin y|$
6. $f_6(x, y) = \pi \sin \sqrt{x^2 + y^2}$
7. $f_7(x, y) = e^{x/\pi} \sin y/\pi$
8. $f_8(x, y) = \pi \cos xy$
9. $f_9(x, y) = \pi xy e^{-0.5(x^2+y^2)}$
10. $f_{10}(x, y) = \frac{|x||y|}{\pi}$
11. $f_{11}(x, y) = \pi \cos y$
12. $f_{12}(x, y) = \pi \cos x \sin y$
13. $f_{13}(x, y) = \frac{1}{e^{\sqrt{x^2+y^2}}}$
14. $f_{14}(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2} + \pi^2 e^{-\sqrt{x^2+y^2}}$
15. $f_{15}(x, y) = \frac{4x^3+4y^3}{\pi^4}$
16. $f_{16}(x, y) = \frac{x^2-y^2}{2\pi}$

no domínio retangular $-2\pi \leq x, y \leq 2\pi$. Os gráficos dessas equações são mostrados na figura 5.1.

Foram avaliados 632 modelos que geraram 28.440 parametrizações diferentes, sendo 45 variantes para cada modelo. Os modelos foram divididos em dois grupos: “sem ruído” e “com ruído”. Para primeiro grupo, foi gerada uma malha regular, no plano xy , sendo $z = f(x, y)$, e para o segundo, foi adicionado um vetor aleatório 3D para cada vértice do modelo, tornando a superfície significativamente irregular. Este vetor foi montado da seguinte maneira:

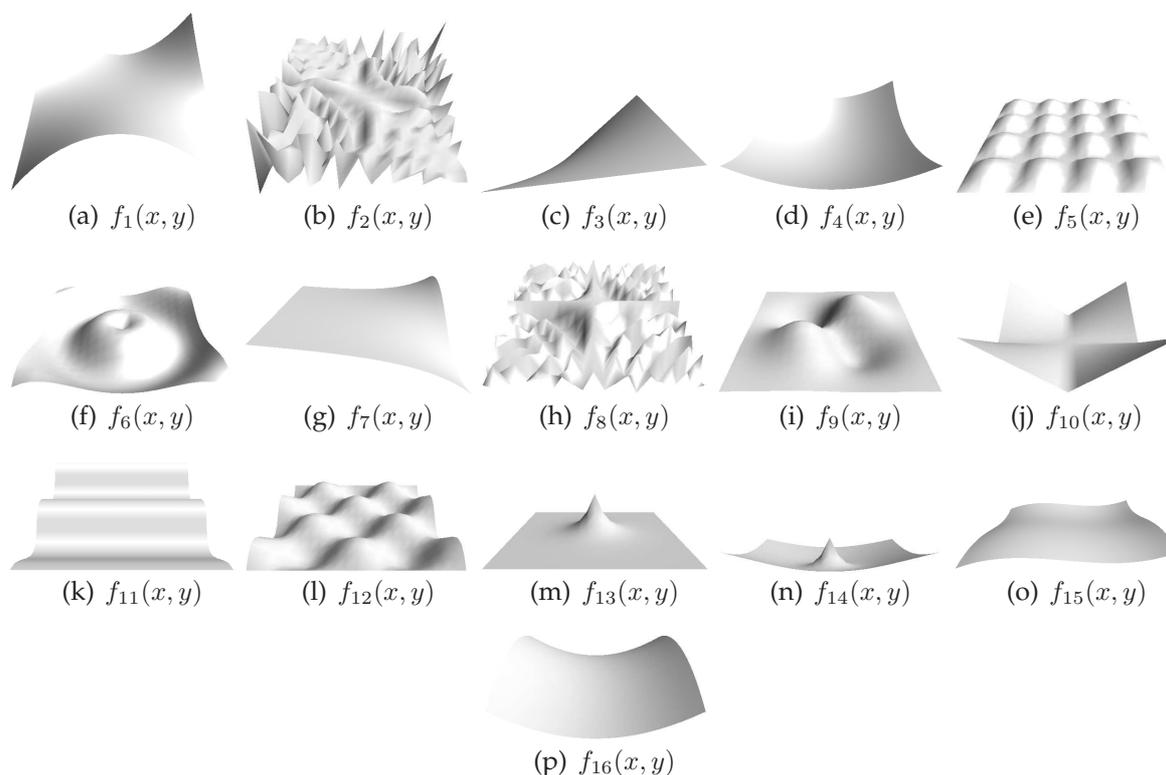


Figura 5.1: Superfícies geradas pelas equações escolhidas para criação do banco de dados.

- É sorteado um valor aleatório entre zero e metade do espaçamento da malha regular que constituiria a malha sem ruído. Esse valor representa o módulo do ruído.
- É sorteado um novo valor entre zero e cem, e se o valor for maior que cinquenta, o sinal do incremento será positivo, e se o valor for menor que cinquenta, o sinal do incremento é negativo.
- Esse incremento é somado calculado separadamente para cada coordenada do vetor e somado às coordenadas (x, y, z) que representam a posição do vértice na malha sem ruído (ou seja, são calculados três incrementos e sinais diferentes, um para cada coordenada).

Deste modo o ruído é adicionado e o segundo grupo passa a ser constituído de versões ruidosas do primeiro grupo.

O uso de uma base gerada automaticamente poderia ser questionável, dependendo de como essa base fosse gerada. No entanto, além da escolha de superfícies interes-

santes, houve a introdução de um componente aleatório na montagem dos modelos, tornando a base bem mais interessante. Desse modo, apesar das características dessa base, os modelos gerados são plenamente válidos para fins de análise comparativa da qualidade das parametrizações.

5.3 Análise dos resultados

Os modelos analisados possuíam resoluções diferentes, sendo que, no total, 240 desses modelos possuíam 441 vértices, 240 possuíam 1681 vértices e 152 possuíam 6.561 vértices. Isso totaliza 1.506.552 vértices. Pela forma como os modelos foram construídos, os de 441 vértices possuem 800 faces cada, os de 1681 possuem 3.200 faces e os de 6.561 vértices possuem 12.800 faces cada, resultando num total de 2.905.600 faces analisadas para cada parametrização. Deste modo, temos uma base consistente para analisar e comparar os diferentes tipos de parametrização.

A seguir, apresentamos os resultados e classificações das parametrizações, segundo as diversas métricas que utilizamos. Vale notar que, devido à ordem de grandeza dos números, os valores da distorção média, variação de área e arestas e suas respectivas variâncias estão multiplicados por cem, resultando em uma medida percentual. Este fato, no entanto, não invalida as medidas, apenas devemos lembrar que o valor real corresponde a esses valores divididos por 100 (%) (tabelas 5.1 e 5.3).

Para se obter uma classificação geral dos métodos de parametrização em relação à qualidade (tabelas 5.2, 5.4), tomou-se o seguinte procedimento:

1. Os métodos de parametrização foram ordenados em ordem crescente de distorção, variância da distorção, variância de área e variância de arestas.
2. Os métodos receberam uma pontuação de 45 (“melhor”) a 1 (“pior”) para cada uma dessas classificações, sendo que a nota máxima foi dada aos resultados de menor valor (menores distorções, menores variâncias), e a nota mínima, aos resultados de maior valor (maiores distorções, maiores variâncias).

3. A métrica de qualidade foi obtida calculando-se a média dessas notas, ou seja,

$$Q = \frac{N_1 + N_2 + N_3 + N_4}{4}.$$

Para a pontuação de velocidade, recebeu a maior nota (45) o método que, em média, consumiu menor tempo para realizar as parametrizações, e a menor nota o método que demorou mais (tabelas 5.2, 5.4). Esse mesmo procedimento foi aplicado às tabelas dos modelos “com ruído”.

Quatro classificadores importantes utilizados neste trabalho são: a distorção e sua variância, e as variâncias de área e tamanho de arestas. Não foi possível utilizar as próprias variações de área e tamanho das arestas porque, como o mapeamento de textura é feito no intervalo $[0,1]$, as projeções das malhas sofreram uma redução. No entanto, o aspecto mais importante não é a redução e sim a deformação sofrida pelas faces no momento da planificação. O escalamento não altera o aspecto de uma possível textura a ser mapeada sobre o modelo, mas a deformação sim. Por isso, desenvolveu-se a métrica de distorção angular inédita, que não consta das bibliografias na forma como foi apresentada neste trabalho. Usando-se esses quatro classificadores, buscou-se uma medida de qualidade que pudesse nos indicar quais os melhores tipos de parametrização sob vários aspectos.

O nome das parametrizações foi definido tomando-se as versões inglesas dos métodos, tendo sido gerados automaticamente via programação. Os nomes compostos são separados por “-”, e a mudança de uma parametrização para outra é marcada por espaços. O nome é composto por três partes, na qual a primeira parte representa a parametrização interior, a parte do meio representa a parametrização da borda e a parte final representa a forma da borda. Por exemplo, a combinação “valor-médio + uniforme + borda-quadrada-a-partir-da-geometria” é nomeada aqui como “mean-value uniform square-from-geometry”. E assim foi feito para todas as outras combinações.

