UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA

ALEX OLEANDRO GONÇALVES

ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO NO PRIMEIRO CICLO: A CONSTRUÇÃO DO CONCEITO ADITIVO

CURITIBA
2006

ALEX OLEANDRO GONÇALVES

ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO NO PRIMEIRO CICLO: A CONSTRUÇÃO DO CONCEITO ADITIVO

Monografia apresentada como requisito parcial à conclusão do Curso de Especialização para Professores de Matemática, Setor de Ciências Exatas, Universidade Federal do Paraná - UFPR.

Orientador: **Profª. Dra. Maria Tereza C. Soares**

CURITIBA
2006

TERMO DE APROVAÇÃO

ALEX OLEANDRO GONÇALVES

ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO NO PRIMEIRO CICLO:
A CONSTRUÇÃO DO CONCEITO ADITIVO

Monografia aprovada para conclusão do Curso de Especialização para Professores de Matemática, Departamento de Matemática do Setor de Ciências Exatas da Universidade Federal do Paraná, pelos seguintes professores:

Orientador: Profª. Dra. Maria Tereza Carneiro Soares
Departamento de Matemática, UFPR

Examinador: Prof. Dr. Carlos Roberto Vianna
Departamento de Matemática, UFPR

Curitiba, novembro de 2006

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Tem havido, por parte de professores de 1ª e 2ª séries do Ensino Fundamental dificuldades no desenvolvimento de conceitos matemáticos relacionados à resolução de problemas de estrutura aditiva, principalmente ao se trabalhar a subtração e suas interpretações: perda, complemento e diferença, por exemplo. Esta pesquisa envolve questões originadas durante um período de docência no primeiro ciclo, no qual a preocupação voltava-se sobre o entendimento que os alunos têm de conceitos envolvidos em problemas de estrutura aditiva.

O presente trabalho consiste na investigação acerca da construção desses conceitos matemáticos dentro da sala de aula e das dificuldades encontradas pelo professor e pelos alunos com relação à linguagem matemática, procedimentos e métodos. O trabalho foi realizado com base na leitura de autores, teóricos e pesquisadores da Teoria dos Campos Conceituais, especificamente o Campo Conceitual Aditivo, ou das estruturas aditivas (VERGNAUD, 1982, 1988, in: MAGINA, 2001) o qual permite compreender melhor como o aluno aprende conceitos matemáticos referentes às operações de adição e subtração.

Foram observadas algumas aulas de matemática de uma primeira série entre os meses de abril e agosto em uma escola municipal de Quatro Barras, Paraná, procurando estabelecer uma relação entre a prática de sala de aula e a teoria. Foram também, realizadas, no mesmo período, observações em uma segunda série, de modo que fosse possível discutir a evolução de conceitos matemáticos dentro do primeiro ciclo. Também se fez algumas perguntas às professoras regentes das turmas observadas para melhor esclarecimento quanto aos exercícios aplicados.

Dessas observações realizadas, foram selecionadas para comentário e reflexão algumas atividades consideradas relevantes para o estudo das relações entre a prática de sala de aula e a teoria dos campos conceituais, especificamente do campo conceitual aditivo.

O presente material terá a seguinte organização: Fundamentação Teórica com aspectos de Teoria dos Campos Conceituais e uma breve descrição da abrangência do Campo Conceitual Aditivo; observação realizada numa primeira série; observação realizada numa segunda série; conclusão e referências bibliográficas.

II FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1. A Teoria dos Campos Conceituais

A Teoria dos Campos Conceituais, proposta por Vergnaud, é uma teoria que oferece um referencial ao estudo do desenvolvimento cognitivo e da aprendizagem de competências complexas, particularmente àquelas implicadas nas ciências, levando em conta os próprios conteúdos do conhecimento e a análise conceitual de seu domínio. Embora Vergnaud esteja especialmente interessado nos campos conceituais das estruturas aditivas e das estruturas multiplicativas (VERGNAUD, 1983, in: MAGINA, 2001), a Teoria dos Campos Conceituais não é específica desses campos, nem da matemática. Vergnaud define o termo conceito como terna de conjuntos (S, I, R) em que:

- S é um conjunto de situações que dão sentido ao conceito;
- I é um conjunto de invariantes (objetos, propriedades e relações) sobre os quais repousa a operacionalidade do conceito, ou o conjunto de invariantes operatórios associados ao conceito, ou o conjunto de invariantes que podem ser reconhecidos e usados pelos sujeitos para analisar e dominar as situações do primeiro conjunto;
- R é um conjunto de representações simbólicas (linguagem natural, gráficos e diagramas, sentenças formais, etc.) que podem ser usadas para indicar e representar esses invariantes e, conseqüentemente, representar as situações e os procedimentos para lidar com elas.

Magina (2001) afirma que, em geral, pesquisadores e professores têm dificuldades em entender que a compreensão de um conceito, por mais simples que seja, não emerge apenas de um tipo de situação, assim como uma simples situação sempre envolve mais do que um único conceito.

É levada em conta uma série de fatores que influenciam e interferem na formação e no desenvolvimento de conceitos, segundo a Teoria dos Campos

Conceituais. Ainda segundo essa teoria, o conhecimento conceitual deve emergir dentro de situações problema.

2.2. O Campo Conceitual Aditivo

Muitos professores de Matemática tentam justificar a dificuldade de seus alunos em aprender algum conceito matemático alegando a enorme defasagem de pré-requisitos para cada série. O professor do Ensino Médio transfere a responsabilidade ao professor do Ensino Fundamental e este, por sua vez, à professora de 4ª série. Os Parâmetros Curriculares Nacionais destacam como um dos princípios que norteiam o ensino da matemática, a compreensão, isto é, a apreensão do significado em detrimento à abordagem numa rígida sucessão linear (BRASIL, 1997).

No que diz respeito ao Campo Conceitual das Estruturas Aditivas (VERGNAUD, in: MORO & SOARES, 2005), muitas são as dificuldades encontradas por professores em todos os níveis de ensino, pois não tiveram oportunidade de discutir o assunto no curso de formação ou não tiveram bons cursos de atualização para tratar desse assunto. Nesse sentido, nos deparamos com perguntas dos alunos como "É 'de mais' ou é 'de menos' professora?" e com situações em que os professores acabam facilitando para que os alunos sejam capazes de resolver problemas em que, muitas vezes, os únicos conceitos trabalhados são o de "tirar", na subtração, e o de "juntar", na adição.

Os problemas de estrutura aditiva classificam-se, conforme a nomenclatura utilizada, por sua característica em: problemas de transformação, de comparação e de composição. Um dos primeiros problemas que a criança domina, aproximadamente aos 5-6 anos, é o de composição (ver figura 1), em que estão envolvidas as partes para formar o todo.

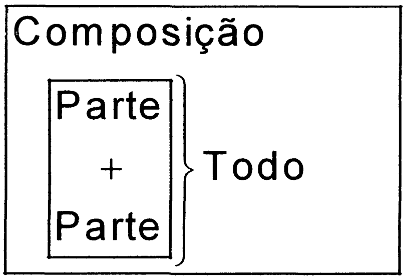


FIGURA 1: Modelo do diagrama para problemas de composição. FONTE: Magina (2001).

O tipo de problema mais comum é conhecido como de transformação (ver figura 2), em que a quantidade inicial é transformada por uma ação de ganho ou perda – ganhar, perder, tirar, aumentar, diminuir, dar, receber, etc. – e, geralmente uma pergunta pede a quantidade final – Quanto ficou? Quanto restou? Quanto tem agora? etc.

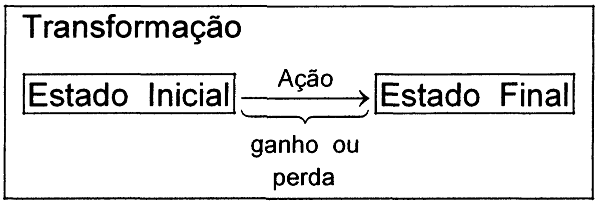


FIGURA 2: Modelo do diagrama para problemas de transformação. FONTE: Magina (2001).

Magina (2001) afirma que a insistência em um único tipo de problema leva o aluno à busca por uma dica para resolvê-lo em uma palavra chave, o que resulta na falta de interesse. Afirmou ainda que esse tipo de problema (transformação), juntamente com os primeiros de composição (relação parte todo) são os protótipos da estrutura aditiva. Problemas de transformação em que se pede a quantidade inicial ou a transformação; problemas de composição em que se pede uma das partes e os problemas de comparação e suas variações são chamados de *extensões*. Problemas que envolvem mais que um tipo de raciocínio aditivo simultaneamente são *mistos*.

Problemas de comparação (ver figura 3) levam os alunos a desenvolverem *esquemas de ação* mais elaborados para resolvê-los, pois nem sempre fica evidente a operação a ser realizada.

Comparação

$\boxed{\text{Referente}} \xrightarrow{\text{relação}} \boxed{\text{Referido}}$

FIGURA 3: Modelo do diagrama para problemas de comparação. FONTE: Magina (2001).

Na busca para resolver situações problemas, a criança desenvolve esquemas que lhes permitem a solução do problema, procurando estabelecer relação com algumas situações vivenciadas. Essas relações são chamadas de *Teoremas em ação.*

> Os Teoremas–em–ação são definidos como relações matemáticas que são levadas em consideração pelos alunos, quando estes escolhem uma operação, ou seqüência de operações, para resolver um problema. Os Teoremas–em–ação não são teoremas no sentido convencional do termo, porque a maioria deles não são explícitos. Eles estão subjacentes ao comportamento dos alunos, aparecem de modo intuitivo na ação do aluno e seu âmbito de validade é normalmente menor que o âmbito dos teoremas (MAGINA, 2001).

Para Vergnaud, cada conceito pode ser inserido em um campo conceitual, um conjunto de situações cuja apropriação requer o domínio de vários conceitos, desenvolvidos durante um longo período de tempo por meio da experiência, maturação e aprendizagem. Magina (2001) afirma que a competência para resolver problemas aditivos é desenvolvida num longo período de tempo, o que implica dizer que, problemas que envolvem as operações de adição e subtração devem ser trabalhados durante todo o ensino fundamental.

Segundo Piaget, as crianças desenvolvem os esquemas de juntar e separar independentemente um do outro, sem compreender a relação que existe entre os dois. Para atingir uma compreensão mais avançada, passando do conhecimento baseado em esquemas de ação para um conceito operatório de adição e subtração, é necessário que o aluno consiga coordenar os dois esquemas reconhecendo a relação inversa que existe entre os dois (PIAGET, in: MAGINA, 2001).

