

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ**

**CATIA JOZE DE SOUZA MATTOSO**

**GEOGEBRA, UMA POSSIBILIDADE PARA O ESTUDO DE FUNÇÃO AFIM NO  
ENSINO MÉDIO – EJA**

**CURITIBA**

**2013**

**CATIA JOZE DE SOUZA MATTOSO**

**GEOGEBRA, UMA POSSIBILIDADE PARA O ESTUDO DE FUNÇÃO AFIM NO  
ENSINO MÉDIO – EJA**

Artigo apresentado para obtenção do título de Especialista em Mídias Integradas na Educação no curso de Pós-Graduação em Mídias Integradas na Educação, Setor de Educação Profissional e Tecnológica, Universidade Federal do Paraná.

Orientadora:  
Prof<sup>a</sup> MsC. Gílian Cristina Barros

**CURITIBA**

**2013**

**GeoGebra, uma possibilidade para o estudo de função afim no Ensino Médio –  
EJA**

MATTOSO\*, Catia Joze de Souza.

Curso de Especialização em Mídias Integradas na Educação, SEPT/UFPR.

Polo UAB de Apoio Presencial em Colombo/PR

**RESUMO** – A busca por novas metodologias que facilitem o aprendizado do aluno é uma constante na vida do professor. O presente trabalho apresenta a possibilidade de utilizar uma página na internet (Blog) aliada ao software GeoGebra com atividades mais dinâmicas para os alunos estimulando o aprendizado. Assim o conteúdo função afim foi desenvolvido com alunos do ensino médio da modalidade de Educação de Jovens e Adultos (EJA), do C.E. Maria Montessori. Mostrando uma possibilidade de aliar tecnologia e aprendizagem através de uma metodologia diferenciada.

Palavras-chave: Página na internet (Blog). Função afim. GeoGebra.

## 1. INTRODUÇÃO

Qualquer que seja profissão escolhida, sempre haverá obstáculos a serem vencidos para ter sucesso. São muitos os desafios enfrentados pelo educador no dia a dia dentro da sala de aula, lidando com situações que interferem na participação do aluno e no aprendizado de matemática. Muitas dessas situações são criadas por fatores externos (família, saúde, etc.). Mas há de se considerar também questões inerentes ao aprender e ensinar. Porém um grande desafio está em propiciar ao aluno um ambiente favorável ao aprendizado trazendo novas metodologias capazes de despertar o interesse do mesmo pelo conteúdo que está sendo abordado. Isto porque uma preocupação que sempre está presente nos pensamentos de muitos educadores é se o aluno aprendeu ou simplesmente “decorou” algumas definições para uma avaliação, sem ter compreendido o assunto. Como deixar de repetir sempre a mesma aula que já é conhecida e não exige maiores esforços do educador e estruturar outra trabalhando o conteúdo de forma diferenciada que exige novas habilidades e de modo que o aluno aprenda?

Esta nova forma de abordar um determinado conteúdo, para que atenda o interesse do aluno deve ser adequada ao contexto social e ao objetivo conforme o assunto tratado. O que não é fácil, pois exigem do professor romper com alguns paradigmas, como falta de tempo para estudar, estar numa posição em que o aluno possa saber algo que ele ainda não domina, entre outros e se aventurar no que é diferente do que já está acostumado.

Neste aspecto foi pensado em como as novas tecnologias poderiam ser grandes aliadas não só por estar presente em nosso dia a dia sendo familiar ao aluno, mas também por constituir um recurso capaz de ampliar a compreensão de um determinado conceito tornando-o mais palpável. Assim alguns ensaios foram feitos pela pesquisadora, autora deste artigo, quando foi feita a abordagem dos conteúdos função afim e função quadrática usando o software GeoGebra no laboratório de informática da escola, na época com alunos do 9º ano do ensino fundamental. Tal experiência serviu como estímulo para continuar acreditando nas

potencialidades do aluno na construção do conhecimento e também que poderia ter outras ferramentas além do quadro negro e do giz para explorar um conteúdo. O que traz uma sensação de estar realizada, pois a realização profissional está relacionada ao sucesso do aluno na aquisição do conhecimento. É muito gratificante ver que o aluno aprendeu e que de alguma forma contribuimos com isto.

A busca da realização profissional gera uma inquietação para o professor que almeja novos caminhos no ensino e aprendizagem de matemática. Este caminho deve atender as expectativas do professor e do aluno.

Este trabalho busca criar um ambiente virtual (pagina na internet) onde o aluno possa explorar e aprofundar o conteúdo função afim de uma forma dinâmica, ou seja, interagindo com o conteúdo, testando suas ideias, verificando conceitos. Permitindo ao mesmo uma participação mais efetiva, como autor e não um mero expectador que só escuta e aceita simplesmente o que o professor fala ou está escrito nos livros didáticos, na produção do conhecimento, ao manipular o software GeoGebra. Manipulando o software com liberdade de experimentar suas ideias, testando propriedades, ou seja, dada uma função afim  $y = ax + b$ , o aluno poderá verificar além da relação de interdependência entre as variáveis “y” e “x” (a dependência entre as grandezas por essas variáveis representadas) observar como varia a função, à medida que os parâmetros “a” e “b” (coeficientes angular e linear) variam e como se dá a interferência de cada um, podendo fazer a constatação algébrica e graficamente, construindo assim o conceito de função afim.

Isto pode ocorrer, por exemplo, na programação de computadores processadores de texto, planilhas eletrônicas, construtores de jogos ou qualquer outro ambiente que favoreça a aprendizagem ativa, isto é, que propicie ao aluno a possibilidade de fazer algo e com isso poder construir conhecimento a partir de suas próprias ações. (Maltempi<sup>1</sup>, 2004, citado por Rosa, 2011).

Vou me ater ao conceito de função afim apesar de outros conceitos poderem ser trabalhados de maneira similar (função quadrática, exponencial, logarítmica, etc.) com o software GeoGebra, pois não há tempo hábil apesar da relevância de todos os conteúdos listados.

---

<sup>1</sup> MALTEMPI, M.V. **Construcionismo: pano de fundo para pesquisas e informática aplicada à educação matemática.** In: BICUDO, M.A.V.; BORBA, M.C. (org).Educação Matemática: pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004. P.265-266.

