

LICEIA ALVES PIRES

ALGORITMO GENÉTICO APLICADO NA LOCALIZAÇÃO DE ESCOLAS DO  
MUNICÍPIO DE CORONEL VIVIDA - PR

CURITIBA

2002

**LICEIA ALVES PIRES**

**ALGORITMO GENÉTICO APLICADO NA LOCALIZAÇÃO DE ESCOLAS DO  
MUNICÍPIO DE CORONEL VIVIDA - PR**

**Dissertação apresentada como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre em Ciências, no Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia-Programação Matemática, dos Setores de Tecnologia e Ciências Exatas, UFPR.**

**Orientadora: Prof<sup>ª</sup> Maria Teresinha Arns Steiner, D. Eng.**

**Co-orientador: Prof<sup>º</sup>. Celso Carnieri, D. Eng.**

**CURITIBA**

**2002**


## TERMO DE APROVAÇÃO


LICEIA ALVES PIRES


### ALGORITMO GENÉTICO APLICADO NA LOCALIZAÇÃO DE ESCOLAS DO MUNICÍPIO DE CORONEL VIVIDA - PR

Dissertação aprovada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Ciências, na Área de Concentração em Programação Matemática, do Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia da Universidade Federal do Paraná, pela comissão formada pelos professores:

Orientadora:

  
Professora Maria Teresinha Arns Steiner, D. Eng.  
Departamento de Matemática, UFPR

  
Professor Celso Carnieri, D. Eng.  
Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos  
em Engenharia – PPGMNE, UFPR

  
Professor Ademir Clemente, D. Sc.  
Departamento de Economia, UFPR

Curitiba, 03 de outubro de 2002

Dedico este trabalho a Deus por ter conduzido meus passos e ações na realização deste estudo; aos meus pais, Liro Alves Pires (*in memoriam*) e Cecília Alves Pires, que por amor me deram vida, formação moral e espiritual; à minha irmã Liciane Alves Pires Merlo, companheira de todas as horas.

## AGRADECIMENTOS

À professora Maria Teresinha Arns Steiner, pela valiosa orientação nas etapas da realização deste trabalho.

Ao professor Celso Carnieri, pela disponibilidade em compartilhar seus conhecimentos.

Ao professor Loreci Zanardini, pelo empenho que teve na concretização deste curso.

A Roselei A. Schaedler, secretária da Prefeitura de Coronel Vivida, que não mediu esforços para fornecer-me informações importantes para esta pesquisa.

A Ioleane P. Galvão, supervisora da prefeitura de Coronel Vivida, que com sua generosa colaboração, auxiliou-me com dados significativos para este estudo.

A colega de trabalho, Andréia Smiderle, que com sabedoria soube fortificar nossa amizade dando-me bons conselhos nas horas de dificuldades.

A Rafael Hentz que muito auxiliou na hora da programação.

E às minhas colegas Cleonis Viater Figueira, Dayse Regina Batistus, Janecler Aparecida Amorin Colombo e Samoara Viacelli, pela amizade verdadeira a qual tornou essa jornada mais leve e enriquecedora.

*Quem espera que a vida seja feita de ilusão  
pode até ficar maluco ou morrer na solidão. É  
preciso ter cuidado para mais tarde não  
sofrer. É preciso saber viver. Toda pedra do  
caminho você pode retirar. Numa flor que tem  
espinhos você pode se arranhar. Se o bem e o  
mal existem você pode escolher. É preciso  
saber viver.*

*Titãs*

## SUMÁRIO

<b>LISTAS DE TABELAS .....</b>	<b>vii</b>
<b>LISTA DE GRÁFICOS .....</b>	<b>viii</b>
<b>LISTAS DE FIGURAS .....</b>	<b>ix</b>
<b>LISTAS DE QUADROS .....</b>	<b>x</b>
<b>RESUMO .....</b>	<b>xi</b>
<b>ABSTRACT .....</b>	<b>xii</b>
<b>CAPÍTULO I</b>	
<b>1.0 INTRODUÇÃO.....</b>	<b>01</b>
1.1 O problema (origem do trabalho).....	01
1.2 Objetivos do trabalho.....	01
1.3 Importância do trabalho .....	02
1.4 Limitações do trabalho.....	02
1.5 Estrutura do trabalho.....	03
1.6 Os Problemas de Localização.....	04
<b>CAPÍTULO II</b>	
<b>2.0 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA .....</b>	<b>06</b>
2.1 Introdução ao problema.....	06
2.2 Caracterização do município e das escolas de Coronel Vivida.....	07
2.3 Do direito à educação e do dever de educar.....	10
2.4 Planejamento da rede escolar.....	11
2.5 Como o problema é resolvido atualmente.....	15
<b>CAPÍTULO III</b>	
<b>3.0 PROBLEMA DE LOCALIZAÇÃO DE FACILIDADES .....</b>	<b>20</b>
3.1 Introdução .....	20
3.2 O Problema das P-Mediana.....	21
3.2.1 Formulação Matemática do Problema de P-Mediana.....	22
3.3 O Problema das P-Mediana Capacitado.....	24
3.4 Revisão da Literatura.....	25
<b>CAPÍTULO IV</b>	
<b>4.0 META-HEURÍSTICA ABORDADA PARA A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DAS P-MEDIANAS .....</b>	<b>29</b>
4.1 Algoritmo Genético.....	29
4.1.1 Histórico.....	29
4.1.2 Vantagens dos Algoritmos Genéticos .....	30
4.1.3 Parâmetros Genéticos.....	31
4.1.4 A Robustez dos Algoritmos Genéticos.....	32
4.1.5 Algoritmo Genético propriamente dito.....	33
4.1.6 O Algoritmo Genético para o Problema das P-Mediana.....	34
4.1.7 Outros tipos de Algoritmo Genético.....	38

<b>CAPÍTULO V</b>	
<b>5.0</b>	<b>MÉTODOS UTILIZADOS PARA A RESOLUÇÃO DO PROBLEMA DE LOCALIZAÇÃO DE ESCOLAS.....</b> 40
5.1	O algoritmo de Gillett e Johnson..... 41
5.1.1	Descrição do algoritmo para a determinação dos <i>clusters</i> ..(agrupamento).... 41
5.2	Aplicação dos algoritmos estudados ao problema..... 42
<b>CAPÍTULO VI</b>	
<b>6.0</b>	<b>IMPLEMENTAÇÃO DO ALGORITMO GENÉTICO AO PROBLEMA REAL.....</b> 46
6.1	Resultados encontrados para as simulações..... 47
<b>CAPÍTULO VII</b>	
<b>7.0</b>	<b>CONCLUSÕES E SUGESTÕES DE TRABALHOS FUTUROS.....</b> 70
7.1	Conclusões..... 70
7.2	Sugestões de trabalhos futuros..... 72
<b>REFERÊNCIAS .....</b> 74	
<b>APÊNDICES .....</b> 77	
<b>ANEXOS .....</b> 80	

## LISTA DE TABELAS

2.5.1	Matriculas nas escolas do município de Coronel Vivida nos anos de 1990-2000.....	09
2.5.2	Comunidades onde existiram ou existem escolas ativas ou desativadas no ano de 2000.....	13
2.5.3	Tabela de demanda de alunos e número de vagas existentes nas escolas.....	16
2.5.4	Demanda de alunos e número de vagas existentes nas escolas estaduais.....	17
2.5.5	Tabela comparativa entre o número de alunos e vagas ofertadas pelas escolas municipais.....	18
4.1.1	Analogia entre os termos empregados na Biologia e os componentes Termos usados nos AG's.....	34

## LISTA DE GRÁFICOS

2.5.1	Comparação entre o número de matrículas nas escolas urbanas e rurais.....	10
2.5.2	Comparativo entre o número de alunos e vagas.....	17
2.5.3	Comparativo entre alunos e vagas nas escolas estaduais.....	18
2.5.4	Comparativo entre alunos e vagas nas escolas municipais.....	19

## LISTAS DE FIGURAS

4.1.1	Exemplo de cruzamento com 1-partição.....	36
4.1.2	Exemplo de cruzamento com 2-partição.....	36
4.1.3	Exemplo de cruzamento com 3-partição.....	36
5.1	Situação atual do transporte e localização das escolas ativadas e desativadas.....	45
6.1	Melhor localização para 20 escolas envolvendo todos os alunos.....	50
6.2	Melhor localização para 14 escolas envolvendo todos os alunos .....	52
6.3	Melhor localização para 14 escolas envolvendo alunos do ensino fundamental.....	54
6.4	Melhor localização para 12 escolas envolvendo todos os alunos .....	56
6.5	Melhor localização para 12 escolas envolvendo alunos do ensino fundamental.....	58
6.6	Melhor localização para 10 escolas envolvendo todos os alunos .....	60
6.7	Melhor localização para 10 escolas envolvendo alunos do ensino fundamental.....	62

## LISTA DE QUADROS

5.1	Formação dos 20 <i>clusters</i> .....	44
6.1	Resultados numéricos para 20 medianas.....	48
6.2	Formação dos 20 <i>clusters</i> .....	48
6.3	Resultado numérico das 5 simulações para o problema das 14 medianas.....	51
6.4	Formação dos 14 <i>clusters</i> .....	51
6.5	Resultado numérico das 5 simulações para o problema das 14 medianas municipais.....	53
6.6	Formação dos 14 <i>clusters</i> municipais.....	53
6.7	Resultado numérico das 5 simulações para o problema das 12 medianas.....	55
6.8	Formação dos 12 <i>clusters</i> .....	55
6.9	Resultado numérico das 5 simulações para o problema das 12 medianas municipais.....	57
6.10	Formação dos 12 <i>clusters</i> municipais.....	57
6.11	Resultado numérico das 5 simulações para o problema das 10 medianas ..	59
6.12	Formação dos 10 <i>clusters</i> .....	59
6.13	Resultado numérico das 5 simulações para o problema das 10 medianas municipais.....	61
6.14	Formação dos 10 <i>clusters</i> municipais.....	61
6.15	Quantidade total de km rodados para o <i>cluster</i> contendo 20 escolas.....	63
6.16	Quantidade total em km rodados para o <i>cluster</i> contendo 14 escolas.....	64
6.17	Quantidade total de km rodados para o <i>cluster</i> de 14 escolas.....	64
6.18	Quadro comparativo ente o número de alunos designados para cada escola .....	65
6.19	Formação dos 14 <i>clusters</i> para escolas municipais.....	66
6.20	As 20 escolas escolhidas pela prefeitura (situação atual).....	67
6.21	As 20 escolas escolhidas pelo trabalho (situação ideal).....	67
6.22	As 14 escolas escolhidas pelo trabalho (situação ideal).....	68

## RESUMO

A população rural de vários municípios, em várias regiões brasileiras, tem diminuído de forma significativa nestes últimos anos, entre eles a de Coronel Vivida, no interior do Estado do Paraná. Nesse, o êxodo rural trouxe consigo o abandono das escolas pela comunidade local; prova disso, é o número reduzido delas nesse município que em 1985 era de 63 escolas e que hoje, não ultrapassa 14 em todo o município. Esse fato desencadeou um desequilíbrio quanto à distribuição dos alunos nas escolas locais, pois enquanto algumas estão superlotadas, outras estão em completo abandono. Dentre os muitos fatores que contribuíram para a existência desse problema está a preferência dos alunos por estudarem no período matutino. Assim, tornou-se iminente a elaboração de um plano de otimização a partir da Programação Matemática que buscasse as localizações ideais de escolas no município de Coronel Vivida – PR. Esta pesquisa trata de um problema de p-medianas, onde é proposta uma melhor localização para p-medianas (escolas), capacitado, (cada escola possui capacidade máxima) através da aplicação de uma meta-heurística. No desenvolvimento deste estudo, aplicou-se o algoritmo proposto por Gillett e Jonhson na *clusterização* (agrupamento) de alunos em torno de cada uma das escolas. Finalizando esse processo, foram calculadas as somas de todas as distâncias percorridas por todos os ônibus para transportar os alunos até as escolas.

## ABSTRACT

The rural population of several counties in some Brazilian regions has significantly decreased during the last years. One of them is Coronel Vivida, in the countryside of the Paraná state. In this county, the agricultural exodus brought as a result the abandonment of schooling by the local community. To confirm this, there is the reduced number of municipal schools in this county, which in 1985 was 63 and today it does not exceed 14 in the whole county. This fact triggered a disequilibrium as to the distribution of students in the schools, while some are overcrowded, others are in complete abandonment. Among the many factors that contributed to the existence of this problem, is the students' preference to studying in the morning. Thus, to solve the problem of school locations in the county of Coronel Vivida – PR, the elaboration of an optimization plan from the Mathematical Programming, searching for ideal localizations became eminent. This research is about a problem of  $p$ -medians, where a better localization for  $p$ -medians (schools) is proposed (each school possesses maximum capacity) through the application of a meta-heuristic. In the development of this study, the algorithm proposed by Gillett and Johnson clusterings (grouping) of students around each one of the schools was applied. After this process, routings with the buses routes during the transport of the students to the schools are presented.

## CAPÍTULO I

### 1 INTRODUÇÃO

#### 1.1 O PROBLEMA (ORIGEM DO TRABALHO)

Este trabalho trata de questões relacionadas à população estudantil do interior do município do Sudoeste do Paraná, Coronel Vivida, onde o número de escolas tem diminuído consideravelmente nos últimos anos. Esse município conta com 23.290 habitantes, dos quais 6.074 são estudantes que se deslocam, diariamente, de suas residências para outras localidades a fim de estudar em alguma escola. Como o trabalho está voltado a apenas alunos que utilizam o transporte escolar para chegarem até a escola, trabalhar-se-á com apenas 1.904 alunos. Para fazer o transporte desses alunos ocorrem muitos gastos com transporte, combustível e motoristas e estes custos constituem-se em obstáculos à frequência à escola.

Partindo desse contexto e tendo o mesmo como pressuposto, apresenta-se neste trabalho de pesquisa uma forma de contribuir, através da Pesquisa Operacional, procedimentos para minimizar o problema do acesso dos alunos às escolas de Coronel Vivida.

#### 1.2 OBJETIVOS DO TRABALHO

O presente trabalho de pesquisa tem como objetivo principal a utilização de técnicas de otimização da Programação Matemática para a localização ideal das escolas municipais e estaduais, do Ensino Fundamental, do Município de Coronel Vivida – PR. Esse processo de otimização de tempo e espaço deve-se ao fato dos alunos dessa localidade terem que percorrer longas distâncias para estudarem.

Partindo dessa realidade, busca-se eliminar o problema de superlotação em alguns turnos e escolas, bem como a ociosidade em outras, minimizando, dessa forma,

a evasão de estudantes e o custo com transporte, que é custeado pelo município, passando assim, a utilizar melhor os espaços escolares da localidade em estudo.

Este trabalho de pesquisa poderá, junto aos órgãos competentes, como a FUNDEPAR (Fundação de Desenvolvimento Educacional do Paraná), fornecer subsídios para uma reavaliação das condições que existem atualmente na referida região, para que seus habitantes tenham acesso de forma mais satisfatória às escolas.

### 1.3 IMPORTÂNCIA DO TRABALHO

A escolha para a localização e ampliação das escolas do Ensino Fundamental do município de Coronel Vivida tem sido feita mediante a demanda de matrículas no início do ano letivo, não sendo levada em conta, muitas vezes, a distância que os alunos têm que percorrer de suas casas até a escola.

Diante da constatação desse problema, propõe-se, neste trabalho, uma metodologia que leve em conta a localização das residências dos alunos e a demanda que há para cada escola existente no município em estudo, proporcionando aos órgãos competentes subsídios para melhor analisarem a situação.

A validade dessa pesquisa, portanto, concentra-se na importância de otimizar os espaços escolares do município, uma vez que busca-se reduzir a distância percorrida pela comunidade local para chegar à escola, diminuindo o tempo e, conseqüentemente, os gastos com deslocamento.

### 1.4 LIMITAÇÕES DO TRABALHO

A idéia principal, quando do início do trabalho, era a de fazer um estudo que envolvesse somente alunos de 1ª a 4ª série do Ensino Fundamental, ou seja, alunos de escolas municipais; porém, a metodologia utilizada para desenvolver este estudo baseou-se na comparação da situação atual (proposta pela Prefeitura Municipal) e da

situação ideal (proposta por este trabalho). Optou-se então por trabalhar com todos os alunos que, no ano de 2000, utilizaram o transporte escolar para poderem estudar.

Dos 6.074 alunos de todo o município, 1.904 faziam uso do transporte escolar, nesta época, ofertado pela Prefeitura Municipal, que contava com 8 ônibus terceirizados, 11 ônibus próprios e 5 kombis terceirizadas para fazer esse transporte, totalizando um percurso de aproximadamente 2.200 km realizados diariamente. Neste estudo, foram utilizadas distâncias euclidianas tomadas manualmente, onde os 2.200km (distância real) foram convertidos em 670 km (distâncias euclidianas) diários. Essa conversão deu-se para que possam ser comparadas as distâncias da solução do problema atual e do problema ideal. Dos 1.904 alunos, 97 estão matriculados na Pré-escola; 662 de 1ª a 4ª séries do Ensino Fundamental; 657, de 5ª a 8ª série do Ensino Fundamental; 476 no Ensino Médio e 12 alunos estão matriculados na APAE (Associação de Pais e Amigos dos Excepcionais).

Este trabalho foi estruturado a partir da utilização de um mapa (em fotocópia) com a localização de todas as escolas do município de Coronel Vivida. A partir dele, foram tomadas todas as coordenadas cartesianas entre os pontos.

Para o cálculo das distâncias euclidianas entre as residências e as escolas, não fez-se o uso do coeficiente de correção, o que representou um obstáculo para o desenvolvimento deste trabalho. Tais coeficientes não foram aplicados neste estudo devido à inexistência de uma bibliografia que os abordasse na íntegra, pois o mesmo refere-se somente a centros urbanos e, portanto, inexpressivo quanto a fatores de relevo que, para um trabalho de correção de distâncias, tornam-se fundamentais.

## 1.5 ESTRUTURA DO TRABALHO

Esta pesquisa organizou-se em sete capítulos.

Neste Capítulo I apresenta-se o problema e a sua devida importância enquanto instrumento de pesquisa.

Já no Capítulo II há informações gerais a respeito das condições específicas da sociedade do município de Coronel Vivida e de suas respectivas escolas.

As definições matemáticas utilizadas ao longo deste trabalho são apresentadas no Capítulo III, que faz uma Revisão da Literatura e apresenta a Fundamentação Teórica, a qual traz estudos importantes desenvolvidos por pesquisadores, tais como o problema de localização de facilidades.

O Capítulo IV apresenta a meta-heurística abordada para o problema de localização de facilidades utilizada neste trabalho: o algoritmo genético. Na seqüência, opera-se com o algoritmo de Gillett e Johnson, o qual foi utilizado na formação dos *clusters* (agrupamentos) em cada escola.

No Capítulo V apresenta-se a aplicação dos algoritmos apresentados no capítulo IV ao problema real descrito no Capítulo II.

No Capítulo VI é feita a implementação computacional ao problema, fazendo a comparação de simulações de situações diferentes da atual, que podem melhorar a solução do problema.

O capítulo VII traz as conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

## 1.6 OS PROBLEMAS DE LOCALIZAÇÃO

Os problemas de localização de facilidades envolvem questões referentes a locais “ideais” para a implantação, desativação ou construção de uma determinada facilidade (instalação), evitando, desse modo, a ociosidade ou escassez de determinadas instalações; ou mesmo o deslocamento excessivo de pessoas até essas facilidades, tais como a localização de escolas, creches, hospitais, postos de atendimentos, dentre outros.

Objetiva-se assim, a resolução de um problema de localização, determinando facilidades ao longo de uma rede viária definida por um grafo  $G(N,A)$ , onde  $N$  é o conjunto de nós do grafo e  $A$  é o conjunto de arcos desse grafo.

Segundo SENNE, 2001: “Problemas de localização tratam de decisões sobre onde localizar facilidades (fábricas, depósitos, hospitais, etc), considerando clientes que devem ser servidos de forma a otimizar algum critério. Em certos casos, podem existir restrições sobre a capacidade de atendimento de tais facilidades”.

Dependendo do que se pretende quanto ao problema de localização, o problema pode ser dividido em 2 sub-problemas conhecidos na literatura como: problemas das  $p$ -medianas e problemas de centro.

Os problemas de  $p$ -medianas buscam minimizar a soma das distâncias de cada um dos vértices à facilidade mais próxima, ponderada por um fator de demanda. Já os problemas de centro, objetivam minimizar a distância até o ponto mais crítico em questão.

O problema tratado neste trabalho envolve algoritmos relacionados às  $p$ -medianas.

## CAPÍTULO II

### 2 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

#### 2.1 INTRODUÇÃO AO PROBLEMA

No município de Coronel Vivida a designação de rotas para o transporte escolar, motoristas e até mesmo a escolha de quais escolas deverão funcionar é feita por uma comissão formada por funcionários da prefeitura ligados a educação. Todo esse trabalho realiza-se a partir do número de matrículas efetuadas no ano letivo, bem como em relação à distância existente entre a casa do estudante e a escola que ele frequenta.

Partindo desse contexto, percebe-se que não há preocupação maior da comunidade envolvida com esse processo do que aquele que trate da otimização de transportes escolares, alunos e distâncias percorridas até as escolas.

Toda essa realidade vivenciada por este contexto escolar concorre para que seja feito um trabalho mais específico e preciso quanto aos critérios utilizados para a realização dessa operação, pois a mesma apresenta alguns problemas significativos, tais como:

- permanência excessiva dos alunos dentro dos transportes escolares, acarretando na ausência do estudante de sua casa, quanto da escola;
- desperdício de tempo;
- alunos frequentando escolas distantes de suas residências, enquanto há escolas mais próximas;
- superlotação, ociosidade e construção de escolas desnecessárias;
- em um mesmo ponto passam 2 ônibus para levar alunos em escolas diferentes;
- cruzamento de rotas entre a frota escolar.

## 2.2 CARACTERIZAÇÃO DO MUNICÍPIO E DAS ESCOLAS DE CORONEL VIVIDA

Coronel Vivida, cidade do interior do Paraná, segundo o censo de 2000, conta com uma área territorial de 688 km<sup>2</sup>, com uma população de 23.290 habitantes; desses, 11.579 são homens e 11.711 são mulheres, que estão distribuídos da seguinte forma: 14.727 moradores na área urbana e 8.563 na área rural. A cidade localiza-se a 407 km da capital do Estado.

Segundo FOLADOR, 1992, a história desse Município liga-se ao descobrimento dos Campos de Palmas, ato resultante da expedição, que no século XVII, partiu de Curitiba sob o comando de Zacarias Dias Cortês. Da descoberta da região, conhecida por Campos de Palmas, originou-se, muitos anos mais tarde, a fundação da freguesia de Palmas, da qual derivaram-se os atuais Municípios de União da Vitória, Mangueirinha, Chopinzinho e Coronel Vivida.

O Município em estudo foi criado pela Lei Estadual nº 253, de 02 de dezembro de 1954; antes desse ato, Coronel Vivida fazia parte do Município de Mangueirinha.

Os primeiros moradores de Barro Preto, atual Coronel Vivida, foram os caboclos; mais tarde veio se instalar aí, um desbravador vindo de colônias italianas do Rio Grande do Sul, Pedro Polese e um marinheiro norueguês, João Bachmann, aproximadamente em 1918, atraindo assim, além de moradores da região, também pessoas de outro estado como do Rio Grande do Sul e de Santa Catarina.

A partir de 1946, o processo de imigração intensificou-se devido ao fim da 2ª Guerra Mundial.

A primeira escola desse Município data de 1941 e funcionava na primeira igreja, oferecendo o curso primário. Só em 1946, com a ajuda da comunidade, foi construída a Escola Estadual de Palmeirinha.

Em 1950, com a instalação de uma serraria, houve a construção de igrejas e escolas novas. Em 1957, entra em funcionamento o Grupo Escolar Vicente Machado, hoje escola Paulino Stédile, a primeira obra educacional de vulto, construída pelo Estado em Coronel Vivida.

Em 1963, as irmãs palotinas iniciaram aulas do curso ginásial, no Colégio Mãe Três Vezes Admirável, onde se formou a primeira turma em 1966. No mesmo colégio, começou a funcionar, em 1967, o curso de segundo ciclo, com a escola normal e o técnico em contabilidade. Em 1972, esse colégio foi desativado e as irmãs Palotinas saíram de Coronel Vivida.

Nesse mesmo ano, começou a funcionar o Colégio Arnaldo Busato, uma obra do Governo do Estado, que se tornou o principal estabelecimento de ensino do Município, com o curso ginásial, normal e técnico em contabilidade e outros.

Os colégios acima citados estavam instalados todos no perímetro urbano, mas também existiam as “escolinhas” rurais que foram erguidas pelos próprios moradores das comunidades onde se lecionavam aulas de ensino primário; as escolas eram de madeiras e com um sistema de ensino multisseriado; onde um professor dava aulas de primeira a quarta série.

Em 1985, havia 63 escolas municipais (nas 68 comunidades existentes), de primeira a quarta série municipal; hoje, esse quadro foi bastante modificado, restando dessas apenas 14 escolas em todo o Município.

