

SERGIO AUGUSTO FLEISCHFRESSER

**ABORDAGEM DE UM PROBLEMA DE ENTREGA DE JORNAIS A
ASSINANTES POR MÉTODOS HEURÍSTICOS E ESTATÍSTICOS**

**Dissertação apresentada como requisito
parcial para a obtenção do grau de Mestre
em Ciências no Curso de Pós-Graduação
em Métodos Numéricos em Engenharia.**

**Orientadora :
Prof.a Maria Teresinha Arns Steiner**

CURITIBA

MARÇO 2001

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MÉTODOS
NUMÉRICOS EM ENGENHARIA

ABORDAGEM DE UM PROBLEMA DE ENTREGA DE JORNAIS A
ASSINANTES POR MÉTODOS HEURÍSTICOS E ESTATÍSTICOS

CURITIBA
MARÇO 2001

SERGIO AUGUSTO FLEISCHFRESSER

**ABORDAGEM DE UM PROBLEMA DE ENTREGA DE JORNAIS A
ASSINANTES POR MÉTODOS HEURÍSTICOS E ESTATÍSTICOS**

**Dissertação apresentada como requisito
parcial para a obtenção do grau de Mestre
em Ciências no Curso de Pós-Graduação
em Métodos Numéricos em Engenharia.**

**Orientadora:
Prof.^a Maria Teresinha Arns Steiner**

**CURITIBA
MARÇO 2001**



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E DO DESPORTO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
SETOR DE TECNOLOGIA
CENTRO DE ESTUDOS DE ENGENHARIA CIVIL PROFESSOR INALDO AYRES VIEIRA

SERGIO AUGUSTO FLEISCHFRESSER

**ABORDAGEM DE UM PROBLEMA DE ENTREGA DE JORNAIS A
ASSINANTES POR MÉTODOS HEURÍSTICOS E ESTATÍSTICOS**

Dissertação aprovada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre no Curso de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia – Programação Matemática da Universidade Federal do Paraná, pela comissão formada pelos professores:

Professora Maria Teresinha Arns Steiner - D. Eng.
Departamento de Matemática - UFPR

Professor Celso Carnieri - D. Eng.
Departamento de Matemática - UFPR

Professora Miriam Rita Moro Mine - D. Eng.
Curso de pós-Graduação de Engenharia Hidráulica - UFPR

Curitiba, 16 de março de 2.001.

AGRADECIMENTOS

Ao iniciar o curso de mestrado em Métodos Numéricos em Engenharia, não podia imaginar o tempo e a dedicação que seriam necessários para atingir o objetivo final. Nesse período, deixei de lado compromissos, privei as pessoas mais próximas de minha atenção e, principalmente, recebi muita ajuda. Nunca poderei agradecer condignamente a todos, por tudo que me proporcionaram. De alguma forma, entretanto, aqui seguem alguns agradecimentos:

À minha esposa Gleusa, por sua compreensão pelos eventos que deixamos de participar durante esse período de estudo intensivo e por seu conforto e entusiasmo.

Aos meus filhos Carla, Angela, Betina, Oscar e Sergio, pela ajuda prestada durante a duração de meu curso.

À minha orientadora, Maria Teresinha Arns Steiner, por sua paciência e dedicação em me indicar, um sem número de vezes, o caminho que eu deveria trilhar no desenvolvimento do presente trabalho.

Ao professor Celso Carnieri que, com profundo conhecimento, participou dos seminários preparatórios, abordando aspectos importantes a serem analisados.

À professora Florinda Katsume Miyaoka, por sua colaboração com imensa amizade, nas primeiras etapas de meu curso.

Ao professor Jair Mendes Marques, por sua participação desinteressada no desenvolvimento dos programas e no ensino da utilização do *software* MATLAB.

A todos os demais professores do CESEC, pelos preciosos ensinamentos transmitidos durante o período do meu curso de pós-graduação.

Ao doutorando Luiz Fernando Nunes, que gentilmente me forneceu cópia dos programas para o algoritmo do problema do caixeiro viajante.

Aos meus colegas de turma, Danielle Durski Figueiredo, Elon Santos Corrêa e Raimundo Ronilson Leal do Rosário, que colaboraram comigo em todo o curso, com grande desprendimento e muita amizade.

Ao Washington Camatari que, de forma gentil e despreziosa, forneceu-me os dados necessários para eu poder preparar, executar e concluir este trabalho.

IN MEMORIAN

Desejo recordar os nomes de alguns ex-colegas que já deixaram o nosso convívio, mas, de alguma forma, me ajudaram e serviram de incentivo: em primeiro lugar, me vem o nome do professor Inaldo Ayres Vieira. Foi ele quem primeiro confiou em mim, ao fazer o convite para eu lecionar no antigo curso de Arquitetura e Urbanismo da então Faculdade de Engenharia, as primeiras aulas da disciplina Cálculo Infinitesimal, Geometria Analítica e Nomografia.

Igualmente lembro o nome do saudoso professor João Carlos Pereira, que tanto me entusiasmou e colaborou, e foi um exemplo de amigo, companheiro e conselheiro.

Também me recordo da professora Beatriz Pierin de Barros e Silva, desaparecida tão precocemente, e que me ajudou nos primeiros passos para o desenvolvimento de programas utilizados no software MATLAB.

SUMÁRIO

LISTA DE TABELAS	vi
LISTA DE FIGURAS	viii
LISTA DE GRÁFICOS	ix
LISTA DE QUADROS	ix
RESUMO	x
ABSTRACT	xi
1 INTRODUÇÃO	1
1.1 OBJETIVOS DO TRABALHO	1
1.2 IMPORTÂNCIA DO TRABALHO	1
1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO	2
2 O PROBLEMA REAL	3
2.1 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA	3
2.2 DIFICULDADES ENCONTRADAS	9
3 O PROBLEMA MATEMÁTICO E DESCRIÇÃO DOS ALGORITMOS UTILIZADOS	10
3.1 INTRODUÇÃO	10
3.2 REVISÃO DA LITERATURA DISPONÍVEL	10
3.3 O PROBLEMA DE LOCALIZAÇÃO DE FACILIDADES	12
3.3.1 Introdução	12
3.3.2 O Problema das p-medianas	13
3.3.3 Formulação Matemática	14
3.4 MEDIDAS DE DISTÂNCIA E DE SIMILARIDADE	15
3.5 ALGORITMOS UTILIZADOS	16
3.5.1 Algoritmo de Teitz e Bart	16
3.5.2. <i>Simulated Annealing</i>	18
3.5.3 Algoritmo Genético	21
3.5.4 Análise Estatística de Agrupamentos	26
4 PROGRAMAS DESENVOLVIDOS E IMPLEMENTAÇÃO DOS ALGORITMOS AO PROBLEMA REAL	30
4.1 INTRODUÇÃO	30
4.2 DESCRIÇÃO DOS PROGRAMAS DESENVOLVIDOS	30
4.2.1 Programa para o agrupamento dos bairros aos postos de distribuição	30

4.2.2 Programa para o algoritmo de Teitz e Bart.....	31
4.2.3 Programa para o algoritmo <i>Simulated Annealing</i>	34
4.2.4 Programa para o Algoritmo Genético.....	36
4.2.5 Programas para Análise de Agrupamentos.....	39
4.2.6 Programa para definição dos postos de distribuição de um grupo de bairros ..	41
4.3 TESTES COMPARATIVOS.....	41
4.3.1 Situação Atual.....	41
4.4 ANÁLISE DOS RESULTADOS	45
4.4.1 Análise para 5 Postos de Distribuição	45
4.4.2 Análise para 6 Postos de Distribuição	47
4.4.3 Análise para 7 Postos de Distribuição	49
4.4.4 Análise para 8 Postos de Distribuição	53
4.4.5 Análise para 9 Postos de Distribuição	55
4.4.6 Análise para 10 Postos de Distribuição	60
5 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	62
5.1 CONCLUSÕES	62
5.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	64
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	65
ANEXO 1 - NÚMERO DE ASSINANTES POR BAIROS DE CURITIBA	67
ANEXO 2 - COORDENADAS CARTESIANAS ORTOGONAIS DOS PONTOS REPRESENTATIVOS DOS BAIROS.....	69
ANEXO 3 - EXEMPLO DE APLICAÇÃO DO ALGORITMO DE TEITZ E BART	71
ANEXO 4 - EXEMPLO DE APLICAÇÃO DO <i>SIMULATED ANNEALING</i> ...	74
ANEXO 5 - EXEMPLO DE APLICAÇÃO DO ALGORITMO GENÉTICO... 	77
ANEXO 6 - EXEMPLO DE APLICAÇÃO DO AGRUPAMENTO HIERÁRQUICO, MÉTODO DE WARD	82

LISTA DE TABELAS

2.1	ENDEREÇOS DOS POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO - SITUAÇÃO ATUAL.....	4
2.2	BAIRROS ATENDIDOS EM CADA POSTO DE DISTRIBUIÇÃO - SITUAÇÃO ATUAL.....	6
4.1	MELHORES RESULTADOS OBTIDOS COM O ALGORITMO DE TEITZ E BART.....	33
4.2	MELHORES RESULTADOS OBTIDOS COM O ALGORITMO <i>SIMULATED ANNEALING</i>	36
4.3	MELHORES RESULTADOS OBTIDOS COM O ALGORITMO GENÉTICO	38
4.4	RESULTADOS OBTIDOS COM A UTILIZAÇÃO DO MÉTODO DO VIZINHO MAIS PRÓXIMO DE AGRUPAMENTO HIERÁRQUICO.....	39
4.5	RESULTADOS OBTIDOS COM A UTILIZAÇÃO DO MÉTODO DO VIZINHO MAIS DISTANTE DE AGRUPAMENTO HIERÁRQUICO.....	40
4.6	RESULTADOS OBTIDOS COM A UTILIZAÇÃO DO MÉTODO DA MÉDIA DAS DISTÂNCIAS DE AGRUPAMENTO HIERÁRQUICO	40
4.7	RESULTADOS OBTIDOS COM A UTILIZAÇÃO DO MÉTODO CENTRÓIDE DE AGRUPAMENTO HIERÁRQUICO	40
4.8	RESULTADOS OBTIDOS COM A UTILIZAÇÃO DO MÉTODO DE WARD DE AGRUPAMENTO HIERÁRQUICO	40
4.9	BAIRROS ATENDIDOS PELOS ATUAIS POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO – SITUAÇÃO ATUAL.....	41
4.10	BAIRROS ATENDIDOS NOS ENDEREÇOS ATUAIS DOS POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO	42
4.11	GRUPOS ATUAIS DE BAIRROS, COM MUDANÇA DOS LOCAIS DOS POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO.....	43
4.12	BAIRROS A SEREM ATENDIDOS PELOS ATUAIS POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO, COM MINIMIZAÇÃO DAS DISTÂNCIAS PERCORRIDAS.....	43
4.13	POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO OBTIDOS COM A UTILIZAÇÃO DE CADA ALGORITMO - CASO DE 5 POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO	45
4.14	BAIRROS ALOCADOS A CADA POSTO DE DISTRIBUIÇÃO - MELHOR SOLUÇÃO PARA 5 POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO.....	45
4.15	POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO OBTIDOS COM A UTILIZAÇÃO DE CADA ALGORITMO - CASO DE 6 POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO	47
4.16	BAIRROS ALOCADOS A CADA POSTO DE DISTRIBUIÇÃO - MELHOR SOLUÇÃO PARA 6 POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO.....	47
4.17	POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO OBTIDOS COM A UTILIZAÇÃO DE CADA ALGORITMO - CASO DE 7 POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO	49
4.18	BAIRROS ALOCADOS A CADA POSTO DE DISTRIBUIÇÃO - MELHOR SOLUÇÃO PARA 7 POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO.....	50
4.19	POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO OBTIDOS COM A UTILIZAÇÃO DE CADA ALGORITMO CASO DE 8 POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO	53
4.20	BAIRROS ALOCADOS A CADA POSTO DE DISTRIBUIÇÃO - MELHOR SOLUÇÃO PARA 8 POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO.....	53

4.21	POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO OBTIDOS COM A UTILIZAÇÃO DE CADA ALGORITMO - CASO DE 9 POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO	55
4.22	BAIRROS ALOCADOS A CADA POSTO DE DISTRIBUIÇÃO - MELHOR SOLUÇÃO PARA 9 POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO.....	56
4.23	POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO OBTIDOS COM A UTILIZAÇÃO DE CADA ALGORITMO - CASO DE 10 POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO	60
4.24	BAIRROS ALOCADOS A CADA POSTO DE DISTRIBUIÇÃO - MELHOR SOLUÇÃO PARA 10 POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO.....	60
A.1.1	NÚMERO DE ASSINANTES POR BAIRRO.....	68
A.2.1	COORDENADAS CARTESIANAS ORTOGONAIS DOS PONTOS REPRESENTATIVOS DOS BAIRROS DE CURITIBA	70
A.3.1	SOLUÇÕES TESTADAS PELO ALGORITMO DE TEITZ E BART	73
A.4.1	SOLUÇÕES TESTADAS PELO ALGORITMO <i>SIMULATED ANNEALING</i>	76
A.5.1	SOLUÇÕES TESTADAS PELO ALGORITMO GENÉTICO.....	78

LISTA DE FIGURAS

2.1	LOCALIZAÇÃO DOS BAIRROS E DOS POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO - SITUAÇÃO ATUAL	7
2.2	MAPA DE CURITIBA MOSTRANDO OS BAIRROS ATENDIDOS EM CADA POSTO DE DISTRIBUIÇÃO - SITUAÇÃO ATUAL.....	8
4.1	MAPA DE CURITIBA COM OS BAIRROS ATENDIDOS POR 7 POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO, COM MINIMIZAÇÃO DAS DISTÂNCIAS PERCORRIDAS.....	44
4.2	LOCALIZAÇÃO DE 5 POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO.....	46
4.3	LOCALIZAÇÃO DE 6 POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO.....	49
4.4	7 POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO	51
4.5	MAPA DE CURITIBA COM OS BAIRROS ATENDIDOS POR 7 POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO - MELHOR SOLUÇÃO ENCONTRADA	52
4.6	LOCALIZAÇÃO DE 8 POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO.....	57
4.7	LOCALIZAÇÃO DE 9 POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO.....	58
4.8	MAPA DE CURITIBA COM OS BAIRROS ATENDIDOS POR 9 POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO - MELHOR SOLUÇÃO ENCONTRADA	59
4.9	LOCALIZAÇÃO DE 10 POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO.....	61
A.3.1	ALGORITMO DE TEITZ E BART - LOCALIZAÇÃO DOS BAIRROS E DOS POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO	74
A.4.1	ALGORITMO <i>SIMULATED ANNEALING</i> - LOCALIZAÇÃO DOS BAIRROS E DOS POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO	77
A.5.1	ALGORITMO GENÉTICO - LOCALIZAÇÃO DOS BAIRROS E DOS POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO	82

LISTA DE GRÁFICOS

4.1	VARIAÇÃO DAS SOMAS PONDERADAS DAS DISTÂNCIAS OBTIDAS COM O ALGORITMO DE TEITZ E BART EM RELAÇÃO AO NÚMERO DE POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO	33
4.2	NÚMERO DE ASSINANTES POR PONTO DE DISTRIBUIÇÃO - 5 POSTOS	46
4.3	NÚMERO DE ASSINANTES POR PONTO DE DISTRIBUIÇÃO - 6 POSTOS	48
4.4	NÚMERO DE ASSINANTES POR PONTO DE DISTRIBUIÇÃO - 7 POSTOS	50
4.5	NÚMERO DE ASSINANTES POR PONTO DE DISTRIBUIÇÃO - 8 POSTOS	54
4.6	NÚMERO DE ASSINANTES POR PONTO DE DISTRIBUIÇÃO - 9 POSTOS	57
4.7	NÚMERO DE ASSINANTES POR PONTO DE DISTRIBUIÇÃO - 10 POSTOS	61
5.1	VARIAÇÃO DAS DISTÂNCIAS TOTAIS PONDERADAS OBTIDAS COM CADA ALGORITMO EM RELAÇÃO AO NÚMERO DE POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO	63
6.A.1	DENDROGRAMA	83

LISTA DE QUADROS

2.1	BAIRROS ATENDIDOS EM CADA POSTO DE DISTRIBUIÇÃO - SITUAÇÃO ATUAL.....	5
4.1	BAIRROS ATENDIDOS EM CADA POSTO DE DISTRIBUIÇÃO - 9 POSTOS	57

RESUMO

Existe uma preocupação constante por parte das empresas jornalísticas com respeito ao tempo necessário para os jornais serem entregues a seus assinantes, pois é preciso que estes os recebam em suas casas antes de sua saída para o trabalho. Neste trabalho, se analisou um problema real existente em uma empresa de Curitiba e se procurou, inicialmente, traduzi-lo de forma matemática. Buscou-se, então, uma solução para a melhoria do sistema em vigor, com a pesquisa de locais que fossem mais adequados para servirem como postos de distribuição. Com o intuito de reduzir os tempos computacionais demandados para encontrar uma solução ótima quando são utilizadas as técnicas da Programação Linear Inteira, foram empregados alguns procedimentos heurísticos, obtendo-se soluções que, embora boas, possam não ser as melhores. Foi abordado o algoritmo de Teitz e Bart, que mostrou ser eficiente e simples de ser implementado; depois se estudou a meta-heurística *Simulated Annealing*, que exigiu tempos computacionais mais elevados, porém atingindo os mesmos resultados do algoritmo anterior; foi estudado também o Algoritmo Genético, que apresentou resultados inferiores aos conseguidos pelos dois primeiros algoritmos. Visando achar a melhor forma dos bairros serem atendidos pelos postos de distribuição, foram estudados ainda alguns métodos estatísticos da Análise de Agrupamentos; os resultados alcançados, entretanto, se mostraram menos apropriados para o caso em estudo, em virtude de não ser considerado o número de assinantes em cada bairro. Após serem definidas as melhores soluções, foram comparados esses resultados com o sistema atualmente empregado pela empresa, tendo sido constatada uma redução significativa na soma ponderada das distâncias a serem percorridas pelos entregadores.

ABSTRACT

Journalistic companies are always worried about the time of delivery of the daily newspapers to their subscribers, because they need to receive them in their houses before the exit to the work. In this study an real problem was analyzed in a company located in Curitiba and it was sought, initially, to translate it in a mathematical way. Then, a solution was looked for improving the current system by searching the appropriate places for serving as points of distribution and by a new grouping of the neighborhoods supplied by the points. Some heuristic procedures were used, in order to reduce computational times by finding the solution through the techniques of Lineal Programming, getting solutions that can be not the best ones; firstly the algorithm of Teitz and Bart were analyzed and showed efficiency, leading to the best solutions; then the Simulated Annealing algorithm was studied and demanded higher computacional times to reach the same solutions of the previous algorithm; Genetic Algorithm was also studied and presented worst results than those gotten by the first two algorithms. Seeking to analyze the best form of the neighborhoods be assisted by the distribution points, some statistical methods of Clusters Analysis was studied; however, the reached results were less appropriate for the case in study, because the number of subscribers was not considered in each neighborhood. After the best solutions were defined, those results were compared with the system used currently by the company; an important reduction in the total distance to be traveled by the newspapers deliverers was verified.

1 INTRODUÇÃO

1.1 OBJETIVOS DO TRABALHO

O objetivo deste trabalho foi o de verificar a possibilidade de melhoria no serviço de entrega de jornais a seus assinantes, mediante a busca de locais mais adequados para servirem de postos de distribuição e com um melhor agrupamento dos bairros atendidos pelos postos. Sob outro aspecto, pode ser considerado que este trabalho teve como objetivo primário estudar a utilização e o comportamento de alguns métodos matemáticos frente a um determinado problema real. O que se procura é obter uma solução mais apropriada que aquela utilizada atualmente.

Para atingir esse objetivo, foram analisadas diversas técnicas de Pesquisa Operacional, visando à obtenção de uma solução quase ótima, através de métodos heurísticos, com economias de tempo computacional, e são abordados procedimentos estatísticos da Análise Multivariada, na parte referente à Análise de Agrupamentos ou formação de *clusters*.

Outrossim, se procura comparar os resultados obtidos com a utilização daquelas heurísticas com a metodologia usada atualmente e mostrar a viabilidade da aplicação prática dos resultados obtidos.

1.2 IMPORTÂNCIA DO TRABALHO

A principal importância desse trabalho é a apresentação de uma proposta viável para reduzir a distância total percorrida pelos entregadores de jornal aos assinantes; assim, será permitido que os jornais sejam entregues com a devida antecedência mesmo quando, por qualquer motivo, exista algum atraso no horário de início da sua distribuição.

Complementarmente, se espera obter uma redução dos custos operacionais, pela diminuição dos veículos e do pessoal envolvidos na tarefa de distribuição, sendo mantida, contudo, a mesma qualidade dos serviços prestados.

1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO

Este trabalho se divide em cinco capítulos. No Capítulo 1 é apresentada uma introdução sobre o assunto a ser desenvolvido e a sua importância.

No Capítulo 2 é descrito o problema real, como ele é resolvido atualmente, e as dificuldades encontradas para seu equacionamento e análise.

No Capítulo 3 é realizada uma revisão da literatura disponível, sendo comentado o problema de localização de facilidades e as medidas de similaridade, e ainda consta uma descrição dos algoritmos abordados no estudo.

No Capítulo 4 é mostrada a implementação dos algoritmos descritos no Capítulo 3 e realizada uma apreciação dos resultados obtidos com a sua aplicação.

No Capítulo 5 são apresentadas as conclusões e formuladas sugestões para estudos futuros, em continuidade ao presente trabalho.

2 O PROBLEMA REAL

2.1 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

A imprensa é um dos meios de comunicação de massa, sendo constituída de publicações periódicas, que divulgam informações, comentários e imagens gráficas referentes ao que acontece em uma cidade, no país e no mundo, os quais são de interesse para a vida dos indivíduos e das comunidades.

Hoje, quando se fala em imprensa, deve-se ter presente que se trata de uma poderosa indústria. O jornalismo é uma atividade complexa, que abrange desde a simples coleta da notícia até a sua difusão organizada, através de empresas editoras, cuja força e prestígio se baseiam na circulação, representada pelo número de exemplares vendidos e pelo volume de anúncios.

De certa forma, pode-se dizer que, na confecção de um jornal, existem cinco etapas:

- a) Redação: Trabalho dos profissionais que colhem ou redigem notícias, escrevem reportagens e editoriais, corrigem ou reescrevem, ilustram e diagramam as matérias, fotografam, revêem os originais compostos. Esse trabalho normalmente é iniciado pela manhã e se estende até a hora do fechamento do jornal, tarde da noite.
- b) Fotolitagem: Processo de geração de filme com as reportagens e imagens, e da preparação das chapas para a impressão.
- c) Impressão: É a etapa em que as chapas para impressão são encaixadas e são definidas as cores; as rotativas imprimem, cortam e dobram os rolos de papel, deixando pronto o jornal.
- d) Expedição: É o processo de agrupamento dos diversos cadernos do jornal, da colocação dos encartes e da embalagem.
- e) Distribuição: É a etapa de entrega dos jornais aos assinantes e às bancas. A distribuição se realiza em duas fases: primeiro os cadernos dos jornais são encaminhados até os postos de distribuição e, depois, é feita a entrega domiciliar dos jornais aos assinantes.

Este trabalho abordou a segunda fase dessa última etapa, quando os jornais são entregues aos assinantes. Para sua efetivação, os dados necessários foram fornecidos por uma empresa jornalística de Curitiba, com tiragem média, de segunda-feira a sábado, de 57.000 unidades, e circulação paga de 47.000 exemplares. Aos domingos, quando a tiragem aumenta para 110.000 unidades, a circulação paga é de cerca de 90.000 exemplares. O levantamento de dados, somente na cidade de Curitiba, indicou que, na ocasião, foram entregues 28.725 jornais a seus assinantes, conforme consta no Anexo 1.

O setor de distribuição do jornal possui, atualmente, uma estrutura composta de 7 coordenadores de área, 18 auxiliares e 178 entregadores. Os jornais são enviados do setor de expedição para nove postos de distribuição, por intermédio de furgões, à medida que vão sendo concluídos. Os postos de distribuição atuais foram localizados, com o incremento do número de assinantes, em pontos da cidade de Curitiba que permitissem a realização de todas as tarefas que lhe são exigidas. O estabelecimento de novo posto é definido quando esse número de assinantes cresce.

Na tabela 2.1 estão relacionados os postos de distribuição atuais, seus endereços e número de assinantes e, ainda, a localização geográfica dos mesmos, referente a um sistema de coordenadas cartesianas ortogonais, estabelecido em um mapa de Curitiba, mostrando-se os valores das abscissas (X_1) e das ordenadas (X_2).

TABELA 2.1 - ENDEREÇOS DOS POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO - SITUAÇÃO ATUAL

POSTOS	ENDEREÇOS	NÚMERO DE ASSINANTES	X_1 (u.q.)	X_2 (u.q.)
Batel	Av. Batel com Rua Teixeira Coelho	2.363	10,43	23,09
Champagnat	Rua Des. Otávio do Amaral, 738	5.371	10,57	24,34
Água Verde	Rua Prof. Doracy Cesarino, 49	4.728	10,52	19,95
Centro	Rua José Loureiro, 770	2.427	13,03	24,05
Juvevê	Av. João Gualberto, 1576	4.646	14,05	26,06
Hauer	Av. Mal Floriano Peixoto, 5517	3.350	15,23	18,66
Bacacheri	Rua Amadeu A. Yassim, 386	2.078	17,95	26,00
Capão Raso	Rua Prof. Doracy Cesarino, 49	1.233	10,52	19,95
Cabral	Av. João Gualberto, 1576	2.529	14,05	26,06

Observação: u.q. significa unidade de quadricula e é definida no item 2.2.

Embora sejam considerados nove postos de distribuição, independentes entre si, na realidade são somente sete endereços, pois os postos Água Verde e Capão Raso estão situados no mesmo local, no Portão, e os postos Juvevê e Cabral estão situados no mesmo local, no Juvevê.

O horário previsto para a chegada dos jornais aos postos é às 02h30min, e a entrega domiciliar precisa estar concluída, no máximo, até às 06h30min. Em cada posto existe um número variado de entregadores, que fazem, habitualmente, uma ou mais viagens por dia. No centro, as entregas são feitas a pé, nos bairros, de bicicleta, e nos locais mais afastados, de motocicleta.

De acordo com a empresa jornalística consultada, os bairros são atendidos, em cada posto de distribuição, da forma indicada no quadro 2.1 a seguir:

QUADRO 2.1 - BAIROS ATENDIDOS EM CADA POSTO DE DISTRIBUIÇÃO - SITUAÇÃO ATUAL

Posto Batel: Batel - Bigorrilho (parcial) - Campina da Siqueira - Seminário
Posto Champagnat (Bigorrilho): Bigorrilho - Bom Retiro - Butiatuvinha - Campo Comprido - Cascatinha - Cidade Industrial (Parcial) - Lamenha Pequena - Mercês - Mossunguê - Orleans - Pilarzinho - Santa Felicidade - Santo Inácio - São Braz - São Francisco - São João - Vista Alegre
Posto Água Verde: Água Verde - Parolin - Portão - Rebouças - Santa Quitéria - Vila Guaíra - Vila Izabel
Posto Centro: Centro
Posto Juvevê: Alto da Glória - Alto da XV - Ahú (Parcial) - Centro Cívico - Cristo Rei - Jardim Botânico - Juvevê
Posto Hauer: Alto Boqueirão - Boqueirão - Campo de Santana - Caximba - Guabirotuba - Hauer - Jardim das Américas - Pinheirinho - Sítio Cercado - Uberaba - Umbará - Xaxim (parcial)
Posto Bacacheri: Atuba - Bairro Alto - Capão da Imbúia - Cajuru - Hugo Langue - Jardim Social - Prado Velho - Tarumã
Posto Capão Raso: Augusta - Capão Raso - Cidade Industrial (parcial) - Fazendinha - Ganchinho - Novo Mundo - Portão (parcial) - Riviera - São Miguel - Tatuquara - Vila Fanny - Vila Lindóia - Xaxim (parcial)
Posto Cabral: Abranches - Ahú (parcial) - Bacacheri - Barreirinha - Boa Vista - Cabral - Cachoeira - Hugo Langue (parcial) - Santa Cândida - São Lourenço - Taboão - Tingui.