O conceito de função deve abranger não só a relação e a interdependência entre os parâmetros, isto é, que a variação de uma grandeza depende da outra, mas como se dá esta variação. Dando um sentido mais amplo, ou seja, “dar qualidade e quantificar este processo de variação” (REZENDE et al, 2012). Dada uma função real  $f$  tal que  $y = f(x) = 2x + 1$ , além da compreensão de que o valor de  $y$  vai depender do valor de  $x$ , o conceito abrange também o entendimento de como a variação dos parâmetros “ $a$ ” (coeficiente angular) e “ $b$ ” (coeficiente linear) interferem na função afim ( $y = ax + b$ ). Neste caso o coeficiente angular é positivo ( $a=2 > 0$ ), temos uma função crescente, se  $x_1 > x_2$  então  $y_1 = f(x_1) > y_2 = f(x_2)$ , o gráfico da função será uma reta inclinada para direita; como  $b=1$  temos que a reta intercepta o eixo das ordenadas em  $y=1$ . Tendo uma compreensão da função algébrica e geometricamente. Esta é a expectativa para o conceito de função, mas que não tem correspondido a realidade nas escolas. Assim mudar o cenário que tem frustrado professores de matemática ao ver que o aluno por breves momentos decora propriedades, regras, representações gráficas de uma função, mas que não se apropria do conceito. Pois não conseguem aplicá-lo na prática, no mundo real. Deixando de usufruir do valor que este conhecimento tem enquanto ferramenta matemática que ajuda o homem a entender os processos de fluência e de interdependência que são intrínsecos aos elementos do nosso Universo conforme afirma Caraça (1948 in BAZZO, 2009).

O software GeoGebra contribui para este estudo das funções conforme afirma Rezende et al (2012): “com excelente interface dinâmica entre os sistemas algébrico e geométrico de representações, [o software GeoGebra] se apresenta como poderosa ferramenta para o estudo do comportamento variacional das funções reais”. Isto porque este software permite que o usuário acompanhe as mudanças que ocorrem na representação geométrica da função conforme o mesmo vai alterando os parâmetros. Estas mudanças nos parâmetros  $a$  e  $b$  da função podem ser feitas ao mesmo tempo ou ainda explorando um parâmetro de cada vez. O inverso também pode ser feito, ou seja, o usuário pode arrastar o gráfico da função e verificar que a equação algébrica que representa a função também se altera. Podendo ainda ser observados o crescimento e decréscimo da função. Dessa forma o software GeoGebra permite uma compreensão mais ampla do comportamento variacional da função relacionando a álgebra e a geometria, dando

uma liberdade ao usuário de formular, testar e concluir suas conjecturas verificando os resultados.

Para que este trabalho fosse feito, a pesquisa foi desenvolvida em partes. Primeiro foi feita uma revisão de literatura como o intuito de aprofundar e justificar o assunto, assim como a escolha da metodologia. Em seguida a apresentação do trabalho desenvolvido com o recurso GeoGebra com o alunos. E por ultimo os resultados e as considerações finais.

## **2. TECNOLOGIAS NA SALA DE AULA E A CYBERFORMAÇÃO**

O uso de tecnologias na educação, tanto em aulas presenciais quanto na educação a distancia (EaD) aliada a uma metodologia adequada pode potencializar o aprendizado, trazendo vantagens na sua utilização. “A espacialidade/temporalidade dos ambientes virtuais, por si só, possibilitam aprendizagens consonantes aos aspectos individuais de cada aluno” (BICUDO; ROSA, 2010). O estudante, conforme afirma Rosa (2011) pode através da interação com outros recursos tecnológicos e outros estudantes no seu tempo e espaço produzir o conhecimento construindo conceitos. Assim a inserção da TIC no processo de ensino e aprendizagem vai depender da intenção do professor ao explorar os conteúdos. Devendo o mesmo atentar para a escolha da tecnologia e metodologia adequadas pensando no impacto que terá no pensamento dos estudantes, que tem estilos próprios de aprender, de forma a construir o conhecimento.

A importância das mídias na geração do conhecimento e sua ampliação podem ser vista, por exemplo, na utilização de softwares matemáticos que favorece a experimentação aberta, no caso a modelagem matemática superando práticas tradicionais.

Entendemos que uma nova mídia, como a informática, abre possibilidades de mudanças dentro do próprio conhecimento e que é possível haver uma ressonância entre uma dada pedagogia, uma mídia e uma visão de conhecimento.

A modelagem pode ser e já foi praticada no Brasil e em outros países sem o uso da mídia informática. Entretanto, a sinergia é imensa entre uma

proposta que enfatiza a pesquisa por parte dos alunos e uma mídia que facilita tal empreitada. *Softwares* de geometria dinâmica [...] tabelas e estatística como Excel, tornam-se importantes aliados em investigações abertas como as empreendidas em uma abordagem ligada à modelagem. (BORBA; PENTEADO, 2005, p.46)

Pautado no que foi discorrido acima, neste trabalho o software utilizado será o GeoGebra para desenvolver o conteúdo matemático função afim com alunos do ensino médio da modalidade Educação de Jovens e Adultos (EJA), com intuito de que os mesmos possam testar e explorar as propriedades do referido conteúdo e assim estabelecer conexões para construir e ampliar o conceito de função afim.

Podemos ter a investigação e experimentação nas aulas de matemática permeada pela tecnologia na interação com alunos e professores na produção do conhecimento, utilizando a internet.

Nesse exemplo, deve ser destacada a dinâmica de como um problema pode remeter a outro, bem como a possibilidade de gerar conjecturas e ideias matemáticas a partir da interação entre professores, alunos e tecnologia. A experimentação se torna algo fundamental, invertendo a ordem de exposição oral da teoria, exemplos e exercícios bastante usuais no ensino tradicional, e permitindo uma nova ordem: investigação e, então, a teorização. (BORBA;PENTEADO, 2005, p.41).