O fechamento de tantas escolas se deu por vários motivos:

- grande evasão das famílias da área rural, migrando para a cidade ou centros maiores;
- famílias com menos integrantes (alunos);
- dificuldade financeira para manter em funcionamento uma escola de pequeno porte;
- falta de profissionais para atuar nessas escolas;
- baixo nível de aprendizado nas escolas multisseriadas;
- falta de incentivo financeiro por parte do governo para que as escolas tivessem um maior número possível de alunos;
- preferência, por parte dos pais, por escolas maiores para seus filhos.

Na tabela 2.5.1, apresentada mais adiante, pode-se notar que o número de alunos na zona rural vem diminuindo com o passar dos anos, e, conseqüentemente, aumentando na zona urbana. Isso se deve ao fato de muitas famílias mudarem-se para

a cidade ou, ainda, porque os alunos que moram no interior virem, com o transporte, para estudar na cidade.

Segundo estatísticas do IBGE, Coronel Vivida teve no ano de 2000, 6.550 alunos matriculados em escolas rurais e urbanas de todo o município, os quais distribuíam-se da seguinte forma: 465 alunos matriculados na educação pré-escolar, 4.782 alunos matriculados no Ensino Fundamental e 1.303 alunos matriculados no Ensino Médio. Ainda segundo o censo de 2000 os docentes eram assim caracterizados: a educação Pré-escolar contabiliza 24 pessoas, no Ensino Fundamental 217 e no Ensino Médio 69 docentes.

**TABELA 2.5.1 - MATRÍCULAS NO MUNICÍPIO NOS ANOS DE 1990 ATÉ 1999**

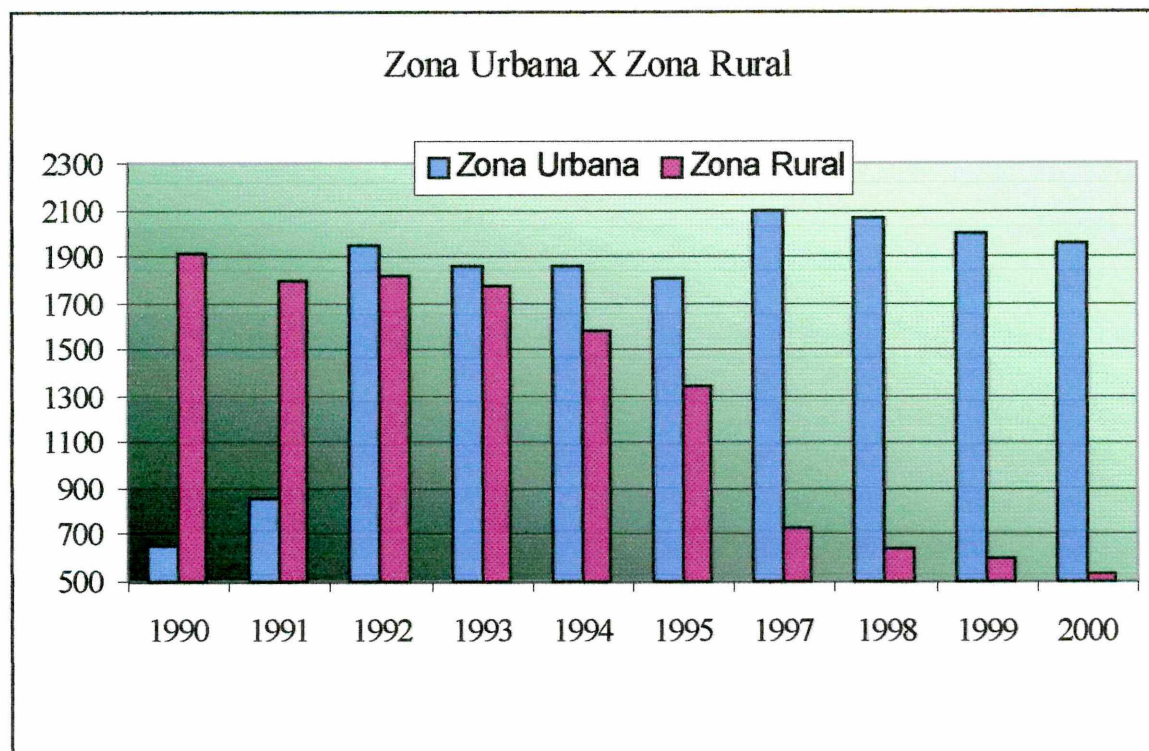
ANO	NA ZONA URBANA	NA ZONA RURAL	TOTAL GERAL
1990	649	1.907	2.556
1991	861	1.797	2.658
1992	1.947	1.811	3.758
1993	1.857	1.774	3.631
1994	1.856	1.575	3.431
1995	1.809	1.341	3.150
1996	Não fornecido	Não fornecido	2.908
1997	2.098	721	2.819
1998	2.061	635	2.696
1999	2.003	593	2.596
2000	1.955	434	2.489

Fonte: Prefeitura municipal de Coronel Vivida – Departamento de Educação

Percebe-se que nos anos de 1990 e 1991 havia muito mais alunos estudando na zona rural do que na zona urbana, situação essa que é invertida a partir do ano de 1992 e que permanece até os dias de hoje.

O gráfico 2.5.1 apresenta a comparação entre a quantidade de alunos que estão matriculados nas escolas rurais e nas escolas da zona urbana.

**GRÁFICO 2.5.1 – COMPARAÇÃO ENTRE O NÚMERO DE MATRÍCULAS NAS ESCOLAS URBANAS E RURAIS**



### 2.3 DO DIREITO À EDUCAÇÃO E DO DEVER DE EDUCAR

A Nova LDB (Lei de Diretrizes e Bases da Educação) apresenta, no capítulo III, artigo 4º, que é dever do Estado garantir o Ensino Fundamental, obrigatório e gratuito, e progressiva extensão da obrigatoriedade e gratuidade aos alunos do Ensino Médio. A constituição brasileira garante uma quantidade mínima de recursos financeiros que o poder público é obrigado a aplicar em educação; essa verba, destinada à educação, não pode ter outro fim que não o da própria educação.

Os valores percentuais mínimos de recursos destinados para educação estão distribuídos da seguinte forma: 18% para a União e 25% para Estados, Distrito Federal e Municípios (esses percentuais podem variar, de acordo com as constituições estaduais e leis orgânicas municipais). Sendo que o percentual mínimo de recursos para a educação deve ser calculado sobre a receita de impostos, e não sobre toda a receita pública ou sobre toda a receita tributária.

De acordo com a legislação vigente no art. 60 ADCT - Ato das Disposições Constitucionais Transitórias e a LDB a aplicação em educação deve observar os seguintes critérios:

Municípios:

- mínimo de 60% dos 25% vinculados à educação, ou seja, 15% dos impostos e transferências devem ser aplicados no Ensino Fundamental;
- o restante, correspondente ao máximo de 40% dos 25% vinculados à educação, deve ser aplicado na Educação Infantil, em creches e pré-escolas.

Estados e Distrito Federal:

- mínimo de 60% dos 25% vinculados à educação, ou seja, 15% dos impostos e transferências devem ser aplicados no Ensino Fundamental;
- o restante correspondente ao máximo dos 25% vinculados à educação, deve ser aplicado, prioritariamente, no Ensino Médio (EM).

## 2.4 PLANEJAMENTO DA REDE ESCOLAR

Existem muitos países onde não é o aluno que faz a sua matrícula conforme o lugar que mais lhe agrada ou que seja mais conveniente para ele estudar. A matrícula é feita junto ao órgão gestor da educação pública que determina qual escola o aluno irá frequentar. A escolha é feita de acordo com a proximidade da escola até a casa do aluno, da existência de vagas e outros ainda têm, como princípio, que as escolas sejam todas equivalentes, não diferenciando uma das outras no nível de qualidade oferecido.

Essa realidade não é a mesma vivida pela maioria das escolas brasileiras, como a do município em estudo, onde cada aluno, ou seu responsável, é quem faz a matrícula na escola. Além disso, as escolas são desiguais em sua estrutura, quanto ao número de salas de aula, laboratórios, equipamentos, biblioteca, entre outros.

Na cidade de Coronel Vivida, hoje, estão ativadas 14 escolas municipais, 4 escolas estaduais e 2 escolas particulares, as quais diferem quanto a capacidade e tipo

de construção (madeira ou alvenaria), espaços recreativos, capacitação dos professores, número de alunos matriculados, turnos ofertados, e, por isso, sofrem grandes disputas no início do ano letivo, quando das matrículas. Isto faz com que, muitas vezes, alguns alunos que poderiam estar freqüentando escolas próximas às suas casas, sejam obrigados a se deslocarem para outros estabelecimentos de ensino onde a distância percorrida é bem maior do que a ideal.

A tradição do planejamento escolar brasileiro recomenda que a distância máxima que um aluno deve percorrer ao se deslocar de sua residência à escola seja de, no máximo, 1.500 metros na área urbana e 3.000 metros na área rural.

Sendo cumpridas essas distâncias, as escolas estariam dentro de um padrão pré-estabelecido. Porém, muitas vezes isso não ocorre por motivos tais como:

- dificuldade de acesso para a demanda (alunos), pois muitas vezes não existem terrenos de propriedade pública próximo às comunidades, para que sejam construídas novas escolas;
- por não existir número suficiente de alunos para freqüentarem as escolas existentes;
- por não haver viabilidade de aquisição de novas escolas ou mesmo verbas para a ampliação das escolas já existentes.

Para que houvesse continuidade no processo educacional, em determinada escola, deveria haver um equilíbrio entre número de vagas ofertadas e o número de alunos que a freqüentam.

O modelo de escola proposto pela Fundepar em 1982, que ainda prevalece nos dias de hoje, estabelece que a rede escolar deve ter condições de atender a demanda do Ensino Fundamental em apenas dois turnos diurnos, em salas de aulas de dimensões adequadas,

- salas com 48 m<sup>2</sup> ou mais (consideradas de tamanho padrão) com capacidade para 40 alunos por turno;
- salas com 40 m<sup>2</sup> a 47 m<sup>2</sup> com capacidade para 35 alunos por turno;
- salas com 35m<sup>2</sup> a 39 m<sup>2</sup> com capacidade para 30 alunos por turno.

Na tabela 2.5.2 pode-se observar o número de vagas, o número de matrículas e o número de alunos por série que utilizam o transporte escolar, nas escolas de 68 comunidades que fazem parte do município de Coronel Vivida, que existiram até o ano de 2000. Também estão inclusas as escolas desativadas em anos anteriores a este.

Na tabela, as linhas que estão grifadas em azul apresentam as escolas que ainda estão em funcionamento; as em rosa, são as que foram desmanchadas pela Prefeitura Municipal; e as que não estão grifadas representam as escolas as quais a sua estrutura física é mantida, porém são utilizadas para outras finalidades.

**TABELA 2.5.2 - AS 68 COMUNIDADES ONDE EXISTIRAM OU EXISTEM ESCOLAS ATIVAS OU DESATIVADAS NO ANO DE 2000.**

	LOCALIDADE	1ª a 4ª e Pré	5ª a 8ª	EM	TOTAL	CAPACIDADE TOTAL
01	Quatro Irmãos	0	0	0	0	40
02	Alto Caravagio	11	13	10	34	40
03	Alto Gigante	3	4	0	7	40
04	Alto Jacutinga	0	0	5	5	40
05	Alto Palmeirinha	5	6	7	18	40
06	Alto Pinhal	68	66	46	180	40
07	Abundância (2 escolas)	11	12	22	45	160
08	Águas do Lamedor	22	15	3	40	40
09	Alto Alegre	0	0	0	0	40
10	Anjo da Guarda	7	10	3	20	40
11	Araçá	6	5	0	11	40
12	Bom Retiro do Pinhal	29	12	10	51	40
13	Bananal	3	5	3	11	40
14	Bandeirantes	14	3	3	20	40
15	Barra do Gigante	0	1	3	4	40
16	Barra Verde	10	9	13	32	40
17	Bela Vista	8	14	4	26	40
18	Bergamaski	15	21	20	56	40
19	BNH (2 escolas)	0	0	6	6	440
20	Bom Jesus	12	7	3	22	40
21	Braço Forte	18	19	0	37	40
22	Caçador (1 escola)	1	0	0	1	140
23	Caçadorzinho	26	0	4	30	40
24	Camiloti	0	2	11	13	40
25	Caravagio	29	10	19	58	40
26	Centro da Cidade (9 escolas)	0	0	0	0	40
27	Cristo Rei	23	23	6	52	40
28	Flor da Serra	25	27	13	65	40
29	Fazenda São Domingos	5	4	2	11	40
30	Imaribo	4	1	9	14	40
31	Jaboticabal	6	2	2	10	40
32	Jacutinga	21	57	4	82	40
33	Linha Afonso Camargo	0	9	0	9	40

	LOCALIDADE	1ª a 4ª e Pré	5ª a 8ª	EM	TOTAL	CAPACIDADE TOTAL
34	Linha Borges	16	8	3	27	40
35	Linha Borsato	14	17	0	31	40
36	Linha Castelli	16	0	0	16	40
37	Linha Crespim	3	9	2	14	40
38	Linha Envolvido	8	10	0	18	40
39	Linha Ferreira	11	9	3	23	40
40	Linha Giordani	1	3	1	5	40
41	Linha Leite	19	5	4	28	40
42	Linha Mussato	10	3	5	18	40
43	Linha Neres	2	0	6	8	40
44	Linha Paliosa	4	4	1	9	40
45	Linha Poleze	3	3	0	6	40
46	Linha Torteli	9	6	2	17	40
47	Lasquinha	1	0	0	1	40
48	Limeira	6	14	4	24	40
49	Linha São João	0	0	0	0	40
50	Nossa Senhora da Salete	7	16	10	33	40
51	Navegantes	7	6	2	15	160
52	Palmeirinha (1 escola)	8	21	9	38	40
53	Passo Bonito	34	12	0	46	40
54	Ponte do Chopin	4	0	0	4	40
55	Reserva Indígena	22	0	0	22	40
56	Rio Quietto (1 escola)	30	43	47	120	70
57	Santa Lucia (2 escola)	5	10	19	34	200
58	São Bráz	14	8	6	28	40
59	São Crespim	0	0	0	0	40
60	São Cristóvão (1 escola)	0	18	25	43	160
61	São Luiz	15	12	9	36	40
62	São Pedro	31	21	12	64	40
63	São Sebastião	21	10	16	47	40
64	Santa Teresinha	16	5	3	24	40
65	Santo A. do Jacutinga	19	7	5	31	40
66	S. A. do Salto Grande	17	10	3	30	40
67	União do Gigante	9	17	8	34	40
68	Vista Alegre (1 escola)	17	14	9	40	40

Na tabela 2.5.2 acima as escolas não estão descritas pelo nome e sim pela comunidade onde estão situadas, pois, muitas delas, não têm nem mais o nome registrado na prefeitura.

Ainda sobre a tabela 2.5.2, é necessário destacar que, apesar de estarem grifadas somente 9 linhas em azul, que representariam as escolas em funcionamento no ano de 2000, estas linhas representam na verdade as 20 escolas. Nesta situação encontram-se as escolas:

- na comunidade de Abundância, que funciona, pela manhã, como escola Duque de Caxias (estadual) e, à tarde, como escola Maria da Luz (municipal);
- na comunidade do BNH, onde pela manhã funciona a escola Tancredo Neves (estadual) e, à tarde, escola Juventino Rufato (municipal);
- na comunidade de Santa Lúcia, denominada, pela manhã, de Escola Núcleo Santa Lúcia (estadual) e, à tarde, de escola Santa Lúcia (municipal) ;
- na localidade Centro da Cidade, as escolas: Arnaldo Busato, Dr. Ulisses Guimarães, Paulino Stédile, Pequeno Príncipe, Presidente Kennedy, Sete de Setembro, Tempo Feliz, Tia Oda, Tiradentes foram consideradas como sendo uma única, visto que a distância euclidiana entre elas é desprezível em comparação com as demais.

## 2.5 COMO O PROBLEMA É RESOLVIDO ATUALMENTE

A distribuição dos alunos, pelas escolas do município em estudo é feita com base nas matrículas efetuadas pelos próprios pais dos alunos ou responsáveis pelos mesmos em uma escola perto das residências. Caso não haja mais vagas na escola que o aluno tenha escolhido para se matricular, ou caso aconteça da escola ser fechada por insuficiência de matrículas, esses alunos são remanejados para uma outra escola que seja a mais próxima possível da sua residência.

No início do ano letivo é formada pela prefeitura uma comissão encarregada pelas matrículas e transporte escolar a qual, juntamente com os motoristas, faz a designação dos trajetos dos ônibus para que os alunos possam ser transportados para a escola em que foram matriculados.

Esse processo é lento e difícil, pois as rotas são feitas de modo intuitivo, sempre tomando por base trabalhos feitos nos anos anteriores.

Além dos problemas já mencionados, ocorrem outros como:

- a demora que há para realização da operação de designação de escolas que deverão funcionar e das rotas a serem feitas pela frota escolar;
- trajetos longos e demorados, causando transtorno aos alunos;

- o aumento nos custos, advindo dos desgastes nos carros que efetuam o transporte, bem como da quantidade de verbas com combustíveis.

A tabela 2.5.3 apresenta a demanda de alunos que estão matriculados nas escolas do município, bem como a capacidade e a ociosidade das mesmas relacionadas ao contexto escolar.

Percebe-se, através desta tabela, que é grande o número de vagas ociosas em cada escola, desse modo, constata-se que o número de escolas em funcionamento que atualmente é de 20, pode ser reduzido ainda mais.

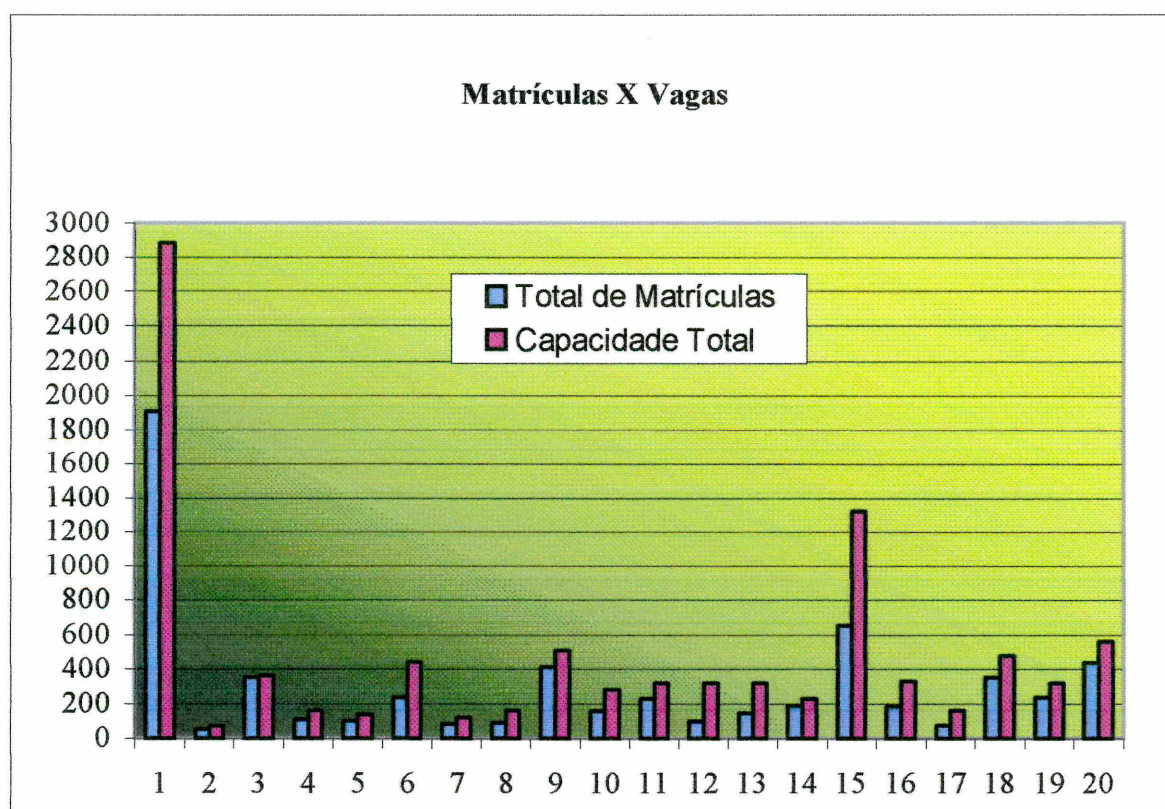
### 2.5.3 – TABELA DA DEMANDA DE ALUNOS E NÚMERO DE VAGAS EXISTENTES NAS ESCOLAS DO MUNICÍPIO DE CORONEL VIVIDA QUE ESTÃO ATIVADAS NO ANO DE 2000.

Alunos matriculados em 2000 no Município de Coronel Vivida										
Escola	Localidade	Tipo	Pré-Escola	1ª a 4ª	5ª a 8ª	EM	Classe Especial	Total	Capacidade Total	Vagas Ociosas
Arnaldo Busato	Cidade	Estadual	0	0	826	1082	0	1908	2880	972
Cel Lúcio Dias	Rio Quieto	Municipal	0	52	0	0	0	52	70	18
Dr Ulisses Guimarães	B. J. M. Luz	Municipal	54	294	0	0	0	348	360	12
D. de Caxias	Abundância	Estadual	0	0	110	0	0	110	160	50
J. de Anchieta	Caçador	Municipal	0	102	0	0	0	102	140	38
J. Rufato	BNH	Municipal	0	237	0	0	0	237	440	203
Luiz Ferri	Palmeirinha	Municipal	0	82	0	0	0	82	120	38
Maria da Luz	Abundância	Municipal	0	90	0	0	0	90	160	70
Paulino Stédile	Cidade	Municipal	92	292	0	0	27	411	504	93
Peq. Príncipe	Cidade	Municipal	37	121	0	0	0	158	280	122
Presidente Kennedy	Bairro Madalozo	Municipal	28	197	0	0	0	225	320	95
Santa Lucia	Santa Lucia	Municipal	27	72	0	0	0	99	320	221
São Cristovão	São Cristovão	Municipal	22	121	0	0	0	143	320	177
Sete de Setembro	B. São João	Municipal	21	167	0	0	0	188	224	36
Tancredo Neves	BNH	Estadual	0	0	512	141	0	653	1320	667
Tempo Feliz	Cidade	Particular	20	55	81	19	0	185	330	155
Tia Oda	Cidade	Particular	52	23	0	0	0	75	160	85
Tiradentes	B. Fleck	Municipal	54	294	0	0	0	348	480	132
Núcleo Sta Lucia	Sta Lucia	Estadual	0	58	178	0	0	236	320	84
Vista Alegre	Vista Alegre	Municipal	20	146	178	90	0	434	560	126
<b>Totais</b>			<b>427</b>	<b>2403</b>	<b>1885</b>	<b>1332</b>	<b>27</b>	<b>6074</b>	<b>9468</b>	<b>3394</b>

No gráfico 2.5.2 tem-se a comparação entre o número de alunos e a quantidade de vagas disponíveis em todo o Município, englobando todas as escolas, ou seja, as 20

que estão ativas no ano de 2000, onde constata-se que sempre existe um número maior de vagas em relação ao número de matrículas.

### 2.5.2 – GRÁFICO COMPARATIVO ENTRE O NÚMERO DE ALUNOS E VAGAS



Na tabela 2.5.4 apresenta-se a comparação entre o número de vagas disponíveis existentes nas escolas estaduais ativas no ano de 2000, e o número de matrículas ofertadas nas mesmas.

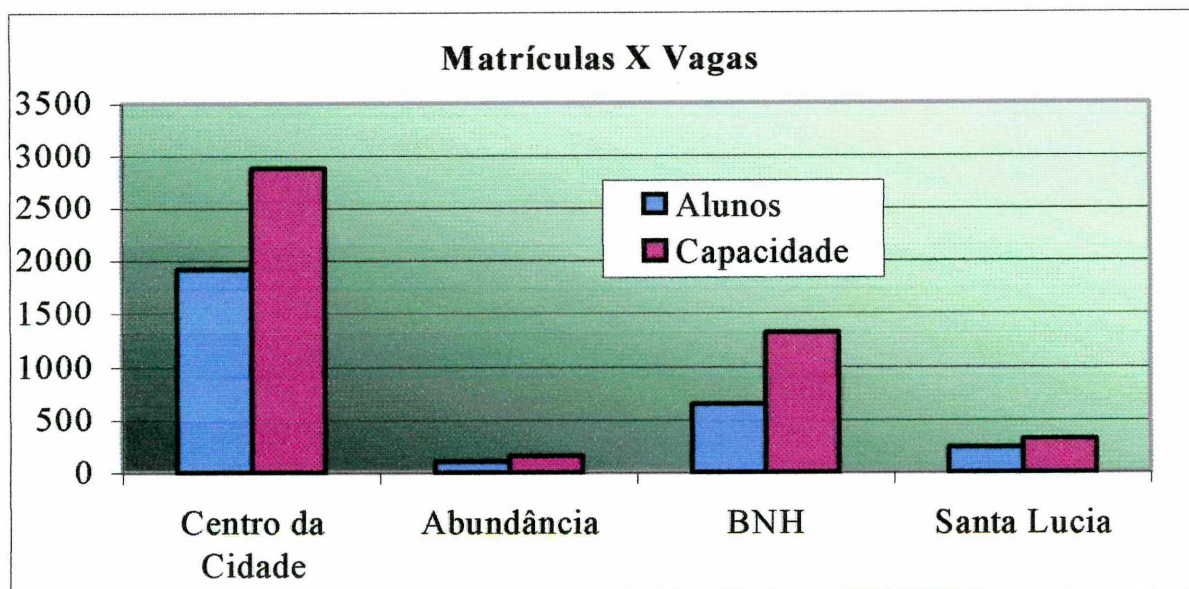
### 2.5.4 – TABELA: ALUNOS X NÚMERO DE VAGAS NAS ESCOLAS ESTADUAIS

Localidade	Pré	1ª a 4ª	5ª a 8ª	EM	Classe Especial	Total alunos	Capacidade Escola	Vagas Ociosas
Cidade	0	0	826	1082	0	1908	2880	972
Abundância	0	0	110	0	0	110	160	50
BNH	0	0	512	141	0	653	1320	667
Santa Lucia	0	58	178	0	0	236	320	84
Total	0	58	1626	1223	0	2907	4680	1773

As maiores ociosidades estão ocorrendo nas escolas da cidade e na escola Tancredo Neves, localizada no BNH.