Parametrização	Distorção média (%)	Variância da distorção (%)	Variância média de área (%)	Variância das áreas (%)	Variância média de arestas (%)	Variância das arestas (%)	Tempo de parametrização (s)
mean-value uniform square-from-geometry	7,88	0,45	18,07	0,3	41,23	18,81	2,3
discrete-harmonic uniform square-from-geometry	7,97	0,51	17,82	0,1	40,93	17,76	2,39
mean value centripetal square-from-geometry	8,09	0,52	17,86	0,28	40,82	18,49	2,3
discrete-harmonic centripetal square-from-geometry	8,64	0,49	17,65	0,09	40,61	17,57	2,35
mean-value chordlength square-from-geometry	8,68	0,64	17,65	0,27	40,58	18,9	2,33
shape-preserv uniform square-from-geometry	8,73	0,49	18,01	0,32	41,28	19,17	2,1
shape-preserv centripetal square-from-geometry	8,84	0,55	17,81	0,31	40,86	19,03	2,11
least-squares uniform square-from-geometry	8,96	0,48	17,6	0,05	40,72	17,66	2,16
shape-preserv chordlength square-from-geometry	9,31	0,65	17,62	0,3	40,61	19,6	2,88
uniform uniform square-from-geometry	9,45	0,61	18,22	0,17	41,4	18,51	1,86
least-squares centripetal square-from-geometry	9,65	0,44	17,43	0,04	40,44	17,52	2,19
discrete-harmonic chordlength square-from-geometry	9,71	0,52	17,49	0,52	40,46	17,88	2,35
uniform centripetal square-from-geometry	10,1	0,61	18,07	0,16	41,1	18,28	1,96
least-squares chordlength square-from-geometry	10,68	0,46	17,27	0,06	40,31	17,86	2,2
uniform chordlength square-from-geometry	11,15	0,65	17,92	0,17	40,96	18,56	1,97
discrete-harmonic uniform circle	14,63	1,3	14,06	0,13	37,48	18,91	2,15
mean-value-harmonic uniform circle	14,65	1,19	14,28	0,29	37,85	20,12	2,08
mean-value centripetal circle	14,74	1,2	14,13	0,27	37,39	19,48	2,12
mean-value chordlength circle	14,87	1,21	13,96	0,24	37,04	19,38	2,11
discrete-harmonic centripetal circle	14,89	1,26	13,94	0,12	37,13	18,49	2,16
discrete-harmonic chordlength circle	15,21	1,22	13,81	0,12	36,87	18,45	2,17
shape-preserv uniform circle	15,46	1,13	14,21	0,3	37,91	20,51	1,88
least-squares uniform circle	15,53	1,13	13,87	0,09	37,31	18,84	1,96
shape-preserv centripetal circle	15,57	1,16	14,06	0,29	37,44	19,99	1,92
shape-preserv chordlength circle	15,72	1,18	13,91	0,26	37,07	19,96	1,96
least-squares centripetal circle	15,83	1,1	13,75	0,08	36,97	18,45	1,97
uniform uniform circle	16,08	1,31	14,36	0,18	37,89	19,47	1,36
least-squares chordlength circle	16,18	1,08	13,63	0,09	36,73	18,42	2,02
uniform centripetal circle	16,29	1,3	14,25	0,17	37,55	19,05	1,73
uniform chordlength circle	16,56	1,29	14,14	0,17	37,29	19,01	1,76
discrete-harmonic chordlength square-from-UV	22,94	2,28	17,76	0,48	44,84	28,03	2,1
mean-value chordlength square-from-UV	23,08	2,23	17,97	0,72	45,1	29,37	2,04
discrete-harmonic centripetal square-from-UV	23,23	2,34	17,94	0,5	45,28	28,41	2,09
discrete-harmonic uniform square-from-UV	23,33	2,33	18,08	0,53	45,76	29,34	2,1
mean-value centripetal square-from-UV	23,43	2,26	18,22	0,85	45,7	30,05	2,06
mean-value uniform square-from-UV	23,49	2,27	18,42	0,96	46,34	31,55	2,01
least-squares chordlength square-from-UV	23,97	2,04	17,5	0,44	44,7	28	1,92
least-squares centripetal square-from-UV	24,17	2,05	17,65	0,45	45,12	28,41	1,93
least-squares uniform square-from-UV	24,21	2,04	17,79	0,46	45,59	29,35	1,87
shape-preserv chordlength square-from-UV	24,34	2,16	17,86	0,78	45,19	30,21	1,86
shape-preserv uniform square-from-UV	24,41	2,19	18,27	1,01	46,47	32,31	1,86
shape-preserv centripetal square-from-UV	24,57	2,17	18,08	0,91	45,81	30,88	1,87
uniform chordlength square-from-UV	24,63	2,27	18,15	0,65	45,41	28,82	1,71
uniform uniform square-from-UV	24,96	2,28	18,41	0,67	46,29	30,03	1,4
uniform centripetal square-from-UV	24,97	2,29	18,29	0,66	45,84	29,15	1,69

Tabela 5.1: Resultados das métricas de qualidade somente sobre os modelos sem ruído.

Parametrização	Qualidade	Velocidade
least-squares centripetal square-from-geometry	42,5	9
least-squares uniform square-from-geometry	41,75	11
discrete-harmonic centripetal square-from-geometry	41,5	4
discrete-harmonic uniform square-from-geometry	40,75	2
least-squares chordlength square-from-geometry	39,75	8
discrete-harmonic chordlength square-from-geometry	37,25	3
uniform centripetal square-from-geometry	35	28
mean-value uniform square-from-geometry	34,75	6
mean value centripetal square-from-geometry	34,25	7
uniform uniform square-from-geometry	33,75	38
mean-value chordlength square-from-geometry	32	5
least-squares centripetal circle	32	27
least-squares chordlength circle	31,75	24
uniform chordlength square-from-geometry	31	26
shape-preserv uniform square-from-geometry	30	17
least-squares uniform circle	30	30
discrete-harmonic chordlength circle	29,5	10
shape-preserv centripetal square-from-geometry	29,5	16
discrete-harmonic centripetal circle	29	12
discrete-harmonic uniform circle	27,5	13
shape-preserv chordlength square-from-geometry	26,5	1
mean-value chordlength circle	24,75	15
mean-value centripetal circle	24	14
uniform chordlength circle	23,25	40
shape-preserv chordlength circle	22,75	29
mean-value-harmonic uniform circle	22,75	21
uniform centripetal circle	22,25	41
shape-preserv uniform circle	22	34
shape-preserv centripetal circle	22	33
uniform uniform circle	21,25	45
least-squares chordlength square-from-UV	13,5	32
least-squares centripetal square-from-UV	12	31
discrete-harmonic chordlength square-from-UV	11,25	18
least-squares uniform square-from-UV	10,5	35
discrete-harmonic centripetal square-from-UV	9,25	20
mean-value chordlength square-from-UV	9	23
discrete-harmonic uniform square-from-UV	8,25	19
uniform chordlength square-from-UV	7,25	42
mean-value centripetal square-from-UV	7	22
shape-preserv chordlength square-from-UV	6,75	39
uniform centripetal square-from-UV	5,5	43
mean-value uniform square-from-UV	5,25	25
shape-preserv centripetal square-from-UV	5,25	36
uniform uniform square-from-UV	5	44
shape-preserv uniform square-from-UV	4,25	37

Tabela 5.2: Classificação dos métodos de parametrização quanto à qualidade (para os modelos sem ruídos).