Esta prática demanda uma formação acadêmica em movimento, ou seja, nunca está pronta e o professor viver na busca de aprimoramento com intuito de evoluir como profissional em diversos aspectos. “Assim no que tange a formação do professor que vai atuar no cyberspaço, ou que já atua, vislumbro esse processo formativo correlacionando três dimensões dessa formação: específica (matemática), pedagógica e tecnológica.” Rosa (2011). A cyberformação do professor de matemática trata da condição do professor sair da zona de conforto e a sua intenção de usar a tecnologia além de um recurso técnico fazendo parte da produção do conhecimento.

A cyberformação de professores de matemática, então, condiz a intencionalidade desse professor ao estar com a tecnologia. Não se fala de um estar mecânico; não se pensa em uma formação de uso técnico das tecnologias, como se essas fossem recursos auxiliares ao ensino e aprendizagem, mas, de uma formação que lida e considera as TIC como meios que participam ou devem participar efetivamente da produção do conhecimento matemático (no caso). (ROSA, 2011).

A maioria dos alunos da escola acessa a internet diariamente. Assim este trabalho seria uma forma de continuar orientando os alunos em casa em suas atividades. A escola teria um ganho com os laços estreitados com seus alunos pela visão atualizada dos recursos disponíveis para o ensino. “Foi a internet a primeira forma mais acessível de se ter uma sincronia nas interações entre alunos e professores em EaD” (BORBA, 2005, p.75).

Tendo já utilizado tecnologias da informação e softwares matemáticos com alunos nas aulas de matemática vejo este trabalho como desafio ao mesmo tempo em que acredito que vai me trazer realização profissional. Tanto pelo retorno o qual acredito que deverá acontecer com a efetivação do aprendizado, quanto o que está ocorrendo durante o processo de estudo e busca de novos caminhos no ensino e aprendizagem de matemática.

### **3. METODOLOGIA**

No presente trabalho de pesquisa foi feito um estudo de caso<sup>2</sup> para verificar como um professor de matemática pode explorar o conteúdo função afim, utilizando uma página na internet (blog) e um software (GeoGebra). A atividade desenvolvida pelo professor foi aplicada com alunos do ensino médio da Educação de Jovens e Adultos (EJA) do C.E. Maria Montessori a qual foi realizada pelos referidos alunos no laboratório de informática. Para desenvolver tal atividade o aluno acessou uma determinada página na internet e seguiu as orientações nela contidas sem auxílio do professor.

Mas como se deu tal fato?

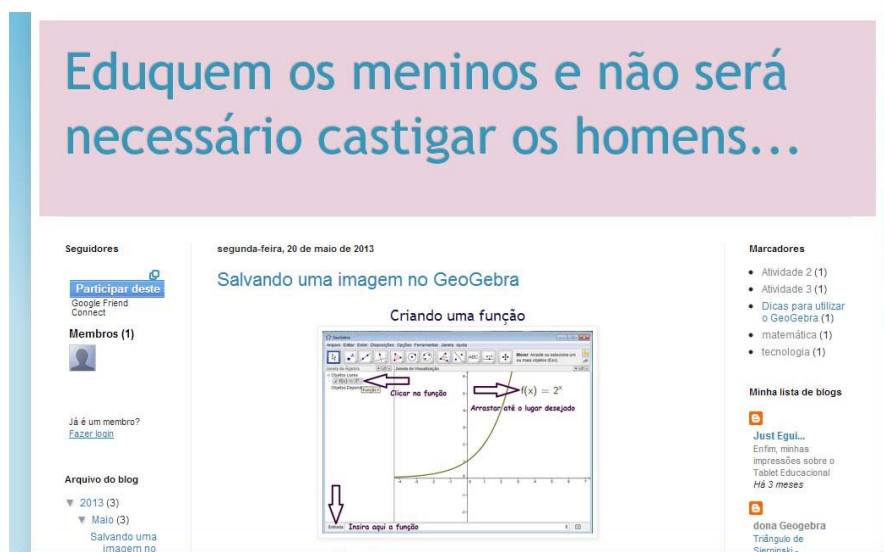
A primeira etapa foi o aprofundamento teórico e produção do material pelo professor. Para tanto foi necessário além das leituras, à estruturação da página na internet. O blog deveria ser ergonômico para atender ao aluno e facilitar a

---

<sup>2</sup> Esta pesquisa deverá ser desenvolvida seguindo critérios necessários a uma metodologia científica, conforme material produzido pela professora Maria Valeria da Costa. Metodologia científica. Disponível em: < <http://www.cursos.nead.ufpr.br/mod/resource/view.php?id=121326>>. Acesso em 24 nov 2012.

navegação, assim o design pedagógico<sup>3</sup> foi um aspecto considerado. O conteúdo deveria abranger as atividades que os alunos deveriam desenvolver e também conter um suporte técnico (dicas) referente ao manuseio do software.

As atividades foram desenvolvidas conforme os objetivos a serem alcançados, ou seja, a compreensão dos conceitos e propriedades da função afim relacionados com os parâmetros “a” (coeficiente angular) e “b” (coeficiente linear).



Dicas de como utilizar o GeoGebra (figura 1) foram inseridas em tópicos separados das atividades para agilizar a busca caso o aluno precisasse de utilizar o recurso.

FIGURA1 – PÁGINA DO BLOG COM ATIVIDADES E DICAS PARA UTILIZAR O GEOGEBRA  
 FONTE: <http://profcatiamath.blogspot.com.br/>

Concluída a página com as atividades veio o momento da aplicação com os alunos, segunda etapa. Foram 3 atividades desenvolvidas:

A primeira atividade (figura 2) tinha o objetivo de verificar o que os alunos compreendiam a respeito de função afim, mais especificamente se eles reconheciam o gráfico de uma função afim relacionando os coeficientes linear e angular e o que eles representam.

<sup>3</sup> Design e usabilidade. Disponível em: <http://www-usr.inf.ufsm.br/~cassio/cidade/etapas/index.html>. Acesso em 06 set 2012.

**Atividade 1**

Observe cada gráfico abaixo e diga:

- Se o coeficiente angular é positivo ou negativo;
- O coeficiente linear;
- Se a função é crescente ou decrescente.