O gráfico 2.5.3 mostra a situação da tabela 2.5.4 acima, onde se observa que, também nas escolas estaduais, o número de vagas excede ao número de matrículas.

### 2.5.3 GRÁFICO COMPARATIVO: ALUNOS X VAGAS ESCOLAS ESTADUAIS



Quanto às escolas municipais, apresentadas na tabela 2.5.5, há na seqüência, um quadro comparativo entre o número de matrículas x número de vagas no Município de Coronel Vivida. Dentre essas escolas está a Escola de Santa Lucia, a qual chama a atenção pelo número de vagas que não são preenchidas, 221, número que comprova tanto a evasão de alunos da localidade quanto à ociosidade de salas de aula.

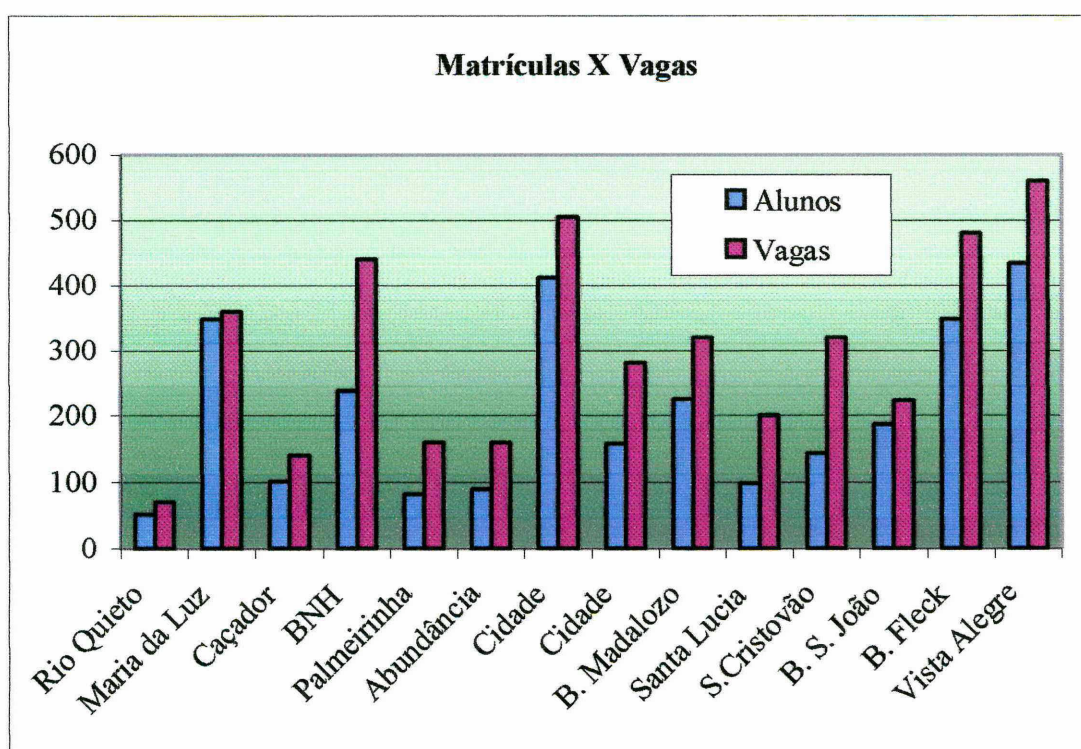
### 2.5.5 - TABELA COMPARATIVA ENTRE O NÚMERO DE ALUNOS E VAGAS OFERTADAS PELAS ESCOLAS MUNICIPAIS.

Localidade	Pré	1ª a 4ª	5ª a 8ª	EM	Classe Especial	Total alunos	Capacidade Escola	Vagas Ociosas
Rio Quietto	0	52	0	0	0	52	70	18
Bairro J. Mª. da Luz	54	294	0	0	0	348	360	12
Caçador	0	102	0	0	0	102	140	38
BNH	0	237	0	0	0	237	440	203
Palmeirinha	0	82	0	0	0	82	160	78
Abundância	0	90	0	0	0	90	160	70
Cidade	92	292	0	0	27	411	504	93
Cidade	37	121	0	0	0	158	280	122
Bairro Madalozo	28	197	0	0	0	225	320	95
Santa Lucia	27	72	0	0	0	99	320	221
São Cristovão	22	121	0	0	0	143	320	177

Localidade	Pré	1ª a 4ª	5ª a 8ª	EM	Classe Especial	Total alunos	Capacidade Escola	Vagas Ociosas
Bairro São João	21	167	0	0	0	188	224	36
Bairro Fleck	54	294	0	0	0	348	480	132
Vista Alegre	20	146	178	90	0	434	560	126
Total	355	2267	178	90	27	2917	4298	1381

O gráfico 2.5.4 refere-se somente às escolas estaduais e municipais, constando apenas duas particulares, que servem como possíveis referenciais de uma situação ideal proposta neste trabalho de pesquisa.

#### 2.5.4 – GRÁFICO: ALUNOS X VAGAS NAS ESCOLAS MUNICIPAIS E ESTADUAIS.



O objetivo deste trabalho é o de buscar locais “ideais”, onde possam funcionar escolas, próximas as residências dos alunos diminuindo o percurso que os ônibus fazem para levá-los para estudarem.

De posse dos dados referentes a esses locais “ideais” foi feita uma comparação entre a situação atual (tabela 2.5.3) e o trabalho de otimização realizado, para verificar se as escolas que estão em funcionamento estão em locais apropriados, ou seja, que facilitem aos alunos, a ida à escola diminuindo-lhes o percurso, o tempo e os gastos com o transporte escolar, os quais são arcados pela Prefeitura do Município de Coronel Vivida.

## CAPÍTULO III

### 3 PROBLEMA DE LOCALIZAÇÃO DE FACILIDADES

#### 3.1. INTRODUÇÃO

A localização de facilidades é um problema de otimização combinatória e são muitos os algoritmos heurísticos existentes na literatura para solucioná-las.

Os problemas de localização de facilidades estão divididos em 2 subproblemas conhecidos como:

- problemas das p-medianas: que visam encontrar as localizações para um certo número  $p$  de facilidades e minimizar a distância média que separa os vértices da facilidade mais próxima;
- problemas de centro: busca-se encontrar um local onde o ponto mais crítico a ser atendido esteja a uma distância mínima do local ideal a ser implantada uma facilidade.

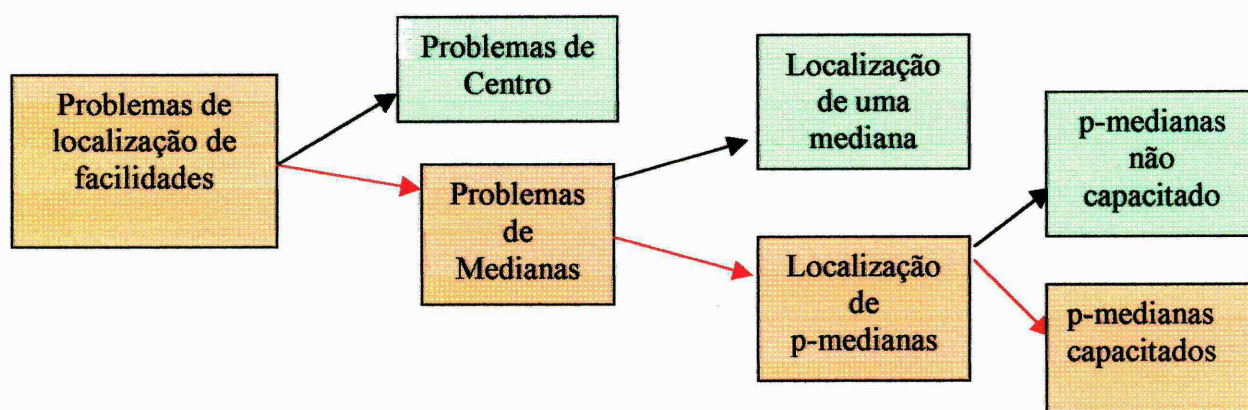
Os problemas de p-medianas podem ser ainda:

- não capacitados: onde leva-se em conta que cada ponto, candidato a mediana, atenda a um número infinito de pontos de demanda;
- capacitados: onde leva-se em consideração que cada ponto candidato, tem uma capacidade limitada e fixa não podendo ter sua capacidade extrapolada.

A localização considerada ótima é chamada de "mediana do grafo".

O fluxograma 3.1 apresenta as diretrizes para a solução dos problemas de localização de facilidades; nele, as setas vermelhas indicam o caminho percorrido na resolução do problema explicitado neste trabalho.

Fluxograma 3.1. – Problemas de Localização de Facilidades.



Encontrar as melhores localizações para as facilidades significa identificar o melhor local para instalações de escolas, creches, fábricas, depósitos, postos de atendimentos entre outros. Este problema pode ocorrer tanto no setor público quanto no privado e é aqui tratado por problemas de p-medianas, onde faz-se uma descrição detalhada do processo.

### 3.2. O PROBLEMA DAS P-MEDIANAS

Ao se fazer à busca de p-medianas num grafo, trabalha-se com um problema clássico de localização de facilidades, onde se espera encontrar  $p$  (diversas) facilidades (medianas), que minimizem a soma das distâncias de cada vértice à sua facilidade mais próxima, ponderada por um fator de demanda, o qual pode ocorrer tanto no setor público quanto no privado.

As primeiras formulações dos problemas de p-medianas foram apresentados em HAKIMI, 1965. Diversos métodos heurísticos têm sido desenvolvidos para solucionar o problema das p-medianas, dos quais pode-se citar: TEITZ and BART, 1968; CHRISTOFIDES, 1975.

### 3.2.1. Formulação Matemática do problema de p-medianas

Para CHRISTOFIDES, 1975, o problema das p-medianas pode ser formulado como um Problema de Programação Linear Inteiro Binário, como descrito abaixo:

Sejam:

$A = [a_{ij}]$  matriz de alocação, onde:

$$\begin{cases} a_{ij} = 1, \text{ se o vértice } x_j \text{ é alocado para o vértice } x_i, \\ a_{ij} = 0, \text{ caso contrário,} \end{cases}$$

$D = [d_{ij}]$  matriz de distâncias ponderadas (matriz de distâncias com cada coluna  $j$  multiplicada pelo peso  $v_j$ );

$p$  = número de instalações usadas como medianas;

Tem-se para esse problema, a formulação matemática:

$$\text{Minimizar } Z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n d_{ij} a_{ij} \quad (3.2.1.1)$$

$$\text{Sujeito a : } \sum_{i=1}^n a_{ij} = 1 \quad \text{para } j = 1, \dots, n \quad (3.2.1.2)$$

$$\sum_{i=1}^n a_{ii} = p \quad \text{para } i = 1, \dots, n \quad (3.2.1.3)$$

$$a_{ij} \leq a_{ii} \quad \forall i, j = 1, \dots, n \quad (3.2.1.4)$$

$$a_{ij} = 0 \text{ ou } 1 \quad (3.2.1.5)$$

Nesse modelo tem-se que :

A função objetivo  $Z$ , em (3.2.1.1) minimiza a soma das distâncias dos vértices, onde se encontram as demandas, até o conjunto de medianas.

Quanto às restrições, tem-se que:

(3.2.1.2) garantem que todos os vértices  $x_j$  sejam alocados a um, e somente um, vértice-mediana  $x_i$ ;

(3.2.1.3) garante a existência de  $p$  vértices mediana;

(3.2.1.4) garante que as alocações só podem ser feitas a vértices-medianas;

(3.2.1.5) garante que  $a_{ij}$  assumam valores binários.

Na resolução de problemas de pequeno porte, a solução pode ser encontrada de forma exata, podendo-se utilizar a Programação Inteira e Enumeração Exaustiva, (ou busca em árvore) [HAKIMI, 1965] dentre outros.

Nos problemas de maior porte, utilizam-se os métodos aproximados usados por vários autores como TEITZ e BART, 1968.

O algoritmo das p-medianas, proposto por TEITZ e BART, é um método aproximado baseado na substituição de vértices, ou seja, substitui-se as medianas, partindo-se de uma solução inicial, até melhorar, ao máximo, o valor da função objetivo.

Algumas meta-heurísticas, que são consideradas heurísticas modernas, também podem ser aplicadas para solucionar o problema das p-medianas e podem ser enquadradas em duas classes:

- na primeira, o método explora uma vizinhança a cada iteração, e essa, pode ser alterada de acordo com estratégias que alteram a vizinhança ou alteram a forma de exploração, escolhendo sempre apenas um elemento da vizinhança na iteração. Essa varredura gera um caminho ou uma trajetória no espaço de soluções. Nessa primeira classe, enquadram-se os métodos de Busca Tabu, *Simulated Annealing*, dentre outros.
- na segunda, o método explora uma população de soluções a cada iteração; a sua estratégia de busca é a de explorar várias regiões do espaço de soluções de cada vez; com isso, não se pode ter uma trajetória única de busca, pois sempre são obtidas novas soluções pela combinação de soluções anteriores. Nessa segunda classe estão enquadrados os Algoritmos Genéticos, dentre outros.

A Busca Tabu é uma meta-heurística computacional que utiliza uma “memória” que tenta impedir que a busca fique restrita a uma determinada área do espaço considerado [CORRÊA, 2000].

A técnica *Simulated Annealing* utiliza métodos iterativos de busca local e representa uma variação de métodos tradicionais descendentes (ascendentes) de otimização local ou busca pela vizinhança.

Os algoritmos genéticos são algoritmos computacionais que visam solucionar problemas partindo do princípio da evolução natural da hereditariedade. Parte-se de uma população (cromossomos ou conjunto de soluções) e busca-se, através de operadores genéticos, novas soluções.

Neste trabalho utilizou-se um algoritmo genético para resolver o problema da localização de escolas. Por esse motivo, uma rápida apresentação do mesmo é feita na seqüência, sendo que a sua descrição mais detalhada está apresentada no capítulo IV.

Segundo [MIRANDA, 2001], os Algoritmos Genéticos (AG's) são uma família de modelos computacionais inspirados na evolução das espécies, que incorporam uma solução potencial para um problema específico, numa estrutura semelhante a de um cromossomo, e aplicam operadores de seleção e cruzamento a essas estruturas de forma a preservar informações críticas relativas à solução do problema.

### 3.3 O PROBLEMA DAS P-MEDIANAS CAPACITADO

O problema das p-medianas capacitado pode ser definido da forma a seguir: dado um grafo não direcionado  $G(V,A)$ , sendo que todos os vértices do grafo são potenciais medianas, onde tem-se que  $G$  é um grafo não direcionado;  $V$  é o conjunto de vértices desse grafo, que contém as restrições quanto a capacidade, e  $A$  é o conjunto de arestas.

Para o problema das p-medianas capacitado, deve-se encontrar um conjunto de vértices  $V_p \subset V$  ( $V_p$  conjunto das medianas), de modo que a soma das distâncias de cada vértice restante em  $\{V - V_p\}$  (conjunto das demandas) até o vértice mais próximo em  $V_p$ , seja o menor possível.

A princípio não se pode garantir que todos os pontos de demanda sejam atendidos sem que se viole a capacidade das instalações medianas. Assim sendo, para o problema em estudo deve-se seguir as indicações:

- a somatória das vagas ofertadas em todas as escolas deve ser maior ou igual que o somatório das demandas;

- todos os pontos devem ser atendidos, não podendo nenhum aluno ficar fora da escola, considerando-se as capacidades das escolas que forem selecionadas como medianas;
- cada escola só poderá suprir um número limitado de demanda, garantindo que o número de vagas não será extrapolado pela quantidade de matrículas.

### 3.4 REVISÃO DA LITERATURA

ALVES e ALMEIDA, 2001, fizeram estudo de um conjunto de problemas de localização simples, utilizando resultados computacionais. No estudo foram comparados os resultados de métodos heurísticos já conhecidos com o algoritmo do *Simulated Annealing* e observaram que este requer maior tempo computacional porém, os resultados encontrados foram de boa qualidade.

LOBO, 1998, fez uso de uma metodologia de cobertura de conjuntos ao buscar os melhores pontos para localização de creches no município de Florianópolis, onde analisou a localização de algumas delas e sugeriu novos locais para serem instaladas as unidades adicionais.

MAZZUCCO, 1999, fez um estudo sobre a potencialidade da combinação dos algoritmos genéticos e *Simulated Annealing* quando os foram usados no controle e gerenciamento da produção industrial, ou melhor, na programação dessa produção. O mesmo encontrou bons resultados para essa combinação.

SILVA, 1998, tratou de um problema de escalonamento estático de tarefas levando em consideração as relações de precedência entre tarefas, os atrasos de comunicações e a heterogeneidade dos processadores, empregando como método de solução, a meta-heurística de Busca Tabu.

NAGY e SALHI, 1996, fizeram a análise de uma metodologia que primeiro realiza a localização de facilidades e *clusterização*. Os resultados encontrados foram positivos, pois não foi necessário recorrer a um esforço computacional muito grande. O estudo apontou que é muito mais vantajoso localizar primeiro e *clusterizar* depois,

pois assim, as técnicas tornam-se mais eficientes do que aquelas que realizam a localização e o roteamento ao mesmo tempo.

YAMAMOTO et al., 1999, aplicaram Busca Tabu ao problema de rotulação cartográfica de pontos onde têm-se como objetivo uma boa rotulação, mostrar a posição geográfica das entidades de texto associado, de forma legível, respeitando as convenções cartográficas, com qualidades estéticas harmônicas na apresentação das informações. O algoritmo Busca Tabu apresentou uma melhor qualidade, quando foi comparado ao *Simulated Annealing* e ao Algoritmo Genético.

SAMPAIO, 1999, utilizou as meta-heurísticas o *Simulated Annealing* e o Algoritmo Genético, comparativamente, para resolver o problema de localização de escolas no Ensino Fundamental em uma determinada região do município de Curitiba.

GOLDEN et al., 1986, fizeram um estudo computacional do algoritmo *Simulated Annealing*, a problemas que envolvem a otimização combinatorial e apresentaram os resultados dos testes para problemas que envolvem roteamento e localização de facilidades.

ALMEIDA et al., 1999, apresentaram um método de determinação do regime operacional de uma central hidrelétrica com múltiplos conjuntos geradores que considera parâmetros hidráulicos e econômicos. O método utilizado faz o uso do algoritmo genético para determinar o melhor regime operacional.

TANURE e HAMACHER, 1997, relataram a utilização de uma meta-heurística para solucionar problemas de roteamento e *scheduling* de veículos baseada na técnica de algoritmo genético. Esse trabalho tem como tema a aplicação de algoritmo genético a um problema de distribuição dos correios no município do Rio de Janeiro.

TEITZ e BART, 1968, fizeram uso de um método aproximado de forma a encontrar a mediana de um grafo ponderado, visando solucionar um problema no qual foi feita a troca de vértices, a partir de uma solução inicial.

BEZERRA, 1995, utilizou o algoritmo genético para encontrar a localização de postos de apoio ao escoamento de produtos estrativistas, visando diminuir o trabalho e a distância entre o local de entrega e o local de processamento do produto.

COLOMBO, 2001, analisa um caso de uma empresa de segurança eletrônica, onde utiliza um problema de p-medianas, para localizar centros de serviços emergenciais. Depois de encontrada as medianas por duas heurísticas adaptadas: o algoritmo de busca exaustiva e o algoritmo genético, a autora forma agrupamentos e ainda faz um roteamento empregando problemas de múltiplos caixeiros viajantes para formar as rotas.

COOPER, 1963, buscou solucionar um problema de localização de facilidades e apresentou um método matemático para tal problema. No estudo também foi determinado o número de facilidades a serem instaladas e também um conjunto de localidades a serem designadas a cada facilidade.

NUNES, 1998, trabalha em um problema envolvendo o transporte de funcionários de uma Refinaria de Petróleo, na cidade de Curitiba, Paraná. Nesse trabalho, ele resolve o problema das p-medianas e o problema de roteamento através do algoritmo genético, adaptado a cada uma destas duas situações.

SANTOS et al., 1999, utilizaram o algoritmo genético para encontrar uma topologia de Rede Neural que possibilite a extração de um conjunto de regras com maior taxa de acerto e menor complexidade, para trabalhar com problemas referentes a transformação de dados armazenados em conhecimentos, pois uma das dificuldades para a extração de conhecimentos corretos é que os dados armazenados podem conter ruídos.

CORRÊA, 2000, faz um comparativo entre as heurísticas: algoritmo Genético e Busca Tabu, visando otimizar a designação de candidatos ao vestibular da Universidade Federal do Paraná (UFPR), de modo que os candidatos pudessem prestar as provas em locais o mais próximos o possível de suas residências. Ao trabalhar com problemas de p-medianas capacitado, CORRÊA, chega à conclusão de que o Algoritmo Genético obteve um maior êxito, conseguindo soluções de melhor qualidade.

GRACIOLLI, 1994, utiliza o problema do caixeiro viajante e o de múltiplos caixeiros para planejar roteiros dos veículos que fazem a coleta de resíduos sólidos de

serviço de saúde, na cidade de Curitiba, Paraná, de modo a minimizar as distâncias a serem percorridas para a execução do trabalho.

ALVARENGA et al., 2000, utilizam-se da meta-heurística *Simulated Annealing* para solucionar um problema de sistema de manufatura que envolvia *layout* de instalação de facilidades, de forma a reduzir o fluxo existente entre todas as facilidades, obtendo um fluxo regular de peças e produtos, não permitindo acúmulo na produção, bem como, racionalizar o espaço ocupado pela facilidade.

No capítulo IV são apresentadas as meta-heurísticas que foram implementadas ao problema que está descrito neste trabalho.

## CAPÍTULO IV

### 4 META-HEURÍSTICAS ABORDADAS PARA RESOLUÇÃO DOS PROBLEMAS DAS P-MEDIANAS

A Meta-Heurística Algoritmo Genético foi a técnica de otimização utilizada neste estudo por tratar-se de um método voltado à resolução de problemas reais de grande porte. Assim, na seqüência, será apresentada uma descrição minuciosa dessa técnica.

#### 4.1 ALGORITMO GENÉTICO

##### 4.1.1 Histórico

No século XIX os naturalistas tinham a convicção de que as espécies haviam sido criadas separadamente, ou por um ser supremo, ou ainda através de uma geração espontânea.

Trabalhos e pesquisas foram feitos nesse sentido como a do naturalista Carolus Linnaeus, o qual defendia a possibilidade de haver relação entre as espécies; já Thomas Robert Maltus relacionava as espécies a fatores ambientais, como a doenças e carências alimentares, com o crescimento de uma população.

Esses estudos ganharam novo e valioso impulso com Charles Darwin que em 1858 apresenta a teoria da evolução que é dada pela seleção natural. Logo por volta de 1900 a moderna teoria da evolução faz uma combinação entre a genética e as idéias de Darwin e Wallace sobre a seleção natural, criando o princípio básico da genética populacional, onde a variação de indivíduos em uma população de indivíduos que se reproduzem sexualmente é produzida pela mutação e recombinação genética.

Durante as décadas de 30 e 40, o princípio acima citado foi estudado e desenvolvido por matemáticos e biólogos em alguns conceituados centros de pesquisa.

Em seguida, nas décadas de 50 e 60, muitos biólogos desenvolveram simulações computacionais de sistemas genéticos, mas foi com John Holland que essas

pesquisas começaram a ser desenvolvidas de uma maneira mais séria e consistente, até que, em 1975, ele publicou seu livro "*Adaptation in Natural and Artificial Systems*" que hoje vem sendo considerado a "Bíblia" de Algoritmos Genéticos.

Holland teve a idéia de tentar imitar determinadas etapas que ocorrem quando do processo de evolução natural das espécies, incorporando-as a um algoritmo computacional, fazendo com que os Algoritmos Genéticos fossem algoritmos probabilísticos.