Dentro dessa perspectiva, não se pode atribuir uma separação entre o que é um *problema de mais*, ou o que é um *problema de menos*. Cada problema de estrutura aditiva é classificado segundo o tipo de raciocínio empregado em sua resolução e a representação matemática dessa resolução depende de como o problema foi interpretado.

Nesse sentido, o papel determinante do ensino da matemática é procurar meios para estabelecer a relação entre os conceitos matemáticos e a resolução de problemas, os quais dependem da estrutura, do contexto, da característica numérica dos dados, a da apresentação (MAGINA, 2001).

No capítulo seguinte, descreve-se os resultados da investigação feita numa primeira série analisando-se como ocorre a relação entre a resolução de problemas que envolvem estruturas aditivas e a construção dos primeiros conceitos relacionados a esse campo conceitual.

III OBSERVAÇÃO FEITA NUMA PRIMEIRA SÉRIE

Apresenta-se neste capítulo os resultados da investigação feita através da observação de uma primeira série. Foram selecionadas algumas das atividades observadas no ato da aplicação em sala, durante os meses de abril e agosto, de modo que fosse possível discutir a evolução de conceitos matemáticos relacionados à resolução de problemas de estrutura aditiva.

Em uma das primeiras aulas observadas, no início do mês de abril, em uma turma de 27 alunos de 1ª série, a professora propôs uma atividade, segundo ela, complementar à do livro didático, de dez exercícios em que era necessário: calcular a soma de objetos, contando as partes e registrando o todo e calcular o total de pontos nos dominós (ver figura 4). Nesse dia, ela havia trabalhado uma atividade de Língua Portuguesa antes do intervalo de recreio e daria Matemática após o recreio. As aulas de cinco disciplinas – Língua Portuguesa, Matemática, História, Geografia e Ciências – são ministradas pela mesma professora que, em geral, procura trabalhar duas delas em um mesmo dia, fazendo interdisciplinaridade.

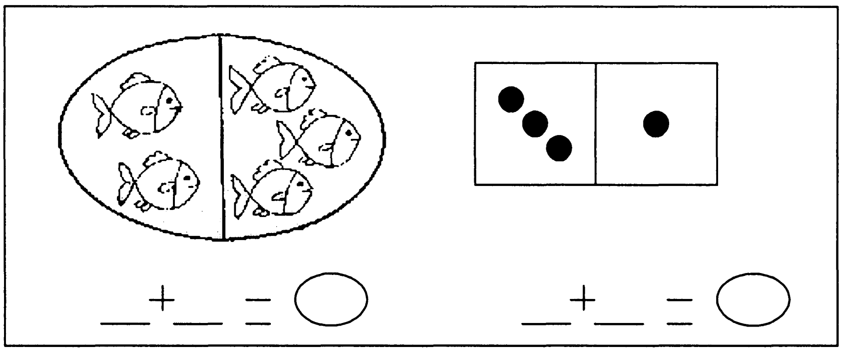


FIGURA 4: Modelo de exercício aplicado na aula.

Esse é um exemplo de atividade que da forma como está apresentado tem, como único objetivo, desenvolver a contagem, pois se trata de um problema de composição, em que são dadas as partes e o aluno deve dar o todo. Porém, a oralidade da professora trouxe um enriquecimento à atividade no sentido aditivo. As instruções da professora traziam palavras que iam além da ilustração, como quando pedido às crianças que registrassem cada parcela separadamente e, depois, a soma das parcelas.

Durante a execução da atividade, percebeu-se que, mesmo com as figuras para serem contadas, alguns alunos faziam o registro numérico das parcelas e contavam o total nos dedos. Outras, porém, faziam a conservação de uma das quantidades e realizavam *contagem na seqüência* a partir do ultimo número dado. Com base em experiências realizadas por Nunes e Bryant (1997) com crianças de 5 e 6 anos acredita-se que a estratégia da *contagem na seqüência* ajuda a compreender melhor a estrutura decimal.

A professora conta que procura estimular os alunos a *guardar mentalmente* a quantidade maior e continuar contando as do outro conjunto. Percebeu-se que um aluno dizia baixinho, enquanto contava "Já tenho 3 (apontava para a cabeça com o indicador direito). Ganhei mais 2 (continuava a contar a partir do 4, os dedos na outra mão, chegando a 5)". Estudos realizados por Bryant mostraram que crianças que usam eficientemente essa solução podem não saber contar a operação aritmética que deveriam usar para resolver o problema (BRYANT, 1987, in: NUNES & BRYANT, 1997).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais destacam a importância de o professor incentivar esse tipo de estratégia como um dos elementos principais do "*Repertório básico para o desenvolvimento do cálculo*".

> Ao construírem e organizarem um repertório básico os alunos começam a perceber, intuitivamente, algumas propriedades das operações, tais como a associatividade e a comutatividade, na adição e na multiplicação. A comutatividade na adição é geralmente identificada antes de qualquer apresentação pelo professor. Isso pode ser notado em situações em que, ao adicionarem 4 + 7, invertem a ordem dos termos para começar a contagem pelo número maior (BRASIL, 1997).

Segundo a professora, as primeiras séries da escola têm recebido alunos que não conseguem "contar" no início do ano e que não conhecem nenhum número (se referindo ao registro convencional da quantidade). Destaca ainda que a preocupação maior dos professores das primeiras séries do município no início do ano está relacionada à escrita, e não à matemática. À respeito da aprendizagem de números e do alfabeto nesta faixa etária, Teixeira faz referencia ao trabalho de Sinclair, Mello e Siegrist:

> Sinclair, Mello e Siegrist (1990) apontaram que a aprendizagem do alfabeto e dos números não é a mesma. O caminho para a compreensão inicial da numeração escrita pareça ser bem mais direto para as crianças pequenas do que o observado na sua reconstrução da escrita alfabética. A hipótese das autoras é que há maior transparência na numeração escrita, na universalidade de seus princípios e em sua ligação não arbitrária com os conceitos numéricos (TEIXEIRA, in: MORO & SOARES, 2005).

A professora da turma em questão comentou sobre a avaliação diagnóstica que faz: "nós já fazemos logo nos primeiros dias de aula uma sondagem para saber em que nível de escrita[1] os alunos estão (FERREIRO, 1991); se já sabem escrever alguma coisa; se já dominam o alfabeto; se já escrevem o próprio nome". Nunes (2005) destaca a importância do papel da avaliação diagnóstica sobre a compreensão das estruturas aditivas dos alunos e a importância do método de ensino adequado às necessidades da turma. É, para a autora, de suma importância que sejam avaliados os alunos também em conceitos matemáticos no início do ano, para que o professor tenha um referencial no planejamento de suas ações pedagógicas.

Sobre a avaliação diagnóstica em matemática, nas Diretrizes Curriculares da Educação Básica das Escolas Públicas de Quatro Barras consta:

> A avaliação diagnóstica é uma atividade contínua, permanente, cumulativa, que envolve professor e aluno no processo ensino-aprendizagem porque considera os dados do trabalho de ambos. A avaliação interfere no ensino, possibilitando a qualidade da aprendizagem, isto é, ela é assumida como instrumento de compreensão do estágio de aprendizagem em que se encontra o aluno, tendo em vista a tomada de decisões para ações futuras, que impliquem em crescimento e avanço dos sujeitos envolvidos no processo (QUATRO BARRAS, 2004).

A respeito da dificuldade inicial dos alunos em contar objetos, levantada pela professora, convém ressaltar que a contagem não pode ser vista como uma habilidade

---

[1] Segundo a classificação apresentada por FERREIRO (1991) os níveis de escrita são: pré-silábico I e II, silábico, silábico-alfabético e alfabético.

à parte. O conceito de número deve ser construído relacionado com a idéia de adição, mesmo que ainda não haja o registro por escrito da situação. Moro destaca a importância das primeiras notações matemáticas da criança:

> No ensino, então, é essencial seguir as notações espontâneas das crianças para, a partir delas, provocar-lhes a produção de notações mais avançadas, sempre em relação às interpretações das próprias crianças e trabalhando-se, primeiro, com os quantificadores de sua linguagem natural. A verbalização e o grafismo não significativos devem ser evitados, e o caminho a seguir deve ser então o da figuração em desenho antes da simbolização formal, a menos que a criança expresse esta por si mesma, significativamente (SINCLAIR, in: MORO & SOARES, 2005).

Poucos alunos da turma, três ou quatro, usavam como referência para registrar o número uma espécie de reta numérica que vai do numero 1 até o número 31, utilizada como marcador do dia do mês, posicionada sobre o quadro. Estes estavam fazendo o que Nunes chama de correspondência um a um com os rótulos numéricos.

Nunes e Bryant alertam para o fato de as crianças apresentarem alta taxa de sucesso em alguns problemas de adição e subtração não significa necessariamente que tenham dominado os conceitos de adição. Devem-se propor problemas que exijam variados tipos de raciocínio e em variadas situações.

> Mas não é suficiente saber apenas que somar aumenta e subtrair diminui o número de elementos. As crianças devem também entender que essas mudanças exercem efeitos inversos – uma cancela a outra: de modo que 5 + 2 – 2 = 5. Há diversas razões pelas quais a compreensão dessa regra é importante, e uma delas diz respeito ao que é chamado de composição aditiva do número (NUNES & BRYANT,1997).

Durante a correção da atividade, a qual fora realizada com a resolução de cada exercício no quadro, observou-se que a professora procurou dialogar bastante com os alunos e que a turma foi muito participativa. Notou-se que, como a própria professora tinha destacado, havia dois ou três alunos que até mesmo não conseguiam traçar o numeral e tinham dificuldades para "contar", não dominando simultaneamente, os princípios de contagem conhecidos como: correspondência um a um, ordenação e cardinalidade (GELMAN E GALLISTEL in: NUNES & BRYANT, 1997).

As Diretrizes Curriculares da Educação Básica das Escolas Públicas de Quatro Barras alertam para o fato de que se deve dar sentido às contagens realizadas pela criança em diferentes situações:

> [...] Quando a criança vem para a escola, de modo geral, ela já conhece os símbolos para os números: 1, 2, 3, 4, ... , 9. É possível até, que ela "conte" esses números corretamente na ordem. Entretanto, é pela contagem de diferentes objetos, nas mais variadas situações colocadas pelo professor, que a criança aprende o sentido do número, associando ao símbolo numérico um significado real: duas laranjas, cinco balas, mais sete crianças, etc... (QUATRO BARRAS, 2004).

