

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

ANDRESSA LORAYNE MONTEIRO

ESTIMAÇÃO DE ESTADOS DESACOPLADA PARA SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO E
SISTEMAS INTEGRADOS T&D VIA MÉTODO DO TABLEAU ESPARSO DE HACHTEL

CURITIBA

2026

ANDRESSA LORAYNE MONTEIRO

ESTIMAÇÃO DE ESTADOS DESACOPLADA PARA SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO E
SISTEMAS INTEGRADOS T&D VIA MÉTODO DO TABLEAU ESPARSO DE HACHTEL

Tese apresentada ao curso de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná, como requisito parcial à obtenção do título de Doutora em Engenharia Elétrica.

Orientadora: Prof^a Dra^a Elizete Maria Lourenço

Coorientador: Prof^o Dr Odilon Luis Tortelli

CURITIBA

2026

DADOS INTERNACIONAIS DE CATALOGAÇÃO NA PUBLICAÇÃO (CIP)
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
SISTEMA DE BIBLIOTECAS – BIBLIOTECA DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA

Monteiro, Andressa Lorayne

Estimação de estados desacoplada para sistemas de distribuição e sistemas integrados T&D via método do Tableau Esparso de Hachtel / Andressa Lorayne Monteiro. – Curitiba, 2026.

1 recurso on-line : PDF.

Tese (Doutorado) - Universidade Federal do Paraná, Setor de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica.

Orientador: Elizete Maria Lourenço

Coorientador: Odilon Luis Tortelli

1. Sistemas de energia elétrica. 2. Energia elétrica – Distribuição. 3. Modelos matemáticos. 4. Análise de sistemas. I. Universidade Federal do Paraná. II. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica. III. Lourenço, Elizete Maria. IV. Tortelli, Odilon Luis. V. Título.

Bibliotecário: Douglas Lenon da Silva CRB-9/1892



TERMO DE APROVAÇÃO

Os membros da Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação ENGENHARIA ELÉTRICA da Universidade Federal do Paraná foram convocados para realizar a arguição da tese de Doutorado de **ANDRESSA LORAYNE MONTEIRO**, intitulada: **Estimação de estados desacoplada para sistemas de distribuição e sistemas integrados T&D via método do Tableau Esparsos de Hachtel**, sob orientação da Profa. Dra. ELIZETE MARIA LOURENÇO, que após terem inquirido a aluna e realizada a avaliação do trabalho, são de parecer pela sua APROVAÇÃO no rito de defesa.

A outorga do título de doutora está sujeita à homologação pelo colegiado, ao atendimento de todas as indicações e correções solicitadas pela banca e ao pleno atendimento das demandas regimentais do Programa de Pós-Graduação.

Curitiba, 30 de Abril de 2026.

Assinatura Eletrônica
04/05/2026 19:02:51.0
ELIZETE MARIA LOURENÇO
Presidente da Banca Examinadora

Assinatura Eletrônica
05/05/2026 14:12:03.0
CAMILA DOS ANJOS FANTIN
Avaliador Externo (UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO)

Assinatura Eletrônica
05/05/2026 08:19:39.0
ROMAN KUIAVA
Avaliador Interno (UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ)

Assinatura Eletrônica
04/05/2026 18:27:33.0
JULIO CESAR STACCHINI DE SOUZA
Avaliador Externo (UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE - UFF)

AGRADECIMENTOS

À professora Elizete, obrigada pelos anos juntas, marcados por muita parceria, pelas aulas, ensinamentos, trocas e pela orientação ao longo de todo esse período. Ao professor Odilon, pela coorientação e pelo apoio durante toda a pós-graduação.

À minha família, especialmente à minha mãe, Dioneia, por sempre ser meu alicerce, por todos esses anos de apoio, preces e incentivo. Às minhas irmãs, Vanessa e Larissa, minhas inspirações.

Aos meus amigos, de longa data e aos que fiz na pós-graduação, por cada palavra de motivação, carinho e torcida.

Ao meu companheiro de vida, Eduardo, que sempre acreditou em mim e esteve ao meu lado em todos os momentos. Obrigada pela companhia nos dias mais difíceis e também por trazer leveza a eles.

Ao Scott, que me acompanhou durante quase toda a vida acadêmica, da graduação ao doutorado, e partiu um ano antes de concluirmos juntos esse ciclo. Obrigada por todo o carinho e por cada olhar de apoio ao longo desses quase treze anos. E também ao novo integrante da família, Chewie, por ser tão especial neste momento.

À Universidade Federal do Paraná e à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pelo apoio financeiro durante esses anos de pesquisa.

RESUMO

Em decorrência do aumento significativo de geração distribuída (GD) nos sistemas de distribuição e subtransmissão, novos desafios surgem na análise dos sistemas elétricos de potência, entre os quais se destaca a intensificação da interação entre os sistemas de transmissão e distribuição (T&D), decorrente do caráter cada vez mais ativo das redes de distribuição. Nesse contexto, este trabalho propõe uma metodologia para estimação de estados em sistemas T&D baseada em uma formulação restrita com informações *a priori*, solucionada pelo método do Tableau Esperso de Hachtel combinado a técnicas de desacoplamento, aliando a eficiência computacional e estabilidade numérica. A abordagem emprega uma nova interpretação da normalização complexa por unidade (*cpu*), que possibilita a representação explícita de alimentadores ativos e o processamento conjunto dos subsistemas, mesmo diante de diferenças de parâmetros e níveis de relação X/R . Como contribuições complementares, este trabalho também apresenta um estimador de estados restrito desacoplado para sistemas de distribuição (SD) e a incorporação de uma estratégia de processamento de erros grosseiros na estimação de estados irrestrita para SD baseada na extensão dos testes geométricos para os resíduos desacoplados. Tal estratégia de processamento de erros elimina a necessidade de sucessivas reestimações típicas de procedimentos tradicionais, evidenciando a redução do esforço computacional. Para validar e demonstrar a eficiência e desempenho das metodologias propostas, rotinas computacionais foram implementadas e diversos testes e simulações conduzidos em diferentes SD e T&D, considerando a representação monofásica e trifásica da rede elétrica.

Palavras-chaves: Estimação de estados; sistemas de distribuição; sistemas T&D; método do tableau esperso, informações *a priori*; métodos desacoplados; normalização *cpu*.

ABSTRACT

Due to the significant increase of distributed generation (DG) in distribution and sub-transmission systems, new challenges have emerged in electric power system analysis, among which the intensification of the interaction between transmission and distribution (T&D) systems stands out, driven by the increasingly active nature of distribution networks. In this context, this work proposes a state estimation methodology for integrated T&D systems based on a constrained formulation with *a priori* information, solved through the Sparse Hachtel Tableau method combined with decoupling techniques, thus achieving both computational efficiency and numerical stability. The proposed approach employs a novel interpretation of complex per-unit (*cpu*) normalization, which enables the explicit representation of active feeders and the joint processing of subsystems, even in the presence of differences in parameters and X/R ratio levels. As complementary contributions, this work also presents a restricted decoupled state estimator for distribution systems (DS) and the incorporation of a gross error processing strategy for unrestricted DS state estimation based on the extension of geometric tests to decoupled residuals. This error-processing strategy eliminates the need for successive re-estimations typically required by conventional procedures, thereby reducing the overall computational burden. To validate and demonstrate the effectiveness and performance of the proposed methodologies, computational routines were implemented and several tests and simulations were carried out on different DS and integrated T&D systems, considering both single-phase and three-phase network representations.

Key-words: State estimation; distribution systems; T&D systems; sparse tableau method; *a priori* information; decoupled methods; *cpu* normalization.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIGURA 1 – MODELO EQUIVALENTE π DA LINHA DE TRANSMISSÃO	39
FIGURA 2 – MODELO DE TRANSFORMADORES EM FASE	40
FIGURA 3 – MODELO EQUIVALENTE π DE TRANSFORMADORES EM FASE	41
FIGURA 4 – MODELO DE TRANSFORMADOR DEFASADOR	41
FIGURA 5 – MODELO π PARA CIRCUITO TRIFÁSICO	42
FIGURA 6 – SISTEMA DE DISTRIBUIÇÃO 136 BARRAS	55
FIGURA 7 – DESEMPENHO DA CONVERGÊNCIA EM FUNÇÃO DO ÂNGULO DE BASE	57
FIGURA 8 – ESQUEMA DA APLICAÇÃO DA <i>CPU</i> NO PROCESSO DE SIMU- LAÇÃO DO ESTIMADOR DE ESTADOS	67
FIGURA 9 – SISTEMA DE DISTRIBUIÇÃO: 69 BARRAS	81
FIGURA 10 – CONVERGÊNCIA DO EEDR-SD SEM INFO <i>A PRIORI</i> (SD-69) .	83
FIGURA 11 – CONVERGÊNCIA DO EEDR-SD COM INFO <i>A PRIORI</i> (SD-69) .	84
FIGURA 12 – ESTRUTURA DA MATRIZ DE HACHTEL DESACOPLADA, SEM E COM INFORMAÇÕES <i>A PRIORI</i> , NO SD-69	87
FIGURA 13 – SISTEMA DE DISTRIBUIÇÃO: 12 BARRAS (SD-12)	88
FIGURA 14 – ZONEAMENTO DO SISTEMA ELÉTRICO DE POTÊNCIA	98
FIGURA 15 – ESQUEMA DE ZONEAMENTO NA CONEXÃO T&D COM NOR- MALIZAÇÃO <i>CPU</i>	98
FIGURA 16 – SISTEMA T&D ILUSTRATIVO	100
FIGURA 17 – FLUXOGRAMA DO ALGORITMO DE EEDR-T&D PROPOSTO .	102
FIGURA 18 – CONFIGURAÇÃO GERAL DO SISTEMA T&D (ST30+2SD69) . .	107
FIGURA 19 – INTERCÂMBIO DE POTÊNCIA ATIVA EM TODOS OS CASOS .	109
FIGURA 20 – DIFERENTES CONEXÕES ENTRE OS ALIMENTADORES DA DISTRIBUIÇÃO	110
FIGURA 21 – PERFIL DE TENSÃO DO SISTEMA T&D: BARRAS DE FRON- TEIRA BARRAS DA 1° VIZINHANÇA	112
FIGURA 22 – CONFIGURAÇÃO GERAL DO SISTEMA T&D (ST14+2SD12) . .	115
FIGURA 23 – ZONEAMENTO DO SISTEMA T&D (ST14+2SD12)	118
FIGURA 24 – ZONEAMENTO DO SISTEMA T&D (ST14+2SD12)	120

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 – SUBMATRIZES DE ADMITÂNCIAS DO TRANSFORMADOR TRIFÁSICO DE ACORDO COM O TIPO DE LIGAÇÃO	44
TABELA 2 – DESCRIÇÃO DOS CASOS DE PROCESSAMENTO DE ERROS NA EESD-DR	56
TABELA 3 – CASO A: RESULTADOS DO PROCESSAMENTO DE ERROS NA EESD-DR IRRESTRITA VIA TESTES GEOMÉTRICOS	58
TABELA 4 – CASO B: RESULTADOS DO PROCESSAMENTO DE ERROS NA EESD-DR IRRESTRITA VIA TESTES GEOMÉTRICOS (MEDIDAS ATIVAS)	58
TABELA 5 – CASO B: RESULTADOS DO PROCESSAMENTO DE ERROS NA EESD-DR IRRESTRITA VIA TESTES GEOMÉTRICOS (MEDIDAS REATIVAS)	59
TABELA 6 – CASO C: RESULTADOS DO PROCESSAMENTO DE EG SIMPLES NA EESD-DR	59
TABELA 7 – CASO D: RESULTADOS DO PROCESSAMENTO DE EG SIMPLES NA EESD-DR	60
TABELA 8 – CASO E: RESULTADOS DO PROCESSAMENTO DE EG MÚLTIPLOS NA EESD-DR (MEDIDAS ATIVAS E REATIVAS)	60
TABELA 9 – CASO E: RESULTADOS DO PROCESSAMENTO DE EG MÚLTIPLOS NA EESD-DR (MEDIDAS ATIVAS)	61
TABELA 10 – EMA PARA OS ÂNGULOS E MAGNITUDES DE TENSÃO: EESD-COMPLETO	82
TABELA 11 – EMA PARA OS ÂNGULOS E MAGNITUDES DE TENSÃO: EEDR-SD	85
TABELA 12 – CONDICIONAMENTO NUMÉRICO E DIMENSÃO DA MATRIZ DE COEFICIENTES COMPLETA (SD-69)	85
TABELA 13 – CONDICIONAMENTO NUMÉRICO E DIMENSÃO DAS MATRIZES DESACOPLADAS DE HACHTEL (SD-69)	86
TABELA 14 – CASOS SD-12: CONDIÇÕES OPERACIONAIS CONSIDERADAS	88
TABELA 15 – CASO E1: COMPARAÇÃO DA MAGNITUDE DE TENSÃO E ÂNGULO DE FASE DO FLUXO DE POTÊNCIA EXATO E EEDR-SD COM INFO <i>A PRIORI</i>	89
TABELA 16 – NÚMERO DE ITERAÇÕES SD-12: EESD-COMPLETO	90
TABELA 17 – EMA GLOBAL PARA AS TENSÕES E ÂNGULOS DE FASE: EESD-COMPLETO	90

TABELA 18 – FAIXA DO ÂNGULO DE BASE COM MENOR NÚMERO DE ITERAÇÕES: EEDR-SD SEM INFO <i>A PRIORI</i>	91
TABELA 19 – FAIXA DO ÂNGULO DE BASE COM MENOR NÚMERO DE ITERAÇÕES: EEDR-SD COM INFO <i>A PRIORI</i>	91
TABELA 20 – EMA GLOBAL PARA AS TENSÕES E ÂNGULOS DE FASE: EEDR-SD	92
TABELA 21 – DIMENSÃO E CONDICIONAMENTO NUMÉRICO DA MATRIZ DE HACHTEL (EESD-COMPLETO)	92
TABELA 22 – DIMENSÃO E ORDEM DE GRANDEZA DA MATRIZ DE HACHTEL PARTICIONADA (EEDR-SD)	93
TABELA 23 – CASOS SIMULADOS: EEDR-T&D (MONOFÁSICO)	107
TABELA 24 – INTERCÂMBIO DE POTÊNCIA ATIVA NAS CONEXÕES T&D	108
TABELA 25 – INTERCÂMBIO DE POTÊNCIA ATIVA (MW) EM DIFERENTES CONEXÕES T&D	111
TABELA 26 – BARRAS DE FRONTEIRA E BARRAS DA PRIMEIRA VIZINHANÇA	111
TABELA 27 – COMPARAÇÃO DA ORDEM DE GRANDEZA DO CONDICIONAMENTO NUMÉRICO (CASO A)	113
TABELA 28 – NÚMERO DE ITERAÇÕES ATIVAS (A) E REATIVAS (R) do EEDR-T&D	114
TABELA 29 – DESEMPENHO COMPUTACIONAL RELATIVO DO EEDR-T&D	114
TABELA 30 – ERRO MÉDIO ABSOLUTO (EMA) DO EEDR-T&D	114
TABELA 31 – CASOS SIMULADOS: EEDR-T&D (TRIFÁSICO)	116
TABELA 32 – NÚMERO DE ITERAÇÕES ST14+2SD12: EET&D-COMPLETO	117
TABELA 33 – EMA GLOBAL PARA AS TENSÕES E ÂNGULOS DE FASE: EET&D-COMPLETO	117
TABELA 34 – NÚMERO DE ITERAÇÕES ATIVAS (A) E REATIVAS (R) do EEDR-T&D (SEM INFO <i>A PRIORI</i>)	118
TABELA 35 – NÚMERO DE ITERAÇÕES ATIVAS (A) E REATIVAS (R) do EEDR-T&D (COM INFO <i>A PRIORI</i>)	119
TABELA 36 – INFLUÊNCIA DO ÂNGULO DE BASE POR ZONA NA CONVERGÊNCIA DO EEDR-T&D (Caso D1)	119
TABELA 37 – EMA GLOBAL PARA AS TENSÕES E ÂNGULOS DE FASE: EEDR-T&D	121
TABELA 38 – DIMENSÃO E ORDEM DE GRANDEZA DA MATRIZ DE HACHTEL (EET&D-COMPLETO)	121
TABELA 39 – DIMENSÃO E ORDEM DE GRANDEZA DA MATRIZ DE HACHTEL PARTICIONADA (EEDR-T&D)	122
TABELA 40 – COMPARAÇÃO DO CUSTO COMPUTACIONAL DO EEDR-T&D EM RELAÇÃO AO EET&D-COMPLETO	123

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	13
1.1	Motivações e justificativas	16
1.2	Proposição e Contribuições	18
1.3	Estrutura da Tese	19
2	ESTIMAÇÃO DE ESTADOS EM SISTEMAS ELÉTRICOS DE POTÊNCIA	21
2.1	Estimação de Estados Clássica	21
2.2	Métodos Desacoplados na Estimação de Estados Clássica	23
2.3	Formulações alternativas da Estimação de Estados	26
2.3.1	Estimação de Estados Restrita	26
2.3.2	Estimação de Estados Restrita com Informações <i>a priori</i>	29
2.4	Estimação de Estados para Sistemas de Distribuição	31
2.4.1	Estimador de Estados Baseado em Correntes de Ramo	31
2.4.2	Estimador de Estados Baseado na Matriz de Admitância	33
2.5	Processamento de Erros na Estimação de Estados	34
2.5.1	Teste do Máximo Resíduo Normalizado	34
2.5.2	Teste do Máximo Multiplicador de Lagrange	35
2.5.3	Teste Geométrico	36
3	MODELAGEM DO SISTEMA ELÉTRICO	39
3.1	Modelagem Monofásica da Rede Elétrica	39
3.2	Modelagem Trifásica do Sistema Elétrico	42
3.2.1	Condutores	42
3.3	Transformadores	43
3.4	Reguladores de Tensão	44
3.5	Cargas	46
3.6	Normalização Complexa por Unidade	47
4	PROCESSAMENTO DE ERROS NA ESTIMAÇÃO DE ESTADOS DESACOPLADA IRRESTRITA EM SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO	49
4.1	Contextualização	49
4.2	Processamento de Erros na EESD-DR irrestrita via Testes Geométricos	51
4.2.1	Resíduos Normalizados	51
4.2.2	Interpretação Geométrica dos Resíduos Desacoplados	52
4.2.3	Processo de Detecção: Teste do MRN	53
4.2.4	Processo de Identificação: Testes Geométricos Desacoplados	53
4.3	Processamento de erros na EESD-DR: Simulações e Resultados	55
4.3.1	Impacto da normalização <i>cpu</i>	56
4.3.2	Processamento de erros grosseiros via teste geométrico	56
4.4	Considerações finais do capítulo	61
5	ESTIMADOR DE ESTADOS RESTRITO PARA SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO COM SOLUÇÃO VIA MÉTODO DE HACHTEL DESACOPLADO	63

5.1	Contextualização	63
5.2	Aplicação da normalização complexa por unidade na EESD	65
5.3	Formulação do Estimador de Estados Restrito para Sistemas de Distribuição com solução via Método de Hachtel Desacoplado (EEDR-SD)	66
5.3.1	Formulação Monofásica do Estimador de Estados	67
5.3.2	Aplicação das Técnicas de Desacoplamento na Formulação Monofásica do Estimador de Estados	68
5.3.3	Formulação Trifásica do Estimador de Estado	71
5.4	EEDR-SD: Simulações e Resultados	80
5.4.1	EEDR-SD: modelagem monofásica	80
5.4.1.1	Convergência e desempenho dos estimadores sob a normalização <i>cpu</i>	82
5.4.1.2	Aspectos numéricos	85
5.4.2	EEDR-SD: modelagem trifásica	88
5.4.2.1	Validação do EEDR-SD na representação trifásica	89
5.4.2.2	Convergência e desempenho dos estimadores sob a normalização <i>cpu</i>	89
5.4.2.3	Matriz de coeficientes do EEDR-SD	92
5.5	Considerações finais do capítulo	94
6	ESTIMADOR DE ESTADOS RESTRITO PARA SISTEMAS DE TRANSMISSÃO E DISTRIBUIÇÃO INTERLIGADOS COM SOLUÇÃO VIA MÉTODO DE HACHTEL DESACOPLADO	95
6.1	Contextualização	95
6.2	Aplicação da normalização complexa por unidade na EE T&D	97
6.3	Formulação do Estimador de Estados Restrito para Sistemas T&D com solução via Método de Hachtel desacoplado (EEDR-T&D)	101
6.3.1	Formulação Monofásica do Estimador de Estados T&D	102
6.3.2	Formulação Trifásica do Estimador de Estados T&D	104
6.4	EEDR-T&D: Simulações e Resultados	106
6.4.1	EEDR-T&D: modelagem monofásica	106
6.4.1.1	Intercâmbio de Fluxo de Potência T&D	108
6.4.1.2	Perfil de Tensão do Sistema T&D	111
6.4.1.3	Condicionamento numérico	113
6.4.1.4	Convergência do EEDR-T&D com info <i>a priori</i>	113
6.4.2	EEDR-T&D: modelagem trifásica	115
6.4.2.1	Convergência do EEDR-T&D e normalizações <i>cpu</i>	116
6.4.2.2	Matriz de coeficientes do EEDR-T&D	121
6.4.2.3	Custo computacional do EEDR-T&D	123
6.5	Considerações finais do capítulo	123
7	CONCLUSÕES	125
7.1	Publicações	127
7.1.1	Artigos publicados em periódicos	127
7.1.2	Artigos publicados em anais de congressos	127

7.1.3	Artigos submetidos em periódicos	128
7.2	Perspectivas Futuras	128
	REFERÊNCIAS	130
	APÊNDICE A - EQUAÇÕES PARA A CONSTRUÇÃO DA MATRIZ	
	JACOBIANA DO ESTIMADOR DE ESTADOS TRIFÁSICO	138

1 INTRODUÇÃO

Na operação em tempo real do sistema elétrico de potência, uma ferramenta crucial é o estimador de estados, responsável por processar um conjunto redundante de medidas e fornecer uma estimativa do estado atual da rede através de processos estatísticos. A partir das tensões complexas obtidas do estimador (e das demais grandezas derivadas), é possível ter conhecimento, com precisão e confiabilidade, da condição operacional atual do sistema elétrico, a fim de manter uma operação normal e segura (Abur; Exposito, 2004). Desde a década de 1970, a partir das publicações de Schweppe e Wildes (1970) que introduziram o conceito de estimação de estados (EE) aplicado a sistemas elétricos de potência, muitos estudos e ferramentas foram consolidados no âmbito da EE, sendo a maioria das formulações propostas para sistemas de transmissão (ST).

Como historicamente os estimadores de estados disponíveis na literatura e na indústria são majoritariamente voltados à operação dos ST, estes não são diretamente aplicáveis em sistemas de distribuição (SD) (Hayes; Prodanovic, 2014; Majumdar; Pal, 2016) devido às características peculiares dos mesmos. Os SD são reconhecidos por usualmente apresentarem operação radial, linhas curtas e com baixa relação X/R . São tipicamente sistemas de grande dimensão com uma elevada quantidade de barras e níveis de tensão (média e baixa tensão) (Della Giustina *et al.*, 2014; Primadianto; Lu, 2016; Asada *et al.*, 2022).

Somente a partir dos anos 90, trabalhos referentes à estimação de estados para sistemas de distribuição (EESD) foram difundidos, inicialmente por Roytelman e Shahidehpour (1993), Baran e Kelley (1994) e Lu *et al.* (1995). Desde então, diversos estudos e esforços são dedicados à EESD para acompanhar as mudanças do comportamento da rede frente aos novos desafios desses sistemas. Tais desafios decorrem, notadamente, das produções de energia independentes que se conectam nos SD, inserção de diversas fontes alternativas de energia na rede, das tecnologias provenientes do conceito *Smart Grid*, bem como da difusão da geração distribuída, dos veículos elétricos e das estratégias de gerenciamento pelo lado da demanda.

Essas transformações nas redes de distribuição têm tornado sua operação mais complexa, evidenciando a necessidade de aprimorar os mecanismos de monitoramento e supervisão em tempo real desses sistemas, impulsionando as concessionárias a modernizarem seus processos operacionais e implementarem Sistemas Avançados de Gerenciamento da Distribuição (ADMS, do inglês *Advanced Distribution Management Systems*) (Langner; Abur, 2020; Sharma *et al.*, 2022). Nesse cenário, torna-se indispensável o desenvolvimento de ferramentas específicas para a EESD, capazes de

lidar com as particularidades operacionais desses sistemas e de fornecer informações confiáveis para suporte à tomada de decisão em tempo real.

Uma EE acurada depende de um processamento de erros eficiente. Testes como o Qui-Quadrado e o teste do máximo resíduo normalizado são comumente utilizados para detectar e identificar erros grosseiros em ST (Abur; Exposito, 2004), os quais também foram avaliados para o processamento de erros em SD, como em Nogueira *et al.* (2019), Ju *et al.* (2017) e Pau *et al.* (2018). No entanto, devido à necessidade de uma nova reestimação para cada medida suspeita avaliada, o bem conhecido teste do máximo resíduo normalizado pode se tornar computacionalmente proibitivo, especialmente quando aplicado a redes de grande escala, como o caso dos SD, uma vez que um único alimentador pode conter centenas ou mesmo milhares de barras ou nós. Sendo assim, a grande dimensão dos SD impõe desafios adicionais à inclusão do processamento de erros na EESD, visto que a redução nos esforços computacionais necessários pelo próprio processo de EE e também pelas rotinas de processamento de erros é vital para permitir a modelagem em tempo real desses sistemas.

Outro aspecto que tem sido considerado refere-se ao impacto sobre a transmissão associado à elevada inserção de fontes renováveis na distribuição, como a questão do desbalanceamento na fronteira entre transmissão e distribuição ocasionado pela instalação de fontes de geração renováveis em uma única fase (Sharma *et al.*, 2022) e um aumento na interação bidirecional entre transmissão e distribuição (Lourenço *et al.*, 2010; Portelinha *et al.*, 2019; Thakar *et al.*, 2021), favorecido pela natureza ativa dos SD. Desse modo, a necessidade de análises integradas de sistemas de transmissão e distribuição (T&D) tem sido apontada em vários trabalhos na literatura, como Dugan *et al.* (2010), Gomez-Exposito *et al.* (2011) e Miah *et al.* (2025).

Com um volume cada vez mais expressivo de Recursos Energéticos Distribuídos (REDs), os operadores dos sistemas de distribuição (DSOs, do inglês *Distribution System Operators*), passam a assumir um papel progressivamente mais ativo na operação do sistema elétrico. Assim, torna-se cada vez mais necessária a coordenação e a cooperação entre os operadores da transmissão (TSOs, do inglês *Transmission System Operators*) e dos DSOs, de modo a garantir a eficiência operacional como um todo. A literatura recente já contempla diferentes propostas e modelos de coordenação TSO-DSO, conforme discutido em Givisiez *et al.* (2020), além de relatórios técnicos que abordam os aspectos de comunicação, troca de informações e regulamentações entre esses agentes.

No panorama nacional, destaca-se recentemente um relatório que o Operador Nacional do Sistema (ONS) disponibilizou, resultante de estudo conduzido por consultoria especializada, cujo foco foi sobre a interface TSO-DSO. O documento apresenta

análises voltadas à integração operacional entre os sistemas de transmissão e distribuição, incluindo experiências internacionais e modelos de coordenação adotados em diferentes países (PSR Daimon, 2025). Esforços para desenvolver novas metodologias capazes de performar análises combinadas ou integradas têm sido reportados, especialmente nos estudos de fluxo de potência. Entre as primeiras proposições para análise de redes T&D no fluxo de potência têm-se Sun e Zhang (2008), Lourenço *et al.* (2010) e Durce *et al.* (2011).

Outras áreas do sistema elétrico de potência também têm abordado e apresentado soluções para a análise integrada T&D, como de fluxo de potência ótimo (Mohseni-Bonab *et al.*, 2020), simulações dinâmicas (Thakar *et al.*, 2021), planejamento (Muñoz-Delgado *et al.*, 2021) e restauração de sistemas (Chen *et al.*, 2024), por exemplo, evidenciando a relevância dessa análise colaborativa. As iniciativas voltadas à estimação de estados de sistemas T&D ainda são escassas (Singh *et al.*, 1998; Sun; Zhang, 2005; Zhang *et al.*, 2022).

Entre os desafios destacados na literatura sobre a análise integrada de sistemas T&D está a heterogeneidade das fontes de dados, que apresentam diferentes níveis de acurácia e redundância, podendo refletir nos valores de potência e tensão nas barras de fronteira entre os sistemas de transmissão e distribuição (Sun; Zhang, 2005). Além disso, destaca-se o desafio de garantir estabilidade numérica e eficiência computacional na implementação de um único algoritmo capaz de resolver conjuntamente essas redes de elevada dimensionalidade (Sun; Zhang, 2005).

Para obtenção do estado da rede é necessário um conjunto de medidas redundantes, nem sempre disponível na distribuição devido ao número de medidores limitados (Majumdar; Pal, 2016). Historicamente, esse é um dos desafios para operação em tempo real. Muitas alternativas apresentadas em pesquisas exploram o uso de pseudo-medidas (provenientes de dados históricos, por exemplo), o que, apesar de aumentar a redundância do sistema, nem sempre correspondem aos valores em tempo real (Lu *et al.*, 1995). No entanto, a realidade da baixa redundância dos SD está mudando, principalmente devido às iniciativas do conceito de *Smart Grid* aliadas às novas fontes de dados nos SD, como medidas fasoriais sincronizadas e medidores inteligentes. Recentemente, o uso das Avançadas Infra-estruturas de Medição (*Advanced Metering Infrastructure*, AMI) e das Unidades de Medição Fasorial (*Phasor Measurement Units*, PMU) tem sido abordado, apresentando uma crescente tendência para utilização na EESD.

Diante do panorama apresentado, a seção seguinte enfatiza as motivações que fundamentam o desenvolvimento desta pesquisa e as justificativas associadas às escolhas metodológicas adotadas, culminando na seção subsequente que descreve as contribuições propostas. O escopo deste trabalho abrange a EESD, o processamento

de erros na EESD e, como núcleo da pesquisa, a estimação de estados integrada para sistemas T&D.

1.1 MOTIVAÇÕES E JUSTIFICATIVAS

Conforme delineado na seção anterior, os sistemas elétricos de potência vêm passando continuamente por mudanças estruturais e operacionais. Nos últimos anos, impulsionada principalmente por fatores econômicos e ambientais, a integração contínua de REDs aos sistemas de distribuição tem se intensificado, destacando-se a ampla implantação de geração fotovoltaica de micro e minigeração, uma fonte renovável, porém não despachável. Um dos efeitos desse tipo de geração intermitente nos SD é o impacto no desempenho da regulação de tensão tanto na transmissão quanto na distribuição. A interação entre ST e SD está cada vez mais complexa, reduzindo as margens operacionais confiáveis da rede e influenciando não apenas a forma como esses sistemas devem ser modelados e controlados, mas também a maneira como seus operadores coordenam e trocam informações.

Consequentemente, esse cenário em evolução demanda desenvolvimento de metodologias capazes de realizar modelagens e análises integradas de transmissão e distribuição (T&D). A consideração conjunta desses sistemas implica um aumento significativo na dimensão e na complexidade do problema de EE, exigindo metodologias capazes de processar, de forma integrada, redes com diferentes características. Assim, além da capacidade de representar adequadamente os sistemas T&D, torna-se fundamental uma ferramenta que apresente, também, eficiência computacional compatível com os requisitos da operação em tempo real do sistema elétrico.

Com base nas evoluções de infraestrutura e equipamentos de medições em sistemas de distribuição, juntamente com a necessidade de monitoramento destas redes, têm-se maiores investimentos na instalação de medidores nos SD, o qual está evoluindo no sentido de se tornar cada vez mais observável e com nível de redundância adequada ao processamento de erros. Sendo assim, este trabalho considera este cenário, no qual os sistemas de distribuição são observáveis¹.

O problema de EE é tradicionalmente abordado via método dos Mínimos Quadrados Ponderados (MQP) irrestrito, derivando assim a Equação Normal de Gauss (Abur; Exposito, 2004). Dentro dessa formulação, as medidas virtuais, que incluem medições livres de erros, como as barras de injeção nula, bastante recorrentes em SD (Langner; Abur, 2020; Hebling, 2022), são tratadas de forma semelhante às medidas convencionais. Entretanto, recebem pesos mais elevados, de modo a garantir que

¹ Entende-se por sistema observável aquele que possui um conjunto de medições disponível contendo informações suficientes para permitir a determinação única das variáveis de estados do sistema, usualmente as magnitudes e os ângulos das tensões em todas as barras (Abur; Exposito, 2004).

sua exatidão se reflita adequadamente nos estados estimados. Esse uso de pesos distintos, por sua vez, pode introduzir instabilidades numéricas na matriz ganho na solução clássica via Equação Normal (Abur; Exposito, 2004).

Visando aprimorar a robustez numérica do estimador, foram desenvolvidas formulações de EE restrita, com soluções alternativas como o Método da Matriz Aumentada, inicialmente proposto por Gjelsvik *et al.* (1985). Esse método incorpora à formulação dos MQP restrições estruturais (relacionadas a injeções nulas), bem como equações dos resíduos das medições. A inclusão de medidas virtuais como restrições de igualdade elimina a necessidade de atribuir pesos elevados a essas medidas e os problemas numéricos decorrentes dessas. Neste trabalho a solução via Método de Hachtel, Método do Tableau Esparsos e Método do Tableau referem-se à mesma formulação.

Informações prévias dos estados da rede (módulo e ângulo das tensões nas barras do sistema), denominadas como informações *a priori*, foram introduzidas no processo de EE restrita em Lourenço (2001). O emprego dessas informações no problema de EE restrito contribuem para um melhor condicionamento numérico, fortalecendo a diagonal da matriz de coeficientes da EE restrita, ou seja, da matriz de Hachtel. Esses avanços são também considerados na formulação do presente trabalho de pesquisa.

A eficiência computacional constitui um requisito fundamental para a operação em tempo real. Esse aspecto torna-se ainda mais crítico quando se tratam de sistemas de grande porte, com elevado número de nós ou barras, nos quais o aumento dimensional do problema impacta diretamente o tempo de processamento. Sob essa perspectiva, os métodos desacoplados destacam-se por reduzirem significativamente o esforço computacional e a dimensão das matrizes a serem resolvidas em cada iteração. Os métodos desacoplados são aplicáveis naturalmente em ST, os quais apresentam condutores com elevada razão X/R e conseqüente baixa sensibilidade PV e $Q\theta$, permitindo as simplificações nas matrizes Jacobiana ou ganho (Garcia *et al.*, 1979).

A normalização complexa por unidade (*cpu*), apresentada em Tortelli *et al.* (2015), que viabilizou a aplicação efetiva do fluxo de potência desacoplado rápido à SD, pode também ser efetivamente estendida para o processo de EE via MQP irrestrito, como demonstrado em Nogueira (2019) e Lourenço *et al.* (2022). Neste trabalho, a normalização *cpu* é empregada na EESD restrita com solução via Tableau desacoplado com informações *a priori* e em uma nova abordagem na EE para sistemas T&D.

A redução nos esforços computacionais também se estende às rotinas de processamento de erros propostas neste trabalho, que contempla a extensão dos testes geométricos para a formulação da EESD desacoplada. A novidade reside na interpretação geométrica dos resíduos desacoplados, em associação com a normalização *cpu*. O teste de colineariedade é simples e apresenta um custo computacional muito

baixo em relação aos testes clássicos de identificação de erros, visto que podem ser realizados sem a necessidade de reestimações, procedimento que se torna inevitável quando se utiliza o método sequencial de detecção e eliminação do teste do máximo resíduo normalizado.

As motivações e justificativas aqui apresentadas fundamentam o desenvolvimento das proposições deste trabalho de pesquisa, as quais são elencadas na seção seguinte, onde são apresentadas as contribuições decorrentes do trabalho.

1.2 PROPOSIÇÃO E CONTRIBUIÇÕES

Diante das motivações e justificativas apresentadas na seção anterior, este trabalho propõe o desenvolvimento de um estimador de estados baseado no método dos Mínimos Quadrados Ponderados com restrições. A ferramenta proposta processa conjuntamente os sistemas T&D por meio de um algoritmo unificado, capaz de lidar com as diferenças de parâmetros e níveis de carregamento da rede através de uma nova abordagem da normalização complexa por unidade (*cpu*).

A metodologia proposta baseia-se na estimação de estados restrita com informações *a priori* e solução via método do Tableau Esparsa de Hachtel, e o integra, neste trabalho, ao método desacoplado rápido, resultando no estimador de estados restrito para sistemas T&D com solução via Método de Hachtel desacoplado (EEDR-T&D). A proposta inclui, além da modelagem monofásica do sistema, a extensão para a representação trifásica, abordando os desafios de heterogeneidade topológica.

Em complemento à principal proposição deste trabalho, têm-se contribuições adjacentes: processamento de erros na estimação de estados desacoplada irrestrita em sistemas de distribuição e o estimador de estados restrito para sistemas de distribuição com solução via Método de Hachtel desacoplado (EEDR-SD).

Este trabalho apresenta ainda uma extensão da interpretação geométrica dos multiplicadores de Lagrange para os resíduos do estimador de estados irrestrito na versão desacoplada, com foco em sistemas de distribuição. O uso dos métodos desacoplados é viabilizado pela normalização *cpu*, a qual é aplicada como um pré-processamento das grandezas. O processamento de erros consiste no uso dos testes geométricos, empregado na etapa de identificação de erros grosseiros, além de garantia da inclusão destes na formação de conjuntos suspeitos, definidos com o objetivo de reduzir o espaço de busca durante o processamento de erros.

Frente à necessidade de algoritmos capazes de atender às carências da estimação de estados para SD somados aos requerimentos de alto desempenho computacional na operação em tempo real, este trabalho propõe, também, um estimador de estados restrito para sistemas de distribuição solucionado via Método do Tableau

com informações *a priori*, na versão desacoplada e com uso da normalização *cpu*.

Sendo assim, as principais contribuições deste trabalho podem ser sintetizadas a seguir:

- Ferramenta unificada para estimação de estados para sistemas T&D, a partir de uma nova abordagem da normalização *cpu*;
- Redução do esforço computacional associado ao processo de estimação de estados para sistemas de distribuição através da formulação desacoplada do estimador de estados restrito, tornando as matrizes envolvidas na solução via Método do Tableau constantes durante o processo iterativo;
- Corroboração do uso da normalização *cpu* como técnica que viabiliza o desacoplamento das grandezas na estimação de estados para sistemas de distribuição, estendendo o desacoplamento também à etapa de processamento de erros via testes geométricos;
- Combinação da eficiência e simplicidade dos testes geométricos para o processamento de erros com as vantagens computacionais oriundas dos métodos desacoplados;
- Eliminação da necessidade de sucessivas reestimações no processamento de erros através dos testes geométricos.

1.3 ESTRUTURA DA TESE

Este documento é composto por 7 capítulos. O Capítulo 1 apresenta um panorama introdutório da pesquisa, destacando suas motivações e principais contribuições. O Capítulo 2 corresponde aos fundamentos básicos relacionados à estimação de estados em sistemas elétricos de potência, incluindo a etapa de processamento de erros. O Capítulo 3 apresenta a modelagem dos principais componentes da rede elétrica (na representação monofásica e trifásica), além de abordar os princípios da normalização *cpu*.

Os próximos capítulos são dedicados às contribuições decorrentes da pesquisa, juntamente com suas respectivas simulações e resultados. No Capítulo 4 encontra-se a proposta de processamento de erros na estimação de estados desacoplada irrestrita via testes geométricos para sistemas de distribuição. O Capítulo 5 apresenta a formulação do estimador de estados restrito, para sistemas de distribuição, solucionado via Método do Tableau desacoplado. No Capítulo 6 apresenta-se a proposta do estimador de estados restrito para sistemas T&D, bem como a nova abordagem da normalização *cpu*.

Por fim, o Capítulo 7 apresenta as conclusões gerais referentes a esse trabalho, as publicações decorrentes da pesquisa e as perspectivas futuras.

2 ESTIMAÇÃO DE ESTADOS EM SISTEMAS ELÉTRICOS DE POTÊNCIA

Este capítulo apresenta os fundamentos básicos de estimação de estados (EE) em sistemas elétricos de potência, com destaque para aqueles relacionados aos desenvolvimentos propostos neste trabalho. Ao longo do capítulo, são descritas as formulações do método baseado em mínimos quadrados ponderados e a aplicação dos métodos desacoplados. Também são abordadas formulações alternativas, como a estimação de estados restrita, bem como os métodos tradicionais aplicados a sistemas de distribuição. Por fim, o capítulo trata do processamento de erros, com técnicas de detecção e identificação de erros grosseiros em medidas.

2.1 ESTIMAÇÃO DE ESTADOS CLÁSSICA

Esta seção apresenta a formulação clássica da estimação de estados, baseada no bem-estabelecido método dos Mínimos Quadrados Ponderados (MQP).

As quantidades medidas podem ser representados através de um modelo de incerteza de medição, ou seja (Monticelli, 1999; Abur; Exposito, 2004):

$$z = z_0 + \eta \quad (2.1)$$

onde z é o vetor das quantidades medidas, z_0 é o vetor dos valores verdadeiros das quantidades medidas e η é o vetor associado à incerteza do processo de medição.

Os erros de medição são atribuídos diretamente ao processo de medição, estando associados à imprecisão dos medidores, falhas de comunicação e efeitos relacionados à conversão analógico-digital, por exemplo (Schweppe; Wildes, 1970; Lourenço, 2001). A distribuição normal com média zero é frequentemente utilizada para modelar os erros de medição:

$$E(\eta) = 0 \quad E(\eta\eta^T) = R \quad (2.2)$$

em que $E(\cdot)$ é o valor esperado e R é a matriz de covariância dos erros de medição.

O vetor dos valores verdadeiros, z_0 , pode ser expresso através de funções não lineares que relacionam as quantidades medidas às variáveis de estado, $h(\cdot)$, sendo assim, o modelo de medição do processo de estimação de estados é dado por (Monticelli, 1999):

$$z = h(x) + \eta \quad (2.3)$$

O vetor de estados estimados, \hat{x} , é obtido pela minimização da soma ponderada dos quadrados dos resíduos, buscando o melhor ajuste entre o modelo de medição do sistema. O vetor de resíduos de medição é definido por:

$$r = z - h(\hat{x}) \quad (2.4)$$

Assim, a formulação clássica da EE via MQP consiste em minimizar a seguinte função objetivo (Abur; Exposito, 2004; Monticelli, 1999):

$$J(\hat{x}) = [z - h(\hat{x})]^T R^{-1} [z - h(\hat{x})] \quad (2.5)$$

Aplicando as condições de otimalidade de primeira ordem, tem-se:

$$g(\hat{x}) = \nabla J(\hat{x}) = \frac{\partial J(\hat{x})}{\partial \hat{x}} = -H^T(\hat{x}) R_m^{-1} [z_m - h_m(\hat{x})] = 0 \quad (2.6)$$

onde $H(\hat{x})$ é a matriz Jacobiana, definida por:

$$H(\hat{x}) = \frac{\partial h(\hat{x})}{\partial \hat{x}} \quad (2.7)$$

O problema não-linear dado em (2.6) pode ser resolvido iterativamente pelo método de Gauss-Newton, que leva ao seguinte sistema linear:

$$G(\hat{x}^k) \Delta \hat{x}^k = T \quad (2.8)$$

onde k é o contador de iterações, $G(\hat{x}^k)$ a matriz Hessiana de $J(\hat{x})$, conhecida como matriz ganho, dada por:

$$G(\hat{x}^k) = \frac{\partial g(\hat{x}^k)}{\partial \hat{x}^k} = [H^T(\hat{x}^k) R_m^{-1} H(\hat{x}^k)] \quad (2.9)$$

e o vetor do lado direito, T , dado por:

$$T = [H^T(\hat{x}^k) R_m^{-1} (z_m - h(\hat{x}^k))] \quad (2.10)$$

A partir de (2.8), determina-se o incremento do vetor de estados, $\Delta \hat{x}$, que permite a atualização dos estados estimados a cada iteração, ou seja:

$$\hat{x}^{k+1} = \hat{x}^k + \Delta \hat{x}^k \quad (2.11)$$

até que o critério de convergência a seguir seja satisfeito, onde ε é a tolerância desejada.

$$|\Delta \hat{x}^k| \leq \varepsilon \quad (2.12)$$

2.2 MÉTODOS DESACOPLADOS NA ESTIMAÇÃO DE ESTADOS CLÁSSICA

A estimação de estados está inserida na modelagem e operação em tempo real de sistemas elétricos de potência. Dessa forma, a preocupação com custo computacional exigida para solução da EE é um fator condicionante para sua aplicabilidade. O maior custo computacional associado ao método clássico dos Mínimos Quadrados Ponderados, discutido na seção anterior, está relacionado ao cálculo e fatoração da matriz ganho (Abur; Exposito, 2004). Como os valores da matriz ganho não se alteram significativamente durante o processo iterativo, uma forma de reduzir esse custo é manter a matriz ganho constante, calculada na partida plana (Abur; Exposito, 2004). Além disso, em sistemas de transmissão de alta e extra-alta tensão, as linhas de transmissão apresentam uma alta relação X/R que resultam em uma baixa sensibilidade das medidas ativas (reativas) em relação à magnitude de tensão (ângulo das fases). A partir da baixa sensibilidade PV e $Q\theta$ e da possibilidade de manter a matriz ganho constante, surgiram os métodos desacoplado e desacoplado rápido (Horisberger *et al.*, 1976; Monticelli; Garcia, 1990; Garcia *et al.*, 1979).

