

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

RODRIGO KOTLEVSKI

METAHEURÍSTICAS HÍBRIDAS KOARIME E MOKOARIME: UMA
ABORDAGEM INTEGRADA PARA OTIMIZAÇÃO EM PROBLEMAS
DE ENGENHARIA.

CURITIBA

2025

RODRIGO KOTLEVSKI

METAHEURÍSTICAS HÍBRIDAS KOARIME E MOKOARIME: UMA
ABORDAGEM INTEGRADA PARA OTIMIZAÇÃO EM PROBLEMAS
DE ENGENHARIA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Dr. Gideon Villar Leandro

CURITIBA
2025

DADOS INTERNACIONAIS DE CATALOGAÇÃO NA PUBLICAÇÃO (CIP)
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
SISTEMA DE BIBLIOTECAS – BIBLIOTECA DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA

Kotlevski, Rodrigo

Metaheurísticas híbridas koarime e mokoarime: uma abordagem integrada para otimização em problemas de engenharia / Rodrigo Kotlevski. – Curitiba, 2025.

1 recurso on-line : PDF.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Paraná, Setor de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica.

Orientador: Gideon Villar Leandro

1. Engenharia – Avaliação. 2. Energia – Fontes alternativas. 3. Benchmarking (Administração). I. Universidade Federal do Paraná. II. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica. III. Leandro, Gideon Villar. IV. Título.

Bibliotecário: Douglas Lenon da Silva CRB-9/1892



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SETOR DE TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO ENGENHARIA
ELÉTRICA - 40001016043P4

TERMO DE APROVAÇÃO

Os membros da Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação ENGENHARIA ELÉTRICA da Universidade Federal do Paraná foram convocados para realizar a arguição da Dissertação de Mestrado de **RODRIGO KOTLEWSKI**, intitulada: **METAHEURÍSTICAS HÍBRIDAS KOARIME E MOKOARIME: UMA ABORDAGEM INTEGRADA PARA OTIMIZAÇÃO EM PROBLEMAS DE ENGENHARIA**, sob orientação do Prof. Dr. GIDEON VILLAR LEANDRO, que após terem inquirido o aluno e realizada a avaliação do trabalho, são de parecer pela sua APROVAÇÃO no rito de defesa.

A outorga do título de mestre está sujeita à homologação pelo colegiado, ao atendimento de todas as indicações e correções solicitadas pela banca e ao pleno atendimento das demandas regimentais do Programa de Pós-Graduação.

Curitiba, 12 de Dezembro de 2025.

Assinatura Eletrônica
15/12/2025 11:22:39.0
GIDEON VILLAR LEANDRO
Presidente da Banca Examinadora

Assinatura Eletrônica
15/12/2025 13:49:46.0
ANGELO MARCELO TUSSET
Avaliador Externo (UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO
PARANÁ - PONTA GROSSA)

Assinatura Eletrônica
16/12/2025 09:52:54.0
GUSTAVO HENRIQUE DA COSTA OLIVEIRA
Avaliador Interno (UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ)

Assinatura Eletrônica
16/12/2025 10:38:54.0
JOAO AMERICO VILELA JUNIOR
Avaliador Interno (UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ)

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, gostaria de manifestar minha imensa gratidão ao meu orientador, Prof. Dr. Gideon Villar Leandro, cuja orientação, paciência e dedicação foram fundamentais ao longo de todo o processo. Sua experiência foi essencial para o desenvolvimento deste trabalho, sempre me orientando com dedicação e profissionalismo. Seu apoio e incentivo foram determinantes para que eu pudesse superar desafios e evoluir ao longo dessa jornada.

Aos membros da banca, minha sincera gratidão pelas valiosas sugestões e críticas que contribuíram significativamente para o aprimoramento desta pesquisa. Agradeço também a todos os professores e colegas do programa pelo compartilhamento de conhecimento, pelas discussões enriquecedoras e pela troca de experiências ao longo desta caminhada. Sou igualmente grato às instituições, laboratórios e grupos de pesquisa que forneceram a infraestrutura e a colaboração técnica necessárias para o desenvolvimento deste estudo.

Um agradecimento especial aos professores Dr. Alexandre Rasi Aoki e Dr. Edson José Pacheco, cuja confiança e indicação foram decisivas para minha entrada no mestrado. Suas palavras de incentivo e apoio inicial tiveram papel essencial na construção deste percurso.

À minha família, meu alicerce, pelo apoio incondicional, paciência e incentivo em cada etapa desta jornada. Sem vocês, nada disso seria possível.

Não é no conhecimento que está a felicidade, mas na aquisição do

conhecimento. (EDGAR ALLAN
POE, 1845)

Uma nova verdade científica não triunfa convencendo os opositores, fazendo-os verem a luz, mas sim porque seus opositores eventualmente morrem e uma nova geração cresce que está familiarizada com isso. (MAX PLANK, 1950, p.33)

RESUMO

A crescente complexidade dos sistemas de engenharia tem impulsionado o desenvolvimento de técnicas estocásticas para otimização, que superam as limitações dos métodos determinísticos. Metaheurísticas, especialmente as híbridas, têm se mostrado técnicas promissoras para lidar com problemas de múltiplos objetivos e alta dimensionalidade. Este trabalho propõe duas novas metaheurísticas híbridas, KOARIME (mono objetivo) e MOKOARIME (multi-objetivo), que combinam as abordagens de exploração do Algoritmo de Otimização de Kepler (KOA) e o refinamento das soluções inspirado no algoritmo RIME, baseado no crescimento do gelo-rime. A versão mono objetivo do KOARIME foi avaliada nas competições de benchmark CEC 2017, CEC 2019 e CEC 2023, considerando diferentes tamanhos populacionais, obtendo desempenho superior em aproximadamente 50% das funções avaliadas quando comparada aos algoritmos de referência. No contexto multi-objetivo, o MOKOARIME foi avaliado na competição CEC 2018, alcançando os melhores resultados em termos de convergência e diversidade em cerca de 60% dos problemas analisados. Além dos benchmarks, os algoritmos foram aplicados a problemas reais de engenharia. No estudo de uma microrrede híbrida off-grid, o KOARIME obteve 100% de vitórias na minimização mono objetivo do custo do ciclo de vida (LCC – *Life Cycle Cost*), enquanto o MOKOARIME apresentou desempenho superior em 75% dos cenários na formulação multi-objetivo, considerando simultaneamente critérios econômicos e ambientais. No problema de otimização de treliças estruturais, o MOKOARIME superou os algoritmos comparados em 93% dos casos avaliados, demonstrando elevada robustez e qualidade das frentes de Pareto obtidas. De forma geral, os resultados quantitativos confirmam que o KOARIME e o MOKOARIME são algoritmos eficientes, robustos e competitivos, apresentando boa escalabilidade computacional e desempenho consistente tanto em benchmarks clássicos quanto em problemas reais de engenharia, consolidando-se como abordagens competitivas e robustas para problemas de otimização mono objetivo e multi-objetivo em engenharia.

Palavras-chave: Metaheurísticas híbridas; otimização mono objetivo; otimização multi-objetivo; sistemas híbridos de energia renovável; CEC benchmarks.

ABSTRACT

The increasing complexity of engineering systems has driven the development of stochastic optimization techniques capable of overcoming the limitations of deterministic methods. Metaheuristics, particularly hybrid approaches, have proven to be promising techniques for addressing problems involving multiple objectives and high dimensionality. This work proposes two new hybrid metaheuristics, KOARIME (single objective) and MOKOARIME (multi-objective), which combine the exploration mechanisms of the Kepler Optimization Algorithm (KOA) with solution refinement inspired by the RIME algorithm, based on the growth of rime ice. The single-objective version of KOARIME was evaluated on the CEC 2017, CEC 2019, and CEC 2023 benchmark suites, considering different population sizes, and achieved superior performance in approximately 50% of the evaluated functions when compared with reference algorithms. In the multi-objective context, MOKOARIME was assessed on the CEC 2018 benchmark suite, achieving the best results in terms of convergence and diversity in about 60% of the analyzed problems. Beyond benchmark evaluations, the proposed algorithms were applied to real engineering problems. In the study of a hybrid off-grid microgrid, KOARIME achieved 100% victories in the single-objective minimization of the life cycle cost (LCC), while MOKOARIME outperformed competing algorithms in 75% of the scenarios under the multi-objective formulation, simultaneously considering economic and environmental criteria. In the structural truss optimization problem, MOKOARIME surpassed the compared algorithms in 93% of the evaluated cases, demonstrating high robustness and superior quality of the obtained Pareto fronts. Overall, the quantitative results confirm that KOARIME and MOKOARIME are efficient, robust, and competitive algorithms, exhibiting good computational scalability and consistent performance across both classical benchmark problems and real-world engineering applications, thereby consolidating themselves as competitive and robust approaches for single-objective and multi-objective optimization in engineering.

Keywords: Hybrid metaheuristics; single-objective optimization; multi-objective optimization; renewable hybrid energy systems; CEC benchmarks.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 – Representação da função Rastrigin.....	29
FIGURA 2 – Exemplo de fronteira de Pareto e relação de dominância	32
FIGURA 3 – Estrutura da microrrede off-grid proposta	52
FIGURA 4 – Treliça de 72 barras.....	58
FIGURA 5 – Treliça de 582 barras.....	59
FIGURA 6 – Treliça de 942 barras.....	60
FIGURA 7 – Treliça de 1016 barras.....	61
FIGURA 8 – Número total de publicações com a string “metaheuristic” ao longo dos anos	63
FIGURA 9 – Número total de publicações com a string “hybrid metaheuristic” ao longo dos anos.....	64
FIGURA 10 – Número total de publicações com a string “hybrid metaheuristic” e “single objective” ao longo dos anos	65
FIGURA 11 – Número total de publicações com a string “hybrid metaheuristic” e “multi-objective” ao longo dos anos	66
FIGURA 12 – Número total de publicações com a string “hybrid metaheuristic” e “physics-based” ao longo dos anos	67
FIGURA 13 – Número total de publicações com a string “metaheuristic” and “renewable energy” ao longo dos anos	68
FIGURA 14 – Número total de publicações com a string “metaheuristic” and “truss optimization” ao longo dos anos	69
FIGURA 15 – Principais palavras-chave associadas a metaheurísticas híbridas nas publicações da MDPI.....	71
FIGURA 16 – Principais palavras-chave associadas a metaheurísticas híbridas nas publicações da Scopus.....	72
FIGURA 17 – Principais palavras-chave associadas a metaheurísticas híbridas nas publicações da Web of Science.....	73
FIGURA 18 – Fluxograma algoritmo KOARIME.....	85
FIGURA 19 – Regiões de exploração e intensificação no espaço de busca.....	90
FIGURA 20 – Ilustração no espaço bidimensional.....	99
FIGURA 21 – Ilustração no espaço tridimensional.....	99

FIGURA 22 – Fluxograma algoritmo MOKOARIME	102
FIGURA 23 – Perfil de demanda elétrica horária em um dia	131
FIGURA 24 – Irradiância solar anual.....	133
FIGURA 25 – Velocidade do vento anual.....	133
FIGURA 26 – Temperatura anual.....	134
FIGURA 27 – Curva de convergência da melhor execução dos algoritmos população de 30	142
FIGURA 28 – Curva de convergência da melhor execução dos algoritmos população de 60	142
FIGURA 29 – Frente de Pareto obtida na melhor execução com população de 30 indivíduos	151
FIGURA 30 – Frente de Pareto obtida na melhor execução com população de 120 indivíduos	152
FIGURA 31 – Frente de Pareto obtida na melhor execução com população de 300 indivíduos	152
FIGURA 32 – Frente de Pareto obtida na melhor execução com população de 30 indivíduos	153
FIGURA 33 – Frente de Pareto obtida na melhor execução com população de 120 indivíduos	153
FIGURA 34 – Frente de Pareto obtida na melhor execução com população de 300 indivíduos	154
FIGURA 35 – Frente de Pareto obtida na melhor execução com população de 30 indivíduos	154
FIGURA 36 – Frente de Pareto obtida na melhor execução com população de 120 indivíduos	155
FIGURA 37 – Frente de Pareto obtida na melhor execução com população de 300 indivíduos	155
FIGURA 38 – Frente de Pareto obtida na melhor execução com população de 30 indivíduos	156
FIGURA 39 – Frente de Pareto obtida na melhor execução com população de 120 indivíduos	156
FIGURA 40 – Frente de Pareto obtida na melhor execução com população de 300 indivíduos	157

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 – Funções da competição CEC 2017	39
TABELA 2 – Funções da competição CEC 2019	44
TABELA 3 – Funções da competição CEC 2023	46
TABELA 4 – Funções da competição CEC 2018	48
TABELA 5 – Áreas do conhecimento mais frequentes relacionadas com o uso de metaheurísticas híbridas de acordo com MDPI.....	74
TABELA 6 – Áreas do conhecimento mais frequentes relacionadas com o uso de metaheurísticas híbridas de acordo com o Scopus.....	75
TABELA 7 – Áreas do conhecimento mais frequentes relacionadas com o uso de metaheurísticas híbridas de acordo com o Web of Science	75
TABELA 8 – Parâmetros internos utilizados na otimização.....	105
TABELA 9 – Valores obtidos na otimização das funções da CEC2017 população igual a 5	106
TABELA 10 – Valores obtidos na otimização das funções da CEC2017 população igual a 30	107
TABELA 11 – Valores obtidos na otimização das funções da CEC2017 população igual a 60	108
TABELA 12 – Ranks obtidos no teste de Friedman	109
TABELA 13 – Teste de hipótese de Friedman	109
TABELA 14 – Valores obtidos na otimização das funções da CEC2019 população igual a 5	112
TABELA 15 – Valores obtidos na otimização das funções da CEC2019 população igual a 30	112
TABELA 16 – Valores obtidos na otimização das funções da CEC2019 população igual a 60	113
TABELA 17 – Ranks obtidos no teste de Friedman	113
TABELA 18 – Teste de hipótese de Friedman	113
TABELA 19 – Valores obtidos na otimização das funções da CEC2023 população igual a 5	116
TABELA 20 – Valores obtidos na otimização das funções da CEC2023 população igual a 30	116

TABELA 21 – Valores obtidos na otimização das funções da CEC2023 população igual a 60	116
TABELA 22 – Ranks obtidos no teste de Friedman	117
TABELA 23 – Teste de hipótese de Friedman	117
TABELA 24 – Parâmetros internos utilizados na otimização	121
TABELA 25 – Problemas testes da competição CEC 2018	122
TABELA 26 – Análise dos valores da métrica IGD obtidos nas funções CEC2018 com população de 30 indivíduos	123
TABELA 27 – Análise dos valores da métrica HV obtidos nas funções CEC2018 com população de 30 indivíduos	124
TABELA 28 – Análise dos valores da métrica IGD obtidos nas funções CEC2018 com população de 120 indivíduos	125
TABELA 29 – Análise dos valores da métrica HV obtidos nas funções CEC2018 com população de 120 indivíduos	126
TABELA 30 – Análise dos valores da métrica IGD obtidos nas funções CEC2018 com população de 300 indivíduos	127
TABELA 31 – Análise dos valores da métrica HV obtidos nas funções CEC2018 com população de 300 indivíduos	128
TABELA 32 – Resultados gerais do MOKOARIME	129
TABELA 33 – Vitórias e derrotas gerais dos sete algoritmos com base nas métricas IGD e HV	129
TABELA 34 – Perfil horário da demanda elétrica por setor no dia típico de verão e inverno	132
TABELA 35 – Resultados médios e desvio-padrão do LCC obtidos pelos algoritmos	141
TABELA 36 – Resultados médios do HV e desvio-padrão do obtidos pelos algoritmos	147
TABELA 37 – Resultados gerais do MOKOARIME	148
TABELA 38 – Comparativo de vitórias e derrotas (HV)	148
TABELA 39 – Parâmetros estruturais adotados para cada treliça	151
TABELA 40 – Resultados gerais do MOKOARIME no problema de treliças	157
TABELA 41 – Comparativo de vitórias e derrotas (IGD E HV) no problema de treliças	157
TABELA 42 – Análise da métrica IGD no problema de treliças	159

TABELA 43 – Análise da métrica HV no problema de treliças	159
TABELA 44 – Comparação do tempo médio de execução (em segundos) dos algoritmos mono objetivo.....	160
TABELA 45 – Tempo computacional médio (em segundos) dos algoritmos avaliados nos diferentes problemas	160
TABELA 46 – Parâmetros do módulo fotovoltaico	173
TABELA 47 – Parâmetros técnicos da turbina eólica.....	173
TABELA 48 – Parâmetros do sistema de geração por biomassa.....	173
TABELA 49 – Especificações da bateria NI-FE.....	174
TABELA 50 – Parâmetros do gerador a diesel (DG).....	174

LISTA DE ABREVIATURAS OU SIGLAS

ACCS	– Busca do Cuco Adaptativa com Crossover (do inglês <i>Adaptive Cuckoo Search with Crossover</i>).
ACO	– Otimização de Colônias de Formigas (do inglês <i>Ant Colony Optimization</i>).
BA	– Algoritmo do Morcego (do inglês <i>Bat Algorithm</i>).
BWO	– Otimização da Baleia Beluga (do inglês <i>Beluga Whale Optimization</i>).
CEC	– Congresso Computação Evolutiva (do inglês <i>Congress on Evolutionary Computation</i>).
COE	– Custo da Energia (do inglês <i>Cost of Energy</i>).
CS	– Busca do Cuco (do inglês <i>Cuckoo Search</i>).
DA	– Algoritmo Libélula (do inglês <i>Dragonfly Algorithm</i>).
DE	– Evolução Diferencial (do inglês <i>Differential Evolution</i>).
DG	– Gerador a Diesel (do inglês <i>Diesel Generator</i>).
DOD	– Profundidade de Descarga (do inglês <i>Depth of Discharge</i>).
ESA	– Algoritmo de Enxame de Minhocas (do inglês <i>Earthworm Swarm Algorithm</i>).
FA	– Algoritmo do Vaga-Lume (do inglês <i>Firefly Algorithm</i>).
GA	– Algoritmo Genético (do inglês <i>Genetic Algorithm</i>).
GWO	– Otimizador Lobo Cinzento (do inglês <i>Grey Wolf Optimizer</i>).
HBA	– Algoritmo do Texugo do Mel (do inglês <i>Honey Badger Algorithm</i>).
HV	– Hipervolume (do inglês <i>Hypervolume</i>).
HMOEA	– Algoritmo Evolucionário Multi-objetivo Híbrido (do inglês <i>Hybrid Multi-objective Evolutionary Algorithm</i>).
HMOSA	– Recozimento Simulado Multi-objetivo Híbrido (do inglês <i>Hybrid Multi-objective Simulated Annealing</i>).
HMOTS	– Busca Tabu Multi-objetiva Híbrida (do inglês <i>Hybrid Multiobjective Tabu Search</i>).
HMOVNS	– Busca de Vizinhança Variável Multi-objetiva Híbrida (do inglês <i>Hybrid Multiobjective Variable Neighborhood Search</i>).
HNSGA-II	– Algoritmo Genético de Ordenação Não Dominada Híbrido II (do

	inglês <i>Hybrid Nondominated Sorting Genetic Algorithm II</i>).
HRES	– Sistema Híbrido de Energia Renovável (do inglês <i>Hybrid Renewable Energy Systems</i>).
IGD	– Distância Geracional Invertida (do inglês <i>Inverted Generational Distance</i>).
IGWO	– Otimizador de Lobos Cinzentos Melhorado (do inglês <i>Improved Grey Wolf Optimizer</i>).
JS	– Busca da Água Viva (do inglês <i>Jellyfish Search</i>).
KA	– Algoritmo Keshtel (do inglês <i>Keshtel Algorithm</i>).
LCC	– Custo do ciclo de vida (do inglês <i>Life Cycle Cost</i>).
LPSP	– Perda Mínima de Probabilidade de Fornecimento de Energia (do inglês <i>Loss of Power Supply Probability</i>).
MaF	– Funções de muitos objetivos (do inglês <i>Many-objective Functions</i>).
MDPI	– Instituto Multidisciplinar de Publicação Digital (do inglês <i>Multidisciplinary Digital Publishing Institute</i>).
MOEA	– Algoritmo Evolucionário Multi-objetivo (do inglês <i>Multiobjective Evolutionary Algorithm</i>).
MOSA	– Recozimento Simulado Multi-objetivo (do inglês <i>Multiobjective Simulated Annealing</i>).
MOTS	– Busca Tabu Multi-objetiva (do inglês <i>Multiobjective Tabu Search</i>).
MOVNS	– Busca de Vizinhança Variável Multi-objetiva (do inglês <i>Multiobjective Variable Neighborhood Search</i>).
MPA	– Algoritmo de Predadores Marinhos (do inglês <i>Marine Predators Algorithm</i>).
MRFO	– Algoritmo de Otimização por Forrageamento das Raias-Manta (do inglês <i>Manta Ray Foraging Optimization</i>).
NSGA-II	– Algoritmo Genético de Ordenação Não Dominada II (do inglês <i>Nondominated Sorting Genetic Algorithm II</i>).
ODE-NNC	– Evolução Diferencial baseada em Oposição com Comparação de Vizinheiro mais próximo (do inglês <i>Opposition-based Differential Evolution with Nearest Neighbor Comparison</i>).
PO	– Algoritmo Porcellio Scaber (do inglês <i>Porcellio scaber Algorithm</i>).
PSO	– Otimização por Enxame de Partículas (do inglês <i>Particle Swarm</i>

Optimization).

PV	– Fotovoltaico (do inglês <i>Photovoltaic</i>).
RF	– Fração Renovável (do inglês <i>Renewable Fraction</i>).
SA	– Recozimento Simulado (do inglês <i>Simulated Annealing</i>).
SAHS	– Busca Híbrida Auto-Adaptativa (do inglês <i>Self-Adaptive Hybrid Search</i>).
SEO	– Otimizador de Engenharia Social (do inglês <i>Social Engineering Optimizer</i>).
SOC	– Estado de Carga (do inglês <i>State of Charge</i>).
TTA	– Algoritmo Tiki-Taka (do inglês <i>Tiki-Taka Algorithm</i>).
TLBO	– Otimização baseada em ensino e aprendizagem (do inglês <i>Teaching and Learning-Based Optimization</i>).
WEO	– Otimização por Evaporação da Água (do inglês <i>Water Evaporation Optimization</i>).
WOA	– Algoritmo de Otimização de Baleias (do inglês <i>Whale Optimization Algorithm</i>).
WSA	– Algoritmo de Enxame de Baleias (do inglês <i>Whale Swarm Algorithm</i>).

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	20
1.1	MOTIVAÇÃO	23
1.2	OBJETIVOS	23
1.2.1	Objetivo geral	23
1.2.2	Objetivos específicos	24
1.3	ESTRUTURA DO DOCUMENTO	24
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	26
2.1	OTIMIZAÇÃO	26
2.1.1	Otimização Mono Objetivo	27
2.1.2	Otimização Multi-Objetivo	29
2.2	METAHEURÍSTICAS	32
2.2.1	Classificação das metaheurísticas	33
2.2.1.1	Algoritmos Baseados em Evolução	33
2.2.1.2	Algoritmos Baseados em Comportamento Humano	33
2.2.1.3	Algoritmos Baseados em Fenômenos Físicos	34
2.2.1.4	Algoritmos Baseados em Comportamento de Enxames	34
2.2.2	Hibridização das metaheurísticas	35
2.2.2.1	Hibridização Sequencial	36
2.2.2.2	Hibridização Paralela	36
3	BENCHMARKS E PROBLEMAS REAIS	37
3.1	FUNÇÕES DE BENCHMARK	37
3.1.1	CEC 2017 benchmark suíte	37
3.1.2	CEC 2019 benchmark suíte	38
3.1.3	CEC 2023 benchmark suíte	38
3.1.4	CEC 2018 benchmark suíte	47
3.2	PROBLEMAS DE ENGENHARIA	51
3.2.1	Microrrede off-grid com diversas fontes de energia renováveis	51
3.2.1.1	Modelagem do sistema	51
3.2.1.2	Análise econômica do sistema	54
3.2.2	Sistemas de Trelças	57
4	REVISÃO DA LITERATURA	62

4.1	REVISÃO SISTEMÁTICA DA LITERATURA	62
4.2	SÍNTESE DOS TRABALHOS CITANDO METAHEURÍSTICAS HÍBRIDAS APLICADAS A SISTEMAS DE ENGENHARIA	76
5	METODOLOGIA	82
5.1	METAHEURÍSTICA HÍBRIDA MONO OBJETIVA KOARIME.....	82
5.1.1	Processo de inicialização	84
5.1.2	Definindo a força gravitacional (F).....	86
5.1.3	Calculando a velocidade de um objeto.....	87
5.1.4	Escapando do ótimo local	89
5.1.5	Atualizando as posições dos objetos.....	90
5.1.6	Atualizando a distância com o Sol.....	91
5.1.7	Elitismo	92
5.1.8	Estratégia de busca gelo macio.....	92
5.1.9	Estratégia de busca gelo duro	94
5.1.10	Mecanismo de seleção gananciosa positiva	94
5.1.11	Algoritmo Mono Objetivo KOARIME	95
5.2	METAHEURÍSTICA HÍBRIDA MULTI-OBJETIVO KOARIME	97
5.2.1	Seleção de soluções baseada na relação de não dominância (M-1)-GPD ..	97
5.2.1.1	Seleção de soluções baseada na relação de não dominância (M-1)-GPD ..	98
5.2.2	Algoritmo híbrido multi-objetivo MOKOARIME proposto	101
6	APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS	104
6.1	RESULTADOS DO ALGORITMO MONO OBJETIVO NAS FUNÇÕES DE BENCHMARK.....	104
6.1.1	Resultados da CEC2017	105
6.1.1.1	Discussão de resultados da CEC2017	110
6.1.2	Resultados da CEC2019	111
6.1.2.1	Discussão de resultados da CEC2019	114
6.1.3	Resultados da CEC2023	115
6.1.3.1	Discussão de resultados da CEC2023	118
6.2	RESULTADOS DO ALGORITMO MULTI-OBJETIVO NA FUNÇÃO DE BENCHMARK.....	119
6.2.1	Resultados da CEC 2018	121
6.3	ANÁLISE ECONÔMICA DA MICRORREDE OFF-GRID COM DIVERSAS FONTES DE ENERGIA RENOVÁVEIS.....	130

6.3.1	Formulação e resultados da otimização mono objetivo	138
6.3.2	Formulação e resultados da otimização multi-objetivo	143
6.4	FORMULAÇÃO E RESULTADOS OBTIDOS NO SISTEMA DE TRELIÇAS	148
6.4.1	Treliça de 72 barras.....	151
6.4.2	Treliça de 582 barras.....	152
6.4.3	Treliça de 942 barras.....	154
6.4.4	Treliça de 1016 barras.....	155
6.5	Análise do Tempo Computacional.....	160
7	CONCLUSÃO	162
	REFERÊNCIAS.....	164
	APÊNDICE A - CONFIGURAÇÕES OPERACIONAIS DO SISTEMA HÍBRIDO ...	173

1 INTRODUÇÃO

A crescente complexidade dos problemas enfrentados em diversas áreas, como engenharia, ciência da computação e economia, tem impulsionado o desenvolvimento de métodos de otimização mais sofisticados e eficazes.

Otimizar é a tarefa de encontrar uma ou mais soluções que corresponde a minimizar (ou maximizar) um ou mais objetivos especificados e que satisfaçam todas as restrições (se houver). Um problema de otimização mono objetivo envolve apenas uma função objetivo e geralmente resulta em uma única solução. Naturalmente, quando há apenas uma função a ser otimizada, a obtenção dos resultados costuma ser mais simples. Por outro lado, um problema de otimização que envolve múltiplos objetivos que devem ser otimizados ao mesmo tempo e que podem apresentar uma natureza conflitante entre si, é chamado de problema de otimização multi-objetivo (Multi-objective Optimization Problems - MOPs) (Cheng *et al.*, 2018).

Métodos tradicionais de otimização, como aqueles baseados em gradiente e programação linear, muitas vezes falham em lidar com problemas caracterizados por múltiplos ótimos locais, não linearidade acentuada e alta dimensionalidade. Esses métodos tendem a ficar presos em mínimos locais e são ineficazes quando se trata de explorar espaços de solução vastos e complexos. Em resposta a essa demanda, as metaheurísticas têm se destacado como ferramentas cruciais, capazes de abordar problemas de otimização complexos, onde métodos tradicionais não conseguem alcançar soluções satisfatórias (Talbi, 2009).

O termo "metaheurística" deriva de duas palavras gregas: "meta" que significa além, e "heurística" que significa encontrar ou descobrir. Assim, as metaheurísticas são algoritmos de "alto nível" que guiam outras heurísticas ou processos de busca para explorar o espaço de soluções de maneira eficiente (Gendreau & Potvin, 2010). Atualmente, essas técnicas são consideradas métodos de ponta para solucionar problemas de otimização difíceis. Assim, sempre que surgem novos problemas de otimização, as metaheurísticas são uma das principais ferramentas no rol de soluções (Anerjee *et al.*, 2024).

Segundo os autores Kiani *et al.* (2023), as metaheurísticas podem ser classificadas em quatro grupos principais: Algoritmos inspirados na evolução; Algoritmos inspirados na inteligência de enxame; Algoritmos inspirados em leis da física; Algoritmos inspirados no comportamento humano. Essa classificação

evidencia a diversidade dessas técnicas e sua ampla aplicabilidade na resolução de problemas complexos de otimização.

Nos últimos anos, está relatado na literatura um aumento significativo de algoritmos que não seguem puramente o paradigma de uma metaheurística tradicional única. Pelo contrário, combinam vários componentes algorítmicos, muitas vezes originários de algoritmos de outras áreas de pesquisa sobre otimização. A evolução das metaheurísticas tem sido constante ao longo dos anos e com isto diversas combinações têm surgido, como as metaheurísticas híbridas (Talbi, 2015).

A principal motivação por trás da hibridização de diferentes algoritmos é explorar o caráter complementar de diferentes estratégias de otimização, ou seja, acredita-se que os algoritmos híbridos se beneficiem da sinergia. Na verdade, a escolha de uma combinação adequada de conceitos algorítmicos complementares pode ser a chave para obter o melhor desempenho na solução de muitos problemas de otimização difíceis. Infelizmente, o desenvolvimento de uma abordagem híbrida eficaz é, em geral, uma tarefa difícil que requer experiência de diferentes áreas de otimização. Além disso, a literatura mostra que não é trivial generalizar, ou seja, um determinado híbrido pode funcionar bem para problemas específicos, mas pode funcionar mal para outros.

Existem duas abordagens principais para a hibridização das metaheurísticas: hibridização sequencial e hibridização paralela, cada uma oferecendo estratégias distintas para combinar algoritmos e potencializar o desempenho da otimização.

Existem muitos trabalhos sobre a hibridização de metaheurísticas na literatura. Alguns dos trabalhos mais recentes são apresentados a seguir: Lin, Bian e Dong (2022), que desenvolveram o híbrido Evolução Diferencial (DE) + Busca do Cuco (CS) para roteamento de tubulações navais sob múltiplas restrições geométricas e de colisão, elevando a eficiência de busca no layout de dutos; Mohammed e Rashid (2020), que combinaram Algoritmo da Baleia (WOA) + Algoritmo do Lobo Cinzento (GWO) para dimensionamento de vaso de pressão, obtendo melhor precisão e convergência do que as versões base dos algoritmos; Brajević *et al.* (2022), que integraram Algoritmo de Seno Cosseno (SCA) + Colônia Artificial de Abelhas (ABC), resolveram 15 problemas clássicos de projeto de engenharia (por exemplo, viga soldada, vaso de pressão, redutor de velocidade), superando as versões base dos algoritmos em diversos casos; e Omidinasab e

Goodarzimehr (2020), que propuseram um híbrido Otimização por Enxame de Partículas (PSO) + Algoritmo Genético (GA) para dimensionamento ótimo de treliças com variáveis discretas, minimizando o peso sob restrições de tensão e deslocamento e obtendo soluções competitivas e estáveis frente a métodos de referência.

Também existem metaheurísticas híbridas voltadas para otimização multi-objetivo. Vo, Tang e Lee (2024) propõem o MOGWOCs, que integra o Grey Wolf Optimizer a operadores do Cuckoo Search (movimentos de Lévy) e ajustes no mecanismo de atualização, alcançando melhores valores de hipervolume (HV) e distância de geração invertida (IGD - *Inverted Generational Distance*) em benchmarks. Yang, Liu e Yang (2022) apresentam a Otimização por Enxame de Partículas Multi-objetivo Competitiva-Cooperativa (CCHMOPSO), uma versão aprimorada da Otimização por Enxame de Partículas Multi-objetivo (MOPSO) com gestão adaptativa do arquivo externo para preservar a diversidade, regra combinada para atualização do melhor resultado e perturbações dirigidas, superando o MOPSO e Algoritmos Evolutivos Multi-objetivo (MOEAs) clássicos. Zhu *et al.* (2024) hibridizam a seleção ambiental ao combinar dominância de Pareto generalizada simétrica com vetores de referência ajustados, equilibrando convergência e diversidade. Por fim, Du *et al.* (2024) aprimoram o Algoritmo Genético Não-Dominado II (NSGA-II) com inicialização diversificada, busca local e elitismo adaptativo, obtendo ganhos consistentes nas métricas da frente de Pareto (HV/IGD) em grande parte dos benchmarks.

Os trabalhos brevemente citados mostram que a proposição de uma metaheurística híbrida é um tema interessante para pesquisadores que buscam obter melhores resultados na solução de diferentes tipos de problemas de otimização. Nesta dissertação são propostas duas novas metaheurísticas: a primeira uma metaheurística mono objetivo denominada Algoritmo de Otimização KOARIME (KOARIME), baseada nas metaheurísticas mono objetivo Algoritmo de Otimização de Kepler (KOA) e Algoritmo de Otimização RIME; a segunda uma metaheurística multi-objetivo denominada Algoritmo de Otimização KOARIME Multi-objetivo (MOKOARIME), baseada na metaheurística mono objetivo KOARIME e na utilização dos conceitos de dominância generalizada de Pareto para a seleção da população em cada iteração. Os algoritmos são aplicados a um conjunto de funções de teste e

seus resultados são comparados com os de outros algoritmos de otimização. Por fim, os algoritmos propostos são utilizados em problemas da engenharia.

1.1 MOTIVAÇÃO

Com o avanço da complexidade dos problemas de engenharia, e conforme análise na literatura envolvendo o uso de metaheurísticas mono e multi-objetivo (clássicas e híbridas) em problemas do tipo NP (Tempo Polinomial Não Determinístico), cuja obtenção da solução ótima pode demandar tempo exponencial, as metaheurísticas tem-se mostrado técnicas promissoras e eficientes quando se trata de analisar o comportamento dinâmico dos subsistemas conflitantes destes sistemas.

A busca por novos métodos para a otimização desses problemas tem levado os pesquisadores a proporem novas técnicas ou a combinação de técnicas existentes. E segundo o teorema No Free Lunch (Wolpert e Macready, 1997) que afirma que, para qualquer algoritmo de otimização, qualquer melhoria no desempenho em uma classe de problemas é compensada por um desempenho inferior em outra classe, ou seja, não existe um algoritmo ótimo universal para todos os problemas de otimização. Baseado neste paradigma o presente trabalho propõe a construção de duas metaheurísticas híbridas, uma mono e outra multi-objetivo a partir das metaheurísticas KOA e RIME. Essas novas metaheurísticas tem como objetivo melhorar a performance em termos de convergência e diversidade das soluções utilizando métricas como valor mínimo/máximo, IGD e Hipervolume (HV) quando comparadas com outras metaheurísticas da literatura.

1.2 OBJETIVOS

A seguir, o objetivo geral dessa dissertação é abordado, seguido pela descrição dos objetivos específicos.

1.2.1 Objetivo geral

Desenvolver dois algoritmos híbridos mono e multi-objetivo baseado em metaheurística no campo de fenômeno físico para a otimização de Sistemas de Engenharia.

1.2.2 Objetivos específicos

Os objetivos específicos da pesquisa proposta são:

- a. Realizar um estudo sobre as metaheurísticas;
- b. Realizar um levantamento do estado da arte no uso de metaheurísticas para Sistemas de Engenharia;
- c. Desenvolver um algoritmo mono objetivo que combine as melhores características do KOA e do RIME buscando maximizar o desempenho;
- d. Avaliar a performance do algoritmo híbrido desenvolvido nas competições CEC2017, CEC2019 e CEC2023 e comparar seus resultados com os obtidos pelas principais metaheurísticas.
- e. Transformar o algoritmo mono objetivo desenvolvido em multi-objetivo.
- f. Avaliar a performance do algoritmo híbrido desenvolvido nas benchmarks multi-objetivo da CEC2018, bem como em aplicações reais de otimização de sistemas de engenharia.

1.3 ESTRUTURA DO DOCUMENTO

Este documento está organizado em sete capítulos que apresentam, de forma integrada, os conceitos fundamentais, o desenvolvimento das metaheurísticas propostas e a análise dos resultados obtidos. No Capítulo 1, são introduzidos o contexto, a motivação e os objetivos do trabalho, destacando a relevância da otimização aplicada a sistemas complexos de engenharia.

O Capítulo 2 apresenta a fundamentação teórica necessária para o desenvolvimento da pesquisa, abrangendo conceitos de otimização, métodos mono e multi-objetivo e a descrição das metaheurísticas conforme sua classificação. Na sequência, no Capítulo 3 são apresentados os benchmarks utilizados na validação dos algoritmos, bem como os dois problemas reais avaliados: a microrrede off-grid e os sistemas estruturais de treliças.

O Capítulo 4 apresenta a revisão sistemática da literatura, destacando trabalhos recentes, abordagens híbridas e lacunas encontradas, que motivaram a formulação do algoritmo KOARIME nas versões mono e multi-objetivo. Já o Capítulo 5 detalha a metodologia proposta, apresentando a estrutura do algoritmo híbrido

mono objetivo e sua extensão para o caso multi-objetivo, bem como os procedimentos de avaliação utilizados.

O Capítulo 6 reúne os resultados obtidos. Primeiramente são apresentados os desempenhos do algoritmo mono objetivo nos benchmarks CEC. Em seguida, são apresentados os resultados da versão multi-objetivo nos benchmarks e nos problemas reais, contemplando a análise do sistema off-grid tanto na formulação mono objetiva (otimização do LCC) quanto na versão multi-objetiva, além dos resultados obtidos na otimização estrutural das treliças. Por fim, são apresentadas as conclusões, destacando as contribuições do trabalho e possibilidades de continuidade.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Existem muitos métodos de otimização e cada um deles alcança bons resultados em determinados tipos de problema. A escolha do método depende de uma série de características do problema a ser otimizado, principalmente do comportamento da função que o representa, a qual muitas vezes é de difícil determinação. Para esta escolha, faz-se necessário também um bom conhecimento das ferramentas de otimização.

Algoritmos metaheurísticos são paradigmas da inteligência computacional usados especialmente para resolver problemas de otimização difíceis. Em geral, os algoritmos computacionais inteligentes visam gerar uma nova solução superior à existente a cada iteração. Idealmente, espera-se que algoritmos computacionais inteligentes gerem soluções superiores às soluções atuais com mínimo esforço

Neste capítulo será apresentada a teoria relacionada à proposta desta pesquisa. Inicialmente serão abordados conceitos sobre otimização, assim como serão apresentadas as definições de problemas mono objetivo e multi-objetivo. Em seguida, serão abordados conceitos sobre metaheurísticas suas classificações, utilizadas na formulação dos algoritmos híbridos.

2.1 OTIMIZAÇÃO

Otimizar é a tarefa de encontrar uma ou mais soluções que corresponde a minimizar (ou maximizar) um ou mais objetivos especificados e que satisfaçam todas as restrições (se houver). Um problema de otimização de objetivo único envolve apenas uma função objetivo e geralmente resulta em uma única solução. Naturalmente, quando há apenas uma função a ser otimizada, a obtenção dos resultados costuma ser mais simples. Por outro lado, um problema de otimização que envolve múltiplos objetivos que devem ser otimizados ao mesmo tempo e que podem apresentar uma natureza conflitante entre si, é chamado de problema de otimização multi-objetivo (Multi-Objective Optimization Problems - MOPs). Uma classe especial de MOPs são os problemas com quatro ou mais objetivos que são conhecidos na literatura como problemas de otimização com muitos objetivos (Many-Objective Optimization Problems - MaOPs) (Cheng *et al.*, 2018).

Os problemas de otimização geralmente são caracterizados por três

elementos fundamentais. O primeiro é uma quantidade numérica, definida como função objetivo, usada para avaliar soluções candidatas. Em muitos problemas de otimização, há apenas uma função objetivo, e encontrar a melhor solução candidata é equivalente a encontrar o elemento com o melhor valor possível da função objetivo, intitulado como solução “ótima”. A função objetivo representa um valor que se deseja minimizar (ou maximizar, dependendo do contexto). O segundo elemento é uma coleção de variáveis de decisão, que são quantidades que podem ser manipuladas para otimizar as funções objetivo. O terceiro elemento são as restrições, que são condições que devem ser sempre verdadeiras, não importa qual seja a solução, impondo restrições aos valores que as variáveis de decisão podem assumir (Abraham *et al.*, 2005; WRIGHT, 2016).

A formulação matemática de um problema de otimização é o primeiro passo para sua resolução. Corresponde à tradução do problema em equações e inequações que representam seus três elementos: as funções objetivo, as variáveis de decisão e as restrições. Os métodos que serão aplicados para resolver o problema de otimização dependerão de sua formulação matemática. Uma formulação incompleta ou incorreta levará o método a produzir soluções inviáveis ou nenhuma solução.

2.1.1 Otimização Mono Objetivo

A otimização mono objetivo visa determinar, no conjunto de soluções viáveis, aquela que melhor atende a um único objetivo (por exemplo, minimizar o custo total, maximizar a eficiência ou reduzir as emissões). Nessa abordagem, a função objetivo é a métrica central de avaliação: atribui a cada solução um valor único. As variáveis de projeto são as decisões sob controle que configuram o sistema (por exemplo, quantidade de módulos fotovoltaicos, número de turbinas e capacidade de baterias) e determinam diretamente o valor do objetivo; ao ajustá-las, o desempenho se altera, o que viabiliza escolher a configuração que melhor atende ao critério adotado. Em problemas de engenharia, é importante explicitar qual propriedade será otimizada (tensões, consumo, custo, tração, eficiência) e caracterizar a função objetivo quanto à dimensionalidade (dependência de uma ou de múltiplas variáveis) e ao seu comportamento global (unimodal, com um único extremo; ou multimodal, com múltiplos extremos). Por fim, apresentam-se o melhor valor da função objetivo e

a configuração de decisão correspondente.

Problemas de otimização mono objetivo (minimização) de uma forma geral pode ser formulados pela Equação (1):

$$\begin{aligned}
 &\text{Minizar } f(x) \\
 &\text{sujeito a :} \\
 &g_j(x) \leq 0, j = 1, \dots, J, \\
 &h_k(x) = 0, k = 1, \dots, K. \\
 &L_i \leq x_i \leq U_i \\
 &x \in \Omega
 \end{aligned} \tag{1}$$

onde:

x = Vetor de variáveis de decisão;

Ω = Conjunto admissível (domínio) das variáveis de decisão;

$f(x)$ = Função objetivo;

$g_j(x)$ = J-ésima restrição de desigualdade;

$h_k(x)$ = K-ésima restrição de igualdade;

L_i, U_i = Limite inferior e o limite superior;

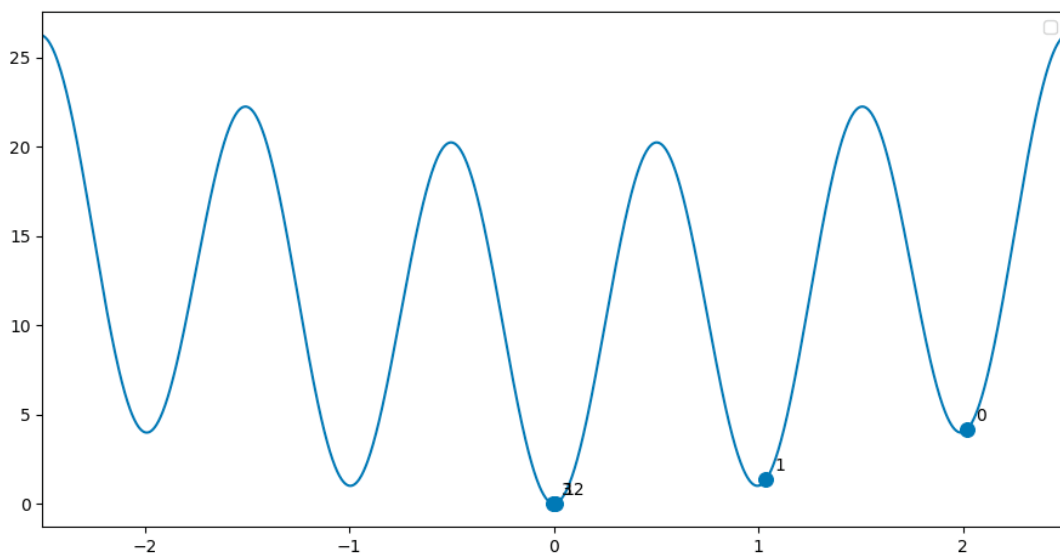
O funcionamento básico do algoritmo mono objetivo parte de uma especificação clara do problema e de uma solução inicial viável. O procedimento evolui por iterações sucessivas nas quais o algoritmo aplica sua regra de atualização para produzir um novo candidato a partir do estado corrente (por exemplo, ajustando valores das variáveis conforme a lógica interna do método). Cada candidato é então avaliado pela função objetivo e verificado quanto ao atendimento das restrições. Em seguida, aplica-se uma regra de aceitação: o candidato substitui a solução atual apenas quando melhora o critério estabelecido e mantém a viabilidade; caso contrário, a solução atual é preservada e o processo avança para a próxima iteração. O ciclo continua até o cumprimento de critérios de parada previamente definidos, como o número máximo de iterações ou ausência de progresso mensurável por um intervalo determinado. Ao final, apresentam-se o melhor valor da função objetivo, a configuração de decisão correspondente e a confirmação de atendimento às restrições.

Para exemplificar o comportamento da otimização mono objetivo em um problema de natureza multimodal, foi utilizada a função de Rastrigin unidimensional,

conhecida por sua alta complexidade devido à presença de diversos mínimos locais distribuídos ao longo do domínio.

Na Figura 1, tem-se a representação da função de Rastrigin unidimensional, classificada como uma função multimodal devido à presença de múltiplos mínimos locais distribuídos ao longo do domínio. Nessa representação, x corresponde à variável de decisão e $f(x)$ representa o valor da função objetivo a ser minimizada, sendo o domínio de x restrito ao intervalo $[-2.5, 2.5]$, destacando-se os pontos marcados que correspondem às iterações em que houve melhora significativa da solução. Observa-se que, na iteração 0, o valor da função é elevado ($f(x) \approx 2$); em seguida, o algoritmo se desloca para a iteração 1, reduzindo o valor para aproximadamente ($f(x) \approx 1$); e, por volta da iteração 32, aproxima-se do mínimo global ($x = 0$). Essa visualização mostra como o algoritmo percorre o espaço de busca e gradualmente converge para solução ótima.

FIGURA 1 – Representação da função Rastrigin



Fonte: O Autor, 2025.

2.1.2 Otimização Multi-Objetivo

Em otimização multi-objetivo, em geral, não existem soluções ótimas no sentido de minimizarem/maximizarem individualmente todos os objetivos. A principal característica na otimização multi-objetivo é a existência de um conjunto de soluções eficientes/aceitáveis que são superiores às demais. Encontrar todas essas soluções eficientes é geralmente uma tarefa inviável, especialmente em problemas com

muitos objetivos (Palakonda; Mallipeddi, 2017). Na prática, os otimizadores tentam entregar um conjunto com a maior quantidade e diversidade de soluções eficientes. Quando encontrar tais soluções é impraticável, os otimizadores tentam entregar uma boa aproximação dessas soluções. Tal conjunto de soluções é chamado de aproximação do conjunto de Pareto, ou conjunto de aproximação, e o conjunto de seus pontos no espaço objetivo é denominado aproximação da fronteira de Pareto.

Existem muitos métodos de otimização e cada um deles alcança bons resultados em determinados tipos de problema. A escolha do método depende de uma série de características do problema a ser otimizado, principalmente do comportamento da função que o representa, a qual muitas vezes é de difícil determinação. Para esta escolha, faz-se necessário também um bom conhecimento das ferramentas de otimização.

Problemas de otimização multi-objetivo de uma forma geral pode ser formulado pela Equação (2):

$$\begin{aligned}
 F(x) &= (f_1(x), f_2(x), \dots, f_m(x)) \\
 &\text{sujeito a :} \\
 g_j(x) &\leq 0, j = 1, \dots, J, \\
 h_k(x) &= 0, k = 1, \dots, K. \\
 L_i &\leq x_i \leq U_i \\
 x &\in \Omega
 \end{aligned} \tag{2}$$

onde:

x = Vetor de variáveis de decisão;

Ω = Conjunto admissível (domínio) das variáveis de decisão;

$F(x)$ = Vetor de objetivos;

$g_j(x)$ = J-ésima restrição de desigualdade;

$h_k(x)$ = K-ésima restrição de igualdade;

L_i, U_i = Limite inferior e o limite superior;

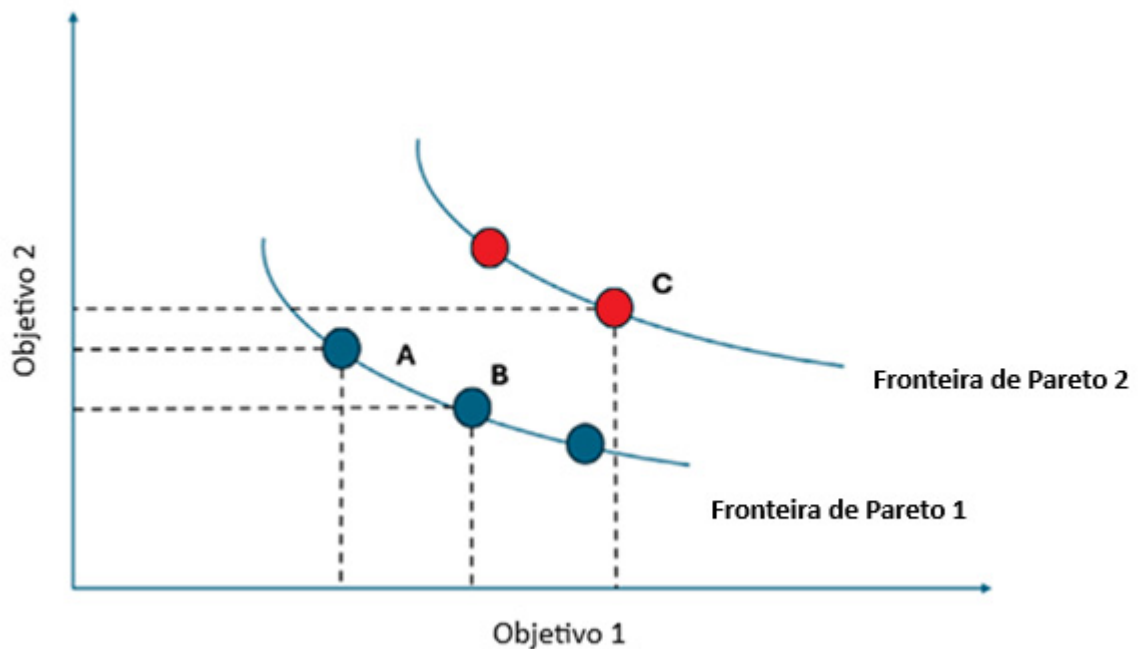
Em problemas com múltiplos objetivos, raramente existe uma solução que simultaneamente minimize (ou maximize) todos os critérios de interesse. Em vez disso, busca-se um conjunto de soluções que representam compromissos eficientes entre objetivos potencialmente conflitantes (por exemplo, custo versus desempenho). Essa ideia é formalizada pelo conceito de Pareto: compara-se duas soluções no espaço dos objetivos e diz-se que uma solução domina a outra quando ela não é pior em nenhum objetivo e é estritamente melhor em pelo menos um

deles. Se não existe, no conjunto viável, nenhuma solução que domine uma dada solução, então essa solução é dita não dominada ou Pareto-ótima.

O conjunto de todas as soluções não dominadas no espaço de decisão constitui o chamado conjunto de Pareto. Ao projetar essas soluções para o espaço dos objetivos, isto é, olhando apenas os valores dos critérios, obtém-se a fronteira de Pareto. Em termos geométricos, para dois objetivos a fronteira aparece como uma curva que delimita o “melhor contorno” da região factível; para três objetivos, como uma superfície; e, para um número maior de objetivos, como um conjunto de pontos de dimensão superior. Cada ponto nessa fronteira é eficiente: melhorar um objetivo a partir dele implica, necessariamente, degradar pelo menos um outro.

A Figura 2 ilustra, em um problema multi-objetivo de minimização, o conceito de fronteira de Pareto e de dominância. O eixo horizontal (Objetivo 1) e o eixo vertical (Objetivo 2) representam dois critérios conflitantes; portanto, soluções “melhores” situam-se mais próximas do canto inferior esquerdo (valores menores em ambos os objetivos). As curvas indicadas como Fronteira de Pareto 1 e Fronteira de Pareto 2 correspondem, à primeira e à segunda frente obtidas por ordenação de não-dominância. A Fronteira de Pareto 1 reúne soluções não dominadas dentro do conjunto analisado, isto é, para cada ponto nessa curva não existe outro que seja simultaneamente melhor (menor) em todos os objetivos e estritamente melhor em pelo menos um deles. Já a Fronteira de Pareto 2 cada ponto é dominado por ao menos uma alternativa pertencente à fronteira 1. Os pontos A e B pertencem à Fronteira de Pareto 1 e, portanto, são não dominados no conjunto analisado. O ponto A apresenta melhor desempenho no Objetivo 1 (posição mais à esquerda) e pior no Objetivo 2 (posição mais alta), ao passo que B exibe o comportamento oposto. Como nenhum deles é simultaneamente superior ao outro em ambos os objetivos, A e B não se dominam e ambos compõem o conjunto eficiente. Já o ponto C, situado na Fronteira de Pareto 2, é dominado por pelo menos uma solução da fronteira 1, isto é, existe uma alternativa com valores não piores em todos os objetivos e estritamente melhor em pelo menos um, e, por essa razão, não integra a fronteira de Pareto (conjunto de soluções não dominadas) do problema.

FIGURA 2 – Exemplo de fronteira de Pareto e relação de dominância



Fonte: Adaptado de KESIREDDY; MEDRANO, 2024.

Um ponto central na avaliação de frentes aproximadas em otimização multi-objetivo é relatar, simultaneamente, quão perto a solução está da fronteira de Pareto verdadeira (convergência) e quão bem distribuída ela está ao longo dessa fronteira (diversidade). Dois indicadores consolidados para isso são o Hipervolume (HV) e o IGD (Distância Geracional Invertida - *Inverted Generational Distance*). O HV mede o volume no espaço dos objetivos dominado pelo conjunto aproximado em relação a um ponto de referência; quanto maior o HV, melhor é, pois o conjunto domina uma região mais ampla (capturando, de forma única, convergência e espalhamento). Já o IGD calcula a distância média de uma fronteira de referência até o conjunto obtido; nesse caso, valores menores indicam melhor aproximação.

2.2 METAHEURÍSTICAS

O termo "metaheurística" deriva de duas palavras gregas: "meta" que significa além, e "heurística" que significa encontrar ou descobrir. Assim, as metaheurísticas são algoritmos de "alto nível" que guiam outras heurísticas ou processos de busca para explorar o espaço de soluções de maneira eficiente. Esses algoritmos são inspirados em diversos fenômenos naturais, sociais e físicos (Gendreau & Potvin, 2010).

As metaheurísticas podem ser classificadas em quatro grandes grupos, de acordo com os princípios que orientaram seu desenvolvimento: baseadas em evolução, comportamento de enxames, fenômenos físicos/químicos e comportamento humano. Essa classificação evidencia a diversidade dessas técnicas e sua ampla aplicabilidade na resolução de problemas complexos de otimização (Blum & Roli, 2003).

2.2.1 Classificação das metaheurísticas

As metaheurísticas podem ser classificadas em quatro grandes grupos, com base nos fenômenos que inspiraram sua criação. Cada grupo utiliza uma abordagem distinta para explorar o espaço de soluções, destacando sua versatilidade e eficiência em resolver problemas complexos. A seguir, cada grupo é descrito em mais detalhes.

2.2.1.1 Algoritmos Baseados em Evolução

Inspirados na teoria da evolução biológica, os algoritmos deste grupo utilizam mecanismos como seleção natural, mutação e recombinação para simular o processo evolutivo. Nesse contexto, as soluções candidatas são tratadas como indivíduos de uma população que evolui ao longo do tempo, onde apenas os melhores sobrevivem para gerar novas soluções.

Exemplos:

- Algoritmo Genético – GA (Goldberg, 1989);
- Algoritmo Genético de Ordenação Não Dominada III - NSGA-III (Deb, K.; Jain, H., 2014);
- Evolução Diferencial Adaptativa com Operadores de Ensemble - EA4Eig (Yi *et al.*, 2022).

2.2.1.2 Algoritmos Baseados em Comportamento Humano

Este grupo de algoritmos se inspira em diferentes aspectos do comportamento humano, como aprendizado, ensino, emoções e interações sociais.

Esses algoritmos simulam a maneira como os seres humanos resolvem problemas, frequentemente em colaboração com outros, ou através de processos adaptativos e de aprendizado contínuo.