A idéia era solucionar um problema onde, a partir de um conjunto de soluções já existentes (população de cromossomos) gerassem novas soluções (novos cromossomos) melhores que os antecedentes, ou seja, com propriedades genéticas superiores as de seus antecedentes, sob algum critério já estabelecido.

Nos anos 80, David Goldberg, que foi aluno de Holland, conseguiu obter o primeiro sucesso em uma aplicação industrial utilizando os Algoritmos Genéticos.

#### 4.1.2 Vantagens dos Algoritmos Genéticos

Os AG's nem sempre podem fornecer uma solução ótima global a um problema, mas em compensação, fornecem-nos uma solução muito próxima da solução ótima e este feito já pode ser considerado satisfatório, principalmente quando se trabalha com problemas complexos, tais como, problemas de Otimização Combinatória.

Algumas dessas vantagens são apresentadas por ICHIHARA, 1998, e constituem-se em:

- a) os algoritmos genéticos formam uma classe de ferramentas versáteis e robustas, pois as soluções de problemas resolvidos através da sua utilização, podem ser encontradas também, em conjuntos não convexos e, mesmo disjuntos, com funções objetivos, também não convexas e não diferenciáveis, podendo trabalhar com variáveis reais, lógicas e/ou inteiras;
- b) os algoritmos genéticos evitam atrações irremediáveis para ótimos locais, permitindo, assim, que seja feita uma melhor exploração do espaço de busca devido a características próprias;

- c) empregam soluções, ou seja, uma população de indivíduos, que podem ter um tamanho fixo ou variável, diferenciando-se de outras técnicas que fazem a busca de ponto a ponto;
- d) usam regras de transmissão probabilísticas e estocásticas (que tem por objetivo a aplicação do cálculo de probabilidade e dados estatísticos);
- e) as possíveis soluções de um problema não são trabalhadas diretamente (fenótipos), mas sim a partir da codificação das mesmas (os genótipos);
- f) não são necessárias maiores informações adicionais sobre a função a otimizar;
- g) as modificações em um AG, a fim de modelar variação do problema original, são mais fáceis.

Segundo BARBOSA, 1997, pode-se generalizar a maioria dos AG's pelo seguinte pseudo-código genérico:

#### **Algoritmos AG Genérico**

Inicialize a população

Avalie indivíduos na população

**Repita**

Selecione indivíduos para a reprodução

Aplique operadores de recombinação e mutação

Avalie indivíduos na população

Selecione indivíduos para sobreviver

**Até** critério de parada ser satisfeito

**Fim.**

#### 4.1.3 Parâmetros Genéticos

Existem parâmetros que podem influenciar no comportamento dos algoritmos genéticos melhorando a solução de problemas.

Esses parâmetros podem ser:

- tamanho da população: o desempenho global do algoritmo e a eficiência dos AG's são influenciáveis pelo tamanho da população. Se o problema conta com uma população pequena, essa oferece também uma pequena cobertura do espaço de busca, causando, com isso, uma queda no desempenho. Já uma população grande tem uma melhor cobertura do domínio do problema e previne uma convergência antecipada para a solução; porém, para grandes populações, faz-se necessário melhores recursos computacionais, pois o tempo de processamento do problema é maior;
- taxa de cruzamento: quanto maior for a taxa, mais rapidamente novas estruturas farão parte da população. Isso pode acarretar um efeito indesejado que é a perda de estruturas de alta aptidão, pois a maior parte da população é substituída;
- taxa de mutação: se o problema tem uma taxa de mutação baixa, ela previne que uma determinada posição fique parada em um valor, como também, que ela chegue a qualquer ponto do espaço de busca; mas caso a taxa seja muito alta, a busca se torna basicamente aleatória;
- intervalo de Geração: controla a porcentagem da população que será substituída por uma próxima geração.

#### 4.1.4 A Robustez dos Algoritmos Genéticos

Segundo ICHIHARA, 1998, existem alguns argumentos que se referem à robustez dos AG's; esses, diferem um AG de outros métodos tradicionais que tratam de otimização e estão assim listados:

- a propriedade do paralelismo intrínseco, ou seja um AG não melhora apenas uma solução única, mas sim diversas soluções simultâneas;
- a diversidade genética onde, a cada passo do processo de busca, um conjunto de soluções candidatas é considerado e vários elementos são envolvidos ao mesmo tempo na geração de novas soluções candidatas;

- um AG é um método de busca aleatória e funciona, em geral, de forma mais satisfatória que heurísticas comuns quando se está de posse de poucas informações a respeito do espaço de busca.

#### 4.1.5 Algoritmo Genético Propriamente Dito

O Algoritmo Genético está baseado no processo de evolução da natureza, estudado por Darwin (1809-1882). Segundo ele, a evolução, e posterior sobrevivência das espécies, está interligada à seleção natural das mesmas.

Essa evolução é dada por meio de cromossomos onde estão armazenadas as características de cada indivíduo, ou seja, de cada solução. Pela seleção natural, cada cromossomo, que possui uma estrutura que se adapta melhor ao meio ambiente, é obtido, mais freqüentemente, através de cruzamentos e através destes é que a evolução se processa.

Pelas combinações de material genético dos ancestrais, obtém-se novos cromossomos que, por meio de eventuais de mutações, podem vir a apresentar características diferentes de seus ancestrais, com um determinado aumento na capacidade de adaptação ao meio.

Pode-se explicar a existência da maioria dos seres vivos através de alguns processos de natureza estatística (seleção, cruzamento, e mutação) que agem sobre uma determinada população.

Para que possa haver uma comparação entre a Genética (da área biológica) e os Algoritmos Genéticos (da área de Programação Matemática), deve-se levar em consideração alguns aspectos importantes que são fundamentais nessas comparações:

- a) estrutura do cromossomo;
- b) avaliação do *fitness*;
- c) processo de seleção natural;
- d) reprodução;
- e) mutação.

No quadro 4.1.1 abaixo, são relacionados por MIRANDA, 2001, alguns termos que são empregados na biologia e seus respectivos correspondentes no estudo dos Algoritmos Genéticos.

**TABELA 4.1.1 - ANALOGIA ENTE OS TERMOS EMPREGADOS NA BIOLOGIA E OS CORRESPONDENTES TERMOS USADOS NOS AG's**

TERMOS NA BIOLOGIA	TERMOS NOS AG's
Cromossomo (genótipo)	Cadeia de bits que representa uma solução possível para o problema
População	Conjunto de pontos (indivíduos) no espaço de busca
Gene	Representação de cada parâmetro de acordo com o alfabeto utilizado (binário, inteiro ou real)
Geração	Iteração completa dos AG's que gera uma nova população
Fenótipo	Solução, ponto, indivíduo (valor da função para um dado indivíduo)

#### 4.1.6 O Algoritmo Genético para o problema das p-medias

##### a) Inicialização de um Algoritmo Genético

Gera-se uma lista aleatória, com  $R$  indivíduos, sendo  $R = (r_1, r_2, \dots, r_m)$ , contendo  $m$  cromossomos viáveis (aqueles que não apresentam nenhum vértice repetido) de  $p$  elementos cada, que deverão ser obtidos aleatoriamente ou através de algum processo heurístico, entre os vértices do grafo  $G(V, A)$ , onde  $V$  é o conjunto de vértices e  $A$ , o conjunto de arestas. Cada um dos  $m$  cromossomos será um subconjunto de  $V$  contendo  $p$  elementos.

##### b) Avaliação do *Fitness* (Adaptação) ou Cálculo da aptidão

A avaliação de cada um dos cromossomos chama-se *fitness* e se refere a capacidade de adaptação do mesmo ao meio ambiente. Pode-se dizer que quanto melhor for o valor fornecido pela função objetivo, maiores serão as chances do indivíduo sobreviver, reproduzir-se e gerar descendentes que contenham parte de seu material genético às gerações posteriores dentro do ambiente em que está inserido.

Nessa fase, ocorre a ordenação dos indivíduos conforme o valor de seu *fitness*. Essa ordenação é dada do melhor (menor) para o pior (maior) *fitness*.

### c) Seleção

Depois de feita a geração da população inicial, emprega-se uma função de seleção; nessa, os indivíduos com o melhor *fitness*, ou seja com uma melhor adaptação (melhor função objetivo), têm uma maior chance de serem selecionados para o cruzamento. Assim sendo, quando os indivíduos de uma população têm uma maior adaptação do que os de geração anterior, maiores serão as suas chances de participarem do processo que desencadeará a formação das populações seguintes.

Seja a população com  $m$  cromossomos em ordem decrescente. Se o *fitness* for de minimização tem-se que  $C_1 \leq C_2 \leq C_3 \leq \dots \leq C_m$ , onde  $C_1$  possui o menor valor e  $C_m$  o maior valor. Quando se escolhem cromossomos para se realizar o cruzamento, deve-se considerar uma distribuição de probabilidade inversamente proporcional ao índice dos cromossomos na população, ou seja quanto menor for o índice do cromossomo, maior será a probabilidade dele ser escolhido.

Neste trabalho, a função de seleção adotada foi a proposta por Mayerle, 1994 é apresentada a seguir.

Sendo:

$R =$  conjunto dos  $m$  cromossomos  $= (r_1, r_2, \dots, r_m)$ ;

$Rnd \in [0,1)$ , um número aleatório uniformemente distribuído.

$\lceil b \rceil =$  menor inteiro maior que  $b$ .

$$\text{Select}(R) = \left\{ r_j \in R / j = m + 1 - \left\lceil -1 + \frac{\sqrt{1 + 4Rnd(m^2 + m)}}{2} \right\rceil \right\}$$

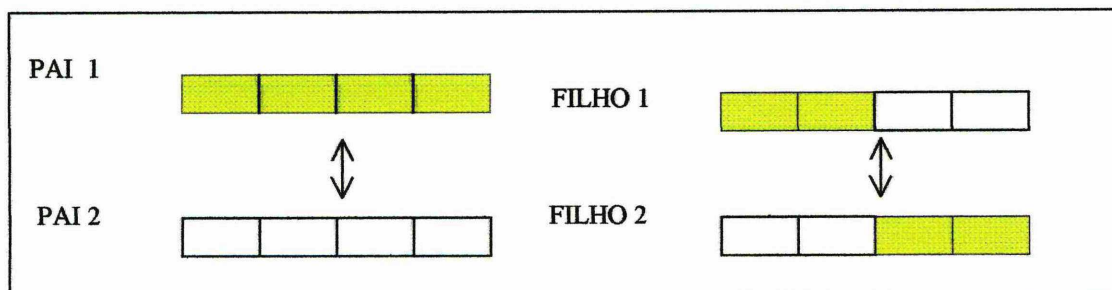
### d) Operadores Genéticos

Os indivíduos que foram selecionados poderão passar pelos seguintes operadores genéticos dos AG's: a reprodução, o cruzamento e a mutação, que são discutidos na seqüência.

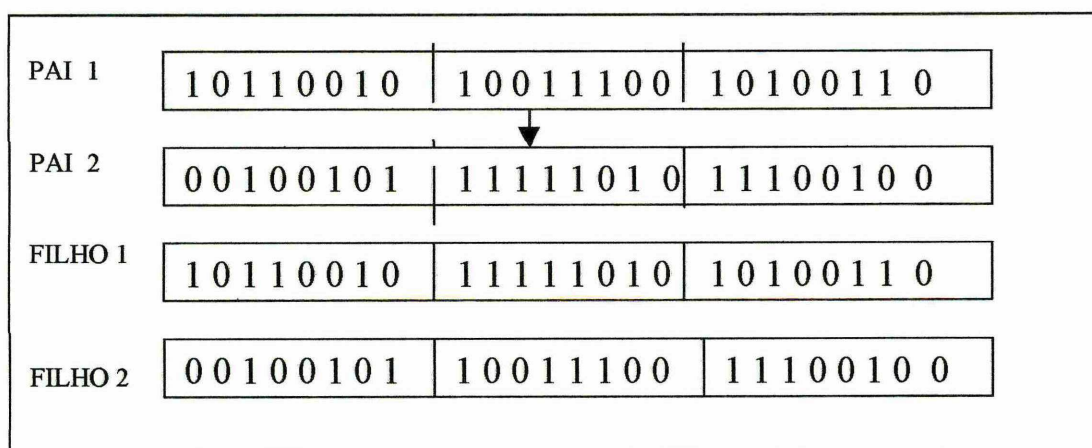
d.1) Reprodução: esse processo consiste em apenas copiar, integralmente, um indivíduo selecionado para fazer parte da nova geração;

d.2) Cruzamento: um novo cromossomo é gerado permutando-se as partes de um cromossomo (Pai 1) com as partes de outro (Pai 2), como verificado nas figuras 4.1.1, 4.1.2 e 4.1.3, dentre muitas outras possibilidades existentes.

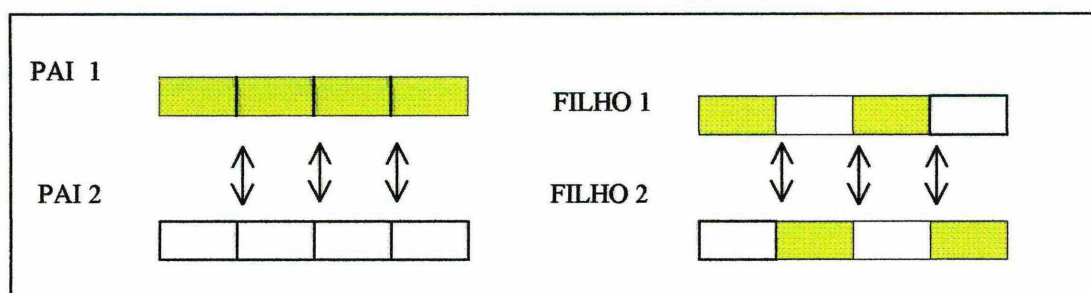
**FIGURA 4.1.1 - EXEMPLO DE CRUZAMENTO COM 1-PARTIÇÃO**



**FIGURA 4.1.2 - EXEMPLO DE CRUZAMENTO COM 2-PARTIÇÕES**



**FIGURA 4.1.3 - EXEMPLO DE CRUZAMENTO COM 3-PARTIÇÕES**



Ao se fazer o cruzamento, se um cromossomo não viável for criado, deve-se fazer o processo de mutação ou fazer uma nova seleção de pais.

#### d.3) Processo de mutação

Utiliza-se o processo de mutação quando se substitui os elementos repetidos por outros sorteados entre os elementos não pertencentes ao cromossomo considerado.

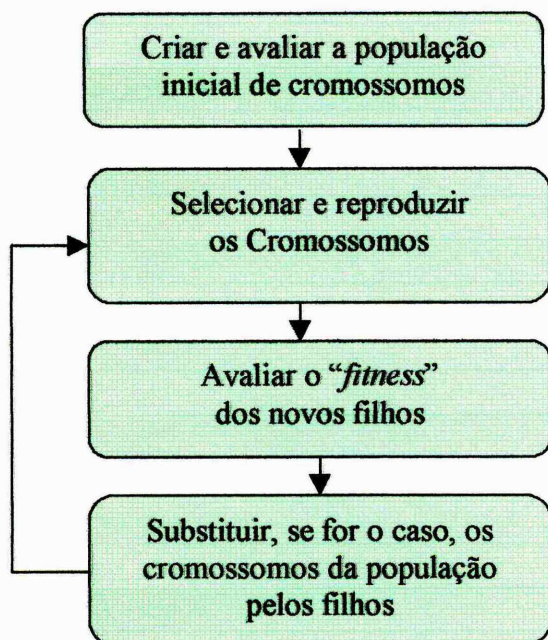
A cada seleção e aplicação dos operadores genéticos (seleção, *crossover*, mutação), pode-se obter novas gerações, que devem ser constantemente avaliadas, através de seus *fitness*, estendendo-se as buscas até que uma solução satisfatória seja encontrada ou seja até que se tenha chegado a um dos critérios de parada que está descrito no parágrafo seguinte.

A análise da continuidade do processo será efetuada mediante os dados obtidos a partir da avaliação do grau de aptidão da população. O algoritmo termina quando converge, ou seja, atinge um critério de término que pode ser de duas maneiras; a primeira, quando se chega a um limite superior do número de gerações dado por  $k \geq k_{\max}$ , onde  $k$  = número de gerações já obtidas e  $k_{\max}$  é o máximo número de gerações (dado fornecido no início do problema); o segundo, quando se tem um indivíduo com um grau de *fitness* satisfatório para o problema, ou seja, quando se tem um grau de adaptação aceitável para a população  $(C_m - C_1) \leq \varepsilon$ , onde  $\varepsilon$  é uma diferença entre o melhor e o pior *fitness*, também definido no início do problema.

Pode ainda ocorrer um caso particular de término, onde não existe uma convergência para a solução ideal, mas sim uma estagnação no processo, o que acontece quando, após várias gerações consecutivas, não se observa uma melhoria da população.

A seqüência para a aplicação do AG, descrita anteriormente, está apresentada no fluxograma 4.1.

Fluxograma 4.1 – Esquema básico dos AG's



#### 4.1.7 Outros Tipos de Algoritmo Genético

As descrições feitas até então, referiram-se aos algoritmos genéticos simples; no entanto, existem outros tipos de algoritmos desenvolvidos baseados em problemas específicos. Na seqüência, são mencionados alguns desses algoritmos, que são citados por MIRANDA, 2001:

-GENITOR e WHITTEY, 1988, apresentam um algoritmo onde os melhores pontos encontrados são conservados na população; esse procedimento denomina-se elitismo. Tal procedimento efetua a uma busca mais agressiva que é, muitas vezes, bastante efetiva, porém, pode ocorrer uma convergência prematura para pontos de mínimo local. Cada indivíduo selecionado e cruzado com seu parceiro, é inserido, substituindo o pior indivíduo pertencente à população anterior. O *fitness* é obtido de acordo com um "*ranking*", ou seja, de acordo com a aptidão de cada indivíduo, dado por valores discretos;

-CHC (*Cross Generational elitist selection, heterogeneous recombination and Cataclysmic mutation*): algoritmo que seleciona os melhores indivíduos da população atual; o cruzamento é feito aleatoriamente e, após isso, os n melhores indivíduos são coletados, levando-se com consideração a população atual e a população gerada após os cruzamentos. Os indivíduos duplicados são removidos. Nesse algoritmo, utiliza-se, normalmente, população pequena, com 50 indivíduos aproximadamente. O ponto de *crossover* está sempre localizado na metade do cromossomo. A não convergência prematura para mínimos locais, é prevenida através da utilização de uma alta taxa de mutação, sempre preservando o melhor indivíduo da população. Depois da primeira seleção, que é aleatória, o *crossover* é feito diretamente nas populações subseqüentes;

-Algoritmos Híbridos: os AG's podem ser usados em algoritmos híbridos, como um ponto de partida inicial para outros métodos de otimização tradicionais, tais como, "*Simulated Annealing*" e Busca Tabu. Muitos autores não consideram os AG's como melhor opção para problemas que envolvem otimizações específicas, sendo que através dessa "hibridização" de técnicas de otimização aos AG's, é introduzida uma espécie de aprendizagem no AG, tornando-o mais eficiente.

## CAPÍTULO V

### 5 MÉTODOS UTILIZADOS PARA RESOLUÇÃO DO PROBLEMA DE LOCALIZAÇÃO DE ESCOLAS

Conforme já mencionado, este trabalho objetiva apresentar um estudo referente à localização ideal das escolas do Ensino Fundamental no Município de Coronel Vivida, levando-se em consideração a distância total percorrida pelos alunos para chegarem até os colégios que freqüentam.

Utilizando algumas técnicas matemáticas de otimização, pôde-se chegar à conclusão de que determinadas escolas devem ser fechadas, reativadas, ampliadas ou, ainda, pode ser sugerida a criação de novas escolas, sempre levando em consideração as melhores localizações das mesmas e, com isso, diminuindo as distâncias totais percorridas pelos alunos para se deslocarem às instituições de ensino.

Os dados utilizados neste trabalho, bem como a documentação que serviu de apoio, foram obtidos junto à Prefeitura Municipal de Coronel Vivida, e constou:

- do mapa da cidade, contendo todas as localizações de escolas ativadas e desativadas em todo o Município, e as localizações dos alunos;
- de tabelas contendo o número de matrículas possíveis por série em cada escola;
- dos roteiros feitos pelos motoristas para buscarem os alunos nas comunidades e os levam até as escolas.

A área de estudo compreendeu toda a cidade de Coronel Vivida e utilizou-se para o desenvolvimento do mesmo, três métodos: o primeiro, aplica o Algoritmo Genético na obtenção dos locais onde devem funcionar as escolas (o mesmo já foi detalhado no capítulo IV). O segundo, aplicou o Algoritmo de Gillett e Johnson, designando os alunos que devem freqüentar cada escola, considerando-se a proximidade da mesma até a sua residência. E finalmente, o terceiro, calcula as distâncias euclidianas entre as escolas e os pontos onde os alunos são apanhados, para que se possa verificar a distância percorrida pelos alunos.

## 5.1 O ALGORITMO DE GILLET E JOHNSON

Esse método visa solucionar o problema de “*clusterização*” dos pontos, ou seja, no problema em questão, ele agrupará as escolas que não foram escolhidas pelo algoritmo genético (p-medianas) para as que foram escolhidas.

### 5.1.1 DESCRIÇÃO DO ALGORITMO PARA A DETERMINAÇÃO DOS CLUSTERS (AGRUPAMENTOS)

Dada a matriz de distâncias entre todas as localidades, onde existiam ou existem algumas das 68 escolas, realizam-se os seguintes passos:

#### Passo 1:

Calcula-se a distância entre cada nó ainda não designado, ou seja, os pontos que não foram escolhidos pelo algoritmo genético para mediana, até cada nó mediana;

#### Passo 2:

Para cada nó  $i$  (não designado) do passo anterior, obtém-se  $t'(i)$  como sendo o local mais próximo a  $i$  e  $t''(i)$  como sendo o segundo local mais próximo de  $i$ , com distâncias iguais a  $c'(i)$  e  $c''(i)$ ;

#### Passo 3:

Para todos os nós  $i$ , dos passos anteriores, calcula-se a razão (ou a diferença, [CORRÊA,2000]) :  $r(i) = \frac{c(i, t'(i))}{c(i, t''(i))}$  ou  $r(i) = c(i, t'(i)) - c(i, t''(i))$ ;

#### Passo 4:

Coloca-se em ordem crescente (no caso das razões) e decrescente (no caso das diferenças) os valores de  $r(i)$  para fazer-se as designações;

#### Passo 5

Com os dados do passo anterior, designar os nós  $i$  para os locais mais próximos, até que a capacidade da escola esteja esgotada. Quando isso acontecer e ainda existirem nós a serem designados, volta-se ao passo 1, até que todos os alunos estejam designados.

Por tratar-se de um problema de p-medianas capacitado, adotou-se, para as escolas que não estão em funcionamento (desativadas pela Prefeitura), uma capacidade de 80 vagas, pois a grande maioria das escolas são compostas de apenas uma sala de aula que comportaria, por turno, 40 alunos. Optou-se por trabalhar na escola em apenas 2 turnos (manhã e tarde), visto que a grande maioria dos alunos tem idade variando entre 6 a 15 anos, não sendo possível que eles estudassem à noite.

Nas escolas que estão em funcionamento e que, conseqüentemente são maiores e bem diferenciadas quanto a espaço físico, considerou-se a capacidade real da escola, dado que foi fornecido pela Prefeitura Municipal.

## 5.2 APLICAÇÃO DOS ALGORITMOS ESTUDADOS AO PROBLEMA

Os problemas de localização de facilidades são estudados pela teoria dos grafos. Assim sendo, todo o Município foi considerado como um único grafo, obtendo a localização das residências dos alunos nas comunidades, considerando que eles seriam apanhados nas escolas da comunidade para, então, serem transportados para as outras escolas. Essa opção deu-se pela impossibilidade de localizar as residências de cada um dos alunos, pois os dados fornecidos pela prefeitura não continham essas informações.

No entanto fez-se necessário saber o número de alunos que freqüentam as escolas pois, os mesmos foram considerados como um peso do vértice correspondente.

No problema foram considerados 68 vértices (comunidades). Partindo-se do mapa do Município, tomou-se os 68 vértices e de posse de suas coordenadas, utilizou-se o programa *Microsoft Excel*, para calcular as distância euclidiana entre eles.

Não houve a correção dessas distâncias, devido às dificuldades geográficas das regiões em estudo, como a presença de rios e relevo acidentado, dentre outros.

De posse dos dados convertidos em vértices, das distâncias entre esses vértices e dos pesos de cada um deles, buscou-se encontrar, através da Meta-Heurística Algoritmo Genético, os melhores pontos de localização das escolas, considerando a diminuição das as distâncias percorridas pelos alunos.

Ao selecionar dentre 68 escolas, as 20 que mais se adequassem ao problema, o objetivo principal foi de comparar essa solução otimizada com a situação atual adotada pela Prefeitura Municipal. Além disso, fez-se também algumas análises de situações variadas que envolvessem a desativação de escolas, com a conseqüente redistribuição de alunos.

