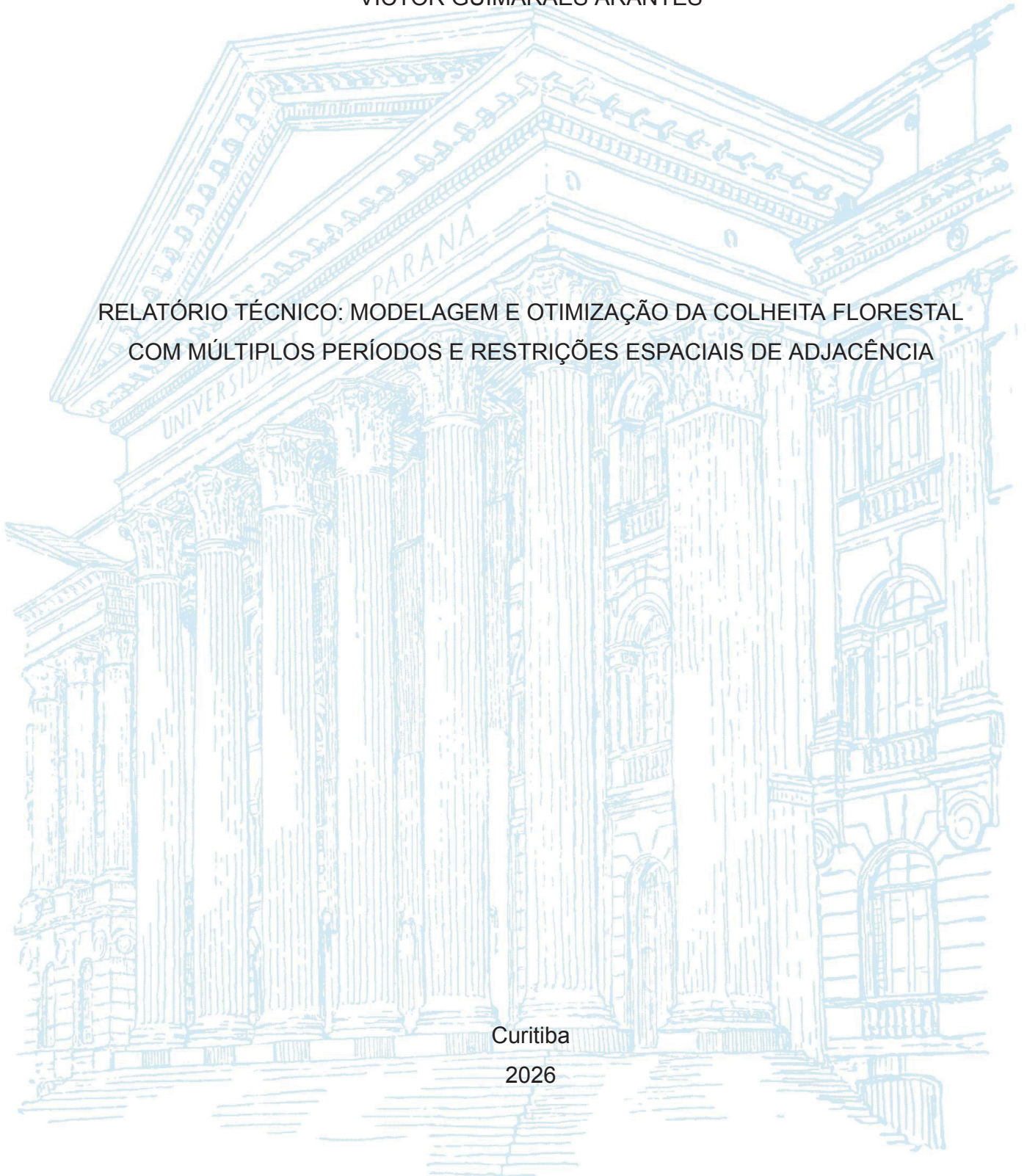


UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

VICTOR GUIMARÃES ARANTES

RELATÓRIO TÉCNICO: MODELAGEM E OTIMIZAÇÃO DA COLHEITA FLORESTAL  
COM MÚLTIPLOS PERÍODOS E RESTRIÇÕES ESPACIAIS DE ADJACÊNCIA

Curitiba  
2026



VICTOR GUIMARÃES ARANTES

RELATÓRIO TÉCNICO: MODELAGEM E OTIMIZAÇÃO DA COLHEITA FLORESTAL  
COM MÚLTIPLOS PERÍODOS E RESTRIÇÕES ESPACIAIS DE ADJACÊNCIA

Relatório Técnico Científico apresentado ao Curso de Pós-Graduação Lato Sensu - MBA em Gestão Florestal, do Programa de Educação Continuada em Ciências Agrárias (PECCA), Universidade Federal do Paraná, como requisito parcial à obtenção do título de Especialista em Gestão Florestal.

Orientador: Prof. Dr. Julio Eduardo Arce

Curitiba

2026

## RESUMO

Este trabalho apresenta um modelo de planejamento da colheita florestal que integra decisões espaciais e temporais, considerando múltiplos períodos de colheita e restrições de adjacência entre talhões. O problema é formulado com o objetivo de atender uma demanda industrial crescente ao menor custo de transporte possível, respeitando limitações operacionais como a colheita única de cada talhão ao longo do horizonte de planejamento, o atendimento da demanda por período e a impossibilidade de colheita simultânea de talhões adjacentes na mesma semana. Foram avaliados três métodos de otimização: Programação Linear (PL), Algoritmo Genético (GA) e Simulated Annealing (SA). A Programação Linear foi utilizada como referência ótima em cenários estruturalmente mais simples, enquanto as metaheurísticas foram empregadas para lidar com a complexidade combinatória introduzida pela dimensão espaço-temporal e pelas restrições de adjacência. Experimentos computacionais foram conduzidos em 60 instâncias sintéticas, com níveis crescentes de demanda, permitindo analisar custo total, número de talhões selecionados e tempo computacional. Os resultados indicam que a introdução de múltiplos períodos aumenta exponencialmente o espaço de busca, impactando de forma não linear o desempenho das metaheurísticas. As restrições espaciais de adjacência elevam o custo médio das soluções e induzem a seleção de um maior número de talhões, especialmente nos métodos heurísticos. Conclui-se que, embora a Programação Linear apresente elevada eficiência computacional, as metaheurísticas tornam-se boas alternativas para incorporar realismo operacional em problemas de planejamento florestal espaço-temporais.

Palavras-chave: planejamento florestal; colheita florestal; otimização espaço-temporal; restrições de adjacência; metaheurísticas.