Exemplos:

- Otimização Baseada em Ensino-Aprendizagem – TLBO (Rao; Savsani; Vakharia, 2011);
- Otimizador de Engenharia Social Multi-objetivo - MOSEO (Fard *et al.*, 2016);
- Algoritmo de Desempenho Baseado no Comportamento de Aprendizes (Rahman; Rashid, 2021).

2.2.1.3 Algoritmos Baseados em Fenômenos Físicos

Algoritmos deste grupo simulam processos físicos, como a termodinâmica, e as leis da física clássica e quântica. Ao modelar as interações físicas e as leis que regem o comportamento dos sistemas naturais, esses algoritmos oferecem mecanismos inovadores para explorar e intensificar o espaço de soluções.

Exemplos:

- Algoritmo de Busca Gravitacional – GSA (Rashedi *et al.*, 2009);
- Algoritmo do Ciclo da Água Multi-objetivo – MOWCA (Sadollah *et al.*, 2015);
- Otimizador do Espectro de Luz - LSO (Abdel-Basset *et al.*, 2022).

2.2.1.4 Algoritmos Baseados em Comportamento de Enxames

Algoritmos neste grupo são inspirados pelo comportamento coletivo observado na natureza, como o movimento de bandos de pássaros, cardumes de peixes ou colônias de formigas. Essas técnicas se baseiam na cooperação e troca de informações entre várias soluções candidatas para convergir para a solução ótima.

Exemplos:

- Otimização de Colônia de Formigas – ACO (Dorigo; Maniezzo; Colorni, 1996);

- Otimizador de Lobos Cinzentos Multi-objetivo – MOGWO (Mirjalili *et al.*, 2016);
- Algoritmo do Enxame de Patos – DSA (Zhang; Wen, 2021).

Um conceito importante no campo da metaheurística é o Teorema do No Free Lunch (NFL). Esse teorema, aplicável a qualquer algoritmo de otimização, afirma que nenhum algoritmo é o melhor para resolver todos os tipos de problemas. Isso significa que o desempenho de um algoritmo depende das características do problema. Por exemplo, um algoritmo que funciona bem para um tipo de problema pode apresentar resultados ruins para outro. Por isso, é essencial escolher a metaheurística certa para cada situação. Muitas vezes, é necessário ajustar ou combinar diferentes algoritmos para obter melhores resultados (Wolpert & Macready, 1997).

2.2.2 Hibridização das metaheurísticas

Problemas reais de otimização costumam reunir características que tornam a busca pela melhor solução particularmente desafiadora: funções objetivo não convexas e, por vezes, não diferenciáveis; múltiplos ótimos locais; variáveis contínuas e discretas combinadas; restrições complexas; e avaliações custosas (simulações demoradas, protótipos, ensaios). Nesse cenário, as metaheurísticas se consolidaram como estratégias de alto nível adaptáveis a várias classes de problemas, desde que se respeite o equilíbrio entre diversificação (explorar regiões distintas do espaço) e intensificação (refinar soluções promissoras).

A hibridização surge como uma engenharia de algoritmos que combina, de forma coordenada, metaheurísticas entre si e/ou com técnicas exatas (programação matemática, por restrições) e métodos de IA, com o propósito de somar virtudes e mitigar fragilidades. Evidências reportadas na literatura mostram que integrações bem projetadas tendem a produzir soluções mais eficientes e robustas do que abordagens isoladas, justamente por articularem melhor a diversificação e intensificação (Blum *et al.*, 2008).

Do ponto de vista arquitetural, a literatura distingue duas famílias principais de hibridização: sequencial e paralela.

2.2.2.1 Hibridização Sequencial

A hibridização sequencial é uma estratégia em que dois (ou mais) métodos de busca são aplicados em fases sucessivas, de modo que a saída de um algoritmo serve de ponto de partida para o seguinte. Em geral, emprega-se primeiro um componente de exploração global (responsável por cobrir amplamente o espaço de decisão e identificar regiões promissoras) e, na sequência, um componente de intensificação local (voltado a refinar soluções candidatas nessas regiões). A transição entre as fases pode ocorrer uma única vez, ao final, ou iterativamente, guiada por critérios como número de iterações, estagnação do valor objetivo ou perda de diversidade. Essa arquitetura combina ampla busca com refinamento dirigido, aumentando a eficiência e a robustez.

Exemplos:

- Algoritmo Evolutivo Híbrido em Três Fases - 3PHEA (Dib, 2023);
- Algoritmo Híbrido Sequencial - NSGAIIMOPSO (Raj & Kumar, 2021);
- Algoritmo de Otimização Híbrida Sequencial - SHOA (Geetha *et al.*, 2024).

2.2.2.2 Hibridização Paralela

A hibridização paralela executa dois ou mais métodos de busca simultaneamente, permitindo troca de informação entre eles (migração de indivíduos, compartilhamento de elites ou soluções guias). Diferente da versão sequencial (fase 1 \rightarrow fase 2), as buscas ocorrem de forma simultânea, influenciando-se mutuamente em tempo real, explorando a diversidade algorítmica e reduzindo o tempo de execução por meio de execução concorrente.

Exemplos:

- Algoritmo Híbrido Paralelo – PSO-DE (Zhang, Wang & Jin, 2011);
- Problema de atribuição quadrática multi-objetivo - PasMoQAP (Sanhueza *et al.*, 2017);
- PSO–GA Híbrido Paralelo - PPSOGA (Amirteimoori *et al.*, 2022).

3 BENCHMARKS E PROBLEMAS REAIS

Um novo algoritmo de otimização deve ter seu desempenho validado por meio da comparação com métodos consagrados da literatura, utilizando conjuntos de funções de benchmark amplamente aceitos. Embora não exista um conjunto universal de referência, as competições CEC fornecem problemas diversificados e não tendenciosos, sendo amplamente utilizadas para avaliação de metaheurísticas.

Neste trabalho, os conjuntos de benchmark CEC 2017, CEC 2019 e CEC 2023 são utilizados para avaliar a versão mono objetivo da metaheurística proposta, enquanto o benchmark CEC 2018 é utilizado na validação da versão multi-objetivo. Após essa etapa, os algoritmos são aplicados a problemas reais de engenharia, envolvendo um ou mais objetivos, permitindo analisar seu desempenho em cenários realistas.

3.1 FUNÇÕES DE BENCHMARK

As funções de benchmark são utilizadas como referência para avaliar a eficiência e o comportamento de algoritmos de otimização. Elas são organizadas em diferentes modalidades, como unimodais, multimodais, híbridas e de composição, cada uma representando desafios distintos para os mecanismos de exploração e intensificação das metaheurísticas. Essa diversidade permite uma avaliação abrangente da capacidade dos algoritmos em lidar com múltiplas características presentes em problemas reais.

3.1.1 CEC 2017 benchmark suíte

O conjunto de funções benchmark CEC 2017 foi desenvolvido para avaliar o desempenho dos algoritmos de otimização em problemas com funções mono objetivo. Esses benchmark foram projetados para apresentar uma variedade de desafios aos algoritmos de otimização, como lidar com funções unimodais, multimodais, híbridas e de composição. O conjunto inicialmente consistia em 29 funções de teste, mas atualmente conta com 28, pois uma das funções foi descontinuada.

A Tabela 1 mostra as funções utilizadas na competição CEC 2017 assim como a modalidade que cada função pertence assim como a sua formulação

matemática.

3.1.2 CEC 2019 benchmark suíte

As funções do CEC 2019 foram desenvolvidas como parte do Desafio de 100 Dígitos, uma competição de otimização em que algoritmos são avaliados pela sua precisão ao resolver problemas de função mono objetivo. O objetivo do desafio é encontrar o valor mínimo de 10 funções diferentes com precisão de até 10 dígitos. Essas funções variam em termos de multimodalidade, número de ótimos locais, e dependência de parâmetros. Algumas são altamente não separáveis, exigindo uma capacidade robusta de exploração e intensificação do algoritmo.

Esse desafio é inspirado no SIAM 100-Digit Challenger de 2002, que avaliava a precisão de algoritmos ao resolver problemas matemáticos difíceis. A Tabela 2 mostra as funções utilizadas na competição CEC 2019 assim como a modalidade que cada função pertence assim como a sua formulação matemática.

3.1.3 CEC 2023 benchmark suíte

O benchmark CEC 2023 aborda problemas de otimização contínua em grande escala, com dimensionalidade variando de 129 a 3006 variáveis, representando desafios significativos para metaheurísticas. Os problemas envolvem cenários de medição sem contato de tensão (NVM) e corrente (NIM), nos quais a elevada dimensionalidade e a forte interação entre variáveis tornam a convergência mais complexa. As funções utilizadas são apresentadas na Tabela 3.

TABELA 1 – Funções da competição CEC 2017

Função	Modalidade	Fórmula matemática
Bent Cigar e Deslocada Rotacionada	Unimodal	$f_1(x) = x_1^2 + 10^6 \sum_{i=2}^d x_i^2$
Rosenbrock e Deslocada Rotacionada	Multimodal	$f_3(x) = \sum_{i=1}^{D-1} (100(x_i^2 - x_{i+1})^2 + (x_i - 1)^2)$
Rastrigin e Deslocada Rotacionada	Multimodal	$f_4(x) = \sum_{i=1}^D (x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i) + 10)$
Schaffer F6 e Deslocada Rotacionada	Multimodal	$g(x, y) = 0.5 + \frac{(\sin^2(\sqrt{\frac{x^2+y^2}{2}}) - 0.5)}{(1+0.001(x^2+y^2))^2} \quad f_5(x) = (x_1 + x_2) \dots (x_{D-1} + x_D)$
Lunacek Bi- Rastrigin e Deslocada Rotacionada	Multimodal	$f_6(x) = \min \left(\sum_{i=1}^D (x_i - \mu_0)^2, dD + s \sum_{i=1}^D (x_i - \mu_1)^2 \right) + 10 \left(D - \sum_{i=1}^D \cos(2\pi z_i) \right)$ $\mu_0 = 2.5, \mu_1 = -\sqrt{\frac{\mu_0^2 - d}{s}}, s = 1 - \frac{1}{2\sqrt{D+20}-8.2}, d = 1 \quad y = \frac{10(x-o)}{100}, z = \Lambda^{100}(x - \mu_0)$
Rastrigin Não Contínua e Deslocada Rotacionada	Multimodal	$f_7(x) = \sum_{i=1}^D (z_i^2 - 10 \cos(2\pi z_i) + 10)$ $x = M_1 \frac{5.12(x-o)}{100}, z = M_1 \Lambda^{10} M_2 T_{asy}^2(T_{oz}(y)) \quad y_i = \begin{cases} x_i & \text{if } x_i \leq 0.5 \\ \text{round}(2x_i)/2 & \text{if } x_i > 0.5 \end{cases} \text{ for } i = 1, 2, \dots, D$
Levy Deslocada e Rotacionada	Multimodal	$f_8(x) = \sin^2(\pi w_1) + \sum_{i=1}^{D-1} (w_i - 1)^2 [1 + 10 \sin^2(\pi w_i + 1)] + (w_D + 1)^2 [1 + \sin^2(2\pi w_D)]$

		<p>Onde $w_i = 1 + \frac{x_i - 1}{4}$, $i = 1, 2, \dots, D$</p>
Schwefel Deslocada e Rotacionada	Multimodal	$f_9(x) = 418.9829x_D - \sum_{i=1}^D g(z_i), z_i = x_i + 4.209687462275036e + 002$ $g(z_i) = \begin{cases} z_i \sin\left(z_i ^{\frac{1}{2}}\right) & \text{Se } z_i \leq 500 \\ (500 - \text{mod}(z_i, 500)) \sin\left(\sqrt{ \text{mod}(z_i, 500) }\right) - \frac{(z_i - 500)^2}{10000D} & \text{Se } z_i > 500 \\ (\text{mod}(z_i , 500) - 500) \sin(\sqrt{ \text{mod}(z_i , 500) - 500 }) - \frac{(z_i + 500)^2}{10000D} & \text{Se } z_i < -500 \end{cases}$
Função Híbrida 1 (N=3)	Híbrida	<p>$p = [0.2, 0.4, 0.4]$</p> <p>g1: Função de Rosenbrock f3 g2: Função de Rastrigin f4</p>
Função Híbrida 2 (N=3)	Híbrida	<p>$p = [0.3, 0.3, 0.4]$</p> <p>g1: $f(x) = \sum_{i=1}^D (10^6)^{\frac{i-1}{D+1}} x_i^2$ g2: Função Schwefel f9 g3: Função Bent Cigar f1</p>
Função Híbrida 3 (N=3)	Híbrida	<p>$p = [0.3, 0.3, 0.4]$</p> <p>g1: Função Bent Cigar f1 g2: Função Rosenbrock f3 g3: Função Lunache f6</p>
Função Híbrida 4 (N=4)	Híbrida	<p>$p = [0.2, 0.2, 0.2, 0.4]$</p> <p>g1: $f(x) = x_1^2 * 10^6 + \sum_{i=2}^D x_i^2$ g4: Função de Rastrigin f4</p> <p>g2: $f(x) = -20 \exp\left(-0.2 \sqrt{\frac{1}{D} \sum_{i=1}^D x_i^2}\right) - \exp\left(\frac{1}{D} \sum_{i=1}^D \cos(2\pi x_i)\right) + 20 + e$</p> <p>g3: $f(x) = \left[\frac{1}{D-1} \sum_{i=1}^{D-1} (\sqrt{s_i} \sin(50.0 s_i^{0.2}) + 1)\right]^2$, $s_i = \sqrt{x_i^2 + x_{i+1}^2}$</p>
Função Híbrida 5 (N=4)	Híbrida	<p>$p = [0.2, 0.2, 0.3, 0.3]$</p> <p>g1: Função Bent Cigar f1 g2: Função Rosenbrock f3 g3: Função de Rastrigin f4</p> <p>g4: $f(x) = \sum_{i=1}^D x_i^2 ^2 - (\sum_{i=1}^D x_i)^2 ^{1/2} + (0.5 \sum_{i=1}^D x_i^2 + \sum_{i=1}^D x_i)/D + 0.5$</p>

Função Híbrida 6 (N=4)	Híbrida	<p>$p = [0.2, 0.2, 0.3, 0.3]$</p> <p>g1: Função Schaffer F6 f5 g3: Função Rosenbrock f3 g4: Função Schwefel f9</p> <p>g2: $f(x) = (\sum_{i=1}^D x_i^2)^2 - (\sum_{i=1}^D x_i)^2 ^{1/2} + (0.5 \sum_{i=1}^D x_i^2 + \sum_{i=1}^D x_i) / D + 0.5$</p>
Função Híbrida 7 (N=5)	Híbrida	<p>$p = [0.1, 0.2, 0.2, 0.2, 0.3]$</p> <p>g1: Função Schwefel f9 g2: Função de Rastrigin f4</p> <p>g3: $f(x) = \frac{10}{D^2} \prod_{i=1}^D (1 + i \sum_{j=1}^{32} \frac{ 2^j x_i - \text{round}(2^j x_i) }{2^j})^{\frac{10}{D^{1.2}}} - \frac{10}{D^2}$</p> <p>g4: $f(x) = -20 \exp\left(-0.2 \sqrt{\frac{1}{D} \sum_{i=1}^D x_i^2}\right) - \exp\left(\frac{1}{D} \sum_{i=1}^D \cos(2\pi x_i)\right) + 20 + e$</p> <p>g5: $f(x) = f_6(f_3(x_1, x_2)) + f_6(f_3(x_2, x_3)) + \dots + f_6(f_3(x_{D-1}, x_D))$</p>
Função Híbrida 8 (N=5)	Híbrida	<p>$p = [0.2, 0.2, 0.2, 0.2, 0.2]$</p> <p>g2: $f(x) = -20 \exp\left(-0.2 \sqrt{\frac{1}{D} \sum_{i=1}^D x_i^2}\right) - \exp\left(\frac{1}{D} \sum_{i=1}^D \cos(2\pi x_i)\right) + 20 + e$</p> <p>g4: $f(x) = (\sum_{i=1}^D x_i^2)^2 - (\sum_{i=1}^D x_i)^2 ^{1/2} + (0.5 \sum_{i=1}^D x_i^2 + \sum_{i=1}^D x_i) / D + 0.5$</p> <p>g3: Função de Rastrigin f4 g5: $f(x) = x_1^2 * 10^6 + \sum_{i=2}^D x_i^2$ g1: $f(x) = \sum_{i=1}^D (10^6)^{D+1} x_i^2$</p>
Função Híbrida 9 (N=5)	Híbrida	<p>$p = [0.2, 0.2, 0.2, 0.2, 0.2]$</p> <p>g1: Função Bent Cigar f1 g2: Função de Rastrigin f4</p> <p>g3: $f(x) = \left[\frac{1}{D-1} \sum_{i=1}^{D-1} (\sqrt{s_i} (\sin(50.0 s_i^{0.2}) + 1)) \right]^2, si = \sqrt{x_i^2 + x_{i+1}^2}$</p> <p>g4: $f(x) = \sum_{i=1}^D \frac{x_i^2}{4000} - \prod_{i=1}^D \cos\left(\frac{x_i}{\sqrt{i}}\right) + 1$ g5: Função Schaffer F6 f5</p>
Função Híbrida 10 (N=6)	Híbrida	<p>$p = [0.1, 0.1, 0.2, 0.2, 0.2, 0.2]$</p> <p>g1: $f(x) = \sum_{i=1}^D x_i^2 - D ^{1/4} + (0.5 \sum_{i=1}^D x_i^2 + \sum_{i=1}^D x_i) / D + 0.5$ g4: Função de Rastrigin</p> <p>f4</p> <p>g2: $f(x) = \frac{10}{D^2} \prod_{i=1}^D (1 + i \sum_{j=1}^{32} \frac{ 2^j x_i - \text{round}(2^j x_i) }{2^j})^{\frac{10}{D^{1.2}}} - \frac{10}{D^2}$ g5: Função Schwefel f9</p>

		$\text{g3: } f(x) = -20 \exp\left(-0.2 \sqrt{\frac{1}{D} \sum_{i=1}^D x_i^2}\right) - \exp\left(\frac{1}{D} \sum_{i=1}^D \cos(2\pi x_i)\right) + 20 + e$ $\text{g6: } f(x) = f_6(f_3(x_1, x_2)) + f_6(f_3(x_2, x_3)) + \dots + f_6(f_3(x_{D-1}, x_D))$
Função de Composição 1 (N=3)	Composição	$\sigma = [10, 20, 30] \quad \lambda = [1, 1\text{e-}6, 1] \quad \text{bias} = [0, 100, 200]$ $\text{g1: Função Rosenbrock f3} \quad \text{g2: Função de Rastrigin f4} \quad \text{g3: } f(x) = \sum_{i=1}^D (10^6)^{\frac{i-1}{D+1}} x_i^2$
Função de Composição 2 (N=3)	Composição	$\sigma = [10, 20, 30] \quad \lambda = [1, 10, 1] \quad \text{bias} = [0, 100, 200]$ $\text{g1: Função de Rastrigin f4} \quad \text{g2: Função Schwefel f9}$ $\text{g3: } f(x) = \sum_{i=1}^D \frac{x_i^2}{4000} - \prod_{i=1}^D \cos\left(\frac{x_i}{\sqrt{i}}\right) + 1$
Função de Composição 3 (N=4)	Composição	$\sigma = [10, 20, 30, 40] \quad \lambda = [1, 10, 1, 1] \quad \text{bias} = [0, 100, 200, 300]$ $\text{g1: Função Rosenbrock f3} \quad \text{g3: Função Schwefel f9} \quad \text{g4: Função de Rastrigin f4}$ $\text{g2: } f(x) = -20 \exp\left(-0.2 \sqrt{\frac{1}{D} \sum_{i=1}^D x_i^2}\right) - \exp\left(\frac{1}{D} \sum_{i=1}^D \cos(2\pi x_i)\right) + 20 + e$
Função de Composição 4 (N=4)	Composição	$\sigma = [10, 20, 30, 40] \quad \lambda = [10, 1\text{e-}6, 10, 1] \quad \text{bias} = [0, 100, 200, 300]$ $\text{g1: } f(x) = -20 \exp\left(-0.2 \sqrt{\frac{1}{D} \sum_{i=1}^D x_i^2}\right) - \exp\left(\frac{1}{D} \sum_{i=1}^D \cos(2\pi x_i)\right) + 20 + e$ $\text{g2: } f(x) = \sum_{i=1}^D (10^6)^{\frac{i-1}{D+1}} x_i^2 \quad \text{g4: Função de Rastrigin f4} \quad \text{g3: } f(x) = \sum_{i=1}^D \frac{x_i^2}{4000} - \prod_{i=1}^D \cos\left(\frac{x_i}{\sqrt{i}}\right) + 1$
Função de Composição 5 (N=5)	Composição	$\sigma = [10, 20, 30, 40, 50] \quad \lambda = [10, 1, 10, 1\text{e-}6, 1] \quad \text{bias} = [0, 100, 200, 300, 400]$ $\text{g1: Função de Rastrigin f4} \quad \text{g5: Função Rosenbrock f3} \quad \text{g4: } x_1^2 * 10^6 + \sum_{i=2}^D x_i^2$ $\text{g2: } f(x) = \sum_{i=1}^D x_i^2 - D ^{1/4} + (0.5 \sum_{i=1}^D x_i^2 + \sum_{i=1}^D x_i) / D + 0.5$ $\text{g3: } f(x) = -20 \exp\left(-0.2 \sqrt{\frac{1}{D} \sum_{i=1}^D x_i^2}\right) - \exp\left(\frac{1}{D} \sum_{i=1}^D \cos(2\pi x_i)\right) + 20$
Função de Composição 6	Composição	$\sigma = [10, 20, 20, 30, 40] \quad \lambda = [1\text{e-}26, 10, 1\text{e-}6, 10, 5\text{e-}4] \quad \text{bias} = [0, 100, 200, 300, 400]$

(N=5)		g1: Função Schaffer F6 f5 g3: $f(x) = \sum_{i=1}^D \frac{x_i^2}{4000} - \prod_{i=1}^D \cos\left(\frac{x_i}{\sqrt{i}}\right) + 1$ $\sigma = [10, 20, 30, 40, 50, 60]$ $\lambda = [10, 10, 2.5, 1e-26, 1e-6, 5e-4]$ bias = [0, 100, 200, 300, 400, 500]	g2: Função Schwefel f9 g4: Função Rosenbrock f3 g5: Função de Rastrigin f4 g6: Função Schaffer F6 f5
Função de Composição 7 (N=6)	Composição	g1: $f(x) = (\sum_{i=1}^D x_i^2)^2 - (\sum_{i=1}^D x_i)^2 ^{\frac{1}{2}} + \frac{(0.5 \sum_{i=1}^D x_i^2 + \sum_{i=1}^D x_i)}{D} + 0.5$ g2: Função de Rastrigin f4 g3: Função Schwefel f9 g4: Função Bent Cigar f1 g5: $f(x) = \sum_{i=1}^D (10^6)^{\frac{i-1}{D+1}} x_i^2$	
Função de Composição 8 (N=6)	Composição	$\sigma = [10, 20, 30, 40, 50, 60]$ $\lambda = [10, 10, 1e-6, 1, 1, 5e-4]$ bias = [0, 100, 200, 300, 400, 500] g1: $f(x) = -20 \exp\left(-0.2 \sqrt{\frac{1}{D} \sum_{i=1}^D x_i^2}\right) - \exp\left(\frac{1}{D} \sum_{i=1}^D \cos(2\pi x_i)\right) + 20 + e$ g2: $f(x) = \sum_{i=1}^D \frac{x_i^2}{4000} - \prod_{i=1}^D \cos\left(\frac{x_i}{\sqrt{i}}\right) + 1$ g3: $x_1^2 * 10^6 + \sum_{i=2}^D x_i^2$ g4: Função Rosenbrock f3 g5: $f(x) = \sum_{i=1}^D x_i^2 - D ^{1/4} + (0.5 \sum_{i=1}^D x_i^2 + \sum_{i=1}^D x_i)/D + 0.5$ g6: Função Schaffer F6 f5	
Função de Composição 9 (N=3)	Composição	$\sigma = [10, 20, 30]$ $\lambda = [1, 10, 1]$ bias = [0, 100, 200] g1: Função Híbrida 5 g2: Função Híbrida 8 g3: Função Híbrida 9	
Função de Composição 10 (N=3)	Composição	$\sigma = [10, 30, 50]$ $\lambda = [1, 1, 1]$ bias = [0, 100, 200] g1: Função Híbrida 5 g2: Função Híbrida 6 g3: Função Híbrida 7	

Fonte: Awad et al., 2016

TABELA 2 – Funções da competição CEC 2019

Função	Modalidade	Fórmula matemática
Problema de ajuste polinomial de Chebyshev de Storn	Multimodal	$f(x) = p_1 + p_2 + p_3$ $p_1 = \begin{cases} (u-d)^2 & \text{Se } u < d \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad u = \sum_{j=1}^D x_j (1.2)^{D-j}$ $p_2 = \begin{cases} (v-d)^2 & \text{Se } u < d \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad v = \sum_{j=1}^D x_j (-1.2)^{D-j}$ $p_3 = \sum_{k=0}^m pk \quad pk = \begin{cases} (w_k - 1)^2 & \text{Se } w_k > 1 \\ (w_k + 1)^2 & \text{Se } w_k < 1 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad wk = \sum_{j=1}^D x_j \left(\frac{2k}{m} - 1 \right)^{D-j}$ $k = 0,1,2,3 \dots m \quad m = 32D \quad d = 72.661 \text{ para } D = 9$
Problema da Matriz de Hilbert Inversa	Multimodal	$f(x) = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n w_{i,k} \quad (w_{i,k}) = W = HZ - I$ $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad Z = x_{i+n(k-1)} \quad H = \frac{1}{i+k-1} \quad i, k = 0,1,2, \dots, n \quad n = \sqrt{D}$
Cluster de Energia Mínima de Lennard-Jones	Multimodal	$f = (x) = 12.7120622568 + \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \left(\frac{1}{d_{i,j}^{12}} - \frac{2}{d_{i,j}} \right)$ $d_{i,j} = \left(\sum_{k=0}^2 (x_{3i+k-2} - x_{3j+k-2})^2 \right)^{\frac{3}{2}} \quad n = \frac{D}{3}$
Função de Rastrigin	Multimodal	$f(x) = \sum_{i=1}^{D-1} (100(x_i^2 - x_{i+1})^2 + (x_i - 1)^2)$

Função de Griewank	Multimodal	$f(x) = \sum_{i=1}^D \frac{x_i^2}{4000} - \prod_{i=1}^D \cos\left(\frac{x_i}{\sqrt{i}}\right) + 1$
Função de Weierstrass	Multimodal	$f(x) = \sum_{i=1}^D \left(\sum_{k=0}^{k_{max}} [a^k \cos(2\pi b^k (x_i + 0.5))] \right) - D \sum_{k=0}^{k_{max}} a^k \cos(\pi b^k)$ <p style="text-align: center;">$a = 0.5 \quad b = 3 \quad k_{max} = 20$</p>
Função de Schwefel	Multimodal	$f(x) = 418.9829x_D - \sum_{i=1}^D g(z_i), \quad z_i = x_i + 4.209687462275036e + 002$ $g(z_i) = \begin{cases} z_i \sin\left(z_i ^{\frac{1}{2}}\right) & \text{Se } z_i \leq 500 \\ (500 - \text{mod}(z_i, 500)) \sin\left(\sqrt{ (500 - \text{mod}(z_i, 500)) }\right) - \frac{(z_i - 500)^2}{10000D} & \text{Se } z_i > 500 \\ (\text{mod}(z_i , 500) - 500) \sin(\sqrt{ \text{mod}(z_i , 500) - 500 }) - \frac{(z_i + 500)^2}{10000D} & \text{Se } z_i < -500 \end{cases}$
Função F6 de Schaffer expandida	Multimodal	$g(x, y) = 0.5 + \frac{(\sin^2(\sqrt{x^2 + y^2}) - 0.5)}{(1 + 0.001(x^2 + y^2))^2} \quad f(x) = (x_1 + x_2) \dots (x_{D-1} + x_D)$
Função Happy Cat	Multimodal	$f(x) = \left \sum_{i=1}^D x_i^2 - D \right ^{1/4} + \left(0.5 \sum_{i=1}^D x_i^2 + \sum_{i=1}^D x_i \right) / D + 0.5$
Função Ackley	Multimodal	$f(x) = -20 \exp\left(-0.2 \sqrt{\frac{1}{D} \sum_{i=1}^D x_i^2}\right) - \exp\left(\frac{1}{D} \sum_{i=1}^D \cos(2\pi x_i)\right) + 20$

Fonte: Price *et al.*, 2018

TABELA 3 – Funções da competição CEC 2023

Função	Modalidade	Dimensão	Fórmula matemática
SONVM1	Multimodal	129	$J_{nvm}(x) = \frac{1}{Tn} \sum_{t=1}^T \sum_{k=1}^n \left 1 - \frac{E_g(t, k; x)}{D(t, k)} \right $
SONVM3	Multimodal	1008	$J_{nvm}(x) = \frac{1}{Tn} \sum_{t=1}^T \sum_{k=1}^n \left 1 - \frac{E_g(t, k; x)}{D(t, k)} \right $
SONVM5	Multimodal	1506	$J_{nvm}(x) = \frac{1}{Tn} \sum_{t=1}^T \sum_{k=1}^n \left 1 - \frac{E_g(t, k; x)}{D(t, k)} \right $
SONIM1	Multimodal	1506	$J_{nim}(x) = \frac{1}{Tn} \sum_{t=1}^T \sum_{k=1}^n \left 1 - \frac{B_{total}(t, k; x)}{D(t, k)} \right $
SONIM2	Multimodal	3006	$J_{nim}(x) = \frac{1}{Tn} \sum_{t=1}^T \sum_{k=1}^n \left 1 - \frac{B_{total}(t, k; x)}{D(t, k)} \right $
SONIM3	Multimodal	3006	$J_{nim}(x) = \frac{1}{Tn} \sum_{t=1}^T \sum_{k=1}^n \left 1 - \frac{B_{total}(t, k; x)}{D(t, k)} \right $

Fonte: He *et al.*, 2023.

3.1.4 CEC 2018 benchmark suíte

No presente trabalho será utilizado o benchmark MaF que utiliza 15 problemas de teste para otimização multi-objetivo originalmente fornecidos por Cheng *et al.* (2018), e usados na Competição CEC 2018. Este conjunto tem sido um dos mais utilizado na literatura ele traz versões modificadas das funções que pertencem a DTLZ, WFG e outros conjuntos.

As 15 funções de benchmark apresentam propriedades diversas que abrangem uma boa representação de vários cenários do mundo real, como serem multimodais, desconectados, degenerados e/ou não separáveis, e possuírem um formato de frente de Pareto irregular, um conjunto de Pareto complexo ou um grande número de variáveis de decisão. O objetivo deste conjunto é promover a pesquisa em otimização multi-objetivo, sugerindo um conjunto de funções de referência com uma boa representação de vários cenários do mundo real.

A Tabela 4 mostra as funções utilizadas na competição CEC 2018 assim como a modalidade que cada função pertence assim como a sua formulação matemática.

TABELA 4 – Funções da competição CEC 2018

Função	Modalidade	Fórmula matemática
MaF1	Linear	$g(x, M) = \sum_{i=M}^{ x } (x_i - 0.5)^2$
MaF2	Côncava	$g(x, M) = \sum_{j=M+(i-1) \lfloor \frac{D-M+1}{M} \rfloor}^D \left(\left(\frac{x_i}{2} + \frac{1}{4} \right) - 0.5 \right)^2$
MaF3	Multimodal Côncava	$g(x, M) = 100 \left[x_M + \sum_{i=M}^{ x } (x_i - 0.5)^2 + \cos(20\pi(x_i - 0.5)) \right]$
MaF4	Multimodal Convexa	$g(x, M) = 100 \left[x_M + \sum_{i=M}^{ x } (x_i - 0.5)^2 + \cos(20\pi(x_i - 0.5)) \right]$
MaF5	Côncava	$g(x, M) = \sum_{i=M}^{ x } (x_i - 0.5)^2$
MaF6	Côncava Degenerada	$g(x, M) = \sum_{i=M}^{ x } (x_i - 0.5)^2$
MaF7	Multimodal	$g(x, M) = 1 + \frac{9}{ x_M } \sum_{i=M}^{ x } x_i$
MaF8	Linear	$\min \begin{cases} f_1(x) = d(x, A_1) \\ f_2(x) = d(x, A_2) \\ \dots \\ f_M(x) = d(x, A_M) \end{cases}$

MaF9	Linear	$\min \begin{cases} f_1(x) = d(x, \overrightarrow{A_1 A_2}) \\ f_2(x) = d(x, \overrightarrow{A_2 A_3}) \\ \dots \\ f_M(x) = d(x, \overrightarrow{A_M A_1}) \end{cases}$
MaF10	Mista	$\min \begin{cases} f_1(x) = y_M + 2 \left(1 - \cos\left(\frac{\pi}{2} y_1\right) \right) \dots \left(1 - \cos\left(\frac{\pi}{2} y_{M-2}\right) \right) \left(1 - \cos\left(\frac{\pi}{2} y_{M-1}\right) \right) \\ f_2(x) = y_M + 4 \left(1 - \cos\left(\frac{\pi}{2} y_1\right) \right) \dots \left(1 - \cos\left(\frac{\pi}{2} y_{M-2}\right) \right) \left(1 - \sin\left(\frac{\pi}{2} y_{M-1}\right) \right) \\ f_{M-1}(x) = y_M + 2(M-1) \left(1 - \cos\left(\frac{\pi}{2} y_1\right) \right) \left(1 - \sin\left(\frac{\pi}{2} y_2\right) \right) \\ f_M(x) = y_M + 2M \left(1 - y_1 - \frac{\cos\left(10\pi y_1 + \frac{\pi}{2}\right)}{10\pi} \right) \end{cases}$
MaF11	Convexa	$\min \begin{cases} f_1(x) = y_M + 2 \left(1 - \cos\left(\frac{\pi}{2} y_1\right) \right) \dots \left(1 - \cos\left(\frac{\pi}{2} y_{M-2}\right) \right) \left(1 - \cos\left(\frac{\pi}{2} y_{M-1}\right) \right) \\ f_2(x) = y_M + 4 \left(1 - \cos\left(\frac{\pi}{2} y_1\right) \right) \dots \left(1 - \cos\left(\frac{\pi}{2} y_{M-2}\right) \right) \left(1 - \sin\left(\frac{\pi}{2} y_{M-1}\right) \right) \\ f_{M-1}(x) = y_M + 2(M-1) \left(1 - \cos\left(\frac{\pi}{2} y_1\right) \right) \left(1 - \sin\left(\frac{\pi}{2} y_2\right) \right) \\ f_M(x) = y_M + 2M(1 - y_1 \cos^2(5\pi y_1)) \end{cases}$
MaF12	Côncava	$\min \begin{cases} f_1(x) = y_M + 2 \sin\left(\frac{\pi}{2} y_1\right) \dots \sin\left(\frac{\pi}{2} y_{M-2}\right) \sin\left(\frac{\pi}{2} y_{M-1}\right) \\ f_2(x) = y_M + 4 \sin\left(\frac{\pi}{2} y_1\right) \dots \sin\left(\frac{\pi}{2} y_{M-2}\right) \cos\left(\frac{\pi}{2} y_{M-1}\right) \\ \dots \\ f_{M-1}(x) = y_M + 2(M-1) \sin\left(\frac{\pi}{2} y_1\right) \cos\left(\frac{\pi}{2} y_2\right) \\ f_M(x) = y_M + 2 \cos\left(\frac{\pi}{2} y_1\right) \end{cases}$

MaF13	Côncava	$\min \left\{ \begin{array}{l} f_1(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2}x_1\right) + \frac{2}{ J_1 } \sum_{j \in J_1} y_j^2 \\ f_2(x) = \cos\left(\frac{\pi}{2}x_1\right) \sin\left(\frac{\pi}{2}x_1\right) + \frac{2}{ J_2 } \sum_{j \in J_2} y_j^2 \\ f_3(x) = \cos\left(\frac{\pi}{2}x_1\right) \cos\left(\frac{\pi}{2}x_2\right) \frac{2}{ J_3 } \sum_{j \in J_3} y_j^2 \\ \dots \\ f_{4,\dots,M}(x) = f_1(x)^2 + f_2(x)^{10} + f_3(x)^{10} \frac{2}{ J_4 } \sum_{j \in J_4} y_j^2 \end{array} \right.$
MaF14	Linear	$\min \left\{ \begin{array}{l} f_1(x) = x_1^f \dots x_{M-1}^f \left(1 + \sum_{j=1}^M c_{1,j} \overline{g_1}(x_j^s) \right) \\ f_2(x) = x_1^f \dots (1 - x_{M-1}^f) \left(1 + \sum_{j=1}^M c_{2,j} \overline{g_2}(x_j^s) \right) \\ \dots \\ f_{M-1}(x) = x_1^f (1 - x_2^f) \left(1 + \sum_{j=1}^M c_{M-1,j} \overline{g_{M-1}}(x_j^s) \right) \\ f_M(x) = x_1^f (1 - x_1^f) \left(1 + \sum_{j=1}^M c_{M,j} \overline{g_M}(x_j^s) \right) \end{array} \right.$ $x \in [0,10]^{ x }$
MaF15	Convexa	$\left\{ x^s \leftarrow \left(1 + \cos\left(0.5\pi \frac{i}{x^s}\right) \right) (x_i^s - l_i) - x_1^f (u_i + l_i) \right.$ $i = 1,2, \dots, x^s $

Fonte: Cheng *et al.*, 2018.

3.2 PROBLEMAS DE ENGENHARIA

Após a utilização das metaheurísticas nas benchmark, as metaheurísticas propostas serão utilizadas em problemas mais realísticos, serão tratados problemas de engenharia. Tais estudos de caso são constituídos por equações algébricas, algébrico-diferenciais ou integro-diferenciais e descrevem problemas de grande interesse no meio acadêmico e industrial.

3.2.1 Microrrede off-grid com diversas fontes de energia renováveis

A energia é um fator-chave no crescimento socioeconômico de qualquer país. A geração tradicional de energia, por si só, não consegue atender à demanda devido a políticas de investimento inadequadas, restrições de combustível e altas perdas na transmissão e distribuição. Portanto, é necessário gerar eletricidade a partir de recursos de energia renovável (ER). Isso é especialmente verdadeiro em áreas rurais e distantes, onde a expansão da rede não é viável nem econômica.

Por uma infinidade de razões, planejar e construir uma microrrede off-grid é difícil, tanto do ponto de vista tecnológico quanto econômico. Uma delas é a dependência dos recursos de energia renovável e das condições meteorológicas.

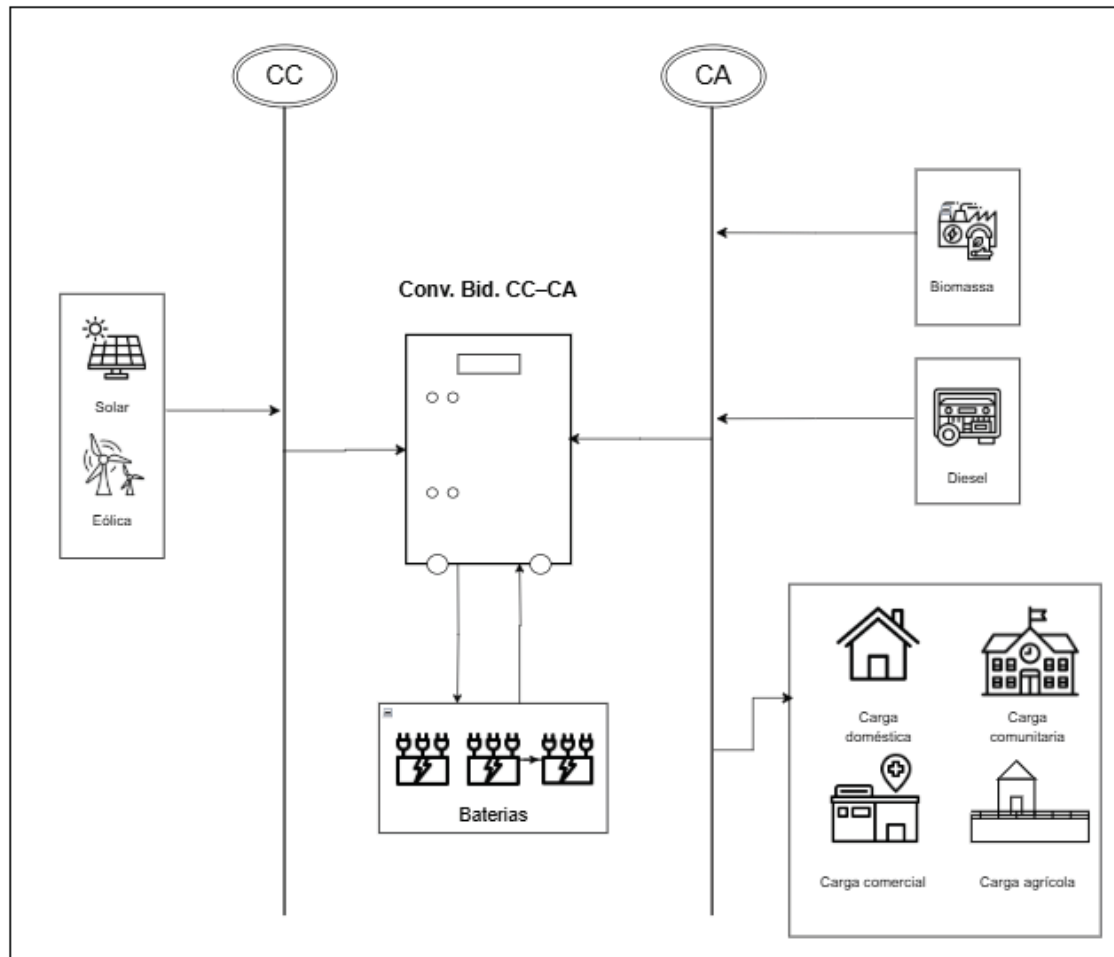
Os recursos de energia renovável podem ser utilizados em uma ampla gama de aplicações, incluindo setores doméstico, comunitário, agrícola, comercial e de pequena indústria. Isso ajuda a melhorar a qualidade do tratamento em centros de saúde primários, educação de estudantes, instalações de água potável, produção agrícola e negócios madeireiros.

3.2.1.1 Modelagem do sistema

A modelagem matemática adequada dos componentes de uma microrrede off-grid constitui um pré-requisito essencial para o seu correto dimensionamento. Neste estudo, é proposta uma microrrede isolada composta por fontes renováveis de energia solar, eólica e de biomassa, associadas a um sistema de armazenamento em banco de baterias e a um conversor bidirecional com controlador de carga. Para garantir a continuidade do fornecimento, quando a geração renovável e o armazenamento não são suficientes, a demanda é suprida por um gerador a diesel

como fonte de apoio. A Figura 3 apresenta a configuração da microrrede utilizada no estudo de caso proposto.

FIGURA 3 – Estrutura da microrrede off-grid proposta



Fonte: O Autor, 2025.

Na microrrede, o sistema fotovoltaico é responsável por converter a energia proveniente da radiação solar em energia elétrica durante os períodos de disponibilidade de irradiância. Seu desempenho depende diretamente das condições ambientais, especialmente da irradiância solar e da temperatura ambiente, que influenciam tanto a potência quanto a eficiência dos módulos. Para representar adequadamente esse comportamento, a simulação utiliza séries horárias de irradiância e temperatura ao longo de um ano completo, permitindo capturar variações e oscilações diárias típicas do local em estudo.

O sistema de geração eólica converte a energia cinética do vento em energia elétrica por meio de aerogeradores. Como a velocidade do vento varia de acordo

com a altura, as medições realizadas próximas ao solo precisam ser ajustadas para a altura do cubo da turbina. Esse ajuste é feito utilizando a lei de potência do vento, que considera a rugosidade do terreno e a diferença entre a altura de medição e a altura do aerogerador. Dessa forma, obtém-se uma estimativa mais precisa da velocidade efetiva do vento disponível para a geração e, conseqüentemente, da potência produzida pelo sistema.

A geração de energia a partir da biomassa, neste estudo, é realizada por meio de um gaseificador acoplado a um gerador elétrico, responsável por converter biomassa sólida em gás combustível e, posteriormente, em energia elétrica. No modelo implementado, o conjunto opera com potência fixa de 4,5 kW e é acionado diariamente em um intervalo pré-definido, correspondente às horas de maior demanda do sistema. Conforme estabelecido, o gerador funciona entre 18h e 22h, totalizando cinco horas de operação contínua por dia. Durante esse período, a energia elétrica fornecida ao sistema corresponde diretamente à potência de operação do gerador, enquanto nos demais horários a produção é nula. Essa configuração representa a biomassa como uma fonte programada de apoio no período noturno, contribuindo para reduzir o uso do gerador a diesel e aumentar a confiabilidade da microrrede.

O banco de baterias tem a função de equilibrar o balanço energético da microrrede, atuando tanto no armazenamento do excedente de geração renovável quanto no suprimento da carga em períodos de déficit. A cada passo horário, o modelo calcula a diferença entre a energia gerada pelas fontes renováveis e a demanda da carga. Quando há equilíbrio entre geração e consumo, o atendimento é realizado diretamente pelas fontes renováveis, mantendo o estado de carga das baterias inalterado. Nos instantes em que a geração excede a demanda, o excedente é direcionado prioritariamente para o carregamento das baterias, respeitando o limite máximo de capacidade; caso essa capacidade seja atingida, o excedente adicional é descartado. Por outro lado, quando a geração é insuficiente, as baterias passam a descarregar para suprir a diferença entre carga e geração, considerando a eficiência do sistema e uma taxa de autodescarga. Se o estado de carga atinge o limite mínimo de operação, o modelo aciona o gerador a diesel para evitar a interrupção do fornecimento. Dessa forma, o sistema de armazenamento por baterias é representado como um elemento central na gestão da energia, garantindo maior estabilidade e confiabilidade ao sistema híbrido.

O gerador a diesel (DG - *Diesel Generator*) atua como fonte complementar de energia no sistema híbrido, sendo acionado apenas quando as fontes renováveis e o banco de baterias não conseguem suprir a demanda elétrica. No modelo adotado, o DG possui uma potência nominal definida e entra em operação somente quando a carga atinge um patamar mínimo de utilização, evitando o funcionamento em regime de baixa carga, que reduz a eficiência e aumenta o desgaste do equipamento. Quando acionado, o gerador supre a diferença entre a demanda e a energia fornecida pelas fontes renováveis, e seu consumo de combustível é calculado por meio de um modelo linear baseado na potência gerada e na potência nominal do equipamento. Nos períodos em que a carga está abaixo do limite mínimo de operação, o atendimento é realizado prioritariamente pelas fontes renováveis e pelo banco de baterias; caso esses recursos não sejam suficientes, o modelo registra a parcela de carga não atendida como perda. Dessa forma, o DG é representado como uma fonte de apoio destinada a garantir a continuidade do suprimento em situações críticas, embora com maior custo operacional e impacto ambiental.

O conversor bidirecional com controlador de carga (BDC-CC) é um componente essencial para a integração e o gerenciamento eficiente da energia em sistemas híbridos isolados. Capaz de operar nos modos retificador e inversor, o BDC-CC converte corrente alternada (CA) em corrente contínua (CC), e vice-versa, permitindo a conexão entre fontes como o gerador de biomassa e as cargas ou componentes em corrente contínua. Com uma eficiência de 95%, o BDC-CC assegura uma transferência energética eficaz entre diferentes subsistemas, minimizando perdas e maximizando o aproveitamento da energia disponível.

3.2.1.2 Análise econômica do sistema

A avaliação econômica de um sistema híbrido isolado de energia renovável é essencial para garantir sua viabilidade e sustentabilidade a longo prazo. Diversos indicadores são amplamente utilizados para analisar o desempenho financeiro e apoiar o processo de decisão, tais como Custo do Ciclo de Vida (LCC), o Índice de Lucratividade (IL), o Payback Descontado (PBD), o Valor Presente Líquido (VPL) e a Taxa Interna de Retorno (TIR). Esses parâmetros fornecem diferentes perspectivas sobre aspectos como rentabilidade, liquidez e risco do investimento, sendo fundamentais para uma análise abrangente.

Trabalhos como os de Reis (2007), Neto (2017), Silva (2012), Andrade (2020) e Barbosa (2020) demonstram a aplicabilidade e relevância desses indicadores em diferentes contextos, reforçando sua utilidade na análise da sustentabilidade econômica. A seguir são apresentados os indicadores econômicos utilizados na otimização mono e multi-objetiva.

O Custo do Ciclo de Vida (LCC - *Life Cycle Cost*) é uma metodologia amplamente utilizada para avaliar a viabilidade econômica de sistemas de energia ao longo de toda a sua vida útil. Esse indicador considera todos os custos que serão incorporados desde a fase inicial de implantação até o final do período de operação do projeto, permitindo identificar a configuração mais econômica do sistema híbrido.

No presente estudo, o LCC é composto pelos seguintes elementos:

- Custo de Capital Inicial (ICC), que representa os gastos com aquisição de painéis fotovoltaicos, turbinas eólicas, gerador a biomassa, banco de baterias, conversor bidirecional e gerador a diesel;
- Custo de Instalação (EREC), que contempla despesas de montagem, infraestrutura e eventuais reinstalações ao longo da vida útil dos equipamentos;
- Custos de Operação e Manutenção (O&M), atualizados para valor presente, referentes às despesas anuais de manutenção preventiva e corretiva dos componentes do sistema;
- Custos de Reposição, associados à substituição de equipamentos cuja vida útil é inferior ao horizonte total do projeto (biomassa, conversor e DG);
- Custo com Combustível, abrangendo tanto o consumo anual de biomassa pelo gaseificador quanto o consumo de diesel pelo gerador de apoio.

O Custo do Ciclo de Vida (LCC) é uma metodologia amplamente utilizada para avaliar a viabilidade econômica de sistemas de energia ao longo de toda a sua vida útil. Esse indicador incorpora todos os custos envolvidos desde a fase inicial de implantação até o final do período de operação, incluindo aquisição, instalação, manutenção, reposições e consumo de combustível. No contexto deste estudo, o LCC é aplicado para quantificar o custo total associado ao sistema híbrido sob

condições operacionais previamente estabelecidas, que incluem confiabilidade energética de 100% (LPSP = 0) e fração renovável mínima de 85%. Dessa forma, o LCC fornece uma visão abrangente do impacto financeiro decorrente do desempenho da microrrede.

O Valor Presente Líquido (VPL) é um indicador amplamente utilizado para avaliar a viabilidade econômica de um projeto, pois compara o valor presente das receitas futuras com o total de custos associados ao investimento. Para isso, todos os fluxos de caixa ao longo da vida útil do projeto são atualizados mediante uma taxa de desconto, permitindo incorporar o valor do dinheiro no tempo. Dessa maneira, o VPL possibilita verificar se a geração de benefícios ao longo dos anos é suficiente para compensar os investimentos iniciais e os gastos operacionais. Um resultado positivo indica que o projeto tende a ser financeiramente vantajoso, enquanto um VPL negativo revela que os custos superam os ganhos projetados, caracterizando a inviabilidade econômica do empreendimento.

O Índice de Lucratividade (IL) é um indicador que relaciona o valor presente dos fluxos de caixa futuros ao investimento inicial necessário para a implementação do projeto. Por ser uma medida relativa de rentabilidade, o IL expressa quanto retorno econômico é gerado para cada unidade monetária investida. Valores superiores a 1 indicam que o projeto tende a ser financeiramente atrativo, pois os benefícios atualizados superam o capital aplicado. Em contraste, valores inferiores a 1 revelam que os ganhos não compensam o investimento realizado, apontando para a inviabilidade econômica da proposta.

A Taxa Interna de Retorno (TIR) corresponde à taxa de desconto que faz com que o Valor Presente Líquido (VPL) de um projeto seja igual a zero. Em termos práticos, é a taxa que iguala o valor presente dos fluxos de caixa futuros ao investimento inicial, representando assim a rentabilidade percentual efetiva do projeto ao longo de sua vida útil. Esse indicador permite comparar o retorno proporcionado pelo investimento com a taxa mínima de atratividade (TMA) adotada pelo decisor. Quando a TIR supera a TMA, o projeto é considerado economicamente viável, uma vez que sua rentabilidade excede o custo de oportunidade do capital. Caso a TIR seja inferior à TMA, o investimento tende a ser rejeitado, por não atender ao retorno mínimo esperado.

O Payback Descontado (PBD) indica o tempo necessário para que o investimento inicial de um projeto seja recuperado, considerando o valor do dinheiro

no tempo por meio de uma taxa de desconto. Ao contrário do payback simples, que desconsidera a desvalorização monetária, o PBD atualiza cada fluxo de caixa, oferecendo uma análise mais precisa da viabilidade econômica. Esse indicador é útil especialmente em projetos de médio e longo prazo, pois permite identificar o ponto em que o projeto se torna financeiramente autossustentável. De forma geral, quanto menor o PBD, mais rapidamente o capital investido retorna. Um projeto é considerado atrativo quando o PBD é inferior à sua vida útil.

3.2.2 Sistemas de Trelças

As trelças são estruturas formadas por barras conectadas em nós, transmitindo exclusivamente esforços axiais de tração ou compressão. Devido à sua simplicidade de modelagem, associada à relevância prática em engenharia civil, mecânica e aeroespacial, tornaram-se benchmark consagrados em pesquisas de otimização estrutural. Esses problemas oferecem um equilíbrio ideal entre realismo físico e complexidade computacional, exigindo a integração direta entre algoritmos de otimização e a análise por elementos finitos (FEA), responsável por calcular deslocamentos nodais, esforços internos e tensões em cada barra (Mehta *et al.*, 2025).

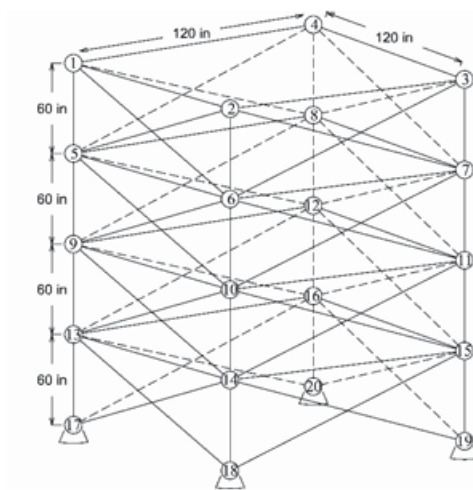
No contexto de projeto, as trelças envolvem objetivos conflitantes: estruturas mais leves tendem a ser mais flexíveis, enquanto estruturas mais rígidas implicam maior peso e, portanto, maior custo. Essa relação caracteriza um problema multi-objetivo, em que a solução não é única, mas sim um conjunto de Pareto, formado por alternativas de projeto que equilibram de maneiras distintas os objetivos conflitantes de leveza e rigidez.

A seguir são apresentadas as configurações de trelças utilizadas neste trabalho, assim como em trabalhos publicados anteriormente.

A trelça de 72 barras, é formada por 20 nós interligados por 72 barras e representa uma benchmark utilizada em otimização multi-objetivo. Sua principal característica é a presença de restrições de deslocamento no topo, que aumentam a complexidade do problema e forçam o equilíbrio entre leveza e rigidez. As áreas das barras podem ser tratadas como variáveis independentes ou agrupadas (em torno de 16 a 18 grupos), reduzindo a dimensionalidade sem comprometer o comportamento estrutural. Essa trelça é considerada um caso de escala moderada

e geometria realista, servindo para avaliar a capacidade dos algoritmos em lidar com múltiplos objetivos e restrições críticas.

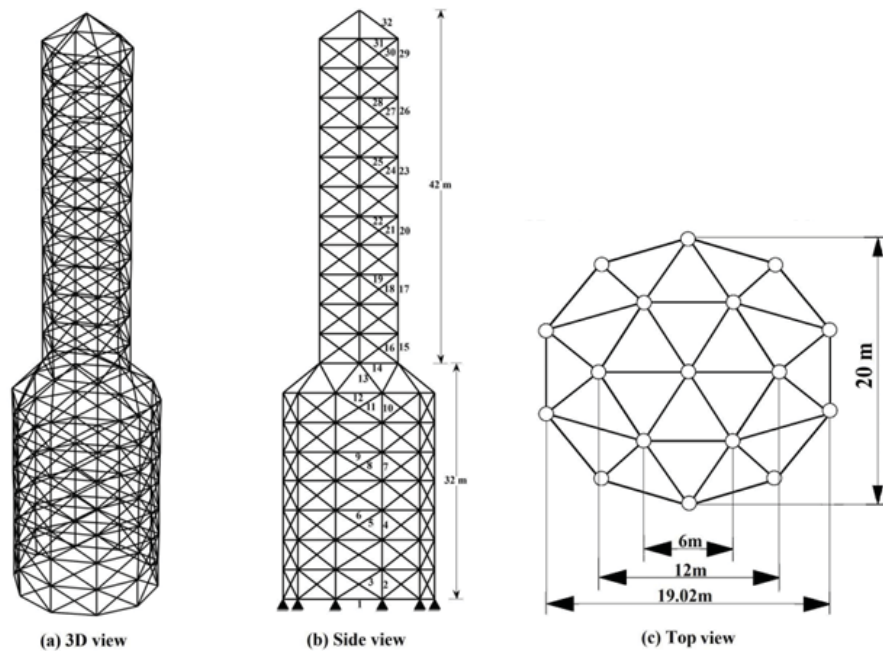
FIGURA 4 – Treliça de 72 barras



Fonte: Mehta *et al.*, 2025.