O Algoritmo Genético em questão e o Algoritmo de Gillett e Johnson foram programados em Visual Basic e executados em um micro computador Pentium 233 MHz com 16,0MB RAM.

Na figura 5.1 apresenta-se a situação atual (repassada pela Prefeitura) de como está sendo feito o transporte escolar e a distribuição dos alunos para as escolas, dentro do Município de Coronel Vivida.

Visualiza-se através do mapa, que a maioria das comunidades rurais onde existem alunos, são atendidas pelas escolas da cidade; as demais comunidades são atendidas pelas escolas localizadas em: Vista Alegre, Rio Quietto, Palmeirinha, Santa Lúcia, Caçador e Abundância, ocorrendo, assim, a maior centralização de alunos nas escolas da cidade e em escolas de maior porte nas comunidades acima citadas.

Essa centralização faz com que muitos alunos tenham que percorrer um longo caminho para chegarem à escola passando conseqüentemente, uma grande parte do seu tempo dentro de um ônibus.

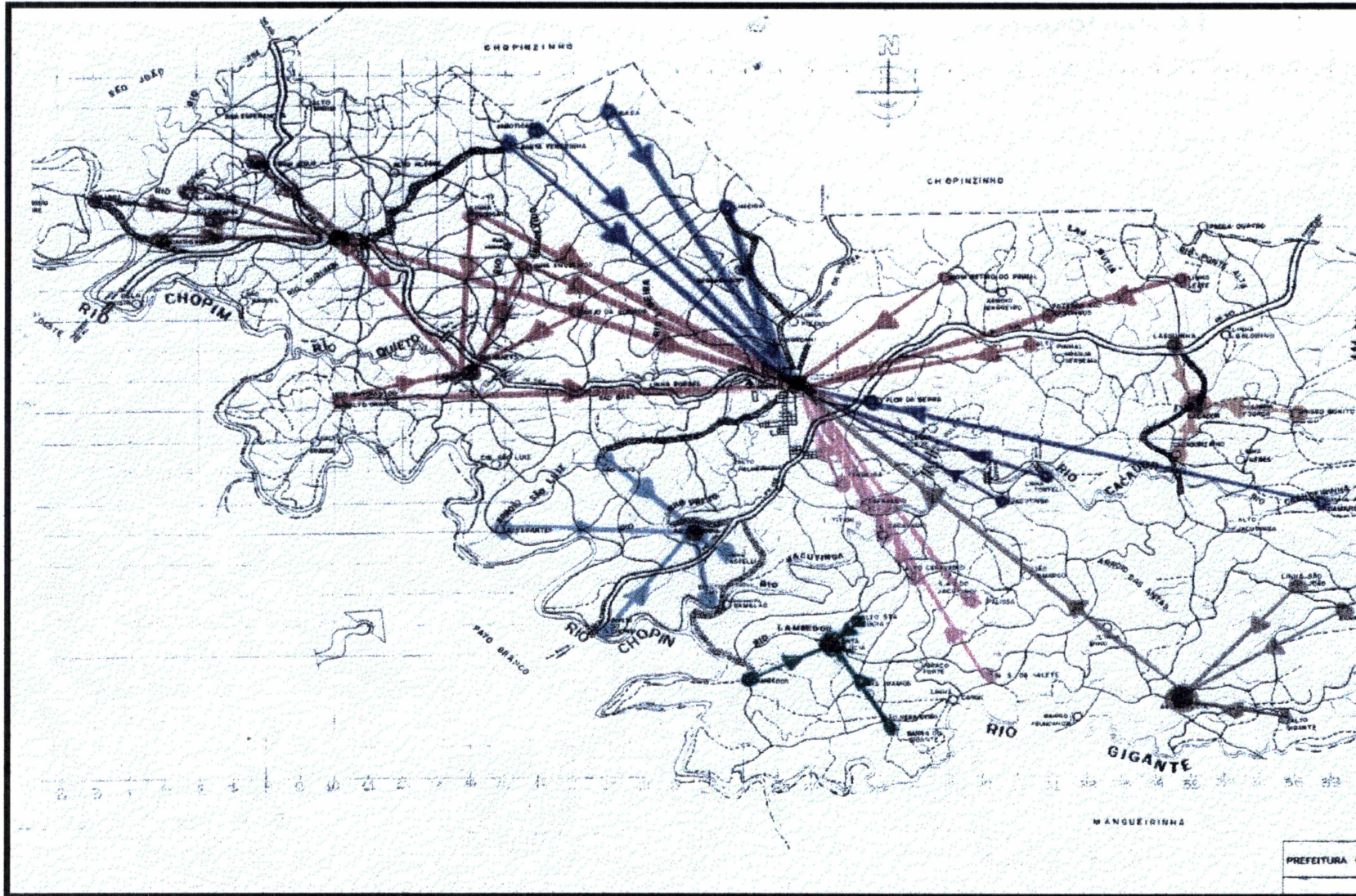
No mapa da figura 5.1, estão indicadas por setas as designações feita aos alunos, a partir de suas comunidades, para chegarem às escolas. E não estão indicadas as quantidades de veículos que fazem esse trajeto e nem as rotas que são por eles percorridas.

No quadro 5.1 estão relacionadas as 20 medianas que estão em funcionamento, escolhidas pela Prefeitura Municipal para estarem ativadas e também os vértices designados a elas, observando-se que estão sendo considerados apenas os 1.904 alunos que utilizam o transporte escolar.

**QUADRO 5.1 – FORMAÇÃO DOS 20 CLUSTERS.**

VÉRTICE MEDIANA	CLUSTER	LOCALIDADE ONDE ESTÁ O INSERIDO O CLUSTER	VÉRTICES QUE IRÃO PARA AS MEDIANAS							TOTAL DE ALUNOS
01	07	Abundância	03	07						52
02	07	Abundância	13	49						11
03	19	BNH	05	12						69
04	19	BNH	09	55						42
05	22	Caçador	22	23	43	47	53			78
06	26	Cidade	11	18	31	40	64			141
07	26	Cidade	10	35	38	58	66			127
08	26	Cidade	02	25	39	44	50	65		188
09	26	Cidade	07	26	30					45
10	26	Cidade	32	45	46					105
11	26	Cidade	28	33	34					74
12	26	Cidade	06	12	29	41				270
13	26	Cidade	04	26						5
14	26	Cidade	48	52	57					41
15	52	Palmeirinha	27	36	42	51	52	54	61	161
16	56	Rio Quietto	10	35	38	40	56	68		208
17	57	Santa Lucia	15	24	57	63				85
18	57	Santa Lucia	03	08	21					47
19	60	São Cristovão	14	31	60					43
20	68	Vista Alegre	01	16	20	37	42	59	68	112
<b>TOTAL</b>										1904

FIGURA 5.1 SITUAÇÃO ATUAL DO TRANSPORTE E LOCALIZAÇÃO DE ESCOLAS ATIVAS E DESATIVADAS DO MUNICÍPIO DE CORONEL VIVIDA



## CAPÍTULO VI

### 6 IMPLEMENTAÇÃO DO ALGORITMO GENÉTICO AO PROBLEMA REAL

O número de soluções possíveis de um problema de p-medianas pode ser calculado por várias combinações; dentre as diversas alternativas existentes, aplicou-se ao problema em estudo uma combinação de 68 escolas (anexo1) tomadas 20 a 20, onde 20 é o número de escolas municipais necessárias para atender a demanda de alunos do Município e 68 é o total de escolas em todo o Município, disponíveis pela prefeitura, o que daria 82.115.378.669.464.140 combinações alternativas a serem pesquisadas.

O Algoritmo Genético trabalha com regras probabilísticas; com populações de tamanho fixo ou variável; implementando modificações quando necessárias.

Por se tratar de um AG baseado em probabilidades, foram efetuadas 5 simulações para cada situação considerando-se 20, 14, 12 e 10 medianas. É apresentado um exemplo de aplicação do Algoritmo genético no anexo 2. O estudo destas diferentes situações visaram apresentar diversas soluções para o problema de localização de escolas do ensino fundamental no Município de Coronel Vivida, objetivando encontrar uma solução ideal para o problema apresentado e com esse intuito, estruturou-se as simulações, da forma apresentada a seguir, as quais estão em ordem crescente de valor de transmissão.

Na primeira, procurou-se determinar 20 medianas, ou seja, os 20 melhores locais para funcionarem escolas que atendessem os alunos do ensino fundamental e médio de todo o Município dentre os 68 vértices, que é a quantidade de localidades existentes em toda a área em estudo. Foram escolhidos 20 pontos, pois no momento, conforme mencionado, este é o número de escolas que atende a uma demanda de 6.550 alunos, segundo estatísticas do IBGE no ano de 2000. O resultado é apresentado no quadro 6.1, e pode ser visualizado pela figura 6.1. Nessa simulação, foram considerados alunos que freqüentam as escolas estaduais, particulares e municipais.

Como este trabalho trata apenas de alunos que utilizam o transporte escolar, tinha-se o problema das escolas do centro da cidade, que além de receberem alunos da

comunidade rural, também recebiam alunos da comunidade urbana, logo a capacidade das mesmas foram consideradas apenas para matricular alunos vindos de outras regiões, ou seja, foi diminuído o número de alunos matriculados que são da cidade e o restante das vagas foram consideradas para os alunos que vinham da zona rural.

Para as demais simulações, citadas a seguir, que foram feitas como um complemento do trabalho, visto que o objetivo principal era trabalhar com as 20 escolas, foram retirados os alunos do ensino médio e trabalhou-se apenas com os de 1ª a 8ª séries, pois neste caso a estrutura da escola poderá ser diferenciada de uma escola que receba alunos do ensino médio.

Assim sendo, na segunda simulação foram obtidas 14 medianas e considerado o número de alunos que freqüentam as escolas de ensino fundamental, de 1ª a 8ª séries nas escolas municipais e estaduais; essa variação, e as demais que seguem, foram feitas com o objetivo de verificar se, ao diminuir o número escolas, seriam contemplados os alunos, do ensino fundamental, pois existe um grande número de vagas ociosas em escolas que atendem esses alunos em todo o município. O resultado é apresentado no quadro 6.2, e ilustrado pela figura 6.2.

Na terceira e quarta simulações, foi diminuído o número de medianas para 12, 10 visto que, pela tabela 2.5.1, ainda restam vagas nas escolas; as mesmas estão apresentadas nos quadros 6.3 e 6.4 e ilustrado pelas figuras 6.3 e 6.4.

Na quinta, sexta e sétima simulações foram obtidas as melhores localizações de escolas de pré e 1ª a 4ª série para atender aos 2830 alunos e por isso, foram obtidos 14, 12 e 10 medianas, sendo que os resultados estão nos quadros 6.5, 6.6 e 6.7, respectivamente e ilustrados pelas figuras 6.5, 6.6 e 6.7 respectivamente.

## 6.1 RESULTADOS ENCONTRADOS PARA AS SIMULAÇÕES REFERENTES AO PROBLEMA DE LOCALIZAÇÃO DAS P-MEDIANAS

O quadro 6.1, a seguir, conforme já mencionado, apresenta a primeira simulação utilizando o Algoritmo Genético, que busca as 20 medianas, dentre os 68 vértices; essas medianas estão representando as 20 escolas que estão melhor localizadas dentre os 68 locais existentes em todo o município, considerando a proveniência dos alunos;

sejam eles de escolas particulares, estaduais e municipais do ensino fundamental e médio do Município de Coronel Vivida.

Com isso, pôde-se fazer a comparação com as medianas adotadas pela prefeitura, deste modo cumprindo com o objetivo proposto neste estudo.

**QUADRO 6.1 – RESULTADOS NUMÉRICOS DAS 5 SIMULAÇÕES PARA O PROBLEMA DAS 20 MEDIANAS UTILIZANDO O ALGORITMO GENÉTICO**

SIMULAÇÃO	ITERAÇÕES	DISTÂNCIAS PERCORRIDAS (Km)	TEMPO(s)
01	1000	160	5.727
02	1000	152	6.588
03	1000	157	5.465
04	750	169	5.876
05	500	168	6.788

No quadro 6.2 estão relacionados os vértices escolhidos pelo AG, do quadro 6.1, os quais foram designados aos demais vértices pelo algoritmo de Gillett e Johnson, no anexo 3 é apresentado um exemplo do mesmo.

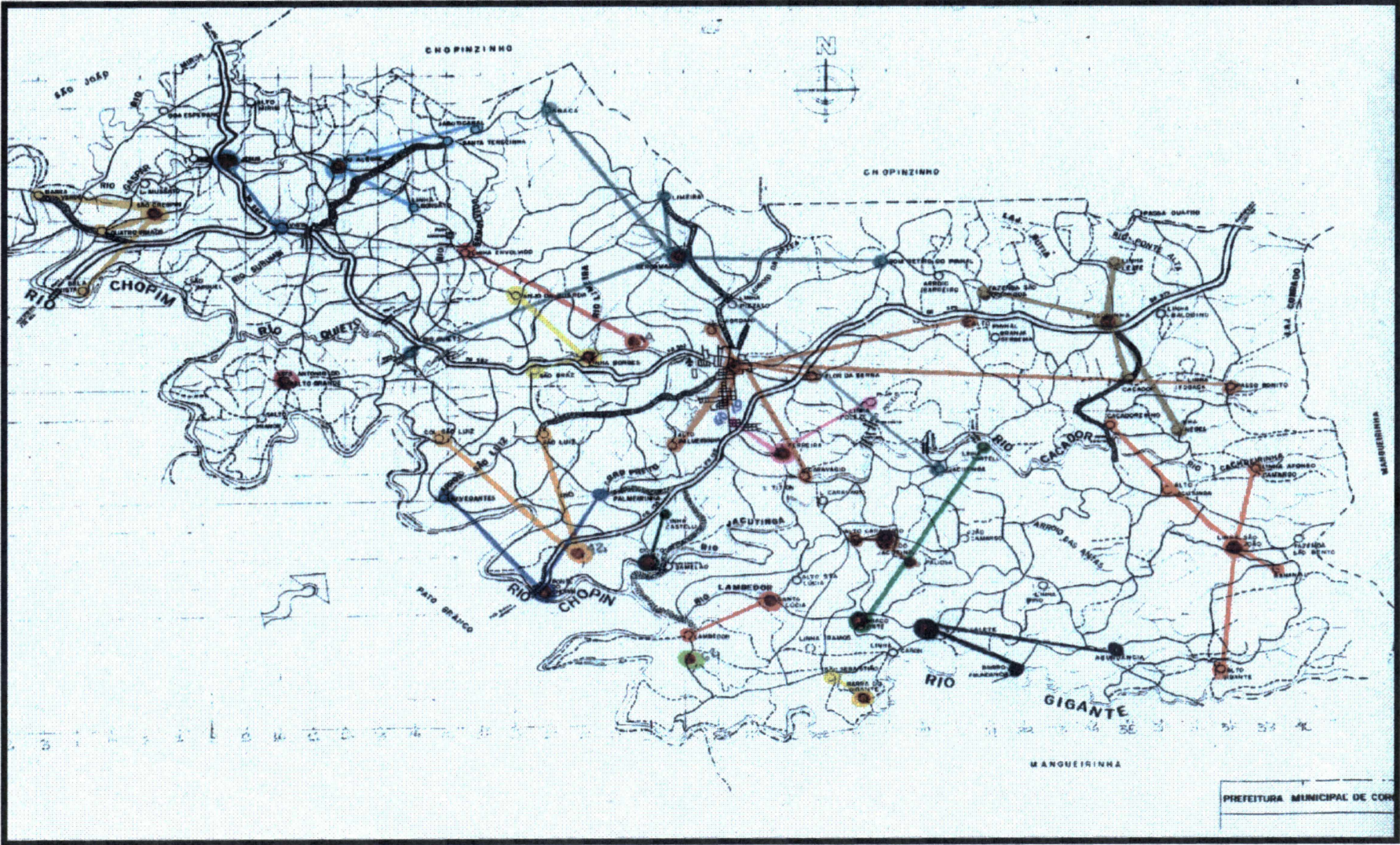
**QUADRO 6.2 – FORMAÇÃO DOS 20 CLUSTERS**

VÉRTICES MEDIANAS	CLUSTER	LOCALIDADE ONDE ESTÁ O INSERIDO O CLUSTER	VÉRTICES DESIGNADOS PARA AS MEDIANAS						TOTAL DE ALUNOS
01	09	Alto Alegre	09	31	35	64			65
02	14	Bandeirantes	14	38					38
03	15	Barra do Gigante	15	63					51
04	18	Bergamaski	11	12	18	32	48	56	344
05	20	Bom Jesus	20	68					62
06	21	Braço Forte	21	46					54
07	26	Centro da cidade	5	6	19	24	25	28	415
			30	40	53				
08	27	Cristo Rei	27	36	52				116
09	34	Linha Borges	10	34	58				95
10	39	Linha Ferreira	33	39	45	60			81
11	42	Linha Mussato	42	61					27
12	47	Lasquinha	22	29	41	47	55		63
13	49	Linha São João	3	4	13	23	49		62
14	50	Nossa Senhora da Salete	7	50					78
15	54	Ponte do Chopin	51	54					19
16	57	Santa Lucia	8	57	67				108
17	59	São Crespin	1	16	17	59			58
18	62	São Pedro	62						64
19	65	Santo Antonio do Jacutinga	2	44	65				74
20	66	Sto. A. do Salto Grande	66						30
<b>TOTAL</b>									<b>1904</b>

Comparando-se o quadro 5.1 e o quadro 6.2 percebe-se que a situação ideal (otimizada - Quadro 6.2) apresenta uma melhor distribuição dos alunos por todo o município, sendo que as escolas da cidade não receberiam tantos alunos, como na situação atual.

Com os alunos estudando perto de sua residência diminui-se as distâncias a serem percorridas pelos mesmos.

FIGURA 6.1 MELHOR LOCALIZAÇÃO PARA 20 ESCOLAS USANDO O ALGORITMO GENÉTICO E O ALGORITMO DE GILLET E JOHNSON ENVOLVENDO TODOS OS ALUNOS DO MUNICÍPIO EM ESTUDO



Nas simulações seguintes (2<sup>a</sup> a 7<sup>a</sup>), apresentadas abaixo, foram feitas tentativas no sentido de diminuir o número de iterações para verificar se haveria variações nos resultados; mas como o valor de transmissão foi alto, optou-se por trabalhar com todas as 1000 iterações, nas 5 simulações feita para cada caso.

**QUADRO 6.3 – RESULTADOS NUMÉRICOS DAS 5 SIMULAÇÕES PARA O PROBLEMA DAS 14 MEDIANAS UTILIZANDO O ALGORITMO GENÉTICO**

SIMULAÇÃO	ITERAÇÕES	DISTÂNCIAS PERCORRIDAS (km)	TEMPO (s)
01	1000	188	1.566
02	1000	179	1.857
03	1000	173	6.473
04	1000	179	2.082
05	1000	195	1.026

No quadro 6.4 são apresentados os vértices escolhidos pelo algoritmo de Gillett e Johnson, designados para as 14 medianas, que foram escolhidas pelo Algoritmo Genético.

**QUADRO 6.4 – FORMAÇÃO DOS 14 CLUSTERS**

VÉRTICES	CLUSTER	LOCALIDADE	VÉRTICES DESIGNADOS PARA AS MEDIANAS										TOTAL DE ALUNOS		
			1	16	17	37	59								
01	01	4 Irmãos	1	16	17	37	59								72
02	09	Alto Alegre	9	31	35	64									65
03	14	Bandeirante	10	14	34	58									95
04	15	Barra do Gigante	15	63											51
05	22	Caçador	22	23	43	53	55								107
06	26	Centro da cidade	05 06	12 18	19 20	24 25	27 28	30 38	39 40	48 56	61 65	66 68			862
07	32	Jacutinga	32	60											125
08	46	L. Torteli	45	46											23
09	47	Lasquinha	29	41	47										40
10	49	L. São João	3	4	7	13	33	49							77
11	50	N. S. da Salete	9	11	21	44	50								90
12	54	Ponte do Chopin	42	51	52	54									75
13	57	Santa Lucia	2	8	36	57									124
14	62	São Pedro	62	67											98
<b>TOTAL</b>													1904		



No quadro 6.5, apresenta-se a terceira simulação onde foram determinadas as 14 medianas nos vértices das escolas municipais. Considerou-se apenas alunos do ensino fundamental de 1ª a 4ª série do município em questão.

No quadro 6.6, estão os resultados da “clusterização” de Gillet e Johnson

**QUADRO 6.5 – RESULTADOS NUMÉRICOS DAS 5 SIMULAÇÕES PARA O PROBLEMA DAS 14 MEDIANAS UTILIZANDO O ALGORITMO GENÉTICO E APENAS ESCOLAS MUNICIPAIS**

SIMULAÇÃO	ITERAÇÕES	DISTÂNCIAS PERCORRIDAS (Km)	TEMPO (s)
01	1000	184	3.852
02	1000	163	3.475
03	1000	166	3.542
04	1000	178	3.896
05	1000	165	3.452

**QUADRO 6.6– FORMAÇÃO DOS 14 CLUSTERS PARA ESCOLAS MUNICIPAIS**

VERTICES MEDIANAS	CLUSTER	LOCALIDADE ONDE ESTÁ INSERIDO O CLUSTER	VÉRTICES DESIGNADOS PARA AS MEDIANAS					TOTAL DE ALUNOS
01	04	Alto Jacutinga	4	23				26
02	08	Águas do Lamedor	8	10	56	58	66	176
03	09	Alto Alegre	9	11	20	31	35	128
			38	48	64			
04	13	Bananal	3	7	13	49		38
05	15	Barra do Gigante	15	21	50	63		91
06	22	Caçador	22	29	41	46	47	66
07	27	Cristo Rei	5	27	30	36	60	96
08	40	Linha Giordani	12	14	18	19	24	154
			26	28	45			
09	42	Linha Mussato	34	37	42	51	52	122
			54	61				
10	43	Linha Neres	33	43				11
11	53	Passo Bonito	6	53	55			202
12	57	Santa Lucia	2	44	57	65	67	99
13	59	São Crespim	1	16	17	62		93
14	62	São Pedro	25	32	39			137
<b>TOTAL</b>								1439



No quadro 6.7, apresenta-se a quarta simulação buscando-se 12 medianas das 68 disponíveis, considerando-se apenas alunos do Ensino Fundamental pertencentes as escolas estaduais do referido município em questão.

No quadro 6.8, tem-se a formação dos 12 *clusters* que foram encontrados.