Parametrização	Distorção média	Variância da distorção	Varição média de área	Variância das áreas	Varição média de arestas	Variância das arestas	Tempo de parametrização
mean-value uniform square-from-geometry	11,84	0,96	15,39	0,72	37,73	18,9	2,32
shape-preserv uniform square-from-geometry	12,38	0,99	15,5	0,87	37,58	18,51	2,29
mean value centripetal square-from-geometry	12,5	1,05	14,97	0,5	37,43	19,03	2,34
shape-preserv centripetal square-from-geometry	13	1,06	15,08	0,66	37,29	18,74	2,28
mean-value chordlength square-from-geometry	13,97	1,22	14,55	0,48	37,32	20,4	2,37
discrete-harmonic uniform square-from-geometry	14,32	1	15,27	0,31	36,92	17,32	2,46
shape-preserv chordlength square-from-geometry	14,43	1,23	14,68	0,66	37,18	20,17	3,05
discrete-harmonic centripetal square-from-geometry	14,97	1,07	14,86	0,22	36,63	17,36	2,44
mean-value-harmonic uniform circle	15,56	1,5	12,17	0,5	34,57	19,32	2,38
mean-value centripetal circle	15,83	1,5	11,87	0,36	34,2	19,07	2,4
shape-preserv uniform circle	16,17	1,49	12,24	0,59	34,44	19,05	2,3
mean-value chordlength circle	16,33	1,52	11,53	0,33	33,83	19,51	2,39
discrete-harmonic chordlength square-from-geometry	16,44	1,22	14,46	0,24	36,51	18,48	2,45
shape-preserv centripetal circle	16,45	1,49	11,94	0,46	34,07	18,86	2,32
least-squares uniform square-from-geometry	16,58	1,19	17,13	4,15	36,8	14,79	2,17
shape-preserv chordlength circle	16,94	1,52	11,61	0,44	33,7	19,35	2,31
least-squares centripetal square-from-geometry	17,28	1,22	16,64	3,75	36,52	14,95	2,2
discrete-harmonic uniform circle	17,71	1,59	12,07	0,23	33,79	17,67	2,46
discrete-harmonic centripetal circle	17,97	1,58	11,78	0,18	33,44	17,39	2,47
discrete-harmonic chordlength circle	18,45	1,59	11,46	0,17	33,09	17,75	2,48
least-squares chordlength square-from-geometry	18,7	1,37	16,16	3,59	36,42	16,14	2,21
least-squares uniform circle	19,75	1,71	13,56	2,8	33,69	15,64	2,11
least-squares centripetal circle	20,08	1,7	13,2	2,52	33,35	15,44	2,19
least-squares chordlength circle	20,6	1,71	12,81	2,38	33	15,86	2,19
uniform uniform square-from-geometry	21,03	1,37	21,42	13,25	39,95	21,98	1,54
uniform centripetal square-from-geometry	21,49	1,45	20,89	12,25	39,68	22,11	1,89
mean-value chordlength square-from-UV	21,69	2,54	14,93	0,75	41,04	29,32	2,29
mean-value uniform square-from-UV	22	2,6	15,67	1,1	42,16	30,15	2,33
mean-value centripetal square-from-UV	22,01	2,61	15,34	0,87	41,69	29,39	2,3
shape-preserv chordlength square-from-UV	22,52	2,56	15	0,96	40,9	29,16	2,26
uniform chordlength square-from-geometry	22,6	1,64	20,35	11,69	39,6	23,61	1,89
shape-preserv uniform square-from-UV	22,73	2,61	15,71	1,31	42,03	29,88	2,22
shape-preserv centripetal square-from-UV	22,81	2,62	15,39	1,07	41,55	29,19	2,26
discrete-harmonic chordlength square-from-UV	23,54	2,65	14,84	0,5	40,14	26,58	2,4
uniform uniform circle	23,79	1,93	16,98	8,86	36,53	22,08	1,17
discrete-harmonic centripetal square-from-UV	23,93	2,74	15,23	0,53	40,75	26,62	2,4
uniform centripetal circle	23,95	1,95	16,58	8,17	36,19	21,85	1,8
discrete-harmonic uniform square-from-UV	23,97	2,74	15,54	0,63	41,17	27,28	2,38
uniform chordlength circle	24,27	1,98	16,14	7,7	35,84	22,42	1,84
least-squares chordlength square-from-UV	25,54	2,71	16,59	4,52	40,05	23,71	2,15
least-squares uniform square-from-UV	25,8	2,8	17,44	5,28	41,1	24,26	2,07
least-squares centripetal square-from-UV	25,83	2,79	17,05	4,79	40,67	23,66	2,09
uniform chordlength square-from-UV	28,92	3,01	20,91	14,37	43,51	33,4	1,81
uniform centripetal square-from-UV	29,29	3,09	21,44	15,26	44,14	33,2	1,75
uniform uniform square-from-UV	29,3	3,07	21,87	16,49	44,55	33,82	1,18

Tabela 5.3: Resultados das métricas de qualidade somente sobre os modelos com ruído.

Parametrização	Qualidade	Velocidade
discrete-harmonic uniform square-from-geometry	40,5	4
discrete-harmonic centripetal square-from-geometry	39,75	7
mean value centripetal square-from-geometry	36,5	15
mean-value uniform square-from-geometry	36,5	18
discrete-harmonic chordlenght square-from-geometry	36	6
shape-preserv uniform square-from-geometry	36	23
shape-preserv centripetal square-from-geometry	35,5	24
mean-value chordlenght square-from-geometry	33,75	14
discrete-harmonic centripetal circle	33,25	3
shape-preserv centripetal circle	32,5	17
mean-value centripetal circle	32,5	8
discrete-harmonic chordlenght circle	32,5	2
discrete-harmonic uniform circle	32,25	5
least-squares uniform square-from-geometry	32	32
shape-preserv chordlenght square-from-geometry	31,25	1
least-squares centripetal square-from-geometry	31,25	29
mean-value-harmonic uniform circle	31,25	13
mean-value chordlenght circle	30,75	11
shape-preserv uniform circle	30,75	21
shape-preserv chordlenght circle	29,75	19
least-squares chordlenght square-from-geometry	28,25	28
least-squares centripetal circle	26	31
least-squares chordlenght circle	25,25	30
least-squares uniform circle	25,25	34
uniform uniform square-from-geometry	19,75	43
uniform centripetal square-from-geometry	18,75	38
discrete-harmonic chordlenght square-from-UV	16,5	10
mean-value chordlenght square-from-UV	16,5	22
shape-preserv chordlenght square-from-UV	15,25	26
mean-value centripetal square-from-UV	14,75	20
discrete-harmonic centripetal square-from-UV	14,75	9
uniform chordlenght square-from-geometry	14,75	37
uniform uniform circle	13,75	45
uniform centripetal circle	13,75	41
mean-value uniform square-from-UV	13,75	16
discrete-harmonic uniform square-from-UV	13,25	12
shape-preserv centripetal square-from-UV	13	25
shape-preserv uniform square-from-UV	12,25	27
uniform chordlenght circle	12,25	39
least-squares chordlenght square-from-UV	10	33
least-squares centripetal square-from-UV	8,75	35
least-squares uniform square-from-UV	8	36
uniform chordlenght square-from-UV	2,75	40
uniform centripetal square-from-UV	2	42
uniform uniform square-from-UV	1,25	44

Tabela 5.4: Classificação dos métodos de parametrização quanto à qualidade (para os modelos com ruídos).

Além da análise da qualidade da parametrização, foi realizado um estudo comparativo entre os métodos utilizando-se o grupo dos modelos “sem ruídos” e os modelos “com ruídos” (tabela 5.5) a fim de determinar a robustez dos métodos. Isso foi realizado, tomando-se a média do valor absoluto das variações de notas para cada classificador, fazendo-se a diferença entre as notas para os modelos com ruído e os modelos sem ruído, ou seja, $\Delta V = \frac{\Delta N_{distorcao} + \Delta N_{var(d)} + \Delta N_{area} + \Delta N_{arestas}}{4}$. O resultado é expresso na tabela 5.6. Quanto menor a variação, maior a robustez. Devemos, no entanto notar, que essa medida de robustez avalia o quanto um método é capaz de manter sua classificação de qualidade quando a malha se torna maior e mais irregular, e não mede a qualidade da parametrização realizada pelo método. Esta é dada pela análise das quatro métricas de qualidade, citadas anteriormente.

Um fato interessante a ser notado é que o classificador “distorção angular média” apresentou-se extremamente consistente enquanto medida de qualidade da parametrização. Observa-se que parametrizações bem pontuadas por esse classificador também apresentam baixas variância de áreas e arestas, e portanto foram bem pontuadas pelos outros classificadores, indicando que esse classificador está em consonância com os demais.

Realizou-se também a análise isolada dos parâmetros de parametrização (tabela 5.8) e verificou-se que, em relação à distorção angular, a classificação média das parametrizações interiores foi: valor médio, preservação de forma, harmônica discreta, mínimos quadrados e uniforme, nessa ordem. Para as parametrizações da borda, notou que, em geral, a parametrização centrípeta gerou menor distorção, seguida pela de comprimento de arco e uniforme. Quanto à forma da borda, a forma “retangular a partir de UV” foi a de menor distorção, seguida pela “retangular a partir da geometria” e a circular. Apesar desses resultados, não é possível afirmar se essa tendência é uma regra, dado que o domínio no qual os modelos foram gerados é quadrado. Seriam necessários mais testes no sentido de variar o formato das bordas das malhas originais para termos um resultado mais consistente. Desse modo, poderíamos esclarecer qual o alcance da influência do formato da borda do modelo nos resultados das planificações.