A treliça 582 barras é uma benchmark de porte intermediário a grande, utilizado para avaliar a escalabilidade de algoritmos de otimização multi-objetivo. Sua configuração envolve 87 nós interconectados por 582 barras, resultando em um número elevado de variáveis de projeto, que podem ser tratadas de forma independente ou agrupadas em conjuntos de barras equivalentes para reduzir a dimensionalidade, geralmente considerada com 32 grupos. Essa treliça é particularmente relevante porque já exige mecanismos robustos de diversidade e convergência, pressionando o desempenho dos algoritmos sem alcançar ainda o custo extremo dos casos de 942 e 1016 barras.

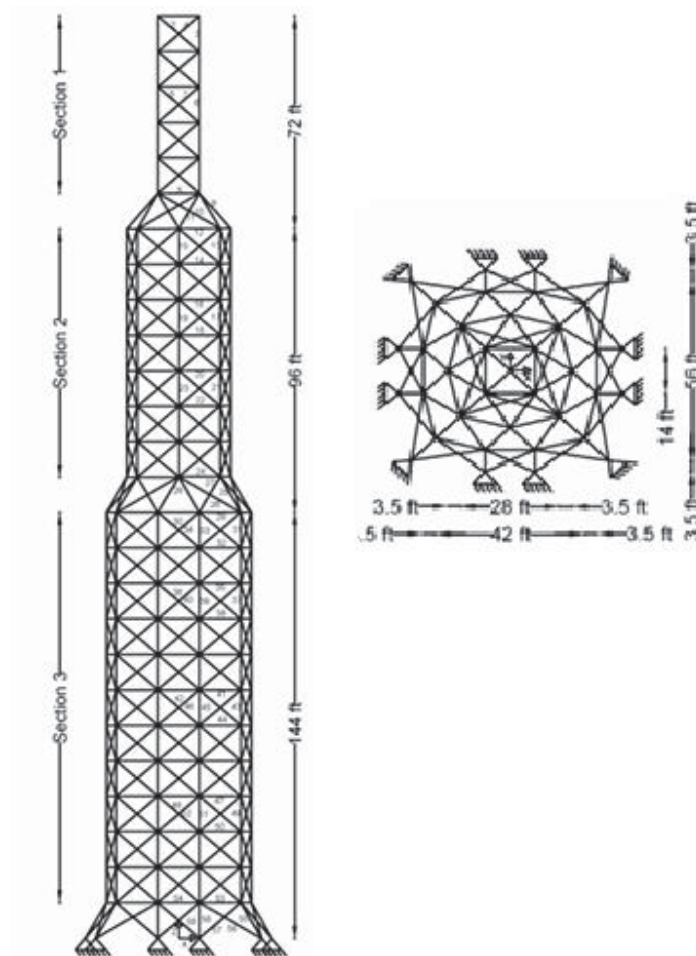
FIGURA 5 – Treliça de 582 barras



Fonte: Hosseinzadeh, 2017.

A treliça de 942 barras é um dos benchmarks mais amplamente utilizados em estudos de otimização estrutural de larga escala. Ela é composta por 314 nós interligados por 942 barras, resultando em um problema de alta dimensionalidade, com grande número de variáveis de projeto e restrições, normalmente estruturadas em 59 grupos. Essa configuração coloca forte pressão sobre os algoritmos de otimização, tanto no aspecto de convergência quanto de diversidade da frente de Pareto, tornando-se referência para avaliar a escalabilidade e robustez de métodos aplicados a problemas reais de engenharia. Por sua popularidade na literatura, a treliça de 942 barras é considerada um teste de validação essencial para novos algoritmos multi-objetivo.

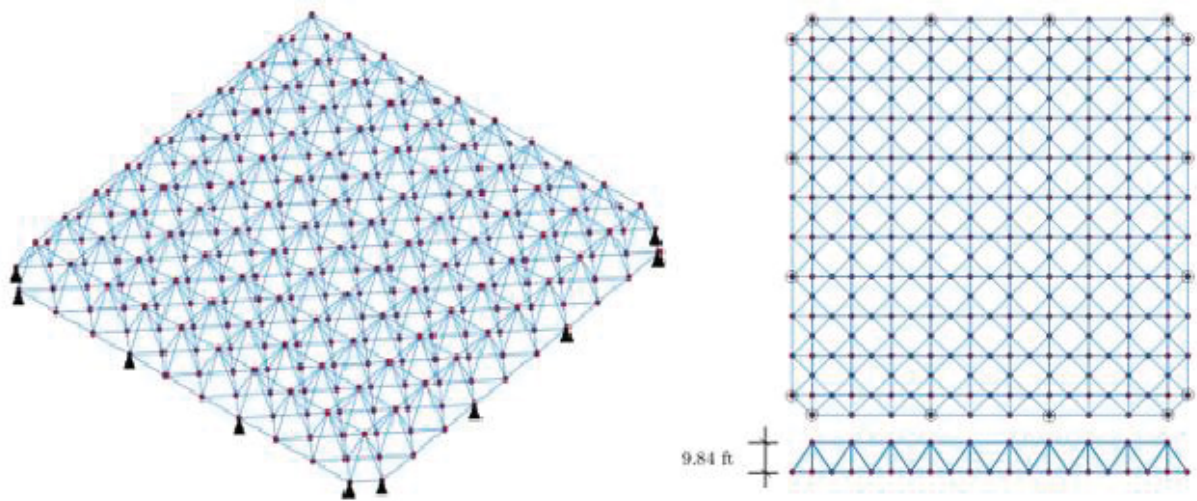
FIGURA 6 – Treliça de 942 barras



Fonte: Mehta *et al.*, 2025.

A treliça de 1016 barras é um dos maiores benchmark de otimização estrutural disponíveis na literatura, composta por 342 nós interconectados por 1016 barras, normalmente organizadas em 120 grupos. Trata-se de um problema de altíssima dimensionalidade, que gera milhares de variáveis de projeto e um número elevado de restrições de tensão e deslocamento, configurando um verdadeiro teste para algoritmos de otimização multi-objetivo. Seu uso é menos frequente do que em casos clássicos, devido ao custo computacional elevado, mas quando incluída em estudos, serve para demonstrar a robustez, escalabilidade e estabilidade numérica dos métodos propostos, além de evidenciar sua capacidade de explorar frentes de Pareto amplas em cenários de grande porte, próximos de aplicações reais de engenharia.

FIGURA 7 – Treliça de 1016 barras



Fonte: Jangir *et al.*, 2024.

4 REVISÃO DA LITERATURA

Há duas abordagens principais para realizar uma pesquisa literária: o mapeamento sistemático e a revisão sistemática da literatura. Esta última é um método eficaz para identificar, interpretar e avaliar estudos relevantes que abordam uma questão de pesquisa específica (Kitchenham e Charters, 2007). Neste caso, utilizamos a revisão sistemática da literatura para relacionar os trabalhos desenvolvidos entre 1990 e novembro de 2025 sobre o uso de metaheurísticas na otimização de sistemas de engenharia.

4.1 REVISÃO SISTEMÁTICA DA LITERATURA

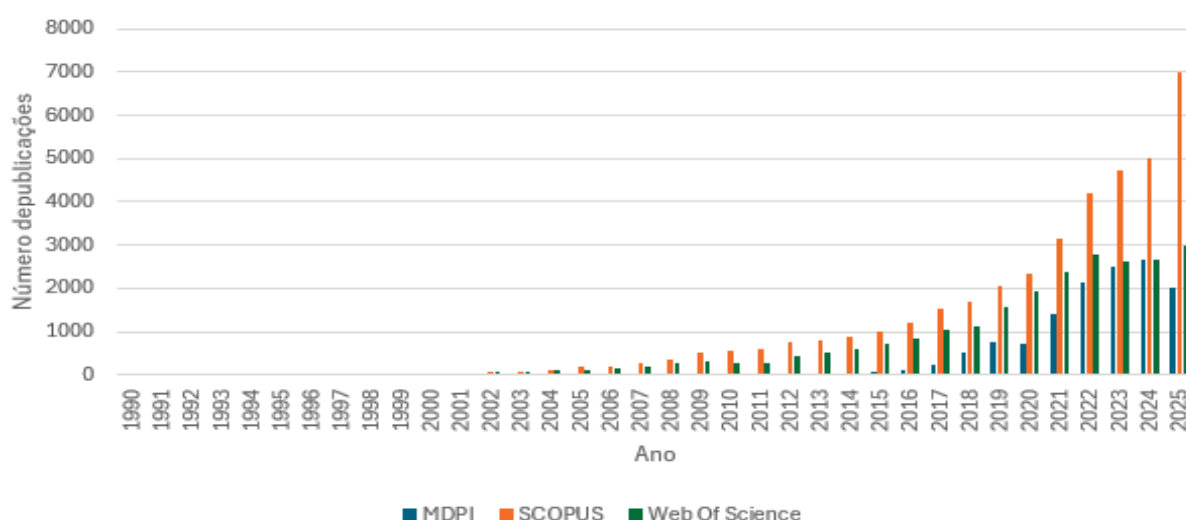
Esta seção aborda a utilização dos repositórios: Instituto Multidisciplinar de Publicação Digital (MDPI), Scopus e Web of Science para conduzir o processo de coleta de dados e análise bibliométrica do estado da arte sobre o problema de otimização. A busca foi realizada por meio do portal de periódicos da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES).

O MDPI é um repositório de acesso aberto que publica uma ampla variedade de periódicos em diversas disciplinas, incluindo ciências, engenharia, tecnologia, medicina e ciências sociais. O Web of Science é amplamente reconhecido por indexar periódicos e conferências internacionais de alta qualidade, assegurando que as publicações incluídas sejam de grande relevância e tenham passado por rigorosa revisão por pares. O Scopus é uma das maiores e mais respeitadas bases de dados de resumos e citações de literatura científica revisada por pares. Desenvolvido pela Elsevier, o Scopus abrange uma vasta gama de disciplinas, como ciências físicas, ciências da vida, ciências sociais e ciências da saúde. Assim, os bancos de dados foram analisados e comparados, abrangendo publicações desde 1990 até novembro de 2025, proporcionando uma visão abrangente das pesquisas realizadas nesse período.

Para realizar essa primeira etapa da pesquisa, foi gerada uma string de busca nas bases de dados, com o critério de inclusão restrito a artigos de revistas e conferências escritos em inglês. A string de busca genérica utilizada foi 'metaheuristic' com o objetivo de investigar a tendência geral e o volume de publicações relacionadas a metaheurísticas. Esta pesquisa é fundamental para

compreender as publicações feitas sobre metaheurísticas, sem restringir o contexto de aplicação. Ao mapear o crescimento ou declínio do interesse acadêmico em metaheurísticas, é possível identificar se o tema está em evidência, ou seja, se está em ascensão ou em declínio ao longo dos anos.

FIGURA 8 – Número total de publicações com a string “metaheuristic” ao longo dos anos

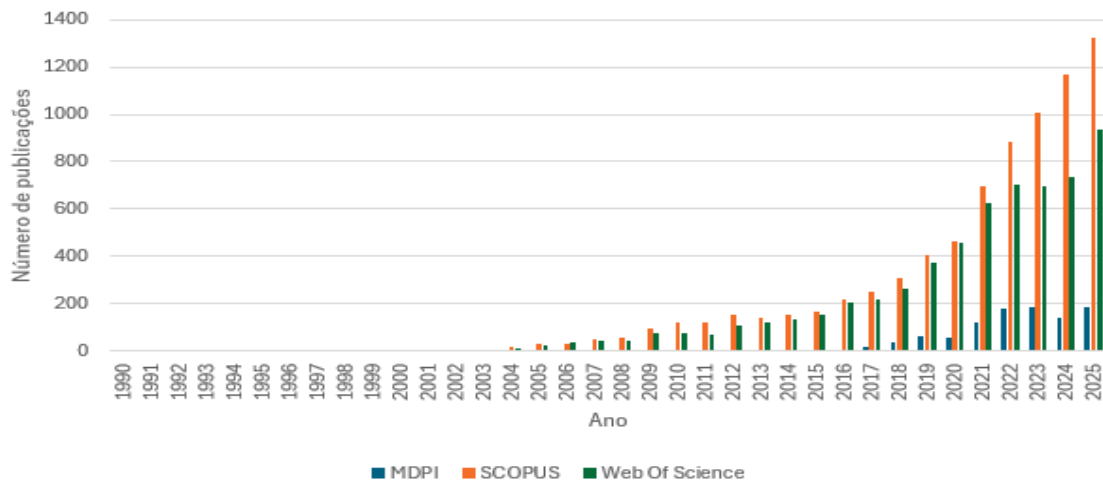


Fonte: O Autor, 2025.

É possível notar que esta é uma área promissora. Até por volta de 2005, haviam poucas pesquisas sobre o assunto, mas a partir desse ano, o interesse acadêmico cresceu significativamente. Desde então, observa-se um aumento contínuo e consistente no número de publicações, indicando que a pesquisa em metaheurísticas tem ganhado cada vez mais destaque e relevância ao longo dos anos.

Na segunda etapa da pesquisa, foi gerada uma string de busca nas bases de dados, com o critério de inclusão restrito a artigos de revistas e conferências escritos em inglês. A string de busca genérica utilizada foi 'hybrid metaheuristic' com o objetivo de examinar o volume e a tendência das publicações relacionadas à metaheurísticas híbridas. Esta pesquisa é de vital importância, considerando o foco deste estudo. Ao investigar a evolução das publicações sobre metaheurísticas híbridas ao longo dos anos, esta análise permite compreender se o tema está em ascensão ou declínio, refletindo o grau de interesse da comunidade científica nessa área.

FIGURA 9 – Número total de publicações com a string “hybrid metaheuristic” ao longo dos anos

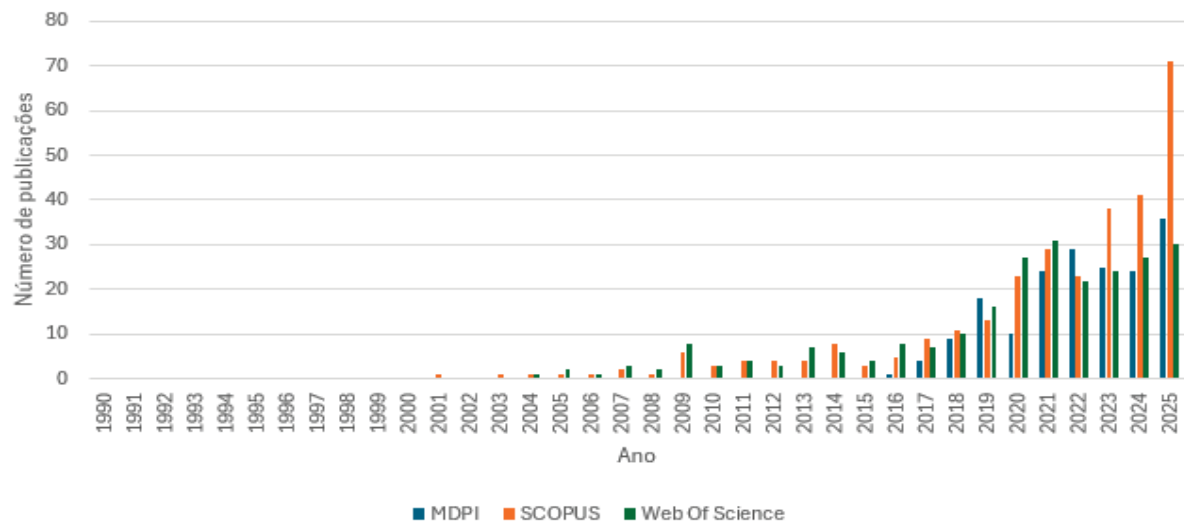


Fonte: O Autor, 2025.

Ao longo do período de 1990 a 2025, as metaheurísticas convencionais mantiveram predominância em termos de volume de publicações, enquanto as híbridas surgiram de forma mais tardia e com representatividade inicial bastante limitada. Até o início dos anos 2000, os estudos envolvendo abordagens híbridas eram pouco expressivos, mas, a partir de 2012, observa-se um crescimento consistente, alcançando centenas e, posteriormente, milhares de registros anuais na década de 2020. Em média, ao longo de todo o período analisado, verifica-se aproximadamente uma publicação em metaheurísticas híbridas para cada quatro ou cinco em metaheurísticas convencionais. Apesar da diferença em termos absolutos, a evolução constante das metaheurísticas híbridas evidencia a relevância crescente dessa vertente, indicando que se trata de um campo de investigação promissor.

Na terceira etapa da pesquisa, foi gerada uma string de busca nas bases de dados utilizando o operador AND para conectar dois ou mais termos de busca, com o critério de inclusão restrito a artigos de revistas e conferências escritos em inglês. A string de busca genérica utilizada foi “hybrid metaheuristic” AND “single objective” com o objetivo de analisar o uso de metaheurísticas híbridas em sistemas que possuem apenas um objetivo. Esta pesquisa é particularmente relevante para entender como as metaheurísticas híbridas estão sendo aplicadas no contexto de otimização com somente um objetivo.

FIGURA 10 – Número total de publicações com a string “hybrid metaheuristic” e “single objective” ao longo dos anos

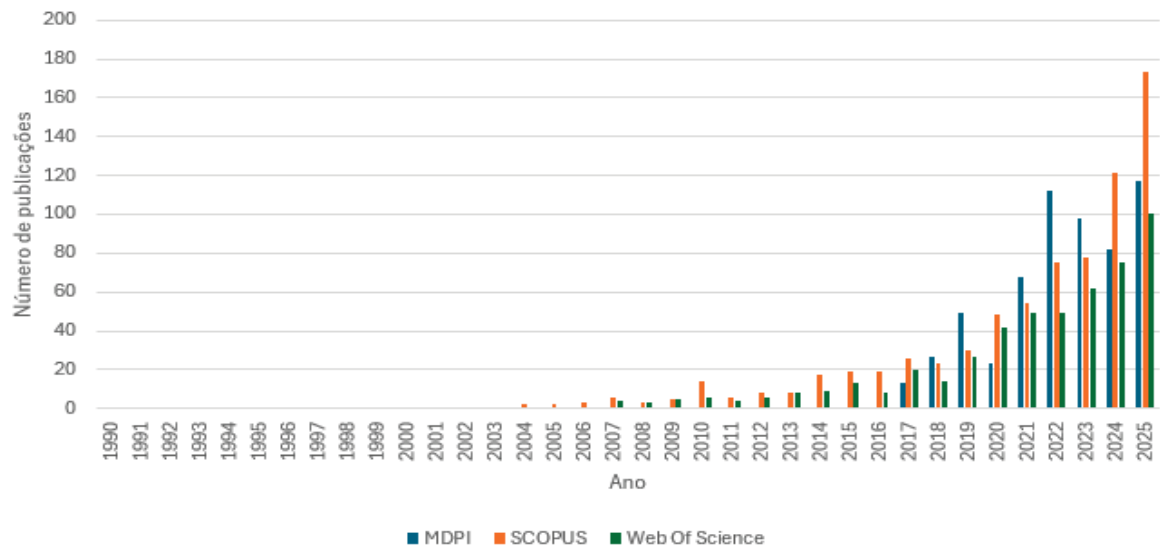


Fonte: O Autor, 2025.

As metaheurísticas híbridas mono objetivo apresentaram um desenvolvimento tardio, com praticamente nenhuma publicação registrada até meados dos anos 2000 e apenas valores isolados em bases como SCOPUS e Web of Science. A partir de 2009, começam a surgir registros mais frequentes, embora ainda modestos, e é somente após 2016 que se observa um crescimento consistente, com destaque para a década de 2020, quando os trabalhos passam a ultrapassar a marca de dezenas por ano. Em 2024, por exemplo, foram contabilizados 41 artigos no SCOPUS e 27 na Web of Science, demonstrando que, apesar de ainda representar uma parcela pequena em relação ao universo das metaheurísticas, trata-se de uma área em expansão, com potencial para novas investigações e aplicações na solução de problemas de otimização.

Na quarta etapa da pesquisa, foi gerada uma string de busca nas bases de dados utilizando o operador AND para conectar dois ou mais termos de busca, com o critério de inclusão restrito a artigos de revistas e conferências escritos em inglês. A string de busca genérica utilizada foi “hybrid metaheuristic” AND “multi-objective” com o objetivo de analisar o uso de metaheurísticas híbridas em sistemas que possuem vários objetivos. Esta pesquisa é particularmente relevante para entender como as metaheurísticas híbridas estão sendo aplicadas no contexto de otimização com múltiplos objetivos.

FIGURA 11 – Número total de publicações com a string “hybrid metaheuristic” e “multi-objective” ao longo dos anos



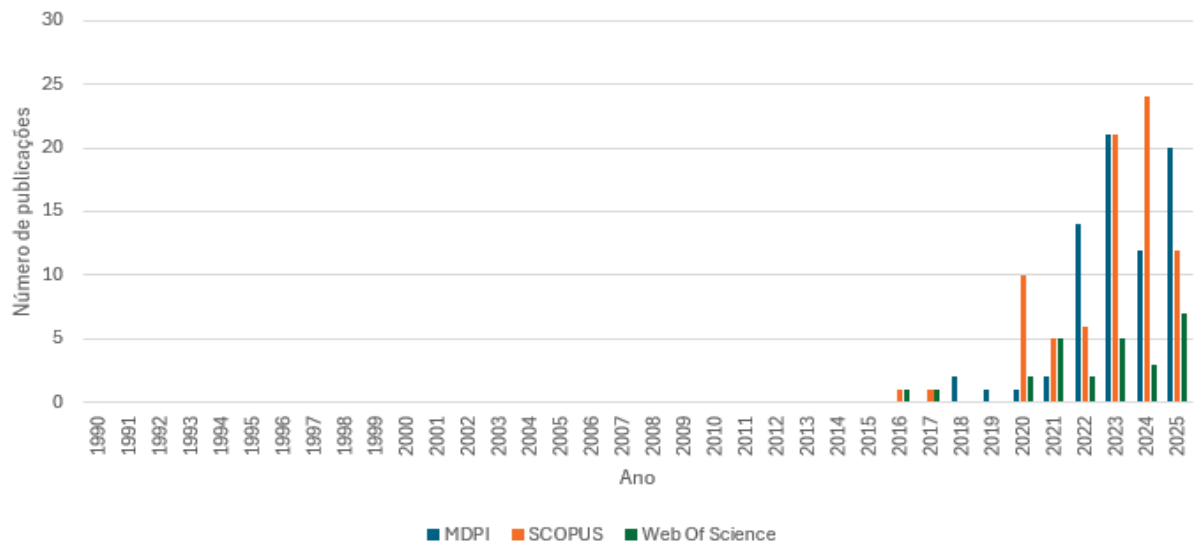
Fonte: O Autor, 2025.

As metaheurísticas híbridas multi-objetivo apresentam um crescimento gradual e contínuo desde os primeiros registros no início dos anos 2000, quando ainda eram restritas a poucos trabalhos por ano. Entre 2004 e 2010, observa-se um aumento modesto, passando de apenas dois para 14 artigos no SCOPUS, o que marca o início da consolidação da área. A partir de 2015, a produção cresce de forma mais consistente, com destaque para a década de 2020, em que os números se ampliam significativamente: em 2020 já eram 48 artigos no SCOPUS e 42 na Web of Science, enquanto em 2024 atingem 121 e 75. Esses resultados indicam que, embora mais recente em comparação às abordagens de objetivo único, a hibridização aplicada a problemas multi-objetivo vem ganhando relevância expressiva, tornando-se um campo de investigação cada vez mais consolidado dentro da otimização.

Na quinta etapa de pesquisa, foi gerada uma string de busca nas bases de dados utilizando o operador AND para conectar dois ou mais termos de busca, com o critério de inclusão restrito a artigos de revistas e conferências escritos em inglês. A string de busca genérica utilizada foi “hybrid metaheuristic” AND “physics-based” com o objetivo de analisar o uso de metaheurísticas híbridas baseadas em fenômenos físicos em sistemas com um ou vários objetivos. Esta pesquisa é particularmente relevante para entender como as metaheurísticas híbridas baseadas em fenômenos físicos estão sendo aplicadas no contexto de otimização de sistemas

com um ou múltiplos objetivos.

FIGURA 12 – Número total de publicações com a string “hybrid metaheuristic” e “physics-based” ao longo dos anos



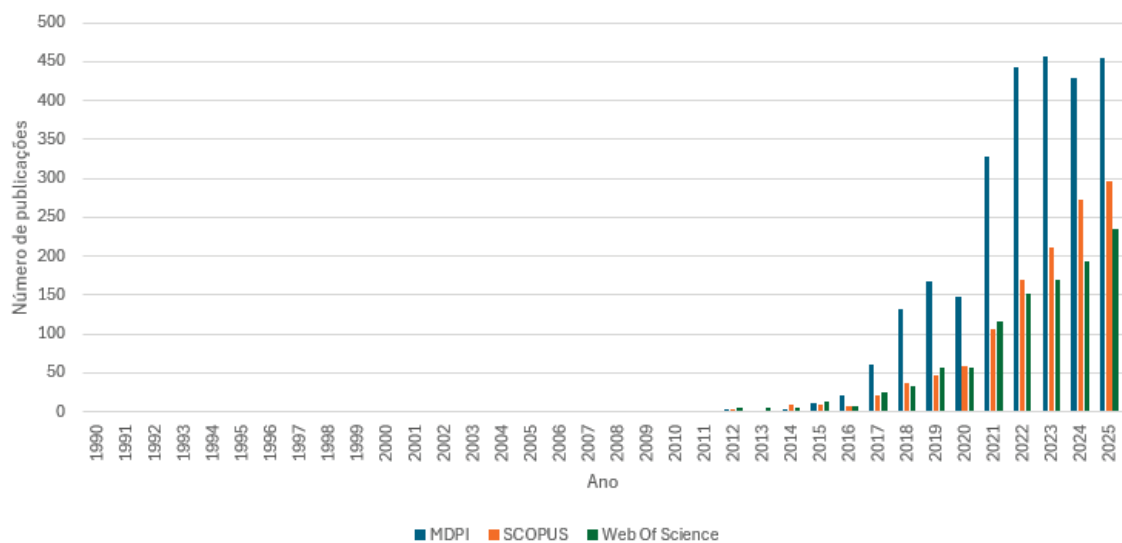
Fonte: O Autor, 2025.

As metaheurísticas híbridas baseadas em princípios físicos constituem uma vertente bastante recente dentro da área de otimização, com registros praticamente inexistentes até meados da década de 2010. Os primeiros trabalhos aparecem em 2016 e 2017, ainda de forma isolada, e apenas a partir de 2018 começam a surgir indícios de maior interesse da comunidade científica. O crescimento ocorre na década de 2020, com destaque para 2022 e 2023, anos em que foram contabilizados 14 e 21 artigos na MDPI, além de registros complementares em SCOPUS e Web of Science. Em 2024 os números se mantêm em patamares relevantes, embora ligeiramente inferiores ao pico anterior, indicando que se trata de um campo em consolidação. Apesar de ainda representar uma parcela pequena do total de publicações em metaheurísticas, o avanço observado demonstra que a combinação de modelos inspirados em leis físicas com outras estratégias de busca vem se configurando como uma linha de investigação promissora.

Na sexta etapa da pesquisa, foi gerada uma string de busca nas bases de dados utilizando o operador AND para conectar dois ou mais termos de busca, com o critério de inclusão restrito a artigos de revistas e conferências escritos em inglês. A string de busca genérica utilizada foi “metaheuristic” AND “renewable energy” com o objetivo de analisar o cruzamento entre as áreas de metaheurísticas e energia

renovável. Essa análise busca identificar pesquisas que aplicam métodos metaheurísticos para resolver problemas relacionados a energias renováveis. Esta pesquisa é particularmente relevante para entender como as metaheurísticas estão sendo aplicadas no contexto das energias renováveis. A combinação dessas duas áreas de estudo pode não apenas revelar abordagens inovadoras para a otimização de sistemas de energia renovável, mas também apontar tendências futuras na aplicação de algoritmos de otimização em sustentabilidade.

FIGURA 13 – Número total de publicações com a string “metaheuristic” and “renewable energy” ao longo dos anos



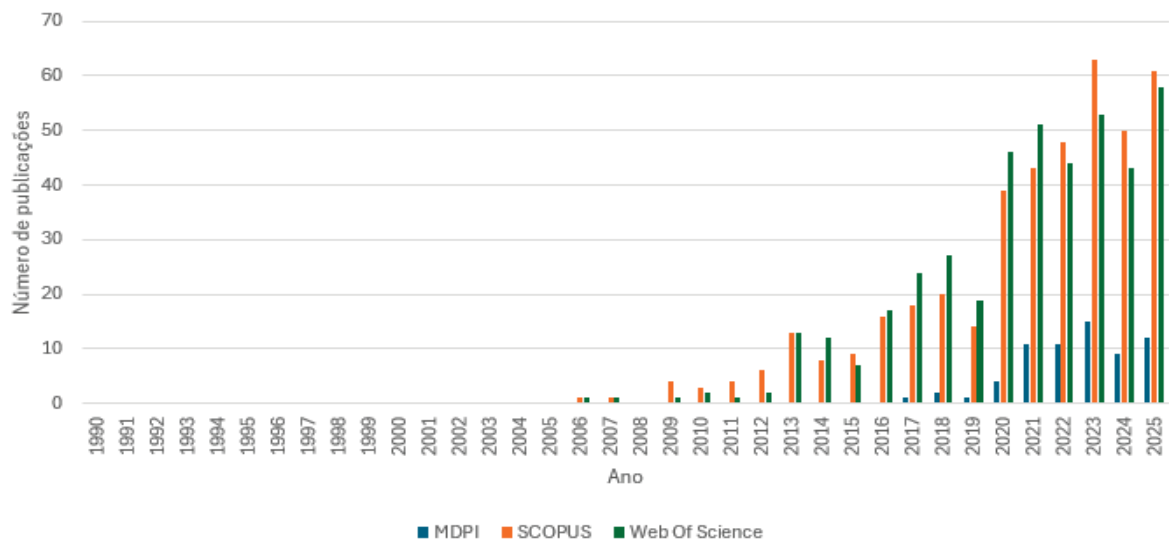
Fonte: O Autor, 2025.

No gráfico acima, é possível observar que as pesquisas envolvendo o uso de metaheurísticas para a resolução de problemas relacionados à energia renovável tiveram seu início apenas em 2012. A partir desse ponto, o interesse na interseção dessas duas áreas começou a crescer de forma gradual. A partir de 2017, há um grande aumento no número de estudos, refletindo um pico significativo de interesse de produção acadêmica. Esse crescimento acelerado nos últimos anos indica que a aplicação de metaheurísticas em problemas de energia renovável está se tornando cada vez mais relevante e essencial, possivelmente impulsionada pela crescente urgência em encontrar soluções eficientes e sustentáveis para os desafios energéticos globais.

Na última etapa da pesquisa, foi gerada uma string de busca nas bases de dados utilizando o operador AND para conectar dois ou mais termos de busca, com

o critério de inclusão restrito a artigos de revistas e conferências escritos em inglês. A string de busca genérica utilizada foi “metaheuristic” AND “truss optimization” AND “multi-objective” com o objetivo de analisar o cruzamento entre as áreas de metaheurísticas e otimização de treliças multi-objetivo. Essa análise busca identificar pesquisas que aplicam métodos metaheurísticos para resolver problemas estruturais complexos em treliças, considerando simultaneamente múltiplos critérios de desempenho. A combinação dessas duas áreas de estudo pode apontar tendências futuras no uso de algoritmos de otimização para problemas de engenharia estrutural em contextos reais.

FIGURA 14 – Número total de publicações com a string “metaheuristic” and “truss optimization” ao longo dos anos



Fonte: O Autor, 2025.

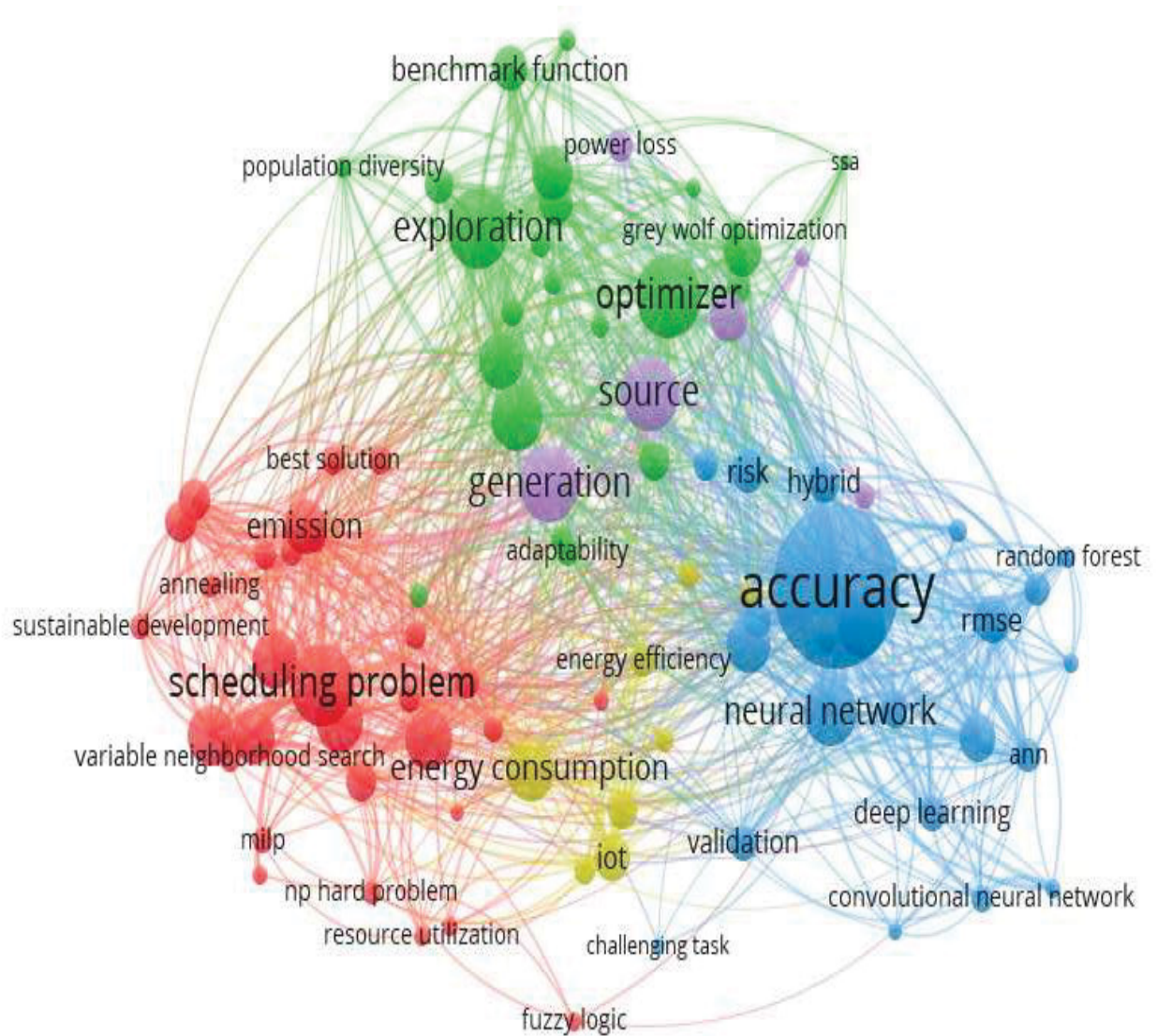
A análise dos dados evidencia que a aplicação de metaheurísticas em problemas de treliças ganhou relevância somente a partir de meados dos anos 2000, com publicações iniciais pontuais em SCOPUS e Web of Science. A evolução é marcante após 2010, quando ambas as bases apresentam crescimento contínuo, destacando-se a consolidação a partir de 2016 com números de dois dígitos. A MDPI aparece apenas a partir de 2017, mas apresenta um rápido crescimento, atingindo 15 publicações em 2023. Já SCOPUS e Web of Science exibem trajetórias paralelas, com forte aceleração a partir de 2020, atingindo 63 e 53 publicações em 2023. O panorama mostra não apenas o aumento do interesse da comunidade científica, mas também a consolidação do campo em periódicos de maior

visibilidade, refletindo a importância crescente das metaheurísticas como ferramenta de otimização estrutural aplicada às treliças.

O VOSviewer é um software de visualização de informações amplamente utilizado para analisar e selecionar as palavras-chave mais relevantes utilizadas pelos autores em seus artigos. Na Figura 15, é apresentada a interconexão dos conceitos mais recorrentes nas publicações do repositório MDPI que abordam a interseção das metaheurísticas híbridas. Essa visualização permite identificar os termos mais frequentemente utilizados e como eles se relacionam, oferecendo uma visão clara das tendências e do foco das pesquisas nessa área específica.

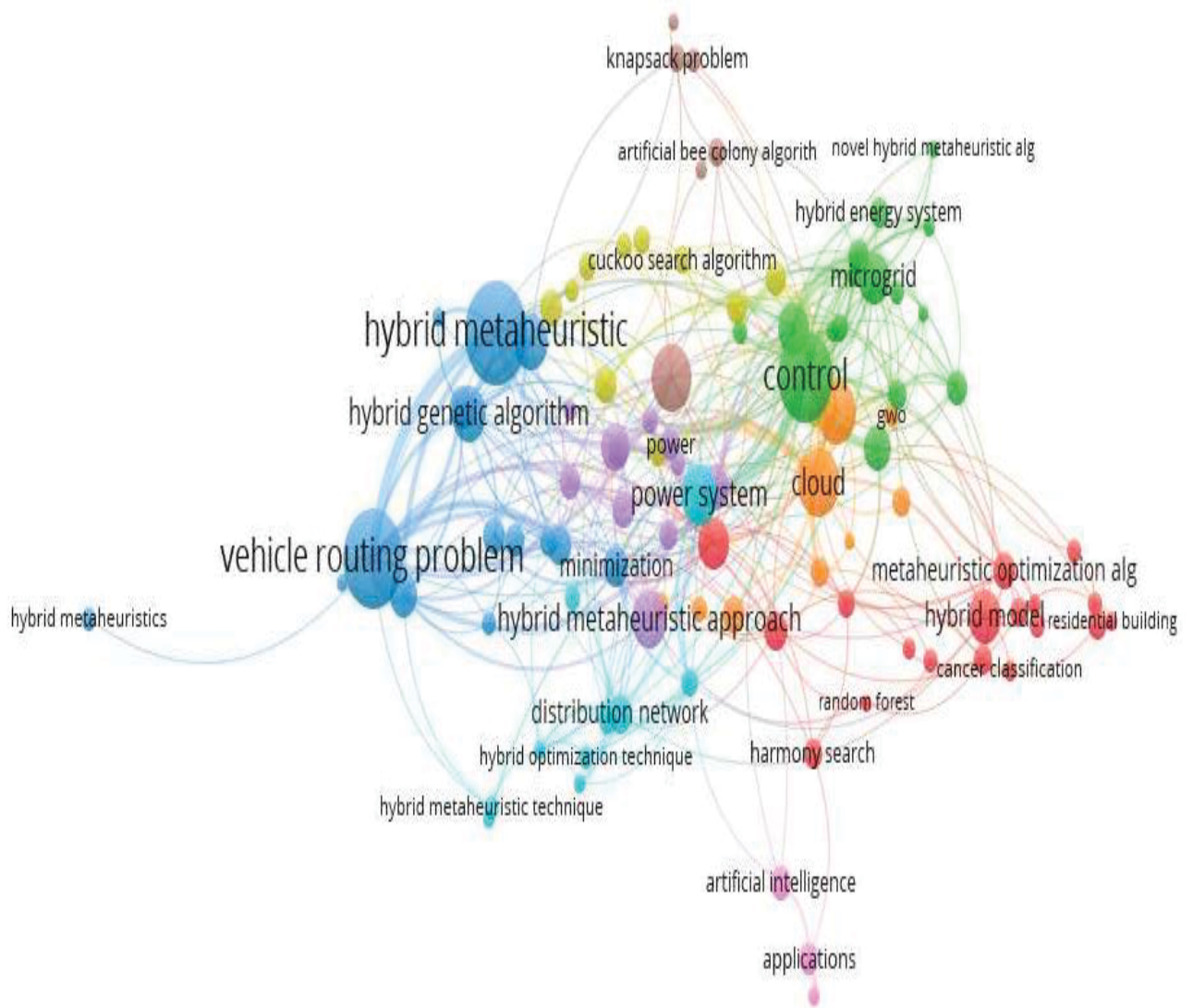
Na Figura 15, os termos de maior frequência formam um núcleo que se distribui em três eixos complementares: avaliação de desempenho, com destaque para *accuracy* e *RMSE*, evidenciando ênfase em validação e comparação rigorosa de resultados; foco metodológico, com termos como *optimizer*, *exploration*, *heuristic algorithm*, *machine learning* e *artificial neural network*, indicando a integração entre operadores heurísticos e componentes de aprendizado para equilibrar exploração e intensificação; e classes de problema, como *scheduling problem* e *vehicle routing problem*, além de *power system*, *energy consumption* e *emission*, que situam a pesquisa em cenários industriais e energéticos, frequentemente sob restrições e metas de sustentabilidade. Em conjunto, a concentração desses termos mostra que as metaheurísticas híbridas publicadas na MDPI são orientadas a aplicações, dirigidas por métricas e metodologicamente híbridas, combinando busca e aprendizagem para enfrentar problemas complexos e mensuráveis no mundo real. A Figura 16 foi gerada também com o software VOSviewer e mostra a interconexão das palavras chaves mais utilizadas nas publicações envolvendo as metaheurísticas híbridas encontradas no Scopus.

FIGURA 15 – Principais palavras-chave associadas a metaheurísticas híbridas nas publicações da MDPI



Fonte: O Autor, 2025.

FIGURA 16 – Principais palavras-chave associadas a metaheurísticas híbridas nas publicações da Scopus

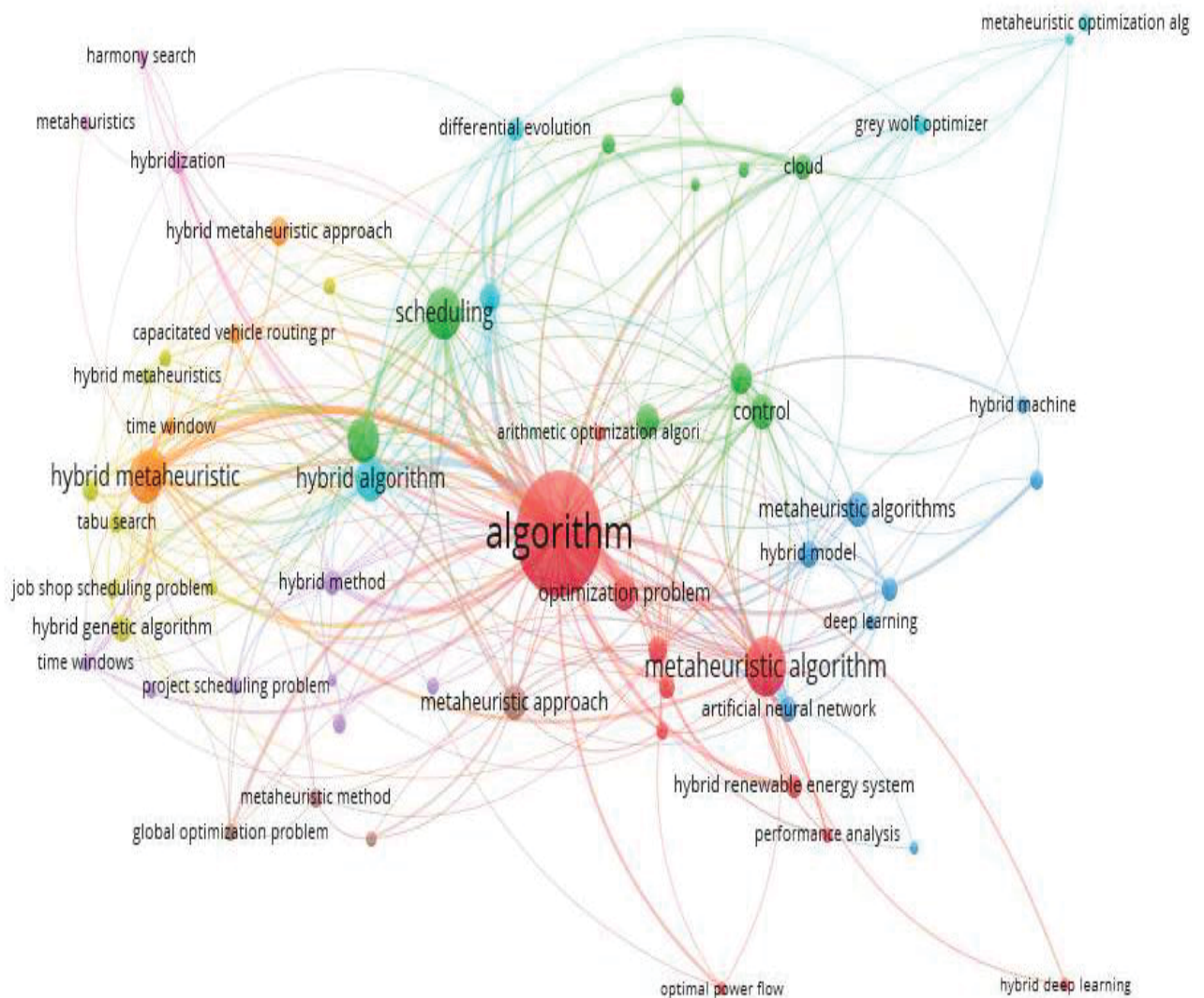


Fonte: O Autor, 2025.

A análise das Figura 16 mostra que o termo *hybrid metaheuristic* se conecta fortemente tanto a algoritmos clássicos, como *genetic algorithm*, *particle swarm optimization* e *grey wolf optimizer*, quanto a suas versões híbridas, evidenciando o esforço contínuo em aprimorar exploração e intensificação por meio da combinação de estratégias. Esses vínculos se estendem a problemas consolidados da literatura de otimização, como *flow shop scheduling*, *knapsack problem* e *vehicle routing*, que aparecem como aplicações recorrentes e de alta relevância prática. Ao mesmo tempo, observa-se a associação direta com tópicos energéticos, como *hybrid energy system*, *microgrid*, *optimal power flow* e *photovoltaic system*, o que destaca a importância do tema no contexto de sustentabilidade e sistemas de energia

renovável. Outro ponto de destaque é a aproximação crescente com técnicas de aprendizado de máquina, representadas por termos como *machine learning model*, *deep learning model*, *random forest* e *reinforcement learning*, indicando um movimento atual da literatura em integrar métodos preditivos e metaheurísticas para produzir soluções mais robustas e adaptativas em cenários complexos. A Figura 17 foi gerada também com o software VOSviewer e mostra a interconexão das palavras chaves mais utilizadas nas publicações envolvendo as metaheurísticas híbridas encontradas no Web of Science.

FIGURA 17 – Principais palavras-chave associadas a metaheurísticas híbridas nas publicações da Web of Science



Fonte: O Autor, 2025.

A Figura 17, observa-se que as metaheurísticas híbridas revelam uma rede de conexões consistente. Palavras como *algorithm*, *metaheuristic algorithm* e *hybrid algorithm* aparecem como núcleos de alta frequência, refletindo a centralidade do desenvolvimento de novas abordagens híbridas. Ao mesmo tempo, problemas clássicos como *vehicle routing problem* e *job shop scheduling* permanecem recorrentes, evidenciando a relevância prática das heurísticas em cenários industriais e logísticos. Além disso, emergem conexões com *deep learning*, *artificial neural network* e *hybrid renewable energy system*, apontando para a integração crescente entre otimização, inteligência artificial e aplicações energéticas sustentáveis. Essa configuração sugere que o campo tem avançado da aplicação de técnicas tradicionais para soluções mais sofisticadas, orientadas à convergência entre métodos de otimização, aprendizado de máquina e desafios multidimensionais atuais.

As Tabelas 5, 6 e 7 mostram as áreas de pesquisa mais recorrentes em relação a artigos publicados com o tema de uso de metaheurísticas híbridas. A primeira é referente ao MDPI, a segunda ao Scopus e a terceira ao Web of Science.

TABELA 5 – Áreas do conhecimento mais frequentes relacionadas com o uso de metaheurísticas híbridas de acordo com MDPI

Área do conhecimento	Frequência Absoluta	Frequência Percentual
<i>Engenharia</i>	611	19,37%
<i>Ciência da Computação e Matemática</i>	525	16,65%
<i>Ciências Ambientais e da Terra</i>	509	16,14%
<i>Química e Ciência dos Materiais</i>	437	13,85%
<i>Ciências Físicas</i>	393	12,46%
<i>Biologia e Ciências Biológicas</i>	242	7,67%
<i>Saúde Pública e Assistência Médica</i>	152	4,82%
<i>Negócios e Economia</i>	130	4,12%
<i>Ciências Sociais, Artes e Humanidades</i>	124	3,93%
<i>Medicina e Farmacologia</i>	30	0,99%

Fonte: O Autor, 2025.

TABELA 6 – Áreas do conhecimento mais frequentes relacionadas com o uso de metaheurísticas híbridas de acordo com o Scopus

Área do conhecimento	Frequência Absoluta	Frequência Percentual
<i>Ciência da Computação</i>	4845	31,67%
<i>Engenharia</i>	3732	24,40%
<i>Matemática</i>	2312	15,11%
<i>Ciências da Decisão</i>	904	5,91%
<i>Energia</i>	832	5,43%
<i>Ciência dos Materiais</i>	597	3,90%
<i>Física e Astronomia</i>	459	3,05%
<i>Ciências Ambientais</i>	425	2,77%
<i>Negócios, Gestão e Contabilidade</i>	390	2,54%
<i>Outros</i>	799	5,22%

Fonte: O Autor, 2025.

TABELA 7 – Áreas do conhecimento mais frequentes relacionadas com o uso de metaheurísticas híbridas de acordo com o Web of Science

Área do conhecimento	Frequência Absoluta	Frequência Percentual
<i>Ciência da Computação</i>	2743	28,73%
<i>Engenharia</i>	2512	26,31%
<i>Pesquisa Operacional</i>	722	7,56%
<i>Energia Combustíveis</i>	438	4,58%
<i>Ciência Tecnológica</i>	434	4,54%
<i>Matemática</i>	402	4,21%
<i>Telecomunicações</i>	394	4,12%
<i>Ciência dos Materiais</i>	283	2,96%
<i>Sistemas de Controle de Automação</i>	271	2,81%
<i>Outros</i>	1347	14,18%

Fonte: O Autor, 2025.

A análise comparativa das três tabelas revela diferenças significativas na distribuição das áreas do conhecimento relacionadas ao uso de metaheurísticas híbridas. No caso da MDPI (Tabela 5), observa-se um equilíbrio entre diversas áreas, com destaque para Engenharia (19,37%), Ciência da Computação e Matemática (16,65%) e Ciências Ambientais e da Terra (16,14%). Essa diversidade sugere que, nessa base, as metaheurísticas híbridas têm sido aplicadas de forma ampla em contextos interdisciplinares, abrangendo desde problemas de engenharia

até questões ambientais, com inserções relevantes também em áreas de química, física e biologia.

Na base Scopus (Tabela 6), nota-se uma concentração maior em Ciência da Computação (31,67%) e Engenharia (24,40%), que juntas somam mais da metade das ocorrências. Em seguida, Matemática (15,11%) e Ciências da Decisão (5,91%) reforçam o caráter metodológico e aplicado dessas técnicas. Ao mesmo tempo, áreas como Energia (5,43%) e Ciência dos Materiais (3,90%) indicam aplicações mais voltadas a problemas práticos e tecnológicos. Esse padrão mostra uma forte predominância das ciências exatas e tecnológicas, refletindo a ênfase da Scopus em indexar pesquisas voltadas para desenvolvimento de algoritmos, modelagem e aplicação em engenharia e computação.

Já na Web of Science (Tabela 7), o perfil se aproxima do da Scopus, com predominância de Ciência da Computação (28,73%) e Engenharia (26,31%), mas apresenta maior destaque para áreas mais específicas, como Pesquisa Operacional (7,56%), Energia e Combustíveis (4,58%) e Sistemas de Controle de Automação (2,81%). Esse recorte revela um viés voltado para a otimização e aplicação prática em sistemas energéticos, industriais e de telecomunicações. Além disso, a categoria “Outros” representa 14,18%, indicando uma dispersão de estudos em áreas diversas não tão representativas individualmente, mas que refletem a transversalidade do uso de metaheurísticas híbridas em diferentes domínios do conhecimento.

4.2 SÍNTESE DOS TRABALHOS CITANDO METAHEURÍSTICAS HÍBRIDAS APLICADAS A SISTEMAS DE ENGENHARIA

Com o objetivo de identificar trabalhos relevantes relacionados ao uso de metaheurísticas em problemas de otimização estrutural e energética, foi realizada uma pesquisa bibliográfica no Portal de Periódicos da CAPES. As buscas utilizaram combinações de palavras-chave como “metaheuristic” AND “truss optimization” ou “metaheuristic” AND “renewable energy”, considerando apenas trabalhos publicados em inglês no período de 2016 a 2024.

No ano de 2024, Najm *et al.* apresentam o Algoritmo da Baleia Híbrido com TTA (HWOA-TTA) combina o Algoritmo da Baleia (WOA) e o Algoritmo Tiki-Taka (TTA) para resolver problemas de otimização. O WOA oferece maior capacidade de exploração do espaço de busca, enquanto o TTA reforça a intensificação. O método

foi avaliado em treze funções de benchmark e comparado com PSO, WOA e TTA, apresentando desempenho superior, sobretudo em funções multimodais de alta complexidade. Também foi aplicado em dois problemas clássicos de engenharia, o dimensionamento de um vaso de pressão e o projeto de uma treliça de três barras, obtendo soluções de menor custo e mais consistentes. Os resultados indicam que o HWOA-TTA atinge melhor equilíbrio entre diversidade e precisão, consolidando-se como alternativa competitiva em relação a metaheurísticas tradicionais.

Zitouni *et al.* (2024) apresenta o BHJO, um algoritmo híbrido que combina três metaheurísticas: Algoritmo do Besouro (BWO), o Algoritmo do Morcego Híbrido (HBA) e o Algoritmo da Medusa (JS). A proposta busca explorar as forças complementares de cada método, sendo que o BWO e o HBA oferecem boas capacidades de intensificação, enquanto o JS contribui com maior diversidade exploratória. O algoritmo foi testado em 40 funções de benchmark, incluindo unimodais, multimodais, híbridas e de composição, mostrando desempenho superior ou competitivo em relação a metaheurísticas amplamente utilizadas, como WOA, Otimização Mariposa-Chama (MFO), PSO e a Otimização por Falcões de Harris (HHO), além das versões isoladas do BWO, HBA e JS. Além dos testes de benchmark, os autores aplicaram o BHJO em problemas de projeto de engenharia, como o dimensionamento de um vaso de pressão, o projeto de uma treliça de dez barras e o projeto de uma mola helicoidal, evidenciando sua robustez em cenários práticos e complexos. Os resultados estatísticos, avaliados com testes de Friedman e Dunn, confirmaram a eficácia do algoritmo, que apresentou soluções de alta qualidade, convergência acelerada e maior estabilidade quando comparado aos métodos de referência.

O trabalho de Pham e Vu (2024) aborda o problema do dimensionamento ótimo de treliças, no qual se busca minimizar o peso estrutural respeitando restrições de tensão e deslocamento, exigindo elevado custo computacional devido às inúmeras análises por elementos finitos. Para lidar com esse desafio, os autores propõem o dDEmRao-DiC, um algoritmo híbrido que combina o DE com o Algoritmo Rao em um esquema adaptativo, aliado a um mecanismo de comparação por distância (Distance Comparison – DiC). O Algoritmo Rao contribui com maior exploração nas etapas iniciais, enquanto o DE intensifica a busca nas fases finais, e o módulo DiC descarta soluções pouco promissoras sem avaliação completa, reduzindo significativamente o número de cálculos. O método foi aplicado em seis

configurações de treliças de referência (10, 25, 72, 120, 200 e 942 barras) e comparado tanto com a versão híbrida sem DiC quanto com métodos reconhecidos na literatura, incluindo Evolução Diferencial com Oposição e Comparação ao Vizinho Mais Próximo (ODE-NNC), o Algoritmo do Percevejo-d'Água (WSA), a Otimização Puma (PO), o Algoritmo Pinguim Imperador–Enxame de Salpas (ESA), o Algoritmo dos Predadores Marinhos (MPA), o Algoritmo do Lobo Cinzento Aprimorado (IGWO), a Busca do Cuco (CS), o Sistema Artificial de Circulação Coronária (ACCS), a Busca Harmônica Auto-Adaptativa (SAHS) e a Otimização por Evaporação da Água (WEO). Os resultados mostraram que o dDEmRao-DiC alcançou soluções com menor peso estrutural ou desempenho equivalente aos melhores concorrentes, além de convergir mais rapidamente e exigir menos avaliações da função objetivo, confirmando sua eficiência e robustez para problemas de otimização estrutural.

O estudo conduzido de Vo, Tang e Lee (2024) apresenta o MOGWOCs, um algoritmo híbrido multi-objetivo que combina o GWO e o CS para enfrentar problemas de otimização estrutural em larga escala. A proposta introduz três melhorias principais: a substituição da média aritmética pela média harmônica no cálculo da posição dos lobos líderes, um novo mecanismo simplificado de seleção de líderes e a incorporação dos voos de Lévy do CS, responsáveis por ampliar a diversidade da busca e reduzir a estagnação em ótimos locais. O método foi validado em funções matemáticas, em 11 problemas mecânicos do CEC2020 e em quatro projetos de treliças espaciais de grande porte, nos quais os objetivos eram minimizar o peso estrutural e o deslocamento dos nós, respeitando restrições de tensão. A avaliação foi conduzida por meio das métricas de hipervolume, igd e testes estatísticos de Friedman. Os resultados mostraram que o MOGWOCs superou algoritmos de referência, incluindo MOALO, MOWCA, NSGA-II, NSGWO e MOCS, alcançando soluções mais diversas, estáveis e de maior qualidade. O desempenho foi especialmente superior nos casos de treliças de grande escala (354, 582, 942 e 1016 barras), em que apresentou frentes de Pareto mais amplas e contínuas, confirmando sua eficácia para problemas de engenharia.