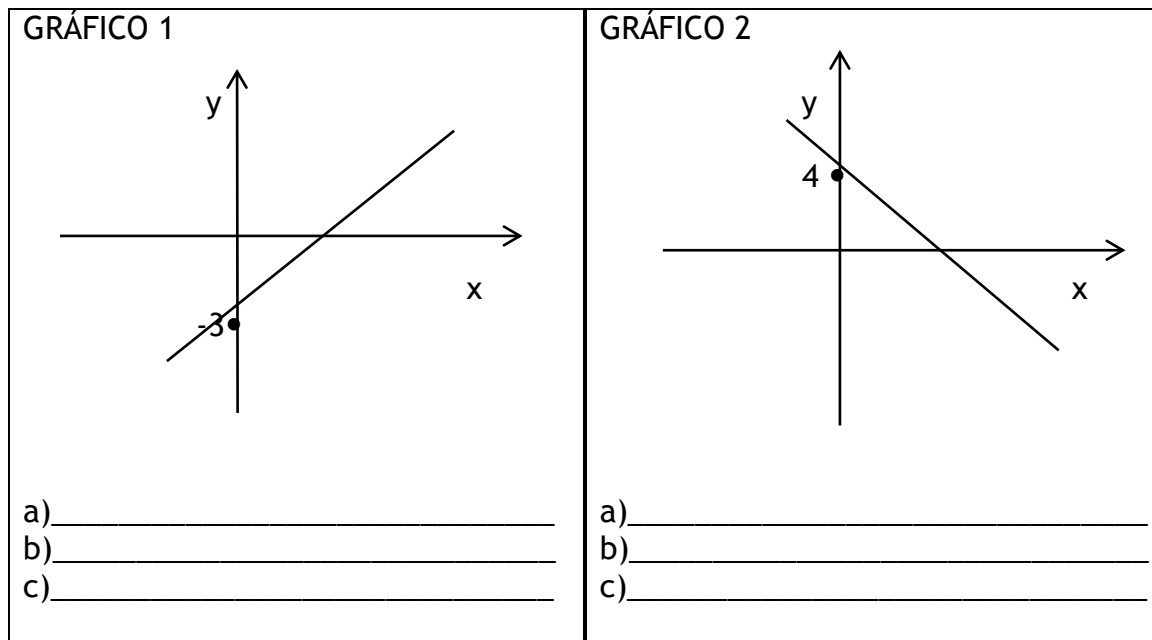


FIGURA 2 – ATIVIDADE 1 (folha impressa)  
 FONTE: O AUTOR (2013).

Esta atividade, a qual foi desenvolvida na própria folha, os alunos deveriam escrever as respostas com o que conheciam sobre o tema. Terminada esta atividade veio a próxima etapa no laboratório de informática da escola.

A segunda (figura 3) e a terceira (figura 4) atividades foram acessadas pelos alunos no blog e desenvolvidas no GeoGebra.

Enquanto desenvolviam a atividade 2 (figura 3) os dois alunos recorreram a internet para fazer pesquisa. Uma das condições colocadas foi a de que não teriam ajuda do professor para responder as perguntas, mas que poderiam consultar livros ou o próprio computador, ou ainda discutir as ideias com outro colega. Em alguns momentos houve intervenção do professor para levantar questionamentos. No início quando os alunos tinham alguma dúvida perguntavam, porém logo começaram a procurar sozinhos, o que queriam saber, como por exemplo, a apresentação da função afim ( $y = ax+b$ ). Eles preferiram buscar na internet em vez de usar livros.

## Atividade 2

Agora vamos rever algumas funções conhecidas, semelhantes as que já resolvemos em caderno, utilizando o software GeoGebra. Este software auxilia a escrita e leitura de funções. Para tanto faremos as atividades que seguem. Realizaremos registros escritos da análise de cada um dos itens propostos em cada atividade. Vamos lá?

1. Introduza as funções  $y_1=x$  e  $y_2=x$  (procure colocar cores diferentes nas funções para identificar)
2. Qual a diferença entre as curvas das funções  $y_1$  e  $y_2$ ? (retas que representam as funções)?
3. Se os coeficientes angulares  $y_1$  e  $y_2$  fossem respectivamente, 1 e -1. O que ocorreria? Vamos verificar?
4. Se os coeficientes angulares  $y_1$  e  $y_2$  fossem respectivamente, 2 e 3. O que ocorreria? Vamos verificar?
5. Vamos testar outros valores para o coeficiente angular “a” (positivos e negativos)? O que acontece com o gráfico da função?
6. Agora vamos adicionar um parâmetro a cada função, chamado do coeficiente linear, do tipo  $y_1=2x+1$  e  $y_2=2x+3$ . O que acontece com o gráfico da função? O que muda?
7. Escolha uma função afim qualquer ( $y = ax+b$ ). Deixe fixo o valor do parâmetro “a” e experimente outros valores para o coeficiente linear “b” e observe o que acontece a cada mudança.

FIGURA 3 – ATIVIDADE 2 (postada no blog)

Fonte: <http://profcatiamath.blogspot.com.br/search/label/Atividade%202>

A atividade 2 (figura 3) ao mesmo tempo em que levantava algumas questões específicas conforme os objetivos relacionados ao conceito de função afim já mencionados anteriormente, o roteiro abre espaço para que o aluno explore com liberdade colocando suas ideias e questões podendo experimentá-las e ver os resultados de suas ações com o GeoGebra. Por exemplo, na questão 3 pede que sejam testados outros valores para o coeficiente angular “a”. É importante que o aluno experimente valores positivos e negativos para que veja a diferença, porém quantos e quais valores vão ser testados vai depender exclusivamente das escolhas do aluno. Como afirma Resende (2012, p.78) “Experimentar, criar estratégias, fazer conjecturas matemáticas são, em verdade, ações desejáveis no ensino de matemática em qualquer domínio de conhecimento e nível de ensino.”. O que se espera é que esta atividade propicie ao aluno a compreensão do conceito de função afim e que atenda o que Lincoln e Cuba<sup>4</sup> (1985) afirmam segundo Borba (2001,

<sup>4</sup> LINCOLN, Y. S. e CUBA, E. G. *Naturalistic inquiry*. Newburg Park: Sage Publications, 1985.

p.140) sobre “a necessidade de haver uma coerência entre visão de conhecimento e os procedimentos adotados.”.