Em observação realizada no final do mês de junho, a professora propôs uma atividade (ver figura 5) que deu seqüência a uma aula em que os alunos leram, com o auxílio da professora, um texto poético denominado *"A casa e seu dono"* (JOSE, 1987) – o qual associava por rima alguns animais ao tipo de casa que moravam – e fizeram uma série de atividades de alfabetização. Na última hora de aula, a professora entregou uma folha que continha vários desenhos de animais que faziam parte da poesia, reproduzidos em quantidade não maior que 10, arranjados aleatoriamente[2] para contagem e resposta às questões propostas.

Os problemas 3 e 4 são de composição, os problemas 1, 2 e 8 são de comparação baseados em contagem simples ou mera observação, enquanto que e os problemas 5, 6 e 7 de comparação mais elaborada em se pede para quantificar as diferenças.

Os problemas 1, 2 e 8 foram respondidos pela maioria das crianças com grande facilidade após a professora ter lido o enunciado para a turma. Segundo ela, muitos alunos estão apenas começando a entender o que lêem sozinhos, o que compromete a execução da atividade de matemática com completa autonomia.

[2]Nunes (2005) afirma que é melhor desenvolver contagem de objetos dispostos aleatoriamente que arranjados em linha reta, para não correr o risco de reduzir a tarefa de contagem a apenas à correspondência termo a termo.

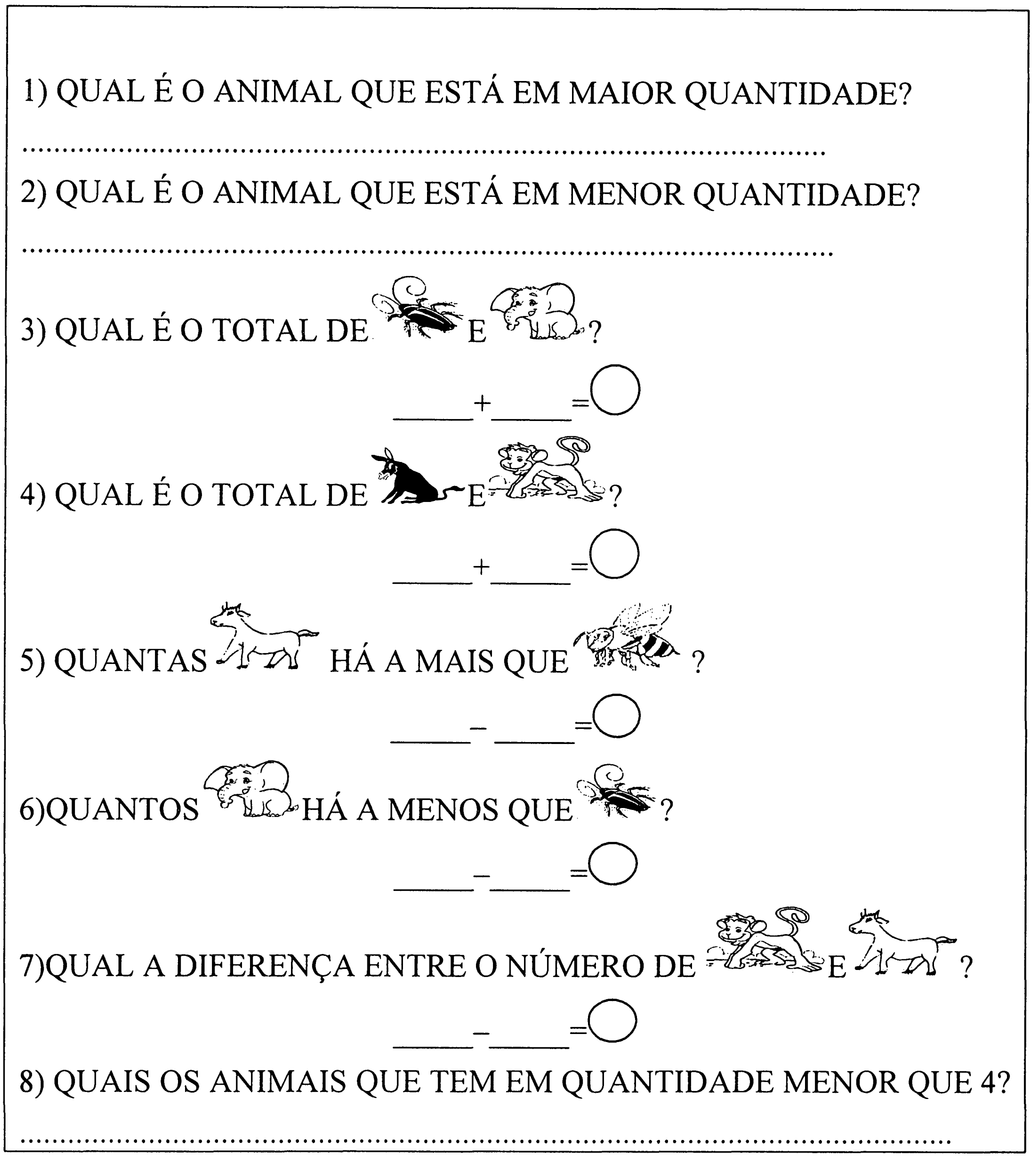


FIGURA 5: Modelo da atividade aplicada na aula.

Os problemas 3 e 4 foram resolvidos rapidamente por contagem pela maioria dos alunos. Houve necessidade do auxílio da professora apenas para uns 4 alunos dos 27 da turma. Essa facilidade se deve ao fato de que a palavra *total,* nos problemas 3 e 4, já está associada ao resultado de uma adição e, além disso, a contagem pôde ser feita diretamente sobre os objetos. Problemas de composição como estes se referem a medidas estáticas (NUNES & BRYANT, 1997), nos quais está envolvida a relação parte-todo (ver figura 6).

$$\underbrace{\boxed{\text{Parte}}}_{\substack{\text{medida}\\ \text{estática}}} + \underbrace{\boxed{\text{Parte}}}_{\substack{\text{medida}\\ \text{estática}}} = \underbrace{\boxed{\text{Todo}}}_{\substack{\text{medida}\\ \text{estática}}}$$

FIGURA 6: Diagrama problemas de composição envolvendo medidas estáticas.

Não houve nenhum problema de transformação, nesta lista de exercícios, os quais acompanham uma palavra de ação que relaciona duas medidas estáticas conectadas por uma medida de transformação (ver figura 7).

$$\underbrace{\boxed{\text{Estado inicial}}}_{\substack{\text{medida}\\ \text{estática}}} \quad \overset{\longrightarrow}{\underbrace{\text{Ação}}_{\substack{\text{medida de}\\ \text{transformação}}}} \quad \underbrace{\boxed{\text{Estado final}}}_{\substack{\text{medida}\\ \text{estática}}}$$

FIGURA 7: Diagrama problemas de transformação relacionando medidas estáticas por uma ação.

Para Nunes e Bryant é importante considerar medidas estáticas e de transformação como distintas pelo menos do ponto de vista da compreensão das crianças de conceitos matemáticos em desenvolvimento. Relatos sobre pesquisas realizadas por Rachel Wright (1994) e George (1992) apontam para a importância de se trabalhar com problemas de composição, os quais envolvem três medidas estáticas dentro de uma relação parte todo, pois colaborariam para a compreensão da comutatividade da adição mais cedo do que os problemas que envolvem transformação.

> Ela raciocinou que em situações parte-todo os elementos sendo somados, as duas partes, são do mesmo tipo, enquanto que, em problemas de transformação os elementos somados são de uma natureza diferente – um é uma medida e outro uma transformação. Em situações de composição de medidas, nas quais as crianças conhecem as duas partes e desejam encontrar o todo, para entender a comutatividade as crianças apenas precisam perceber que não importa se você começa contando um conjunto total; se você começa por uma parte ou outra o número será sempre o

> mesmo. Este é um princípio de contagem simples que parece ser dominado pela maioria das crianças de 5 anos (NUNES & BRYANT, 1997).

Porém, problemas de composição, segundo o mesmo estudo, apresentam resultados menos expressivos quando se trabalha a subtração em situações parte-todo em que uma das partes é desconhecida, sendo conhecidos o todo e uma das partes por estarem relacionados à idéia de inverso da adição.

> É provável que as crianças entendam que tudo o que elas estão fazendo quando somam é contar os elementos juntos, porque é realmente assim que as crianças novas resolvem problemas de adição. A adição de partes é, neste sentido, uma extensão direta da contagem. No entanto, não há conexão imediata entre contar e encontrar o valor de uma parte quando a outra parte e o todo são conhecidos; uma transformação intermediária é necessária, separando o subconjunto conhecido do todo (WRIGHT, in: NUNES & BRYANT, 1997).

Em problemas de comparação de quantidades, como o caso dos números 5 e 6, o uso de palavras chave pode facilitar ou dificultar o raciocínio para a faixa etária em questão. No problema 5 a palavra *mais* leva a falsa interpretação de que as quantidades de cabritas e abelhas devem ser somadas e, no problema 6, a palavra *menos* leva diretamente a solução do problema por uma subtração (a quantidade de elefantes menos a quantidade de baratas), sem que as crianças façam o uso do raciocínio aditivo para resolvê-lo. Isto foi realmente o observado com a maioria dos alunos da turma. Houve alunos que ignoraram o fato de a professora já ter colocado o registro da operação de subtração e realizaram uma adição devido à presença da expressão *a mais que*.

Percebeu-se também que poucos alunos, uns três ou quatro, fizeram o registro da quantidade de cabritas quando perguntado *quantas cabritas tinham a mais que abelhas* (problema 5) e o registro da quantidade de elefantes quando perguntado *quantos elefantes tinham a mais que baratas* (problema 6).

Estudos realizados por Moro (in: MORO & SOARES, 2005) revelam que a ausência de pistas, chamadas por ela de *marcas*, para que as crianças identifiquem a subtração na situação problema, mostrou o árduo caminho da elaboração dos esquemas subtrativos com cálculo do complemento – *a mais que, a menos que* – e a importância da intervenção do adulto na construção e elaboração desses esquemas. Nunes (2005) em seu trabalho com esse tipo de problema, antes de fazer a pergunta *quanto a menos*, pergunta *quem tem menos* e o equivalente para *quanto a mais*.

Nunes sugere que o professor discuta a solução com as crianças e reformule o problema oralmente. Perguntando, por exemplo, no problema 5, quantas abelhas deveriam chegar para que ficasse a mesma quantidade de abelhas e cabritas, não se trataria mais do mesmo problema. Essa questão se refere a uma transformação e, em geral, segundo a autora, conduz à resposta certa. Esse tipo de problema é referido como um *problema de equalização* justamente porque envolve uma transformação, sendo distinguido das comparações estáticas.

