UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA

MARCIA BATTISTI ARCHER

PROJETO CASA POPULAR: UMA EXPERIÊNCIA EM MODELAGEM MATEMÁTICA

CURITIBA
2006

MARCIA BATTISTI ARCHER

PROJETO CASA POPULAR: UMA EXPERIÊNCIA EM MODELAGEM MATEMÁTICA

Monografia apresentada como requisito parcial à conclusão do Curso de Especialização para Professores de Matemática, Setor de Ciências Exatas, Universidade Federal do Paraná - UFPR.

Orientador: **Profa. Dra. Ettiène Guérios**

CURITIBA
2006

TERMO DE APROVAÇÃO

MARCIA BATTISTI ARCHER

PROJETO CASA POPULAR: UMA EXPERIÊNCIA EM MODELAGEM MATEMÁTICA

Monografia aprovada como requisito parcial para obtenção do título de Especialista no Curso de Especialização para Professores de Matemática, Setor de Ciências Exatas da Universidade Federal do Paraná, pela seguinte banca examinadora:

Orientador: Profa. Dra. Ettiène Guérios
Departamento de Teoria e Prática de Ensino, UFPR

Profa. Dra. Ana Maria Liblik
Departamento de Teoria e Prática de Ensino, UFPR

Curitiba, novembro de 2006.

“Eu dormia e sonhava que a vida era alegria.
Despertei e vi que a vida era serviço.
Servi e aprendi que o serviço era alegria.”

(Rabindranath Tagore)

DEDICATÓRIA

Aos meus queridos pais:

Maria de Lourdes e Marcio pela compreensão, amor e apoio incondicional.

AGRADECIMENTOS

À minha orientadora, Profa. Dra. Ettiène Guérios, por sua dedicação e sabedoria.

Aos queridos alunos, voluntários neste projeto e colaboradores fiéis.

Ao arquiteto Laércio Licheski, pela atenção e apoio gratuito.

Aos demais professores, pelo conhecimento transmitido.

RESUMO

Este estudo refere-se à apresentação e análise teórica de um projeto de Modelagem Matemática aplicado a alunos da 8ª série do ensino fundamental, envolvendo construção de casas populares. Num primeiro momento relato a elaboração das atividades matemáticas e a resolução do processo. Com o levantamento realizado da teoria de Modelagem Matemática é medido a aproximação do Projeto com as idéias dos teóricos representativos, movimentando uma discussão sobre os pressupostos que diferenciam a prática da Modelagem Matemática no 3º grau com a do ensino fundamental, ressaltando a importância da Modelagem para a democratização. O estudo traz também o registro das influências deixadas pelo Projeto na formação desta professora autora e indicativos que asseguram a autenticidade da Modelagem Matemática enquanto metodologia de ensino.

Palavras – chave: modelagem matemática, formação de professores, projeto.

SUMÁRIO

1 APRESENTANDO O PROJETO CASA POPULAR

1.1 HISTÓRICO

O projeto Casa Popular é uma possibilidade de ensino de matemática fundamentado na Modelagem Matemática e voltado aos alunos da 8ª série do ensino fundamental. Foi desenvolvido inicialmente com a participação de alunos voluntários do Colégio Estadual Arnaldo Busatto durante a disciplina de Prática de Ensino em Matemática ofertada pelo Departamento de Teoria e Prática de Ensino do Setor de Educação da Universidade Federal do Paraná, em 1999, com a orientação da Professora Tânia Zimer.

Partindo das minhas memórias sobre a formação do projeto e do registro em vídeo com a sua primeira aplicação, apresento as experiências vivenciadas a fim de analisá-las à luz dos teóricos representativos da Modelagem Matemática.

A idéia do projeto Casa Popular foi inspirada na modelação do Jardim Botânico realizada pelo Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática, Ciências Físicas e Biológicas da Universidade Federal do Paraná. Nesta atividade, os alunos visitaram o Jardim Botânico para montar um croqui e coletar medidas. Em sala de aula, desenvolveram naturalmente os conteúdos matemáticos que emergiam da construção da planta e da confecção da maquete.

Nesse sentido, buscou-se desenvolver algo nessa linha que também despertasse a participação dos alunos na aprendizagem dos conhecimentos matemáticos com o mesmo entusiasmo. Para isso, foi escolhido a construção de casas como tema gerador com a expectativa de confeccionar maquetes de casas populares.

O problema encontrado na época foi a impossibilidade dos alunos se deslocarem para medir as dimensões de uma casa. Sendo assim, adaptamos o projeto fazendo com que os alunos projetassem uma casa popular dentro das normas da Prefeitura de Curitiba para depois confeccionarem suas maquetes.

Para isso contou-se com a colaboração do arquiteto Laércio Licheski, levantamento das restrições de construção junto à Prefeitura e consulta de livros e materiais de engenharia civil.

Como o interesse era modelar uma casa popular naquelas condições reais, procurei simular antes dos alunos as etapas que eles acabariam percorrendo para isso. Desta forma, investiguei que conteúdos matemáticos apareceriam a princípio no contexto da atividade a fim de saber para qual série deveria direcionar o projeto.

A primeira aplicação do projeto aconteceu do dia 20/09 a 8/11/99, em 15 horas-aulas no Prédio da Reitoria. Participaram 12 alunos do Colégio Estadual Arnaldo Busatto do município de Pinhais (região metropolitana de Curitiba) e 3 professoras de matemática do ensino Fundamental.

As atividades eram realizadas em grupos de 3 alunos e cada integrante recebia uma folha com o mesmo roteiro contendo a problematização das atividades a serem desenvolvidas na aula servindo de base para o planejamento da Casa Popular. Por vezes se fez necessária a coleta e interpretação de novos dados durante o processo. Para a montagem da maquete, foram os alunos que encaminharam a problematização e organização da atividade desempenhando um grau maior de responsabilidade nesta etapa.

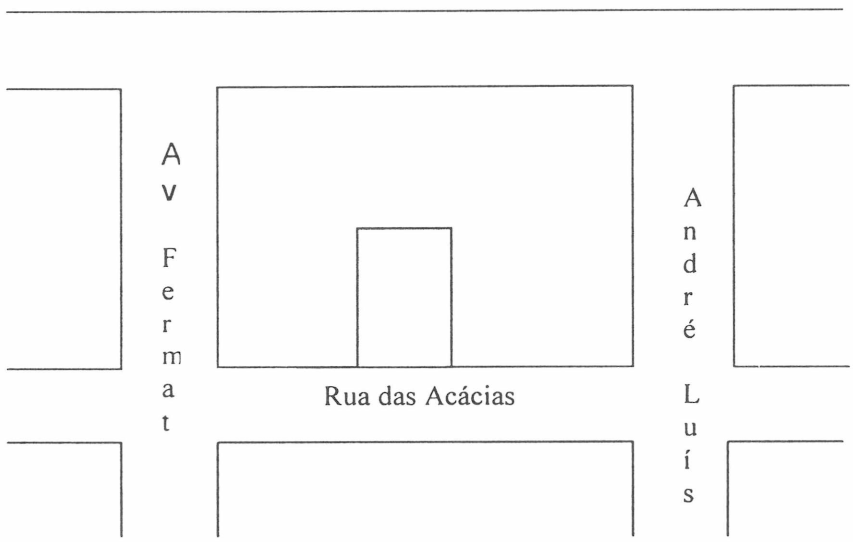
Com a assistência das professoras, os alunos planejaram uma casa para ocupar um terreno de 10m de largura por 17 m de comprimento. O objetivo era projetar uma Casa Popular de baixo custo e que fosse, ao mesmo tempo, adequada à uma moradia digna.

O projeto aconteceu em 3 etapas: planta, telhado e maquete.

Na elaboração da planta, os alunos se preocuparam em descobrir quais as dimensões da casa que atenderiam às restrições de construção estabelecidas pela Prefeitura. Os conteúdos matemáticos que surgiram no contexto das atividades iniciais foram: a averiguação de plantas com mesma área e menor perímetro, cálculo de porcentagem, operações fundamentais com números decimais, noção de ângulo, quadrado e retângulo. Observe a seguir a atividade desenvolvida pelos alunos:

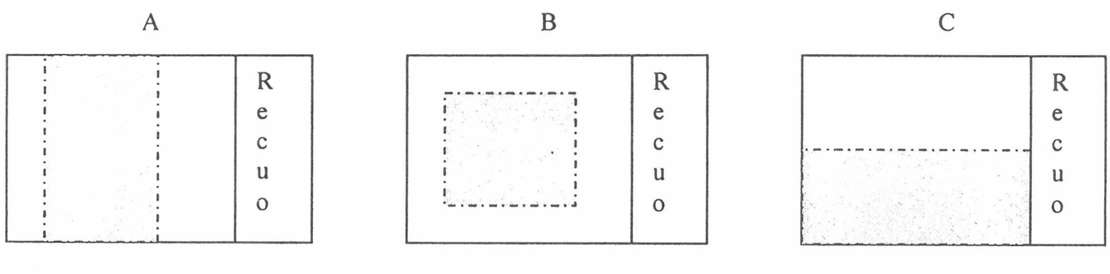
1.2 ETAPA 1 – GERANDO DIMENSÕES PARA A CASA

1) Observe o terreno retangular, situado à Rua das Acácias, que possui as seguintes dimensões: 10m de largura por 17m de comprimento.



2) Vamos elaborar o projeto de uma Casa Popular para ocupar este terreno:

a) Esboce as possíveis plantas respeitando as normas quanto aos recuos. (A Prefeitura exige recuo de 5m de frente e em plantas onde se deseja construir janelas nas laterais da casa, é exigido recuo de 1,5m da casa até o muro lateral. É permitido construir a casa encostada nos muros, sem janelas).



b) Para cada possibilidade encontrar o máximo de área construída permitida pela Prefeitura, lembrando que além do espaço reservado para o recuo de frente, só é permitido construir 50 % do terreno.

$0{,}5\,[A_t - A_r] =$

$0{,}5\,[(10 \cdot 17) - (10 \cdot 5)] =$

$0{,}5\,[170 - 50] =$

$0{,}5 \cdot 120 =$

$60\ m^2$

É permitido construir $60m^2$ do terreno.

c) Quais deverão ser as dimensões de cada casa?

Casa A = 10m de largura por 6 m de comprimento

Casa B = 7m de largura por 8,5m de comprimento

Casa C = 5m de largura por 12m de comprimento

d) Qual conceito matemático pode mostrar qual das casas terá uma maior economia na hora de levantar as paredes. Nesse sentido, calcule qual da casa terá maior economia.

Menor perímetro implica menor custo com material de construção (tijolo, cimento...) e de acabamento (rodapé, tinta...).

Casa A = 10 +10 + 6 + 6 = 32m

$\boxed{\text{Casa B = 7 + 7 + 8,5 + 8,5 = 31m (mais econômica)}}$

Casa C = 5 + 5 + 12 + 12 = 34m

Observação: Os alunos perceberam que quanto mais a planta da casa se aproximar com o formato do quadrado, menor será o perímetro.

3) Escolha a planta que mais se adapta a um projeto de Casa Popular e justifique com os argumentos em que se apoiou para escolher.

Os alunos escolheram a Casa A, por necessitar uma menor quantidade de janelas, tem maior área livre para o aproveitamento do quintal e a diferença com relação ao perímetro da Casa B é praticamente insignificante.

1.3 CONTRIBUIÇÃO EXTERNA: ARQUITETO LAÉRCIO LICHESKI

Em 4 de Outubro de 1999, o arquiteto Laércio Licheski apresentou uma palestra sobre Construção de Telhados aos alunos que participaram do Projeto Casa Popular. O conteúdo segue abaixo:

A matemática se aplica em todos os conceitos de construção, desde a compra de m^3 de areia, m^2 de azulejo, pagamento de um empreiteiro, até cálculos mais complexos como resistência de materiais, cálculo estrutural...

Ao longo da História, o homem sempre procurou um local para se proteger e para isso teve que aprender a se adaptar ao clima em que vivia. Por exemplo: os esquimós construíam a cobertura de sua habitação com gelo, os índios norte-americanos construíam com couro de búfalo, os apaches ao sul dos EUA usavam como cobertura o barro para se protegerem no deserto assim como os africanos, os índios do Brasil usavam palha, os nórdicos construíam com pedra e os escandinavos com madeira. Em cada local do planeta, o homem manipulou o material disponível na sua região de modo a construir a cobertura de sua casa de acordo com a condição física que era imposta em seu habitat.

Atualmente existe uma diversidade de materiais: encontramos telhas de policarbonato, metal, cimento, papelão, madeira, barro, concreto, vidro e plástico. Os materiais para cobertura influenciam a inclinação do telhado. Quanto mais emendas por m^2 tiver o telhado então maior deverá ser sua inclinação. Existem telhas mais lisas, com menor quantidade de emendas, que são ideais para construir telhados com pouca inclinação em ambientes onde chove pouco.

Ao projetar uma cobertura é preciso respeitar a questão climática e a questão de inclinação que o material escolhido necessitar. Em ambientes com verão intenso não é possível utilizar telha de cimento-amianto porque isso aumentaria muito o calor dentro da casa. Se houver erro de cálculo no caimento do telhado para menos, acarretará infiltração de água nos períodos de chuva.

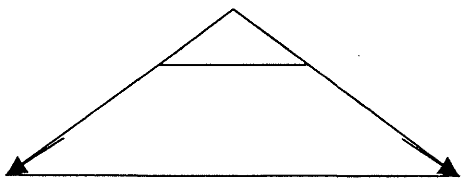
Observando fotos de diferentes telhados projetados pelo Laércio foi possível constatar que o arquiteto pode se valer do conceito puramente técnico ou plástico dependendo do objetivo da obra.