## **ABSTRACT**

This study presents a forest harvest planning model that integrates spatial and temporal decision-making, considering multiple harvesting periods and spatial adjacency constraints between stands. The problem is formulated to meet increasing industrial demand at minimum transportation cost, while respecting key operational constraints, including single harvest per stand over the planning horizon, period-specific demand satisfaction, and the prohibition of simultaneous harvesting of adjacent stands within the same week. Three optimization methods are evaluated: Linear Programming (LP), Genetic Algorithm (GA), and Simulated Annealing (SA). Linear Programming is used as an optimal benchmark in structurally simpler scenarios, whereas metaheuristics are applied to handle the combinatorial complexity introduced by the spatio-temporal structure and adjacency constraints. Computational experiments were conducted on 60 synthetic instances with progressively increasing demand levels, allowing the analysis of total cost, number of selected stands, and computational time. Results show that the introduction of multiple planning periods leads to an exponential growth of the search space, causing a non-linear impact on the performance of heuristic methods. Spatial adjacency constraints increase average solution costs and induce the selection of a larger number of stands, particularly in GA and SA solutions. The study concludes that while Linear Programming is computationally efficient, metaheuristic approaches are viable alternatives for incorporating operational realism in spatio-temporal forest harvest planning problems.

**Keywords:** forest planning; forest harvesting; spatio-temporal optimization; adjacency constraints; metaheuristics.

## SUMÁRIO

1. Introdução .....	5
1.1 Contextualização e Fundamentação Teórica .....	5
1.2 Objetivos e Justificativa .....	7
2 Material e Métodos .....	8
2.1 Definição do Problema e Área de Estudo .....	8
2.2 Formulação e Implementação dos Modelos .....	9
2.3 Avaliação e Comparação de Desempenho .....	9
2.4 Metodologia Detalhada / Resultados Iniciais .....	11
3 Resultados e Discussão .....	13
3.1 Análise Geral dos Experimentos .....	13
3.1.1 Demanda em Relação ao Tempo.....	13
3.1.2 Formulação e Interpretação da Função Objetivo.....	14
3.2 Efeito da Introdução de Quatro Períodos de Planejamento .....	16
3.3 Programação Linear (PL) .....	17
3.4 Simulated Annealing (SA) .....	19
3.5 Algoritmo Genético (GA) .....	20
3.6 Comparação Entre os Métodos .....	21
4 Conclusão e Implicações para o Planejamento Florestal .....	22
Referências .....	25

## **1. Introdução**

### **1.1. Contextualização e Fundamentação Teórica: Otimização no Planejamento Florestal**

O planejamento florestal de longo prazo é uma atividade complexa que exige ferramentas analíticas capazes de avaliar o impacto de diferentes estratégias sobre múltiplos objetivos, tais como a produção de madeira, a conservação ambiental e a manutenção de habitats para a fauna. Nesse contexto, a otimização — entendida como o processo de selecionar o melhor conjunto de decisões dentro de um sistema sujeito a restrições — desempenha papel essencial no apoio à alocação eficiente de recursos, na definição de ações de manejo e na avaliação de cadeias produtivas florestais ( BETTINGER et al., 2016).

A Programação Linear (PL) é uma das técnicas mais tradicionais aplicadas à otimização de sistemas florestais, especialmente em nível de planejamento estratégico. Historicamente, modelos de PL não espaciais foram amplamente utilizados para avaliar a sustentabilidade do manejo madeireiro, a estabilidade da produção e os requisitos mínimos de habitat (GALATSIDAS et al., 2013). Apesar de garantirem a obtenção da solução ótima global, métodos exatos como a PL e a Programação Inteira Mista enfrentam limitações significativas diante da crescente complexidade combinatória e espacial dos sistemas florestais modernos. Quando restrições espaciais e temporais rigorosas são incorporadas — como restrições de adjacência, green-up e fluxo de produção — o custo computacional tende a crescer exponencialmente, tornando esses métodos menos viáveis em aplicações práticas de grande escala (BETTINGER et al., 2016; GUSTAFSON; ROBERTS; LEEFERS, 2006).

Diante dessas limitações, as metaheurísticas surgem como alternativas eficazes para a resolução de problemas florestais complexos, permitindo a obtenção de soluções de alta qualidade em tempo computacionalmente viável. Embora não garantam a otimalidade matemática, essas técnicas são particularmente adequadas para

problemas espaciais e multiobjetivo, nos quais a flexibilidade estrutural é mais relevante do que a exatidão formal (BORGES; EID; BERGSENG, 2014).

O Simulated Annealing (SA) é uma metaheurística de ponto único inspirada no processo físico de recozimento térmico, na qual uma solução inicial é iterativamente modificada por meio de movimentos estocásticos no espaço de busca. A aceitação probabilística de soluções piores permite escapar de ótimos locais, favorecendo a exploração global do espaço de soluções (BASKENT; JORDAN, 2002). O desempenho do SA depende fortemente da definição da estrutura de vizinhança e da calibração de parâmetros como temperatura inicial e taxa de resfriamento. Estudos indicam que a introdução de vieses probabilísticos na seleção das unidades de manejo, em substituição a escolhas puramente aleatórias, pode melhorar significativamente a qualidade das soluções e acelerar a convergência (DONG et al., 2015).

Os Algoritmos Genéticos (AGs), por sua vez, são metaheurísticas baseadas em população e inspiradas nos princípios da evolução natural. Esses algoritmos mantêm simultaneamente um conjunto de soluções candidatas, aplicando operadores de seleção, crossover e mutação para gerar novos indivíduos com desempenho potencialmente superior (DUCHEYNE; DE WULF; DE BAETS, 2004). Entre as variantes mais utilizadas, destaca-se o NSGA-II (Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm II), amplamente empregado em problemas de otimização multiobjetivo por sua capacidade de explorar a Frente de Pareto, representando os trade-offs entre objetivos conflitantes (CASTRO et al., 2024).

Versões adaptadas dos AGs, como os algoritmos genéticos espaciais (Spatial GA), incorporam operadores específicos que consideram explicitamente a estrutura espacial do problema, aumentando a diversidade da população e a eficiência na geração de soluções viáveis (FOTAKIS et al., 2012). Essas abordagens são particularmente relevantes em problemas florestais, nos quais decisões locais afetam diretamente padrões espaciais e processos ecológicos.

A incorporação de variáveis espaciais é, portanto, fundamental na modelagem da colheita florestal, uma vez que o padrão espacial das intervenções influencia diretamente processos ecológicos e econômicos. A ecologia da paisagem fornece o arcabouço teórico para compreender as relações entre configuração espacial e função ecológica, destacando a importância de fatores como conectividade, tamanho de fragmentos e distribuição de habitats (GUSTAFSON; ROBERTS; LEEFERS, 2006).