Parametrização	Varição de posição na distorção
mean-value uniform square-from-geometry	0
discrete-harmonic uniform square-from-geometry	-4
mean value centripetal square-from-geometry	0
discrete-harmonic centripetal square-from-geometry	-4
mean-value chordlenght square-from-geometry	0
shape-preserv uniform square-from-geometry	4
shape-preserv centripetal square-from-geometry	3
least-squares uniform square-from-geometry	-7
shape-preserv chordlenght square-from-geometry	2
uniform uniform square-from-geometry	-15
least-squares centripetal square-from-geometry	-6
discrete-harmonic chordlenght square-from-geometry	-1
uniform centripetal square-from-geometry	-13
least-squares chordlenght square-from-geometry	-7
uniform chordlenght square-from-geometry	-16
discrete-harmonic uniform circle	-2
mean-value-harmonic uniform circle	8
mean-value centripetal circle	8
mean-value chordlenght circle	7
discrete-harmonic centripetal circle	1
discrete-harmonic chordlenght circle	1
shape-preserv uniform circle	11
least-squares uniform circle	1
shape-preserv centripetal circle	10
shape-preserv chordlenght circle	9
least-squares centripetal circle	3
uniform uniform circle	-8
least-squares chordlenght circle	4
uniform centripetal circle	-8
uniform chordlenght circle	-9
discrete-harmonic chordlenght square-from-UV	-3
mean-value chordlenght square-from-UV	5
discrete-harmonic centripetal square-from-UV	-3
discrete-harmonic uniform square-from-UV	-4
mean-value centripetal square-from-UV	6
mean-value uniform square-from-UV	8
least-squares chordlenght square-from-UV	-3
least-squares centripetal square-from-UV	-4
least-squares uniform square-from-UV	-2
shape-preserv chordlenght square-from-UV	10
shape-preserv uniform square-from-UV	9
shape-preserv centripetal square-from-UV	9
uniform chordlenght square-from-UV	0
uniform uniform square-from-UV	-1
uniform centripetal square-from-UV	1

Tabela 5.5: Comparativo entre os metodos indicando a variação de posição da tabela 5.1 para a tabela 5.3.

Parametrização	Robustez
mean-value uniform square-from-geometry	0,75
discrete-harmonic chordlength square-from-geometry	1,75
discrete-harmonic centripetal square-from-geometry	1,75
uniform centripetal square-from-UV	1,75
uniform centripetal circle	2
uniform chordlength square-from-UV	2,25
discrete-harmonic chordlength circle	2,5
uniform uniform square-from-UV	2,5
shape-preserv centripetal square-from-UV	3
mean-value chordlength square-from-geometry	3
shape-preserv uniform square-from-UV	3
shape-preserv chordlength square-from-geometry	3,5
uniform uniform circle	3,5
shape-preserv chordlength circle	3,75
uniform uniform square-from-geometry	3,75
mean value centripetal square-from-geometry	3,75
discrete-harmonic centripetal circle	4
discrete-harmonic uniform square-from-geometry	4
least-squares uniform square-from-geometry	4
shape-preserv uniform square-from-geometry	4
shape-preserv chordlength square-from-UV	4
discrete-harmonic uniform square-from-UV	4
discrete-harmonic uniform circle	4,25
shape-preserv uniform circle	4,25
mean-value centripetal square-from-UV	4,5
shape-preserv centripetal square-from-geometry	4,5
uniform chordlength circle	4,5
discrete-harmonic chordlength square-from-UV	4,5
mean-value chordlength circle	4,75
mean-value-harmonic uniform circle	5
discrete-harmonic centripetal square-from-UV	5,25
uniform centripetal square-from-geometry	5,5
mean-value chordlength square-from-UV	5,75
least-squares chordlength square-from-UV	6
shape-preserv centripetal circle	6,25
least-squares uniform circle	6,25
mean-value centripetal circle	6,5
mean-value uniform square-from-UV	6,5
least-squares centripetal circle	6,75
least-squares centripetal square-from-geometry	6,75
least-squares centripetal square-from-UV	7
least-squares uniform square-from-UV	8
least-squares chordlength circle	8,5
least-squares chordlength square-from-geometry	9,25
uniform chordlength square-from-geometry	11,5

Tabela 5.6: Robustez dos métodos, que indicam a variação entre os resultados obtidos em modelos sem ruído e os resultados obtidos para modelos com ruídos.

Parametrização	Distorção média (%)	Variância da distorção (%)	Varição média de área (%)	Variância das áreas (%)	Varição média de arestas (%)	Variância das arestas (%)	Tempo de parametrização (s)
mean-value uniform square-from-geometry	9,86	0,71	16,73	0,51	39,48	18,86	2,31
mean value centripetal square-from-geometry	10,29	0,78	16,41	0,39	39,13	18,76	2,32
shape-preserv uniform square-from-geometry	10,55	0,74	16,75	0,6	39,43	18,84	2,2
shape-preserv centripetal square-from-geometry	10,92	0,8	16,45	0,49	39,07	18,88	2,2
discrete-harmonic uniform square-from-geometry	11,14	0,76	16,54	0,2	38,92	17,54	2,43
mean-value chordlength square-from-geometry	11,32	0,93	16,1	0,38	38,95	19,65	2,35
discrete-harmonic centripetal square-from-geometry	11,8	0,78	16,26	0,16	38,62	17,46	2,39
shape-preserv chordlength square-from-geometry	11,87	0,94	16,15	0,48	38,89	19,89	2,96
least-squares uniform square-from-geometry	12,77	0,83	17,37	2,1	38,76	16,22	2,16
discrete-harmonic chordlength square-from-geometry	13,08	0,87	15,97	0,17	38,49	18,18	2,4
least-squares centripetal square-from-geometry	13,46	0,83	17,04	1,9	38,48	16,23	2,19
least-squares chordlength square-from-geometry	14,69	0,91	16,72	1,83	38,37	17	2,21
mean-value-harmonic uniform circle	15,11	1,35	13,23	0,39	36,21	19,72	2,23
uniform uniform square-from-geometry	15,24	0,99	19,82	6,71	40,68	20,24	1,7
mean-value centripetal circle	15,29	1,35	13	0,32	35,8	19,28	2,26
mean-value chordlength circle	15,6	1,37	12,75	0,28	35,44	19,45	2,25
uniform centripetal square-from-geometry	15,79	1,03	19,48	6,2	40,39	20,19	1,93
shape-preserv uniform circle	15,81	1,31	13,22	0,45	36,17	19,78	2,09
shape-preserv centripetal circle	16,01	1,33	13	0,38	35,76	19,42	2,12
discrete-harmonic uniform circle	16,17	1,45	13,07	0,18	35,64	18,29	2,31
shape-preserv chordlength circle	16,33	1,35	12,76	0,35	35,38	19,65	2,14
discrete-harmonic centripetal circle	16,43	1,42	12,86	0,15	35,28	17,94	2,31
discrete-harmonic chordlength circle	16,83	1,4	12,64	0,15	34,98	18,1	2,32
uniform chordlength square-from-geometry	16,87	1,14	19,14	5,93	40,28	21,09	1,93
least-squares uniform circle	17,64	1,42	13,71	1,44	35,5	17,24	2,03
least-squares centripetal circle	17,96	1,4	13,47	1,3	35,16	16,95	2,08
least-squares chordlength circle	18,39	1,39	13,22	1,23	34,87	17,14	2,11
uniform uniform circle	19,93	1,62	15,67	4,52	37,21	20,78	1,27
uniform centripetal circle	20,12	1,63	15,41	4,17	36,87	20,45	1,76
uniform chordlength circle	20,41	1,64	15,14	3,94	36,57	20,71	1,8
mean-value chordlength square-from-UV	22,38	2,39	16,45	0,74	43,07	29,35	2,16
mean-value centripetal square-from-UV	22,72	2,43	16,78	0,86	43,69	29,72	2,18
mean-value uniform square-from-UV	22,74	2,44	17,05	1,03	44,25	30,85	2,17
discrete-harmonic chordlength square-from-UV	23,24	2,46	16,3	0,49	42,49	27,3	2,25
shape-preserv chordlength square-from-UV	23,43	2,36	16,43	0,87	43,04	29,68	2,06
shape-preserv uniform square-from-UV	23,57	2,4	16,99	1,16	44,25	31,1	2,04
discrete-harmonic centripetal square-from-UV	23,58	2,54	16,58	0,52	43,01	27,52	2,25
discrete-harmonic uniform square-from-UV	23,65	2,53	16,81	0,58	43,47	28,31	2,24
shape-preserv centripetal square-from-UV	23,69	2,4	16,73	0,99	43,68	30,04	2,06
least-squares chordlength square-from-UV	24,76	2,38	17,04	2,48	42,37	25,85	2,04
least-squares centripetal square-from-UV	25	2,42	17,35	2,62	42,89	26,04	2,01
least-squares uniform square-from-UV	25	2,42	17,62	2,87	43,34	26,8	1,97
uniform chordlength square-from-UV	26,78	2,64	19,53	7,51	44,46	31,11	1,76
uniform centripetal square-from-UV	27,13	2,69	19,86	7,96	44,99	31,18	1,72
uniform uniform square-from-UV	27,13	2,67	20,14	8,58	45,42	31,93	1,29

Tabela 5.7: Resultados das métricas de qualidade levando em conta todos os modelos.