Como a telha francesa é cheia de encaixes, neste caso se deixarmos o telhado muito plano, entrará água nos vãos da casa. São necessárias 16 telhas por m². A inclinação necessária para o telhado funcionar bem com esse tipo de telha deve ser de 30 à 35%, mas se o objetivo for adotar um conceito plástico a inclinação poderá ser maior, mas isto implicará num custo maior da obra.

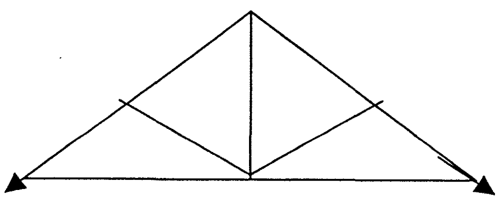
Uma fábrica teve seu telhado construído com telha metálica o que exigiu uma inclinação apenas de 3%. Outra fábrica também usou a mesma telha, mas com inclinação de 100% a fim de estilizar a fachada.

Para telha de escama conhecida por nórdica ou alemã, a cobertura deve ser bem inclinada para não haver perigo de infiltração de água, assim como, a telha de pedra.

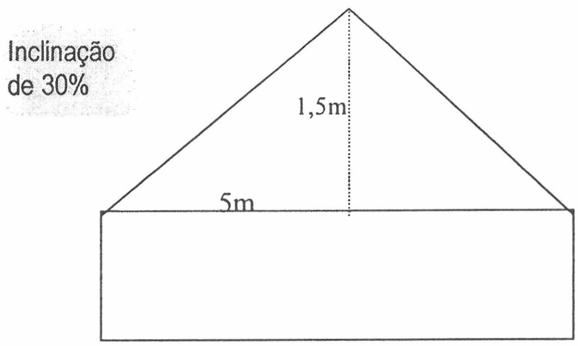
A telha polonesa é a mais antiga que existe, é uma lasca de um tronco de pinheiro e com ela pode se fazer decorações incríveis, curvas, retas... A estrutura polonesa que pode ser vista nas casinhas do Parque João Paulo II, se apoia no sistema de empuxo das pernas do telhado e utiliza somente um tirante para segurá-las. Veja esboço abaixo:



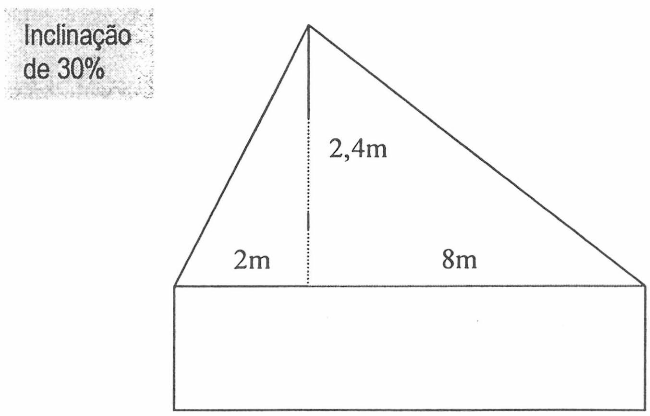
A estrutura convencional é em forma de tesoura: as três peças que formam a tesoura tem a mesma sustentação que o único tirante da estrutura polonesa.



Os alunos também exploraram alguns tipos de telha, maquetes prontas e esqueleto da estrutura de telhados com variação da posição do ponto, inclinação, estrutura e material. Neste momento os alunos perderam a timidez e trocaram idéias com o arquiteto e o grupo. Está registrado no vídeo a expressão de alegria, o interesse por tomar conhecimento sobre o que estava sendo apresentado e as frases soltas do sonho com a forma da casa própria desejada por alguns alunos.



Ponto no centro, vantagem econômica para Casa Popular.



Ponto fora do centro, calcular inclinação pelo maior lado do vão.
Implica maior custo com madeira, escora, pendurais[1] e telha.

A telha de cimento-amianto (eternit) está saindo de linha por conta de uma briga internacional contra o amianto. Está sendo levantado um estudo sobre a possibilidade de câncer causado pela aspiração do pó do amianto durante a sua mineração. Existe

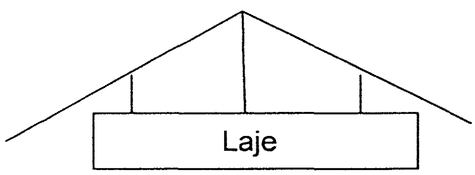
---

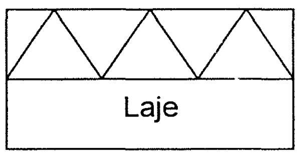
[1] Pendural, ilustrado em pontilhado no esboço acima, viga que sai da cumeeira (ponto mais alto do telhado) e intercepta a linha perpendicularmente.

um interesse econômico que se aproveita dessa pesquisa para derrubar a telha de cimento-amianto que é a mais utilizada no mundo por ser mais barata. Como alternativa sugerem a telha xingu (produzida no EUA), metal...

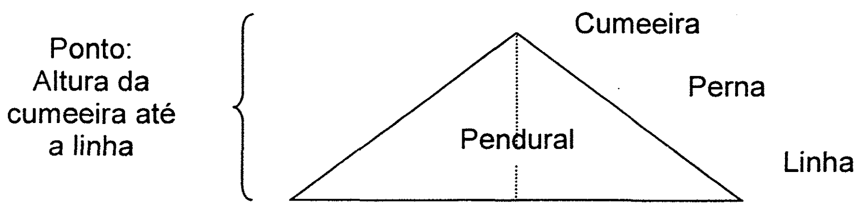
Boa parte da madeira gasta em estruturas de telhado em nosso país vem de uma devastação indiscriminada das matas do Paraguai e do norte do Brasil. Por ser muito cara de se adquirir madeira de plantações de árvores e pela falta de madeiras fortes que existiam antigamente, tem sido utilizado estruturas mais viáveis como as metálicas ou caibros de concreto (vistos freqüentemente em barracões pré-fabricados).

A estrutura de telhado pode ser em forma de tesoura ou em forma de cavalete (é vantagem quando existe laje para apoiar o telhado). Observe estrutura de cavalete em corte transversal e depois longitudinal:





O que é mais barato, usar laje para apoiar o telhado ou fazer uma estrutura completa? Para uma Casa Popular o ideal é fazer paredes com assentamento de concreto, tesoura e forro de madeira.



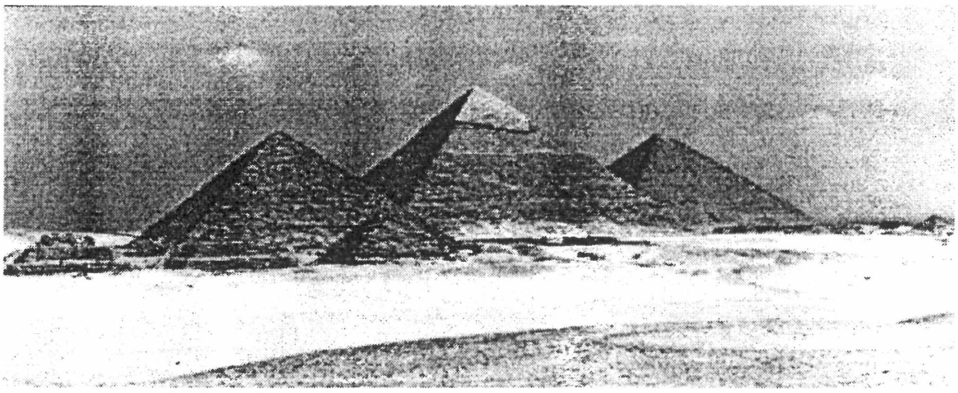
O cálculo do Ponto é dado assim: % do caimento x distância do “meio” vão maior. (Obs: em linguagem corriqueira na obra é costume chamar meio vão a parte da linha que foi dividida pelo pendural independente de ser no ponto médio da linha ou não).

A fundação da casa é diretamente proporcional à resistência do piso e a carga aplicada. Se o telhado for pesado, a carga aumenta e com isso aumenta o custo com a fundação. Uma cobertura com telha francesa pesa de 25 a 30kg (seca), porque estando molhada este valor dobra. Quem desconsidera estes conceitos corre o risco de ter rachadura nas paredes e o telhado ceder.

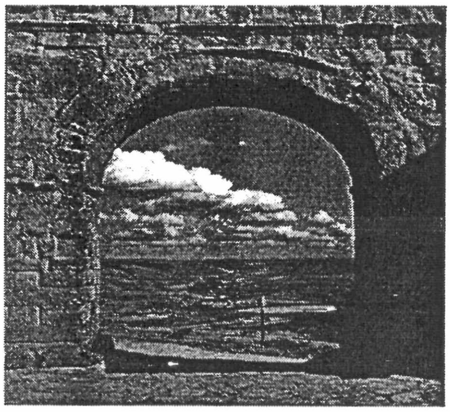
Ao explicar estas questões e a força da natureza no destelhamento de casas, os alunos sentiram como a Matemática e a Física podem influenciar numa simples construção de telhado, ajudando a ter um melhor aproveitamento e segurança, dar beleza à forma, prevenir de incidentes naturais e adaptar ao ambiente.

Mesclando História da Matemática e História da Arquitetura, Laércio comentou quantos milhares de anos o homem levou para construir o que sabemos hoje. A engenharia é uma ciência nova, até metade do século passado não se conhecia metade dos cálculos estruturais que existem hoje.

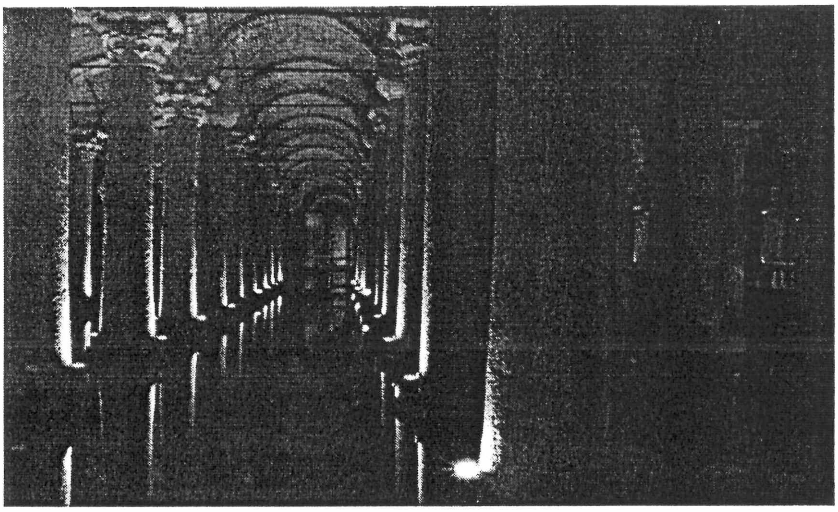
Construções egípcias: não se aplicaram a construir arcos de grandes vãos, faziam tudo aproximado ao quadrado, pirâmides, que são sólidos bem montados no chão.



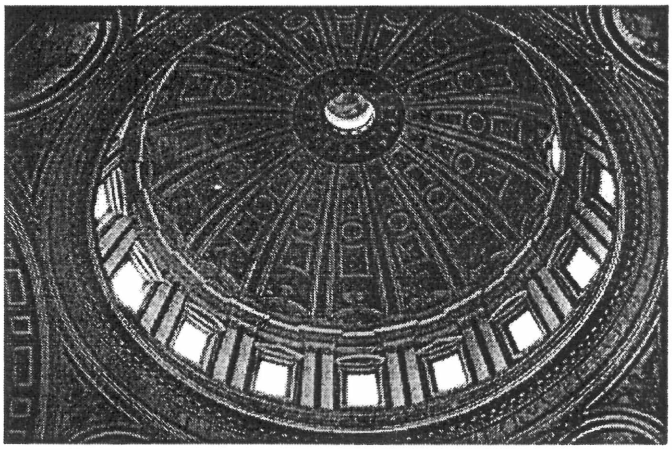
Construções romanas: chegaram a conceitos de construção fantásticos, confeccionavam plaquetas de tijolos de barro e usavam para construir arcos.



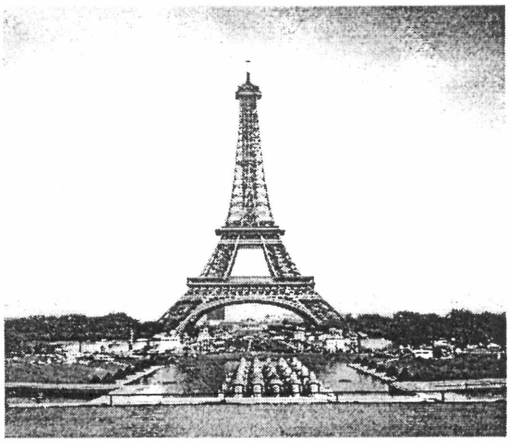
Istambul: há 2 mil anos foi criada a Cisterna de Constantino, se encontra a 15m abaixo do nível do solo, toda feita em abóboras (arcos). Depois de tempos, edifícios foram construídos em cima sem saberem da existência dessa Cisterna e ainda prevalece intacta.