Entre as restrições espaciais mais utilizadas no planejamento florestal destacam-se o Modelo de Restrição de Unidade (Unit Restriction Model – URM), que impede a colheita simultânea de unidades adjacentes, e o Modelo de Restrição de Área (Area Restriction Model – ARM), que permite a colheita de unidades vizinhas desde que a área total colhida não ultrapasse um limite predefinido (BETTINGER et al., 2016). Além das restrições espaciais, as restrições temporais também são essenciais, como o fluxo uniforme e o fluxo não decrescente de produção, que garantem a sustentabilidade produtiva e a regularidade do abastecimento industrial ao longo do tempo.

## **1.2. Objetivos e Justificativa**

Este estudo tem como objetivo comparar o desempenho, o tempo computacional e a qualidade das soluções obtidas por três métodos de otimização aplicados ao planejamento da colheita florestal: Programação Linear, Algoritmo Genético e Simulated Annealing. A comparação entre esses métodos é particularmente relevante, uma vez que, embora os métodos exatos ofereçam garantias de otimalidade sob determinadas condições, as metaheurísticas são frequentemente preferidas em contextos operacionais reais devido à sua flexibilidade, eficiência computacional e capacidade de lidar com restrições espaciais e multiobjetivos (BORGES; EID; BERGSENG, 2014; CASTRO et al., 2024).

A pesquisa contribui para o avanço do planejamento florestal ao integrar explicitamente variáveis espaciais e temporais, apoiar a tomada de decisão e permitir a análise de trade-offs entre diferentes abordagens de otimização. A incorporação de informações

espaciais, como rede viária, conectividade entre talhões e restrições de adjacência, reflete a necessidade de considerar o componente espacial em análises de manejo sustentável contemporâneas (FOTAKIS et al., 2012).

A avaliação empírica do custo final de colheita e do tempo de processamento fornece subsídios objetivos para que gestores florestais selecionem a ferramenta de otimização mais adequada a cada cenário operacional. Além disso, a identificação dos pontos fortes e limitações de cada método permite compreender como o aumento da complexidade estrutural — especialmente com a introdução de múltiplos períodos e restrições espaciais — impacta a qualidade das soluções e o esforço computacional requerido.

De forma análoga, a otimização florestal pode ser comparada a um sistema de navegação computacional para o engenheiro florestal. A Programação Linear funciona como um mapa detalhado que garante a rota mais curta em ambientes bem estruturados, mas pode tornar-se impraticável em trajetos excessivamente complexos. As metaheurísticas, como o Algoritmo Genético e o Simulated Annealing, atuam como sistemas inteligentes capazes de explorar múltiplos caminhos e produzir rotas quase ótimas de forma eficiente, mesmo que não sejam teoricamente perfeitas. O objetivo deste estudo é, portanto, avaliar a precisão, a robustez e a eficiência de cada método no contexto desafiador do planejamento da colheita florestal espaço-temporal.

## **2. Material e Métodos**

### **2.1. Definição do Problema e Área de Estudo**

O estudo será conduzido com base na modelagem de um problema de otimização da colheita florestal em uma área simulada, representativa de um mosaico florestal real. O problema será construído a partir de dados geoespaciais simulados, incorporando informações de rede viária e volume de madeira.. Cada unidade de manejo corresponderá a um talhão com identidade geográfica preservada, seguindo o Modelo

Tipo I, que facilita a integração de dados espaciais e a análise geográfica dos resultados ao longo de um horizonte de planejamento.

## **2.2. Formulação e Implementação dos Modelos**

O objetivo principal dos modelos é minimizar o custo total de colheita ou maximizar o valor presente líquido, considerando restrições espaciais e temporais. A Programação Linear será implementada com o uso das bibliotecas PuLP ou Gurobi, a depender do método, utilizando variáveis binárias que representam a decisão de colher ou não colher cada unidade de manejo em determinado período. A função objetivo buscará minimizar o custo total de colheita ao longo do horizonte de planejamento, respeitando restrições de área e capacidade, de fluxo temporal, e de adjacência.

As metaheurísticas serão implementadas em Python. O Simulated Annealing buscará refinar soluções por meio de reescalonamentos estocásticos de atividades, e seu desempenho será avaliado com diferentes operadores de vizinhança, como movimentos 1-opt e 2-opt. A escolha adequada da temperatura inicial e da taxa de resfriamento será fundamental para garantir a eficiência do método. O Algoritmo Genético será baseado em uma codificação cromossômica das decisões de colheita, empregando o NSGA-II para otimização multiobjetivo. Os operadores de crossover e mutação serão utilizados para promover diversidade e evitar a convergência prematura, e poderá ser adotada uma mutação adaptativa para aprimorar a exploração do espaço de soluções.

## **2.3. Avaliação e Comparação de Desempenho**

A comparação entre Programação Linear, Algoritmo Genético e Simulated Annealing será realizada com base em três critérios principais: qualidade das soluções, eficiência computacional e análise espacial. A qualidade será avaliada pelo valor da função objetivo e pela proximidade em relação ao ótimo global, no caso da Programação Linear, ou ao ótimo estimado, no caso das heurísticas. Para as metaheurísticas, serão

considerados o valor médio, o máximo e o desvio-padrão da função objetivo em múltiplas execuções independentes. A eficiência computacional será medida pelo tempo necessário para que cada método alcance soluções estáveis. Por fim, a análise espacial permitirá representar graficamente os resultados e comparar os padrões de fragmentação e compactação gerados por cada abordagem, contribuindo para uma compreensão visual e prática dos efeitos de cada técnica sobre o planejamento florestal.

**Tabela 1** - Comparação entre métodos.

Método	Tipo	Vantagens Potenciais	Métricas de Avaliação
Programação Linear	Exato	Garante otimalidade, caso seja factível e fácil interpretação dos custos marginais.	Custo Final ( $Z^*$ ), Viabilidade do Modelo, Tempo computacional
Simulated Annealing (SA)	Heurístico	Eficaz para problemas espaciais complexos; relativamente fácil implementação.	Qualidade da Solução ( $Z$ max), Tempo Computacional.
Algoritmo Genético (GA)	Heurístico	Excelente para Otimização Multiobjetivo; explora bem o espaço de soluções.	Qualidade da Solução, Tempo Computacional.