### **Atividade 3**

Você pode observar que as mudanças algébricas (nos coeficientes  $a$  e  $b$ ) alteraram representação gráfica da função (posição, inclinação, onde a função corta os eixos, etc). Experimente também arrastar uma função no gráfico e ver o que acontece com a lei de formação da função (equação).

1. O que representam os coeficientes angular e linear na função afim?
2. O fato de o coeficiente angular ser positivo ( $a > 0$ ) ou negativo ( $a < 0$ ) tem alguma relação com o crescimento ou decréscimo da função? Explique.
3. E o coeficiente linear? Interfere em algo na função? Explique.
4. Faça o esboço do gráfico da função  $y = ax + b$ , sabendo que  $a > 0$  e  $b = -2$ .

FIGURA 4 – Atividade 3 (postada no blog)

FONTE: <http://profcatiamath.blogspot.com.br/search/label/Atividade%203>.

A atividade 3 (figura 4) traz perguntas as quais visa verificar se o aluno compreendeu o que são os coeficientes angular e linear, ou seja, o que eles representam na função afim; e se os alunos relacionam a representação geométrica com a representação algébrica de uma função afim, ampliando a visão da função afim além do conhecimento comum da interdependências entre as variáveis “ $x$ ” e “ $y$ ”. Assim verificar, por exemplo, se o aluno consegue identificar se uma determinada função afim é crescente ao olhar a sua representação algébrica ou ainda a representação geométrica.

Importante ressaltar algumas dificuldades observadas durante a aplicação das atividades com os alunos. Como se tratava da organização individual na EJA<sup>5</sup> o primeiro obstáculo foi conseguir alunos para desenvolver o trabalho do começo ao fim. Pois de uma aula para outra pode mudar totalmente o grupo de alunos presentes. Fatores externos como horário do trabalho é a principal causa deste fato. Assim foi possível concluir o trabalho apenas com dois alunos.

A terceira etapa diz respeito à análise dos resultados obtidos.

<sup>5</sup> Na EJA as turmas podem ter organização individual ou coletiva. Na organização individual cada aluno caminha conforme seu próprio ritmo, podendo ficar até 30 dias sem frequentar a aula e continuar de onde parou quando retornar. Muitos alunos procuram este tipo de organização (individual) por essa flexibilidade. Pois o horário de trabalho favorece que a frequência não seja regular.

## 4. RESULTADOS E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

São apresentados resultados das atividades de dois alunos, os quais serão chamados de aluno A e aluno B, para evitar a exposição dos mesmos. Para discussão a autora utiliza alguns recortes desses resultados para ilustrar o exposto.

### 4.1 O que os alunos já conheciam sobre função afim

Observando as respostas referentes a atividade 1 (figura 5 e figura 6) constatamos que os alunos<sup>6</sup>, tanto o A quanto B apresentam fragilidades no conceito de função afim. Por exemplo, nos gráficos 1 e 2 (figura 5), podemos constatar que o aluno A confunde o coeficiente angular com o linear, pois diz que o coeficiente angular é negativo no *gráfico 1*, quando é positivo sendo negativo o coeficiente linear,  $b=-3$  e positivo no *gráfico 2* quando é negativo, sendo positivo o coeficiente linear,  $b=4$ . O aluno A não consegue identificar o coeficiente linear só de observar os gráficos, deixando em branco a questão. O aluno A reconhece que a função é crescente pela inclinação da reta, não associando o fato de ser crescente ou decrescente ao coeficiente angular. Algo similar acontece com o aluno B que também não tem uma ideia muito clara do significado coeficiente linear na função afim, mas de certa forma associada ao ponto em que a função corta o eixo y, “unindo” os eixos X e Y (figura 6). Porém associa também o coeficiente angular ao mesmo ponto (não relacionando a representação da função algébrica com a gráfica).

---

<sup>6</sup> Os alunos que cursam o ensino médio na modalidade individual da EJA, já haviam tido contato com o conteúdo função afim. Tanto o aluno A, quanto o aluno B já cursaram o ensino médio regular durante algum tempo sem tê-lo concluído.

C. E. Maria Montessori - Ensino Fundamental e Médio  
 Professora: Catia Mattoso  
 Aluno: \_\_\_\_\_

#### Atividade 1

Observe cada gráfico abaixo e diga:

- Se o coeficiente angular é positivo ou negativo;
- O coeficiente linear;
- Se a função é crescente ou decrescente.

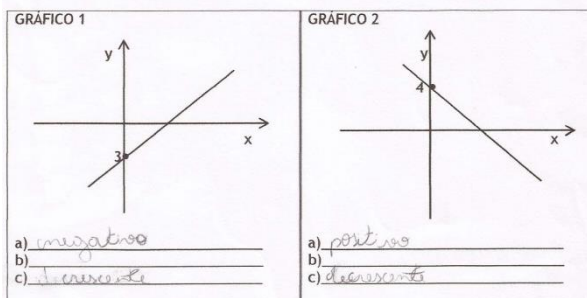


FIGURA 5: Atividade 1 – aluno A

C. E. Maria Montessori - Ensino Fundamental e Médio  
 Professora: Catia Mattoso  
 Aluno: \_\_\_\_\_

#### Atividade 1

Observe cada gráfico abaixo e diga:

- Se o coeficiente angular é positivo ou negativo;
- O coeficiente linear;
- Se a função é crescente ou decrescente.

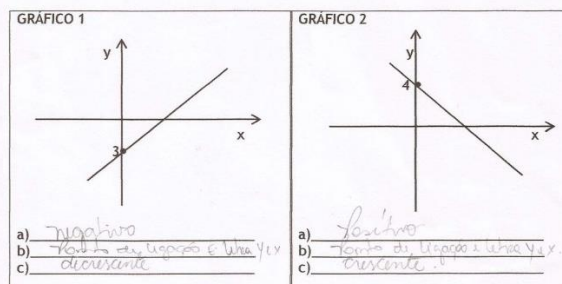


FIGURA 6: Atividade 1 – aluno B

## 4.2 Análise do Coeficiente Angular

Observando as respostas dos alunos A e B, considerando é claro, as particularidades na forma de se expressar de cada aluno, verifica-se que após as atividades concluídas houve uma compreensão da influência do coeficiente angular na função afim. Vejamos algumas respostas que ilustram tal afirmação:

*Ela [reta no gráfico da função afim] vai ficar inclinada para a direita quando o coeficiente angular "a" for positivo (maior que zero) e vai ficar virada para esquerda se o coeficiente angular for negativo. O coeficiente angular vai dizer o ângulo da função: - ângulo agudo, menor que 90°, a reta vira para direita (a é positivo) – ângulo maior que 90°, reta virada para esquerda (a é negativo). (aluno A)*

*Muda a direção. Positivo vira para direita, negativo vira para esquerda [...] Angular alterar a sua direção. (aluno B)*

Em outras palavras os alunos percebem que o coeficiente angular "a" em uma função afim ( $y=ax+b$ ) vai determinar como vai variar esta função, tanto graficamente, posição da curva (inclinação da reta no gráfico) quanto com relação

ao crescimento e decréscimo da função, quantificando e qualificando esta variação da função.