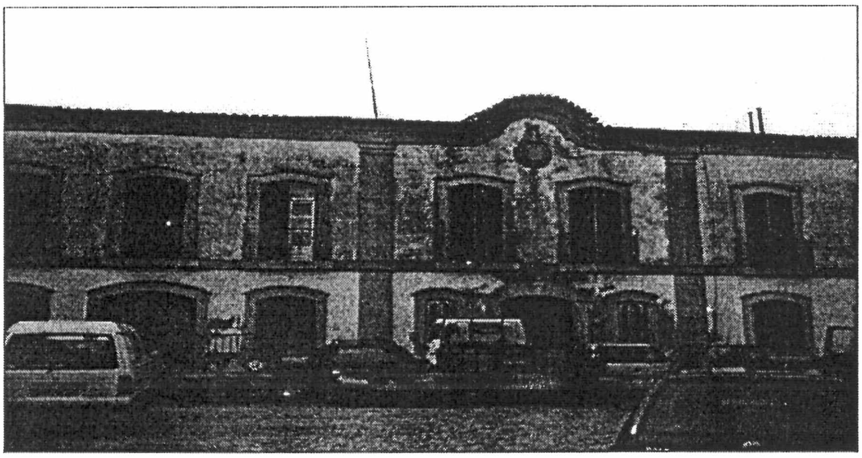
Michelangelo: usou intuição para construir a cúpula da igreja de São Pedro no Vaticano. "Imagine quantas Cúpulas ele deve ter derrubado para conseguir fazer uma parar em pé", exclamou Laércio. Uma aluna comentou a grandiosidade da obra e disse que ficou impressionada ao ver por foto a quantidade de pessoas que cabem dentro desse grande arco que se sustenta até hoje.



Torre Eifel: também foi construída por intuição e noção básica. Era pouco desenvolvido o estudo na área da engenharia ainda nesta época.



Marrocos: praticamente não chove, então a cobertura é com barro porque de dia é muito quente e a noite esfria. Existem casas com trinta anos de idade que nunca houve infiltração de água.



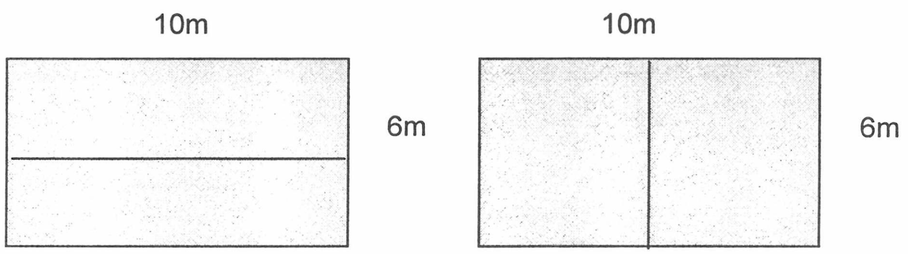
Função do arquiteto e do engenheiro: o arquiteto não tem como função calcular, ele inventa, possui noções estruturais e faz pequenos cálculos de coisas empíricas. O engenheiro verifica as possibilidades reais de execução da obra, se não tiver OK então o arquiteto vai adaptar seu projeto com o do engenheiro através dos cálculos que este fornece.

Ao final todos agradeceram, contentes pelas idéias e novos conhecimentos adquiridos e entusiasmados para projetarem o telhado da Casa Popular. “Com certeza o telhado da minha casa não vai cair depois de saber tudo isso”, completa uma aluna.

Para projetar o telhado os alunos se apoiaram nas informações passadas pelo arquiteto na sua visita. Também foram pesquisadas outras noções básicas de engenharia civil para solucionar as dúvidas que surgiam no contexto da atividade, tais como: peso médio da cobertura com telha de cimento-amianto, quantidade de telhas para cobrir um m² de telhado, etc. Os conteúdos matemáticos se intensificaram e foi necessário resgatar a idéia do Teorema de Pitágoras, semelhança de triângulos e a utilização de funções, bem como investigar o custo e a qualidade dos materiais que influenciariam na execução da obra. Os alunos apresentaram duas opções diferentes de cobertura para dois tipos de telha: cimento – amianto e francesa. Escolheram construir telhado com a telha francesa e vão na lateral da casa, por melhor se adaptar ao objetivo do projeto. Observe:

1.4 ETAPA 2 – CONSTRUÇÃO DO TELHADO

1. Para fazer o telhado da casa com duas águas, tal que a cumeeira fique sobre o ponto médio da laje, temos duas posições diferentes. Faça um esboço de como ficaria o telhado da casa nas duas posições:



Vão na lateral: 6m Vão na frente: 10m

Sobre cobertura de telhados sabemos que,

✓ As coberturas de telha francesa, muito utilizadas em todo país, admitem uma medida igual a 30% da metade do vão da casa.

✓ As coberturas de telha cimento-amianto, admitem uma medida igual a 15% da metade do vão da casa.

2. Expresse a função que representa a altura em relação ao vão, que deve ser erguida utilizando telha francesa.

$h = 0{,}3 \cdot x / 2$

onde x = medida do vão e h = medida da altura do telhado.

a) Escolhendo a lateral da casa como o vão do telhado, calcule a altura necessária para erguer o telhado por meio da função elaborada acima.

$h = 0{,}3 \cdot 6 /2 = 0{,}9m$

b) Escolhendo a frente da casa como o vão do telhado, calcule a altura necessária para erguer o telhado, por meio da função elaborada acima.

$h = 0{,}3 \cdot 10 / 2 = 1{,}5m$

3. Expresse a função que dá a altura, em relação ao vão, que deve ser erguida utilizando telha de cimento-amianto.

$h = 0{,}15 \cdot x /2$

onde x = medida do vão e h = medida da altura do telhado

a) Escolhendo a lateral da casa como o vão do telhado, calcule a altura necessária para erguer o telhado, por meio da função elaborada acima.

$h = 0{,}15 \cdot 6/2 = 0{,}45m$

b) Escolhendo a frente da casa como o vão do telhado, calcule a altura necessária para erguer o telhado, por meio da função elaborada acima.

$h = 0{,}15 \cdot 10 / 2 = 0{,}75m$

Sobre peso de telhados, sabemos que:

- O m² de cobertura de telha francesa, incluindo: peso próprio, carga de vento e carga eventual, pesa em média 100 kg.
- O m² de cobertura de telha de cimento – amianto, incluindo: peso próprio, carga de vento e carga eventual, pesa em média 35 kg.

1. Quanto vai pesar o telhado da casa, nas duas posições com telha francesa?

Para isso, precisamos saber quantos m² terá o telhado em cada posição. Isto implica no cálculo da hipotenusa do triângulo retângulo que aparece perpendicular à linha.

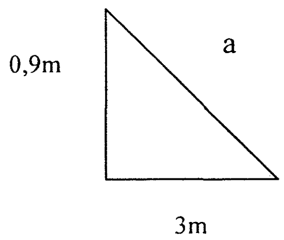
Considere a **primeira posição** do telhado cujo vão é na lateral da casa. Observe o esboço a seguir:

Pelo Teorema de Pitágoras temos,

$a^2 = 0{,}9^2 + 3^2$

$a^2 = 9{,}81$

$a = 3{,}132$ m



Neste caso, a perna do telhado mede 3,132 m.

Para determinar a medida da área do telhado basta calcular o produto entre hipotenusa e a frente da casa e multiplicar por 2, porque o telhado é de duas águas.

$A = 3{,}132 \cdot 10 \cdot 2$

$A = 62{,}64$ m²

Calculando o peso temos,

$P = 62{,}64 \cdot 100$

$P = 6264$ kg

Portanto, o peso do telhado com telha francesa e vão lateral é de 6264 kg.

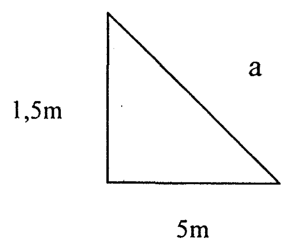
Agora, considere a **segunda posição** do telhado cujo vão é na frente da casa. Observe o esboço abaixo:

Aplicando o Teorema de Pitágoras temos,

$a^2 = 1{,}5^2 + 5^2$

$a^2 = 27{,}25$

$a = 5{,}22$ m



<u>Área do telhado</u>: (neste caso, calcular o dobro do produto entre a hipotenusa e a lateral da casa).

$A = 5{,}22 \cdot 6 \cdot 2$

$A = 62{,}64m^2$

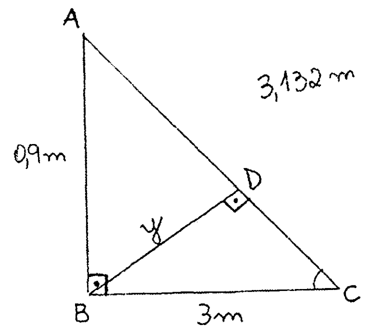
<u>Peso do telhado</u>:

$P = 62{,}64 \cdot 100$

$P = 6264$ kg

O peso do telhado é o mesmo nas duas posições diferentes, utilizando o mesmo tipo de telha: francesa. Os alunos perceberam que o telhado é uma projeção do chão da casa. Como a área da casa é a mesma na elaboração do telhado nas duas posições então a projeção também terá uma área igual nas duas posições. Logo o peso também será o mesmo.

O que pode diferenciar uma posição da outra não é a quantidade de telhas necessárias e sim a quantidade de madeira a ser utilizada na estrutura. Se a escora interceptar em 90 graus o caimento do telhado, então por meio de semelhança de triângulos pode-se calcular a medida do comprimento da escora. Veja:



O Δ ABC é semelhante ao ΔBDC por AA (ângulo-ângulo), pois o ângulo B é congruente ao ângulo D e o ângulo C é comum.

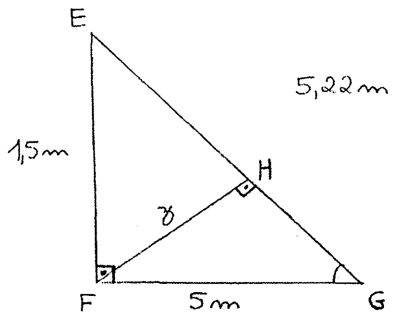
Logo: AB / BD = AC / BC

Assim : 0,9 ∕ y = 3,132 ∕ 3 ∴ y = 0,86

Somando comprimento do pendural, comprimento das duas escoras, comprimento das duas pernas e comprimento do vão, temos para a **primeira posição** do telhado : 0,86 + 0,86 + 0,9 + 3,132 +3,132 + 6 = 14,90m

Ou seja, serão necessárias 14,90m de madeira para construir uma tesoura em cobertura de telha francesa na primeira posição.

Observe a **segunda posição** do telhado :



O ΔEFG é semelhante ao ΔFHG por AA (ângulo - ângulo), pois o ângulo F é congruente ao ângulo H e o ângulo G é comum.

Logo : EF / FH = EG / FG

Assim: 1,5 ∕ z = 5,22 ∕ 5 ∴ z = 1,43m

Somando o comprimento do pendural, o comprimento das duas escoras, comprimento das duas pernas e comprimento do vão, temos para a segunda posição do telhado : 1,43 + 1,43 + 1,5 +5,22 +5,22 +10 = 24,80m

Ou seja, serão necessárias 24,80m de madeira para construir uma tesoura em cobertura de telha francesa na segunda posição.

Conclusão: Comparando as duas posições vemos que mesmo a tesoura da primeira posição necessitar uma menor quantidade de madeira, ainda assim nenhum dos telhados é mais econômico. Porque a primeira posição precisa em média de 10 tesouras, ao longo dos 10m de comprimento da casa, o que representa 149m de madeira e a segunda precisa em média de 6 tesouras, ao longo dos 6m de largura da casa, o que representa 148,80m de madeira. Portanto, vemos que a quantidade de telhas e madeira será praticamente equivalente na estrutura de ambas as posições do telhado para o mesmo tipo de telha.

2. Quanto vai pesar o telhado da casa, nas duas posições com cobertura em telha de cimento - amianto?

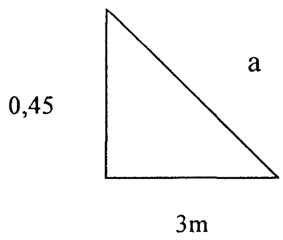
Considere a **primeira posição** do telhado cujo vão é na lateral da casa. Observe o esboço abaixo:

Pelo Teorema de Pitágoras temos,

$a^2 = 0,45^2 + 3^2$

$a^2 = 9,2025$

$a = 3,03m$



Neste caso, a perna do telhado mede 3,03m de comprimento.

Para descobrir a área do telhado basta calcular o produto entre a perna do telhado e a frente da casa e multiplicar por 2, porque o telhado é de duas águas.

$A = 3,03 \cdot 10 \cdot 2$

$A = 60,60 \text{ m}^2$

Calculando o peso temos,

$P = 60,60 \cdot 100$

$P = 6060 \text{ kg}$

Portanto, o peso do telhado é de 6060 kg.

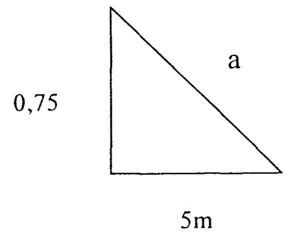
Agora considere a **segunda posição** do telhado cujo vão é na frente da casa. Observe o esboço abaixo:

Aplicando o Teorema de Pitágoras temos,

$a^2 = 0{,}75^2 + 5^2$

$a^2 = 25{,}5625$

$a = 5{,}05m$



Área do telhado: (neste caso, calcular o dobro do produto entre a hipotenusa e a lateral da casa)

$A = 5{,}05 \cdot 6 \cdot 2$

$A = 60{,}60m^2$

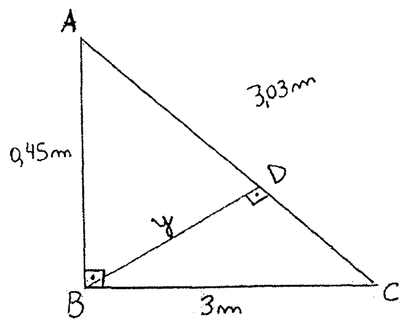
Peso do telhado:

$P = 60{,}60 \cdot 100$

$P = 6060$ kg

Conforme justificado no item anterior, note que o peso do telhado também é o mesmo para ambas posições utilizando a mesma telha cimento-amianto.