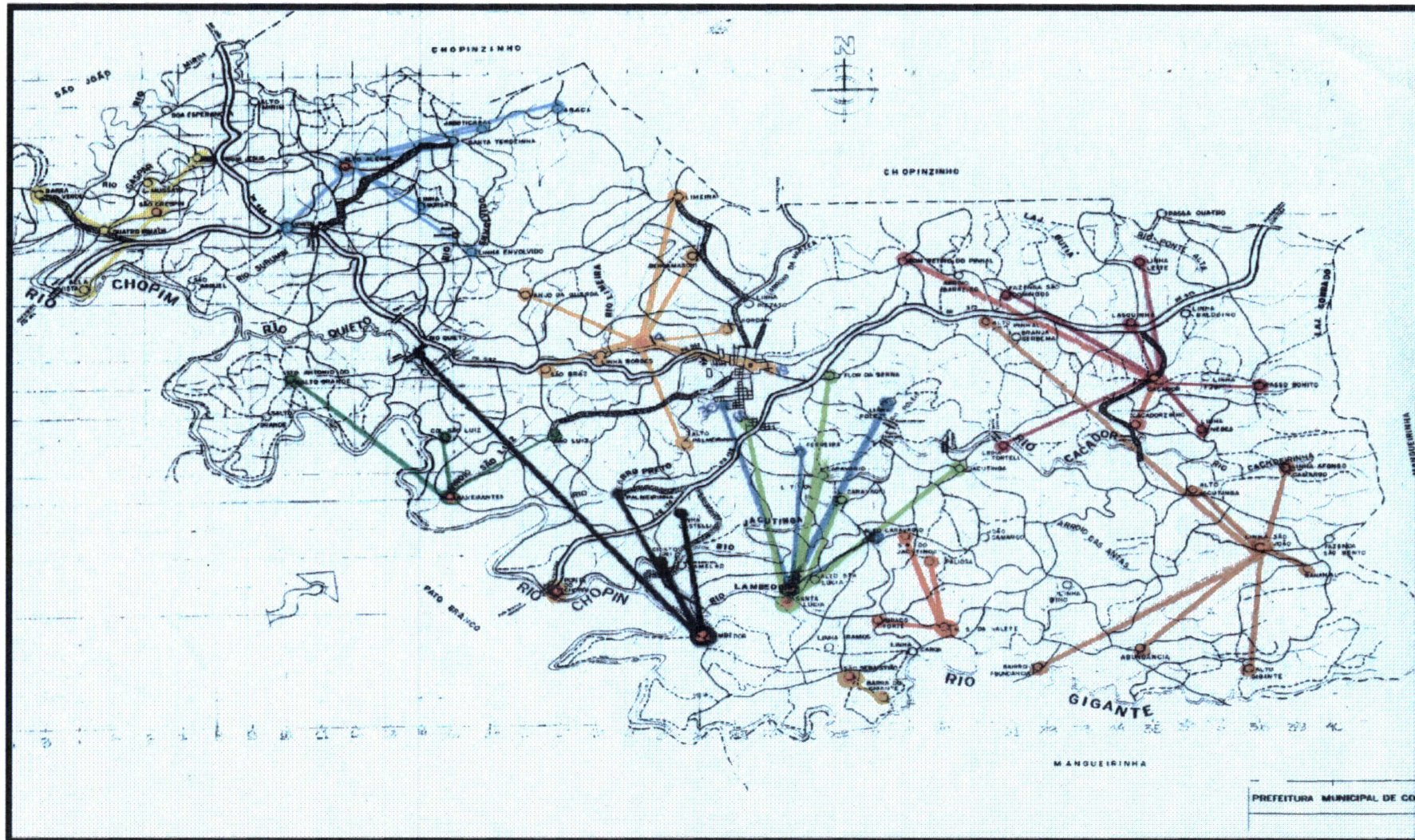
**QUADRO 6.7 – RESULTADOS NUMÉRICOS DAS 5 SIMULAÇÕES PARA O PROBLEMA DAS 12 MEDIANAS UTILIZANDO O ALGORITMO GENÉTICO**

SIMULAÇÃO	ITERAÇÕES	DISTÂNCIAS PERCORRIDAS (Km)	TEMPO (s)
01	1000	191	2.325
02	1000	187	2.224
03	1000	183	2.093
04	1000	197	2.623
05	1000	217	2.869

**QUADRO 6.8 – FORMAÇÃO DOS 12 CLUSTERS.**

VÉRTICES MEDIANAS	CLUSTER	LOCALIDADE ONDE ESTÁ INSERIDO O CLUSTER	VÉRTICES DESIGNADOS PARA AS MEDIANAS								TOTAL DE ALUNOS
			8	27	36	52	56				
01	08	Águas do Lamedor	8	27	36	52	56				266
02	09	Alto Alegre	9	11	35	38	68	31	64		154
03	14	Bandeirantes	5	10	14	18	19	26	34		238
04	22	Caçador	40	48	58						215
05	49	Linha São João	12	22	23	29	41	43	46		215
06	50	Nossa S. da Saete	47	53	55						257
07	51	Navegantes	3	4	6	7	13	33	49		110
08	28	Flor da Serra	21	44	50	65					85
09	57	Santa Lucia	51	54	61	66					65
10	59	São Crespim	28								217
11	63	São Sebastião	25	32	57	60					121
12	67	União do Gigante	01	16	17	20	37	42	59		65
<b>TOTAL</b>											1904

FIGURA 6.4 MELHORES LOCALIZAÇÕES PARA 12 ESCOLAS ENVOVENDO TODOS OS ALUNOS DO ENSINO FUNDAMENTAL DO MUNICÍPIO DE CORONEL VIVIDA.



No quadro 6.9, apresenta-se a quinta etapa onde, por simulações, buscando-se 12 medianas, em alguns dos vértices do problema, foram considerados apenas alunos do ensino fundamental de 1ª a 4ª série.

No quadro 6.10, apresenta-se os 12 *clusters* para as escolas municipais.

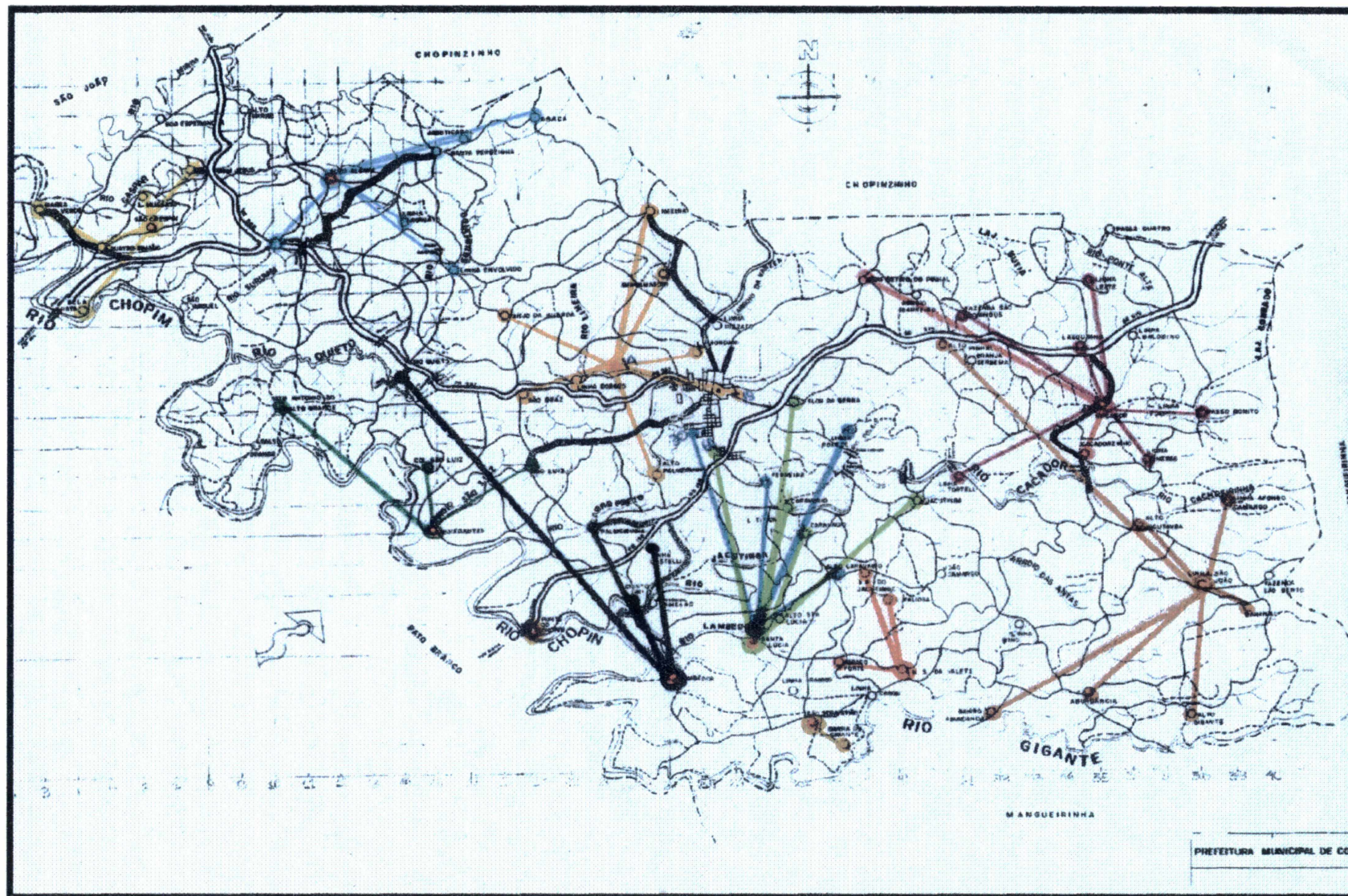
**QUADRO 6.9 – RESULTADOS NUMÉRICOS DAS 5 SIMULAÇÕES PARA O PROBLEMA DAS 12 AS MEDIANAS PARA ESCOLAS MUNICIPAIS**

SIMULAÇÃO	ITERAÇÕES	DISTÂNCIA PERCORRIDA (Km)	TEMPO (s)
01	1000	180	3.227
02	1000	181	5.867
03	1000	172	5.986
04	1000	184	4.804
05	1000	187	3.786

**QUADRO 6.10 – FORMAÇÃO DOS 12 CLUSTERS PARA AS ESCOLAS MUNICIPAIS**

VÉRTICES MEDIANAS	CLUSTER	LOCALIDADES ONDE ESTÃO INSERIDO OS CLUSTERS	VÉRTICES DESIGNADOS PARA AS MEDIANAS					TOTAL DE ALUNOS
01	07	Abundância	2 67	3	7	33	66	116
02	09	Alto Alegre	9 39	10 50	11 65	31 68	36	152
03	15	Barra do Gigante	15	21	45	64		65
04	27	Cristo Rei	27 61	29	30	37	44	107
05	40	Linha Giordani	14 28	18 40	19 46	24	26	126
06	43	Linha Neres	4 56	23	34	43	55	147
07	47	Lasquinha	12	22	42	48		75
08	49	Linha São João	6	13	32	49		194
09	51	Navegantes	35	51	60	63	66	120
10	54	Ponte do Chopin	5 54	25 57	41	52	53	168
11	59	São Crespim	1 59	16	17	20	38	78
12	62	São Pedro	8	58				91
<b>TOTAL</b>								<b>1439</b>

FIGURA 6.5 MELHORES LOCALIZAÇÕES PARA 12 ESCOLAS ENVOLVENDO ALUNOS DO ENSINO FUNDAMENTAL DE 1ª A 4ª SÉRIE DO ENSINO FUNDAMENTAL QUE UTILIZAM O TRANSPORTE ESCOLAR.



O quadro 6.11 apresenta a sexta etapa onde, por simulações, buscou-se 10 medianas em alguns dos vértices do problema; foram considerados alunos do ensino fundamental.

No quadro 6.12, os 10 *clusters* são apresentados.

**QUADRO 6.11 – RESULTADOS NUMÉRICOS DAS 5 SIMULAÇÕES PARA O PROBLEMA DAS 10 MEDIANAS PARA ESCOLAS DE CORONEL VIVIDA**

SIMULAÇÃO	ITERAÇÕES	DISTÂNCIA PERCORRIDA (Km)	TEMPO (s)
01	1000	219	6200
02	1000	222	1.714
03	1000	217	6.200
04	1000	218	5.332
05	1000	199	3.755

**QUADRO 6.12 – FORMAÇÃO DOS 10 CLUSTERS**

VÉRTICES MEDIANAS	CLUSTER	LOCALIDADES ONDE ESTÃO INSERIDOS OS CLUSTERS	VÉRTICES DESIGNADOS PARA AS MEDIANAS							TOTAL DE ALUNOS
01	07	Abundância	3	7						30
02	09	Alto Alegre	9 66	11 68	20	31	35	38	64	179
03	14	Bandeirantes	10	14	34	58				95
04	15	Barra do Gigante	8	15	21	50	57	63		195
05	26	Centro da Cidade	2 5 6 56	601 2 40 60	18 19 42 61	24 25 45 65	26 27 48 67	28 30 51	36 39 52	990
06	32	Jacutinga	32							82
07	47	Lasquinha	22 53	23 55	29	41	43	46	47	146
08	49	Linha São João	4	13	33	49				38
09	59	São Crespim	1	16	17	37	59			72
10	62	São Pedro	44	54	62					77
<b>TOTAL</b>										1904



O quadro 6.13 apresenta a sétima etapa das simulações buscando 10 medianas, em alguns vértices do problema, considerando apenas os alunos do ensino fundamental.

No quadro 6.14, apresenta-se à formação dos 10 *clusters*.

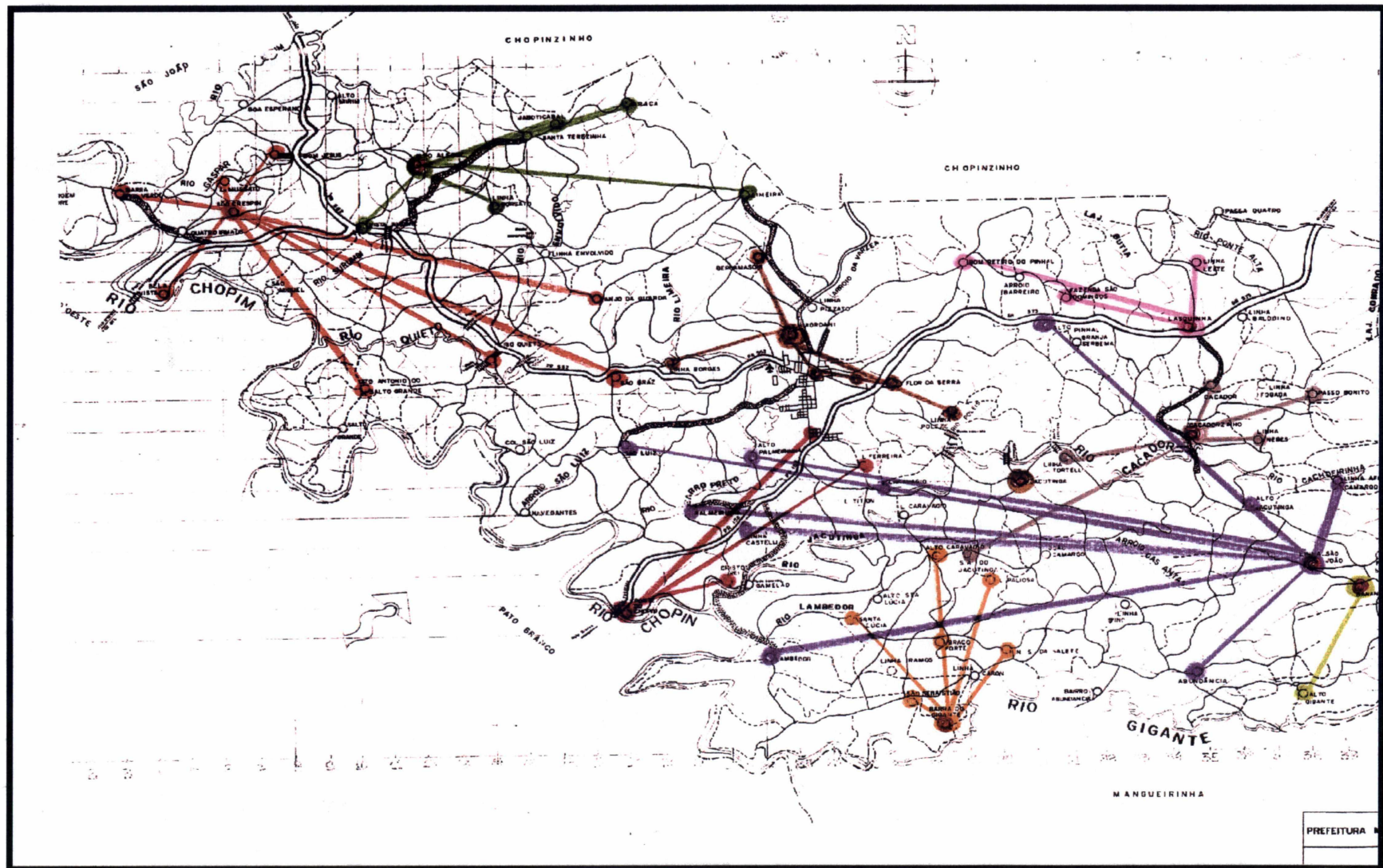
**QUADRO 6.13 – RESULTADOS NUMÉRICOS DAS 5 SIMULAÇÕES PARA O PROBLEMA DAS 10 MEDIANAS PARA ESCOLAS MUNICIPAIS**

SIMULAÇÃO	ITERAÇÕES	DISTÂNCIA PERCORRIDA (Km)	TEMPO (s)
01	1000	194	4.144
02	1000	184	5.353
03	1000	182	2.295
04	1000	200	3.887
05	1000	183	4.700

**QUADRO 6.14 – FORMAÇÃO DOS 10 CLUSTERS PARA AS ESCOLAS MUNICIPAIS**

VÉRTICES MEDIANAS	CLUSTER	LOCALIDADES ONDE ESTÃO INSERIDOS OS CLUSTERS	VÉRTICES DESIGNADOS PARA AS MEDIANAS							TOTAL DE ALUNOS
			9	11	31	35	38	48	64	
01	09	Alto Alegre	68							140
02	13	Bananal	3	13	62					77
03	15	Barra do Gigante	2	15	21	44	50	57	63	139
04	23	Caçadorzinho	22	23	43	46	53	65		116
05	32	Jacutinga	32							78
06	40	Linha Giordani	14 40	18 45	24	26	28	30	34	146
07	47	Lasquinha	12	29	41	47	55			88
08	49	Linha São João	4 36	5 52	6 61	7 67	8	25	33	351
09	54	Ponte do Chopin	27	39	51	54	60			101
10	59	São Crespim	1 56	10 58	16 59	17 66	20	37	42	203
<b>TOTAL</b>									1439	

**FIGURA 6. 7 - MELHORES LOCALIZAÇÕES PARA 10 ESCOLAS ENVOLVENDO ALUNOS DO ENSINO FUNDAMENTAL DE 1º A 4º SÉRIE DO MUNICÍPIO DE CORONEL VIVIDA.**



Cada uma das simulações apresentadas foi feita depois de escolhidas as p-medianas (pelo AG) e efetuadas as designações (por Gillet e Johnson) necessárias para saber para quais escolas seriam levados cada um dos alunos que estão nas comunidades.

O quadro 6.15 apresenta os resultados das seguintes distâncias euclidianas:

- a distância que o ônibus deve percorrer da garagem até o primeiro ponto onde embarcarão os primeiros alunos; bem como a distância percorrida na volta, ou seja, a distância da última casa do aluno até a garagem;
- a distância percorrida para fazer o trajeto do transporte escolar contemplando todos os pontos onde haja necessidade do mesmo (essas distâncias euclidianas em (km) foram calculadas fazendo um somatório entre todas as distâncias entre as comunidades onde haviam alunos a serem transportados até as suas respectivas escolas);
- e, finalmente, a distância diária total percorrida pelo ônibus para efetuar o percurso programado.

**QUADRO 6.15 – QUANTIDADE TOTAL DE KM RODADOS PARA O CLUSTER  
CONTENDO AS 20 ESCOLAS PARA A SITUAÇÃO IDEAL  
OTIMIZADA**

<b>CLUSTER</b>	<b>VÉRTICES MEDIANAS</b>	<b>DISTÂNCIA PERCORRIDA DO CLUSTER ATÉ A CIDADE (Km) (IDA E VOLTA)</b>	<b>DISTÂNCIA PERCORRIDA DENTRO DO CLUSTER (Km)</b>	<b>TOTAL DA DISTÂNCIA PERCORRIDA PELO ÔNIBUS (km)</b>
09	01	15	10,8	25,8
14	02	4	8	12
15	03	15,4	1,6	17
18	04	9,4	57	66,4
20	05	23	4	27
21	06	13	10	23
26	07	0	60,6	60,6
27	08	8	2,6	10,6
34	09	6	9,8	15,8
39	10	3	11,8	14,8
42	11	8	18	26
47	12	10,6	24	34,6
49	13	15	30	45
50	14	15	16	31
54	15	8	17	25,4
57	16	11,4	3,8	15,2
59	17	24	14	38

CLUSTER	VÉRTICES MEDIANAS	DISTÂNCIA PERCORRIDA DO CLUSTER ATÉ A CIDADE (Km) (IDA E VOLTA)	DISTÂNCIA PERCORRIDA DENTRO DO CLUSTER (Km)	TOTAL DA DISTÂNCIA PERCORRIDA PELO ÔNIBUS (km)
62	18	14,4	5	19,4
65	19	9,4	10	19,4
66	20	16,7	15,4	32,1
<b>TOTAL</b>		229,3	329,4	559,1

O quadro 6.16 apresenta de forma sintetizada a situação que é proposta pela prefeitura para o transporte escolar no ano de 2000.

**QUADRO 6.16 – QUANTIDADE TOTAL DE KM RODADOS PARA O CLUSTER CONTENDO AS 20 ESCOLAS PARA A SITUAÇÃO ATUAL.**

CLUSTER	VÉRTICES MEDIANAS	DISTÂNCIA PERCORRIDA DO CLUSTER ATÉ A CIDADE (Km) (IDA E VOLTA)	DISTÂNCIA PERCORRIDA DENTRO DO CLUSTER (Km)	TOTAL DA DISTÂNCIA PERCORRIDA PELO ÔNIBUS (km)
07	2 Escolas	23,5	26,9	50,4
19	2 Escolas	12,1	45,5	57,6
22	1 Escola	27,7	30	57,7
26	9 Escolas	50	196	246
52	1 Escola	19,7	46,4	66,1
56	1 Escola	18	13	31
57	2 Escolas	22,9	46	68,9
60	1 Escola	13	26,4	39,4
68	1 Escola	28,6	22,7	51,3
<b>TOTAL</b>	20 Escolas	215,5	452,9	668,4

O cálculo das distâncias totais percorridas pelos veículos escolares teve como base 20 escolas em funcionamento em todo município; essas foram consideradas independentemente do tamanho, tipo de rede e infra-estrutura.

**QUADRO 6.17 – DISTÂNCIAS CALCULADAS CONSIDERANDO-SE APENAS 14 ESCOLAS**

CLUSTER	VÉRTICES MEDIANAS	DISTÂNCIA PERCORRIDA DO CLUSTER ATÉ A CIDADE (Km) (IDA E VOLTA)	DISTÂNCIA PERCORRIDA DENTRO DO CLUSTER (Km)	TOTAL DA DISTÂNCIA PERCORRIDA PELO ÔNIBUS (km)
01	01	8,7	19,6	28,3
09	02	14,4	16,5	30,9
14	03	3,3	8,2	11,5
15	04	2,1	6,5	8,6

CLUSTER	VÉRTICES MEDIANAS	DISTÂNCIA PERCORRIDA DO CLUSTER ATÉ A CIDADE (Km) (IDA E VOLTA)	DISTÂNCIA PERCORRIDA DENTRO DO CLUSTER (Km)	TOTAL DA DISTÂNCIA PERCORRIDA PELO ÔNIBUS (km)
22	05	17,7	10,5	28,2
26	06	3	46,8	49,8
32	07	11,5	2,4	13,9
46	08	8,6	4,9	13,5
47	09	12,1	12,6	24,7
49	10	20,8	18,2	39
50	11	13,5	10	23,5
54	12	21,8	12,7	34,5
57	13	6,8	17,6	24,4
62	14	10,6	9,8	20,4
<b>TOTAL</b>		154,9	196,3	351,20

Neste estudo, foram escolhidas 14 medianas contemplando, assim, o número de escolas, da rede pública municipal, de Coronel Vivida.

**QUADRO 6. 18 – QUADRO COMPARATIVO ENTRE O NÚMERO DE ALUNOS QUE ESTÃO DESIGNADOS PARA CADA ESCOLA E A CAPACIDADE DAS MESMAS**

CLUSTER	VÉRTICES MEDIANAS	TOTAL DE ALUNOS DESIGNADOS PELOS ALGORITMOS PROPOSTOS	CAPACIDADE TOTAL DA ESCOLA	QUANTIDADE DE VAGAS OCIOSAS
09	01	65	80	15
14	02	38	80	42
15	03	51	80	29
18	04	344	440	96
20	05	62	80	18
21	06	54	80	26
26	07	415	1600	1185
27	08	116	80	-36
34	09	95	80	-15
39	10	81	80	-1
42	11	27	80	53
47	12	63	80	17
49	13	62	80	18
50	14	78	80	2
54	15	19	80	61
57	16	108	160	52
59	17	73	80	7
62	18	49	80	31
65	19	74	80	6
66	20	30	80	50
<b>TOTAL</b>		1904	3560	1656

O Quadro 6.18 mostra que mesmo que fosse feita uma redistribuição de alunos nas escolas, haveria uma sobra de vagas a ser ocupada por eles, com exceção das escalas grifadas em azul).

Para o estudo em pauta foram consideradas as capacidades das escolas, mas houve três exceções que foram os casos dos *clusters* 27, 34 e 39, que se fossem remanejados alunos para outros *clusters* esses alunos teriam que percorrer um trajeto maior devido as distâncias que separam as suas residências de suas escolas.

No quadro 6.19 é apresentado o resultado obtido após um novo agrupamento das escolas em torno de cada *cluster*, sendo que este não apresenta a situação ideal, mas trata de uma sugestão caso não haja condições de ampliar ou construir escolas novas no município.

**QUADRO 6.19 – FORMAÇÃO DOS 14 CLUSTERS PARA ESCOLAS MUNICIPAIS**

CLUSTER	VÉRTICES MEDIANAS	TOTAL DE ALUNOS DESIGNADOS	CAPACIDADE DA ESCOLA	QUANTIDADE DE VAGAS OCIOSAS
04	01	80	80	0
08	02	80	80	0
09	03	80	80	0
13	04	75	80	5
15	05	80	80	0
22	06	139	140	1
26	07	683	1600	917
40	08	77	80	3
42	09	80	80	0
43	10	80	80	0
53	11	80	80	0
57	12	200	200	0
59	13	73	80	7
62	14	80	80	0
<b>TOTAL</b>		1887	2820	933

Feito esse remanejamento de alunos, o percurso feito pelo ônibus aumentaria em, aproximadamente, 30 km: com isso, a quilometragem diária, para percorrer os 20 *clusters*, ficaria em torno de 590 km; distância essa, ainda abaixo do que é percorrido ano de 2000, pelo transporte escolar municipal, que é de aproximadamente 670 km.

Os quadros, 6.20 e 6.21 têm o objetivo de apresentar, a situação atual (proposta pela prefeitura) e a situação ideal (proposta por este trabalho), onde existem, em funcionamento, 20 escolas; sendo algumas estaduais, outras municipais e particulares.