Elsabet Ferede Agajie *et al.* (2024) apresentam diversos cenários para o fornecimento de energia em áreas rurais de Gaita Selassie, Etiópia, por meio de um sistema híbrido renovável de energia isolado. Focado na redução de custos e no atendimento à demanda energética, foram analisadas seguintes configurações: energia fotovoltaica, eólica e sistemas de armazenamento de energia hidrelétrica

bombeada. Metaheurísticas, como o MOGWO e o MOGOA, foram empregados para otimizar o custo nivelado de energia e o custo total do ciclo de vida, utilizando dados meteorológicos. Entre as alternativas, o sistema híbrido energia fotovoltaica-eólica-sistema de armazenamento de energia hidrelétrica bombeada demonstrou ser a solução mais eficiente, alcançando um custo nivelado de energia de €0,126/kWh e um custo total do ciclo de vida de €6897300. Os resultados apresentam que o MOGWO apresentou melhores resultados na otimização do custo nivelado de energia e do custo total do ciclo de vida em todos os cenários analisados.

O estudo conduzido por Susan e Balasubramanian (2023) propõe um algoritmo híbrido para otimizar a escolha dos pontos de parada de um veículo de recarga em redes de sensores sem fio recarregáveis. O método combina o Algoritmo do Morcego (DA), o Algoritmo do Vaga-lume (FA) e o Algoritmo do Lobo Cinzento (GWO), de modo a superar limitações dos algoritmos isolados, como convergência lenta e estagnação em ótimos locais. A função objetivo, embora composta por múltiplos fatores como energia residual, distância, atraso e confiabilidade, é formulada como uma expressão única, o que mantém a natureza mono objetivo do problema. Os experimentos, realizados com cem sensores em uma área simulada de cem por cem metros, demonstram que o algoritmo híbrido apresenta desempenho superior às suas versões individuais, alcançando maior velocidade de convergência, redução do atraso, prolongamento da vida útil da rede e aumento da confiabilidade.

O desenvolvimento de Güven *et al.* (2023) aborda a otimização de um sistema de energia renovável, formulado como um problema de minimização do custo anual do sistema. O caso de estudo considera um campus universitário na Turquia, atendido por um sistema híbrido composto por painéis fotovoltaicos, turbinas eólicas, baterias, gerador a diesel e inversores, operando em modo isolado. Para o dimensionamento ótimo do sistema, os autores utilizaram quatro algoritmos metaheurísticos: GA, PSO, FA e o híbrido HFAPSO. O HFAPSO busca unir a exploração diversificada do FA com a intensificação do PSO, equilibrando diversidade de soluções e velocidade de convergência. Foram simulados quatro cenários de composição do sistema, e o melhor desempenho foi alcançado pelo arranjo PV+Bateria, no qual o HFAPSO obteve a configuração ótima de 2787 kW de painéis fotovoltaicos e 3154 kW de baterias, com ACS de US\$ 479340,57. Em todas as comparações, o HFAPSO mostrou-se superior ao GA, PSO, FA e ao software

HOMER Pro, atingindo soluções mais estáveis, de menor custo e com maior confiabilidade operacional.

Paolo Marocco *et al.* (2021) apresentam uma metodologia de otimização baseada em programação linear inteira mista em um sistema híbrido de energia renovável em comunidade isolada. O estudo, aplicado à vila de Ginostra, na ilha de Stromboli (Itália), integra painéis fotovoltaicos, baterias e armazenamento de hidrogênio, com foco em atender à demanda energética de forma econômica e sustentável. O modelo considera custos de degradação dos componentes e estratégias de resposta à demanda, permitindo a análise das configurações otimizadas para o sistema. O estudo comparou o desempenho da programação linear inteira mista com as metaheurísticas PSO e GA. Os resultados indicaram que o método programação linear inteira mista foi mais eficiente que abordagens PSO e GA, reduzindo o custo de energia para 0,455 €/kWh.

Ellahi e Abbas (2020) abordam o problema de despacho econômico, que consiste em determinar a alocação ótima da geração entre diferentes usinas de modo a atender à demanda elétrica com o menor custo, considerando restrições como limites de operação, rampas e o efeito de válvula. O estudo contempla três contextos: sistemas formados apenas por fontes renováveis (solar, eólica e biomassa), sistemas mistos que integram renováveis e unidades térmicas, e sistemas compostos exclusivamente por térmicas. Para resolver esse problema, os autores propõem um algoritmo híbrido que combina a Otimização por Enxame de Partículas (PSO) e o Algoritmo do Morcego (BA), ao incorporar à equação de velocidade do PSO parâmetros derivados do BA, de modo a aprimorar o equilíbrio entre exploração e intensificação. Os resultados demonstram que a abordagem híbrida supera consistentemente as versões individuais do PSO e do BA, alcançando menores custos de geração, convergência mais rápida e soluções mais estáveis, mesmo em cenários de variabilidade de carga e incertezas associadas às fontes renováveis.

Com a crescente necessidade de soluções energéticas confiáveis e sustentáveis para áreas remotas, Samy *et al.* (2019) exploraram o uso do Algoritmo do Pólen das Flores (FPA) para otimizar o dimensionamento do sistema híbrido isolado, compostos por painéis fotovoltaicos, células de combustível, eletrolisadores e tanques de armazenamento de hidrogênio. O objetivo foi reduzir o valor total, garantindo alta confiabilidade no fornecimento de energia e uma baixa probabilidade

de perda de fornecimento. O estudo mostrou que o FPA superou os algoritmos PSO e ABC em tempo de convergência e eficiência de custo-benefício, alcançando uma configuração ideal com 27 painéis fotovoltaicos, 28 células de combustível, 58 eletrolisadores e 37 tanques de armazenamento de hidrogênio. Essa configuração resultou em uma probabilidade de perda de fornecimento de 1,52%, excesso de energia de 4,68% e custo nivelado de energia de 0,334 dólares por quilowatt-hora.

A pesquisa feita por Massan, Wagan e Shaikh (2017) propõe um novo algoritmo híbrido para o problema de posicionamento ótimo das turbinas em parques eólicos, combinando o Evolução Diferencial (DE) e o FA. O objetivo é otimizar simultaneamente a potência gerada e o custo por turbina, considerando as perdas de energia provocadas pela redução da velocidade do vento atrás das turbinas, modeladas de forma simplificada pelo modelo de Jensen, em uma área de 2×2 km. O DE atua na exploração global, enquanto o FA realiza a intensificação local, evitando a estagnação em ótimos locais e aprimorando soluções promissoras. A proposta foi comparada com o Algoritmo Genético (GA) e as versões individuais do DE e do FA. Os resultados mostraram que o algoritmo híbrido apresentou desempenho superior, alcançando maior geração de potência e menor custo unitário, especialmente em cenários com um grande número de turbinas. Além disso, identificou como configuração ótima a instalação de 68 turbinas, assegurando melhor relação entre energia produzida e custo. Esses resultados demonstram a eficácia das abordagens híbridas na otimização do layout de parques eólicos, superando as limitações das metaheurísticas aplicadas isoladamente.

5 METODOLOGIA

Algoritmos metaheurísticos são uma das abordagens mais eficazes utilizadas no tratamento de tarefas de otimização. Eles são capazes de fornecer soluções adequadas para problemas de otimização sem a necessidade de informações de gradiente, baseando-se apenas em busca aleatória no espaço de resolução de problemas, utilizando operadores aleatórios e processos de tentativa e erro. Com conceitos simples, fácil implementação, eficiência em problemas de otimização não lineares, não convexos, descontínuos, não derivativos e NP-difíceis, e eficiência em espaços de busca discretos e desconhecidos levaram à popularidade dos algoritmos metaheurísticos entre os pesquisadores. Com isso, nos últimos anos, muitas metaheurísticas mono e multi-objetivas foram desenvolvidas.

Neste capítulo serão apresentadas as duas novas metaheurísticas propostas. Inicialmente é apresentada a metaheurística híbrida mono objetivo, o Algoritmo Kepler-Rime (KOARIME), que combina a capacidade de exploração do Algoritmo de Otimização Kepler baseada em orbitais com a intensificação do Algoritmo RIME, baseado no processo físico de formação do gelo-rime. A segunda metaheurística também híbrida, porém multi-objetiva é baseada na versão mono objetivo KOARIME, a qual será chamada (em inglês, *Multi-objective Optimization Kepler-Rime Algorithm – MOKOARIME*), que utiliza uma abordagem de seleção baseada na Dominância de Pareto Generalizada (M-1) -GPD.

Este capítulo detalha a metodologia empregada no desenvolvimento do algoritmo KOARIME aplicado a problemas mono objetivo e ao MOKOARIME aplicado a problemas multi-objetivo.

5.1 METAHEURÍSTICA HÍBRIDA MONO OBJETIVA KOARIME

O algoritmo híbrido proposto neste trabalho combina, de forma colaborativa, as metaheurísticas KOA e RIME, aproveitando as capacidades de diversificação e intensificação de ambos os algoritmos. Essa nova metaheurística colaborativa, denominada “KOARIME”, é composta por dois mecanismos. O primeiro mecanismo corresponde à estrutura do KOA, enquanto o segundo corresponde a estrutura do RIME.

O algoritmo de otimização Kepler é uma metaheurística inspirada nas leis do

movimento planetário desenvolvidas por Johannes Kepler no século XVII (Lei das Órbitas, Lei das Áreas, Lei dos Períodos). Essas leis descrevem os princípios fundamentais que regem o movimento dos planetas ao redor do sol, e são conhecidas como as três leis de Kepler. O KOA utiliza essas leis como base para guiar o processo de otimização, simulando o comportamento orbital dos "planetas" que representam soluções candidatas em um espaço de busca. Esse mecanismo permite que as soluções se movam de forma diversificada, ampliando a exploração de diferentes regiões e evitando a convergência prematura.

O RIME é uma metaheurística inspirada no fenômeno físico de formação do gelo-rime, que ocorre quando o vapor de água no ar ainda não condensada congela e adere a objetos, como galhos de árvores, em temperaturas baixas. O crescimento do gelo-rime é determinado por fatores ambientais, como temperatura, velocidade do vento, umidade e condições atmosféricas. Este processo de formação pode ser dividido em dois tipos: gelo macio, cresce lentamente e de maneira aleatória em várias direções devido à baixa velocidade do vento, ele simula o movimento das partículas para explorar amplamente o espaço de busca de forma aleatória, garantindo que o algoritmo cubra diferentes áreas do espaço de soluções; gelo duro, cresce rapidamente e segue uma direção definida, conforme é empurrado pelo vento forte, ele é inspirado pelo crescimento direcionado, realiza a intensificação, facilitando a troca de informações entre soluções candidatas de alta qualidade.

No algoritmo híbrido proposto, o processo de busca inicia com um conjunto de soluções candidatas, distribuídas aleatoriamente em órbitas estocásticas dentro dos limites do problema. Para cada solução da população é calculado um valor de *fitness* que corresponde ao valor da função objetivo. As soluções são atualizadas com base em forças gravitacionais calculadas pela distância em relação à melhor solução global, um fator de inércia adaptativo controla a transição gradual entre exploração (soluções distantes) e intensificação (soluções próximas ao ótimo global). Desta população de soluções, o algoritmo RIME seleciona as melhores soluções para o refinamento. Duas estratégias principais guiam o refinamento: busca suave, pequenas perturbações para explorar regiões promissoras adjacentes; busca intensa, ajustes direcionados às soluções mais promissoras, acelerando a convergência local. A seguir é aplicado uma seleção gananciosa positiva para manter apenas as soluções mais eficazes. A otimização encerra-se ao alcançar o número máximo de iterações. Essa estrutura híbrida promove equilíbrio entre

exploração e refinamento, permitindo ao KOARIME alcançar soluções robustas e eficientes em problemas complexos.

O fluxograma da metaheurística híbrida proposta neste trabalho é apresentado na Figura 18.

5.1.1 Processo de inicialização

Nesse processo, um número de planetas igual a N , denominado tamanho da população de soluções, será distribuído aleatoriamente em d -dimensões, representando as variáveis de decisão de um problema de otimização, de acordo com a seguinte fórmula:

$$X_i = X_{i,low}^j + rand_{[0,1]} \cdot (X_{i,up}^j - X_{i,low}^j), \begin{cases} i = 1, 2, \dots, N. \\ j = 1, 2, \dots, d. \end{cases} \quad (3)$$

onde:

X_i = Indica o i -ésimo planeta (solução candidata) no espaço de busca.

N = Representa o número de soluções candidatas no espaço de busca.

d = Representa a dimensão do problema a ser otimizado.

$X_{i,up}^j$ = Representa o limite superior da j -ésima variável de decisão.

$X_{i,low}^j$ = Representa o limite inferior da j -ésima variável de decisão.

$rand_{[0,1]}$ = Um número gerado aleatoriamente entre 0 e 1.

A excentricidade orbital e para cada i -ésima solução é inicializada utilizando a equação:

$$e_i = rand_{[0,1]}, i = 1, \dots, N; \quad (4)$$

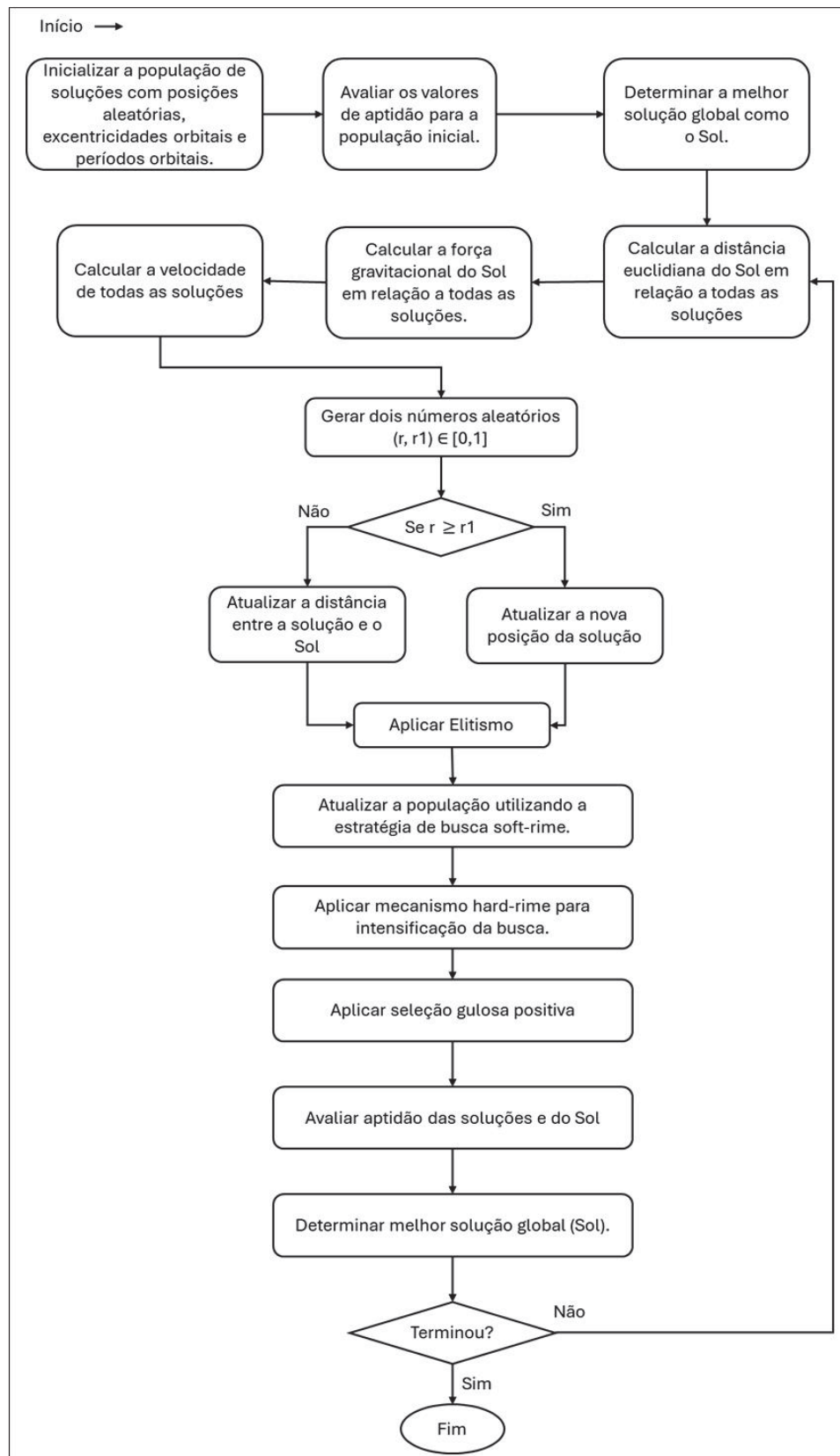
Finalmente, o período orbital (T) para cada i -ésima solução é inicializado usando a equação:

$$Ti = |r|, i = 1, \dots, N; \quad (5)$$

onde:

r = é um número gerado aleatoriamente com base na distribuição normal.

FIGURA 18 – Fluxograma algoritmo KOARIME



Fonte: O Autor, 2025.

5.1.2 Definindo a força gravitacional (F)

O Sol é o elemento central do Sistema Solar sendo o maior em termos de massa. A principal razão pela qual os planetas orbitam o Sol é a força gravitacional que ele exerce, mantendo-os em suas trajetórias ao redor dele. Se o Sol não existir, os planetas se moverão em linha reta em direção ao infinito; no entanto, a gravidade do Sol muda constantemente de direção para permitir que os planetas se movam ao seu redor em forma elíptica.

A força de atração entre o Sol (X_s , melhor solução) e qualquer planeta (X_i , demais soluções) é descrita pela Lei Universal da Gravitação, definida como:

$$\mathbf{F}_{gi}(t) = e_i \mu(t) \frac{\bar{M}_s \times \bar{m}_i}{\bar{R}_i^2 + \varepsilon} + rand_{[0,1]} \quad (6)$$

onde:

t = Representa a iteração atual.

e_i = A excentricidade da órbita de um planeta, que varia entre 0 a 1.

$\mu(t)$ = Constante gravitacional universal, cuja formulação é apresentada na Equação (13).

\bar{M}_s = Valores normalizados de M_s , que representa a massa de X_s , é apresentado por meio da equação (9).

\bar{m}_i = Valores normalizados de m_i , que representa a massa de X_i , é apresentado por meio da equação (10).

ε = Valor pequeno para evitar divisão por zero.

$\bar{R}_i = R_{i-norm}(t)$ = Valor normalizado de R_i que representa a distância euclidiana entre X_s e X_i , e é definido como:

$$R_i(t) = \|X_s(t) - X_i(t)\|_2 = \sqrt{\sum_{j=1}^d (X_{sj}(t) - X_{ij}(t))^2} \quad (7)$$

$$R_{i-norm}(t) = \frac{R_i(t) - \min(\mathbf{R}(t))}{\max(\mathbf{R}(t)) - \min(\mathbf{R}(t))} \quad (8)$$

onde:

$\|X_s(t) - X_i(t)\|_2$ = Representa a distância euclidiana entre as dimensões de

X_s e as de X_i .

A massa do Sol (M_s) e da solução i (m_i) no tempo t é calculado utilizando a avaliação de *fitness* conforme a equação a seguir (considerando um problema de minimização):

$$M_s = rand_{[0,1]} \frac{fit_s(t) - worst(t)}{\sum_{k=1}^N (fit_k(t) - worst(t))} \quad (9)$$

$$m_i = \frac{fit_i(t) - worst(t)}{\sum_{k=1}^N (fit_k(t) - worst(t))} \quad (10)$$

onde:

$$fit_s(t) = best(t) = \min_{k \in 1,2,\dots,N} fit_k(t) \quad (11)$$

$$worst(t) = \max_{k \in 1,2,\dots,N} fit_k(t) \quad (12)$$

A função que decresce exponencialmente com o tempo (t) para controlar a precisão da busca, é definida da seguinte forma:

$$\mu(t) = \mu_0 \exp(-\gamma \frac{t}{T_{max}}) \quad (13)$$

onde:

γ = É uma constante.

μ_0 = Valor inicial.

t = Representa a iteração atual.

T_{max} = Representa o máximo de iterações.

5.1.3 Calculando a velocidade de um objeto

A velocidade de um planeta depende de sua posição em relação ao Sol. Isso significa que a velocidade de um planeta aumenta quando ele está próximo ao Sol e diminui quando está distante. Se um planeta está perto do Sol, a gravidade do Sol é consideravelmente forte, fazendo com que o planeta tente aumentar sua velocidade para evitar ser puxado em direção ao Sol. Por outro lado, se o planeta está longe do Sol, sua velocidade diminui porque a gravidade do Sol é mais fraca.

Matematicamente, esse comportamento é descrito na Equação 14, que calcula a velocidade de uma solução ao redor do Sol (melhor solução). A equação é dividida em duas partes:

$$V_i(t) \begin{cases} \text{se } R_{i-norm}(t) \leq 0.5 \\ \ell \left(2r_4 \overrightarrow{X_i} - \overrightarrow{X_b} \right) + \ddot{\ell} x (\overrightarrow{X_a} - \overrightarrow{X_b}) + (1 - R_{i-norm}(t)) \\ \quad \mathfrak{F} \overrightarrow{U_1} \overrightarrow{r_5} (\overrightarrow{X_{i,up}} - \overrightarrow{X_{i,low}}) \\ \text{senão} \\ r_4 \mathcal{L} (\overrightarrow{X_a} \overrightarrow{X_i}) + (1 - R_{i-norm}(t)) \\ \quad \mathfrak{F} U_2 \overrightarrow{r_5} (r_3 \overrightarrow{X_{i,up}} - \overrightarrow{X_{i,low}}) \end{cases} \quad (14)$$

$$\ell = \overrightarrow{U} \mathcal{M} \mathcal{L} \quad (15)$$

$$\mathcal{L} = \left[\mu(t) (M_s + m_i) \left| \frac{2}{R_i(t) + \varepsilon} - \frac{1}{a_{i(t) + \varepsilon}} \right| \right]^{1/2} \quad (16)$$

$$\mathcal{M} = rand_{[0,1]} (1 - rand_{[0,1]}) + rand_{[0,1]} \quad (17)$$

$$\overrightarrow{U} = \begin{cases} 0, & \text{se } rand_{[0,1]} \leq rand_{[0,1]} \\ 1, & \text{senão} \end{cases} \quad (18)$$

$$\mathfrak{F} = \begin{cases} 1, & \text{se } rand_{[0,1]} \leq 0.5 \\ -1, & \text{senão} \end{cases} \quad (19)$$

$$\ddot{\ell} = (1 - \overrightarrow{U}) \overrightarrow{\mathcal{M}} \mathcal{L} \quad (20)$$

$$\overrightarrow{\mathcal{M}} = (rand_{[0,1]} (1 - rand_{[0,1]}) + rand_{[0,1]}) \quad (21)$$

$$\overrightarrow{U_1} = \begin{cases} 0, & \text{se } \overrightarrow{r_5} \leq r_4 \\ 1, & \text{senão} \end{cases} \quad (22)$$

$$U_2 = \begin{cases} 0, & \text{se } r_3 \leq r_4 \\ 1, & \text{senão} \end{cases} \quad (23)$$

onde:

$\overrightarrow{V_i}(t)$ = Representa o vetor de velocidade da solução i no tempo t .

$\overrightarrow{X_i}$ = Representa a solução i .

$\overrightarrow{X_a}, \overrightarrow{X_b}$ = Representam soluções que são selecionados aleatoriamente da população.

M_s = Representam a massa de X_s .

m_i = Representam a massa de X_i .

ε = Valor pequeno para evitar divisão por zero.

$R_i(t)$ = A distância entre a melhor solução X_s e a solução X_i no tempo t .

a_i = Representa o semieixo maior da órbita elíptica da solução i no tempo t , definida pela terceira lei de Kepler, como segue:

$$a_i(t) = rand_{[0,1]} \left[T_i^2 \frac{\mu(t) \times (M_s + m_i)}{4\pi^2} \right]^{1/3} \quad (24)$$

onde:

T_i = O período orbital do objeto i e é determinado pela Equação 5.

No algoritmo, assume-se que o semieixo maior da órbita elíptica da solução i diminui gradualmente com as gerações, à medida que as soluções se movem em direção à região promissora, onde a melhor solução global provavelmente será encontrada.

O propósito da equação 16 é calcular a porcentagem de passos que cada objeto irá mudar. Se $R_{i-norm}(t) \leq 0.5$, então a solução está próximo ao Sol e aumentará sua velocidade para evitar ser atraído pelo Sol devido à sua imensa força gravitacional. Caso contrário, a solução diminuirá sua velocidade.

Essa abordagem garante que o KOA mantenha a eficiência durante a otimização, equilibrando a velocidade e a diversidade das soluções ao longo do processo.

5.1.4 Escapando do ótimo local

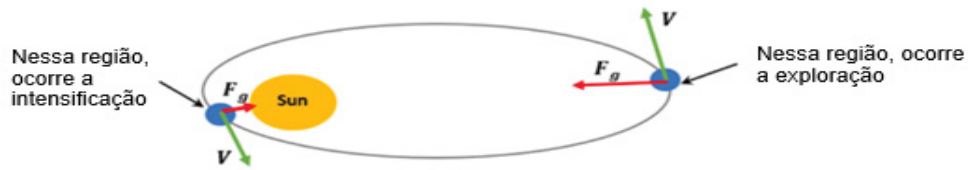
No sistema solar, a maioria dos objetos gira no sentido anti-horário ao redor do Sol, e todos eles também giram em seus próprios eixos; no entanto, alguns objetos giram ao redor do Sol no sentido horário. O algoritmo proposto utiliza esse comportamento para escapar de regiões de ótimos locais. O KOA proposto simula esse comportamento usando uma flag \mathfrak{F} que altera a direção da busca, de modo que os agentes tenham uma boa chance de explorar o espaço de busca com precisão. Isso significa que, ao mudar a direção de busca (anti-horária para horário, ou vice-versa), o algoritmo tenta evitar de ficar preso em um ótimo local e aumentar a

exploração, garantindo que o espaço de soluções seja coberto de forma mais eficiente.

5.1.5 Atualizando as posições dos objetos

Conforme mencionado anteriormente, os planetas orbitam ao redor do Sol em suas próprias órbitas elípticas. Durante a rotação, os planetas se aproximam do Sol por um certo período e depois se afastam. O algoritmo proposto simula esse comportamento através de duas fases principais: as fases de exploração e de intensificação. O KOA explora soluções distantes do Sol para encontrar novas soluções, enquanto utiliza soluções próximas ao Sol de forma mais precisa, buscando novos lugares perto das melhores soluções. A Figura 19 mostra as regiões de exploração e de intensificação ao redor do Sol.

FIGURA 19 – Regiões de exploração e intensificação no espaço de busca



Fonte: Adaptado de Abdel-Basset *et al.*, 2023

As fases de exploração e de intensificação são descritas detalhadamente a seguir. Na fase de exploração, as soluções estão distantes do Sol, indica que o algoritmo proposto explora de forma mais eficiente toda a área de busca. De acordo com os passos anteriores, uma nova posição de cada solução distante do Sol é atualizada usando a equação:

$$\vec{X}_i(t+1) = \vec{X}_i(t) + \mathfrak{F} \vec{V}_i(t) + (F_{gi}(t) + |r|) \vec{U} (\vec{X}_s(t) - \vec{X}_i(t)) \quad (25)$$

onde:

$\vec{X}_i(t+1)$ = A nova posição da solução i no tempo $t+1$.

$\vec{V}_i(t)$ = A velocidade da solução i necessária para alcançar a nova posição.

$X_s(t)$ = Melhor posição do Sol encontrada até o momento.

\mathfrak{F} = Usado como flag para alterar a direção da busca.

A Equação 25 simula a força gravitacional do Sol sobre as soluções, onde essa equação utiliza um tamanho de passo adicional com base no cálculo da distância entre o Sol e a solução atual, multiplicada pela força gravitacional do Sol, ajudando o KOA a explorar as regiões ao redor da melhor solução encontrada até o momento e a encontrar melhores resultados com menos avaliações da função. De modo geral, a velocidade das soluções representará o operador de exploração do KOA quando uma solução estiver distante do Sol. No entanto, essa velocidade é influenciada pela força gravitacional do Sol, que ajuda a solução atual a explorar ligeiramente as regiões próximas da solução ótima.

Por outro lado, quando uma solução se aproxima do Sol, sua velocidade aumenta drasticamente, permitindo que ela escape da atração gravitacional do Sol. Nesse caso, a velocidade representa a capacidade de evitar ótimos locais, se a melhor solução encontrada até o momento, referida como o Sol, for um mínimo local. A força gravitacional do Sol representa o operador de intensificação, auxiliando o KOA a "atacar" a melhor solução até o momento para encontrar soluções ainda melhores.

5.1.6 Atualizando a distância com o Sol

Para melhorar ainda mais os operadores de exploração e intensificação das soluções, busca-se imitar o comportamento típico da distância entre o Sol e os planetas, que naturalmente variam ao longo do tempo. Quando as soluções estão próximas do Sol, o KOA se concentrará em otimizar o operador de intensificação; quando o Sol está distante, o KOA otimizará o operador de exploração. Essas regras dependem do valor do parâmetro regulador h , que varia gradualmente com o tempo. Quando esse valor é grande, o operador de exploração é empregado para expandir a separação orbital das soluções em relação ao Sol; por outro lado, quando esse valor é pequeno, o operador de intensificação é usado para explorar as regiões próximas à melhor solução encontrada até o momento, caso a distância entre o Sol e as soluções sejam pequenas.

Esse princípio é alternado aleatoriamente com a Equação 25 para aprimorar ainda mais os operadores de exploração e intensificação do KOA. O modelo matemático desse princípio é descrito da seguinte maneira:

$$\vec{X}_i(t+1) = \vec{X}_i(t) \vec{U}_1 + (1 - \vec{U}_1) \left(\frac{\vec{X}_i(t) + \vec{X}_s + \vec{X}_a(t)}{3} + h \left(\frac{\vec{X}_i(t) + \vec{X}_s + \vec{X}_a(t)}{3} - \vec{X}_b(t) \right) \right) \quad (26)$$

onde:

$\vec{X}_a(t)$ = Uma solução aleatória da população;

$\vec{X}_b(t)$ = Outra solução aleatória da população;

h = É um fator adaptativo para controlar a distância entre o Sol e o planeta atual no tempo t , conforme definido abaixo:

$$h = \frac{1}{e^{\eta r}} \quad (27)$$

onde:

r = É um número gerado aleatoriamente com base na distribuição normal.

η = Fator que diminui linearmente de 1 a -2, conforme definido abaixo:

$$\eta = (a_2 - 1) \text{rand}_{[0,1]} + 1 \quad (28)$$

onde:

a_2 = parâmetro de controle cíclico que diminui gradualmente de -1 para -2 ao longo de ciclos \bar{T} durante todo o processo de otimização, conforme definido abaixo:

$$a_2 = -1 - \left(\frac{t}{\frac{T_{max}}{\bar{T}}} - \left\lfloor \frac{t}{\frac{T_{max}}{\bar{T}}} \right\rfloor \right) \quad (29)$$

5.1.7 Elitismo

Esta etapa implementa uma estratégia elitista para garantir a melhor posição dos planetas e do Sol. Este procedimento é:

$$\vec{X}_i(t+1) = \begin{cases} \vec{X}_i(t+1), & \text{se } f(\vec{X}_i(t+1)) \leq f(\vec{X}_i(t)) \\ \vec{X}_i(t), & \text{senão} \end{cases} \quad (30)$$

5.1.8 Estratégia de busca gelo macio

Em um ambiente com brisa, o crescimento do gelo macio é fortemente

aleatório, e as partículas de gelo podem cobrir livremente a maior parte da superfície do objeto ao qual estão aderidas, mas crescem lentamente na mesma direção. Inspirado pelo crescimento do gelo macio, é utilizada uma estratégia de busca gelo macio, que aproveita a forte aleatoriedade e a ampla cobertura das partículas de gelo, permitindo que o algoritmo cubra rapidamente todo o espaço de busca nas primeiras iterações e evite cair em ótimos locais. O acúmulo inicial de gelo sobre cada partícula é representado no algoritmo pela atualização de posição definida na Equação 31:

$$\vec{X}_i(t+1) = X_s(t) + r_7 \cos \theta \beta (v (X_{i,up}^j - X_{i,low}^j) + X_{i,low}^j), \text{ se } rand_{[0,1]} < E \quad (31)$$

onde:

E = coeficiente de aderência, que afeta a probabilidade de condensação de um agente e aumenta com o número de iterações, Equação 32:

$$E = \sqrt{t / T_{max}}, \quad (32)$$

r_7 = número aleatório no intervalo (-1,1)

$\cos \theta$ = controla a direção do movimento da solução, que mudará conforme o número de iterações, conforme mostrado na Equação 33:

$$\theta = \pi \frac{t}{10 T_{max}} \quad (33)$$

v = Grau de adesão, que é um número aleatório no intervalo (0,1), utilizado para controlar a distância entre os centros de duas partículas.

β = É o fator ambiental, que segue o número de iterações para simular a influência do ambiente externo e é utilizado para garantir a convergência do algoritmo, conforme mostrado na Equação 34:

$$\beta = 1 - \left\lceil \frac{w t}{T_{max}} \right\rceil / w \quad (34)$$

onde:

β = O modelo matemático é a função degrau.

w = O valor padrão de w é 5, utilizado para controlar o número de segmentos da função degrau.

5.1.9 Estratégia de busca gelo duro

Em condições de vento forte, o crescimento do gelo duro é mais simples e regular em comparação ao crescimento do gelo macio. Inspirado no fenômeno de perfuração que é usado para atualizar o algoritmo entre agentes, permitindo que as partículas do algoritmo sejam trocadas, melhorando a convergência e a capacidade do algoritmo de escapar de ótimos locais. A fórmula para substituição entre partículas da solução é apresentada:

$$\overrightarrow{X}_{ij}(t+1) = X_{sj}(t), \quad \text{se } r_7 < F^{normr}(X_i(t)) \quad (35)$$

onde:

$F^{normr}(X_i(t))$ = Representa o valor normalizado do valor de aptidão da solução atual, indicando a chance do i-ésimo agente de rime ser selecionado.

5.1.10 Mecanismo de seleção gananciosa positiva

Tipicamente, os algoritmos de metaheurísticas possuem um mecanismo de seleção gananciosa que substitui e registra o melhor valor de aptidão e o melhor agente após cada atualização. A ideia comum é comparar o valor de aptidão atualizado de um agente com o ótimo global, e, se o valor atualizado for melhor do que o ótimo global atual, o valor de aptidão ótimo é substituído, e o agente é registrado como o novo ótimo. A vantagem dessa operação é que ela é simples e rápida, mas não contribui para a exploração e intensificação da população, servindo apenas como um registro.

Diante disso, é proposto um mecanismo de seleção gananciosa positiva para participar das atualizações da população. A ideia específica é comparar o valor de aptidão atualizado de um agente com o valor de aptidão antes da atualização e, se o valor atualizado for melhor, ocorre uma substituição, e as soluções de ambos os agentes também são trocados.

Por um lado, esse mecanismo permite que a população tenha continuamente bons agentes por meio da substituição ativa de agentes, o que melhora a qualidade da solução global. Por outro lado, como as posições dos agentes da população mudam significativamente a cada iteração, inevitavelmente haverá agentes que

pioram em relação à população antes da atualização e que são prejudiciais para a próxima iteração. Portanto, essa operação garante que a população evolua em uma direção ótima a cada iteração.

5.1.11 Algoritmo Mono Objetivo KOARIME

O Algoritmo 1 apresenta o pseudocódigo detalhado do KOARIME, destacando suas principais etapas. Cada linha do pseudocódigo corresponde a uma ação específica realizada pelo algoritmo durante as fases de inicialização, exploração com KOA e refinamento com RIME.

Algoritmo 1 Pseudo código KOARIME

Início

Estabelecer os parâmetros $N, T_{max}, \mu_0, \gamma, W$.

Inicializar a população com posição aleatória, excentricidades orbitais e períodos orbitais.

Avaliar os valores de aptidão para a população inicial.

Determinar a melhor solução global

while $t < T_{max}$ do

 Atualizar $e_i, i = 1, 2, \dots, N$, $best(t)$, $worst(t)$ e $\mu(t)$.

 for $i = 1 : N$ do

 Calcular a distância euclidiana entre a melhor solução (X_s) e a solução i (X_i).

 Calcular a força gravitacional entre X_s e X_i .

 Calcular a velocidade da solução X_i .

 Gerar dois números aleatórios r e r_1 entre 0 e 1.

 if $r > r_1$ then

 | Atualizar a nova posição da solução X_i .

 else

 | Atualizar a distância entre a solução X_i e X_s .

 end

 Aplicar o elitismo.

 for *Para cada solução i* do

 for *Para cada dimensão j* do

 if $r_8 < E$ then

 | Aplicar a estratégia de busca gelo macio.

 end

 if $r_9 < Fnormr(X_i)$ then

 | Aplicar a estratégia de busca gelo-duro.

 end

 end

 end

 Aplicar o mecanismo de seleção gananciosa positiva.

 end

$t \leftarrow t + 1$

end

5.2 METAHEURÍSTICA HÍBRIDA MULTI-OBJETIVO KOARIME

Com o intuito de expandir o potencial do algoritmo KOARIME, originalmente desenvolvido para problemas mono objetivo, propõe-se sua extensão para tratar cenários de otimização com múltiplos objetivos. Para isso, a metaheurística híbrida proposta foi combinada com o processo de seleção de soluções baseado na relação de não dominância (M-1)-GPD.

Inicialmente, nesta seção, será apresentado o conceito do processo de seleção de soluções baseado na relação de não dominância (M-1) -GPD, antes da introdução do algoritmo híbrido proposto para a resolução de problemas multi-objetivo e de muitos objetivos.

5.2.1 Seleção de soluções baseada na relação de não dominância (M-1)-GPD

A dominância de Pareto constitui a base da maioria dos algoritmos multi-objetivo. Nesse critério, uma solução domina outra se for não pior em todos os objetivos e estritamente melhor em pelo menos um deles. Embora aplicável em problemas de baixa dimensionalidade (2 ou 3 objetivos), sua capacidade de discriminação cai drasticamente em problemas de muitos objetivos, onde a maioria das soluções se torna mutuamente não-dominada. Essa característica reduz a efetividade do processo de seleção e dificulta tanto a convergência quanto a manutenção da diversidade populacional.

Diversas estratégias foram propostas para contornar essas limitações. Entre os métodos baseados em dominância, destacam-se variantes como a dominância relaxada (Ishibuchi *et al.*, 2008), a dominância em cone (Fan *et al.*, 2001), o CDAS – Área de Soluções de Controle de Dominância (Jiang *et al.*, 2014) e o CN α (Zhang *et al.*, 2015), além da Generalização da Otimalidade de Pareto (GPO) (Li *et al.*, 2017), que expande a região de comparação para aumentar a diversidade entre soluções. Outra linha de pesquisa envolve métodos baseados em decomposição, que utilizam vetores ou pontos de referência para dividir o espaço objetivo em sub-regiões, como ocorre no NSGA-III (Deb & Jain, 2014) e no RVEA (Cheng *et al.*, 2016). Já em algoritmos clássicos como o NSGA-II (Deb *et al.*, 2002), a distância de aglomeração é utilizada como critério de diversidade, garantindo a manutenção de soluções bem distribuídas ao longo da frente de Pareto. Apesar de avanços relevantes, cada

abordagem apresenta limitações: métodos de decomposição dependem fortemente da escolha e adaptação dos vetores, a distância de aglomeração perde eficiência em altas dimensões, e variantes da dominância frequentemente comprometem a diversidade ao reforçar demais a convergência.

Nesse contexto, foi proposto o esquema (M-1)-GPD (Li *et al.*, 2022), uma extensão do GPO que busca superar essas limitações de forma simples e eficaz. Essa nova estratégia aumenta a força de seleção sem comprometer a diversidade, além de eliminar a necessidade de pontos ou vetores de referência e praticamente não exigir parâmetros adicionais.

5.2.1.1 Seleção de soluções baseada na relação de não dominância (M-1)-GPD

A Generalização da Otimalidade de Pareto (GPO) consiste em ampliar a região de dominância das soluções com base em um ângulo de expansão φ , aplicado a todos os objetivos. Apesar de útil, essa formulação depende fortemente da escolha de φ e pode ser computacionalmente onerosa. Para superar essas limitações, foi proposta a extensão (M-1)-GPD.

No (M-1)-GPD, a comparação entre soluções é realizada preservando-se um objetivo e expandindo os demais (M-1) de acordo com o ângulo φ . Esse procedimento é repetido M vezes, de modo que cada solução é avaliada sob diferentes perspectivas complementares. A Figura 20 ilustra esse princípio no caso bidimensional. No espaço original f_1 - f_2 , o objetivo f_1 permanece fixo enquanto f_2 é expandido (região azul, f_1 - Ω_2); de forma simétrica, no caso oposto, f_2 é preservado e f_1 sofre expansão (região verde, Ω_1 - f_2). Assim, surgem duas variações do espaço objetivo, oferecendo diferentes perspectivas que, em conjunto, ampliam a comparação entre soluções. A Figura 21 mostra a generalização para três objetivos, em que surgem três casos simétricos: $\Phi_1=[0,\varphi,\varphi]$, $\Phi_2=[\varphi,0,\varphi]$ e $\Phi_3=[\varphi,\varphi,0]$. Cada configuração mantém um objetivo inalterado e expande os demais, gerando regiões de dominância distintas que, ao se combinar, oferecem uma representação mais completa do espaço de Pareto.

FIGURA 20 – Ilustração no espaço bidimensional

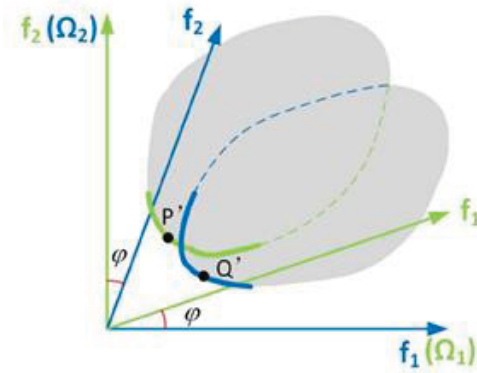
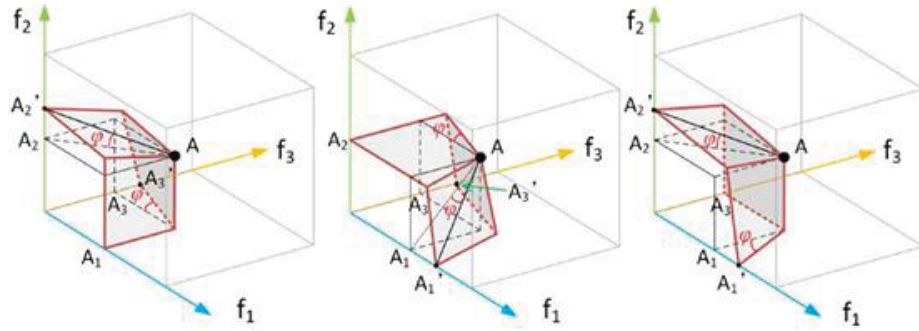
Fonte: Li *et al.*, 2022

FIGURA 21 – Ilustração no espaço tridimensional

Fonte: Li *et al.*, 2022

Do ponto de vista matemático, o mecanismo adotado pelo (M-1)-GPD baseia-se na definição de um ângulo de expansão φ^* , dado por:

$$\varphi^* = \tan \varphi \sqrt{1 - M} \quad (36)$$

onde:

φ = Representa o ângulo de expansão definido pelo método.

Considerando que o objetivo f_1 é mantido inalterado, a expansão dos demais objetivos é representada pela seguinte matriz, que aplica o ângulo de expansão φ^* , modificando sua região de dominância:

$$\begin{bmatrix} f'_1 \\ f'_2 \\ \vdots \\ f'_{M-1} \\ f'_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \varphi * & 1 & \dots & \varphi * & \varphi * \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \varphi * & \varphi * & \dots & 1 & \varphi * \\ \varphi * & \varphi * & \dots & \varphi * & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_{M-1} \\ f_M \end{bmatrix} \quad (37)$$

Esse procedimento é repetido simetricamente para cada um dos M-1 objetivos, de modo que, em cada caso, um objetivo é mantido inalterado e os demais são expandidos. A combinação desses cenários fornece múltiplas comparações entre soluções, ampliando a capacidade de explorar diferentes regiões do espaço objetivo.

Após a aplicação da transformação matemática baseada no (M-1)-GPD, inicia-se o processo de seleção ambiental, que define as soluções sobreviventes para a próxima geração. Esse processo é composto por três etapas:

1. Identificação de soluções extremas: Inicialmente, realiza-se a ordenação rápida por não dominância no espaço de objetivos original, a fim de identificar o conjunto de soluções extremas. Essas soluções são diretamente incluídas na população sobrevivente, assegurando a preservação das regiões limites da frente de Pareto.
2. Ordenação múltipla (M-1)-GPD: Em seguida, cada solução é reavaliada em M cenários distintos do (M-1)-GPD, correspondente a cada objetivo mantido inalterado. O resultado é uma matriz de dimensão M×2N (sendo M o número de cenários avaliados e 2N o total de soluções consideradas, resultante da união da população de pais com a de filhos), em que cada linha representa a ordenação obtida em um dos casos.
3. Seleção balanceada: Finalmente, as soluções sobreviventes são escolhidas de forma balanceada entre os diferentes cenários, de modo a garantir uma cobertura abrangente do espaço objetivo. Para complementar, adota-se o critério de distância angular mínima, privilegiando soluções mais distantes das previamente selecionadas. Esse mecanismo reduz redundâncias e preserva a diversidade populacional.

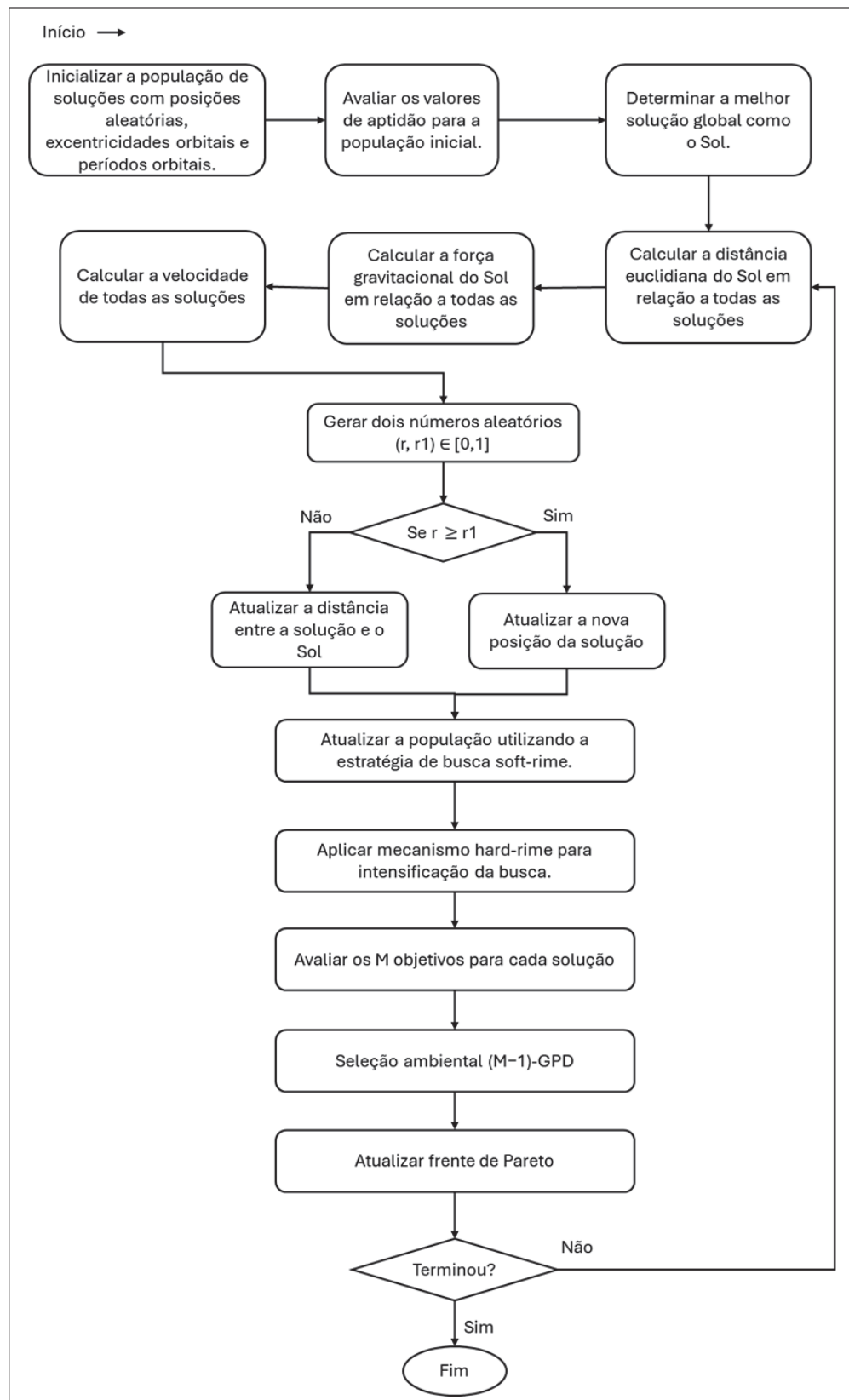
Assim, o método (M-1)-GPD consolida-se como uma estratégia eficiente de seleção ambiental em algoritmos multi-objetivo. Ao combinar múltiplas perspectivas

de comparação, provenientes dos diferentes cenários de preservação e expansão de objetivos, o método assegura simultaneamente a convergência em direção à frente de Pareto e a manutenção da diversidade populacional.

5.2.2 Algoritmo híbrido multi-objetivo MOKOARIME proposto

O algoritmo híbrido multi-objetivo proposto, constitui uma extensão do KOARIME para problemas com múltiplos objetivos. Sua estrutura mantém os mecanismos de exploração e intensificação característicos do algoritmo original, mas substitui a etapa de seleção final pela seleção ambiental (M-1)-GPD, assegurando simultaneamente convergência e diversidade. O fluxo geral da metaheurística é ilustrado na Figura 22, e o Algoritmo 2 apresenta o pseudocódigo correspondente, destacando as principais etapas da versão multi-objetivo, incluindo a integração do processo (M-1)-GPD e a atualização progressiva da frente de Pareto.

FIGURA 22 – Fluxograma algoritmo MOKOARIME



Fonte: O autor, 2025

Algoritmo 2 Pseudo código MOKOARIME

Início

Estabelecer os parâmetros $N, T_{max}, \mu_0, \gamma, W, \varphi$.

Inicializar a população com posição aleatória, excentricidades orbitais e períodos orbitais.

Avaliar os valores de aptidão para a população inicial.

Determinar a melhor solução global

while $t < T_{max}$ do

 Atualizar $e_i, i = 1, 2, \dots, N$, $best(t)$, $worst(t)$ e $\mu(t)$.

 for $i = 1 : N$ do

 Calcular a distância euclidiana entre a melhor solução (X_s) e a solução i (X_i).

 Calcular a força gravitacional entre X_s e X_i .

 Calcular a velocidade da solução X_i .

 Gerar dois números aleatórios r, r_1 entre 0 e 1.

 if $r > r_1$ then

 | Atualizar a nova posição da solução X_i .

 else

 | Atualizar a distância entre a solução X_i e X_s .

 end

 for *Para cada agente i* do

 for *Para cada dimensão j* do

 if $r_2 < E$ then

 | Aplicar a estratégia de busca gelo macio.

 end

 if $r_3 < Fnormr(S_i)$ then

 | Aplicar a estratégia de busca gelo-duro.

 end

 end

 end

 Avaliar os M objetivos para cada solução da população.

 Seleção ambiental (M-1)-GPD.

 Atualizar frente de Pareto

end

$t \leftarrow t + 1$

end

6 APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS

Neste capítulo, são apresentados os resultados das simulações realizadas para a avaliação do desempenho: do algoritmo mono objetivo em diferentes benchmark; do algoritmo multi-objetivo em um benchmark, assim como em problemas reais. A ferramenta utilizada para rodar o algoritmo foi o ambiente computacional MatLab e o hardware sendo um processador Intel(R) Core i7-10510U unidade de central de processamento (do inglês *central processing unit*, CPU) @ 2.30 GHz e computador de 16GB de memória RAM (do inglês *random access memory*). Para cada função e algoritmo, foram realizadas 50 execuções. Os resultados foram organizados em tabelas, apresentando os valores médios (μ) e desvio padrão (σ) para cada função e algoritmo, além dos rankings médios calculados a partir do teste de Friedman. Além disso, foi realizado um teste de hipótese para verificar a significância estatística das comparações entre o desempenho dos algoritmos avaliados.

6.1 RESULTADOS DO ALGORITMO MONO OBJETIVO NAS FUNÇÕES DE BENCHMARK

Esta seção apresenta uma análise dos resultados obtidos nos benchmarks CEC2017, CEC2019 e CEC2023, considerando diferentes tamanhos populacionais (5, 30 e 60 indivíduos) ao longo de 3000 gerações. A discussão visa destacar o desempenho do algoritmo híbrido KOARIME em comparação com seus algoritmos base (KOA e RIME) e demais abordagens de referência. A análise considera não apenas os valores médios e desvios padrão das funções otimizadas, mas também os ranks médios gerados pelo teste de Friedman e os testes de hipótese pareados, os quais permitem avaliar a significância estatística das diferenças de desempenho. Os resultados são discutidos individualmente para cada benchmark, evidenciando o comportamento dos algoritmos frente a diferentes níveis de complexidade e diversidade populacional.

O desempenho do KOARIME foi comparado com seis algoritmos de referência amplamente utilizados na literatura, sendo dois deles de natureza híbrida: KOA (Abdel-Basset *et al.*, 2023); RIME (Su *et al.*, 2023); SHADE (Tanabe; Fukunaga, 2013), WOA (Mirjalili; Lewis, 2016); PSOABC (Tamilselvan, 2020) e

GWOWOA (Obadina *et al.*, 2022).

A Tabela 8 apresenta as configurações dos algoritmos de otimização utilizados nas funções de benchmarks.

TABELA 8 – Parâmetros internos utilizados na otimização

Parâmetro	KOARIME	KOA	RIME	SHADE	WOA	PSOABC	GWOWOA
Tc	3	3					
μ_0	0.1	0.1					
λ	15	15					
W	5		5				
H				50			
p				0.05			
b					1		1
w						0.7	
c_1						1.5	
c_2						1.5	
limit						100	

Fonte: O Autor, 2025.

Os parâmetros listados na Tabela 8 correspondem a: Tc: período orbital; μ_0 : massa inicial; λ : amortecimento orbital; W: intensidade da formação de gelo; H: tamanho da memória histórica; p: proporção dos melhores; b: curvatura da espiral; w: inércia; c_1 : peso cognitivo; c_2 : peso social; limit: limite de estagnação.

6.1.1 Resultados da CEC2017

A seguir, são apresentados os resultados obtidos para o conjunto de funções da CEC2017. As Tabelas 9 a 13 reúnem os valores médios, desvios padrões, rankings e testes de hipótese.