Se a escora também interceptar em 90 graus o caimento do telhado, então por meio de semelhança de triângulos pode-se calcular a medida do comprimento da escora. Observe:



O ΔABC é semelhante ao ΔBDC por AA (ângulo - ângulo), pois o ângulo B é congruente ao ângulo D e o ângulo C é comum.

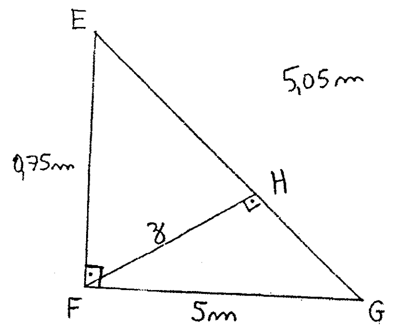
Logo: AB / BD = AC / BC

Assim: $0,45 / y = 3,03 / 3 \therefore y = 0,44m$

Somando comprimento do pendural, comprimento das duas escoras, comprimento das duas pernas e comprimento do vão, temos para a primeira posição do telhado : $0,44 + 0,44 + 0,45 + 3,03 + 3,03 + 6 = 13,39m$

Ou seja, serão necessárias 13,39m de madeira para construir uma tesoura em telhado de cimento-amianto na primeira posição.

Observe a **segunda posição** do telhado :



O ΔEFG é semelhante ao ΔFHG por AA (ângulo - ângulo), pois o ângulo F é congruente ao ângulo H e o ângulo G é comum.

Logo : EF / FH = EG / FG

Assim : $0,75/ z = 5,05/5 \therefore z = 0,74m$

Somando o comprimento do pendural, o comprimento das duas escoras, comprimento das duas pernas e comprimento do vão, temos para a segunda posição do telhado : $0,74 + 0,74 + 0,75 + 5,05 + 5,05 + 10 = 23,33m$

Ou seja, serão necessárias 23,33m de madeira para construir uma tesoura em telhado de cimento-amianto na segunda posição.

Comparando as duas posições vemos novamente que o diferencial de economia não existe, em se tratando da quantidade de telhas e madeira necessárias. O motivo é equivalente ao que acontece no telhado com telhas francesas. Ver página 15.

3. Qual dos telhados será mais leve e conseqüentemente implicará na economia com a fundação da casa?

O telhado mais leve é o que foi projetado com cimento-amianto, mas a diferença deste com o de telha francesa é relativamente pequena, uma diferença de 204 kg.

Sobre preço de telhas, sabemos que:

- Telha francesa custa R$ 360,00 o milheiro. São necessárias 15 telhas para cobrir o m².
- Telha de cimento – amianto do tipo 4mm de tamanho 0,50m por 2,44m custa R$ 5,90 cada.

4. Qual dos 4 telhados que temos sairá mais econômico?

Para a cobertura com telha francesa serão necessárias 62,64 m² de telha, aproximadamente 940 telhas francesas. Como cada telha custa 36 centavos, temos: $940 \cdot 0,36 =$ R$ 338,40.

Para a cobertura com cimento-amianto serão necessárias 60,60m² de telha. Como cada folha de cimento-amianto mede $2,44 \bullet 0,50 = 1,22m^2$, então serão utilizadas aproximadamente 50 folhas, gerando um custo de: $50 \bullet 5,90 =$ R$ 295,00.

Comparando os dois tipos de telha vemos que o mais econômico é o de cimento-amianto, uma economia de R$ 43,40.

5. Estamos quase prontos para determinar o telhado da nossa casa popular! É interessante analisarmos a qualidade dos materiais, que impacto o amianto pode causar no meio ambiente e na saúde dos que fazem a sua mineração, em quanto a leveza do telhado pode implicar em economia com a fundação da casa...Qual projeto de telhado você escolhe? Justifique:

Os alunos escolheram a primeira posição de telhado por considerarem mais bonita, uma vez que não há diferença na quantidade de madeira e telha na estrutura em relação à segunda posição. Mas os alunos poderiam ter escolhido a segunda posição do telhado onde o vão é na frente da casa, pela praticidade na hora de montá-lo, porque exigiria uma menor quantidade de tesouras para os pedreiros construírem.

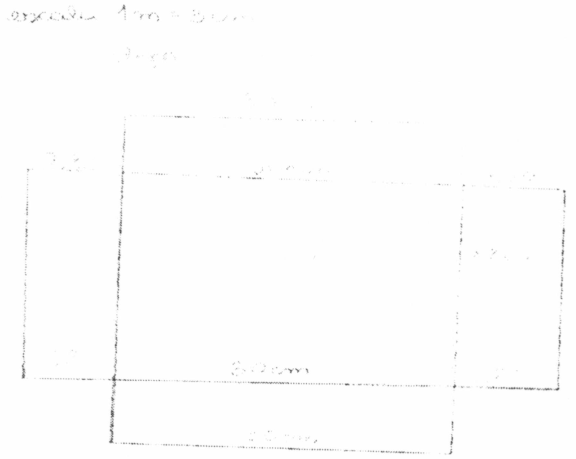
Sobre o tipo de telha, um dos grupos escolheu cimento-amianto. Justificaram por ser mais barato em relação ao custo da telha, por exigir um caimento menor que a francesa (logo as escoras e o pendural seriam ainda menores) e por ser um pouco mais leve o que torna a fundação da casa também um pouco mais econômica. Os outros grupos preferiram telha francesa. Justificaram por ser um material mais resistente em dias de chuva forte ou de granizo, que não esquentaria tanto no verão, maior durabilidade e não tem o problema que a mineração do amianto causa.

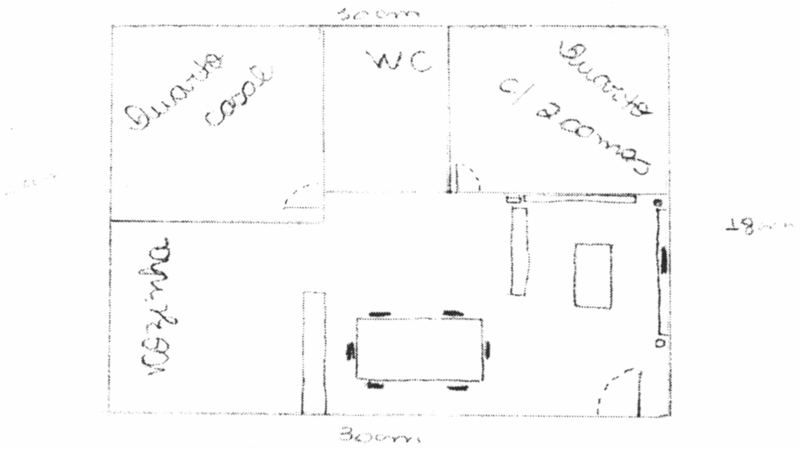
Para a confecção da maquete, abordou – se noções básicas de desenho geométrico, construções com régua e compasso, planificação e montagem de figuras tridimensionais: prisma e pirâmide. As casas foram montadas como um prisma retangular sem a base de cima, a fim de permitir a visualização do seu interior ao se levantar o telhado. O tempo destinado para esta atividade foi extrapolado e nem todas as equipes conseguiram planificar e montar o telhado, o que foi uma pena. As casinhas ficaram lindas e expressavam a vitória de todos na conclusão do projeto. Observe:

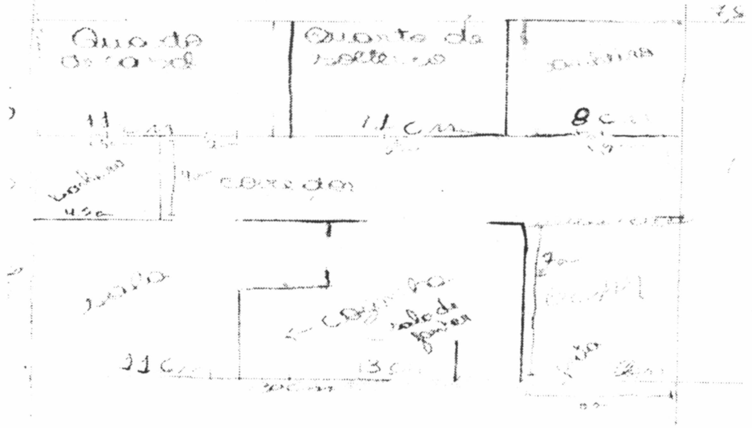
1.5 ETAPA 3 – CONFECÇÃO DA MAQUETE

1. Construção da maquete da Casa Popular de acordo com o projeto elaborado e pé direito de 2,60m. Informe qual a escala que vai adotar e use o espaço abaixo para fazer os cálculos proporcionais das medidas da casa. Material livre.

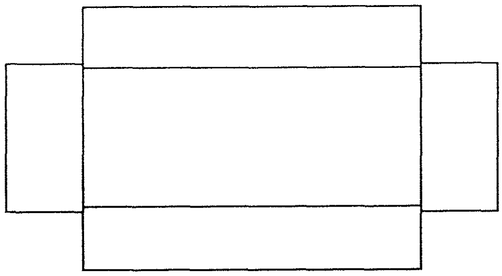
Observe alguns exemplos da planta construída pelos alunos com as divisões internas da casa:




WC
Quarto casal

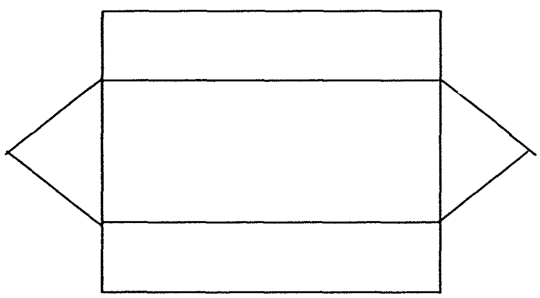

Quarto de casal
Quarto de solteiro
corredor

Através do esboço abaixo, temos representado a planificação da casa. Os alunos planificaram a casa em forma de um prisma de base retangular sem a face superior para que fosse possível, ao levantar o telhado, enxergar as divisões internas da casa.

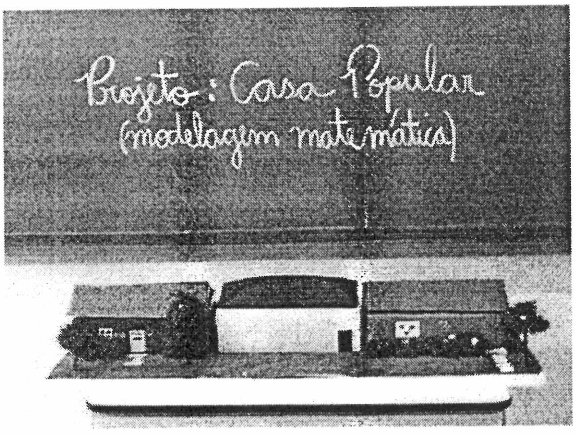


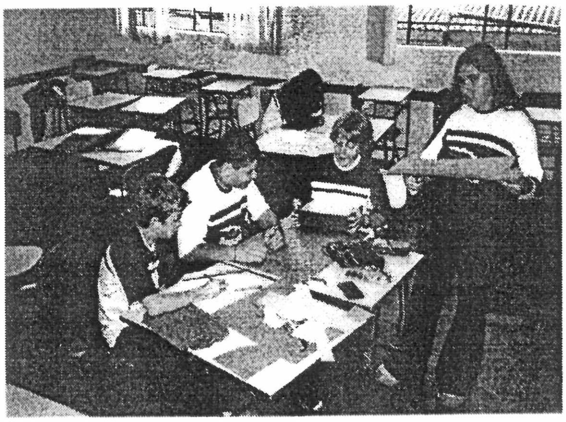
A maioria dos alunos escolheu usar escala 1m por 3 cm. Assim, a maquete da casa teve as seguintes dimensões: 30cm de comprimento, 18cm de largura e 7,8cm de altura.

Para a maquete do telhado os alunos planificaram um prisma de base triangular e utilizando a mesma escala calcularam as seguintes dimensões: 30cm de comprimento, 18cm de largura e 2,7cm de altura. (considere o prisma com a face lateral maior apoiada sobre a casa). Veja esboço a seguir:



Abaixo, o registro da terceira etapa do Projeto Casa Popular reaplicada em 2005 com alunos voluntários da 7ª série do Colégio e Faculdades Bagozzi.


Projeto: Casa Popular
(modelagem matemática)



1.6 REFLEXÕES SOBRE O PROCESSO

Os alunos participaram de forma séria e responsável. Sofremos três desistências na segunda aula mas os alunos, que permaneceram até o final, concluíram o projeto sem faltar nenhuma das atividades direcionadas. Pode-se notar no vídeo a relação de companheirismo e parceria entre professoras e alunos. Graças ao espírito de união e ajuda mútua, o grupo obteve sucesso atingindo o objetivo proposto e fortalecendo os laços de amizade.

As professoras agiram como mediadoras na interpretação arquitetônica da casa e nas resoluções matemáticas, atendendo às dificuldades particulares de cada grupo. As dificuldades mais comuns foram desde saber efetuar uma divisão com decimais, construir um ângulo reto, até a visualização geométrica do teorema de Pitágoras no telhado.

No teste diagnóstico havia um problema para ser resolvido com a aplicação do Teorema de Pitágoras, em particular uma aluna esqueceu de elevar a hipotenusa ao quadrado. Ao projetar o telhado ela percebeu que, sem elevar a hipotenusa ao quadrado, o valor encontrado para a dimensão do telhado erguida sobre o vão da casa seria um absurdo. Para verificar isto foi proposto que ela desenhasse o triângulo retângulo com as medidas calculadas sem a correção do erro e notar como o triângulo não fecharia. A partir desta aula, a aluna se mostrou mais atenta, procurando buscar sentido nos resultados que achava e a perceber sozinha qual o erro matemático cometido no desenvolvimento dos seus cálculos e dos colegas do grupo.