Para possibilitar uma análise, sob o aspecto matemático, os bairros foram numerados, por ordem alfabética, conforme mostrado no Anexo 1; na tabela 2.2, constam os nomes dos postos com a relação numérica dos bairros atendidos, as respectivas quantidades de assinantes e de entregadores, e também a média de jornais por entregador, em cada posto.

TABELA 2.2 - BAIRROS ATENDIDOS EM CADA POSTO DE DISTRIBUIÇÃO - SITUAÇÃO ATUAL

POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO	BAIRROS	NÚMERO DE ASSINANTES	NÚMERO DE ENTREGADORES	MÉDIA DE JORNAIS POR ENTREGADOR
Batel	12-21-65	2.363	16	147,69
Champagnat	13-15-17-22-26-30-43-45-46-48-50-57- 59-60-61-62-74	5.371	23	233,52
Água Verde	2-36-49 - 52-54-58-73	4.728	18	262,67
Centro	28	2.427	15	161,80
Juvevê	3-5-6-29-31-39-42	4.646	15	309,73
Hauer	4-16-23-27-35-37-40-51-66-71-72-75	3.350	29	115,52
Bacacheri	7-10-20-24-38-41-53-68	2.078	22	94,45
Capão Raso	8-25-32-33-34-44-47-55-64-69	1.233	24	51,38
Cabral	1-9-11-14-18-19-56-63-67-70	2.529	16	158,06
	TOTAL	28.725	178	161,38

Assim, por exemplo, o posto de distribuição Champagnat, atende aos bairros 13, 15, 17, 22, 26, 30, 43, 45, 46, 48, 50, 57, 59, 60, 61, 62 e 74, que possuem ao todo 5.371 assinantes. Para atender aos assinantes dessa área, estão disponíveis 23 entregadores, que fazem uma entrega média de 233,52 jornais por entregador.

Os 75 pontos representativos dos bairros e dos postos estão indicados na figura 2.1, a seguir, onde os pontos vermelhos representam os bairros e os pontos azuis representam aqueles bairros que servem de postos de distribuição.

A figura 2.2 apresenta um mapa de Curitiba onde estão mostrados os bairros atendidos em cada posto de distribuição.

O problema real é achar quais são os bairros mais indicados para servirem de postos de distribuição, mediante a obtenção da menor soma ponderada das distâncias entre os bairros. Para isso, são analisadas as hipóteses de existirem desde 5 até 10 postos de distribuição.

Estabelecidos esses postos, o problema é definir como os bairros devem ser atendidos por eles, isto é, a forma dos bairros se agruparem em torno dos postos.

FIGURA 2.1 - LOCALIZAÇÃO DOS BAIRROS E DOS POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO - SITUAÇÃO ATUAL

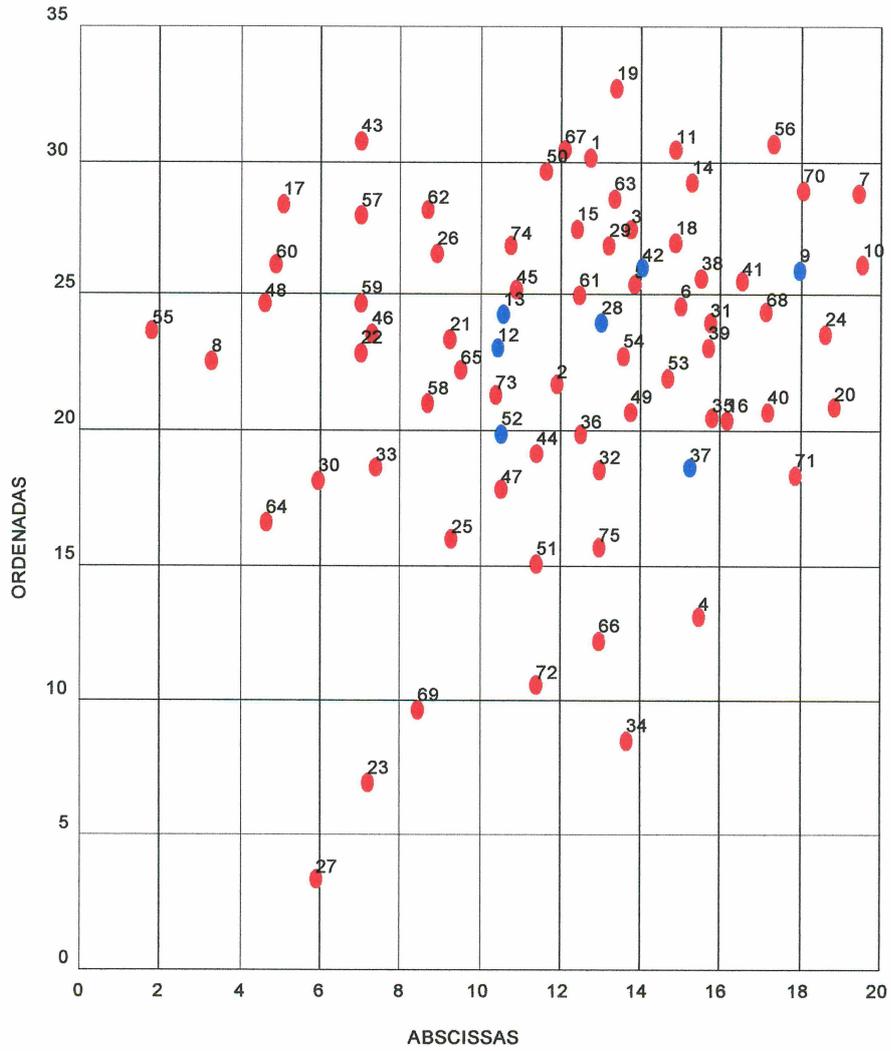
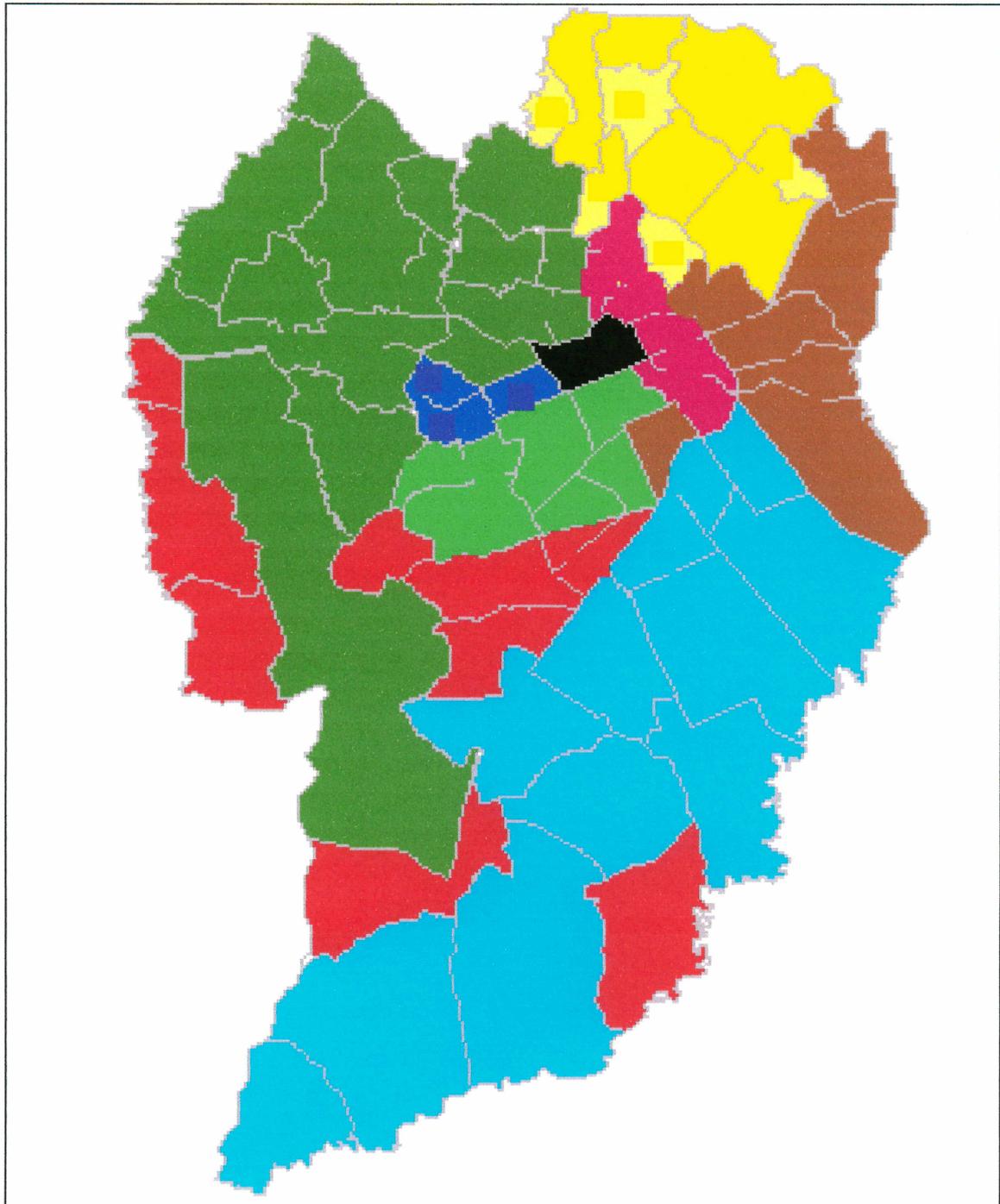


FIGURA 2.2 - MAPA DE CURITIBA MOSTRANDO OS BAIRROS ATENDIDOS EM CADA POSTO DE DISTRIBUIÇÃO - SITUAÇÃO ATUAL



2.2 DIFICULDADES ENCONTRADAS

A primeira dificuldade encontrada foi quanto à impossibilidade de se conhecer os endereços de todos assinantes; por questões particulares da empresa pesquisada, somente foi fornecido o número de assinantes por bairro da cidade. Em virtude disso, houve a necessidade de se estabelecer locais que pudessem ser considerados como representativos dos mesmos; esses locais foram definidos de forma bastante subjetiva, escolhendo-se, de preferência, o centro geométrico da área de cada bairro; para a situação atual, quando algum bairro faz parte de dois postos de distribuição, a sua alocação foi efetuada no posto situado mais próximo, pelo motivo de não se ter conhecimento das quantidades parciais de assinantes.

Acresce o fato de que não são conhecidas as distâncias reais que cada entregador está percorrendo; as distâncias internas em cada bairro podem até ser mais relevantes, inclusive através do exame das rotas percorridas por entregador. Neste trabalho são consideradas apenas as distâncias entre os pontos representativos de cada bairro e os postos de distribuição.

Por sua vez, a tarefa de caracterização dos pontos representativos de cada bairro teve de ser realizada com a implantação de um sistema de coordenadas cartesianas ortogonais sobre um mapa de Curitiba, no qual cada quadrícula equivale a aproximadamente 900 metros; desta forma, a unidade de comprimento utilizada neste trabalho, se tornou a **unidade de quadrícula**, ou, simplesmente, **u.q.**. As coordenadas cartesianas ortogonais dos pontos representativos de cada bairro estão mostradas no Anexo 2.

Após serem resolvidos os problemas anteriores, foi possível o desenvolvimento de programas específicos, usando o *software* MATLAB, para a utilização e análise dos algoritmos descritos no Capítulo 4.

3 O PROBLEMA MATEMÁTICO E DESCRIÇÃO DOS ALGORITMOS UTILIZADOS

3.1 INTRODUÇÃO

Visando atender aos objetivos enunciados no Capítulo 1, procurou-se traduzir o problema real em forma matemática. A parte da Pesquisa Operacional que trata de problemas onde se busca uma combinação de valores discretos das variáveis, de forma a otimizar uma certa função objetivo, é chamada de Otimização Combinatória. Sendo, normalmente, muito grande o número das possíveis combinações de valores, esses problemas são de difícil tratamento sob o aspecto computacional. Entretanto, existem certos métodos que fogem completamente da abordagem clássica de otimização, visando a obtenção de soluções aproximadas, porém aceitáveis.

Uma importante classe de problemas dentro da Otimização Combinatória é a dos **problemas de localização de facilidades**, na qual se encaixa o problema da melhor localização dos postos de distribuição de jornais. A busca da melhor forma dos bairros se agruparem para serem atendidos pelos postos de distribuição é um **problema de agrupamento** (formação de *clusters*).

3.2 REVISÃO DA LITERATURA DISPONÍVEL

COOPER, 1963, apresentou um trabalho contendo um método exato e um método heurístico para obter soluções de problemas de locação e de alocação. Tendo em vista o número elevado de cálculos necessários para a sua resolução, foi sugerida a pesquisa de outros métodos aproximados para o caso de problemas com maior magnitude.

Por sua vez, HAKIMI, 1964, generalizou os conceitos de centro e de vértice-mediana de um grafo. Os resultados permitiram obter a localização ótima para um centro de comutação em uma rede de comunicação. HAKIMI, 1965, generalizou o conceito de mediana em um grafo ponderado para múltiplas medianas; mostrou, então, que a distribuição ótima de p centros de comutação, em uma rede de comunicação, é correspondente à localização de p -medianas de um grafo ponderado.

Um método aproximado para se encontrar a mediana de um grafo ponderado foi proposto por TEITZ e BART, 1968. Esse método foi utilizado neste trabalho e está apresentado no item 3.4.1.

O modelo das p-medianas também foi aplicado por BEZERRA, 1995, para a localização de postos de coleta para apoio ao escoamento de produtos extraídos do babaçu, a fim de racionalizar o transporte entre o local de coleta e o local de processamento, no estado do Piauí.

LIMA, 1996, utilizou o mesmo método para a distribuição espacial de serviços especializados de saúde em uma determinada região do estado de Santa Catarina, quando propôs uma estrutura hierárquica, com unidades hospitalares locais, centros intermediários e um centro de referência.

SOUZA, 1996, desenvolveu modelos quantitativos para o dimensionamento, localização, e escalonamento no tempo, de sistemas com serviços de atendimento emergencial, para os quais é exigida rapidez na chegada ao local da ocorrência.

LOBO, 1998, analisou a distribuição espacial de creches municipais já existentes, para sugerir locais para instalação de novas creches em Florianópolis, aplicando o método de cobertura de conjuntos.

NUNES, 1998, propôs uma solução para o problema de roteirização de veículos no transporte dos funcionários de uma empresa, de Curitiba para Araucária, utilizando o Algoritmo Genético para resolver o problema das p-medianas.

MOCELLIN et al, 1999, publicaram artigo sobre algoritmos e modelos para roteamento de veículos, com aplicação ao caso da entrega domiciliar de jornais, no Rio de Janeiro, onde foi utilizado o Algoritmo Genético.

SAMPAIO, 1999, elaborou um plano de otimização em uma rede escolar municipal em Curitiba, utilizando as técnicas do *Simulated Annealing* e do Algoritmo Genético, considerando a localização da residência dos alunos como um fator fundamental na determinação da posição ou ampliação de uma escola.

3.3 O PROBLEMA DE LOCALIZAÇÃO DE FACILIDADES

3.3.1 Introdução

Grafo é um conjunto constituído de pontos (ou vértices) e linhas (ou arcos) que ligam todos ou alguns desses pontos (ou vértices). Quando se associam valores (ou pesos) diferentes a cada ponto (ou vértice), então se tem um **grafo ponderado**. Existem diferentes metodologias para a elaboração de modelos para problemas de localização de facilidades. De acordo com CHRISTOFIDES, 1975, em certos problemas associados com a alocação de facilidades em um grafo, o que se deseja é localizar uma facilidade de maneira que seja minimizada a soma de todas as menores distâncias da facilidade aos pontos (ou vértices) do grafo. A localização ótima da facilidade é chamada **mediana do grafo** e, devido à natureza da função objetivo, essa classe de problemas é referida como um **problema de localização de soma mínima**.

Em particular, existe o problema de se achar as **p-medianas** de um dado grafo; este é o problema da localização ótima de um certo número p de facilidades, de tal forma que a soma das menores distâncias aos pontos (ou vértices) do grafo, a partir da facilidade mais próxima, seja minimizada.

O problema de se achar as p -medianas pode ser ampliado pela associação de um peso a cada ponto (ou vértice); assim, o objetivo a ser minimizado se torna a soma das distâncias ponderadas. São as chamadas **alocações ponderadas**, ou seja, a **determinação das p -medianas de um grafo ponderado**.

No item 3.3.3 é apresentado o modelo matemático para a formulação do problema das p -medianas, que possibilita se obter uma solução exata; entretanto, para sua resolução, geralmente é exigido um grande tempo computacional ou, simplesmente, ele é inviável.

Por outro lado, existem diversos métodos aproximados que permitem resolvê-lo, como o Algoritmo de Teitz-Bart, que será ventilado no item 3.5.1.

Ainda existem diversas heurísticas derivadas da natureza, as chamadas **meta-heurísticas**, que são aplicáveis a problemas do tipo do presente estudo. São analisadas as meta-heurísticas *Simulated Annealing*, no item 3.5.2, e Algoritmo Genético, no item 3.5.3. É ainda efetuada uma apreciação sobre métodos estatísticos de Análise de Agrupamentos, no item 3.5.4., para efeito de comparação com seus resultados, tendo em vista que o problema em questão envolve a formação de agrupamentos.

3.3.2 O problema das p-medianas

MINIEKA, 1978, fornece definições básicas a respeito do estudo de medianas. Considerando um grafo, definido por um conjunto de m pontos (ou vértices) e um conjunto de arcos que ligam todos esses pontos (ou vértices), então **mediana** é qualquer ponto (ou vértice), cuja distância total a todos os outros pontos (ou vértices) seja a menor possível.

Estabelecida a matriz das distâncias entre os pontos (ou vértices), então a soma dos elementos da i -ésima linha é igual à soma das distâncias do ponto (ou vértice) i para todos os outros vértices. Conseqüentemente, uma mediana corresponde a qualquer fila da matriz que possua a menor soma.

Quando é preciso selecionar diversas locações de facilidades, cada ponto (ou vértice) é associado com a alocação mais próxima dele. Trata-se do caso de **medianas múltiplas**.

Para se obter uma solução final, as técnicas indicadas para esses problemas pertencem à Programação Linear Inteira. HAKIMI, 1965, e GOLDMAN, 1969, apresentaram resultados importantes ligados a medianas múltiplas. Para isso é preciso supor que se esteja procurando um certo conjunto de p locações, $p > 1$, de forma que cada ponto (ou vértice) esteja associado com a locação mais próxima dele e que seja minimizada a distância total de cada locação aos vértices associados com ela. Tal conjunto de pontos é chamado de **p-medianas**.

3.3.3 Formulação Matemática

O problema das p-medianas, usando-se Programação Linear Inteira, pode ser assim expresso matematicamente (CHRISTOFIDES, 1975):

Pretende-se minimizar a função objetivo

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \xi_{ij} D_{ij} W_i,$$

onde D_{ij} é a distância do ponto (ou vértice) X_i ao ponto (ou vértice) X_j , W_i é a ponderação de cada ponto (ou vértice) X_i , e a variável de decisão é ξ_{ij} , com

$\xi_{ij} = 1$, quando o ponto (ou vértice) X_j é alocado ao ponto (ou vértice) X_i

$\xi_{ij} = 0$, no caso contrário,

e com a função sendo sujeita às seguintes restrições:

- a) $\sum_{i=1}^m \xi_{ij} = 1$, para $j = 1, 2, \dots, m$ (que garante que todo ponto (ou vértice) X_j seja alocado a somente um ponto (ou vértice) que seja mediana X_i).
- b) $\sum_{i=1}^m \xi_{ii} = p$ (que garante que existam, exatamente, p pontos (ou vértices) que sejam medianas).
- c) $\xi_{ij} \leq \xi_{ii}$, para todo $i, j = 1, 2, \dots, m$ (que garante que as alocações sejam feitas somente a pontos (ou vértices) que sejam medianas).
- d) $\xi_{ij} = 0$ ou 1, ou seja, as variáveis devem ser binárias.

A vantagem desse modelo é a possibilidade de se obter a solução exata (solução ótima) do problema; contudo, quando o número de variáveis e/ou de restrições é muito grande, o tempo computacional para resolver o problema é elevado, tornando às vezes inviável sua solução.

3.4 MEDIDAS DE DISTÂNCIA E DE SIMILARIDADE

Um aspecto importante a ser definido, para as técnicas utilizadas em problemas de Otimização Combinatória e de Análise de Agrupamentos, é o critério de medida da distância ou da similaridade entre dois objetos, isto é, como quantificar o quanto eles são parecidos. Nesse sentido, podem ser citadas, entre outras, as seguintes métricas:

a) **Distância euclidiana:**

Distância euclidiana é a métrica mais conhecida para indicar a proximidade entre dois objetos A e B. Para cada ponto do plano, se considera um vetor X de duas coordenadas reais e o valor da distância é, então, expresso por:

$$D(A,B) = \sqrt{\sum_{i=1}^2 [X_i(A) - X_i(B)]^2}$$

b) **Coefficiente médio da distância euclidiana:**

O coeficiente médio da distância euclidiana é uma medida derivada dessa anterior, dividindo-se a soma dos quadrados das diferenças das coordenadas pelo número de coordenadas envolvidas. Assim, tem-se:

$$D(A,B) = \sqrt{\sum_{i=1}^2 [X_i(A) - X_i(B)]^2 / 2}$$

c) **Distância euclidiana padronizada:**

Quando as grandezas não são comparáveis, é introduzido o conceito do desvio-padrão s_i das coordenadas X_i ; a distância euclidiana padronizada é expressa por:

$$D(A,B) = \sqrt{\sum_{i=1}^2 \left[\frac{X_i(A) - X_i(B)}{s_i} \right]^2}$$

d) **Distância euclidiana ponderada pela matriz de covariâncias ou Distância de Mahalanobis:**

Distância de Mahalanobis é a distância euclidiana ponderada pela matriz V de covariância das coordenadas; em notação vetorial, a sua expressão é dada por:

$$D(A,B) = [(X(A) - X(B))' V^{-1} (X(A) - X(B))]^{1/2}$$

e) **Distância "City-Block" ou "Manhattan", ou ainda Métrica do Quarteirão:**

No cálculo da distância entre dois pontos, também é usada a soma do valor absoluto das diferenças das coordenadas; essa distância, chamada comumente de Métrica do Quarteirão, é dada pela expressão:

$$D(A,B) = \sum_{i=1}^2 |X_i(A) - X_i(B)|$$

A vantagem dessa métrica reside no fato de que é possível se efetuar uma pequena correção do erro cometido ao se considerar os caminhos, dentro de uma cidade, como sendo efetuados em linha reta, como ocorre quando se utiliza a distância euclidiana e outras métricas dela derivadas.

f) **Métrica de Minkowski:**

A Métrica de Minkowski é expressa por:

$$D(A,B) = \left[\sum_{i=1}^2 W_i |X_i(A) - X_i(B)|^k \right]^{1/k}$$

onde W_i representa as ponderações de cada variável e k é um número inteiro escolhido adequadamente.

3.5 ALGORITMOS UTILIZADOS

Os algoritmos utilizados neste trabalho estão apresentados nos itens 3.5.1 a 3.5.4.

3.5.1 Algoritmo de Teitz e Bart

Um método heurístico, baseado na substituição de vértices, foi descrito por TEITZ e BART, 1968. O algoritmo é iniciado com a escolha aleatória de um conjunto S_0 , formado por p pontos (ou vértices), entre os m pontos (ou vértices) de um grafo, o qual será considerado como a primeira aproximação do conjunto procurado S das p medianas; calcula-se, a seguir, a soma ponderada D_0 das menores distâncias dos m pontos (ou vértices) a esse conjunto S_0 .

O método verifica, então, se qualquer outro ponto (ou vértice) do grafo pode substituir um dos pontos (ou vértices) de S_0 , comparando a nova menor soma

ponderada das distâncias D com a soma D_0 anterior. Caso esta nova soma seja inferior à soma anterior, daí esta será considerada a nova soma mínima e, assim, o novo conjunto será uma melhor aproximação do conjunto das p medianas; caso contrário, o ponto (ou vértice) será descartado.

Repetem-se essas substituições e comparações até que seja obtido um conjunto em que nenhuma substituição de pontos (ou vértices) produza uma menor soma ponderada das distâncias mínima. O conjunto final será uma aproximação da solução ótima.

O algoritmo de Teitz e Bart pode ser descrito através dos seguintes passos:

Passo 1

Selecione um conjunto S_0 de p pontos (ou vértices) do conjunto X de pontos (ou vértices), de modo a formar uma aproximação inicial das p -medianas. Rotule todos os pontos (ou vértices) $X_j \notin S_0$ como "não-analisados".

Passo 2

Selecione algum vértice "não-analisado" e, para cada ponto (ou vértice) $X_i \in X - S_0$, calcule a redução Δ_{ij} encontrada na soma ponderada das distâncias.

Passo 3

Encontre $\Delta_{ij_0} = \max [\Delta_{ij}]$, para todo $X_i \in S_0$;

Se $\Delta_{ij_0} \leq 0$, rotule X_i como "analisado" e volte para o Passo 2;

Se $\Delta_{ij_0} > 0$, o conjunto S_0 é substituído e então rotule X_j como "analisado" e volte para o Passo 2.

Passo 4

Repita os Passos 2 e 3 até todos os pontos (ou vértices) em $X - S_0$ serem analisados; considera-se realizado um ciclo. Se nenhuma substituição de ponto (ou vértice) for realizada, rotule todos os pontos (ou vértices) como "não-analisados" e volte ao Passo 2.

Passo 5

Pare. O conjunto atual é considerado o conjunto das p -medianas.

3.5.2 *Simulated Annealing*

Entre as diversas técnicas heurísticas modernas, cujo objetivo é a resolução de problemas de Otimização Combinatória, se destaca o algoritmo chamado *Simulated Annealing*. Suas idéias básicas foram primeiramente publicadas por METROPOLIS et al, 1953, em um algoritmo para simular em computador o resfriamento de um material, no processo conhecido como *annealing*. Quando um material sólido é aquecido após seu ponto de fusão e depois resfriado até um estado sólido, as propriedades estruturais do sólido resfriado dependerão da taxa de resfriamento. O resfriamento gradual do material, a partir de uma temperatura inicial elevada, o leva a estados mínimos de energia; esses estados se caracterizam pelo fato de somente ser atingida uma perfeição estrutural no estado sólido quando o resfriamento é gradual. No caso de resfriamento rápido ou repentino, o material se cristaliza com uma energia, dita "mínima local" que, freqüentemente, se caracteriza por possuir um certo número de imperfeições estruturais.