TABELA 9 – Valores obtidos na otimização das funções da CEC2017 população igual a 5

Função	KOARIME		KOA		RIME		SHADE		WOA		PSOABC		GWOWOA	
	Média	Desvio-Padrão	Média	Desvio-Padrão	Média	Desvio-Padrão	Média	Desvio-Padrão	Média	Desvio-Padrão	Média	Desvio-Padrão	Média	Desvio-Padrão
Bent Cigar	1.152e3	1.919e3	1.106e5	3.206e5	5.646e3	3.528e3	5.074e9	5.536e9	6.574e9	2.609e9	1.276e3	1.406e3	7.727e8	1.142e9
Rosenbrock	3.000e2	0.000e0	2.335e3	2.356e3	3.002e2	2.20e-1	1.595e4	1.105e4	1.751e4	4.822e3	1.260e4	6.418e3	4.462e3	3.713e3
Rastrigin	4.023e2	1.333e1	4.185e2	2.899e1	4.116e2	1.988e1	8.347e2	6.289e2	1.096e3	6.347e2	4.028e2	2.337e0	4.750e2	1.664e2
Scaffer	5.105e2	7.746e0	5.214e2	7.672e0	5.266e2	9.339e0	5.539e2	3.252e1	6.166e2	3.088e1	5.136e2	4.173e0	5.351e2	1.586e1
B_Rastrigin	6.000e2	2.900-2	6.021e2	1.621e0	6.003e2	1.840e0	6.133e2	1.315e1	6.524e2	7.449e0	6.000e2	0.000e0	6.113e2	7.254e0
N_Rastrigin	7.272e2	6.482e0	7.403e2	1.347e1	7.290e2	7.620e0	8.029e2	6.617e1	8.397e2	1.937e1	7.233e2	4.601e0	7.477e2	1.570e1
Levy	8.167e2	5.959e0	8.182e2	8.009e0	8.273e2	1.367e1	8.307e2	1.439e1	8.533e2	8.577e0	8.137e2	4.036e0	8.233e2	1.011e1
Schweifel	9.000e2	9.20e-2	9.300e2	3.341e1	9.398e2	2.065e2	1.237e3	3.850e2	1.966e3	2.984e2	9.008e2	1.385e0	1.058e3	1.529e2
Hybrid_1	1.550e3	2.146e2	1.892e3	3.279e2	1.701e3	2.638e2	1.840e3	3.347e2	2.498e3	2.632e2	1.425e3	1.224e2	1.876e3	2.762e2
Hybrid_2	1.111e3	7.603e0	1.132e3	5.181e1	1.120e3	3.664e1	1.213e5	8.343e5	3.774e3	4.211e3	1.132e3	1.648e2	1.437e3	1.055e3
Hybrid_3	1.328e4	1.197e4	6.568e5	1.306e6	4.101e4	1.060e5	6.834e7	2.537e8	3.786e7	5.968e7	4.702e4	5.445e4	1.394e6	1.577e6
Hybrid_4	9.818e3	8.468e3	8.215e3	9.164e3	1.069e4	9.995e3	7.932e6	5.544e7	1.543e4	1.186e4	3.840e3	3.173e3	1.265e4	9.063e3
Hybrid_5	1.489e3	1.293e2	1.505e3	2.559e2	9.252e3	8.570e3	6.261e3	7.516e3	1.896e3	4.375e2	2.668e3	3.017e3	3.254e3	1.807e3
Hybrid_6	2.071e3	1.508e3	2.801e3	2.893e3	7.990e3	7.456e3	5.470e3	7.383e3	8.638e3	4.440e3	1.884e3	6.498e2	6.645e3	4.905e3
Hybrid_7	1.725e3	1.193e2	1.741e3	1.173e2	1.872e3	1.714e2	1.928e3	1.825e2	2.190e3	2.255e2	1.700e3	9.235e1	1.890e3	1.681e2
Hybrid_8	1.748e3	4.074e1	1.748e3	2.712e1	1.790e3	5.913e1	1.800e3	7.435e1	1.877e3	7.968e1	1.709e3	8.917e0	1.784e3	6.149e1
Hybrid_9	1.919e3	2.347e2	7.386e3	7.477e3	1.322e4	1.076e4	2.272e7	9.511e7	6.960e3	2.213e3	5.415e3	2.373e3	1.810e4	1.201e4
Hybrid_10	2.976e3	2.289e3	2.69e3	1.393e3	7.676e3	8.134e3	2.600e4	1.343e5	6.324e4	5.130e4	2.355e3	1.308e3	5.415e4	9.893e4
Comp_1	2.015e3	1.027e1	2.032e3	3.251e1	2.084e3	6.967e1	2.126e3	9.320e1	2.329e3	1.453e2	2.004e3	1.009e1	2.140e3	6.901e1
Comp_2	2.200e3	4.210e1	2.309e3	3.793e1	2.336e3	4.866e1	2.315e3	5.328e1	2.341e3	3.109e1	2.218e3	1.804e1	2.317e3	3.869e1
Comp_3	2.226e3	1.780e2	2.306e3	7.171e0	2.656e3	4.806e2	2.678e3	4.325e2	2.671e3	1.456e2	2.288e3	2.447e1	2.581e3	4.092e2
Comp_4	2.620e3	1.148e1	2.623e3	9.673e0	2.642e3	2.881e1	2.681e3	5.519e1	2.736e3	3.252e1	2.612e3	4.117e1	2.643e3	1.883e1
Comp_5	2.748e3	6.046e1	2.753e3	1.179e1	2.755e3	9.211e1	2.764e3	9.305e1	2.808e3	2.036e1	2.524e3	3.408e1	2.762e3	5.044e1
Comp_6	2.899e3	2.298e1	2.929e3	5.154e1	2.910e3	8.774e1	3.194e3	2.556e2	3.285e3	1.254e2	3.060e3	7.117e1	2.978e3	6.865e1
Comp_7	3.027e3	2.772e2	3.139e3	4.133e2	3.358e3	5.906e2	3.704e3	5.941e2	3.490e3	1.553e2	2.904e3	1.079e2	3.409e3	4.281e2
Comp_8	3.104e3	2.023e1	3.102e3	1.487e1	3.121e3	3.347e1	3.155e3	5.201e1	3.223e3	1.273e1	3.197e3	2.857e0	3.140e3	3.859e1
Comp_9	3.359e3	1.477e2	3.370e3	1.006e2	3.356e3	1.504e2	3.571e3	2.109e2	3.814e3	8.190e1	3.293e3	1.001e2	3.459e3	1.553e2
Comp_10	3.218e3	5.670e1	3.236e3	4.910e1	3.294e3	8.720e1	3.333e3	2.281e2	3.668e3	2.135e2	3.379e3	2.578e1	3.253e3	6.316e1

Fonte: O Autor, 2025.

TABELA 10 – Valores obtidos na otimização das funções da CEC2017 população igual a 30

Função	KOARIME		KOA		RIME		SHADE		WOA		PSOABC		GWOWOA	
	Média	Desvio-Padrão	Média	Desvio-Padrão	Média	Desvio-Padrão	Média	Desvio-Padrão	Média	Desvio-Padrão	Média	Desvio-Padrão	Média	Desvio-Padrão
Bent Cigar	1.000e2	1.00e-3	1.548e9	5.591e8	5.669e4	2.165e4	6.207e7	3.046e8	2.31e10	7.995e9	4.337e2	3.306e2	3.668e9	2.084e9
Rosenbrock	3.002e2	2.76e-1	1.316e5	3.060e4	6.130e2	1.447e2	2.860e3	4.020e3	8.823e4	4.194e3	4.153e4	1.741e4	3.656e4	1.157e4
Rastrigin	4.514e2	3.341e1	7.877e2	1.105e2	4.981e2	2.534e1	4.783e2	3.905e1	4.504e3	2.005e3	4.407e2	2.772e1	7.573e2	4.751e2
Scaffer	5.612e2	1.590e1	7.668e2	2.067e1	5.808e2	2.130e1	5.706e2	2.309e1	8.652e2	4.245e1	5.902e2	1.226e1	6.341e2	2.638e1
B_Rastrigin	6.000e2	3.40e-2	6.278e2	6.179e0	6.021e2	1.908e0	6.002e2	4.89e-1	6.799e2	8.065e0	6.000e2	0.000e0	6.229e2	7.587e0
N_Rastrigin	7.970e2	1.673e1	1.057e3	2.802e1	8.172e2	2.638e1	8.071e2	3.273e1	1.362e3	5.601e1	8.091e2	1.303e1	9.256e2	4.798e1
Levy	8.616e2	1.529e1	1.058e3	1.743e1	8.862e2	2.630e1	8.621e2	1.617e1	1.065e3	2.466e1	8.992e2	1.297e1	9.099e2	2.349e1
Schweifel	9.153e2	2.664e1	3.694e3	1.085e3	1.579e3	5.791e2	1.008e3	2.415e2	9.010e3	1.544e3	1.886e3	6.384e2	3.396e3	1.109e3
Hybrid_1	3.948e3	5.203e2	8.804e3	3.734e2	4.148e3	5.955e2	4.268e3	7.104e2	7.842e3	7.115e2	3.548e3	2.790e2	4.462e3	7.387e2
Hybrid_2	1.170e3	3.239e1	2.643e3	5.278e2	1.250e3	4.407e1	1.189e3	4.749e1	6.778e3	2.317e3	1.535e3	2.746e2	2.590e3	1.481e3
Hybrid_3	3.019e4	2.074e4	7.755e7	3.435e7	3.391e6	3.120e6	5.675e4	6.754e4	2.141e9	1.232e9	9.557e5	4.908e5	9.028e7	1.274e8
Hybrid_4	1.363e4	1.446e4	1.130e7	7.874e6	2.894e4	2.851e4	1.017e4	8.586e3	3.062e8	2.921e8	2.575e4	1.517e4	1.483e7	5.983e7
Hybrid_5	1.448e3	1.507e1	2.422e5	3.068e5	3.061e4	2.559e4	1.592e3	3.200e2	2.874e6	5.957e5	4.061e4	4.797e4	4.253e5	8.410e5
Hybrid_6	2.734e3	2.990e3	1.974e6	1.532e6	1.274e4	1.169e4	1.898e3	7.468e2	6.604e7	1.284e8	7.891e3	5.176e3	1.500e6	8.491e6
Hybrid_7	2.187e3	2.231e2	3.844e3	2.840e2	2.472e3	2.742e2	2.202e3	1.780e2	4.741e3	5.819e2	2.259e3	1.482e2	2.650e3	3.161e2
Hybrid_8	1.905e3	1.199e2	2.657e3	1.695e2	2.132e3	1.730e2	1.848e3	1.009e2	2.654e3	2.430e2	1.905e3	7.292e1	2.143e3	1.662e2
Hybrid_9	1.218e4	1.180e4	5.127e6	3.267e6	3.749e5	2.356e5	1.834e4	2.146e4	4.510e7	2.570e7	2.378e5	1.145e5	1.748e6	4.120e6
Hybrid_10	3.723e3	4.506e3	2.390e6	2.075e6	1.342e4	1.379e4	2.314e3	1.189e3	6.118e6	1.105e7	1.325e4	9.051e3	4.090e6	1.675e7
Comp_1	2.207e3	1.414e2	2.950e3	1.729e2	2.438e3	1.675e2	2.167e3	9.405e1	2.863e3	2.150e2	2.278e3	8.276e1	2.459e3	1.708e2
Comp_2	2.364e3	1.743e1	2.548e3	1.709e1	2.389e3	2.024e1	2.359e3	1.701e1	2.604e3	2.708e1	2.327e3	7.669e1	2.420e3	3.220e1
Comp_3	2.995e3	1.414e3	6.190e3	3.315e3	4.152e3	1.697e3	2.468e3	6.560e2	9.129e3	4.653e2	2.309e3	8.097e0	4.711e3	1.557e3
Comp_4	2.722e3	1.825e1	2.921e3	2.481e1	2.755e3	2.438e1	2.729e3	4.234e1	3.321e3	7.729e1	2.725e3	2.225e1	2.813e3	4.807e1
Comp_5	2.894e3	1.765e1	3.087e3	1.959e1	2.923e3	2.861e1	2.906e3	5.244e1	3.328e3	7.851e1	2.839e3	1.831e2	2.959e3	3.913e1
Comp_6	2.890e3	1.350e1	3.086e3	5.334e1	2.897e3	1.764e1	2.893e3	1.422e1	3.756e3	2.543e2	2.885e3	1.139e0	3.051e3	7.826e1
Comp_7	4.425e3	2.071e2	6.261e3	6.198e2	4.714e3	3.273e2	4.217e3	8.655e2	9.510e3	7.860e2	2.956e3	2.807e2	5.122e3	5.034e2
Comp_8	3.216e3	1.197e1	3.313e3	2.368e1	3.225e3	1.330e1	3.235e3	3.501e1	4.033e3	3.059e2	3.214e3	4.467e0	3.296e3	3.455e1
Comp_9	3.164e3	6.597e1	3.563e3	1.097e2	3.244e3	3.753e1	3.208e3	3.418e1	4.493e3	3.957e2	3.204e3	4.683e0	3.571e3	2.665e2
Comp_10	3.510e3	1.138e2	4.813e3	2.165e2	3.715e3	1.907e2	3.471e3	8.079e1	5.900e3	4.241e2	3.564e3	9.152e1	3.976e3	2.522e2

Fonte: O Autor, 2025

TABELA 11 – Valores obtidos na otimização das funções da CEC2017 população igual a 60

Função	KOARIME		KOA		RIME		SHADE		WOA		PSOABC		GWOWOA	
	Média	Desvio-Padrão	Média	Desvio-Padrão	Média	Desvio-Padrão	Média	Desvio-Padrão	Média	Desvio-Padrão	Média	Desvio-Padrão	Média	Desvio-Padrão
Bent Cigar	3.352e2	3.865e2	2.00e10	4.206e9	3.132e5	1.124e5	2.718e3	3.761e3	3.60e10	8.753e9	1.955e4	1.300e4	1.08e10	4.887e9
Rosenbrock	8.119e2	2.038e2	3.171e5	5.349e4	9.905e3	3.997e3	1.312e4	1.153e4	1.741e5	1.465e4	9.073e4	2.400e4	7.623e4	1.414e4
Rastrigin	5.052e2	5.834e1	3.484e3	6.224e2	5.810e2	5.170e1	5.156e2	5.735e1	9.717e3	2.848e3	4.608e2	2.040e1	1.699e3	6.810e2
Scaffer	6.286e2	2.701e1	1.050e3	3.168e1	6.598e2	3.398e1	6.584e2	4.121e1	1.114e3	4.422e1	7.126e2	2.452e1	7.681e2	5.019e1
B_Rastrigin	6.001e2	1.510-1	6.571e2	8.107e0	6.048e2	2.553e0	6.004e2	1.912e0	6.922e2	6.215e0	6.000e2	0.000e0	6.358e2	7.060e0
N_Rastrigin	8.687e2	2.813e1	1.600e3	8.144e1	9.188e2	4.245e1	9.548e2	9.346e1	1.926e3	7.737e1	9.397e2	1.437e1	1.162e3	7.726e1
Levy	9.261e2	2.459e1	1.356e3	3.085e1	9.602e2	3.942e1	9.644e2	4.399e1	1.399e3	4.712e1	1.018e3	1.952e1	1.046e3	3.785e1
Schweifel	1.150e3	2.470e2	2.069e4	4.082e3	2.937e3	1.598e3	1.544e3	1.119e3	2.981e4	3.684e3	9.122e3	2.477e3	1.193e4	5.278e3
Hybrid_1	6.717e3	7.047e2	1.558e4	5.094e2	6.767e3	8.798e2	8.854e3	9.629e2	1.356e4	6.750e2	5.792e3	4.193e2	7.416e3	1.343e3
Hybrid_2	1.265e3	4.378e1	1.663e4	4.463e3	1.435e3	7.573e1	1.246e3	5.739e1	8.162e3	2.419e3	2.869e3	9.465e2	5.627e3	2.286e3
Hybrid_3	2.683e5	1.652e5	3.199e9	7.173e8	4.306e7	2.331e7	6.546e5	6.229e5	9.599e9	4.941e9	6.097e6	2.559e6	1.063e9	1.249e9
Hybrid_4	5.435e3	6.072e3	5.278e8	2.111e8	1.016e5	6.946e4	4.535e3	2.983e3	2.211e9	2.115e9	7.490e4	5.833e4	9.990e7	1.085e8
Hybrid_5	1.741e3	5.561e2	4.895e6	2.933e6	1.483e5	6.947e4	3.049e3	2.731e3	2.029e7	1.380e7	4.881e5	3.434e5	8.355e5	8.738e5
Hybrid_6	6.804e3	5.318e3	9.288e7	4.135e7	1.587e4	1.467e4	3.802e3	3.959e3	1.633e8	3.327e8	2.211e4	5.550e3	1.372e7	6.064e7
Hybrid_7	2.831e3	3.191e2	5.935e3	3.329e2	3.279e3	4.233e2	2.733e3	2.048e2	5.436e3	5.671e2	2.903e3	1.850e2	3.282e3	3.999e2
Hybrid_8	2.538e3	2.334e2	4.637e3	2.624e2	2.988e3	3.283e2	2.438e3	1.663e2	4.308e3	4.205e2	2.692e3	1.932e2	2.944e3	3.191e2
Hybrid_9	4.755e4	3.099e4	4.212e7	2.036e7	1.705e6	1.249e6	4.065e4	2.829e4	4.118e7	2.187e7	1.554e6	8.555e5	6.231e6	1.048e7
Hybrid_10	7.008e3	9.019e3	3.737e7	1.633e7	1.943e4	1.375e4	4.875e3	6.196e3	1.225e8	1.674e8	2.839e4	1.072e4	2.934e6	6.085e6
Comp_1	2.628e3	2.583e2	4.459e3	1.913e2	2.961e3	2.499e2	2.589e3	1.670e2	3.759e3	2.834e2	2.886e3	1.423e2	3.049e3	2.404e2
Comp_2	2.427e3	3.102e1	2.838e3	3.791e1	2.479e3	4.654e1	2.454e3	4.328e1	3.080e3	8.449e1	2.526e3	3.240e1	2.558e3	4.774e1
Comp_3	8.074e3	1.482e3	1.715e4	5.120e2	8.829e3	7.859e2	9.103e3	3.271e3	1.495e4	7.715e2	6.743e3	2.215e3	9.528e3	1.958e3
Comp_4	2.865e3	3.398e1	3.352e3	3.511e1	2.920e3	3.957e1	2.892e3	7.326e1	3.922e3	1.040e2	2.956e3	5.028e1	3.048e3	5.455e1
Comp_5	3.050e3	3.411e1	3.491e3	3.834e1	3.084e3	3.752e1	3.102e3	1.610e2	4.404e3	2.164e2	3.262e3	8.088e1	3.201e3	6.167e1
Comp_6	3.042e3	3.524e1	5.557e3	5.906e2	3.061e3	3.086e1	3.066e3	3.368e1	6.982e3	1.107e3	3.026e3	1.594e1	3.929e3	4.519e2
Comp_7	5.310e3	2.921e2	1.022e4	4.818e2	5.532e3	3.452e2	5.560e3	1.182e3	1.521e4	9.916e2	4.103e3	1.053e3	7.338e3	8.195e2
Comp_8	3.366e3	5.297e1	4.249e3	1.873e2	3.427e3	5.518e1	3.397e3	1.657e2	5.275e3	5.924e2	3.358e3	2.703e1	3.705e3	1.379e2
Comp_9	3.304e3	1.858e1	6.080e3	4.942e2	3.328e3	2.396e1	3.316e3	3.841e1	7.175e3	7.872e2	3.299e3	1.330e1	4.752e3	5.858e2
Comp_10	3.732e3	1.953e2	7.078e3	3.800e2	4.348e3	3.102e2	3.696e3	2.716e2	1.496e4	5.692e3	4.036e3	1.601e2	4.944e3	3.082e2

Fonte: O Autor, 2025

TABELA 12 – Ranks obtidos no teste de Friedman

POPULAÇÃO IGUAL A 5										POPULAÇÃO IGUAL A 30										POPULAÇÃO IGUAL A 60									
	KOARIME	KOA	RIME	SHADE	WOA	PSOABC	GWOWOA	KOARIME	KOA	RIME	SHADE	WOA	PSOABC	GWOWOA	KOARIME	KOA	RIME	SHADE	WOA	PSOABC	GWOWOA	KOARIME	KOA	RIME	SHADE	WOA	PSOABC	GWOWOA	
Bent Cigar	1.0	4.0	3.0	6.0	7.0	2.0	5.0	1.0	5.0	3.0	4.0	7.0	2.0	6.0	1.0	6.0	2.0	4.0	7.0	3.0	6.0	1.0	6.0	4.0	2.0	7.0	3.0	5.0	
Rosenbrock	1.0	3.0	2.0	6.0	7.0	5.0	4.0	1.0	7.0	2.0	3.0	6.0	5.0	4.0	1.0	7.0	2.0	3.0	6.0	5.0	4.0	1.0	7.0	2.0	3.0	6.0	5.0		
Rastrigin	1.0	4.0	3.0	6.0	7.0	2.0	5.0	2.0	6.0	4.0	3.0	7.0	1.0	5.0	2.0	6.0	4.0	3.0	7.0	1.0	5.0	2.0	6.0	4.0	3.0	7.0	1.0		
Scaffer	1.0	3.0	4.0	6.0	7.0	2.0	5.0	1.0	6.0	3.0	2.0	7.0	4.0	5.0	1.0	6.0	3.0	2.0	7.0	4.0	5.0	1.0	6.0	3.0	2.0	7.0	4.0		
Bi Rastrigin	2.0	4.0	3.0	6.0	7.0	1.0	5.0	2.0	6.0	4.0	3.0	7.0	1.0	5.0	2.0	6.0	4.0	3.0	7.0	1.0	5.0	2.0	6.0	4.0	3.0	7.0	1.0		
Nc Rastrigin	2.0	4.0	3.0	6.0	7.0	1.0	5.0	1.0	6.0	4.0	2.0	7.0	3.0	5.0	1.0	6.0	2.0	4.0	7.0	3.0	5.0	1.0	6.0	2.0	4.0	7.0	3.0		
Levy	2.0	3.0	5.0	6.0	7.0	1.0	4.0	1.0	6.0	3.0	2.0	7.0	4.0	5.0	1.0	6.0	2.0	3.0	7.0	4.0	5.0	1.0	6.0	2.0	3.0	7.0	4.0		
Schweffel	1.0	3.0	4.0	6.0	7.0	2.0	5.0	1.0	6.0	3.0	2.0	7.0	4.0	5.0	1.0	6.0	3.0	2.0	7.0	4.0	5.0	1.0	6.0	3.0	2.0	7.0	4.0		
Hybrid 1	2.0	6.0	3.0	4.0	7.0	1.0	5.0	2.0	7.0	3.0	4.0	6.0	1.0	5.0	2.0	7.0	3.0	4.0	6.0	1.0	5.0	2.0	7.0	3.0	4.0	6.0	1.0		
Hybrid 2	1.0	3.0	2.0	7.0	6.0	4.0	5.0	1.0	6.0	3.0	2.0	7.0	4.0	5.0	2.0	7.0	3.0	2.0	7.0	4.0	5.0	2.0	7.0	3.0	2.0	7.0	4.0		
Hybrid 3	1.0	4.0	2.0	7.0	6.0	3.0	5.0	1.0	5.0	4.0	2.0	7.0	3.0	6.0	1.0	6.0	4.0	2.0	7.0	3.0	6.0	1.0	6.0	4.0	2.0	7.0	3.0		
Hybrid 4	3.0	2.0	4.0	7.0	6.0	1.0	5.0	2.0	5.0	4.0	1.0	7.0	3.0	6.0	2.0	6.0	4.0	1.0	7.0	3.0	6.0	2.0	6.0	4.0	1.0	7.0	3.0		
Hybrid 5	1.0	2.0	7.0	6.0	3.0	4.0	5.0	1.0	5.0	3.0	2.0	7.0	4.0	6.0	1.0	6.0	3.0	2.0	7.0	4.0	6.0	1.0	6.0	3.0	2.0	7.0	4.0		
Hybrid 6	2.0	3.0	6.0	4.0	7.0	1.0	5.0	2.0	6.0	4.0	1.0	7.0	3.0	5.0	2.0	6.0	3.0	1.0	7.0	3.0	5.0	2.0	6.0	3.0	1.0	7.0	4.0		
Hybrid 7	2.0	3.0	4.0	6.0	7.0	1.0	5.0	1.0	6.0	4.0	2.0	7.0	3.0	5.0	2.0	7.0	4.0	1.0	6.0	3.0	5.0	2.0	7.0	4.0	1.0	6.0	3.0		
Hybrid 8	2.0	3.0	5.0	6.0	7.0	1.0	4.0	2.0	7.0	4.0	1.0	6.0	3.0	5.0	2.0	7.0	5.0	1.0	6.0	3.0	5.0	2.0	7.0	5.0	1.0	6.0	3.0		
Hybrid 9	1.0	4.0	5.0	7.0	3.0	2.0	6.0	1.0	6.0	4.0	2.0	7.0	3.0	5.0	2.0	7.0	4.0	1.0	6.0	3.0	5.0	2.0	7.0	4.0	1.0	6.0	3.0		
Hybrid 10	3.0	1.0	4.0	5.0	7.0	2.0	6.0	2.0	5.0	4.0	1.0	7.0	3.0	6.0	2.0	6.0	3.0	1.0	7.0	3.0	6.0	2.0	6.0	3.0	1.0	7.0	4.0		
Comp 1	2.0	3.0	4.0	5.0	7.0	1.0	6.0	2.0	7.0	4.0	1.0	6.0	3.0	5.0	2.0	7.0	4.0	1.0	6.0	3.0	5.0	2.0	7.0	4.0	1.0	6.0	3.0		
Comp 2	1.0	3.0	6.0	4.0	7.0	2.0	5.0	3.0	6.0	4.0	2.0	7.0	1.0	5.0	1.0	6.0	3.0	2.0	7.0	1.0	5.0	1.0	6.0	3.0	2.0	7.0	4.0		
Comp 3	1.0	3.0	5.0	7.0	6.0	2.0	4.0	3.0	6.0	4.0	2.0	7.0	1.0	5.0	2.0	7.0	3.0	4.0	6.0	1.0	5.0	2.0	7.0	3.0	4.0	6.0	1.0		
Comp 4	2.0	3.0	4.0	6.0	7.0	1.0	5.0	1.0	6.0	4.0	3.0	7.0	2.0	5.0	1.0	6.0	3.0	2.0	7.0	2.0	5.0	1.0	6.0	3.0	2.0	7.0	4.0		
Comp 5	2.0	3.0	4.0	6.0	7.0	1.0	5.0	2.0	6.0	4.0	3.0	7.0	1.0	5.0	2.0	6.0	3.0	2.0	7.0	1.0	5.0	2.0	6.0	3.0	2.0	7.0	4.0		
Comp 6	1.0	3.0	2.0	6.0	7.0	5.0	4.0	2.0	6.0	4.0	3.0	7.0	1.0	5.0	2.0	6.0	3.0	4.0	7.0	1.0	5.0	2.0	6.0	3.0	4.0	7.0	1.0		
Comp 7	2.0	3.0	4.0	7.0	6.0	1.0	5.0	3.0	6.0	4.0	2.0	7.0	1.0	5.0	2.0	6.0	3.0	4.0	7.0	1.0	5.0	2.0	6.0	3.0	4.0	7.0	1.0		
Comp 8	2.0	1.0	3.0	5.0	7.0	6.0	4.0	2.0	6.0	3.0	4.0	7.0	1.0	5.0	2.0	6.0	4.0	3.0	7.0	1.0	5.0	2.0	6.0	4.0	3.0	7.0	1.0		
Comp 9	3.0	4.0	2.0	6.0	7.0	1.0	5.0	1.0	5.0	4.0	3.0	7.0	2.0	6.0	2.0	6.0	4.0	3.0	7.0	2.0	6.0	2.0	6.0	4.0	3.0	7.0	1.0		
Comp 10	1.0	2.0	4.0	5.0	7.0	6.0	3.0	2.0	6.0	4.0	1.0	7.0	3.0	5.0	2.0	6.0	4.0	1.0	7.0	3.0	5.0	2.0	6.0	4.0	1.0	7.0	3.0		
Média	1.7	3.1	3.8	5.8	6.5	2.2	4.8	1.7	5.9	3.6	2.3	6.8	2.5	5.1	1.6	6.2	3.3	2.3	6.7	2.9	4.8								

Fonte: O Autor, 2025

TABELA 13 – Teste de hipótese de Friedman

POPULAÇÃO IGUAL A 5				POPULAÇÃO IGUAL A 30				POPULAÇÃO IGUAL A 60			
Hipótese	Z _i	p	p > α	Z _i	p	p > α	Z _i	Z _i	p	p > α	
H ₁ : KOARIME vs KOA	2.42	0.0077	Rejeitada	7.44	4.74e-14	Rejeitada	7.96	2.22e-16	Rejeitada	Rejeitada	
H ₂ : KOARIME vs RIME	3.63	0.0001	Rejeitada	3.46	2.66e-04	Rejeitada	2.94	1.49e-03	Rejeitada	Rejeitada	
H ₃ : KOARIME vs SHADE	7.10	6.1750e-13	Rejeitada	1.21	0.1125	Aceita	1.21	0.108	Aceita	Aceita	
H ₄ : KOARIME vs WOA	8.31	0.0000	Rejeitada	9.00	0.0000	Rejeitada	8.83	0.000	Rejeitada	Rejeitada	
H ₅ : KOARIME vs PSOABC	0.86	0.1932	Aceita	1.55	0.0595	Aceita	2.25	0.013	Rejeitada	Rejeitada	
H ₆ : KOARIME vs GWOWOA	5.37	6.4182e-08	Rejeitada	6.06	6.70e-10	Rejeitada	5.27	9.05e-09	Rejeitada	Rejeitada	

Fonte: O Autor, 2025

6.1.1.1 Discussão de resultados da CEC2017

Os resultados obtidos no benchmark CEC2017 evidenciam o desempenho robusto e consistente do algoritmo KOARIME em relação aos seus predecessores (KOA e RIME) e demais algoritmos concorrentes. Foram avaliadas 28 funções para três configurações distintas de tamanho populacional (5, 30 e 60 indivíduos), com 50 execuções por função. A análise considerou valores médios, desvios padrões, ranks médios via teste de Friedman e testes de hipótese para avaliar a significância estatística das diferenças observadas.

No cenário com uma população de apenas 5 indivíduos, fator que reduz a diversidade e desafia o desempenho de algoritmos metaheurísticos, o KOARIME demonstrou desempenho superior. O algoritmo conquistou 13 primeiros lugares, 12 segundos lugares e 3 terceiros lugares entre as 28 funções do benchmark CEC2017, alcançando 100% de presença nos primeiros lugares. Esse desempenho evidencia sua capacidade de equilibrar exploração e intensificação. Em contraste, os algoritmos base KOA obteve apenas 2 vitórias e o RIME nenhuma, demonstrando desempenho inferior frente ao algoritmo híbrido. Os Rank médios do teste de Friedman confirmam a dominância do KOARIME, com 1.7 de média — o melhor entre todos os algoritmos. Na sequência aparecem PSOABC (2.2), KOA (3.1), RIME (3.8), GWOWOA (4.8), SHADE (5.8) e WOA (6.5).

Complementando essa análise, os testes de hipótese reforçam a significância estatística dos resultados. Em quase todas as comparações entre o KOARIME e os demais algoritmos (KOA, RIME, SHADE, WOA, GWOWOA), a hipótese nula foi rejeitada ($p < 0.05$), indicando diferenças estatisticamente significativas a favor do KOARIME. A única exceção foi o PSOABC, cujo desempenho se mostrou estatisticamente equivalente.

No cenário com população intermediária de 30 indivíduos, o algoritmo KOARIME manteve sua superioridade na CEC2017. Entre as 28 funções avaliadas, obteve 13 primeiros lugares, 12 segundos lugares e 3 terceiros lugares, marcando presença nas primeiras posições. Esse desempenho evidencia sua robustez frente a funções unimodais, multimodais, híbridas e compostas, mesmo em uma configuração com diversidade moderada. Em contraste, os algoritmos base apresentaram desempenho inferior: KOA e o RIME não ficaram entre as primeiras posições em nenhuma função.

A análise estatística pelo teste de Friedman confirmou a dominância do KOARIME, que obteve o menor rank médio (1.7), superando algoritmos como PSOABC (2.5) e SHADE (2.3). Nos testes de hipótese, a hipótese nula foi rejeitada na maioria das comparações, indicando que as diferenças de desempenho em relação a KOA, RIME, WOA e GWOWOA são estatisticamente significativas. Apenas PSOABC e SHADE apresentaram equivalência estatística, embora com desempenho médio inferior.

No cenário com uma população mais ampla de 60 indivíduos, configuração que amplia a exploração e intensificação, o algoritmo KOARIME manteve sua posição de destaque. Nos testes com as 28 funções do benchmark CEC2017, o KOARIME obteve 11 primeiros lugares e 17 segundos lugares, totalizando 28 aparições entre os dois melhores colocados. Esse desempenho reforça a eficácia da hibridização entre os mecanismos exploratórios do KOA e as estratégias de adaptação do RIME. Em contraste, os algoritmos base KOA e RIME não apresentaram desempenhos expressivos, ficando com participações modestas e sem dominância clara em nenhuma função.

O teste de Friedman, aplicado para avaliar os ranks médios de desempenho nas 28 funções, confirmou a superioridade do KOARIME, que apresentou o menor rank médio (1.6) entre todos os algoritmos, seguido por SHADE (2.3), PSOABC (2.9), RIME (3.3). Como menores valores de Rank indicam melhor desempenho relativo, esses resultados reforçam a consistência do KOARIME. Complementarmente, os testes de hipótese evidenciaram diferenças estatisticamente significativas entre o KOARIME e cinco dos seis algoritmos comparados (KOA, RIME, WOA, PSOABC, GWOWOA), com p-valores inferiores a 0.05. A única exceção foi a comparação com SHADE, cujo p-valor (0.108) indicou desempenho estatisticamente equivalente, embora o KOARIME ainda tenha mantido vantagem no número do rank médio.

6.1.2 Resultados da CEC2019

As Tabelas 14 a 18 apresentam os resultados referentes ao benchmark CEC2019. A organização segue o mesmo padrão adotado para o CEC2017, com métricas estatísticas e rankings para os três tamanhos populacionais testados.

TABELA 14 – Valores obtidos na otimização das funções da CEC2019 população igual a 5

Função	KOARIME		KOA		RIME		SHADE		WOA		PSOABC		GWOWOA	
	Média	Desvio- Padrão	Média	Desvio- Padrão	Média	Desvio- Padrão	Média	Desvio- Padrão	Média	Desvio- Padrão	Média	Desvio- Padrão	Média	Desvio- Padrão
Storn's	1.000e0	0.000e0	5.626e6	5.148e6	1.039e6	9.466e5	1.6582e8	5.4763e8	5.0130e0	2.574e0	4.583e6	4.769e6	3.923e4	1.654e5
Hilbert	3.027e2	1.075e2	2.830e3	1.512e3	6.009e2	2.535e2	2.9676e3	2.2420e3	5.0000e0	0.000e0	4.335e3	1.563e3	6.296e2	4.377e2
Lennard	1.409e0	9.68e-1	6.509e0	1.574e0	6.132e0	2.353e0	5.9860e0	2.3750e0	5.5310e0	1.409e0	4.385e0	1.872e0	5.220e0	3.023e0
Rastrigin	1.569e1	6.147e0	2.186e1	9.432e0	2.933e1	1.101e1	4.3150e1	2.0582e1	9.2262e1	5.209e0	2.418e1	1.022e1	3.437e1	1.221e1
Griewank	1.193e0	1.22e-1	1.298e0	1.70e-1	1.183e0	1.18e-1	2.7847e1	2.9870e1	8.2622e1	3.328e1	1.094e0	9.20e-2	1.775e1	1.874e1
Weierstrass	2.784e0	1.374e0	4.296e0	1.432e0	5.188e0	1.644e0	5.6120e0	1.7920e0	1.0638e1	1.111e0	4.288e0	1.298e0	5.502e0	1.601e0
Schwefel	5.559e2	2.064e2	1.073e3	2.639e2	8.022e2	2.686e2	8.1448e2	3.3661e2	1.7996e3	2.755e2	6.604e2	1.653e2	1.070e3	2.870e2
Schaffer	2.751e0	3.77e-1	4.197e0	3.62e-1	4.208e0	4.31e-1	4.2340e0	4.810e-1	4.8990e0	1.89e-1	3.767e0	3.25e-1	4.423e0	4.43e-1
Happy Cat	1.206e0	1.17e-1	3.432e0	1.23e-1	1.386e0	1.55e-1	2.2560e0	1.1960e0	3.0040e0	1.121e0	1.159e0	7.30e-2	1.571e0	6.79e-1
Ackley	2.024e1	3.728e0	2.142e1	1.12e-1	2.100e1	5.00e-3	2.1173e1	1.400e-1	2.1403e1	1.31e-1	2.030e1	3.481e0	2.150e1	7.57e-2

Fonte: O Autor, 2025

TABELA 15 – Valores obtidos na otimização das funções da CEC2019 população igual a 30

Função	KOARIME		KOA		RIME		SHADE		WOA		PSOABC		GWOWOA	
	Média	Desvio- Padrão	Média	Desvio- Padrão	Média	Desvio- Padrão	Média	Desvio- Padrão	Média	Desvio- Padrão	Média	Desvio- Padrão	Média	Desvio- Padrão
Storn's	1.000e0	0.000e0	5.902e6	2.928e6	4.036e5	2.777e5	1.002e3	5.679e3	2.7840	1.144e0	5.854e5	4.839e5	7.594e3	3.623e4
Hilbert	4.525e0	4.891e0	3.858e3	1.004e3	1.261e2	4.235e1	1.090e2	6.776e1	4.993e0	3.10e-2	1.301e3	9.285e2	4.058e2	2.328e2
Lennard	1.409e0	7.94e-1	9.668e0	6.48e-1	3.042e0	2.055e0	1.445e0	1.79e-1	4.990e0	1.610e0	1.739e0	4.74e-1	3.785e0	2.373e0
Rastrigin	5.625e0	2.366e0	4.227e1	7.313e0	1.257e1	4.632e0	7.521e0	4.251e0	8.777e1	5.165e0	1.142e1	2.793e0	2.128e1	8.512e0
Griewank	1.043e0	2.10e-2	1.995e0	9.20e-2	1.140e0	8.500-2	1.275e0	6.25e-1	1.341e1	8.357e0	1.022e0	1.20e-2	1.689e0	7.95e-1
Weierstrass	1.066e0	5.80e-2	5.168e0	1.235e0	3.075e0	1.193e0	1.055e0	3.66e-1	8.628e0	1.432e0	2.474e0	7.80e-1	3.932e0	1.501e0
Schwefel	2.051e2	1.265e2	1.549e3	2.165e2	3.860e2	1.949e2	3.286e2	1.501e2	1.325e3	3.178e2	3.825e2	1.179e2	8.296e2	2.921e2
Schaffer	2.497e0	4.44e-1	4.695e0	1.86e-1	3.304e0	4.70e-1	2.893e0	4.32e-1	4.350e0	3.49e-1	2.155e0	2.62e-1	3.784e0	5.18e-1
Happy Cat	1.264e0	2.50e-2	1.441e0	8.60e-2	1.181e0	6.30e-2	1.106e0	4.80e-2	1.608e0	2.22e-1	1.082e0	3.60e-2	1.209e0	7.80e-2
Ackley	1.940e1	5.427e0	2.152e1	1.84e-1	2.100e1	7.00e-3	2.025e1	3.766e0	2.126e1	1.46e-1	1.960e1	4.856e0	2.103e1	1.584e0

Fonte: O Autor, 2025

TABELA 16 – Valores obtidos na otimização das funções da CEC2019 população igual a 60

Função	KOARIME		KOA		RIME		SHADE		WOA		PSOABC		GWOWOA	
	Média	Desvio-Padrão	Média	Desvio-Padrão	Média	Desvio-Padrão	Média	Desvio-Padrão	Média	Desvio-Padrão	Média	Desvio-Padrão	Média	Desvio-Padrão
Storn's	1.000e0	0.000e0	1.666e7	9.340e6	3.103e5	2.725e5	1.302e0	1.529e0	1.892e0	5.72e-1	4.176e5	4.257e5	1.349e4	4.602e4
Hilbert	7.458e0	5.883e0	5.604e3	1.099e3	4.272e2	1.098e2	1.270e1	1.732e1	4.971e0	1.08e-1	7.187e2	5.433e2	3.734e2	2.057e2
Lennard	1.000e0	7.58e-1	1.008e1	6.62e-1	2.685e0	2.114e0	1.417e0	2.44e-1	3.598e0	1.226e0	1.499e0	2.26e-1	4.124e0	2.411e0
Rastrigin	3.570e0	1.261e0	4.870e1	8.416e0	8.744e0	2.677e0	5.232e0	3.217e0	8.297e1	9.606e0	9.586e0	3.012e0	1.943e1	1.004e1
Griewank	1.036e0	2.10e-2	2.951e0	4.08e-1	1.124e0	7.40e-2	1.026e0	3.40e-2	7.018e0	4.630e0	1.015e0	1.00e-2	1.588e0	7.27e-1
Weierstrass	1.136e0	2.79e-1	7.259e0	9.34e-1	2.454e0	1.084e0	1.010e0	6.50e-2	1.126e1	1.428e0	2.099e0	6.32e-1	3.529e0	1.411e0
Schweifel	1.324e2	9.760e1	1.668e3	2.402e2	3.209e2	1.595e2	2.883e2	1.510e2	1.089e3	2.204e2	3.131e2	1.079e2	7.245e2	2.405e2
Schaffer	2.177e0	4.79e-1	4.775e0	1.74e-1	3.110e0	4.28e-1	2.651e0	3.84e-1	4.848e0	2.46e-1	2.090e0	3.17e-1	3.780e0	5.51e-1
Happy Cat	1.052e0	2.40e-2	1.545e0	1.20e-1	1.150e0	4.90e-2	1.089e0	2.90e-2	1.431e0	1.32e-1	1.067e0	2.30e-2	1.185e0	6.60e-2
Ackley	1.600e1	6.000e0	2.152e1	1.18e-1	1.980e1	4.745e0	1.290e1	9.194e0	2.119e1	1.38e-1	1.635e1	7.872e0	2.118e1	9.26e-1

Fonte: O Autor, 2025

TABELA 17 – Ranks obtidos no teste de Friedman

POPULAÇÃO IGUAL A 5												POPULAÇÃO IGUAL A 30												POPULAÇÃO IGUAL A 60											
	KOARIME	KOA	RIME	SHADE	WOA	PSOABC	GWOWOA	KOARIME	KOA	RIME	SHADE	WOA	PSOABC	GWOWOA	KOARIME	KOA	RIME	SHADE	WOA	PSOABC	GWOWOA	KOARIME	KOA	RIME	SHADE	WOA	PSOABC	GWOWOA							
Storn	1.0	6.0	4.0	7.0	2.0	5.0	3.0	1.0	7.0	5.0	3.0	2.0	6.0	4.0	1.0	7.0	5.0	2.0	3.0	1.0	4.0	1.0	7.0	5.0	2.0	3.0	6.0	4.0							
Hilbert	2.0	5.0	3.0	6.0	1.0	7.0	4.0	1.0	7.0	4.0	3.0	2.0	6.0	5.0	2.0	7.0	5.0	3.0	1.0	6.0	5.0	2.0	7.0	4.0	3.0	1.0	6.0	4.0							
Lennard	1.0	7.0	6.0	5.0	4.0	2.0	3.0	1.0	7.0	4.0	2.0	6.0	3.0	5.0	1.0	7.0	4.0	2.0	6.0	3.0	5.0	1.0	7.0	4.0	2.0	5.0	3.0	6.0							
Rastrigin	1.0	2.0	4.0	6.0	7.0	3.0	5.0	1.0	6.0	4.0	2.0	7.0	3.0	5.0	1.0	6.0	3.0	2.0	7.0	3.0	5.0	1.0	6.0	3.0	2.0	7.0	4.0	5.0							
Griewank	3.0	4.0	2.0	6.0	7.0	1.0	5.0	2.0	6.0	3.0	4.0	7.0	1.0	5.0	3.0	6.0	4.0	2.0	7.0	1.0	5.0	3.0	6.0	4.0	2.0	7.0	1.0	5.0							
Weierstrass	1.0	3.0	4.0	6.0	7.0	2.0	5.0	2.0	6.0	4.0	1.0	7.0	3.0	5.0	2.0	6.0	4.0	1.0	7.0	3.0	5.0	2.0	6.0	4.0	1.0	7.0	3.0	5.0							
Schweifel	1.0	6.0	3.0	4.0	7.0	2.0	5.0	1.0	7.0	4.0	2.0	6.0	3.0	5.0	1.0	7.0	4.0	2.0	6.0	3.0	5.0	1.0	7.0	4.0	2.0	6.0	3.0	5.0							
Schaffer	1.0	3.0	4.0	5.0	7.0	2.0	6.0	2.0	7.0	4.0	3.0	6.0	1.0	5.0	2.0	6.0	4.0	3.0	7.0	1.0	5.0	2.0	6.0	4.0	3.0	7.0	1.0	5.0							
Happy Cat	2.0	7.0	3.0	5.0	6.0	1.0	4.0	5.0	6.0	3.0	2.0	7.0	1.0	4.0	1.0	7.0	4.0	3.0	6.0	2.0	4.0	1.0	7.0	4.0	3.0	6.0	2.0	5.0							
Ackley	1.0	6.0	3.0	4.0	5.0	2.0	7.0	1.0	7.0	4.0	3.0	6.0	2.0	5.0	2.0	7.0	4.0	1.0	6.0	3.0	5.0	2.0	7.0	4.0	1.0	6.0	3.0	5.0							
Média	1.4	4.9	3.6	5.4	5.3	2.7	4.7	1.7	6.6	3.9	2.5	5.6	2.9	4.8	1.6	6.6	4.1	2.1	5.5	3.2	4.9	1.6	6.6	4.1	2.1	5.5	3.2	4.9							

Fonte: O Autor, 2025

TABELA 18 – Teste de hipótese de Friedman

		POPULAÇÃO IGUAL A 5				POPULAÇÃO IGUAL A 30				POPULAÇÃO IGUAL A 60			
Hipótese		Z _i	p	p > α	Z _i	p	p > α	Z _i	p	p > α	Z _i	p	p > α
H ₁ : KOARIME vs KOA		3.62	1.46e-04	Rejeitada	5.07	1.97e-07	Rejeitada	5.18	1.14e-07	Rejeitada	5.18	1.14e-07	Rejeitada
H ₂ : KOARIME vs RIME		2.28	0.011	Rejeitada	2.28	0.011	Rejeitada	2.59	4.83e-03	Rejeitada	2.59	4.83e-03	Rejeitada
H ₃ : KOARIME vs SHADE		4.14	1.7e-05	Rejeitada	0.83	0.204	Aceita	0.52	0.302	Aceita	0.52	0.302	Aceita
H ₄ : KOARIME vs WOA		4.04	2.7e-05	Rejeitada	4.04	2.71e-05	Rejeitada	4.04	2.71e-05	Rejeitada	4.04	2.71e-05	Rejeitada
H ₅ : KOARIME vs PSOABC		1.35	0.089	Aceita	1.24	0.107	Aceita	1.66	0.048	Rejeitada	1.66	0.048	Rejeitada
H ₆ : KOARIME vs GWOWOA		3.42	3.18e-04	Rejeitada	3.21	6.66e-04	Rejeitada	3.42	3.18e-04	Rejeitada	3.42	3.18e-04	Rejeitada

Fonte: O Autor, 2025

6.1.2.1 Discussão de resultados da CEC2019

No primeiro cenário da CEC2019, com uma população de apenas 5 indivíduos, o algoritmo KOARIME manteve um desempenho notável. Avaliado em 10 funções clássicas, o algoritmo híbrido alcançou 7 primeiros lugares, 2 segundos lugares e 1 terceiro lugar, mantendo sua presença nas primeiras posições. Esse desempenho evidencia a eficácia da combinação entre a exploração gravitacional do KOA e a intensificação adaptativa do RIME, demonstrando robustez mesmo em condições com baixa diversidade populacional. Em contraste, os algoritmos base apresentaram desempenho inferior. O KOA, por exemplo, obteve apenas um segundo lugar e três terceiros lugares, enquanto o RIME conquistou um segundo lugar e quatro terceiros lugares.

O teste de Friedman confirmou estatisticamente a dominância do KOARIME, que apresentou o menor rank médio (1.4), seguido por PSOABC (2.7), RIME (3.6) e KOA (4.9). Como ranks menores indicam melhor desempenho médio por função, esse resultado evidencia a consistência e eficiência da abordagem híbrida. Os testes de hipótese reforçaram essa constatação: a hipótese nula foi rejeitada em cinco das seis comparações realizadas, indicando significância estatística nas diferenças observadas. A única exceção foi a comparação com o PSOABC, cujo p-valor (0.089) foi superior ao nível de significância de 0.05, sugerindo desempenho estatisticamente equivalente.

No cenário com uma população ampliada para 30 indivíduos, o algoritmo híbrido KOARIME manteve sua liderança em desempenho. Das dez funções avaliadas no benchmark CEC2019, o KOARIME obteve 6 primeiros lugares e 3 segundos lugares, evidenciando sua robustez mesmo frente ao aumento da complexidade populacional. Em contraste, os algoritmos base KOA e RIME apresentaram desempenhos consideravelmente inferiores: o KOA obteve a pior média de ranks e o RIME, com desempenho intermediário, não alcançou nenhuma vitória entre as funções testadas.

A análise estatística por meio do teste de Friedman confirmou a superioridade do KOARIME, que obteve o menor rank médio (1.7), seguido pelos algoritmos SHADE (2.5) e PSOABC (2.9), com os demais posicionando-se em níveis de desempenho inferiores. Adicionalmente, os testes de hipótese pareados indicaram diferenças estatisticamente significativas entre o KOARIME e quatro dos seis

algoritmos comparados (KOA, RIME, WOA, GWOWOA), com valores de p inferiores a 0,05. As exceções foram os algoritmos SHADE ($p = 0.204$) e PSOABC ($p = 0.107$), cujos desempenhos foram estatisticamente equivalentes ao do KOARIME, embora este tenha mantido vantagem em número de vitórias e rank médio em ambos os casos.

Com a ampliação da população para 60 indivíduos no benchmark CEC2019, o algoritmo híbrido KOARIME manteve sua liderança com desempenho consistente. Entre as 10 funções avaliadas, o KOARIME conquistou 5 primeiros lugares, 4 segundos lugares e 1 terceiro lugar, confirmando sua robustez mesmo com um número maior de indivíduos no processo de otimização. Em contraste, os algoritmos base apresentaram desempenhos mais fracos: o KOA teve o pior desempenho médio (6.6), enquanto o RIME permaneceu em posição intermediária, sem registrar nenhuma vitória, evidenciando a superioridade da abordagem híbrida do KOARIME.

A análise estatística por meio do teste de Friedman reafirmou a superioridade do KOARIME, que obteve o menor rank médio (1.6). Os algoritmos mais próximos foram SHADE (2.1) e PSOABC (3.2), embora nenhum tenha igualado sua consistência. Os testes de hipótese pareados reforçaram essa evidência, com diferenças estatisticamente significativas ($p < 0.05$) entre KOARIME e todos os demais algoritmos, exceto o SHADE ($p = 0.302$), cujo desempenho foi considerado estatisticamente equivalente. Mesmo assim, o KOARIME superou o SHADE em número de vitórias e rank médio consolidando-se como o algoritmo mais eficaz entre os avaliados para o cenário populacional ampliado.

6.1.3 Resultados da CEC2023

A seguir, são apresentados os resultados obtidos na otimização das funções da CEC2023, considerando as mesmas configurações populacionais utilizadas nos casos anteriores. As tabelas correspondentes detalham os valores médios, desvios padrão, rankings médios obtidos pelo teste de Friedman e os resultados dos testes de hipótese para comparação entre algoritmos.

TABELA 19 – Valores obtidos na otimização das funções da CEC2023 população igual a 5

Função	KOARIME		KOA		RIME		SHADE		WOA		PSOABC		GWOWOA	
	Média	Desvio-Padrão	Média	Desvio-Padrão	Média	Desvio-Padrão	Média	Desvio-Padrão	Média	Desvio-Padrão	Média	Desvio-Padrão	Média	Desvio-Padrão
SONIM1	6.139e4	9.685e3	2.897e5	4.664e5	3.688e5	2.456e6	1.349e5	1.624e5	5.833e6	1.057e7	5.466e5	1.897e6	1.777e5	3.494e5
SONIM2	5.680e1	7.344e1	6.942e1	7.895e1	2.020e2	1.615e2	1.879e2	3.222e2	7.550e2	6.090e2	5.911e3	2.976e4	3.543e2	2.407e2
SONIM3	4.389e1	2.714e1	7.084e1	7.659e1	2.099e2	1.459e2	2.477e2	1.704e2	9.917e2	1.776e3	3.051e2	1.982e2	4.102e2	2.262e2
SONVM1	1.157e0	4.05e-2	1.258e0	6.65e-2	1.245e0	7.57e-2	1.211e0	8.80e-2	1.567e0	3.59e-1	8.13e-1	6.52e-2	1.559e0	1.91e-1
SONVM3	1.597e0	4.38e-2	1.714e0	8.32e-2	1.910e0	9.56e-2	1.742e0	1.65e-1	1.631e0	5.06e-1	1.704e0	1.28e-1	2.314e0	1.42e-1
SONVM5	1.613e0	5.62e-2	1.701e0	7.46e-2	1.891e0	4.70e-2	1.863e0	1.57e-1	1.502e0	3.47e-1	1.953e0	1.33e-1	2.225e0	1.31e-1

Fonte: O Autor, 2025

TABELA 20 – Valores obtidos na otimização das funções da CEC2023 população igual a 30

Função	KOARIME		KOA		RIME		SHADE		WOA		PSOABC		GWOWOA	
	Média	Desvio-Padrão	Média	Desvio-Padrão	Média	Desvio-Padrão	Média	Desvio-Padrão	Média	Desvio-Padrão	Média	Desvio-Padrão	Média	Desvio-Padrão
SONIM1	3.379e2	7.546e2	2.236e6	1.547e6	5.024e3	4.995e3	1.015e5	7.872e4	4.472e5	7.555e5	5.929e2	4.697e2	9.099e4	3.373e5
SONIM2	2.300e2	1.704e2	3.062e3	1.496e3	1.050e3	1.101e2	2.219e2	1.031e2	3.703e2	2.413e2	2.749e2	2.352e2	3.793e2	2.546e2
SONIM3	2.005e2	9.023e1	2.990e3	1.562e3	1.225e2	6.337e0	3.355e2	1.893e2	3.055e2	2.348e2	2.819e2	2.556e2	4.473e2	2.903e2
SONVM1	8.97e-1	4.70e-2	1.282e0	5.10e-2	1.132e0	4.10e-2	8.96e-1	2.30e-2	1.270e0	2.01e-1	7.30e-1	3.20e-2	1.428e0	1.92e-1
SONVM3	1.100e0	2.30e-2	1.580e0	4.80e-2	1.753e0	7.80e-2	1.415e0	1.30e-2	1.214e0	2.53e-1	1.394e0	4.30e-2	2.174e0	1.42e-1
SONVM5	1.165e0	1.80e-2	1.573e0	8.70e-2	1.752e0	5.10e-2	1.492e0	2.90e-2	1.207e0	2.14e-1	1.619e0	9.10e-2	2.118e0	1.84e-1

Fonte: O Autor, 2025

TABELA 21 – Valores obtidos na otimização das funções da CEC2023 população igual a 60

Função	KOARIME		KOA		RIME		SHADE		WOA		PSOABC		GWOWOA	
	Média	Desvio-Padrão	Média	Desvio-Padrão	Média	Desvio-Padrão	Média	Desvio-Padrão	Média	Desvio-Padrão	Média	Desvio-Padrão	Média	Desvio-Padrão
SONIM1	1.133e1	3.159e0	4.438e6	2.937e6	4.486e3	6.290e3	1.052e5	8.926e4	2.691e5	7.411e5	1.336e2	2.031e2	9.729e3	7.476e3
SONIM2	1.118e0	1.22e-1	7.261e3	3.883e3	5.416e1	6.400e1	3.570e2	2.165e2	3.263e2	3.102e2	1.632e2	1.376e2	3.816e2	1.847e2
SONIM3	1.123e0	1.89e-1	6.823e3	4.195e3	6.371e1	6.660e1	2.561e2	1.332e2	3.018e2	1.346e2	2.047e2	1.982e2	4.090e2	2.235e2
SONVM1	8.370e-1	7.80e-2	1.391e0	4.60e-2	1.120e0	3.20e-2	8.90e-1	2.30e-2	1.096e0	7.50e-2	6.95e-1	5.50e-2	1.414e0	9.30e-2
SONVM3	1.076e0	1.60e-2	1.651e0	5.10e-2	1.687e0	5.00e-2	1.396e0	2.70e-2	1.159e0	1.91e-1	1.378e0	4.10e-2	2.137e0	1.01e-1
SONVM5	1.128e0	3.20e-2	1.649e0	1.04e-1	1.736e0	5.60e-2	1.520e0	4.00e-2	1.060e0	5.00e-2	1.566e0	6.10e-2	2.050e0	1.96e-1

Fonte: O Autor, 2025

TABELA 22 – Ranks obtidos no teste de Friedman

POPULAÇÃO IGUAL A 5										POPULAÇÃO IGUAL A 30										POPULAÇÃO IGUAL A 60									
	KOARIME	KOA	RIME	SHADE	WOA	PSOABC	GWOWOA	KOARIME	KOA	RIME	SHADE	WOA	PSOABC	GWOWOA	KOARIME	KOA	RIME	SHADE	WOA	PSOABC	GWOWOA	KOARIME	KOA	RIME	SHADE	WOA	PSOABC	GWOWOA	
SONIM1	1.0	4.0	5.0	2.0	7.0	6.0	3.0	1.0	7.0	3.0	5.0	6.0	2.0	4.0	1.0	7.0	3.0	5.0	6.0	2.0	4.0	1.0	7.0	3.0	5.0	6.0	2.0	4.0	
SONIM2	1.0	2.0	4.0	3.0	6.0	7.0	5.0	2.0	7.0	6.0	1.0	4.0	3.0	5.0	1.0	7.0	2.0	5.0	4.0	3.0	5.0	1.0	7.0	2.0	5.0	4.0	3.0	6.0	
SONIM3	1.0	2.0	3.0	4.0	7.0	5.0	6.0	2.0	7.0	1.0	5.0	4.0	3.0	6.0	1.0	7.0	2.0	4.0	5.0	3.0	6.0	1.0	7.0	2.0	4.0	5.0	3.0	6.0	
SONVM1	2.0	5.0	4.0	3.0	7.0	1.0	6.0	3.0	6.0	4.0	2.0	5.0	1.0	7.0	2.0	6.0	5.0	3.0	4.0	1.0	7.0	2.0	6.0	5.0	3.0	4.0	1.0	7.0	
SONVM3	1.0	4.0	6.0	5.0	2.0	3.0	7.0	1.0	5.0	6.0	4.0	2.0	3.0	7.0	1.0	5.0	6.0	4.0	2.0	3.0	7.0	1.0	5.0	6.0	4.0	2.0	3.0	7.0	
SONVM5	2.0	3.0	5.0	4.0	1.0	6.0	7.0	1.0	4.0	6.0	3.0	2.0	5.0	7.0	2.0	5.0	6.0	3.0	2.0	5.0	7.0	2.0	5.0	6.0	3.0	2.0	5.0	7.0	
Média	1.3	3.4	4.5	3.5	5.0	4.6	5.6	1.8	6.4	4.0	3.4	4.2	2.4	5.8	1.3	6.1	4.0	4.0	3.6	2.6	6.1	1.3	6.1	4.0	4.0	3.6	2.6	6.1	

Fonte: O Autor, 2025

TABELA 23 – Teste de hipótese de Friedman

POPULAÇÃO IGUAL A 5					POPULAÇÃO IGUAL A 30					POPULAÇÃO IGUAL A 60				
Hipótese					p > α					p				
					Z _i					Z _i				
H ₁ : KOARIME vs KOA					1.60					3.47				
H ₂ : KOARIME vs RIME					2.57					2.13				
H ₃ : KOARIME vs SHADE					1.76					1.33				
H ₄ : KOARIME vs WOA					2.97					1.73				
H ₅ : KOARIME vs PSOABC					2.65					0.93				
H ₆ : KOARIME vs GWOWOA					3.45					3.47				

Fonte: O Autor, 2025

6.1.3.1 Discussão de resultados da CEC2023

Os resultados obtidos com população igual a 5 mostra que o algoritmo híbrido KOARIME destacou-se mais uma vez como o de melhor desempenho geral, alcançando o menor rank médio (1.3) entre todos os algoritmos avaliados. Ele conquistou o primeiro lugar em quatro funções, além de obter a segunda colocação em duas funções, demonstrando consistência e robustez frente a diferentes categorias de funções. O algoritmo KOA apresentou desempenho intermediário, com rank médio de 3.4, destacando-se com a segunda posição em 2 funções, embora tenha tido desempenho menos expressivo nas demais. O algoritmo RIME obteve rank médio de 4.5, sem alcançar a primeira colocação em nenhuma função, evidenciando uma performance mais modesta.