Através da atividade do telhado os alunos puderam testar sua capacidade de localização espacial e abstração geométrica, o que é visível de notar nos gestos e esboços desenhados de um dos alunos para explicar à professora como ficaria o caimento do telhado em cada vão da casa.

A calculadora era utilizada como ferramenta para acelerar a execução do Projeto, uma vez que o objetivo não era o simples aprendizado operacional de contas. Foi uma oportunidade para os alunos perceberem que uma calculadora nas mãos torna-se um instrumento sem valor, se não há a construção do conhecimento matemático para saber interpretar problemas e quando aplicar as quatro operações.

Um dos grupos quis ilustrar a porta na maquete e isso foi uma situação inesperada e ao mesmo tempo engraçada. Eles precisavam das medidas de uma porta, mas como não havíamos pensado nisso, não tínhamos nas mãos as medidas originais de uma porta. Decidimos, então, medir a porta da sala de aula para adotar no projeto. Só quando fomos tirar as medidas dela é que nos demos conta de que a porta da sala de aula era quase a altura do pé-direito que tinha sido utilizada na casa (2,60m de altura). Como resolver este problema? Medimos com muito esforço o pé-direito da sala de aula da Reitoria e através de uma regra de três os alunos calcularam a altura de uma porta proporcional ao pé-direito da casa popular.

O projeto também oportunizou aos alunos o saber trabalhar em grupo e fortalecer o espírito da boa liderança, ilustrado no vídeo por outra aluna que se destacou na interpretação e resolução do projeto passando a contribuir como mediadora no seu grupo.

Em particular, através do projeto pudemos experimentar uma profissão diferente de nosso dia – a – dia e com isso sair um pouquinho da rotina vivenciando o desafio das outras áreas.

No último dia, uma das alunas comentou de forma espontânea, que queria voltar na próxima segunda-feira porque ia sentir falta das nossas aulas e que não gostaria de ter de encerrar o Projeto. Nesse momento senti a satisfação de ter realizado um trabalho que eu havia sonhado desde as aulas de Metodologia da Matemática. As palavras que ficaram registradas eram de emoção por finalmente estar sendo “levantada as paredes da casa”, a representação do esforço de uma equipe que planejou cada detalhe desde a escolha das medidas da casa até o último traço dobrado na maquete.

Depoimento coletado das pessoas envolvidas no Projeto:

- Achei muito legal, adorei, foi uma experiência nova na minha vida, aprendi mais um pouco de Matemática de um jeito muito interessante. Eu esperava que fosse ser legal, mas foi bem mais legal, eu adorei. (aluna)
- Achei que foi legal, uma pena que acabou, foi muito pouco tempo. O último dia parece que está sendo o mais legal de todos. (aluno)

- Valeu a pena todo nosso esforço, o que nós tínhamos planejado conseguimos alcançar, graças a dedicação de todos, de toda essa turma. (professora)

Na confraternização, os alunos entregaram uma flor para cada professora com um cartão que dizia: "Nunca em tão pouco tempo, alguém se tornou tão importante para mim. Te adoro!". Com bolo e refrigerante, comemoramos a vitória do nosso Projeto e desejamos sucesso e felicidades uns aos outros.

Passadas duas semanas, nós professoras visitamos a Escola Estadual Arnaldo Busatto e por meio de um mural divulgamos a aplicação do projeto Casa Popular para a comunidade educativa local, ocasião em que os alunos foram submetidos individualmente a um novo teste diagnóstico para verificar a apreensão dos conteúdos abordados no projeto. Foi possível observar que os alunos diminuíram os erros de cálculo e principalmente, identificaram melhor quais os conteúdos que deviam ser aplicados aos problemas nesse segundo teste. Mas alguns alunos demonstraram uma certa dificuldade de relacionar o tipo de problema que trabalharam no projeto com exercícios de outro contexto e até de estilo tradicional colocados no teste.

Em especial, o Projeto proporcionou a construção de valores e a recuperação de pré-requisitos matemáticos. Os alunos se comprometeram com o planejamento da Casa e para concretizar a façanha buscaram superar suas resistências com a Matemática e aprimorar capacidades. Assim, movidos pelo prazer de estarem vivenciando uma situação diferente da rotina de sala de aula, os alunos recuperaram a auto-estima para aprender Matemática e despertaram o gosto pela disciplina.

2 TEÓRICOS REPRESENTATIVOS DA MODELAGEM MATEMÁTICA

2.1 OLE SKOVSMOSE

Ole Skovsmose é um dos colaboradores que se destacam no empenho pelo desenvolvimento da Educação Matemática Crítica, movimento que vem se deflagrando a partir da década de 80.

Seus principais questionamentos referem – se aos aspectos políticos da Educação Matemática, demonstrando como ela pode tornar-se uma ferramenta capaz de domesticar cidadãos para uma atitude funcional às questões tecnológicas ou formar para a democracia.

Segundo ele, a Educação Matemática montada como está apenas favorece os interesses políticos e econômicos dominantes, além de preparar para a dimensão tecnológica, acaba definindo quem vai gerenciar o conhecimento tecnológico e quem vai serví-lo.

O axioma básico da Educação Crítica sugere que o papel da educação não seja a reprodução passiva de relações sociais existentes e de relações de poder. A educação deve ser um meio paralelo ao de outras forças sociais críticas capaz de identificar e combater as disparidades sociais. Partindo desse pensamento, a Educação Matemática Crítica procura revelar os princípios de estruturação dominantes do currículo oculto da Matemática como históricos e acidentais, a fim de desenvolver uma filosofia da tecnologia que possa gerenciar e interpretar a educação tecnológica, tornando a educação matemática numa educação crítica e conseqüentemente voltada para uma perspectiva democrática.

Skovsmose entende democracia como meio de controle social que vai além da distribuição de direitos e deveres na sociedade. Tem a ver com a existência de uma competência para julgar se os resultados e as conseqüências de governar são aceitáveis. Isso significa, que *competência democrática é uma característica socialmente desenvolvida da competência que as pessoas a serem governadas devem possuir, de modo que possam ser capazes de julgar os atos das pessoas encarregadas de governar.* (Skovsmose, 2001, p. 56)

A competência democrática não pode ser constituída apenas por certas atitudes democráticas, está intimamente ligada à forma dialógica da produção do conhecimento com a analise do objeto do conhecimento reflexivo. É de grande importância que essa alquimia seja experenciada na fase escolar, enquanto os alunos aprendem os conteúdos, se queremos garantir o desenvolvimento de uma competência democrática necessária à vida democrática.

Segundo Skovsmose (2001), uma sugestão para que esta prática se apresente em sala de aula é o trabalho com modelagem matemática. Para que os alunos possam concluir um projeto com modelagem matemática, eles precisam utilizar uma competência que se aproxima da competência democrática. Por necessidade própria, a modelagem matemática instiga o desenvolvimento da autonomia do pensamento ao exigir mesclar, interpretar e validar uma série de atividades intelectuais em conjunto, levando o aluno à prática reflexiva das escolhas das estratégias de resolução e análise dos resultados alcançados, convidando-o a participar criticamente das tomadas de decisão no grupo. Esse comportamento vivenciado desde a fase escolar tem grandes chances de ser internalizado e assim estendido para outras formas de tratamento dentro da sociedade, abrindo campo para o desenvolvimento da competência democrática.

Desta forma, pode-se dizer que fazer modelagem matemática é uma maneira de inserir a competência democrática na sociedade, por se revelar uma oportunidade de ensaiar as habilidades e competências necessárias ao desenvolvimento de uma postura reflexiva com vistas à democracia.

2.2 JONEI CERQUEIRA BARBOSA

Tomando a noção de ambiente de aprendizagem estabelecido por Skovsmose (2000), podemos dizer que Modelagem Matemática é um ambiente de aprendizagem que se destaca dos demais por levar os alunos a questionarem situações através da Matemática sem procedimentos previamente fixados e com possibilidades diversas de encaminhamento (Barbosa, 2001).

Esta "abertura" no processo decorrido com a Modelagem Matemática favorece ações e discussões singulares diferenciadas de outros ambientes de aprendizagem, tal como o ensino tradicional por exemplo.

Por permitir a exploração de problematizações e investigações, a Modelagem Matemática desencadeia nos alunos a necessidade de se formular novas questões para destrinchar o problema inicial chamado tema gerador e investigar formas de resolvê-las. Nota-se que o ambiente é colocado aqui como "convite" aos alunos.

Uma atividade com Modelagem Matemática pode ultrapassar a simples aplicação de conhecimentos previamente adquiridos, possibilitando a construção de novos conhecimentos que nascem das situações sustentadas na realidade que vão surgindo naturalmente no contexto da atividade.

Portanto, seguindo o pensamento de Barbosa (2004), trata-se de um ambiente de aprendizagem onde os alunos são convidados a problematizar e investigar, por meio da Matemática, situações provenientes de outras áreas da realidade que não a Matemática por meio da Matemática.

Pode-se tomar por referência três níveis diferentes de fazer Modelagem: caso 1, trata-se de apresentar a situação – problema com as informações necessárias e suficientes para sua resolução, cabendo aos alunos apenas o processo de resolução. Caso 2, a situação – problema é apresentada tal que para seu desenvolvimento os alunos necessitam buscar e coletar dados fora da sala de aula realizando as devidas simplificações que ajudarão na resolução. Caso 3, o aluno participa em todas as etapas, formulando a situação – problema que necessita ou interessa ser resolvida. O grau de responsabilidade dos alunos é maior, são eles que providenciam a elaboração do problema, a coleta de dados, a simplificação necessária e a resolução. É importante mencionar que estes níveis de trabalho não são estanques, mas regiões de possibilidade por permitirem a reflexão da prática conduzindo caminhos para professores e alunos se envolverem em projetos com Modelagem Matemática de acordo com suas possibilidades, conhecimentos e preferências e as limitações oferecidas pelo contexto escolar.

Ao caracterizar Modelagem Matemática, torna-se insuficiente e quase imprópria de fazê-la somente em parâmetros da Matemática Aplicada. Existem diferenças contextuais que distinguem a prática escolar com o que é esperado dos matemáticos aplicados, visto em Matos e Carreira (1996).

Desenvolver uma atividade de Modelagem Matemática não significa recair necessariamente na elaboração de um modelo matemático[2]. Como exemplo, Biembengut (1994) relata a investigação realizada por alunos sobre o custo da construção de uma casa. Para desenvolver esta atividade, os alunos não construíram um modelo matemático propriamente dito, tal como entendem os matemáticos aplicados. Ou seja, não precisaram criar uma espécie de formulação capaz de gerar através desta o custo final da construção de uma casa, mas todo o processo investigativo com base na problematização gerou possibilidades para os próprios alunos resgatarem o significado de conteúdos matemáticos específicos da série.

A par disto, Barbosa (2001) sugere o papel da Modelagem Matemática dentro da perspectiva da Educação Matemática voltada no ciclo permanente da teoria – prática, o que tem provocado tentativas pela mudança da terminologia. Outros nomes, como Modelação, não se fortaleceram na Educação Matemática Brasileira. Para Barbosa (2001, p. 03), *o termo Modelagem continua sendo reconhecido pela comunidade, o que garante sua legitimidade*.

Os trabalhos brasileiros de Modelagem Matemática diferem do movimento internacional, por evidenciarem questões antropológicas, políticas e socioculturais partindo do contexto dos alunos e de seus interesses (Fiorentini, 1996). Ao partir do "interesse do grupo", a Modelagem Matemática viabiliza que o processo seja compartilhado por todos, tornando os alunos co-responsáveis pela aprendizagem e atribuindo nova postura ao professor: de mediador entre o conhecimento matemático elaborado e o conhecimento matemático do aluno (Burack, 2000).

Duas correntes predominam nas discussões internacionais sobre Modelagem: uma pragmática e uma científica.

A visão pragmática enfatiza a resolução de problemas aplicados, sugerindo remover do Currículo Escolar os conteúdos matemáticos que não são utilizados em outras áreas. Nesse sentido, a Modelagem é vista como processo de construção de modelos matemáticos.

---

[2] Modelo matemático, segundo Bassanezi (1994, p. 31), é quase sempre um sistema de equações ou inequações algébricas, diferenciais, integrais, etc., obtido através de relações estabelecidas entre as variáveis consideradas essenciais ao fenômeno sobre análise.

Já a corrente científica, valoriza a estrutura matemática como forma de estabelecer relações com outras áreas, partindo da própria matemática. Assim, a Modelagem é entendida como uma forma de introduzir novos conceitos.

É fácil perceber que a visão pragmática visa garantir o conhecimento tecnológico enquanto que a cientifica quer garantir o conhecimento matemático puro.

Mas onde fica o conhecimento reflexivo, levantado por Skovsmose (2001) se referindo à natureza dos modelos e os critérios utilizados em sua construção, aplicação e avaliação?

Encontra-se fundamentado numa terceira corrente, mais inovadora: a sócio-crítico. Aqui, *as atividades de modelagem são consideradas como oportunidades para explorar os papéis que a matemática desenvolve na sociedade contemporânea. Nem matemática nem modelagem são "fins", mas sim "meios" para questionar a realidade vivida* (Barbosa, 2001, p 04).

Em geral, segundo Barbosa (2001) os alunos não adquirem por conta própria o conhecimento reflexivo, cabendo ao professor promover este processo. Nesse sentido a Modelagem contribui, pois tem potencial para gerar algum nível de crítica.