A idéia do *Simulated Annealing* origina-se da combinação dessas observações sobre a física dos materiais com um procedimento computacional, visando simular o comportamento de um conjunto de átomos em condições de temperatura fixa.

Essa simulação compreende uma seqüência de passos; a cada passo, é dado um pequeno deslocamento em um dos átomos e calculada a variação de energia ΔE que o sistema sofre com aquele deslocamento. Quando a energia decresce, $\Delta E \leq 0$, o deslocamento é incorporado ao estado do sistema e utilizado para o passo seguinte. Caso contrário, uma característica própria do *Simulated Annealing* é a de aceitar movimentos que aumentem o valor da função objetivo, mediante a utilização de uma estratégia de aceitação probabilística, visando evitar mínimos locais. A probabilidade é dada pela expressão

$$P(\Delta E) = e^{-\frac{\Delta E}{T}},$$

Enquanto a temperatura T é elevada, quase toda configuração é aceita pois a probabilidade se torna praticamente igual a 1(um). À medida que o valor de T

decrece, a aceitação de configuração de maior energia torna-se cada vez mais improvável, até que, nos últimos estágios da simulação, somente são aceitas configurações que representem um decréscimo no valor da função objetivo.

Todo esse processo é repetido um certo número de vezes em cada temperatura, e a temperatura decresce até o sistema permanecer em um estado constante.

KIRKPATRICK et al, 1983, e CERNY, 1985, mostraram, de forma independente, que o algoritmo de Metropolis pode ser aplicado a problemas de Otimização Combinatória, com o objetivo de se obter a convergência para uma solução ótima.

De acordo com DOWSLAND, 1995, o algoritmo *Simulated Annealing* tem capacidade de fornecer boas soluções para problemas difíceis e os resultados alcançados lhe concedem um alto grau de respeitabilidade; entretanto, por outro lado, o tempo computacional demandado para a convergência para a solução ótima é maior do que para outros algoritmos estudados e, muitas vezes, para se obter sucesso, é necessário que sejam efetuadas modificações no algoritmo básico.

Na aplicação do *Simulated Annealing*, define-se primeiro um parâmetro de controle, chamado muitas vezes de temperatura T , a partir do qual é escolhido aleatoriamente um determinado número de pontos (ou vértices) do grafo, que passam a constituir uma solução inicial, ou primeiro conjunto das p -medianas. Calcula-se a menor soma ponderada das distâncias de todos os pontos (ou vértices) a essas medianas; esse é o valor da solução inicial.

Procuram-se novos conjuntos de pontos (ou vértices), mediante mudanças aleatórias das medianas, e são calculadas as novas somas ponderadas das distâncias de todos os pontos (ou vértices) a essas novas medianas.

Uma nova solução é aceita se a distância calculada for menor que a distância obtida na solução inicial, ou se for atendida uma condição probabilística.

Depois da pesquisa de um certo número de soluções, alterando-se os pontos (ou vértices) da solução corrente, efetua-se a chamada **redução da temperatura**, com a utilização de uma fórmula escolhida previamente.

Nessa temperatura, realiza-se uma nova busca de soluções, efetuando-se um número menor de mudanças de pontos (ou vértices) da solução corrente e repetem-se as mesmas etapas realizadas na temperatura inicial.

Continua-se abaixando a temperatura, isto é, efetuando-se a busca de novas soluções por meio de um número cada vez menor de mudanças na solução corrente e o cálculo da menor soma ponderada das distâncias de todos os pontos (ou vértices) às medianas, até se chegar a uma temperatura final pré-determinada, considerada a temperatura de equilíbrio. A solução corrente é então a melhor solução do problema.

3.5.2.1 Características gerais

Para se aplicar o *Simulated Annealing* a um problema de Otimização Combinatória é preciso tomar, preliminarmente, diversas decisões, que podem ser divididas em duas categorias:

a) Decisões genéricas:

- 1.º) Escolha das temperaturas inicial e final.
- 2.º) Escolha da taxa de redução da temperatura.
- 3.º) Fixação de uma condição de parada.

b) Decisões específicas de cada problema:

- 1.º) Escolha de uma solução inicial viável para o problema.
- 2.º) Definição do conjunto de soluções viáveis. Costuma-se procurar, além de um conjunto pequeno de soluções viáveis, vizinhanças razoavelmente pequenas, pois se pode chegar a uma solução adequada após poucas iterações.
- 3.º) Definição da função objetivo. Em vista da necessidade de se calcular, em cada iteração, a diferença entre os valores dessa função em dois pontos, a função objetivo deve permitir que esse cálculo seja efetuado de forma rápida e eficiente.

3.5.2.2 Descrição do algoritmo

Passo 1

Na temperatura inicial $T > 0$, escolha uma solução inicial S_0 , constituída de p pontos (ou vértices) do conjunto X .

Passo 2

Gere uma outra solução S , vizinha de S_0 .

Passo 3

Calcule a diferença ΔE , entre o valor da função objetivo para S e para S_0 .

Se $\Delta E < 0$, então $S = S_0$;

Se $\Delta E \geq 0$, então gere aleatoriamente x no intervalo $(0,1)$;

Caso $x < e^{-\frac{\Delta E}{T}}$, então $S = S_0$.

Passo 4

Repita os Passos 2 e 3 um número determinado de vezes.

Passo 5

Reduza a temperatura T , de acordo com uma função de redução de temperatura estabelecida.

Passo 6

Repita os Passos 2, 3 e 4, para cada nova temperatura, até uma temperatura final ou até atender ao critério de parada. O conjunto atual é uma aproximação do conjunto das p -medianas.

3.5.3 Algoritmo Genético

De acordo com REEVES, 1995, o Algoritmo Genético teve sua origem na analogia entre a representação de uma estrutura complexa, por meio de um vetor de componentes, e a idéia da estrutura genética de um cromossomo. Como exemplo, na

geração seletiva de animais, procura-se que os filhos possuam certas características desejáveis, que são determinadas, a nível genético, pela forma de combinação dos cromossomos dos pais. De maneira semelhante, na procura das melhores soluções em problemas complexos, muitas vezes, instintivamente, misturam-se partes de soluções existentes. A comparação não é totalmente correta, mas permitiu a HOLLAND, 1975, propor essa metodologia para resolver aqueles problemas. Com os trabalhos de GOLDBERG, 1989, o Algoritmo Genético adquiriu a grande popularidade de que goza atualmente.

De uma maneira simples, pode-se dizer que **Algoritmo Genético** é um método computacional de busca, baseado em mecanismos da evolução natural e na genética. Uma população de possíveis soluções para um determinado problema evolui de acordo com operadores probabilísticos concebidos a partir de paralelos biológicos, fazendo com que, na média, os indivíduos representem soluções cada vez melhores, à medida que o processo evolutivo continua.

A nível biológico, um indivíduo é formado por um conjunto de **cromossomos**; entretanto, um indivíduo também pode ser formado por apenas um cromossomo e, dessa forma, muitas vezes os dois termos são usados indistintamente. Cada cromossomo é composto de **genes**, sendo que cada gene possui um local fixo no cromossomo, denominado **lócus**. Cada gene pode assumir um certo valor, pertencente a um certo conjunto de valores, denominados **alelos**.

No Algoritmo Genético, os cromossomos correspondem aos indivíduos e são os equivalentes das soluções, e uma população é um conjunto de indivíduos ou soluções. As variáveis são muitas vezes chamadas de genes e os valores possíveis das variáveis, de alelos.

Em Genética, denomina-se **genótipo** ao conjunto de cromossomos, genes e alelos, e denomina-se **fenótipo** às características conferidas por ele.

No Algoritmo Genético, o genótipo é a variável independente da função objetivo, e o fenótipo é a variável dependente ou valor da função. Em um problema, após ser definida a forma de representação dos cromossomos, é gerado um conjunto de possíveis soluções, que corresponde a uma população inicial de indivíduos. Em cada

geração, os componentes de uma população são modificados, de acordo com certas regras, implementadas pelos chamados **operadores genéticos**.

Segundo REEVES, 1995, o Algoritmo Genético se destaca por:

- a) Independência de domínio. O algoritmo trabalha com uma codificação em cada problema, tornando fácil escrever um programa geral de computação para resolver os mais diversos problemas de otimização.
- b) Não linearidade. Um Algoritmo Genético não necessita de hipóteses de linearidade ou convexidade; o único requisito é o cálculo de algumas medidas de desempenho que podem ser complicadas e não-lineares.
- c) Robustez. Como consequência das características anteriores, o Algoritmo Genético é naturalmente robusto, pode enfrentar os mais diversos tipos de problemas e trabalhar com funções não-lineares de maneira muito eficiente.
- d) Facilidade de modificação. É fácil alterar um Algoritmo Genético para variações do modelo do problema original.

3.5.3.1 Etapas do Algoritmo Genético

As etapas seguidas no Algoritmo Genético são as seguintes:

a) **Codificação**

Considera-se um cromossomo composto por um certo número de genes e se permite que cada alelo no cromossomo tome determinados valores. O importante é que haja uma população inicial abrangendo a maior área possível do espaço de busca.

b) **Avaliação da adaptabilidade**

É preciso avaliar a capacidade de adaptação de cada cromossomo. Nos casos mais simples, usa-se o valor da função objetivo a ser otimizada, que dá, para cada cromossomo, uma medida do quanto ele está adaptado ao ambiente. O resultado da avaliação de cada cromossomo resulta num valor denominado *fitness*.

c) **Seleção**

A seleção tem por objetivo fazer com que os cromossomos mais adaptados de cada geração tenham mais probabilidade de participar do processo que irá garantir a nova população. O operador genético da **seleção** classifica os cromossomos de forma que os com baixa adaptação tenham grande probabilidade de desaparecerem da população, ao passo que os mais adaptados tenham grande chance de sobrevivência.

d) **Reprodução**

O processo de reprodução envolve mais de um cromossomo e desencadeia o fenômeno denominado cruzamento (*crossover*). O operador genético do **cruzamento** aproxima aleatoriamente dois cromossomos (pais) selecionados para serem cruzados e que trocam entre si partes de seus genes. Isso resulta em dois cromossomos diferentes, mas que ainda guardam influência dos pais. Os pares de cromossomos que não sofrem cruzamento são copiados integralmente para a nova população, como filhos.

e) **Mutação**

A mutação é o processo através do qual se altera um ou mais componentes de um cromossomo e é necessária para a manutenção da diversidade genética da população. Em princípio, seleciona-se uma posição num cromossomo e muda-se, aleatoriamente, o valor do gene correspondente por um outro valor possível. O operador **mutação** introduz variações básicas nos genes de uma população, garantindo a possibilidade de exploração de todo o espaço de pesquisa, independente da população inicial específica.

f) **Condição de parada**

Na maioria dos casos, não se pode afirmar, com segurança, se uma determinada solução encontrada corresponde a um ótimo global; assim é usado um critério de parada, que pode depender da uma não melhoria significativa da população, após várias gerações consecutivas, ou pode ser fixado por um número máximo de gerações.

3.5.3.2 Descrição do Algoritmo Genético

Passo 1

Gere aleatoriamente uma população inicial com um determinado número de cromossomos.

Passo 2

Avalie a adaptabilidade de cada membro da população, através de seu *fitness*.

Passo 3

Classifique os cromossomos, de acordo com os seus *fitness*.

Passo 4

Escolha aleatoriamente dois cromossomos da população para participarem do processo de cruzamento (*crossover*).

Passo 5

Efetue o cruzamento desses dois cromossomos.

Passo 6

Promova a mutação de cada cromossomo criado, caso seu *fitness* seja inviável.

Passo 7

Inclua na população o cromossomo gerado que possua o melhor *fitness* e retire da população o cromossomo que tiver o pior *fitness*.

Passo 8

Repita os Passos 4 até 7 até a condição de parada. O cromossomo que tiver o melhor *fitness* da população final é a solução procurada.

3.5.4.3 Algoritmo Genético para Problemas de Agrupamento

Tendo em vista que o conjunto inicial de cromossomos é arbitrário e as mudanças subseqüentes são probabilísticas, o Algoritmo Genético pode demorar bastante tempo até atingir a sua convergência. por isso, muitas vezes é sugerida, na utilização desse algoritmo, a introdução de mais um operador além dos operadores genéticos de seleção, reprodução e mutação.

KRISHNA et al, 1999, apresentou um artigo intitulado "Genetic K-Means Algorithm", em que a população se inicia aleatoriamente e evolui em cada geração, mediante a aplicação do chamado **operador k-medianas**, utilizando procedimentos análogos aos dos métodos da Análise de Agrupamentos, que serão vistos a seguir.

3.5.4 Análise de Agrupamentos

Conforme BUSSAB et al, 1990, a Análise de Agrupamentos engloba uma variedade de técnicas e algoritmos, cujo objetivo é encontrar e separar objetos em grupos naturais. Segundo EVERITT, 1974, quando é conhecida uma amostra de objetos, a Análise de Agrupamentos procura um esquema de classificação que agrupe os objetos em um certo número de grupos. Os agrupamentos são efetuados com base em coeficientes de correlação ou por medidas de similaridade.

Para se produzir uma estrutura de grupo simples, a partir de um conjunto de dados complexos, é necessário que se estabeleça uma medida de distância ou similaridade, conforme foi apresentado no item 3.4.

3.5.4.1 Classificação dos Agrupamentos

As idéias básicas para se definir agrupamentos são a coesão interna dos objetos e o isolamento externo entre os grupos (CORMACK, 1971). Nessas condições, podem ser destacadas, pelo menos, duas técnicas de agrupamento:

- a) Agrupamento hierárquico.
- b) Agrupamento por partição.

Em virtude de sua versatilidade e facilidade de aplicação, dá-se ênfase à classe dos agrupamentos hierárquicos.

3.5.4.2 Agrupamento Hierárquico

Agrupamento hierárquico é aquele no qual os objetos são classificados em grupos, em diferentes etapas, de modo hierárquico, produzindo uma árvore de classificação, chamada **dendrograma**, que é uma representação gráfica da forma como são efetuados os agrupamentos, à medida que as similaridades entre os grupos vão sendo diminuídas, isto é, quando são aumentadas as distâncias entre eles.

No início, existem tantos grupos quantos são os objetos. Em seguida, são agrupados os objetos semelhantes de acordo com suas similaridades. Depois, relaxando-se o critério de similaridade, os grupos vão-se unindo a outros grupos até formarem um grupo único.

O procedimento para a formação de um agrupamento hierárquico é o seguinte:

Passo 1

Estabeleça grupos, cada um formado por um único objeto.

Passo 2

Forme novos agrupamentos, em função das similaridades de cada grupo com os demais grupos.

Passo 3

Repita os passos anteriores, até a existência de um só grupo.

3.5.4.3 Métodos de Agrupamento Hierárquico

Entre os métodos de agrupamento hierárquico, podem ser citados:

a) **Método da ligação simples ou do vizinho mais próximo:**

As similaridades são fornecidas pela menor distância entre os dois objetos mais próximos de cada grupo.

b) **Método da ligação completa ou do vizinho mais distante:**

As similaridades entre dois grupos são definidas pelos objetos de cada grupo que menos se parecem, isto é, pela menor distância entre os dois objetos mais afastados de cada grupo.

c) **Método da média das distâncias:**

As similaridades entre dois grupos são dadas pela média das distâncias entre todos os pares de objetos, sendo um de cada grupo. Os novos grupos são formados de acordo com a menor média das distâncias.

d) **Método do centróide:**

Cada grupo de objetos é substituído por um único ponto representado pelas coordenadas de seu centro (centróide). Os novos grupos são formados de acordo com a menor distância entre seus centros.

e) **Método de Ward:**

As similaridades entre dois grupos são definidas com base no valor da soma do quadrado das distâncias de cada objeto ao centro do grupo.

3.5.4.4 Agrupamento por Partição

Nessa categoria, os agrupamentos obtidos produzem uma partição do conjunto de objetos e pressupõem o estabelecimento prévio do número de partições desejadas. A diferença entre os diversos algoritmos de partição ocorre pela escolha entre um dos seguintes procedimentos:

- a) Forma de iniciar os grupos.
- b) Forma de designar os objetos aos grupos iniciais.
- c) Forma de re-designar um ou mais objetos já agrupados para outros grupos.

Um dos métodos mais usados em Análise de Agrupamentos, quando se trata com muitos objetos, é o **método das p-médias**. É preciso escolher um critério de homogeneidade dentro do grupo e um critério de heterogeneidade entre os grupos. O

mais usado é o da **soma residual dos quadrados**, para o qual se efetua, em primeiro lugar, a partição dos m objetos em p grupos quaisquer e se considera o centro de cada um desses grupos.

Denomina-se soma residual dos quadrados de um grupo à soma dos quadrados das distâncias euclidianas dos objetos desse grupo ao seu centro; a soma residual dos quadrados, para toda a partição, será a soma de todas as somas residuais dos quadrados de cada grupo. Quanto menor for este valor, mais homogêneos serão os objetos dentro de cada grupo e melhor será a partição.

4 PROGRAMAS DESENVOLVIDOS E IMPLEMENTAÇÃO DOS ALGORITMOS AO PROBLEMA REAL

4.1 INTRODUÇÃO

Foram desenvolvidos alguns programas, descritos na seqüência, fazendo uso do *software* MATLAB para a resolução do problema real apresentado no Capítulo 2, isto é, para a busca de um conjunto de bairros que sirvam de postos de distribuição, de tal forma que a soma ponderada das distâncias de todos os bairros aos postos seja a menor possível, e para a implementação dos algoritmos descritos no Capítulo 3. Levou-se em consideração, em vários deles, as sugestões apresentadas por NUNES, 1998, e por SAMPAIO, 1999.

Os dados iniciais básicos dos programas são as coordenadas cartesianas ortogonais dos pontos representativos de cada bairro (definidos no item 2.2), constantes do Anexo 2, e o número de assinantes do jornal em cada bairro (pesos dos bairros), mostrados no Anexo 1.

Na aplicação dos algoritmos foi examinada a possibilidade de existirem desde 5 até 10 postos de distribuição, de modo que se pudesse efetuar a comparação entre os diversos resultados encontrados.

Simultaneamente, foi calculado o número de assinantes, em cada posto de distribuição, a fim de se verificar se esse número não seria inferior à menor quantidade de assinantes atendida pelos atuais postos.

4.2 DESCRIÇÃO DOS PROGRAMAS DESENVOLVIDOS

4.2.1 Programa para o agrupamento dos bairros aos postos de distribuição

Foi criado um programa, chamado **mindismed**, para calcular a menor soma ponderada das distâncias entre os bairros e os postos de distribuição, quando são conhecidos as coordenadas cartesianas ortogonais e o número de assinantes de cada

bairro e as coordenadas cartesianas de um número definido de postos de distribuição; em conseqüência, se torna possível agrupar os bairros aos postos situados à menor distância. Os passos utilizados pelo programa são os seguintes:

Passo 1

Calcule as distâncias entre os pontos representativos de cada bairro e cada posto de distribuição.

Passo 2

Ache as menores distâncias entre os bairros e os postos de distribuição.

Passo 3

Calcule a menor soma ponderada das distâncias entre os bairros e os pontos de distribuição.

Passo 4

Agrupe os bairros nos postos de distribuição situados à menor distância.

4.2.2 Programa para o algoritmo de Teitz e Bart

O programa empregado para a determinação das p -medianas, utilizando o algoritmo de Teitz e Bart, denominado **teitzbart**, é iniciado com a matriz contendo as coordenadas cartesianas ortogonais dos pontos representativos de cada bairro e o vetor contendo o número de assinantes (peso) de cada bairro. Devem então ser definidos o número de postos de distribuição e o número de iterações.

Os passos do programa são os seguintes:

Passo 1

Escolha aleatoriamente p dos m bairros dados para formarem um primeiro conjunto de postos de distribuição, considerado como a solução inicial S_0 .

Passo 2

Encontre, para cada bairro, a menor distância aos postos componentes da solução inicial S_0 .

Passo 3

Calcule a menor soma ponderada das distâncias DW_0 . A solução atual será $S = S_0$ e a distância mínima será $DM = DW_0$.

Passo 4

Gere todas as combinações, $(p-1)$ a $(p-1)$, dos p bairros da solução inicial e considere todos os conjuntos S_1 , formados pela união dessas combinações com cada um dos outros bairros.

Passo 5

Calcule, para cada um desses conjuntos S_1 , a menor soma ponderada das distâncias DW_1 de todos os bairros aos postos de S_1 .

Se $DW_1 < DM$, então S_1 será a nova solução e $DM = DW_1$ será a nova distância mínima.

Passo 6

Repita as operações até analisar todos os bairros e pelo número máximo de iterações antes estabelecido. A solução corrente S é a melhor solução encontrada.

Visando facilitar o entendimento desse programa, no Anexo 3 é mostrado um exemplo de aplicação para o caso de 12 bairros e quatro postos de distribuição.

Na aplicação do programa **teitzbart** para a busca da solução do presente problema, foram efetuadas diversas simulações, fazendo-se variar o número de postos entre 5 e 10. Esse programa foi o primeiro a ser desenvolvido e iniciou-se com um número $K = 1$ de iterações, que foi sendo aumentado à medida que melhores soluções eram obtidas com a utilização dos outros programas.

Os melhores resultados estão apresentados na Tabela 4.1, onde constam ainda as somas ponderadas das distâncias, de acordo com o número estabelecido de postos de distribuição, o número K de iterações, o tempo computacional demandado e o número de vezes em que foram obtidas as menores distâncias após a realização de 10 simulações. Depois de determinados os postos, foi realizada a alocação dos bairros a cada posto utilizando-se o programa **mindismed**.

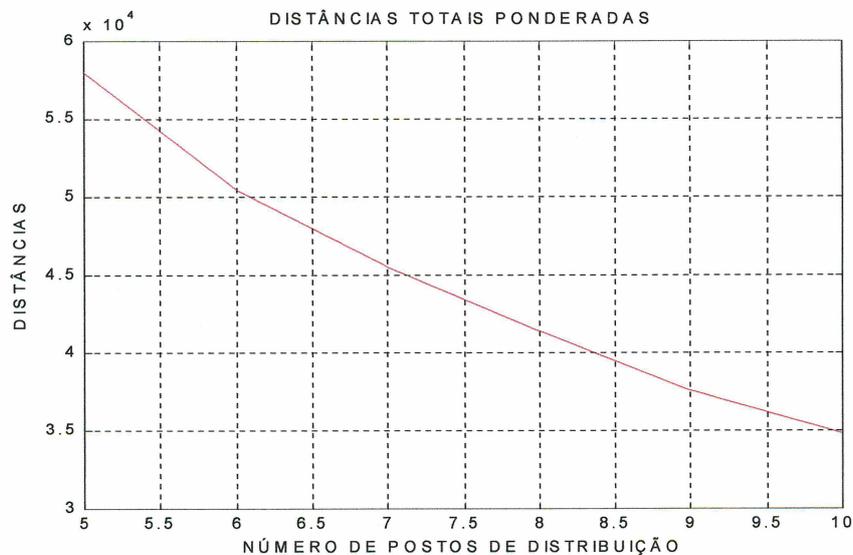
TABELA 4.1 - MELHORES RESULTADOS OBTIDOS COM O ALGORITMO DE TEITZ E BART

NÚMERO DE POSTOS	POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO	DISTÂNCIA MÍNIMA PERCORRIDA (u.q.)	NÚMERO DE ITERAÇÕES (K)	TEMPO COMPUTACIONAL (seg)	DISTÂNCIAS MÍNIMAS OBTIDAS COM 10 SIMULAÇÕES
5	12 - 16 - 18 - 28 - 47	57.948	3	2	9
6	9 - 12 - 16 - 28 - 29 - 47	50.436	4	3,5	1
7	2 - 9 - 13 - 16 - 25 - 28 - 29	45.489	2	2	10
8	2 - 9 - 12 - 16 - 25 - 28 - 29 - 57	41.457	3	3,5	9
9	2 - 6 - 9 - 12 - 16 - 25 - 28 - 29 - 57	37.647	3	4	2
10	2 - 6 - 9 - 12 - 16 - 28 - 29 - 30 - 51 - 57	34.871	2	3	10

A partir da tabela acima, é possível observar que os postos 16 - Boqueirão e 28 - Centro são comuns para qualquer número de postos de distribuição, e que os postos 9 - Bacacheri, 12 - Batel e 29 - Centro Cívico, só deixaram de aparecer uma vez, sendo um indício razoável de que, pelo algoritmo de Teitz e Bart, tais postos devam fazer parte de uma solução para o problema.

O gráfico 4.1 mostra a variação das menores distâncias totais ponderadas em função do número de postos de distribuição.

GRÁFICO 4.1 - VARIÇÃO DAS SOMAS PONDERADAS DAS DISTÂNCIAS OBTIDAS COM O ALGORITMO DE TEITZ E BART EM RELAÇÃO AO NÚMERO DE POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO



4.2.3 Programa para o algoritmo *Simulated Annealing*

Uma categoria para a qual se indica o algoritmo *Simulated Annealing* é a dos problemas de designação e, dentre eles, o problema da determinação das p -medianas. Na aplicação desse algoritmo, foram adotadas algumas peculiaridades:

- a) No início, o número de trocas entre os bairros que fazem parte da solução corrente é igual ao número de postos de distribuição.
- b) A seguir, o número de trocas é reduzido de uma unidade em cada etapa.
- c) Para efeito de comparação com a solução corrente, todas as soluções viáveis do problema possuem a mesma chance de serem escolhidas.

O programa desenvolvido para o cálculo dos postos de distribuição, pelo algoritmo *Simulated Annealing*, denominado **simulan**, é iniciado com uma matriz contendo as coordenadas cartesianas ortogonais dos pontos representativos de cada bairro e com um vetor contendo os correspondentes pesos de cada bairro; então, é preciso definir o número desejado de postos de distribuição, o número máximo de iterações a ser efetuado em cada etapa, o número inicial de trocas, isto é, quantos bairros serão mudados dentro do conjunto constituinte da solução inicial, e de que forma esse número de bairros a serem alterados deve ser diminuído.

Os passos do programa são os seguintes:

Passo 1

Escolha uma solução inicial aleatória S_0 , constituída de p dos m bairros dados.

Passo 2

Verifique, para cada bairro, a menor soma ponderada das distâncias D_0 aos postos componentes da solução S_0 .

Passo 3

Calcule a menor soma ponderada das distâncias DW_0 ; a solução corrente será $S = S_0$ e a soma ponderada das distâncias será $DM = DW_0$.

Passo 4

Efetue mudanças aleatórias dos bairros componentes do conjunto S_0 , obtendo novos conjuntos S_1 .

Passo 5

Calcule, para cada novo conjunto S_1 , a menor soma ponderada das distâncias DW_1 de todos os bairros aos postos de S_1 .

Se $DW_1 < DM$, então S_1 será a nova solução S e DW_1 será a nova distância mínima DM .

Se $DW_1 \geq DM$, então volte ao Passo 4.

Passo 6

Reduza o número de mudanças a serem efetuadas nos bairros do conjunto corrente S e volte aos Passos 4 e 5.

Pare quando o número de mudanças for igual ao valor mínimo antes definido. A solução corrente é a melhor solução encontrada para o problema.

Com vistas a facilitar o entendimento desse programa, no Anexo 4 é mostrado um exemplo de aplicação para o caso de 12 bairros e quatro postos de distribuição.