Como podemos observar ainda pelas seguintes anotações dos alunos:

*Sim. Quando o coeficiente “a” é maior que 0, reta virada para direita a função é crescente, se o ângulo é maior que  $90^\circ$  a função fica virada para a esquerda (reta) então o coeficiente angular é negativo e a função é decrescente, se x aumenta de valor o y diminui. Então quando o coeficiente angular é positivo a função é crescente e quando ele é negativo a função é decrescente. (aluno A)*

*Sim, pois demarca a relação de cada número mencionado seja ele positivo ou negativo. Positivo, o coeficiente angular função é crescente. Negativo, a relação um aumenta outro diminui, decrescente. (aluno B)*

Verifica-se que há uma “ampliação” da compreensão de como o coeficiente angular interfere na função afim, atendendo ao que Resende (2012) afirma sobre o tema:

“Portanto, saber que a variação de uma grandeza depende da variação de outra é um aspecto importante no estudo do conceito de função, mas que se torna incompleto do ponto de vista epistemológico, se não estudamos como ocorre esta variação, isto é, se não conseguimos dar qualidade e quantificar este processo de variação.”

### 4.3 Análise do Coeficiente Linear

De maneira análoga ao que ocorreu no processo de compreensão do conceito de coeficiente angular e suas influências na função afim, também aconteceu com a compreensão do conceito de coeficiente linear e suas características no comportamento da função afim. Mais uma vez o uso da tecnologia em sintonia com os objetivos, de uma forma dinâmica, no caso com uso do GeoGebra, permitiu que os alunos explorassem testando suas ideias e chegassem a conclusões.

o software GeoGebra, com excelente interface dinâmica entre os sistemas algébrico e geométrico de representações, se apresenta como uma

poderosa ferramenta para o estudo do comportamento variacional das funções reais... no GeoGebra funções podem ser definidas em termos de parâmetros. Estes por sua vez, podem ser alterados dinamicamente através de controles deslizantes (*sliders*). Esse tipo de recurso permite ao usuário visualizar e perceber como, por exemplo, características variacionais da função (crescimento, concavidade e extremos) mudam de acordo com esses parâmetros. (Resende, 2012, p.78)

As respostas dos alunos ilustram o que foi dito.

*O mesmo que aconteceu antes. Elas têm a mesma inclinação todas as funções. Mas mudam de lugar quando digito o número. O número que eu coloco para o b é onde elas cortam o eixo vertical y. O b é o coeficiente linear, certo professora? O coeficiente linear interfere no lugar (ponto) que a reta corta o eixo y. por exemplo, se o coeficiente linear for 3 a reta passa pelo 3 no eixo vertical. (aluno A)*

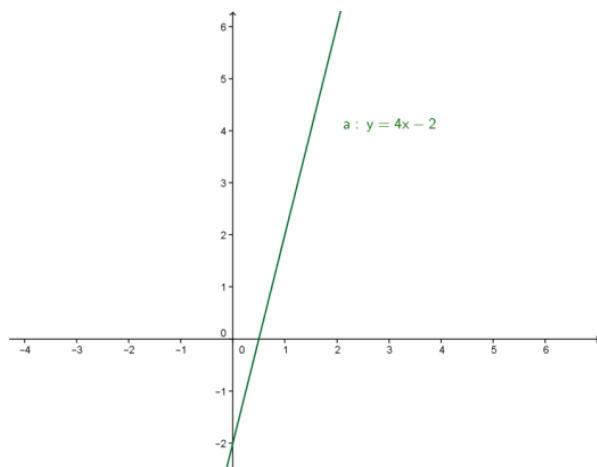
*Ele muda posição. O valor que eu escolho para b, coeficiente linear b, é onde ele corta y no gráfico. (aluno B)*

Tanto o aluno A quanto aluno B, conseguiu compreender que o parâmetro b (coeficiente linear) na função afim ( $y=ax+b$ ) vai marcar o ponto em que a função intercepta o eixo y. Que o coeficiente linear influencia o comportamento variacional da função. Tal percepção foi possível enquanto usaram a tecnologia.

#### 4.4 Conceito da Função Afim

O conceito de função afim foi construído nos moldes de Resende et al. (2012), além da interdependência entre as variáveis x e y, a dimensão qualitativa e quantitativa do processo de variação da mesma foi compreendido no processo. Tal dimensão pode ser observada, por exemplo, em uma resposta do aluno A,

*O gráfico da função afim é uma reta inclinada. Ela vai ficar inclinada para a direita quando o coeficiente angular "a" for positivo (maior que zero) e vai ficar virada para esquerda se o coeficiente angular for negativo. O coeficiente angular vai dizer o ângulo da função: - ângulo agudo, menor que 90°, a reta vira para direita (a é positivo) – ângulo maior que 90°, reta virada para esquerda (a é negativo). O coeficiente linear é o b, na equação,  $y=ax+b$ . o valor do coeficiente vai ser onde a função vai passar na linha do y, eixo y (vertical). (aluno A)*



Que demonstra saber claramente qual a influência do coeficiente angular na função, associando o ângulo de inclinação da reta ao mesmo. Assim como o coeficiente linear como ponto em que a reta intercepta o eixo y. O aluno B, também demonstrou ter compreendido a influência dos coeficientes angular e linear no comportamento da função afim. Usando uma linguagem própria, isto é, falando de forma mais sucinta que o aluno A. Tanto o aluno A, quanto o aluno B relacionam a representação algébrica da função com a representação gráfica, identificando ainda o crescimento e decréscimo da função em qualquer representação.