Muitos trabalhos de Modelagem Matemática extrapolam, de acordo com Barbosa (2003), os limites que norteiam as perspectivas pragmática e cientifica por convidar os alunos a analisarem o papel da Matemática nas práticas sociais. Isto demonstra o que Skovsmose (2001) chama de conhecimento reflexivo, ou seja, capacidade de perceber as implicações geradas dos resultados matemáticos na sociedade, provenientes da resolução de situações – problema.

Muitos interesses são "ocultados" fiando-se na confiabilidade que as pessoas têm nos resultados matemáticos finais e ou se valendo da falta de intimidade que, em geral, a massa tem com a Matemática. É comum ouvir a seguinte expressão: os números não mentem, em contrapartida esquece-se que o que esta por trás dos números ou a forma como eles são manipulados faz a diferença.

Daí a importância de educar criticamente através da Matemática, do que simplesmente informar matematicamente. É graças à capacidade de analisar os argumentos matemáticos correntes nos debates locais ou gerais que potencializa a intervenção das pessoas nas tomadas de decisões coletivas.

É desta forma que a Modelagem Matemática, fundamentada na perspectiva sócio – crítico, visa contribuir para a construção de uma sociedade democrática, onde as pessoas possam participar de sua condução, se tornando capazes de intervir em debates baseados em dados matemáticos.

2.3 RODNEY BASSANEZI

Procurando encontrar caminhos para o desafio de pensar a unidade na multiplicidade, Rodney buscou desenvolver um modelo de educação menos alienado e mais comprometido com as realidades dos indivíduos na sociedade de forma que se pudesse lançar mão de instrumentos matemáticos inter-relacionados a outras áreas do conhecimento humano, evitando reproduzir modos de pensar estanques fracionados.

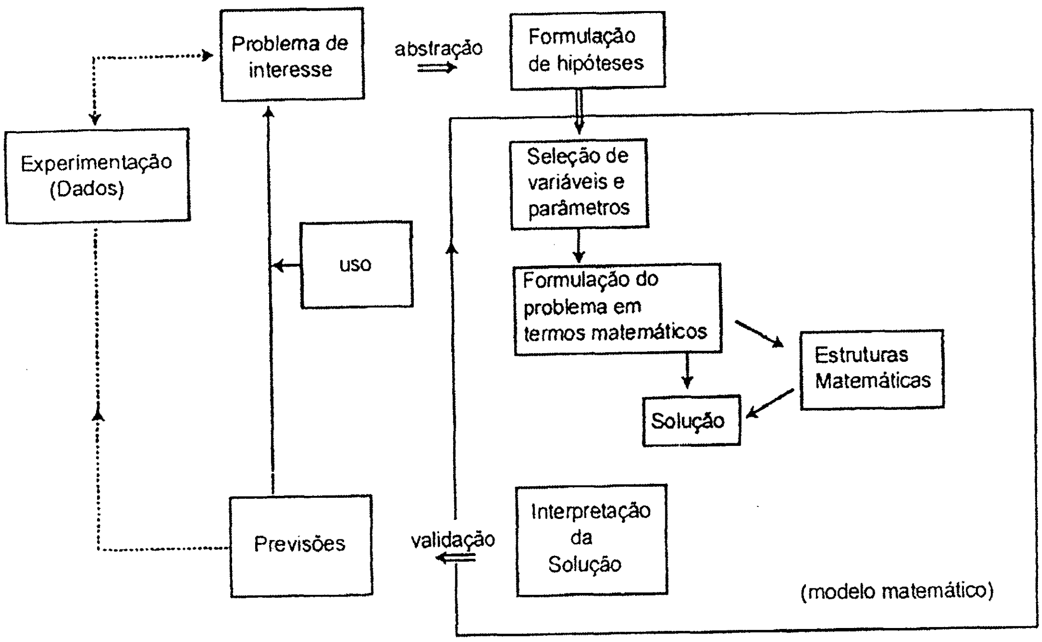
Para tanto, instituiu a modelagem como *a arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real,* apresentando-a como facilitadora da aprendizagem por combinar os aspectos lúdicos da matemática com seu potencial de aplicações bem como um método cientifico que prepara o indivíduo para assumir seu papel de cidadão. Para assegurar este pensamento, Rodney utiliza a Lei 4024 – 20/12/61 fazendo um parentesco com o fazer modelagem: *A educação inspirada nos princípios da liberdade e da solidariedade humana tem por fim o preparo do indivíduo e da sociedade para o domínio dos recursos científicos e tecnológicos que lhes permitem utilizar as possibilidades e vencer as dificuldades do meio.*

Assim, a modelagem matemática se constitui num processo que alia teoria e prática, motivando os agentes envolvidos na procura do entendimento da realidade que o cerca e na busca de meios para agir sobre ela e transformá-la.

Bassanezi se caracteriza por contribuir para o desenvolvimento da idéia da modelagem matemática, cujos pressupostos teóricos são mais indicados para serem colocados em prática no ensino-aprendizagem do 3º grau ou como instrumento facilitador da evolução de outras ciências e caminho para a solução de problemas reais que apareçam na sociedade.

Podemos dizer que a diferença maior entre o objetivo primeiro de fazer modelagem no 3º grau ou na escola é que no 3º grau, por Bassanezi (2002), a modelagem se apresenta como uma maneira estimulante para que professores e alunos desenvolvam suas próprias *habilidades de modeladores*, enquanto que na escola, segundo Guérios (2002), espera-se ao fazer modelagem proporcionar aos alunos e professores a *construção dos conhecimentos matemáticos ou pelo menos a atribuição de significado aos conteúdos matemáticos* vigentes na série.

Observe as atividades intelectuais da modelagem matemática simplificadas por Bassanezi, no esboço abaixo:



Problemas originais algumas vezes necessitam ser modelados dentro de uma teoria matemática ainda não desenvolvida. Desta forma, a tentativa por modelar uma situação inédita acaba levando ao desenvolvimento de um novo ramo da Matemática, contribuindo para a evolução da Ciência. Como exemplo, podemos citar a Teoria dos Jogos criada por Neumann (1944) para modelar situações de competição: econômica, política, biológica ou bélica. Também pode acontecer de técnicas e métodos matemáticos de uma teoria já utilizada se mostrarem insuficientes para a obtenção dos resultados esperados em um modelo, motivando assim o desenvolvimento contínuo da teoria matemática em questão, como vem acontecendo no caso das Equações Diferenciais.

O que garante a validade ou não de um modelo é o fato de saber intermediar argumentos matemáticos e argumentos na área do problema original, exigindo uma avaliação competente da questão sob os dois pontos de vista.

Bassanezi critica o sistema de ensino tradicional da Matemática, afirmando que ao invés de ensinar expondo o esquema: enunciado → demonstração → aplicação, poderíamos construir teoremas numa ordem inversa, a mesma que lhe deu origem, partindo de sua motivação (externa ou não à matemática), formulação e validação de hipóteses, novos questionamentos, finalizando na elaboração do enunciado.

A resistência ao uso da modelagem como metodologia de ensino e aprendizagem vem do fato dela não cumprir linearmente o programa escolar como acontece na forma obsoleta tratada em nossos currículos, vem da inércia dos estudantes para desenvolver a modelagem e da inexperiência de professores, problemas estes que segundo Bassanezi (2002), podem ser minorados quando modificamos o processo clássico de modelagem, levando-se em conta o momento de sistematização do conteúdo e utilizando uma analogia constante com outras situações problemas. *A modelagem no ensino é apenas uma estratégia de aprendizagem, onde o mais importante não é chegar imediatamente a um modelo bem sucedido mas, caminhar seguindo etapas onde o conteúdo matemático vai sendo sistematizado e aplicado. Com a modelagem o processo de ensino-aprendizagem não mais se dá no sentido único do professor para o aluno, mas como resultado da interação do aluno com o seu ambiente natural.* (Bassanezi, 2002, p. 38)

Neste caso, a modelagem enquanto metodologia de ensino – aprendizagem recebe o nome de Modelação Matemática (Modelagem Matemática em Educação). Na modelação o mais importante não é a validação do modelo e sim o processo utilizado e sua inserção no contexto sociocultural, onde a situação modelada e o fato de modelar são tratados como motivação para a construção dos conteúdos e técnicas da própria matemática; além de favorecer com as discussões sobre o tema escolhido na preparação do aluno como cidadão participativo na sociedade em que vive.

2.4 ETTIÈNE GUÉRIOS

Tive a feliz oportunidade de ser aluna da Professora Ettiène Guérios ainda na Licenciatura em Matemática. Com ela venho aprendendo e descobrindo novos pensares sobre a formação de professores e o seu exemplo de amor ao magistério inspira a paixão que manifesto pela minha profissão e pelos meus alunos.

Em particular, quero ressaltar sua contribuição para a fundamentação da modelagem matemática. Pensando em somar forças para a criação de um espaço que valorize a formação do professor tal que escola e universidade possam se integrar para repensar os problemas que emergem no sistema educativo, Guérios se integrou a um grupo de professores interessados na proposta para originar em 1985 o Laboratório de Matemática, Ciências Físicas e Biológicas do Departamento de Teoria e Prática de Ensino do Setor de Educação da Universidade Federal do Paraná, o qual está em atividade até os dias de hoje.

O sistema de organização e estruturação do Laboratório passa pela configuração de uma linha temática, donde *um grupo central permanente conduz o processo de composição metodológica ao qual, no decorrer dos anos, vão-se incorporando professores de escolas, alunos do ensino fundamental e médio, e alunos da disciplina de prática de ensino, conforme se vai construindo, aplicando experimentalmente, analisando, discutindo e desenvolvendo os projetos. Em relação continua e simultânea de pesquisa, teorização e pratica, as propostas das linhas temáticas foram se constituindo, permanecendo até os dias atuais.* (Guérios, 2002, p. 66)

Modelagem / Modelação Matemática é uma das linhas de ação iniciada em 1993 pelo Laboratório, na busca do desenvolvimento de uma teorização condizente as expectativas de sala de aula no ensino fundamental. Esta teorização parte da idéia de propor uma metodologia "*a qual respeite a rotina do professor no enfrentamento de seu cotidiano profissional e potencialize o natural movimento no interior da sala de aula, considerando-a contextualizada no mundo que a cerca" (Guérios, et al, prelo).* Neste sentido, o papel do aluno foi transformado de uma atitude passiva de resolvedor de exercícios para pesquisador, observador e analista do mundo matemático que o cerca, oportunizando experimentar e descobrir conhecimentos matemáticos por meio de investigações das situações por eles vivenciadas.

Da medida linear à medida cúbica – uma inter-relação entre os eixos "grandezas e medidas" e "espaço e forma", é uma das atividades desenvolvidas nessa linha de ação orientada por Guérios. Através deste projeto, pode – se perceber o caminhar que os professores envolvidos fizeram para criar uma teorização específica de modelagem compatível com as características dos alunos do ensino fundamental, onde a base do encaminhamento metodológico utilizado foi a problematização. Segundo Guérios (2001), a problematização desencadeia a organização das atividades didáticas de acordo com a necessidade de solucionar, através dos conhecimentos matemáticos, problemas que surgem naturalmente no contexto das situações norteadas pelo contrato didático.

Experiências como esta, possibilitaram aos participantes da linha de ação "modelagem / modelação matemática" perceber que os pressupostos estipulados pela modelagem matemática em nível de 3º grau não se adequam a realidade da sala de aula do ensino fundamental. Pelo fato de ainda estarem desenvolvendo conteúdos da matemática básica, os alunos do ensino fundamental não se utilizam de um conhecimento matemático cognitivo autônomo como é desencadeado em trabalhos com modelagem matemática no ensino superior. A diferença maior esta no objetivo que se pretende atingir utilizando o recurso da modelagem e é medida pela dimensão de intimidade com a matemática que faixa etária dos alunos permite ousar. No ensino superior, os alunos não estão preocupados em aprender novos conteúdos matemáticos e sim formas eficazes de resolver problemas reais e gerar modelo. No ensino fundamental, os alunos estão voltados para a construção dos conteúdos matemáticos que *a priori* os universitários já dominam. Isto não significa dizer que o professor do ensino fundamental não possa direcionar um projeto com modelagem para atingir níveis de conscientização e de critica, mas não pode ignorar que o desenrolar do processo de modelagem é naturalmente diferente de uma realidade de ensino para outro.

Em razão disso, Guérios chegou a seguinte conclusão em relação à postura do professor: *a nossa posição metodológica* ***não*** *é a de desenvolver atividades matemáticas para a obtenção de um modelo genérico,* ***mas sim,*** *é a de desencadear* *um processo de percepção associado a um continuo movimento intelectual concatenado, cuja conseqüência é a construção matemática conceitual pelo aluno. Neste sentido, a modelagem apresenta-se como estratégia para uma metodologia de ensino, que prioriza a atitude de pesquisa, a tomada de posição frente a problemas que emergem nas ações em desenvolvimento e a identificação de conceitos matemáticos que os resolvem, o que, evidentemente, lhes possibilita compreendê-los em sua essência e construí-los significativamente.* (Guérios, 2001,p. 34)

Podemos dizer que trata-se de uma diferença no foco: no ensino fundamental, através do princípio da modelagem como método, os alunos descobrem matemática enquanto no ensino superior os alunos se apropriam da matemática já descoberta para gerar modelo.

Alguém poderia perguntar: *se os alunos do ensino fundamental não constróem necessariamente um modelo, como dizer que estão fazendo modelagem?* Os alunos do ensino fundamental fazem modelagem dentro dos seus limites de possibilidade de alcance. Eles também percorrem todo um processo natural de pesquisa, analise de dados, problematizam e no momento de escolher a estratégia de resolução este torna – se o seu problema e o objetivo primeiro da proposta do projeto: momento de deflagrar um conteúdo matemático novo e construir seu significado para poder dar prosseguimento ao trabalho. No final eles não apresentarão um modelo propriamente dito, mas alcançarão alguma solução ou representação tendo feito todos os ensaios e erros que ocorrem em projetos com modelagem de ensino superior.