Para o problema em estudo, iniciou-se a aplicação do programa **simulan** com 10 iterações em cada etapa e foram comparados os resultados com aqueles obtidos anteriormente pela aplicação do programa **teitzbart**. O número de iterações foi sendo aumentado, progressivamente, quando os resultados eram inferiores; as melhores soluções foram obtidas com a utilização de 30 iterações em cada etapa e estão apresentadas na tabela 4.2, onde constam as somas ponderadas das distâncias encontradas de acordo com o número estabelecido de postos de distribuição, o número K de iterações, o tempo computacional demandado e o número de vezes em que foram obtidas as menores distâncias após a realização de 10 simulações do programa. Depois de determinados os postos, foi feita a alocação dos bairros a cada posto pelo programa **mindismed**.

TABELA 4.2 - MELHORES RESULTADOS OBTIDOS COM O ALGORITMO *SIMULATED ANNEALING*

NÚMERO DE POSTOS	POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO	DISTÂNCIA MÍNIMA PERCORRIDA (u.q.)	NÚMERO DE ITERAÇÕES (K)	TEMPO COMPUTACIONAL (seg)	DISTÂNCIAS MÍNIMAS OBTIDAS COM 10 SIMULAÇÕES
5	12 - 16 - 18 - 28 - 47	57.948	30	2	1
6	9 - 12 - 16 - 28 - 29 - 47	50.436	30	4	2
7	2 - 9 - 13 - 16 - 25 - 28 - 29	45.489	30	8	1
8	2 - 9 - 12 - 16 - 25 - 28 - 29 - 57	41.457	30	16	1
9	2 - 6 - 9 - 12 - 16 - 25 - 28 - 29 - 57	37.647	30	32	1
10	2 - 6 - 9 - 12 - 16 - 28 - 29 - 30 - 51 - 57	34.871	30	68	2

Pode ser observado que os resultados obtidos pelo algoritmo *Simulated Annealing* foram idênticos aos obtidos com a utilização do algoritmo de Teitz e Bart, porém o tempo computacional exigido foi bem mais elevado.

4.2.4 Programa para o Algoritmo Genético

O programa que foi desenvolvido para o cálculo das p medianas, pelo método do Algoritmo Genético, denominado **genético**, utiliza somente os operadores genéticos básicos, não incluindo novos operadores como os propostos por Krishna para problemas de agrupamentos. O algoritmo é iniciado com uma matriz contendo as coordenadas cartesianas ortogonais dos pontos representativos dos bairros e um vetor contendo os correspondentes pesos (número de assinantes) de cada bairro. A seguir devem ser definidos os seguintes parâmetros: número desejado de postos de distribuição, número máximo de gerações e número de soluções possíveis em cada geração.

Os passos utilizados pelo programa são os seguintes:

Passo 1

Gere aleatoriamente uma relação contendo o número escolhido de soluções, cada uma composta de um número de bairros igual ao de postos de distribuição.

Passo 2

Verifique, para cada solução da relação inicial, a menor soma ponderada das distâncias de cada bairro aos postos da solução (é o *fitness* de cada solução).

Passo 3

Classifique a relação de soluções, em ordem crescente, de forma que a solução com menor valor do *fitness* venha em primeiro lugar, até a solução com *fitness* de valor mais elevado em último lugar.

Passo 4

Escolha aleatoriamente duas soluções da relação inicial para serem cruzadas.

Passo 5

Escolha aleatoriamente quais os bairros que devem ser trocados entre as duas soluções escolhidas no Passo 4.

Passo 6

Realize a troca correspondente de bairros entre as duas soluções, formando duas novas soluções (é o cruzamento).

Passo 7

Verifique a viabilidade de cada nova solução obtida, isto é, se possui o mesmo número de bairros distintos que o número procurado de postos de distribuição; se esse número for inferior, acresça aleatoriamente o número de bairros da solução até alcançar a quantidade desejada (é a mutação).

Passo 8

Calcule, para essas duas novas soluções, a soma ponderada das menores distâncias de todos os bairros aos postos de distribuição (*fitness*).

Inclua na relação de soluções a nova solução que tenha o menor *fitness* e despreze a outra solução.

Passo 9

Retire da relação de soluções aquela que estiver situada na última posição.

Passo 10

Repita os Passos 4 até 9, até atingir o número estabelecido de gerações; a melhor solução será aquela situada em primeiro lugar na relação final.

Com a finalidade de se procurar entender melhor esse programa, é mostrado, no Anexo 5, um exemplo de aplicação para o caso de 12 bairros e quatro postos de distribuição.

Com respeito ao problema em estudo, a aplicação do programa **genético** começou com a utilização de uma população inicial composta de uma relação aleatória de 100 conjuntos de bairros com a realização de 1.000 iterações. Os melhores resultados foram obtidos quando se aumentou para 300 conjuntos de bairros em cada geração e com a realização de 3.000 iterações. As soluções encontradas estão indicadas na tabela 4.3, onde constam as distâncias mínimas encontradas de acordo com o número estabelecido de postos de distribuição, o número K de iterações, o tempo computacional demandado e o número de vezes em que foram obtidas as menores somas ponderadas das distâncias após a realização de 10 simulações. Depois de determinados os postos, foi realizada a alocação dos bairros a cada posto utilizando-se o programa **mindismed**.

TABELA 4.3 - MELHORES RESULTADOS OBTIDOS COM O ALGORITMO GENÉTICO

NÚMERO DE POSTOS	POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO	DISTÂNCIAS MÍNIMAS PERCORRIDAS (u.q.)	NÚMERO DE ITERAÇÕES (K)	TEMPO COMPUTACIONAL (seg)	DISTÂNCIAS MÍNIMAS OBTIDAS COM 10 SIMULAÇÕES
5	12 - 16 - 18 - 28 - 47	57.948	3000	40	2
6	12 - 16 - 28 - 29 - 47 - 68	50.436	3000	42	1
7	2 - 13 - 16 - 28 - 29 - 41 - 51	46.287	3000	44	1
8	2 - 12 - 28 - 29 - 30 - 40 - 68 - 75	42.381	3000	46	1
9	2 - 12 - 16 - 28 - 29 - 41 - 47 - 57 - 75	38.443	3000	48	1
10	2 - 9 - 12 - 28 - 29 - 30 - 40 - 52 - 59 - 75	35.613	3000	50	2

A mesma solução antes alcançada pelos algoritmos de Teitz e Bart e *Simulated Annealing* foi obtida para o caso de 5 e 6 postos de distribuição; para 7 a 10 postos, foram obtidas somas ponderadas das distâncias maiores que as atingidas pelos outros algoritmos.

4.2.5 Programas para Análise de Agrupamentos

No estudo da Análise de Agrupamentos foram feitas simulações com diversos métodos de Agrupamento Hierárquico, em virtude da existência de programas específicos, já desenvolvidos para uso no *software* MATLAB; o método de Ward apresentou os melhores resultados. Inicia-se com uma matriz contendo as coordenadas cartesianas dos pontos representativos de cada bairro; a seqüência empregada para o agrupamento dos mesmos, por esses métodos, pode ser assim resumida:

Passo 1

Calcule todas as distâncias entre os bairros.

Passo 2

Constitua os primeiros grupos contendo um só bairro.

Passo 3

Agrupe, sucessivamente, de dois em dois grupos, em função das melhores similaridades.

Com o intuito de ajudar no entendimento dessa técnica, é mostrado um exemplo de aplicação, no Anexo 6, para o caso de 12 bairros e 4 postos de distribuição.

Utilizando esses métodos de agrupamento, os grupos se formam de maneira progressiva, de dois em dois bairros, de acordo com as melhores similaridades. Os resultados apresentados nas tabelas 4.4, 4.5, 4.6, 4.7 e 4.8 a seguir, foram obtidos, em primeiro lugar considerando a existência de 10 postos de distribuição e, sucessivamente, com o relaxamento das similaridades, até 5 postos de distribuição.

TABELA 4.4 - RESULTADOS OBTIDOS COM A UTILIZAÇÃO DO MÉTODO DO VIZINHO MAIS PRÓXIMO DE AGRUPAMENTO HIERÁRQUICO

NÚMERO DE POSTOS	POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO	DISTÂNCIA MÍNIMA PERCORRIDA (u.q.)
10	4 - 17 - 19 - 23 - 27 - 28 - 34 - 43 - 66 - 69	102.113
9	19 - 23 - 27 - 28 - 30 - 34 - 43 - 66 - 69	102.514
8	23 - 27 - 28 - 30 - 34 - 43 - 66 - 69	102.689
7	23 - 27 - 28 - 34 - 43 - 66 - 69	109.066
6	23 - 27 - 28 - 34 - 66 - 69	109.102
5	27 - 28 - 34 - 66 - 69	109.131

TABELA 4.5 - RESULTADOS OBTIDOS COM A UTILIZAÇÃO DO MÉTODO DO VIZINHO MAIS DISTANTE DE AGRUPAMENTO HIERÁRQUICO

NÚMERO DE POSTOS	POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO	DISTÂNCIA MÍNIMA PERCORRIDA (u.q.)
10	2 - 16 - 41 - 47 - 50 - 57 - 59 - 61 - 66 - 69	50.986
9	16 - 28 - 41 - 47 - 50 - 57 - 59 - 66 - 69	61.138
8	16 - 28 - 41 - 47 - 59 - 62 - 66 - 69	62.819
7	28 - 41 - 47 - 59 - 62 - 66 - 69	75.220
6	28 - 41 - 47 - 59 - 62 - 69	77.380
5	28 - 47 - 59 - 62 - 69	87.885

TABELA 4.6 - RESULTADOS OBTIDOS COM A UTILIZAÇÃO DO MÉTODO DA MÉDIA DAS DISTÂNCIAS DE AGRUPAMENTO HIERÁRQUICO

NÚMERO DE POSTOS	POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO	DISTÂNCIA MÍNIMA PERCORRIDA (u.q.)
10	2 - 30 - 39 - 51 - 56 - 57 - 59 - 61 - 66 - 69	58.229
9	2 - 30 - 39 - 51 - 56 - 57 - 59 - 61 - 69	59.305
8	2 - 30 - 39 - 51 - 56 - 59 - 61 - 69	60.926
7	39 - 51 - 56 - 59 - 61 - 69 - 73	65.332
6	29 - 39 - 51 - 59 - 69 - 73	67.769
5	5 - 51 - 59 - 69 - 73	80.367

TABELA 4.7 - RESULTADOS OBTIDOS COM A UTILIZAÇÃO DO MÉTODO CENTRÓIDE DE AGRUPAMENTO HIERÁRQUICO

NÚMERO DE POSTOS	POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO	DISTÂNCIA MÍNIMA PERCORRIDA (u.q.)
10	2 - 30 - 39 - 51 - 56 - 57 - 59 - 61 - 66 - 69	58.229
9	2 - 30 - 39 - 51 - 56 - 59 - 61 - 66 - 69	59.850
8	2 - 30 - 39 - 51 - 56 - 59 - 61 - 69	60.926
7	39 - 51 - 56 - 59 - 61 - 69 - 73	65.332
6	29 - 39 - 51 - 59 - 69 - 73	67.769
5	5 - 51 - 59 - 69 - 73	80.367

TABELA 4.8 - RESULTADOS OBTIDOS COM A UTILIZAÇÃO DO MÉTODO DE WARD DE AGRUPAMENTO HIERÁRQUICO

NÚMERO DE POSTOS	POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO	DISTÂNCIA MÍNIMA PERCORRIDA (u.q.)
10	12 - 16 - 29 - 30 - 41 - 47 - 57 - 59 - 66 - 69	48.778
9	12 - 16 - 29 - 41 - 47 - 57 - 59 - 66 - 69	51.770
8	12 - 16 - 29 - 41 - 47 - 59 - 66 - 69	53.496
7	12 - 16 - 29 - 41 - 47 - 59 - 66	54.196
6	12 - 16 - 42 - 47 - 59 - 66	62.129
5	12 - 16 - 42 - 47 - 66	65.971

Para a identificação dos postos de distribuição correspondentes, em cada agrupamento, foi utilizado o programa **distmin**, definido no item 4.2.6, a seguir.

4.2.6 Programa para definição dos postos de distribuição de um grupo de bairros

Este programa, denominado **distmin**, define o posto de distribuição (mediana) de um grupo de bairros, isto é, o bairro do grupo para o qual é menor a soma ponderada das distâncias entre ele e os demais bairros. É iniciado com a matriz que contenha as coordenadas cartesianas ortogonais dos pontos representativos de cada bairro e de um vetor contendo os correspondentes pesos de cada bairro. Os passos são os seguintes:

Passo 1

Calcule as somas ponderadas das distâncias de todos os bairros a cada bairro que possa servir de posto de distribuição.

Passo 2

Encontre a menor soma ponderada das distâncias. O posto de distribuição procurado é o bairro para o qual essa soma é menor.

4.3 TESTES COMPARATIVOS

4.3.1 Situação Atual

Na tabela 4.9 estão discriminados os atuais postos de distribuição e os bairros que são atendidos por eles.

TABELA 4.9 - BAIROS ATENDIDOS PELOS ATUAIS POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO -SITUAÇÃO ATUAL

POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO	BAIROS	NÚMERO DE ASSINANTES	DISTÂNCIAS
2 Água Verde	2 - 36 - 49 - 52 - 54 - 58 - 73	4.728	10.696 u.q.
9 Bacacheri	7 - 10 - 20 - 24 - 38 - 41 - 53 - 68	2.078	5.909 u.q.
12 Batel	12 - 21 - 65	2.363	597 u.q.
13 Champagnat	13 - 15 - 17 - 22 - 26 - 30 - 43 - 45 - 46 - 48 - 50 - 57 - 59 - 60 - 61 - 62 - 74	5.371	16.348 u.q.
25 Capão Raso	8 - 25 - 32 - 33 - 34 - 44 - 47 - 55 - 64 - 69	1.233	4.660 u.q.
28 Centro	28	2.427	0 u.q.
37 Hauer	4 - 16 - 23 - 27 - 35 - 37 - 40 - 51 - 66 - 71 - 72 - 75	3.350	10.093 u.q.
18 Juvevê	3 - 5 - 6 - 29 - 31 - 39 - 42	4.646	6.249 u.q.
42 Cabral	1 - 9 - 11 - 14 - 18 - 19 - 56 - 63 - 67 - 70	2.529	8.715 u.q.
	TOTAL	28.725	63.267 u.q.

Com a utilização do programa **mindismed** e considerando as coordenadas dos bairros tomados como postos de distribuição e dos bairros para os quais os jornais são distribuídos, foi obtida a distância ponderada total percorrida entres bairros e postos: 63.267 u.q.

Por outro lado, levando em consideração os endereços dos atuais postos de distribuição (na realidade somente existem 7 locais distintos) a situação é a que se apresenta na tabela 4.10.

TABELA 4.10 - BAIRROS ATENDIDOS NOS REAIS ENDEREÇOS DOS POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO

POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO	BAIRROS	NÚMERO DE ASSINANTES	DISTÂNCIAS
2 Água Verde	2 - 8 - 25 - 32 - 33 - 34 - 36 - 44 - 47 - 49 - 52 - 54 - 55 - 58 - 64-69 - 73	5.961	12.460 u.q.
9 Bacacheri	7 - 10 - 20 - 24 - 38 - 41 - 53 - 68	2.078	5.909 u.q.
12 Batel	12 - 21 - 65	2.363	597 u.q.
13 Champagnat	13 - 15 - 17 - 22 - 26 - 30 - 43 - 45 - 46 - 48 - 50 - 57 - 59 - 60 - 61 - 62 - 74	5.371	16.348 u.q.
16 Boqueirão	4 - 16 - 23 - 27 - 35 - 37 - 40 - 51 - 66 - 71 - 72 - 75	3.350	10.093 u.q.
28 Centro	28	2.427	0 u.q.
42 Juvevê	1 - 3 - 5 - 6 - 9 - 11 - 14 - 18 - 19 - 29 - 31 - 39 - 42 - 56 - 63 - 67 - 70	7.175	14.964 u.q.
	TOTAL	28.725	60.371 u.q.

A soma ponderada das distâncias percorridas entre os bairros dos agrupamentos atuais e os endereços reais dos postos é de 60.371 u.q.

A partir dessa situação, foram efetuadas duas simulações:

- a) conservando-se os mesmos grupos de bairros atuais e pesquisando quais os locais que otimizam a soma ponderadas das distâncias entre os bairros e novos postos de distribuição; seria necessária a criação de postos nos bairros 14 - Boa Vista, em lugar de 9 - Cabral, 16 - Boqueirão, em lugar de 37 - Hauer, 45 - Mercês, em lugar de 13 - Champagnat, 47 - Novo Mundo, em lugar de 25 - Capão Raso, e 68 - Tarumã, em lugar de 5 - Bacacheri, conforme mostra a tabela 4.11.

TABELA 4.11 -GRUPOS ATUAIS DE BAIRROS COM MUDANÇA DOS LOCAIS DOS POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO

POSTO DE DISTRIBUIÇÃO	BAIRROS	NÚMERO DE ASSINANTES	DISTÂNCIAS
68 Tarumã	7 - 10 - 20 - 24 - 38 - 41 - 53 - 68	2.078	4.989 u.q.
12 Batel	12 - 21 - 65	2.363	597 u.q.
45 Mercês	13 - 15 - 17 - 22 - 26 - 30 - 43 - 45 - 46 - 48 - 50 - 57- 59 - 60 - 61 - 62 - 74	5.371	16.348 u.q.
28 Centro	28	2.427	0 u.q.
16 Boqueirão	4 - 16 - 23 - 27 - 35 - 37 - 40 - 51 - 66 - 71 - 72 - 75	3.350	9.790 u.q.
42 Juvevê	3 - 5 - 6 - 29 - 31 - 39 - 42	4.646	6.249 u.q.
14 Boa Vista	1 - 9 - 11 - 14 - 18 - 19 - 56 - 63 - 67 - 70	2.529	6.217 u.q.
2 Água Verde	2 - 36 - 49 - 52 - 54 - 58 - 73	4.728	5.571 u.q.
47 Novo Mundo	8 - 25 - 32 - 33 - 34 - 44 - 47 - 55 - 64 - 69	1.233	2.912 u.q.
	TOTAL	28.725	52.673 u.q.

A soma ponderada das distâncias a serem percorridas pelos entregadores, calculada com a utilização do programa **distmin**, seria reduzida de 60.371 u.q. para 52.673 u.q., que representam uma significativa redução de 7.698 u.q., equivalentes a cerca de 6,9 km.

- b) se forem mantidos os endereços dos atuais postos de distribuição, porém se buscando os agrupamentos que minimizem as distâncias a serem percorridas, a situação é a indicada na tabela 4.12:

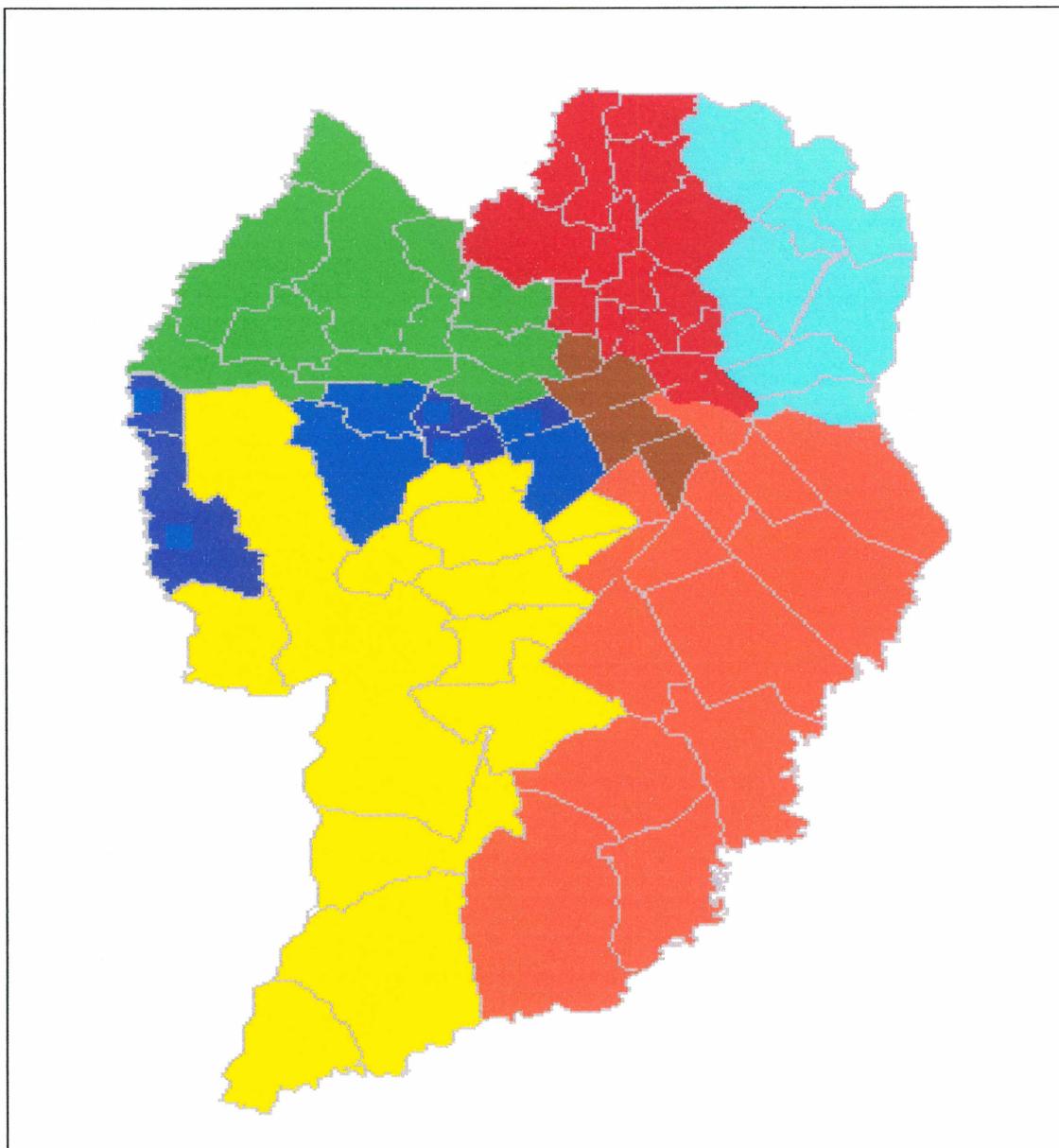
TABELA 4.12 - BAIRROS A SEREM ATENDIDOS PELOS ATUAIS POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO, COM MINIMIZAÇÃO DAS DISTÂNCIAS PERCORRIDAS

POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO	BAIRROS	NÚMERO DE ASSINANTES	DISTÂNCIAS
9 Bacacheri	7 - 9 - 10 - 24 - 41 - 56 - 68 - 70	2.475	3.984 u.q.
12 Batel	2 - 8 - 12 - 21 - 22 - 46 - 55 - 65	4.901	6.196 u.q.
13 Champagnat	13 - 17 - 26 - 43 - 45 - 48 - 57 - 59 - 60 - 62 - 74	3.367	6.864 u.q.
28 Centro	28 - 39 - 53 - 54 - 61	4.107	2.652 u.q.
37 Hauer	4 - 16 - 20 - 32 - 34 - 35 - 37 - 40 - 49 - 66 - 71 - 72 - 75	4.061	12.067 u.q.
42 Juvevê	1 - 3 - 5 - 6 - 11 - 14 - 15 - 18 - 19 - 29 - 31 -38 - 42 - 50 63 - 67	6.487	11.411 u.q.
52 Portão	23 - 25 - 27 - 30 - 33 - 36 - 44 - 47 - 51 - 52 - 58 - 64 - 69 - 73	3.327	9.467 u.q.
	TOTAL	28.725	52.641 u.q.

Utilizando o programa **mindismed**, chega-se à menor soma ponderada das distâncias a serem percorridas, que é de 52.641 u.q.; haveria uma redução de 7.730 u.q., equivalentes a 7 km. Essa hipótese tem a vantagem de apresentar menor soma ponderada das distâncias e nenhuma alteração dos locais dos atuais postos de distribuição e, assim, somente haveria mudança nos agrupamentos, isto é, dos bairros a serem atendidos em cada posto.

A figura 4.1 mostra o mapa da cidade de Curitiba com os bairros a serem atendidos em cada um dos 7 postos de distribuição definidos acima. Comparando-se com a figura 2.2, pode-se observar que já existe maior homogeneização das áreas contendo os bairros atendidos pelos diversos postos.

FIGURA 4.1 - MAPA DE CURITIBA COM OS BAIRROS ATENDIDOS POR 7 POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO, COM MINIMIZAÇÃO DAS DISTÂNCIAS PERCORRIDAS



4.4 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Visando a obtenção de soluções melhores que aquela mostrada na tabela 4.12, foram utilizados os algoritmos citados no Capítulo 3, e os resultados podem ser resumidos da seguinte forma:

4.4.1 Análise para 5 Postos de Distribuição

Se fossem considerados somente 5 postos de distribuição, observa-se na tabela 4.13, que foi obtida a mesma solução com a utilização de três algoritmos, resultando a soma ponderada das distâncias de 57.948 u.q. Os bairros que serviriam de Postos de Distribuição são: 12 - Batel, 16 - Boqueirão, 18 - Cabral, 28 - Centro e 47 - Novo Mundo.

TABELA 4.13 - POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO OBTIDOS COM A UTILIZAÇÃO DE CADA ALGORITMO - CASO DE 5 POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO

ALGORITMOS	POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO	DISTÂNCIAS	TEMPO COMPUTACIONAL
Teitz e Bart	12 - 16 - 18 - 28 - 47	57.948 u.q	2 seg
Simulated Annealing	12 - 16 - 18 - 28 - 47	57.948 u.q	2 seg
Algoritmo Genético	12 - 16 - 18 - 28 - 47	57.948 u.q	40 seg
Análise de Agrupamentos	12 - 16 - 42 - 47 - 66	65.971 u.q	-

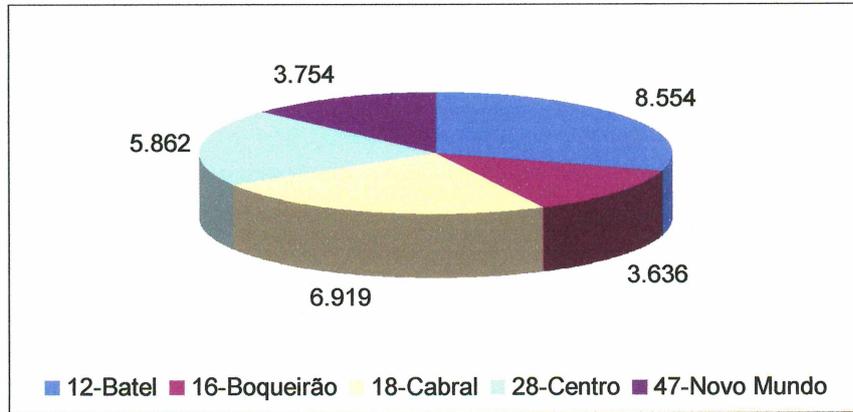
Para a melhor solução encontrada, os agrupamentos formados estão apresentados na tabela 4.14, abaixo, onde constam os bairros que devem ser agrupados para atendimento nos respectivos postos, o número de jornais distribuídos e soma ponderada das distâncias a serem percorridas, em cada posto.