Assim os resultados mostram que a possibilidade de utilizar o GeoGebra<sup>7</sup> no estudo de função afim se demonstrou eficaz em sintonia com o que afirma Borba (2001) sobre o uso da informática

“Ela [informática] é uma nova extensão da memória, com diferenças qualitativas em relação às outras tecnologias da inteligência e permite a linearidade de raciocínios seja desafiada por modos de pensar, baseados na simulação, na experimentação, e em uma “nova linguagem” que envolve escrita, oralidade, imagens e comunicação instantânea.” (Borba, 2001, p.138)

<sup>7</sup> Vencidas as primeiras dificuldades na manipulação com o GeoGebra, os alunos gostaram de desenvolver as atividades dessa maneira, utilizando o software. Um aluno chegou a fazer o seguinte comentário: “Professora porque nós não usamos o computador antes para fazer os gráficos em vez de ficar fazendo no caderno? Aqui é muito mais rápido e dá menos trabalho.”

## 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A busca por novas formas de ensinar tem sido uma constante na vida dos professores que vivem preocupados com a aprendizagem do aluno. A angústia de ver a falta de interesse do aluno nos conteúdos abordados e a não compreensão dos conceitos matemáticos de forma significativa nos impulsiona nessa busca.

Neste aspecto a compreensão do conceito de função afim, pelo aluno, também fica limitado. Geralmente somente a relação de interdependência entre os parâmetros  $x$  e  $y$  são fixados pelo aluno, faltando ainda aspectos como a compreensão dos parâmetros  $a$  e  $b$  e sua implicação na função  $y=ax+b$ , o crescimento e decréscimo da função, estabelecer uma conexão entre a apresentação algébrica e a apresentação gráfica de uma função afim; enfim entender amplamente como se dá o processo de interdependência entre as variáveis.

O uso de tecnologias na educação, mais especificamente na educação matemática pode ser uma resposta possível para essa busca do professor como foi confirmado com este trabalho de pesquisa. Porém lidar com este novo cenário requer que o professor vença alguns paradigmas, como o desafio de desenvolver novas habilidades, problemas técnicos, sair da zona de conforto, e principalmente encontrar tempo para se capacitar para esta nova visão da forma de ensinar e aprender relacionada a cyberformação do professor. Onde a tecnologia permeia a investigação e experimentação nas aulas de matemática na construção do conhecimento em sintonia com uma metodologia adequada conforme o conteúdo a ser estudado.

Na concepção da cyberformação, não há “receitas” para o uso das TIC, nem uma “domesticação” do uso dessas tecnologias em ambientes educativos, tampouco se considera pertinente que haja um conforto por parte do professor. Nessa visão, defende-se que se aprenda a pensar e lidar com o constante risco que as TIC possibilitam. (Penteado<sup>8</sup>, 2001, citado por Rosa, 2011).

---

<sup>8</sup> PENTEADO, M.G. (2001) Computer-based learning environments Computer-based learning environments: risks and uncertainties for teachers. *Ways of knowing*, Inglaterra, v.1, n.2, p. 23-35.

Levando em consideração que o uso de TIC na educação matemática com a estética potencializa a produção do conhecimento, pois a manipulação do aluno de recursos digitais estimula o cognitivo matemático do mesmo atraído pela estética neste contexto (digital) gerando novas ideias, pensando matematicamente sem a memorização pela repetição mecânica de técnicas e algoritmos.

As experiências estéticas são entendidas como ações proeminentes da articulação das Práticas Educativas em Educação Matemática com a própria Cultura Digital, pois nessas práticas busca-se vincular a formação específica (matemática), pedagógica e tecnológica. (ROSA, 2011b)

O computador e a internet ampliam a representação da realidade, abrindo possibilidades para um novo enfoque educacional baseado em jogos, permitindo a exploração de diversos recursos multimídia. Sua utilização modifica a dinâmica do ensino, as estratégias e o comportamento de alunos e professores (Carvalho et al., 2005, p.5).

Assim a autora deste trabalho de pesquisa optando pelo uso da TIC na aula de matemática, passou pelo processo de aprender e desenvolver outras habilidades, como a criação de um ambiente virtual (pagina na internet) articulando o conteúdo função afim; para então trabalhar com os alunos conseguindo uma nova forma de apresentar o conteúdo fugindo da rotina, possibilitando ao aluno um ambiente mais favorável tanto no trato do conteúdo quanto pelo fato de utilizar recurso que o aluno gosta de manipular no caso a internet.

Neste trabalho de pesquisa o GeoGebra se mostrou uma ferramenta poderosa aliada a uma metodologia cujo objetivo era justamente explorar o conceito de função afim, combinada ainda a uma pagina na internet, o que possibilitaria a pesquisa em outras fontes além do livro didático e o caderno. Os resultados mostraram que de uma forma dinâmica e com liberdade de escolha, o aluno pode explorar o conceito de função afim, atendendo as expectativas do ensino e de aprendizagem em consonância ao que afirma Bicudo; Rosa (2010) que “A espacialidade/temporalidade dos ambientes virtuais, por si só, possibilitam aprendizagens consonantes aos aspectos individuais de cada aluno.”. A liberdade de escolha durante as atividades propostas permitiu ao aluno uma participação mais efetiva direcionando o seu aprendizado, ou seja, como autor e não um expectador que decora o que o professor fala ou páginas do livro didático para descartar depois. Os alunos puderam testar suas ideias e verificar de forma dinâmica o que acontecia com a função a cada mudança que faziam. Por exemplo, na atividade 2 (figura 3), o

aluno conforme é solicitado vai testar outros valores para o coeficiente angular ao mesmo tempo em que verifica o tipo de transformação que ocorre com o gráfico da função. Indo de encontro ao que Borba & Penteado (2005, p.45) fala sobre a importância de softwares de geometria dinâmica na investigação matemática facilitando que os alunos explorem um determinado conceito. Assim como

As principais vantagens dos recursos tecnológicos, em particular o uso de computadores, para o desenvolvimento do conceito de funções seriam, além do impacto positivo na motivação dos alunos, sua eficiência como ferramenta de manipulação simbólica, no traçado de gráficos e como instrumento facilitador nas tarefas de resolução de problemas. (Gaudêncio<sup>9</sup>, 2000, citado em BAZZO, 2009, p.5316).