Problemas como os números 5 e 6 são muito mais complexos do que simplesmente, identificar a situação de comparação em expressões como *a mais que*, *a menos que* e aplicar a operação subtração: "*O número maior menos o menor*" como é normalmente ensinado. Estes são difíceis para as crianças mais novas, mas não quer dizer que não devam ser trabalhados, pois de acordo com estudos realizados por Nunes e Bryant, o trabalho com esse tipo de problemas nos revela muito sobre a razão das dificuldades encontradas pela maioria das crianças.

> Estabelecer relação entre as situações de comparação e operações aritméticas não é uma questão simples. Em problemas de transformação, em que as coisas são tiradas ou somadas, as crianças podem facilmente descobrir que ações elas precisam efetuar para resolver um problema com o apoio de blocos ou com seus dedos. As ações realizadas com objetos simbólicos são análogas às que seriam realizadas com os próprios objetos. Quando problemas envolvem comparações estáticas, no entanto, a conexão entre a situação e uma operação sobre objetos simbólicos que conduziria à solução do problema não fica imediatamente clara, porque nada é somado ou tirado de qualquer um dos conjuntos (NUNES & BRYANT,1997).

O problema número 7, também de comparação, trabalha o conceito de diferença. A palavra diferença por si só, já dá pista de que as quantidades não são iguais, o que dificulta o entendimento por parte da criança quando as quantidades são iguais, situação na qual devemos entender a diferença como zero. O desafio para a criança é aprender a quantificar essa diferença.

Na correção feita pela professora no quadro, esta lançou mão de um artifício interessante para os problemas 5, 6 e7 de comparação: desenhou uma espécie de gráfico para que fosse possível a comparação de maneira mais direta (ver figura 8). Percebeu-se que ao refazer as perguntas referentes aos problemas de comparação, as respostas dos alunos fluíam naturalmente.

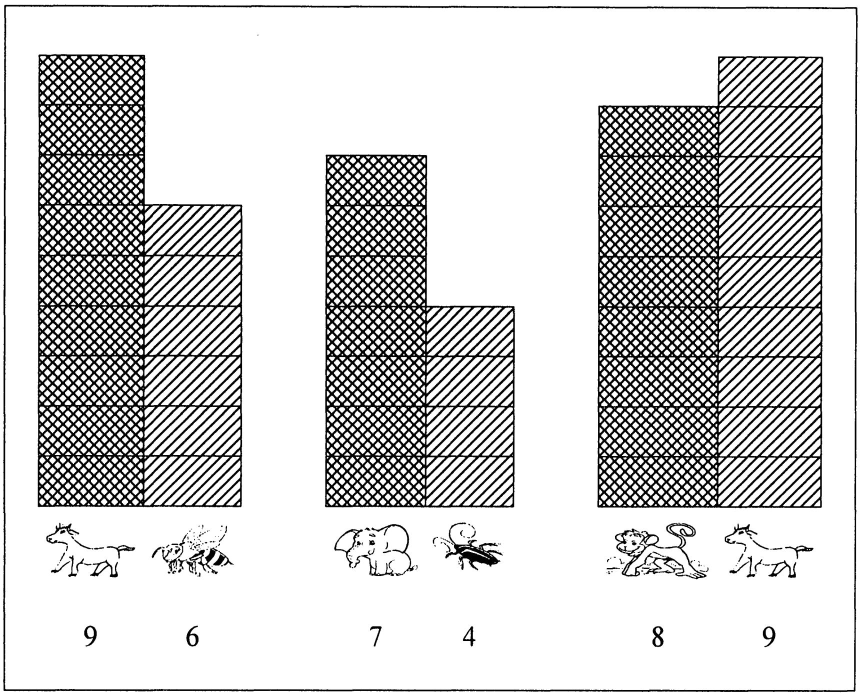


FIGURA 8 : Modelo do gráfico comparativo desenhado no quadro pela professora.

Juntamente com a análise de cada problema durante a correção oral, a professora pediu que os alunos olhassem para a reta numérica posicionada sobre a lousa, a qual era usada como uma espécie de calendário para a marcação dos dias do mês, e solicitou que os alunos contassem (em coro, enquanto esta apontava com uma régua) quanto faltava para que as quantidades ficassem iguais.

Geralmente, o que os alunos usam é a idéia de completar, neste caso, a operação realizada será uma adição. Este raciocínio é válido e pode ser utilizado com sucesso para quantidades pequenas. Segundo Nunes (2005), devem-se propor problemas em que as quantidades exijam a utilização de outros meios para resolvê-los.

O procedimento utilizado pela professora para a correção se torna muito útil para ajudar os alunos a desenvolver meios para construir um esquema de ação para problemas de comparação: *"Se de uma quantidade maior eu retiro a menor, o que sobra é a diferença entre as duas quantidades"*. Além disso, ajuda na compreensão da composição aditiva do número; *"qualquer número pode ser decomposto em dois outros que vêm antes dele"*.

Nunes (2005) propôs exemplos em que as crianças podem usar a representação gráfica das quantidades para contar a diferença em que se utiliza a reta numérica (ver figura 9). Segundo a autora, a utilização de retas numéricas na resolução de problemas faz com que os alunos possam explicitar seu próprio raciocínio e assim, estabelecer a relação com a operação a ser utilizada.

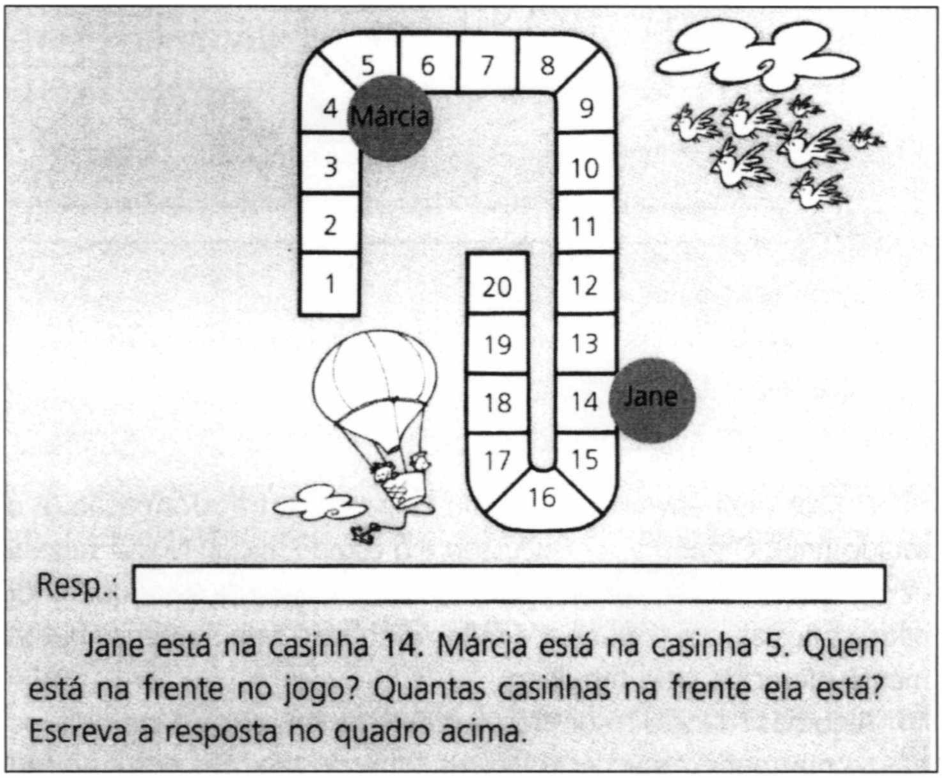


FIGURA 9: Jogo proposto por Nunes. FONTE: Nunes (2005).

Segundo a autora, após o trabalho com a reta numérica que surge naturalmente no jogo, deve-se começar a utilizar a reta numérica formal, pois se trata de um instrumento de cálculo e de registro dos alunos.

A autora enfatiza que as crianças podem ser incentivadas a reformular problemas de comparação para entender a relação entre as perguntas *quanto a mais*, *quanto a menos*, *qual a diferença*, mudando o referente. No caso do problema 6, em que se pergunta "*quantos elefantes há a menos do que baratas?*" poderia ser perguntado "*quantas baratas há a mais do que elefantes?*", entre outras.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais comentam sobre a importância de se falar sobre conclusões matemáticas, como sendo um dos princípios norteadores da disciplina no primeiro ciclo:

> No ensino da matemática, destacam-se dois aspectos básicos: um consiste em relacionar observações do mundo real com representações (esquemas, tabelas, figuras); outro consiste em relacionar essas representações com princípios e conceitos matemáticos. Nesse processo, a comunicação tem grande importância e deve ser estimulada, levando-se o aluno a "falar" e a "escrever" sobre Matemática, a trabalhar com representações gráficas, desenhos, construções, a aprender como organizar e tratar dados (BRASIL, 1997).

Vergnaud destaca que o sinal de menos tem muitos significados e que nem sempre fica evidente uma subtração pela escrita convencional (9 – 5 = 4). "Pensemos também nos múltiplos sentidos do sinal de menos nos raciocínios aritméticos: às vezes uma diminuição, uma perda, um recuo, às vezes uma diferença entre duas quantidades ou duas grandezas, por vezes a inversão de uma transformação (para voltar ao estado inicial, por exemplo), por vezes alguma outra coisa ainda" (VERGNAUD, in: MORO & SOARES, 2005).

As Diretrizes Curriculares da Educação Básica das Escolas Públicas de Quatro Barras (QUATRO BARRAS, 2004, p. 31) apontam como um dos conteúdos para a primeira série do Ensino Fundamental, a subtração trabalhada em três dimensões diferentes: a idéia de tirar, a idéia de comparar e a idéia de completar quantidades.

Em uma das atividades de completar realizada pela classe (ver figura 10) em aulas anteriores, o registro da operação induzia o aluno a realizar uma subtração quando o natural é adicionar para completar. Percebe-se uma preocupação com o registro da operação, o que pode ser observado também na atividade anterior, em que já vinha o espaço para a criança registrar os numerais. Isso fez com que muitos alunos contassem o número de objetos apenas pela figura que estavam visualizando, ignorando qualquer registro de operação.