TABELA 4.14 - BAIRROS ALOCADOS A CADA POSTO DE DISTRIBUIÇÃO - MELHOR SOLUÇÃO PARA 5 POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO

POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO	BAIRROS	NÚMERO DE ASSINANTES	DISTÂNCIAS
12 Batel	2 - 8 - 12 - 13 - 17 - 21 - 22 - 26 - 43 - 45 - 46 - 48 - 55 - 57 - 58 - 59 - 60 - 62 - 65 - 73	8.554	16.752 u.q.
16 Boqueirão	16 - 20 - 24 - 35 - 37 - 39 - 40 - 49 - 53 - 71	3.636	6.127 u.q.
18 Cabral	1 - 3 - 7 - 9 - 10 - 11 - 14 - 15 - 18 - 19 - 29 - 38 - 41 - 42 - 50 - 56 - 63 - 67 - 68 - 70	6.919	16.224 u.q.
28 Centro	5 - 6 - 28 - 31 - 54 - 61 - 74	5.862	6.533 u.q.
47 Novo Mundo	4 - 23 - 25 - 27 - 30 - 32 - 33 - 34 - 36 - 44 - 47 - 51 - 52 - 64 - 66 - 69 - 72 - 75	3.754	12.312 u.q.
TOTAL		28.725	57.948 u.q.

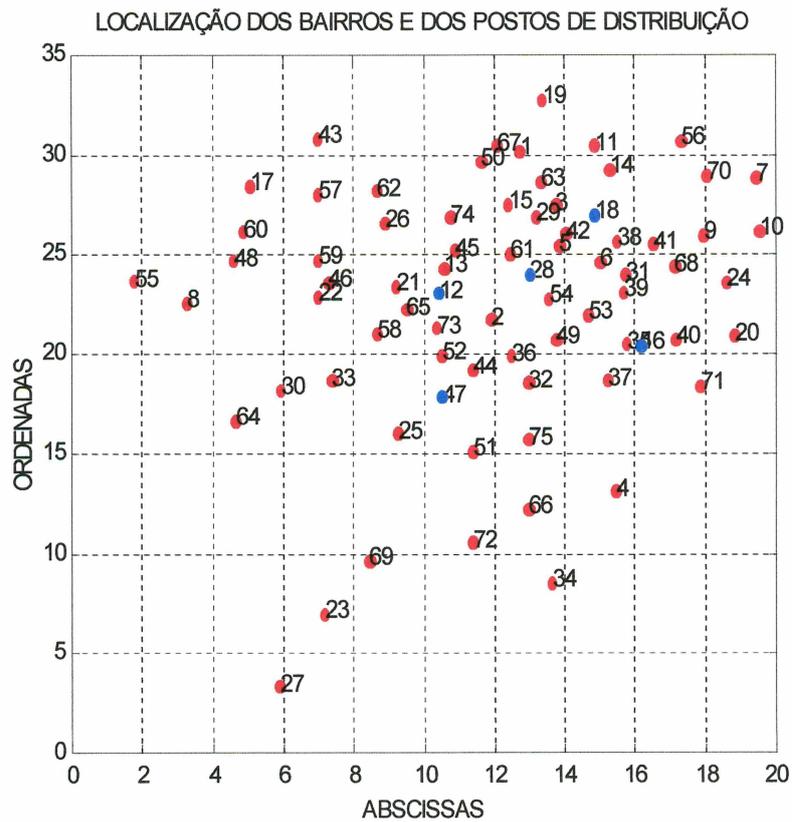
O gráfico 4.2 ilustra a forma como está distribuído o número de assinantes por posto de distribuição - 5 POSTOS

GRÁFICO 4.2 - NÚMERO DE ASSINANTES POR POSTO DE DISTRIBUIÇÃO - 5 POSTOS



A figura 4.2 apresenta, em vermelho, a localização dos bairros e, em azul, os 5 postos de distribuição indicados pela melhor solução encontrada.

FIGURA 4.2 - LOCALIZAÇÃO DE 5 POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO



4.4.2 Análise para 6 Postos de Distribuição

Considerando 6 postos de distribuição, se observa, na tabela 4.15, que foi obtida a mesma solução por três algoritmos, resultando uma distância mínima de 50.436 u.q. Os bairros que devem servir de Postos de Distribuição são: 9 - Bacacheri, 12 - Batel, 16 - Boqueirão, 28 - Centro, 29 - Centro Cívico e 47 - Novo Mundo.

TABELA 4.15 - POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO OBTIDOS COM A UTILIZAÇÃO DE CADA ALGORITMO - CASO DE 6 POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO

ALGORITMOS	POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO	DISTÂNCIAS	TEMPO COMPUTACIONAL
Teitz e Bart	9 - 12 - 16 - 28 - 29 - 47	50.436 u.q.	3,5 seg
Simulated Annealing	9 - 12 - 16 - 28 - 29 - 47	50.436 u.q.	4 seg
Algoritmo Genético	9 - 12 - 16 - 28 - 29 - 47	50.436 u.q.	42 seg
Análise de Agrupamentos	12 - 16 - 42 - 47 - 59 - 66	62.129 u.q.	-

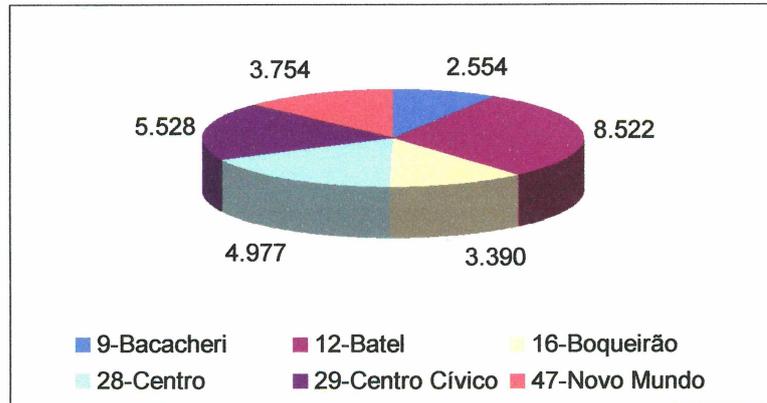
Para a melhor solução encontrada, os agrupamentos formados estão apresentados na tabela 4.16 abaixo, onde constam os bairros que devem ser agrupados para atendimento nos respectivos postos, o número de jornais distribuídos e a soma ponderada das distâncias a serem percorridas, em cada posto.

TABELA 4.16 - BAIROS ALOCADOS A CADA POSTO DE DISTRIBUIÇÃO - MELHOR SOLUÇÃO PARA 6 POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO

POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO	BAIROS	NÚMERO DE ASSINANTES	DISTÂNCIAS
9 Bacacheri	7 - 9 - 10 - 24 - 38 - 41 - 56 - 68 - 70	2.554	4.178 u.q.
12 Batel	2 - 8 - 12 - 13 - 17 - 21 - 22 - 26 - 45 - 46 - 48 - 55 - 57 - 58 - 59 - 60 - 65 - 73	8.522	16.568 u.q.
16 Boqueirão	16 - 20 - 35 - 37 - 39 - 40 - 49 - 53 - 71	3.390	5.142 u.q.
28 Centro	6 - 28 - 31 - 54 - 61	4.977	4.538 u.q.
29 Centro Cívico	1 - 3 - 5 - 11 - 14 - 15 - 18 - 19 - 29 - 42 - 43 - 50 - 62 - 63 - 67 - 74	5.528	7.698 u.q.
47 Novo Mundo	4 - 23 - 25 - 27 - 30 - 32 - 33 - 34 - 36 - 44 - 47 - 51 - 52 - 64 - 66 - 69 - 72 - 75	3.754	12.312 u.q.
TOTAL		28.725	50.436 u.q.

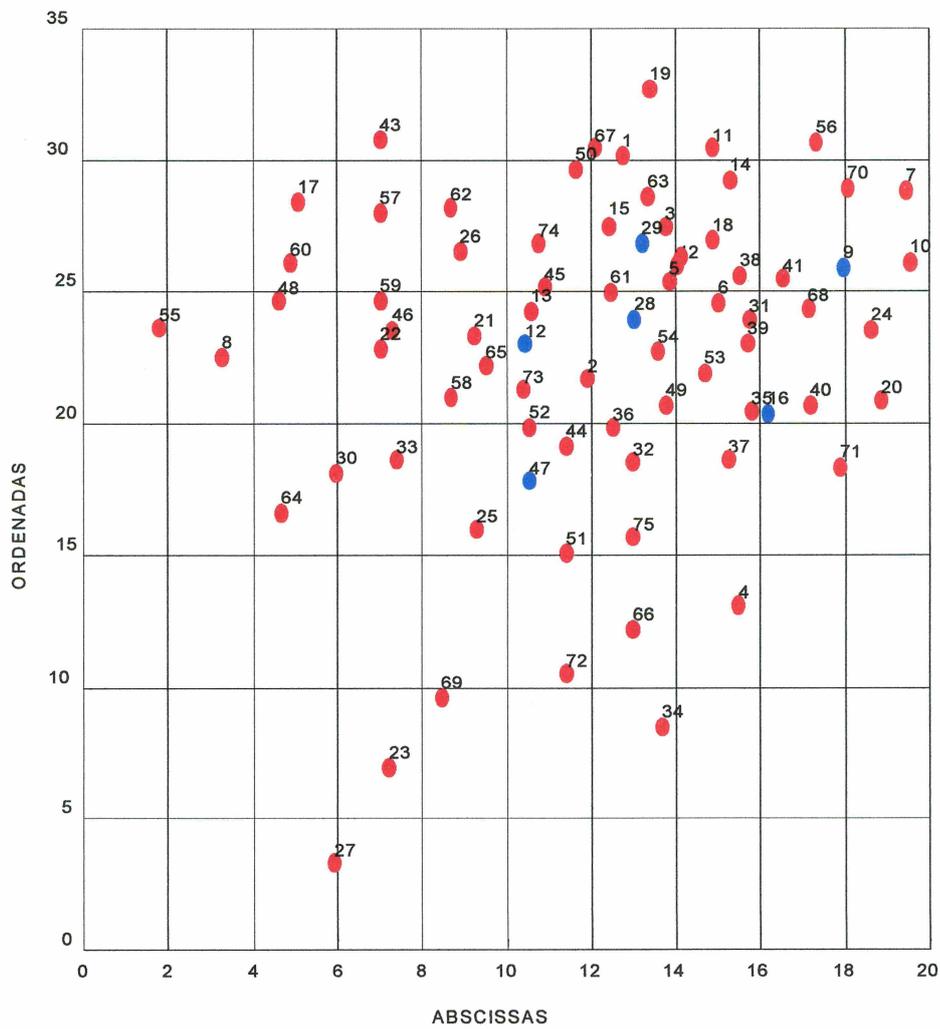
O gráfico 4.3 mostra o número de jornais a ser entregue a partir de cada posto de distribuição.

GRÁFICO 4.3 - NÚMERO DE ASSINANTES POR POSTO DE DISTRIBUIÇÃO - 6 POSTOS



A figura 4.3 mostra, em vermelho, a localização dos bairros e, em azul, os 6 postos de distribuição indicados na melhor solução encontrada.

FIGURA 4.3 - LOCALIZAÇÃO DE 6 POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO



4.4.3 Análise para 7 Postos de Distribuição

Considerando 7 postos de distribuição, se observa, na tabela 4.17, que foi obtida a mesma solução, tanto pelo algoritmo Teitz-Bart como pelo *Simulated Annealing*, resultando uma distância mínima de 45.489 u.q. Os bairros que devem servir de postos de distribuição são: 2 - Água Verde, 9 - Bacacherí, 13 - Bigorriho, 16 - Boqueirão, 25 - Capão Raso, 28 - Centro e 29 - Centro Cívico.

TABELA 4.17 - POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO OBTIDOS COM A UTILIZAÇÃO DE CADA ALGORITMO - CASO DE 7 POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO

ALGORITMOS	POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO	DISTÂNCIAS	TEMPO COMPUTACIONAL
Situação atual	9 - 12 - 13 - 28 - 37 - 42 - 52	52.641 u.q.	-
Teitz-Bart	2 - 9 - 13 - 16 - 25 - 28 - 29	45.489 u.q.	2 seg
Simulated Annealing	2 - 9 - 13 - 16 - 25 - 28 - 29	45.489 u.q.	8 seg
Algoritmo Genético	2 - 13 - 16 - 25 - 28 - 29 - 68	46.287 u.q.	44 seg
Análise de Agrupamentos	12 - 16 - 29 - 41 - 47 - 59 - 66	54.196 u.q.	-

Pode-se notar que, com relação à situação atual, seriam mantidos os postos 9 - Bacacherí, 13 - Bigorriho, e 28 - Centro, e as modificações seriam: 12 - Batel para 2 - Água Verde, 37 - Hauer para 16 - Boqueirão, 42 - Juvevê para 29 - Centro Cívico, e 52 - Portão para 25 - Capão Raso.

É possível efetuar comparações com as situações analisadas anteriormente. Com relação à hipótese dos bairros serem agrupados aos atuais postos de distribuição, com minimização das distâncias percorridas, conforme mostra a Tabela 4.12, haveria uma redução no total da distância a ser percorrida de 52.641 u.q. para 45.489 u.q., isto é, 7.152 u.q., equivalentes a 6,7 km. Por outro lado, com respeito à situação atual, a distância seria reduzida de 60.371 u.q. para 45.489 u.q., isto é 14.882 u.q., equivalentes a 13,4 km, que representam aproximadamente 24,78% do percurso total.

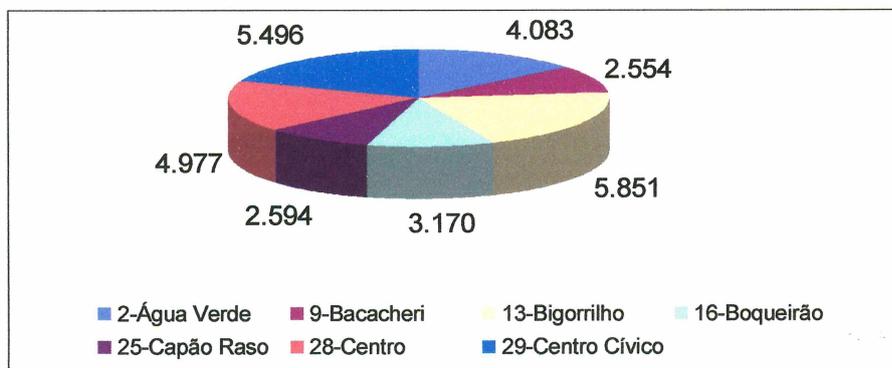
Para esta melhor solução, os agrupamentos formados estão apresentados na tabela 4.18, onde constam os bairros que devem ser agrupados para atendimento nos respectivos postos, o número de assinantes e a soma ponderada das distâncias, em cada posto.

TABELA 4.18 - BAIRROS ALOCADOS A CADA POSTO DE DISTRIBUIÇÃO - MELHOR SOLUÇÃO PARA 7 POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO

POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO	BAIRROS	NÚMERO DE ASSINANTES	DISTÂNCIAS
2 Água Verde	2 - 32 - 36 - 44 - 49 - 52 - 58 - 73	4.083	4.601 u.q.
9 Bacacheri	7 - 9 - 10 - 24 - 38 - 41 - 56 - 68 - 70	2.554	4.178 u.q.
13 Bigorriho	8 - 12 - 13 - 17 - 21 - 22 - 26 - 43 - 45 - 46 - 48 - 55 - 57 - 59 - 60 - 62 - 65	5.851	11.047 u.q.
16 Boqueirão	16 - 20 - 35 - 37 - 39 - 40 - 53 - 71	3.170	4.604 u.q.
25 Capão Raso	4 - 23 - 25 - 27 - 30 - 33 - 34 - 47 - 51 - 64 - 66 - 69 - 72 - 75	2.594	8.985 u.q.
28 Centro	6 - 28 - 31 - 54 - 61	4.977	4.538 u.q.
29 Centro Cívico	1 - 3 - 5 - 11 - 14 - 15 - 18 - 19 - 29 - 42 - 43 - 50 - 63 - 67 - 74	5.496	7.536 u.q.
	TOTAL	28.725	45.489 u.q.

O gráfico 4.4 mostra o número de jornais a ser entregue a partir de cada posto de distribuição.

GRÁFICO 4.4 - NÚMERO DE ASSINANTES POR POSTO DE DISTRIBUIÇÃO - 7 POSTOS



A figura 4.4 apresenta, em vermelho, a localização dos bairros e, em azul, a localização dos 7 postos de distribuição indicados na melhor solução.

A figura 4.5 mostra, no caso da melhor solução encontrada, a situação dos bairros com relação aos 7 postos de distribuição. Comparando-se esse mapa com as figuras 2.2 e 4.1, é possível perceber graficamente a expressiva melhoria obtida com a utilização dos algoritmos estudados.

FIGURA 4.4 - LOCALIZAÇÃO DE 7 POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO

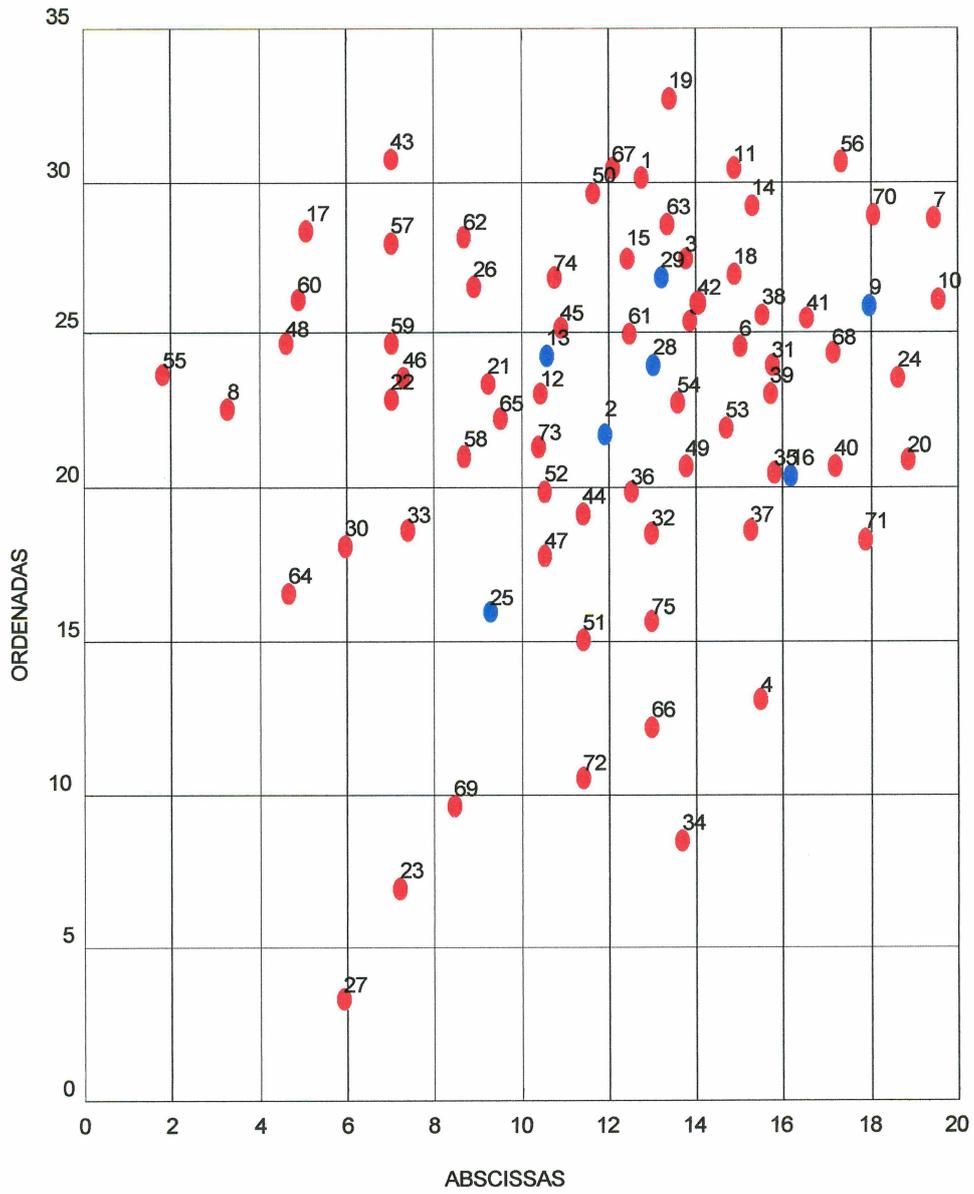
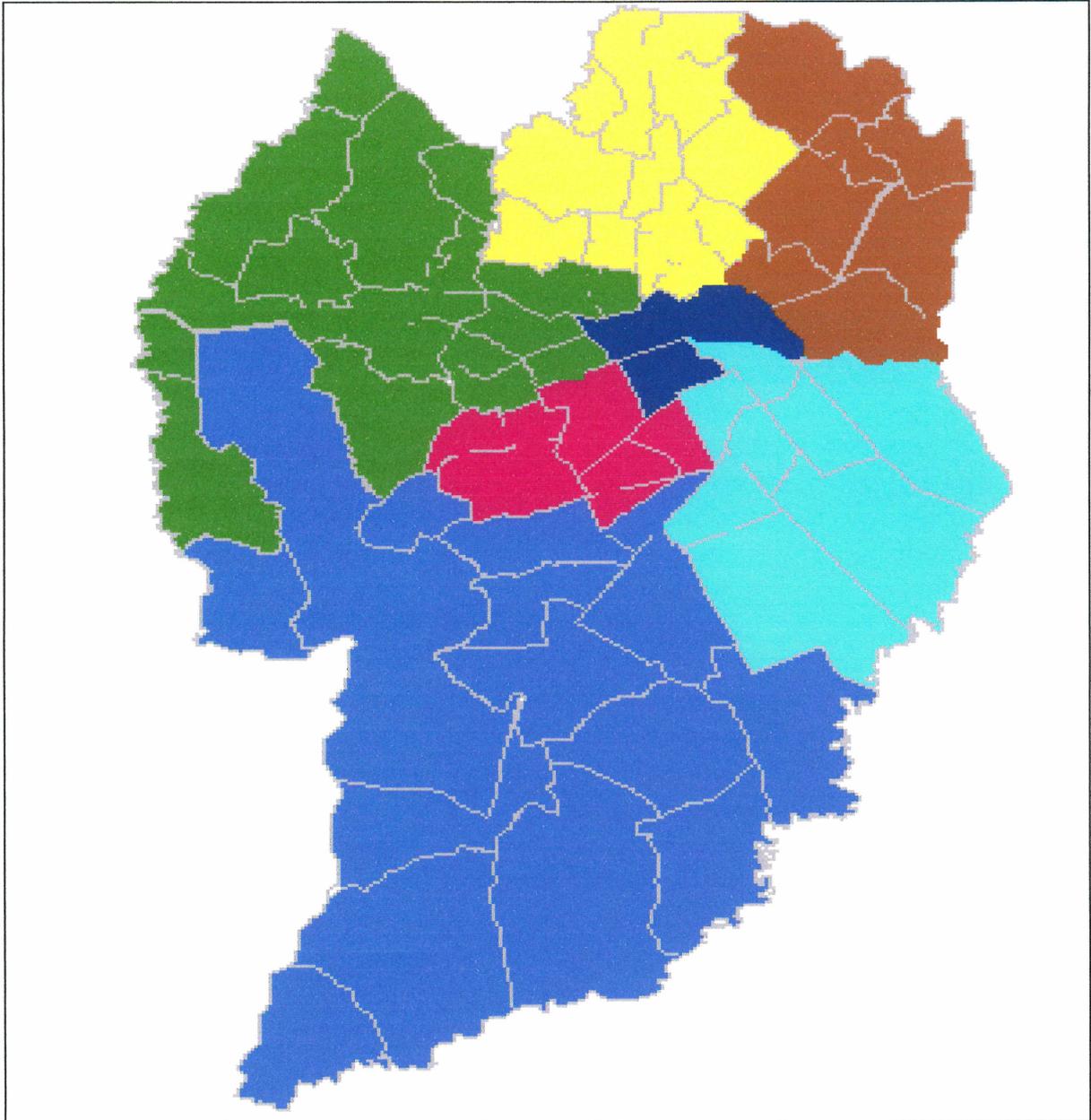


FIGURA 4.5 - MAPA DE CURITIBA COM OS BAIROS ATENDIDOS POR 7 POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO - MELHOR SOLUÇÃO ENCONTRADA



4.4.4 Análise para 8 Postos de Distribuição

Se for aumentado para 8 o número de postos de distribuição, observa-se, na tabela 4.19, a seguir, que com os algoritmos Teitz-Bart e *Simulated Annealing* se obteve as mesmas soluções, resultando uma distância mínima de 41.457 u.q. Os bairros que devem servir de Postos de Distribuição são: 2 - Água Verde, 9 - Bacacheri, 12 - Batel, 16 - Boqueirão, 25 - Capão Raso, 28 - Centro, 29 - Centro Cívico e 57 - Santa Felicidade.

TABELA 4.19 - POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO OBTIDOS COM A UTILIZAÇÃO DE CADA ALGORITMO - CASO DE 8 POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO

ALGORITMOS	POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO	DISTÂNCIAS	TEMPO COMPUTACIONAL
Teitz e Bart	2 - 9 - 12 - 16 - 25 - 28 - 29 - 57	41.457 u.q.	4 seg
Simulated Annealing	2 - 9 - 12 - 16 - 25 - 28 - 29 - 57	41.457 u.q.	16 seg
Algoritmo Genético	2 - 9 - 12 - 28 - 29 - 40 - 47 - 59	42.381 u.q.	46 seg
Análise de Agrupamentos	12 - 16 - 29 - 41 - 47 - 59 - 66 - 69	53.496 u.q.	-

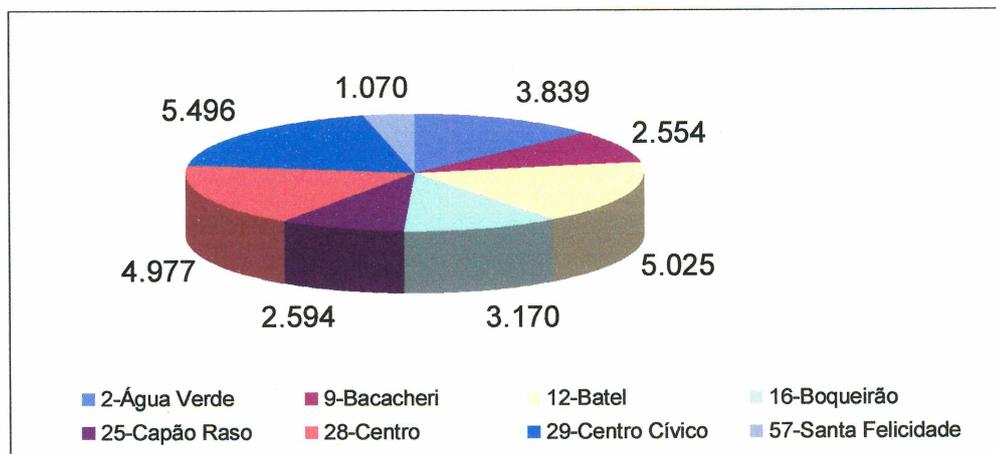
Para a melhor solução encontrada, os agrupamentos formados estão apresentados na tabela 4.20, abaixo, onde constam os postos com os bairros atendidos por eles, o número de jornais distribuídos e a soma ponderada das distâncias a serem percorridas, em cada posto.