Entre os demais algoritmos, o SHADE apresentou desempenho semelhante ao KOA, com rank médio de 3.5. Já o WOA (5.0), PSOABC (4.6) e GWOWOA (5.6) apresentaram os piores desempenhos médios. A análise estatística pelo teste de hipótese de Friedman confirmou a superioridade estatística do KOARIME sobre todos os demais algoritmos. Todas as hipóteses nulas foram rejeitadas, incluindo a comparação com o KOA ($p = 0.05$), o que demonstra que os ganhos obtidos com a hibridização são estatisticamente significativos, mesmo em relação ao melhor dos algoritmos base.

No cenário com população intermediária de 30 indivíduos, o algoritmo híbrido KOARIME manteve sua performance destacada no benchmark CEC2023. Avaliado em seis funções teste, o KOARIME obteve três primeiros lugares, dois segundos lugares e uma terceira colocação, totalizando presença em todas as primeiras posições. Esses resultados confirmam a versatilidade e a adaptabilidade do algoritmo híbrido frente a diferentes categorias funcionais, mesmo em contextos com diversidade populacional moderada. O algoritmo base KOA, por sua vez, apresentou o pior desempenho entre todos os avaliados. Com rank médio de 6.4, ficou nas últimas colocações em todas as funções, sem obter qualquer primeira ou segunda colocação. O RIME, outro algoritmo base, teve desempenho mais equilibrado, destacando-se com uma vitória, mas sem manter regularidade nas demais, encerrando com rank médio de 4.0.

Entre os algoritmos de comparação, o PSOABC apresentou resultado competitivo, obtendo o melhor desempenho na função SONVM1 e encerrando com

rank médio de 2.4, o segundo melhor geral. Já o algoritmo SHADE teve performance estável, com rank médio de 3.4, seguido por WOA (4.2) e GWOWOA (5.8), que obtiveram desempenhos mais modestos. Os testes de hipótese pareados reforçaram essa dominância: as diferenças entre o KOARIME e os algoritmos KOA, RIME, WOA e GWOWOA foram estatisticamente significativas ($p < 0.05$), evidenciando a eficácia da hibridização proposta. Por outro lado, as comparações com SHADE ($p = 0.09$) e PSOABC ($p = 0.17$) não apresentaram significância estatística, indicando desempenhos equivalentes nesses casos, embora o KOARIME ainda mantenha vantagem no número de vitórias e na consistência geral.

No cenário com uma população ampliada para 60 indivíduos, o algoritmo híbrido KOARIME manteve sua posição de destaque no benchmark CEC2023. Foram avaliadas seis funções com diferentes níveis de complexidade, e o KOARIME apresentou um desempenho consistente, com quatro primeiros lugares e dois segundos lugares, permanecendo entre os dois melhores em todas as funções testadas. Os demais algoritmos apresentaram resultados inferiores. O KOA e o GWOWOA obtiveram os piores rank médios (ambos com 6.1), enquanto o RIME e o SHADE empataram com 4.0, evidenciando desempenho mediano. O WOA e o PSOABC obtiveram rank médios de 3.6 e 2.6, sendo este último o mais próximo do desempenho do KOARIME.

A análise estatística com o teste de Friedman confirmou a superioridade estatística do KOARIME, que obteve o menor rank médio (1.3). Os testes de hipótese indicaram diferenças significativas ($p < 0.05$) em relação a todos os algoritmos, exceto o PSOABC ($p = 0.0852$), o que indica equivalência estatística apenas com este. Ainda assim, o KOARIME superou o PSOABC em número de vitórias e consistência geral.

6.2 RESULTADOS DO ALGORITMO MULTI-OBJETIVO NA FUNÇÃO DE BENCHMARK

Nesta seção serão apresentados os resultados obtidos na avaliação do desempenho do algoritmo MOKOARIME frente aos algoritmos de comparação, considerando as funções de benchmark (CEC 2018), considerando diferentes tamanhos populacionais (30, 120 e 300 indivíduos) ao longo de 300 gerações tendo sido conduzidas por 50 execuções independentes. O ambiente computacional empregado foi o MATLAB, executado em um sistema com processador Intel(R) Core

i7-10510U CPU @ 2.30 GHz e 16 GB de memória RAM. O objetivo é verificar a eficiência do algoritmo em diferentes contextos de otimização multi-objetivo, analisando sua capacidade de alcançar a frente de Pareto e preservar a diversidade das soluções não dominadas.

Para fins de comparação, os desempenhos das metaheurísticas foram avaliados por meio das métricas Distância de Geração Invertida (IGD) e Hipervolume (HV), amplamente utilizadas na literatura de otimização multi-objetivo para quantificar a qualidade das frentes de Pareto obtidas. A métrica IGD mede a proximidade média entre os pontos da frente de Pareto de referência e os pontos obtidos pelo algoritmo. Valores menores de IGD indicam que as soluções geradas estão mais próximas da fronteira ideal, refletindo melhor convergência. Já o Hipervolume (HV) mede o tamanho da região do espaço de objetivos coberta pelas soluções não dominadas, em relação a um ponto de referência. Quando as soluções estão mais próximas da frente ideal e bem distribuídas, essa região é maior, resultando em valores mais altos de HV. Portanto, um HV elevado indica uma melhor qualidade geral da frente de Pareto. Em conjunto, as duas métricas permitem avaliar simultaneamente os dois aspectos fundamentais do desempenho em otimização multi-objetivo, convergência e diversidade.

O desempenho do MOKOARIME foi comparado a um conjunto de metaheurísticas híbridas de referência: HMOEA (Ali *et al.*, 2024), HMOFA (Xie *et al.*, 2018), MOWOATS (Abdel Aziz *et al.*, 2019), MOGWOCs (Vo *et al.*, 2024), NSGAIIMOPSO (Li *et al.*, 2023), SHAMODE_WO (Panagant *et al.*, 2019).

A Tabela 24 apresenta as configurações dos algoritmos de otimização utilizados nas funções de benchmarks.

Na Tabela 24 são definidos os parâmetros T_c : período orbital; μ_0 : massa inicial; λ : amortecimento orbital; W : intensidade da formação de gelo; φ : ângulo de projeção; pc : probabilidade de crossover; pm : probabilidade de mutação; σ : desvio padrão da mutação; μ : parâmetro da mutação polinomial; β_0 : atratividade inicial; α_0 : amplitude inicial; α_d : decaimento; $elite_inject_every$: frequência de elitismo; b : curvatura da espiral do WOA; ts_frac : fração para Tabu Search; ts_sigma : vizinhança do TS; p_a : probabilidade de abandono; c_Levy : coeficiente do passo Lévy; α : coeficiente de ponderação do operador; w : inércia; c_1, c_2 : pesos cognitivo e social; p : proporção dos melhores; H : tamanho da memória histórica.

TABELA 24 – Parâmetros internos utilizados na otimização

Parâmetro	MOKOA RIME	HMOEA	HMOFA	MOWOA TS	MOGWO CS	NSGAIIM OPSO	SHAMO DE_WO
Tc	3						
μ_0	0.1						
λ	15						
W	5						
φ	57.3°						
Pc		0.5				0.9	
Pm		0.5					
σ		0.05				0.15	
μ		1/D				1/D	
β_0			1.0				
α_0			0.25				
α_d			0.98				
elite_inject every			5				
b				1.0			
ts_frac				0.25			
ts_sigma				0.05			
p_a					0.25		
c_Levy					0.1		
α						0.5	
w						0.7	
c ₁						1.5	
c ₂						1.5	
p							1.0
H							50

Fonte: O Autor, 2025.

6.2.1 Resultados da CEC 2018

Nesta subseção são apresentados os resultados obtidos pelo MOKOARIME e pelos algoritmos de comparação nas funções de benchmark MaF(*Many-objective Functions*) - MaF1 a MaF15, pertencentes à suíte CEC 2018. Esses problemas abrangem diferentes níveis de complexidade, como não convexidade, descontinuidade e alta dimensionalidade, permitindo avaliar o desempenho dos algoritmos em diversos cenários de otimização multi-objetivo.

A Tabela 25 apresenta a configuração dos problemas de teste da competição CEC 2018, nos quais as funções MaF1 a MaF15 foram avaliadas considerando dois cenários distintos de otimização multi-objetivo: um com três objetivos ($M = 3$) e outro com dez objetivos ($M = 10$). Essa variação permite analisar o desempenho do MOKOARIME frente a diferentes graus de complexidade, verificando sua capacidade de manter convergência e diversidade tanto em problemas de baixa quanto de alta dimensionalidade de objetivos.

TABELA 25 – Problemas testes da competição CEC 2018

Função	Objetivos	Dimensão
MaF1	3, 10	12, 14
MaF2	3, 10	12, 14
MaF3	3, 10	12, 14
MaF4	3, 10	12, 14
MaF5	3, 10	12, 14
MaF6	3, 10	12, 14
MaF7	3, 10	12, 14
MaF8	3, 10	12, 14
MaF9	3, 10	12, 14
MaF10	3, 10	12, 14
MaF11	3, 10	12, 14
MaF12	3, 10	12, 14
MaF13	3, 10	12, 14
MaF14	3, 10	20, 100
MaF15	3, 10	20, 100

Fonte: O Autor, 2025.

Os resultados obtidos para as funções da CEC 2018 são apresentados nas Tabelas 26 a 31, essas apresentam os valores médios e desvios-padrão obtidos pelas métricas IGD e HV, assim como o teste de Wilcoxon signed-rank aplicado individualmente a cada função, com o objetivo de comparar o desempenho do MOKOARIME em relação aos algoritmos de referência. A interpretação seguirá a convenção amplamente utilizada na literatura: será atribuído o símbolo “+” quando o MOKOARIME apresentar desempenho significativamente superior, o símbolo “=” quando não houver diferença estatisticamente significativa, e o símbolo “–” quando o MOKOARIME for estatisticamente inferior.

TABELA 26 – Análise dos valores da métrica IGD obtidos nas funções CEC2018 com população de 30 indivíduos

Função	Objetivos	MOKOARIME			HMOEA			HMOFA			HMOWATS			MOGWOCs			NSGAIIMOPSO			SHADEMODE_WO		
		Média	Desvio-Padrão		Média	Desvio-Padrão		Média	Desvio-Padrão		Média	Desvio-Padrão		Média	Desvio-Padrão		Média	Desvio-Padrão		Média	Desvio-Padrão	
MaF1	3	0.10039	0.00702	0.18160+	0.01301	0.22363+	0.02874	0.16112+	0.01140	0.17401+	0.04991	0.25039+	0.02422	0.10619=	0.00580							
	10	0.35559	0.01645	0.38744=	0.01857	0.49140+	0.03710	0.45488+	0.04095	0.41445+	0.03181	0.46148+	0.03533	0.43876+	0.01986							
MaF2	3	0.08683	0.00662	0.13867+	0.00843	0.11098+	0.00548	0.11532+	0.00854	0.14344+	0.02340	0.12302+	0.00726	0.14687+	0.00412							
	10	0.21212	0.03138	0.22728=	0.00468	0.39842+	0.02405	0.23335=	0.00524	0.23722=	0.00559	0.23197=	0.00383	0.23984=	0.00525							
MaF3	3	1.31167	0.41451	1494.54=	840.410	292.127=	551.520	1.57693+	0.22008	1.77504+	0.32928	1.53663=	0.25176	5.07938+	2.92462							
	10	0.79650	1.38632	3.20248+	8.59410	2.27164+	8.82890	10.5372+	41.6966	0.25003-	0.27434	2.43238=	2.96252	0.27286+	0.32394							
MaF4	3	0.61344	0.08895	0.58317=	0.09980	0.71820=	0.52528	1.04307+	0.05356	0.99856+	0.15055	1.00171+	0.09650	0.48505-	0.10309							
	10	0.16009	0.04127	0.16330=	0.11975	0.43518+	0.16130	0.56655+	0.33939	0.99974+	0.56637	0.83569=	0.28801	0.22378+	0.04947							
MaF5	3	1.01479	0.22174	2.04321+	1.50660	5.01389+	0.66475	0.79999-	0.04609	1.39217+	0.21122	1.50457+	0.18767	3.01816+	2.35645							
	10	0.39616	0.04078	0.81441+	0.04490	0.99386+	0.07185	0.83481+	0.05341	0.74075+	0.04091	0.77026+	0.03483	0.65635+	0.01615							
MaF6	3	0.19111	0.02303	0.33556+	0.04413	0.41055+	0.32365	0.32304+	0.00156	1.42152+	0.67195	0.39531+	0.21553	0.22178=	0.01400							
	10	0.02401	0.00470	0.05006=	0.00641	0.09419=	0.08080	0.30482=	0.00338	0.09081=	0.19644	0.03639=	0.00395	0.04670=	0.08677							
MaF7	3	0.29147	0.03044	0.44741+	0.11263	5.96034+	3.20488	0.52994+	0.01511	1.34841+	0.32489	0.40845+	0.01766	0.47531=	0.46630							
	10	0.64075	0.00981	0.96741+	0.05885	1.06210+	0.09162	0.93356+	0.08100	0.91173+	0.19524	0.90568+	0.05478	0.64388=	0.01679							
MaF8	3	0.19427	0.01382	1.35362+	0.67920	0.61152+	0.08218	0.76925+	0.11728	0.20868=	0.01457	0.24455=	0.01766	0.20929=	0.01402							
	10	0.41819	0.02967	2.33680+	1.17010	0.53530+	0.05972	0.52122+	0.05565	0.46073=	0.02982	0.49113=	0.04268	0.52002+	0.05698							
MaF9	3	1.47927	1.87057	28.0293+	35.5169	0.60265=	0.03926	0.88610-	0.14031	0.29450-	0.02688	13.2543+	10.8874	0.45353-	0.88391							
	10	0.38486	0.06146	11.2632+	19.5088	37.8911+	27.6309	9.06551+	17.5214	2.24963+	3.89615	8.85198+	7.83547	17.1401+	43.7544							
MaF10	3	1.97541	0.11061	2.00713=	0.04560	2.81079+	0.29430	1.78280-	0.05566	2.14594=	0.10802	2.12119+	0.05298	1.96506=	0.18868							
	10	0.88177	0.11850	1.63450+	0.16745	2.26049+	0.24900	1.54394+	0.11216	1.35575+	0.13309	1.85629+	0.03543	0.84752=	0.20719							
MaF11	3	0.67631	0.29674	0.91845=	0.10003	0.75768=	0.06623	0.60289-	0.06630	0.83421=	0.16580	0.89020=	0.06492	0.67952=	0.08659							
	10	1.12065	0.20241	1.46642+	0.25921	1.60453+	0.27426	1.80737+	0.27807	1.48326+	0.29186	1.65645+	0.35390	1.15136=	0.18273							
MaF12	3	0.69618	0.06623	0.65779=	0.04132	0.78833+	0.15451	0.66792=	0.03740	0.72762=	0.04676	0.69307=	0.03334	0.70341=	0.04916							
	10	1.60623	0.07106	1.60445=	0.03287	1.62907=	0.09526	1.62279=	0.02658	1.60747=	0.04860	1.60367=	0.02793	1.60932=	0.04113							
MaF13	3	0.76215	0.10730	1.46919+	0.42274	0.78801=	0.08952	1.59984+	0.61401	0.81489=	0.12725	1.41750+	0.58328	1.31684+	0.06955							
	10	0.37752	0.08867	1.05626+	0.17421	0.91182+	0.22643	1.17013+	0.26944	0.75143+	0.24099	3.66285+	1.91347	0.53221+	0.05301							
MaF14	3	1.01628	0.44942	1.12688=	0.47951	6.75683+	7.80255	0.66423-	0.03017	0.69432-	0.02704	0.66766-	0.10159	6.07718+	3.23116							
	10	1.02141	0.00192	1.02633=	0.00067	513.755+	662.103	1.02272=	0.01032	1.14036+	0.26498	1.02631=	0.00012	160.660+	222.030							
MaF15	3	0.80527	0.04476	0.84243=	0.22112	0.83989=	0.14440	0.85293=	0.21093	0.79611=	0.08660	1.42019+	0.53998	0.81434=	0.14268							
	10	0.11067	0.01204	1.01230+	0.35619	0.88215+	0.13346	2.47155+	0.45902	0.03440-	0.00228	2.30078+	0.31866	1.35231+	0.18445							
Rank	3			8/7/0		9/6/0		8/2/5		7/6/2		10/4/1		5/8/2								
	10			9/6/0		13/2/0		11/4/0		9/4/2		8/7/0		9/6/0								

Fonte: O Autor, 2025

TABELA 27 – Análise dos valores da métrica HV obtidos nas funções CEC2018 com população de 30 indivíduos

Função	Objetivos	MOKOARIME		HMOEA		HMOFA		HMOWATS		MOGWOCs		NSGAIIMOPSO		SHADEMODE_WO	
		Média	Desvio-Padrão	Média	Desvio-Padrão	Média	Desvio-Padrão	Média	Desvio-Padrão	Média	Desvio-Padrão	Média	Desvio-Padrão	Média	Desvio-Padrão
MaF1	3	0.15591	0.00604	0.07334+	0.01000	0.08270+	0.01428	0.09269+	0.01021	0.08502+	0.03123	0.03622+	0.01401	0.15837=	0.00481
	10	0.15537	0.00646	0.14831=	0.00333	0.05962+	0.00376	0.15013=	0.00289	0.14200=	0.01184	0.12413=	0.00574	0.14412=	0.00323
MaF2	3	0.19100	0.00520	0.12713+	0.00861	0.14043+	0.00542	0.14817+	0.00920	0.12490+	0.02474	0.13563+	0.00762	0.00538+	0.00472
	10	0.07427	0.00295	0.24741-	0.00926	0.21577-	0.00791	0.24779-	0.00952	0.22351-	0.01323	0.23883-	0.01152	0.23910=	0.01090
MaF3	3	0.04871	0.09952	0.21509-	0.43201	0.37675-	0.37586	0.00347+	0.02450	0.04153=	0.12145	3.00E-6+	4.4E-22	0.00213+	0.01501
	10	0.20369	0.42367	0.65529-	0.40675	0.75381-	0.37222	0.63505-	0.39359	0.77234-	0.14073	0.41140-	0.45238	0.72734-	0.24476
MaF4	3	0.37789	0.07017	0.46605-	0.06612	0.36143=	0.32004	0.09271+	0.02378	0.13401+	0.11155	0.11074+	0.04818	0.63657-	0.08958
	10	0.80992	0.06578	0.58991+	0.17635	0.21358+	0.21290	0.22829+	0.17781	0.11367+	0.16274	0.09017+	0.11660	0.70062+	0.06732
MaF5	3	0.42942	0.03789	0.33479+	0.12214	0.07948+	0.01739	0.41537=	0.01208	0.28660+	0.06933	0.20717+	0.05154	0.27576+	0.19470
	10	0.27460	0.03224	0.17149+	0.10021	0.11607+	0.04654	0.09459+	0.07202	0.28149=	0.10745	0.17884+	0.07654	0.47221-	0.05514
MaF6	3	0.03800	0.02137	0.03648=	0.02061	0.09339-	0.04105	0.01557=	0.00151	0.00244+	0.00821	0.01277=	0.02897	0.09087-	0.07692
	10	0.73027	0.00486	0.72845=	0.00061	0.68080=	0.15805	0.72884=	0.00589	0.67500+	0.15580	0.72856=	0.00576	0.72311=	0.03042
MaF7	3	0.18436	0.01105	0.14604+	0.01924	0.03494+	0.05419	0.09630+	0.00670	0.10178+	0.03729	0.15414+	0.00822	0.19869=	0.05121
	10	0.62325	0.00438	0.06578+	0.03020	0.03134+	0.01959	0.08069+	0.04043	0.57310+	0.03236	0.11034+	0.04473	0.43526+	0.03808
MaF8	3	0.21243	0.00546	0.02300=	0.03778	0.03926+	0.03059	0.05217+	0.05323	0.20828=	0.00601	0.17586+	0.00822	0.20592=	0.00615
	10	0.18600	0.00519	0.03637+	0.03005	0.16199=	0.00882	0.17159=	0.00906	0.17964=	0.00511	0.17456=	0.00710	0.17191=	0.00920
MaF9	3	0.40694	0.09378	0.03714+	0.11451	0.08218+	0.03059	0.05081+	0.09871	0.62358-	0.02472	0.00390+	0.02000	0.54232-	0.14960
	10	0.44197	0.03426	0.08759+	0.12586	0.00489+	0.02676	0.14128+	0.13145	0.17551+	0.13277	0.00422+	0.01454	0.09423+	0.10891
MaF10	3	0.18443	0.04491	0.11182+	0.02209	0.00898+	0.01415	0.24442-	0.01545	0.22785-	0.01732	0.07532+	0.02315	0.36787-	0.06997
	10	0.10204	0.14260	5.66E-5+	0.00035	2.30E-7+	1.65E-7	0.00019+	0.00073	0.00164+	0.00463	1.80E-7+	1.10E-7	0.21906-	0.17359
MaF11	3	0.73064	0.03623	0.48023+	0.02513	0.48693+	0.04328	0.75874=	0.01696	0.66186+	0.03952	0.55776+	0.02499	0.65429+	0.02124
	10	0.15199	0.13763	0.03207+	0.06699	0.01472+	0.01857	0.00441+	0.01463	0.03269+	0.06095	0.02288+	0.04216	0.09726+	0.08845
MaF12	3	0.29655	0.02814	0.29429=	0.03725	0.25217+	0.07146	0.28341=	0.02311	0.28591=	0.01637	0.27029=	0.01244	0.26890+	0.02433
	10	0.16194	0.01643	0.04650+	0.02552	0.09983+	0.01991	0.04278+	0.01713	0.05462+	0.02320	0.06972+	0.01912	0.05291+	0.02451
MaF13	3	0.08925	0.05749	0.08925=	0.00057	0.00132+	0.04508	0.00105+	0.00865	0.00405+	0.11218	0.00112+	0.00378	0.00243+	0.00640
	10	0.63342	0.10959	0.05427+	0.05540	0.01422+	0.02238	0.02375+	0.03733	0.10311+	0.08669	1.36E-4+	7.45E-4	0.38612+	0.06700
MaF14	3	0.05394	0.04414	0.03671=	0.05344	0.00608+	0.02454	0.09091-	0.02788	0.09126-	0.00226	0.09439-	0.02263	0.00501+	0.03215
	10	0.17365	0.00038	0.17360=	0.00035	1.68e-7+	3.57e-7	0.17723=	0.02048	0.14478=	0.06586	0.17365=	0.00037	9.25E-7+	1.06E-6
MaF15	3	0.01014	0.00657	0.01826=	0.04316	0.00865=	0.00869	0.00556+	0.00675	0.01578=	0.02857	0.00099+	0.00392	0.08152-	0.06860
	10	0.67818	0.01570	0.07625+	0.08313	0.06135+	0.09681	9.23E-6+	4.48E-5	0.80057-	0.03130	2.68E-5+	1.09E-4	0.00254+	0.06363
Rank	3			7/6/2		11/2/2		9/4/2		8/4/3		12/2/1		7/3/5	
	10			10/3/2		11/2/2		7/7/1		8/4/3		8/5/2		7/6/2	

Fonte: O Autor, 2025

TABELA 28 – Análise dos valores da métrica IGD obtidos nas funções CEC2018 com população de 120 indivíduos

Função	Objetivos	MOKOARIME		HMOEA		HMOFA		HMOWATS		MOGWOCs		NSGAIIMOPSO		SHADEMODE_WO	
		Média	Desvio-Padrão	Média	Desvio-Padrão	Média	Desvio-Padrão	Média	Desvio-Padrão	Média	Desvio-Padrão	Média	Desvio-Padrão	Média	Desvio-Padrão
MaF1	3	0.05802	0.00470	0.10311+	0.00569	0.11819+	0.00740	0.08321+	0.00396	0.09062+	0.00628	0.11525+	0.00657	0.05932=	0.00314
	10	0.27553	0.00689	0.32719+	0.01403	0.42351+	0.01834	0.34242+	0.01663	0.32014+	0.01425	0.34853+	0.01496	0.29467=	0.00826
MaF2	3	0.04645	0.00392	0.08560+	0.00481	0.06518=	0.00298	0.06744+	0.00417	0.12556+	0.01430	0.07600=	0.00396	0.04473=	0.00195
	10	0.14237	0.02441	0.19189+	0.00247	0.34757+	0.02446	0.18385+	0.00301	0.19223+	0.00393	0.17937+	0.00247	0.18032+	0.00289
MaF3	3	0.73220	0.30443	0.60883-	0.18568	0.41064-	0.42286	1.23811+	0.22170	1.31625+	0.59860	1.31672+	0.14901	1.36735+	0.37848
	10	0.11874	0.24308	1.98734+	6.34429	0.21811+	0.51137	2.28266+	3.09083	0.22590+	0.05449	2.57961+	2.76037	0.26733+	0.45025
MaF4	3	0.31749	0.06137	0.47201+	0.09218	0.34298=	0.05337	0.91509+	0.07949	0.88709+	0.19927	0.84368+	0.07607	0.42963+	0.06310
	10	0.02239	0.01721	0.14440+	0.07066	0.15896+	0.08417	0.10097+	0.04754	0.71160+	0.41576	0.57361+	0.19079	0.09361=	0.06376
MaF5	3	0.91686	0.22954	0.74503-	0.47807	4.14941+	1.10099	0.42262-	0.02198	0.90631=	0.12878	1.26649+	0.08573	1.12097+	1.62305
	10	0.42146	0.02994	0.69106+	0.04167	0.85257+	0.04709	0.71473+	0.02987	0.60173+	0.01171	0.60863+	0.01141	0.51587+	0.01309
MaF6	3	0.05879	0.02631	0.04467=	0.00455	0.03619=	0.00423	0.07678=	0.00350	0.53378+	0.32484	0.06433=	0.01139	0.05709=	0.00321
	10	0.01134	0.01276	0.01841=	0.00136	0.02101=	0.00350	0.01091=	0.00159	0.01462=	0.00659	0.01125=	0.00124	0.01239=	0.00130
MaF7	3	0.08373	0.08890	0.73186+	0.13213	1.06759+	0.06200	0.11790+	0.00658	0.70320+	0.64120	0.11760+	0.00592	0.13595+	0.17756
	10	0.55048	0.01531	0.89036+	0.04705	0.94494+	0.06534	0.77187+	0.04492	0.64017+	0.08559	0.75570+	0.02460	0.64061+	0.01894
MaF8	3	0.08110	0.01229	0.79797+	0.19639	0.32020+	0.03347	0.09814=	0.00354	0.10249=	0.00600	0.09315=	0.00363	0.08312=	0.00364
	10	0.19833	0.00750	1.06609+	0.37937	0.27399+	0.01575	0.24273+	0.01123	0.23220+	0.00754	0.24048=	0.01031	0.24811+	0.01330
MaF9	3	0.10313	0.02347	4.76389+	6.40556	0.28422+	0.03287	0.22751+	0.02422	0.20101+	0.01786	4.76909+	4.25362	0.35936+	0.06504
	10	0.20477	0.04737	5.87202+	9.57447	9.79151+	5.01617	2.63379+	3.95549	1.11322+	1.19557	3.21292+	2.27947	3.14166+	4.84903
MaF10	3	1.33111	0.09734	1.85903+	0.05812	2.09669+	0.16992	1.67043+	0.05927	1.53848+	0.07193	2.04014+	0.03130	1.85926+	0.18250
	10	0.58413	0.07245	1.51961+	0.12137	1.84286+	0.23695	1.38682+	0.10646	1.43230+	0.14974	1.77247+	0.03639	0.52840-	0.07727
MaF11	3	0.21503	0.03520	0.40401+	0.04095	0.43560+	0.02870	0.35523+	0.02813	0.42259+	0.05759	0.44951+	0.02722	0.27930+	0.02618
	10	0.88340	0.14693	1.53658+	0.19688	1.22564+	0.10632	1.34321+	0.18171	1.03158+	0.11870	1.46263+	0.29646	0.98929+	0.10512
MaF12	3	0.45226	0.05901	0.43742=	0.02358	0.45799=	0.06460	0.45368=	0.01270	0.42977=	0.04289	0.42827-	0.00943	0.44317=	0.04042
	10	1.44154	0.06930	1.46308=	0.02956	1.45771=	0.06745	1.44537=	0.02020	1.44760=	0.04987	1.40317-	0.01779	1.41865+	0.02533
MaF13	3	0.34244	0.10445	0.48816+	0.13655	0.41509+	0.03740	0.46901+	0.12756	0.34256=	0.05229	0.43947+	0.06530	0.27834-	0.03821
	10	0.36676	0.07696	0.96522+	0.27498	0.61022+	0.06330	1.06919=	0.28378	0.41792+	0.15912	2.36152+	0.90219	0.23319-	0.02812
MaF14	3	0.61516	0.07408	0.71073=	0.11563	0.99590+	0.22765	0.59700-	0.02094	0.66918=	0.04537	0.59359-	0.04109	1.76916+	0.69795
	10	1.19122	0.59794	1.02630+	0.00015	381.703+	394.377	1.02633+	0.01628	1.02447-	0.00666	1.02633+	0.00175	82.0861+	81.4326
MaF15	3	0.45709	0.06342	0.45205=	0.08542	0.58545=	0.13269	0.47409=	0.09515	0.59495+	0.06136	0.66438+	0.04526	0.25910-	0.02176
	10	0.07773	0.00766	1.41278+	0.28950	0.30818+	0.07831	2.13074+	0.34678	0.03012-	0.00293	2.19218+	0.33023	0.77615+	0.20493
Rank	3			9/4/2		9/5/1		9/4/2		10/5/0		10/3/2		8/5/2	
	10			13/2/0		13/2/0		12/3/0		11/2/2		11/3/1		11/2/2	

Fonte: O Autor, 2025

TABELA 29 – Análise dos valores da métrica HV obtidos nas funções CEC2018 com população de 120 indivíduos

Função	Objetivos	MOKOARIME		HMOEA		HMOFA		HMOWATS		MOGWOCs		NSGAIIMOPSO		SHADEMODE_WO	
		Média	Desvio-Padrão	Média	Desvio-Padrão	Média	Desvio-Padrão	Média	Desvio-Padrão	Média	Desvio-Padrão	Média	Desvio-Padrão	Média	Desvio-Padrão
MaF1	3	0.19990	0.00446	0.14638+	0.00530	0.14411+	0.00625	0.16253+	0.18347	0.15153+	0.00770	0.13014+	0.00637	0.20639=	0.00185
	10	0.18739	0.00293	0.16349=	0.00286	0.07347+	0.00378	0.17144=	0.00191	0.17388=	0.00382	0.16113=	0.00291	0.17404=	0.00208
MaF2	3	0.22775	0.00420	0.18300+	0.00420	0.17687+	0.00409	0.19721+	0.00419	0.13798+	0.01599	0.18297+	0.00425	0.22628=	0.00169
	10	0.27910	0.00900	0.28301=	0.00594	0.26322=	0.00718	0.29765=	0.00764	0.26984=	0.01094	0.28168=	0.00912	0.30227-	0.00672
MaF3	3	0.31080	0.20845	0.39116-	0.18011	0.63476-	0.33627	0.01534+	0.06716	0.12692+	0.21891	0.00272+	0.01129	0.02680+	0.07369
	10	0.89758	0.18848	0.60614+	0.43374	0.86227=	0.29844	0.56558+	0.44066	0.77465+	0.05480	0.29723+	0.39545	0.79115+	0.27573
MaF4	3	0.64158	0.05712	0.64601=	0.05352	0.82367-	0.03209	0.22081+	0.04685	0.24510+	0.16222	0.25586+	0.03358	0.76029-	0.03728
	10	0.93806	0.02733	0.59163+	0.12637	0.56162+	0.12649	0.77999+	0.09048	0.17080+	0.17230	0.18237+	0.11580	0.90064=	0.09034
MaF5	3	0.44996	0.04396	0.48298-	0.05593	0.10541+	0.05748	0.50166-	0.00466	0.44444=	0.02937	0.29108+	0.02308	0.45462=	0.14915
	10	0.25844	0.02292	0.29291=	0.11645	0.22186+	0.05436	0.18208+	0.06872	0.63085-	0.04829	0.53670-	0.47285	0.76986-	0.03518
MaF6	3	0.15225	0.02883	0.15697=	0.00462	0.17020-	0.00396	0.16364=	0.00269	0.00415+	0.00804	0.13812+	0.01159	0.19959-	0.01069
	10	0.73154	0.00105	0.73059=	0.00042	0.72983=	0.00054	0.73186=	0.00047	0.72952=	0.00218	0.73168=	0.00045	0.73074=	0.00152
MaF7	3	0.25722	0.02260	0.19934+	0.00781	0.14427+	0.00915	0.25265=	0.00253	0.18388+	0.08078	0.22900=	0.00367	0.25191=	0.02029
	10	0.64715	0.00365	0.10535+	0.03633	0.06980+	0.02793	0.17608+	0.05765	0.62158=	0.01661	0.20154+	0.02561	0.32488+	0.04329
MaF8	3	0.26346	0.00609	0.01935+	0.04900	0.15337+	0.01502	0.25973=	0.00159	0.25735=	0.00236	0.26071=	0.00149	0.26575=	0.00156
	10	0.22691	0.00105	0.10351+	0.03586	0.20780=	0.00259	0.21886=	0.00210	0.22018=	0.00145	0.21859=	0.00209	0.21785=	0.00257
MaF9	3	0.78059	0.02164	0.05390+	0.09659	0.58187-	0.03674	0.68583+	0.02123	0.70898+	0.01462	0.02464+	0.06611	0.61834+	0.04893
	10	0.52317	0.02571	0.09625+	0.11516	0.00026+	0.00140	0.13519+	0.11926	0.20176+	0.13078	0.08732+	0.15186	0.13552+	0.13101
MaF10	3	0.56035	0.04044	0.17544+	0.02469	0.09932+	0.03877	0.27878+	0.01655	0.30695+	0.02023	0.10405+	0.01697	0.55433=	0.06299
	10	0.61187	0.16665	1.21E-6+	7.09E-7	4.65E-7+	4.13E-7	0.00092+	0.00395	0.01560+	0.01777	3.80E-7+	1.29E-7	0.63450=	0.11888
MaF11	3	0.90496	0.02319	0.84785+	0.00628	0.64057+	0.03123	0.86744+	0.00572	0.81202+	0.02190	0.74347+	0.01118	0.89665=	0.00570
	10	0.41300	0.16841	0.01185+	0.02650	0.06817+	0.04284	0.03132+	0.04422	0.13020+	0.08048	0.03511+	0.05999	0.16207+	0.10798
MaF12	3	0.38313	0.03475	0.37267=	0.01660	0.38865=	0.03701	0.36464=	0.00621	0.37965=	0.02624	0.37328=	0.00396	0.37037=	0.02420
	10	0.12782	0.01630	0.10862=	0.01777	0.15621-	0.02347	0.11856=	0.01268	0.11769=	0.02940	0.13949=	0.02102	0.13471=	0.02329
MaF13	3	0.26838	0.04852	0.01590-	0.07404	0.17389+	0.02510	0.09220+	0.05124	0.11369+	0.07923	0.06226=	0.02505	0.26642=	0.04744
	10	0.70709	0.03311	0.10946+	0.07435	0.03025+	0.01785	0.04536+	0.06132	0.22398+	0.08129	1.27E-4+	4.44E-4	0.69648=	0.03639
MaF14	3	0.09836	0.01772	0.09099=	0.05680	0.02816+	0.05005	0.09092=	0.01582	0.09132=	0.00149	0.09526=	0.00961	0.00639+	0.01884
	10	0.15054	0.03113	0.17354-	0.00035	8.00E-7+	7.67E-7	0.17267-	0.03400	0.17290-	0.00179	0.17361-	0.00043	7.99E-7+	9.50E-7
MaF15	3	0.08471	0.03356	0.07174=	0.05914	0.07527=	0.06266	0.03398+	0.02958	0.06941=	0.01618	0.02662+	0.01333	0.23450-	0.02932
	10	0.70037	0.01266	0.01062+	0.01892	0.46893+	0.06886	0.00045+	0.00141	0.85261-	0.03228	3.22E-5+	1.33E-4	0.13251+	0.07893
Rank	3			7/5/3		9/2/4		9/5/1		10/5/0		10/5/0		3/9/3	
	10			9/5/1		8/6/1		8/6/1		5/7/3		6/7/2		7/6/2	

Fonte: O Autor, 2025

TABELA 30 – Análise dos valores da métrica IGD obtidos nas funções CEC2018 com população de 300 indivíduos

Função	Objetivos	MOKOARIME			HMOEA			HMOFA			HMOwATS			MOGWOCs			NSGAII/MOPSO			SHADE/MODE_WO		
		Média	Desvio-Padrão		Média	Desvio-Padrão		Média	Desvio-Padrão		Média	Desvio-Padrão		Média	Desvio-Padrão		Média	Desvio-Padrão		Média	Desvio-Padrão	
MaF1	3	0.03745	0.00358	0.07803+	0.00273	0.08474+	0.00365	0.05217+	0.00185	0.04939=	0.00395	0.07259+	0.00252	0.04151=	0.00203		0.04151=	0.00203		0.04151=	0.00203	
	10	0.23282	0.00323	0.29640+	0.00878	0.38142+	0.02695	0.29952+	0.00808	0.28857+	0.01151	0.30055+	0.00680	0.26432+	0.00705		0.26432+	0.00705		0.26432+	0.00705	
MaF2	3	0.04041	0.00284	0.07719+	0.00437	0.04230=	0.00193	0.05021=	0.00218	0.04882=	0.00718	0.04861=	0.00181	0.03112=	0.00173		0.03112=	0.00173		0.03112=	0.00173	
	10	0.12637	0.02323	0.17849+	0.00151	0.31388+	0.02165	0.16313+	0.00173	0.17146+	0.00251	0.15829+	0.00142	0.15929+	0.00178		0.15929+	0.00178		0.15929+	0.00178	
MaF3	3	0.41057	0.18093	0.51594+	0.12162	0.21443-	0.33056	1.10529+	0.19943	1.32158+	0.29317	1.21777+	0.10924	0.37156-	0.18423		0.37156-	0.18423		0.37156-	0.18423	
	10	0.03294	0.05128	0.71471+	1.42343	0.03712=	0.08649	0.36588+	0.63644	0.19092+	0.05316	1.06345+	1.07261	0.06074=	0.04698		0.06074=	0.04698		0.06074=	0.04698	
MaF4	3	0.27775	0.08168	0.37910+	0.06304	0.17121-	0.04476	0.79073+	0.05569	0.87125+	0.14921	0.82252+	0.04750	0.24542-	0.04223		0.24542-	0.04223		0.24542-	0.04223	
	10	0.00917	0.00021	0.06581+	0.03962	0.11891+	0.08192	0.09443+	0.05901	0.66227+	0.45773	0.43202+	0.20974	0.01960=	0.01569		0.01960=	0.01569		0.01960=	0.01569	
MaF5	3	0.25015	0.27463	0.82529+	0.31790	3.10832+	1.17648	0.24865-	0.01447	0.94736+	0.09919	0.84818+	0.89505	0.30415+	0.29374		0.30415+	0.29374		0.30415+	0.29374	
	10	0.38956	0.04738	0.66578+	0.03323	0.75423+	0.3882	0.63260+	0.03512	0.55863+	0.00651	0.54260+	0.00954	0.48919+	0.01978		0.48919+	0.01978		0.48919+	0.01978	
MaF6	3	0.03765	0.00245	0.04467=	0.01766	0.04228=	0.03619	0.07678+	0.00219	0.36814+	0.08285	0.06024+	0.09500	0.04755=	0.00186		0.04755=	0.00186		0.04755=	0.00186	
	10	0.00373	0.00027	0.01277+	0.00192	0.01803+	0.00334	0.01119+	0.00251	0.01510+	0.00594	0.01392+	0.00161	0.01105+	0.00095		0.01105+	0.00095		0.01105+	0.00095	
MaF7	3	0.06294	0.02122	0.34098+	0.12719	0.94552+	0.04874	0.07052=	0.04613	0.53007+	0.65657	0.07896=	0.03697	0.07276=	0.03611		0.07276=	0.03611		0.07276=	0.03611	
	10	0.59526	0.01123	0.83462+	0.03793	0.89186+	0.04063	0.72818+	0.03802	0.59000=	0.01751	0.68184+	0.02533	0.58181=	0.01173		0.58181=	0.01173		0.58181=	0.01173	
MaF8	3	0.05223	0.00164	0.55387+	0.13054	0.62672=	0.22653	0.05860=	0.01687	0.06661=	0.11650	0.06207=	0.02141	0.06367=	0.00259		0.06367=	0.00259		0.06367=	0.00259	
	10	0.14900	0.00670	0.52320+	0.26325	0.18807+	0.00789	0.16869=	0.00618	0.16204=	0.00563	0.16415=	0.00395	0.16986+	0.00691		0.16986+	0.00691		0.16986+	0.00691	
MaF9	3	0.05400	0.01360	1.76585+	2.19981	0.84710+	0.14444	0.49822+	0.10773	0.47162+	0.20022	4.31445+	3.82168	0.32902+	0.06396		0.32902+	0.06396		0.32902+	0.06396	
	10	0.10481	0.01308	4.32040+	5.64958	3.27442+	3.05479	0.95660+	0.39352	0.82106+	0.15641	1.94015+	1.41372	1.27127+	0.92228		1.27127+	0.92228		1.27127+	0.92228	
MaF10	3	1.26444	0.09893	1.80819+	0.05389	1.93528+	0.03186	1.52088+	0.06556	1.57806+	0.04922	2.01917+	0.02929	2.14472+	0.23183		2.14472+	0.23183		2.14472+	0.23183	
	10	0.48406	0.04191	1.31448+	0.11380	1.45014+	0.29497	1.23401+	0.09501	1.04195+	0.12663	1.73019+	0.02885	0.44885-	0.04600		0.44885-	0.04600		0.44885-	0.04600	
MaF11	3	0.17758	0.04974	0.20042+	0.01226	0.27580+	0.01651	0.17895=	0.00952	0.14013-	0.02537	0.36088+	0.01107	0.16280-	0.01085		0.16280-	0.01085		0.16280-	0.01085	
	10	0.73223	0.11225	1.49932+	0.09833	1.10300+	0.19835	1.25373+	0.11401	0.90449+	0.08083	1.31807+	0.23390	0.85755+	0.07216		0.85755+	0.07216		0.85755+	0.07216	
MaF12	3	0.46809	0.06406	0.22175-	0.00704	0.39332-	0.03607	0.37766-	0.04617	0.35444-	0.03491	0.35943-	0.00483	0.27981-	0.01691		0.27981-	0.01691		0.27981-	0.01691	
	10	1.31833	0.10786	1.38189+	0.03132	1.32785=	0.08476	1.35375=	0.01951	1.37013+	0.03126	1.29885=	0.01267	1.32617=	0.03418		1.32617=	0.03418		1.32617=	0.03418	
MaF13	3	0.17272	0.02298	0.20725+	0.02209	0.30930+	0.04216	0.21526+	0.05327	0.23867+	0.07590	0.36126+	0.04102	0.22689+	0.03035		0.22689+	0.03035		0.22689+	0.03035	
	10	0.20563	0.45419	0.39317+	0.07185	0.49215+	0.08434	0.69330+	0.11768	0.31247+	0.06197	0.16952-	0.03507	0.23945+	0.03507		0.23945+	0.03507		0.23945+	0.03507	
MaF14	3	0.54169	0.07969	0.53799=	0.07215	0.83074+	0.24684	0.56014=	0.00771	0.66178+	0.03764	0.56175=	0.03546	0.79688+	0.15097		0.79688+	0.15097		0.79688+	0.15097	
	10	1.01024	0.00251	1.02631=	5.43E-5	346.508+	233.691	1.02523=	0.00124	1.01899=	0.00651	1.02556=	0.00223	60.5149+	49.1658		60.5149+	49.1658		60.5149+	49.1658	
MaF15	3	0.28356	0.02480	0.32632+	0.02714	0.44263+	0.07568	0.28892=	0.02290	0.30889=	0.04618	0.54025+	0.03013	0.18932-	0.01594		0.18932-	0.01594		0.18932-	0.01594	
	10	0.05158	0.00397	1.05380+	0.31287	0.23388+	0.03675	1.76650+	0.33977	0.03013-	0.00294	1.82963-	0.21788	0.68916+	0.12098		0.68916+	0.12098		0.68916+	0.12098	
Rank	3			12/2/1		9/3/3		7/6/2		9/4/2		10/4/1		5/5/5								
	10			14/1/0		13/2/0		10/5/0		9/5/1		10/3/2		9/5/1								

Fonte: O Autor, 2025

TABELA 31 – Análise dos valores da métrica HV obtidos nas funções CEC2018 com população de 300 indivíduos

Função	Objetivos	MOKOARIME			HMOEA			HMOFA			HMOWATS			MOGWOCs			NSGAIIMOPSO			SHADEMODE_WO		
		Média	Desvio-Padrão		Média	Desvio-Padrão		Média	Desvio-Padrão		Média	Desvio-Padrão		Média	Desvio-Padrão		Média	Desvio-Padrão		Média	Desvio-Padrão	
MaF1	3	0.22916	0.00502	0.16962+	0.00270	0.17066+	0.00320	0.20079=	0.00153	0.20900=	0.00350	0.17636+	0.00239	0.22125=	0.00120		0.17636+	0.00239	0.22125=	0.00120		
	10	0.20625	0.00134	0.17235+	0.00234	0.08413+	0.00524	0.18712=	0.00136	0.18750=	0.00420	0.18111=	0.00209	0.18659+	0.00197		0.18111=	0.00209	0.18659+	0.00197		
MaF2	3	0.22229	0.00310	0.19080+	0.00333	0.20188=	0.00298	0.21681=	0.00158	0.21218=	0.00775	0.21142=	0.00142	0.23188=	0.00126		0.21142=	0.00142	0.23188=	0.00126		
	10	0.28846	0.01068	0.29464=	0.00526	0.28738=	0.00361	0.31767-	0.00574	0.29993=	0.00905	0.31040-	0.00522	0.31617-	0.00459		0.31040-	0.00522	0.31617-	0.00459		
MaF3	3	0.58942	0.18024	0.48408+	0.12163	0.78555-	0.33056	0.04312+	0.09259	0.02577+	0.08149	3.00E-6=	5.82E-7	0.62752-	0.18338		3.00E-6=	5.82E-7	0.62752-	0.18338		
	10	0.97161	0.04805	0.75106+	0.39986	0.96826=	0.08987	0.75014+	0.28829	0.80918+	0.05297	0.44954+	0.39994	0.94641+	0.04644		0.44954+	0.39994	0.94641+	0.04644		
MaF4	3	0.75476	0.06052	0.70847=	0.03400	0.92741-	0.02475	0.33337+	0.02072	0.23910+	0.06934	0.28449+	0.02166	0.89062-	0.02408		0.28449+	0.02166	0.89062-	0.02408		
	10	0.96673	0.00373	0.76846+	0.08514	0.63672+	0.13831	0.85505+	0.08657	0.22233+	0.23003	0.29271+	0.14633	0.95184=	0.01319		0.29271+	0.14633	0.95184=	0.01319		
MaF5	3	0.55553	0.03227	0.47720+	0.03329	0.16236+	0.11431	0.54067=	0.00194	0.42178+	0.02129	0.41936+	0.01385	0.54567=	0.04228		0.41936+	0.01385	0.54567=	0.04228		
	10	0.79772	0.03114	0.31418+	0.12226	0.31637+	0.06455	0.35852+	0.08125	0.76592=	0.02698	0.71508+	0.02698	0.74343+	0.07905		0.71508+	0.02698	0.74343+	0.07905		
MaF6	3	0.19984	0.00329	0.15697+	0.00678	0.18164=	0.05990	0.16364=	0.00936	0.00419+	0.04765	0.14283+	0.08603	0.02011=	0.00552		0.14283+	0.08603	0.02011=	0.00552		
	10	0.73284	0.00047	0.73170=	0.00543	0.73029=	0.00612	0.73187=	0.00500	0.72927=	0.00199	0.73135=	0.00628	0.73075=	0.00229		0.73135=	0.00628	0.73075=	0.00229		
MaF7	3	0.26657	0.00538	0.22267+	0.00825	0.16469+	0.00730	0.09507+	0.02931	0.16469+	0.00730	0.09507+	0.02931	0.26005=	0.01626		0.26005=	0.01626	0.26005=	0.01626		
	10	0.65415	0.00272	0.14601+	0.05594	0.09507+	0.02931	0.13250+	0.04481	0.63194=	0.00655	0.28214+	0.03769	0.41508+	0.02135		0.28214+	0.03769	0.41508+	0.02135		
MaF8	3	0.27966	0.00710	0.08275+	0.04559	0.08182+	0.03780	0.27803=	0.00670	0.27437=	0.00526	0.27707=	0.07958	0.27626-	0.00888		0.27437=	0.00526	0.27626-	0.00888		
	10	0.23629	0.00103	0.16877+	0.04468	0.22384=	0.00150	0.23204=	0.00099	0.23275=	0.00912	0.23242=	0.00921	0.23185=	0.00135		0.23275=	0.00912	0.23185=	0.00135		
MaF9	3	0.82745	0.01340	0.12159+	0.12519	0.17404+	0.11618	0.39484+	0.02412	0.43252+	0.01083	0.02727+	0.07663	0.62712+	0.05082		0.43252+	0.01083	0.62712+	0.05082		
	10	0.58858	0.01018	0.08342+	0.08684	0.15736+	0.18303	0.16158+	0.08954	0.18897+	0.07669	0.11897+	0.12172	0.13454+	0.10895		0.18897+	0.07669	0.13454+	0.10895		
MaF10	3	0.57847	0.03653	0.20278+	0.02593	0.14924+	0.01432	0.33474+	0.02009	0.27723+	0.18835	0.11668+	0.01821	0.42881+	0.05839		0.11668+	0.01821	0.42881+	0.05839		
	10	0.83426	0.05924	0.00021+	0.00067	7.06E-7+	6.10E-7	0.00201+	0.00282	0.02651+	0.01877	6.28E-7+	2.81E-7	0.75363+	0.06402		6.28E-7+	2.81E-7	0.75363+	0.06402		
MaF11	3	0.88853	0.01741	0.89333=	0.00232	0.75075+	0.02720	0.90307=	0.00194	0.91732-	0.01609	0.78159+	0.00491	0.90889=	0.00466		0.78159+	0.00491	0.90889=	0.00466		
	10	0.62378	0.18601	0.00158+	0.00181	0.12959+	0.06408	0.01816+	0.02350	0.26359+	0.10123	0.04403+	0.07059	0.27580+	0.06547		0.04403+	0.07059	0.27580+	0.06547		
MaF12	3	0.42828	0.04380	0.50520-	0.00378	0.41175=	0.02076	0.40129+	0.03200	0.41353=	0.02793	0.40545=	0.00198	0.48802-	0.09090		0.40545=	0.00198	0.48802-	0.09090		
	10	0.21298	0.01982	0.15862+	0.02414	0.22422=	0.03160	0.16692+	0.01249	0.15800+	0.02003	0.18966=	0.01143	0.20438=	0.01825		0.18966=	0.01143	0.20438=	0.01825		
MaF13	3	0.45309	0.06812	0.27552+	0.03934	0.32343+	0.01697	0.28501+	0.06109	0.25928+	0.10709	0.25928+	0.01903	0.34529+	0.03330		0.25928+	0.01903	0.34529+	0.03330		
	10	0.73793	0.63961	0.21889+	0.03024	0.05568+	0.03235	0.03530+	0.00233	0.26682+	0.04589	0.75956-	0.04237	0.68924-	0.04237		0.75956-	0.04237	0.68924-	0.04237		
MaF14	3	0.12947	0.04055	0.16531-	0.03837	0.08639+	0.07066	0.15892-	0.00333	0.09236+	0.00649	0.10211=	0.02126	0.07472+	0.05158		0.09236+	0.00649	0.07472+	0.05158		
	10	0.17467	0.00170	0.17355=	0.00037	1.40E-6+	1.07E-6	0.17344=	0.00387	0.17651=	0.00643	0.17401=	0.00122	3.99E-7+	6.97E-7		0.17401=	0.00122	3.99E-7+	6.97E-7		
MaF15	3	0.19985	0.03760	0.11750+	0.04437	0.15112+	0.06380	0.15219+	0.02954	0.24021-	0.05065	0.07806+	0.01019	0.32569-	0.02107		0.07806+	0.01019	0.32569-	0.02107		
	10	0.75294	0.00926	0.05813+	0.05532	0.54773+	0.03949	0.00108+	0.00182	0.85261-	0.03229	0.00059+	0.00145	0.17297+	0.07658		0.00059+	0.00145	0.17297+	0.07658		
Rank	3			11/2/2		10/3/2		7/7/1		9/4/2		9/6/0		4/6/5			9/6/0		4/6/5			
	10			10/5/0		9/6/0		10/4/1		6/8/1		8/5/2		9/4/2			8/5/2		9/4/2			

Fonte: O Autor, 2025

A Tabela 32 apresenta os resultados gerais do teste de Wilcoxon aplicado às funções da CEC2018, comparando o desempenho do MOKOARIME com seis algoritmos híbridos de referência. O MOKOARIME obteve 647 vitórias, 323 empates e apenas 110 derrotas, demonstrando superioridade em 65,7% das comparações diretas. Esses resultados indicam que o MOKOARIME apresentou desempenho estatisticamente melhor na maior parte das funções, mantendo alta estabilidade entre diferentes cenários de otimização.

TABELA 32 – Resultados gerais do MOKOARIME

Algoritmo de Comparação	Vitória	Empate	Derrota
MOKOARIME × HMOEA	119	48	13
MOKOARIME × HMOFA	124	41	15
MOKOARIME × HMOWOATS	107	57	16
MOKOARIME × MOGWOCs	101	58	21
MOKOARIME × NSGAIIMOPSO	112	54	14
MOKOARIME × SHAMODE_WO	84	65	31
TOTAL	647	323	110

Fonte: O Autor, 2025

A Tabela 33 apresenta o número de vitórias e derrotas, assim como a diferença entre vitórias e derrotas de cada metaheurística utilizada.

TABELA 33 – Vitórias e derrotas gerais dos sete algoritmos com base nas métricas IGD e HV

Métricas		MOKOARIME	HMOEA	HMOFA	HMOWATS	MOGWOC S	NSGAIIMOP SO	SHADEMO DE_WO
IGD	Vitórias	466	204	145	256	275	208	336
	Derrotas	74	336	395	284	265	332	204
	Diferença	392	-132	-250	-28	10	-124	132
	Posição	1	6	7	4	3	5	2
HV	Vitórias	443	207	178	256	283	171	352
	Derrotas	97	333	362	284	257	369	188
	Diferença	346	-126	-184	-28	26	-198	164
	Posição	1	5	6	4	3	7	2

Fonte: O Autor, 2025

A análise comparativa das métricas IGD e HV confirma o desempenho consistente do MOKOARIME. Com 466 vitórias e apenas 74 derrotas em IGD (diferença de +392) e 443 vitórias e 97 derrotas em HV (diferença de +346), o algoritmo apresentou excelente equilíbrio entre convergência e diversidade. Em ambas as métricas, o MOKOARIME obteve resultados superiores aos do segundo colocado (SHAMODE_WO), mantendo vantagem relevante nas contagens de vitórias. Esses resultados demonstram que o MOKOARIME atingiu soluções mais

estáveis e precisas, consolidando-se como o algoritmo de melhor desempenho entre todos os métodos híbridos avaliados (HMOEA, HMOFA, HMOWOATS, MOGWOCs, NSGAIIMOPSO e SHAMODE_WO).