Assim, a prática com modelagem matemática no ensino fundamental concebida pelo Laboratório, baseia-se no seguinte roteiro: escolha do Tema Gerador, permeia a Questão Matriz (questão geral que delineia o tratamento do gerador com fins educacionais ou simplesmente de ensino), se desenvolve por meio de problematizações e resolução de problemas (desencadeia a organização das atividades didáticas pela evidencia da necessidade do conhecimento matemático para a superação dos problemas que emergem circunstancialmente: rompimento da linearidade curricular), donde surge a construção dos conceitos matemáticos que levam à solução da situação problematizada.

2.5 MARIA SALETT BIEMBENGUT

Maria Salett é uma das precursoras que contribuíram com o desenvolvimento e divulgação da idéia da modelagem matemática. Seus trabalhos iniciais contam desde 1986.

Chamando atenção para as dificuldades significativas ao se trabalhar com Modelagem Matemática, aponta que os obstáculos maiores estão na formação de professores e na falta de vivência do aluno em estudos dessa natureza. Professores normalmente não são formados em modelagem, tampouco há utilização deste processo no ensino formal. Embora nas duas últimas décadas, cursos de formação continuada têm valorizado cada vez mais o conhecimento desta metodologia. Quanto aos alunos, passaram sua vida escolar nos moldes do ensino tradicional, por isso têm dificuldades em fazer fluir as atividades intelectuais contidas na modelagem resistindo ao empenho de um maior esforço matemático.

Na página 34 da biografia que estou pesquisando, Biembengut escreve: *elabore uma ou mais questões cuja formulação / resolução (de cada uma)* ***conduza*** *ao conteúdo matemático que* ***quer ensinar,*** se referindo ao processo que o professor deva conduzir ao planejar um projeto com Modelagem Matemática. Interpretando esta orientação dentro do princípio da Modelagem Matemática, vemos que o conteúdo matemático que se quer ensinar só deve aparecer num projeto de Modelagem Matemática se naturalmente, ou seja, só deve aparecer se houver necessidade real para o projeto e não por indução ou manipulação da situação porque simplesmente desejamos ensiná – lo. No processo, uma questão deve estar implicada na outra de modo que a problematização aconteça visando a resolução da questão matriz. Por isso, é que para assegurar fidelidade à Modelagem Matemática como ela é, o problema deve ser real tomado em cima de condições reais tal como sugere Barbosa.

O que se pode fazer é sondar que conteúdos matemáticos aparecem em temas e projetos e escolher aquele que do seu contexto fará surgir naturalmente o conteúdo que se interessa ensinar. É mais aproximável da idéia de Modelagem trocar de projeto na hora da escolha do que induzir o surgimento de um conteúdo matemático fora da realidade do projeto.

Mesmo que o professor não tenha na mão um projeto que contemple o conteúdo da série, ainda assim é válido aplicá-lo paralelamente ao ensino para contemplar o desenvolvimento da capacidade democrática mencionada por Skovsmose e o movimento de atividades intelectuais inerentes à modelagem esboçadas por Bassanezi.

Portanto, elaborar uma ou mais questões cuja formulação / resolução (de cada uma) conduza ao conteúdo matemático que se quer ensinar, é estratégico desde que a abordagem do conteúdo matemático no projeto esteja justificada dentro do princípio da Modelagem Matemática, sondado previamente o surgimento natural e a necessidade de tal conteúdo na seqüência da resolução do processo. De fato segui a orientação de Biembengut quando percebi que depararíamos com o Teorema de Pitágoras no contexto do Projeto Casa Popular. Para ir mediando os alunos a extraírem este conteúdo, perguntei quanto ia pesar o telhado. Assim os alunos, com base nos dados coletados, tiveram que calcular primeiro a sua área e para isso precisaram encontrar o comprimento da perna do telhado, que é justamente o comprimento da hipotenusa do triângulo retângulo perpendicular à linha. Sem utilizar o Teorema de Pitágoras para gerar novos dados, os alunos não teriam descoberto qual telhado seria mais leve e que implicaria na economia com fundação da casa e na descoberta da quantidade de telhas necessárias para formar o telhado. Fiz o que Biembengut orientou para um conteúdo que além de querer ensinar também se fez necessário no projeto.

3 INTERPRETANDO O PROJETO CASA POPULAR

Sobre o teor matemático das questões envolvidas no Projeto, o conceito de desigualdades poderia ter sido explorado para determinar o limite que a largura e o comprimento da casa poderiam atingir dentro das restrições reais de construção mencionadas. Por exemplo: as dimensões da Casa B (página 04) poderiam ter sido representadas assim: considerando x a largura da casa e y o comprimento, temos que $x \leq 8{,}5m$ e $y \leq 12m$, tal que $xy = 60m^2$. Sobre a utilização de funções do 1° grau na construção de telhados, não era necessário mas foi interessante para mostrar aos alunos que função tem a ver com alguma relação existente entre grandezas, neste caso a altura do telhado acontece em função do tamanho do meio vão e do caimento que o tipo da telha sugere. Ainda sobre esta questão, se o x tivesse mais variações e se tivéssemos acesso a um laboratório de informática, poderíamos economizar o trabalho braçal de cálculo carregando o computador ou uma calculadora HP com a função deduzida e apenas substituindo x teríamos tais valores correspondentes plotados por meio dela. Daí os alunos veriam a facilidade de se utilizar funções para conseguir vários resultados de um mesmo contexto matemático.

Confrontando o Projeto com a teoria de modelagem matemática citada, vejo que o projeto se aproxima da idéia libertária de Skovsmose. Em todo o momento os alunos precisam se ajudar mutuamente para que algum resultado efetivo apareça, se não dá certo trocam idéias, refletem novas maneiras e testam. Também percebem que se uma pessoa do grupo não participar o trabalho fica comprometido, mas a própria situação de cooperação e solidariedade é mais forte e ele acaba sendo instigado e desafiado a atuar.

O fato dos alunos **projetarem** uma casa dentro de **normas da Prefeitura** indica o principio básico da Modelagem Matemática. Projetar matematicamente sobre a realidade por meio de informações verídicas, sem aproximações desprovidas de sentido matemático, ou seja: sem aproximar medidas ou até mesmo mudar medidas obtidas por medição real apenas para facilitar cálculos. Exige esforço matemático por não ser hipotético, oportunizando que os conteúdos matemáticos escolares sejam trabalhados conceitualmente. No hipotético nem sempre há problemas reais onde a verdade não seja maquiada, priorizando treinar os conteúdos matemáticos algebricamente.

Para construir a planta da casa popular os alunos tiveram que gerar novos dados, outro principio da modelagem matemática. As dimensões da casa não foram informadas, apenas foi indicado o terreno disponível para a obra e foi preciso descobrir qual a porcentagem da área deste terreno permitida a ser construída. Calculado isto, os alunos sugeriram algumas dimensões que refletissem esta área permitida. Das dimensões geradas para a casa, todas davam a mesma área mas com perímetros diferentes. Qual vantagem os alunos poderiam tirar disto? Economia com material de construção e com acabamento, por exemplo rodapé. Para direcioná-los a pensar nesta idéia, concordância com Biembengut sobre o modo de conduzir o processo, pergunto na página 05: *qual conceito matemático pode mostrar qual das casas terá maior economia na hora de levantar as paredes?* A modalidade da pergunta motivou os alunos a somarem os lados de cada casa separadamente, comparar as somas, construir a idéia deste conceito em questão, saber que se chama perímetro e que é de natureza diferente do outro conceito área. Eles perceberam que a casa com menor perímetro gastará entre outros, menor quantidade de rodapé e isto é bom para o objetivo do projeto porque trata-se de uma casa popular. Portanto, os alunos não escolheram aleatoriamente uma das casas e sim, fundados num conceito matemático capaz de demonstrar a validade dos novos dados gerados, atuaram sobre a realidade escolhendo a casa com as dimensões que melhor respondiam à necessidade do projeto.

A visita do arquiteto Laércio introduz coleta de novos dados reais que estavam faltando para desencadear a construção do telhado e faz alusão ao conhecimento reflexivo sugerido por Skovsmose. Na página 07, há uma discussão sobre o interesse oculto na disseminação do uso da telha de cimento-amianto, mais utilizada em todo o mundo, o que instigou os alunos a pensarem criticamente sobre os efeitos gerados pelas circunstâncias políticas e econômicas na sociedade.

Na escolha da melhor configuração para o telhado, os alunos intermediaram argumentos matemáticos, ambientais e econômicos exigindo capacidade democrática dos grupos para avaliar de modo competente a questão sob pontos de vista persistentes, tal como mencionam Bassanezi e Skovsmose.

O teorema de Pitágoras apareceu naturalmente no contexto da construção do telhado ao perguntar aos alunos qual seria o peso estimado. Sabendo que o m^2 da estrutura com telha francesa é 100 kg, foi preciso calcular quantos m^2 de telha seriam necessárias para fazer a cobertura da casa, ou seja, calcular o dobro do produto entre o comprimento do lado da casa (que não serviu de vão) pelo comprimento da perna do telhado (hipotenusa do triângulo retângulo perpendicular ao vão). Mas o comprimento da hipotenusa não era conhecido, apenas a altura do telhado e o comprimento do meio vão, daí a necessidade de aplicar o teorema de Pitágoras para poder responder a pergunta inicial do problema. Aqui aconteceu algo interessante sobre a evolução matemática do projeto. Quando percebe-se onde está o erro é sinal de que se está aprendendo e perceber absurdos no desenvolvimento do processo faz parte do aprimoramento da autonomia do pensamento matemático que leva à própria aprendizagem da Matemática. Fato que pode ser observado na falha da fórmula do Teorema de Pitágoras por uma aluna no teste diagnóstica e que está registrado na página 22. Ao querer repetir o mesmo erro na construção do telhado, ela percebeu o sentido matemático da cena e reagiu matematicamente frente ao erro encontrado, não continuou o processo sem verificar a validade do "modelo" efetuando uma atividade intelectual da própria Modelagem Matemática dentre outras atividades esboçadas por Bassanezi.

Por tudo isto pode-se dizer que o desenvolvimento do projeto criou um ambiente de aprendizagem onde tornou-se crucial a pesquisa e coleta de dados, a problematização, a análise crítica das estratégias de resolução e a validação das soluções encontradas, de um problema real em cima de fatos reais. Podemos assim dizer que o ambiente de aprendizagem gerado pelo projeto é o mesmo sugerido por Barbosa quanto ao fazer Modelagem Matemática e vem de encontro com a postura do professor no sentido de desencadear um processo de percepção concatenado, cuja a conseqüência é a construção matemática conceitual pelo aluno, estabelecido por Guérios.

Pensando nos três níveis de Modelagem Matemática estabelecidos como áreas de referência de trabalho por Barbosa, podemos fazer um comparativo com o Projeto e classificar a primeira e segunda etapas como uma composição do Caso 1 e

Caso 2 por ter exigido coleta de dados e alguma participação dos alunos na simplificação do problema, cabendo a eles a resolução de todo o processo. Já a terceira etapa abrangeu o Caso 3 porque os próprios alunos tiveram que problematizar a situação de como planificar e construir a maquete da casa, simplificando o problema para desencadear a resolução.

O fato de ter transferido aos alunos maior participação e responsabilidade na terceira etapa do Projeto, atrasou algumas equipes que não conseguiram concluir a construção da maquete do telhado dentro do tempo que foi disponibilizado, o qual foi erroneamente tomado por base no tempo que os alunos gastariam para trabalhar na primeira e segunda etapas, sendo insuficiente por exigir na terceira etapa maior esforço matemático dos alunos, não de resolução mas de encaminhamento e organização do processo. Dificuldade aceitável porque o ensino tradicional de nossas escolas normalmente não desenvolve esta capacidade nos alunos o que é um diferencial da modelagem matemática que tem estrutura para gerar participação ativa e crítica. Para constar, mais duas aulas e os alunos teriam conseguido terminar a confecção da maquete com folga, mesmo porque alguns demonstravam pouca intimidade com desenho geométrico. Este fato vem ilustrar um dos obstáculos encontrados ao se trabalhar com Modelagem Matemática no que tange à postura do aluno, mencionado por Biembengut.

4 O QUE FICOU DA EXPERIÊNCIA VIVENCiADA COM O PROJETO CASA POPULAR NA FORMAÇÃO DESTA PROFESSORA AUTORA: "MINHA HISTÓRIA COM A MODELAGEM MATEMÁTICA"

Foi através da disciplina de Metodologia Matemática, oferecida pelo Departamento de Teoria e Prática de Ensino em Matemática da UFPR, que tomei contato pela primeira vez com diferentes possibilidades metodológicas para o ensino de matemática, dentre as quais me chamou atenção a Modelagem Matemática.

Por quê? Por ser uma metodologia que rompe com a inércia do cotidiano de sala de aula, extremamente participativa pelos alunos na construção dos conhecimentos e significados matemáticos e por especialmente conceder liberdade para criar, desde diferentes caminhos de organização e resolução de problemas até mesmo na escolha do próprio problema.

Desenvolver a potencialidade do aluno para manejar situações reais, que se apresentam a cada momento, de maneira distinta é um desafio da modelagem matemática. Segundo D' Ambrosio (1998), não se obtém isso com a simples capacidade de fazer contas nem mesmo com a habilidade de solucionar problemas que são apresentados aos alunos de forma arranjada, desprovidos de sentido. A capacidade de manejar situações novas, reais, pode muito bem ser alcançada mediante modelagem e formulação de problemas, que infelizmente ainda não estão presentes em nossos currículos.