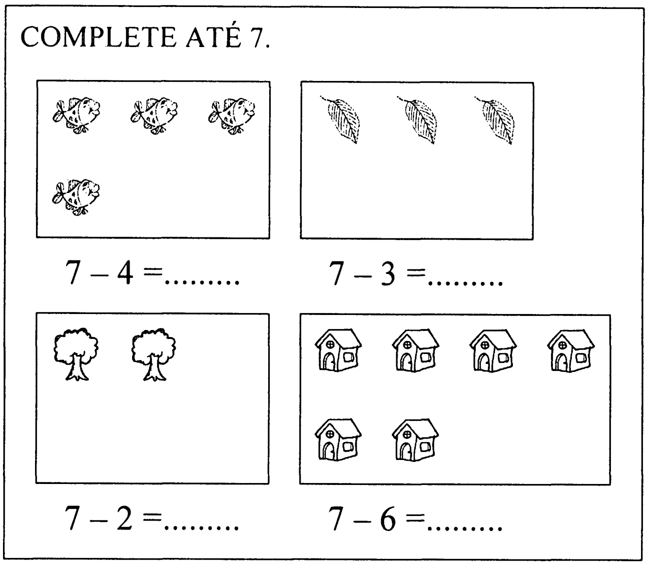


FIGURA 10: Modelo da atividade aplicada na aula.

Notou-se que a orientação da professora fez com que o exercício ficasse muito mecânico, pois os alunos foram levados a contar a quantidade já existente e continuar contando enquanto desenhavam para chegar até 7. Em seguida, esta os orientou para que registrassem o numeral correspondente apenas à quantidade desenhada por eles.

Novamente a professora usou a reta numérica durante a correção como recurso para contar quanto faltava e fazer o registro da operação. Ao ser perguntado por que esta "gostava" de usar aqueles números acima da lousa para fazer as correções, respondeu: "Tenho alguns alunos que ainda não dominaram o registro dos números e, além disso, acho que assim eles vão aprender melhor a idéia de completar".

Nunes e Bryant (1997) constataram em suas pesquisas nas quais crianças mais novas que ainda não haviam aprendido as operações convencionais de *mais* e de *menos* tinham obtido melhor desempenho em problemas de estrutura aditiva com quantidades pequenas do que aqueles que já tinham aprendido as operações convencionais.

> Nestes estudos posteriores, as situações-problema foram mantidas constantes e apenas os meios de interpretar o cálculo foram mudados. No estudo de Carpenter e Moser (1982), os sistemas de sinais disponíveis para as crianças foram manipulados pelos examinadores, que ofereceram ou não os blocos para uso em cálculo. No estudo de Carraher e Schlieman (T. NUNES CARRAHER E SCHLIEMANN, 1985), as crianças estavam resolvendo exercícios de cálculo e tentaram usar os métodos que lhes haviam sido ensinados na escola ou produziram outras representações para os próprios números. Quando a situação é mantida constante, os procedimentos de cálculo ainda são influenciados pelas ferramentas representacionais ou pelos sistemas de sinais que as crianças usam para resolver problemas (NUNES & BRYANT, 1997).

Na classificação apresentada por Vergnaud e, mais tarde, adaptada por Nunes e Bryant, o *cálculo numérico* envolve as operações usuais, adição e subtração, por exemplo, e o *cálculo relacional*, as operações mentais para a manipulação das relações. Essa preocupação com os registros das operações, é chamada por Vergnaud de equívoco do simbolismo da álgebra elementar (in: MORO & SOARES, 2005). Ainda, segundo ele, o sistema de notação matemática é parte da construção conceitual, mas é algo diferente dessa construção, além de também estar, ele próprio, em construção, porém, as crianças trabalham e devem trabalhar com essas dimensões ao mesmo tempo.

A professora explicou que estava trabalhando a quantidade 7 com os alunos: "Nós partimos da quantidade 3 para iniciar o trabalho de contagem e registro de numerais e a cada número trabalhado, fazemos atividades de adição, subtração e registro da quantidade". Informou ainda que esse trabalho com unidades simples vai até meados de junho, depois, vem os números de 11 a 19, para então, a compreensão da dezena, geralmente a partir de setembro.

Moro (2005), cita que estudos relatados por Kamii e DeClark (1986) a respeito de questionamentos feitos às crianças sobre números com dois dígitos (dezenas), confirmando que a compreensão do valor posicional é tardia, pois as crianças tendem a interpretar os algarismos de forma absoluta ou isolada, mesmo após terem sido ensinadas a respeito. Para Kamii, a razão é que as crianças devem construir o sistema básico de unidades sobre o qual constroem, por abstração, o das dezenas.

A respeito da aprendizagem da numeração na seqüência natural, Moro destaca:

> Apresentar a numeração apenas na seqüência numérica padrão (n+1), distribuída em partes (até 100, 500, 1000 etc), de acordo com a série escolar, parece ser um procedimento que contraria as representações espontâneas construídas pela criança no cotidiano. Lerner e Sadovsky (1996) mostraram que as crianças constroem as representações de pequenos e grandes números simultaneamente (MORO & SOARES, 2005).

Sobre o uso do livro didático, a professora comenta: "Nós usamos o livro para marcar, principalmente, tarefas para casa, mas também usamos para fazer algumas atividades em sala". Comenta ainda que, trabalhar as atividades do livro por si só não dá conta de desenvolver o aprendizado do aluno: "Geralmente é necessária uma atividade complementar à do livro para que os alunos consigam fazer".

Observou-se que a proposta do livro em questão (DARIN & MEDEIROS, 2001) é a da ordem linear do ensino de numeração: 1ao 9 e mais o zero na primeira unidade do livro, tudo sempre acompanhando um pequeno texto para ilustrar o ensino; 10 a 19 através da composição aditiva (10 + 5 = 15). No entanto, essa introdução é feita sem ter sido apresentada nenhuma atividade em unidades anteriores em que o aluno fosse encorajado a fazer algum tipo de adição com quantidades menores. Só então, são apresentadas em poucas páginas com os títulos: *Trabalhando com a adição* e *Trabalhando com a subtração.*

É comum entre professores do primeiro ciclo achar que problemas de adição devem ser ensinados antes dos problemas de subtração por serem considerados mais fáceis. Os Parâmetros Curriculares Nacionais ressaltam que a dificuldade de um problema não está relacionada, necessariamente, à operação requisitada para sua solução: "Isso evidencia que os problemas não se classificam em função unicamente das operações a eles relacionadas *a priori*, e sim em função dos procedimentos utilizados por quem os soluciona" (BRASIL, 1997).

Kamii e DeClark (1994) fazem duras críticas ao ensino de maneira linear da numeração e das operações de adição e subtração por técnicas operatórias. Para as autoras, se as crianças pensam, não há como não construir número, adição e subtração.

O que torna a matemática tão difícil para tantas crianças é a imposição, sem qualquer consideração pela forma com que aprendem ou pensam.

As autoras criticam a abordagem tradicional do ensino de subtração em que há a divisão em fases: Na primeira, a criança tira um número de objetos de um número dado e registra a operação (ver figura 11–a); na segunda, é dada a operação para que a criança desenhos ou objetos para contar (ver figura 11–b); na terceira, a criança deve interpretar essas situações em problemas de enredo, geralmente contemplando a idéia de tirar.

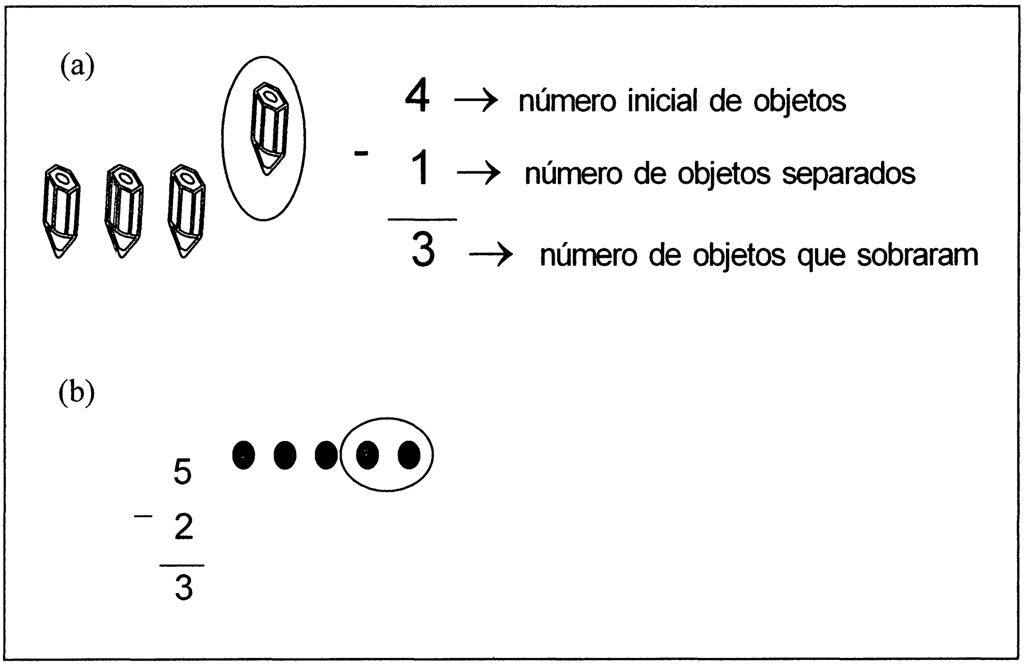


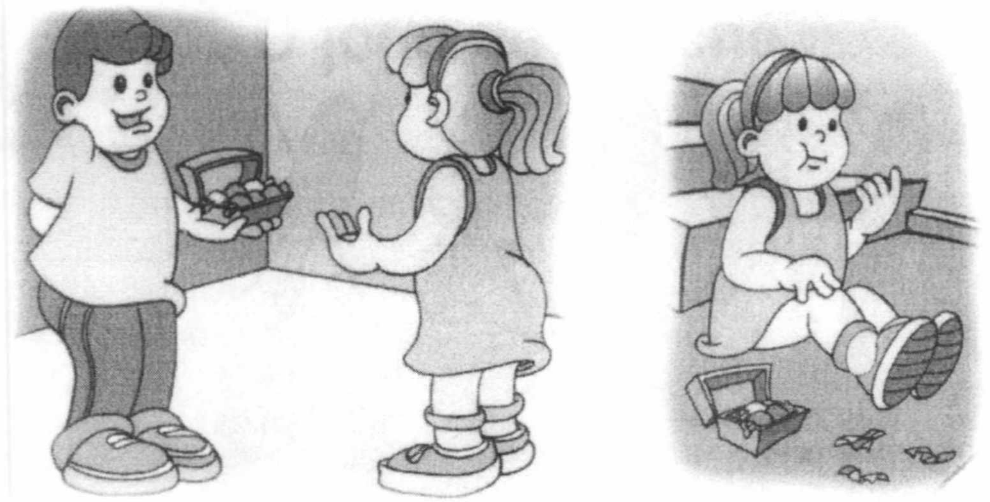
FIGURA 11: Modelo explicativo do ensino da subtração segundo a abordagem tradicional. FONTE: Kamii e DeClark (1994).