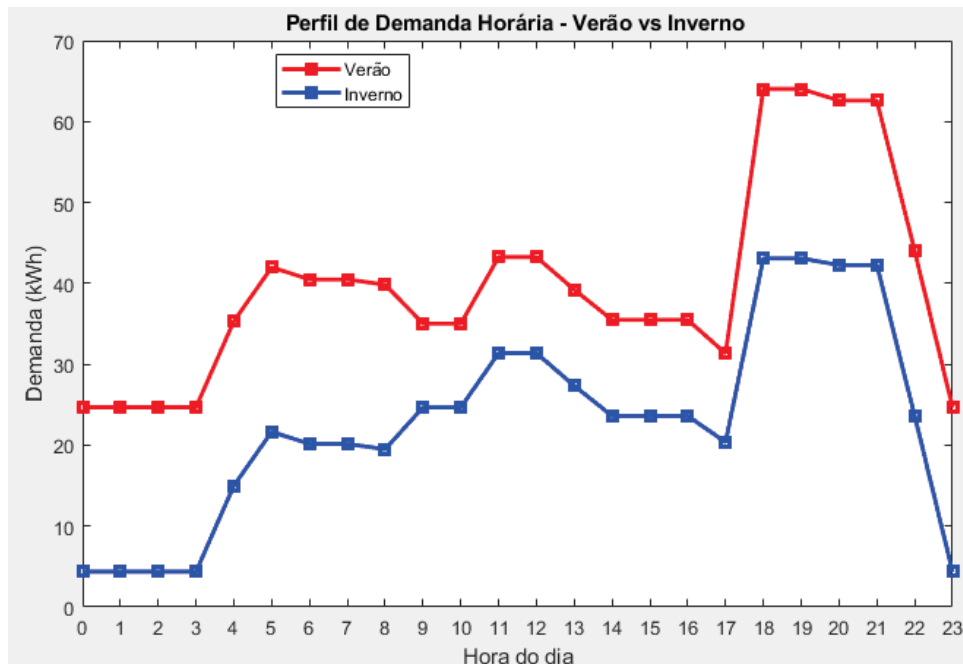
6.3 ANÁLISE ECONÔMICA DA MICRORREDE OFF-GRID COM DIVERSAS FONTES DE ENERGIA RENOVÁVEIS

Para a análise econômica da microrrede sob estudo, este trabalho utiliza-se de uma curva de carga horária representativa de uma comunidade de pequeno porte, com perfil autônomo de consumo. Essa curva foi adotada com base em dados previamente utilizados em estudos anteriores (Kumar; Saini, 2020; Kumar *et al.*, 2021).

Para refletir variações sazonais relevantes no perfil de carga, o ano foi segmentado em duas estações predominantes: inverno (março a outubro) e verão (novembro a fevereiro). Durante o verão, observa-se uma elevação na demanda energética, especialmente em virtude do uso de equipamentos de ventilação e refrigeração. No inverno, por sua vez, verifica-se uma redução no consumo médio diário.

A Figura 23 apresenta os perfis de demanda horária correspondentes a cada estação, evidenciando as variações de consumo ao longo do ano. Essas informações servem como base para a simulação do desempenho elétrico e econômico do sistema híbrido proposto, contribuindo para uma análise mais realista e robusta do cenário avaliado.

FIGURA 23 – Perfil de demanda elétrica horária em um dia



Fonte: Kumar, P. P.; Saini, R. P, 2020.

A Tabela 34 apresenta os valores médios horários de demanda elétrica para um dia típico de verão e de inverno, detalhados por setor: residencial, comunitário, agrícola e comercial. Observa-se um pico de consumo no período noturno, especialmente entre 18h e 20h no verão, quando a carga total atinge 64,03 kWh, impulsionado principalmente pelo uso simultâneo de iluminação, eletrodomésticos e ventilação. Durante a madrugada e nas primeiras horas do dia, os valores são significativamente menores, refletindo os hábitos de uso típicos da comunidade. No inverno, observa-se uma redução significativa na carga total diária, com destaque para o setor residencial, em função das temperaturas mais amenas, que diminuem a necessidade de ventilação e refrigeração. Essa variação sazonal reforça a importância de estratégias de planejamento energético adaptativas, que considerem essas flutuações no dimensionamento e na operação do sistema.

TABELA 34 – Perfil horário da demanda elétrica por setor no dia típico de verão e inverno

Tempo (h)	Carga Doméstica (V/I)	Carga Comunitária (V/I)	Carga Agrícola	Carga Comercial (V/I)	Demanda Total (kWh) (V/I)
00:00 – 01:00	19.95/0	1.76/1.38	0	2.98	24.69/4.36
01:00 – 02:00	19.95/0	1.76/1.38	0	2.98	24.69/4.36
02:00 – 03:00	19.95/0	1.76/1.38	0	2.98	24.69/4.36
03:00 – 04:00	19.95/0	1.76/1.38	0	2.98	24.69/4.36
04:00 – 05:00	30.59/10.64	1.76/1.38	0	2.98	35.33/15
05:00 – 06:00	37.24/17.29	1.76/1.38	0	2.98	41.98/21.65
06:00 – 07:00	27.93/7.98	0.58/0.2	9	2.98	40.49/20.16
07:00 – 08:00	27.93/7.98	0.58/0.2	9	2.98	40.49/20.16
08:00 – 09:00	27.27/7.32	0.58/0.2	9	2.98	39.83/19.5
09:00 – 10:00	16.63/6.65	3.44/3.44	5.53	9.43/9.05	35.03/24.67
10:00 – 11:00	16.63/6.65	3.44/3.44	5.53	9.43/9.05	35.03/24.67
11:00 – 12:00	23.28/13.3	5.01/3.50	5.53	9.43/9.05	43.25/31.38
12:00 – 13:00	23.28/13.3	5.01/3.50	5.53	9.43/9.05	43.25/31.38
13:00 – 14:00	23.28/13.3	4.95/3.44	1.55	9.43/9.05	39.21/27.34
14:00 – 15:00	23.28/13.3	4.95/3.44	0	7.25/6.87	35.48/23.61
15:00 – 16:00	23.28/13.3	4.95/3.44	0	7.25/6.87	35.48/23.61
16:00 – 17:00	23.28/13.3	4.95/3.44	0	7.25/6.87	35.48/23.61
17:00 – 18:00	23.28/13.3	2.05/1.44	0	6.01/5.63	31.34/20.37
18:00 – 19:00	58.52/38.57	2.05/1.44	0	3.46/3.08	64.03/43.09
19:00 – 20:00	58.52/38.57	2.05/1.44	0	3.46/3.08	64.03/43.09
20:00 – 21:00	57.86/37.91	1.76/1.38	0	2.98	62.6/42.27
21:00 – 22:00	57.86/37.91	1.76/1.38	0	2.98	62.6/42.27
22:00 – 23:00	39.24/19.29	1.76/1.38	0	2.98	43.98/23.65
23:00 – 00:00	19.95/0	1.76/1.38	0	2.98	24.69/4.36
Soma total da demanda em 24h: 952.36/543.28					

Fonte: Kumar, P. P.; Saini, R. P, 2020.

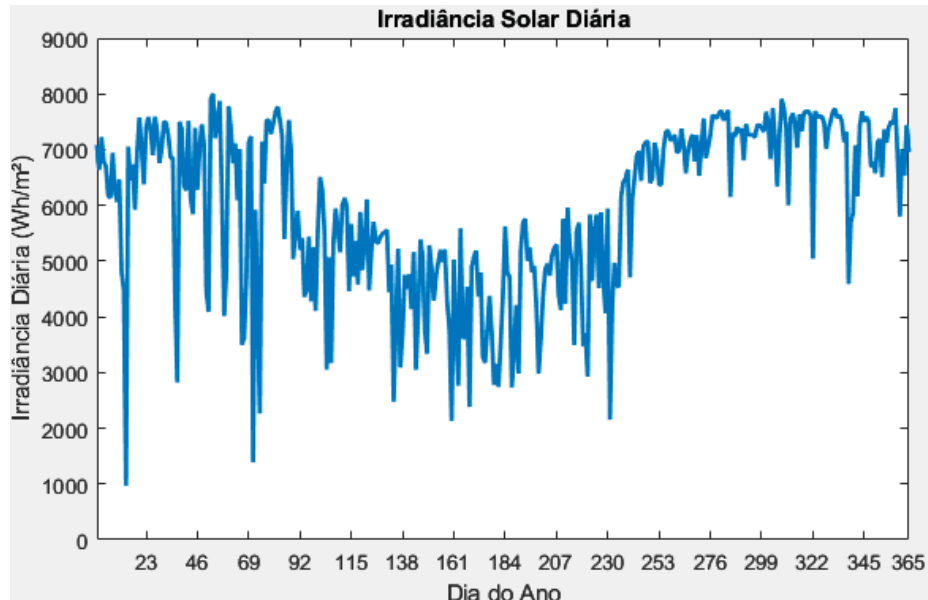
A compreensão do clima local é fundamental para a avaliação do potencial de geração de energia a partir de fontes renováveis. Neste estudo, foram utilizados dados anuais de irradiância solar e velocidade do vento referentes a uma localidade do estado do Rio Grande do Norte, região conhecida por apresentar elevado potencial solar e pelas boas condições para a geração eólica.

Os registros de irradiância (Figura 24) indicam uma boa disponibilidade de recurso solar ao longo do ano, com variações típicas entre os meses, influenciadas pela cobertura de nuvens e pelo posicionamento solar. Quanto à velocidade do vento (Figura 25), os dados demonstram valores médios consistentes durante grande parte do ano, com destaque para determinados períodos em que os ventos atingem intensidade suficiente para garantir o funcionamento eficiente das turbinas eólicas. Esse comportamento favorável contribui para o equilíbrio do sistema híbrido, sobretudo em horários ou estações com menor disponibilidade solar. Além disso, a análise da temperatura média diária (Figura 26) evidencia valores elevados ao longo de grande parte do ano.

Essas informações são fundamentais para embasar decisões sobre o

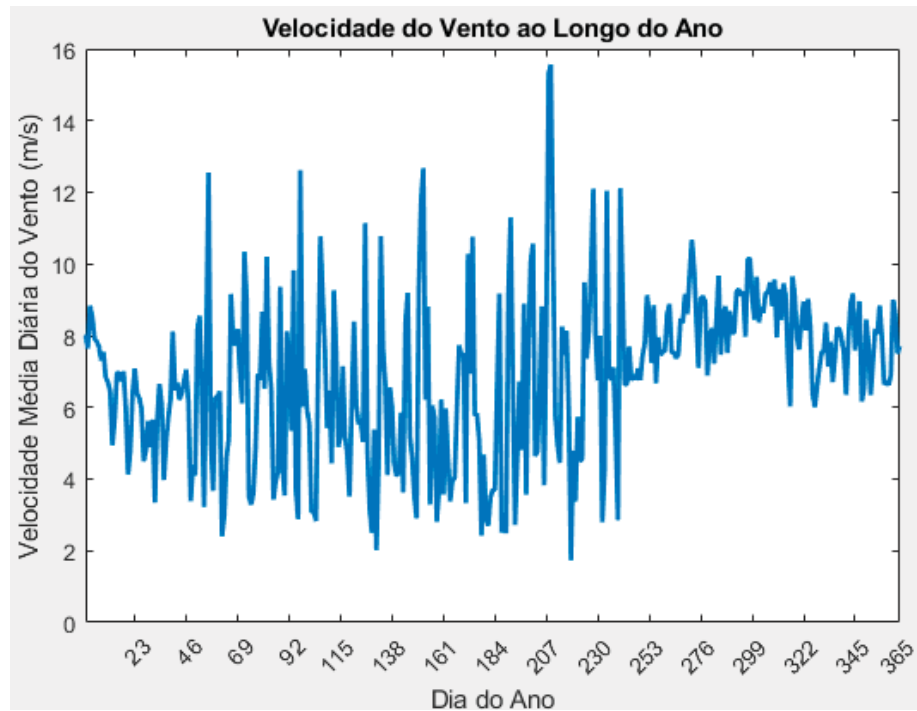
dimensionamento e a combinação das tecnologias de geração, de forma a maximizar o aproveitamento dos recursos naturais e garantir o atendimento da demanda energética da comunidade estudada.

FIGURA 24 – Irradiância solar anual



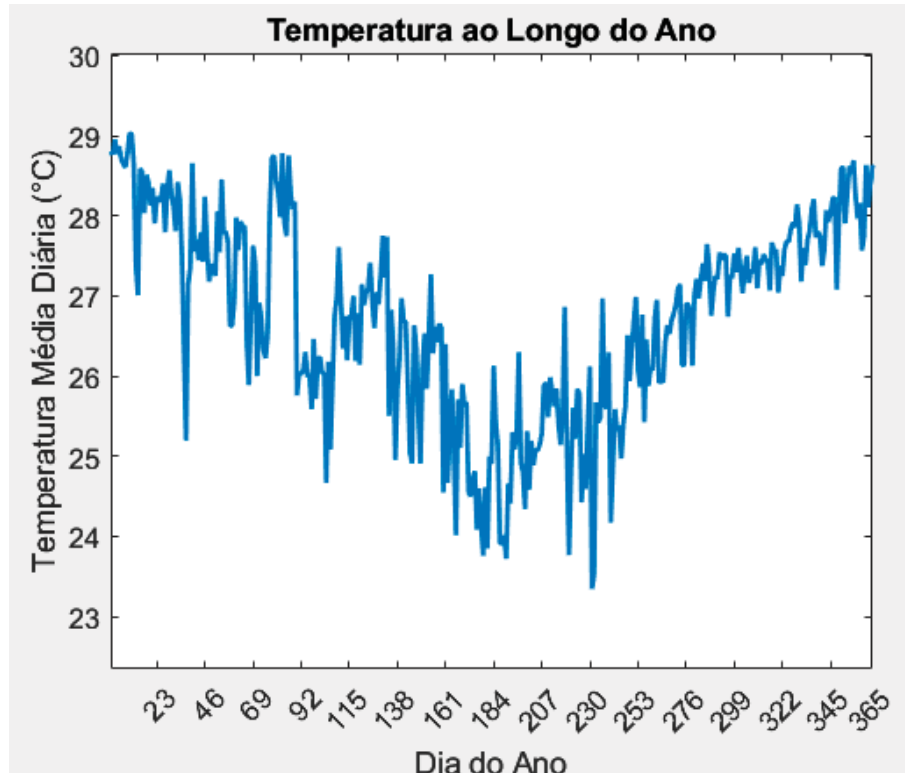
Fonte: Inmet, 2025.

FIGURA 25 – Velocidade do vento anual



Fonte: Inmet, 2025.

FIGURA 26 – Temperatura anual



Fonte: Inmet, 2025.

A potência gerada pelos módulos fotovoltaicos é calculada considerando as variações horárias de irradiância solar e temperatura ambiente ao longo do ano. O desempenho do painel é influenciado tanto pela quantidade de radiação incidente quanto pela temperatura das células, que reduz a eficiência do módulo quando supera os valores de referência. Assim, a potência instantânea é estimada por:

$$P_{pv}(t) = P_m \left(\frac{G(t)}{G_{ref}} \right) [1 + K_t * (T_c(t) - T_{ref})] \quad (38)$$

onde:

- P_m = É a potência nominal de cada painel;
- $G(t)$ = É a irradiância solar horária (kW/m²);
- G_{ref} = 1kW/m² é a irradiância de referência;
- K_t = $-3.7 * 10^{-3}$ coeficiente de temperatura de potência;
- $T_c(t) = T_a(t) + 0.0256 * G(t)$ temperatura estimada da célula;
- $T_a(t)$ = temperatura ambiente horária (°C);
- T_{ref} = temperatura padrão de referência.

A energia gerada pelos painéis fotovoltaicos é:

$$E_{pv}(t) = N_{pv} P_{pv}(t) \Delta t \quad (39)$$

onde:

$E_{pv}(t)$ = É a energia produzida no instante t ;

N_{pv} = É o número de painéis instalados;

Δt = É o intervalo de tempo (1 hora).

A geração eólica do sistema é calculada a partir da velocidade do vento registrada hora a hora ao longo do ano. Como os dados disponíveis foram medidos a 10 m de altura, enquanto a turbina opera a 20 m, a velocidade é corrigida por meio da lei de potência, garantindo coerência entre os dados medidos e a altura real de operação da turbina.

A potência gerada pela turbina eólica depende diretamente da velocidade do vento. A turbina só começa a gerar quando o vento atinge a velocidade mínima de operação (cut-in) e continua aumentando sua produção até alcançar a velocidade nominal, ponto em que atinge sua potência máxima. Para ventos acima do limite de segurança (cut-out), a turbina é desligada para evitar danos. Assim, a potência gerada em cada hora é calculada por:

$$P_{wt}(t) = \begin{cases} 0, & V_{hub} < V_{cut-in} \text{ ou } V_{hub} > V_{cut-out} \\ V_{hub}^3(t) \left(\frac{P_r}{V_r^3 - V_{cut-in}^3} \right) - P_r \left(\frac{V_{cut-in}^3}{V_r^3 - V_{cut-in}^3} \right), & V_{cut-in} \leq V_{hub} < V_r \\ P_r, & V_r \leq V_{hub} \leq V_{cut-out} \end{cases} \quad (40)$$

onde:

P_r = Potência nominal da turbina;

V_{cut-in} = Velocidade de corte inferior, abaixo da qual não há geração;

V_r = Velocidade nominal, a partir da qual a turbina opera em sua potência máxima constante;

$V_{cut-out}$ = Velocidade de corte superior, acima da qual a turbina também não gera por segurança;

V_{hub} = É a velocidade do vento ajustada na altura do cubo da turbina eólica.

A energia gerada pela turbina eólica:

$$E_{wt}(t) = N_{wt} P_{wt}(t) \Delta t \quad (41)$$

onde:

$E_{wt}(t)$ = É a energia produzida no instante t ;
 N_{wt} = É o número de turbinas instaladas;
 Δt = É o intervalo de tempo (1 hora).

O banco de baterias atua como elemento central para garantir o suprimento de energia nos momentos em que as fontes renováveis não atendem à demanda, seja por baixa geração ou por picos de consumo. Quando há excedente de produção, a energia é armazenada; quando há déficit, a bateria supre a carga. O estado de energia armazenada no instante t depende do nível no instante anterior, das perdas por autodescarga e do balanço entre geração e demanda.

Durante o processo de carga, a atualização da energia armazenada é dada por:

$$E_{bat}(t) = (1 - \sigma) E_{bat}(t - 1) + \left(E_g(t) - \frac{E_l(t)}{\eta_{conv}} \right) \eta_{cc} \eta_{r_{bat}} \quad (42)$$

onde:

$E_{bat}(t)$ = Energia armazenada nas baterias no instante t ;
 σ = Taxa de autodescarga horária das baterias;
 $E_g(t)$ = Energia elétrica gerada pelas fontes renováveis no instante t ;
 $E_l(t)$ = Demanda elétrica do sistema;
 η_{conv} = Eficiência do conversor;
 η_{cc} = Eficiência do controlador de carga;
 $\eta_{r_{bat}}$ = Eficiência de carga/descarga da bateria;

A energia total disponível em cada hora é composta pela soma das contribuições de corrente contínua (fotovoltaico e eólica) e corrente alternada (biomassa), ajustadas pela eficiência do conversor:

$$E_g(t) = [E_{dc}(t) + E_{ac}(t)] \eta_{conv} \quad (43)$$

$$E_{dc}(t) = E_{pv}(t) + E_{wt}(t) \quad (44)$$

$$E_{ac}(t) = E_{bmg}(t) \quad (45)$$

Quando a geração renovável é insuficiente, ocorre o processo de descarga, em que a bateria complementa a energia necessária para atender à carga:

$$E_{bat}(t) = (1 - \sigma) E_{bat}(t - 1) + \left(\frac{E_l(t)}{\eta_{conv}} - E_g(t) \right) / \eta_{r_{bat}} \quad (46)$$

Embora o número de baterias N_{bat} não apareça explicitamente nas Equações 42–46, que tratam apenas da dinâmica de carga e descarga, N_{bat} determina os limites operacionais do banco ao definir sua capacidade máxima e mínima de armazenamento.

A capacidade máxima e mínima de armazenamento do banco de baterias é calculada por:

$$E_{bat,max} = N_{bat} \frac{v_b s_b SOC_{max}}{1000} \quad (47)$$

$$E_{bat,min} = N_{bat} \frac{v_b s_b SOC_{min}}{1000} \quad (48)$$

onde:

v_b = Tensão nominal da bateria;

s_b = Capacidade nominal (Ah);

SOC_{max} = Limite superior do estado de carga (100%);

SOC_{min} = Limite inferior do estado de carga (50%).

As configurações técnicas dos módulos fotovoltaicos, das turbinas eólicas e do banco de baterias, incluindo potência nominal, parâmetros elétricos, limites operacionais e eficiências, encontram-se apresentadas no Apêndice A.

O modelo de simulação do sistema híbrido opera de forma integrada e avalia, hora a hora, o comportamento da microrrede ao longo de um ano típico (8760 horas). Para cada conjunto de variáveis de decisão (N_{pv} , N_{wt} , N_{bat}), o modelo utiliza os perfis anuais de irradiância solar, velocidade do vento, temperatura ambiente e dados de carga da comunidade para calcular a energia elétrica produzida pelos subsistemas fotovoltaico, eólico e de biomassa.

A cada hora, o modelo verifica se a geração renovável é suficiente para suprir a demanda. Quando há excedente, a energia é direcionada ao banco de baterias; caso o estado de carga atinja o limite máximo operacional, o excedente é descartado. Quando a geração é insuficiente, a bateria é descarregada até o limite mínimo permitido, estabelecido como 50% de profundidade de descarga (DoD). Persistindo o déficit, o gerador a diesel é acionado apenas quando o déficit

instantâneo de energia ultrapassa 40% da potência nominal do equipamento, limite mínimo necessário para sua operação. Caso o déficit seja inferior a esse limiar, o diesel não é acionado e a insuficiência é registrada como falta de energia para o cálculo da probabilidade de falta de suprimento de energia (LPSP).

Ao final da simulação anual, são calculados indicadores como LPSP, proporção de energia renovável (RF - *Renewable Fraction*) e consumo de diesel. Apenas as configurações que atendem aos critérios mínimos de confiabilidade avançam para a análise econômica, na qual os resultados anuais são projetados ao longo de 25 anos. Esse procedimento permite determinar o Custo do Ciclo de Vida (LCC), adotado como função objetivo na otimização.

6.3.1 Formulação e resultados da otimização mono objetivo

Após a definição dos componentes do Custo do Ciclo de Vida (Seção 3.2.2.1), apresenta-se abaixo a formulação matemática do LCC, que integra todos os custos descritos anteriormente e é utilizada como função objetivo da otimização mono objetivo:

$$LCC = ICC + EREC + PV_{o\&m} + PV_{rep} + PV_{fuel} \quad (49)$$

O Custo de Capital Inicial (ICC) dos componentes do sistema é calculado da seguinte forma:

$$ICC = \left[(N_{pv} C_{pv,cap}) + (N_{wt} C_{wt,cap}) + (C_{bmg,cap}) \right] \quad (50)$$

$$+ (N_{bat} C_{bat,cap}) + (C_{bdc} - C_{cc,cap}) + (C_{dg,cap})$$

onde:

N_{pv} = Número de painéis fotovoltaicos;

N_{wt} = Número de turbinas eólicas;

N_{bat} = Número de baterias;

$C_{*,cap}$ = Custo de capital do respectivo componente.

O custo de instalação ($EREC$) é calculado como:

$$E_{REC} = \left[\begin{aligned} & (N_{pv} C_{pv,erect}) + (N_{wt} C_{wt,erect}) (N_{bat} C_{bat,erect}) + \\ & (C_{bdc} - C_{cc,erect}) \sum_{b=1}^{Nr} \frac{(1+x)^{D_{nc}-1}}{(1+y)^{D_{nc}}} + (C_{bm,erect}) \sum_{b=1}^{Nr} \frac{(1+x)^{G_{nc}-1}}{(1+y)^{G_{nc}}} + \\ & (C_{dg,erect}) \sum_{b=1}^{Nr} \frac{(1+x)^{P_{nc}-1}}{(1+y)^{P_{nc}}} \end{aligned} \right] \quad (51)$$

onde:

N_{pv} = Número de painéis fotovoltaicos;

N_{wt} = Número de turbinas eólicas;

N_{bat} = Número de baterias;

$C_{*,erect}$ = Custo de instalação do respectivo componente;

x = Taxa de inflação;

y = Taxa de desconto;

N_r = Número de reinstalações ao longo da vida útil do sistema;

G_{nc}, D_{nc}, P_{nc} = Número de ciclos de reinstalação ao longo da vida útil da biomassa, conversor e gerador

O valor presente dos custos anuais de operação e manutenção ($C = Pv_{o\&m}$) é calculado como:

$$Pv_{o\&m} = \left[\begin{aligned} & (N_{pv} C_{pv,o\&m}) + (N_{wt} C_{wt,o\&m}) + \\ & (N_{bat} C_{bat,o\&m}) + (C_{bdc} - C_{cc,o\&m}) + \\ & (C_{dm,erect}) + (C_{dg,o\&m}) \end{aligned} \right] \sum_{i=1}^N \frac{(1+x)^{i-1}}{(1+y)^i} \quad (52)$$

onde:

N_{pv} = Número de painéis fotovoltaicos;

N_{wt} = Número de turbinas eólicas;

N_{bat} = Número de baterias;

$C_{*,o\&m}$ = Custo anual de operação e manutenção do respectivo componente;

x = Taxa de inflação;

y = Taxa de desconto;

N = Número total de anos da vida útil do projeto.

Como alguns componentes possuem vida útil inferior ao tempo total do

projeto, o valor presente dos Custos de Reposição é:

$$PV_{rep} = \left[(C_{bm,rep}) \sum_{b=1}^{Nr} \frac{(1+x)^{G_{nc}-1}}{(1+y)^{G_{nc}}} + (C_{bdc} - C_{cc,rep}) \sum_{b=1}^{Nr} \frac{(1+x)^{D_{nc}-1}}{(1+y)^{D_{nc}}} + (C_{dg,rep}) \sum_{b=1}^{Nr} \frac{(1+x)^{P_{nc}-1}}{(1+y)^{P_{nc}}} \right] \quad (53)$$

onde:

$C_{*,rep}$ = Custo de reposição do respectivo componente;

x = Taxa de inflação;

y = Taxa de desconto;

G_{nc}, D_{nc}, P_{nc} = Número de ciclos de substituição ao longo da vida útil da biomassa, conversor e gerador.

N_r = Número de substituições ao longo da vida útil do sistema;

O valor presente do custo anual de combustível ($Pv, fuel$) é calculado como:

$$PV_{fuel} = \left[[(C_{bm} * Q_{bm}) + (C_{diesel} TAFIL)] \sum_{i=1}^N \frac{(1+x)^{i-1}}{(1+y)^i} \right] \quad (54)$$

onde:

PV_{fuel} = Valor presente dos custos com combustível;

C_{bm} = Custo por tonelada de biomassa;

Q_{bm} = Quantidade anual de biomassa utilizada;

$TAFIL$ = Consumo anual total de diesel pelo gerador;

C_{diesel} = Custo unitário do diesel;

x = Taxa de inflação;

y = Taxa de desconto;

N = Vida útil do projeto;

A equação que expressa a função objetivo da otimização é:

$$\min LCC (N_{pv}, N_{wt}, N_{bat}) \quad (55)$$

Sujeito a:

Restrições operacionais:

- $LPSP=0$;
- $RF \geq 85\%$.

Limites das variáveis de decisão:

- $0 \leq N_{pv} \leq 2000$;
- $0 \leq N_{wt} \leq 2000$;
- $0 \leq N_{bat} \leq 2000$.

Cada algoritmo foi executado 50 vezes de forma independente, com 100 iterações e população de 30 e 60 indivíduos. Para cada configuração, calcularam-se o valor médio e o desvio-padrão do LCC ao longo das 50 execuções. Além disso, para o melhor resultado entre as 50 execuções, foi registrada a evolução do LCC ao longo das iterações, possibilitando comparar a convergência e o comportamento de busca dos algoritmos.

TABELA 35 – Resultados médios e desvio-padrão do LCC obtidos pelos algoritmos

Pop	KOARIME		KOA		RIME		SHADE		WOA		PSOABC		GWOWOA	
	Media	Desvio-Padrão	Media	Desvio-Padrão	Media	Desvio-Padrão	Media	Desvio-Padrão	Media	Desvio-Padrão	Media	Desvio-Padrão	Media	Desvio-Padrão
30	1210722	51.79	1235766	3911.62	1232651	22670	1241097	9460.57	1405670	155032	1232940	7264.58	1452594	4463.99
60	1210632	25.98	1227346	2832.11	1225835	11246	1222758	6203.25	1370813	144530	1217030	9085.48	1221343	6312.49

Fonte: O Autor, 2025

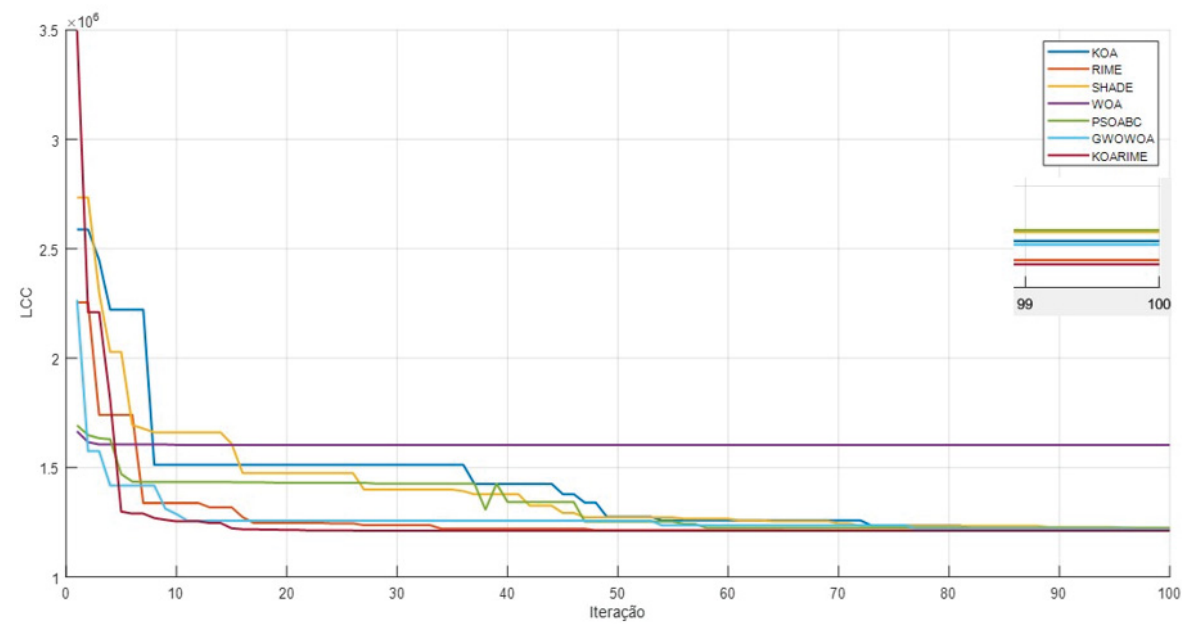
Nos experimentos realizados com populações de 30 e 60 indivíduos, o KOARIME destacou-se de forma consistente como o algoritmo mais eficiente, apresentando os menores custos de ciclo de vida médios (1210722 e 1210632) e os menores desvios-padrão (51.79 e 25.98). Esses resultados evidenciam alta estabilidade e capacidade de convergência do método em diferentes tamanhos populacionais. Em ambas as configurações, o algoritmo RIME e PSOABC demonstraram desempenhos competitivos, alcançando valores médios de LCC próximos aos do KOARIME, embora com variações maiores.

Por outro lado, os métodos SHADE, KOA e GWOWOA apresentaram desempenho intermediário, enquanto o WOA exibiu os maiores custos médios e dispersões, indicando baixa estabilidade e menor eficiência no processo de otimização. De forma geral, os resultados confirmam a robustez e superioridade do KOARIME, que manteve desempenho consistente e convergência eficaz em ambas

as populações analisadas.

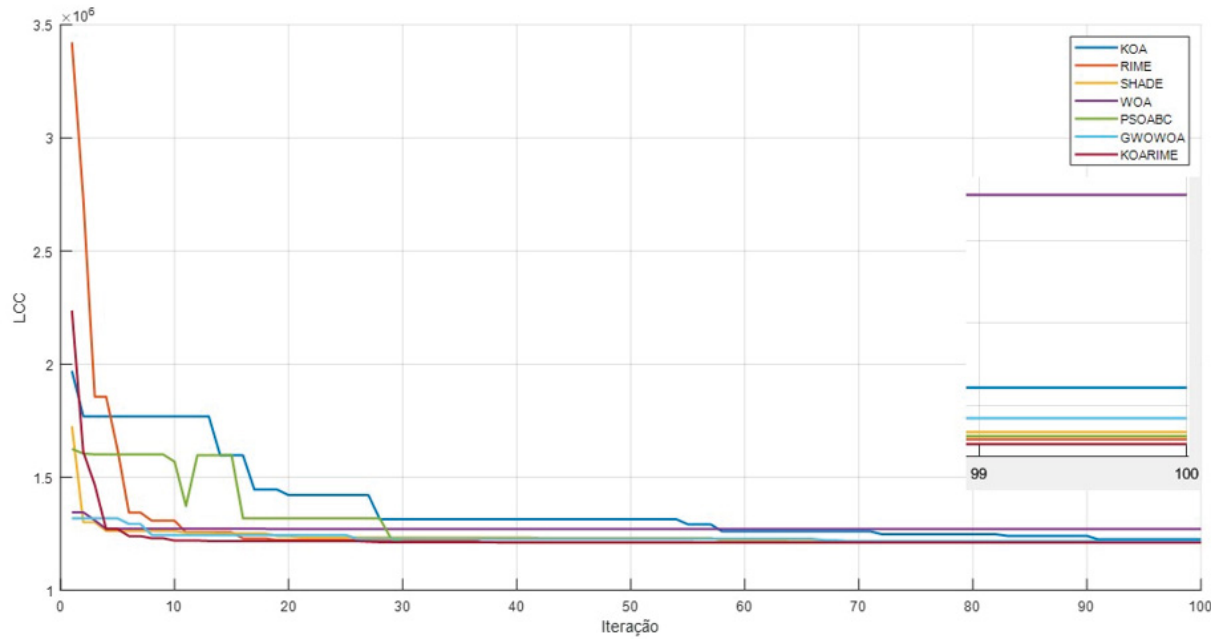
As Figuras 27 e 28 apresentam as curvas de convergência das melhores execuções dos algoritmos com populações de 30 e 60 indivíduos.

FIGURA 27 – Curva de convergência da melhor execução dos algoritmos população de 30



Fonte: O Autor, 2025

FIGURA 28 – Curva de convergência da melhor execução dos algoritmos população de 60



Fonte: O Autor, 2025

Observa-se que o KOARIME (linha vinho) apresentou desempenho superior em ambas as configurações, alcançando o menor valor de LCC e convergindo de forma mais rápida e estável.

6.3.2 Formulação e resultados da otimização multi-objetivo

Os fluxos de caixa anuais P_j constituem a base dos indicadores financeiros utilizados na formulação multi-objetivo. Cada P_j representa o resultado econômico líquido do sistema no ano j ao longo da vida útil do projeto, considerada igual a 25 anos. Dessa forma, o modelo gera um conjunto de fluxos anuais, um para cada ano da análise. (Islam; Bhuiyan, 2020).

Em microrredes isoladas, apenas a energia efetivamente utilizada contribui para a receita do sistema, enquanto a energia excedente é descartada e não possui valor econômico. Dessa forma, a receita anual é calculada a partir da energia útil multiplicada pela tarifa de venda adotada. De acordo com valores típicos observados em microrredes isoladas (Irena, 2023), essas tarifas variam entre US\$ 0,20/kWh e US\$ 0,40/kWh; neste estudo, adotou-se o valor de US\$ 0,30/kWh. A energia útil anual é expressa por:

$$E_{\text{útil},ano} = \sum_{t=1}^{N_h} E_{\text{total}}(t) - E_{\text{dump}}(t) \quad (56)$$

$$Receita_j = E_{\text{útil},ano} \cdot 0.3 \quad (57)$$

onde:

$E_{\text{útil},ano}$ = Energia útil total ao longo do ano (kWh);

$E_{\text{total}}(t)$ = Energia total gerada pelo sistema no instante t (kWh);

$E_{\text{dump}}(t)$ = Energia excedente (desperdiçada) no instante t (kWh);

$Receita_j$ = receita anual obtida com a energia útil no ano j ;

N_h = Número de horas do ano (8760).

O custo operacional anual, composto pelas despesas de operação, manutenção e combustível de todos os componentes, é representado pelo termo:

$$C_{operacional} = \left[\begin{array}{l} (N_{pv} C_{pv,o\&m}) + (N_{wt} C_{wt,o\&m}) + \\ (N_{bat} C_{bat,o\&m}) + (C_{bdc} - C_{cc,o\&m}) + \\ (C_{dmg,o\&m}) + (C_{dg,o\&m}) + \\ (C_{bm} Q_{bm}) + (TAFIL C_{diesel}) \end{array} \right] \quad (58)$$

onde:

N_{pv} = Número de painéis fotovoltaicos;

N_{wt} = Número de turbinas eólicas;

N_{bat} = Número de baterias;

$C_{*, o\&m}$ = Custo anual de operação e manutenção do respectivo componente;

C_{bm} = Custo por unidade de biomassa;

Q_{bm} = Quantidade anual de biomassa consumida;

$TAFIL$ = Consumo anual total de diesel pelo gerador;

C_{diesel} = Custo unitário do diesel.

O custo de reposição e reinstalação no ano j é representado por $C_{rep}(j)$. No modelo adotado, consideram-se reposições da unidade de biomassa, do gerador a diesel e do conversor em anos específicos da vida útil do sistema, conforme:

$$C_{rep}(j) = \begin{cases} C_{bms,conv} + C_{dg,conv}, & j = 9 \text{ e } j = 17 \\ C_{rep,conv}, & j = 10 \text{ e } j = 20 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (59)$$

onde:

$C_{bms,conv}$ = Custo de reposição e reinstalação da unidade de biomassa;

$C_{dg,conv}$ = Custo de reposição e reinstalação do gerador a diesel;

$C_{rep,conv}$ = Custo de reposição e reinstalação do conversor;

$j = 9, 10, 17$ e 20 correspondem aos ciclos(anos) de substituição dos equipamentos.

Assim, o fluxo de caixa anual é obtido por:

$$P_j = Receita_j - C_{operacional} - C_{rep}(j) \quad (60)$$

onde:

P_j = Fluxo de caixa líquido no ano j ;

$Receita_j$ = Receita anual obtida com a venda de energia no ano j ;

$C_{operacional}$ = Custo operacional anual, incluindo operação, manutenção e combustíveis;

$C_{rep}(j)$ = Custo de reposição e reinstalação dos componentes no ano j .

O Investimento Inicial (DI) corresponde ao valor total necessário para implementar o sistema híbrido no ano zero, incluindo a compra dos equipamentos e os custos de instalação de cada tecnologia. Dessa forma, o investimento total pode ser expresso por:

$$DI = DI_{PV} + DI_{WTG} + DI_{BAT} + DI_{BMS} + DI_{DG} + DI_{CONV} \quad (61)$$

onde:

DI_{PV} = Investimento inicial do sistema fotovoltaico;

DI_{WTG} = Investimento inicial das turbinas eólicas;

DI_{BAT} = Investimento inicial do banco de baterias;

DI_{BMS} = Investimento inicial da unidade de biomassa;

DI_{DG} = Investimento inicial do gerador a diesel;

DI_{CONV} = Investimento inicial do sistema conversor.

Cada componente possui um investimento inicial dado por:

$$DI_k = CC_k + \alpha_k CC_k \quad (62)$$

onde:

CC_k = Custo de capital do componente k ;

$\alpha_k CC_k$ = Custos de instalação e montagem do componente k ;

$k \in \{PV, WTG, BAT, BMS, DG, CONV\}$.

O Custo do Ciclo de Vida (LCC), já detalhado na formulação mono objetivo, é utilizado aqui como uma das funções objetivo. O Valor Presente Líquido (VPL) é calculado por:

$$VPL = \sum_{j=1}^N \frac{P_j}{(1+i)^j} - DI \quad (63)$$

onde:

i = Taxa de desconto;

N = Vida útil do projeto (em anos);

j = Ano da análise.

O Índice de Lucratividade (IL) é definido por:

$$IL = \frac{\sum_{j=1}^N \frac{P_j}{(1+i)^j}}{DI} \quad (64)$$

A Taxa Interna de Retorno (TIR) é calculada como:

$$TIR = \sum_{j=1}^N \frac{P_j}{(1+i)^j} - DI = 0 \quad (65)$$

O Payback Descontado é dado por:

$$PBD = \sum_{j=1}^N \frac{P_j}{(1+i)^j} = DI \quad (66)$$

As emissões anuais de dióxido de carbono associadas ao uso do gerador são obtidas a partir desse consumo, utilizando um fator de emissão específico. Adota-se o valor de 2,7 kgCO₂/L, correspondente à emissão de CO₂ por litro de diesel consumido (OGUNJUYIGBE; AYODELE; AKINOLA, 2016). Assim, a função objetivo de emissões de CO₂ é dada por:

$$CO_2 = 2.7 \sum_{t=1}^{N_h} Fdg(t) \quad (67)$$

onde:

$Fdg(t)$ = Consumo de combustível do gerador a diesel na hora t ;

N_h = Número total de horas simuladas (neste estudo, $N_h=8760$)

Considerando todas as métricas financeiras e ambiental estabelecidas, o problema multi-objetivo é formulado como:

$$\min f(x) = [CO_2(x), LCC(x), -VPL(x), -IL(x), -TIR(x), PBD(x)] \quad (68)$$

Sujeito a:

Restrições financeiras:

- $VPL(x) > 0$;
- $IL(x) > 1$;
- $TIR(x) > 0,07$ (TMA);
- $PBD(x) < 25$ anos;

Limites das variáveis de decisão:

- $0 \leq N_{pv} \leq 2000$;
- $0 \leq N_{wt} \leq 2000$;
- $0 \leq N_{bat} \leq 2000$;

onde:

- $X = [N_{pv}, N_{wt}, N_{bat}]$ em que:
 - N_{pv} = Número de painéis fotovoltaicos;
 - N_{wt} = Número de turbinas eólicas;
 - N_{bat} = Número de módulos de baterias.

Para a análise multi-objetivo, foram aplicados os algoritmos avaliados na formulação apresentada, considerando 50 execuções independentes, 300 iterações e tamanhos populacionais de 30 e 300 indivíduos. O desempenho das soluções foi avaliado por meio da métrica do hipervolume (HV).

TABELA 36 – Resultados médios do HV e desvio-padrão do obtidos pelos algoritmos

	MOKOARIME		HMOEA		HMOFA		HMOWATS		MOGWOCs		NSGAIIMOPSO		SHAMODE_WO	
Pop	Media	Desvio-padrão	Media	Desvio-padrão	Media	Desvio-padrão	Media	Desvio-padrão	Media	Desvio-padrão	Media	Desvio-padrão	Media	Desvio-padrão
30	0.17043	0.0003	0.15048+	0.0004	0.12254+	0.0004	0.13561+	0.0004	0.15577+	0.0004	0.16176=	0.0003	0.15973=	0.0003
300	0.45403	0.0238	0.38603+	0.0217	0.39311+	0.0199	0.37769+	0.0251	0.41701+	0.0164	0.43085=	0.0135	0.42210+	0.0139

Fonte: O Autor, 2025

TABELA 37 – Resultados gerais do MOKOARIME

Algoritmo de comparação	Vitória	Empate	Derrota
MOKOARIME × HMOEA	2	2	0
MOKOARIME × HMOFA	2	0	0
MOKOARIME × HMOWOATS	2	0	0
MOKOARIME × MOGWOCs	2	0	0
MOKOARIME × NSGAIIMOPSO	0	2	0
MOKOARIME × SHAMODE_WO	1	1	0
TOTAL	9	3	0

Fonte: O Autor, 2025

TABELA 38 – Comparativo de vitórias e derrotas (HV)

Métrica		MOKOARIME	HMOEA	HMOFA	HMOWATS	MOGWOCs	NSGAIIMOPSO	SHAMODE_WO
HV	Vitórias	12	3	1	2	6	10	8
	Derrotas	0	9	11	10	6	2	4
	Diferença	12	-6	-10	-8	0	8	4
	Posição	1	5	7	6	4	2	3

Fonte: O Autor, 2025

A análise dos resultados médios do HV, em conjunto com o teste de Wilcoxon, evidenciam que o MOKOARIME apresentou desempenho estatisticamente superior nas duas configurações populacionais (30 e 300 indivíduos). O algoritmo obteve os maiores valores médios, baixa dispersão e nenhuma derrota nas comparações diretas, comprovando sua eficiência e estabilidade. No ranking geral, o MOKOARIME manteve a primeira posição, seguido por NSGAIIMOPSO e SHAMODE_WO, enquanto MOGWOCs, HMOEA, HMOWOATS e HMOFA exibiram resultados inferiores, reafirmando a robustez e a qualidade das soluções produzidas pelo MOKOARIME.

6.4 FORMULAÇÃO E RESULTADOS OBTIDOS NO SISTEMA DE TRELIÇAS

Em problemas de otimização estrutural de treliças multi-objetivo, destacam-se duas funções objetivo centrais: a redução do peso da estrutura, associada ao custo, e a minimização da flexibilidade global da treliça, garantindo que os deslocamentos estejam dentro de limites aceitáveis para o uso seguro e confortável da estrutura. Matematicamente, essas funções podem ser expressas como:

- Peso total da estrutura:

O primeiro objetivo consiste em minimizar o peso total da estrutura. Esse peso depende do comprimento e da área da seção transversal de cada barra. Assim, o objetivo pode ser escrito como:

$$f_1(x) = \sum_{i=1}^{nb} L_i A_i \quad (69)$$

onde:

nb = Número total de barras;

L_i = Comprimento da barra i ;

A_i = Área da seção transversal associada à barra i .

- Flexibilidade global

O segundo objetivo avalia a flexibilidade global da treliça a partir dos deslocamentos obtidos na análise estrutural. Esses deslocamentos são calculados por meio do Método dos Elementos Finitos (MEF), no qual a treliça é modelada com base em sua geometria e na conectividade entre nós. O MEF resolve o equilíbrio estrutural e fornece, como resultado, o vetor de deslocamentos nodais, indicando quanto cada nó se movimenta sob o estado de forças definido no problema. A função objetivo corresponde ao maior deslocamento absoluto encontrado entre todos os nós. Assim:

$$f_2(x) = \max(|\delta_j|) \quad (70)$$

onde:

δ_j = Deslocamento nodal associado ao nó j , considerando todas as direções avaliadas no modelo.

A formulação multi-objetivo pode ser representada como:

$$\min F(x) = (f_1(x), f_2(x)) \quad (71)$$

onde:

$f_1(x)$ = Representa o peso total da estrutura;

$f_2(x)$ = Representa a flexibilidade global medida pelo deslocamento máximo nodal.

Sujeito a:

- Restrição de tensão:

$$\sigma_i = \frac{N_i}{A_i} \leq \sigma_{max}, i = 1, \dots, n_b \quad (72)$$

onde:

σ_i = Tensão axial na barra i ;

N_i = Força normal atuante nessa barra;

σ_{max} = Representa a tensão admissível do material.

- Limite das áreas:

$$A_{min} \leq A_i \leq A_{max}, i = 1, \dots, n_b \quad (73)$$

onde:

A_{min} = Valor mínimo permitido para a área da seção transversal;

A_{max} = Valor máximo permitido para a área da seção transversal;

Os limites inferiores e superiores das áreas das barras, bem como a tensão admissível do material σ_{max} , foram definidos com base em valores consolidados na literatura de cada benchmark estrutural. Para cada treliça, as barras podem ser agrupadas em conjuntos equivalentes, resultando no número de variáveis (nVar) utilizado no processo de otimização. Esse agrupamento reduz a dimensionalidade sem comprometer a representatividade estrutural, permitindo comparações consistentes entre os diferentes modelos analisados.

TABELA 39 – Parâmetros estruturais adotados para cada treliça

Treliça	nVar	$A_{min}(in)$	$A_{max}(in)$	σ_{max}
72 Barras	16	0.1	3.4	25
582 Barras	32	1	20	25
942 Barras	59	1	200	25
1016 Barras	120	1	200	40

Fonte: Mehta *et al.*, 2025; Hosseinzadeh, 2017; Jangir *et al.*, 2024.

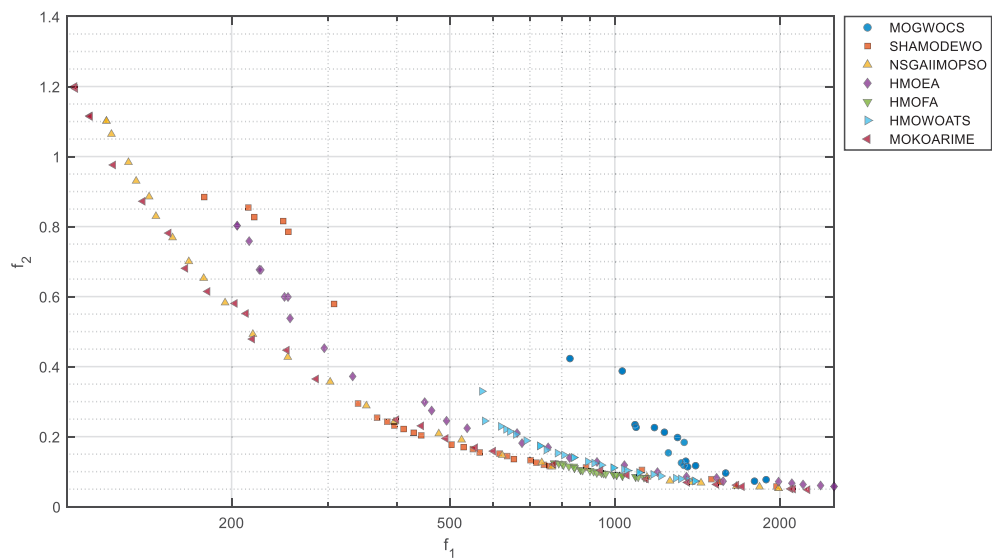
Os resultados obtidos para o sistema de treliças são apresentados a seguir, considerando as métricas IGD e HV. As figuras geradas no MATLAB ilustram as frentes de Pareto correspondentes à melhor execução (menor IGD) entre 50 execuções independentes, realizadas para populações de 30, 120 e 300 indivíduos, permitindo uma análise comparativa do desempenho dos algoritmos.

Os valores médios e desvios-padrão das métricas IGD e HV para todas as treliças são apresentados de forma consolidada nas Tabelas 42 e 43, ao final desta subseção.

6.4.1 Treliça de 72 barras

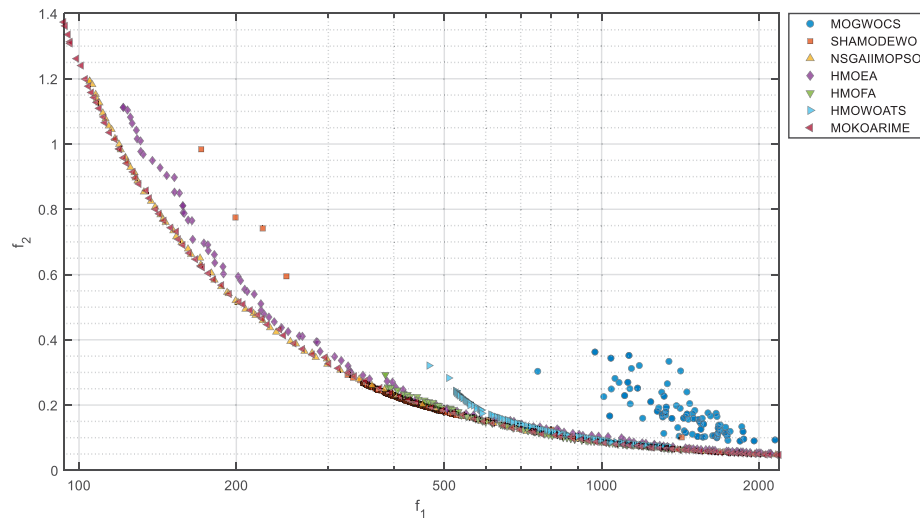
O primeiro caso analisado corresponde à treliça de 72 barras, uma estrutura de baixa complexidade relativa, frequentemente utilizada como benchmark em pesquisas de otimização devido à sua simplicidade e relevância.

FIGURA 29 – Frente de Pareto obtida na melhor execução com população de 30 indivíduos



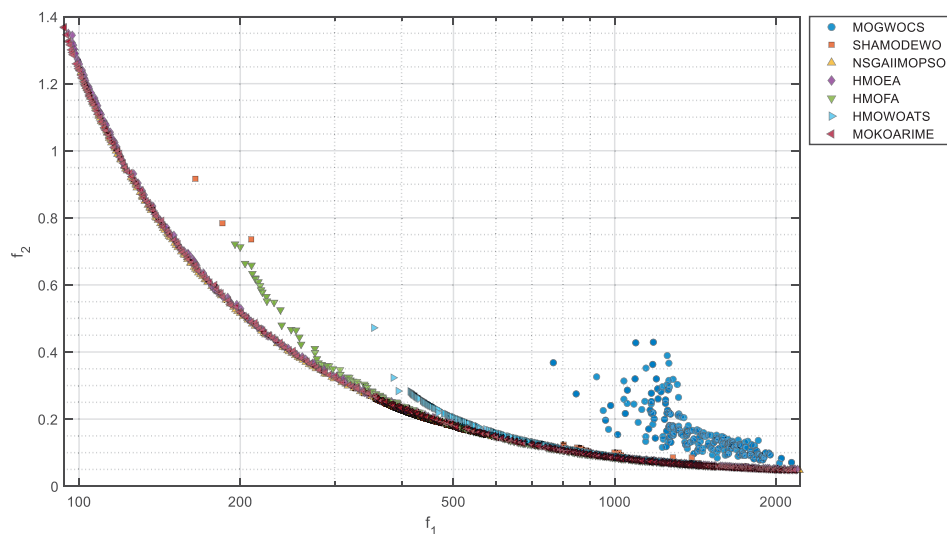
Fonte: O Autor, 2025

FIGURA 30 – Frente de Pareto obtida na melhor execução com população de 120 indivíduos



Fonte: O Autor, 2025

FIGURA 31 – Frente de Pareto obtida na melhor execução com população de 300 indivíduos

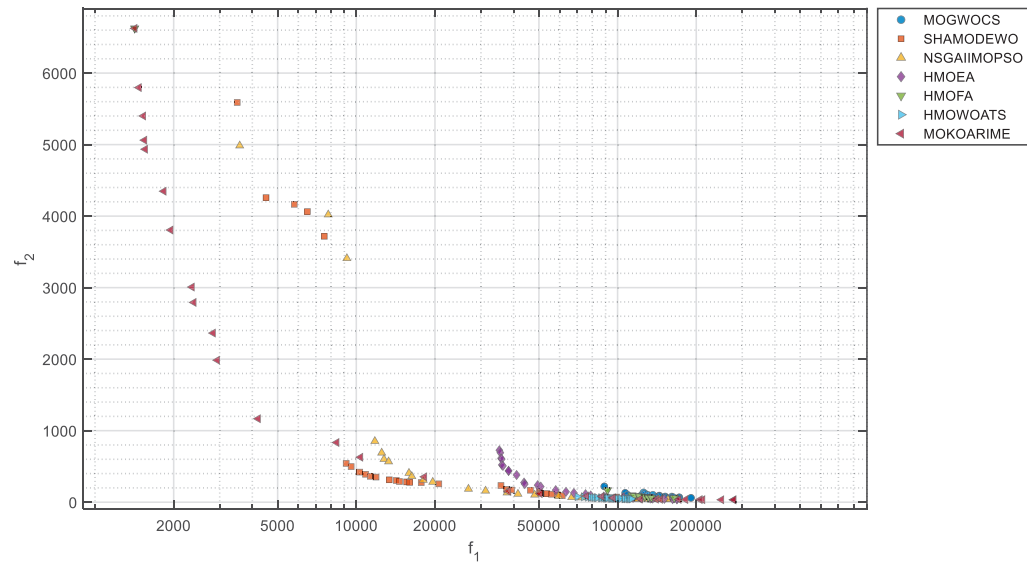


Fonte: O Autor, 2025

6.4.2 Treliza de 582 barras

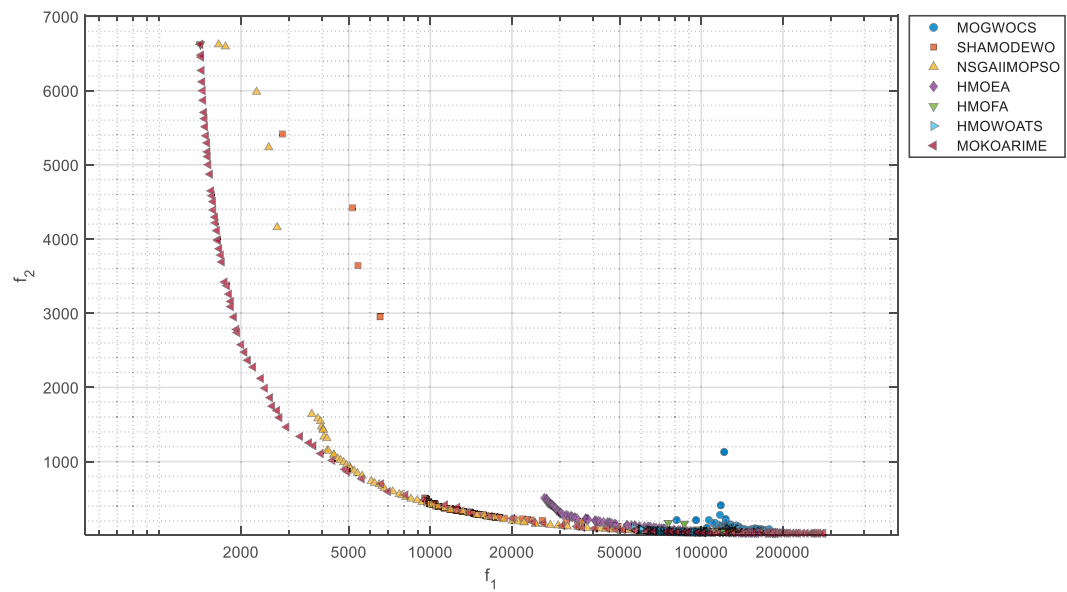
A Treliza de 582 barras representa um caso de maior porte em relação à anterior, com aumento significativo no número de variáveis de projeto e restrições estruturais. Trata-se de um benchmark intermediário, utilizado para avaliar a capacidade de escalabilidade e a robustez dos algoritmos de otimização.