TABELA 4.20 - BAIRROS ALOCADOS A CADA POSTO DE DISTRIBUIÇÃO - MELHOR SOLUÇÃO PARA 8 POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO

POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO	BAIRROS	NÚMERO DE ASSINANTES.	DISTÂNCIAS
2 Água Verde	2 - 32 - 36 - 44 - 49 - 52 - 73	3.839	3.800 u.q.
9 Bacacheri	7 - 9 - 10 - 24 - 38 - 41 - 56 - 68 - 70	2.554	4.178 u.q.
12 Batel	12 - 13 - 21 - 22 - 45 - 46 - 58 - 65	5.025	5.877 u.q.
16 Boqueirão	16 - 20 - 35 - 37 - 39 - 40 - 53 - 71	3.170	4.604 u.q.
25 Capão Raso	4 - 23 - 25 - 27 - 30 - 33 - 34 - 47 - 51 - 64 - 66 - 69 - 72 - 75	2.594	8.985 u.q.
28 Centro	6 - 28 - 31 - 54 - 61	4.977	4.538 u.q.
29 Centro Cívico	1 - 3 - 5 - 11 - 14 - 15 - 18 - 19 - 29 - 42 - 50 - 63 - 67 - 74	5.496	7.536 u.q.
57 Santa Felicidade	8 - 17 - 26 - 43 - 48 - 55 - 57 - 59 - 60 - 62	1.070	1.939 u.q.
	TOTAL	28.725	41.457 u.q.

O gráfico 4.5 mostra o número de jornais a ser entregue a partir de cada posto de distribuição.

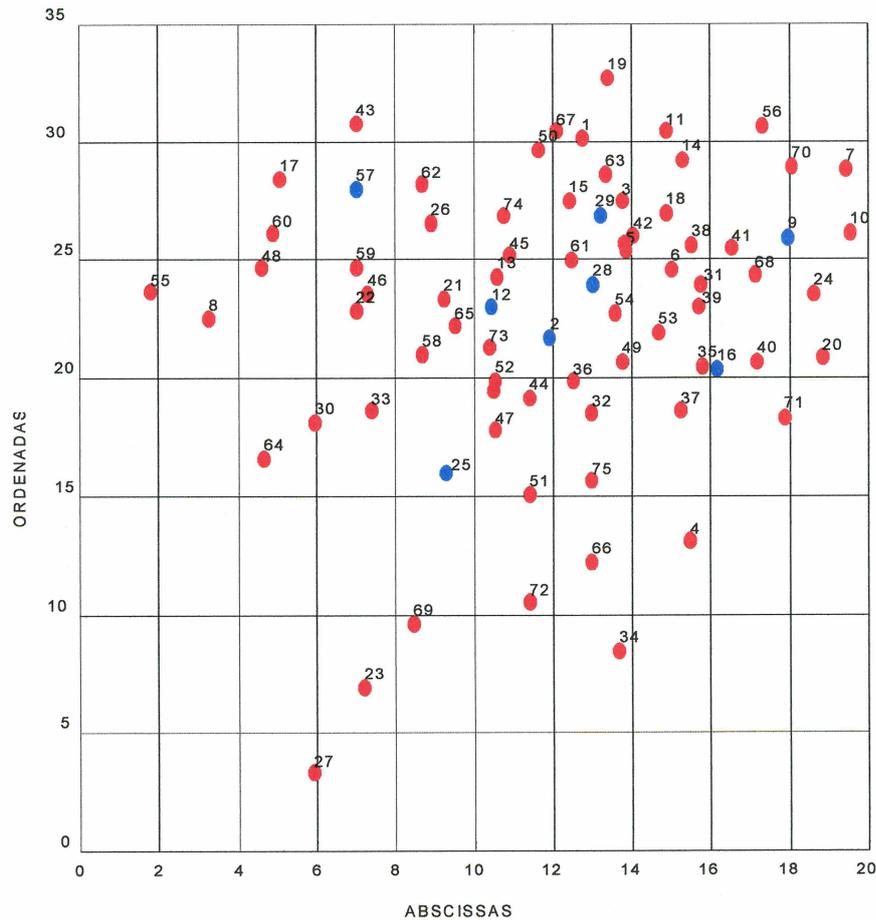
GRÁFICO 4.5 - NÚMERO DE ASSINANTES POR POSTO DE DISTRIBUIÇÃO - 8 POSTOS



É possível verificar que o posto 57-Santa Felicidade possui somente 1.070 assinantes, quantidade muito pequena para o estabelecimento de uma nova estrutura de distribuição, tendo em vista que, atualmente, o menor número de assinantes em um posto é de 1.233, no posto 25-Capão Raso.

A figura 4.6 mostra, em vermelho, a localização dos bairros e, em azul, os 8 postos de distribuição indicados na melhor solução encontrada.

FIGURA 4.6 - LOCALIZAÇÃO DE 8 POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO



4.4.5 Análise para 9 Postos de Distribuição

Quando são tomados 9 postos de distribuição, se observa, na tabela 4.21, que os algoritmos Teitz-Bart e *Simulated Annealing* apresentaram a mesma solução, resultando uma distância mínima de 37.647 u.q. Os bairros que devem servir de Postos de Distribuição são: 2 - Água Verde, 9 - Bacacheri, 12 - Batel, 16 - Boqueirão, 28 - Centro, 29 - Centro Cívico, 30 - Cidade Industrial, 51 - Pinheirinho e 57 - Santa Felicidade.

TABELA 4.21 - POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO OBTIDOS COM A UTILIZAÇÃO DE CADA ALGORITMO - CASO DE 9 POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO

ALGORITMOS	POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO	DISTÂNCIAS	TEMPO COMPUTACIONAL
Teitz e Bart	2 - 9 - 12 - 16 - 28 - 29 - 30 - 51 - 57	37.647 u.q.	4 seg
Simulated Annealing	2 - 9 - 12 - 16 - 28 - 29 - 30 - 51 - 57	37.647 u.q.	32 seg
Algoritmo Genético	2 - 9 - 12 - 28 - 29 - 30 - 40 - 57 - 75	38.443 u.q.	48 seg
Análise de Agrupamentos	12 - 16 - 29 - 41 - 47 - 57 - 59 - 66 - 69	51.770 u.q.	-

Efetuando comparações com as situações analisadas anteriormente, observa-se que haveria uma redução de 60.371 u.q. para 37.647 u.q., isto é, 22.724 u.q. na soma ponderada das distâncias a serem percorridas, o equivalente a 20,5 km em relação à situação atual, representando aproximadamente 37,6% do percurso total, valor bastante elevado e muito significativo.

Seriam mantidos os postos: 2 - Água Verde, 9 - Bacacheri, 12 - Batel, e 28 - Centro e modificados os postos: 13 - Bigorriho para 30 - Cidade Industrial, 37 - Hauer, para 16 - Boqueirão, 42 - Juvevê para 29 - Centro Cívico, 45 - Mercês para 57 - Santa Felicidade e 52 - Portão para 51 - Pinheirinho.

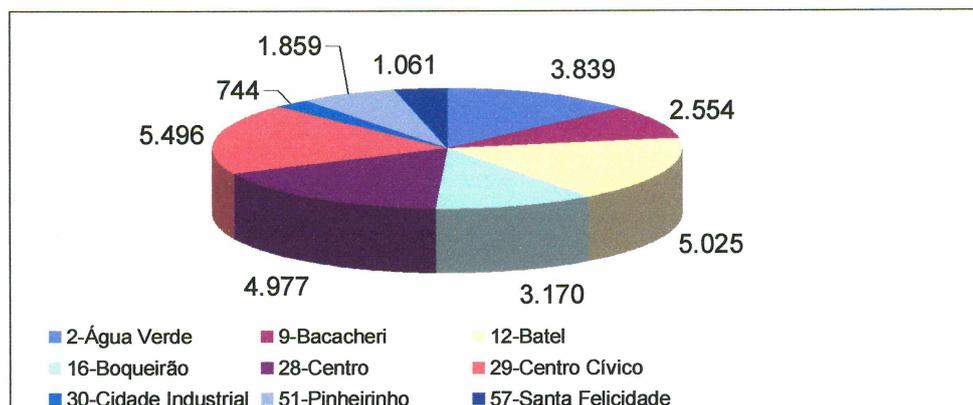
Para a melhor solução encontrada, os agrupamentos formados estão apresentados na tabela 4.22, abaixo, onde constam os bairros a serem atendidos nos respectivos postos, bem como o número de jornais distribuídos e a soma ponderada das distâncias a serem percorridas em cada posto.

TABELA 4.22 - BAIRROS ALOCADOS A CADA POSTO DE DISTRIBUIÇÃO - MELHOR SOLUÇÃO PARA 9 POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO

POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO	BAIRROS	NÚMERO DE ASSINANTES	DISTÂNCIAS
2 Água Verde	2 - 32 - 36 - 44 - 49 - 52 - 73	3.839	3.800 u.q.
9 Bacacheri	7 - 9 - 10 - 24 - 38 - 41 - 56 - 68 - 70	2.554	4.178 u.q.
12 Batel	12 - 13 - 21 - 22 - 45 - 46 - 58 - 65	5.025	5.877 u.q.
16 Boqueirão	16 - 20 - 35 - 37 - 39 - 40 - 53 - 71	3.170	4.604 u.q.
28 Centro	6 - 28 - 31 - 54 - 61	4.977	4.538 u.q.
29 Centro Cívico	1 - 3 - 5 - 11 - 14 - 15 - 18 - 19 - 29 - 42 - 50 - 63 - 67 - 74	5.496	7.536 u.q.
30 Cidade Industrial	8 - 30 - 33 - 64	744	245 u.q.
51 Pinheirinho	4 - 23 - 25 - 27 - 34 - 47 - 51 - 66 - 69 - 72 - 75	1.859	4.990 u.q.
57 Santa Felicidade	17 - 26 - 43 - 48 - 55 - 57 - 59 - 60 - 62	1.061	1.879 u.q.
	TOTAL	28.725	37.647 u.q.

O gráfico 4.6 mostra o número de jornais a serem entregues a partir de cada posto de distribuição.

GRÁFICO 4.6 - NÚMERO DE ASSINANTES POR POSTO DE DISTRIBUIÇÃO - 9 POSTOS



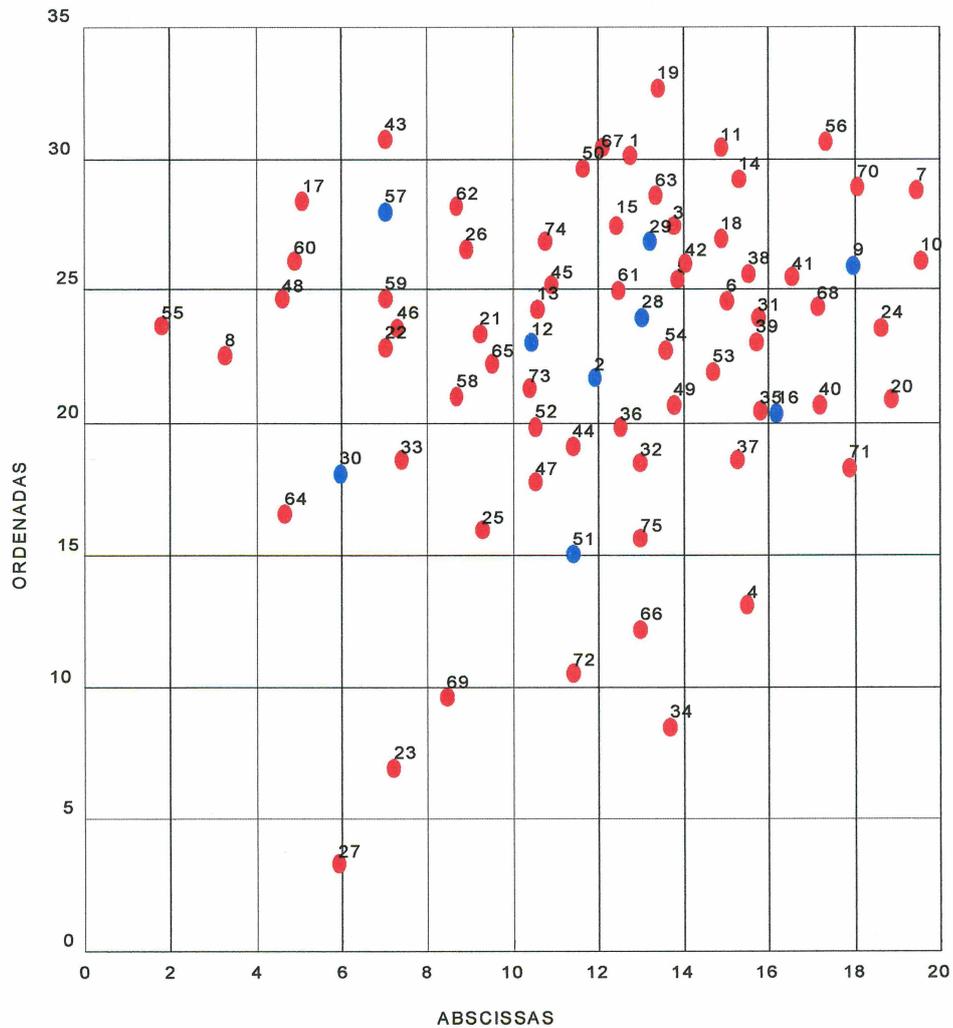
Embora haja uma redução de 60.371 u.q. para 37.647 u.q., observa-se não se justificar a instalação de postos de distribuição nos bairros 30-Cidade Industrial e 57-Santa Felicidade, pelo pequeno número de assinantes que os agrupamentos comportam. A discriminação dos bairros atendidos em cada posto de distribuição consta do quadro 4.1, a seguir:

QUADRO 4.1 - BAIRROS ATENDIDOS EM CADA POSTO DE DISTRIBUIÇÃO- 9 POSTOS

Posto 2 - Água Verde Água Verde - Fanny - Guaíra - Lindóia - Parolin - Portão - Vila Izabel
Posto 9 - Bacacheri Atuba - Bacacheri - Bairro Alto - Capão da Imbúia - Hugo Lange - Jardim Social - Santa Cândida - Tarumã - Tingüi
Posto 12 - Batel Batel - Bigorriho - Campina da Siqueira - Campo Comprido - Mercês - Mossunguê - Santa Quitéria - Seminário
Posto 16 - Boqueirão Boqueirão - Cajuru - Guabirotuba - Hauer - Jardim Botânico - Jardim Das Américas - Prado Velho - Uberaba
Posto 28 - Centro Alto da Xv - Centro - Cristo Rei - Rebouças - São Francisco
Posto 29 -Centro Cívico Abranches - Ahú - Alto da Glória - Barreirinha - Boa Vista - Bom Retiro - Cabral - Cachoeira - Centro Cívico - Juvevê - Pilarzinho - São Lourenço - Taboão - Vista Alegre
Posto 30 - Cidade Industrial Augusta - Cidade Industrial - Fazendinha - São Miguel
Posto 51 - Pinheirinho Alto Boqueirão - Campo de Santana - Capão Raso - Caximba - Ganchinho - Novo Mundo - Pinheirinho - Sítio Cercado - Tatuquara - Umbará - Xaxim
Posto 57 - Santa Felicidade Butiatuvinha - Cascatinha - Lamenha Pequena - Orleans - Riviera - Santa Felicidade - Santo Inácio - São Braz - São João

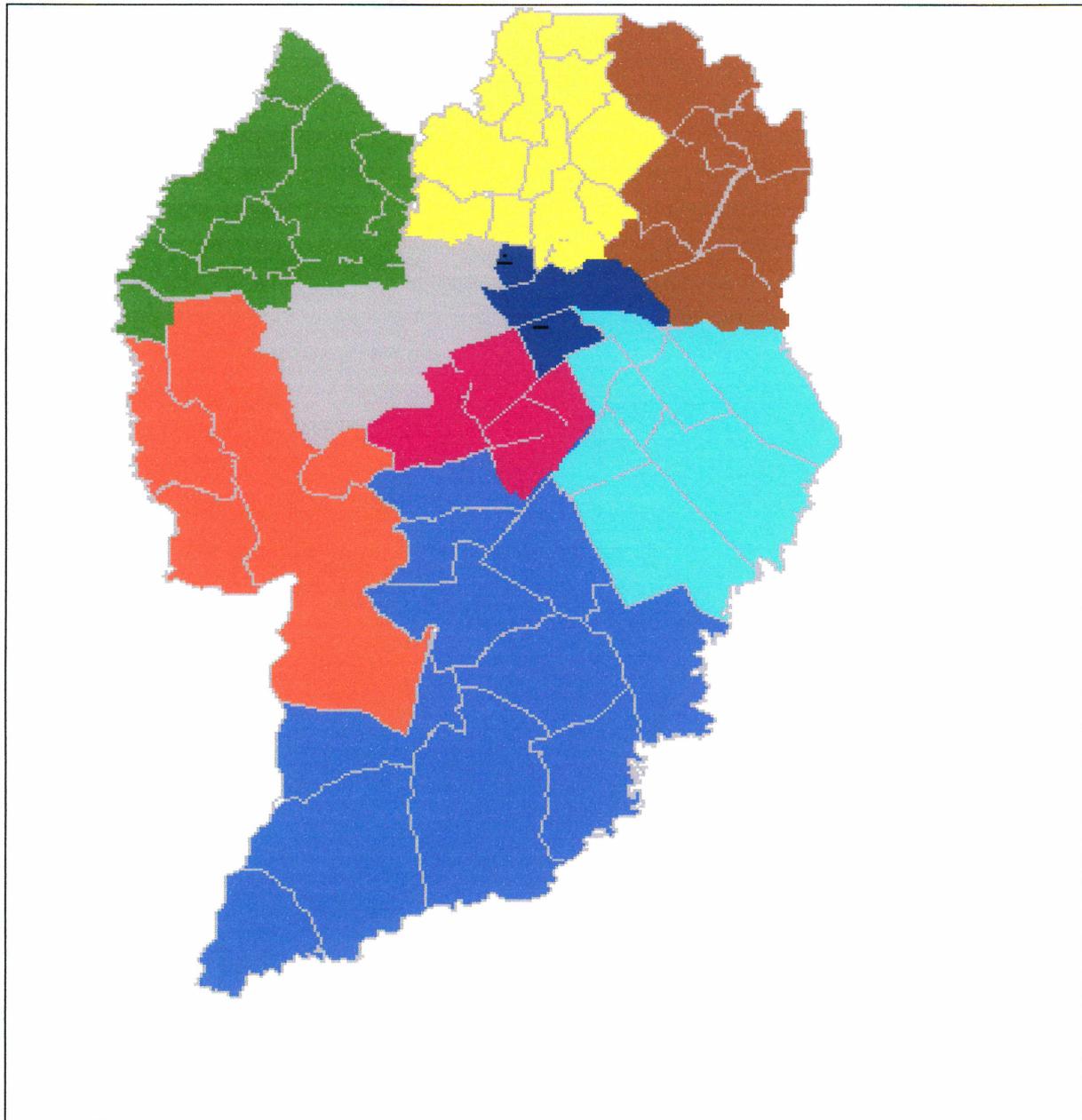
A figura 4.7 apresenta, em vermelho, a localização dos bairros e, em azul, a dos 9 postos de distribuição que foram apontados na melhor solução encontrada.

FIGURA 4.7 - LOCALIZAÇÃO DE 9 POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO



É importante se comparar a figura 4.8, que apresenta o mapa de Curitiba contendo os bairros a serem atendidos por 9 postos de distribuição, indicados na melhor solução apontada acima, com o da figura 2.2.

FIGURA 4.8 - MAPA DE CURITIBA COM OS BAIRROS ATENDIDOS POR 9 POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO - MELHOR SOLUÇÃO ENCONTRADA



4.4.6 Análise para 10 Postos de Distribuição

Também se aventou a hipótese da existência de 10 postos de distribuição; na Tabela 4.23 se observa que a mesma solução foi obtida pelos algoritmos Teitz-Bart e *Simulated Annealing*, resultando uma distância mínima de 34.871 u.q. Os bairros que devem servir de Postos de Distribuição são: 2 - Água Verde, 6 - Alto da XV, 9 - Bacacheri, 12 - Batel, 16 - Boqueirão, 28 - Centro, 29 - Centro Cívico, 30 - Cidade Industrial, 51 - Pinheirinho e 57 - Santa Felicidade.

TABELA 4.23 - POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO OBTIDOS COM A UTILIZAÇÃO DE CADA ALGORITMO - CASO DE 10 POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO

ALGORITMOS	POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO	DISTÂNCIAS	TEMPO COMPUTACIONAL
Teitz e Bart	2 - 6 - 9 - 12 - 16 - 28 - 29 - 30 - 51 - 57	34.871 u.q.	3,5 seg
Simulated Annealing	2 - 6 - 9 - 12 - 16 - 28 - 29 - 30 - 51 - 57	34.871 u.q.	68 seg
Algoritmo Genético	2 - 9 - 12 - 16 - 28 - 29 - 30 - 52 - 57 - 75	35.613 u.q.	50 seg
Análise de Agrupamentos	12 - 16 - 29 - 30 - 41 - 47 - 57 - 59 - 66 - 69	48.778 u.q.	-

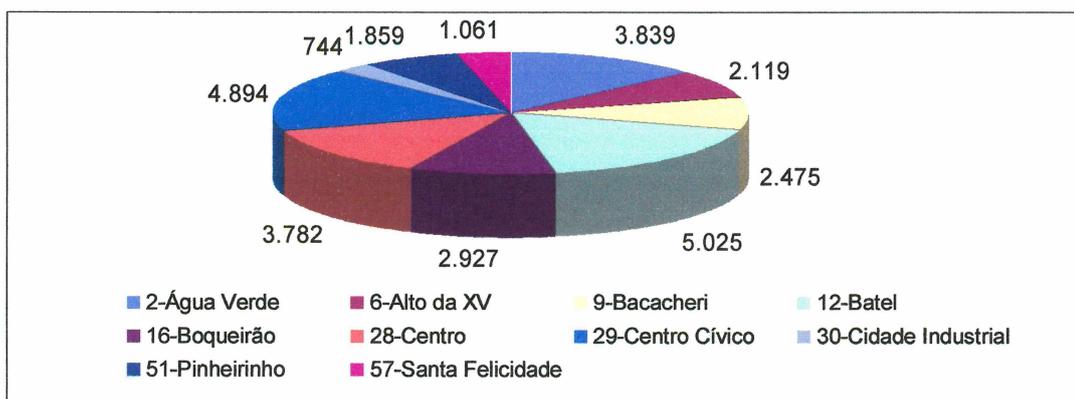
Para a melhor solução encontrada, os agrupamentos formados estão apresentados na tabela 4.24, onde constam os bairros que devem ser atendidos pelos postos correspondentes, bem como o número de jornais distribuídos e a soma ponderada das distâncias a serem percorridas, em cada posto.

TABELA 4.24 - BAIRROS ALOCADOS A CADA POSTO DE DISTRIBUIÇÃO - MELHOR SOLUÇÃO PARA 10 POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO

POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO	BAIRROS	NÚMERO DE ASSINANTES	DISTÂNCIAS
2 Água Verde	2 - 32 - 36 - 44 - 49 - 52 - 73	3.839	3.800 u.q.
6 Alto da XV	5 - 6 - 31 - 38 - 39	2.119	1.844 u.q.
9 Bacacheri	7 - 9 - 10 - 24 - 41 - 56 - 68 - 70	2.475	3.984 u.q.
12 Batel	12 - 13 - 21 - 22 - 45 - 46 - 58 - 65	5.025	5.877 u.q.
16 Boqueirão	16 - 20 - 35 - 37 - 40 - 53 - 71	2.927	3.943 u.q.
28 Centro	28 - 54 - 61	3.782	1.742 u.q.
29 Centro Cívico	1 - 3 - 11 - 14 - 15 - 18 - 19 - 29 - 42 - 50 - 63 - 67-74	4.894	6.567 u.q.
30 Cidade Industrial	8 - 30 - 33 - 64	744	245 u.q.
51 Pinheirinho	4 - 23 - 25 - 27 - 34 - 47 - 51 - 66 - 69 - 72 - 75	1.859	4.990 u.q.
57 Santa Felicidade	17 - 26 - 43 - 48 - 55 - 57 - 59 - 60 - 62	1.061	1.879 u.q.
	TOTAL	28.725	34.871 u.q.

O gráfico 4.7 mostra o número de jornais a serem entregues a partir de cada posto de distribuição.

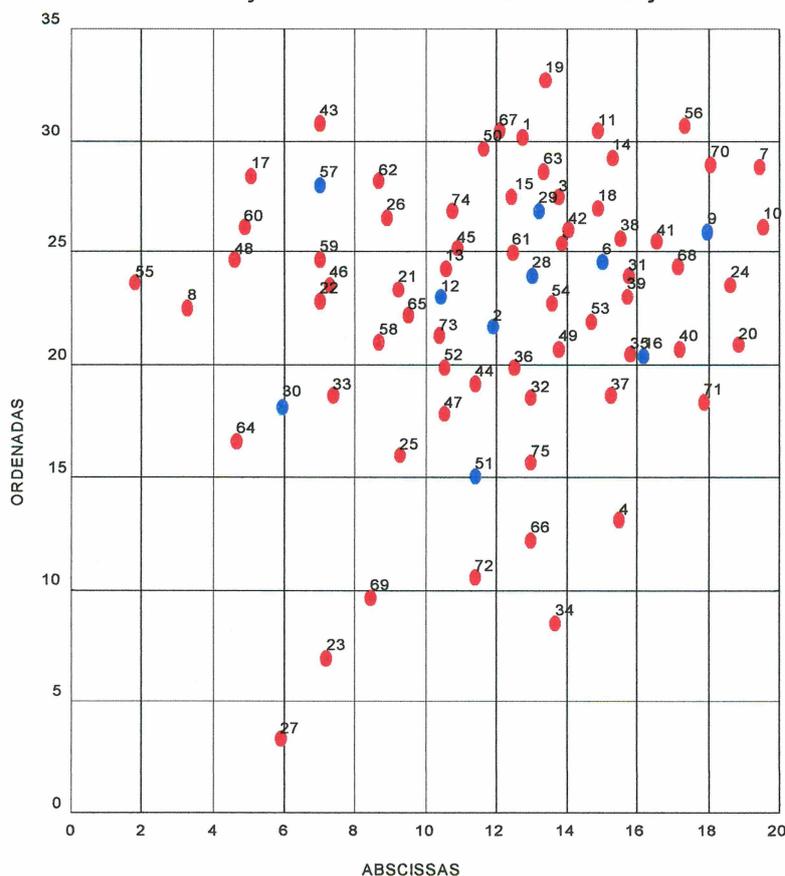
GRÁFICO 4.7 - NÚMERO DE ASSINANTES POR POSTO DE DISTRIBUIÇÃO - 10 POSTOS



Também para 10 postos, observa-se não se justificar a instalação de postos de distribuição nos bairros 30-Cidade Industrial e 57- Santa Felicidade, pelo pequeno número de assinantes que os agrupamentos comportam.

A figura 4.9 apresenta, em vermelho, a localização dos bairros e, em azul, a dos 10 postos de distribuição que foram indicados na melhor solução encontrada.

FIGURA 4.9 - LOCALIZAÇÃO DE 10 POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO



5 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

5.1 CONCLUSÕES

Neste trabalho procurou-se determinar uma solução melhor para a localização dos atuais postos de distribuição de jornais de uma empresa de Curitiba e para a definição dos bairros atendidos em cada posto, mediante a diminuição das distâncias ponderadas totais a serem percorridas pelos entregadores, tendo sido analisados procedimentos heurísticos e método estatísticos.