Afirmam ainda que as crianças já entram na primeira série com um conhecimento de *tirar* que lhes permite resolver problemas de subtração sem que seja necessário o ensino de problemas que servirão de modelo ou ensino de técnicas para tal fim. É, portanto, necessário que o professor dê significado à subtração.

> Eu acho que o objetivo, tanto na subtração, como na adição, deveria ser o de incentivar as crianças a pensar e lembrar dos resultados de seu próprio raciocínio, e não simplesmente ensinar-lhes técnicas específicas para darem respostas escritas. No Cap. 5 vimos que, uma vez que a criança constrói somas e as põe na memória, ela tem a capacidade de expressar seu conhecimento no papel. Essas crianças que conseguem fazer isso em adição devem ser capazes de fazê-lo também em subtração. Ensinar técnicas que podem ser usadas mecanicamente dá pouca base para o aprendizado futuro (KAMII E DECLARK, 1994).

Em uma das aulas observadas, no início do mês de julho fora proposta uma dessas atividades do livro didático (ver figura 12) em que é repetido em 5 páginas o mesmo raciocínio: o de tirar uma parte do todo, ou seja, tratando de problemas de transformação, repetindo o mesmo esquema. Em seguida, pedia-se o registro da operação, que, como o próprio título da seção sugeria, deveria ser obrigatoriamente uma subtração.

4. Suzana ganhou uma caixa com 6 bombons.



Ela já comeu 3 bombons.

Quantos bombons ela ainda tem? ________

Representando as frases acima em matemática.

____

FIGURA 12: Exemplo de exercício extraído do livro didático. FONTE: Darin & Medeiros (2001).

Observou-se que não houve dificuldades para que os alunos resolvessem os exercícios propostos, pois perceberam, após a professora fazer um exemplo, que o esquema de ação se repetia nos demais. Nunes, a respeito de exercícios que repetem o mesmo raciocínio aditivo, comenta:

> É importante, ao expandir o uso do raciocínio aditivo, os professores não trabalharem com séries de problemas do mesmo tipo. Quando os alunos resolvem uma série de problemas, todos do mesmo tipo, deixam de raciocinar sobre cada problema e simplesmente imitam as soluções anteriores criando a ilusão de terem aprendido. Misturar problemas diretos com outros de parcela ausente e ainda outros com o minuendo e o subtraendo ausente é uma boa estratégia, que maximiza a necessidade de pensar sobre cada problema. Ao apresentar vários tipos de problemas misturados, os professores notarão que os alunos têm mais questões, as atividades levam mais tempo, porém não são resolvidas sem reflexão (NUNES, 2005).

Algumas crianças apenas contavam os objetos e registravam as quantidades, observando que os dados estavam sempre na ordem em que seriam colocados no cálculo numérico. Esse hábito de os alunos tirarem dados numéricos de um problema para fazer contas desvinculadas da situação, fora observado por Starepravo em pesquisa realizada com alunos da terceira série do Ensino Fundamental:

> [...] E, acompanhando a forma como as crianças trabalhavam com problemas, pudemos verificar que, muitas vezes, elas apenas retiravam os dados numéricos apresentados no enunciado e usavam estas quantias em adições, subtrações, multiplicações ou divisões. Muitas vezes, a escolha da operação a ser realizada parecia ser aleatória, como se essa operação não representasse um passo fundamental para encontrar a resposta correta. Algumas crianças usavam em suas operações até mesmo dados numéricos que eram totalmente irrelevantes para o problema e cuja utilização comprometia sua solução. O contexto e a significação do problema não eram levados em conta (STAREPRAVO, in: MORO & SOARES, 2005).

Além de os problemas apresentarem mesma estrutura e o mesmo esquema para a resolução, todos se apoiavam na mesma operação mental para a resolução, chamado, segundo classificação atribuída por Vergnaud (VERGNAUD, 1982, 1988, in: MAGINA, 2001), de *cálculo relacional:* "Aplicar uma transformação negativa", sugerida por uma palavra ou expressão que indique uma situação de perda ou decréscimo da quantidade inicial apresentada, como observado na tabela:

Problema	**Palavra ou expressão que sugere a transformação negativa**	**Diagrama**	**Cálculo numérico**
1) Na cesta havia 6 ovos. Quebraram-se 2. Quantos estão inteiros?	Quebraram-se	$6 \xrightarrow{-2} \square$	6 –2 = 4
2) No jogo de boliche havia 10 pinos em pé. Foram derrubados 4. Quantos faltam para serem derrubados?	Foram derrubados	$10 \xrightarrow{-4} \square$	10 – 4 = 6
3) Havia 7 flores no vaso. Murcharam 5. Quantas ainda não murcharam?	Murcharam	$7 \xrightarrow{-5} \square$	7 –5 = 2
4) Suzana ganhou uma caixa com 6 bombons. Ela já comeu 3 bombons. Quantos bombons ela ainda tem?	Comeu	$6 \xrightarrow{-3} \square$	6 – 3 = 3

TABELA 1: Análise dos problemas do livro didático.

Segundo Busquet Prat (in: LOPES e BRENELY, 2005), os problemas clássicos trabalhados nas séries iniciais do ensino fundamental podem ser definidos como sendo a expressão de uma situação real na qual se coloca uma incógnita, formulada na forma de pergunta à qual se deve responder. Istoé, a partir dos dados apresentados pelo enunciado do problema, cabe ao aluno aplicar uma determinada operação aritmética no intuito de responder à questão proposta.

Percebeu-se que fora necessário que a professora lesse os enunciados para uma minoria ainda não alfabetizada. Durante o atendimento individual, esta pediu que alguns desses alunos não alfabetizados apagassem o que tinham feito para refazer, percebendo que apenas copiaram números informados no exercício, deduzindo o que deveria ser respondido pela repetição de exercícios.

Nunes e Bryant (1997) alertam para o fato de que é necessário para o desenvolvimento do conhecimento de adição e subtração, que ambas as operações sejam consideradas juntas, embora entendidos separadamente. Além disso, os autores ressaltam a importância de se trabalhar uma variedade de situações em que esteja envolvida uma variedade de conceitos que possibilitem o desenvolvimento do raciocínio aditivo.

> Em suma, esta análise geral dos conceitos de soma e de subtração sugere que, para analisar os conceitos das crianças, precisamos levar em conta simultaneamente as situações descritas em problemas, as operações de pensamento ou invariáveis necessárias para resolver problemas específicos e os sistemas de sinais que as crianças estão usando quando são solicitadas a resolver problemas. Assim, a compreensão que as crianças têm de adição e subtração de desenvolve enquanto elas dominam mais situações-problema através da utilização de uma variedade maior de procedimentos que se baseiam em invariáveis diferentes como teoremas em ação e que se baseiam em uma variedade de sistemas de sinais (NUNES & BRYANT, 1997).

Durante a correção foram escritos os cálculos que os alunos deveriam realizar em cada situação no quadro para que comparassem com suas respostas. Embora ocupasse muitas páginas do livro com ilustrações e registro das operações, os problemas foram resolvidos e depois corrigidos pela professora em pouco tempo, cerca de uma hora. Nunes (2005) ressalta que um grupo problemas bem estruturados, que necessitam de uma estratégia de cálculo para cada um, leva um tempo maior de resolução e muitas dúvidas aparecem, mas estes provocam mais reflexões e, conseqüentemente, uma aprendizagem mais significativa.

Vergnaud (In: LOPES e BRENELY, 2005) a partir de pesquisa realizada com alunos do ensino primário, constatou que os problemas poderiam impor um grau maior de dificuldade em suas resoluções, à medida que seus enunciados fossem apresentados de uma forma não convencional. Para o autor, quando um problema não segue uma estrutura padrão, a dificuldade da criança não se centra na resolução da operação aritmética propriamente dita, ou seja, no *cálculo numérico;* mas, sim, no *cálculo relacional*; no fato de a criança não pensar nos problemas sob o ponto de vista de seus estados e transformações. A passagem do enunciado verbal para o cálculo numérico requer uma organização dos dados apresentados.

Percebeu-se que não houve, durante a correção, nenhum tipo de reflexão acerca dos erros cometidos pelos alunos durante a resolução dos problemas. Para Magina (2001), a análise do erro do aluno é importante, pois esta análise permitirá que o professor conheça quais são as dificuldades enfrentadas por seus alunos. A autora afirma que o professor tem importante papel no processo de formação e desenvolvimento de competências e concepções, pois deve fazer escolhas adequadas para criar condições para o aluno avançar no processo.

No capítulo a seguir, apresenta-se uma reflexão acerca de duas aulas observadas numa segunda série da mesma escola, no mesmo período de observação (abril-agosto), selecionadas para discussão de evolução dos conceitos matemáticos envolvidos em problemas de estrutura aditiva entendendo a construção da base do raciocínio aditivo como um objetivo a ser alcançado ao longo dos dois anos do primeiro ciclo[3].

---

[3] Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (1997) é objetivo do primeiro ciclo desenvolver e expressão oral, escrever conclusões comunicar resultados, explorando alguns dos significados das operações, colocando-se em destaque a adição e a subtração.

IV OBSERVANDO UMA SEGUNDA SÉRIE

A observação de uma segunda série objetivou a busca por elementos que identifiquem a evolução do conceito aditivo no primeiro ciclo, tendo em vista, investigar as dificuldades encontradas no campo das estruturas aditivas em resolução de problemas que envolvem, principalmente, inversão e a freqüência com que aparecem: transformação com ação ou quantidade inicial desconhecidas, comparação com referente desconhecido e composição com uma das partes desconhecidas.

Em aula observada em uma turma de segunda série com 32 alunos, ao final do mês de junho, a professora passou no quadro seis problemas, dos quais, dois "deveriam" ser resolvidos com a operação de adição, dois com a operação de subtração, um com a multiplicação e um com a divisão. Além disso, foram dadas dez contas das quatro operações com o enunciado característico "arme e efetue".

Problema 01: A escola de Ana tem 356 alunos que estudam no período da manhã e 238 alunos que estudam no período da tarde. Se todos os alunos comparecerem à festa junina da escola, quantos alunos serão?