Comparando as tabelas, percebe-se que há diferenças entre a situação ideal e a atual.

**QUADRO 6.20 – AS 20 ESCOLAS ESCOLHIDAS PELA PREFEITURA (SITUAÇÃO ATUAL)**

	<b>NOME DA ESCOLA</b>	<b>LOCALIDADE</b>	<b>TIPO</b>
1	Arnaldo Busato	Cidade	Estadual
2	Cel Lucio Dias	Rio Quietto	Municipal
3	Dr. Ulisses Guimarães	Cidade	Municipal
4	Duque de Caxias	Abundância	Estadual
5	José de Anchieta	Caçador	Municipal
6	Juventino Rufato	BNH	Municipal
7	Luiz Ferri	Palmeirinha	Municipal
8	Maria da Luz	Abundância	Municipal
9	Núcleo Santa Lucia	Santa Lucia	Estadual
10	Nova Visão	Cidade	Particular
11	Paulino Stédile	Cidade	Municipal
12	Pequeno Príncipe	Cidade	Municipal
13	Presidente Kennedy	Cidade	Municipal
14	Santa Lucia	Santa Lucia	Municipal
15	São Cristovão	São Cristovão	Municipal
16	Sete de Setembro	Cidade	Municipal
17	Tancredo Neves	BNH	Estadual
18	Tempo Feliz	Cidade	Particular
19	Tia Oda	Cidade	Particular
20	Tiradentes	Cidade	Municipal

A situação ideal proposta aqui para as 20 escolas em funcionamento, dar-se-á distribuindo-as da seguinte forma:

**QUADRO 6.21 – AS 20 ESCOLAS ESCOLHIDAS PELO TRABALHO (SITUAÇÃO IDEAL)**

	<b>NOME DA ESCOLA</b>	<b>LOCALIDADE</b>	<b>TIPO</b>
1	Alto Alegre	Alto Alegre	Municipal
2	Bandeirantes	Bandeirantes	Municipal
3	Barra do Gigante	Barra do Gigante	Municipal
4	Bergamaski	Bergamaski	Municipal
5	Bom Jesus	Bom Jesus	Municipal
6	Braço Forte	Braço Forte	Municipal
7	Cidade	Cidade	Municipal/Estadual/ Particular
8	Cristo Rei	Cristo Rei	Municipal
9	Linha Borges	Linha Borges	Municipal
10	Linha Ferreira	Linha Ferreira	Municipal

	<b>NOME DA ESCOLA</b>	<b>LOCALIDADE</b>	<b>TIPO</b>
11	Linha Mussato	Linha Mussato	Municipal
12	Lasquinha	Lasquinha	Municipal
13	Linha São João	Linha São João	Municipal
14	Nossa Senhora da Salete	Nossa Senhora da Salete	Municipal
15	Ponte do Chopin	Ponte do Chopin	Municipal
16	Santa Lucia	Santa Lucia	Municipal/Estadual
17	São Crespim	São Crespim	Municipal
18	São Pedro	São Pedro	Municipal
19	Santo Antônio do Jacutinga	Santo Antônio do Jacutinga	Municipal
20	Santo Antônio do Salto Grande	Santo Antônio do Salto Grande	Municipal

Nos quadros 6.20 e 6.21, as linhas verdes destacam as escolas da situação atual (Prefeitura e otimizada) que coincidem tanto na situação atual como na situação otimizada, e o que se percebe é que existe coincidência em apenas 2 localidades que são: a escola da localidade de Santa Lucia e da localidade Centro da Cidade.

Na situação apresentada pela prefeitura, as escolas que estão em funcionamento estão distribuídas no perímetro urbano; já na situação ideal, elas estariam distribuídas em todo o território do município, reduzindo o trajeto que os ônibus percorrem, dentro de cada *cluster*, quando comparado com o trajeto feito pelos ônibus ao levar a maioria dos alunos da zona urbana para a zona rural.

A tabela 6.22 que segue, apresenta as 14 escolas que foram escolhidas pelo algoritmo para ficarem ativas. Pelo quadro 6.19 percebe-se que as escolas, poderiam ser reduzidas para 14 e mesmo assim haveria uma sobra na quantidade de vagas ofertadas.

**QUADRO 6.22 – AS 14 ESCOLAS ESCOLHIDAS PELO TRABALHO (SITUAÇÃO IDEAL)**

	<b>NOME DA ESCOLA</b>	<b>LOCALIDADE</b>	<b>TIPO</b>
1	Quatro irmãos	Quatro irmãos	Municipal
2	Alto Alegre	Alto Alegre	Municipal
3	Bandeirantes	Bandeirantes	Municipal
4	Barra do Gigante	Barra do Gigante	Municipal
5	Caçador	Caçador	Municipal
6	Centro da Cidade	Centro da Cidade	Municipal/Estadual/ Particular
7	Jacutinga	Jacutinga	Municipal
8	Linha Torteli	Linha Torteli	Municipal
9	Lasquinha	Lasquinha	Municipal
10	Linha São João	Linha São João	Municipal
11	Nossa Senhora da Salete	Nossa Senhora da Salete	Municipal

	<b>NOME DA ESCOLA</b>	<b>LOCALIDADE</b>	<b>TIPO</b>
<b>12</b>	Ponte do Chopin	Ponte do Chopin	Municipal
<b>13</b>	Santa Lucia	Santa Lucia	Municipal
<b>14</b>	São Pedro	São Pedro	Municipal

## CAPÍTULO VII

### 7 CONCLUSÕES E SUGESTÕES DE TRABALHOS FUTUROS

#### 7.1 CONCLUSÕES

O deslocamento de alunos de Coronel Vivida, é abordado neste trabalho, considerando-se tanto a situação atual (Prefeitura Municipal) quanto a situação otimizada (proposta neste trabalho). O percurso percorrido pelos alunos para chegarem da sua residência até a escola onde irão estudar é, na maioria das vezes, superior a 3 km e, portanto, significativo em termos de trajeto a ser feito.

No entanto, a demanda de alunos envolvidos nessa situação, ou seja, que residem no interior desse município, é muito pequena; isso concorre para que não hajam novos investimentos ou preocupação com a população estudantil da zona rural quanto às distâncias percorridas para chegarem as escolas, pois o incentivo que existe, nesse sentido, por parte do governo, é que quanto mais alunos a escola tiver maior será a verba repassada pelo governo.

Partindo desse pressuposto, a utilização das técnicas de otimização da Programação Matemática propostas neste trabalho para diminuir os gastos com transporte escolar, bem como o de sugerir melhores locais para a instalação de escolas, trata-se de um estudo passível de apreciação e avaliação por parte dos órgãos responsáveis.

Com base nas pesquisas realizadas, constatou-se pelos algoritmos para a obtenção das 20 escolas do quadro 6.15, comparativo com os valores contidos no quadro 6.16 que a distância diária percorrida para essa tarefa, seria diminuída em aproximadamente 110 km ou seja de 668,4 km para 559,1 km (quadro 6.15 e 6.16), ou seja, haveria por parte da prefeitura uma economia de aproximadamente 20% na kilometragem diária percorrida pela frota escolar.

Considerando o estudo para 14 escolas (no quadro 6.17) com 351,20 km diários; com os 668,4 km diários que são rodados atualmente, percebeu-se que existe

uma diferença ainda maior do que a situação anterior, pois nesse caso haveria uma economia de aproximadamente, 300 km diários, ou seja mais ou menos 50%.

Assim, como a Prefeitura emprega frotas terceirizadas, haveria, com a implementação desta proposta, uma grande redução no preço pago a essas empresas e uma melhora significativa, para os alunos, no que se refere ao deslocamento com a finalidade de estudar.

Este trabalho, no entanto, encontra alguns obstáculos no que se refere aos algoritmos, pois os mesmos não diferem as escolas, com relação à infra-estrutura das mesmas para atender a demanda que foi a elas designadas na formação dos *clusters*, ou seja, deveria ser feito um trabalho onde pudessem ser analisadas todas as escolas existentes no município de Coronel Vivida.

Muitas das escolas onde foram designados alunos de 5ª a 8ª série contam apenas com uma sala de aula, logo seria inviável, por exemplo, designar para ela alunos de 5ª a 8ª série.

O que se sugere nesse caso, é que sejam formadas turmas de apenas uma série em cada localidade e que seja feito um estudo para que essas turmas, diferenciadas, fiquem em localidades próximas onde existam alunos para as determinadas séries que serão ofertadas. Então, teríamos em uma localidade apenas a 5ª série; em outra, não tão distante apenas alunos de 6ª série e assim sucessivamente, até o 3º ano do Ensino Médio.

O estudo aqui apresentado é acadêmico, porém poderia ser aplicado na prática caso se conseguisse as distâncias reais entre cada comunidade, sendo que para isso precisa-se contar com o apoio da prefeitura municipal e responsáveis pelo transporte escolar, pois todo o trabalho foi desenvolvido utilizando-se distâncias euclidianas tomadas manualmente em um mapa xerocado, o único fornecido pela Prefeitura de Coronel Vivida.

Feita essa devida correção, caberia aos órgãos municipais, que trabalham com o transporte escolar, fazer uma comparação mais detalhada com respeito à situação da prefeitura e a proposta neste estudo.

Ao final deste estudo, pôde-se perceber que a utilização das técnicas matemáticas para otimizar a localização de facilidades faz com que se obtenha um melhor aproveitamento das facilidades propostas, tendo uma economia financeira pela prefeitura e a redução do tempo que os alunos passam dentro de um transporte escolar.

O presente estudo teria resultados mais precisos, caso os dados fossem mais precisos (localização das residências de alunos, distâncias reais, capacidades das escolas, dentre outros).

Em se tratando de escolas rurais, o trabalho deixa a desejar no que se relacione aos custos para manter essas escolas em funcionamento, devido ao grande número de famílias que migram para a cidade.

Conclui-se também que, com o tempo, as escolas menores venham a ser desativadas, pois com poucos alunos não haverá verbas municipais suficientes para mantê-las o que acarretará, cada vez mais, a centralização das escolas na cidade.

Este estudo voltou-se à localização de escolas na zona rural, o que não o impossibilita de ser também utilizado na otimização das escolas dos centros urbanos, uma vez que refere-se à facilidades ou melhores condições de deslocamentos de alunos a escolas e, conseqüentemente, a percursos e custos mais viáveis às populações envolvidas.

## 7.2 SUGESTÕES DE TRABALHOS FUTUROS

Entre os trabalhos a darem continuidade a esta pesquisa destacam-se:

- dividir os alunos em séries e, então, aplicar a elas os algoritmos, dando-lhes uma melhor precisão quanto a otimização de espaços;
- trabalhar com mapas digitalizados, melhorando a apresentação e precisão dos resultados;
- fazer um estudo mais detalhado dos casos onde haja diminuição para 12 e 10 medianas, visto que existe ainda ociosidade em muitas escolas;

- nos locais onde funcionam duas escolas distintas, diferenciá-las a fim de que não fossem consideradas como apenas uma pelo algoritmo;
- para as nove escolas da cidade, que foram concentradas em apenas uma, poderia ser feito um trabalho utilizando um mapa mais detalhado da região urbana e, depois, de posse desses resultados, implementá-lo ao problema da região rural.
- no Município, pelo que se pôde perceber, existe uma carência no número de creches; logo, este estudo poderia ser aplicado também a esse tipo de problema.
- o estudo aqui apresentado pode ser aplicado em instalações de entradas de empresas de segurança, postos de atendimento, hospitais, postos de bombeiros, postos policiais, dentre outros;
- fazer um estudo integrando municípios vizinhos, para verificar como ficaria a situação dos alunos que moram nas fronteiras;
- fazer um estudo da situação das escolas rurais para longo prazo, de forma a localizar definitivamente as escolas pertencentes ao interior do município.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMEIDA, M. F. B.; SANCHES, S. P. **Roteirização de veículos para o transporte de alunos da zona rural com o auxílio de um Sig.** São Carlos, Universidade Federal de São Carlos, SP, 1998.

ALMEIDA, R. A. ; BAJAY, S. V.; SANTOS, A .H. M. **Determinação do regime operacional de centrais hidrelétricas utilizando o algoritmo genético.** Publicação - Escola Federal de Engenharia de Itajubá, 1999.

ALVARENGA, A. G.; NEGREIROS-GOMES, F. J.; MESTYRIA, M. **Metaheuristic methods for a class of the facility layout problem.** Journal of Intelligent Manufacturing. N.11. p.421-430, 2000.

ALVES, M.L.; ALMEIDA, M. T. **Simulated Annealing algorithm for the simple plant location problem: a computational study.** Disponível em: <<http://www.apdio.pt/publicações/vol12.html>> Acesso em 17 out. 2001.

AZEVEDO, F. M.. **Algoritmos Genéticos em redes neurais artificiais.** São José do Campos, SP, 1999.

BARBOSA, H. J. C. **Introdução aos Algoritmos Genéticos.** Mini curso, XX Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional - CNMAC, Gramado, RS, 1997.

BEZERRA, O . B. **Localização de postos de coleta para apoio ao escoamento de produtos extrativistas – um estudo de caso aplicado ao babaçu.** Dissertação de mestrado, UFSC. Florianópolis, 1995.

CHRISTOFIDES, N.. **Graph theory – An algorithmic approach,** New York: ed. Academic Press, 1975.

COLOMBO, J. **Localização e roteamento para serviços de atendimento emergencial - o caso de segurança eletrônica.,** Dissertação de mestrado - UFPR. Curitiba, 2001.

COOPER, L. **Location - allocation problems.** Operation Research, v. 11, n.3, p.331-343, 1963.

CORRÊA, E. S. **Algoritmos Genéticos e Busca Tabu aplicados ao problema das p-medianas.** Dissertação de mestrado - UFPR, Curitiba, 2000.

FOLADOR, J. D, **história de Coronel Vivida**, 1º ed- 1992, Imprensa oficial do Paraná.

GENITOR, J. K. and WHITLEY D.: **A different genetic algorithm**. In **Proceedings of the Rocky Mountain Conference on Artificial Intelligence**, pages 118-130, Denver. Colorado, 1988

GOLDBERG, D. E. **Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning**. Addison-Wesley, Menlo Park, CA, 1986.

GRACIOLLI, Odacir Deonísio. **Planejamento de Roteiros de Veículos Coletores de Resíduos Sólidos de Serviço de Saúde**. Dissertação de Mestrado - UFSC. Florianópolis, 1994.

HAKIMI, S. L. **Optimum Distribution of Switching Centers in a Communication Network and some Related Graph the Coretic Problems**. Operational Research, 1965.

HOLLAND, J. H. **Adaptation in Natural and Artificial Systems**. University of Michigan Press, 1975.

ICHIHARA, J. A .**Um método de solução heurístico para a programação de edifícios dotados de múltiplos pavimentos-tipo**. Tese de doutorado - Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 1998.

LOBO, Débora da Silva. **Localização de Unidades de Educação Infantil: Uma aplicação para creches municipais de Florianópolis**.. Dissertação de mestrado - UFSC. Florianópolis, 1998.

MAYERLE, S. F. **Um algoritmo genético para o problema do caixeiro viajante**. Trabalho interno. Florianópolis: UFSC, 1996.

MAZZUCCO JUNIOR, J. **Uma abordagem híbrida do problema da programação da produção através dos algoritmos Simulated Annealing e Genético**. Disponível em <<http://www.eps.ufsc.br/teses99/mazzucco/cap3.html>> acesso em: 10 out.2001.

MIRANDA, M. N.. **Algoritmos genéticos fundamentos e aplicações**, GTA/UFRJ. Disponível em: < <http://www.gta.ufrj.br/~marcio/genetic.html>> Acesso em: 17 out. 2001.

NAGY e SALHI, 1996, **Nested heuristic methods for the location-routing problem**. Journal of the Operational Research Society, vl47, p.1166-1174, 1996.

NUNES, L. F. **Algoritmos Genéticos aplicados na abordagem de um problema real de roteirizaçãode veículos**. Dissertação de mestrado - UFPR. Curitiba, 1998.

SAMPAIO, M. E.C.S. **Aplicações de Metaheurística ao problema de localização de escolas de Ensino Fundamental.** Curitiba, 1999. Dissertação de mestrado - UFPR.

SANTOS, R.,; NIEVOLA, J. C.,; FREITAS, A .A.,; LOPES, H..**Extração de Regras de Redes Neurais via Algoritmos Genéticos.** IV congresso Brasileiro de Redes Neurais, pp. 158-163, July 20-22, 1999 - ITA, São José dos Campos - SP - Brazil. Disponível em: < [http://www.ele.ita.br/cnrm/artigos-4cbrn/4cbrn\\_035.pdf](http://www.ele.ita.br/cnrm/artigos-4cbrn/4cbrn_035.pdf).> Acesso em 20 outubro de 2001.

SENNE, E. L. F. **Algoritmos de Localização para Aplicações com Sistemas de Informações Geográficas .** UNESP / FEG / DMA, 2001. Disponível em : [http://www.dcce.ibilce.unesp.br/~socorro/sem2001\\_2/senne.html](http://www.dcce.ibilce.unesp.br/~socorro/sem2001_2/senne.html) Acesso em 30 outubro de 2001.

SILVA, Mariangela Loureiro. **Um algoritmo Paralelo Assíncrono de Busca Tabu para Problemas de Escalonamento de Tarefas.** Dissertação de mestrado - UFF/CAA, 1998.

TEITZ, M. B.; BART, P. **Heuristic Concentration: Two Stage Solution Constrution.** Operational Research, 1968.

TANURE, C. Z.,; HAMACHER, S. **Aplicações de algoritmos genético para um problema de distribuição dos correios - PUC, Rio de Janeiro, 1997.**

YAMAMOTO, M.; CÂMARA, G.,; LORENA, N. L. A . **Uma aplicação da busca tabu ao problema de rotulação cartográfica de pontos.** Instituto Nacional de Pesquisa Espaciais, São José dos Campo, SP, 1999. Disponível em : < [http://www.dpi.inpe.br/geopro/trabalhos/gisbrasil99/busca\\_tabu/l](http://www.dpi.inpe.br/geopro/trabalhos/gisbrasil99/busca_tabu/l)> Acesso em: 22 out. 2001.

## APÊNDICES

**TABELA 1 – NÚMERO DE VAGAS EXISTENTES NAS ESCOLAS QUE ESTÃO EM FUNCIONAMENTO NO ANO DE 2001 NO MUNICÍPIO DE CORONEL VIVIDA**

<b>VAGAS EXISTENTES NAS ESCOLAS DO MUNICÍPIO DE CORONEL VIVIDA NO ANO DE 2001</b>								
	ESCOLA	LOCAL	TIPO	MANHÃ	TARDE	NOITE	NÚMERO SALAS	CAPACIDADE TOTAL
26	Arnaldo Busato	Cidade	ESTADUAL	800	800	800	29	2400
56	Cel . Lucio Dias	Rio Quieto	MUNICIPAL	80	80	0	2	160
26	Dr Ulisses Guim	B.J.M.da Luz	MUNICIPAL	160	160	0	4	320
07	Duq. De Caxias	Abundância	ESTADUAL	160	160	160	4	480
22	José de Anchieta	Caçador	MUNICIPAL	160	160	0	4	320
19	Juventino Rufato	BNH	MUNICIPAL	440	440	0	11	880
52	Luiz Ferri	Palmeirinha	MUNICIPAL	80	80	0	2	160
07	Maria da Luz	Abundância	MUNICIPAL	160	160	0	4	320
57	Núcleo Sta Lucia	Santa Lucia	ESTADUAL	200	200	200	5 (ES)	600
26	Nova Visão	Cidade	PARTICULAR	140	140	0	4	280
11	Paulino Stédile	Cidade	MUNICIPAL	320	320	0	8	640
26	Pequeno Príncipe	Cidade	MUNICIPAL	240	240	0	6	480
26	Pres. Kennedy	B. Madalozo	MUNICIPAL	160	160	0	4	320
57	Santa Lucia	Santa Lucia	MUNICIPAL	120	120		3 (MU)	240
60	São Cristovão	S. Cristovão	MUNICIPAL	160	160	0	4	320
26	Sete de Setembro	B.S. João	MUNICIPAL	160	160	0	4	320
19	Tancredo Neves	BNH	ESTADUAL	440	440	440	11	1320
26	Tempo Feliz	Cidade	PARTICULAR	140	140	0	4	280
26	Tia Oda	Cidade	PARTICULAR	140	140		4	280
20	Tiradentes	B. Fleck	MUNICIPAL	240	240	0	6	480
<b>SOMA TOTAL</b>				<b>4660</b>	<b>4660</b>	<b>1760</b>	<b>115</b>	<b>11080</b>

**TABELA 2 – DADOS REFERENTES AO NÚMERO DE ALUNOS POR LOCALIDADES DO MUNICÍPIO DE CORONEL VIVIDA.**

LOCALIDADES	Pré a 4ª série	5ª a 8ª Séries	Ensino Médio	Capacidade	Número de Alunos (peso)
4 Irmãos	0	0	0	0	0
A . Caravagio	11	13	10	0	34
A . Gigante	3	4	0	0	7
A . Jacutinga	0	0	5	0	5
A . Palmeirinha	5	6	7	0	18
A . Pinhal	68	66	46	0	180
Abundância	11	12	22	160	45
Ág Lamedor	22	15	3	0	40
Alto Alegre	0	0	0	0	0
Anjo da Guarda	7	10	3	0	20
Araçá	6	5	0	0	11
B. R. Pinhal	29	12	10	0	51
Bananal	3	5	3	0	11
Bandeirantes	14	3	3	0	20
Barra do Gigante	0	1	3	0	4
Barra Verde	10	9	13	0	32
Bela Vista	8	14	4	0	26
Bergamaski	15	21	20	0	56
BNH	0	0	6	440	6
Bom Jesus	12	7	3	0	22
Braço Forte	18	19	0	0	37
Caçador	1	0	0	140	1
Caçadorzinho	26	0	4	0	30
Camiloti	0	2	11	0	13
Caravagio	29	10	19	0	58
Cristo Rei	23	23	6	0	52
Flor da Serra	25	27	13	0	65
Fz S. Domingos	5	4	2	0	11
Imaribo	4	1	9	0	14
Jaboticabal	6	2	2	0	10
Jacutinga	21	57	4	0	82
L. Afonso Camargo	0	9	0	0	9
L. Borges	16	8	3	0	27
L. Borsato	14	17	0	0	31
L. Castelli	16	0	0	0	16
L. Crespin	3	9	2	0	14
L. Envolvido	8	10		0	18
L. Ferreira	11	9	3	0	23
L. Giordani	1	3	1	0	5
L. Leite	19	5	4	0	28
L. Mussato	10	3	5	0	18
L. Neres	2	0	6	0	8
L. Paliosa	4	4	1	0	9
L. Poleze	3	3	0	0	6
L. Torteli	9	6	2	0	17
Lasquinha	1	0	0	0	1

<b>LOCALIDADES</b>	<b>Pré a 4ª série</b>	<b>5ª a 8ª Séries</b>	<b>Ensino Médio</b>	<b>Capacidade</b>	<b>Número de Alunos (peso)</b>
<b>Limeira</b>	6	14	4	0	24
<b>Linha São João</b>	0	0	0	0	0
<b>N. S. Salete</b>	7	16	10	0	33
<b>Navegantes</b>	7	6	2	0	15
<b>Palmeirinha</b>	8	21	9	160	38
<b>Passo Bonito</b>	34	12	0	0	46
<b>Ponte do Chopin</b>	4	0	0	0	4
<b>Reserva Indígena</b>	22	0	0	0	22
<b>Rio Quieto</b>	30	43	47	70	120
<b>Santa Lúcia</b>	5	10	19	200	34
<b>São Bráz</b>	14	8	6	0	28
<b>São Crespin</b>	0	0	0	0	0
<b>São Cristovão</b>	0	18	25	160	43
<b>São Luiz</b>	15	12	9	0	36
<b>São Pedro</b>	31	21	12	0	64
<b>São Sebastião</b>	21	10	16	0	47
<b>Sta Terezinha</b>	16	5	3	0	24
<b>Sto A . Jacutinga</b>	19	7	5	0	31
<b>Sto A . Sto Gd</b>	17	10	3	0	30
<b>União do Gigante</b>	9	17	8	0	34
<b>Vista Alegre</b>	17	14	9	0	40
				1170	1884

ANEXOS

ANEXO 1 – TABELA CONTENDO AS ESCOLAS E SEUS RESPECTIVOS NÚMEROS E COODENADAS QUE FORAM TRABALHADOS.