FIGURA 32 – Frente de Pareto obtida na melhor execução com população de 30 indivíduos



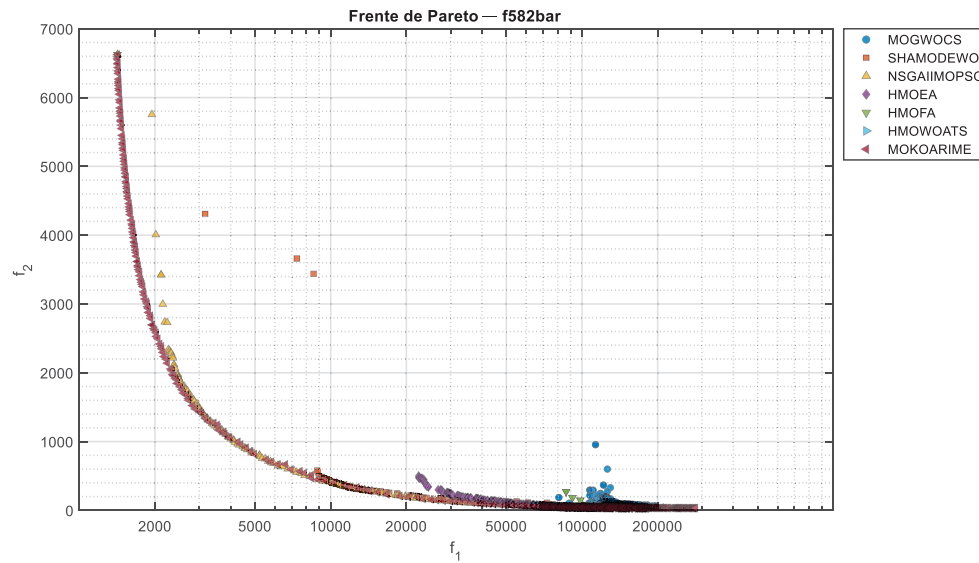
Fonte: O Autor, 2025

FIGURA 33 – Frente de Pareto obtida na melhor execução com população de 120 indivíduos



Fonte: O Autor, 2025

FIGURA 34 – Frente de Pareto obtida na melhor execução com população de 300 indivíduos

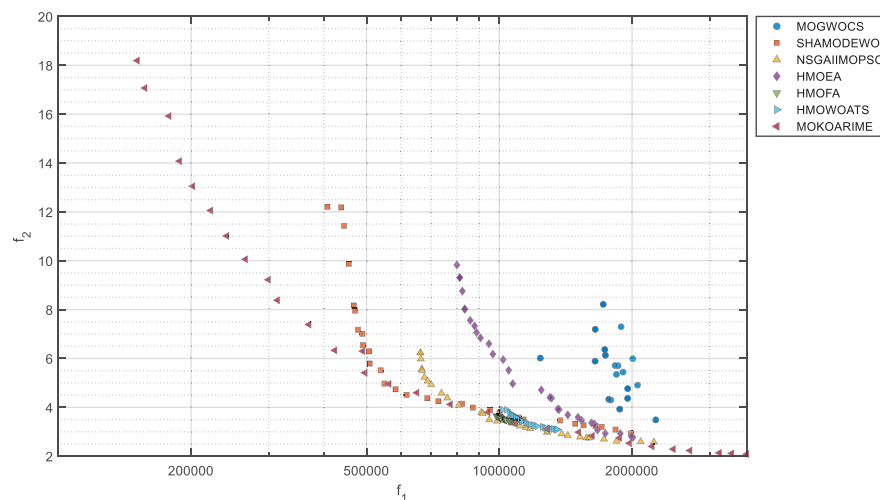


Fonte: O Autor, 2025

6.4.3 Treliça de 942 barras

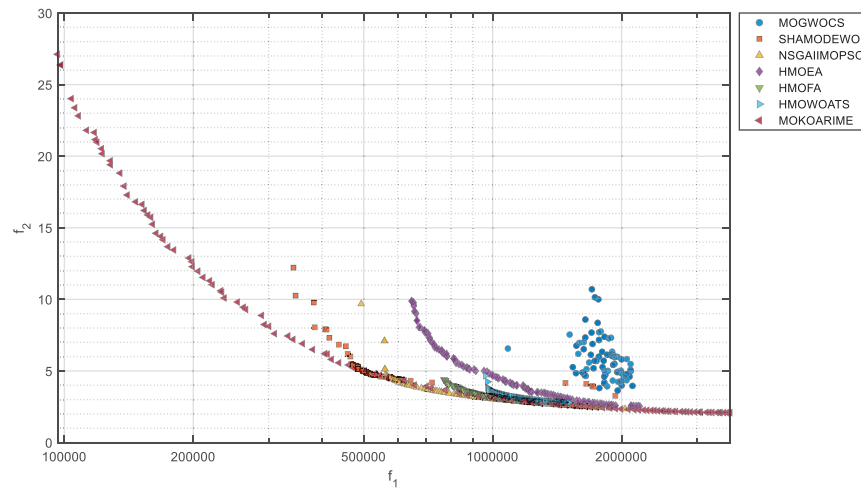
A Treliça de 942 barras caracteriza-se por uma estrutura de grande complexidade, com elevado número de nós, variáveis e restrições. Esse caso é amplamente empregado para avaliar o desempenho de algoritmos em problemas de larga escala, exigindo alta capacidade de convergência e manutenção da diversidade das soluções.

FIGURA 35 – Frente de Pareto obtida na melhor execução com população de 30 indivíduos



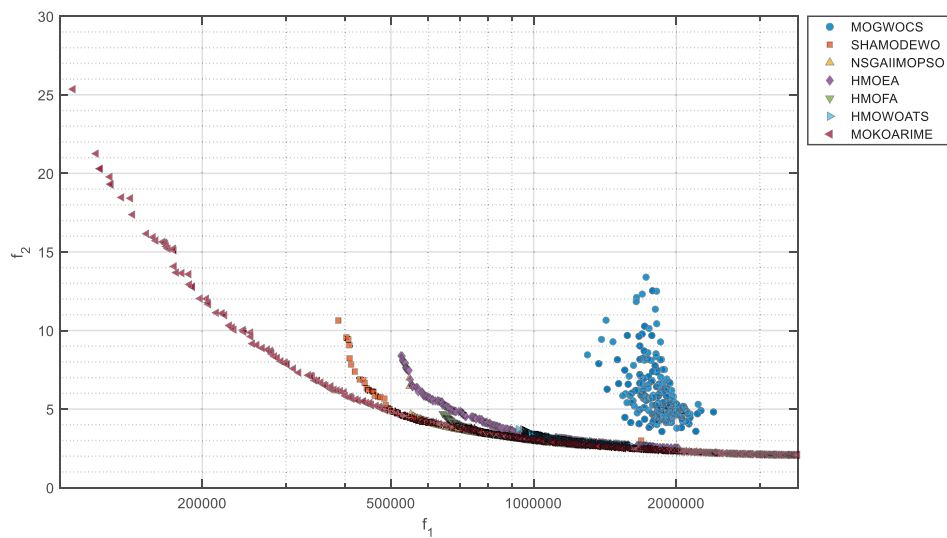
Fonte: O Autor, 2025

FIGURA 36 – Frente de Pareto obtida na melhor execução com população de 120 indivíduos



Fonte: O Autor, 2025

FIGURA 37 – Frente de Pareto obtida na melhor execução com população de 300 indivíduos

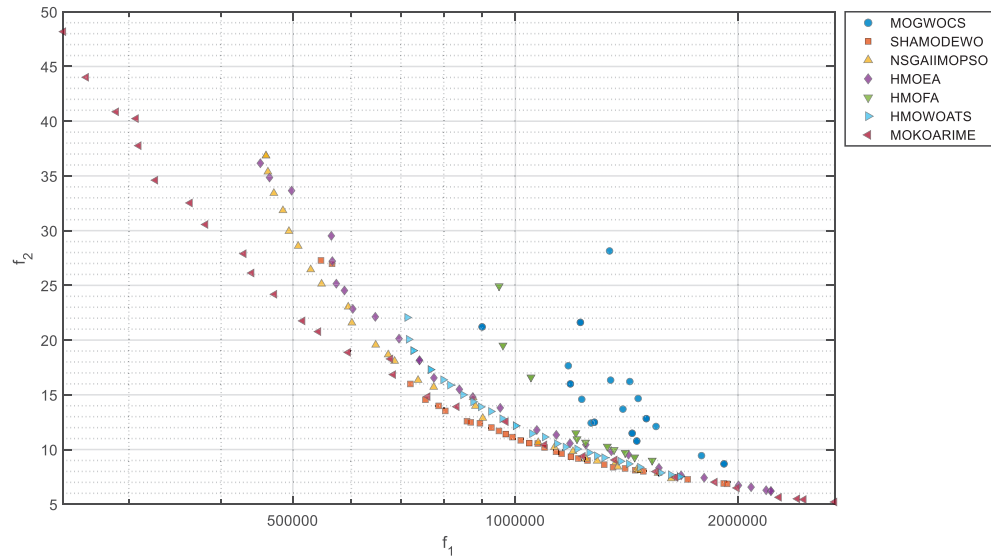


Fonte: O Autor, 2025

6.4.4 Trelça de 1016 barras

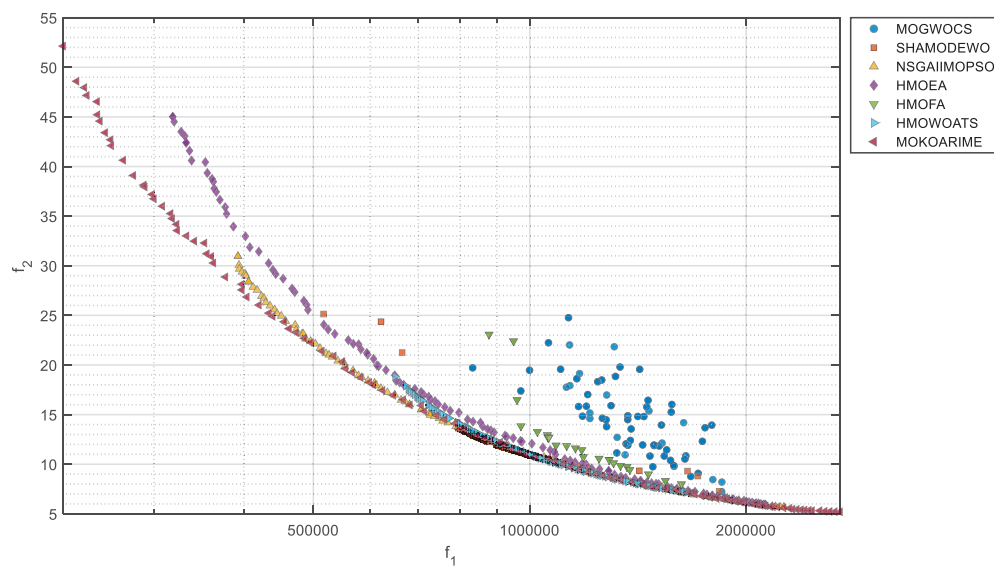
A Trelça de 1016 barras corresponde ao caso de maior complexidade entre os analisados, apresentando um número elevado de nós, variáveis e restrições, o que a torna um benchmark de larga escala utilizado para testar a robustez e a capacidade de convergência e diversidade dos algoritmos de otimização.

FIGURA 38 – Frente de Pareto obtida na melhor execução com população de 30 indivíduos



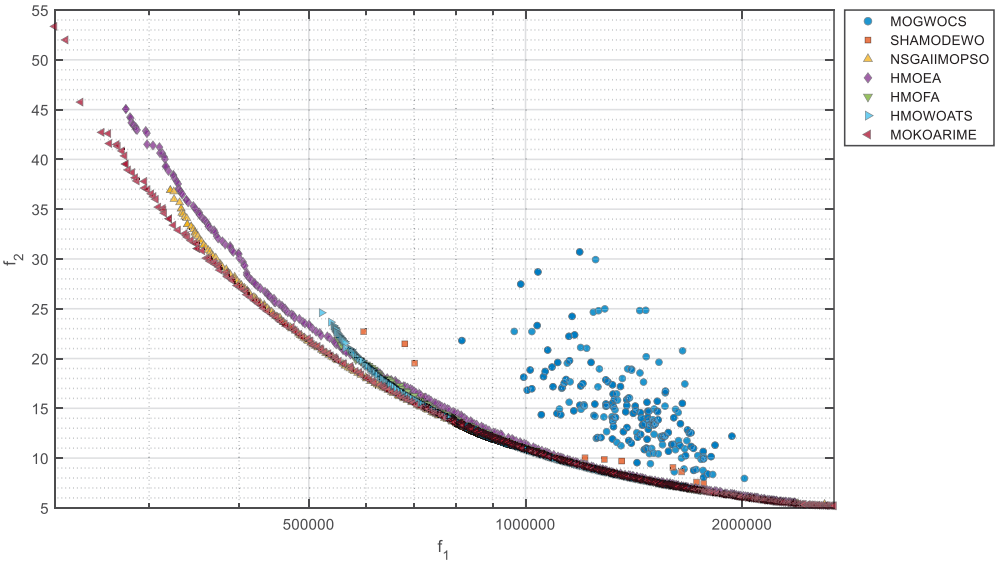
Fonte: O Autor, 2025

FIGURA 39 – Frente de Pareto obtida na melhor execução com população de 120 indivíduos



Fonte: O Autor, 2025

FIGURA 40 – Frente de Pareto obtida na melhor execução com população de 300 indivíduos



Fonte: O Autor, 2025

TABELA 40 – Resultados gerais do MOKOARIME no problema de treliças

Algoritmo de Comparação	Vitória	Empate	Derrota
MOKOARIME × HMOEA	22	2	0
MOKOARIME × HMOFA	24	0	0
MOKOARIME × HMOWOATS	24	0	0
MOKOARIME × MOGWOCs	24	0	0
MOKOARIME × NSGAIIMOPSO	18	6	0
MOKOARIME × SHAMODE_WO	23	1	0
TOTAL	135	9	0

Fonte: O Autor, 2025

TABELA 41 – Comparativo de vitórias e derrotas (IGD E HV) no problema de treliças

Métricas		MOKOARI ME	HMOEA	HMOFA	HMOWATS	MOGWOC S	NSGAIIM OPSO	SHAMODE_ WO
IGD	Vitórias	72	42	14	17	6	57	44
	Derrotas	0	30	58	55	66	15	28
	Diferença	72	12	-44	-38	-60	42	16
	Posição	1	4	6	5	7	2	3
HV	Vitórias	72	43	15	21	1	54	46
	Derrotas	0	29	57	51	71	18	26
	Diferença	72	14	-42	-30	-70	36	20
	Posição	1	4	6	5	7	2	3

Fonte: O Autor, 2025

Os resultados apresentados na Tabela 40 evidenciam o excelente desempenho do MOKOARIME frente aos demais algoritmos testados no problema de otimização de treliças. O algoritmo obteve 135 vitórias, 9 empates e nenhuma derrota, demonstrando domínio total sobre os demais algoritmos comparados. Esse resultado confirma a consistência e robustez do MOKOARIME na geração de

soluções não dominadas, com alta qualidade e estabilidade ao longo de todas as instâncias analisadas. Ao analisar as métricas IGD e HV, observa-se que o MOKOARIME mantém a primeira posição em ambas, reforçando sua capacidade de equilibrar convergência e diversidade.

O NSGAIIMOPSO surge como o segundo melhor algoritmo, apresentando desempenho competitivo, mas ainda significativamente inferior em termos de cobertura e proximidade da frente ótima. O SHAMODE_WO ocupa a terceira posição, com resultados consistentes, embora menos expressivos. Os demais algoritmos híbridos HMOEA, HMOFA, HMOWOATS e MOGWOCs apresentaram desempenhos bastante inferiores ao MOKOARIME.

TABELA 42 – Análise da métrica IGD no problema de treliças

Treliças	Populaç ão	MOKOARIME		HMOEA		HMOFA		HMOWATS		MOGWOCs		NSGAIIMOPSO		SHAMODE_WO	
		Média	Desvio- Padrão	Média	Desvio- Padrão	Média	Desvio- Padrão	Média	Desvio- Padrão	Média	Desvio- Padrão	Média	Desvio- Padrão	Média	Desvio- Padrão
72 Barras	30	0.01943	0.00243	0.09118+	0.01679	0.27429+	0.02080	0.21277+	0.02068	0.26921+	0.02168	0.03585+	0.01286	0.05594+	0.00956
	120	0.00491	0.00040	0.03793+	0.01205	0.17013+	0.02430	0.16892+	0.01908	0.25105+	0.01767	0.01377+	0.00505	0.04260+	0.00696
	300	0.00206	0.00010	0.01290+	0.00664	0.09356+	0.02107	0.11374+	0.01632	0.21630+	0.01158	0.00715+	0.00248	0.03631+	0.00535
582 Barras	30	0.01890	0.00166	0.23366+	0.02247	0.24176+	0.01396	0.34634+	0.00885	0.35883+	0.02101	0.12760+	0.04213	0.09292+	0.01262
	120	0.00440	0.00020	0.20725+	0.01269	0.19908+	0.01124	0.30701+	0.00633	0.30878+	0.01443	0.04815+	0.02265	0.06739+	0.01169
	300	0.00162	0.00004	0.17533+	0.01467	0.18225+	0.01115	0.26957+	0.00819	0.25793+	0.01338	0.02812+	0.00737	0.06695+	0.01094
942 Barras	30	0.02573	0.00474	0.15217+	0.01047	0.25566+	0.01023	0.23471+	0.00700	0.23170+	0.01353	0.14960+	0.01930	0.14129+	0.02271
	120	0.00574	0.00104	0.09594+	0.00449	0.16512+	0.02473	0.15983+	0.00940	0.19318+	0.01663	0.07748+	0.01201	0.08888+	0.00807
	300	0.00287	0.00038	0.08504+	0.00694	0.15847+	0.00598	0.16406+	0.00844	0.17564+	0.00475	0.06623+	0.00635	0.10409+	0.01553
1016 Barras	30	0.01729	0.00170	0.05690+	0.00764	0.16678+	0.01821	0.10858+	0.00994	0.15342+	0.00995	0.06449+	0.00750	0.08347+	0.01087
	120	0.00382	0.00025	0.02261+	0.00155	0.11460+	0.01016	0.07107+	0.00596	0.10858+	0.00487	0.02244+	0.00403	0.05666+	0.00597
	300	0.00154	0.00012	0.00954+	0.00160	0.08076+	0.02254	0.04868+	0.00790	0.09776+	0.00658	0.00800+	0.00292	0.04503+	0.04503
Rank		12/0/0		12/0/0		12/0/0		12/0/0		12/0/0		12/0/0		12/0/0	

Fonte: O Autor, 2025

TABELA 43 – Análise da métrica HV no problema de treliças

Treliças	Populaç ão	MOKOARIME		HMOEA		HMOFA		HMOWATS		MOGWOCs		NSGAIIMOPSO		SHAMODE_WO	
		Média	Desvio- Padrão	Média	Desvio- Padrão	Média	Desvio- Padrão	Média	Desvio- Padrão	Média	Desvio- Padrão	Média	Desvio- Padrão	Média	Desvio- Padrão
72 Barras	30	0.86971	0.00185	0.78036+	0.02341	0.62441+	0.02649	0.69732+	0.02184	0.57895+	0.02643	0.86759=	0.00426	0.83779+	0.00492
	120	0.87272	0.00032	0.83459+	0.01430	0.74164+	0.02991	0.72475+	0.01977	0.57697+	0.02203	0.87119=	0.00117	0.82782+	0.00538
	300	0.87755	0.00007	0.86686=	0.00700	0.81865+	0.01785	0.77178+	0.01577	0.60578+	0.01349	0.87664=	0.00059	0.83529=	0.00485
582 Barras	30	0.97491	0.00130	0.84001+	0.02397	0.67831+	0.01747	0.73206+	0.01922	0.64592+	0.02617	0.94056+	0.01083	0.96238+	0.00240
	120	0.98283	0.00011	0.88754+	0.01331	0.70375+	0.01913	0.76761+	0.01515	0.67623+	0.02086	0.97561=	0.00311	0.96428+	0.00164
	300	0.98381	0.00003	0.91516+	0.00589	0.72739+	0.00996	0.78172+	0.00470	0.69792+	0.02429	0.98061=	0.00248	0.96588+	0.00235
942 Barras	30	0.83171	0.00953	0.68356+	0.01116	0.58915+	0.05615	0.64043+	0.01235	0.53890+	0.02230	0.73100+	0.00777	0.77463+	0.00609
	120	0.86382	0.00195	0.74018+	0.00879	0.69158+	0.06365	0.67579+	0.00852	0.57027+	0.03453	0.78045+	0.01112	0.79115+	0.00383
	300	0.86890	0.00088	0.77146+	0.00738	0.75086+	0.00996	0.68338+	0.00719	0.57491+	0.00600	0.78259+	0.00849	0.79735+	0.00309
1016 Barras	30	0.73962	0.00236	0.67101+	0.01542	0.52474+	0.02197	0.62938+	0.00814	0.52544+	0.01717	0.67207+	0.01313	0.65438+	0.01562
	120	0.75138	0.00064	0.71637+	0.00655	0.56690+	0.01275	0.65809+	0.00823	0.56342+	0.01673	0.71617+	0.00866	0.66307+	0.01153
	300	0.75341	0.00050	0.73715=	0.00412	0.61651+	0.04930	0.67941+	0.01360	0.57129+	0.01280	0.73601=	0.00578	0.66100+	0.00714
Rank		10/2/0		12/0/0		12/0/0		12/0/0		12/0/0		6/6/0		11/1/0	

Fonte: O Autor, 2025

6.5 Análise do Tempo Computacional

Além dos resultados obtidos nas análises de desempenho, o tempo computacional médio é um indicador relevante para avaliar o custo computacional associado às metaheurísticas, especialmente em problemas de engenharia. Esse tempo reflete diretamente a sofisticação dos mecanismos internos de busca, incluindo estratégias de exploração, intensificação e seleção adotadas por cada algoritmo.

A Tabela 44 apresenta o tempo médio de execução, em segundos, dos algoritmos mono objetivo nos benchmarks CEC 2017, CEC 2019, CEC 2023 e na microrrede off-grid, considerando a formulação mono objetiva de minimização do LCC, permitindo a comparação do custo computacional entre os métodos avaliados.

TABELA 44 – Comparação do tempo médio de execução (em segundos) dos algoritmos mono objetivo

	KORIME(s)	KOA(s)	RIME(s)	SHADE(s)	WOA(s)	PSOABC(s)	GWOWOA(s)
CEC 2017	8.72	2.47	4.18	4.21	3.38	9.35	7.55
CEC 2019	5.97	1.02	4.32	3.32	2.89	6.56	6.46
CEC 2023	13786	3213	9718	5207	6779	14075	12841
Microrrede off-grid	1717.86	721.94	980.55	974.70	1032.68	2764.67	1715.66

Fonte: O Autor, 2025

A Tabela 45 apresenta o tempo computacional médio, em segundos, dos algoritmos multi-objetivo avaliados no benchmark CEC 2018 e nas aplicações reais da microrrede off-grid, considerando sua formulação multi-objetivo, bem como no problema de otimização de treliças. Esses resultados permitem comparar o custo computacional associado às diferentes abordagens de otimização adotadas.

TABELA 45 – Tempo computacional médio (em segundos) dos algoritmos avaliados nos diferentes problemas

	MOKORIME(s)	HMOEA(s)	HMOFA(s)	HMOWAT S(s)	MOGWOC S(s)	NSGAIIMO PSO (s)	SHAMODE_WO (s)
CEC 2018	9.71	10.38	8.819	9.76	7.11	10.13	6.39
Microrrede off-grid	7519.52	3403.37	5635.10	3148.90	3230.60	8729.73	3372.56
Treliças	854.910	671.54	668.61	670.42	761.105	1335.48	590.532

Fonte: O Autor, 2025

Os resultados da Tabela 44 indicam que o KOARIME apresenta custo computacional superior ao de algoritmos mais simples, como KOA e WOA, porém compatível com outros métodos híbridos, como PSOABC e GWOWOA. Esse comportamento é mais evidente no benchmark CEC 2023, devido à elevada dimensionalidade do problema, que impacta de forma semelhante todos os algoritmos avaliados. Na aplicação da microrrede off-grid, o tempo de execução do KOARIME permanece competitivo com as outras metaheurísticas híbridas. A Tabela 45 mostra que o MOKOARIME apresenta tempo computacional inferior ao do NSGAI-MOPSO, indicando menor custo computacional em relação a esse método de referência. Por outro lado, o MOKOARIME demanda maior tempo de execução quando comparado aos demais algoritmos avaliados, como HMOEA, HMOFA, HMOWATS, MOGWOCs e SHAMODE-WO, o que é esperado em função da maior complexidade do processo de seleção baseado na dominância generalizada de Pareto (M-1) GPD.

7 CONCLUSÃO

O presente trabalho apresentou o desenvolvimento de duas novas metaheurísticas híbridas, o KOARIME e o MOKOARIME, baseadas na integração entre os Algoritmo de Otimização de Kepler (KOA) e Algoritmo de Otimização Rime (RIME). Essa combinação foi concebida para unir a capacidade de exploração global do KOA, inspirada nas leis do movimento orbital de Kepler, à intensificação local promovida pelo RIME, fundamentada no processo físico de formação do gelo rime. O objetivo central foi criar um método capaz de equilibrar diversidade e convergência, melhorando a precisão das soluções e reduzindo a probabilidade de estagnação em ótimos locais.

Na primeira etapa da pesquisa, foi desenvolvido o KOARIME em sua versão mono objetivo, avaliado por meio das funções de benchmark das competições CEC 2017, 2019 e 2023. Os resultados obtidos demonstraram ganhos de desempenho em relação aos algoritmos originais e a outros algoritmos de referência, incluindo abordagens híbridas, apresentando menores erros médios e baixa variabilidade entre execuções. Essa primeira versão confirmou a eficiência da hibridização proposta, evidenciando que a integração entre os mecanismos orbitais do KOA e os processos de deposição do RIME resultou em um modelo estável e robusto para otimização contínua.

A segunda etapa da pesquisa consistiu na expansão do modelo para o contexto multi-objetivo, dando origem ao MOKOARIME. Essa versão incorporou os princípios da dominância de Pareto e o uso de métricas de desempenho como HV e IGD, ampliando a capacidade do algoritmo de lidar com múltiplos critérios conflitantes. A avaliação realizada nas funções de benchmark da CEC 2018 demonstrou que o MOKOARIME superou os algoritmos híbridos de referência (HMOEA, HMOFA, HMOWOATS, MOGWOCs, NSGAII-MOPSO e SHADEMODE_WO), apresentando frentes de Pareto mais amplas, bem distribuídas e com maior qualidade de convergência. O teste estatístico de Wilcoxon confirmou a superioridade da proposta, enquanto o ranking geral posicionou o MOKOARIME em primeiro lugar, com o maior número de vitórias.

Além dos testes em benchmarks, o algoritmo foi aplicado a dois problemas de engenharia de alta relevância. Na versão mono objetivo, o KOARIME foi empregado na minimização do custo do ciclo de vida (LCC) de uma microrrede híbrida isolada,

obtendo o menor custo médio e o menor desvio-padrão entre os algoritmos comparados, o que evidenciou sua eficiência e estabilidade na otimização econômica do sistema. Em seguida, a versão multi-objetivo, o MOKOARIME, foi aplicada à mesma microrrede, utilizando uma função com seis objetivos que representaram simultaneamente critérios econômicos e ambientais. O modelo proposto demonstrou melhor desempenho nas métricas HV e IGD, indicando maior qualidade de convergência e diversidade das soluções ao lidar simultaneamente com critérios econômicos e ambientais. No problema das treliças, o MOKOARIME apresentou desempenho consistente em termos de estabilidade e qualidade das soluções, produzindo frentes de Pareto mais diversificadas e bem distribuídas. Essa performance confirma sua habilidade em lidar com restrições estruturais e múltiplos objetivos, como a minimização simultânea do peso e do deslocamento máximo. Em conjunto, esses resultados reforçam o potencial prático do MOKOARIME em problemas reais de engenharia, nos quais diferentes critérios precisam ser equilibrados de forma eficiente. Em relação ao custo computacional, os resultados indicam que o desempenho superior alcançado pelo KOARIME e pelo MOKOARIME está associado a um aumento esperado no tempo de execução, decorrente da maior complexidade dos mecanismos de busca e seleção adotados.

Como perspectiva para trabalhos futuros, recomenda-se o aprimoramento dos modelos KOARIME e MOKOARIME, explorando estratégias adaptativas para o controle dinâmico de parâmetros e mecanismos de autoaprendizado que utilizem o histórico de desempenho para guiar o equilíbrio entre exploração e intensificação. O KOARIME pode ser expandido com técnicas de ajuste automático e estratégias híbridas inspiradas em comportamento coletivo, enquanto o MOKOARIME pode incorporar abordagens de aprendizado de máquina e otimização dinâmica, ampliando sua eficiência em cenários de alta dimensionalidade e múltiplos objetivos conflitantes. Essas evoluções visam tornar ambos os algoritmos ainda mais robustos, autônomos e capazes de se adaptar a diferentes classes de problemas complexos de otimização.

REFERÊNCIAS

- ABDEL AZIZ, Aamir M.; SOLIMAN, T. H. A.; GHANY, K. K. A.; SEWISY, A. A. E.-M. A pareto-based hybrid whale optimization algorithm with tabu search for multi-objective optimization. *Algorithms*, v. 12, n. 12, p. 261, dez. 2019.
- ABDEL-BASSET, M.; MOHAMED, R. Light Spectrum Optimizer: A Novel Physics-Inspired Metaheuristic Optimization Algorithm. *Mathematics*, v. 10, n. 19, p. 3466, 2022.
- ABDEL-BASSET, M.; MOHAMED, R.; ABDEL AZEEM, S. A.; JAMEEL, M.; ABOUHAWWASH, M. Kepler optimization algorithm: A new metaheuristic algorithm inspired by Kepler's laws of planetary motion. *Knowledge-Based Systems*, v. 268, p. 110454, 2023.
- ABRAHAM, A.; JAIN, L.; GOLDBERG, R. *Evolutionary Multiobjective Optimization*. Springer, 2005.
- AFOLABI, T.; FARZANEH, H. Optimal Design and Operation of an Off-Grid Hybrid Renewable Energy System in Nigeria's Rural Residential Area, Using Fuzzy Logic and Optimization Techniques. *Sustainability*, v. 15, n. 3862, 2023.
- AGAJIE, E. F.; AGAJIE, T. F.; AMOUSSOU, I.; FOPAH-LELE, A.; NSANYUY, W. B.; KHAN, B.; BAJAJ, M.; ZAITSEV, I.; TANYI, E. Optimization of Off-Grid Hybrid Renewable Energy Systems for Cost-Effective and Reliable Power Supply in Gaita Selassie Ethiopia. *Scientific Reports*, v. 14, n. 10929, 2024.
- ALI, Aamir; SHAHID, Adeel; KHAN, Rizwan; *et al.* A novel hybrid multi-operator evolutionary algorithm for dynamic distributed generation optimization and optimal feeder reconfiguration. Springer Science and Business Media LLC, Nov. 2024.
- AMAR, Hadeel A.; JASIM, Basim H. Hybrid metaheuristic approach for robot path planning in dynamic environment. *Indonesian Journal of Electrical Engineering and Computer Science*, v. 22, n. 3, p. 1734-1744, 2021.
- AMIRTEIMOORI, A.; MAHDAVI, I.; SOLIMANPUR, M.; ALI, S. S.; TIRKOLAEI, E. B. A parallel hybrid PSO-GA algorithm for the flexible flow-shop scheduling with transportation. *Computers & Industrial Engineering*, v. 173, p. 108672, 2022.
- ANDRADE, Francisco Cláudio Lopes. Um modelo multiobjetivo de otimização aplicado ao processo de orçamento de capital. 2020. 93 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Administração) – Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, 2020.
- AWAD, N. H.; ALI, M. Z.; SUGANTHAN, P. N.; LIANG, J. J.; QU, B. Y. Problem Definitions and Evaluation Criteria for the CEC 2017 Special Session and Competition on Single Objective Real-Parameter Numerical Optimization. Technical Report. Nanyang Technological University, Singapore; Jordan University of Science and Technology, Jordan; Zhengzhou University, China, 2016.
- BANERJEE, A.; PRADHAN, S.; MISRA, B.; CHAKRABORTY, S. A Guide to Meta-

Heuristic Algorithms for Multi-objective Optimization: Concepts and Approaches. In: DEY, N. (Org.). Applied Multi-objective Optimization. Singapore: Springer, 2024. p. 1–19.

BARBOSA, Aglaucibelly Maciel. Viabilidade técnica e econômica da produção de manga no município de Curral de Cima-PB utilizando sistema fotovoltaico. 2020. 129 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Energia na Agricultura e na Agroindústria) – Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande, 2020.

BLUM, C.; ROLI, A. Metaheuristics in combinatorial optimization: Overview and conceptual comparison. *ACM Computing Surveys*, v. 35, n. 3, p. 268–308, 2003.

BLUM, Christian; BLESAGUILERA, Maria José; ROLI, Andrea; SAMPELS, Michael (Org.). Hybrid Metaheuristics: An Emerging Approach to Optimization. Berlin: Springer, 2008. (Studies in Computational Intelligence, v. 114).

BRAJEVIĆ, I.; STANIMIROVIĆ, P. S.; LI, S.; *et al.* **Hybrid Sine Cosine Algorithm for Solving Engineering Optimization Problems. *Mathematics*, v. 10, n. 23, art. 4555, 2022.

CENTRO DE PESQUISAS DE ENERGIA ELÉTRICA – CEPEL. Nota Técnica TD-2746: Avaliação técnica e econômica de sistemas de armazenamento de energia com baterias: estudo de caso de sistemas fotovoltaicos residenciais. Rio de Janeiro: CEPEL, 2018. 90 p.

CHENG, RAN *ET AL.* Benchmark Functions for CEC'2018 Competition on Many-Objective Optimization. Birmingham: University of Birmingham, 2018.

CHENG, R., JIN, Y., OLHOFFER, M., & BÄCK, T. (2016). A Reference Vector Guided Evolutionary Algorithm for Many-Objective Optimization. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*.

Deb, K., Pratap, A., Agarwal, S., & Meyarivan, T. (2002). A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*.

Deb, K., & Jain, H. (2014). An evolutionary many-objective optimization algorithm using reference-point based nondominated sorting approach, Part I: Solving problems with box constraints. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*.

DEB, K.; JAIN, H. An evolutionary many-objective optimization algorithm using reference-point-based nondominated sorting approach. Part I: solving problems with box constraints. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, v. 18, n. 4, p. 577–601, 2014.

DIB, O. Novel hybrid evolutionary algorithm for bi-objective optimization problems. *Scientific Reports*, v. 13, art. 4267, 2023.

DORIGO, Marco; MANIEZZO, Vittorio; COLORNI, Alberto. Ant system: optimization by a colony of cooperating agents. *IEEE Transactions on Systems, Man, and*

Cybernetics, Part B, v. 26, n. 1, p. 29–41, 1996.

DU, J.; YANG, Z.; WANG, Z.; ZHANG, Y. Enhancing NSGA-II Algorithm through Hybrid Strategy for Multi-Objective Optimization Problems. *Symmetry*, v. 16, n. 8, art. 1062, 2024.

ELLAHI, RAHIMDAD; ABBAS, GHUFRAN. A new hybrid metaheuristic approach for the solution of renewables-incorporated economic dispatch problems. *Energies*, v. 13, n. 15, p. 1-24, 2020.

FAN, Z., *et al.* (2001). Cone-domination for multi-objective optimization problems.

FARH, H. M. H.; AL-SHAMMA'A, A. A.; AL-SHAALAN, A. M.; ALKUHAAYLI, A.; NOMAN, A. M.; KANDIL, T. Technical and Economic Evaluation for Off-Grid Hybrid Renewable Energy System Using Novel Bonobo Optimizer. *Sustainability*, v. 14, n. 1533, 2022.

GENDREAU, M.; POTVIN, J. Y. (org.). *Handbook of Metaheuristics*. 2. ed. New York: Springer, 2010.

GEETHA, M.; CHANDRA GURU SEKAR, R.; MARICHELVAM, M.K.; TOSUN, Ö. A Sequential Hybrid Optimization Algorithm (SHOA) to Solve the Hybrid Flow Shop Scheduling Problems to Minimize Carbon Footprint. *Processes*, 12(1):143, 2024.

GOLDBERG, David E. *Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning*. Reading, MA: Addison-Wesley, 1989.

GOODARZIAN, FARIBA; HOSSEINI-NASAB, HAMED; MATEI, MIRCEA; GHAFFARZADEH, HOSEIN. Designing a green home healthcare network: a novel bi-objective mathematical model. *Journal of Cleaner Production*, v. 278, p. 123436, 2021.

GÜVEN, A.; YAZICI, C.; KAYMAKCI, Ö. Multi-objective optimization of an islanded green energy system utilizing sophisticated hybrid metaheuristic approach. *Sustainable Energy Technologies and Assessments*, v. 57, p. 103151, 2023.

HE, C.; TIAN, Y.; WANG, H.; LI, H.; JIN, Y. CEC 2023 Competition on Large-scale Continuous Optimization for Non-contact Measurement. Disponível em: <https://github.com/ChengHust/IEEE-CEC-2023-Competition/blob/main/README.md>.

HUANG, G.; GAN, J.; HUANG, Y.; EBRAHIMIAN, H. Optimization of Off-Grid Renewable Energy Systems Using a Hybrid Version of Golden Search Algorithm. *Heliyon*, v. 10, 2024.

INSTITUTO NACIONAL DE METEOROLOGIA – INMET. Banco de Dados Meteorológicos para Ensino e Pesquisa (BDMEP). Disponível em: <https://bdmep.inmet.gov.br/>.

IRENA – International Renewable Energy Agency. *Renewable Energy for Remote Communities*. Abu Dhabi: IRENA, 2023.

ISHIBUCHI, H., Tsukamoto, N., & Nojima, Y. (2008). Evolutionary many-objective optimization: A short review.

ISLAM, Md. Shafiqul; BHUIYAN, Md. Mahabubur Rahman. Assessment of costs of nuclear power in Bangladesh. *Energy Reports*, v. 6, p. 126–135, 2020.

JALILI, SHAHIN; HOSSEINZADEH, Yousef. *Design of Pin Jointed Structures under Stress and Deflection Constraints Using Hybrid Electromagnetism-like Mechanism and Migration Strategy Algorithm*. [s.l.], 2017.

JIANG, S., YANG, S., & LIU, X. (2014). A Strength Pareto Evolutionary Algorithm Based on Reference Direction for Multiobjective Optimization Problems.

KENNEDY, J.; EBERHART, R. Particle swarm optimization. In: IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON NEURAL NETWORKS, 1995, Perth, WA. Proceedings... Perth: IEEE, 1995. p. 1942–1948.

KESIREDDY, Adarsh; MEDRANO, F. Antonio. Elite Multi-Criteria Decision Making—Pareto Front Optimization in Multi-Objective Optimization. *Algorithms*, Basel, v. 17, n. 5, art. 206, 2024.

KIANI, F.; NEMATZADEH, S.; ANKA, F. A.; FINDIKLI, M. A. Chaotic Sand Cat Swarm Optimization. *Mathematics*, Basel, v. 11, n. 10, p. 2340, 2023.

KITCHENHAM, B.; CHARTERS, S. Guidelines for performing systematic literature reviews in software engineering: technical report. 2007.

KUMAR, Polamarasetty P.; SAINI, Rajeshwer Prasad. Optimization of an off-grid integrated hybrid renewable energy system with various energy storage technologies using different dispatch strategies. *Energy Sources, Part A: Recovery, Utilization, and Environmental Effects*, [S. l.], v. 42, n. 19, p. 2342–2357, 2020.

KUMAR, Polamarasetty P.; SURESH, Vishnu; JASINSKI, Michal; LEONOWICZ, Zbigniew. Off-grid rural electrification in India using renewable energy resources and different battery technologies with a dynamic differential annealed optimization. *Energies*, v. 14, n. 18, p. 5866, 2021.

Li, F.; Cheng, R.; Liu, J.; Jin, Y. A two-stage R_2 indicator based evolutionary algorithm for many-objective optimization. *Applied Soft Computing*, v. 67, p. 245–260, jun. 2018.

LI, M.; LIN, Q.; GUO, P.; ZHANG, Q.; YAO, X. (M–1)-GPD: Pareto dominance relation for many-objective optimization. *IEEE Transactions on Cybernetics*, v. 52, n. 10, p. 10427–10440, 2022.

LI, Yilun; XIE, Zhengwei; YANG, Shiyu; REN, Zhuoxiang. A hybrid algorithm based on NSGA-II and MOPSO for multi-objective designs of electromagnetic devices. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 59, n. 5, p. 7001804, mai. 2023.

LIN, Y.; BIAN, X.-Y.; DONG, Z.-R. A discrete hybrid algorithm based on Differential Evolution and Cuckoo Search for optimizing the layout of ship pipe route. *Ocean Engineering*, v. 261, art. 112164, 2022.

MAROCCO, P.; FERRERO, D.; MARTELLI, E.; SANTARELLI, M.; LANZINI, A. An MILP approach for the optimal design of renewable battery-hydrogen energy systems for off-grid insular communities. *Energy Conversion and Management*, v. 245, p. 114564, 2021.

MASSAN, S. R.; WAGAN, A. I.; SHAIKH, M. A. A new hybrid metaheuristic algorithm for wind farm micrositeing. *Energies*, v. 10, n. 3, p. 1-18, 2017.

MEHTA, P., JANGIR, P., QIN, H., & PANDYA, S. B. (2025). Structural optimization of different truss designs using two efficient multiobjective evolutionary algorithms. *Scientific Reports*, 15, Article 97133.

MICEV, M.; ĆALASAN, M.; ALI, Z. M.; HASANIEN, H. M.; ABDEL ALEEM, S. H. E. Optimal design of automatic voltage regulation controller using hybrid simulated annealing–manta ray foraging optimization algorithm. *Ain Shams Engineering Journal*, v. 12, n. 2, p. 641-657, 2021.

MIRJALILI, S.; LEWIS, A. The Whale Optimization Algorithm. *Advances in Engineering Software*, v. 95, p. 51–67, 2016.

MIRJALILI, S.; MIRJALILI, S. M.; LEWIS, A. Multi-objective grey wolf optimizer: a novel meta-heuristic approach for multi-objective optimization problems. *Applied Soft Computing*, v. 23, p. 294–309, 2016. DOI: 10.1016/j.asoc.2014.10.037.

MOHAMMED, H. M.; RASHID, T. A. A novel hybrid GWO with WOA for global numerical optimization and solving pressure vessel design. *Neural Computing and Applications*, v. 32, n. 18, p. 14701–14718, 2020.

MODU, B.; ABDULLAH, M. P. B.; ALKASSEM, A.; AL GARNI, H. Z.; ALKABI, M. Optimal Design of a Grid-Independent Solar-Fuel Cell-Biomass Energy System Using an Enhanced Salp Swarm Algorithm Considering Rule-Based Energy Management Strategy. *IEEE Access*, v. 12, 2024.

MOHSENI, S.; BRENT, A. C.; BURMESTER, D. A comparison of metaheuristics for the optimal capacity planning of an isolated, battery-less, hydrogen-based micro-grid. *Applied Energy*, v. 259, p. 114224, 2020.

MOHSENI, S.; BRENT, A. C.; BURMESTER, D.; CHATTERJEE, A. Optimal Sizing of an Islanded Micro-Grid Using Meta-Heuristic Optimization Algorithms Considering Demand-Side Management. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 2023.

MOHSENI, S.; KHALID, R.; BRENT, A. C. Metaheuristic-based isolated microgrid sizing and uncertainty quantification considering EVs as shiftable loads. *Energy Reports*, v. 8, p. 11288-11308, 2022.

NAJM, Saleh A.; AHMED, Hamza M.; SINGH, Daljeet; AHMED, Jawad; ZUBAIR,

Muhammad; ALSANAD, Areej; ALZAHIRANI, Naif. A new hybrid metaheuristic algorithm for global optimization and engineering design applications. *IEEE Access*, v. 12, p. 8363-8379, 2024.

OBADINA, O. O.; THAHA, M. A.; ALTHOEFER, K.; SHAHEED, M. H. Dynamic characterization of a master–slave robotic manipulator using a hybrid grey wolf–whale optimization algorithm. *Journal of Vibration and Control*, v. 28, n. 15-16, p. 1992–2003, 2022.

OGUNJUYIGBE, A. S. O.; AYODELE, T. R.; AKINOLA, O. A. Optimal allocation and sizing of PV/Wind/Split-Diesel/Battery hybrid energy system for minimizing life cycle cost, carbon emission and dump energy. *Energy*, v. 115, 2016.

OMIDINASAB, F.; GOODARZIMEHR, V. A Hybrid Particle Swarm Optimization and Genetic Algorithm for Truss Structures with Discrete Variables. *Journal of Applied and Computational Mechanics*, v. 6, n. 3, p. 593–604, 2020.

PANAGANT, N.; BUREERAT, S.; TAI, K. A novel self-adaptive hybrid multi-objective meta-heuristic for reliability design of trusses with simultaneous topology, shape and sizing optimisation design variables. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, v. 60, n. 5, p. 1937–1955, jun. 2019.

PALAKONDA, V.; MALLIPEDDI, R. Pareto Dominance-Based Algorithms with Ranking Methods for Many-Objective Optimization. *IEEE Access*, v. 5, n. October, p. 11043–11053, 2017.

PASHA, J.; NWODU, A. L.; FATHOLLAHI-FARD, A. M.; TIAN, G.; LI, Z.; WANG, H.; DULEBENETS, M. A. Exact and metaheuristic algorithms for the vehicle routing problem with a factory-in-a-box in multi-objective settings. *Advanced Engineering Informatics*, v. 52, p. 101623, 2022.

PEREIRA, M. M. *et al.* Um modelo multiobjetivo de otimização aplicado ao processo de orçamento de capital. *Revista Gestão Industrial*, v. 18, n. 3, p. 123–141, 2022.

PHAM, Hoang-Anh; VU, Tien-Chuong. Enhanced differential evolution–Rao optimization with distance comparison method and its application in optimal sizing of truss structures. *Journal of Computational Science*, v. 80, p. 102327, 2024.

PINHEIRO NETO, DAYWES. Avaliação de estratégias de despacho energético e modelagem de degradação de baterias para sistemas híbridos isolados. 2017. 163 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Energia) – Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2017.

PLANK, M. *Scientific Autobiography*. 1950.

POE, E. A. *The Power of Words*. Poema publicado em 1845.

PRICE, K. V.; AWAD, N. H.; ALI, M. Z.; SUGANTHAN, P. N. Problem definitions and evaluation criteria for the 100-digit challenge special session and competition on single objective numerical optimization. Technical Report. Nanyang Technological

University, Singapore, 2018.

RASHEDI, Esmat; NEZAMABADI-POUR, Hossein; SARYAZDI, Saeid. GSA: A gravitational search algorithm. *Information Sciences*, v. 179, n. 13, p. 2232–2248, 2009.

RAHMAN, C. M.; RASHID, T. A. A new evolutionary algorithm: Learner performance based behavior algorithm. *Egyptian Informatics Journal*, v. 22, n. 2, p. 213–223, 2021.

RAO, R. Venkata; SAVSANI, V. J.; VAKHARIA, D. P. Teaching–learning-based optimization: A novel method for constrained mechanical design optimization problems. *Computer-Aided Design*, v. 43, n. 3, p. 303–315, 2011.

REIS, Ronaldo Moreira dos. Modelo multicritério de análise de investimentos: aplicação em projetos agrícolas com irrigação no Norte de Minas Gerais. 2007. 123 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Agrícola) – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 2007.

SADOLLAH, A.; ESKANDAR, H.; BAHREININEJAD, A.; KIM, J. H. Water cycle algorithm for solving multi-objective optimization problems. *Soft Computing*, v. 19, p. 2405–2427, 2015.

SAMY, M. M.; BARAKAT, S.; RAMADAN, H. S. A flower pollination optimization algorithm for an off-grid PV-Fuel cell hybrid renewable system. *International Journal of Hydrogen Energy*, v. 44, p. 2141–2152, 2019.

SANHUEZA, C.; JIMÉNEZ, F.; BERRETTA, R.; MOSCATO, P. PasMoQAP: A Parallel Asynchronous Memetic Algorithm for solving the Multi-Objective Quadratic Assignment Problem. *Proc. IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC)*, 2017.

SANKARANANTH, S.; KARTHIGA, M.; SUGANYA, E.; SOUNTHARRAJAN, S.; BAVIRISETTI, D. P. AI-enabled metaheuristic optimization for predictive management of renewable energy production in smart grids. *Energy Reports*, v. 10, p. 1299–1312, 2023.

SILVA, André Luiz de Oliveira e. Metodologia de análise de risco e retorno aplicada a projetos de investimento: uma abordagem baseada em simulação. 2012. 162 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2012.

SU, H.; ZHAO, D.; HEIDARI, A. A.; LIU, L.; ZHANG, X.; MAFARJA, M.; CHEN, H. RIME: A physics-based optimization. *Neurocomputing*, v. 532, p. 183–214, 2023.

SULTAN, H. M.; MENESY, A. S.; KAMEL, S.; KORASHY, A.; ALMOHAIMEED, S. A.; ABDEL-AKHER, M. An improved artificial ecosystem optimization algorithm for optimal configuration of a hybrid PV/WT/FC energy system. *Alexandria Engineering Journal*, v. 60, p. 1001–1025, 2021.

SUSAN, Siron Anita; BALASUBRAMANIAN, Nithya. A hybrid metaheuristic algorithm for stop point selection in wireless rechargeable sensor network. *International Journal of Engineering and Technology Innovation*, v. 13, n. 4, p. 296-312, 2023.

TALBI, E.G. *Metaheuristics: From Design to Implementation*. Hoboken: John Wiley & Sons, 2009.

TAMILSELVAN, V. A hybrid PSO-ABC algorithm for optimal load shedding and improving voltage stability. *International Journal of Manufacturing Technology and Management*, v. 34, n. 6, p. 577–597, 2020.

TANABE, R.; FUKUNAGA, A. S. Success-history based parameter adaptation for differential evolution. In: *IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC)*, 2013, Cancun. Proceedings... Piscataway, NJ: IEEE, 2013. p. 71–78.

THIRUNAVUKKARASU, M.; LALA, H.; SAWLE, Y. Reliability Index-Based Optimal Sizing and Statistical Performance Analysis of Stand-Alone Hybrid Renewable Energy System Using Metaheuristic Algorithms. *Alexandria Engineering Journal*, v. 74, p. 387–413, 2023.

VO, N.; TANG, H.; LEE, J. A multi-objective Grey Wolf–Cuckoo Search algorithm applied to spatial truss design optimization. *Applied Soft Computing*, v. 155, art. 111435, 2024.

VO, N. *et al.* A multi-objective Grey Wolf–Cuckoo Search algorithm for spatial truss designs. *Applied Soft Computing*, v. 131, p. 111435, 2024.

VO, T. T.; TANG, K. S.; LEE, T. H. Grey Wolf–Cuckoo Search algorithm: a novel hybrid multi-objective approach for structural optimization. *Knowledge-Based Systems*, v. 297, p. 111915, 2024.

WOLPERT, D. H.; MACREADY, W. G. No free lunch theorems for optimization. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, v. 1, n. 1, p. 67–82, 1997.

XIE, Chun-Wei; XIAO, Cheng; DING, Ling-Xiao; XIA, Xiu-Wei; *et al.* HMOFA: A hybrid multi-objective firefly algorithm. Beijing: Institute of Software, Chinese Academy of Sciences, 2018.

YANG, M.; LIU, Y.; YANG, J. A Hybrid Multi-Objective Particle Swarm Optimization with Central Control Strategy (CCHMOPSO). *Computational Intelligence and Neuroscience*, 2022, art. 1522096.

YI, W.; CHEN, Y.; PEI, Z.; LU, J. Adaptive differential evolution with ensembling operators for continuous optimization problems. *Swarm and Evolutionary Computation*, v. 69, p. 100994, 2022.

YUN, Won-Tae; GEN, Mitsuo; ERDENE, Uyanga. Applying GA-PSO-TLBO approach to engineering optimization problems. *Applied Sciences*, v. 13, n. 9, p. 5636, 2023.

ZHANG, M.; WEN, G. *Duck Swarm Algorithm: Theory, Numerical Optimization, and*

Applications. 2021.

ZHANG, Q., ZHOU, A., & JIN, Y. (2015). RM-MEDA: A Regularity Model-Based Multiobjective Estimation of Distribution Algorithm.

ZHU, S.; LI, C.; HUANG, T.; LI, J. Symmetrical Generalized Pareto Dominance and Adjusted Reference Vector Cooperative Strategy for Many-Objective Optimization. *Symmetry*, v. 16, n. 11, art. 1484, 2024.

ZITOUNI, Abdelouahab; ZITOUNI, Ahmed; CHELLI, Amel; ALI, Muhammad A.; ELSAYED, Ahmed. A novel hybrid metaheuristic algorithm combining the beluga whale, honey badger, and jellyfish search optimizers for solving engineering design problems. *Mathematics*, v. 12, n. 3, p. 1-28, 2024.

APÊNDICE A - CONFIGURAÇÕES OPERACIONAIS DO SISTEMA HÍBRIDO

Este apêndice apresenta os parâmetros técnicos e econômicos dos principais componentes utilizados na modelagem e simulação do sistema híbrido de geração de energia analisado. São detalhadas as especificações do módulo fotovoltaico, da turbina eólica, do sistema de geração por biomassa, do banco de baterias do tipo Níquel-Ferro (Ni-Fe) e do gerador a diesel. Essas informações servem de base para o cálculo do desempenho técnico, econômico e ambiental do sistema proposto.

TABELA 46 – Parâmetros do módulo fotovoltaico

Parâmetro	Valor	Unidade	Descrição
Modelo	ND-250 QCs		Fabricante Sharp Solar.
Custo Unitário	250	USD	Custo estimado por unidade do módulo.
Potência nominal	250	W	Potência de pico do módulo.
Irradiância de referência	1	kW/m ²	Valor padrão para testes de desempenho.
Temperatura de referência	25	°C	Condição padrão de operação.
Coefficiente térmico	$-3.7 * 10^{-3}$	°C ⁻¹	Variação percentual da potência por °C.
Área aproximada	1.6	m ²	Superfície ocupada pelo módulo.

Fonte: Kumar, P. P.; Saini, R. P, 2020.

TABELA 47 – Parâmetros técnicos da turbina eólica

Parâmetro	Valor	Unidade	Descrição
Modelo	BWC XL1		Fabricante Bergey Windpower.
Custo Unitário	2500	USD	Custo estimado por unidade.
Potência nominal	1000	W	Potência de pico do módulo.
Velocidade de corte inferior	2.5	m/s	Abaixo dessa velocidade, não há geração.
Velocidade nominal	11	m/s	A partir dessa velocidade, a potência é constante.
Velocidade de corte superior	21	m/s	Acima dessa velocidade, a turbina é desligada.

Fonte: Kumar, P. P.; Saini, R. P, 2020.

TABELA 48 – Parâmetros do sistema de geração por biomassa

Parâmetro	Valor	Unidade	Descrição
Qbm	9	toneladas/ano	Quantidade anual disponível de biomassa.
Nbmg	20%		Eficiência do gerador de biomassa.
CVbm	4015	kcal/kg	Poder calorífico da biomassa.
DOHbmg	5	horas/dia	Número de horas diárias de operação do gerador.
Custo Unitário a biomassa.	3604	USD	Custo de capital do sistema de geração.

Fonte: Kumar, P. P.; Saini, R. P, 2020.

TABELA 49 – Especificações da bateria NI-FE

Parâmetro	Valor	Unidade	Descrição
Eficiência ciclo	80%		Eficiência no processo completo de carga e descarga.
Autodescarga	1%		Perda diária de carga quando a bateria está ociosa.
Capacidade nominal	1000	Ah	Quantidade de carga elétrica armazenada.
Tensão nominal	1.2	V	Tensão elétrica por unidade.
Vida útil esperada	30+	anos	Tempo médio de operação com DOD = 50%.
Custo de capital	1057	USD	Custo inicial da bateria.

Fonte: Kumar, P. P.; Saini, R. P, 2020.

Consumo de combustível:

$$Fdg(t) = aDG * Pdg,gen(t) + bDG * Pdg, rat$$

onde:

$Fdg(t)$ = Consumo de combustível no instante t (litros/hora);

aDG = Coeficiente da potência gerada;

bDG = Coeficiente da potência nominal;

$Pdg,gen(t)$ = Potência gerada pelo DG no instante t;

Pdg, rat = Potência nominal do DG.

TABELA 50 – Parâmetros do gerador a diesel (DG)

Parâmetro	Valor	Unidade	Descrição
Modelo	C62.5		Modelo Cummins 62.5 kVA.descarga.
Potência nominal	50	kW	Potência máxima de operação do gerador.
Eficiência de conversão	0.95	%	Eficiência da conversão de energia.
Custo Unitários	5715	USD	Custo inicial do equipamento.
Custo do combustível	0.97	USD	Preço considerado por litro de diesel.
Coeficiente a	0.246	L/kWh	Coeficiente de consumo de combustível.
Coeficiente b	0.08145	L/kWh	Coeficiente fixo da curva de consumo.

Fonte: Kumar, P. P.; Saini, R. P, 2020.