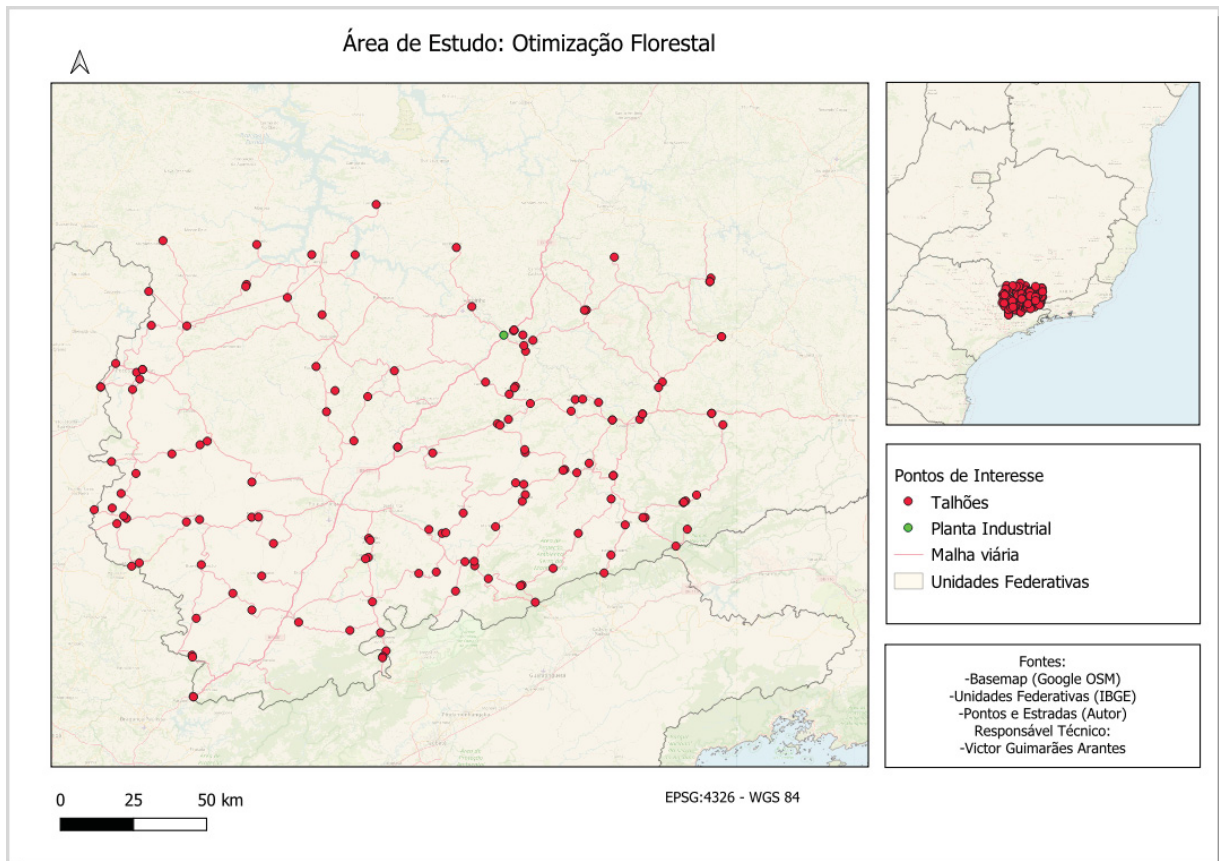
A Programação Linear representa um método eficiente, capaz de garantir a otimalidade e facilitar a interpretação econômica das soluções, enquanto o Simulated Annealing e o Algoritmo Genético constituem abordagens heurísticas que se destacam pela flexibilidade e pela eficiência em problemas de grande complexidade espacial. A comparação entre esses métodos permitirá identificar o equilíbrio ideal entre precisão e

velocidade na resolução de problemas de colheita florestal, contribuindo para a adoção de estratégias mais assertivas de colheita e manejo florestal.

## 2.4 Metodologia Detalhada e Resultados Iniciais

O mapa a seguir demonstra a área de estudo, com 150 talhões espalhados para o Sul de Minas Gerais:

**Figura 2.4.1** - Área de Estudo da Otimização.



Os três algoritmos foram ajustados para suprir na planta industrial 15000m<sup>3</sup> cúbicos de madeira, considerando custo de transporte de 0.5/m<sup>3</sup>/km, visando otimização dos lucros de acordo com a demanda, com os seguintes resultados:

--- LP Results ---

Selected sites (count): 8

Total supply from selected sites: 15216 m<sup>3</sup>

Total transport cost (objective): 848.02

--- GA Optimization Complete ---

Optimal Solution Cost (GA): 848.02

Mill Demand Target: 15000 m<sup>3</sup>

Total Supply Achieved: 15216 m<sup>3</sup>

Selected Harvest Sites: 8 sites

--- SA Optimization Complete ---

Optimal Solution Cost (SA): \$848.02

Mill Demand Target: 15000 m<sup>3</sup>

Total Supply Achieved: 15216 m<sup>3</sup>

Selected Harvest Sites: 8 sites

Os resultados alcançados (nem sempre de primeira tentativa, ou com o mesmo número de iterações) foram considerados o ótimo para os parâmetros utilizados de 150 talhões e 15000m<sup>3</sup> de demanda industrial, como exemplo e prova de conceito de funcionamento dos scripts. Dessa forma, pretende-se comparar diferentes números de talhões disponíveis para colheita e diferentes quantidades demandadas. Assim será possível ter uma comparação da capacidade de se atingir uma solução ótima e também do tempo demandado para cada algoritmo. Vale ressaltar que a cada mudança de parâmetros são gerados talhões novos, com disponibilidade (entre 500 e 2500m<sup>3</sup>) e localizações aleatórias na malha viária, feito dessa forma considerando que “a porteira” da fazenda seria o ponto inicial, sem considerar colheita ou baldeação interna na propriedade. Dessa forma, garante-se estocasticidade e que os três algoritmos possam ser comparados em condições análogas a cada iteração de mudança de parâmetro. A

cada mudança de parâmetro, os resultados serão salvos e depois comparados graficamente.

### **3. Resultados e Discussão**

#### **3.1. Análise Geral dos Experimentos**

A comparabilidade entre métodos exatos e heurísticos depende diretamente da consistência da formulação matemática do problema resolvido por cada abordagem de acordo com as demandas em relação ao tempo. Nesse sentido, a função objetivo desempenha papel central, pois define explicitamente o critério de otimalidade adotado e orienta todo o processo de busca por soluções onde a PL resolve a função objetivo, enquanto a GA e SA exploram o espaço de soluções guiados por ela.

##### **3.1.1 Demanda em Relação ao Tempo**

Após a validação inicial dos três métodos de otimização, Programação Linear (PL), Algoritmo Genético (GA) e Simulated Annealing (SA) em um cenário de prova de conceito, conforme apresentado na seção anterior, foram conduzidos experimentos adicionais com aumento progressivo da escala e da complexidade estrutural do problema.

Para essa etapa, foram analisadas 60 instâncias independentes, numeradas de 10 a 60. Cada instância representa um cenário sintético distinto, gerado de forma estocástica, preservando as características topológicas da rede viária e a distribuição relativa dos volumes disponíveis nos talhões. O índice da instância ( $n$ ) representa diretamente o nível de demanda industrial imposto ao modelo.

A demanda total de madeira foi definida como uma função linear do índice da instância, de acordo com:

$$\text{Demanda}(n)=5000 \cdot n+5000, n \in [10,60]$$

Essa formulação permite aumentar progressivamente a pressão de demanda sobre o sistema, mantendo a coerência entre oferta potencial e necessidade industrial, sem introduzir alterações artificiais na estrutura espacial do problema. Dessa forma, é possível avaliar de maneira controlada como cada método responde simultaneamente ao aumento da exigência produtiva e à ampliação do espaço de decisão.