Problema 02: Para pendurar as bandeirinhas para a festa junina da escola, foram usados 2 rolos de barbante: um com 50 metros e outro com 25 metros. Quantos metros de barbante foram usados ao todo?

Problema 03: A classe de Tatiane participou da confecção das bandeirinhas. A professora separou 264 folhas de papel colorido para a confecção. Foram usadas 152 folhas. Quantas sobraram?

Problema 04: Foram confeccionadas 345 bandeirinhas amarelas e vermelhas para enfeitar o pátio da escola. Dessas, 132 eram vermelhas. Quantas eram amarelas?

Problema 05: Chegaram para a festa da escola 3 ônibus com a mesma quantidade de crianças. No total foram 142 crianças. Quantas vieram em cada ônibus?

Problema 06: Cada cachorro-quente será vendido por 2 reais na festa da escola. Se forem vendidos 273, qual será o total arrecadado com a venda de cachorros-quentes?

Mesmo antes de a professora terminar de escrever os problemas no quadro, os alunos já conversaram sobre a operação a ser realizada na solução: “Esse é de mais, ‘né’ professora?” diziam alguns alunos. A professora chamou a atenção dos alunos para não fazerem comentários sobre os problemas: “cada um faz o seu”.

O raciocínio necessário para a resolução dos problemas 1 e 2 é o mesmo, pois se tratam de dois problemas de composição, envolvendo três medidas estáticas (parte + parte = todo). O primeiro foi resolvido com facilidade no que diz respeito à escolha da operação de adição, porém o fato de alguns alunos comentarem em voz alta que o problema seria *de mais* comprometeu a conclusão a respeito da quantidade de alunos que realmente usariam a operação. Um erro ocorrido entre poucos alunos foi o do uso inadequado da *conta em pé*, sendo observado erro de dois gêneros: ao somar as unidades, não usaram o popular *vai um* (ver figura 13-a) e erro ao não somar esse 1 com os algarismos da dezena (ver figura 13-b)

$$\begin{array}{cccc} & & & \\ & 3 & 5 & 6 \\ + & & & \\ & 2 & 3 & 8 \\ \hline & 5 & 8 & 14 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{cccc} & & 1 & \\ & 3 & 5 & 6 \\ + & & & \\ & 2 & 3 & 8 \\ \hline & 5 & 8 & 4 \end{array}$$

[a] *[b]*

FIGURA 13: Tipos de erros ocorridos na resolução do problema 1.

Estudos realizados por Koch e Soares (2005) com alunos de sexta série do Ensino Fundamental mostraram que o vício de usar algoritmos canônicos (contas em pé), aprendidos nas séries iniciais, prejudica a resolução de problemas em que é necessário se trabalhar no conjunto dos números inteiros, cujos resultados demonstram ausência de outros tipos de notações (MORO & SOARES, 2005).

> Os alunos devem ser incentivados a utilizar recursos próprios para a resolução de problemas. Podem recorrer a vários tipos de representações como desenhos, diagramas e outros. Em seguida devem ser provocadas discussões sobre os diversos procedimentos utilizados destacando-se a economia e/ou eficiência de cada um. A escolha de uma representação significativa de uma situação problema auxilia na compreensão, ao mesmo tempo em que evita a imposição de regras arbitrárias de cálculo (FRANCHI, in: MORO & SOARES, 2005).

O segundo problema apresentou erro por parte de alguns alunos que somaram todos os dados, inclusive a quantidade de rolos (2 + 50 + 25). Esse tipo de erro pode ser justificado pelo fato de os alunos estarem habituados com problemas que seguem uma formulação específica, sendo que a pergunta vem acompanhada de informações que podem ser usadas para obter a resposta. Neste sentido, como destaca Starepravo, "resolver problemas para a maioria das crianças seria adivinhar a conta a ser utilizada em cada caso", retirando dados numéricos dos problemas e os usando em adições, subtrações, multiplicações ou divisões (STAREPRAVO in: MORO & SOARES, 2005).

A professora comentou que recebe todo o ano na segunda série alunos que não conseguem ler os enunciados e que, por isso, acabam apenas usando números que são fornecidos nos problemas.

> Tendências atuais do ensino da matemática se caracterizam por dar maior atenção à formação de conceitos em detrimento do treino de técnicas mecanizadas de cálculo. Essas tendências, denominadas conceituais, em oposição às denominadas tendências sintáticas, pressupõem uma participação mais ativa dos alunos no seu processo de aprendizagem. O desafio é equilibrar essas tendências, ambas importantes, para que os alunos por meio da compreensão desenvolvam representações e modos de expressão oral e escrita e, a partir da reflexão sobre sua expressão escrita, aprimorem notações e

> atribuam um significado cada vez maior aos conceitos matemáticos que utilizam (KOCH E SOARES in: MORO & SOARES, 2005).

Koch e Soares afirmam que a resolução de problemas não depende exclusivamente da interpretação do texto escrito, mas de operações mentais, ligadas à experiência do aluno. Para as autoras, considerar a deficiência do sujeito em ler e interpretar a língua materna, como a causa de seu fracasso na resolução de problemas matemáticos, significa reduzir a complexidade da formação das competências matemáticas (que dependem de tarefas cognitivas das operações do pensamento) a aspectos puramente lingüísticos.

O problema 3 foi resolvido rapidamente pela maioria das crianças, pois se tratava de um problema protótipo das estruturas aditivas de transformação negativa, o qual é um dos primeiros a ser compreendido pelas crianças pequenas (MAGINA, 2001).

Vergnaud (in: MAGINA, 2001) afirma que a complexidade de um problema é determinada pela diferença entre as operações de pensamento necessárias para o estabelecimento das relações entre seus dados, assim como a grandeza e a natureza dos números envolvidos, a estrutura textual e o tipo de referentes numéricos.

O problema 4 é um exemplo de problema de composição, envolvendo três medidas estáticas (parte + parte = todo) no qual são dados o total e uma das partes e é pedida a outra parte. Puderam se observar alguns alunos que somaram os números indicados no problema sem se quer analisar o caso. Durante a correção, a professora apenas perguntou do que era o problema e resolveu na lousa com uma operação de subtração, com a ajuda coletiva dos alunos que respondiam às perguntas em coro. Os que haviam somado os números, simplesmente apagaram suas soluções e copiaram a que estava no quadro. Situação semelhante é relatada por Starepravo em seu trabalho:

> Em geral, na escola, as crianças não têm oportunidades de interpretar suas notações. Nem mesmo têm chance de elaborar procedimentos pessoais de solução. É comum, nas aulas de matemática, que todos os alunos resolvam os problemas usando um mesmo tipo de procedimento (antes ensinado pelo professor) e que a correção seja

> feita no quadro, sem maiores discussões sobre os procedimentos usados. É comum encontrar o seguinte: as crianças que não empregaram a forma de resolução registrada no quadro, apagam suas notações e simplesmente copiam o que ali foi escrito (STAREPRAVO, in: MORO & SOARES, 2005).

Observações feitas por Riley e Cols. (RILEY E COLS., 1983, in: NUNES & BRYANT, 1997) mostraram que a taxa de sucesso em problemas de situação subtração parte todo é semelhante ao sucesso em problemas que requerem o uso da subtração como inverso da adição.

Os problemas 5 e 6 resolvidos com as operações de divisão e multiplicação respectivamente, apresentaram maior dificuldade com relação ao algoritmo convencional, pois após montarem a operação, muitos esperaram a resolução no quadro pela professora para copiarem. A professora comentou que os alunos recentemente começaram a ser ensinados a multiplicar e dividir números maiores por um algarismo.

> De acordo com Charnay (1996), ensinar antes os algoritmos convencionais das operações e, depois, apresentar problemas para os alunos, são aspectos de um modelo de ensino "normativo", centrado no conteúdo. Ensinar, conforme esse modelo, é transmitir, comunicar um saber aos alunos. Os problemas são usados em situações de avaliação da aprendizagem. Servem para verificar o domínio que os alunos possuem dos algoritmos ensinados.. o autor baseando-se em Piaget, afirma que só existe uma aprendizagem quando o aluno percebe que existe um problema a resolver (STAREPRAVO, 2005).

Ao final, a professora chamou alguns alunos ao quadro para que fizessem a correção das operações que haviam sido passadas após os problemas.

Em aula observada no início do mês de agosto, os alunos fizeram uma lista de problemas com dados em uma tabela de valores (ver figura 14), além de exercícios de antecessor, sucessor e decomposição, seqüência e escrita por extenso de alguns números de três ordens. Tudo fora passado no quadro para que os alunos copiassem e respondessem.

No zoológico, Pedro observou placas que mostravam o nome e algumas informações sobre cada animal. Anotou o nome e o peso de alguns animais:

Animal	**Peso em quilogramas**
Lobo-guará	40
Tamanduá	4
Preguiça	5
Camelo	500
Anta	190
Tatu	1
Macaco-aranha	8
Onça-pintada	136
Tigre	200
Leão	250
Zebra	260
Girafa	1 500
Elefante africano	6 500
Hipopótamo	4 000

FIGURA 14: Tabela passada no quadro pela professora para a resolução dos problemas.

Problemas:

1) Imagine que fosse possível colocar, numa mesma balança, mais de um animal.
   a) Quantos quilogramas pesariam o lobo-guará e a onça-pintada juntos?
   b) E se juntássemos na balança a anta, a preguiça e o tamanduá? Quantos quilogramas os três juntos pesariam?
   c) Nesse caso, se o tatu também subisse na balança, o que aconteceria?
2) Faça os cálculos para descobrir quanto pesariam juntos os seguintes animais:
   a) O leão e a zebra;
   b) A onça-pintada e a zebra;
   c) A anta e a onça-pintada.
3) Quantos quilogramas o leão é mais pesado que o tigre?

4) Que animal é mais leve: o elefante ou o hipopótamo? Quantos quilogramas?

O único tipo de erro observado nos exercícios 1 e 2 foi de uso do algoritmo de adição. Ficou claro para os alunos que deveriam utilizar a operação de adição em todos os casos. Pode-se observar que os exercícios 1 e 2 não poderiam apresentar outra dificuldade para os alunos a não ser o uso do algoritmo da adição, pois, o raciocínio empregado em todas as resoluções envolve situações de relação parte-todo em problemas de composição com medidas estáticas.

Esses problemas poderiam apresentar uma variedade de soluções por possibilitarem a resolução através do cálculo mental, já que a maioria dos números da tabela são dezenas completas. A professora insistiu que cada resolução deveria conter não só a resposta, mas também a conta que foi usada para a solução. Percebe-se, por exemplo, que a intenção do item 2-c seria de calcular mentalmente 199 +1, para que o aluno aprenda sucessor de números de três ordens.