Na formulação desacoplada da EE, o vetor de estados, o vetor de medidas e o vetor correspondente às equações são particionados conforme a natureza ativa e reativa das grandezas (Garcia *et al.*, 1979):

$$x^A = [\theta] \quad x^R = [V] \quad (2.13)$$

$$z^A = \begin{bmatrix} z_{fluxo}^A \\ z_{inj}^A \end{bmatrix} \quad z^R = \begin{bmatrix} z_{fluxo}^R \\ z_{inj}^R \\ z_{Vmag} \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

$$h^A(x) = \begin{bmatrix} P_{fluxo} \\ P_{inj} \end{bmatrix} \quad h^R(x) = \begin{bmatrix} Q_{fluxo} \\ Q_{inj} \\ V_{mag} \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

onde os sobrescritos A e R indicam a partição ativa e reativa, respectivamente.

A matriz de covariância R é particionada em sua diagonal da seguinte maneira (Garcia *et al.*, 1979):

$$R = \begin{bmatrix} R^A & 0 \\ 0 & R^R \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

As matrizes Jacobiana e ganho correspondentes podem ser representadas por:

$$H = \begin{bmatrix} H_{AA} & H_{AR} \\ H_{RA} & H_{RR} \end{bmatrix} \quad G = \begin{bmatrix} G_{AA} & G_{AR} \\ G_{RA} & G_{RR} \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

onde as submatrizes correspondentes são dadas por:

$$H_{AA} = \frac{\partial h^A(x)}{\partial \theta} \quad H_{AR} = \frac{\partial h^A(x)}{\partial V} \quad H_{RA} = \frac{\partial h^R(x)}{\partial \theta} \quad H_{RR} = \frac{\partial h^R(x)}{\partial V} \quad (2.18)$$

$$\begin{aligned} G_{AA} &= H_{AA}^T (R^A)^{-1} H_{AA} + H_{RA}^T (R^R)^{-1} H_{RA} \\ G_{AR} &= H_{AA}^T (R^A)^{-1} H_{AR} + H_{RA}^T (R^R)^{-1} H_{RR} \\ G_{RA} &= H_{AR}^T (R^A)^{-1} H_{AA} + H_{RR}^T (R^R)^{-1} H_{RA} \\ G_{RR} &= H_{RR}^T (R^R)^{-1} H_{RR} + H_{AR}^T (R^A)^{-1} H_{AR} \end{aligned} \quad (2.19)$$

A aplicação das linearizações e aproximações de desacoplamento (bem conhecidas no problema de fluxo de potência) diretamente na matriz Jacobiana ou na matriz ganho, levou a duas versões do estimador de estados desacoplado: desacoplado no modelo e desacoplado no algoritmo (Garcia *et al.*, 1979; Monticelli; Garcia, 1990), descritos a seguir.

- **Desacoplado no modelo** \Rightarrow submatrizes H_{AR} e H_{RA} são desprezadas, resultando em:

$$H = \begin{bmatrix} H_{AA} & 0 \\ 0 & H_{RR} \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

Essa simplificação implica em aproximações tanto na matriz ganho como no vetor do lado direito (nas equações (2.21) e (2.23)) na solução do problema de EE via MQP, tornando as matrizes ganho e Jacobiana desacopladas e constantes ao longo do processo iterativo. Assim, a EE desacoplada no modelo é resolvida através da solução iterativa de dois subproblemas ativo e reativo, conforme descrito a seguir:

Subproblema ativo:

$$G_{modelo}^A \Delta x_A = T_{modelo}^A \quad (2.21)$$

onde:

$$\begin{aligned} G_{modelo}^A &= H_{AA}^T (R^A)^{-1} H_{AA} \\ T_{modelo}^A &= H_{AA}^T (R^A)^{-1} [z^A - h^A] \end{aligned} \quad (2.22)$$

Subproblema reativo:

$$G_{modelo}^R \Delta x_R = T_{modelo}^R \quad (2.23)$$

onde:

$$\begin{aligned} G_{modelo}^R &= H_{RR}^T (R^R)^{-1} H_{RR} \\ T_{modelo}^R &= H_{RR}^T (R^R)^{-1} [z^R - h^R] \end{aligned} \quad (2.24)$$

O acoplamento $P\theta$ e QV pode ser explorado diretamente no cálculo das matrizes ganho, chegando-se no método desacoplado no algoritmo, conforme descrito a seguir.

- **Desacoplado no algoritmo** \Rightarrow submatrizes G_{AR} e G_{RA} são desprezadas, resultando em:

$$G = \begin{bmatrix} G_{AA} & 0 \\ 0 & G_{RR} \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

Diferentemente do desacoplado no modelo, não são realizadas aproximações no vetor do lado direito, o qual é recalculado a cada iteração. Os seguintes subproblemas são resolvidos nessa abordagem:

Subproblema ativo:

$$G_{algoritmo}^A \Delta x_A = T_{algoritmo}^A \quad (2.26)$$

onde:

$$\begin{aligned} G_{algoritmo}^A &= H_{AA}^T (R^A)^{-1} H_{AA} + H_{RA}^T (R^R)^{-1} H_{RA} \\ T_{algoritmo}^A &= \begin{bmatrix} H_{AA}^T \\ H_{RA}^T \end{bmatrix} (R^A)^{-1} [z^A - h^A] \end{aligned} \quad (2.27)$$

Subproblema reativo:

$$G_{algoritmo}^R \Delta x_R = T_{algoritmo}^R \quad (2.28)$$

onde:

$$G_{\text{algoritmo}}^R = H_{RA}^T (R^A)^{-1} H_{AR} + H_{RR}^T (R^R)^{-1} H_{RR}$$

$$T_{\text{algoritmo}}^R = \begin{bmatrix} H_{AR}^T \\ H_{RR}^T \end{bmatrix} (R^R)^{-1} [z^R - h^R] \quad (2.29)$$

2.3 FORMULAÇÕES ALTERNATIVAS DA ESTIMAÇÃO DE ESTADOS

A solução do problema de EE pelo método dos MQP irrestrito, via Equação Normal e conforme demonstrado na Seção 2.1, pode apresentar instabilidades numéricas em certas circunstâncias. Uma das limitações da Equação Normal está relacionada aos altos pesos atribuídos às medidas virtuais (como as barras de injeção nula), o que leva ao mau condicionamento da matriz ganho. Sendo assim, nas próximas subseções serão apresentadas algumas formulações alternativas que visam maior robustez na solução do problema de EE.

2.3.1 Estimação de Estados Restrita

A solução alternativa do MQP com restrição de igualdade foi inicialmente apresentada em Aschmoneit *et al.* (1977), no qual o problema de EE é formulado por:

$$\begin{aligned} \text{minimizar } & J(\hat{x}) = [z - h(\hat{x})]^T R^{-1} [z - h(\hat{x})] \\ \text{sujeito a } & c(\hat{x}) = 0 \end{aligned} \quad (2.30)$$

onde a restrição $c(\cdot)$ representa o vetor das restrições de igualdade, composto pelas medidas virtuais, como barras de injeção nula, as quais são excluídas do conjunto de medidas convencionais.

O problema (2.30) pode ser resolvido pelo método Lagrangeano através da atribuição de multiplicadores de Lagrange para o vetor das restrições de igualdade, $c(\hat{x})$, chegando na função Lagrangeana do problema, ou seja:

$$\mathcal{L}(\hat{x}, \lambda) = J(\hat{x}) - \lambda^T c(\hat{x}) \quad (2.31)$$

Aplicando as condições de otimalidade de primeira ordem, tem-se (Abur; Exposito, 2004):

$$\frac{\partial \mathcal{L}(\hat{x}, \lambda)}{\partial \hat{x}} = 0 \Rightarrow H^T(\hat{x}) R^{-1} [z - h(\hat{x})] + C^T(\hat{x}) \lambda = 0 \quad (2.32)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}(\hat{x}, \lambda)}{\partial \lambda} = 0 \Rightarrow c(\hat{x}) = 0 \quad (2.33)$$

sendo $C(\hat{x})$ a Jacobiana de $c(\hat{x})$.

Aplicando o método de Gauss-Newton, o conjunto de equações não-lineares apresentadas em (2.32) e (2.33) é resolvido iterativamente através da solução do seguinte sistema linear:

$$\begin{bmatrix} H^T(\hat{x}^k)R^{-1}H(\hat{x}^k) & C^T(\hat{x}^k) \\ C(\hat{x}^k) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\hat{x}^k \\ -\lambda^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H^T R^{-1}[z - h(\hat{x}^k)] \\ -c(\hat{x}^k) \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

A remoção dos pesos associados às medidas virtuais traz uma robustez numérica ao processo de solução da estimação de estados muito superior a dos MQP tradicionais, uma vez que elimina a necessidade de atribuição de pesos elevados para essas informações, quando comparados às medidas convencionais. Além disso, o condicionamento numérico da matriz de coeficientes da equação (2.34) pode ser melhorado através de um fator α obtido via (Abur; Exposito, 2004):

$$\alpha = \frac{1}{\max R_{ii}^{-1}} \quad \text{ou} \quad \alpha = \frac{m}{\sum_{i=1}^m R_{ii}^{-1}} \quad (2.35)$$

Neste caso o termo R^{-1} é substituído por αR^{-1} no sistema linear de (2.34). O fator também multiplica o multiplicador de Lagrange λ .

Outra alternativa apresentada na literatura é o Método da Matriz Aumentada de Hachtel. Proposto inicialmente em Gjelsvik *et al.* (1985), o método adiciona na formulação dos Mínimos Quadrados Ponderados com restrições de igualdade não somente as medidas virtuais mas também as equações dos resíduos de medição, de forma que o problema de otimização passa a ser representado por (Clements; Costa, 1998):

$$\begin{aligned} &\text{minimizar} && \frac{1}{2} r_m^T R_m^{-1} r_m \\ &\text{sujeito a} && r_m = z_m - h_m(\hat{x}) \\ &&& h_e(\hat{x}) = 0 \end{aligned} \quad (2.36)$$

sendo:

z_m : o vetor das medidas convencionais ($m \times 1$);

h_m : o vetor de funções não lineares que relacionam as quantidades medidas às variáveis de estado x ($m \times 1$);

h_e : o vetor que representa as restrições estruturais, como as barras de injeção nula e barras de referência ($m_e \times 1$);

R_m : a matriz de covariância dos erros de medição ($m \times m$);

\hat{x} : vetor de estimativas dos estados ($n \times 1$), em que $n = 2n_b - 1$, uma vez que uma das barras do sistema elétrico é escolhida como referência angular;

m , n_b e m_e : número de medidas convencionais, número de barras do sistema elétrico e número de restrições estruturais, respectivamente.

A função Lagrangeana que representa o problema (2.36) pode ser descrita por:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} r_m^T R_m^{-1} r_m + \lambda_m^T (z_m - h_m(\hat{x}) - r_m) + \lambda_e^T (-h_e(\hat{x})) \quad (2.37)$$

onde:

λ_m : vetor contendo os multiplicadores de Lagrange associados às medidas ($m \times 1$);

λ_e : vetor contendo os multiplicadores de Lagrange associados às restrições estruturais ($m_e \times 1$).

Diferenciando a função (2.37) para obtenção das condições de otimalidade de primeira ordem, tem-se as seguintes equações não lineares:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial r} = 0 \Rightarrow R_m^{-1} r_m - \lambda_m = 0 \quad (2.38)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = 0 \Rightarrow -H_m^T(\hat{x}) \lambda_m - H_e^T(\hat{x}) \lambda_e = 0 \quad (2.39)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_m} = 0 \Rightarrow z_m - h_m(\hat{x}) - r_m = 0 \quad (2.40)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_e} = 0 \Rightarrow -h_e(\hat{x}) = 0 \quad (2.41)$$

onde:

$$H_m(\hat{x}) = \frac{\partial h_m(\hat{x})}{\partial \hat{x}} \quad H_e(\hat{x}) = \frac{\partial h_e(\hat{x})}{\partial \hat{x}} \quad (2.42)$$

A equação (2.38) pode ser reescrita como:

$$r_m = R_m \lambda_m \quad (2.43)$$

Eliminando a variável r_m através da substituição fornecida em (2.43) e linearizando o problema em relação a um ponto \hat{x}^k , tem-se:

$$z_m - h_m(\hat{x}^k) - H_m(\hat{x}) \Delta \hat{x} - R_m \lambda_m = 0 \quad (2.44)$$

$$h_e(\hat{x}^k) + H_e(\hat{x}^k) \Delta \hat{x} = 0 \quad (2.45)$$

$$H_m^T(\hat{x}^k)\lambda_m + H_e^T(\hat{x}^k)\lambda_e = 0 \quad (2.46)$$

Agrupando as Jacobianas, matrizes de covariância, multiplicadores de Lagrange e resíduos, tem-se:

$$H = \begin{bmatrix} H_m(\hat{x}^k) \\ H_e(\hat{x}^k) \end{bmatrix} \quad R = \begin{bmatrix} R_m & 0 \\ 0 & R_e \end{bmatrix} \quad \lambda = \begin{bmatrix} \lambda_m \\ \lambda_e \end{bmatrix} \quad r^k = \begin{bmatrix} z_m - h_m(\hat{x}^k) \\ -h_e(\hat{x}^k) \end{bmatrix} \quad (2.47)$$

Dessa forma, as estimativas para os estados, juntamente com os multiplicadores de Lagrange podem ser obtidos resolvendo iterativamente o seguinte sistema linear:

$$\begin{bmatrix} 0 & H^T \\ H & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\hat{x} \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ r^k \end{bmatrix} \quad (2.48)$$

Os estados são atualizados a cada iteração até que a convergência seja obtida, ou seja:

$$\hat{x}^{k+1} = \hat{x}^k + \Delta\hat{x} \quad (2.49)$$

Nessa formulação o escalar apresentado em (2.35) também pode ser adicionado para melhorar o condicionamento numérico, substituindo-se R por $\alpha^{-1}R$ e premultiplicando os multiplicadores de Lagrange, ou seja, $\lambda_s = \alpha\lambda$. Assim, tem-se:

$$\begin{bmatrix} 0 & H^T \\ H & \alpha^{-1}R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\hat{x} \\ \lambda_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ r^k \end{bmatrix} \quad (2.50)$$

2.3.2 Estimação de Estados Restrita com Informações *a priori*

Informações prévias a respeito das variáveis de estado (magnitudes e ângulos das tensões nas barras), podem ser incluídas no processo de estimação de estados (Lourenço, 2001). Essas informações *a priori* foram modeladas na estimação de estados generalizada (EEG) restrita por um termo adicional na função objetivo em Lourenço (2001). Nessa abordagem, que adota a EEG onde a rede é modelada no nível de seção de barras, o problema de EE restrito é formulado por:

$$\begin{aligned} \text{minimizar} \quad & J(\hat{x}) = \frac{1}{2}r_m^T R_m^{-1}r_m + \frac{1}{2}(\hat{x} - \bar{x})^T P^{-1}(\hat{x} - \bar{x}) \\ \text{sujeito a} \quad & r_m = z_m - h_m(\hat{x}) \\ & h_e(\hat{x}) = 0 \\ & h_o(\hat{x}) = 0 \end{aligned} \quad (2.51)$$

onde:

\hat{x} : o vetor dos estados estimados, que compreende as magnitudes e ângulos das tensões nas barras e os fluxos de potência ativa e reativa através de chaves e disjuntores modelados explicitamente;

\bar{x} : o vetor das informações *a priori* para os estados;

P : a matriz de covariância dos estados *a priori*;

$h_o(\hat{x})$: é o vetor que representa as restrições operacionais, relacionadas aos status aberto e fechado dos disjuntores.

Na ausência de melhores informações prévias sobre os estados da rede, a partida plana pode ser adotada como informação *a priori*, ou seja, 1 p.u. para magnitudes das tensões nas barras e zero radianos para os ângulos. Para definir os valores correspondentes na matriz de covariância P , assume-se que as informações *a priori* são não correlacionadas e uniformemente distribuídas no intervalo $[a, b]$, onde a e b definem um limite inferior e superior para as variáveis de estado sob condições estáveis, e \bar{x} é o valor médio desse intervalo, ou seja:

$$\bar{x} = \frac{1}{2}(a + b) \quad (2.52)$$

Os extremos dos intervalos podem ser definidos, por exemplo, por $[0, 9; 1, 1]$ para magnitude de tensão e $[-\pi/2; \pi/2]$ para ângulo de fase.

Assim, a matriz de covariância das informações *a priori*, P , é uma matriz diagonal com seus elementos definidos pelas variâncias dessas informações, determinadas por (Lourenço, 2001):

$$\sigma^2 = \frac{(b - a)^2}{12} \quad (2.53)$$

A função Lagrangeana que expressa as condições de solução ótima do problema de EEG restrita com informações *a priori* representado pela equação (2.51) é dada por (Lourenço, 2001):

$$\mathcal{L} = J(\hat{x}) - \frac{1}{2} r_m^T R_m^{-1} r_m + \frac{1}{2} (\hat{x} - \bar{x})^T P^{-1} (\hat{x} - \bar{x}) + \lambda_m^T (z_m - h_m(\hat{x}) - r_m) + \lambda_e^T (-h_e(\hat{x})) + \lambda_o^T (-h_o(\hat{x})) \quad (2.54)$$

Empregando as condições de otimalidade de primeira ordem, tem-se:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial r} = 0 \Rightarrow R_m^{-1} r_m - \lambda_m = 0 \quad (2.55)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = 0 \Rightarrow P^{-1} (\hat{x} - \bar{x}) - H_m^T(\hat{x}) \lambda_m - H_e^T(\hat{x}) \lambda_e - H_o^T(\hat{x}) \lambda_o = 0 \quad (2.56)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_m} = 0 \Rightarrow z_m - h_m(\hat{x}) - r_m = 0 \quad (2.57)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_e} = 0 \Rightarrow -h_e(\hat{x}) = 0 \quad (2.58)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_o} = 0 \Rightarrow -h_o(\hat{x}) = 0 \quad (2.59)$$

Seguindo o algoritmo do Tableau Esparsa de Hachtel, obtém-se:

$$\begin{bmatrix} -P^{-1} & H^T \\ H & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \hat{x} \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -P^{-1}(\bar{x} - \hat{x}^k) \\ r^k \end{bmatrix} \quad (2.60)$$

Por fim, o problema de estimação de estados em sua representação monofásica da rede é solucionado de forma iterativa através do sistema linear descrito na equação (2.60), em que os estados são atualizados conforme dado na equação (2.49).

Conforme discutido em Lourenço (2001), o uso das informações *a priori* conforme descrito acima contribui para a melhoria do condicionamento numérico da matriz do Tableau Esparsa, mantendo inalterada a dimensão do problema. Além disso, essas aliviam os efeitos degradantes dos conjuntos críticos durante o processo de identificação de erros de modelagem.

2.4 ESTIMAÇÃO DE ESTADOS PARA SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO

Na literatura, a maioria das propostas para a estimação de estados baseia-se no método dos MQP. Além disso, embora vários métodos estejam bem estabelecidos na indústria, eles foram consolidados majoritariamente para sistemas de transmissão, não sendo diretamente aplicáveis aos sistemas de distribuição em virtude das características destas redes. Tradicionalmente, as redes de distribuição apresentam desbalanceamento entre as cargas, topologia predominantemente radial, baixa quantidade de dispositivos de medição, baixa razão X/R e grande número de nós (Della Giustina *et al.*, 2014; Primadianto; Lu, 2016; Asada *et al.*, 2022).

Neste cenário, duas abordagens são clássicas e recorrentes no âmbito da EESD (Muscas *et al.*, 2015; Primadianto; Lu, 2016; Asada *et al.*, 2022): estimador de estados baseado nas correntes dos ramos e o estimador de estados baseado na matriz de admitância.

2.4.1 Estimador de Estados Baseado em Correntes de Ramo

O estimador de estados baseado em correntes de ramo é uma alternativa à formulação clássica de EE, a qual comumente é estruturada em função das tensões

nodais. Já nesse método, as correntes complexas que fluem nos ramos são consideradas variáveis de estado. Proposto inicialmente por Baran e Kelley (1995), este método considera o modelo trifásico dos alimentadores da distribuição, um número reduzido de medidas (em sua maioria de corrente) e topologia radial da rede (Asada *et al.*, 2022). Nas primeiras proposições, as medidas de tensão eram desconsideradas.

O vetor de medidas, z , é então convertido em medidas equivalentes de corrente (Asada *et al.*, 2022), sendo assim, tem-se:

- Medidas de injeção de potência:

$$I_k^{Re} + jI_k^{Im} = \left(\frac{P_k + jQ_k}{\dot{V}_k} \right)^* \quad (2.61)$$

- Medidas de fluxo de potência:

$$I_{km}^{Re} + jI_{km}^{Im} = \left(\frac{P_{km} + jQ_{km}}{\dot{V}_k} \right)^* \quad (2.62)$$

onde os sobrescritos Re e Im referentes à parte real e imaginária da corrente, respectivamente, da barra k e ramo km da rede elétrica.

Mesmo com o vetor de medidas equivalentes, que é atualizado a cada iteração devido à sua dependência da tensão complexa da barra, as matrizes Jacobiana e ganho são mantidas constantes (Almeida; Ochoa, 2016), reduzindo, portanto, significativamente o custo computacional (Asada *et al.*, 2022). A solução do problema de EE baseado nas correntes de ramo pode ser solucionada pelo método dos MQP, por meio da Equação Normal ou, em situações particulares de instabilidade numérica, através do Tableau Esparsa, conforme demonstrado em Asada *et al.* (2022).

Desde a proposição em Baran e Kelley (1995), outros trabalhos aperfeiçoaram essa formulação. Lin *et al.* (2001) dividem o problema do estimador de estados baseado nas correntes em seis equações independentes, segregando o problema em parte real e imaginária para cada fase. Somente em Teng (2002) as medidas de tensão foram tratadas, onde o estimador baseado nas correntes foi modelado utilizando apenas matrizes de coeficientes constantes. Em Baran *et al.* (2009), o qual também inclui as medidas de tensão, a atualização das matrizes Jacobiana e ganho são requeridas durante o processo iterativo.

Usualmente, no método baseado em correntes de ramo, as variáveis de estados são as partes reais e imaginárias das correntes em sua forma retangular, enquanto as magnitudes de tensão, fluxos e injeções de potência são convertidas em medidas

equivalentes de injeção de corrente. Devido a isso, a solução desses estimadores, que requer a transformação de todas as demais medidas, implica em imprecisões e modelos não exatos das redes de distribuição.

2.4.2 Estimador de Estados Baseado na Matriz de Admitância

O estimador de estados baseado na matriz de admitância, inicialmente proposto por Lu *et al.* (1995), é um método mais abrangente que utiliza a matriz de admitância como modelo central do sistema para a formulação da estimação de estados. Nessa formulação, as tensões nodais complexas na forma retangular são definidas como variáveis de estado e todas as medidas são transformadas em medidas equivalentes de corrente e tensão para se adaptarem à formulação da matriz de admitância, ou seja:

$$\mathbf{I} = \mathbf{Y} \cdot \mathbf{V} \quad (2.63)$$

Nesse método, as admitâncias *shunt* são adicionadas à matriz de admitâncias e seu efeito é considerado na Jacobiana. As medidas equivalentes são modeladas da seguinte maneira:

$$I_{k,i}^{Re} + jI_{k,i}^{Im} = \left(\frac{P_{k,i} + jQ_{k,i}}{\dot{V}_{k,i}} \right)^* - (Y_k \dot{V}_k) \quad (2.64)$$

onde $P_{k,i}$ e $Q_{k,i}$ são as injeções de potência ativa e reativa, respectivamente, medidas na barra k e fase i , $\dot{V}_{k,i}$ é a tensão complexa na barra k e fase i , Y_k é a matriz que contém a associação de todas as admitâncias shunt conectadas à barra k e \dot{V}_k é o vetor de tensão complexa.

Assim como no estimador de estado baseado em correntes de ramo, o estimador baseado na matriz de admitâncias pode ser solucionado pela Equação Normal ou Tableau Esparso (Asada *et al.*, 2022). Apesar da formulação apresentar uma Jacobiana constante e performance computacional melhor em relação método baseado nas correntes (Asada *et al.*, 2022), esta requer um número elevado de medidas, obrigando o uso de pseudomedidas com pesos fixados no MQP diferentes das medidas em tempo real.

Posteriormente, Almeida e Ochoa (2016) propuseram um estimador para SD trifásico que utiliza o conceito do fasor de rotação para obter medidas equivalentes de medidas de tensão trifásicas, melhorando as características de convergência além de manter as matrizes ganho e Jacobiana constantes. Apesar desse método ser aplicável também em redes fracamente malhadas, problemas de convergência podem ocorrer dadas as aproximações utilizadas (Hebling, 2022).

2.5 PROCESSAMENTO DE ERROS NA ESTIMAÇÃO DE ESTADOS

O processamento de erros é parte crucial para assegurar a confiabilidade dos resultados provenientes do estimador de estados. Dessa forma, os estimadores necessitam de uma etapa que verifique possíveis inconsistências, as quais podem estar relacionadas aos erros de diferentes origens, tais como:

- Medidas analógicas: erros grosseiros (EGs) encontrados em medidas convencionais, causados geralmente por falhas de instrumentação e problemas de comunicação;
- Topologia: informações errôneas acerca do *status* de chaves e disjuntores;
- Parâmetro: informações erradas referentes aos parâmetros da rede, como valores incorretos de impedâncias, admitâncias ou tap de transformadores.

No contexto de erros grosseiros em medidas convencionais, os estimadores, de modo geral, utilizam um pós-processamento para detectar e identificar essas anomalias. Nesta seção, são explorados dois testes de detecção e identificação de EGs.

2.5.1 Teste do Máximo Resíduo Normalizado

O teste do Máximo Resíduo Normalizado (MRN) é amplamente empregado na detecção e identificação de erros grosseiros (EG) na EE. Sendo o vetor de resíduos calculado pela Equação (2.4), o resíduo da medida i é normalizado através de (Abur; Exposito, 2004):

$$r_i^N = \frac{|r_i|}{\sqrt{\Omega_{ii}}}, \quad (2.65)$$

sendo Ω_{ii} elemento diagonal correspondente da matriz de covariância dos resíduos.

O vetor dos resíduos normalizados apresenta uma distribuição normal padrão (Abur; Exposito, 2004; Monticelli, 1999), dessa forma, o maior elemento de r^N pode ser comparado com um limite estatístico visando detectar a existência de EG.

Conforme apresentado em Abur e Exposito (2004) e Gómez-Expósito *et al.* (2018), as propriedades dos resíduos normalizados permitem a identificação de EG. Depois da solução do estimador via método dos MQP irrestrito, construção do vetor de resíduos e cálculo dos resíduos normalizados, conforme (2.65), compara-se o maior valor deste (r_{max}^N) com um limiar c . Caso $r_{max}^N > c$, há suspeita de EG. Nesse caso, elimina-se a medida associada ao r_{max}^N e realiza-se a reestimação dos estados. Em relação ao limiar c , usualmente adota-se 3,0 (Abur; Exposito, 2004; Gómez-Expósito *et al.*, 2018).

Apesar de ser um teste comumente empregado, o processo de detecção e identificação requer inúmeras reestimações de estados, onde cada ciclo envolve intensivos custos computacionais, principalmente associados à matriz de covariância Ω e ao processo propriamente dito de remoções repetitivas de medidas seguidas de reestimações de estados.

2.5.2 Teste do Máximo Multiplicador de Lagrange

Ao se utilizar a EE com restrições de igualdade e sua solução pelo método do Tableau Esperso, os multiplicadores de Lagrange são obtidos juntamente com os estados estimados. Além disso, uma vez atingida a convergência do processo de solução da EE restrita, definida por (2.49), as seguintes condições são satisfeitas (Clements; Costa, 1998):

$$R\lambda = \Delta z \quad H^T \lambda = 0 \quad (2.66)$$

O vetor λ contém os multiplicadores de Lagrange associados às restrições impostas pelas medidas, pelas restrições estruturais e operacionais, no caso da EEG proposta em Clements e Costa (1998) e Lourenço (2001). Os valores dos multiplicadores de Lagrange representam as sensibilidades de $J(\hat{x})$ às medidas e às restrições e, portanto, podem ser explorados para o processamento de erros de forma similar aos resíduos normalizados na estimação de estados convencional (Clements; Costa, 1998; Lourenço, 2001).

Assim como os resíduos de medição, os multiplicadores de Lagrange podem ser normalizados e utilizados na detecção e identificação de erros grosseiros em medidas, bem como de erros de modelagem nas restrições operacionais (Clements; Costa, 1998). Os multiplicadores de Lagrange normalizados são definidos por (Clements; Costa, 1998):

$$\lambda_i^N = \frac{\lambda_i}{\sqrt{V_{ii}}} \quad (2.67)$$

onde V_{ii} é o valor diagonal da matriz de covariância dos multiplicadores de Lagrange, V .

A matriz de covariância V pode ser obtida como subproduto da triangularização da matriz do Tableau Esperso de Hachtel. No caso particular da EE restrita com informações *a priori*, que será adotada neste trabalho, a solução do sistema linear a ser resolvido a cada iteração (vide (2.60)) é dada por (Lourenço, 2001):

$$\begin{bmatrix} \Delta \hat{x} \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\Sigma & C^T \\ C & \tilde{V} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -P^{-1}(\bar{x} - \hat{x}^k) \\ z - h(\hat{x}^k) \end{bmatrix} \quad (2.68)$$

onde:

$$\begin{bmatrix} -\Sigma & C^T \\ C & \tilde{V} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -P^{-1} & H^T \\ H & R \end{bmatrix}^{-1} \quad (2.69)$$

Dessa forma, os multiplicadores de Lagrange normalizados para o problema com informações *a priori* podem ser calculados por (2.67), substituindo V por \tilde{V} .

Considerando que os multiplicadores de Lagrange normalizados são variáveis aleatórias com média zero e variância unitária, valores elevados de λ_i^N indicam inconsistências no modelo matemático. Analogamente aos testes dos resíduos normalizados, bem estabelecidos na literatura (Abur; Exposito, 2004), é possível detectar e identificar erros de modelagem da rede elétrica por meio do monitoramento das magnitudes dos multiplicadores de Lagrange normalizados associados às medidas convencionais e às restrições.

2.5.3 Teste Geométrico

O teste do cosseno, ou teste geométrico, é baseado na interpretação geométrica dos multiplicadores de Lagrange associados à solução do estimador de estados via Método do Tableau. Esses testes foram propostos em Lourenço (2001) e Lourenço *et al.* (2002) para evitar o processo exaustivo de reestimação de estados requerido pelo método do máximo Multiplicador de Lagrange Normalizado (MLN), apresentado em Clements e Costa (1998), processo esse equivalente ao bem conhecido teste do MRN.

Esses testes são empregados neste trabalho, e a interpretação geométrica que lhes deu origem é brevemente apresentada nesta seção.

Considerando a hipótese de que todas as medidas sejam perfeitas, exceto pela presença de uma única medida errônea, a medida j , e que as informações *a priori* sejam negligenciadas, a relação dos multiplicadores de Lagrange com os erros de medição é dada por (Lourenço, 2001):

$$\lambda = v_j \varepsilon_j \quad (2.70)$$

onde v_j é a coluna j da matriz \tilde{V} .

Isto demonstra que o vetor de multiplicadores de Lagrange é colinear com v_j , implicando que o ângulo entre λ e v_j é igual a zero.

Em caso de erros múltiplos, a matriz \tilde{V} é particionada da seguinte maneira:

$$\tilde{V} = [V_S \quad V_T \quad V_C] \quad (2.71)$$

em que V_S contém as colunas linearmente independentes de \tilde{V} referente ao conjunto de informações suspeitas de conterem erro, denotado como conjunto S ; V_T contém o conjunto de informações livres de erros; e V_C são as colunas remanescentes de \tilde{V} correspondentes às informações críticas e demais elementos dos conjuntos críticos. Supondo que todas as informações no conjunto pertencente à V_T sejam perfeitas e ignorando a presença de informações *a priori*, o vetor de erros é dado por (Lourenço, 2001):

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_S \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.72)$$

Dessa forma, (2.70) é reescrita como:

$$\lambda = V_S \varepsilon_S \quad (2.73)$$

A Equação (2.73) indica que, se o conjunto S contiver todas as informações suspeitas, o vetor λ estará no mesmo espaço coluna de V_S , ou seja, o ângulo entre eles será zero. Considerando θ_S o ângulo entre λ e o espaço de V_S , a colinearidade pode ser determinada pelo cosseno de θ_S (Lourenço, 2001):

$$\cos\theta_S = \sqrt{\frac{\lambda_S^T (V_{SS})^{-1} \lambda_S}{\lambda^T R \lambda}} \quad (2.74)$$

onde:

$$\lambda_S = V_S R \lambda \quad e \quad V_{SS} = V_S^T R V_S \quad (2.75)$$

Sendo assim, se todas as medidas forem perfeitas, exceto aquelas contidas no conjunto S , θ_S será igual a zero e, conseqüentemente, $\cos\theta_S$ será igual a 1,0. Caso o conjunto S não contenha todas as informações erradas, isso implica que λ não estará no espaço de V_S ; então θ_S será diferente de zero e $\cos\theta_S$ será significativamente diferente de 1,0 (Lourenço, 2001).

Dessa forma, o teste geométrico representado por (2.74) permite checar se todas as informações errôneas estão contidas no conjunto suspeito, garantindo assim que o processo de identificação de erros possa ser conduzido sobre um conjunto reduzido de informações suspeitas.

Com as imperfeições das medidas e considerando a presença de informações *a priori*, o valor de $\cos\theta_S$ desviará um pouco de 1,0 nos casos em que todas as informações erradas estejam dentro do conjunto S . Sendo assim, adota-se o teste:

- Se $\cos\theta_S \geq 1 - \varepsilon_{\cos}$, onde ε_{\cos} é um valor num estreito intervalo, entre 0,01 e 0,1, por exemplo, todas as informações portadoras de EGs estão contidas no conjunto suspeito S .

Os testes geométricos descritos nessa seção permitiram aprimorar o processo de identificação de erros múltiplos no processo de EE de sistemas de transmissão. Em Lourenço (2001) e Lourenço *et al.* (2002) esses testes foram combinados com testes de hipóteses baseados no teorema de Bayes. Já em Lourenço *et al.* (2006), um processo de identificação de erros na EE restrita inteiramente baseado em testes geométricos foi proposto.

Nessa última abordagem, em Lourenço *et al.* (2006), uma vez alcançada a convergência para o processo de estimação de estados, o processamento de erros via testes geométricos é conduzido em três etapas: (a) detecção da presença de erros, (b) seleção das medidas suspeitas de conterem erro e (c) refinamento do conjunto suspeito para identificação da origem do erro.

Uma grande vantagem do uso do teste geométrico em relação aos outros métodos de identificação de erros na EE, em especial o teste do MRN ou máximo MLN, é o fato de eliminar a necessidade de reestimações sucessivas durante o processamento de erros.

3 MODELAGEM DO SISTEMA ELÉTRICO

A modelagem da rede elétrica é essencial para análises computacionais, visto que através de modelos elétricos adequados é possível representar os fenômenos físicos dos equipamentos por meio de relações matemáticas bem definidas. Quanto mais próximo da realidade for a modelagem dos equipamentos, maior será a garantia de uma precisão adequada nas análises do sistema, embora isso também implique um aumento na complexidade da formulação.

Neste capítulo, serão revisitados os modelos monofásicos e trifásicos utilizados para descrever matematicamente os equipamentos elétricos comumente aplicáveis, como linhas de transmissão, transformadores e cargas adotados na formulação do problema de estimação de estado do sistema elétrico de potência.

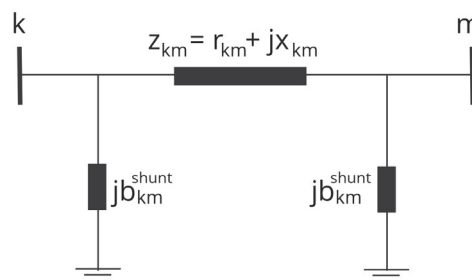
Adicionalmente, este capítulo apresenta os princípios da normalização complexa por unidade (*cpu*) (Tortelli *et al.*, 2015), que pode ser compreendida como uma extensão da normalização por unidade (*pu*) convencional.

3.1 MODELAGEM MONOFÁSICA DA REDE ELÉTRICA

Partindo da premissa que as cargas e fluxos de potência são trifásicos e balanceados, as linhas de transmissão são totalmente transpostas e os dispositivos série ou *shunt* simétricos, permite-se o uso de um circuito equivalente monofásico de sequência positiva para modelar o sistema de potência. Essa abordagem é válida para sistemas de transmissão onde o equilíbrio entre as fases é garantido (Abur; Exposito, 2004; Expósito; Villa Jaen, 2001).

As linhas de transmissão são representadas por um modelo π de dois terminais, representado na FIGURA 1, onde os parâmetros correspondem ao circuito equivalente de sequência das linhas (Abur; Exposito, 2004).

FIGURA 1 – MODELO EQUIVALENTE π DA LINHA DE TRANSMISSÃO



FONTE: A autora (2026)

Os parâmetros das linhas de transmissão são a resistência série (r_{km}), a reatância série (x_{km}) e a susceptância *shunt* (b_{km}^{shunt}), sendo a impedância do elemento série: $z_{km} = r_{km} + jx_{km}$. Sendo assim, tem-se a admitância série, obtida pelo inverso da impedância, $y_{km} = g_{km} + jb_{km}$ (Monticelli, 1983).

Os fluxos de corrente referentes ao modelo equivalente π de uma linha de transmissão, FIGURA 1, denotados por \dot{I}_{km} e \dot{I}_{mk} , são calculados a partir das tensões terminais e parâmetros do modelo equivalente, sendo (Monticelli, 1983):

$$\dot{I}_{km} = (y_{km} + jb_{km}^{shunt})\dot{V}_k - y_{km}\dot{V}_m \quad (3.1)$$

$$\dot{I}_{mk} = -y_{km}\dot{V}_k + (y_{km} + jb_{km}^{shunt})\dot{V}_m \quad (3.2)$$

Os transformadores em fase podem ser modelados como impedâncias série associadas a transformadores ideais, conforme representado na FIGURA 2 (Abur; Exposito, 2004; Monticelli, 1983).

FIGURA 2 – MODELO DE TRANSFORMADORES EM FASE



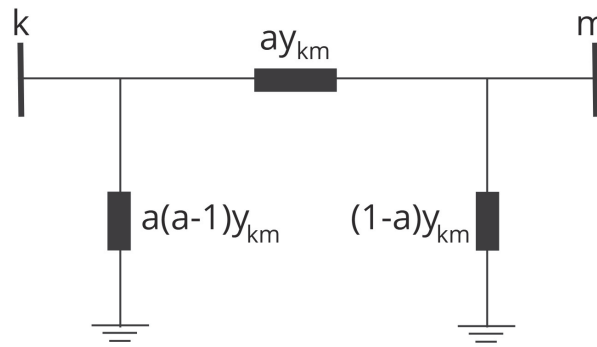
FONTE: A autora (2026)

Para esse modelo de transformador em fase, as correntes correspondentes são dadas por (Monticelli, 1983):

$$\dot{I}_{km} = (a^2 y_{km})\dot{V}_k - a y_{km}\dot{V}_m \quad (3.3)$$

$$\dot{I}_{mk} = -a y_{km}\dot{V}_k + y_{km}\dot{V}_m \quad (3.4)$$

O transformador em fase também pode ser descrito pelo modelo π , sendo as admitâncias do circuito equivalente apresentadas na FIGURA 3 (Monticelli, 1983). Já para o modelo π do transformador em fase, considerando $A = a y_{km}$, $B = a(a - 1)y_{km}$ e $C = (1 - a)y_{km}$ e fazendo uma equivalência entre os coeficientes A , B e C com as expressões (3.3) e (3.4), têm-se as expressões dadas por (3.5) e (3.6) (Monticelli, 1983).

FIGURA 3 – MODELO EQUIVALENTE π DE TRANSFORMADORES EM FASE

FONTE: A autora (2026)

$$\dot{I}_{km} = (A + B)\dot{V}_k - A\dot{V}_m \quad (3.5)$$

$$\dot{I}_{mk} = -A\dot{V}_k + (A + C)\dot{V}_m \quad (3.6)$$

Já o transformador desfasador puro, o qual controla o fluxo de potência ativa através de uma defasagem entre os nós do ramo que está inserido, não pode ser representado pelo circuito equivalente π , sendo seu modelo dado na FIGURA 4 (Monticelli, 1983):

FIGURA 4 – MODELO DE TRANSFORMADOR DEFASADOR



FONTE: A autora (2026)

$$\dot{I}_{km} = y_{km}\dot{V}_k + (-y_{km}e^{-j\varphi_{km}})\dot{V}_m \quad (3.7)$$

$$\dot{I}_{mk} = (-y_{km}e^{j\varphi_{km}})\dot{V}_k + y_{km}\dot{V}_m \quad (3.8)$$

As cargas e os geradores são representados como injeções de potência complexa equivalente e não alteram a modelagem da rede, exceto no caso de cargas de impedância constante. Neste caso, as cargas são tratadas como admitâncias *shunt* conectadas às respectivas barras (Abur; Exposito, 2004).

Através de um conjunto de equações nodais, derivadas da aplicação da lei das correntes de Kirchhoff em cada barra, os componentes descritos são utilizados para

construir, portanto, o modelo de rede do sistema elétrico de potência (Abur; Exposito, 2004; Monticelli, 1983).

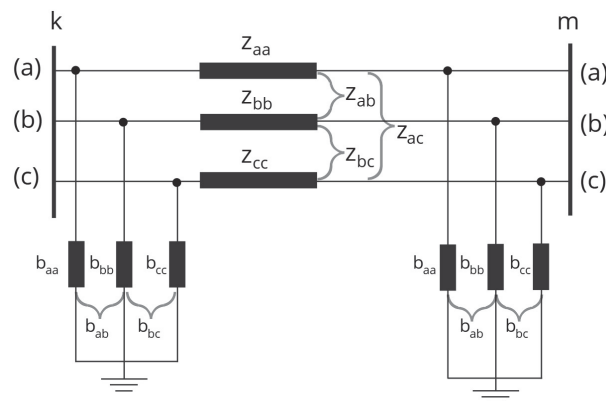
3.2 MODELAGEM TRIFÁSICA DO SISTEMA ELÉTRICO

Diferentemente dos sistemas de transmissão, os sistemas de distribuição são caracterizados por apresentarem desbalanceamentos originados pela presença concomitante de condutores monofásicos, bifásicos e trifásicos não transpostos e de cargas desequilibradas (Nanchian *et al.*, 2017). Sendo assim, a eficácia da representação monofásica não pode ser sempre garantida. É consenso na comunidade científica a necessidade da representação trifásica dos alimentadores dos sistemas de distribuição para garantir a funcionalidade das ferramentas de análise da rede elétrica. Sendo assim, esta seção apresenta em maior detalhe a modelagem trifásica dos principais elementos do sistema elétrico de potência.