Além da variação da demanda, os experimentos incorporaram explicitamente a dimensão temporal da colheita, com destaque para o modelo final com quatro períodos discretos, interpretados como semanas dentro de um mês operacional. Para cada instância, foram registrados: (i) o volume total colhido, (ii) o número de talhões selecionados, (iii) o custo total de transporte e (iv) o tempo computacional de execução. Esses indicadores fundamentam as análises apresentadas nas seções seguintes.

### 3.1.2 Formulação e Interpretação da Função Objetivo

No presente trabalho, adotou-se uma função objetivo unificada para os três métodos de otimização: Programação Linear (PL), Algoritmo Genético (GA) e Simulated Annealing (SA), com o intuito de garantir que todos resolvessem exatamente o mesmo problema de decisão. A função objetivo é expressa por:

$$\text{Min}(\sum_{i \in I} \sum_{t \in T} v_i \cdot c_i \cdot x_{i,t} + M \cdot \sum_{t \in T} s_t)$$

Onde:

I: Conjunto de talhões

T: Tempos

$v_i$ : Volume disponível

$c_i$ : Custo de colheita do talhão

$x_{i,t}$ : Variável de decisão

#### M: Penalidade de déficit

O primeiro termo da função objetivo quantifica o custo total efetivo de colheita e transporte da madeira ao longo do horizonte de planejamento, refletindo diretamente o impacto espacial das decisões, uma vez que os custos  $c_i$  são derivados da distância mínima entre cada talhão e a indústria ao longo da rede viária. Dessa forma, o modelo privilegia soluções que atendam à demanda com menor custo logístico, selecionando preferencialmente talhões mais próximos ou com melhor acessibilidade.

O segundo termo introduz explicitamente a possibilidade de relaxamento da demanda por meio de variáveis de folga, penalizadas de forma proporcional. Essa escolha permite lidar com situações em que a oferta disponível ou a configuração espacial do problema impossibilitam o atendimento integral da demanda em determinados períodos, evitando a inviabilidade do modelo. Ao mesmo tempo, a magnitude do parâmetro  $M$  é definida de forma suficientemente elevada para assegurar que o não atendimento da demanda seja sempre uma decisão de último recurso, ocorrendo apenas quando o custo logístico marginal de atendimento se torna excessivamente alto.

Do ponto de vista conceitual, essa formulação estabelece o equilíbrio entre eficiência econômica e qualidade operacional. A minimização conjunta do custo logístico e do déficit de demanda garante que as soluções encontradas sejam não apenas economicamente eficientes, mas também coerentes com restrições práticas de planejamento florestal. Além disso, a adoção de uma penalidade linear uniforme assegura que o comportamento da função objetivo seja consistente entre a PL e as metaheurísticas, eliminando distorções na comparação de desempenho.

Essa unificação da função objetivo foi essencial para permitir uma análise justa dos resultados apresentados nas seções subsequentes. Ao resolverem a mesma formulação matemática, as diferenças observadas entre PL, GA e SA podem ser atribuídas exclusivamente às características algorítmicas de cada método como estratégia de busca, exploração do espaço de soluções e custo computacional e não a divergências conceituais no problema otimizado.

### 3.2. Efeito da Introdução de Quatro Períodos de Planejamento

Nos experimentos iniciais, o problema foi formulado considerando um único período de colheita, no qual cada talhão assumia apenas duas decisões possíveis: não ser colhido ou ser colhido. Essa estrutura resulta em um espaço de busca da ordem de  $2^n$ , sendo adequada para validação metodológica, mas limitada do ponto de vista do planejamento florestal real.

No modelo estendido, adotou-se um horizonte temporal com quatro períodos discretos, correspondentes a quatro semanas de colheita. Nessa configuração, cada talhão pode assumir cinco estados mutuamente exclusivos: não ser colhido ou ser colhido em uma das quatro semanas. O espaço de busca passa a crescer aproximadamente como  $5^n$ , caracterizando um aumento exponencial da complexidade combinatória.

Esse crescimento não decorre de ajustes artificiais nos dados ou parâmetros, mas sim da própria estrutura decisional do problema. A demanda total, a rede viária e os custos de transporte permanecem inalterados; o que se modifica é exclusivamente o número de combinações possíveis entre decisões espaciais e temporais.

Além disso, o modelo incorpora restrições operacionais fundamentais: cada talhão pode ser colhido no máximo uma vez ao longo do horizonte de planejamento; a demanda industrial deve ser atendida individualmente em cada período; e as restrições espaciais de adjacência (URM) são avaliadas de forma intra-período, impedindo a colheita simultânea de talhões vizinhos na mesma semana.

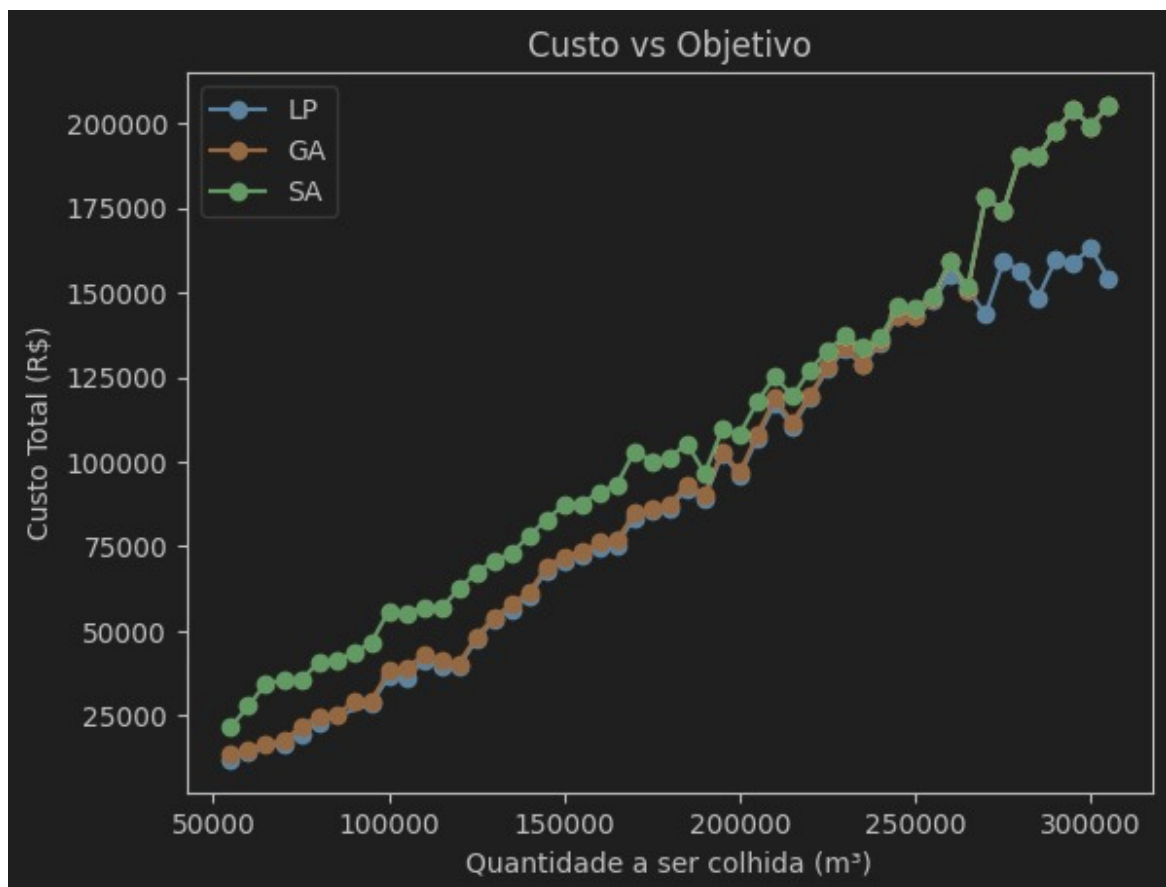
A inclusão explícita da adjacência intra-período tem papel central na complexidade do problema. Ao restringir a colheita simultânea de talhões espacialmente próximos, o modelo induz uma fragmentação espacial das soluções, forçando os algoritmos a redistribuir a colheita no tempo ou a selecionar talhões adicionais para compensar conflitos espaciais. Com isso, o problema deixa de ser uma simples seleção logística e