Graças à linha de ação Modelagem / Modelação Matemática incorporada pelo Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática e Ciências Físicas e Biológicas da UFPR, a comunidade educativa tem um espaço para inovar e reciclar procedimentos didáticos construindo seu próprio referencial teórico, desde 1991.

Foi neste meio, de pesquisa por uma teorização para a modelagem matemática mais aproximada à rotina de professores do ensino fundamental tal que a construção matemática conceitual tivesse participação direta dos alunos, que comecei a construir muito da minha bagagem matemática educativa.

Como bolsista do Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática e Ciências Físicas e Biológicas do Departamento de Teoria e Prática de Ensino do Setor de Educação, pude sentir, em alguns trabalhos com modelagem que observei, o quanto os alunos são instigados a internalizar circunstâncias experenciadas, realizar atividades práticas e construir significado para os conceitos matemáticos. Percebi também o quanto é gostoso aprender sonhando, porque os alunos passam a sonhar com a construção de sua obra e se empenham coletivamente para transpor todos os obstáculos naturais que aparecem durante a execução do trabalho. Dessa forma, para vencer esses obstáculos eles vão fazendo e descobrindo Matemática, que ao meu ver é do jeito mais bonito e empolgante.

Outro detalhe, é que uma mesma proposta de trabalho com os mesmos procedimentos didáticos, ainda assim pode abranger vivências e resultados diferentes de uma turma de alunos para outra, porque cada turma está inserida num contexto histórico com a Matemática e com a realidade particular sua e a modelagem valoriza os momentos de cada um.

Toda essa minha paixão pela modelagem matemática nasceu a partir do momento que conheci o Projeto Jardim Botânico orientado pela professora Ettiène Guérios. Nele, os alunos foram convidados a confeccionar a maquete do Jardim Botânico passando por todos os procedimentos metodológicos necessários desde o reconhecimento do local e a coleta de dados, formação do croqui, desenvolvimento da planta até o resultado final: a construção da maquete. Lembro-me bem de comentar com os colegas do curso de Licenciatura em Matemática o quanto eu gostaria de que algum professor de matemática tivesse feito comigo um projeto semelhante quando eu ainda estava na fase escolar.

Não tive a oportunidade de participar de um projeto de modelagem matemática como aluna no ensino fundamental, mas como professora quero muito proporcionar esta vivência para meus alunos.

Foi então que durante a disciplina de Prática de Ensino em Matemática a Profª Tânia Zimer me propôs estagiar desenvolvendo um projeto com alguma metodologia inovadora desenvolvida pelo Laboratório. Era costume dos professores da disciplina de Prática de Ensino e Estágio supervisionado de Matemática, possibilitar aos alunos do curso de Licenciatura em Matemática que já atuavam em sala de aula estagiar com projetos de pesquisa.

Havia mais duas colegas que também atuavam como professoras de Matemática do Ensino Fundamental e foi com as queridas Zuleika e Alessandra que pude desenvolver pela primeira vez um projeto de modelagem matemática seguindo o encaminhamento desenvolvido pelo laboratório com a orientação da Profª Tânia Zimer. Nosso referencial era o Projeto Jardim Botânico. Assim, pensamos numa casa popular como local físico para escolher por tema gerador. Nossa questão matriz foi a confecção da maquete de uma casa popular. Aqui, fizemos algo diferente do projeto Jardim Botânico, não trouxemos o local físico para dentro da sala de aula da mesma forma, ou seja, os alunos não visitaram uma casa para coletar suas medidas e ir problematizando até o ponto de reproduzí – la. Os alunos criaram uma casa dentro de algumas condições reais, utilizando problematizações até configurar uma planta que pudesse ser transformada em maquete, conforme mencionado no capítulo 1.

Essa experiência influenciou fortemente minha maneira de ser como professora. Procurava fazer das minhas aulas mais investigativas e dialogadas com os alunos. Por conhecer metodologias mais capazes de potencializar o aprendizado, me sentia responsável por fugir do trivial, pensava: *eu sei que meus alunos podem se banhar em mares mais profundos, eles não tem porquê ficar margeando um pensamento que limita.*

A problematização e a contextualização (bases da Modelagem Matemática) sempre foram as alternativas buscadas para romper com as aulas tradicionais sem para isso ferir o tempo do planejamento do bimestre. Metodologias que procurei aplicar inclusive nas minhas aulas de Cálculo Diferencial e Integral A, oferecida pelo Departamento de Matemática da UFPR para o curso de Engenharia Civil. Esta turma era de alunos dependentes que estavam fazendo a disciplina pela segunda ou terceira vez. Lembro – me que o interesse da turma aumentou (principalmente do pessoal do fundão) quando precisei recapitular o Teorema de Pitágoras, necessário para demonstrar a fórmula da distância entre dois pontos, que adaptei do Projeto Casa Popular. Como eles eram estudantes de Civil e alguns até já estagiavam na área, então acharam interessante e mais próximo de suas realidades. Desde então procurei fazer algumas aulas contextualizadas e por meio de questionamentos levá-los a deduzir e generalizar alguns conteúdos da disciplina. Para mim foi um grande desafio e às vezes as minhas idéias se chocavam com a idéia de ensino de algum colega ou outro do Departamento de Matemática. De tudo o que percebi é que os alunos acharam minhas aulas didáticas e a freqüência foi mantida ao longo de todo o semestre que lecionei para eles.

Ao longo desses 10 anos de carreira no Magistério atuando como Professora de Matemática no Ensino Fundamental, Bolsista no Laboratório, Professora Substituta do Departamento de Matemática da UFPR, participante de congressos de Educação Matemática; pude reunir um acervo rico sobre a Modelagem Matemática que sempre foi para mim o caminho mais sedutor para uma aula de Matemática.

Pensar na história que construí com a Modelagem Matemática escrevendo carinhosamente esta monografia, me fez aprender mais e a querer ser colaboradora com o desenvolvimento desta impulsionadora metodologia capaz de abrir novos horizontes à prática educativa elevando o saber. Só aumentou ainda mais a vontade de querer aprender e ensinar.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Sair da "fôrma" e encontrar a "forma".

O Projeto Casa Popular vem sendo desenvolvido por mim desde 1999, último ano da minha graduação em Licenciatura Matemática. Sua primeira aplicação foi apresentada neste estudo para gerar uma discussão sobre o desenrolar da Modelagem Matemática enquanto metodologia de ensino e aprendizagem de matemática no ensino fundamental.

No segundo capítulo foi realizado um levantamento bibliográfico da Modelagem Matemática o qual serviu de base teórica na analise do Projeto Casa Popular. Notou-se uma aproximação com a idéia de modelagem concebida por Barbosa e Guérios quanto ao desenvolvimento do processo por se constituir um projeto que mesclou em alguns momentos uma ou mais regiões de possibilidade do fazer modelagem e por incitar nos alunos uma postura participativa desencadeada pela problematização levando a construção de conhecimentos e significados matemáticos pelos próprios alunos. O principio básico que norteou a elaboração do Projeto Casa Popular foi gerá-lo com referência na realidade. Em nenhum momento fez – se menção ao hipotético para tentar formatar o processo de ensino, tal como ocorre nos moldes tradicionais matemáticos, característica que os teóricos apresentados neste estudo sugerem como condição primeira para desenvolver um projeto em Modelagem Matemática. De fato, construir a planta de uma casa para ocupar um terreno de $120m^2$ de acordo com normas reais da Prefeitura de Curitiba visando planejar um estilo de casa e telhado capazes de gerar economia com materiais de construção e acabamento, permitiu a produção do conhecimento matemático de forma reflexiva e evidenciou a prática da capacidade democrática sugerida por Ole Skovsmose.

Assim como retrata Bassanezi, notamos na aplicação do projeto Casa Popular que ao fazer Modelagem Matemática acontece uma mudança no papel do professor de forma que ele deixa de ser o detentor e transmissor do conhecimento matemático e passa a ser um professor mediador do processo, onde o ensino e aprendizagem tiveram como resultado a interação do aluno com o seu próprio ambiente natural.

No momento da confecção da maquete foi exigido dos alunos maior esforço matemático quanto à organização e simplificação do processo o que acarretou numa demora maior na conclusão da maquete a ponto de algumas equipes não terem conseguido terminar a planificação e montagem do telhado. Isto pode ser explicado por Biembengut quando ela argumenta tratar-se de uma das dificuldades de se fazer modelagem matemática, porque os alunos não foram formados para trabalhos desta natureza onde uma variedade de atividades intelectuais precisam ser acionadas todas ao mesmo tempo. É natural a falta de jeito inicial dos alunos em conduzirem um ambiente de aprendizagem a principio desconhecido para eles. Mas é preciso ter a coragem de possibilitar aos alunos experiências que os façam romper com a “fôrma” que lhes aparece imposta, para terem a chance de descobrirem um pouco da “forma” de pensar, refletir e atuar no mundo que os cerca.

Tomando o Projeto Casa Popular como uma experiência em Modelagem Matemática, podemos dizer que existem alguns fatores importantes que asseguram a autenticidade desta metodologia no ensino e aprendizagem de Matemática. Poderíamos apontar sete:

- Focar o projeto na realidade;
- Sondar os conteúdos matemáticos e o grau de esforço matemático que o projeto permite ousar, para saber se haverá sintonia ou não com a faixa etária que se pretende trabalhar;
- Conhecer os pressupostos metodológicos que diferenciam a prática da modelagem matemática no Ensino Fundamental do Ensino Superior;
- Saber que a modelagem matemática pode ser elaborada de três maneiras, não necessariamente fixas: desde proporcionar aos alunos

apenas a resolução do processo e ou coleta de dados e resolução, como também, promover participação dos alunos na origem e simplificação do problema;

- Saber o que é e como problematizar;
- A valorização da mediação do processo e interação entre professor e alunos;
- Contínua busca e discussão de referenciais teóricos e práticos para aprimorar a própria prática;

Não podemos deixar de dizer que trata – se de um desafio para o professor comprometido com a evolução da Educação Matemática, procurar vencer seus receios e ranços antigos deixados pelo modo tradicional que os conduziu na maior parte de sua vivência escolar e até mesmo profissional, para levantar vôo rumo ao horizonte da inquietação sadia que o faz caminhar para encontrar sentido e satisfação na linda missão de educador que se lhes reserva.

REFERÊNCIAS E BIBLIOGRAFIA CONSULTADA

BARBOSA, J. C. O que pensam os Professores sobre a Modelagem Matemática? Zetetiké, Campinas, v.7, n.11,p. 67-85, 1999.

BARBOSA, J. C. Modelagem na Educação Matemática: Contribuições para o Debate Teórico. In: Reunião Anual da ANPED, 24., 2001, Caxambu. Anais...Caxambu: ANPED, 2001. 1 CD-ROM.

BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática e os Futuros Professores. In: Reunião Anual da ANPED, 25., 2002, Caxambu. Anais...Caxambu: ANPED, 2002. 1 CD- ROM.

BARBOSA, J. C. Uma perspectiva de Modelagem Matemática. In: Conferência Nacional sobre Modelagem e Educação Matemática, 3., 2003, Piracicaba. Anais... Piracicaba: UNIMEP, 2003. 1 CD-ROM.

BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática e a Perspectiva Sócio-crítica. In: Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 2., 2003, Santos. Anais...São Paulo: SBEM, 2003. 1 CD-ROM.

BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como? Veritati, n.4, p. 73 – 80, 2004.

BARBOSA, J. C. As relações dos Professores com a Modelagem Matemática. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 8., 2004, Recife. Anais... Recife: SBEM, 2004. 1 CD-ROM.

BASSANEZI, R. C. Modeling as a teaching-learning strategy. For the learning of mathematics, Vancouver, v.14, n.2, p.31-35, 1994

BASSANEZI, R. C. Ensino – aprendizagem com Modelagem Matemática. São Paulo: Editora Contexto, 2002.

BIEMBENGUT, M. S. Modelagem Matemática e implicações no ensino e na aprendizagem de Matemática. Blumenau: Edfurb, 2004.

BURAK, D. Modelagem Matemática. In: VI Encontro Paranaense de Educação Matemática, 2000, Londrina. Anais... Paraná: SBEM, 2000, p. 22-24.

D' AMBRÓSIO, U. Etnomatemática - Valores no Ensino de Matemática. São Paulo: Editora Ática, 1998.

FIORENTINI, D. Brazilian research in mathematical modelling. *Paper presented in the GT-17/ICME-8*, Sevilla, Spain, 1996. 20p. (mimeo)

GUÉRIOS, E. C. Da medida Linear à medida Cúbica: uma inter-relação entre os eixos "Grandezas e Medidas" e " Espaço e Forma". In: Coletânea de Trabalhos do PRAPEM – VII ENEM, Publicação do Círculo de Estudo, Memória e Pesquisa em Educação Matemática da Faculdade de Educação da UNICAMP, Campinas, 2001, p. 33-37.

GUÉRIOS, E. C. Espaços Oficiais e Intersticiais da Formação Docente: História de um Grupo de Professores na Área de Ciências e Matemática. Campinas, 2002. Tese (Doutorado) – Universidade Estadual de Campinas.

GUÉRIOS, E. C. Teorización para el Modelación Matemática como posibilidad didáctica en los años iniciales de la escuela.

MATOS, J. F., CARREIRA, S. The quest for meaning in students'mathematical modelling activity. In: PUIG, L., GUTIÉRREZ, A. (ed.). *Proceedings of PME 20*, vol.3. València: Universitat de València, 1996. 4v. V. 3. p. 345-352.

SKOVSMOSE, O. Cenários de investigação. Bolema – Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, n.14, p.66-91, 2000.

SKOVSMOSE, O. Educação Matemática Crítica: a questão da democracia. Campinas: Editora Papirus, 2001.