Parametrização Interior	distorção	Parametrização borda	distorção	Forma borda	distorção
shape-preserv	30,44	uniform	17,21	square-from-UV	11,11
		chordlength	16,87	square-from-geometry	16,05
		centripetal	16,64	circle	23,56
uniform	37,88	uniform	21,35	square-from-UV	15,97
		chordlength	21,01	square-from-geometry	20,16
		centripetal	20,77	circle	27,01
least-squares	33,93	uniform	19,28	square-from-UV	13,64
		chordlength	18,81	square-from-geometry	17,99
		centripetal	18,47	circle	24,92
discrete-harmonic	31,18	uniform	17,72	square-from-UV	12,01
		chordlength	17,27	square-from-geometry	16,48
		centripetal	16,99	circle	23,49
mean-value	29,06	uniform	16,44	square-from-UV	10,49
		chordlength	16,1	square-from-geometry	15,33
		centripetal	15,9	circle	22,61

Tabela 5.8: Comparação entre os estilos de parametrizações quanto à distorção.

Para os modelos, aquele que gerou a menor distorção angular para o lote sem ruídos foi o modelo 238, enquanto que o modelo 141 gerou a maior distorção angular para esse lote. No lote com ruídos, o que gerou menor distorção angular foi o modelo 598, enquanto que o que gerou a maior distorção angular foi o modelo 621. Todas essas medidas foram tomadas segundo a parametrização de menor distorção (valor médio + uniforme + quadrado a partir da geometria). Vale observar que a classificação de menor distorção foi tomada no conjunto geral, assim, no conjunto com ruído, a malha que obteve menor distorção tinha uma resolução diferente da malha de menor distorção do conjunto sem ruído.

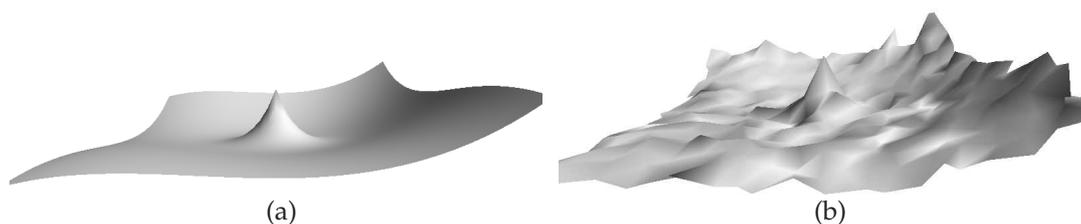


Figura 5.2: Os modelos de menor distorção: a) sem ruído, b) com ruído.

Além do melhor e pior modelo da base, tomamos outros modelos para efeito comparativo, bem como algumas de suas parametrizações. Como uma ilustração do uso das parametrizações, geramos uma textura a partir da planificação, pintando nele alguns pontos de referência. Como se pode observar, não é trivial encontrar a corres-

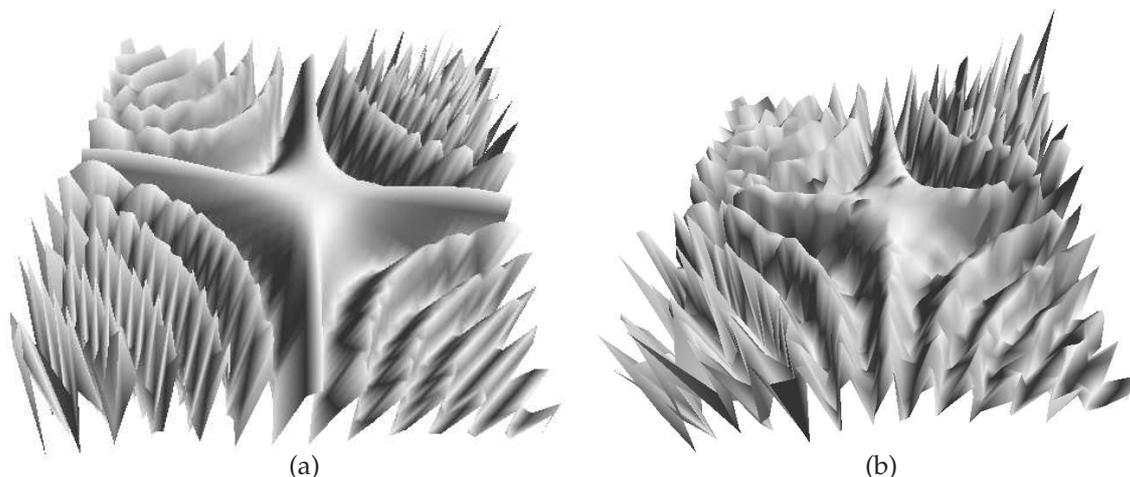


Figura 5.3: Os modelos de maior distorção: a) sem ruído, b) com ruído.

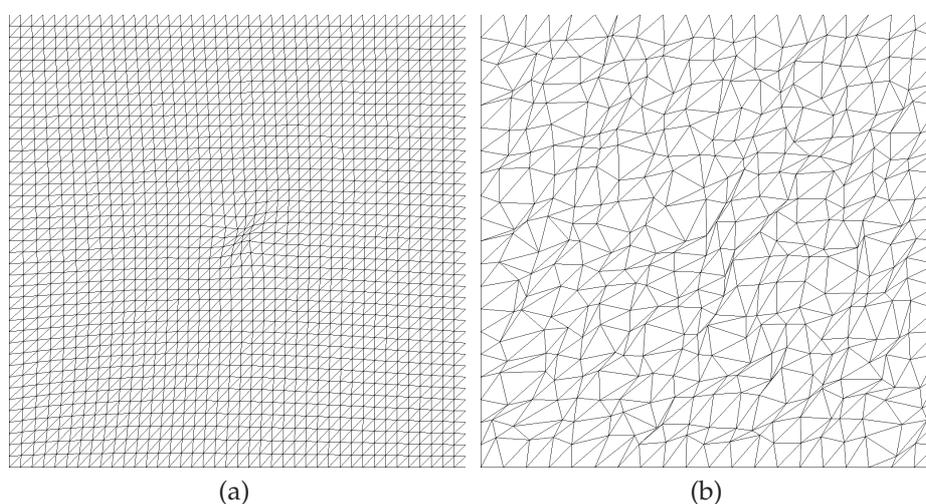


Figura 5.4: Parametrização “mean-value + uniform + square-from-geometry”: a) melhor modelo sem ruído, b) melhor modelo com ruído.

pondência entre os pontos no plano para o modelo 3D, e o resultado da aplicação da textura pode gerar resultados variados no momento em que essa textura é mapeada para o modelo 3D.

Tomou-se as parametrizações de maior diferença de distorção para comparação e, como se pode notar confrontando a texturização das figuras 5.10 e 5.11, é muito difícil avaliar visualmente o resultado das parametrizações sobre o modelo 3D, sendo que a diferença entre elas pode ser notada na comparação entre os mapas de textura (figura 5.9). É realmente no mapa de textura que podemos notar a grande importância das parametrizações de baixa distorção. Compare-se, por exemplo, os itens **b)** e **d)**

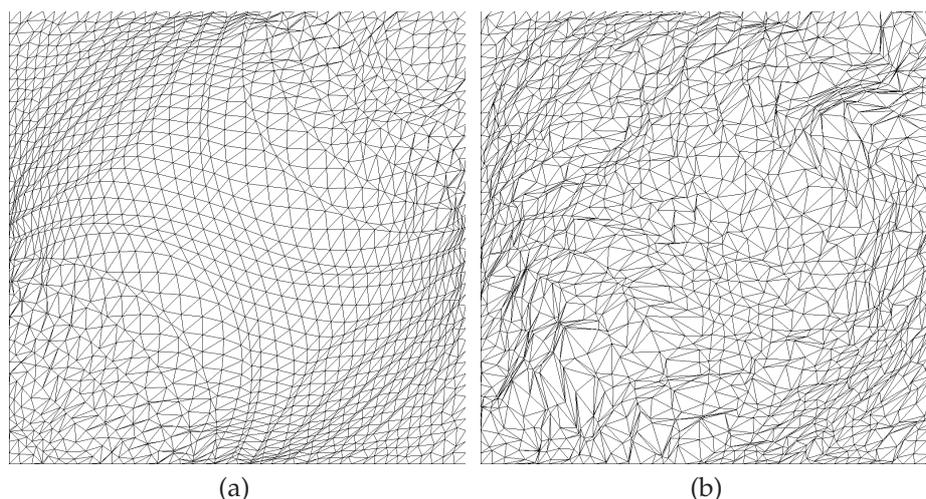


Figura 5.5: Parametrização “mean-value + uniform + square-from-geometry”: a) pior modelo sem ruído, b) pior modelo com ruído.

da figura 5.9. No item d), temos uma região de intensa densidade de triângulos, e no item b) a densidade está melhor distribuída. Para efeitos práticos, isso significa que, numa textura real, é muito provável que haja perda de dados na parametrização harmônica discreta do item d), pois temos uma grande quantidade de triângulos para representar uma região pequena. Numa textura densa de informações, isso seria bastante catastrófico. Já no item b), os mesmos triângulos ocupam área maior, e, portanto, podem abranger mais informação de textura.