3.2.1 Condutores

As linhas de transmissão das redes elétricas de distribuição são representadas através do modelo π , que representa cada uma das fases do sistema trifásico, conforme ilustrado na FIGURA 5.

FIGURA 5 – MODELO π PARA CIRCUITO TRIFÁSICO



FONTE: A autora (2026)

Cabe ressaltar que, como a linha trifásica é formada por um conjunto de três condutores, haverá o acoplamento magnético entre eles, originando as impedâncias mútuas. As matrizes que representam as impedâncias série e admitâncias *shunt* entre duas barras ($k-m$) são dadas, respectivamente, pelas equações a seguir.

$$z_{km}^{abc} = \begin{bmatrix} z_{km}^{aa} & z_{km}^{ab} & z_{km}^{ac} \\ z_{km}^{ba} & z_{km}^{bb} & z_{km}^{bc} \\ z_{km}^{ca} & z_{km}^{cb} & z_{km}^{cc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{km}^{aa} & r_{km}^{ab} & r_{km}^{ac} \\ r_{km}^{ba} & r_{km}^{bb} & r_{km}^{bc} \\ r_{km}^{ca} & r_{km}^{cb} & r_{km}^{cc} \end{bmatrix} + j \begin{bmatrix} x_{km}^{aa} & x_{km}^{ab} & x_{km}^{ac} \\ x_{km}^{ba} & x_{km}^{bb} & x_{km}^{bc} \\ x_{km}^{ca} & x_{km}^{cb} & x_{km}^{cc} \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

$$y_{km,shunt} = \begin{bmatrix} y_{km,shunt}^{aa} & y_{km,shunt}^{ab} & y_{km,shunt}^{ac} \\ y_{km,shunt}^{ba} & y_{km,shunt}^{bb} & y_{km,shunt}^{bc} \\ y_{km,shunt}^{ca} & y_{km,shunt}^{cb} & y_{km,shunt}^{cc} \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

onde:

z_{km} e $y_{km,shunt}$: são as matrizes de impedância série e susceptância *shunt*, respectivamente, entre as barras $k - m$;

$z_{km}^{aa}, \dots, y_{km,shunt}^{aa}$ (e demais sobrescritos iguais): impedâncias série próprias das fases e admitâncias *shunt* próprias das fases, respectivamente;

$z_{km}^{ab}, \dots, y_{km,shunt}^{ab}$ (e demais sobrescritos diferentes): impedâncias série mútuas entre as fases e admitâncias *shunt* mútuas entre as fases, respectivamente.

3.3 TRANSFORMADORES

Os transformadores são equipamentos que conectam diferentes níveis de tensão. Na modelagem trifásica, os transformadores podem ser representados através de dois enrolamentos acoplados, com impedâncias próprias no enrolamento primário e secundário e impedâncias mútuas entre eles. A relação entre as correntes e tensões dos enrolamentos do transformador pode ser expressa na seguinte equação:

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_p \\ \dot{I}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{pp} & y_{ps} \\ y_{sp} & y_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_p \\ \dot{V}_s \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

onde:

\dot{I}_p e \dot{I}_s : vetor da injeção de corrente trifásica do enrolamento primário e secundário do transformador, respectivamente;

\dot{V}_p e \dot{V}_s : vetor das tensões trifásicas no primário e secundário do transformador, respectivamente;

y_{pp} , y_{ss} , y_{sp} e y_{ps} submatrizes de admitâncias próprias e mútuas do transformador.

As submatrizes de admitâncias próprias e mútuas são determinadas conforme o tipo de conexão do transformador. Na TABELA 1 têm-se as estruturas para as ligações mais comuns.

Sendo y_t a admitância por fase do transformador em *p.u.*, tem-se (Arrillaga; Harker, 1978):

TABELA 1 – SUBMATRIZES DE ADMITÂNCIAS DO TRANSFORMADOR TRIFÁSICO DE ACORDO COM O TIPO DE LIGAÇÃO

Conexão do transformador		Admitância própria		Admitância mútua	
Primário	Secundário	y_{pp}	y_{ss}	y_{ps}	y_{sp}
Estrela aterrado	Estrela aterrado	Y_I	Y_I	$-Y_I$	$-Y_I$
Estrela aterrado	Estrela	Y_{II}	Y_{II}	$-Y_{II}$	$-Y_{II}$
Estrela aterrado	Triângulo	Y_I	Y_{II}	Y_{III}	Y_{III}^T
Estrela	Estrela aterrado	Y_{II}	Y_{II}	$-Y_{II}$	$-Y_{II}$
Estrela	Estrela	Y_{II}	Y_{II}	$-Y_{II}$	$-Y_{II}$
Estrela	Triângulo	Y_{II}	Y_{II}	Y_{III}	Y_{III}^T
Triângulo	Estrela aterrado	Y_{II}	Y_I	Y_{III}^T	Y_{III}
Triângulo	Estrela	Y_{II}	Y_{II}	Y_{III}^T	Y_{III}
Triângulo	Triângulo	Y_{II}	Y_{II}	$-Y_{II}$	$-Y_{II}$

FONTE: Arrillaga e Harker (1978)

$$Y_I = \begin{bmatrix} y_t & 0 & 0 \\ 0 & y_t & 0 \\ 0 & 0 & y_t \end{bmatrix} \quad Y_{II} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2y_t & -y_t & -y_t \\ -y_t & 2y_t & -y_t \\ -y_t & -y_t & 2y_t \end{bmatrix} \quad Y_{III} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} -y_t & y_t & 0 \\ 0 & -y_t & y_t \\ y_t & 0 & -y_t \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

Em casos onde a relação de transformação seja diferente da unitária e considerando α e β os taps do primário e do secundário, respectivamente, as submatrizes de admitâncias devem sofrer algumas modificações (Arrillaga; Harker, 1978):

- as submatrizes de admitâncias próprias do primário são divididas por α^2 ;
- as submatrizes de admitâncias próprias do secundário são divididas por β^2 ;
- as submatrizes de admitâncias mútuas são divididas por $\alpha\beta$.

3.4 REGULADORES DE TENSÃO

Os dispositivos denominados reguladores de tensão, instalados em subestações ou ao longo dos alimentadores, têm a função de manter constante a magnitude da tensão em um ponto específico do sistema, sendo constituídos por autotransformadores com regulagem manual ou automática de taps, nos quais a variação da tensão é obtida pela alteração da posição do tap. Segundo Kersting (2018), a relação de transformação (α_R) em função da posição do tap é definida por:

$$\alpha_R = 1 \mp 0,00625 \cdot Tap \quad (3.13)$$

Além disso, em razão dos aspectos construtivos, podem-se ter dois tipos de reguladores, denominados como regulador do tipo A e regulador do tipo B (Kersting, 2018). No tipo A, o valor positivo é aplicado para elevar a tensão e o valor negativo para reduzir. Já no tipo B, o valor positivo é para reduzir a tensão e o negativo, aumentar. Conforme essa classificação, as tensões e correntes do primário e secundário, do regulador do tipo A, são dadas por:

$$V_p = \frac{1}{\alpha_R} V_s \quad I_p = \alpha_R I_r \quad (3.14)$$

e do regulador do tipo B:

$$V_p = \alpha_R V_s \quad I_p = \frac{1}{\alpha_R} I_r \quad (3.15)$$

Considerando a representação trifásica e que o regulador do tipo B é mais comum de ser utilizado, tem-se, a partir da equação (3.15):

$$V_p - \alpha_{reg} V_s = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

sendo os subscritos p e s referentes ao primário e secundário, respectivamente.

Tendo α_{reg} como a matriz de relação entre as tensões primárias e secundárias do regulador de tensão, para os reguladores do tipo B, têm-se as seguintes relações conforme os tipos de conexão do regulador (conectado em estrela, em triângulo fechado e triângulo aberto) (Kersting, 2018):

$$\begin{aligned} \text{Estrela} \Rightarrow \quad \alpha_{reg} &= \begin{bmatrix} \alpha_{Ra} & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_{Rb} & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_{Rc} \end{bmatrix} \\ \text{Triângulo Fechado} \Rightarrow \quad \alpha_{reg} &= \begin{bmatrix} \alpha_{Rab} & 1 - \alpha_{Rbc} & 0 \\ 0 & \alpha_{Rbc} & 1 - \alpha_{Rca} \\ 1 - \alpha_{Rab} & 0 & \alpha_{Rca} \end{bmatrix} \\ \text{Triângulo Aberto} \Rightarrow \quad \alpha_{reg} &= \begin{bmatrix} \alpha_{Rab} & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_{Rbc} & 0 \\ -\alpha_{Rab} & -\alpha_{Rcb} & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.17)$$

onde:

α_{Ra} , α_{Rb} e α_{Rc} : relação de transformação para cada uma das tensões de fase;

α_{Rab} , α_{Rbc} e α_{Rca} : relação de transformação para cada uma das tensões de linha.

Nos reguladores de tensão do tipo A, os elementos α_R de (3.17) são substituídos pelo seu inverso (Kersting, 2018).

3.5 CARGAS

No sistema elétrico de potência, as cargas são usualmente modeladas como injeções de potências constantes, concentradas nas barras (pontos de carga). Essa simplificação é amplamente utilizada em estudos de fluxo de carga e em outras ferramentas de análise em regime permanente. Entretanto, em situações de desequilíbrio, torna-se necessário especificar as diferenças entre fases, atribuindo valores distintos de potência a cada uma delas. Além disso, algumas cargas podem apresentar comportamento dependente da tensão e/ou corrente em seus terminais, de modo que a potência demandada não seja constante.

Uma das abordagens tradicionais é modelo exponencial (Kundur, 2007):

$$P^{esp} = P^{nom} \cdot \bar{V}^a \quad Q^{esp} = Q^{nom} \cdot \bar{V}^b \quad (3.18)$$

sendo:

P^{esp} e Q^{esp} : potências ativas e reativas especificadas para cada fase;

P^{nom} e Q^{nom} : potências ativas e reativas nominais, no início do processo iterativo;

V : relação entre a tensão atualizada e seu valor nominal;

a e b : parâmetros do modelo relacionados com a potência ativa e reativa, respectivamente.

Os parâmetros a e b são utilizados para representar característica de carga com potência constante, corrente constante ou impedância constante, com valores dentro dos intervalos de $0,5 < a < 1,8$ e $1,5 < b < 6$ (Kundur, 2007).

Outro modelo utilizado é o polinomial, conhecido como ZIP, onde Z é para impedância constante, I para a corrente constante e P para a potência constante. Nesse modelo, a potência demandada da carga é dada por (Kundur, 2007):

$$P^{esp} = P^{nom} \cdot (p_1 \bar{V}^2 + p_2 \bar{V} + p_3) \quad Q^{esp} = Q^{nom} \cdot (q_1 \bar{V}^2 + q_2 \bar{V} + q_3) \quad (3.19)$$

Os coeficientes p e q determinam a proporção de cada tipo de carga (ativa e reativa, respectivamente) na carga equivalente. Além disso, a soma dos coeficientes da carga ativa ou reativa não deve ultrapassar o valor unitário (Kundur, 2007).

Outro ponto é o tipo de conexão das cargas dos alimentadores de distribuição, que, além da possibilidade de serem monofásicas, bifásicas ou trifásicas, podem estar conectadas em estrela ou triângulo.

Nas cargas conectadas em estrela, a representação pode ser através do modelo exponencial, através da equação (3.18), ou do modelo ZIP, pela equação (3.19), onde as injeções de potência são dadas por fase (Braunstein, 2016). Já nas cargas conectadas em triângulo, que é caracterizada pelos valores entre as linhas, primeiro deve-se fazer um ajuste através dos equacionamentos das potências complexas da carga em triângulo para depois conseguir obter as potências por fase, separando a parte real e imaginária (Braunstein, 2016).

3.6 NORMALIZAÇÃO COMPLEXA POR UNIDADE

Os fundamentos básicos da normalização por unidade (*p.u.*), técnica consolidada para análise do sistema elétrico de potência, consistem em expressar as grandezas elétricas como valores relativos a uma base escolhida, sendo geralmente uma potência e uma tensão de base.

A técnica da normalização complexa por unidade (*cpu*), apresentada em Tortelli *et al.* (2015), pode ser compreendida como uma generalização da normalização *p.u.*. As tensões de base seguem os mesmos padrões da normalização *p.u.*, e, agora, é adotada uma potência de base de complexa, associada a um ângulo de base, denotado por ϕ_{base} (Tortelli *et al.*, 2015):

$$\dot{S}_{base} = |\dot{S}_{base}| e^{-j\phi_{base}} \quad (3.20)$$

A impedância de base desse novo sistema pode ser obtida por:

$$\dot{Z}_{base} = \frac{V_{base}^2}{\dot{S}_{base}^*} = |\dot{Z}_{base}| e^{-j\phi_{base}} \quad (3.21)$$

De forma que a impedância em *cpu* pode ser calculada por:

$$\dot{Z}_{cpu} = \frac{R_{\Omega} + jX_{\Omega}}{\dot{Z}_{base}} = \frac{|\dot{Z}_{\Omega}| \cdot e^{j\theta}}{|\dot{Z}_{base}| e^{-j\phi_{base}}} = |\dot{Z}_{pu}| e^{j(\theta + \phi_{base})} \quad (3.22)$$

onde θ é o ângulo de fase original da impedância e o subscrito Ω representa as quantidades em ohms.

Desta forma, a resistência e reatância em *cpu* são definidas por:

$$R_{cpu} = |\dot{Z}_{pu}| \cos(\theta + \phi_{base}) \quad (3.23)$$

$$X_{cpu} = |\dot{Z}_{pu}| \sin(\theta + \phi_{base}) \quad (3.24)$$

Através das equações (3.23) e (3.24), tem-se a relação X/R em função do ângulo de base da potência complexa, conforme demonstrado a seguir:

$$\frac{X_{cpu}}{R_{cpu}} = \frac{Z_{pu} \text{sen}(\theta + \phi_{base})}{Z_{pu} \text{cos}(\theta + \phi_{base})} = \tan(\theta + \phi_{base}) \quad (3.25)$$

A potência complexa em cpu pode ser expressa por (Tortelli *et al.*, 2022):

$$\dot{S}_{cpu} = \frac{S_{VA} e^{j\delta}}{S_{base} e^{-j\phi_{base}}} = S_{pu} e^{j(\delta + \phi_{base})} \quad (3.26)$$

onde δ é o ângulo de fase original da potência aparente (ou seja, ângulo da defasagem entre tensão e corrente) e o subscrito VA representa as quantidades em volt-ampère.

O fasor da corrente é expresso por:

$$\dot{I}_{cpu} = \frac{I_A e^{j\beta}}{I_{base} e^{j\phi_{base}}} = I_{pu} e^{j(\beta - \phi_{base})} \quad (3.27)$$

onde β é o ângulo de fase original da corrente e o subscrito A representa as quantidades em amperes.

A tensão em cpu é obtida por:

$$\dot{V}_{cpu} = \frac{\dot{S}_{cpu}}{\dot{I}_{cpu}^*} \quad (3.28)$$

A partir de (3.26) e (3.27), chega-se em:

$$\dot{V}_{cpu} = \frac{S_{pu} e^{j(\delta + \phi_{base})}}{I_{pu} e^{-j(\beta - \phi_{base})}} = \frac{S_{pu} e^{j\delta} e^{j\phi_{base}}}{I_{pu} e^{-j\beta} e^{j\phi_{base}}} = \dot{V}_{pu} \quad (3.29)$$

Como demonstrado na Equação (3.29), a normalização cpu não modifica os valores de tensão complexa (Tortelli *et al.*, 2015; Tortelli *et al.*, 2022).

4 PROCESSAMENTO DE ERROS NA ESTIMAÇÃO DE ESTADOS DESACOPLADA IRRESTRITA EM SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO

Este capítulo apresenta as contribuições deste trabalho para aprimorar o processamento de erros do estimador de estados irrestrito desacoplado apresentado em Nogueira (2019). O estimador apresentado em Nogueira (2019) adota o processamento de erros baseado no teste do Máximo Resíduo Normalizado (MRN).

O teste do MRN é uma prática comum para identificar erros grosseiros (EG) em medidas em sistemas de transmissão (ST) e tem sido também adotado na estimação de estados para sistemas de distribuição (ESSD) (Mutanen *et al.*, 2011; Braunstein *et al.*, 2015). Porém, além de não ser possível evitar a possibilidade de eliminação de medidas corretas (na ocorrência de erros múltiplos), o que incorre na redução do nível de redundância, o teste do MRN traz consigo a necessidade de sucessivas reestimações dos estados em um processo que envolve a eliminação/correção de cada medida associada ao maior resíduo normalizado.

Devido à elevada dimensão dos sistemas de distribuição (SD), a integração do processamento de erros na ESSD torna-se mais complexa. Em alimentadores reais, com centenas ou milhares de barras, a redução do esforço computacional, tanto na estimação de estados quanto nas rotinas de processamento de erros, é essencial para viabilizar a modelagem em tempo real.

Nesse contexto, este capítulo apresenta a extensão da interpretação geométrica dos multiplicadores de Lagrange normalizados propostos em Lourenço (2001) e Lourenço *et al.* (2006), para os resíduos desacoplados obtidos no estimador desacoplado irrestrito em Nogueira (2019). Dessa forma o método proposto permite substituir o teste do MRN ali adotado, por testes geométricos, agora associados à estimação de estados desacoplada irrestrita de sistemas de distribuição.

Inicialmente, este capítulo apresenta uma contextualização, seguida da metodologia proposta. No final do capítulo, são apresentados resultados de simulações realizadas com um alimentador brasileiro de distribuição de 136 barras, a fim de avaliar o desempenho do processamento de erros desacoplado quando associado ao estimador de estados desacoplado rápido irrestrito com normalização *cpu* (EESD-DR).

4.1 CONTEXTUALIZAÇÃO

Nos últimos anos, os sistemas de distribuição têm passado por transformações significativas. Essas modificações são atribuídas principalmente ao aumento da geração distribuída e à incorporação de tecnologias de redes inteligentes (*Smart Grids*), que

transformaram os sistemas de distribuição de agentes passivos em agentes ativos do sistema elétrico (Primadianto; Lu, 2016).

A crescente complexidade desses sistemas modernos exige ferramentas mais avançadas para o monitoramento e o controle de sua operação. A estimação de estados é reconhecida como uma ferramenta fundamental para apoiar essas tarefas, destacando-se por suas propriedades de detecção e identificação de erros grosseiros (EG). A estimação de estados com processamento de EG confere robustez à modelagem em tempo real, fornecendo estimativas confiáveis do estado atual da rede elétrica (Abur; Exposito, 2004; Monticelli, 1999).

A formulação tradicional via Mínimos Quadrados Ponderados (MQP) irrestrito para a estimação de estados e suas versões desacopladas rápidas são amplamente aplicadas devido à sua eficácia e eficiência computacional (Abur; Exposito, 2004; Monticelli; Garcia, 1990). Originalmente desenvolvida para sistemas de transmissão, onde as altas relações X/R implicam uma baixa sensibilidade das equações de potência ativa (reativa) em relação à magnitude (ângulo) das tensões nodais, o desempenho do MQP desacoplado rápido é comprometido quando aplicado diretamente à estimação de estados em sistemas de distribuição (EESD), nos quais o desacoplamento $P\theta - QV$ não ocorre naturalmente (Abur; Exposito, 2004).

Para contornar esse problema, pode-se utilizar a normalização complexa por unidade (cpu) (Tortelli *et al.*, 2015; Lourenço *et al.*, 2022). Essa técnica é capaz de aumentar artificialmente as relações X/R , mantendo inalterada a estimativa original das tensões nodais. A cpu foi proposta com o objetivo de permitir que o fluxo de potência desacoplado rápido fosse aplicado de forma eficiente a SD (Tortelli *et al.*, 2015). Mais recentemente, a proposta da cpu foi aplicada com sucesso à EESD (Ju *et al.*, 2017; Lourenço *et al.*, 2022; Nogueira *et al.*, 2019; Yang *et al.*, 2019).

A eficiência do processamento EG é fundamental para a acurácia da estimação de estados. Métodos tradicionais, como o teste do MRN e Chi-Quadrado, podem se tornar computacionalmente proibitivos em SD de grande porte, uma vez que requerem sucessivas reestimações para a avaliação de cada medição suspeita.

Nesse contexto, este trabalho propõe a extensão dos testes geométricos, originalmente desenvolvidos a partir da interpretação geométrica dos multiplicadores de Lagrange na estimação de estados restrita (Lourenço *et al.*, 2015), de modo a torná-los capazes de detectar e identificar EG na modelagem em tempo real de SD via estimação de estados de sistemas de distribuição desacoplada rápida irrestrita com cpu (EESD-DR).

Na metodologia proposta, a partição entre grandezas ativa e reativa, a matriz Jacobiana desacoplada e constante e a matriz ganho resultantes da abordagem desa-

coplada rápida são exploradas para desenvolver testes de colinearidade desacoplados, utilizados para detectar a presença de anomalias, selecionar as medidas ativas (ou reativas) suspeitas de erro e identificar a medida errônea dentro do conjunto suspeito.

O teste de colinearidade é simples e apresenta baixo custo computacional. Esses testes apresentam como principal vantagem a eliminação de múltiplas reestimativas de estado e eventual eliminação de medidas corretas, procedimento inevitável quando se utiliza o método sequencial de detecção e eliminação do teste MRN, conforme discorrido na sequência.

4.2 PROCESSAMENTO DE ERROS NA EESD-DR IRRESTRITA VIA TESTES GEOMÉTRICOS

O processamento de erros proposto é composto por três etapas principais: detecção de erro, seleção de conjunto suspeito e identificação de erros. Para a detecção de erro, o teste do MRN amplamente conhecido é empregado. A novidade reside na etapa de identificação, onde uma etapa de seleção de medidas suspeitas é adotada antes de prosseguir com o processo de identificação do erro, a qual passa a ser baseada unicamente na aplicação do teste geométrico desacoplado. A seguir são apresentados a definição dos resíduos normalizados desacoplados, a interpretação geométrica dos resíduos na formulação desacoplada proposta e os algoritmos de detecção e identificação.

4.2.1 Resíduos Normalizados

Após a execução da estimação de estados via MQP irrestrito desacoplado, os resíduos associados às medidas ativas e reativas são normalizados, ou seja:

$$(r_i^A)^N = \frac{|r_i^A|}{\sqrt{\Omega_{ii}^A}} \quad (r_i^R)^N = \frac{|r_i^R|}{\sqrt{\Omega_{ii}^R}} \quad (4.1)$$

onde: $(r_i^A)^N$ e $(r_i^R)^N$ são os resíduos normalizados da medida ativa i e reativa i , respectivamente. Ω_{ii} é o elemento da diagonal da matriz de covariância correspondente aos resíduos ativos (reativos), calculados através de:

$$\Omega^A = W^A R^A \quad \Omega^R = W^R R^R \quad (4.2)$$

sendo: W^A e W^R as matrizes de sensibilidade dos resíduos da parte ativa e reativa, respectivamente, e, R^A e R^R as matrizes de covariância das medidas convencionais referentes às grandezas ativas e reativas, respectivamente.

A matriz de sensibilidade dos resíduos (W) é obtida conforme demonstrado em Abur e Exposito (2004). Aqui, considerando o desacoplamento das grandezas, as

matrizes de sensibilidade dos resíduos denotadas por W^A e W^R são calculadas via (Nogueira, 2019):

$$W^A = 1 - (H_{AA})^T (G_{AA})^{-1} H_{AA} (R_A)^{-1} \quad (4.3)$$

$$W^R = 1 - (H_{RR})^T (G_{RR})^{-1} H_{RR} (R_R)^{-1} \quad (4.4)$$

sendo H_{AA} (H_{RR}) e G_{AA} (G_{RR}) as submatrizes da Jacobiana e ganho, respectivamente, obtidas via (2.18) e (2.19) descritas na Seção 2.2.

4.2.2 Interpretação Geométrica dos Resíduos Desacoplados

A relação entre o vetor de resíduos e o vetor ϵ de erros nas medidas é dada por $r = W\epsilon$, onde W é a matriz de sensibilidade de resíduos, que se relaciona com a matriz de covariância de resíduos como $W = \Omega R^{-1}$ (Abur; Exposito, 2004).

Sob a suposição de que todas as medidas ativas (reativas) disponíveis são perfeitas, exceto aquelas contidas no conjunto suspeito S_A (S_R), todas as entradas em ϵ são zero, exceto nas posições relacionadas às medidas errôneas contidas em S_A (S_R). Consequentemente, o vetor de resíduos ativos (reativos) desacoplados pode ser escrito como:

$$r = W_S \epsilon_S \quad (4.5)$$

onde W_S é uma submatriz composta pelas colunas em W correspondentes às medidas ativas (reativas) em S_A (S_R); e ϵ_S é composto pelas posições no vetor de erros que correspondem às medidas ativas (reativas) em S_A (S_R).

A Equação (4.5) mostra que no caso em que todas as medidas ativas (reativas) errôneas estão de fato incluídas em S_A (S_R), o vetor r estará no mesmo espaço coluna ativo (reativo) de W_S . Consequentemente, o ângulo θ_S entre o resíduo ativo (reativo) r e sua projeção no espaço coluna ativo (reativo) W_S será zero, e $\cos\theta_S = 1$.

Com base nos desenvolvimentos teóricos apresentados em Lourenço *et al.* (2006), o cosseno de θ_S pode ser calculado por:

$$\cos\theta_S = \sqrt{\frac{r_S^T (W_{SS})^{-1} r_S}{r^T R r}} \quad (4.6)$$

onde r_s é o vetor composto pelos resíduos ativos (reativos) correspondentes às medidas no conjunto S_A (S_R) e W_{SS} é uma submatriz de W composta pelas linhas e colunas correspondentes às medidas ativas (reativas) em S_A (S_R).

Na prática, as medidas estão sujeitas a erros aleatórios, de modo que o valor de $\cos\theta$ não será exatamente igual a 1, mas se aproximará desse valor. Isso significa que é possível garantir que todas as medidas ativas (reativas) errôneas tenham sido incluídas no conjunto S_A (S_R) se $\cos\theta_S \geq (1 - \varepsilon_{\cos})$, onde $\varepsilon_{\cos} \in [0, 01; 0, 1]$.

4.2.3 Processo de Detecção: Teste do MRN

A partir da normalização dos resíduos conforme (4.1), o valor do maior resíduo normalizado é monitorado para detectar a presença ou não de medidas errôneas no conjunto de medidas disponíveis, ou seja:

- **Teste de Detecção de Erro:** Se o $\max\{(r_i^A)^N, (r_i^R)^N\}$ for maior do que um limiar pré-definido, uma anomalia é detectada. Prossiga para a seleção de medidas suspeitas.

Uma vez que uma anomalia é detectada, inicia-se um novo passo que consiste em reduzir o conjunto de medidas ativas (reativas) que serão examinadas na etapa de identificação. Neste processo, o resíduo normalizado de cada medida ativa (reativa) é confrontado com um limiar pré-especificado (ε_r) para se concluir se a medida ativa (reativa) deve (ou não) ser incluída nos conjunto de medidas suspeitas de conter erro de modelagem, ou seja:

- **Seleção de Medidas Suspeitas Ativas (Reativas):** se $(r_i^A)^N$ ($(r_i^R)^N$) for maior que ε_r , a medida ativa (reativa) i é incluída no conjunto de medidas suspeitas ativas (reativas), S_A (S_R).

Na formulação desacoplada proposta, a seleção de medidas suspeitas é aplicada tanto ao subproblema ativo quanto reativo, resultando assim na formação dos conjuntos suspeitos S_A e S_R , respectivamente. O bom desempenho de todo o procedimento de identificação depende da garantia de que todas as medidas ativas (reativas) portadoras de EG estejam incluídas no conjunto S_A (S_R). Isso é alcançado por meio da primeira etapa de aplicação do teste geométrico desacoplado descrito na próxima subseção.

4.2.4 Processo de Identificação: Testes Geométricos Desacoplados

O teste do cosseno concebido a partir de (4.6) é empregado em duas etapas. Primeiro, é usado para garantir que todas as informações ativas (reativas) errôneas estejam incluídas no conjunto suspeito S_A (S_R), ou seja:

- **Primeira Etapa: Garantindo a inclusão de dados errôneos em S_A (S_R):**

– *se* $\cos\theta_S \geq (1 - \varepsilon_{\cos})$:

então todos os dados errôneos estão incluídos em S , vá para a etapa de identificação

– *caso contrário*:

reduza o ε_r para a seleção de medidas suspeitas, e retorne para a etapa de seleção-inclusão de medidas ativas (reativas) no conjunto $S_A(S_R)$. Este procedimento é repetido até que o teste do cosseno seja satisfeito para o conjunto de medidas suspeitas ativas e reativas, ou seja, até que $\cos\theta \geq 1 - \varepsilon_{\cos}$ para o conjunto S_A e S_R .

Uma vez que a primeira etapa do teste do cosseno é satisfeita, o processo de identificação de erros se inicia. Essa etapa consiste em investigar quais das medidas ativas (reativas) classificadas como suspeitas são de fato errôneas e quais foram incluídas inadvertidamente como suspeitas em $S_A(S_R)$.

Para contornar a necessidade de eliminação/correção da medida suspeita e reestimativa dos estados, cada conjunto $S_A(S_R)$ é examinado sob execução sucessiva do teste do cosseno para eliminar do conjunto $S_A(S_R)$ todas as medidas ativas (reativas) sem erro. O procedimento é descrito a seguir.

• **Segunda etapa: Identificação de medidas portadoras de erros grosseiros:**

Remova a medida ativa (reativa) i de $S_A(S_R)$ e calcule o $\cos\theta_{S_{red}}$ para o conjunto reduzido S_{red} usando (4.6).

– *se* $\cos\theta_{S_{red}} \geq (1 - \varepsilon_{\cos})$:

o conjunto $S_A(S_R)$ contém todas as informações ativas (reativas) errôneas, ou seja, a medida ativa (reativa) i está livre de erro e deve permanecer fora do conjunto $S_A(S_R)$.

– *caso contrário*:

a medida ativa (reativa) i contém um erro grosseiro e deve retornar ao conjunto $S_A(S_R)$.

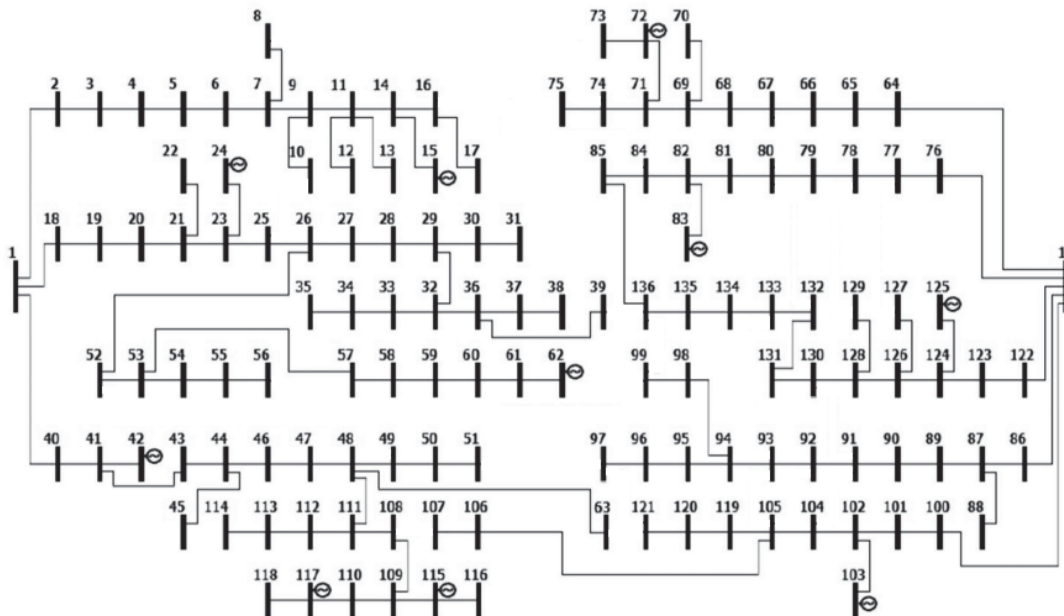
No final deste processo, o conjunto remanescente $S_A(S_R)$ conterà apenas as medidas errôneas e o processo de identificação é concluído. Após corrigir/ eliminar todas as medidas ativas e reativas errôneas de uma vez, os estados são reestimados e um teste de detecção de erros de verificação dupla é aplicado para garantir que as medidas ativas e reativas estejam de fato livres de erros.

Após a apresentação da formulação e etapas que compõem o método de processamento de erros proposto, na seção seguinte são apresentados os resultados obtidos através das simulações realizadas.

4.3 PROCESSAMENTO DE ERROS NA EESD-DR: SIMULAÇÕES E RESULTADOS

O desempenho do processamento de erros grosseiros proposto neste capítulo foi avaliado por meio de simulações realizadas em um sistema de distribuição brasileiro de 136 barras, com dez fontes adicionais de geração distribuída integradas à rede em nós específicos, conforme ilustrado na FIGURA 6. A descrição do sistema utilizado e os dados podem ser encontrados em Mantovani *et al.* (2000).

FIGURA 6 – SISTEMA DE DISTRIBUIÇÃO 136 BARRAS



FONTE: Adaptado de Mantovani *et al.* (2000).

As medidas são simuladas com a presença de erros aleatórios, apresentando covariâncias em torno de 2% dos valores reais. Em relação à normalização *cpu*, o ângulo de base (ϕ_{base}) adotado foi de $43,18^\circ$, determinado seguindo a formulação dada em Tortelli *et al.* (2015). Considerando a notação das medidas como z_{i-j} para o fluxo de potência na linha $i - j$ e z_i para a injeção de potência, este capítulo apresenta os resultados do processamento de erros na EESD-DR proposto dos seguintes casos descritos na TABELA 2.

TABELA 2 – DESCRIÇÃO DOS CASOS DE PROCESSAMENTO DE ERROS NA EESD-DR

Caso	Descrição
Caso A	Erro grosseiro simples no fluxo de potência ativa z_{86-87}^A
Caso B	Erro grosseiro simples no fluxo de potência ativa z_{89-90}^A e no fluxo de potência reativa z_{20-21}^R
Caso C	Erro grosseiro simples em medidas de fluxo de potência ativa (z_{86-87}^A , z_{89-90}^A e $z_{105-106}^A$)
Caso D	Erro grosseiro simples em medidas de fluxo de potência reativa (z_{86-87}^R , z_{89-90}^R e $z_{105-106}^R$)
Caso E	Erros grosseiros múltiplos (z_{89-90}^A e $z_{105-106}^R$; z_{89-90}^A e $z_{105-106}^A$)

4.3.1 Impacto da normalização *cpu*

Inicialmente, com o objetivo de avaliar o impacto da normalização *cpu* no desempenho do EESD-DR, foram monitoradas a convergência e o número de iterações ao se aplicarem diferentes ângulos de base, variando de 0° a 90°, com passos de 5 graus. A FIGURA 7 relaciona a variação do ângulo de base (ϕ_{base}) com o número de iterações ativas e reativas do EESD-DR, para o cenário sem erros grosseiros, Caso A e Caso B.

É importante destacar que, para ângulos de base nos intervalos de 0° a 10° e de 80° a 90°, o estimador não converge. Nos intervalos próximos a 20° e 70°, o estimador passa a convergir, porém com 31 e 30 iterações ativas e reativas, respectivamente, além de apresentar um tempo computacional 2,4 vezes maior em comparação ao obtido com o ângulo de base calculado conforme Tortelli *et al.* (2015), com 4 iterações ativas e 3 reativas.

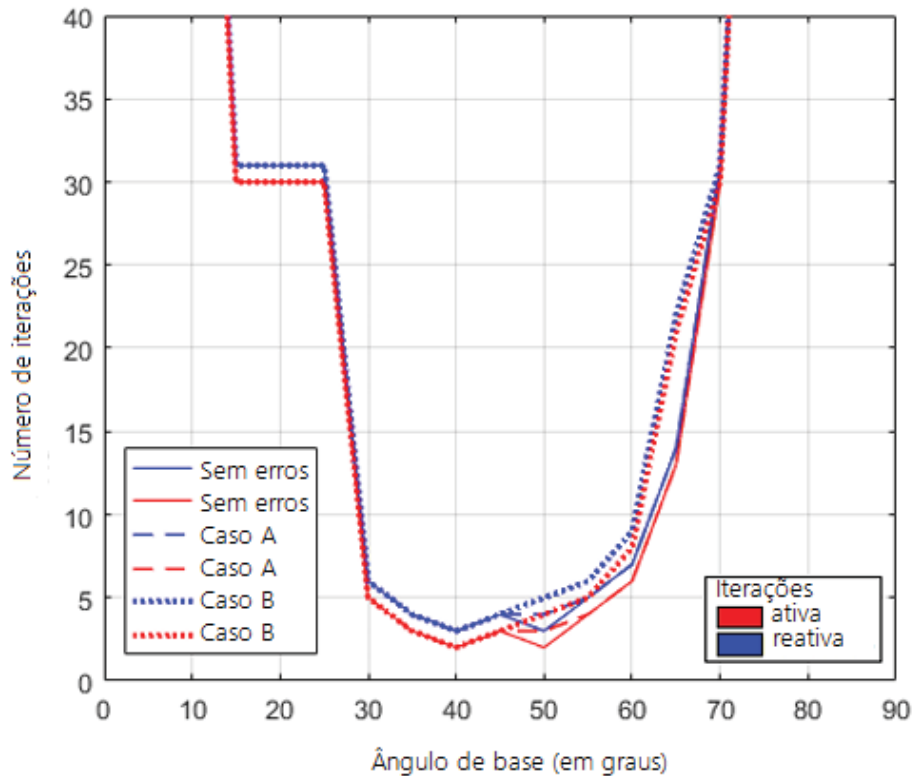
Esses resultados demonstram a relevância da normalização *cpu* para garantir a convergência do EESD-DR e evidencia a redução significativa obtida tanto no número de iterações quanto no tempo de convergência.

4.3.2 Processamento de erros grosseiros via teste geométrico

Os algoritmos de detecção e identificação de erros grosseiros apresentados na Seção 4.2.3 e Seção 4.2.4 foram avaliados considerando casos de erros simples e múltiplos, como descritos na TABELA 2. Um limiar de 3,0¹ é adotado na etapa de detecção de erro e seleção do conjunto suspeito ($\varepsilon_r = 3, 0$). Nas etapas de garantia de

¹ Sob a hipótese de erros de medição independentes e gaussianos com média zero, os resíduos normalizados seguem aproximadamente uma distribuição normal padrão $N(0, 1)$ (Abur; Exposito, 2004). O limiar estatístico usualmente adotado é 3,0, uma vez que nesse caso cerca de 99,7% dos valores encontram-se dentro de ± 3 desvios padrão, de modo que resíduos fora desse intervalo são fortes indicativos de erros grosseiros.

FIGURA 7 – DESEMPENHO DA CONVERGÊNCIA EM FUNÇÃO DO ÂNGULO DE BASE



FONTE: A autora (2026)

inclusão de medidas errôneas no conjunto suspeito e identificação de erro, adota-se o limiar de $\varepsilon_{cos} \in [0, 01; 0, 1]$ para os testes geométricos.

Na descrição dos Casos A e B são apresentados maiores detalhes com relação à triagem do conjunto suspeito requerida no processo de identificação dos erros grosseiros.

No Caso A, o MRN ativo foi de 8,7522, enquanto o MRN reativo foi de 2,9106, garantindo a detecção de erro no conjunto de medidas ativas. Seguindo o algoritmo proposto na Seção 4.2.3, todas as medidas ativas com resíduos normalizados maiores ou igual a 3,0 são incluídas no conjunto suspeito S_A , conforme apresentado na TABELA 3.

O teste do cosseno associado ao conjunto S_A é realizado, resultando em um valor de 0,9528, o que garante que todas as medidas portadoras de erros grosseiros estão contidas em S_A . O processo de triagem começa, onde as medidas são removidas uma a uma de S_A enquanto o cosseno é recalculado a cada retirada, como demonstrado na TABELA 3.

Observa-se que na segunda iteração de triagem, ao remover a medida z_{86-87}^A , o valor do cosseno reduz para 0,5842, indicando que essa medida é errônea e deve

TABELA 3 – CASO A: RESULTADOS DO PROCESSAMENTO DE ERROS NA EESD-DR IRRESTRITA VIA TESTES GEOMÉTRICOS

S_A (completo) $r^N \geq 3,0$	S_A 1ª triagem	S_A 2ª triagem	S_A 3ª triagem
z_{1-86}^A	z_{86-87}^A		
z_{86-87}^A		z_{88-87}^A	z_{86-87}^A
z_{88-87}^A	z_{88-87}^A		
$\cos\theta_S$	$\cos\theta_S$	$\cos\theta_S$	$\cos\theta_S$
0,9528	0,9528	0,5842	0,9528

permanecer em S_A . No final do processo, apenas a medida z_{86-87}^A está em S_A , e o erro grosseiro é corretamente identificado. Lembrando que, como o MRN reativo foi igual à 2,9106, nenhuma medida reativa foi adicionada ao conjunto suspeito S_R , deixando-o vazio.

Os resultados para os erros descritos no Caso B são apresentados na TABELA 4 e na TABELA 5. O MRN foi de 7,6543 e 29,0376 para medidas ativas e reativas, respectivamente, detectando a presença de erro(s) grosseiro(s).

TABELA 4 – CASO B: RESULTADOS DO PROCESSAMENTO DE ERROS NA EESD-DR IRRESTRITA VIA TESTES GEOMÉTRICOS (MEDIDAS ATIVAS)

S_A (completo) $r^N \geq 3.0$	S_A 1ª triagem	S_A 2ª triagem
z_{89-90}^A	z_{91-90}^A	z_{89-90}^A
z_{91-90}^A		
$\cos\theta_S$	$\cos\theta_S$	$\cos\theta_S$
0,9587	0,5017	0,9587

O cosseno do conjunto completo S_A foi de 0,9587, indicando que todas as medidas ativas errôneas estão incluídas neste conjunto. Posteriormente, durante o processo de triagem de S_A , como mostrado na TABELA 4, observa-se que ao remover z_{89-90}^A , o valor de $\cos\theta_S$ diminui significativamente. Ao retornar ao conjunto S_A (e remoção de z_{91-90}^A), o valor de $\cos\theta_S$ apresenta valor de 0,9587, indicando a origem da anomalia.

Após a identificação da medida ativa errônea, prossegue-se com a identificação da medida reativa errônea, como demonstrado na TABELA 5.

O conjunto S_R é construído e o cosseno do conjunto completo assegura que o erro está dentro de S_R . Novamente, por meio do processo de triagem, as medidas reativas são sistematicamente removidas e o cosseno é recalculado, como mostrado na TABELA 5.

Ressalta-se que o cosseno cai abaixo do limiar após a remoção da medida

TABELA 5 – CASO B: RESULTADOS DO PROCESSAMENTO DE ERROS NA EESD-DR IRRESTRITA VIA TESTES GEOMÉTRICOS (MEDIDAS REATIVAS)

S_R (completo) $r^N \geq 3.0$	S_R 1ª triagem	S_R 2ª triagem	S_R 3ª triagem	S_R 4ª triagem
z_{1-18}^R z_{20-21}^R z_{21-22}^R z_{19-18}^R z_{22-21}^R	z_{20-21}^R z_{21-22}^R z_{19-18}^R z_{22-21}^R	z_{20-21}^R z_{19-18}^R z_{22-21}^R	z_{20-21}^R z_{19-18}^R	z_{19-18}^R
$\cos\theta_S$	$\cos\theta_S$	$\cos\theta_S$	$\cos\theta_S$	$\cos\theta_S$
0,9825	0,9825	0,9825	0,9197	0,4778

errônea, especificamente z_{20-21}^R , sugerindo que nem todas as medidas errôneas estão incluídas em S_R e, posteriormente, identificando-a, corretamente, como a origem da anomalia reativa.

Os resultados para os cenários do Caso C estão resumidos na TABELA 6. Os resultados incluem os valores do MRN bem como o valor do cosseno para o conjunto S_A apenas, para duas etapas: primeiro, antes do processo de triagem (quando S_A contém todas as medidas com resíduo normalizado superior ao limiar, incluindo a medida com erro), denominado $\cos\theta_S$ (S_A completo); e, posteriormente, o valor do cosseno apenas para a etapa da triagem em que a Medida Errônea (ME) é removida de S_A , denotado por $\cos\theta_S$ (S_A sem ME).

