

**OTIMIZAÇÃO NO HORÁRIO DE ATENDENTES EM ENFERMAGEM UTILIZANDO
TÉCNICAS DA PESQUISA OPERACIONAL**

CLEONIS VIATER FIGUEIRA

**OTIMIZAÇÃO NO HORÁRIO DE ATENDENTES EM ENFERMAGEM UTILIZANDO
TÉCNICAS DA PESQUISA OPERACIONAL**

Dissertação apresentada como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre em Ciências. Curso de Pós – Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia – Programação Matemática, Setores de Tecnologia e de Ciências Exatas, Universidade Federal do Paraná.

**Orientador: Prof. Dr. Celso Carnieri
Co-orientadora: Prof^ª. Dr^ª. Maria Teresinha
Arns Steiner**

CURITIBA

2002

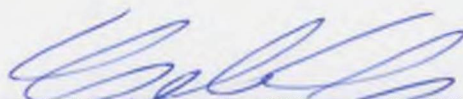
TERMO DE APROVAÇÃO

CLEONIS VIATER FIGUEIRA

OTIMIZAÇÃO NO HORÁRIO DE ATENDENTES EM ENFERMAGEM UTILIZANDO TÉCNICAS DA PESQUISA OPERACIONAL

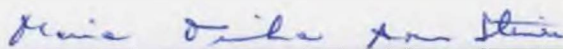
Dissertação aprovada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Ciências no Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia – Área de Concentração em Programação Matemática, da Universidade Federal do Paraná, pela Comissão formada pelos professores:

Orientador :

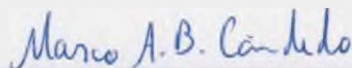


Prof. Dr. Celso Carnieri
Programa de Pós-Graduação em Métodos
Numéricos em Engenharia – PPMNE/UFPR

Co-orientadora:



Prof.ª Dr.ª Maria Teresinha Arns Steiner
Departamento de Matemática – UFPR



Prof. Dr. Marco Antonio Barbosa Cândido
Programa de Pós-Graduação em Engenharia
de Produção e Sistemas – PUC/PR

Curitiba, 05 de junho de 2002.

À minha família.

AGRADECIMENTOS

Ao professor Celso Carnieri pela orientação e incentivo para a realização deste trabalho.

À professora Maria Teresinha Arns Steiner pela co-orientação e valiosas sugestões.

Aos meus pais Antonio e Iria Lucia por terem me ensinado a ler e escrever e pelo apoio durante todo o curso de minha vida.

Ao meu cônjuge Jalves pela compreensão, paciência e carinho.

Ao meu filho Vicente por fazer meus olhos brilharem.

Aos meus colegas Liceia, Dayse, Luciane, Daniel, Sonia, Margarida e Clessi pelo companheirismo, pelas alegrias e lágrimas compartilhadas, afinal por sermos amigos.

Ao Hospital Policlínica de Pato Branco S/A pelo fornecimento dos dados que foram utilizados neste trabalho.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	vii
LISTA DE QUADROS	viii
RESUMO	ix
ABSTRACT	x
1 INTRODUÇÃO	1
1.1 OBJETIVOS DO TRABALHO.....	1
1.2 JUSTIFICATIVA DO TRABALHO.....	1
1.3 LIMITAÇÕES DO TRABALHO.....	2
1.4 ESTRUTURAÇÃO DO TRABALHO.....	2
2 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA	3
2.1 INTRODUÇÃO.....	3
2.2 DEFINIÇÃO DO PROBLEMA.....	4
2.3 DADOS UTILIZADOS.....	5
3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	7
3.1 ESCALA DE SERVIÇO PARA TRABALHADORES.....	7
3.1.1 Escala de Trabalho para Tripulação de Empresa Aérea.....	9
3.1.2 Escala de Trabalho para Atendentes em Central Telefônica.....	10
3.1.3 Escala de Trabalho para Motoristas de Ônibus.....	11
3.1.4 Escala de Trabalho para Tripulação Ferroviária.....	13
3.1.5 Escala de Trabalho para Enfermeiras em Hospital.....	14
3.2 PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA.....	17
3.2.1 Problemas de Otimização.....	17
3.2.2 Modelo de Transporte.....	17
3.2.3 Dual do Problema de Transporte.....	22
3.2.4 Programação Linear.....	22
3.2.5 Programação Inteira.....	23
3.3 TOMADA DE DECISÃO.....	25