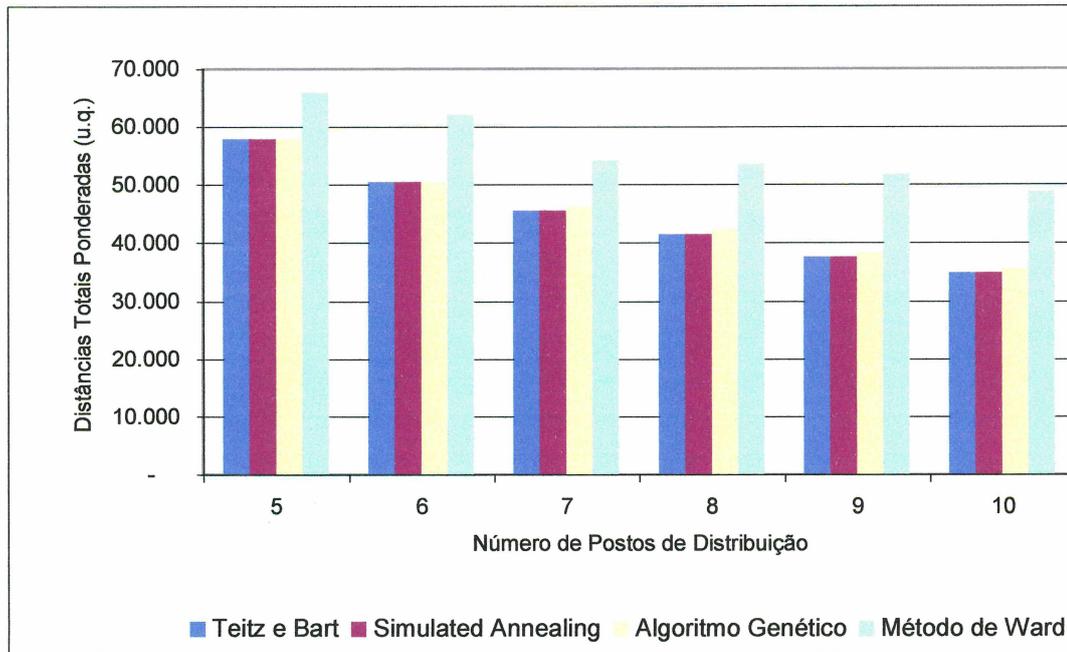
Para a determinação dos locais mais indicados para servirem de postos de distribuição, foram pesquisados o algoritmo de Teitz e Bart e as meta heurísticas - *Simulated Annealing* e Algoritmo Genético. Os dois primeiros métodos apresentaram as melhores soluções.

Para o estabelecimento dos parâmetros em cada algoritmo, adotou-se uma forma recorrente, tomando-se, no início, valores baixos para os mesmos, em todos os programas desenvolvidos; à medida que as distâncias obtidas em algum deles eram menores, foi aumentado o valor dos parâmetros nos outros até se constatar uma aproximação dos resultados.

Quanto aos resultados obtidos, pode-se afirmar que as soluções alcançadas se mostraram superiores à solução adotada atualmente pela organização jornalística em estudo; entretanto não se pode afirmar que sejam as melhores, devido a particularidades próprias da empresa que não foram consideradas.

O gráfico 5.1 mostra a variação das distâncias totais ponderadas para cada método utilizado e para as diferentes quantidades de postos de distribuição analisados.

GRÁFICO 5.1 - VARIAÇÃO DAS DISTÂNCIAS TOTAIS PONDERADAS OBTIDAS COM CADA ALGORITMO, EM RELAÇÃO AO NÚMERO DE POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO



Utilizando-se as melhores soluções, são relevantes as reduções obtidas na soma ponderada das distâncias a serem percorridas pelos entregadores. Por exemplo, no caso de manutenção dos 7 endereços atuais dos postos de distribuição e buscando os bairros a serem atendidos em cada posto, para minimizar a soma ponderada das distâncias, resultou uma redução de 7.730 u.q. (cerca de 7 km), equivalentes a 12,8% do valor atual.

Procurou-se também identificar quais seriam os 7 postos que otimizariam a soma ponderada das distâncias, chegando-se a 45.489 u.q., com redução de 14.882 u.q. (cerca de 13,4 km), equivalentes a 24,6% e, no caso de 9 postos, a uma redução de 22.724 u.q. (cerca de 20,5 km), equivalentes a 37,6% do total, que é de 60.371 u.q.. Esta análise permite uma avaliação muito positiva da eficácia da utilização das heurísticas estudadas.

Para 8, 9 e 10 postos, embora haja redução na soma ponderada das distâncias a serem percorridas, o número de assinantes em alguns postos seria muito reduzido, não se justificando a montagem de nova estrutura de distribuição. Assim, a melhor solução encontrada foi a adoção de 7 postos de distribuição.

Se adotada essa solução, haverá importante redução no tempo da entrega, possibilitando ser aumentado o período de redação do jornal, fator de real significação para uma empresa dessa natureza, pois permitirá a ampliação de sua competitividade com os outros meios de divulgação.

5.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Para trabalhos futuros a respeito do presente assunto, seria desejável se considerar alguns aspectos que deixaram de ser apreciados nesta oportunidade. Desta forma sugere-se:

- a) Buscar locais representativos de cada bairro que sejam os mais adequados para servirem de postos de distribuição.
- b) Utilizar um mapa digitalizado de Curitiba, a fim de se poder operar com dados mais precisos no cálculo das coordenadas cartesianas dos bairros.
- c) Pesquisar os resultados a serem obtidos no cálculo das distâncias entre os bairros, com a utilização de outras métricas, além da distância euclidiana, permitindo se efetuar comparação entre esses resultados.
- e) Analisar a quantidade empregada de entregadores em cada posto de distribuição.
- f) Estudar a rota mínima que cada entregador deverá realizar em sua tarefa.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BARBOSA, Valmir C. Redes Neuronais e Simulated Annealing como ferramentas para Otimização Combinatória. **Investigación Operativa**, Rio de Janeiro, v.1, n.2, jan., p.125-142, 1989.
- BARBOZA, Angela Olandoski. **Aplicação de Algumas Técnicas da Pesquisa Operacional na Otimização de Horários de Atendentes em Central Telefônica**. Curitiba, 2000. (Dissertação de Mestrado), Universidade Federal do Paraná.
- BASSAB, Wilton de Oliveira; MIAZAKI, Édina Shizue; ANDRADE, Dalton Francisco de. **Introdução à Análise de Agrupamentos** - Associação Brasileira de Estatística. 9.º Simpósio Nacional de Probabilidade e Estatística. São Paulo, 1990.
- BAZARAA, Mokhtar S.; JARVIS, John J. **Linear programming and network flows**. Atlanta, Georgia, USA: John Willey & Sons, 1977.
- BODIN, Lawrence; GOLDEN, Bruce; ASSAD, Arjang; BALL, Michael. **Routing and scheduling of vehicles and crews**. Oxford: Pergamon Press, 1983.
- BOLDRINI, José Luiz et al. **Álgebra linear**. São Paulo: Harbra, 1986.
- BRONSON, Richard. **Pesquisa Operacional**. São Paulo: McGraw-Hill, 1985.
- CHRISTOFIDES, Nicos. **Graph Theory - An Algorithmic Approach**. New York: Academic Press, 1975.
- COLORNI, A.; DORIGO, M. MAFFIOLI, F.; MANIEZZO, V.; RIGHINI, G.; TRUBIAN, M. **Heuristics from Nature for Hard Combinatorial Optimization Problems**. Oxford: Elsevier Science Ltd., 1996.
- CORMACK, R. M. **A Review of classifications**, JRSS, A., 1971.
- EGLESE, R. W. **Simulated annealing: a tool for operational research**. European Journal of Operational Research, North Holland, n.46, p. 271-281, 1990.
- EVERITT, B. **Cluster Analysis**. London: Heinemann Educational Books, 1970.
- HAKIMI, S.L. **Optimum location of switching centers and the absolute centers and medians of a graph**. Operations Research, v.12, p.450-459, 1964.
- HALL, Lawrence O.; ÖZIURT, Ibrahim Burak; BEZDEK, James C. **Clustering with a Genetically Optimized Approach**. Transactions on Evolutionary Computation, v.3, n.2, 1999.
- JOHNSON, Richard A.; WICHERN, Dean W. **Applied multivariate statistical analysis**. Englewood Cliffs: Prentice Hall International, Inc. [s.l]: [s.d.], 1992.
- KRISHNA, K.; MURTY, M. Narasimha. **Genetic K-means algorithm - transaction on systems, man and cybernetics** - part B. Cybernetics, [s.l], v.29, n.3, 1999.
- LIMA, Fabiana Santos. **Distribuição espacial de serviços especializados de saúde**. Florianópolis, 1996. (Dissertação de Mestrado), Universidade Federal de Santa Catarina.

- LOBO, Débora de Silva. **Localização de unidades de educação infantil: uma aplicação para creches municipais de Florianópolis.** Florianópolis, 1988. (Dissertação de Mestrado), Universidade de Santa Catarina.
- MINIEKA, Edward. **Optimization algorithms for networks and graphs.** New York: Marcel Dekker, Inc., 1978.
- MOCELLIN, Alessandra Perla; HAMACHER, Sílvio. **Algoritmos e modelos para roteamento de veículos: aplicação ao caso da entrega domiciliar de jornais.** Rio de Janeiro, 1999.
- MÜLLER, Sonia Isoldi Marty Gama. **Comparação entre os métodos de máxima verossimilhança, distância mínima e o método de Fisher para reconhecimento de padrões em imagens coloridas.** Curitiba, 1997. (Dissertação de Mestrado), Universidade Federal do Paraná.
- NUNES, Luiz Fernando. **Algoritmos genéticos aplicados na abordagem de um problema real de roteirização de veículos.** Curitiba, 1998. (Dissertação de Mestrado), Universidade Federal do Paraná.
- PARK, YoungJa; SONG, ManSuk. **A genetic algorithm for clustering problems.** [s.], 1998.
- REEVES, Colin R.; DOWSLAND, Kathryn A. **Modern heuristic techniques for combinatorial problems.** London: McGraw-Hill Book Company, 1995.
- SAMPAIO, Maria Eugênia de Carvalho e Silva. **Aplicação de metaheurísticas ao problema de localização de escolas de ensino fundamental.** Curitiba, 1999. (Dissertação de Mestrado), Universidade Federal do Paraná.
- SOUZA, João Carlos. **Dimensionamento, localização e escalonamento de serviços de atendimento emergencial.** Florianópolis, 1996. (Tese de Doutorado), Universidade Federal de Santa Catarina.
- TEITZ, M.B. e BART, P. **Heuristics methods for estimating the generalized vertex medians of a weighted graph.** Operations Research, v.16, p.955-961, 1968.
- ZIONTS, Stanley. **Linear and integer programming.** New Jersey: Prentice Hall Inc., 1974.

ANEXO 1 - NÚMERO DE ASSINANTES POR BAIRROS DE CURITIBA

Apresenta-se, abaixo, a relação dos bairros de Curitiba, por ordem alfabética, contendo a numeração com que foram identificados neste trabalho, bem como o correspondente número de assinantes. Esta quantidade de assinantes foi verificada em um dia da semana, compreendido entre 2ª feira e sábado.

TABELA A.1.1 - NÚMERO DE ASSINANTES POR BAIRRO

continua

Nº	BAIRROS	NÚMERO DE ASSINANTES
1	Abranches	92
2	Agua Verde	2134
3	Ahú	387
4	Alto Boqueirão	153
5	Alto da Glória	602
6	Alto da XV	705
7	Atuba	96
8	Augusta	9
9	Bacacheri	745
10	Bairro Alto	351
11	Barreirinha	134
12	Batel	1881
13	Bigorriho	1145
14	Boa Vista	457
15	Bom Retiro	256
16	Boqueirão	826
17	Butiatuvinha	62
18	Cabral	534
19	Cachoeira	20
20	Cajuru	515
21	Campina do Siqueira	102
22	Campo Comprido	183
23	Campo de Santana	10
24	Capão da Imbuia	246
25	Capão Raso	313
26	Cascatinha	85
27	Caximba	0
28	Centro	2427
29	Centro Cívico	1630
30	Cidade Industrial	604
31	Cristo Rei	490
32	Fanny	203
33	Fazendinha	131
34	Ganchinho	6
35	Guabirota	302
36	Guaira	178
37	Hauer	322
38	Hugo Lange	79
39	Jardim Botânico	243
40	Jardim das Américas	455

TABELA A.1.1 - NÚMERO DE ASSINANTES POR BAIRRO

conclusão

Nº	BAIRROS	NÚMERO DE ASSINANTES
41	Jardim Social	468
42	Juvevê	589
43	Lamenha Pequena	4
44	Lindóia	50
45	Mercês	879
46	Mossunguê	211
47	Novo Mundo	395
48	Orleans	77
49	Parolin	220
50	Pilarzinho	293
51	Pinheirinho	223
52	Portão	729
53	Prado Velho	82
54	Rebouças	898
55	Riviera	1
56	Santa Cândida	215
57	Santa Felicidade	419
58	Santa Quitéria	244
59	Santo Inácio	164
60	São Braz	221
61	São Francisco	457
62	São João	28
63	São Lourenço	195
64	São Miguel	0
65	Seminário	380
66	Sítio Cercado	194
67	Taboão	24
68	Tarumã	241
69	Tatuquara	125
70	Tingüi	113
71	Uberaba	425
72	Umbará	58
73	Vila Izabel	325
74	Vista Alegre	283
75	Xaxim	382
TOTAL		28.725

FONTE: Gazeta do Povo

ANEXO 2 - COORDENADAS CARTESIANAS ORTOGONAIS DOS PONTOS REPRESENTATIVOS DOS BAIRROS DE CURITIBA

Na tabela A.2.1, abaixo, é apresentada uma relação dos 75 bairros em que a cidade de Curitiba é dividida, com as coordenadas cartesianas ortogonais de pontos representativos de cada um deles. Para sua caracterização, foi implantado um sistema de referência sobre um mapa da cidade, onde cada quadrícula equivale a cerca de 900 metros; a unidade de comprimento utilizada foi a unidade de quadrícula, ou, simplesmente, **u.q.**.

TABELA A.2.1 - COORDENADAS CARTESIANAS ORTOGONAIS DOS PONTOS
REPRESENTATIVOS DOS BAIRROS DE CURITIBA

continua

Nº	BAIRROS	ABSCISSA (u.q.)	ORDENADA (u.q.)
1	Abranches	12,74	30,18
2	Agua Verde	11,90	21,76
3	Ahú	13,78	27,48
4	Alto Boqueirão	15,48	13,09
5	Alto da Glória	13,84	25,45
6	Alto da XV	15,02	24,66
7	Atuba	19,45	28,88
8	Augusta	03,30	22,60
9	Bacacheri	17,95	26,00
10	Bairro Alto	19,53	26,19
11	Barreirinha	14,89	30,45
12	Batel	10,43	23,09
13	Bigorrião	10,57	24,34
14	Boa Vista	15,30	29,30
15	Bom Retiro	12,42	27,53
16	Boqueirão	16,18	20,43
17	Butiatuvinha	05,06	28,47
18	Cabral	14,88	27,00
19	Cachoeira	13,38	32,78
20	Cajuru	18,84	20,90
21	Campina do Siqueira	09,24	23,44
22	Campo Comprido	07,00	22,90
23	Campo de Santana	07,22	07,00
24	Capão da Imbuia	18,61	23,61
25	Capão Raso	09,30	16,00
26	Cascatinha	08,91	26,62
27	Caximba	05,93	03,35
28	Centro	13,03	24,05
29	Centro Cívico	13,23	26,94
30	Cidade Industrial	05,96	18,17
31	Cristo Rei	15,74	23,97
32	Fanny	12,96	18,57
33	Fazendinha	07,40	18,65
34	Ganchinho	13,66	08,54

TABELA A.2.1 - LOCALIZAÇÃO DOS BAIRROS

Nº	BAIRROS	conclusão	
		ABSCISSA (u.q.)	ORDENADA (u.q.)
35	Guabirota	15,78	20,49
36	Guaira	12,53	19,87
37	Hauer	15,23	18,66
38	Hugo Lange	15,51	25,67
39	Jardim Botânico	15,71	23,11
40	Jardim das Américas	17,18	20,78
41	Jardim Social	16,52	25,51
42	Juvevê	14,05	26,06
43	Lamenha Pequena	07,00	30,83
44	Lindóia	11,41	19,23
45	Mercês	10,88	25,20
46	Mossunguê	07,32	23,64
47	Novo Mundo	10,53	17,83
48	Orleans	04,60	24,70
49	Parolin	13,76	20,77
50	Pilarzinho	11,62	29,68
51	Pinheirinho	11,42	15,11
52	Portão	10,52	19,95
53	Prado Velho	14,71	21,97
54	Rebouças	13,57	22,83
55	Riviera	01,80	23,67
56	Santa Cândida	17,30	30,71
57	Santa Felicidade	07,00	28,06
58	Santa Quitéria	08,68	21,09
59	Santo Inácio	07,00	24,75
60	São Braz	04,90	26,15
61	São Francisco	12,45	25,09
62	São João	08,68	28,20
63	São Lourenço	13,36	28,65
64	São Miguel	04,68	16,64
65	Seminário	09,52	22,25
66	Sítio Cercado	13,00	12,24
67	Taboão	12,08	30,48
68	Tarumã	17,14	24,38
69	Tatuquara	08,47	09,67
70	Tingüi	18,08	28,98
71	Uberaba	17,86	18,38
72	Umbará	11,40	10,55
73	Vila Izabel	10,39	21,33
74	Vista Alegre	10,78	26,87
75	Xaxim	13,00	15,66

ANEXO 3 - EXEMPLO DE APLICAÇÃO DO ALGORITMO DE TEITZ E BART

É mostrado, a seguir, um exemplo de aplicação do algoritmo de Teitz e Bart, com a consideração dos 12 primeiros bairros da relação constante do Anexo 1, onde se buscou a melhor solução para 4 postos de distribuição. Na primeira coluna estão discriminadas as **soluções testadas**, seguidas, na segunda coluna, pelas respectivas somas ponderadas das distâncias a serem percorridas; na terceira e quarta colunas estão as **soluções escolhidas** e as respectivas somas ponderadas das distâncias a serem percorridas.

Primeiro se obteve a solução inicial $S_0 = 12 - 9 - 3 - 5$, onde os números indicam os bairros escolhidos para servirem de postos de distribuição, sendo a menor soma ponderada das distâncias a serem percorridas, dos bairros para o posto de distribuição mais próximo, igual a $DW_0 = 8.571$ u.q. Esta passou a ser considerada como a solução corrente do problema.

A seguir foram testadas novas soluções, com a substituição dos bairros da solução corrente (os postos de distribuição) pelos outros bairros, desde o bairro de n.º 1 até o bairro de n.º 12. À medida que a soma das distâncias a serem percorridas foi sendo reduzida, a solução corrente foi alterada e, a partir daí, as substituições dos elementos passaram a ser feitas nessa nova solução.

TABELA A.3.1 - SOLUÇÕES TESTADAS PELO ALGORITMO DE TEITZ E BART

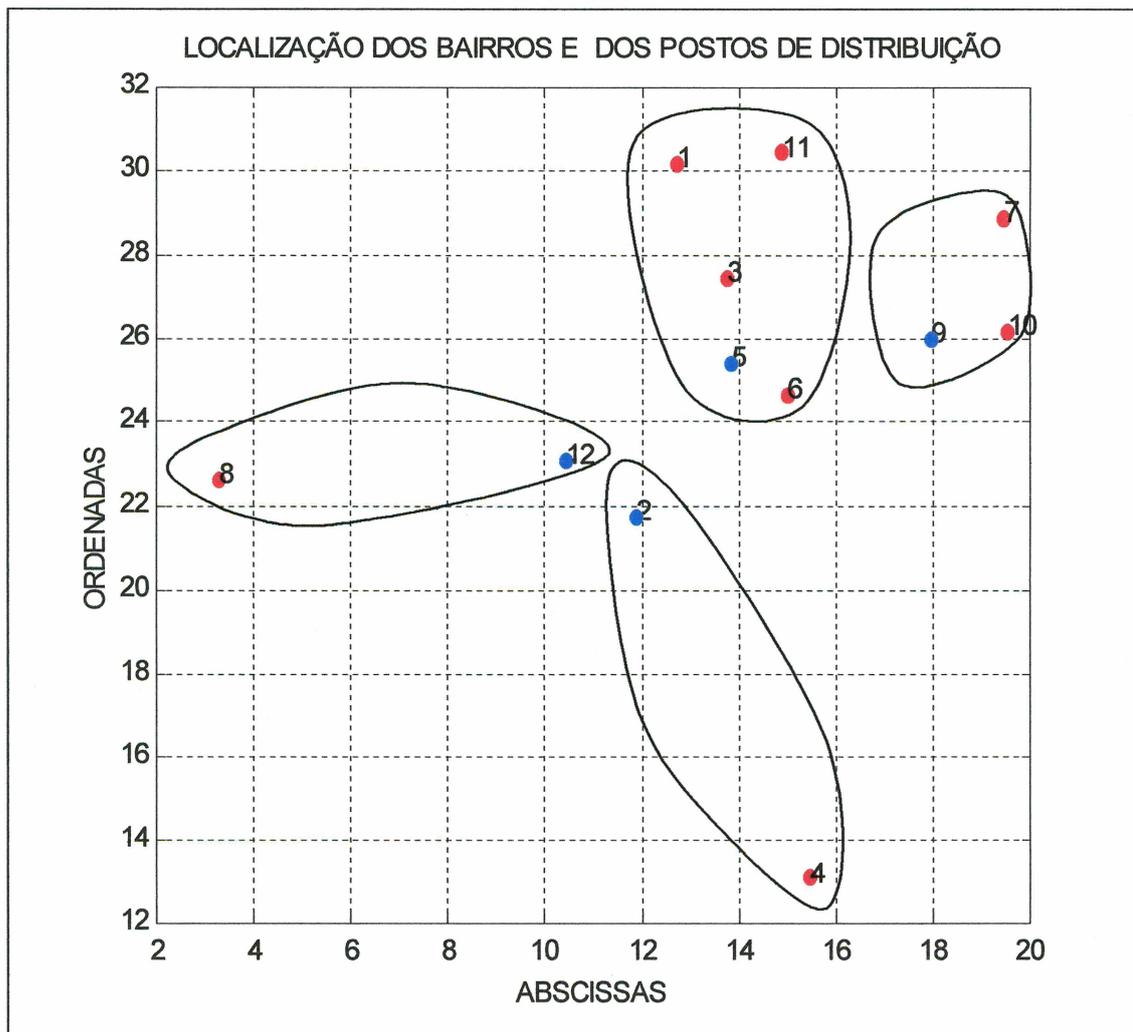
SOLUÇÃO TESTADA	SOMA PONDERADA DAS DISTÂNCIAS	SOLUÇÃO ATUAL	SOMA PONDERADA DAS DISTÂNCIAS
S0 = 12 9 3 5	DW0 = 8571	S = 12 9 3 5	DM = 8571
S1 = 1 3 9 12	DW1 = 10564	S = 12 9 3 5	DM = 8571
S1 = 1 5 9 12	DW1 = 8956	S = 12 9 3 5	DM = 8571
S1 = 1 3 5 12	DW1 = 12964	S = 12 9 3 5	DM = 8571
S1 = 1 3 5 9	DW1 = 20865	S = 12 9 3 5	DM = 8571
S1 = 2 3 9 12	DW1 = 6455	S = 2 3 9 12	DM = 6455
S1 = 2 5 9 12	DW1 = 5288	S = 2 5 9 12	DM = 5288
S1 = 2 3 5 12	DW1 = 8856	S = 2 5 9 12	DM = 5288
S1 = 2 3 5 9	DW1 = 7804	S = 2 5 9 12	DM = 5288
S1 = 2 3 5 9	DW1 = 7804	S = 2 5 9 12	DM = 5288
S1 = 2 3 5 12	DW1 = 8856	S = 2 5 9 12	DM = 5288
S1 = 2 3 9 12	DW1 = 6455	S = 2 5 9 12	DM = 5288
S1 = 3 5 9 12	DW1 = 8571	S = 2 5 9 12	DM = 5288
S1 = 2 4 5 9	DW1 = 7595	S = 2 5 9 12	DM = 5288
S1 = 2 4 5 12	DW1 = 8717	S = 2 5 9 12	DM = 5288
S1 = 2 4 9 12	DW1 = 8753	S = 2 5 9 12	DM = 5288
S1 = 4 5 9 12	DW1 = 8083	S = 2 5 9 12	DM = 5288
S1 = 2 5 9	DW1 = 9031	S = 2 5 9 12	DM = 5288
S1 = 2 5 12	DW1 = 10152	S = 2 5 9 12	DM = 5288
S1 = 2 5 9 12	DW1 = 5288	S = 2 5 9 12	DM = 5288
S1 = 5 9 12	DW1 = 9798	S = 2 5 9 12	DM = 5288
S1 = 2 5 6 9	DW1 = 8029	S = 2 5 9 12	DM = 5288
S1 = 2 5 6 12	DW1 = 8076	S = 2 5 9 12	DM = 5288
S1 = 2 6 9 12	DW1 = 5690	S = 2 5 9 12	DM = 5288
S1 = 5 6 9 12	DW1 = 8796	S = 2 5 9 12	DM = 5288
S1 = 2 5 7 9	DW1 = 8680	S = 2 5 9 12	DM = 5288
S1 = 2 5 7 12	DW1 = 7743	S = 2 5 9 12	DM = 5288
S1 = 2 7 9 12	DW1 = 9799	S = 2 5 9 12	DM = 5288
S1 = 5 7 9 12	DW1 = 9447	S = 2 5 9 12	DM = 5288
S1 = 2 5 8 9	DW1 = 8953	S = 2 5 9 12	DM = 5288
S1 = 2 5 8 12	DW1 = 10088	S = 2 5 9 12	DM = 5288
S1 = 2 8 9 12	DW1 = 10124	S = 2 5 9 12	DM = 5288
S1 = 5 8 9 12	DW1 = 9733	S = 2 5 9 12	DM = 5288
S1 = 2 5 9	DW1 = 9031	S = 2 5 9 12	DM = 5288
S1 = 2 5 9 12	DW1 = 5288	S = 2 5 9 12	DM = 5288
S1 = 2 9 12	DW1 = 10188	S = 2 5 9 12	DM = 5288
S1 = 5 9 12	DW1 = 9798	S = 2 5 9 12	DM = 5288
S1 = 2 5 9 10	DW1 = 8419	S = 2 5 9 12	DM = 5288
S1 = 2 5 10 12	DW1 = 5862	S = 2 5 9 12	DM = 5288
S1 = 2 9 10 12	DW1 = 9576	S = 2 5 9 12	DM = 5288
S1 = 5 9 10 12	DW1 = 9186	S = 2 5 9 12	DM = 5288
S1 = 2 5 9 11	DW1 = 8098	S = 2 5 9 12	DM = 5288
S1 = 2 5 11 12	DW1 = 9052	S = 2 5 9 12	DM = 5288
S1 = 2 9 11 12	DW1 = 8564	S = 2 5 9 12	DM = 5288
S1 = 5 9 11 12	DW1 = 8865	S = 2 5 9 12	DM = 5288
S1 = 2 5 9 12	DW1 = 5288	S = 2 5 9 12	DM = 5288
S1 = 2 5 12	DW1 = 10152	S = 2 5 9 12	DM = 5288
S1 = 2 9 12	DW1 = 10188	S = 2 5 9 12	DM = 5288
S1 = 5 9 12	DW1 = 9798	S = 2 5 9 12	DM = 5288

Solução

A melhor solução encontrada para a localização dos postos de distribuição foi $S = 2 - 5 - 9 - 12$, isto é, escolhendo-se os bairros 2-Água Verde, 5-Alto da Glória, 9-Bacacheri e 12-Batel, se obtém a menor soma ponderada das distâncias a serem percorridas, de 5.288 u.q., ficando com os agrupamentos indicados a seguir:

POSTOS	BAIRROS	ASSINANTES	DISTÂNCIAS
2-Água Verde	2 4	2.287	1.436 u.q.
5-Alto da Glória	1 3 5 6 11	1.920	2.918 u.q.
9-Bacacheri	7 9 10	1.192	870 u.q.
12-Batel	8 12	1.890	64 u.q.
	Total	7.289	5.288 u.q.