passa a representar um problema de planejamento de colheita espaço-temporal propriamente dito.

### 3.3. Programação Linear (PL)

A Programação Linear apresentou comportamento determinístico e altamente estável em todas as instâncias avaliadas. A seguir, o gráfico demonstrando os custos encontrados para cada instância em relação à quantidade a ser colhida em metros cúbicos:

**Figura 3.3.1** - Gráfico de Custo vs Objetivo

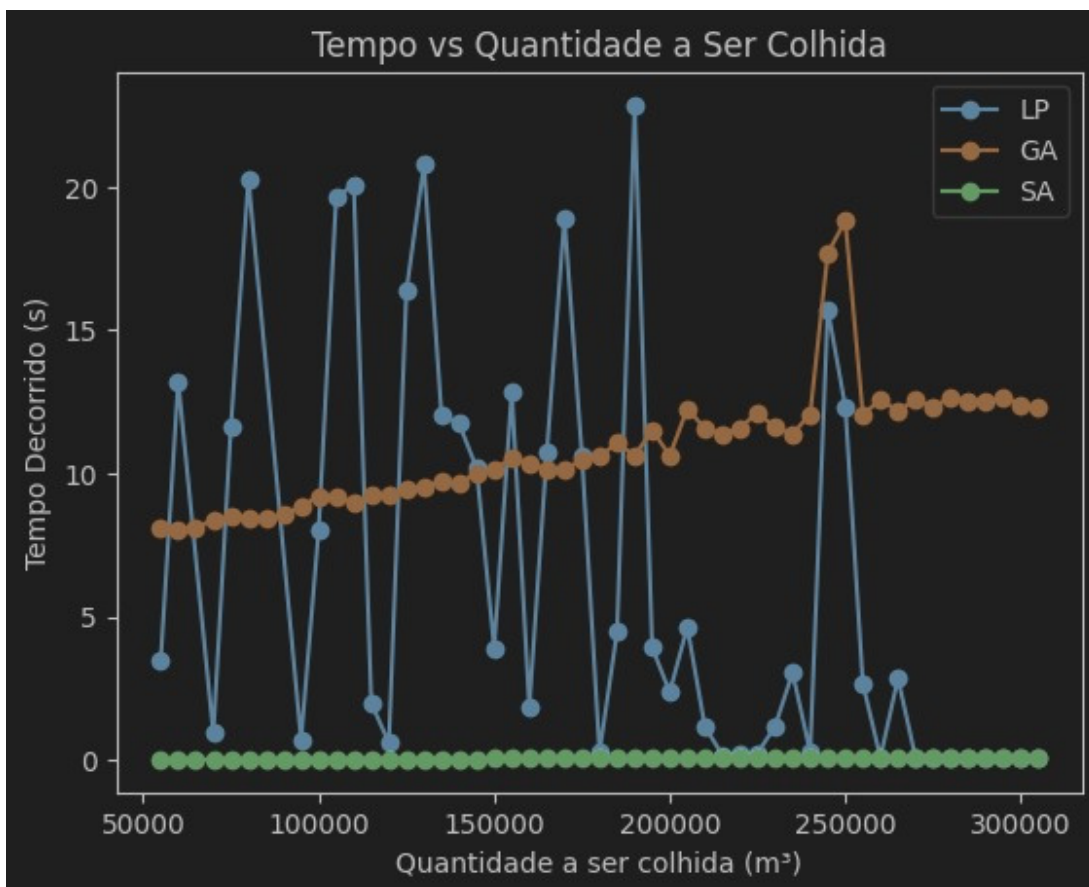


Fonte: do Autor, 2026

Conforme ilustrado na Figura 3.3.1, o custo total cresce de forma praticamente linear com o aumento do objetivo de colheita, refletindo a capacidade do solver em selecionar sempre a combinação de talhões de menor custo capaz de atender exatamente à demanda por período.

Observa-se também que o volume total colhido permanece muito próximo ao objetivo imposto, assim como o número de talhões selecionados tende a ser mínimo. Esse comportamento decorre diretamente da formulação com restrições rígidas, que não oferece incentivo para excedentes produtivos nem para redistribuições espaciais mais complexas. A seguir o gráfico que demonstra os tempos levados para cada solução:

**Figura 3.3.2** - Gráfico de Tempo vs Quantidade a Ser Colhida.



Fonte: do Autor, 2026.

A Figura 3.3.2 evidencia que a PL apresenta elevada variabilidade no tempo de solução, com picos significativos mesmo para níveis intermediários de demanda, refletindo a sensibilidade do método ao aumento do número de variáveis binárias ativas e à complexidade combinatória do modelo. O GA, por sua vez, exibe um crescimento mais suave e aproximadamente linear do tempo computacional à medida que a demanda aumenta, indicando maior previsibilidade e robustez em cenários de maior escala. Já o SA mantém tempos praticamente constantes e significativamente inferiores aos demais métodos ao longo de todo o intervalo analisado, evidenciando sua eficiência computacional, embora sem garantia formal de otimalidade. A incorporação direta de adjacências rígidas por período tornaria o modelo significativamente mais pesado do ponto de vista combinatório, o que justifica o uso de metaheurísticas nos cenários mais realistas analisados a seguir.