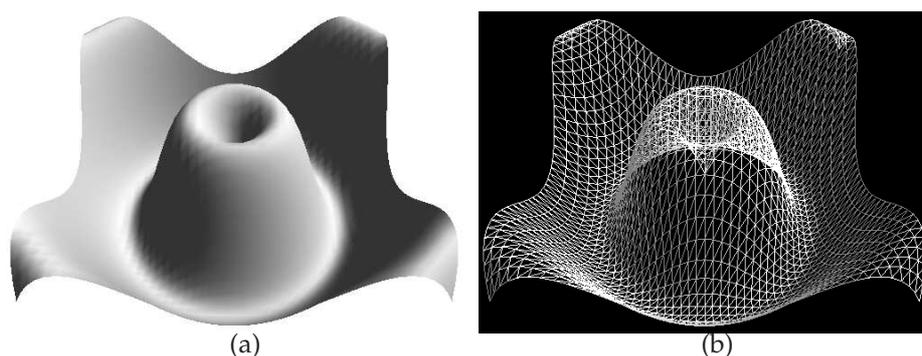


Figura 5.6: a) Renderização de outro modelo da base, b) Estrutura wireframe do modelo.

Dentre as dificuldades encontradas durante a análise dos dados, estavam a definição de uma métrica consistente para a distorção sofrida por um triângulo e o fato de que a quantidade de dados gerados foi enorme, dificultando bastante a esco-

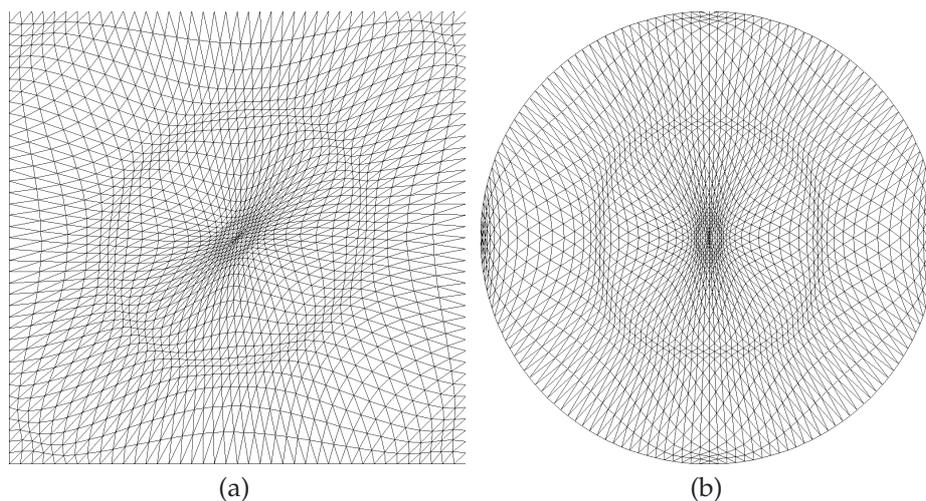


Figura 5.7: Parametrização “mean-value + uniform” do modelo da figura 5.6: a) Forma da borda “square-from-geometry” b) Forma da borda “circle”.

lha de ferramentas capazes de analisá-los. Para a primeira dificuldade, a resposta foi encontrada após muitas tentativas e trabalho mental, e para a segunda, foi encontrada somente uma planilha eletrônica capaz de tratar a quantidade de dados gerada, a KSpread. As demais, somente trabalham com planilhas de até 256 colunas, e como os dados gerados tinham 360 colunas por 320 linhas, sua análise foi bastante complicada, pois mesmo a KSpread falhava bastante durante a manipulação dos dados, travando por vários segundos o tempo todo, complicando ainda mais a situação.

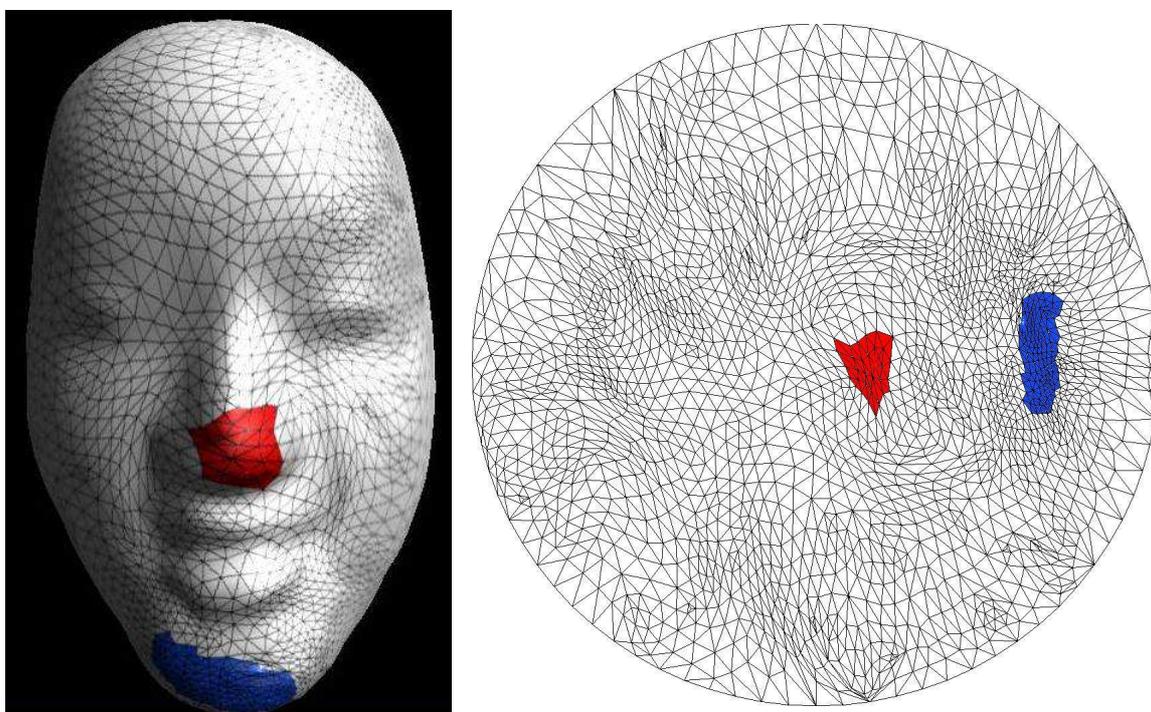


Figura 5.8: Textura aplicada sobre uma face e o respectivo mapa de textura.