TABELA 6 – CASO C: RESULTADOS DO PROCESSAMENTO DE EG SIMPLES NA EESD-DR

ME	MRN	$\cos\theta_S$ (S_A completo)	$\cos\theta_S$ (S_A sem ME)
z_{86-87}^A	8,7522	0,9528	0,5842
z_{89-90}^A	7,6550	0,9652	0,6713
$z_{105-106}^A$	12,4329	0,9881	0,8150

O MRN, apresentado na segunda coluna da TABELA 6, indica a detecção de medida incorreta nos três casos, conduzindo à etapa de identificação por meio do teste geométrico. Observa-se que, em todos os casos, o valor do cosseno para o conjunto suspeito completo $\cos\theta_S$ (terceira coluna) aponta a presença de uma medida errônea em S_A .

Durante o processo de triagem, ao remover a medida incorreta do conjunto suspeito, o valor de $\cos\theta_S$ atingiu 0,5842, 0,6713 e 0,8150 para os cenários de erros simples no Caso C (z_{86-87}^A , z_{89-90}^A e $z_{105-106}^A$, respectivamente) identificando corretamente a origem da anomalia, conforme indicado na segunda etapa do teste geométrico.

Os valores do MRN reativo para os cenários do Caso C apresentados na

TABELA 6 foram 2,9106, 2,8684 e 2,8672, respectivamente, indicando que nenhum EG no conjunto de medidas reativas foi detectado.

A mesma análise é apresentada na TABELA 7 para o Caso D, envolvendo medidas reativas, em que as medidas incorretas correspondem a z_{86-87}^R , z_{89-90}^R e $z_{105-106}^R$.

TABELA 7 – CASO D: RESULTADOS DO PROCESSAMENTO DE EG SIMPLES NA EESD-DR

ME	MRN	$\cos\theta_S$ (S_R completo)	$\cos\theta_S$ (S_R sem ME)
z_{86-87}^R	21,0492	0,9546	0,7982
z_{89-90}^R	17,4588	0,9542	0,7922
$z_{105-106}^R$	30,2945	0,9762	0,8221

Os valores do MRN ativo foram 2,2271, 1,9177 e 1,1166 para os três cenários do Caso D, respectivamente, indicando ausência de erros no conjunto ativo. Para cada cenário do Caso D, foi obtido um valor de MRN reativo superior ao limiar, detectando a presença de medidas reativas errôneas e conduzindo à etapa de identificação.

Durante o processo de triagem, quando a medida incorreta foi removida de S_R , o valor de $\cos\theta_S$ foi de 0,7982, 0,7922 e 0,8221 para cada erro simples listado na TABELA 7, apontando corretamente a origem da anomalia em cada caso.

Também foram avaliados erros múltiplos, conforme demonstrado na TABELA 8 e na TABELA 9, correspondentes ao Caso E. No primeiro cenário, os erros múltiplos ocorreram nas medidas z_{89-90}^A e $z_{105-106}^R$, conforme mostrado na TABELA 8.

TABELA 8 – CASO E: RESULTADOS DO PROCESSAMENTO DE EG MÚLTIPLOS NA EESD-DR (MEDIDAS ATIVAS E REATIVAS)

Conjunto de medidas ativas			
ME	MRN	$\cos\theta_S$ (S_A completo)	$\cos\theta_S$ (S_A sem ME)
z_{89-90}^A	9,6787	0,9727	0,8708
Conjunto de medidas reativas			
ME	MRN	$\cos\theta_S$ (S_R completo)	$\cos\theta_S$ (S_R sem ME)
$z_{105-106}^R$	30,2945	0,9522	0,8220

No conjunto S_A , com um MRN ativo de 9,6787, o conjunto completo continha seis medidas e apresentou um valor de $\cos\theta_S$ igual a 0,9727. O valor do MRN indica a presença de uma anomalia, enquanto o valor de $\cos\theta_S$ do conjunto completo confirma que todas as medidas incorretas foram incluídas no conjunto suspeito ($\text{MRN} \geq 3,0$). Após o processo de triagem e a remoção da medida z_{89-90}^A , o $\cos\theta_S$ atingiu 0,8708, apontando a origem da anomalia no conjunto suspeito ativo, S_A .

O MRN reativo foi de 30,2945, com oito medidas reativas no conjunto suspeito reativo, S_R , e um $\cos\theta_S$ de 0,9522. O valor de $\cos\theta_S$ caiu para 0,8220 apenas quando a medida $z_{105-106}^R$ foi excluída, identificando corretamente a medida incorreta em S_R .

O outro caso de erros múltiplos é ilustrado na TABELA 9, envolvendo erros nas medidas z_{89-90}^A e $z_{105-106}^A$.

TABELA 9 – CASO E: RESULTADOS DO PROCESSAMENTO DE EG MÚLTIPLOS NA EESD-DR (MEDIDAS ATIVAS)

ME	MRN	$\cos\theta_S$ (S_A completo)	$\cos\theta_S$ (S_A sem ME)
z_{89-90}^A	7,6550	0,9765	0,7637
$z_{105-106}^A$			0,8870

O MRN ativo foi de 7,6550, enquanto o MRN reativo foi de 2,8699, indicando que não houve detecção de erro no conjunto reativo. Assim, o conjunto S_A foi composto por oito medidas ativas, com um $\cos\theta_S$ igual a 0,9765. Após a remoção da medida z_{89-90}^A de S_A , o valor do cosseno reduziu-se para 0,7637, indicando que a medida incorreta foi removida do conjunto. Durante o processo de triagem, ao remover a medida $z_{105-106}^A$ de S_A , o valor de $\cos\theta_S$ foi de 0,8870, ou seja, $\cos\theta \geq 1 - \varepsilon_{\cos}$, indicando que essa medida também estava incorreta.

Como ocorrido nos casos anteriores, o valor do cosseno do conjunto suspeito em análise diminui a cada remoção de medidas errôneas do conjunto suspeito, como demonstrado na TABELA 9, enquanto a remoção de medições corretas mantém o valor acima do limiar de 0,9 para o teste do cosseno.

4.4 CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO

A normalização *cpu* aplicada na estimação de estados, embasada em Tortelli *et al.* (2015) e Nogueira *et al.* (2019), permite o ajuste artificial da relação X/R , viabilizando a estimação de estados irrestrita desacoplada rápida para sistemas de distribuição (EESD-DR). Uma etapa fundamental no processo de estimação de estados é o processamento de erros, responsável por detectar, identificar e tratar medições inconsistentes que possam comprometer a qualidade das estimativas.

Uma extensão dos testes de colineariedade baseados na interpretação geométrica dos multiplicadores de Lagrange (Lourenço, 2001; Lourenço *et al.*, 2006) para os resíduos provenientes da estimação de estados irrestrita desacoplada, é proposta nesse trabalho. No algoritmo de processamento de erros grosseiros proposto, os resíduos são tratados de forma desacoplada, permitindo que os processos de detecção e

identificação de erros sejam realizados de forma independente sobre os conjuntos de medidas ativas e reativas.

Os resultados obtidos demonstram que nos testes geométricos desacoplados propostos, a capacidade original de garantir a inclusão de todas as medidas errôneas no conjunto suspeito é preservada, assim como a garantia de identificação da(s) medida(s) anômala(s) na triagem do conjunto suspeito via teste do cosseno.

Finalmente, destaca-se que a metodologia proposta alia a eficiência computacional já consolidada dos métodos desacoplados à ferramenta de processamento de erros baseada nos testes geométricos, concebida para operar sem a necessidade de reestimações sucessivas nas etapas de detecção e identificação de erros grosseiros, tornando a ferramenta proposta inovadora e promissora para o aprimoramento da modelagem em tempo real de redes elétricas.

5 ESTIMADOR DE ESTADOS RESTRITO PARA SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO COM SOLUÇÃO VIA MÉTODO DE HACHTEL DESACOPLADO

Em decorrência do aumento crescente da participação de fontes alternativas e intermitentes de energia, que encaminham mudanças na estrutura e operação dos sistemas de distribuição (SD), algoritmos para a estimação de estados têm sido desenvolvidos nos últimos anos frente à necessidade de monitoramento em tempo real para estes sistemas. Diante deste cenário, este trabalho propõe o desenvolvimento de uma metodologia para estimação de estados para sistemas de distribuição (EESD). A formulação proposta combina abordagens de desacoplamento, reconhecidas pela redução do esforço computacional, com o Método do Tableau Esparsa e informações *a priori*, sendo o desacoplamento nas redes de distribuição viabilizado pelo uso da técnica da normalização complexa por unidade.

Este capítulo apresenta a formulação do estimador de estados para sistemas de distribuição com solução via Tableau desacoplado (EEDR-SD), uma das propostas e contribuições deste trabalho. Inicialmente, faz-se uma contextualização acerca da estimação de estados para sistemas de distribuição e das técnicas envolvidas na proposta a ser apresentada. Na sequência, tem-se a aplicação da normalização *cpu* para viabilizar o desacoplamento nos sistemas de distribuição e, por fim, adentra-se na formulação do estimador proposto, em sua versão monofásica e trifásica. Ao final do capítulo, são apresentadas as simulações e resultados referentes ao EEDR-SD.

5.1 CONTEXTUALIZAÇÃO

O monitoramento em tempo real dos SD tem se tornado cada vez mais necessário em função das mudanças no comportamento dessas redes, associadas à crescente inserção de geração distribuída, à ampliação das tecnologias vinculadas ao conceito de *Smart Grid* e ao avanço da infraestrutura avançada de medição (AMI, *Advanced Measurement Infrastructure*). Nesse contexto, a análise em tempo real dessas redes assume papel central para garantir condições adequadas de operação.

Frente às particularidades dos SD, vários esforços foram despendidos para o desenvolvimento de algoritmos de estimação de estados (EE) adequados a esses sistemas, sendo os mais conhecidos aqueles baseados nas correntes dos ramos, proposto inicialmente por Baran e Kelley (1995) e o método baseado na matriz de admitância, apresentado pioneiramente em Lu *et al.* (1995) e aprimorado em Almeida e Ochoa (2016). Ambos os métodos são resolvidos iterativamente através da Equação Normal, tendo como maior diferença a escolha das variáveis de estado e o tipo das medidas incluídas no problema. Esses dois métodos estão detalhados na Seção 2.4.

Além disso, um levantamento das metodologias e algoritmos mais relevantes podem ser encontrados em Primadianto e Lu (2016) e Lourenço e London Jr (2022).

Condutores com elevada razão X/R e conseqüente baixa sensibilidade PV e $Q\theta$, atributos esses dos ST, permitem que simplificações nas matrizes Jacobiana ou ganho possam ser feitas levando às técnicas de desacoplamento do problema de EE (Garcia *et al.*, 1979), discutidas na Seção 2.2. A normalização complexa por unidade (*cpu*), apresentada em Tortelli *et al.* (2015), que viabilizou a aplicação efetiva do fluxo de potência desacoplado rápido a SD, pode também ser efetivamente estendida para o processo de EE via método dos Mínimos Quadrados Ponderados (MQP) irrestrito, como demonstrado em Nogueira *et al.* (2019) e Lourenço *et al.* (2022). Essa técnica permite ajustar artificialmente a relação X/R do sistema a partir da definição de uma potência de base complexa, garantindo assim a possibilidade de solução do problema de EE via métodos desacoplados.

Um outro fator, relativo agora à degradação do condicionamento numérico durante o processo de solução da EE, diz respeito aos altos pesos associados às medidas virtuais, como barras de injeção nula, as quais aparecem em grande quantidade em SD (Langner; Abur, 2020; Hebling, 2022). Essas medidas virtuais quando tratadas como pseudomedidas geram instabilidades numéricas na matriz ganho (Abur; Exposito, 2004). A solução para melhoria da robustez nesse caso, já bem difundida para ST, são formulações alternativas dos MQP que contam com a representação das medidas virtuais como restrições de igualdade no problema de EE, inicialmente apresentada em Aschmoneit *et al.* (1977). Posteriormente em Gjelsvik *et al.* (1985) a formulação restrita do problema de EE foi aprimorada, onde o vetor de resíduos de medição é também incluído como restrição do problema de estimação, resultando no Método do Tableau Esperso, conforme discutido na Seção 2.3.

No contexto da EE restrita, a utilização de informações *a priori* favorece o condicionamento numérico do problema, ao reforçar a diagonal da matriz de coeficientes (Lourenço, 2001). Com relação aos valores das informações *a priori* propriamente ditas, elas podem ser obtidas a partir de uma previsão de estimativas, tal como proposta em Do Coutto Filho *et al.* (2009); a partir de um estimativa prévia (estado anterior); ou, na falta de melhores informações *a priori* pode-se adotar 1,0 *p.u.* para magnitude de tensão e 0 rad para ângulo de fase.

Diante desse cenário, este trabalho apresenta uma abordagem que busca conciliar eficiência computacional e robustez numérica, baseada no Método do Tableau com informações *a priori*, associada ao desacoplamento por meio da normalização *cpu*.

5.2 APLICAÇÃO DA NORMALIZAÇÃO COMPLEXA POR UNIDADE NA EESD

Uma das premissas para o desacoplamento no problema de estimação de estados é a garantia da alta relação X/R , encontrada naturalmente nos sistemas de transmissão. Já em sistemas de distribuição essa relação é baixa, devido às características dos condutores.

Seguindo os fundamentos da normalização cpu vistos na Seção 3.6, as tensões de base seguem os mesmos padrões da normalização $p.u.$ e adota-se uma potência de base complexa, vinculada a um ângulo de base, representado por ϕ_{base} (Tortelli *et al.*, 2015):

$$\dot{S}_{base} = |\dot{S}_{base}|e^{-j\phi_{base}} \quad (5.1)$$

Os dados de entrada do estimador de estados, que compreendem os parâmetros da rede e o conjunto de medidas, precisam ser transformados para o sistema cpu . Os parâmetros R e X nesse novo sistema (ou seja, R_{cpu} e X_{cpu}), podem ser obtidos através das equações (3.23) e (3.24) descritas na Seção 3.6, reproduzidas abaixo:

$$R_{cpu} = |\dot{Z}_{pu}|\cos(\theta + \phi_{base}) \quad (5.2)$$

$$X_{cpu} = |\dot{Z}_{pu}|\sen(\theta + \phi_{base}) \quad (5.3)$$

sendo: \dot{Z}_{pu} a impedância em pu , θ a defasagem angular do fasor impedância da linha em ohms e ϕ_{base} o ângulo da potência de base complexa.

Isso permite que a relação X/R seja ajustada através da escolha de um ângulo de base (Tortelli *et al.*, 2015):

$$\frac{X_{cpu}}{R_{cpu}} = \tan(\theta + \phi_{base}) \quad (5.4)$$

Já as medidas precisam ser normalizadas de acordo com sua natureza e a partir da potência de base complexa, conforme descrito na sequência.

- Medidas de fluxo de potência através das linhas $k - m$:

$$P_{km[cpu]} = P_{km[pu]}\cos\phi_{base} - Q_{km[pu]}\sen\phi_{base} \quad (5.5)$$

$$Q_{km[cpu]} = Q_{km[pu]}\cos\phi_{base} + P_{km[pu]}\sen\phi_{base} \quad (5.6)$$

onde P_{km} e Q_{km} correspondem ao fluxo de potência ativa e reativa, respectivamente.

- Medidas de injeção de potência na barra k :

$$P_{k[cpu]} = P_{k[pu]} \cos \phi_{base} - Q_{k[pu]} \sin \phi_{base} \quad (5.7)$$

$$Q_{k[cpu]} = Q_{k[pu]} \cos \phi_{base} + P_{k[pu]} \sin \phi_{base} \quad (5.8)$$

onde P_k e Q_k correspondem a injeção de potência ativa e reativa, respectivamente.

As medidas de magnitude de tensão não são modificadas pela *cpu*, mantendo-se iguais às do sistema *p.u.* convencional, conforme demonstrado na Seção 3.6.

Como a aplicação da *cpu* para a estimação de estados para sistemas de distribuição na versão desacoplada rápida compreende uma nova normalização para os dados de entrada do estimador (parâmetros e medidas), essa etapa pode ser definida como uma etapa de pré-processamento dos dados, conforme ilustrado na FIGURA 8. Dessa forma, os algoritmos de estimação de estados desacoplados convencionais podem ser aplicados sem a necessidade de modificações em seu código, o que representa uma grande vantagem para a utilização da normalização *cpu*.

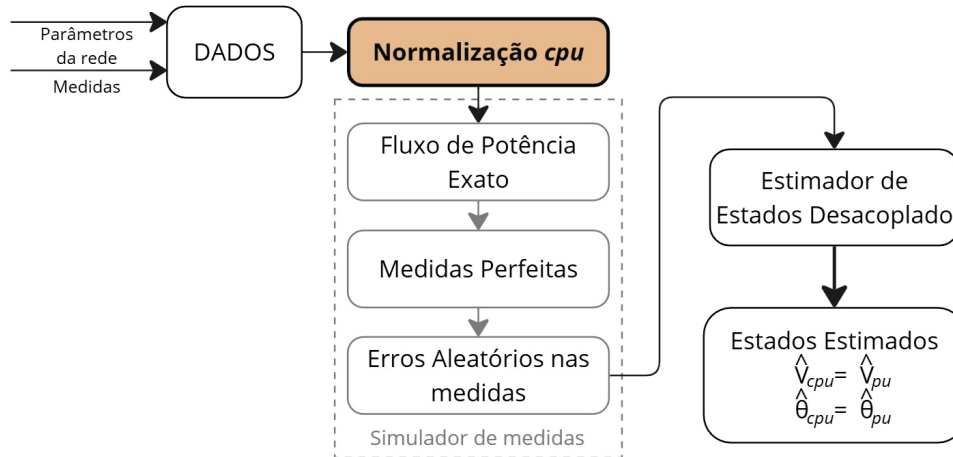
Com a adoção de um ângulo de base dentro de uma faixa adequada, e, seguindo o fluxograma apresentado na FIGURA 8, executa-se o estimador de estados desacoplado de preferência, como o desacoplado no modelo ou algoritmo, recapitulados brevemente na Seção 2.2, ou, alternativamente, o estimador restrito desacoplado proposto que alia a robustez e precisão do método de Hachtel à eficiência computacional dos métodos desacoplados, conforme detalhado nas próximas seções.

5.3 FORMULAÇÃO DO ESTIMADOR DE ESTADOS RESTRITO PARA SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO COM SOLUÇÃO VIA MÉTODO DE HACHTEL DESACOPLADO (EEDR-SD)

Visando aliar a alta robustez numérica e eficácia do método do Tableau à elevada eficiência computacional do estimador desacoplado rápido (desacoplado no modelo), este trabalho propõe a aplicação de técnicas de desacoplamento à formulação de estimação de estados restrita.

Primeiramente os dados de entrada do SD, incluindo o conjunto de medidas, são normalizados através da aplicação da técnica de normalização *cpu*, descrita na

FIGURA 8 – ESQUEMA DA APLICAÇÃO DA CPU NO PROCESSO DE SIMULAÇÃO DO ESTIMADOR DE ESTADOS



FONTE: A autora (2026)

Seção 5.2. Com os dados normalizados em *p.u.* e convertidos para a normalização *cpu*, conforme o ângulo de base adotado, executa-se o estimador de estados, solucionado através do método de Hachtel desacoplado com informações *a priori*. A ferramenta resultante da estimação de estados restrita desacoplada rápida para SD compreende uma das contribuições desse trabalho e será denominada EEDR-SD.

Primeiramente, é descrita a formulação na versão baseada na modelagem monofásica da rede elétrica. Em seguida, apresenta-se a versão trifásica do estimador proposto.

5.3.1 Formulação Monofásica do Estimador de Estados

Com base no problema de otimização da Equação (2.51) e considerando o modelo barra-ramo da rede adotado neste trabalho, tem-se:

$$\begin{aligned}
 \text{minimizar} \quad & J(\hat{x}) = \frac{1}{2} r_m^T R_m^{-1} r_m + \frac{1}{2} (\hat{x} - \bar{x})^T P^{-1} (\hat{x} - \bar{x}) \\
 \text{sujeito a} \quad & r_m = z_m - h_m(\hat{x}) \\
 & h_e(\hat{x}) = 0
 \end{aligned} \tag{5.9}$$

sendo:

r_m : vetor de resíduo das medidas;

R_m : matriz de covariância das medidas convencionais;

\hat{x} : vetor dos estados estimados;

\bar{x} : vetor das informações *a priori* dos estados;

P : matriz de covariância dos estados *a priori*;

z_m : vetor das medidas convencionais;

h_m : vetor de funções não lineares que relacionam as quantidades medidas às variáveis

de estado x ;

h_e : o vetor de funções não lineares que relaciona as restrições estruturais (como as barras de injeção nula) às variáveis de estado.

As condições requeridas para a solução ótima do problema restrito descrito na equação (5.9) podem ser expressas em termos da seguinte função Lagrangeana:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} r_m^T R_m^{-1} r_m + \frac{1}{2} (\hat{x} - \bar{x})^T P^{-1} (\hat{x} - \bar{x}) + \lambda_m^T (z_m - h_m(\hat{x}) - r_m) + \lambda_e^T (-h_e(\hat{x})) \quad (5.10)$$

Aplicando as condições de primeira ordem para a solução ótima na equação (5.10), tem-se:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial r} = 0 \Rightarrow R_m^{-1} r_m - \lambda_m = 0 \quad (5.11)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = 0 \Rightarrow P^{-1} (\hat{x} - \bar{x}) - H_m^T(\hat{x}) \lambda_m - H_e^T(\hat{x}) \lambda_e = 0 \quad (5.12)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_m} = 0 \Rightarrow z_m - h_m(\hat{x}) - r_m = 0 \quad (5.13)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_e} = 0 \Rightarrow -h_e(\hat{x}) = 0 \quad (5.14)$$

Reescrevendo a equação (5.11) como $r_m = R_m \lambda_m$ e linearizando (5.13) e (5.14), as equações lineares obtidas podem ser representadas matricialmente por:

$$\begin{bmatrix} -P^{-1} & H^T \\ H & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \hat{x} \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -P^{-1} (\bar{x} - \hat{x}^k) \\ r^k \end{bmatrix} \quad (5.15)$$

5.3.2 Aplicação das Técnicas de Desacoplamento na Formulação Monofásica do Estimador de Estados

Visando a abordagem desacoplada proposta, os vetores e matrizes são particionados de acordo com a natureza ativa (sobrescrito A) e reativa (sobrescrito R) das grandezas, conforme descrito a seguir:

- **Vetor de estados, de medidas e das equações não-lineares:**

$$x^A = [\theta] \quad x^R = [V] \quad (5.16)$$

$$z_m^A = \begin{bmatrix} z_{fluxo}^A \\ z_{inj}^A \end{bmatrix} \quad z_m^R = \begin{bmatrix} z_{fluxo}^R \\ z_{inj}^R \\ z_{Vmag}^R \end{bmatrix} \quad (5.17)$$

$$h_m^A(x) = \begin{bmatrix} P_{fluxo} \\ P_{inj} \end{bmatrix} \quad h_m^R(x) = \begin{bmatrix} Q_{fluxo} \\ Q_{inj} \\ V_{mag} \end{bmatrix} \quad (5.18)$$

$$h_e^A(x) = \begin{bmatrix} \theta_{ref} \\ P_{inj}^{nula} \end{bmatrix} \quad h_e^R(x) = \begin{bmatrix} Q_{inj}^{nula} \end{bmatrix} \quad (5.19)$$

• **Matriz Jacobiana:**

$$H = \begin{bmatrix} H_m \\ H_e \end{bmatrix} \quad H_m = \begin{bmatrix} H_m^{AA} & H_m^{AR} \\ H_m^{RA} & H_m^{RR} \end{bmatrix} \quad H_e = \begin{bmatrix} H_e^{AA} & H_e^{AR} \\ H_e^{RA} & H_e^{RR} \end{bmatrix} \quad (5.20)$$

Reagrupando as submatrizes de acordo com a natureza ativa e reativa, tem-se:

$$H = \begin{bmatrix} H_m^{AA} & H_m^{AR} \\ H_e^{AA} & H_e^{AR} \\ H_m^{RA} & H_e^{RR} \\ H_e^{RA} & H_m^{RR} \end{bmatrix} \quad H^A = \begin{bmatrix} H_m^{AA} & H_m^{AR} \\ H_e^{AA} & H_e^{AR} \end{bmatrix} \quad H^R = \begin{bmatrix} H_m^{RA} & H_m^{RR} \\ H_e^{RA} & H_e^{RR} \end{bmatrix} \quad (5.21)$$

• **Matriz de Covariâncias:**

$$R = \begin{bmatrix} R_m & 0 \\ 0 & R_e \end{bmatrix} \quad R_m = \begin{bmatrix} R_m^A & 0 \\ 0 & R_m^R \end{bmatrix} \quad R_e = \begin{bmatrix} R_e^A & 0 \\ 0 & R_e^R \end{bmatrix} \quad (5.22)$$

Agrupando as grandezas ativas e reativa na mesma matriz, define-se:

$$R^A = \begin{bmatrix} R_m^A & 0 \\ 0 & R_e^A \end{bmatrix} \quad R^R = \begin{bmatrix} R_m^R & 0 \\ 0 & R_e^R \end{bmatrix} \quad (5.23)$$

• **Vetores dos Multiplicadores de Lagrange e resíduos:**

$$\lambda^A = \begin{bmatrix} \lambda_m^A \\ \lambda_e^A \end{bmatrix} \quad \lambda^R = \begin{bmatrix} \lambda_m^R \\ \lambda_e^R \end{bmatrix} \quad (r^A)^k = \begin{bmatrix} z_m^A - h_m^A(\hat{x}^k) \\ -h_e^A(\hat{x}^k) \end{bmatrix} \quad (r^R)^k = \begin{bmatrix} z_m^R - h_m^R(\hat{x}^k) \\ -h_e^R(\hat{x}^k) \end{bmatrix} \quad (5.24)$$

onde k se refere ao contador de iterações.

Considerando as partições ativas e reativas das matrizes e vetores apresentados, o estimador de estados restrito representado na equação (5.9) e solucionado pelo método do Tableau Esparsa consiste em resolver iterativamente o seguinte sistema linear:

$$\begin{bmatrix} C^A & 0 & (H^{AA})^T & (H^{RA})^T \\ 0 & C^R & (H^{AR})^T & (H^{RR})^T \\ H^{AA} & H^{AR} & R^A & 0 \\ H^{RA} & H^{RR} & 0 & R^R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\theta \\ \Delta V \\ \lambda^A \\ \lambda^R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C^A \tilde{x}^A \\ C^R \tilde{x}^R \\ (r^A)^k \\ (r^R)^k \end{bmatrix} \quad (5.25)$$

onde a matriz de covariância dos estados *a priori* é denotada por P , sendo $C = -P^{-1}$ e $\tilde{x} = \hat{x} - \bar{x}^k$, e os sobrescritos A e R representando as partições ativas e reativas, respectivamente.

No caso em que uma alta relação X/R dos elementos da rede elétrica em análise possa ser garantida, o acoplamento $P\theta - QV$ é verificado e as técnicas de desacoplamento podem ser aplicadas. Considerando o método desacoplado no modelo, bem consolidado no estimador de estados desacoplado rápido convencional, sem restrições de igualdade (Garcia *et al.*, 1979; Monticelli; Garcia, 1990; Abur; Exposito, 2004), as submatrizes fora da diagonal principal da matriz Jacobiana podem ser desprezadas e as matrizes da diagonal principal mantidas constantes. Seguindo essa mesma abordagem, porém agora aplicada ao método do Tableau Esparsa com informações *a priori*, o sistema de equações dado em (5.25) passa a ser descrito por:

$$\begin{bmatrix} C^A & 0 & (H^{AA})^T & 0 \\ 0 & C^R & 0 & (H^{RR})^T \\ H^{AA} & 0 & R^A & 0 \\ 0 & H^{RR} & 0 & R^R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\theta \\ \Delta V \\ \lambda^A \\ \lambda^R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C^A \tilde{x}^A \\ C^R \tilde{x}^R \\ (r^A)^k \\ (r^R)^k \end{bmatrix} \quad (5.26)$$

De (5.26), obtém-se o seguinte conjunto de equações:

$$\begin{aligned} \text{(I)} \quad & C^A \Delta\theta + (H^{AA})^T \lambda^A = C^A \tilde{x}^A \\ \text{(II)} \quad & H^{AA} \Delta\theta + R^A \lambda^A = (r^A)^k \\ \text{(III)} \quad & C^R \Delta V + (H^{RR})^T \lambda^R = C^R \tilde{x}^R \\ \text{(IV)} \quad & H^{RR} \Delta V + R^R \lambda^R = (r^R)^k \end{aligned} \quad (5.27)$$

Em (5.27) observa-se nitidamente o desacoplamento das partições ativas e reativas do sistema linear, de forma que a solução referente às variáveis de estado ativa pode ser expressa de forma independente da solução referente às das reativas.

Assim, as estimativas são obtidas através da solução iterativa dos dois subproblemas a seguir:

• **Subproblema ativo:**

$$\begin{bmatrix} C^A & (H^{AA})^T \\ H^{AA} & R^A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\theta \\ \lambda^A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C^A \tilde{x}^A \\ (r^A)^k \end{bmatrix} \quad (5.28)$$

onde as estimativas ativas são atualizadas por:

$$\theta^{k+1} = \theta^k + \Delta\theta^k \quad (5.29)$$

• **Subproblema reativo:**

$$\begin{bmatrix} C^R & (H^{RR})^T \\ H^{RR} & R^R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V \\ \lambda^R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C^R \tilde{x}^R \\ (r^R)^k \end{bmatrix} \quad (5.30)$$

sendo as estimativas reativas atualizadas por:

$$V^{k+1} = V^k + \Delta V^k \quad (5.31)$$

Os sistemas lineares (5.28) e (5.30) mostram uma característica importante do método desacoplado no Tableau Esparsa. Pode-se observar que a aplicação do desacoplamento diretamente na matriz Jacobiana (equivalente ao método desacoplado no modelo) não afeta o vetor do lado direito dos sistemas lineares ativo e reativo. Com isso, ao contrário do método desacoplado no modelo no método dos MQP irrestrito, onde a precisão dos resultados é afetada (ainda que em níveis aceitáveis), o desacoplamento na solução via método do Tableau mantém inalterada a precisão do método completo. Assim, em um cenário hipotético, de estudos, em que todas as medidas são exatas (sem adição de erros aleatórios) obtém-se resultados exatos para os estados.

Cabe ressaltar que as aproximações adicionais que produzem as diferentes versões do método desacoplado rápido (Abur; Exposito, 2004), podem ser igualmente aplicadas para o método desacoplado via Tableau Esparsa proposto nessa seção.

5.3.3 Formulação Trifásica do Estimador de Estado

A partir da formulação restrita do problema de EE, apresentada na equação (5.9) para a representação monofásica, estende-se agora a abordagem para a modelagem trifásica da rede. Essa generalização permite considerar o acoplamento entre as

fases e assimetrias de carga, típicas dos sistemas reais de distribuição. Considerando o modelo barra-ramo do sistema, o problema de otimização a ser resolvido, considerando a formulação trifásica da rede e na ausência de informações *a priori*, é descrito por:

$$\begin{aligned} \text{minimizar} \quad & J(\hat{x}) = \frac{1}{2} r_{m3\phi}^T R_{m3\phi}^{-1} r_{m3\phi} \\ \text{sujeito a} \quad & r_{m3\phi} = z_{m3\phi} - h_{m3\phi} \\ & h_e(x)_{3\phi} = 0 \end{aligned} \quad (5.32)$$

onde os subscritos 3ϕ indicam as matrizes e vetores correspondentes à formulação trifásica, descritos na sequência.

A formulação trifásica do estimador de estados mantém a estrutura matricial do modelo restrito apresentado anteriormente, incorporando novas variáveis e equações que descrevem o comportamento de cada fase, de modo a preservar a coerência do método e garantir a compatibilidade com diferentes combinações de ligações do sistema. Sendo assim, o problema de estimação trifásico em (5.32) pode ser igualmente resolvido utilizando o algoritmo do método de Hachtel. As estimativas para os estados são obtidas resolvendo iterativamente o seguinte sistema linear:

$$\begin{bmatrix} 0 & H_{3\phi}^T \\ H_{3\phi} & R_{3\phi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \hat{x}_{3\phi} \\ \lambda_{3\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ r_{3\phi}^k \end{bmatrix} \quad (5.33)$$

Assim, os estados são atualizados a cada iteração (k) até que a convergência seja obtida ($\max |\Delta \hat{x}_{3\phi}^k| \leq \varepsilon$), sendo ε a tolerância definida para o estimador):

$$\hat{x}_{3\phi}^{k+1} = \hat{x}_{3\phi}^k + \Delta \hat{x}_{3\phi}^k \quad (5.34)$$

Observando o sistema matricial dado em (5.33), o diferencial para a solução do problema linear consiste na natureza trifásica das matrizes e vetores envolvidos. Visando a formulação desacoplada proposta na sequência, essas grandezas são definidas abaixo já considerando sua partição a partir da natureza ativa e reativa das grandezas.

- **Vetor de Estados Trifásico:**

O vetor de estados trifásico ($x_{3\phi}$) é composto pela magnitude e ângulo das tensões de cada fase, descrito por:

$$x_{3\phi} = \begin{bmatrix} \theta_k^\phi \\ V_k^\phi \end{bmatrix} \quad (5.35)$$

sendo k o índice de barra do sistema e ϕ correspondente às fases de cada barra, com $\phi \in \{a, b, c\}$.

Considerando a partição ativa e reativa do vetor de estados, representados pelo sobrescritos A e R , tem-se:

$$x_{3\phi} = \begin{bmatrix} x_{3\phi}^A \\ x_{3\phi}^R \end{bmatrix} \quad (5.36)$$

onde:

$$x_{3\phi}^A = \begin{bmatrix} \theta_k^\phi \end{bmatrix} \quad x_{3\phi}^R = \begin{bmatrix} V_k^\phi \end{bmatrix} \quad (5.37)$$

com $k = 1, n_b$, com exceção para a barra de referência em $x_{3\phi}^A$, sendo n_b o número de barras do sistema.

• Vetor de medidas e equações não-lineares na modelagem trifásica:

Levando em conta o agrupamento das medidas ativas e reativas das grandezas, o vetor de medidas trifásico ($z_{3\phi}$) e o vetor de equações não-lineares ($h_{3\phi}$) são expressos por:

$$z_{3\phi} = \begin{bmatrix} z_{3\phi}^A \\ z_{3\phi}^R \end{bmatrix} \quad h_{3\phi}(\hat{x}) = \begin{bmatrix} h_{3\phi}^A(\hat{x}) \\ h_{3\phi}^R(\hat{x}) \end{bmatrix} \quad (5.38)$$

Assim, com o desacoplamento, os vetores em (5.38) são representados por:

$$z_{3\phi}^A = \begin{bmatrix} z_{fluxo^A}^\phi \\ z_{inj^A}^\phi \end{bmatrix} \quad z_{3\phi}^R = \begin{bmatrix} z_{fluxo^R}^\phi \\ z_{inj^R}^\phi \\ z_{Vmag}^\phi \end{bmatrix} \quad (5.39)$$

$$h_{3\phi}^A(\hat{x}) = \begin{bmatrix} P_{fluxo}^\phi \\ P_{inj}^\phi \end{bmatrix} \quad h_{3\phi}^R(\hat{x}) = \begin{bmatrix} Q_{fluxo}^\phi \\ Q_{inj}^\phi \\ V_{mag}^\phi \end{bmatrix} \quad (5.40)$$

As equações correspondentes às medidas de injeção de potência ativa (P_{inj}^ϕ) e reativa (Q_{inj}^ϕ) na barra i em (5.40), que correspondem à modelagem trifásica da rede elétrica, são calculadas por (Hansen; Debs, 1995):

$$P_i^p = V_i^p \sum_{k=1}^{n_b} \sum_{m=1}^3 V_k^m (G_{ik}^{pm} \cos\theta_{ik}^{pm} + B_{ik}^{pm} \sen\theta_{ik}^{pm}) \quad (5.41)$$

$$Q_i^p = V_i^p \sum_{k=1}^{n_b} \sum_{m=1}^3 V_k^m (G_{ik}^{pm} \text{sen}\theta_{ik}^{pm} - B_{ik}^{pm} \text{cos}\theta_{ik}^{pm}) \quad (5.42)$$

sendo:

n_b : o número total de barras do sistema;

i : a barra do sistema;

p e m : a fase p na barra i e as fases p e m no ramo $i - k$;

θ_{ik}^{pm} : a diferença angular da fase p na barra i e da fase m na barra k ;

G_{ik}^{pm} e B_{ik}^{pm} : os elementos da matriz de condutância nodal (\mathbf{G}_{barra}) e susceptância nodal (\mathbf{B}_{barra}), respectivamente, obtidos através da matriz de admitância.

A matriz \mathbf{Y}_{barra} é representada por elementos com dimensão (3x3), onde, em caso de fases inexistentes, adiciona-se elementos nulos. A matriz de admitância é representada por:

$$\mathbf{Y}_{barra} = [\mathbf{Y}_{ik}^{pm}] = \mathbf{G}_{barra} + j\mathbf{B}_{barra} \quad (5.43)$$

De modo geral, os elementos \mathbf{Y}_{ik}^{pm} podem ser descritos por (Braunstein, 2016):

$$Y_{ii}^{pm} = jb_{sh-barra}^p + \sum_{k \in \Omega_i} (y_{ik}^{pm} + \frac{1}{2}jb_{sh-linha}) \quad (5.44)$$

$$Y_{ik}^{pm} = -y_{ik}^{pm} \quad (5.45)$$

A partir do modelo π da linha trifásica, as equações clássicas do fluxo de potência ativa e reativa, que representam as medidas de fluxo de potência (P_{fluxo}^p e Q_{fluxo}^p) em (5.40), são expressas por (Arrillaga; Harker, 1978):

$$P_{ik}^p = V_i^p \sum_{m \in \Phi_{ik}} V_i^m (g_{ii}^{pm} \text{cos}(\theta_i^p - \theta_i^m) + b_{ii}^{pm} \text{sen}(\theta_i^p - \theta_i^m)) - V_k^m (g_{ik}^{pm} \text{cos}(\theta_i^p - \theta_k^m) + b_{ik}^{pm} \text{sen}(\theta_i^p - \theta_k^m)) \quad (5.46)$$

$$Q_{ik}^p = V_i^p \sum_{m \in \Phi_{ik}} V_i^m (g_{ii}^{pm} \text{sen}(\theta_i^p - \theta_i^m) - b_{ii}^{pm} \text{cos}(\theta_i^p - \theta_i^m)) - V_k^m (g_{ik}^{pm} \text{sen}(\theta_i^p - \theta_k^m) - b_{ik}^{pm} \text{cos}(\theta_i^p - \theta_k^m)) \quad (5.47)$$

onde:

ik : é o elemento da rede que conecta a barra i à barra k ;

p e m : as diferentes fases dos elementos;

g_{ii}^{pm} e b_{ii}^{pm} : a parte real e imaginária, respectivamente, do elemento associado às fases

pm da submatriz Y_{ii} da matriz de admitâncias;

g_{ik}^{pm} e b_{ik}^{pm} : a parte real e imaginária, respectivamente, do elemento associado às fases pm da submatriz Y_{ik} da matriz de admitâncias;

Φ_{ik} : é o conjunto das fases existentes no ramo $i - k$.

Sendo assim, as equações não-lineares referentes às medidas de fluxo de potência ativa (P_{fluxo}), reativa (Q_{fluxo}), injeção de potência ativa (P_{inj}) e reativa (Q_{inj}) são calculadas via (5.41) a (5.47).

Dando continuidade à formulação trifásica do estimador de estados proposto, a matriz Jacobiana é descrita a seguir.

- **Matriz Jacobiana Trifásica:**

A matriz Jacobiana trifásica é representada por:

$$H_{3\phi}(\hat{x}) = \begin{bmatrix} H_{3\phi}^{AA} & H_{3\phi}^{AR} \\ H_{3\phi}^{RA} & H_{3\phi}^{RR} \end{bmatrix} \quad (5.48)$$

sendo cada submatriz correspondente à:

$$H_{3\phi}^{AA} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_{fluxo}^{\phi}}{\partial \theta_k^{\phi}} \\ \frac{\partial P_{inj}^{\phi}}{\partial \theta_k^{\phi}} \end{bmatrix} \quad H_{3\phi}^{AR} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_{fluxo}^{\phi}}{\partial V_k^{\phi}} \\ \frac{\partial P_{inj}^{\phi}}{\partial V_k^{\phi}} \end{bmatrix} \quad (5.49)$$

$$H_{3\phi}^{RR} = \begin{bmatrix} \frac{\partial Q_{fluxo}^{\phi}}{\partial V_k^{\phi}} \\ \frac{\partial Q_{inj}^{\phi}}{\partial V_k^{\phi}} \\ \frac{\partial V_{mag}^{\phi}}{\partial V_k^{\phi}} \end{bmatrix} \quad H_{3\phi}^{RA} = \begin{bmatrix} \frac{\partial Q_{fluxo}^{\phi}}{\partial \theta_k^{\phi}} \\ \frac{\partial Q_{inj}^{\phi}}{\partial \theta_k^{\phi}} \\ \frac{\partial V_{mag}^{\phi}}{\partial \theta_k^{\phi}} \end{bmatrix} \quad (5.50)$$

As equações correspondentes às derivadas parciais que compõem a matriz Jacobiana, definidas em (5.49) e (5.50), estão descritas no Apêndice 1 deste documento.

Cabe ressaltar que na representação trifásica o dimensionamento da matriz Jacobiana aumenta significativamente. Considerando um sistema com n_m medidas e n_b barras, enquanto na modelagem monofásica da rede a ordem da matriz Jacobiana é de $(n_m \times 2n_b)$, na representação trifásica atinge a ordem de $(3n_m \times 6n_b)$.

- **Matriz de Covariância Trifásica:**

A matriz de covariância é mantida diagonal, uma vez que se assume as mesmas premissas do modelo de medição da abordagem monofásica, sendo descrita por:

$$R_{3\phi} = \begin{bmatrix} (\sigma_1^a)^2 & & & & \\ & (\sigma_1^b)^2 & & & \\ & & (\sigma_1^c)^2 & & \\ & & & \dots & \\ & & & & (\sigma_{n_m}^\phi)^2 \end{bmatrix} \quad (5.51)$$

onde, novamente, n_m se refere à quantidade de medidas do sistema e o sobrescrito ϕ às fases referentes às medidas. A dimensão da matriz de covariância é de $(3n_m \times 3n_m)$.

Assumindo o agrupamento de medidas ativas e reativas, tem-se:

$$R_{3\phi}(\hat{x}) = \begin{bmatrix} R_{3\phi}^A & 0 \\ 0 & R_{3\phi}^R \end{bmatrix} \quad (5.52)$$

sendo assim, na formulação desacoplada chega-se em:

$$R_{3\phi}^A = \begin{bmatrix} (\sigma_1^{A,a})^2 & & & & \\ & (\sigma_1^{A,b})^2 & & & \\ & & (\sigma_1^{A,c})^2 & & \\ & & & \dots & \\ & & & & (\sigma_{n_{mA}}^{A,\phi})^2 \end{bmatrix} \quad (5.53)$$

$$R_{3\phi}^R = \begin{bmatrix} (\sigma_1^{R,a})^2 & & & & \\ & (\sigma_1^{R,b})^2 & & & \\ & & (\sigma_1^{R,c})^2 & & \\ & & & \dots & \\ & & & & (\sigma_{n_{mR}}^{R,\phi})^2 \end{bmatrix} \quad (5.54)$$

onde n_{mA} e n_{mR} corresponde ao número de medidas ativas e reativas, respectivamente.