PONTOS	LOCALIDADES	COORDENADAS (X)	COORDENADAS (Y)
1	4 Irmãos	4,8	17,8
2	A . Caravagio	27	6,5
3	A . Gigante	37,7	1,9
4	A . Jacutinga	36,2	8,2
5	A . Palmeirinha	21,6	9,9
6	A . Pinhal	30,3	14,2
7	Abundância	34,7	2,6
8	Ág Lamedor	22	3,2
9	Alto Alegre	11,8	19,8
10	Anjo da Guarda	17	15,2
11	Araçá	18	21,8
12	B. R. Pinhal	27,8	16,8
13	Bananal	39,3	5,3
14	Bandeirantes	36,4	3,5
15	Barra do Gigante	27,3	0,8
16	Barra Verde	3	19
17	Bela Vista	4,3	15,6
18	Bergamaski	21,9	16,6
19	BNH	23,5	11,5
20	Bom Jesus	7,5	20,2
21	Braço Forte	27,1	3,6
22	Caçador	35	12
23	Caçadorzinho	34,5	10,5
24	Camiloti	28	4
25	Caravagio	25,5	8,8
26	Centro da Cidade	23,5	12,7
27	Cristo Rei	20,9	5,7
28	Flor da Serra	25,7	12,2
29	Fz S. Domingos	30,9	15,1
30	Imaribo	24,5	11,5
31	Jaboticabal	15,8	21,1
32	Jacutinga	9	29,5
33	L. Afonso Camargo	38,8	9
34	L. Borges	19,1	13
35	L. Borsato	14	18,3
36	L. Castelli	21,4	7,5
37	L. Crespim	6,4	18,2
38	L. Envolvido	15,5	16,7
39	L. Ferreira	24,8	9,5
40	L. Giordani	22,8	13,9
41	L. Leite	34,7	16,3
42	L. Mussato	19,2	6,1
43	L. Neres	36,4	10,2
44	L. Paliosa	28,6	5,7
45	L. Poleze	27,5	11,3

PONTOS	LOCALIDADES	COORDENADAS (X)	COORDENADAS (Y)
46	L. Torteli	30,8	9,8
47	Lasquinha	34,4	14
48	Limeira	21,4	18,7
49	Linha São João	38	6,2
50	N. S. Salete	29,2	3,3
51	Navegantes	14,9	8
52	Palmeirinha	19,5	8,1
53	Passo Bonito	38	11,8
54	Ponte do Chopin	17,8	4,7
55	Reserva Indígena	38,5	14
56	Rio Quietto	13,9	13,2
57	Santa Lúcia	24,5	4,4
58	São Bráz	17,6	12,6
59	São Crespim	6,3	18,3
60	São Cristovão	23,7	10,5
61	São Luiz	17,8	10,2
62	São Pedro	26,5	13
63	São Sebastião	26,3	1,7
64	Sta Terezinha	15	20,8
65	Sto A . Jacutinga	27,9	6,7
66	Sto A . Santo Grande	10,2	12,3
67	União do Gigante	28	2
68	Vista Alegre	10	17,7

## ANEXO 2 - EXEMPLO DE APLICAÇÃO DO ALGORITMO GENÉTICO NA DETERMINAÇÃO DAS P-MEDIANAS PARA O PROBLEMA DE LOCALIZAÇÃO DE FACILIDADES

Os dados abaixo foram retirados do problema real que é tratado neste trabalho.

Dadas as 9 comunidades no município onde estão localizadas as 9 escolas, foram estipulados:  $p=3$  ( número de escolas que deverão funcionar) e  $m = 4$  ( número de permutações), logo tem-se, para o problema, os seguintes dados:

i)  $p=3$     $m=4$ ;

ii)  $V = \{v_1=1, v_2=2, v_3=3, v_4=4, v_5=5, v_6=6, v_7=7, v_8=8, v_9=9\}$

são os vértices do grafo  $G(V,E)$ ;

iii)  $w_1 = 10, w_2 = 21, w_3 = 3, w_4 = 6, w_5 = 12, w_6 = 0, w_7 = 4, w_8 = 10, w_9 = 25$  os pesos (número de estudantes por localidade);

iv)  $E$  (conjunto de arestas) são as distâncias euclidianas entre os 9 pontos.

$$E = \begin{bmatrix} 0 & 7 & 6 & 7 & 5 & 6 & 9 & 10 & 14 \\ 7 & 0 & 6 & 2 & 3 & 8 & 7 & 6 & 10 \\ 6 & 6 & 0 & 1 & 6 & 1 & 3 & 8 & 8 \\ 7 & 2 & 4 & 0 & 4 & 5 & 4 & 3 & 8 \\ 5 & 3 & 6 & 4 & 0 & 8 & 9 & 8 & 12 \\ 6 & 8 & 1 & 5 & 8 & 0 & 3 & 6 & 8 \\ 9 & 7 & 3 & 4 & 9 & 3 & 0 & 3 & 5 \\ 10 & 6 & 8 & 3 & 8 & 6 & 3 & 0 & 4 \\ 14 & 10 & 8 & 8 & 12 & 8 & 5 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

Da matriz acima, temos as distâncias euclidianas das 9 escolas localizadas nas comunidades;

- 1) Anjo da Guarda
- 2) Palmeirinha
- 3) Linha Giordani
- 4) Alto Palmeirinha
- 5) São Luiz
- 6) Linha Pizato
- 7) Flor da Serra
- 8) Caravagio
- 9) Jacutinga

Iniciamos os passos de modo a aplicar o Algoritmo Genético o problema das localizações de facilidades.

### **Passo 1: Inicialização**

1.1 Gerar uma lista  $R = (r_1, r_2, r_3, r_4)$  com quatro cromossomos viáveis de  $p=3$  elementos cada, esses valores de  $R$  foram gerados aleatoriamente entre os vértices do grafo.

$$r_1 = (v_1, v_2, v_7)$$

$$r_2 = (v_2, v_6, v_9)$$

$$r_3 = (v_2, v_5, v_7)$$

$$r_4 = (v_3, v_4, v_8)$$

1.2 Calcular  $C_i = fitness(r_i), \forall r_i \in R$

$$C_i = \sum_{v_j \in V} w_j \left\{ \min_{v_k \in r_j} [d(v_k, v_j)] \right\}; \forall v_k \in r_i, i = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$1) d(r_1, v_1) = \min_{v_k \in r_j} [d(v_1, v_1), d(v_2, v_1), d(v_7, v_1)] = \min(0, 7, 9) = 0$$

$$2) d(r_1, v_2) = \min_{v_k \in r_j} [d(v_1, v_2), d(v_2, v_2), d(v_7, v_2)] = \min(7, 0, 7) = 0$$

$$3) d(r_i, v_i) = \min_{v_k \in r_j} [d(v_1, v_3), d(v_2, v_3), d(v_7, v_3)] = \min(6, 6, 3) = 3$$

$$4) d(r_i, v_i) = \min_{v_k \in r_j} [d(v_1, v_4), d(v_2, v_4), d(v_7, v_4)] = \min(7, 2, 4) = 2$$

$$5) d(r_i, v_i) = \min_{v_k \in r_j} [d(v_1, v_5), d(v_2, v_5), d(v_7, v_5)] = \min(5, 3, 9) = 3$$

$$6) d(r_i, v_i) = \min_{v_k \in r_j} [d(v_1, v_6), d(v_2, v_6), d(v_7, v_6)] = \min(6, 8, 3) = 3$$

$$7) d(r_i, v_i) = \min_{v_k \in r_j} [d(v_1, v_7), d(v_2, v_7), d(v_7, v_7)] = \min(9, 7, 0) = 0$$

$$8) d(r_i, v_i) = \min_{v_k \in r_j} [d(v_1, v_8), d(v_2, v_8), d(v_7, v_8)] = \min(10, 6, 3) = 3$$

$$9) d(r_i, v_i) = \min_{v_k \in r_j} [d(v_1, v_9), d(v_2, v_9), d(v_7, v_9)] = \min(14, 10, 5) = 5$$

Calcular o fitness

$$C_1 = fitness(r_1) = w_1 d(r_1, v_1) + w_2 d(r_1, v_2) + w_3 d(r_1, v_3) + \dots + w_9 d(r_1, v_9)$$

$$C_1 = 10(0) + 21(0) + 3(3) + 6(2) + 12(3) + 0(12) + 4(0) + 10(3) + 25(5) = 212$$

$$1) d(r_2, v_1) = \min [d(v_2, v_1), d(v_6, v_1), d(v_9, v_1)] = \min(7, 6, 14) = 6$$

$$2) d(r_2, v_2) = \min(0, 8, 10) = 0$$

$$3) d(r_2, v_3) = \min(6, 1, 8) = 1$$

$$4) d(r_2, v_4) = \min(2, 5, 8) = 2$$

$$5) d(r_2, v_5) = \min(3, 8, 12) = 3$$

$$6) d(r_2, v_6) = \min(8, 0, 8) = 0$$

$$7) d(r_2, v_7) = \min(7, 3, 5) = 3$$

$$8) d(r_2, v_8) = \min(6, 6, 4) = 4$$

$$9) d(r_2, v_9) = \min(10, 8, 0) = 0$$

Calcular o fitness

$$C_2 = \text{fitness}(r_2)$$

$$C_2 = 10(7) + 21(0) + 3(1) + 6(2) + 12(3) + 0(02) + 4(3) + 10(4) + 25(0) = 173$$

Os próximos fitness são dados por:

$$C_3 = \text{fitness}(r_3) = 226$$

$$C_4 = \text{fitness}(r_4) = 262$$

1.3. Ordenar a lista R de modo que :  $C_1 \leq C_2 \leq C_3 \leq C_4$

$$\text{Temos } C_1 = 212 \quad C_2 = 173 \quad C_3 = 226 \quad C_4 = 262$$

$$\text{Logo: } C_2 \leq C_1 \leq C_3 \leq C_4 \quad 173 \leq 212 \leq 226 \quad R = (r_2, r_1, r_3, r_4)$$

$$R = [ (v_2, v_6, v_9), (v_1, v_2, v_7), (v_2, v_5, v_7), (v_3, v_4, v_8) ]$$

1.4. Fazer  $k=0$  e definir o erro  $\varepsilon$  e o número máximo de iterações  $k_{\max}$

Tomaremos como  $\varepsilon = 3$  que é um erro de até 3km e no máximo 10 iterações ou seja

$$k_{\max} = 10$$

**Passo 2: Teste**

Se: i)  $C_m - C_1 \leq \varepsilon$  ou ii)  $K \geq K_{\max}$

Tem-se  $C_m = C_4 = 262$  e  $C_1 = C_1 = 173$

$$C_m - C_1 \leq \varepsilon ?$$

$$262 - 173 \leq 4 ?$$

A desigualdade acima não é verdadeira

$$K = 0$$

$$K_{\max} = 10$$

$$K_0 \leq K_{10}$$

Como nem i e nem ii foi verificado, continua-se com o processo.

**Passo 3: Seleção**

Selecionar 2 cromossomos,  $r_i = \text{Select} ( R )$  e  $r_j = \text{Select} ( R )$ , com  $r_i \neq r_j$

$$Select(R) = \left\{ r_j \in R / j = m + 1 - \left\lceil \frac{-1 + \sqrt{1 + 4rnd(m^2 + m)}}{2} \right\rceil \right\}$$

$Select(R)$

$$= \left\{ r_j \in R / j = 4 + 1 - \left\lceil \frac{-1 + \sqrt{1 + 4(0,52)(4^2 + 4)}}{2} \right\rceil \right\} = 5 - \lceil 2,76 \rceil = 2$$

Logo teremos  $j_1 = 2$

$$Select(R) = \left\{ r_j \in R / j = 4 + 1 - \left\lceil \frac{-1 + \sqrt{1 + 4(0,98)(20)}}{2} \right\rceil \right\} = 5 - \lceil 3,99 \rceil = 1$$

Logo teremos  $j_2 = 1$  Como  $j_1 \neq j_2$  Seleccionamos  $r_1$  e  $r_2$  de  $R$

Teremos como: Pai 1  $r_1 = (v_1, v_2, v_7)$

Pai 2  $r_2 = (v_2, v_6, v_9)$

#### Passo 4: Crossover

Sortear aleatoriamente  $c \in \{1, 2, 3\}$   $c = 1$

Pai 1  $r_1 = (v_1, v_2, v_7)$   $r_x = (v_1, v_6, v_9)$

Pai 2  $r_2 = (v_2, v_6, v_9)$   $r_y = (v_2, v_2, v_7)$

Como  $r_y$  é inviável será feito o *fitness* apenas de  $r_x$

#### Passo 5:

Se  $r_x$  e  $r_y$  forem cromossomos viáveis, fazer:

$$\begin{cases} r_t = r_x, & \text{se } fitness(r_x) \leq fitness(r_y) \\ r_t = r_y, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

E passa-se para o passo 7.

Como temos apenas  $r_x$  viável, faremos  $r_t = r_x$

$R_x = (v_1, v_6, v_9)$

$d(r_x, v_1) = \min(0, 6, 14) = 0$

$d(r_x, v_9) = \min(14, 8, 0) = 0$

$$C_x = 10(0)+21(7)+3(1)+6(4)+12(5)+0(0)+4(3)+10(4)+25(0)=286$$

**Passo 7:**

$$Fitness(r_t) = 286 \quad e \quad fitness(r_4) = 262$$

Como não houve mudanças voltamos ao passo 4 e sorteamos  $c = 2$  e teremos:

$$\text{Pai 1} \quad r_1 = (v_1, v_2, v_7) \quad r_x = (v_1, v_2, v_9)$$

$$\text{Pai 2} \quad r_2 = (v_2, v_6, v_9) \quad r_y = (v_2, v_6, v_7)$$

**Passo 5:**

$$C_x = 10(0)+21(0)+3(6)+6(2)+12(3)+0(6)+4(5)+10(4)+25(0)=126$$

$$C_y = 10(6)+21(0)+3(1)+6(2)+12(3)+0(0)+4(0)+10(3)+25(5)=266$$

$$Fitness(r_x) = 126 \quad e \quad Fitness(r_y) = 266$$

$$\text{Logo } r_t \leftarrow r_x, \quad r_t = (v_1, v_2, v_9)$$

**Passo 7:**

$$Fitness(r_t) = 126 \quad e \quad fitness(r_4) = 262$$

Temos  $fitness(r_t) \leq fitness(r_4)$ , logo  $r_4$  será eliminado da lista e em seu lugar será inserido  $r_t$ , mantendo a ordem crescente dos *fitness*.

$$\text{A situação anterior era: } C_2 \leq C_1 \leq C_3 \leq C_4 \quad 173 \leq 212 \leq 226 \leq 262$$

$$\text{A nova situação é : } C_t \leq C_1 \leq C_2 \leq C_3 \quad 126 \leq 173 \leq 212 \leq 226$$

$$\text{Nosso novo R será : } R = (r_t, r_2, r_1,$$

$$R = [(v_1, v_2, v_9), (v_2, v_6, v_9), (v_1, v_2, v_7), (v_2, v_6, v_7)]$$

$$\text{Reordenando teremos: } R = (r_1, r_2, r_3, r_4)$$

$$\text{Fazendo } k \leftarrow k+1$$

$$k \leftarrow 0+1$$

$$k \leftarrow 1$$

**Passo 2: Teste**

$$C_m - C_1 \leq \varepsilon \quad \text{ou} \quad k \geq k_{\max}$$

$$226-126 \leq 4 \quad \text{ou} \quad 1 \geq 10$$

Nenhuma das condições acima são verificadas

**Passo 3: Seleção**

$$j_1 = 5 - 3 = 2$$

$$\text{Pai 1 } r_2 = (v_2, v_6, v_9)$$

$$j_2 = 5 - 2 = 3$$

$$\text{Pai 2 } r_3 = (v_1, v_2, v_7)$$

**Passo 4: Crossover**

$$\text{Pai 1 } r_2 = (v_2, v_6, v_9) \quad r_x = (v_2, v_6, v_7)$$

$$\text{Pai 2 } r_3 = (v_1, v_2, v_7) \quad r_y = (v_1, v_2, v_9)$$

**Passo 7:**

$$C_x = 266 \quad C_y = 126$$

Como  $fitness(r_t) \leq fitness(r_4)$

Deve ser feita a troca e  $C_i = (126, 126, 173, 212)$

$$R = (r_1, r_t, r_2, r_3) \rightarrow R = [(v_1, v_2, v_9), (v_1, v_2, v_9), (v_2, v_6, v_9), (v_1, v_2, v_7)]$$

Aqui tem-se um caso onde os  $fitness$  são iguais, a tendência é que com o passar das iterações haja uma convergência para soluções iguais ou com  $fitness$  bem próximos aí encontra-se uma regra de parada.

Reordenando teremos:

$$R = (r_1, r_2, r_3, r_4)$$

Fazendo  $k \leftarrow k+1$

$$k \leftarrow 1+1$$

$$k \leftarrow 2$$

**Passo 2: Teste**

$$C_m - C_1 \leq \varepsilon \quad \text{ou} \quad k \geq k_{\max}$$

$$212-126 \leq 4 \quad \text{ou} \quad 2 \geq 10$$

Nenhuma das condições acima são verificadas

### **Passo 3:Seleção**

$$j_1 = 1 \quad \text{e} \quad j_2 = 3$$

$$\text{Pai 1} \quad r_1 = (v_1, v_2, v_9)$$

$$\text{Pai 2} \quad r_3 = (v_2, v_6, v_9)$$

### **Passo 4:Crossover**

$$c \in (1,2,3) \quad c=1$$

$$r_x = (v_1, v_6, v_9)$$

$$r_y = (v_2, v_2, v_9)$$

$$C_x = 292$$

### **Passo 5:**

Como  $r_y$  é inviável, o passo 5 não modifica , logo devemos fazer o passo 6 mutação.

### **Passo 6: Mutação**

Escolhido  $r_y$ , devemos fazer a mutação no cromossomo escolhendo elementos de  $V$  que não estejam em  $r_y$ ..

Teremos, então, a mutação  $r_y = (v_2, v_2, v_9)$  , e teremos  $r_t \leftarrow r_x \Rightarrow$

$$r = (v_2, v_8, v_9)$$

$$C_y = 145 \quad \text{logo } fitness(r_t) = 145 \quad \text{e } fitness(r_4) = 212$$

E assim continuamos usando o algoritmo até encontrarmos uma solução próxima da exata.

**ANEXO 3 - EXEMPLO DE APLICAÇÃO DO ALGORITMO DE DESIGNAÇÃO PROPOSTO POR GILLET E JOHNSON NA DETERMINAÇÃO DOS CLUSTERS AGRUPAMENTOS)**

Suponhamos que, pelo Algoritmo Genético acima, chegamos à conclusão de que, das 9 escolas, as 3 que estarão ativadas serão as escolas:

3) Localizada na Linha Giordani

A escola tem capacidade para 40 alunos

5) Localizada em São Luiz

A escola tem capacidade para 40 alunos

9) Localizada em Jacutinga

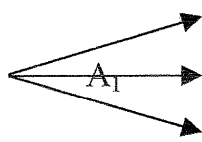
A escola tem capacidade para 112 alunos

Abaixo temos a matriz das distâncias euclidianas ( arredondados os dados), entre as escolas respectivas de cada comunidade.

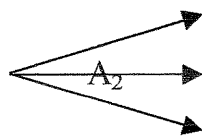
$$E = \begin{bmatrix} 0 & 7 & 6 & 7 & 5 & 6 & 9 & 10 & 14 \\ 7 & 0 & 6 & 2 & 3 & 8 & 7 & 6 & 10 \\ 6 & 6 & 0 & 1 & 6 & 1 & 3 & 8 & 8 \\ 7 & 2 & 4 & 0 & 4 & 5 & 4 & 3 & 8 \\ 5 & 3 & 6 & 4 & 0 & 8 & 9 & 8 & 12 \\ 6 & 8 & 1 & 5 & 8 & 0 & 3 & 6 & 8 \\ 9 & 7 & 3 & 4 & 9 & 3 & 0 & 3 & 5 \\ 10 & 6 & 8 & 3 & 8 & 6 & 3 & 0 & 4 \\ 14 & 10 & 8 & 8 & 12 & 8 & 5 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

**Passo 1:**

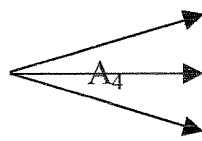
Calcular a distância entre cada nó, ainda não designados, até cada nó designado.



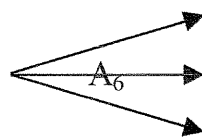
$$\begin{aligned} A_3 \quad d(A_1, A_3) &= 6 \\ A_5 \dots d(A_1, A_5) &= 5 \\ A_9 \quad d(A_1, A_9) &= 14 \end{aligned}$$



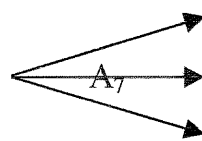
$$\begin{aligned} A_3 \quad d(A_2, A_3) &= 6 \\ A_5 \dots d(A_2, A_5) &= 3 \\ A_9 \quad d(A_2, A_9) &= 10 \end{aligned}$$



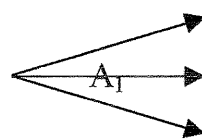
$$\begin{aligned} A_3 \quad d(A_4, A_3) &= 4 \\ A_5 \dots d(A_4, A_5) &= 4 \\ A_9 \quad d(A_4, A_9) &= 8 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} A_3 \quad d(A_6, A_3) &= 1 \\ A_5 \dots d(A_6, A_5) &= 8 \\ A_9 \quad d(A_6, A_9) &= 18 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} A_3 \quad d(A_7, A_3) &= 3 \\ A_5 \dots d(A_7, A_5) &= 9 \\ A_9 \quad d(A_7, A_9) &= 5 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} A_3 \quad d(A_8, A_3) &= 8 \\ A_5 \dots d(A_8, A_5) &= 8 \\ A_9 \quad d(A_8, A_9) &= 4 \end{aligned}$$

### **Passo 2:**

Para cada nó  $i$  do passo anterior, obter  $t'(i)$  como sendo o local mais próximo a  $i$  e  $t''(i)$  como sendo o segundo local mais próximo de  $i$ , com distâncias iguais a  $c'(i)$  e  $c''(i)$

Para  $A_1$  temos..... $c(i, t'(i)) = d(A_1, A_5) = 5$  e  $c(i, t''(i)) = d(A_1, A_3) = 6$

Para  $A_2$  temos..... $c(i, t'(i)) = d(A_2, A_5) = 3$  e  $c(i, t''(i)) = d(A_2, A_3) = 6$

Para  $A_4$  temos..... $c(i, t'(i)) = d(A_4, A_3) = 4$  e  $c(i, t''(i)) = d(A_4, A_5) = 4$

Para  $A_6$  temos..... $c(i, t'(i)) = d(A_6, A_3) = 1$  e  $c(i, t''(i)) = d(A_6, A_5) = 8$

Para  $A_7$  temos..... $c(i, t'(i)) = d(A_7, A_3) = 3$  e  $c(i, t''(i)) = d(A_7, A_9) = 5$

Para  $A_8$  temos..... $c(i, t'(i)) = d(A_8, A_9) = 3$  e  $c(i, t''(i)) = d(A_8, A_3) = 8$

### **Passo 3:**

Para todos os nós  $i$ , dos passos anteriores, calcular a razão: NUNES, 1999 Cita em sua dissertação que, para se calcular distâncias, deve-se adaptar o algoritmo das razões para a diferença; mas, para este problema, como não nos é primordial as distâncias reais, o algoritmo usará a razão para este caso.

$$r(t) = \frac{c(i, t'(i))}{c(i, t''(i))}$$

Para  $A_1$   $r(1) = 5/6 = 0,8$

Para  $A_2$   $r(2) = 3/6 = 0,5$

Para  $A_4$   $r(4) = 4/4 = 1$

Para  $A_6$   $r(6) = 1/8 = 0,1$

Para  $A_7$   $r(7) = 3/5 = 0,6$

Para  $A_8$   $r(8) = 4/8 = 0,5$

### **Passo 4:**

Colocar em rol crescente os  $r(t)$  e fazer as designações.

$r(6)$ ,  $r(2)$ ,  $r(8)$ ,  $r(6)$ ,  $r(7)$ ,  $r(1)$ ,  $r(4)$  ou seja  $(0,1)$ ,  $(0,5)$ ,  $(0,5)$ ,  $(0,6)$ ,  $(0,8)$ ,  $(1,0)$

Logo

1)  $A_6 \rightarrow A_3$

2)  $A_2 \rightarrow A_5$

3)  $A_8 \rightarrow A_9$

4)  $A_7 \rightarrow A_3$

5)  $A_1 \rightarrow A_3$

6)  $A_4 \rightarrow A_3$  ou  $A_5$

Resumindo teremos:

$$A_3 \begin{cases} A_6 \\ A_7 \\ A_1 \end{cases} \text{ A Escola da Linha Giordani (40 vagas) atenderá aos alunos das}$$

comunidades:

Linha Giordani (3 alunos) + Linha Pizato(0 alunos) + Flor da Serra (4 alunos)  
+ Anjo da Guarda (10 alunos) = A escola  $A_3$  atenderá 17 alunos

$$A_5 \begin{cases} A_2 \\ A_4 \end{cases} \text{ A Escola de São Luiz (40 vagas) atenderá aos alunos das}$$

comunidades:

São Luiz ( 12 alunos) + Palmeirinha (21 alunos) + Alto Palmeirinha ( 6  
alunos) = A escola  $A_5$  atenderá 39 alunos

$$A_9 \begin{cases} A_8 \end{cases} \text{ A Escola do Jacutinga (112 vagas) atenderá aos alunos das}$$

comunidades:

Jacutinga ( 25 alunos) + Caravagio ( 10 alunos) = A escola  $A_9$  atenderá 35  
alunos.