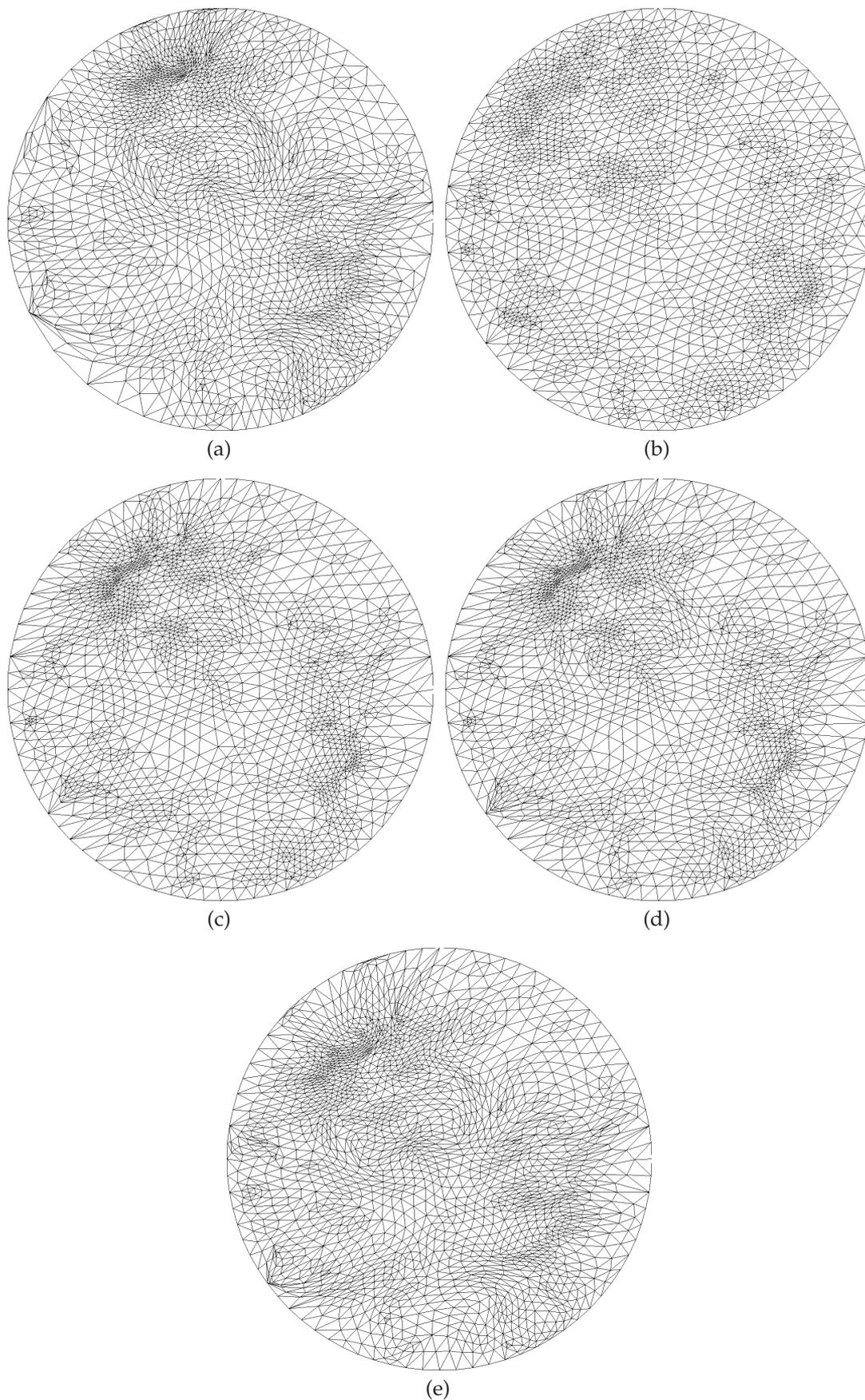


Figura 5.9: Comparativo entre os mapas de texturas gerados pelos diversos métodos de parametrização: (a) preservação de formas, (b) uniforme, (c) mínimos quadrados, (d) harmônica discreta e (e) valor médio, todas com a parametrização da borda uniforme e forma da borda circular.

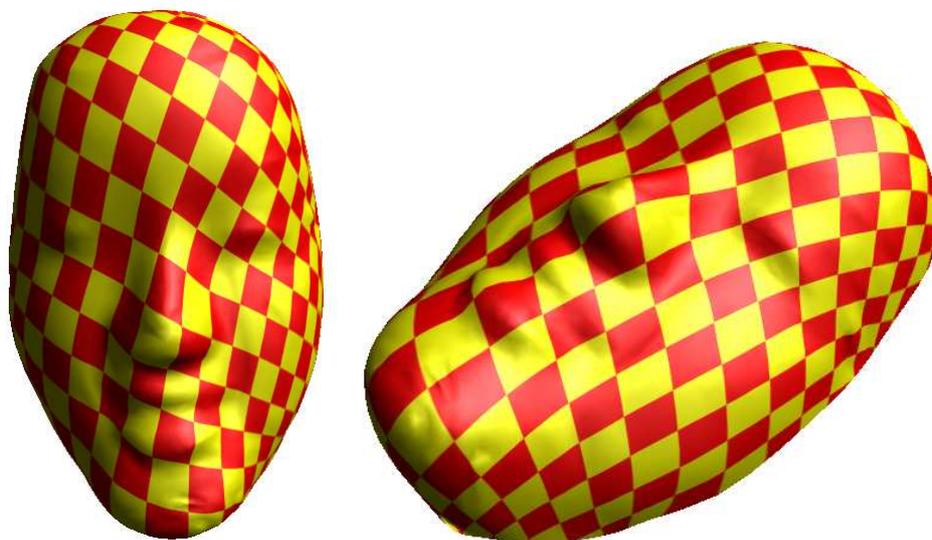


Figura 5.10: Resultado da texturização sobre a parametrização “valor médio” da figura 5.9.

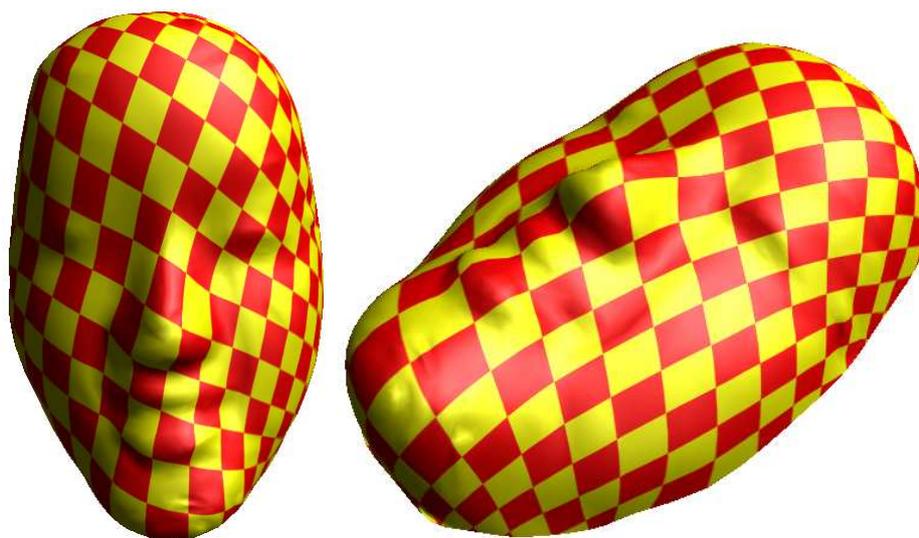


Figura 5.11: Resultado da texturização sobre a parametrização “uniforme” da figura 5.9.

CAPÍTULO 6

CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS

A principal importância deste trabalho reside na análise dos resultados práticos obtidos na classificação de métodos de planificação, a fim de que se possa utilizá-la para auxiliar na escolha do método mais adequado dentre as possibilidades disponíveis. Por sua vez, a qualidade da planificação também determinará a qualidade do mapeamento de textura que, se realizado adequadamente, permite grande economia de recursos e confere mais versatilidade ao modelo 3D.

A análise das diferentes idéias e métricas propostas por diversos autores nos permitiu ampliar a compreensão acerca de muitos aspectos envolvidos na parametrização, e sobretudo, comparar alternativas na busca pelos melhores resultados no processo de planificação. Em consequência disso, foi possível estabelecer uma métrica de distorção angular consistente, que foi um ponto importante apresentado neste trabalho. Deste modo, obteve-se um bom classificador para a qualidade de planificações, o qual vale zero quando a distorção é nula e vale um quando a distorção é máxima, algo inédito em relação aos trabalhos anteriores.

Um ponto relevante é que a comparação entre os resultados dos diversos métodos e métricas poderá impulsionar novas metodologias e desenvolvimentos posteriores, servindo como base para a escolha de processos mais eficazes ou mais precisos dentre aqueles que foram estudados. A análise experimental de tais métodos é fundamental para a obtenção de resultados concretos, por meio da avaliação de todos os métodos segundo os mesmos classificadores.

Uma outra consideração é que a abordagem modular do sistema desenvolvido permite o tratamento separado das três etapas de planificação. Essa separação é vantajosa não apenas por facilitar melhorias locais, mas também por facilitar a reutilização dos módulos em projetos posteriores. Por exemplo, poderia ser necessário somente a

planificação de uma malha em um determinado projeto. Com a arquitetura modular, é possível utilizar somente o módulo de planificação sem que isso implique em grandes modificações no código original. Futuramente, podem ser estudadas melhorias em cada um desses módulos separadamente, ao mesmo tempo que é mantida a coesão entre eles.

O próximo passo é finalizar a implementação do módulo de corte, por meio do algoritmo proposto, que é capaz de realizar o corte da malha com apenas uma varredura sobre todos os vértices. Assim que implementado o corte, será possível incluir o processo de planificação no processo de reconstrução 3D, permitindo a finalização de um método completo de digitalização 3D, a ser usado para fins culturais.

Como proposta futura, figura ainda o aprimoramento do plugin 3D para web, para fins de visualização eficiente via internet, o que abriria enormes possibilidades práticas em diversos ramos de atividade, como ensino, pesquisa, entretenimento.