- **Vetores dos resíduos e dos multiplicadores de Lagrange na formulação trifásica restrita do estimador de estados:**

A estrutura trifásica dos vetores referentes aos resíduos das medidas e aos multiplicadores de Lagrange entre componentes de natureza ativa e reativa, pode ser expressa por:

$$r_{3\phi}(\hat{x}) = \begin{bmatrix} r_{n_{mA}}^{A,\phi}(\hat{x}) \\ r_{n_{mR}}^{R,\phi}(\hat{x}) \end{bmatrix} \quad \lambda_{3\phi} = \begin{bmatrix} \lambda_{n_{mA}}^{A,\phi} \\ \lambda_{n_{mR}}^{R,\phi} \end{bmatrix} \quad (5.55)$$

sendo o vetor de resíduos definido por:

$$r_{3\phi} = z_{3\phi} - h(\hat{x})_{3\phi} \quad (5.56)$$

Na abordagem desacoplada, tem-se para as grandezas ativas:

$$\begin{bmatrix} r_1^{A,a}(\hat{x}) \\ r_1^{A,b}(\hat{x}) \\ r_1^{A,c}(\hat{x}) \\ \dots \\ r_{n_{mA}}^{A,\phi}(\hat{x}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_1^{A,a} \\ z_1^{A,b} \\ z_1^{A,c} \\ \dots \\ z_{n_{mA}}^{A,\phi} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} h_1^{A,a}(\hat{x}) \\ h_1^{A,b}(\hat{x}) \\ h_1^{A,c}(\hat{x}) \\ \dots \\ h_{n_{mA}}^{A,\phi}(\hat{x}) \end{bmatrix} \quad (5.57)$$

A expressão dada em (5.57) pode ser generalizada por:

$$\left[r_{3\phi}^A(\hat{x}) \right] = \left[z_{n_{mA}}^{A,\phi} \right] - \left[h_{n_{mA}}^{A,\phi}(\hat{x}) \right] \quad (5.58)$$

sendo n_{mA} referente ao número de medidas ativas e ϕ às fases.

Da mesma maneira, tem-se o vetor dos resíduos referente às grandezas reativas do sistema, expresso por:

$$\begin{bmatrix} r_1^{R,a}(\hat{x}) \\ r_1^{R,b}(\hat{x}) \\ r_1^{R,c}(\hat{x}) \\ \dots \\ r_{n_{mR}}^{R,\phi}(\hat{x}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_1^{R,a} \\ z_1^{R,b} \\ z_1^{R,c} \\ \dots \\ z_{n_{mR}}^{R,\phi} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} h_1^{R,a}(\hat{x}) \\ h_1^{R,b}(\hat{x}) \\ h_1^{R,c}(\hat{x}) \\ \dots \\ h_{n_{mR}}^{R,\phi}(\hat{x}) \end{bmatrix} \quad (5.59)$$

Sendo (5.59) genericamente representada por:

$$\left[r_{3\phi}^R(\hat{x}) \right] = \left[z_{n_{mR}}^{R,\phi} \right] - \left[h_{n_{mR}}^{R,\phi}(\hat{x}) \right] \quad (5.60)$$

sendo n_{mR} referente ao número de medidas reativas.

Da mesma maneira, os vetores dos multiplicadores de Lagrange na formulação desacoplada são representados por:

$$[\lambda_{3\phi}^A] = \begin{bmatrix} \lambda_1^{A,a} \\ \lambda_1^{A,b} \\ \lambda_1^{A,c} \\ \dots \\ \lambda_{n_{mA}}^{A,\phi} \end{bmatrix} \quad [\lambda_{3\phi}^R] = \begin{bmatrix} \lambda_1^{R,a} \\ \lambda_1^{R,b} \\ \lambda_1^{R,c} \\ \dots \\ \lambda_{n_{mR}}^{R,\phi} \end{bmatrix} \quad (5.61)$$

A partir da representação trifásica particionada dos vetores e matrizes descritos nessa seção, o estimador de estados restrito representado em (5.33) e solucionado pelo método do Tableau Esparsa é resolvido iterativamente através do seguinte sistema linear:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & (H_{3\phi}^{AA})^T & (H_{3\phi}^{RA})^T \\ 0 & 0 & (H_{3\phi}^{AR})^T & (H_{3\phi}^{RR})^T \\ H_{3\phi}^{AA} & H_{3\phi}^{AR} & R_{3\phi}^A & 0 \\ H_{3\phi}^{RA} & H_{3\phi}^{RR} & 0 & R_{3\phi}^R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\theta_{3\phi} \\ \Delta V_{3\phi} \\ \lambda_{3\phi}^A \\ \lambda_{3\phi}^R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ r_{3\phi}^A(\hat{x}^k) \\ r_{3\phi}^R(\hat{x}^k) \end{bmatrix} \quad (5.62)$$

Considerando que as premissas para a aplicação das técnicas de desacoplamento são atendidas, as submatrizes fora da diagonal principal da matriz Jacobiana podem ser desprezadas em (5.62) e as matrizes da diagonal principal mantidas constantes. Como consequência, o sistema linear dado em (5.62) passa a ser expresso por:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & (H_{3\phi}^{AA})^T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (H_{3\phi}^{RR})^T \\ H_{3\phi}^{AA} & 0 & R_{3\phi}^A & 0 \\ 0 & H_{3\phi}^{RR} & 0 & R_{3\phi}^R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\theta_{3\phi} \\ \Delta V_{3\phi} \\ \lambda_{3\phi}^A \\ \lambda_{3\phi}^R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ r_{3\phi}^A(\hat{x}^k) \\ r_{3\phi}^R(\hat{x}^k) \end{bmatrix} \quad (5.63)$$

A partir de (5.63), o seguinte conjunto de equações é obtido:

$$\begin{aligned} \text{(I)} \quad & (H_{3\phi}^{AA})^T \lambda_{3\phi}^A = 0 \\ \text{(II)} \quad & H_{3\phi}^{AA} \Delta\theta_{3\phi} + R_{3\phi}^A \lambda_{3\phi}^A = r_{3\phi}^A(\hat{x}^k) \\ \text{(III)} \quad & (H_{3\phi}^{RR})^T \lambda_{3\phi}^R = 0 \\ \text{(IV)} \quad & H_{3\phi}^{RR} \Delta V_{3\phi} + R_{3\phi}^R \lambda_{3\phi}^R = r_{3\phi}^R(\hat{x}^k) \end{aligned} \quad (5.64)$$

Nota-se em (5.64) o desacoplamento das partições ativas e reativas do sistema linear. Com isso, a solução referente às variáveis de estado ativa pode ser expressa independentemente da solução relativa às variáveis reativas. Portanto, as estimativas são obtidas pela solução iterativa dos seguintes subproblemas.

- **Subproblema ativo:**

$$\begin{bmatrix} 0 & (H_{3\phi}^{AA})^T \\ H_{3\phi}^{AA} & R_{3\phi}^A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\theta_{3\phi} \\ \lambda_{3\phi}^A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ r_{3\phi}^A(\hat{x})^k \end{bmatrix} \quad (5.65)$$

onde as estimativas ativas são atualizadas por:

$$\theta_{3\phi}^{k+1} = \theta_{3\phi}^k + \Delta\theta_{3\phi}^k \quad (5.66)$$

• **Subproblema reativo:**

$$\begin{bmatrix} 0 & (H_{3\phi}^{RR})^T \\ H_{3\phi}^{RR} & R_{3\phi}^R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_{3\phi} \\ \lambda_{3\phi}^R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ r_{3\phi}^R(\hat{x})^k \end{bmatrix} \quad (5.67)$$

onde as estimativas reativas são atualizadas por:

$$V_{3\phi}^{k+1} = V_{3\phi}^k + \Delta V_{3\phi}^k \quad (5.68)$$

Ressalta-se que, assim como na formulação monofásica do EEDR-SD, a representação trifásica do problema também incorporou a inclusão de informações *a priori*, conduzindo à solução dos seguintes subproblemas:

$$\begin{bmatrix} C_{3\phi}^A & (H_{3\phi}^{AA})^T \\ H_{3\phi}^{AA} & R_{3\phi}^A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\theta_{3\phi} \\ \lambda_{3\phi}^A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{3\phi}^A \tilde{x}_{3\phi}^A \\ r_{3\phi}^A(\hat{x})^k \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} C_{3\phi}^R & (H_{3\phi}^{RR})^T \\ H_{3\phi}^{RR} & R_{3\phi}^R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_{3\phi} \\ \lambda_{3\phi}^R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{3\phi}^R \tilde{x}_{3\phi}^R \\ r_{3\phi}^R(\hat{x})^k \end{bmatrix} \quad (5.69)$$

onde a matriz de covariância dos estados *a priori* é denotada por $P_{3\phi}$, sendo $C_{3\phi} = -P_{3\phi}^{-1}$ e $\tilde{x}_{3\phi} = \hat{x}_{3\phi} - \bar{x}_{3\phi}^k$, e os sobrescritos *A* e *R* representando as partições ativas e reativas, respectivamente.

Da mesma forma que foi apontado na formulação monofásica da rede, os sistemas lineares resultantes da formulação trifásica desacoplada proposta evidenciam uma das características importantes da solução proposta via método do Tableau Esparsos. Nessa proposta, as aproximações impostas à matriz Jacobiana não afetam o vetor do lado direito dos sistemas lineares ativo e reativo, que, diferentemente do método desacoplado clássico via Equação Normal de Gauss, são independentes da matriz Jacobiana (vide equações (5.65) e (5.67)), preservando a precisão dos resultados.

A partir da formulação apresentada para o estimador de estados restrito para sistemas de distribuição com solução via método de Hachtel desacoplado (EEDR-SD) proposto, a próxima seção contempla a análise dos resultados obtidos nas simulações.

5.4 EEDR-SD: SIMULAÇÕES E RESULTADOS

Nesta seção são apresentados os resultados provenientes das simulações computacionais realizadas para validar e avaliar as metodologias propostas nas seções anteriores deste capítulo, referentes ao estimador de estados restrito para sistemas de distribuição com solução via método de Hachtel desacoplado (EEDR-SD), na modelagem monofásica e trifásica. Esses resultados abrangem o EEDR-SD sem e com informações *a priori*. Essa formulação conta com a etapa de pré-processamento via aplicação da normalização complexa por unidade, conforme discutido na Seção 5.2.

Com o objetivo de avaliar o desempenho computacional, o plano de medição adotado contempla medidas de fluxo de potência (ativo e reativo) em todas as linhas, injeção de potência (ativa e reativa) e magnitude de tensão em todas as barras. A tolerância adotada para avaliar a convergência do estimador de estados foi fixada em 10^{-6} para todas as abordagens. Neste trabalho adotou-se como informações *a priori* valores de magnitude de tensão de 1,0 *p.u.* e ângulo de 0 rad, conforme Lourenço (2001) e Lourenco *et al.* (2004). Cabe ressaltar que esse cenário corresponde ao pior caso, como discutido na Seção 5.1.

O EEDR-SD proposto foi implementado na plataforma Matlab, usando um computador pessoal com um processador Intel Core™i5-3337U.

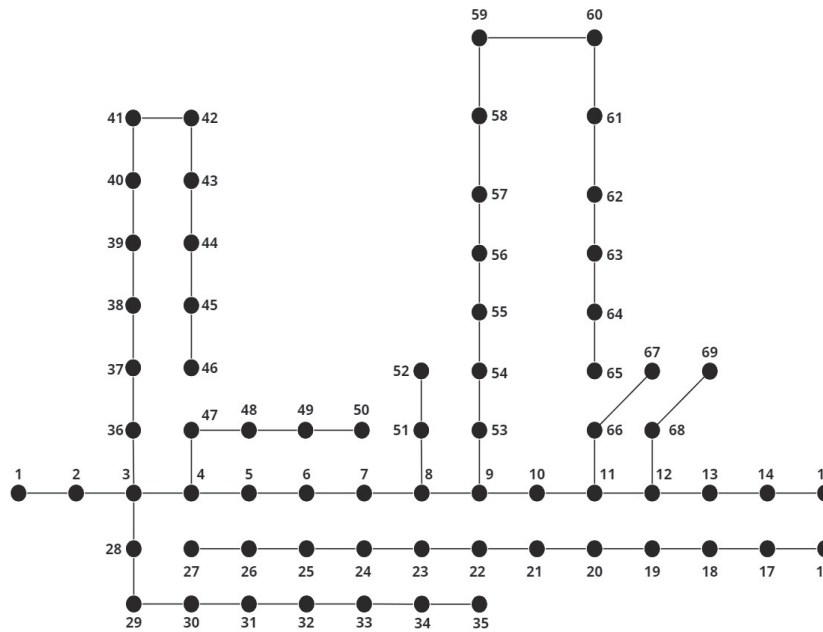
5.4.1 EEDR-SD: modelagem monofásica

O desempenho do EEDR-SD na modelagem monofásica foi avaliado através de simulações envolvendo um sistema de distribuição de 69 barras (Baran; Wu, 1989), denotado por SD-69, ilustrado na FIGURA 9. O estimador de estados proposto foi avaliado quanto aos aspectos numéricos, que abrangem o condicionamento numérico da matriz de coeficientes (matriz de Hachtel), bem como a dimensão e a esparsidade das matrizes. Além disso, foram analisados aspectos computacionais, envolvendo a convergência do estimador em função da variação do ângulo de base da normalização *cpu*.

Os resultados abrangem as implementações das formulações desacopladas propostas neste trabalho e da formulação completa (não desacoplada) para fins de comparação, ou seja:

- Estimador de estados restrito para SD com solução via Método de Hachtel Desacoplado (EEDR-SD);

FIGURA 9 – SISTEMA DE DISTRIBUIÇÃO: 69 BARRAS



FONTE: A autora (2026)

- Estimador de estados restrito para SD com solução via Método de Hachtel Completo (EESD-completo);
- EEDR-SD e EESD-completo com informações *a priori*.

No ambiente de simulação, um gerador de medidas é implementado. Esse gerador é composto por uma etapa de pré-processamento dos dados, onde esses são normalizados no sistema *cpu* que alimenta um fluxo de potência exato, cuja saída é utilizada para formação do conjunto de medidas perfeitas (já normalizadas no sistema *cpu*). A última etapa consiste da adição de ruídos para simular os erros aleatórios das quantidades medidas.

A sistemática de avaliação da acurácia dos estimadores de estados propostos consiste na aplicação de indicadores estatísticos. Neste trabalho, a métrica empregada foi o Erro Médio Absoluto (EMA), a partir de 100 simulações. O EMA é calculado para os valores estimados das magnitudes e ângulos das tensões nas barras, conforme (5.70):

$$EMA = \frac{1}{n_{simul}} \sum_{k=1}^{n_{simul}} |\hat{x}_i^k - x_i^{ref}| \quad (5.70)$$

em que n_{simul} é número de simulações, \hat{x}_i as variáveis estimadas e x_i^{ref} os valores de referências dos estados provenientes do cálculo exato do fluxo de potência.

Nas simulações, considerou-se a imprecisão dos medidores através da adição de ruídos nas medições, ou seja, adição de erros aleatórios no vetor de medidas:

$$z_i = z_i^{ref} + \eta \cdot \sigma_i \quad (5.71)$$

onde z_i indica o valor da medida i , z_i^{ref} o valor de referência das medidas obtido através da solução exata do fluxo de potência, η corresponde a um valor aleatório com média zero e desvio padrão unitário e σ_i é o desvio padrão associado ao medidor da medida i obtido através de (CASTILLO-ALBERTINI, 2010):

$$\sigma_i = \frac{pr \cdot z_i^{ref}}{3} \quad (5.72)$$

em que pr indica a precisão relativa com o tipo de medida. Neste trabalho considerou-se uma precisão de 2% para as medidas de fluxo de potência, 1% para as medidas de injeção de potência e magnitude de tensão.

5.4.1.1 Convergência e desempenho dos estimadores sob a normalização cpu

Analisando-se primeiramente o desempenho do EESD-completo (não desacoplado) com a inserção das informações *a priori*, constatou-se, primeiramente, que a convergência ocorreu em 4 iterações, tanto na versão sem quanto na versão com informações *a priori* modeladas no problema.

A TABELA 10 mostra os valores para o EMA das variáveis de estado no EESD-completo, considerando a presença e ausência das informações *a priori* na formulação, calculado através de (5.70).

TABELA 10 – EMA PARA OS ÂNGULOS E MAGNITUDES DE TENSÃO: EESD-COMPLETO

EESD-completo	$EMA(\theta)$	$EMA(V)$
sem informações <i>a priori</i>	$3,2288e-5$	$3,7658e-4$
com informações <i>a priori</i>	$4,1773e-5$	$5,8252e-4$

Observa-se através do EMA o impacto da inclusão de informações *a priori* no desempenho do EESD-completo sob a presença de erros aleatórios. De modo geral, sem informações *a priori* tem-se uma boa precisão global do estimador. Quando as informações *a priori* são incorporadas, nota-se um aumento do EMA tanto para os ângulos quanto para as magnitudes da tensão. Esse comportamento sugere que, nas condições analisadas, as informações *a priori* introduziram uma degradação sutil, o que pode estar associado à ponderação das mesmas bem como a escolha das informações adotadas nas simulações (pior cenário). Sendo assim, pode-se contornar essa degradação ajustando a variância das informações *a priori*. Cabe ressaltar que,

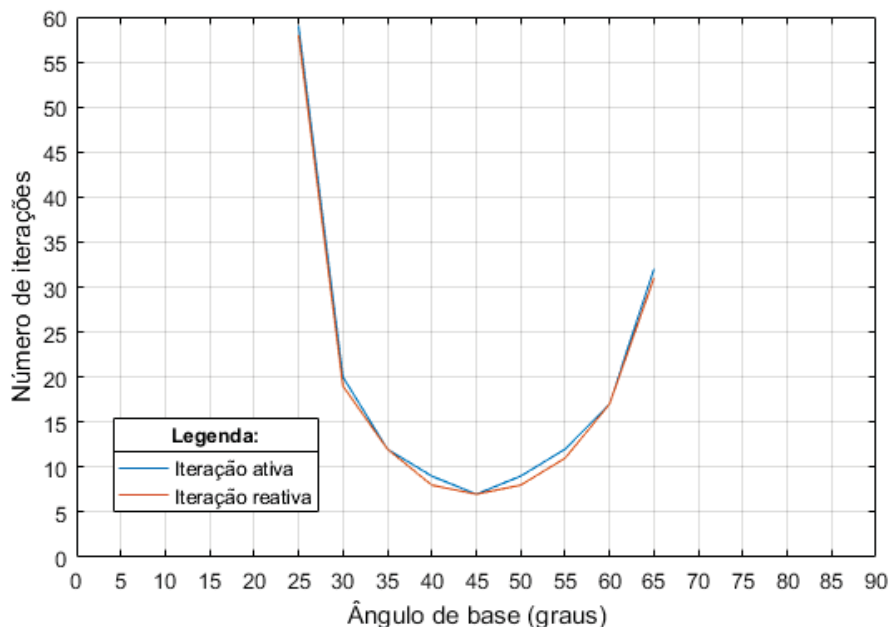
apesar da escolha do pior cenário, não se obteve um comprometimento do EESD-completo.

O desempenho do EEDR-SD frente à variação do ângulo de base foi avaliado em duas formulações: sem e com informações *a priori*. Para simplificar a escrita, ao longo do texto as informações *a priori* são apresentadas também por *info a priori*. A convergência do estimador foi analisada no intervalo de $0^\circ \leq \phi_{base} \leq 90^\circ$, com passos de 5 graus. A influência da variação do ângulo de base no número de iterações requeridas pelo EEDR-SD sem informações *a priori* pode ser observada na FIGURA 10.

Verifica-se que este passa a convergir apenas para valores de $\phi_{base} > 20^\circ$, porém ainda com um número muito elevado de iterações, e deixa de convergir para valores superiores a 70° . No gráfico apresentado na FIGURA 10, a ausência de linhas indica a não convergência do estimador. O menor número de iterações é obtido na faixa de $40^\circ \leq \phi_{base} \leq 50^\circ$, com 7 iterações ativas e 7 reativas, como pode ser observado na FIGURA 10.

Em relação ao ajuste da razão X/R (vide Seção 5.2, Equação (5.4)), dentro do intervalo de melhor convergência e escolhendo o ângulo central ($\phi_{base} = 45^\circ$), a razão X/R vai de 0,8358 ($\phi_{base} = 0^\circ$) para 3,6675, claramente criando as condições necessárias para a aplicação e bom desempenho do método desacoplado, conforme proposto.

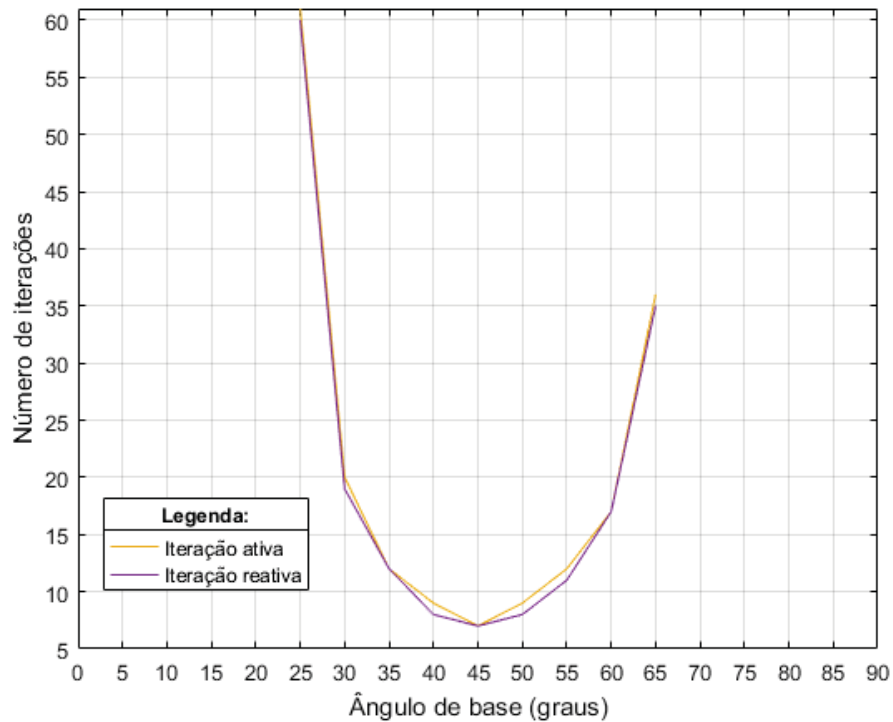
FIGURA 10 – CONVERGÊNCIA DO EEDR-SD SEM INFO A PRIORI (SD-69)



FONTE: A autora (2026)

Considerando agora a presença de informação *a priori*, ou seja, para o EEDR-SD com info *a priori*, a influência do ângulo de base na convergência do estimador é apresentada na FIGURA 11.

FIGURA 11 – CONVERGÊNCIA DO EEDR-SD COM INFO A PRIORI (SD-69)



FONTE: A autora (2026)

O menor número de iterações ocorre no intervalo $40^\circ \leq \phi_{base} \leq 50^\circ$, com 7 iterações ativas e 7 reativas. Em relação ao EESD-DR sem info *a priori*, este teve um aumento no número de iterações somente na proximidade das faixas de início e fim de convergência, ou seja, próximo de 25° e 65° .

Para mensurar a acurácia do EEDR-SD sem e com info *a priori* via EMA (Equação (5.70)), foi adotado um valor intermediário para o ângulo de base (dentro do intervalo que apresenta menor número de iterações). Para o EEDR-SD sem e com informações *a priori*, considerou-se $\phi_{base} = 45^\circ$. A TABELA 11 apresenta os valores obtidos para o EMA¹ para o EEDR-SD com e sem infos *a priori*.

Nota-se em TABELA 11 as diferenças no desempenho do estimador quando as informações *a priori* são incorporadas ao problema, apresentando um aumento expressivo do EMA dos ângulos de tensão, correspondendo a um acréscimo de aproximadamente duas ordens de grandeza em relação ao caso sem info *a priori*. Esses

¹ Para o cálculo do EMA foram adicionados erros aleatórios e ângulo de base intermediário na faixa de menor número de iterações.

TABELA 11 – EMA PARA OS ÂNGULOS E MAGNITUDES DE TENSÃO: EEDR-SD

EESD-DR	$EMA(\theta)$	$EMA(V)$
sem informações <i>a priori</i>	$2,280e-5$	$1,5191e-4$
com informações <i>a priori</i>	$4,9781e-3$	$5,8092e-4$

resultados indicam que a presença de informações *a priori* afeta a estimação dos ângulos de tensão, certamente em função dos valores considerados para essas informações (flat start) e dos pesos adotados. Esses resultados indicam a necessidade de ajustar essas variâncias em caso de valores poucos efetivos de informação *a priori*, como é o caso do flat start aqui adotado.

Vale ressaltar que essa métrica permite ainda uma análise dos valores estimados pelo EEDR-SD na presença de erros aleatórios com relação ao estimador completo, comparando-os com o fluxo de potência exato. Comparando-se os valores do EMA das versões completa e desacoplada apresentados nas TABELA 10 e TABELA 11, constata-se que, de modo geral, a formulação desacoplada proposta apresenta o mesmo nível de precisão para as estimativas dos estados que o método completo, exceto na questão do ângulo das tensões no EESD-DR com info *a priori*.

5.4.1.2 Aspectos numéricos

Na sequência, são avaliados e apresentados os resultados que refletem os aspectos numéricos relacionados à matriz de coeficientes do método dos MQP restrito (solucionado pelo Tableau Esperso), denominada como matriz de Hachtel. Cabe ressaltar que, visando um melhor condicionamento numérico geral, nas implementações adotou-se a inclusão do fator α , discutido e apresentado na Seção 2.3.1.

Um primeiro comparativo refere-se à dimensão e ao condicionamento numérico da matriz ganho do método MQP irrestrito (com solução via equação Normal de Gauss), e da matriz de Hachtel do EESD-completo (com e sem informações *a priori*). Os resultados referentes ao sistema teste SD-69 são apresentados na TABELA 12.

TABELA 12 – CONDICIONAMENTO NUMÉRICO E DIMENSÃO DA MATRIZ DE COEFICIENTES COMPLETA (SD-69)

Método de Solução	Matriz de Coeficientes	Dimensão da Matriz de Coeficientes	Condicionamento Numérico
Equação Normal	Ganho	138x138	$5,4568e17$
Tableau sem info <i>a priori</i>	Hachtel	617x617	$1,8586e10$
Tableau com info <i>a priori</i>	Hachtel	617x617	$2,3358e8$

Observa-se na TABELA 12 que, como esperado, a dimensão da matriz Hachtel de coeficientes é significativamente maior do que a matriz ganho do método dos MQP

irrestrito, o que implica em um problema linear maior a ser resolvido a cada iteração. Outro ponto que pode ser observado é o condicionamento numérico das matrizes de coeficientes, que confirmam as conclusões reportadas na literatura de que este é significativamente melhor para a matriz de Hachtel, conforme mostram os valores na última coluna da TABELA 12. Um fator relevante a ser ressaltado é a verificação de uma melhoria adicional do condicionamento numérico do EESD-completo quando se tem a inclusão das informações *a priori*.

A dimensão da matriz de coeficientes do EESD-completo enfatiza a importância do uso do desacoplamento proposto nesse trabalho, que, além de empregar matrizes constantes, subdivide o problema completo em dois subproblemas, com matrizes de Hachtel ativa e reativa de dimensões bem inferiores às da matriz completa, conforme discutido a seguir.

Os valores de condicionamento numérico das matrizes de coeficientes dos estimadores desacoplados propostos (EEDR-SD), com e sem informações *a priori*, considerando o ângulo de base intermediário para cada formulação, igual a 45° , podem ser observados na TABELA 13.

TABELA 13 – CONDICIONAMENTO NUMÉRICO E DIMENSÃO DAS MATRIZES DESACOPLADAS DE HACHTEL (SD-69)

Matriz de Hachtel	Dimensão das matrizes	Condicionamento Numérico	
		sem <i>priori</i>	com <i>priori</i>
Ativa	274x274	1,3666e16	4,5406e6
Reativa	343x343	1,0494e10	1,6701e8

Para o caso sem informações *a priori*, observa-se uma piora expressiva do condicionamento das matrizes desacopladas em comparação com a matriz completa do Tableau (vide TABELA 12). No entanto, no caso do Tableau desacoplado com informações *a priori*, verifica-se uma melhoria ainda mais significativa do que o caso completo quando comparado com o Tableau desacoplado sem *priori*, e uma melhoria quando comparado com qualquer outro caso (vide TABELA 12 e TABELA 13).

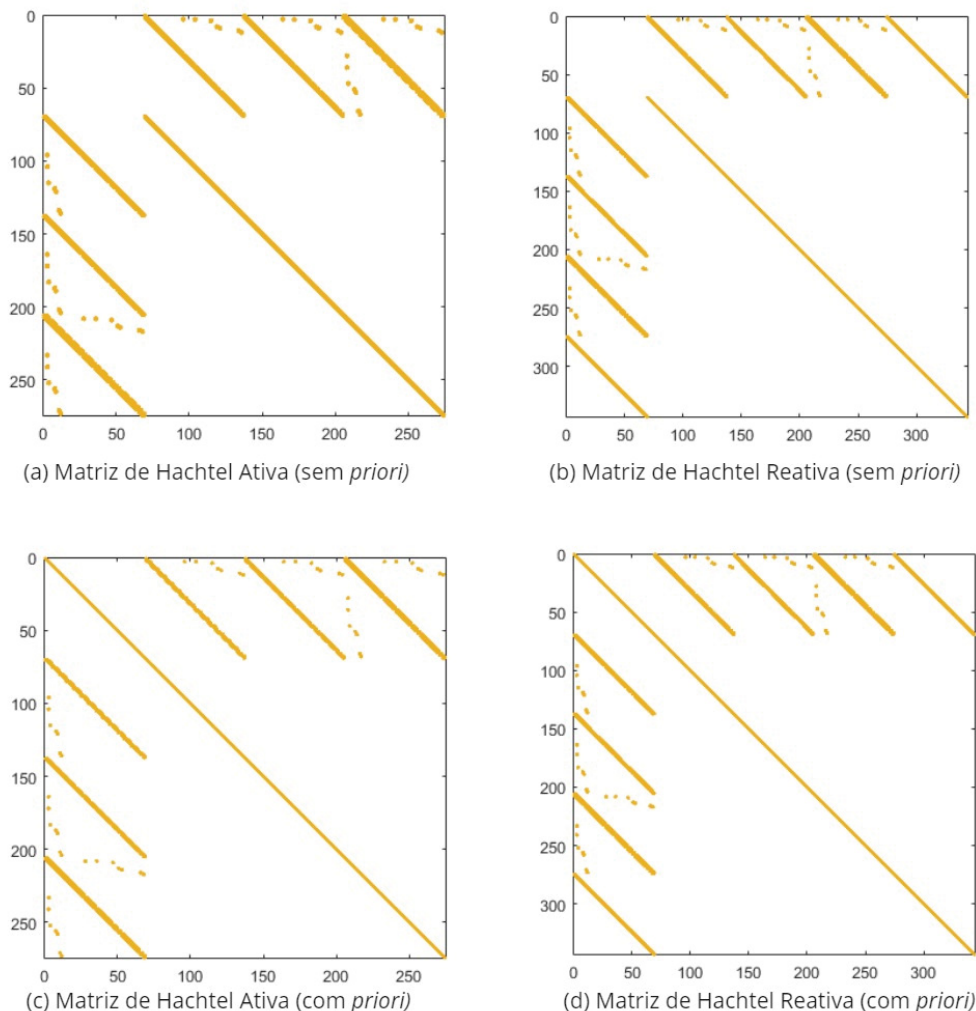
No SD-69, a dimensão da matriz de Hachtel da parte ativa é de 274x274 e a da reativa de 343x343. Comparando com a matriz de Hachtel do EESD-completo, com dimensão de 617x617, verifica-se uma redução considerável da dimensão dos sistemas lineares a serem resolvidos, com impacto direto na diminuição do custo computacional envolvido no processo de fatoração e solução desses sistemas quando comparado com a solução do método completo.

Analisando os aspectos referentes à estrutura e esparsidade da matriz de coeficientes do EEDR-SD, a matriz de Hachtel da parte ativa apresenta 1.159 elementos não nulos em sua formulação sem informações *a priori*, chegando a 1.228

elementos não nulos com a presença destas, com um grau de esparsidade de 98,4%. A matriz de Hachtel referente à parte reativa possui 1.366 elementos diferentes de zero, sem *priori*, e de 1.435, com *priori*, onde esta apresenta um grau de esparsidade de 92,9%. A FIGURA 12 ilustra a estrutura da matriz de Hachtel no método desacoplado, demonstrando o impacto da adição das informações *a priori* no problema de estimação de estados via EEDR-SD.

Comparando-se a FIGURA 12-(a) com a FIGURA 12-(c) e FIGURA 12-(b) com a FIGURA 12-(d), pode-se analisar a influência da presença das informações *a priori* na matriz de Hachtel, evidenciando o fortalecimento da diagonal principal.

FIGURA 12 – ESTRUTURA DA MATRIZ DE HACHTEL DESACOPLADA, SEM E COM INFORMAÇÕES *A PRIORI*, NO SD-69



FONTE: A autora (2026)

5.4.2 EEDR-SD: modelagem trifásica

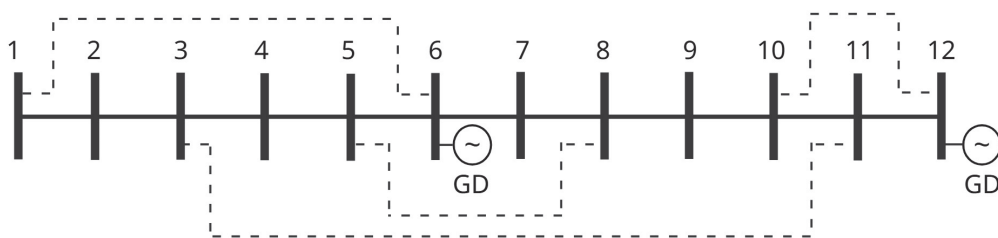
Para avaliar o desempenho do EEDR-SD na modelagem trifásica, sem e com informações *a priori*, foi utilizado o sistema teste de 12 barras, originalmente baseado nos dados encontrados em Eminoglu *et al.* (2010). Foram consideradas diferentes condições operacionais, conforme apresentado na TABELA 14.

TABELA 14 – CASOS SD-12: CONDIÇÕES OPERACIONAIS CONSIDERADAS

Caso	Condição operacional
Caso A	Sistema radial sem geração distribuída (GD)
Caso B	Sistema radial com inserção de 10% de GD
Caso C	Sistema radial com inserção de 50% de GD
Caso D	Sistema malhado sem GD
Caso E	Sistema malhado com inserção de 10% de GD

Em relação à inserção de GD apresentada na TABELA 14, foram considerados dois níveis de penetração, correspondentes à 10% e 50% da carga total do sistema. Para o nível de 10%, foram instaladas unidades de GD nas barras 6 e 12, com potência de 0,022 MW em cada barra. Para o nível de 50%, a inserção foi realizada nas mesmas barras, com potência de 0,11 MW em cada barra. Quanto à configuração malhada, foram consideradas quatro malhas, estabelecidas pelas conexões entre as barras 1-6, 3-11, 5-8 e 10-12. A FIGURA 13 ilustra o sistema de distribuição de 12 barras (SD-12) nas diferentes configurações analisadas, sendo as linhas pontilhadas a representação dos casos malhados.

FIGURA 13 – SISTEMA DE DISTRIBUIÇÃO: 12 BARRAS (SD-12)



FONTE: A autora (2026)

Inicialmente, todos os casos foram simulados assumindo condições equilibradas. Na sequência, considerando as mesmas configurações operacionais apresentadas na TABELA 14, foram definidos os casos A1, B1, C1, D1 e E1, agora sob condições desequilibradas, a fim de representar de forma mais realista a rede de distribuição.

Nesta seção, serão analisados os seguintes aspectos:

- A validação do EEDR-SD proposto considerando a representação trifásica da rede;
- A convergência do EEDR-SD com diferentes normalizações *cpu* e acurácia;
- As características da matriz de coeficientes do EEDR-SD.

5.4.2.1 Validação do EEDR-SD na representação trifásica

Para a validação das ferramentas propostas, os resultados obtidos pelo EESD-completo e pelo EEDR-SD sem e com informações *a priori*, foram comparados com aqueles provenientes do fluxo de potência, na ausência de erros aleatórios. A TABELA 15 apresenta os resultados obtidos para o Caso E1 (SD-12 desequilibrado e malhado com inserção de 10% de GD), comparando as medidas de magnitude de tensão e ângulo das fases do fluxo de potência com os valores estimados via EEDR-SD com informações *a priori*.

TABELA 15 – CASO E1: COMPARAÇÃO DA MAGNITUDE DE TENSÃO E ÂNGULO DE FASE DO FLUXO DE POTÊNCIA EXATO E EEDR-SD COM INFO *A PRIORI*

Barra	Fluxo de Potência						EEDR-SD com info <i>a priori</i>					
	Tensão (<i>pu</i>)			Ângulo (graus)			Tensão (<i>pu</i>)			Ângulo (graus)		
	V_k^a	V_k^b	V_k^c	θ_k^a	θ_k^b	θ_k^c	V_k^a	V_k^b	V_k^c	θ_k^a	θ_k^b	θ_k^c
1	1,0000	1,0000	1,0000	0,00	-120,00	120,00	1,0000	1,0000	1,0000	0,00	-120,00	120,00
2	0,9978	0,9971	0,9985	0,05	-119,93	120,04	0,9978	0,9971	0,9985	0,05	-119,93	120,04
3	0,9962	0,9951	0,9974	0,09	-119,89	120,062	0,9962	0,9951	0,9974	0,09	-119,89	120,062
4	0,9962	0,9950	0,9973	0,08	-119,88	120,06	0,9962	0,9950	0,9973	0,08	-119,88	120,06
5	0,9981	0,9976	0,9987	0,04	-119,94	120,03	0,9981	0,9976	0,9987	0,04	-119,94	120,03
6	1,0000	1,0000	1,0000	0,00	-120,00	119,99	1,0000	1,0000	1,0000	0,00	-120,00	119,99
7	0,9991	0,9988	0,9994	0,01	-119,97	120,01	0,9991	0,9988	0,9994	0,01	-119,97	120,01
8	0,9981	0,9976	0,9987	0,04	-119,94	120,03	0,9981	0,9976	0,9987	0,04	-119,94	120,03
9	0,9959	0,9946	0,9971	0,10	-119,85	120,07	0,9959	0,9946	0,9971	0,10	-119,85	120,07
10	0,9960	0,9947	0,9972	0,10	-119,86	120,07	0,9960	0,9947	0,9972	0,10	-119,86	120,07
11	0,9962	0,9951	0,9974	0,08	-119,88	120,06	0,9962	0,9951	0,9974	0,08	-119,88	120,06
12	0,9960	0,9947	0,9972	0,10	-119,86	120,07	0,9960	0,9947	0,9972	0,10	-119,86	120,07

Os resultados apresentados na TABELA 15 evidenciam a validação do EEDR-SD, uma vez que os valores obtidos coincidem com aqueles provenientes do fluxo de potência. De forma consistente, para todos os demais casos analisados, os resultados do EEDR-SD (sem e com info *a priori*) e do EESD-completo também se mostraram idênticos aos do fluxo de potência, considerando a ausência de erros aleatórios.

Ressalta-se que a ausência de erros aleatórios foi considerada apenas para fins de validação das propostas apresentadas neste capítulo. Os resultados apresentados na sequência contemplam os cenários com a inserção de ruídos nas medições.

5.4.2.2 Convergência e desempenho dos estimadores sob a normalização *cpu*

Uma análise preliminar foi realizada em relação ao número de iterações do EESD-completo para todos os cenários descritos na TABELA 14, considerando também

os mesmos casos com cargas desbalanceadas. A TABELA 16 mostra os valores obtidos.

TABELA 16 – NÚMERO DE ITERAÇÕES SD-12: EESD-COMPLETO

Casos	A	A1	B	B1	C	C1	D	D1	E	E1
Nº de iterações	3	3	3	3	3	3	2	3	4	5

Para a análise dos estimadores propostos na modelagem trifásica, a métrica do Erro Médio Absoluto (EMA) utilizada foi considerando um EMA global, sendo este calculado por:

$$EMA_{\text{global}} = \frac{1}{N_{\text{tot}}} \sum_{\phi \in \{a,b,c\}} \sum_{k=1}^{N_{\phi}} \left| x_{k,\phi}^{\text{est}} - x_{k,\phi}^{\text{ref}} \right| \quad (5.73)$$

N_{tot} é o número total de fases consideradas no sistema; N_{ϕ} é o número de barras que possuem a fase ϕ ; $\phi \in \{a, b, c\}$ representa as fases do sistema trifásico; $x_{k,\phi}^{\text{est}}$ é a medida estimada na barra k e fase ϕ ; $x_{k,\phi}^{\text{ref}}$ é a medida de referência (fluxo de potência) na barra k e fase ϕ e k é o índice das barras do sistema.

A partir de (5.73), a TABELA 17 apresenta o EMA global para as tensões e ângulos de fase do EESD-completo.

TABELA 17 – EMA GLOBAL PARA AS TENSÕES E ÂNGULOS DE FASE: EESD-COMPLETO

Casos	A	B	C	D	E
EMA_V	1,308e-3	1,037e-3	6,180e-4	7,810e-4	1,422e-3
EMA_{θ}	1,970e-3	1,739e-3	1,130e-3	2,546e-3	2,980e-3
Casos	A1	B1	C1	D1	E1
EMA_V	1,034e-3	4,840e-4	8,220e-4	8,540e-4	1,117e-3
EMA_{θ}	3,288e-3	2,299e-3	2,744e-3	1,030e-3	2,120e-3

Os resultados na TABELA 17 indicam que, mesmo na presença de ruídos nas medições e com tolerância de 10^{-6} do estimador, os erros permanecem da ordem de 10^{-3} , demonstrando a robustez do EESD-completo. Observa-se ainda, de modo geral, maior sensibilidade dos ângulos de fase em relação às magnitudes de tensão, bem como baixa influência do desequilíbrio das cargas na precisão do EESD-completo.

Para avaliar o desempenho do EEDR-SD em relação à variação do ângulo de base (ϕ_{base}), foi realizada uma varredura ϕ_{base} no intervalo de $0^\circ \leq \phi_{\text{base}} \leq 90^\circ$, com incrementos de 1 grau, considerando todos os cenários.

A TABELA 18 e TABELA 19 apresentam a faixa do ângulo de base que resultou no menor número de iterações, para a formulação sem info *a priori* e com info *a priori*, respectivamente. Observou-se que, em todos os casos, o EEDR-SD (com e sem informações *a priori*) passa a convergir para valores de $\phi_{\text{base}} \geq 30^\circ$.

TABELA 18 – FAIXA DO ÂNGULO DE BASE COM MENOR NÚMERO DE ITERAÇÕES: EEDR-SD SEM INFO *A PRIORI*

Caso	ϕ_{base}	Iterações Ativas	Iterações Reativas
A	$63^\circ \leq \phi_{base} \leq 65^\circ$	4	3
B	$60^\circ \leq \phi_{base} \leq 70^\circ$	4	4
C	$61^\circ \leq \phi_{base} \leq 81^\circ$	4	3
D	$46^\circ \leq \phi_{base} \leq 49^\circ$	4	3
E	$46^\circ \leq \phi_{base} \leq 50^\circ$	4	3
A1	$51^\circ \leq \phi_{base} \leq 67^\circ$	4	4
B1	$62^\circ \leq \phi_{base} \leq 64^\circ$	4	3
C1	$60^\circ \leq \phi_{base} \leq 85^\circ$	4	3
D1	$46^\circ \leq \phi_{base} \leq 55^\circ$	4	4
E1	54°	4	4

TABELA 19 – FAIXA DO ÂNGULO DE BASE COM MENOR NÚMERO DE ITERAÇÕES: EEDR-SD COM INFO *A PRIORI*

Caso	ϕ_{base}	Iterações Ativas	Iterações Reativas
A	$57^\circ \leq \phi_{base} \leq 65^\circ$	4	3
B	$62^\circ \leq \phi_{base} \leq 71^\circ$	4	4
C	$60^\circ \leq \phi_{base} \leq 84^\circ$	4	3
D	55°	3	3
E	55°	3	3
A1	$58^\circ \leq \phi_{base} \leq 59^\circ$	4	3
B1	$51^\circ \leq \phi_{base} \leq 54^\circ$	4	3
C1	$59^\circ \leq \phi_{base} \leq 84^\circ$	4	3
D1	$42^\circ \leq \phi_{base} \leq 50^\circ$	4	3
E1	55°	3	3

Assim como demonstrado nos resultados do EEDR-SD na modelagem monofásica, na modelagem trifásica a escolha do ângulo de base exerce influência no desempenho do estimador desacoplado proposto. Em geral, as menores quantidades de iterações foram obtidas para valores intermediários de ϕ_{base} , tipicamente entre aproximadamente 50° e 70° , independente da configuração do SD-12. Além disso, nota-se que a utilização de informações *a priori* tende a reduzir ligeiramente o número de iterações em alguns casos, indicando uma melhora no processo de convergência. Apesar disso, a faixa de ângulo de base associada a esse melhor desempenho tornou-se mais restrita, conforme evidenciado nos casos D e E na TABELA 18 e TABELA 19.