FIGURA A.3.1 - ALGORITMO DE TEITZ E BART



ANEXO 4 - EXEMPLO DE APLICAÇÃO DO *SIMULATED ANNEALING*

Este é um exemplo de aplicação do algoritmo *Simulated Annealing* onde foram considerados somente os 12 primeiros bairros da relação constante do Anexo 1 e buscou-se a melhor solução para 4 postos de distribuição. Na primeira e segunda colunas constam as soluções testadas com as respectivas somas ponderadas das distâncias a serem percorridas, e na terceira e quarta colunas constam as soluções escolhidas com as respectivas somas ponderadas das distâncias a serem percorridas.

A solução inicial gerada para a localização dos postos de distribuição foi $S_0 = 1 - 5 - 10 - 1$, com soma ponderada das distâncias a serem percorridas dos bairros para o posto de distribuição mais próximo igual a $DW_0 = 22.224$ u.q. Esta foi tomada como primeira solução do problema, na temperatura inicial $T = 4$. Deve ser observado o fato de que a geração aleatória dos bairros permitiu a repetição do bairro de número 1.

Passaram a ser efetuadas, então, alterações aleatórias na solução corrente, com a redução da temperatura, desde 3 bairros até 1 bairro (temperatura final). Para cada alteração, as somas ponderadas das distâncias foram comparadas com a soma da solução escolhida anteriormente, sendo considerado o conjunto de bairros com menor soma ponderada das distâncias como a melhor solução encontrada.

TABELA A.4.1 - SOLUÇÕES TESTADAS PELO ALGORITMO *SIMULATED ANNEALING*

SOLUÇÃO TESTADA	SOMA PONDERADA DAS DISTÂNCIAS	SOLUÇÃO ESCOLHIDA	SOMA PONDERADA DAS DISTÂNCIAS
Solução inicial S0 = 1 5 10 1	DW0 = 22224	S = 1 5 10 1	DM = 22224
3 mudanças			
S1 = 1 3 4	DW1 = 32951	S = 1 5 10 1	DM = 22224
S1 = 5 6 9 12	DW1 = 8796	S = 5 6 9 12	DM = 8796
S1 = 6 10 11	DW1 = 23784	S = 5 6 9 12	DM = 8796
S1 = 1 3 7 9	DW1 = 29595	S = 5 6 9 12	DM = 8796
S1 = 1 5 9 11	DW1 = 21360	S = 5 6 9 12	DM = 8796
S1 = 5 6 7 10	DW1 = 21631	S = 5 6 9 12	DM = 8796
S1 = 4 6 9	DW1 = 22513	S = 5 6 9 12	DM = 8796
S1 = 3 9 12	DW1 = 10965	S = 5 6 9 12	DM = 8796
S1 = 2 4 5 7	DW1 = 10050	S = 5 6 9 12	DM = 8796
S1 = 5 6 9 11	DW1 = 20422	S = 5 6 9 12	DM = 8796
S1 = 6 8 9 11	DW1 = 23103	S = 5 6 9 12	DM = 8796
S1 = 8 10 11 12	DW1 = 14669	S = 5 6 9 12	DM = 8796
S1 = 5 8 10	DW1 = 22967	S = 5 6 9 12	DM = 8796
S1 = 4 5 6 7	DW1 = 22019	S = 5 6 9 12	DM = 8796
S1 = 4 9 11	DW1 = 38123	S = 5 6 9 12	DM = 8796
S1 = 5 7 9 12	DW1 = 9447	S = 5 6 9 12	DM = 8796
2 mudanças			
S1 = 5 6 7	DW1 = 23791	S = 5 6 9 12	DM = 8796
S1 = 5 8 9	DW1 = 22393	S = 5 6 9 12	DM = 8796
S1 = 5 10 12	DW1 = 10371	S = 5 6 9 12	DM = 8796
S1 = 6 7 9 11	DW1 = 22899	S = 5 6 9 12	DM = 8796
S1 = 3 6 12	DW1 = 12187	S = 5 6 9 12	DM = 8796
S1 = 4 9 12	DW1 = 12983	S = 5 6 9 12	DM = 8796
S1 = 5 6 9 11	DW1 = 20422	S = 5 6 9 12	DM = 8796
S1 = 1 2 5 9	DW1 = 8190	S = 1 2 5 9	DM = 8190
S1 = 3 5 11 12	DW1 = 12775	S = 1 2 5 9	DM = 8190
S1 = 4 6 8 9	DW1 = 22405	S = 1 2 5 9	DM = 8190
S1 = 4 6 12	DW1 = 12327	S = 1 2 5 9	DM = 8190
S1 = 1 9 12	DW1 = 13057	S = 1 2 5 9	DM = 8190
S1 = 1 2 6 7	DW1 = 10852	S = 1 2 5 9	DM = 8190
S1 = 1 5 7	DW1 = 24144	S = 1 2 5 9	DM = 8190
S1 = 1 3 6 9	DW1 = 22106	S = 1 2 5 9	DM = 8190
S1 = 2 5 7 10	DW1 = 9307	S = 1 2 5 9	DM = 8190
S1 = 2 7 8 9	DW1 = 13463	S = 1 2 5 9	DM = 8190
S1 = 3 5 9	DW1 = 21265	S = 1 2 5 9	DM = 8190
S1 = 1 2 9 10	DW1 = 11678	S = 1 2 5 9	DM = 8190
S1 = 1 5 6 7	DW1 = 22988	S = 1 2 5 9	DM = 8190
S1 = 1 9 10	DW1 = 38348	S = 1 2 5 9	DM = 8190
S1 = 1 2 5 8	DW1 = 12976	S = 1 2 5 9	DM = 8190
S1 = 2 4 5 9	DW1 = 7595	S = 2 4 5 9	DM = 7595
S1 = 1 5 9 11	DW1 = 21360	S = 2 4 5 9	DM = 7595
1 mudança			
S1 = 2 4 5 10	DW1 = 8169	S = 2 4 5 9	DM = 7595
S1 = 2 4 9 12	DW1 = 8753	S = 2 4 5 9	DM = 7595
S1 = 2 5 9 12	DW1 = 5288	S = 2 5 9 12	DM = 5288
S1 = 4 5 9 10	DW1 = 19972	S = 2 5 9 12	DM = 5288
S1 = 2 5 6 9	DW1 = 8029	S = 2 5 9 12	DM = 5288
S1 = 2 5 6 12	DW1 = 8076	S = 2 5 9 12	DM = 5288
S1 = 2 3 9 12	DW1 = 6455	S = 2 5 9 12	DM = 5288
S1 = 5 8 9 12	DW1 = 9733	S = 2 5 9 12	DM = 5288
S1 = 2 4 5 9	DW1 = 7595	S = 2 5 9 12	DM = 5288
S1 = 2 5 12	DW1 = 10152	S = 2 5 9 12	DM = 5288
S1 = 2 9 12	DW1 = 10188	S = 2 5 9 12	DM = 5288
S1 = 5 9 12	DW1 = 9798	S = 2 5 9 12	DM = 5288
S1 = 2 5 9	DW1 = 9031	S = 2 5 9 12	DM = 5288
S1 = 2 4 5 12	DW1 = 8717	S = 2 5 9 12	DM = 5288
S1 = 2 6 9 12	DW1 = 5690	S = 2 5 9 12	DM = 5288
S1 = 5 9 12	DW1 = 9798	S = 2 5 9 12	DM = 5288

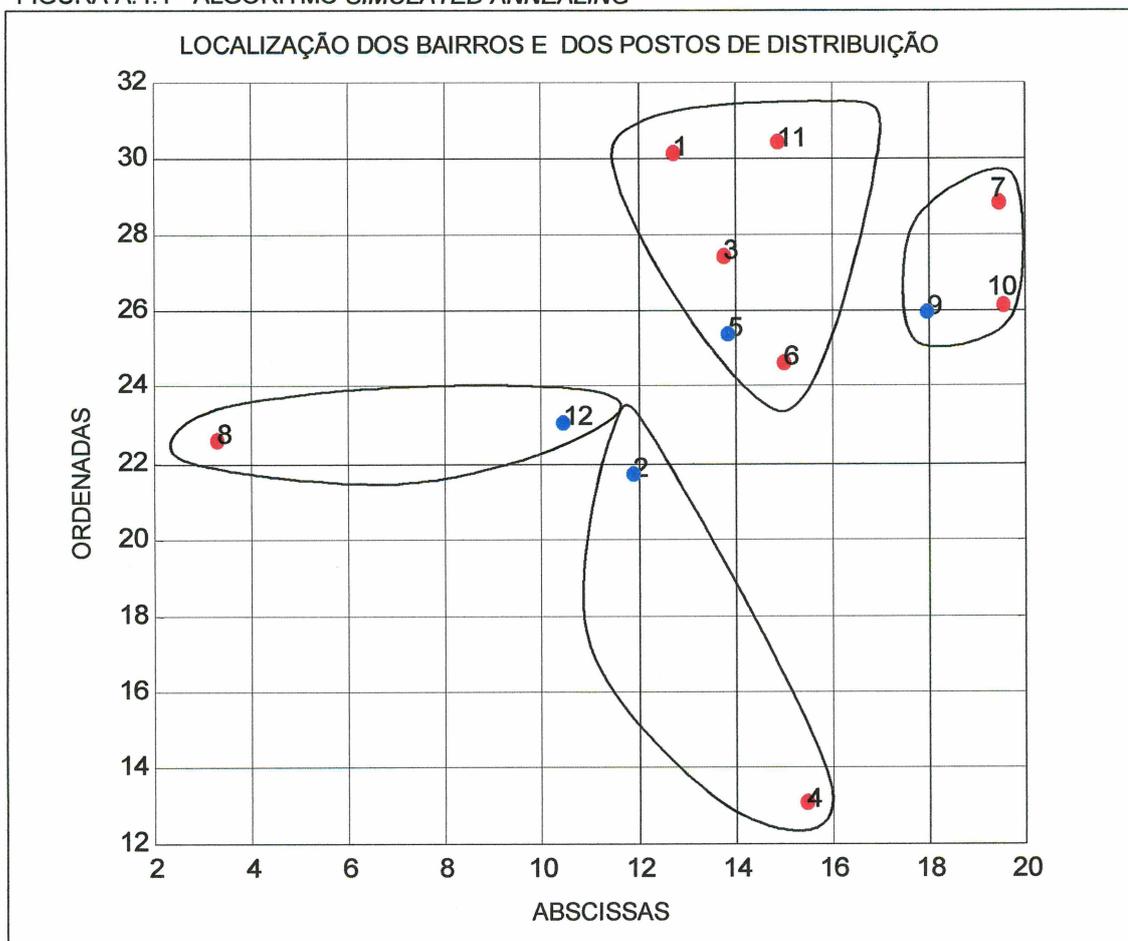
Observação: Quando é gerado um número de bairro igual a outro já existente, aparecem somente três bairros na solução testada.

Solução

A melhor solução encontrada para a localização dos postos de distribuição foi: $S = 2 - 5 - 9 - 12$, com soma ponderada das distâncias a serem percorridas de 5.288 u.q., e agrupamentos indicados a seguir:

POSTOS	BAIRROS	ASSINANTES	DISTÂNCIAS
2-Água Verde	2 4	2.287	1.436 u.q.
5-Alto da Glória	1 3 5 6 11	1.920	2.918 u.q.
9-Bacacheri	7 9 10	1.192	870 u.q.
12-Batel	8 12	1.890	64 u.q.
	Total	7.289	5.288 u.q.

FIGURA A.4.1 - ALGORITMO *SIMULATED ANNEALING*



ANEXO 5 - EXEMPLO DE APLICAÇÃO DO ALGORITMO GENÉTICO

Tem-se um exemplo de aplicação do Algoritmo Genético, onde foram considerados somente os 12 primeiros bairros da relação constante do Anexo 1 e buscou-se a melhor solução para a determinação de 4 postos de distribuição.

Em primeiro lugar, é gerada uma relação inicial com 12 soluções, classificadas de acordo com a soma ponderada das distâncias a serem percorridas dos bairros aos postos de distribuição (*fitness*). Depois são escolhidas, aleatoriamente, duas dessas soluções e é efetuado o cruzamento (*crossover*), com ou sem mutação conforme a necessidade. A melhor solução resultante do cruzamento é incluída na nova relação e é retirada a solução que possui o *fitness* de valor mais elevado.

Este processo é repetido até a 12ª geração, que fornece a solução final.

TABELA A.5.1 - SOLUÇÕES TESTADAS PELO ALGORITMO GENÉTICO

continua

FITNESS	POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO			
	Relação Inicial			
8076	5	6	2	12
9980	6	10	2	8
10135	9	8	12	6
11651	3	4	5	12
12445	12	1	10	9
12461	11	9	10	12
13057	12	1	1	9
13196	2	6	8	8
14816	2	11	1	12
22492	9	5	5	5
24053	3	5	4	8
29995	7	3	9	3
	1ª Geração			
8076	5	6	2	12
8571	3	5	9	12
9980	6	10	2	8
10135	9	8	12	6
11651	3	4	5	12
12445	12	1	10	9
12461	11	9	10	12
13057	12	1	1	9
13196	2	6	8	8
14816	2	11	1	12
22492	9	5	5	5
24053	3	5	4	8

TABELA A.5.1 - SOLUÇÕES TESTADAS PELO ALGORITMO GENÉTICO
continua

DISTÂNCIAS	POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO			
	2ª Geração			
8076	5	6	2	12
8571	3	5	9	12
9980	6	10	2	8
10135	9	8	12	6
11651	3	4	5	12
12445	12	1	10	9
12445	1	9	10	12
12461	11	9	10	12
13057	12	1	1	9
13196	2	6	8	8
14816	2	11	1	12
22492	9	5	5	5
	3ª Geração			
8076	5	6	2	12
8571	3	5	9	12
9980	6	10	2	8
10135	9	8	12	6
11651	3	4	5	12
12046	2	8	10	12
12445	12	1	10	9
12445	1	9	10	12
12461	11	9	10	12
13057	12	1	1	9
13196	2	6	8	8
14816	2	11	1	12
	4ª Geração			
8076	5	6	2	12
8571	3	5	9	12
9980	6	10	2	8
10135	9	8	12	6
11651	3	4	5	12
12046	2	8	10	12
12445	12	1	10	9
12445	1	9	10	12
12445	1	9	10	12
12461	11	9	10	12
13057	12	1	1	9
13196	2	6	8	8
	5ª Geração			
8076	5	6	2	12
8571	3	5	9	12
9576	2	9	10	12
9980	6	10	2	8
10135	9	8	12	6
11651	3	4	5	12
12046	2	8	10	12
12445	12	1	10	9
12445	1	9	10	12
12445	1	9	10	12
12461	11	9	10	12
13057	12	1	1	9

TABELA A.5.1 - SOLUÇÕES TESTADAS PELO ALGORITMO GENÉTICO

continua

DISTÂNCIAS	POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO			
	6ª Geração			
5288	2	5	9	12
8076	5	6	2	12
8571	3	5	9	12
9576	2	9	10	12
9980	6	10	2	8
10135	9	8	12	6
11651	3	4	5	12
12046	2	8	10	12
12445	12	1	10	9
12445	1	9	10	12
12445	1	9	10	12
12461	11	9	10	12
	7ª Geração			
5288	2	5	9	12
5288	2	5	9	12
8076	5	6	2	12
8571	3	5	9	12
9576	2	9	10	12
9980	6	10	2	8
10135	9	8	12	6
11651	3	4	5	12
12046	2	8	10	12
12046	12	1	10	9
12445	1	9	10	12
12445	1	9	10	12
	8ª Geração			
5288	2	5	9	12
5288	2	5	9	12
8076	5	6	2	12
8571	3	5	9	12
8571	3	5	9	12
9576	2	9	10	12
9980	6	10	2	8
10135	9	8	12	6
11651	3	4	5	12
12046	2	8	10	12
12445	12	1	10	9
12445	1	9	10	12
	9ª Geração			
5288	2	5	9	12
5288	2	5	9	12
5690	2	6	9	12
8076	5	6	2	12
8571	3	5	9	12
8571	3	5	9	12
9576	2	9	10	12
9980	6	10	2	8
10135	9	8	12	6
11651	3	4	5	12
12046	2	8	10	12
12445	12	1	10	9

TABELA A.5.1 - SOLUÇÕES TESTADAS PELO ALGORITMO GENÉTICO

conclusão

DISTÂNCIAS	POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO			
	10ª Geração			
5288	2	5	9	12
5288	2	5	9	12
5288	2	5	9	12
5690	2	6	9	12
8076	5	6	2	12
8571	3	5	9	12
8571	3	5	9	12
9576	2	9	10	12
9980	6	10	2	8
10135	9	8	12	6
11651	3	4	5	12
12046	2	8	10	12
	11ª Geração			
5288	2	5	9	12
5288	2	5	9	12
5288	2	5	9	12
5288	2	5	9	12
5690	2	6	9	12
8076	5	6	2	12
8571	3	5	9	12
8571	3	5	9	12
9576	2	9	10	12
9980	6	10	2	8
10135	9	8	12	6
11651	3	4	5	12
	12ª Geração			
5288	2	5	9	12
5288	2	5	9	12
5288	2	5	9	12
5288	2	5	9	12
5690	2	6	9	12
8076	5	6	2	12
8076	2	5	6	12
8571	3	5	9	12
8571	3	5	9	12
9576	2	9	10	12
9980	6	10	2	8
10135	9	8	12	6

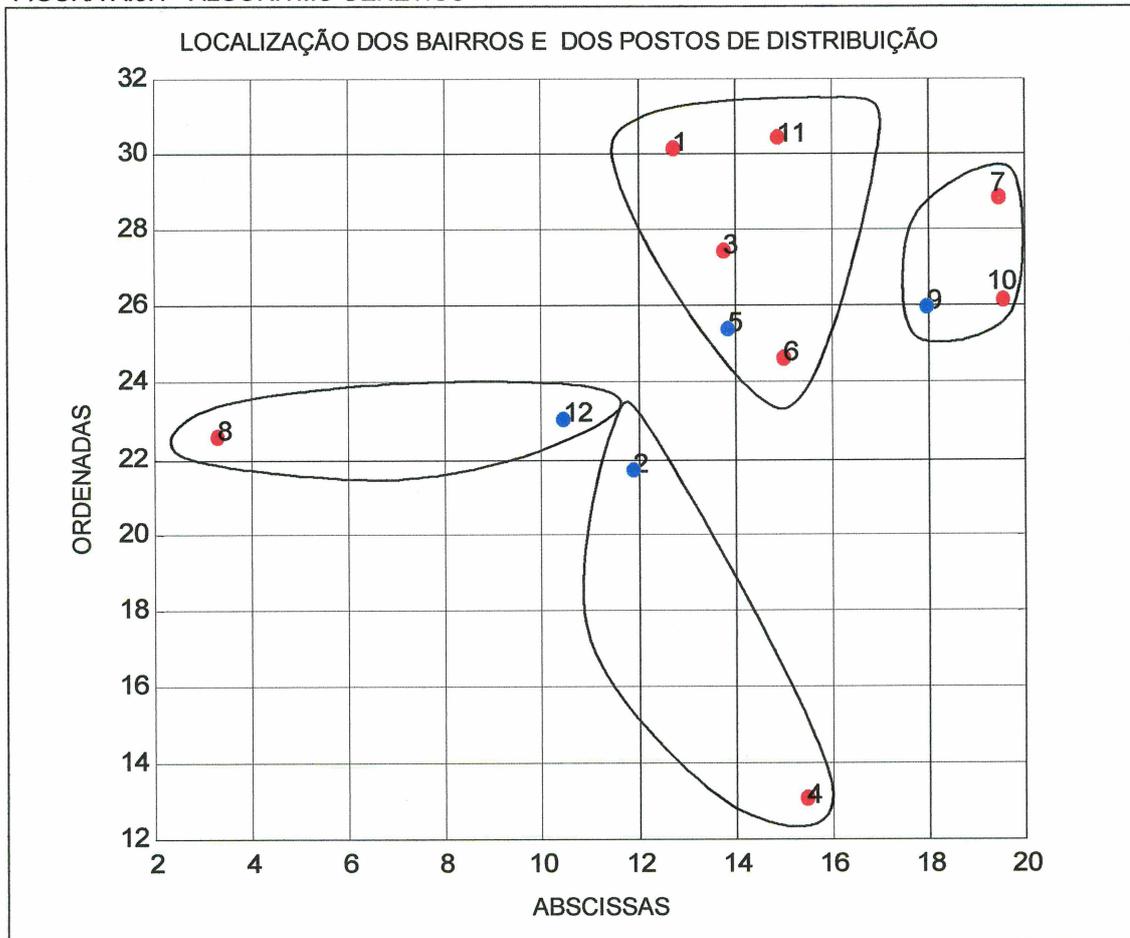
Observação: As soluções em negrito são as que vão participar do cruzamento na geração seguinte.

Solução

A melhor solução encontrada para a localização dos postos de distribuição foi: $S = 2 - 5 - 9 - 12$, sendo a soma ponderada das distâncias igual a 5.288 u.q., com os seguintes agrupamentos:

POSTOS	BAIRROS	ASSINANTES	DISTÂNCIAS
2-Água Verde	2 4	2.287	1.436 u.q.
5-Alto da Glória	1 3 5 6 11	1.920	2.918 u.q.
9-Bacacheri	7 9 10	1.192	870 u.q.
12-Batel	8 12	1.890	64 u.q.
	Total	7.289	5.288 u.q.

FIGURA A.5.1 - ALGORITMO GENÉTICO



ANEXO 6 - EXEMPLO DE APLICAÇÃO DO MÉTODO DE WARD DE AGRUPAMENTO HIERÁRQUICO

Para melhor visualizar o comportamento do programa computacional aplicado no agrupamento hierárquico, método de Ward, segue um exemplo em que foram considerados somente os 12 primeiros bairros da relação constante do Anexo 1 e se buscou a melhor solução com 4 postos de distribuição. Os agrupamentos são estabelecidos, sucessivamente, a partir de suas similaridades.

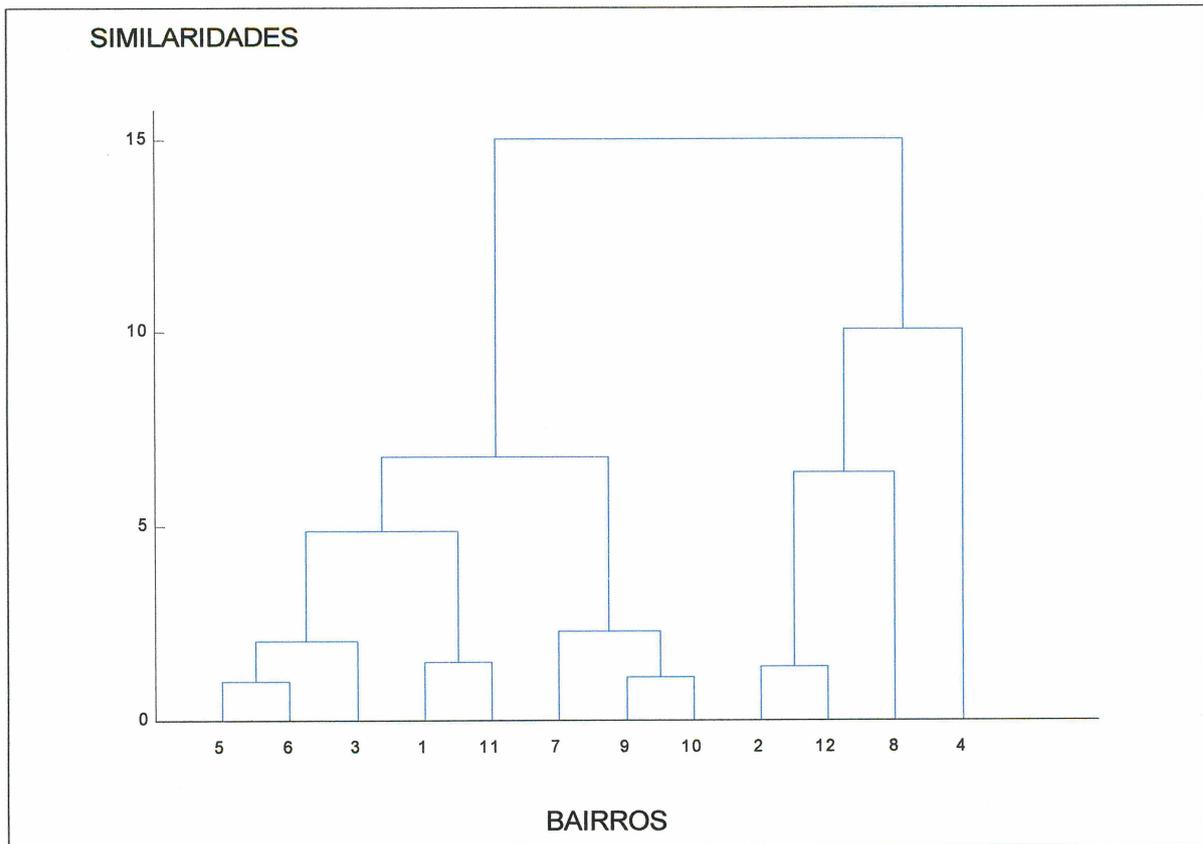
O programa *linkage* fornece as ligações efetuadas entre os diversos grupos, de acordo com o método de Ward e, para 4 postos, chega-se até a ligação 20.

TABELA A.6.1 - AGRUPAMENTOS OBTIDOS PELO MÉTODO DE WARD DE AGRUPAMENTO HIERÁRQUICO

LIGAÇÃO	BAIRRO A	BAIRRO B	SIMILARIDADES
1	1		0
2	2		0
3	3		0
4	4		0
5	5		0
6	6		0
7	7		0
8	8		0
9	9		0
10	10		0
11	11		0
12	12		0
13	5	6	1
14	9	10	1
15	2	12	1
16	1	11	2
17	3	13	2
18	7	14	2
19	16	17	5
20	15	8	6
21	19	18	7
22	20	4	10
23	21	22	15

Em seguida, é construído o dendrograma, onde cada ligação entre os grupos é realizada de acordo com as menores distâncias entre eles. Depois, os postos de distribuição são definidos utilizando-se o programa **distmin**.

GRÁFICO 6.A.1 - DENDROGRAMA



Solução

A melhor solução encontrada para a localização dos postos de distribuição foi: $S = 2 - 4 - 5 - 9$, com a soma ponderada das distâncias igual a 7.595 u.q., e os seguintes agrupamentos:

POSTOS	BAIRROS	ASSINANTES	DISTÂNCIAS
2-Água Verde	2 8 12	4.024	3.807 u.q.
4-Alto Boqueirão	4	153	0 u.q.
5-Alto da Glória	1 3 5 6 11	1.920	2.918 u.q.
9-Bacacheri	7 9 10	1.192	870 u.q.
	Total	7.289	7.595 u.q.