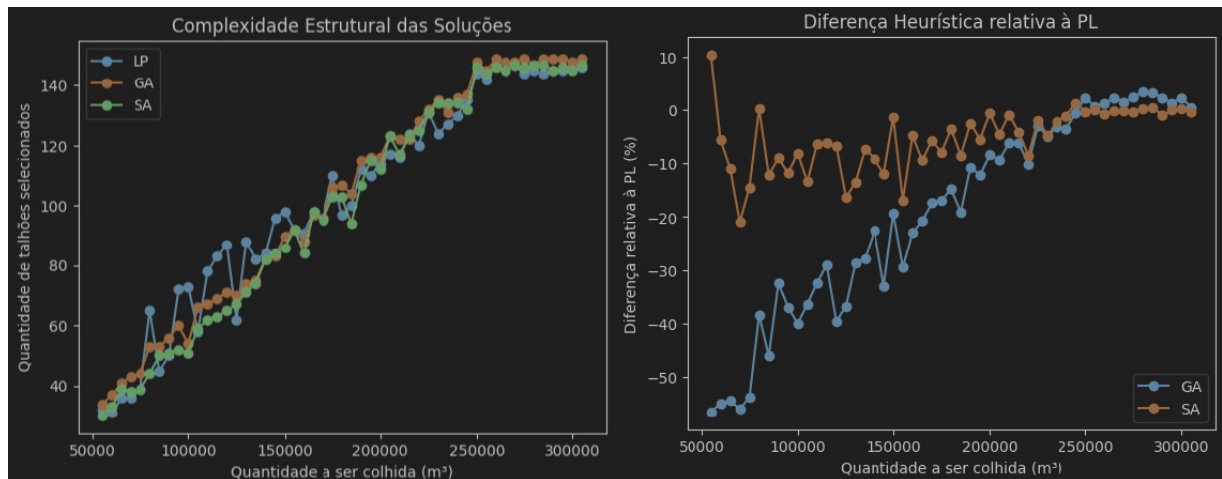
### **3.4. Simulated Annealing (SA)**

O algoritmo de Simulated Annealing foi parametrizado por uma temperatura inicial de 3000, temperatura final de 0,001 e fator de resfriamento geométrico  $\alpha = 0,995$ . A função objetivo, interpretada como energia do sistema, incorpora o custo de transporte ponderado pelo volume colhido e uma penalização proporcional ao déficit de demanda por período. A estrutura de vizinhança contempla três operadores — adição, remoção e realocação temporal de talhões — permitindo explorar simultaneamente decisões espaciais e temporais. O critério de aceitação probabilístico possibilita a aceitação de soluções subótimas nas fases iniciais, favorecendo a evasão de ótimos locais.

O método apresentou maior variabilidade nos resultados, especialmente nos cenários com maior demanda e horizonte temporal ampliado. Conforme observado na Figura 3.3.1, os custos obtidos pelo SA tendem a ser superiores aos da PL, com dispersão crescente à medida que o objetivo de colheita aumenta. A seguir Gráfico demonstrando

a Complexidade Estrutural das Soluções e Diferença Heurística entre os métodos e a PL:

**Figura 3.4.1 - Complexidade Estrutural e Diferença Heurística.**



Fonte: do Autor, 2026;

Essa dispersão está fortemente associada à presença das restrições espaciais de adjacência tratadas como penalizações suaves. Ao evitar conflitos intra-período entre talhões vizinhos, o algoritmo frequentemente precisa selecionar unidades adicionais ou deslocar a colheita para períodos menos eficientes do ponto de vista logístico, o que se reflete tanto no aumento do custo quanto no maior número de talhões selecionados, conforme a figura acima.

O tempo computacional (Figura 4.3.2) cresce de forma aproximadamente linear com a demanda, mas apresenta sensibilidade adicional ao número de períodos, pois cada movimento de vizinhança envolve simultaneamente decisões espaciais e temporais. Além disso, a natureza probabilística do método contribui para maior variabilidade nos resultados finais, especialmente em instâncias mais complexas.

### 3.5. Algoritmo Genético (GA)

O Algoritmo Genético apresentou comportamento intermediário entre a PL e o SA. A operação com populações permitiu explorar simultaneamente múltiplas regiões do espaço de busca, característica particularmente relevante na presença de restrições espaciais e temporais. O algoritmo foi configurado com uma população de 300 indivíduos e executado ao longo de 500 gerações, buscando equilibrar diversidade populacional e convergência progressiva da solução. Cada cromossomo representa uma codificação direta das decisões de colheita, na qual cada gene indica a seleção de um talhão e sua alocação temporal em um dos quatro períodos discretos, sendo admitido também o estado nulo (não selecionado). A população inicial é gerada de forma aleatória, seguida por um procedimento de reparo que assegura níveis mínimos de atendimento da demanda em cada período, reduzindo a incidência de soluções altamente inviáveis nas gerações iniciais. O processo evolutivo utiliza seleção por torneio com grupos de cinco indivíduos, favorecendo soluções de menor custo sem eliminar completamente a diversidade genética. O operador de cruzamento é aplicado com probabilidade de 80%, realizando recombinação uniforme gene a gene, enquanto a mutação ocorre com taxa de 1%, permitindo a alteração aleatória da decisão temporal ou da exclusão de talhões.

Conforme indicado na Figura 3.3.1, os custos obtidos pelo GA situam-se acima da PL e abaixo do SA. No entanto, a Figura 3.4.1 evidencia que o GA tende a produzir soluções estruturalmente mais distribuídas, com maior número de talhões selecionados e melhor balanceamento temporal.

A penalização suave aplicada aos conflitos de adjacência intra-período desempenha papel fundamental nesse comportamento. Em vez de eliminar soluções conflitantes, o GA passa a penalizá-las proporcionalmente, permitindo que a população explore gradualmente configurações com menor concentração espacial. Esse mecanismo aumenta o custo computacional (Figura 4.3.2), mas melhora a diversidade estrutural das soluções, especialmente em cenários com quatro períodos.

### **3.6. Comparação Entre os Métodos**

A análise conjunta da Figura 3.4.1 evidencia trade-offs claros entre os métodos avaliados. A Programação Linear destaca-se pela garantia de otimalidade matemática, mas apresenta baixa flexibilidade estrutural. O Simulated Annealing oferece maior adaptabilidade a problemas espaço-temporais, com custo computacional baixo, porém maior variabilidade. O Algoritmo Genético, por sua vez, apresenta maior capacidade exploratória e facilidade de extensão para problemas multiobjetivo, à custa de maior tempo de execução, porém ainda abaixo da Programação Linear.

O gap percentual em relação à PL sintetiza esse comportamento: o afastamento do ótimo matemático cresce com a complexidade estrutural do problema, especialmente devido às restrições de adjacência e à dimensão temporal, mas permite incorporar realismo operacional dificilmente tratável por métodos exatos.