Com base nas faixas do ângulo de base que resultaram em menores números de iterações, adotou-se um valor intermediário de $\phi_{base} = 50^\circ$ para os cálculos do EMA global. Considerando os cenários com cargas desbalanceadas e a presença de erros aleatórios nas medições, a TABELA 20 reúne os valores do EMA global obtidos para o EEDR-SD, com e sem o uso de informações *a priori*.

Os resultados apresentados na TABELA 20 indicam que o EEDR-SD apresenta

TABELA 20 – EMA GLOBAL PARA AS TENSÕES E ÂNGULOS DE FASE: EEDR-SD

EEDR-SD sem info <i>a priori</i>					
Casos	A1	B1	C1	D1	E1
EMA_V	$2,320e-4$	$1,375e-3$	$6,180e-4$	$9,450e-4$	$1,435e-3$
EMA_θ	$2,285e-3$	$1,474e-3$	$1,130e-3$	$1,808e-3$	$1,630e-3$
EEDR-SD com info <i>a priori</i>					
Casos	A1	B1	C1	D1	E1
EMA_V	$6,990e-4$	$1,199e-3$	$7,240e-4$	$5,960e-4$	$8,640e-4$
EMA_θ	$1,807e-3$	$3,150e-3$	$3,041e-3$	$1,570e-3$	$1,580e-3$

bom desempenho na estimação de estados, mesmo na presença de erros aleatórios. De modo geral, observa-se que a utilização de informações *a priori* não resultou em uma redução significativa dos valores do EMA global, mantendo os erros basicamente na mesma ordem de grandeza. Assim como discutido anteriormente, esse comportamento pode estar associado à escolha das variâncias atribuídas às informações *a priori* adotadas neste trabalho.

5.4.2.3 Matriz de coeficientes do EEDR-SD

Em relação à dimensão da matriz de coeficientes do EESD-completo, é natural um aumento expressivo decorrente da modelagem trifásica da rede de distribuição. A TABELA 21 apresenta o tamanho da matriz de coeficientes relativa à solução da estimação de estados via EESD-completo, sendo denominada matriz de Hachtel, com seus valores respectivos à ordem de grandeza do condicionamento numérico.

TABELA 21 – DIMENSÃO E CONDICIONAMENTO NUMÉRICO DA MATRIZ DE HACHTEL (EESD-COMPLETO)

Caso	Dimensão da Matriz de Hachtel	Condicionamento Numérico
A	312x312	10^{16}
B	312x312	10^{16}
C	312x312	10^{16}
D	360x360	10^{19}
E	360x360	10^{19}

A elevada dimensão das matrizes envolvidas no processo de solução do estimador de estados, evidencia a relevância da estratégia de desacoplamento proposta neste trabalho. Tal abordagem, além de operar com matrizes constantes, permite a decomposição do problema original em dois subproblemas, associados às componentes ativa e reativa, cujas matrizes de Hachtel apresentam dimensões inferiores à matriz completa. A TABELA 22 apresenta os valores do condicionamento numérico e dimensão da matriz de Hachtel (com suas partições ativa e reativa) referentes ao EEDR-SD proposto, sem e com informações *a priori*.

TABELA 22 – DIMENSÃO E ORDEM DE GRANDEZA DA MATRIZ DE HACHTEL PARTICIONADA (EEDR-SD)

EEDR-SD sem info <i>a priori</i>				
Caso ¹	Dimensão da Matriz de Hachtel		Condicionamento Numérico	
	Ativa	Reativa	Ativa	Reativa
A	138x138	174x174	10 ²¹	10 ¹⁶
B	138x138	174x174	10 ²⁰	10 ¹⁶
C	138x138	174x174	10 ¹⁹	10 ¹³
D	162x162	198x198	10 ¹⁸	10 ¹⁹
E	162x162	198x198	10 ¹⁹	10 ¹⁹
EEDR-SD com info <i>a priori</i>				
Caso ¹	Dimensão da Matriz de Hachtel		Condicionamento Numérico	
	Ativa	Reativa	Ativa	Reativa
A	138x138	174x174	10 ¹⁴	10 ¹⁵
B	138x138	174x174	10 ¹⁴	10 ¹⁵
C	138x138	174x174	10 ¹²	10 ¹⁴
D	162x162	198x198	10 ¹⁶	10 ¹⁶
E	162x162	198x198	10 ¹⁶	10 ¹⁶

¹ Para os casos desequilibrados (A1 a E1), as dimensões das matrizes e os valores de condicionamento numérico permaneceram equivalentes aos dos respectivos casos equilibrados

Os resultados da TABELA 22 evidenciam que, mesmo para um sistema de menor porte, como o SD-12, a representação trifásica acarreta um aumento relevante na dimensão das matrizes particionadas de Hachtel, especialmente em razão da maior quantidade de variáveis e detalhamento inerente à modelagem por fase. Em relação ao condicionamento numérico, verifica-se que, sem a utilização de informações *a priori*, as matrizes apresentam ordens de grandeza que atingem até 10²⁰, indicando maior sensibilidade numérica do problema. Com a incorporação das infos *a priori*, nota-se uma redução desses valores em todos os cenários, enfatizando a contribuição dessas informações para a melhoria do condicionamento numérico das matrizes particionadas, já verificado na modelagem monofásica e agora também na modelagem trifásica.

5.5 CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO

Este capítulo propõe um estimador de estados para sistemas de distribuição solucionado via Método do Tableau Esparso com a inclusão de informações *a priori*. O estimador de estados proposto apresenta uma nova abordagem obtida pelo desacoplamento das grandezas viabilizado pela normalização complexa por unidade (*cpu*), considerando as representações monofásicas e trifásicas das redes elétricas, culminando no estimador de estados restrito para sistemas de distribuição com solução via método de Hachtel desacoplado (EEDR-SD).

A metodologia proposta aproveita as vantagens oriundas do uso do Tableau Esparso com a inclusão das informações *a priori* das variáveis de estado, melhorando o condicionamento numérico da matriz de coeficientes. Através da normalização *cpu* propõe-se adequar os valores da razão X/R , garantindo, assim, a aplicação dos métodos desacoplados para sistemas de distribuição de energia elétrica. Os resultados apresentados evidenciam o impacto positivo da escolha adequada do ângulo de base da normalização *cpu* na convergência do estimador desacoplado proposto.

Já o desacoplamento propriamente dito, demonstra-se uma técnica de relevância significativa para a análise em tempo real de sistemas de distribuição, especialmente considerando a elevada dimensão desses sistemas, uma vez que atenua de forma significativa o tamanho das matrizes envolvidas na solução via Tableau e as torna constantes durante todo o processo iterativo.

No que se refere às informações *a priori*, adotaram-se valores associados à condição de *flat start*, representando um cenário de baixa qualidade inicial. Mesmo sob essa condição, o estimador apresentou bom desempenho, tanto em termos de convergência quanto de acurácia. Tal resultado sugere que, com a utilização de informações *a priori* de melhor qualidade, como estimativas prévias, o desempenho seja superior ao caso apresentado. Além disso, nos cenários com alta redundância de medidas (incluindo magnitude de tensão e injeção de potência em todas as barras e fluxos de potência em ambas as extremidades das linhas), o uso das informações *a priori* não exerce tanta influência, podendo, inclusive, ser desprezada. Por outro lado, sua utilização torna-se relevante em situações com baixa redundância, como tipicamente observado em sistemas de distribuição.

Os resultados das simulações e testes apresentadas para o EEDR-SD proposto, em suas representações monofásica e trifásica do SD, demonstram que a ferramenta é capaz de aliar a melhoria dos aspectos numéricos proporcionadas pela formulação restrita com solução via método do Tableau Esparso com informações *a priori* com o alto desempenho computacional já conhecido dos métodos desacoplados, ao mesmo tempo que garante a acurácia da estimação dos estados.

6 ESTIMADOR DE ESTADOS RESTRITO PARA SISTEMAS DE TRANSMISSÃO E DISTRIBUIÇÃO INTERLIGADOS COM SOLUÇÃO VIA MÉTODO DE HACHTEL DESACOPLADO

Diante do panorama da expansão notável de geração distribuída (GD) nos sistemas de distribuição e subtransmissão, surgem novos desafios na análise do sistema elétrico. Entre esses está a crescente interação entre os sistemas de transmissão e distribuição (T&D), decorrentes dessa nova característica cada vez mais ativa das redes de distribuição. A interação entre esses sistemas tem se tornado cada vez mais complexa, enfatizando a necessidade de desenvolver metodologias capazes de realizar análises integradas das redes T&D de forma unificada.

Nesse contexto, este capítulo propõe uma metodologia para análise integrada de sistemas T&D na estimação de estados através do uso da normalização *cpu*, que permite a representação explícita de alimentadores de distribuição ativos no modelo da rede básica. O estimador proposto é formulado como um problema de otimização restrito com informações *a priori* e solucionado pelo método do Tableau Esperso combinado com técnicas de desacoplamento, aliando, assim, a eficiência computacional e a estabilidade numérica.

Este capítulo apresenta uma contextualização referente à análise integrada de sistemas T&D. Adentrando na proposta do trabalho, na sequência, discute-se sobre a inclusão da *cpu* na estimação de estados T&D em uma nova abordagem. Por fim, tem-se a formulação do estimador de estados restrito para sistemas T&D com solução via Método de Hachtel desacoplado (EEDR-T&D) seguida das simulações e resultados correlatos.

6.1 CONTEXTUALIZAÇÃO

Tradicionalmente, na análise de sistemas elétricos de potência, a operação dos sistemas de transmissão (ST) e dos sistemas de distribuição (SD) tem sido coordenada separadamente (Singh *et al.*, 1998; Sun; Zhang, 2005) devido às suas características estruturais distintas. Este é o caso também da estimação de estados (EE), onde diferentes algoritmos são empregados para obter uma estimativa para as tensões complexas nas barras a partir de um conjunto diversificado de medidas (Zhang *et al.*, 2022). Para os ST, são mais utilizados os algoritmos de EE baseados no método dos Mínimos Quadrados Ponderados (MQP) e suas variantes desacopladas (Horisberger *et al.*, 1976; Monticelli; Garcia, 1990). Por outro lado, para os SD, a estimação baseada na corrente de ramo é mais comumente empregada (Baran; Kelley, 1995; Primadianto; Lu, 2016).

Os SD foram classicamente caracterizados como sistemas passivos e modelados como cargas equilibradas equivalentes para os ST. Em contraste, na análise de distribuição, o ST é representado como uma única fonte de energia. No entanto, tem-se observado um aumento na interação entre transmissão e distribuição (Lourenço *et al.*, 2010; Durce *et al.*, 2011; Portelinha *et al.*, 2019; Thakar *et al.*, 2021), pela crescente natureza ativa dos SD devido à participação crescente da GD ao longo dos anos.

Um dos principais desafios apresentados na literatura em relação à análise integrada dos sistemas T&D reside na diferença entre as fontes de dados, que variam em acurácia e redundância. Essas diferenças podem impactar a potência e a tensão no barramento de fronteira entre transmissão e distribuição (Sun; Zhang, 2005). Nos últimos anos, cresceram as iniciativas de operação conjunta entre distribuição e transmissão, impulsionadas pela necessidade de maior coordenação entre esses agentes (Power Potential, 2021; Pandey *et al.*, 2024). Adicionalmente, destaca-se a dificuldade de garantir a estabilidade numérica e a eficiência computacional na implementação de um único algoritmo para a solução conjunta dessas redes (Sun; Zhang, 2005).

No que se refere à modelagem e aos métodos de solução de sistemas T&D, Kootte *et al.* (2020) apresentam um estudo comparativo com ênfase no desempenho numérico de abordagens unificadas e de decomposição (*master-slave*). Entende-se por método unificado aquele em que os ST e SD são conectados por meio de um transformador e resolvidos como um único sistema. Por sua vez, na abordagem de decomposição, os subsistemas são mantidos separados: inicialmente resolve-se o sistema “escravo” (SD), cuja solução é injetada no sistema “mestre” (ST), repetindo-se o procedimento de forma iterativa até a convergência, usualmente avaliada a partir dos desvios de tensão na fronteira T&D.

A rede integrada pode ser representada de forma homogênea (quando a transmissão e distribuição são modeladas em três fases) ou de forma híbrida (na qual o ST é modelado de maneira monofásica enquanto o SD permanece trifásico). Os resultados apresentados em Kootte *et al.* (2020), com foco no desempenho numérico da solução do problema de fluxo de potência, indicam que a combinação entre a abordagem unificada e modelagem híbrida apresenta melhor desempenho computacional. Em contrapartida, a modelagem homogênea tende a ser menos eficiente do ponto de vista numérico, sobretudo em virtude da representação trifásica integral, que implica matrizes Jacobianas de maior dimensão e, conseqüentemente, maior tempo de solução do problema de fluxo de potência.

Apesar das contribuições recentes para a análise integrada dos sistemas T&D, como em Sun e Zhang (2005), Samaan *et al.* (2018), Sharma *et al.* (2022) e Pandey *et al.* (2024), ainda existe uma lacuna em métodos de EE que possam lidar com esses sistemas empregando um único algoritmo. Sendo assim, este trabalho apresenta como

uma das contribuições um estimador de estados restrito que processa conjuntamente os sistemas T&D por meio de um algoritmo unificado, capaz de lidar com diferenças de parâmetros e níveis de tensão através de uma nova abordagem que aplica a normalização complexa por unidade (*cpu*). A metodologia proposta baseia-se na EE restrita com solução via método do Tableau Esperso de Hachtel e o integra de forma inovadora ao método desacoplado rápido.

6.2 APLICAÇÃO DA NORMALIZAÇÃO COMPLEXA POR UNIDADE NA EE T&D

A concepção do estimador de estados desacoplado rápido T&D, proposto neste trabalho, consiste em uma nova abordagem para o uso da *cpu*, apresentada inicialmente para o problema do fluxo de potência T&D em Portelinha (2021) e Portelinha *et al.* (2021). Neste trabalho, a normalização é realizada diretamente na formulação do estimador e não apenas empregada como um pré-processamento dos dados, conforme discutido no Capítulo 5.

A normalização *cpu* é aplicada às equações de injeção de corrente, considerando o transformador de fronteira entre o sistema de transmissão e alimentadores da distribuição. Esse procedimento consiste em particionar o sistema elétrico em zonas, que correspondem a subsistemas (como transmissão, subtransmissão e distribuição primária, por exemplo). O zoneamento é realizado conforme as características intrínsecas de cada área do sistema, em especial no que diz respeito ao nível de carregamento e o nível da relação X/R dos elementos da rede.

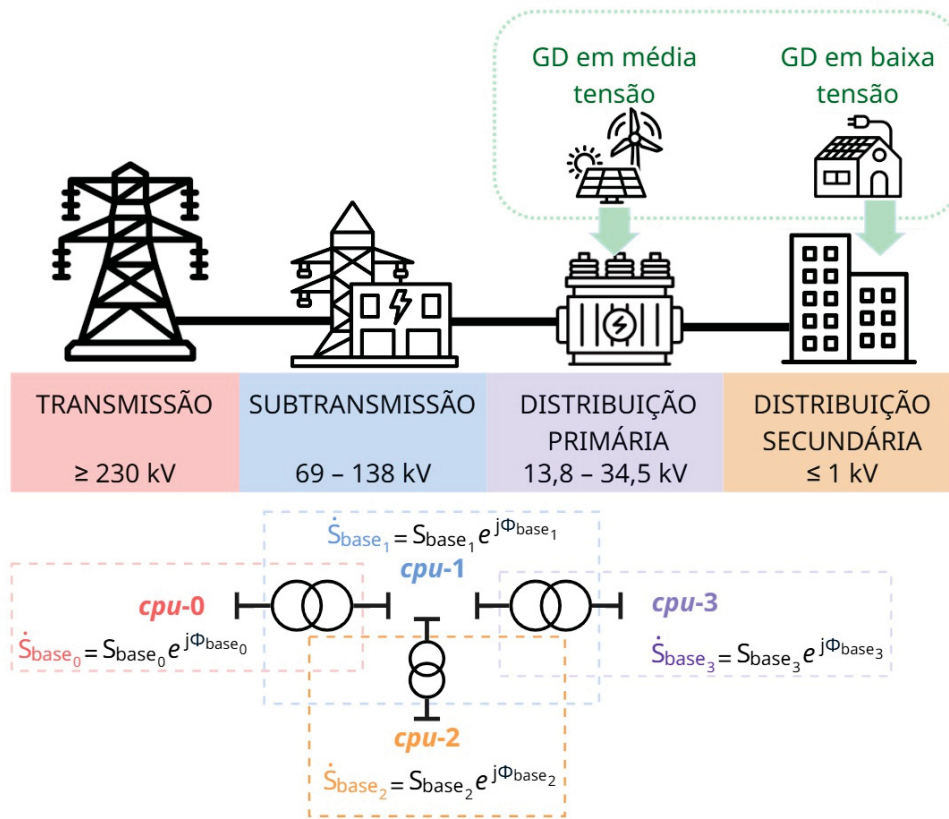
A diferença entre essas duas características está em geral atrelada aos diferentes níveis de tensão, ou seja, sistemas de transmissão (que correspondem à porção da rede de alta e ultra tensão, AT e UT, respectivamente), possui carregamento na ordem de MVA (mega volt-âmpères) e elementos (linhas de transmissão) com alta relação X/R . Já nos sistemas de distribuição, caracterizados por médias e baixas tensões (MT e BT, respectivamente), os carregamentos estão na ordem de kVA (quilo volt-âmpères) e os elementos possuem alta relação R/X (ou baixa relação X/R). A FIGURA 14 ilustra um possível esquema de zoneamento em função dessas características.

Com base no zoneamento, uma normalização *cpu* é atribuída a cada zona, com potência complexa de base (\dot{S}_{base}) adequada ao seu carregamento e nível original da relação X/R (ou seja, adota-se diferentes módulos e ângulos de fase para \dot{S}_{base}), conforme ilustrado na FIGURA 14.

Esse conceito pode ser melhor compreendido por meio do exemplo ilustrativo descrito a seguir. Considera-se uma rede T&D com duas zonas, uma pertencente à rede de transmissão, para a qual é aplicada uma normalização complexa $cpu = 0$ (com $\dot{S}_{base_0} = S_{base_0} e^{j\phi_{base_0}}$), e outra a um sistema de distribuição, este submetido a uma

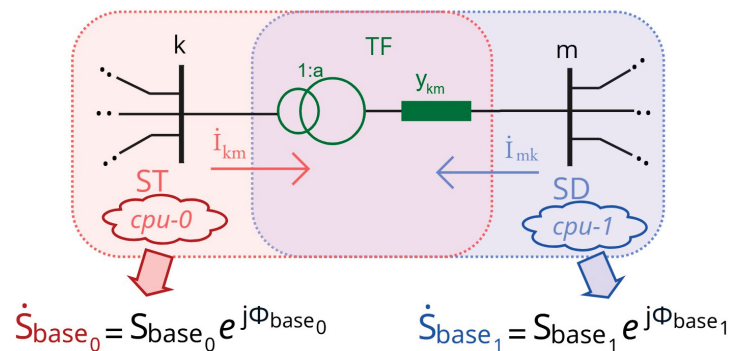
normalização complexa $cpu - 1$ (com $\dot{S}_{base_1} = S_{base_1} e^{j\Phi_{base_1}}$), representado no esquema da FIGURA 15. Tem-se identificado o transformador de fronteira, denotado por TF, que interconecta essas duas zonas com características de carregamento e relação X/R distintas.

FIGURA 14 – ZONEAMENTO DO SISTEMA ELÉTRICO DE POTÊNCIA



FONTE: A autora (2026)

FIGURA 15 – ESQUEMA DE ZONEAMENTO NA CONEXÃO T&D COM NORMALIZAÇÃO CPU



FONTE: A autora (2026)

De acordo com a metodologia proposta, todas as barras e elementos do ST estão submetidas à $cpu - 0$, incluindo a barra k e o ramo $k - m$, e todas as barras e elementos do SD estão submetidas à $cpu - 1$, incluindo a barra m e o elemento $m - k$. O elemento $k - m$ pode ser identificado como o transformador de fronteira (TF) entre o ST e o SD (vide FIGURA 15), que fica claramente sujeito a duas normalizações complexas: $cpu - 0$ quando visto pelo lado da transmissão (barra k) e $cpu - 1$, quando visto pelo lado da distribuição (barra m). Mais precisamente, essa modelagem impacta de forma distinta as equações das correntes no sentido $k - m$ do TF, que estará sujeito à normalização do ST ($cpu - 0$), e no sentido $m - k$, sujeita à normalização $cpu - 1$.

Denotando a admitância série do TF normalizada a partir da barra k (ST) como y_{km}^{cpu-0} e a mesma vista a partir da barra m (SD) como y_{mk}^{cpu-1} , as equações de corrente através do TF podem ser expressas por:

$$\dot{I}_{km}^{cpu-0} = y_{km}^{cpu-0} a^2 \dot{V}_k - y_{km}^{cpu-0} a \dot{V}_m \quad (6.1)$$

$$\dot{I}_{mk}^{cpu-1} = -y_{km}^{cpu-1} a \dot{V}_k + y_{km}^{cpu-1} \dot{V}_m \quad (6.2)$$

Matricialmente, tem-se:

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_{km}^{cpu-0} \\ \dot{I}_{mk}^{cpu-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a^2 y_{km}^{cpu-0} & -y_{km}^{cpu-0} a \\ -y_{km}^{cpu-1} a & y_{km}^{cpu-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_k \\ \dot{V}_m \end{bmatrix} \quad (6.3)$$

Conseqüentemente, as equações de injeção de corrente nas barras de fronteira k e m são definidas por:

$$\dot{I}_k^{cpu-0} = \dot{I}_{km}^{cpu-0} + \sum_{l \in \Pi_k} \dot{I}_{kl}^{cpu-0} = Y_{kk}^{cpu-0} \dot{V}_k + \sum_{l \in \Pi_k} Y_{km}^{cpu-0} \dot{V}_m \quad (6.4)$$

$$\dot{I}_m^{cpu-1} = \dot{I}_{mk}^{cpu-1} + \sum_{l \in \Pi_m} \dot{I}_{ml}^{cpu-1} = Y_{mm}^{cpu-1} \dot{V}_m + \sum_{l \in \Pi_m} Y_{mk}^{cpu-1} \dot{V}_k \quad (6.5)$$

onde Π_k (Π_m) denota o conjunto de barras adjacentes à barra k (m), que, de acordo com o zoneamento, estão submetidas à normalização $cpu - 0$ ($cpu - 1$).

Assim, os elementos da matriz de admitâncias correspondentes ao sistema T&D da FIGURA 15, e com base nas equações (6.4) e (6.5), são expressos por:

$$Y_{kk}^{cpu-0} = \sum_{m \in \Pi_k} (a^2 y_{km}^{cpu-0} + j b_{km,shunt}^{cpu-0}) \quad (6.6)$$

$$Y_{km}^{cpu-0} = -a e^{-j\varphi} y_{km}^{cpu-0} \quad (6.7)$$

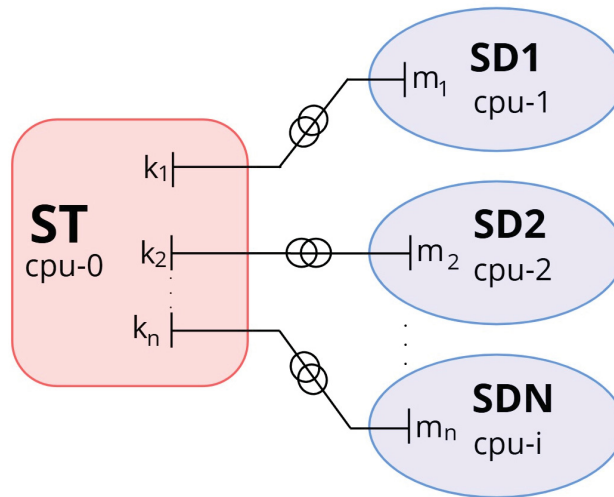
$$Y_{mm}^{cpu-1} = \sum_{k \in \Pi_m} (a^2 y_{mk}^{cpu-1} + j b_{mk,shunt}^{cpu-1}) \quad (6.8)$$

$$Y_{mk}^{cpu-1} = -a e^{j\varphi} y_{km}^{cpu-1} \quad (6.9)$$

Verifica-se a partir de (6.6) a (6.9) que a aplicação de normalização complexa distinta para cada zona implica na assimetria da matriz de admitância de barras. Ainda assim, as equações do sistema T&D podem ser resolvidas de forma convencional, bastando modificar apenas a matriz de admitâncias.

Para generalizar a metodologia, considera-se o sistema T&D ilustrativo da FIGURA 16. O ST é composto por n_T barras, sendo que dessas, k_n são barras que fazem fronteira com os alimentadores de distribuição. Cada alimentador da distribuição é composto por n_D barras, sendo uma dessas a barra de fronteira com o ST, denotado por m_n na FIGURA 16. De acordo com o zoneamento proposto, as n_T barras do ST, incluindo as k_n barras de fronteira, estão submetidas à $cpu - 0$, enquanto que as n_D barras de cada alimentador, estarão submetidas à $cpu - i$, incluindo sua barra de fronteira m_n , conforme indicado na FIGURA 16.

FIGURA 16 – SISTEMA T&D ILUSTRATIVO



FONTE: A autora (2026)

Com base nesse sistema T&D ilustrativo (FIGURA 16), a representação matricial das correntes injetadas na barras de fronteira, por zona, pode ser expressa por:

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_{k_1}^{cpu-0} \\ \dot{I}_{k_2}^{cpu-0} \\ \dots \\ \dot{I}_{k_n}^{cpu-0} \\ \dot{I}_{m_1}^{cpu-1} \\ \dot{I}_{m_2}^{cpu-2} \\ \dots \\ \dot{I}_{m_n}^{cpu-i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{k_1-k_1}^{cpu-0} & 0 & 0 & Y_{k_1-m_1}^{cpu-0} & 0 & 0 \\ 0 & Y_{k_2-k_2}^{cpu-0} & 0 & 0 & Y_{k_2-m_2}^{cpu-0} & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & Y_{k_i-k_i}^{cpu-0} & 0 & 0 & Y_{k_n-m_n}^{cpu-0} \\ Y_{m_1-k_1}^{cpu-1} & 0 & 0 & Y_{m_1-m_1}^{cpu-1} & 0 & 0 \\ 0 & Y_{m_2-m_2}^{cpu-2} & 0 & 0 & Y_{m_2-m_2}^{cpu-2} & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & Y_{m_n-k_n}^{cpu-i} & 0 & 0 & Y_{m_n-m_n}^{cpu-i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_{k_1} \\ \dot{V}_{k_2} \\ \dots \\ \dot{V}_{k_n} \\ \dot{V}_{m_1} \\ \dot{V}_{m_2} \\ \dots \\ \dot{V}_{m_n} \end{bmatrix} \quad (6.10)$$

sendo cada posição Y correspondente às submatrizes associadas.

Generalizando, a matriz de admitância Y_{barra} é expressa por:

$$Y_{barra} = \begin{bmatrix} Y_{barra}^{ST} \\ Y_{barra}^{SD1} \\ \cdot \\ \cdot \\ Y_{barra}^{SDi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{barra}^{cpu-0} \\ Y_{barra}^{cpu-1} \\ \cdot \\ \cdot \\ Y_{barra}^{cpu-i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G^{cpu-0} \\ G^{cpu-1} \\ \cdot \\ \cdot \\ G^{cpu-i} \end{bmatrix} + j \begin{bmatrix} B^{cpu-0} \\ B^{cpu-1} \\ \cdot \\ \cdot \\ B^{cpu-i} \end{bmatrix} \quad (6.11)$$

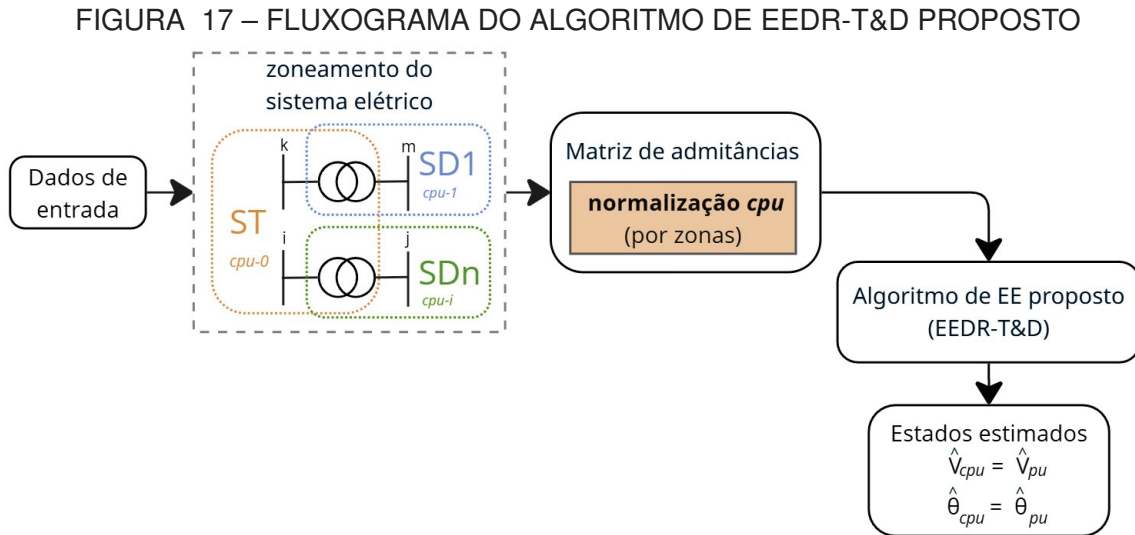
onde cada linha representa uma submatriz da Y_{barra} conforme o zoneamento do sistema elétrico.

A formulação apresentada em (6.10) demonstra que essa representação facilita a modificação das equações relacionadas ao modelo matemático do sistema elétrico de potência quando ocorre uma alteração na topologia, como uma mudança na conexão entre a transmissão e os alimentadores da distribuição, incluindo ligações internas entre a própria distribuição. Essa flexibilidade permite que regiões do sistema T&D sejam adicionadas ou removidas, com as respectivas entradas ou saídas na matriz de admitâncias sendo atualizadas de forma correspondente.

6.3 FORMULAÇÃO DO ESTIMADOR DE ESTADOS RESTRITO PARA SISTEMAS T&D COM SOLUÇÃO VIA MÉTODO DE HACHTEL DESACOPLADO (EEDR-T&D)

Essa seção apresenta a metodologia proposta para a estimação de estados em sistemas T&D de forma unificada, por meio da nova aplicação da normalização cpu apresentada na Seção 6.2. O estimador proposto, além de incorporar a inovação da análise conjunta de sistemas com diferentes níveis de razão X/R empregando um único algoritmo, aplica o método do Tableau Esparsado desacoplado apresentado no Capítulo 5 em sua versão monofásica e trifásica da rede.

Assim, primeiramente, é descrita a formulação do EEDR-T&D proposto na versão considerando a modelagem monofásica da rede elétrica e, na sequência, a formulação trifásica. Independente da modelagem da rede, o fluxograma da FIGURA 17 ilustra as etapas do algoritmo proposto neste trabalho: normalização por zonas do sistema elétrico e o estimador de estados restrito T&D com solução via método do Tableau desacoplado.



FONTE: A autora (2026)

6.3.1 Formulação Monofásica do Estimador de Estados T&D

Considerando o Tableau desacoplado com informações *a priori* proposto no Capítulo 5 na Seção 5.3.1, faz-se a inclusão da abordagem com a releitura da matriz de admitâncias através da normalização *cpu* por zonas do sistema elétrico.

A presença de múltiplas normalizações *cpu* tem impacto na estrutura do algoritmo de estimação de estados proposto no Capítulo 5. Na construção do vetor de medidas (z_m) é feita uma segregação interna de acordo com a zona de tensão do sistema (transmissão, subtransmissão, distribuição), com sua respectiva normalização:

$$z_m = \begin{bmatrix} P_{fluxo} \\ Q_{fluxo} \\ P_{inj} \\ Q_{inj} \\ V_{mag} \end{bmatrix} \Rightarrow \text{para cada zona: } z_m^{T\&D} = \begin{bmatrix} z_m^{ST} \\ z_m^{SD1} \\ \cdot \\ \cdot \\ z_m^{SDi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_m^{cpu-0} \\ z_m^{cpu-1} \\ \cdot \\ \cdot \\ z_m^{cpu-i} \end{bmatrix} \quad (6.12)$$

onde P_{fluxo} e Q_{fluxo} correspondem aos vetores de medidas de fluxo de potência ativa e reativa, respectivamente; P_{inj} e Q_{inj} correspondem aos vetores de medidas de injeção

de potência ativa e reativa, respectivamente; V_{mag} é o vetor de medidas da magnitude de tensão. Os sobrescritos ST , $SD1$ e SD_i correspondem às zonas do sistema T&D, de forma que $z_{m_{ST}}$ é o vetor de medidas no ST e $z_{m_{SD_i}}$ é o vetor de medidas do SD_i .

Assim, cada grandeza de cada zona i é normalizada conforme a $cpu - i$ de sua respectiva zona:

$$z_m = \begin{bmatrix} P_{fluxo}^{cpu-i} \\ Q_{fluxo}^{cpu-i} \\ P_{inj}^{cpu-i} \\ Q_{inj}^{cpu-i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{km[pu]} \cos \phi_{base_i} - Q_{km[pu]} \sin \phi_{base_i} \\ Q_{km[pu]} \cos \phi_{base_i} + P_{km[pu]} \sin \phi_{base_i} \\ P_{k[pu]} \cos \phi_{base_i} - Q_{k[pu]} \sin \phi_{base_i} \\ Q_{k[pu]} \cos \phi_{base_i} + P_{k[pu]} \sin \phi_{base_i} \end{bmatrix} \quad (6.13)$$

sendo $P_{km[pu]}$ e $Q_{km[pu]}$ as medidas de fluxo de potência ativa e reativa no sistema $p.u.$, respectivamente; $P_{k[pu]}$ e $Q_{k[pu]}$ as medidas de injeção de potência ativa e reativa no sistema $p.u.$, respectivamente; ϕ_{base_i} o ângulo de base correspondente à normalização $cpu - i$. Conforme demonstrado em Tortelli *et al.* (2022), a magnitude de tensão na barra k em cpu é a mesma no sistema $p.u.$, ou seja, não precisa sofrer conversão.

Os subproblemas ativo e reativo a serem resolvidos a cada iteração, para o estimador de estados restrito proposto, são reapresentados a seguir:

- **Subproblema ativo:**

$$\begin{bmatrix} C^A & (H^{AA})^T \\ H^{AA} & R^A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\theta \\ \lambda^A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C^A \tilde{x}^A \\ (r^A)^k \end{bmatrix} \quad (6.14)$$

sendo as estimativas ativas são atualizadas por:

$$\theta^{k+1} = \theta^k + \Delta\theta^k \quad (6.15)$$

- **Subproblema reativo:**

$$\begin{bmatrix} C^R & (H^{RR})^T \\ H^{RR} & R^R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V \\ \lambda^R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C^R \tilde{x}^R \\ (r^R)^k \end{bmatrix} \quad (6.16)$$

sendo as estimativas reativas atualizadas por:

$$V^{k+1} = V^k + \Delta V^k \quad (6.17)$$

Agora, na formulação T&D proposta, cada vetor e submatriz contém o zoneamento com a sua respectiva normalização *cpu*. Por exemplo, nas submatrizes Jacobianas (H^{AA} e H^{RR}):

$$[H^{AA}] = \begin{bmatrix} H^{AA^{ST}} \\ H^{AA^{SD1}} \\ \cdot \\ \cdot \\ H^{AA^{SDi}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H^{AA^{cpu-0}} \\ H^{AA^{cpu-1}} \\ \cdot \\ \cdot \\ H^{AA^{cpu-i}} \end{bmatrix} \quad [H^{RR}] = \begin{bmatrix} H^{RR^{ST}} \\ H^{RR^{SD1}} \\ \cdot \\ \cdot \\ H^{RR^{SDi}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H^{RR^{cpu-0}} \\ H^{RR^{cpu-1}} \\ \cdot \\ \cdot \\ H^{RR^{cpu-i}} \end{bmatrix} \quad (6.18)$$

A matriz Jacobiana sofre impacto com o uso da normalização *cpu* visto que nas derivadas parciais têm-se os parâmetros da matriz de admitância (Y_{barra}), conforme demonstrado na Equação (6.11).

Nessa nova metodologia as limitações de convergência e condicionamento, causadas pelas discrepâncias nas relações X/R dos elementos do ST e dos SD, são mitigadas através do uso da aplicação de diferentes normalizações *cpu* e da solução pelo método desacoplado do Tableau Esparsa proposto na seção 5.3. O algoritmo possibilita a análise conjunta de redes com diferentes níveis de tensão, inclusive dentro do próprio sistema de distribuição (rede primária e secundária, por exemplo), utilizando um único algoritmo, aliado à eficácia e ganhos computacionais provenientes do método desacoplado.

6.3.2 Formulação Trifásica do Estimador de Estados T&D

De modo geral, os sistemas de distribuição são caracterizados por cargas desequilibradas e pela coexistência de alimentadores trifásicos, bifásicos e monofásicos. Ao considerar essas características, a modelagem trifásica possibilita uma representação mais adequada e fiel do sistema elétrico, sendo, portanto, comumente adotada em algoritmos como os de estimação de estados. Por esse motivo, propõe-se uma versão trifásica do algoritmo do EEDR-T&D.

A partir dos ajustes para uma representação trifásica do sistema interligado T&D, a formulação trifásica para o EEDR-SD proposto na Seção 5.3.3 se aplica. Assim, o EEDR-T&D parte do mesmo princípio, sendo as estimativas obtidas pela solução iterativa dos subproblemas reproduzidos na sequência.

- **Subproblema ativo:**

$$\begin{bmatrix} 0 & (H_{3\phi}^{AA})^T \\ H_{3\phi}^{AA} & R_{3\phi}^A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\theta_{3\phi} \\ \lambda_{3\phi}^A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ r_{3\phi}^A(\hat{x})^k \end{bmatrix} \quad (6.19)$$

onde as estimativas ativas são atualizadas por:

$$\theta_{3\phi}^{k+1} = \theta_{3\phi}^k + \Delta\theta_{3\phi}^k \quad (6.20)$$

• **Subproblema reativo:**

$$\begin{bmatrix} 0 & (H_{3\phi}^{RR})^T \\ H_{3\phi}^{RR} & R_{3\phi}^R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_{3\phi} \\ \lambda_{3\phi}^R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ r_{3\phi}^R(\hat{x})^k \end{bmatrix} \quad (6.21)$$

onde as estimativas reativas são atualizadas por:

$$V_{3\phi}^{k+1} = V_{3\phi}^k + \Delta V_{3\phi}^k \quad (6.22)$$

Cabe ressaltar que as submatrizes e vetores na formulação trifásica da rede T&D apresentam distintas normalizações *cpu* conforme o zoneamento estabelecido. Portanto, as submatrizes Jacobianas são expressas por:

$$\begin{bmatrix} H_{3\phi}^{AA} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{3\phi}^{AA^{ST}} \\ H_{3\phi}^{AA^{SD1}} \\ \cdot \\ \cdot \\ H_{3\phi}^{AA^{SDi}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{3\phi}^{AA^{cpu-0}} \\ H_{3\phi}^{AA^{cpu-1}} \\ \cdot \\ \cdot \\ H_{3\phi}^{AA^{cpu-i}} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} H_{3\phi}^{RR} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{3\phi}^{RR^{ST}} \\ H_{3\phi}^{RR^{SD1}} \\ \cdot \\ \cdot \\ H_{3\phi}^{RR^{SDi}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{3\phi}^{RR^{cpu-0}} \\ H_{3\phi}^{RR^{cpu-1}} \\ \cdot \\ \cdot \\ H_{3\phi}^{RR^{cpu-i}} \end{bmatrix} \quad (6.23)$$

O cálculo dos elementos das submatrizes $H_{3\phi}^{AA}$ e $H_{3\phi}^{RR}$ é baseado nas equações dadas em (5.49) e (5.50), agora considerando a respectiva normalização *cpu*, dependendo de qual zona a barra ou ramo correspondente a medida em questão pertence.

A matriz de admitâncias global na modelagem trifásica ($Y_{barra_{3\phi}}$) pode ser representada genericamente por:

$$Y_{barra_{3\phi}} = \begin{bmatrix} Y_{11}^{cpu-0} & Y_{12}^{cpu-0} & \dots & Y_{1N}^{cpu-0} \\ Y_{21}^{cpu-1} & Y_{22}^{cpu-1} & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & Y_{NN}^{cpu-i} \end{bmatrix} \quad (6.24)$$

onde, para cada bloco, tem-se o elemento que representa a admitância entre as barras k e m do sistema:

$$Y_{km}^{cpu-i} = \begin{bmatrix} Y_{km}^{aa} & Y_{km}^{ab} & Y_{km}^{ac} \\ Y_{km}^{ba} & Y_{km}^{bb} & Y_{km}^{bc} \\ Y_{km}^{ca} & Y_{km}^{cb} & Y_{km}^{cc} \end{bmatrix} \quad (6.25)$$

sendo os sobrescritos a , b e c correspondentes às fases.

Assim, conforme ilustrado no fluxograma da FIGURA 17, a matriz de admitâncias, agora na modelagem trifásica da rede elétrica, é normalizada de acordo com a zona de tensão (transmissão, subtransmissão, distribuição), considerando os blocos das submatrizes pertinentes à cada zona. Portanto, cada submatriz da representação dada em (6.10) corresponde à um bloco trifásico como o expresso simbolicamente em (6.25).

O EEDR-T&D proposto, na modelagem monofásica e trifásica, apresenta as seguintes principais características:

1. O zoneamento do sistema e a normalização *cpu* por zona possibilita uma abordagem integrada de estimação de estados para redes T&D;
2. Dentro dessa abordagem, um número arbitrário de sistemas de distribuição pode ser modelado, de acordo com as necessidades do operador do sistema, permitindo ainda uma análise abrangente entre diferentes níveis de tensão na rede de distribuição (por exemplo, alimentadores ativos primários e secundários);
3. A carga computacional é significativamente reduzida graças às propriedades consolidadas dos métodos desacoplados. Além disso, o método desacoplado na formulação via Tableau é exato, pois não aproxima o vetor do lado direito, diferentemente do método desacoplado baseado na Equação Normal de Gauss.

6.4 EEDR-T&D: SIMULAÇÕES E RESULTADOS

Esta seção apresenta os resultados das simulações computacionais realizadas com o objetivo de validar e avaliar as metodologias propostas nas seções anteriores deste capítulo, relacionadas ao estimador de estados restrito para sistemas de transmissão e distribuição pelo método de Hachtel desacoplado (EEDR-T&D), resolvido de forma unificada, tanto sem quanto com a utilização de informações *a priori*.

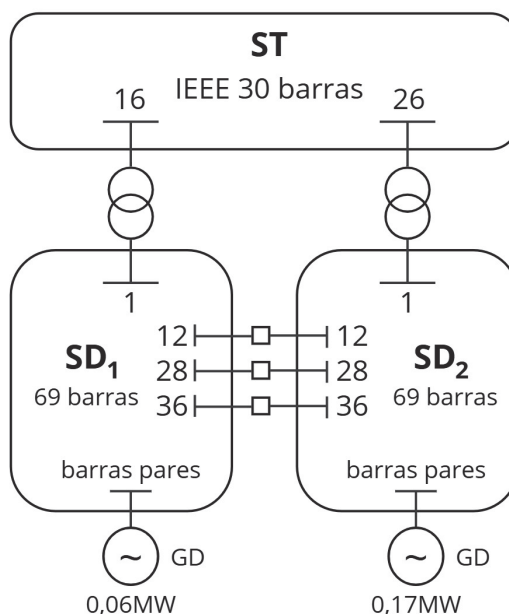
A implementação do EEDR-T&D proposto foi realizada na plataforma MATLAB, em um computador pessoal com processador Intel Core™i5-3337U. Os resultados consistem em duas modelagens da rede T&D: considerando-a totalmente monofásica e totalmente trifásica.