Embora os trabalhos apresentados aqui sejam bastante distintos, possuem um foco bem delineado: a preservação cultural e visualização de modelos 3D. A preservação e difusão cultural é de fundamental importância na atualidade, a fim de não deixar que se percam as raízes históricas que definiram crenças, tradições e comportamentos dos povos atuais. O resgate cultural por meio digital permite inserir novas parcelas da população nas culturas regionais, por meio do compartilhamento de valores comuns à comunidade e proporcionando um olhar diferente do povo sobre ele mesmo. Isso é fundamental para que, no crescente processo de globalização, as nações não percam a sua identidade, não esqueçam suas origens e costumes, descaracterizando-se enquanto nação e abraçando valores que nada têm a ver com sua identidade histórica e cultural. A cultura permite um olhar crítico do cidadão sobre seu povo e sua história, leva à reflexão do indivíduo e à formação de cidadãos mais críticos e conscientes. Nesse ínterim, este trabalho tem significativa relevância, não apenas por realizar a parametrização de uma malha geométrica, mas por integrar as bases de sistemas que podem ser amplamente usados para esses fins, como é o caso dos protótipos apresentados aqui.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Nina Amenta, Marshall Bern, e Manolis Kamvyselis. A new voronoi-based surface reconstruction algorithm. *Computer Graphics*, 32(Annual Conference Series):415–421, 1998.
- [2] Fausto Bernardini, Ioana M. Martin, e Holly Rushmeier. High-quality texture reconstruction from multiple scans. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 7(4):318–332, 2001.
- [3] F. Bernardini, I. Martin, J. Mittleman, H. Rushmeier, e G. Taubin. Building a digital model of michelangelo’s florentine pietà. *IEEE Computer Graphics & Applications*, 22(1):59–67, 2002.
- [4] Stewart Scott Cairns. *Introductory topology*. Ronald Press Company, 1961.
- [5] John B. Conway. *Graduate Texts in Mathematics*. Springer-Verlag, 1973.
- [6] Brian Curless e Marc Levoy. A volumetric method for building complex models from range images. *Computer Graphics*, 30(Annual Conference Series):303–312, 1996.
- [7] Daniel Câmara e Mário F. M. Campos. A methodology for 3d registration of range images for object visualization. *XII Simpósio Brasileiro de Computação Gráfica e Processamento de Imagens*, 1999.
- [8] Ubiratan D’Ambrosio. *Métodos da Topologia: introdução e aplicações*. LTC - Livros Técnicos e Científicos, 1977.
- [9] T. Dey, J. Giesen, e J. Hudson. A delaunay based shape reconstruction from large data. 2001.
- [10] James Dugundji. *Topology*. WCB - W.C Brown, 1989.

- [11] Matthias Eck e Hughes Hope. Automatic reconstruction of b-spline surfaces of arbitrary topological type. *Computer Graphics*, 30(Annual Conference Series):325–334, 1996.
- [12] David W. Eggert, Andrew W. Fitzgibbon, e Robert B. Fisher. Simultaneous registration of multiple range views for use in reverse engineering of (cad) models. *Computer Vision and Image Understanding: CVIU*, 69(3):253–272, 1998.
- [13] Michael S. Floater. Parametrization and smooth approximation of surface triangulations. *Computer Aided Geometric Design*, 14(3):231–250, 1997.
- [14] Michael S. Floater e Kai Hormann. Surface parameterization: a tutorial and survey. N. A. Dodgson, M. S. Floater, e M. A. Sabin, editors, *Advances in multiresolution for geometric modelling*, páginas 157–186. Springer Verlag, 2005.
- [15] Michael Garland e Paul S. Heckbert. Surface simplification using quadric error metrics. *Proceedings of ACM SIGGRAPH*, 31(Annual Conference Series):209–216, 1997.
- [16] Joachim Giesen e Matthias John. Surface reconstruction based on a dynamical system. *Computer Graphics Forum*, 21, 2002.
- [17] X. Gu, S. Gortler, e H. Hoppe. Geometry images. *Proceedings of SIGGRAPH*, páginas 355–361, 2002.
- [18] M. Guthe e R. Klein. Automatic texture atlas generation from trimmed nurbs models. *Proceedings of Eurographics*, 2003.
- [19] Paul S. Heckbert. Survey of texture mapping. *Proceedings of Graphics Interface*, páginas 207–212, 1986.
- [20] Hugues Hoppe. Progressive meshes. *Computer Graphics*, 30(Annual Conference Series):99–108, 1996.

- [21] Hugues Hoppe, Tony DeRose, Tom Duchamp, Mark Halstead, Hubert Jin, John McDonald, Jean Schweitzer, e Werner Stuetzle. Piecewise smooth surface reconstruction. *Computer Graphics*, 28(Annual Conference Series):295–302, 1994.
- [22] Hugues Hoppe, Tony DeRose, Tom Duchamp, John McDonald, e Werner Stuetzle. Surface reconstruction from unorganized points. *Computer Graphics*, 26(2):71–78, 1992.
- [23] Erwin Kreyszig. *Differential Geometry*. University of Toronto Press, 1959.
- [24] Venkat Krishnamurthy e Marc Levoy. Fitting smooth surfaces to dense polygon meshes. *Computer Graphics*, 30(Annual Conference Series):313–324, 1996.
- [25] J. Leal, S. Scheduling, e G. Dissanayake. Stochastic simulation in surface reconstruction and application to 3d mapping. 2:1765–1770, 2002.
- [26] I. Lee. Curve reconstruction from unorganized points. *Computer Aided Geometric Design*, 17:161–177, 2000.
- [27] M. Levoy, K. Pulli, B. Curless, S. Rusinkiewicz, D. Koller, L. Pereira, M. Ginzton, S. Anderson, J. Davis, J. Ginsberg, J. Shade, e D. Fulk. The digital michelangelo project: 3D scanning of large statues. *Proceedings of the 27th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques*, páginas 131–144, 2000.
- [28] Thomas Lewiner. *Complexos de Morse discretos e geométricos*. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2005.
- [29] Zhang Liyan, Liu Shenglan, Wu Xi, e Zhou Laishui. Segmentation and parametrization of arbitrary polygon meshes. *Proceedings of the Geometric Modeling and Processing*, páginas 143, 2004.
- [30] B. Lévy, S. Petitjean, N. Ray, e J. Maillot. Least squares conformal maps for automatic texture atlas generation. *Proceedings of SIGGRAPH*, 2002.
- [31] N. Moretto e R. Frezza. Bayesian surface reconstruction. *2nd International Symposium on 3D Data Processing, Visualization and Transmission*, páginas 235–241, 2004.

- [32] D. Roussel, P. Bourdot, e R. Gherbi. Curve and surface models to drive 3d reconstruction using stereo and shading. *Second International Conference on 3-D Digital Imaging and Modeling*, páginas 84–90, 1999.
- [33] Pedro V. Sander, Steven J. Gortler, John Snyder, e Hugues Hoppe. Signal-specialized parametrization. *In Eurographics Workshop on Rendering*, 2002.
- [34] Pedro V. Sander, John Snyder, Steven J. Gortler, e Hugues Hoppe. Texture mapping progressive meshes. (*SIGGRAPH*), *Computer Graphics Proceedings*, páginas 409–416, 2001.
- [35] A. Sheffer e E. De Sturler. Smoothing an overlay grid to minimize linear distortion in texture mapping. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, 21(4):874–890, 2002.
- [36] A. Sheffer e J. Hart. Seamster: Inconspicuous low-distortion texture seam layout. *Proc. IEEE Visualization*, 2(4), 2002.
- [37] A. Sheffer e E. Sturler. Parameterization of faceted surfaces for meshing using angle based flattening. *Engineering with Computers*, 17(3):326–337, 2001.
- [38] Alla Sheffer, Bruno Lévy, Maxim Mogilnitsky, e Alexander Bogomyakov. Abf++: fast and robust angle based flattening. *ACM Trans. Graph.*, 24(2):311–330, 2005.
- [39] Isaias J. A. Soares, Alexandre Vrubel, Dyego R. Drees, Marco C. L Bontorin, Luciano Silva, e Olga Belon. Computação na preservação e difusão de patrimônios históricos e culturais. *XXVI Congresso da Sociedade Brasileira de Computação*, 2006.
- [40] Geetika Tewari, John Snyder, Pedro V. Sander, Steven J. Gortler, e Hugues Hoppe. Signal-specialized parameterization for piecewise linear reconstruction. *Proceedings of the Eurographics*, páginas 55–64, 2004.
- [41] A. Vettore, A. Guarnieri, M. Pontin, e J. A. Beraldin. Digital 3d reconstruction of scrovegni chapel with multiple techniques. *International archives of photogrammetry, remote sensing and spatial information sciences*, 35(5):159–164, 2004.

- [42] C. C. L. Wang, Shana S-F Smith, e Matthew M. F. Yuen. Surface flattening based on energy model. *Computer-Aided Design*, 34:823–833, 2002.
- [43] C. C. L. Wang, Y. Wang, Tang K., e M. M. F. Yuen. Reduce the stretch in surface flattening by finding cutting paths to the surface boundary. *Computer-Aided Design*, 36:665–677, 2004.
- [44] Eric W. Weisstein. Conformal mapping. *MathWorld—A Wolfram Web Resource*, 2000.
- [45] Zoë Justine Wood. *Computational Topology Algorithms for Discrete 2-Manifolds*. California Institute of Technology, 2003.
- [46] Peter J. Yim e Ronald M. Summers. Analytic surface reconstruction by local threshold estimation in the case of simple intensity contrasts. *Physiology and Function from Multidimensional Images*, 3660:288–300, 1999.