#### **4. Conclusão e Implicações para o Planejamento Florestal**

Este estudo analisou comparativamente o desempenho da Programação Linear (PL), do Algoritmo Genético (GA) e do Simulated Annealing (SA) aplicados à modelagem da colheita florestal com múltiplos períodos de planejamento e restrições espaciais de adjacência. A partir de experimentos sistemáticos com aumento progressivo da demanda industrial e da complexidade espaço-temporal do problema, foi possível avaliar de forma integrada a qualidade das soluções, o custo computacional e a estabilidade de cada abordagem.

Os resultados evidenciam que não existe um método universalmente superior, mas sim técnicas mais adequadas a diferentes contextos operacionais e níveis de complexidade estrutural. A Programação Linear demonstrou elevada estabilidade, produzindo soluções ótimas do ponto de vista matemático sempre que o problema pôde ser formulado de maneira linear e com restrições bem estruturadas. No entanto, sua rigidez conceitual

pode limitar a incorporação de restrições espaciais realistas, especialmente aquelas relacionadas à adjacência e à dinâmica temporal da colheita.

Por outro lado, as metaheurísticas como Algoritmo Genético e Simulated Annealing mostraram-se particularmente adequadas para lidar com problemas espaciais e temporais mais complexos, nos quais a formulação exata se torna inviável ou excessivamente onerosa. O Simulated Annealing apresentou boa robustez e custo computacional baixo, sendo capaz de explorar soluções viáveis em grandes espaços de busca, embora com maior variabilidade nos resultados e sensibilidade à calibração dos parâmetros. O Algoritmo Genético destacou-se pela capacidade de explorar múltiplos trade-offs simultaneamente, produzindo soluções estruturalmente mais diversas e com melhor distribuição temporal, ainda que à custa de maior variabilidade no tempo computacional.

A introdução explícita de múltiplos períodos de planejamento mostrou-se um fator determinante para o aumento da complexidade do problema. O crescimento exponencial do espaço de busca, associado à necessidade de atender à demanda por período e respeitar restrições espaciais intra-período, impactou de forma não linear o desempenho dos métodos heurísticos, evidenciando diferenças de estabilidade, escalabilidade e custo entre as abordagens. Esses resultados confirmam que a complexidade observada não é artificial, mas inerente à estrutura decisional do planejamento da colheita florestal.

As restrições espaciais de adjacência (URM) desempenharam papel central na modelagem, ao impedir a colheita simultânea de talhões vizinhos dentro de um mesmo período. Essa restrição aumentou o custo médio das soluções e o número de talhões selecionados, especialmente nos métodos heurísticos, ao forçar soluções mais dispersas espacialmente. Ao mesmo tempo, contribuiu para maior realismo operacional e ecológico, aproximando o modelo das condições enfrentadas no manejo florestal real.

Do ponto de vista prático, os resultados indicam que a escolha do método de otimização deve considerar não apenas a qualidade da solução, mas também o horizonte temporal, o grau de restrição espacial e os requisitos computacionais do problema. Em análises estratégicas, estudos preliminares ou cenários simplificados, a Programação Linear permanece como uma ferramenta poderosa, rápida e de fácil interpretação. Em contrapartida, em ambientes operacionais com múltiplos períodos, restrições espaciais complexas e incerteza, o uso de metaheurísticas pode se mostrar como uma solução mais adequada.

Como contribuição científica, este trabalho demonstra que a modelagem da colheita florestal deve ser tratada como um problema de planejamento espaço-temporal, e não apenas como uma seleção logística estática de unidades de manejo. A comparação sistemática entre métodos exatos e heurísticos, sob diferentes níveis de complexidade, fornece subsídios metodológicos relevantes para pesquisadores e gestores florestais.

Como trabalhos futuros, recomenda-se a extensão do modelo para abordagens explicitamente multiobjetivo, incorporando critérios ambientais e sociais, bem como a avaliação de heurísticas híbridas que combinem a eficiência dos métodos exatos com a flexibilidade das metaheurísticas. A inclusão de incertezas associadas à produtividade, aos custos e às restrições operacionais também representa uma direção promissora para aprofundar o realismo e a aplicabilidade dos modelos desenvolvidos.

## REFERÊNCIAS

ARCE, J. E. **Modelos Matemáticos de Otimização**. [S.l.]: [s.n.], [s.d.]. (Material didático para a disciplina Modelos Matemáticos de Otimização).

BETTINGER, P.; KAYA, A.; BOSTON, K. et al. **Optimisation in Forest Management**. *Current Forestry Reports*, v. 2, p. 1–17, 2016.

BORGES, P.; EID, T.; BERGSENG, E. **Applying simulated annealing using different methods for the neighborhood search in forest planning problems**. *European Journal of Operational Research*, v. 233, p. 700–710, 2014. DOI: 10.1016/j.ejor.2013.08.039.

CASTRO, I.; SALAS-GONZÁLEZ, R.; FIDALGO, B. et al. **Optimising Forest Management Using Multi-Objective Genetic Algorithms**. *Sustainability*, v. 16, n. 23, p. 10655, 2024. DOI: 10.3390/su162310655.

DONG, L.; BETTINGER, P.; LIU, Z.; QIN, H. **A comparison of a neighborhood search technique for forest spatial harvest scheduling problems: A case study of the simulated annealing algorithm**. *Forest Ecology and Management*, v. 356, p. 124–135, 2015. DOI: 10.1016/j.foreco.2015.07.026.

DUCHEYNE, E. I.; DE WULF, R. R.; DE BAETS, B. **Single versus multiple objective genetic algorithms for solving the even-flow forest management problem**. *Forest Ecology and Management*, v. 201, p. 259–273, 2004. DOI: 10.1016/j.foreco.2004.07.012.

FOTAKIS, D. G.; SIDIROPOULOS, E.; MYRONIDIS, D.; IOANNOU, K. **Spatial genetic algorithm for multi-objective forest planning**. *Forest Policy and Economics*, v. 21, p. 12–19, 2012. DOI: 10.1016/j.forpol.2012.04.002.

GALATSIDAS, S. et al. **Forest production management and harvesting scheduling using dynamic Linear Programming (LP) models**. *Procedia Technology*, v. 8, p. 349–354, 2013.

GUSTAFSON, E. J.; ROBERTS, L. J.; LEEFERS, L. A. **Assessing the spatial patterns of alternative management strategies by linking two models developed for different purposes** . *Journal of Environmental Management*, v. 81, p. 339–350, 2006.

BASKENT, Emin Z.; JORDAN, Glen A. **Forest landscape management modeling using simulated annealing**. *Forest Ecology and Management*, v. 165, p. 29–45, 2002. DOI: 10.1016/S0378-1127(01)00646-3