6.4.1 EEDR-T&D: modelagem monofásica

O desempenho do algoritmo proposto na modelagem monofásica da rede foi avaliado em um sistema T&D composto por um ST de 30 barras (Alsac; Stott, 1974) e

dois SD de 69 barras cada (Baran; Wu, 1989), denotado por ST30+2SD69, conforme esquema representado na FIGURA 18.

FIGURA 18 – CONFIGURAÇÃO GERAL DO SISTEMA T&D (ST30+2SD69)



FONTE: A autora (2026)

Diferentes condições operacionais foram analisadas, incluindo fraca e forte inserção de geração distribuída (GD) e configurações dos sistemas, sendo estas referentes à conexão (ou não) entre as barras dos SD. A TABELA 23 elenca os casos simulados.

TABELA 23 – CASOS SIMULADOS: EEDR-T&D (MONOFÁSICO)

Caso	Inserção de GD		Configuração T&D (conexão entre os SD)
	SD_1	SD_2	
A	0%	0%	Sem conexão (radial)
B	50%	150%	Sem conexão (radial)
C	50%	150%	1 conexão (12-12)
D	50%	150%	3 conexões (12-12, 28-28, 36-36)

Em relação à inserção de GD, foram adicionadas unidades de 0,06 MW nas barras pares do SD_1 , correspondendo à participação de 50% da carga do sistema de distribuição, e unidades de 0,17 MW nas barras pares do SD_2 , equivalente a 150% do carregamento do sistema, ou seja, 150% de participação de GD, conforme descrito na TABELA 23.

Este trabalho analisou os resultados do EEDR-T&D solucionado via Tableau Esperso em quatro esferas:

- Intercâmbio de fluxo de potência ativo frente às diferentes configurações do sistema T&D;
- Magnitude de tensão nas barras de fronteira T&D;
- Condicionamento numérico da matriz de coeficientes;
- Convergência e acurácia do estimador conforme a variação do ângulo de base.

A métrica do Erro Médio Absoluto (EMA) foi utilizada para verificar a acurácia do estimador proposto através de 100 simulações, conforme (6.26):

$$EMA = \frac{1}{n_{simul}} \sum_{k=1}^{n_{simul}} |\hat{x}_i^k - x_i^{ref}| \quad (6.26)$$

em que n_{simul} é número de simulações, \hat{x}_i as variáveis estimadas e x_i^{ref} os valores de referências dos estados provenientes do cálculo exato do fluxo de potência.

Considerou-se a presença de erros aleatórios com média zero e desvio padrão σ dado por $\sigma = pr \cdot |z^{true}|/3$ (Castillo *et al.*, 2010), onde pr é precisão do medidor (Castillo *et al.*, 2010; Monteiro *et al.*, 2024) e z^{true} os valores das medidas do fluxo de potência exato. Neste trabalho adotou-se como informações *a priori* valores de magnitude de tensão de 1,0 p.u. e ângulo de 0 rad, conforme Lourenço (2001) e Lourenco *et al.* (2004). Cabe ressaltar que esse cenário corresponde ao pior caso, como discutido na Seção 5.1.

6.4.1.1 Intercâmbio de Fluxo de Potência T&D

Com o intuito de fundamentar a análise integrada de sistemas T&D, foram investigados, inicialmente, os intercâmbios de potência ativa entre o ST e SD nos quatro cenários considerados, visando avaliar o impacto da GD no sistema integrado. A TABELA 24 indica os valores encontrados.

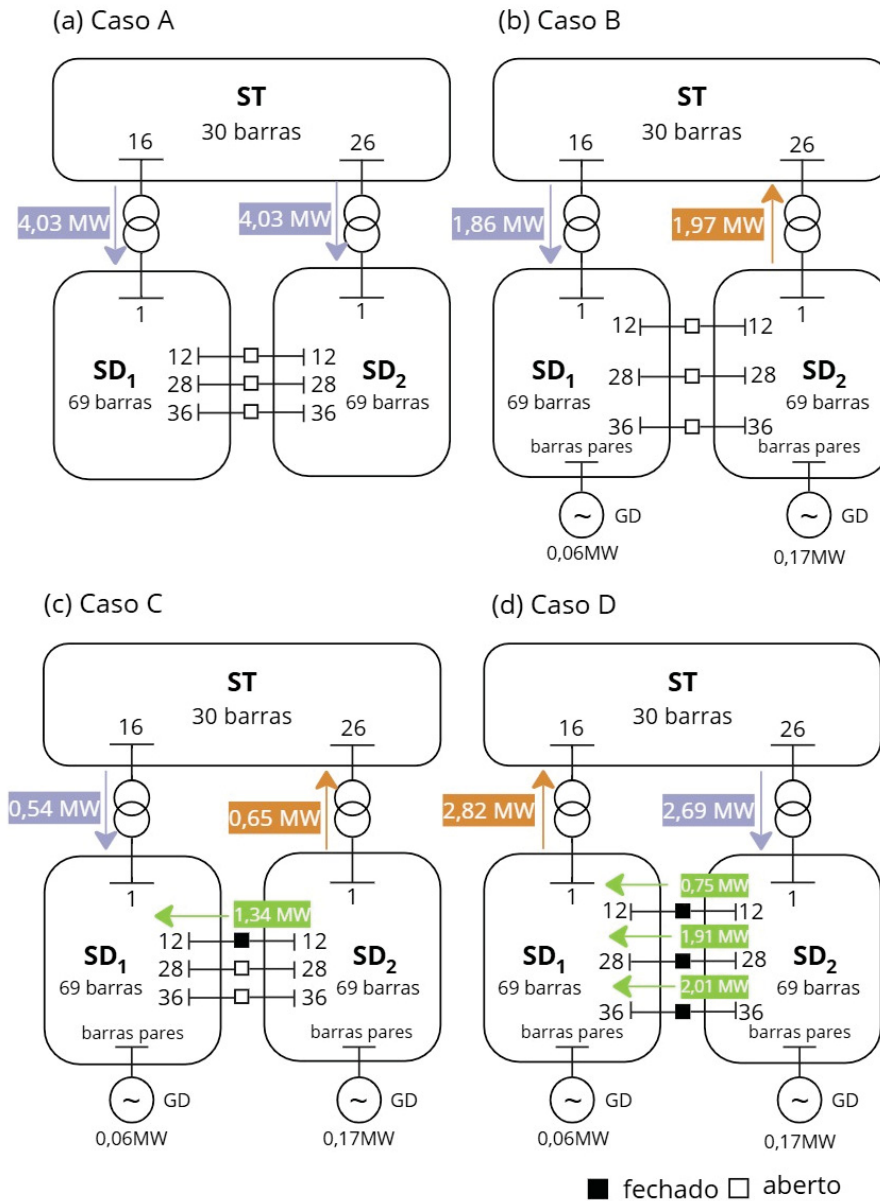
TABELA 24 – INTERCÂMBIO DE POTÊNCIA ATIVA NAS CONEXÕES T&D

Linha	Fluxo de Potência Ativa - Pkm (MW)			
	Caso A	Caso B	Caso C	Caso D
De (k) - Para (m)				
16-1 (ST-SD1)	4,0294	1,8574	0,5441	-2,8198
26-1 (ST-SD2)	4,0337	-1,9700	-0,6482	2,6914

Nota-se que no Caso A, sem GD e sem conexão entre os SD, a rede tem o comportamento tradicional de uma transmissão ativa e uma distribuição passiva. Ao inserir GD no Caso B, observa-se um fluxo de potência ativa reverso, indicando o sentido distribuição para a transmissão, que passa a receber 1,97 MW do SD_2 .

Já nos casos C e D, onde há conexão entre o SD_1 e SD_2 , verifica-se que o fluxo entre a transmissão e a distribuição está também atrelada à quantidade de ligações entre os SD. A FIGURA 19 ilustra o esquema dos fluxos ativos para os quatro casos.

FIGURA 19 – INTERCÂMBIO DE POTÊNCIA ATIVA EM TODOS OS CASOS



FONTE: A autora (2026)

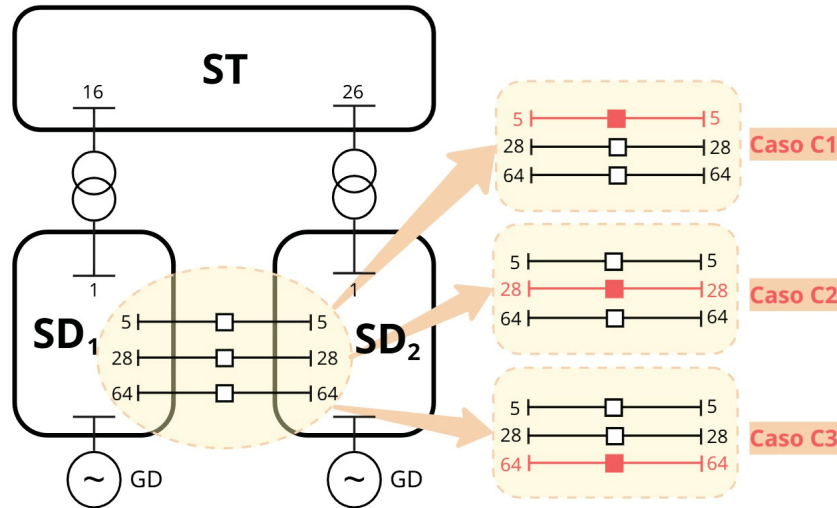
No Caso C, percebe-se ainda o mesmo comportamento: fluxo reverso no SD_2 (caminho distribuição para a transmissão). A diferença consiste nos valores de potência obtidos, reduzindo o fluxo de potência ativa de 1,970 MW no Caso B para 0,648 MW no Caso C, uma redução de aproximadamente 30%. Já no Caso D, com as três conexões estabelecidas entre os SD, tem-se uma situação diferente, conforme

evidenciado na FIGURA 19. Neste cenário, observa-se que as fontes de geração do SD_2 (com mais inserção de GD) encontram um caminho mais facilitado pelo SD_1 (com menos inserção de GD) em direção à transmissão. Este caso evidencia a importância da análise integrada para avaliar configurações diferenciadas de operação.

Em relação ao Caso C, no qual foi considerada apenas uma conexão entre os sistemas de distribuição, realizaram-se análises adicionais do intercâmbio de potência ativa considerando a presença de uma única conexão posicionada em diferentes pontos dos alimentadores de distribuição. Para isso, foram avaliados três cenários distintos: uma conexão localizada mais próxima do ST, denominada Caso C1; uma conexão situada em uma posição mais central dos alimentadores, denominada Caso C2; e, por fim, uma conexão localizada mais afastada do ST, Caso C3. As conexões desses casos são ilustradas na FIGURA 20.

Para esses cenários, foram analisados os fluxos de potência ativa entre o sistema de transmissão e os sistemas de distribuição, bem como entre os próprios alimentadores de distribuição. Os valores correspondentes são apresentados na TABELA 25.

FIGURA 20 – DIFERENTES CONEXÕES ENTRE OS ALIMENTADORES DA DISTRIBUIÇÃO



FONTE: A autora (2026)

Valores negativos indicam que o fluxo ocorre no sentido oposto à direção de referência definida na TABELA 25 (de-para). Observa-se que, nos Casos C1 e C2, ocorre um padrão de fluxo de potência ativa um tanto inesperado: o ST fornece, respectivamente, 2,519 MW e 2,651 MW ao SD_2 (com maior penetração de GD), o qual transfere, por sua vez, 4,485 MW e 4,618 MW ao SD_1 . Em seguida, o SD_1 , caracterizado por menor inserção de GD, exporta 2,626 MW e 2,760 MW, respectivamente,

TABELA 25 – INTERCÂMBIO DE POTÊNCIA ATIVA (MW) EM DIFERENTES CONEXÕES T&D

De - Para	Caso C1	Caso C2	Caso C3
ST - SD1	-2,626	-2,760	-2,895
ST - SD2	2,519	2,651	-1,316
SD1 - SD2	-4,485	-4,618	-0,630

de volta ao ST. Novamente, reforça-se que a existência de um caminho mais favorável para o escoamento da potência ativa pode explicar esse comportamento.

No Caso C3, diferentemente dos casos anteriores, ocorre fluxo reverso de potência em direção ao ST proveniente de ambos alimentadores de distribuição, evidenciando que a posição da interconexão entre as barras dos sistemas de transmissão e distribuição exerce influência significativa sobre o intercâmbio de fluxo de potência ativa.

6.4.1.2 Perfil de Tensão do Sistema T&D

Esta seção apresenta o perfil de tensão da rede T&D sob as distintas condições operacionais discutidas na TABELA 23. Atenção especial é dada às barras de fronteira, que compreendem as barras terminais do transformador de fronteira, e às suas barras de primeira vizinhança, definidas como aquelas diretamente adjacentes às barras de fronteira (abrangendo tanto o ST quanto o SD). A TABELA 26 apresenta as barras de fronteira do ST, SD_1 e SD_2 , bem como suas barras adjacentes correspondentes.

TABELA 26 – BARRAS DE FRONTEIRA E BARRAS DA PRIMEIRA VIZINHANÇA

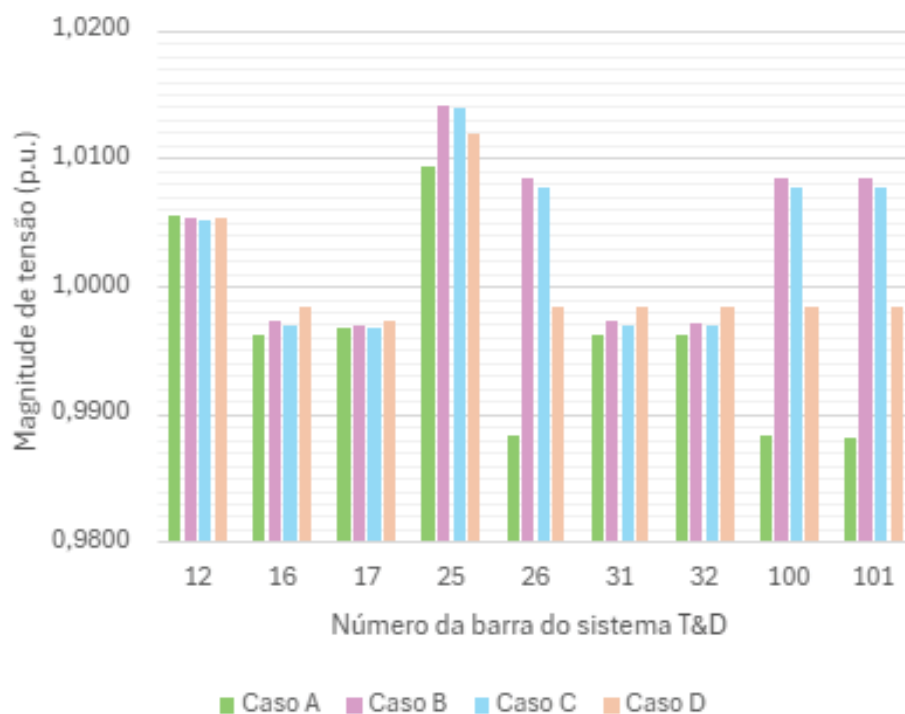
Barras de Fronteira		Barras da 1° Vizinhança
Barras (Sistema)	Conexão	Barras (Sistema)
16 (ST)	ST - SD_1	12, 17 (ST)
26 (ST)	ST - SD_2	25 (ST)
31 (SD_1)	SD_1 - ST	32 (SD_1)
100 (SD_2)	SD_2 - ST	101 (SD_2)

O perfil de tensão nas barras de fronteira e nas barras de 1° vizinhança da rede T&D, considerando as quatro condições operacionais (Casos A–D definidos na TABELA 23), é apresentado na FIGURA 21.

Os resultados indicam que o aumento da penetração de GD eleva a magnitude da tensão nos alimentadores de distribuição, particularmente no SD_2 , onde o nível de GD é mais significativo. Entretanto, quando interligações entre os alimentadores são introduzidas (Casos C e D, conforme TABELA 23), o excesso de geração é redistribuído entre as redes de distribuição, SD_1 e SD_2 , mitigando o aumento de tensão e resultando em um perfil de tensão mais equilibrado no sistema T&D integrado. Esses

resultados evidenciam que a interligação entre alimentadores pode aliviar problemas de sobretensão causados pela alta penetração de GD.

FIGURA 21 – PERFIL DE TENSÃO DO SISTEMA T&D: BARRAS DE FRONTEIRA BARRAS DA 1° VIZINHANÇA



FONTE: A autora (2026)

Em seguida, o nível de tensão na barra 26, que corresponde à barra de fronteira $ST-SD_2$, é avaliado para cada um dos cenários simulados. No Caso A, em que não há geração distribuída, a magnitude da tensão na barra 26 é igual a 0,9882 p.u., correspondendo ao menor valor entre todos os cenários. Quando a GD é introduzida, nos Casos B e C, a magnitude da tensão nessa barra de fronteira aumenta, atingindo os valores de 1,0084 p.u. e 1,0077 p.u., respectivamente. No Caso D, a introdução de múltiplas interligações entre os alimentadores permite que parte desse excesso de geração seja redistribuída de forma mais efetiva na rede de distribuição, resultando em uma magnitude de tensão de 0,9984 p.u. na barra 26, o que representa uma redução significativa quando comparado aos Casos B e C. Esses resultados indicam que o perfil de tensão na fronteira T&D é influenciado não apenas pelo nível de penetração de GD, mas também pela topologia de interconexão dos alimentadores de distribuição. Isso reforça a importância de mecanismos unificados de estimação para redes T&D modernas.

6.4.1.3 Condicionamento numérico

Um dos alicerces da solução iterativa de sistemas lineares é a estabilidade numérica, sendo o condicionamento numérico da matriz de coeficientes uma métrica relevante. A TABELA 27 apresenta um comparativo da ordem de grandeza do condicionamento numérico da matriz de coeficientes de três abordagens de solução do estimador de estados. A primeira abordagem é a solução do estimador de estados formulado pelo método dos MQP irrestrito com solução via Equação Normal, na versão desacoplado no modelo (Durce *et al.*, 2023). As demais abordagens são propostas neste trabalho, referindo-se ao estimador de estados com restrições, solucionado pelo Tableau desacoplado, com e sem informações *a priori*.

TABELA 27 – COMPARAÇÃO DA ORDEM DE GRANDEZA DO CONDICIONAMENTO NUMÉRICO (CASO A)

Solução do Estimador de Estados	Matriz de Coeficientes	Condicionamento Numérico	
		Ativo	Reativo
MQP irrestrito ¹ (Equação Normal)	Ganho	10 ¹⁸	10 ¹⁵
MQP restrito ² (Tableau sem <i>priori</i>)	Hachtel	10 ¹⁶	10 ¹⁰
MQP restrito ² (Tableau com <i>priori</i>)	Hachtel	10 ¹⁰	10 ¹⁰

¹ Método desacoplado no modelo (Durce *et al.*, 2023)

² Ambos estimadores, sem e com informações *a priori*, são propostos neste trabalho

Com base nos resultados da TABELA 27, constata-se que o condicionamento numérico da matriz de Hachtel (ativa e reativa) melhora significativamente na solução via Tableau com informações *a priori* tanto em comparação com a matriz Ganho das partições ativa e reativa do método dos MQP irrestrito, assim como na matriz de Hachtel ativa quando comparada à solução sem informações *a priori*. O condicionamento numérico dos demais casos seguiram esse mesmo comportamento e a mesma ordem de grandeza do Caso A.

6.4.1.4 Convergência do EEDR-T&D com info *a priori*

A convergência do estimador frente à variação do ângulo de base foi analisada no intervalo de $0^\circ \leq \phi_{base} \leq 90^\circ$ nos SD, com passos de 10 graus. A TABELA 28 apresenta o número de iterações ativas (A) e reativas (R) conforme a escolha do ângulo de base.

Verifica-se que o estimador converge dentro de uma faixa do ângulo de base, $30^\circ \leq \phi_{base} \leq 60^\circ$, destacando-se a importância da normalização *cpu* para o EEDR-T&D,

TABELA 28 – NÚMERO DE ITERAÇÕES ATIVAS (A) E REATIVAS (R) do EEDR-T&D

ϕ_{base}	Caso A		Caso B		Caso C		Caso D	
	A	R	A	R	A	R	A	R
$\leq 20^\circ$	NC ¹		NC		NC		NC	
30°	24	23	35	34	34	33	33	33
40°	12	11	11	11	11	11	11	11
50°	11	10	11	10	10	9	10	9
60°	32	31	27	26	24	23	24	23
$\geq 70^\circ$	NC		NC		NC		NC	

¹ Sigla para *Não Convergiu*, dentro do limite de 100 iterações

sendo também verificada a redução significativa no número de iterações de acordo com a escolha do ϕ_{base} . Para esse sistema teste o menor número de iterações foi obtido com um ângulo de base de 50° .

Com relação ao desempenho computacional, simulações e testes envolvendo todos os casos apresentados indicam que o EEDR-T&D proposto apresenta uma redução em relação ao tempo total requerido pelo método dos MQP restrito não desacoplado ($t_{completo}$), considerando dois casos: na ausência de informações *a priori* e na presença dessas, conforme apresentado na TABELA 29.

TABELA 29 – DESEMPENHO COMPUTACIONAL RELATIVO DO EEDR-T&D

EEDR-T&D	Tempo computacional
Sem informações <i>a priori</i>	$0,8 t_{completo}$
Com informações <i>a priori</i>	$0,62 t_{completo}$

Adotando-se o valor de $\phi_{base} = 50^\circ$, obteve-se o Erro Médio Absoluto, calculado por (6.26), para as magnitudes de tensão (EMA_V) e ângulos (EMA_θ), apresentados na TABELA 30.

TABELA 30 – ERRO MÉDIO ABSOLUTO (EMA) DO EEDR-T&D

EEDR-T&D com informações <i>a priori</i>				
	Caso A	Caso B	Caso C	Caso D
EMA_V	$2,97e-2$	$1,30e-2$	$6,30e-3$	$9,3e-3$
EMA_θ	$3,85e-2$	$2,14e-2$	$5,80e-3$	$1,27e-2$
EEDR-T&D sem informações <i>a priori</i>				
EMA_V	$3,89e-4$	$6,93e-4$	$1,68e-4$	$1,54e-4$
EMA_θ	$2,06e-4$	$9,47e-4$	$2,66e-4$	$7,96e-4$

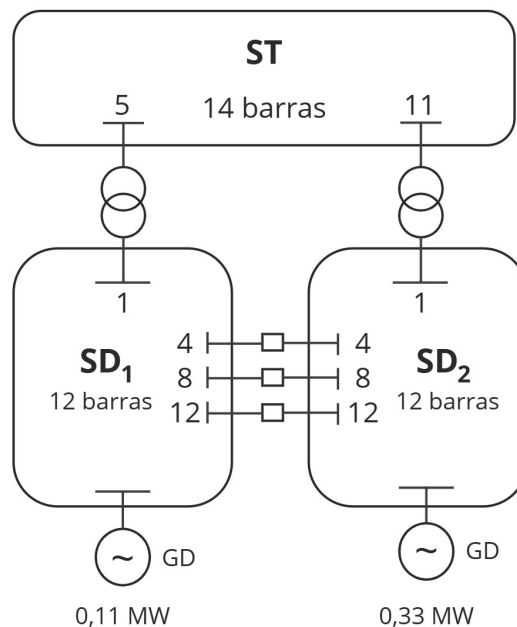
Os valores apresentados na TABELA 30 indicam uma piora na acurácia do EEDR-T&D na presença de informações *a priori* em relação ao estimador sem a presença das mesmas, refletindo a imprecisão dos valores assumidos para essas nas simulações realizadas. Uma alternativa para análises futuras é o uso do estado

estimado anterior como informação *a priori*. Além disso, uma reanálise quanto às variâncias adotadas, em especial considerando-se as diferentes características dos ST e SD também deve ser levada em consideração.

6.4.2 EEDR-T&D: modelagem trifásica

Para avaliar o desempenho do estimador de estados proposto, agora na modelagem trifásica da rede elétrica, utilizou-se um sistema T&D composto por um ST de 14 barras (Christie, 2019) unido a dois sistemas de distribuição de 12 barras cada (Eminoglu *et al.*, 2010), denotado por ST14+2SD12. O esquema da FIGURA 22 ilustra a representação do sistema T&D utilizado nas análises dessa seção.

FIGURA 22 – CONFIGURAÇÃO GERAL DO SISTEMA T&D (ST14+2SD12)



FONTE: A autora (2026)

Os dados originais correspondem à representação em uma única fase, baseada no modelo de sequência positiva, e foram adaptados para a modelagem trifásica, considerando condições balanceadas e desbalanceadas. Assim como na modelagem monofásica, diferentes configurações do sistema T&D foram analisadas, incluindo cenários de inserção de GD em diferentes níveis e a formação de malhas entre as redes de distribuição. A TABELA 31 lista os casos simulados.

Os níveis de inserção de GD descritos na TABELA 31 correspondem à adição de unidades de 0,11 MW nas barras 6 e 11 do SD_1 , equivalente a uma participação de 50% da carga total desse sistema de distribuição. Nas barras 6 e 11 do SD_2 foram instaladas unidades de 0,33 MW, correspondentes a uma participação de 150% de GD.

TABELA 31 – CASOS SIMULADOS: EEDR-T&D (TRIFÁSICO)

Caso	Inserção de GD		Configuração T&D (conexão entre os SD)
	SD_1	SD_2	
A	0%	0%	Sem conexão (radial)
B	50%	150%	Sem conexão (radial)
C	50%	150%	1 conexão (8-8)
D	50%	150%	3 conexões (4-4, 8-8, 12-12)

Inicialmente, todos os casos foram simulados assumindo condições equilibradas. Na sequência, considerando as mesmas configurações operacionais da TABELA 31, têm-se os casos A1, B1, C1 e D1, referentes a condições desequilibradas, visando uma representação mais fiel do sistema elétrico.

Nesta seção, são investigados os seguintes aspectos:

- A convergência do EEDR-T&D sob diferentes normalizações *cpu* por zonas;
- As características da matriz de Hachtel do EEDR-T&D;
- A relação do custo computacional do EEDR-T&D e EET&D-completo.

Para verificação da acurácia da ferramenta proposta, utilizou-se o Erro Médio Absoluto (EMA):

$$EMA_{\text{global}} = \frac{1}{N_{\text{tot}}} \sum_{\phi \in \{a,b,c\}} \sum_{k=1}^{N_{\phi}} \left| x_{k,\phi}^{\text{est}} - x_{k,\phi}^{\text{ref}} \right| \quad (6.27)$$

onde N_{tot} é o número total de fases consideradas no sistema; N_{ϕ} é o número de barras que possuem a fase ϕ ; $\phi \in \{a, b, c\}$ representa as fases do sistema trifásico; $x_{k,\phi}^{\text{est}}$ é a medida estimada na barra k e fase ϕ ; $x_{k,\phi}^{\text{ref}}$ é a medida de referência (fluxo de potência) na barra k e fase ϕ e k é o índice das barras do sistema.

6.4.2.1 Convergência do EEDR-T&D e normalizações *cpu*

Uma etapa preliminar consistiu na validação dos estimadores propostos, EEDR-T&D sem e com informações *a priori*, por meio da comparação entre os estados estimados, na ausência de ruído nas medições, e valores obtidos a partir do fluxo de potência. Os valores estimados de magnitude e ângulo das tensões nas barras coincidem com aqueles provenientes do fluxo de potência, evidenciando a correta implementação da ferramenta no ambiente de simulação sob condições ideais de medição. Os casos, tanto para o estimador de estados restrito para sistemas T&D (EET&D-completo) quanto para o EEDR-T&D, foram avaliados sob as mesmas condições e atenderam aos critérios de validação.

A partir desse ponto, a avaliação do desempenho das metodologias propostas passa a considerar a presença de erros aleatórios no vetor de medições.

Inicialmente, analisou-se o desempenho do EET&D-completo em todos os cenários da TABELA 31, considerando também os casos com cargas desbalanceadas. A TABELA 32 apresenta o número de iterações do EET&D completo e a TABELA 33 apresenta os valores do EMA global (via (6.27)), para as tensões e ângulos de fase, do EET&D-completo para todos os casos.

TABELA 32 – NÚMERO DE ITERAÇÕES ST14+2SD12: EET&D-COMPLETO

Casos	A	A1	B	B1	C	C1	D	D1
Nº de iterações	3	4	3	4	3	3	3	3

TABELA 33 – EMA GLOBAL PARA AS TENSÕES E ÂNGULOS DE FASE: EET&D-COMPLETO

Casos	A	B	C	D
EMA_V	4,300e-4	3,800e-4	3,310e-4	6,920e-4
EMA_θ	6,261e-4	1,029e-3	9,439e-4	1,451e-3
Casos	A1	B1	C1	D1
EMA_V	4,550e-4	3,310e-4	7,190e-4	3,640e-4
EMA_θ	1,769e-3	1,419e-3	1,315e-3	2,090e-3

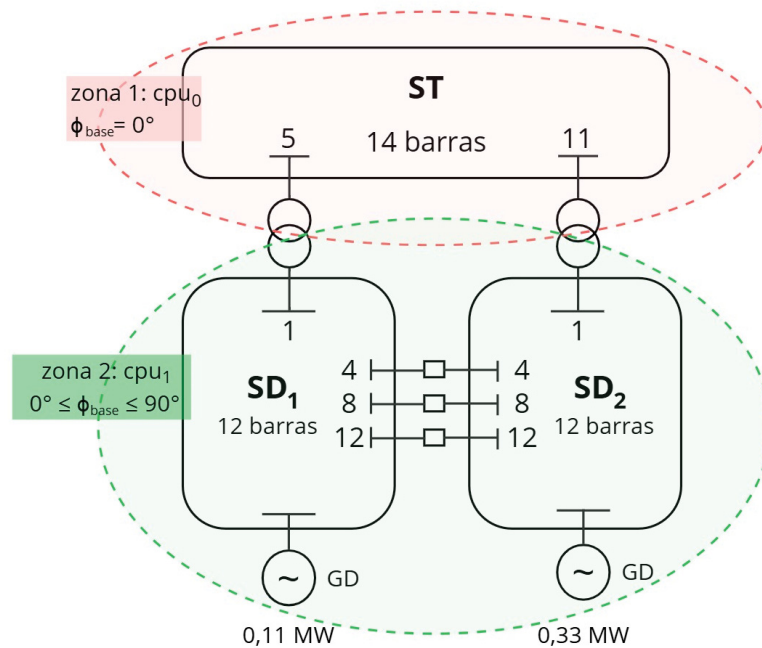
Os resultados apresentados na TABELA 33 indicam que os valores do EMA global permanecem, de modo geral, na ordem de 10^{-4} para as magnitudes das tensões e de 10^{-3} para os ângulos de fase, tanto para os casos equilibrados (A-D) quanto os casos desbalanceados (A1-D1). Nota-se que a introdução dos desequilíbrios não compromete significativamente a precisão do estimador, mantendo níveis de erro consistentes entre os diferentes cenários analisados, reforçando a adequação da modelagem trifásica adotada. Ressalta-se que, embora a tolerância e convergência do estimador tenha sido estabelecida em 10^{-6} , os valores do EMA global apresentam um comportamento esperado devido à presença de ruídos nas medições, onde a solução não necessariamente coincide com o estado real do sistema.

Na sequência, apresentam-se os resultados referentes à convergência do EEDR-T&D frente à variação do ângulo de base. Em uma primeira análise, manteve-se o ângulo de base do ST fixado em zero, sendo a zona do sistema correspondente à cpu_0 com $\phi_{base_0} = 0^\circ$. A zona correspondente à cpu_1 engloba os dois SD. Para essa zona variou-se o ângulo de base em um intervalo de $0^\circ \leq \phi_{base_1} \leq 90^\circ$, com passos de 10 graus. A FIGURA 23 ilustra o esquema de zoneamento adotado nesta primeira etapa.

A TABELA 34 e TABELA 35 apresentam o número de iterações ativas (A) e reativas (R) conforme a escolha do ângulo de base para os SD no EEDR-T&D sem informações *a priori* e com informações *a priori*, respectivamente.

Os resultados apresentados na TABELA 34 e TABELA 35 reforçam a influência significativa da escolha do ângulo de base, já demonstrada na modelagem monofásica do sistema T&D, no desempenho do estimador. De forma geral, observa-se que, para ambas as formulações (com e sem info *a priori*), há uma redução no número de iterações à medida que o ângulo de base aumenta, atingindo valores mínimos na faixa intermediária, entre 40° e 70°.

FIGURA 23 – ZONEAMENTO DO SISTEMA T&D (ST14+2SD12)



FONTE: A autora (2026)

TABELA 34 – NÚMERO DE ITERAÇÕES ATIVAS (A) E REATIVAS (R) do EEDR-T&D (SEM INFO A PRIORI)

ϕ_{base}	Caso A		Caso B		Caso C		Caso D	
	A	R	A	R	A	R	A	R
0°	39	39	48	47	45	44	32	31
10°	30	29	29	28	27	27	23	22
20°	19	18	24	23	24	23	17	16
30°	14	13	15	14	18	17	16	15
40°	14	13	13	12	16	16	12	12
50°	12	12	12	11	14	14	10	9
60°	12	11	12	11	14	13	11	10
70°	12	11	12	12	14	13	11	10
80°	13	12	12	12	15	14	11	11
90°	13	13	13	12	15	14	12	11

TABELA 35 – NÚMERO DE ITERAÇÕES ATIVAS (A) E REATIVAS (R) do EEDR-T&D (COM INFO A PRIORI)

ϕ_{base}	Caso A		Caso B		Caso C		Caso D	
	A	R	A	R	A	R	A	R
0°	44	43	44	44	43	42	34	33
10°	20	19	25	24	28	27	24	23
20°	17	17	20	19	21	20	15	15
30°	14	13	15	14	13	12	13	12
40°	9	9	11	10	14	13	11	11
50°	9	8	8	7	14	13	13	12
60°	7	7	6	6	17	16	14	13
70°	6	6	6	5	25	24	17	17
$\geq 80^\circ$	NC ¹		NC		NC		NC	

¹ Sigla para *Não Convergiu*, dentro do limite de 100 iterações

Comparando os resultados do número de iterações com e sem a inclusão de informações *a priori*, verifica-se que a incorporação dessas informações proporciona, em geral, uma redução adicional no número de iterações, notadamente na faixa intermediária. Entretanto, observa-se que essa melhoria vem acompanhada de uma redução na faixa de valores do ângulo de base que garantem a convergência do EEDR-T&D, uma vez que para $\phi_{base_1} \geq 80^\circ$, o estimador não converge em nenhum dos casos.

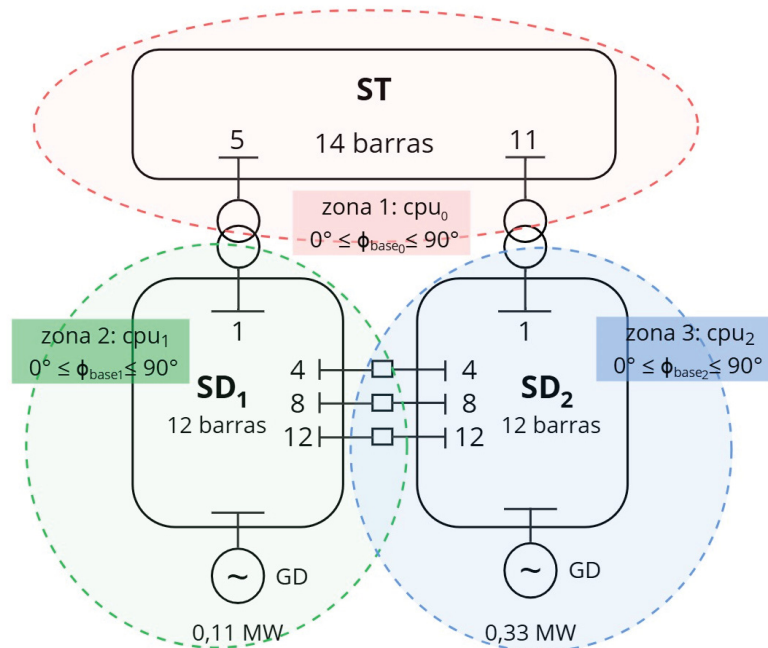
Cabe ressaltar que a ferramenta proposta permite definição de quantas zonas forem necessárias conforme as características de cada porção da rede elétrica. Para fins de ilustração, a FIGURA 24 apresenta o zoneamento do sistema ST14+2SD12 em três partes.

Para cada zona, pode-se adotar uma normalização *cpu* com seu respectivo ângulo de base. A TABELA 36 apresenta algumas situações de escolha de ângulo de base para cada zona, bem como o comportamento de convergência do EEDR-T&D para o Caso D1 (Caso D, da TABELA 31, desbalanceado).

TABELA 36 – INFLUÊNCIA DO ÂNGULO DE BASE POR ZONA NA CONVERGÊNCIA DO EEDR-T&D (Caso D1)

ST (ϕ_{base_0})	SD ₁ (ϕ_{base_1})	SD ₂ (ϕ_{base_2})	Iterações Ativas	Iterações Reativas
0°	20°	10°	23	22
0°	40°	70°	13	12
20°	30°	40°	13	13
30°	20°	50°	12	12
40°	40°	70°	11	10
50°	60°	70°	12	11

FIGURA 24 – ZONEAMENTO DO SISTEMA T&D (ST14+2SD12)



FONTE: A autora (2026)

Os resultados apresentados na TABELA 36 refletem a influência na escolha dos ângulos de base, definidos de forma independente para cada zona do sistema, no desempenho do EEDR-T&D. Destaca-se como vantagem da ferramenta proposta a flexibilidade da adoção de diferentes normalizações cpu para distintas zonas da rede elétrica. Tal característica permite a análise conjunta dos sistemas com diferentes níveis de relação X/R . Verifica-se que, para combinações adequadas dos ângulos de base, o método apresenta convergência com um número mais reduzido de iterações.

Ademais, ressalta-se que o estimador não depende de uma escolha única de ângulo de base, apresentando bom desempenho dentro de uma faixa de valores considerável. Esse aspecto é particularmente relevante em ambientes de operação em tempo real, nos quais o operador dispõe de uma margem razoável para a normalização dos dados. Destaca-se, ainda, que essa etapa é realizada previamente (offline), não comprometendo o tempo de execução do EEDR-T&D.

Para avaliar a acurácia do EEDR-T&D na modelagem trifásica, adotou-se um valor intermediário de $\phi_{base} = 50^\circ$ para os SD e $\phi_{base} = 0^\circ$ para o ST, considerando os cenários desbalanceados e com erros aleatórios nas medidas. A TABELA 37 apresenta os valores do EMA global para o EEDR-T&D, na presença e ausência de informações *a priori*.

Os resultados apresentados na TABELA 37 indicam que os valores de EMA global permanecem na ordem de 10^{-4} para as magnitudes de tensão e de 10^{-3} para os ângulos de fase em todos os cenários avaliados. Esse comportamento evidencia

TABELA 37 – EMA GLOBAL PARA AS TENSÕES E ÂNGULOS DE FASE: EEDR-T&D

EEDR-SD sem info <i>a priori</i>				
Casos	A1	B1	C1	D1
EMA_V	$4,040e-4$	$1,097e-3$	$4,210e-4$	$4,100e-4$
EMA_θ	$1,408e-3$	$3,035e-3$	$1,521e-3$	$2,755e-3$
EEDR-SD com info <i>a priori</i>				
Casos	A1	B1	C1	D1
EMA_V	$5,470e-4$	$1,011e-3$	$2,870e-4$	$1,020e-4$
EMA_θ	$1,585e-3$	$3,009e-3$	$6,965e-4$	$2,876e-3$

uma precisão adequada do EEDR-T&D frente a condições operativas mais realistas (com sistemas desbalanceados e presença de ruídos nas medidas), mantendo níveis de erro reduzidos e consistentes entre os diferentes casos.

Ao comparar os resultados obtidos sem e com a utilização de informações *a priori*, observa-se que a incorporação dessas informações não resulta, de forma geral, em melhorias significativas nos valores do EMA, conforme também explanado na modelagem monofásica. Em alguns casos, verifica-se inclusive uma leve variação nos valores estimados, o que pode ser atribuído à escolha das variâncias associadas às informações *a priori*, conforme discutido na seção de resultados anterior, na modelagem monofásica da rede elétrica.

6.4.2.2 Matriz de coeficientes do EEDR-T&D

Na modelagem trifásica da rede elétrica, é natural o aumento significativo da dimensão da matriz de coeficientes associada à solução do estimador de estados. A TABELA 38 apresenta os valores do condicionamento numérico da matriz de Hachtel, correspondente à matriz de coeficientes do EET&D-completo, bem como as respectivas dimensões.

TABELA 38 – DIMENSÃO E ORDEM DE GRANDEZA DA MATRIZ DE HACHTEL (EET&D-COMPLETO)

Caso	Dimensão da Matriz de Hachtel	Condicionamento Numérico
A	1098x1098	10^{17}
B	1098x1098	10^{17}
C	1110x1110	10^{20}
D	1134x1134	10^{18}

A elevada dimensão das matrizes envolvidas na solução do estimador de estados evidencia a importância de abordagens que reduzam a complexidade do problema. Nesse sentido, o desacoplamento proposto neste trabalho mostra-se fundamental, ao permitir a utilização de matrizes constantes e a decomposição do problema em subproblemas ativos e reativos, resultando em matrizes de Hachtel significativamente

menores que a matriz completa. A TABELA 39 apresenta os valores de dimensão e condicionamento numérico dessas matrizes, considerando o EEDR-T&D sem e com informações *a priori*.

TABELA 39 – DIMENSÃO E ORDEM DE GRANDEZA DA MATRIZ DE HACHTEL PARTICIONADA (EEDR-T&D)

EEDR-T&D sem info <i>a priori</i>				
Caso ¹	Dimensão da Matriz de Hachtel		Condicionamento Numérico	
	Ativa	Reativa	Ativa	Reativa
A	492x492	606x606	10^{20}	10^{17}
B	492x492	606x606	10^{20}	10^{17}
C	498x498	612x612	10^{24}	10^{20}
D	510x510	624x624	10^{22}	10^{18}

EEDR-T&D com info <i>a priori</i>				
Caso ¹	Dimensão da Matriz de Hachtel		Condicionamento Numérico	
	Ativa	Reativa	Ativa	Reativa
A	492x492	606x606	10^{12}	10^{12}
B	492x492	606x606	10^{12}	10^{12}
C	138x138	174x174	10^{13}	10^{13}
D	498x498	612x612	10^{12}	10^{12}

¹ Para os casos desequilibrados (A1 a D1), as dimensões das matrizes e os valores de condicionamento numérico permaneceram equivalentes aos dos respectivos casos equilibrados

Os resultados apresentados na TABELA 39 evidenciam que, para o sistema interligado ST14+2SD12, a representação trifásica implica um aumento expressivo na dimensão das matrizes particionadas de Hachtel, reflexo da maior quantidade de variáveis associadas à modelagem por fase e da integração entre os sistemas de transmissão e distribuição. Observa-se que, mesmo após o desacoplamento, as matrizes ativas e reativas apresentam dimensões elevadas, especialmente nos casos com maior nível de interligação e inserção de GD, como nos Casos C e D.

Em relação ao condicionamento numérico, verifica-se que, na ausência de informações *a priori*, as matrizes apresentam ordens de grandeza elevadas, atingindo valores de até 10^{24} , o que indica maior sensibilidade numérica do problema, especialmente em cenários mais complexos. Com a incorporação de informações *a priori*, observa-se uma redução significativa desses valores em todos os casos, com o condicionamento passando a ordens de grandeza da ordem de 10^{12} e 10^{13} , evidenciando a efetividade dessas informações na melhoria das propriedades numéricas das matrizes.