A professora comentou que a preocupação com o registro das operações se deve ao fato de que este é um dos conteúdos exigidos para a segunda série. Além disso, que os alunos precisam aprender a *pôr no papel* a solução dos problemas. Starepravo comenta que este é realmente um dos motivos de angústia de professores em cursos de formação continuada:

> Muitos professores alegam que seus alunos não sabem interpretar problemas para resolvê-los. Alguns admitem que seus alunos possuem conhecimentos matemáticos porque conseguem dar respostas orais ou realizar cálculos mentalmente. Mas a grande preocupação é que as crianças não conseguem "colocar isso no papel", ou seja não aplicam adequadamente os algoritmos ensinados pelo professor, para resolver os problemas propostos (STAREPRAVO, in: MORO & SOARES, 2005).

Zunino (in: LOPES e BRENELY, 2005) destaca que é possível que a utilização de problemas padrão na escola leve algumas crianças a centrar-se em certas *chaves* incluídas nos enunciados, deixando de lado a estrutura do problema para centrar-se em determinadas *pistas* que os levem às respostas, as quais do ponto de vista relacional não são as corretas. Segundo o autor o fato de insistir em problemas padrão faz com que mesmo crianças com nível de abstração *superior* prestem atenção às palavras que sugerem um determinado tipo de operação, desconsiderando os dados realmente pertinentes à resolução.

Na resolução do problema 3 houve erro quanto à interpretação da palavra *mais* no enunciado, como comentado por Nunes e Bryant (1997) em que os alunos que cometem esse tipo de erro ainda não entenderam o que as palavras *mais* e *menos* significam em temos comparativos. Houve um número significativo de alunos, cerca de 10, que somaram os dados do problema.

Os autores apresentaram resultados significativos quando crianças mais novas resolviam problemas de comparação de duas medidas estáticas coordenando as estratégias que elas já têm, de correspondência termo a termo e o uso da adição e da subtração em situações que envolvem números como medidas de tamanho de conjunto e números como medida de transformação.

A correspondência termo a termo pode ser feita no caso dos problemas 3 e 4 esboçando-se um gráfico do peso dos animais pintando a parte que corresponde à diferença de peso entre os animais em questão (ver figuras 15-a e 15-b) ficando fácil perceber o quanto um animal é mais pesado que o outro através da idéia do complemento: "de 200 faltam 50 para 250, logo, o leão é 50 kg mais pesado do que o tigre"; "de 4 000 faltam 2 500 para 6 500, logo, o hipopótamo é 2500 kg mais leve do que o elefante".

Um fator pode ter contribuído para que acontecesse erro no problema 4: o fato de apenas se perguntar "*quantos quilogramas*" em vez de "*quantos quilogramas a menos*". Isto pode levar a idéia de que apenas se está querendo saber quanto pesa o animal mais leve entre o hipopótamo e o elefante. Observou-se que cerca da metade da turma apenas respondeu que o animal mais leve era o hipopótamo e que seu peso era 4000 kg sem perceber que deveria calcular a diferença.

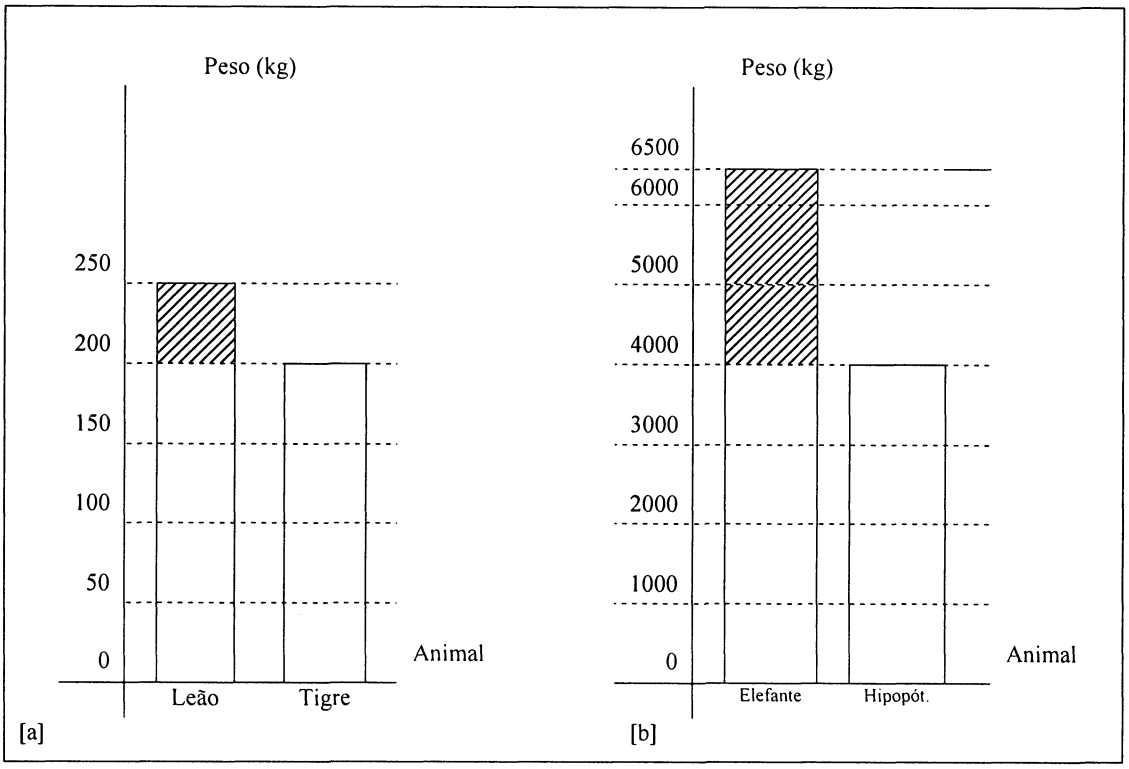


FIGURA 15: Sugestão de gráfico comparativo entre os pesos dos animais do problema.

A correção seguiu como o de costume, sendo feitos os cálculos no quadro sem maiores discussões. Houve uma atitude muito mecânica por parte dos alunos durante as atividades propostas, sem muita troca com a professora. Os alunos apenas resolveram as operações com os dados numéricos dos problemas e os conferiram com a resolução da professora no quadro.

A evolução do uso de estratégias próprias para a resolução de problemas de estrutura aditiva deve ocorrer dentro do primeiro ciclo, no entanto, foi possível observar que há uma preocupação maior quanto à evolução da grandeza dos dados numéricos utilizados nos problemas e de algoritmos canônicos.

V CONCLUSÃO

A maioria dos alunos já entra na escola com algum conhecimento acerca do conceito de juntar, tirar e fazer correspondência termo a termo (comparar). O desafio do professor do primeiro ciclo é desenvolver meios para que o aluno venha a estabelecer relação entre os três esquemas de ação e, portanto, construir um conceito operatório de adição e subtração.

Ensinar adição e subtração é muito mais do que apenas ensinar um algoritmo para o cálculo numérico. A criança precisa ser estimulada desde a pré-escola a estabelecer relação entre somar e subtrair, de modo a expandir seu conceito inicial de juntar, tirar e comparar. Problemas de estruturas aditivas (VERGNAUD in: MAGINA, 2001) não são exclusividade das séries iniciais. O raciocínio aditivo deverá ser desenvolvido durante todo o Ensino Fundamental.

A resolução de problemas contribui de maneira significativa para o avanço do raciocínio aditivo. Neste sentido resolver problemas não é simplesmente repetir uma seqüência de procedimentos ensinados pelo professor. O aluno precisa ser incentivado a usar estratégias próprias para a resolução de problemas às quais deverão ser validadas ou não mediante reflexão mediada pelo professor.

Pode se perceber através deste trabalho que nas turmas observadas a idéia que as professoras têm de resolução de problemas está vinculada, na maioria das vezes, ao treino de operações matemáticas numa ordem seqüencial – adição, subtração, multiplicação e divisão – e que nenhuma ou pouca relação é estabelecida entre os mecanismos de resolução para cada situação. A evolução observada da primeira para a segunda série do primeiro ciclo diz respeito, basicamente, ao valor dos dados numéricos e ao ensino de algoritmos.

Houve avanços, em relação aos métodos tradicionais de ensino no que diz respeito a aproximar as situações problemas da realidade, ou de situações motivadoras como canções e textos poéticos que fazem parte do universo infantil. No entanto, se faz necessário um trabalho de formação de professores de modo a garantir que os professores conheçam e possam utilizar em seu trabalho os resultados das pesquisas realizadas acerca do campo conceitual aditivo.

VI REFERÊNCIAS

1. BRASIL, MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E DO DESPORTO. **Parâmetros Curriculares Nacionais – Matemática**. Brasília: MEC/SEF,1997.

2. DARIN, A.; MEDEIROS, I. **Matemática – 1ª série.** São Paulo: IBEP, 2001.

3. FERREIRO, E.; TEBEROSKI, A. **Psicogênese da língua escrita.** 2. ed. Porto Alegre: Artes Médicas, 1991.

4. JOSÉ, Elias. **Lua no Brejo.** Porto Alegre: Mercado Aberto, 1987.

5. KAMII, C.; DECLARK, G. **Reinventando a aritmética: implicações da teoria de Piaget.** 8. ed. Campinas: Papirus, 1994.

6. LOPES, Shiderlene V. de A.; BRENELY, Rosely P. A importância da abstração reflexiva na resolução de problemas de subtração. In: BRITO, Márcia R. F. de. **Psicologia da educação matemática.** Florianópolis: Insular, 2005.

7. MAGINA, Sandra et al. **Repensando adição e subtração: contribuições de teoria dos campos conceituais.** 2. ed. São Paulo: PROEM, 2001.

8. MORO, Maria F. L.; SOARES, Maria T. C.(Orgs). **Desenhos, palavras e números: as marcas da matemática na escola.** Curitiba: Ed. da UFPR, 2005.

9. NUNES, T.; BRYANT, P. **Crianças fazendo matemática.** Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

10. NUNES, T.; et al. **Educação matemática 1: números e operações numéricas.** São Paulo: Cortez, 2005.

11. QUATRO BARRAS, SECRETARIA DA EDUCAÇÃO, CULTURA E ESPORTE. **Diretrizes Curriculares da Educação Básica das Escolas Públicas de Quatro Barras.** Quatro Barras, 2004.