Manipular com o GeoGebra permitiu além do entendimento da relação de interdependência parâmetros  $x$  e  $y$ , que normalmente observamos nas definições de funções também a visão de que na função afim os coeficientes angular e linear vão determinar como vai variar esta função. Foi observado ainda que o aluno fez uma ligação entre as formas algébrica e gráfica da função afim, dando uma maior abrangência ao conceito, conforme Rezende (2012)

Portanto, saber que a variação de uma grandeza depende da outra é um aspecto importante no estudo do conceito de função, mas que se torna incompleto do ponto de vista epistemológico, se não estudamos como ocorre esta variação, isto é, se não conseguimos dar qualidade e quantificar este processo de variação. (p.75-76)

Reafirmamos aqui a necessidade de se resgatar o contexto dinâmico no estudo do conceito de função. Nesse sentido, o uso de novas tecnologias, com destaque para os softwares de matemática dinâmica, como é o caso do GeoGebra, tem-se mostrado bem conveniente. (p.77)

Assim, reafirmando o que diz Rosa:

É importante, nesse sentido, que as atividades docentes estejam focadas nos conceitos abordados na disciplina em questão, e que sejam abordadas com o viés tecnológico, o qual pode ser construcionista, para tentar promover um aprendizado voltado ao mundo atual, em que se espera do futuro profissional uma dinamicidade para resolver questões e uma construção dos conceitos de forma ampliada. (Rosa, 2012, p.143)

O uso de tecnologias na educação matemática, mais especificamente, o uso de uma página na internet e do GeoGebra, aliada a uma metodologia voltada para compreensão mais ampla do conceito de função afim atendeu as expectativas.

---

<sup>9</sup> GAUDÊNCIO, R. **Um estudo sobre a construção do conceito de função**. Natal: Universidade Federal UFRN, 2000. (Tese de Doutorado)

Tanto no aprendizado do aluno quanto no que diz respeito na renovação profissional do professor.

## REFERÊNCIAS

AGUIAR, J.G.; SILVA, D.B. da. **Uma proposta pedagógica de inclusão digital para Educação de Jovens e Adultos: autoria e interação**. In: RETEME, João Pessoa, v.1, n.1, p. 67-76, jan/jun. 2011. Disponível em: <<http://www.reteme.org.br/index.php/reteme/article/viewFile/17/pdf>>. Acesso em 07 out 2012.

BAZZO, B. **O uso dos recursos das novas tecnologias, planilha de calculo e o GeoGebra para o ensino de função no ensino médio**. In: IX Congresso Nacional de Educação – EDUCERE, III Encontro Sul Brasileiro de Psicopedagogia, PUCPR, 2009.

BICUDO, M.A.V.; ROSA, M. **Realidade e cybermundo: horizontes filosóficos e educacionais antevistos**. Canoas: Editora ULBRA, 2010.

BORBA, M. C. **Tecnologias informáticas na educação matemática e reorganização do pensamento**. In: BICUDO, M. A. V. (org). Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas. São Paulo: UNESP, 1999. p. 285-295.

BORBA, M. de C.; MELHEIROS, A.P. dos S.; ZULATTO, R. B. A. **Educação a Distância *online***. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

BORBA, M. de C. **Coletivos Seres-humanos-com-mídias e a Produção de Matemática**. In: I Simpósio Brasileiro de Psicologia da Educação Matemática, Curitiba, 2001.

BORBA, M. de C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. 3. ed. 1. reimp. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

CARAÇA, B.J. **Conceitos Fundamentais de Matemática**. Editora Gradativa 6ª Ed. Lisboa, 1948.

CARVALHO, F. S. de; HAGUENAUER, C. J.; VICTORINO, A. L. Q., (2005). **Utilização de Jogos Interativos no Ensino a Distância Via Internet**. In: CONGRESSO INTERNACIONAL DE EDUCAÇÃO A DISTÂNCIA, 12., 2005, Florianópolis – *Anais Eletrônicos...* Florianópolis: Universidade Federal de Santa Catarina, 2005. Disponível em: <<http://www.abed.org.br/congresso2005/por/pdf/040tcc5.pdf>>. Acesso em: 07 out 2012.

LAKATOS, E.M; MARCONI, M.A. **Fundamentos de metodologia científica**. 4 ed. São Paulo: Atlas, 2007.

Material produzido pela professora Cris Betina. Elaboração do Pré-Projeto. Disponível em: <<http://www.cursos.nead.ufpr.br/mod/resource/view.php?inpopup=true&id=122934>>. Acesso em 25 nov 2012.

MORAN, J.M.M. **O que é educação a distância**. 2002. Disponível em: <<http://www.eca.usp.br/prof/moran/dist.htm>>. Acesso em: 12 set 2012.

Paraná. Secretaria de Estado de Educação. Departamento de Educação Básica. **Diretrizes Curriculares da Educação Básica: Matemática**. Curitiba: SEED/DEB, 2008.

REZENDE, R. M.; PESCO, D.U.; BORTOLOSSI, H.J. **Explorando aspectos dinâmicos de funções reais com recursos do GeoGebra**. In: 1ª Conferencia Latino Americana de GeoGebra. ISSN 2237-9657, p.74-89, 2012.

ROSA, M. **Atividades semipresenciais e as tecnologias da informação: Moodle- uma plataforma de suporte ao ensino**. In: Airton Pozo de Mattos; Daiana Garibaldi Rocha; Gabriela Fonseca; Janete Pereira Annes; Marinice Langaro Vaisz; Marije Dee Weber; Rossano André Dal-Farra. (Org.). **Práticas Educativas e Vivências Pedagógicas no Ensino**. 1ed, Canoas: ULBRA Editora, 2011, v.1, p. 135-147.

ROSA, M. **Cyberformação de professores de Matemática: Interconexões com experiências estéticas na cultura digital**. In: REUNIÃO ANUAL DA AMPED, 34ª., **Cultura Digital, Práticas Educativas e Experiências Estéticas**. Rio Grande do Norte: 2011.