Esses resultados reforçam que, em sistemas T&D interligados, a combinação entre a formulação desacoplada e a utilização de informações *a priori* torna-se ainda mais relevante, não apenas pela redução da dimensão dos subproblemas em relação à formulação completa, mas também pela mitigação dos efeitos associados ao mau

condicionamento numérico, contribuindo para a estabilidade e eficiência do processo de estimação de estados em ambientes de maior complexidade.

6.4.2.3 Custo computacional do EEDR-T&D

Em relação à eficiência computacional, um dos aspectos mais relevantes associados às técnicas de desacoplamento apresentadas na literatura, foi realizada uma avaliação comparativa do custo computacional da solução do EEDR-T&D proposto, nas versões com e sem informações *a priori*. Como métrica de comparação, definem-se t_A , t_B , t_C e t_D como os tempos associados à solução dos casos A, B, C e D, respectivamente, por meio da formulação do EEDR-T&D-completo (não desacoplado). A TABELA 40 reúne os valores comparativos obtidos para as ferramentas propostas.

Os resultados reunidos na TABELA 40 evidenciam a expressiva redução do custo computacional proporcionada pelo EEDR-T&D, principalmente na formulação sem informações *a priori*, cujos tempos de solução variam entre 2% a 5% do tempo requerido pela formulação completa. Esse comportamento reafirma a eficiência na estratégia de desacoplamento proposta, sobretudo pela decomposição do problema em subproblemas de menor dimensão e pelo uso de matrizes constantes ao longo do processo iterativo.

TABELA 40 – COMPARAÇÃO DO CUSTO COMPUTACIONAL DO EEDR-T&D EM RELAÇÃO AO EEDR-T&D-COMPLETO

Estimador	Caso A	Caso B	Caso C	Caso D
EEDR-T&D sem <i>a priori</i>	$0,02 t_A$	$0,03 t_B$	$0,05 t_C$	$0,02 t_D$
EEDR-T&D com <i>a priori</i>	$0,30 t_A$	$0,38 t_B$	$0,27 t_C$	$0,37 t_D$

No caso da formulação com informações *a priori*, observa-se um aumento no tempo computacional em relação à versão sem *a priori*, embora os tempos permaneçam significativamente inferiores aos da formulação completa, variando entre 27% e 38% dos respectivos tempos de referência. Esse acréscimo pode ser associado ao custo adicional decorrente da incorporação dessas informações na formulação do problema, ainda que tal estratégia contribua para a melhoria do condicionamento numérico das matrizes. De forma geral, os resultados indicam que ambas as versões do EEDR-T&D apresentam vantagens computacionais relevantes em relação ao EEDR-T&D-completo, aspecto de extrema relevância para operação em tempo real do sistema elétrico.

6.5 CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO

Este capítulo propõe um estimador de estados restrito para sistemas integrados transmissão e distribuição (T&D) solucionado pelo Método do Tableau Esperso desacoplado (EEDR-T&D) com informações *a priori*. Nesta proposta, aplica-se uma

nova estratégia da normalização *cpu*, a qual além de viabilizar o desacoplamento dos SD pelo ajuste da razão X/R , permite a análise integrada de sistemas T&D. Tal análise integrada é viabilizada por meio da aplicação da normalização *cpu* por zonas do sistema elétrico, que devem ser estabelecidas com base nos respectivos valores de relação X/R e do carregamento, incluindo zonas de transmissão, distribuição primária e secundária.

Além disso, a ferramenta proposta explora os benefícios dos métodos desacoplados para atender às exigências computacionais impostas por sistemas de grande porte na análise em tempo real, notadamente ao vislumbrar a futura possibilidade de monitoramento de sistemas integrados T&D. Ademais, observa-se a melhoria do condicionamento numérico da matriz de Hachtel decorrente do uso de informações *a priori*.

Resultados envolvendo simulações com sistemas T&D, considerando a representação monofásica e trifásica da rede, evidenciam a flexibilidade e importância da ferramenta proposta. Ela permite analisar sistemas T&D de forma unificada, através de um único algoritmo, considerando configurações em anel e malhadas através de estudos de casos, tendo em vista as possíveis mudanças da operação da distribuição e dimensão dos sistemas T&D.

7 CONCLUSÕES

As mudanças no comportamento dos sistemas de distribuição nos últimos anos, relacionadas principalmente à elevada inserção de fontes renováveis intermitentes e distribuídas na rede, associadas às tecnologias vinculadas ao conceito de *Smart Grid*, impulsionam o desenvolvimento de técnicas capazes de acompanhar as complexidades envolvidas na análise da operação em tempo real desses sistemas. Ao mesmo tempo, tais mudanças têm impactado a relação entre os sistemas de transmissão e distribuição (T&D), estreitando progressivamente essa interação e evidenciando a necessidade de uma abordagem unificada para a estimação de estados em sistemas de T&D.

Nesse contexto, este trabalho apresenta os resultados da pesquisa desenvolvida, na qual se propõe um estimador de estados restrito desacoplado para sistemas de distribuição e sistemas integrados T&D, solucionado por meio do Método do Tableau Esparso de Hachtel, com a incorporação de informações *a priori*. A formulação desacoplada torna-se viável por meio do uso da técnica de normalização complexa por unidade (*cpu*), considerada sob duas abordagens distintas.

No estimador de estados restrito para sistemas de distribuição, com solução via Método de Hachtel desacoplado (EEDR-SD), a *cpu* é empregada com o objetivo de normalizar as medidas e os parâmetros do sistema de distribuição (SD), de forma análoga a um pré-processamento dos dados, por meio de uma faixa de ângulo de base associada à escolha de uma potência de base complexa para a normalização das grandezas. Com isso, conforme demonstrado ao longo deste trabalho e nos resultados apresentados, a razão X/R do SD pode ser ajustada, viabilizando o desacoplamento no processo de estimação de estados, sem afetar o estado da rede.

Por outro lado, no estimador de estados restrito para sistemas de transmissão e distribuição interligados, com solução via Método de Hachtel desacoplado (EEDR-T&D), propõe-se uma nova abordagem para o uso da normalização *cpu*. Dadas as características distintas da razão X/R dos sistemas de transmissão (ST) e de distribuição, a análise conjunta desses sistemas pode ocasionar problemas numéricos e de convergência. Para mitigar tais dificuldades, a técnica de normalização complexa é incorporada à rotina de estimação de estados por meio da modificação da matriz de admitâncias e, conseqüentemente, da matriz Jacobiana.

Nessa abordagem, as injeções de corrente em cada barra, tanto do ST quanto do SD, são normalizadas de acordo com a potência de base de cada região do sistema. Essa aplicação da *cpu* possibilita a análise integrada dos sistemas de T&D sem afetar os estados da rede e sem a necessidade, anteriormente requerida, do uso de técnicas

de compensação nas barras de fronteira.

Nos dois estimadores propostos (EEDR-SD e EEDR-T&D), foram incorporadas informações *a priori*, correspondentes a informações prévias das tensões e dos ângulos das barras da rede elétrica, na formulação do problema solucionado via Método do Tableau desacoplado. A inclusão dessas informações tem como objetivo melhorar o condicionamento numérico da matriz de Hachtel, efeito corroborado pelos resultados apresentados ao longo deste trabalho, devido ao reforço da diagonal principal da matriz de coeficientes.

Os resultados e análises provenientes do EEDR-SD demonstraram a eficácia da ferramenta proposta, com foco na estimação de estados para sistemas de distribuição, proporcionando bom condicionamento numérico e viabilizando a solução por métodos desacoplados na formulação do problema via abordagem restrita do estimador de estados. Os resultados evidenciaram a viabilidade do desacoplamento, bem como a influência da normalização *cpu* na convergência do estimador frente a diferentes cenários. A ferramenta proposta apresentou resultados consistentes tanto para a representação monofásica quanto trifásica, considerando as particularidades inerentes a esses sistemas. Um dos tópicos a serem investigados futuramente refere-se ao tratamento das informações *a priori* adotadas nesta pesquisa. Nesse sentido, torna-se relevante analisar os valores de variância considerados, bem como avaliar a utilização de outras formas de incorporação dessas informações, tais como estimativas prévias do estado do sistema.

No que se refere aos resultados do EEDR-T&D, estes demonstraram a viabilidade de uma ferramenta capaz de processar conjuntamente sistemas com diferentes características, por meio da abordagem de normalização por zonas da rede elétrica. Os resultados contemplaram diferentes condições operativas do sistema, bem como distintas configurações topológicas (sistemas radiais e malhados), permitindo identificar diferentes comportamentos associados ao intercâmbio de fluxos de potência entre os sistemas de transmissão e distribuição, alguns dos quais, inclusive, contraintuitivos, evidenciando a necessidade de uma reavaliação do cenário elétrico em evolução. Além disso, os resultados evidenciaram a redução do esforço computacional envolvido na solução do problema de estimação por meio do EEDR-T&D proposto, o que representa uma vantagem relevante, especialmente no contexto da operação em tempo real.

Para assegurar a precisão do estimador de estados, uma etapa essencial consiste no processamento de erros. Nesse sentido, este trabalho apresenta, como contribuição adjacente, a extensão do processamento de erros baseada na interpretação geométrica dos resíduos para a formulação do estimador de estados irrestrito desacoplado aplicado a SD, em associação com a normalização *cpu*, com o objetivo de detectar e identificar erros grosseiros na modelagem em tempo real desses sistemas.

O método proposto reúne a eficiência e a superioridade computacional dos métodos desacoplados e dos testes geométricos para a detecção e identificação de erros grosseiros em medidas, eliminando a necessidade usual de reestimações sucessivas do estado, requerida por algoritmos convencionais, como o conhecido teste do máximo resíduo normalizado. A abordagem desacoplada, aliada à normalização complexa e ao teste geométrico, reduz significativamente a carga computacional necessária, aspecto fundamental para viabilizar o processamento de erros grosseiros em redes de grande porte, como sistemas de distribuição de tamanho real.

Dessa forma, as contribuições apresentadas tornam as metodologias propostas adequadas para aplicação em sistemas elétricos modernos, caracterizados pela integração entre os níveis de transmissão e distribuição e pela necessidade de operação em tempo real em diferentes condições operacionais. A capacidade de lidar com as características desse novo cenário elétrico, aliada à melhoria no condicionamento numérico e à redução do esforço computacional, torna as abordagens propostas ferramentas relevantes para o monitoramento e a análise do sistema elétrico de potência. Assim, as metodologias desenvolvidas se apresentam como alternativas promissoras para aplicação em sistemas de distribuição atuais, bem como vislumbram novas possibilidades de operação da rede, que demandam uma análise integrada de sistemas de transmissão e distribuição.

7.1 PUBLICAÇÕES

7.1.1 Artigos publicados em periódicos

- Monteiro, A.L., Nogueira, E.M.M., Lourenço, E.M. et al. Bad Data Processing in Fast-Decoupled State Estimation via Geometric Approach. *Journal of Control, Automation and Electrical Systems*, 36, 134–146, 2025.
- de Melo, V.H.P., Monteiro, A.L., Ascari, L.B. et al. Review of Power System State Estimation and Maturity Level of Market Solutions: Preceding Steps. *Journal of Control, Automation and Electrical Systems*, 35, 702–719, 2024.

7.1.2 Artigos publicados em anais de congressos

- Monteiro, A.L.; Lourenço, E. M.; Tortelli, O.L. Processamento de Erros na Estimação de Estados Desacoplada em Sistemas de Transmissão e Distribuição via Testes Geométricos. XXIV Congresso Brasileiro de Automática, Fortaleza, 2022.
- Durce, C.C.; Monteiro, A.L.; Portelinha, R.K.; Lourenço, E.M.; Tortelli, O.L. Estimação de Estados Desacoplada para Sistemas Interligados de Transmissão e Distribuição. X Simpósio Brasileiro de Sistemas Elétricos, Manaus, 2023.

- Monteiro, A.L.; Lourenço, E.M.; Tortelli, O.L. Estimador de Estados Desacoplado para Sistemas de Distribuição via Método do Tableau Esparso. XXV Congresso Brasileiro de Automática, Rio de Janeiro, 2024.
- Monteiro, A.L.; Durce, C.C.; Lourenço, E.M., Tortelli; O.L. Análise de Sistemas de Transmissão e Distribuição Interligados na Estimação de Estados Desacoplada. XI Simpósio Brasileiro de Sistemas Elétricos, São João Del Rei, 2025. Artigo premiado: primeiro lugar do Prêmio SBA de Melhor Artigo de Estudante 2025 na categoria Doutorado.
- Antunes, L.K.; Monteiro, A.L.; Lourenço, E.M.; Tortelli, O.L. Estimador de estados generalizado linear baseado exclusivamente em PMUs como um problema de otimização restrito com informações *a priori*. XI Simpósio Brasileiro de Sistemas Elétricos, São João Del Rei, 2025.

7.1.3 Artigos submetidos em periódicos

- Monteiro, A.L.; de Melo, V.H.P.; Riveros, J.E., Hebling; G.M., Massignan; J.A.D., Lourenço, E.M.; da Costa, A.S.; London Jr, J.B.A. A Review of Non-Quadratic Objectives Functions for Achieving Resilience in Power Systems State Estimation. Journal of Modern Power Systems and Clean Energy. Submetido em setembro de 2025.
- Monteiro, A.L.; Durce, C.C.; Tortelli, O.L.; Lourenço, E.M. Analysis of Interconnected Transmission and Distribution Systems in Decoupled State Estimation. Special Collection on Control and Automation of the Journal of Control, Automation, and Electrical Systems. Submetido em março de 2026.

7.2 PERSPECTIVAS FUTURAS

Com base na proposta central deste trabalho, a qual consiste na ferramenta de estimação de estados restrita desacoplada para sistemas T&D, são apresentadas algumas perspectivas de continuidade da pesquisa:

- Avaliar novas possibilidades de valores de informações *a priori* obtidos a partir de uma estimação de estados prévia e comparar o desempenho da ferramenta EEDR-T&D proposta nessa pesquisa, além de considerar novos valores de variâncias em caso de informações *a priori* de baixa qualidade;
- Incluir rotinas de processamento de erros no EEDR-T&D baseadas nos testes geométricos desacoplados;

- Estender o EEDR-T&D para a modelagem explícita de algumas subestações;
- Desenvolvimento da abordagem T&D com modelagem heterogênea monofásica e trifásica;
- Avaliar a utilização de diferentes normalizações *cpu* em redes D&D (rede primária e secundária da distribuição), incluindo microrredes.

REFERÊNCIAS

ABUR, A.; EXPOSITO, A. G. **Power system state estimation: theory and implementation**. [S. l.]: CRC press, 2004. Citado 30 vezes nas páginas 13, 14, 16, 17, 21–23, 26, 27, 34, 36, 39–42, 50–52, 56, 64, 70, 71.

ALMEIDA, M. C. de; OCHOA, L. F. An improved three-phase AMB distribution system state estimator. **IEEE Transactions on Power Systems**, IEEE, v. 32, n. 2, p. 1463–1473, 2016. Citado 3 vezes nas páginas 32, 33, 63.

ALSAC, O.; STOTT, B. Optimal load flow with steady-state security. **IEEE Trans. on Power Appar. and Syst.**, IEEE, n. 3, p. 745–751, 1974. Citado 1 vez na página 106.

ARRILLAGA, J.; HARKER, B. Fast-decoupled three-phase load flow. *In*: IET, 8. PROCEEDINGS of the Institution of Electrical Engineers. [S. l.: s. n.], 1978. v. 125, p. 734–740. Citado 3 vezes nas páginas 43, 44, 74.

ASADA, E. N.; ALMEIDA, M. C. de; UGARTE, L. F. Classical methods applied to distribution system state estimation. *In*: [s. l.]: IET Books, 2022. p. 135–162. Citado 9 vezes nas páginas 13, 31–33.

ASCHMONEIT, F.; PETERSON, N.; ADRIAN, E. State estimation with equality constraints. *In*: TENTH PICA Conference Proceedings. [S. l.: s. n.], 1977. p. 427–430. Citado 2 vezes nas páginas 26, 64.

BARAN, M. E.; JUNG, J.; MCDERMOTT, T. E. Including voltage measurements in branch current state estimation for distribution systems. *In*: IEEE. 2009 IEEE Power & Energy Society General Meeting. [S. l.: s. n.], 2009. p. 1–5. Citado 1 vez na página 32.

BARAN, M. E.; KELLEY, A. W. A branch-current-based state estimation method for distribution systems. **IEEE transactions on power systems**, IEEE, v. 10, n. 1, p. 483–491, 1995. Citado 4 vezes nas páginas 32, 63, 95.

BARAN, M. E.; KELLEY, A. W. State estimation for real-time monitoring of distribution systems. **IEEE Transactions on Power systems**, IEEE, v. 9, n. 3, p. 1601–1609, 1994. Citado 1 vez na página 13.

BARAN, M. E.; WU, F. F. Optimal capacitor placement on radial distribution systems. **IEEE Transactions on power Delivery**, IEEE, v. 4, n. 1, p. 725–734, 1989. Citado 2 vezes nas páginas 80, 107.

BRAUNSTEIN, S. H. Abordagem geométrica para o tratamento de erros grosseiros na estimação de estados trifásica em sistemas de distribuição de energia elétrica, 2016. Citado 3 vezes nas páginas 47, 74.

BRAUNSTEIN, S. H.; BRETAS, N. G.; ROSSONI, A.; BRETAS, A. Bad data analysis in distribution state estimation considering load models. *In: IEEE. 2015 IEEE Power & Energy Society General Meeting. [S. l.: s. n.], 2015. p. 1–5. Citado 1 vez na página 49.*

CASTILLO, M. R.; LONDON, J. B.; BRETAS, N. G.; LEFEBVRE, S.; PRÉVOST, J.; LAMBERT, B. Offline detection, identification, and correction of branch parameter errors based on several measurement snapshots. **IEEE Transactions on power systems**, IEEE, v. 26, n. 2, p. 870–877, 2010. Citado 2 vez na página 108.

CASTILLO-ALBERTINI, M. **Metodologia para Depuração off-line de Parâmetros Série e Shunt de Linhas de Transmissão Através de Diversas Amostras de Medidas**. 2010. Tese (Doutorado) – Tese de Doutorado, Escola de Engenharia de São Carlos (EESC), Universidade ... Citado 1 vez na página 82.

CHEN, C.; ZHANG, T.; MA, H.; LIU, S.; ZHANG, Z.; WANG, H.; SONG, X.; LIN, Z.; WEN, F.; XUE, Y. Triple-level Full-stage Adaptive Restoration Optimization for Coupled Transmission and Distribution Systems Considering Restoration Security Risks. **IEEE Transactions on Power Systems**, IEEE, 2024. Citado 1 vez na página 15.

CHRISTIE, R. Power systems test case archive. 14 bus power flow test case, 1993. **University of Washington, [Online] Available at https://labs.ece.uw.edu/pstca/pf14/pg_tca14bus.htm**, 2019. Citado 1 vez na página 115.

CLEMENTS, K. A.; COSTA, A. S. Topology error identification using normalized Lagrange multipliers. **IEEE Transactions on power systems**, IEEE, v. 13, n. 2, p. 347–353, 1998. Citado 7 vezes nas páginas 27, 35, 36.

DELLA GIUSTINA, D.; PAU, M.; PEGORARO, P. A.; PONCI, F.; SULIS, S. Electrical distribution system state estimation: measurement issues and challenges. **IEEE Instrumentation & Measurement Magazine**, IEEE, v. 17, n. 6, p. 36–42, 2014. Citado 2 vezes nas páginas 13, 31.

DO COUTTO FILHO, M. B.; SOUZA, J. C. S. de; FREUND, R. S. Forecasting-aided state estimation—Part II: Implementation. **IEEE Transactions on Power Systems**, IEEE, v. 24, n. 4, p. 1678–1685, 2009. Citado 1 vez na página 64.

DUGAN, R.; ARRITT, R.; MCDERMOTT, T.; BRAHMA, S.; SCHNEIDER, K. Distribution system analysis to support the smart grid. *In: IEEE. IEEE PES General Meeting. [S. l.: s. n.], 2010. p. 1–8. Citado 1 vez na página 14.*

DURCE, C. C.; LOURENÇO, E. M.; TORTELLI, O. L. Power flow analysis for interconnected T&D networks with meshed topology. *In: IEEE. 2011 2nd IEEE PES International Conference and Exhibition on Innovative Smart Grid Technologies. [S. l.: s. n.], 2011. p. 1–7. Citado 2 vezes nas páginas 15, 96.*

DURCE, C. C. D.; MONTEIRO, A. L.; PORTELINHA, R. K.; TORTELLI, O. L.; LOURENÇO, E. M. Estimação de Estados Desacoplada para Sistemas Interligados de Transmissão e Distribuição, 2023. Citado 1 vez na página 113.

EMINOGLU, U.; GÖZEL, T.; HOCAOGLU, M. DSPFAP: Distribution systems power flow analysis package using Matlab graphical user interface (GUI). **Computer Applications in Engineering Education**, Wiley Online Library, v. 18, n. 1, p. 1–13, 2010. Citado 2 vezes nas páginas 88, 115.

EXPÓSITO, A. G.; VILLA JAEN, A. de la. Reduced substation models for generalized state estimation. **IEEE Transactions on Power Systems**, IEEE, v. 16, n. 4, p. 839–846, 2001. Citado 1 vez na página 39.

GARCIA, t. A.; MONTICELLI, A.; ABREU, P. Fast decoupled state estimation and bad data processing. **IEEE Transactions on Power apparatus and Systems**, IEEE, n. 5, p. 1645–1652, 1979. Citado 7 vezes nas páginas 17, 23, 24, 64, 70.

GIVISIEZ, A. G.; PETROU, K.; OCHOA, L. F. A Review on TSO-DSO Coordination Models and Solution Techniques. **Electric Power Systems Research**, v. 189, p. 106659, 2020. ISSN 0378-7796. Citado 1 vez na página 14.

GJELSVIK, A.; AAM, S.; HOLTEN, L. Hachtel's augmented matrix method—a rapid method improving numerical stability in power system static state estimation. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, IEEE, n. 11, p. 2987–2993, 1985. Citado 3 vezes nas páginas 17, 27, 64.

GOMEZ-EXPOSITO, A.; ABUR, A.; VILLA JAEN, A. de la; GOMEZ-QUILES, C. A multilevel state estimation paradigm for smart grids. **Proceedings of the IEEE**, IEEE, v. 99, n. 6, p. 952–976, 2011. Citado 1 vez na página 14.

GÓMEZ-EXPÓSITO, A.; CONEJO, A. J.; CAÑIZARES, C. **Electric energy systems: analysis and operation**. [S. l.]: CRC press, 2018. Citado 2 vez na página 34.

HANSEN, C.; DEBS, A. Power system state estimation using three-phase models. **IEEE transactions on power systems**, IEEE, v. 10, n. 2, p. 818–824, 1995. Citado 1 vez na página 73.

HAYES, B.; PRODANOVIC, M. State estimation techniques for electric power distribution systems. *In*: IEEE. 2014 European Modelling Symposium. [S. l.: s. n.], 2014. p. 303–308. Citado 1 vez na página 13.

HEBLING, G. M. **A sparse and numerically stable implementation of a distribution system state estimator**. 2022. Tese (Doutorado) – Universidade de São Paulo. Citado 3 vezes nas páginas 16, 33, 64.

HORISBERGER, H.; RICHARD, J.; ROSSIER, C. A fast decoupled static state-estimator for electric power systems. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, IEEE, v. 95, n. 1, p. 208–215, 1976. Citado 2 vezes nas páginas 23, 95.

JU, Y.; WU, W.; GE, F.; MA, K.; LIN, Y.; YE, L. Fast decoupled state estimation for distribution networks considering branch ampere measurements. **IEEE Transactions on Smart Grid**, IEEE, v. 9, n. 6, p. 6338–6347, 2017. Citado 2 vezes nas páginas 14, 50.

KERSTING, W. H. Distribution system modeling and analysis. *In: ELECTRIC power generation, transmission, and distribution. [S. l.]: CRC press, 2018. p. 26–1. Citado 4 vezes nas páginas 44–46.*

KOOTTE, M. E.; SEREETER, B.; VUIK, C. Solving the steady-state power flow problem on integrated transmission-distribution networks: a comparison of numerical methods. *In: IEEE. 2020 IEEE PES Innovative Smart Grid Technologies Europe (ISGT-Europe). [S. l.: s. n.], 2020. p. 899–903. Citado 2 vez na página 96.*

KUNDUR, P. Power system stability. **Power system stability and control**, CRC Press New York, v. 10, p. 7–1, 2007. Citado 4 vez na página 46.

LANGNER, A. L.; ABUR, A. Formulation of three-phase state estimation problem using a virtual reference. **IEEE Transactions on Power Systems**, IEEE, v. 36, n. 1, p. 214–223, 2020. Citado 3 vezes nas páginas 13, 16, 64.

LIN, W.-M.; TENG, J.-H.; CHEN, S.-J. A highly efficient algorithm in treating current measurements for the branch-current-based distribution state estimation. **IEEE Transactions on Power Delivery**, IEEE, v. 16, n. 3, p. 433–439, 2001. Citado 1 vez na página 32.

LOURENCO, E. M.; COSTA, A. S.; CLEMENTS, K. A. Bayesian-based hypothesis testing for topology error identification in generalized state estimation. **IEEE Transactions on power systems**, IEEE, v. 19, n. 2, p. 1206–1215, 2004. Citado 2 vezes nas páginas 80, 108.

LOURENÇO, E. M.; COELHO, E. P.; PAL, B. C. Topology error and bad data processing in generalized state estimation. **IEEE Transactions on Power Systems**, IEEE, v. 30, n. 6, p. 3190–3200, 2015. Citado 1 vez na página 50.

LOURENÇO, E. M.; COSTA, A. S.; CLEMENTS, K. A.; CERNEV, R. A. A topology error identification method directly based on collinearity tests. **IEEE Transactions on power systems**, IEEE, v. 21, n. 4, p. 1920–1929, 2006. Citado 5 vezes nas páginas 38, 49, 52, 61.

LOURENÇO, E. M.; LODDI, T.; TORTELLI, O. L. Unified load flow analysis for emerging distribution systems. *In: IEEE. 2010 IEEE PES ISGT Conference Europe. [S. l.: s. n.], 2010. p. 1–7. Citado 3 vezes nas páginas 14, 15, 96.*

LOURENÇO, E. M.; LONDON JR, J. B. A. **Power Distribution System State Estimation**. [S. l.]: IET Books, 2022. Citado 1 vez na página 64.

LOURENÇO, E. M.; TORTELLI, O. L.; PAL, B. C.; NOGUEIRA, E. M. M.; MONTEIRO, A. L. Fast-Decoupled distribution system state estimation. *In: [s. l.]: IET Books, 2022. p. 185–207. Citado 4 vezes nas páginas 17, 50, 64.*

LOURENÇO, E. **Análise de observabilidade e identificação de erros de topologia na estimação de estados generalizada**. 2001. Tese (Doutorado) – Tese de Doutorado. Universidade Federal de Santa Catarina. Citado 21 vezes nas páginas 17, 21, 29–31, 35–38, 49, 61, 64, 80, 108.

LOURENÇO, E.; CLEMENTS, K.; COSTA, A. S. Geometrically-based hypothesis testing for topology error identification. *In: SN. PROC. of the 14th PSCC. [S. l.: s. n.], 2002. p. 24–28. Citado 2 vezes nas páginas 36, 38.*

LU, C.; TENG, J.; LIU, W.-H. Distribution system state estimation. **IEEE Transactions on Power systems**, IEEE, v. 10, n. 1, p. 229–240, 1995. Citado 4 vezes nas páginas 13, 15, 33, 63.

MAJUMDAR, A.; PAL, B. C. A three-phase state estimation in unbalanced distribution networks with switch modelling. *In: IEEE. 2016 IEEE First International Conference on Control, Measurement and Instrumentation (CMI). [S. l.: s. n.], 2016. p. 474–478. Citado 2 vezes nas páginas 13, 15.*

MANTOVANI, J. R.; CASARI, F.; ROMERO, R. A. Radial Distribution System Reconfiguration Using the Voltage Drop Criterion. **Controle Autom.(in Portuguese)**, SBA, v. 30, p. 150–159, 2000. Citado 1 vez na página 55.

MIAH, M. S.; SHAH, R.; AMJADY, N.; ISLAM, S. Interactions between Active Distribution and Transmission Networks: State of the Art and Opportunities. **Energy** 360, Elsevier, p. 100024, 2025. Citado 1 vez na página 14.

MOHSENI-BONAB, S. M.; HAJEBRAHIMI, A.; KAMWA, I.; MOEINI, A. Transmission and distribution co-simulation: a review and propositions. **IET Generation, Transmission & Distribution**, Wiley Online Library, v. 14, n. 21, p. 4631–4642, 2020. Citado 1 vez na página 15.

MONTEIRO, A. L.; LOURENÇO, E. M.; TORTELLI, O. L. Estimador de Estados Desacoplado para Sistemas de Distribuição via Método do Tableau Esparsos. *In: CBA. [S. l.: s. n.], 2024. Citado 1 vez na página 108.*

MONTICELLI, A. J., Fluxo de Carga Aspectos Gerais. _____, **Fluxo de Carga em Redes de Energia Elétrica**, São Paulo: Editora Edgard Blücher Ltda, p. 1–10, 1983. Citado 8 vezes nas páginas 40–42.

MONTICELLI, A. **Power system state estimation: A generalized approach**. [S. l.]: Kluwer Academic Publishers, 1999. Citado 5 vezes nas páginas 21, 22, 34, 50.

MONTICELLI, A.; GARCIA, A. Fast decoupled state estimators. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 5, n. 2, p. 556–564, 1990. DOI: [10.1109/59.54566](https://doi.org/10.1109/59.54566). Citado 5 vezes nas páginas 23, 24, 50, 70, 95.

MUÑOZ-DELGADO, G.; CONTRERAS, J.; ARROYO, J. M.; DE LA NIETA, A. S.; GIBESCU, M. Integrated transmission and distribution system expansion planning under uncertainty. **IEEE Transactions on Smart Grid**, IEEE, v. 12, n. 5, p. 4113–4125, 2021. Citado 1 vez na página 15.

MUSCAS, C.; PAU, M.; PEGORARO, P. A.; SULIS, S. An efficient method to include equality constraints in branch current distribution system state estimation. **EURASIP Journal on Advances in Signal Processing**, Springer, v. 2015, p. 1–11, 2015. Citado 1 vez na página 31.

MUTANEN, A.; KOTO, A.; KULMALA, A.; JARVENTAUSTA, P. Development and testing of a branch current based distribution system state estimator. *In*: VDE. 2011 46th International Universities' Power Engineering Conference (UPEC). [S. l.: s. n.], 2011. p. 1–6. Citado 1 vez na página 49.

NANCHIAN, S.; MAJUMDAR, A.; PAL, B. C. Ordinal optimization technique for three-phase distribution network state estimation including discrete variables. **IEEE Transactions on Sustainable Energy**, IEEE, v. 8, n. 4, p. 1528–1535, 2017. Citado 1 vez na página 42.

NOGUEIRA, E. M.; PORTELINHA, R. K.; LOURENÇO, E. M.; TORTELLI, O. L.; PAL, B. C. Novel approach to power system state estimation for transmission and distribution systems. **IET Generation, Transmission & Distribution**, IET, v. 13, n. 10, p. 1970–1978, 2019. Citado 4 vezes nas páginas 14, 50, 61, 64.

NOGUEIRA, E. M. M. Estimação de estados para sistemas de transmissão e distribuição de energia elétrica via abordagem desacoplada. **Tese de Doutorado**. Universidade Federal do Paraná, 2019. Citado 5 vezes nas páginas 17, 49, 52.

PANDEY, A.; LI, S.; PILEGGI, L. Combined transmission and distribution state-estimation for future electric grids. *In*: POWER Systems Operation with 100% Renewable Energy Sources. [S. l.]: Elsevier, 2024. p. 299–315. Citado 2 vez na página 96.

PAU, M.; PONCI, F.; MONTI, A. Analysis of bad data detection capabilities through smart meter based state estimation. *In: IEEE. 2018 IEEE International Conference on Environment and Electrical Engineering and 2018 IEEE Industrial and Commercial Power Systems Europe (EEEIC/I&CPS Europe)*. [S. l.: s. n.], 2018. p. 1–6. Citado 1 vez na página 14.

PORTELINHA, R. K.; DURCE, C. C.; TORTELLI, O. L.; LOURENCO, E. M. Fast-decoupled power flow method for integrated analysis of transmission and distribution systems. **Electric Power Systems Research**, Elsevier, v. 196, p. 107215, 2021. Citado 1 vez na página 97.

PORTELINHA, R. K.; DURCE, C. C.; TORTELLI, O. L.; LOURENÇO, E. M.; PAL, B. C. Unified transmission and distribution fast decoupled power flow. **Journal of Control, Automation and Electrical Systems**, Springer, v. 30, p. 1051–1058, 2019. Citado 2 vezes nas páginas 14, 96.

PORTELINHA, R. K. **Fluxo de potência trifásico desacoplado do rápido para análise unificada de sistemas de transmissão e distribuição de energia elétrica incluindo dispositivos de controle**. 2021. Tese (Doutorado) – Tese de Doutorado. Universidade Federal do Paraná. Citado 1 vez na página 97.

POWER POTENTIAL. **Transmission & Distribution Interface 2.0: Project Close Down Report**. [S. l.: s. n.], 2021. [Online]. Available: <https://innovation.ukpowernetworks.co.uk/projects/power-potential>. Citado 1 vez na página 96.

PRIMADIANTO, A.; LU, C.-N. A review on distribution system state estimation. **IEEE Transactions on Power Systems**, IEEE, v. 32, n. 5, p. 3875–3883, 2016. Citado 6 vezes nas páginas 13, 31, 50, 64, 95.

PSR DAIMON. **TSO–DSO Interface: Analysis of the Integration between Transmission System Operation and Distribution System Operation**. [S. l.], 2025. Disponível em: <https://www.ons.org.br/AcervoDigitalDocumentosEPublicacoes/Relat%C3%B3rio%201A%20-%20Experi%C3%Aancia%20Internacional%20-%20Integra%C3%A7%C3%A3o%20ONS-DSO.pdf>. Citado 1 vez na página 15.

ROYTELMAN, I.; SHAHIDEHPOUR, S. State estimation for electric power distribution systems in quasi real-time conditions. **IEEE Transactions on Power Delivery**, IEEE, v. 8, n. 4, p. 2009–2015, 1993. Citado 1 vez na página 13.

SAMAAN, N.; ELIZONDO, M. A.; VYAKARANAM, B.; VALLEM, M. R.; KE, X.; HUANG, R.; HOLZER, J. T.; SRIDHAR, S.; NGUYEN, Q.; MAKAROV, Y. V. *et al.* Combined transmission and distribution test system to study high penetration of distributed solar generation. *In: IEEE. 2018 IEEE/PES Transmission and Distribution Conference and Exposition (T&D)*. [S. l.: s. n.], 2018. p. 1–9. Citado 1 vez na página 96.

SCHWEPPE, F. C.; WILDES, J. Power system static-state estimation, Part I: Exact model. **IEEE Transactions on Power Apparatus and systems**, IEEE, n. 1, p. 120–125, 1970. Citado 2 vezes nas páginas 13, 21.

SHARMA, N. K.; CHAKRABARTI, S.; SHARMA, A. State Estimation of the Transmission System in the Presence of Unbalanced Load at the Transmission Distribution Boundary. *In*: IEEE. 2022 22nd National Power Systems Conference (NPSC). [S. l.: s. n.], 2022. p. 130–135. Citado 3 vezes nas páginas 13, 14, 96.

SINGH, N.; KLIOKYS, E.; FELDMANN, H.; KUSSEL, R.; CHRUSTOWSKI, R.; JOBOROWICZ, C. Power system modelling and analysis in a mixed energy management and distribution management system. **IEEE Trans. on Power Syst.**, IEEE, v. 13, n. 3, p. 1143–1149, 1998. Citado 2 vezes nas páginas 15, 95.

SUN, H.; ZHANG, B. Global state estimation for whole transmission and distribution networks. **Electric Power Systems Research**, Elsevier, v. 74, n. 2, p. 187–195, 2005. Citado 7 vezes nas páginas 15, 95, 96.

SUN, H.; ZHANG, B. Distributed power flow calculation for whole networks including transmission and distribution. *In*: IEEE. 2008 IEEE/PES Transmission and Distribution Conference and Exposition. [S. l.: s. n.], 2008. p. 1–6. Citado 1 vez na página 15.

TENG, J.-H. Using voltage measurements to improve the results of branch-current-based state estimators for distribution systems. **IEE Proceedings-Generation, Transmission and Distribution**, IET, v. 149, n. 6, p. 667–672, 2002. Citado 1 vez na página 32.

THAKAR, S.; VITTAL, V.; AYYANAR, R. An integrated transmission-distribution co-simulation for a distribution system with high renewable penetration. *In*: IEEE. 2021 IEEE 48th PVSC. [S. l.: s. n.], 2021. p. 0672–0679. Citado 3 vezes nas páginas 14, 15, 96.

TORTELLI, O. L.; LOURENÇO, E. M.; GARCIA, A. V.; PAL, B. C. Fast decoupled power flow to emerging distribution systems via complex pu normalization. **IEEE Transactions on Power Systems**, IEEE, v. 30, n. 3, p. 1351–1358, 2015. Citado 13 vezes nas páginas 17, 39, 47, 48, 50, 55, 56, 61, 64, 65.

TORTELLI, O. L.; LOURENÇO, E. M.; PAL, B. C.; GARCIA, A. V.; PORTELINHA, R. K. Fast-Decoupled flow method for active distribution systems. *In*: [s. l.]: IET Books, 2022. p. 163–183. Citado 3 vezes nas páginas 48, 103.

YANG, J.; WU, W.; ZHENG, W.; JU, Y. A sparse recovery model with fast decoupled solution for distribution state estimation and its performance analysis. **Journal of Modern Power Systems and Clean Energy**, SGEPRI, v. 7, n. 6, p. 1411–1421, 2019. Citado 1 vez na página 50.

ZHANG, Y.; CHEN, Y.; WANG, J.; MENG, Y.; ZHAO, T. Decentralized Coordinated State Estimation in Integrated Transmission and Distribution Systems. *In: IEEE. 2022 IEEE Power & Energy Society ISGT. [S. l.: s. n.], 2022. p. 1–5. Citado 2 vezes nas páginas 15, 95.*

APÊNDICE A - EQUAÇÕES PARA A CONSTRUÇÃO DA MATRIZ JACOBIANA DO ESTIMADOR DE ESTADOS TRIFÁSICO

- Derivadas parciais das medidas de fluxo e injeção de potência ativa em relação às variáveis de estado:

$i \neq k$:

$$\frac{\partial P_{ik}^p}{\partial V_k^m} = -V_i^p [G_{ik}^{pm} \cos\theta_{ik}^{pm} + B_{ik}^{pm} \text{sen}\theta_{ik}^{pm}] \quad (1.1)$$

$m \neq p$:

$$\frac{\partial P_{ik}^p}{\partial V_i^m} = V_i^p [G_{ik}^{pm} \cos\theta_{ii}^{pm} + (B_{ik}^{pm} + Bsh_{ik}^{pm}) \text{sen}\theta_{ii}^{pm}] \quad (1.2)$$

$m = p \text{ e } i = k$:

$$\frac{\partial P_{ik}^p}{\partial V_i^p} = V_i^p G_{ik}^{pp} + \sum_{m=1}^3 \{V_i^m [G_{ik}^{pm} \cos\theta_{ii}^{pm} + (B_{ik}^{pm} + Bsh_{ik}^{pm}) \text{sen}\theta_{ii}^{pm}] - V_k^m [G_{ik}^{pm} \cos\theta_{ik}^{pm} + B_{ik}^{pm} \text{sen}\theta_{ik}^{pm}]\} \quad (1.3)$$

$i \neq k$:

$$\frac{\partial P_{ik}^p}{\partial \theta_k^m} = -V_i^p V_k^m [G_{ik}^{pm} \text{sen}\theta_{ik}^{pm} - B_{ik}^{pm} \cos\theta_{ik}^{pm}] \quad (1.4)$$

$m \neq p$:

$$\frac{\partial P_{ik}^p}{\partial \theta_i^m} = V_i^p V_i^m [G_{ik}^{pm} \text{sen}\theta_{ii}^{pm} - (B_{ik}^{pm} + Bsh_{ik}^{pm}) \cos\theta_{ii}^{pm}] \quad (1.5)$$

$m = p \text{ e } i = k$:

$$\frac{\partial P_{ik}^p}{\partial \theta_i^p} = -(V_i^p)^2 (B_{ik}^{pp} + Bsh_{ik}^{pp}) - \sum_{m=1}^3 V_i^p V_i^m [G_{ik}^{pm} \text{sen}\theta_{ii}^{pm} - (B_{ik}^{pm} + Bsh_{ik}^{pm}) \cos\theta_{ii}^{pm}] + \sum_{m=1}^3 V_i^p V_k^m [G_{ik}^{pm} \text{sen}\theta_{ik}^{pm} - B_{ik}^{pm} \cos\theta_{ik}^{pm}] \quad (1.6)$$

- Derivadas parciais das medidas de fluxo e injeção de potência reativa em relação às variáveis de estado:

$i \neq k$:

$$\frac{\partial Q_{ik}^p}{\partial V_k^m} = -V_i^p [G_{ik}^{pm} \text{sen}\theta_{ik}^{pm} - B_{ik}^{pm} \text{cos}\theta_{ik}^{pm}] \quad (1.7)$$

$m \neq p$:

$$\frac{\partial Q_{ik}^p}{\partial V_i^m} = V_i^p [G_{ik}^{pm} \text{sen}\theta_{ii}^{pm} - (B_{ik}^{pm} + Bsh_{ik}^{pm}) \text{cos}\theta_{ii}^{pm}] \quad (1.8)$$

$m = p \text{ e } i = k$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q_{ik}^p}{\partial V_i^p} = & -V_i^p (B_{ik}^{pp} + Bsh_{ik}^p) + \sum_{m=1}^3 V_i^m [G_{ik}^{pm} \text{sen}\theta_{ii}^{pm} - (B_{ik}^{pm} + Bsh_{ik}^{pm}) \text{cos}\theta_{ii}^{pm}] - \\ & \sum_{m=1}^3 V_k^m [G_{ik}^{pm} \text{sen}\theta_{ik}^{pm} - B_{ik}^{pm} \text{cos}\theta_{ik}^{pm}] \end{aligned} \quad (1.9)$$

$i \neq k$:

$$\frac{\partial Q_{ik}^p}{\partial \theta_k^m} = -V_i^p V_k^m [G_{ik}^{pm} \text{cos}\theta_{ik}^{pm} + B_{ik}^{pm} \text{sen}\theta_{ik}^{pm}] \quad (1.10)$$

$m \neq p$:

$$\frac{\partial Q_{ik}^p}{\partial \theta_i^m} = -V_i^p V_i^m [G_{ik}^{pm} \text{cos}\theta_{ii}^{pm} + (B_{ik}^{pm} + Bsh_{ik}^{pm}) \text{sen}\theta_{ii}^{pm}] \quad (1.11)$$

$m = p \text{ e } i = k$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q_{ik}^p}{\partial \theta_i^p} = & -(V_i^p)^2 G_{ik}^{pp} + \sum_{m=1}^3 V_i^p V_i^m [G_{ik}^{pm} \text{cos}\theta_{ii}^{pm} + (B_{ik}^{pm} + Bsh_{ik}^{pm}) \text{sen}\theta_{ii}^{pm}] - \\ & \sum_{m=1}^3 V_i^p V_k^m [G_{ik}^{pm} \text{cos}\theta_{ik}^{pm} + B_{ik}^{pm} \text{sen}\theta_{ik}^{pm}] \end{aligned} \quad (1.12)$$

- Derivadas parciais das medidas de magnitude de tensão em relação à variável de estado V:

$i \neq k$:

$$\frac{\partial V_i^p}{\partial V_k^m} = 0 \quad (1.13)$$

i = k e p = m:

$$\frac{\partial V_i^p}{\partial V_k^m} = 1 \quad (1.14)$$

- **Derivadas parciais das medidas de magnitude de tensão em relação à variável de estado θ :**

$$\frac{\partial V_i^p}{\partial V_k^m} = 0 \quad (1.15)$$