3.3.1 O Modelo Saaty.....	27
3.3.2 Considerações sobre o Método de Análise Hierárquica.....	33
3.3.3 O Número 9 como Limite.....	35
3.3.4 Matrizes Recíprocas Positivas e seus Autovalores.....	36
3.4 RECOMENDAÇÕES ERGONÔMICAS PARA ELABORAÇÃO DE ESCALA DE TRABALHO.....	37
4 METODOLOGIA UTILIZADA PARA O DESENVOLVIMENTO DO TRABALHO.....	40
4.1 INTRODUÇÃO.....	40
4.2 MODELAGEM DO PROBLEMA.....	40
4.2.1 Função Objetivo.....	41
4.2.2 Restrições.....	41
4.2.2.1 Restrições de Demanda.....	42
4.2.2.2 Restrições de Oferta.....	42
4.2.2.3 Restrições de Bloqueio.....	43
4.2.2.4 Restrições de Integralidade.....	43
4.3 MODELO MATEMÁTICO FINAL.....	44
4.3.1 Modelo Matemático M.....	44
4.3.2 Modelo Matemático T.....	45
4.3.3 Modelo Matemático N.....	46
4.4 ELABORAÇÃO DOS PESOS.....	47
5 IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL E OBTENÇÃO DOS RESULTADOS.....	54
5.1 IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL DO TRABALHO.....	54
5.2 OBTENÇÃO DOS RESULTADOS.....	54
5.2.1 Geração dos Pesos.....	54
5.2.2 Obtenção dos Horários.....	56
6 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	59
6.1 ANÁLISE DOS RESULTADOS E CONCLUSÕES.....	59
6.1.1 Análise dos Pesos Obtidos.....	59
6.1.2 Análise dos Horários Encontrados.....	59
6.1.3 Conclusões Finais.....	61

6.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	62
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	63
ANEXOS.....	68

LISTA DE FIGURAS

Figura 3.1 - Esquema do Modelo de Transporte.....	18
Figura 3.2 - Esquema do Algoritmo de Transporte.....	19
Figura 3.3 - Esquema de Hierarquia para o Exemplo Proposto.....	28

LISTA DE QUADROS

Quadro 2.1 - Turnos de Trabalho do HPPB.....	4
Quadro 2.2 - Demanda dos Setores do HPPB.....	5
Quadro 3.1 - Escala de Julgamento Proposta por Saaty.....	29
Quadro 3.2 - Índice Randômico (I.R.).....	34
Quadro 4.1 - Índices e Demandas de cada Setor do HPPB no Turno da Manhã.....	44
Quadro 4.2 - Índices e Demandas de cada Setor do HPPB no Turno da Tarde.....	45
Quadro 4.3 - Índices e Demandas de cada Setor do HPPB no Turno da Noite.....	46
Quadro 5.1 - Exemplo de Valores para Pesos.....	55
Quadro 5.2 - Solução para o Modelo M.....	56
Quadro 5.3 - Solução para o Modelo T.....	57
Quadro 5.4 - Solução para o Modelo N.....	58
Quadro 6.1 - Oferta Excedente no Turno da Manhã.....	60
Quadro 6.2 - Oferta Excedente no Turno da Tarde.....	60
Quadro 6.3 - Oferta Excedente no Turno da Noite.....	61

RESUMO

No presente trabalho é proposta uma solução para a elaboração de horário de atendentes em enfermagem no contexto do funcionamento ininterrupto do serviço médico-hospitalar, que se apresenta dividido em setores, como por exemplo: a Unidade de Terapia Intensiva (UTI), o Centro Cirúrgico e o Pronto Socorro. Dessa forma, para a constituição do horário de trabalho dos atendentes deve-se considerar sua qualificação bem como, na medida do possível, a preferência para executar uma determinada função ou dia de folga. O meio utilizado para a resolução deste problema é uma adaptação do Modelo de Transporte, onde a grandeza que está sendo “transportada” é hora de trabalho e os centros produtores e consumidores são, respectivamente, os atendentes em enfermagem e os setores do hospital. O custo para o transporte dos atendentes em enfermagem para os setores do hospital são pesos gerados através de um modelo proposto pelo Método de Análise Hierárquica de Thomas L. Saaty que leva em consideração características como qualificação, tempo de serviço e idade.

ABSTRACT

The present work proposes a solution for the elaboration of schedules concerning attendants in nursing, in the context of uninterrupted functioning of the hospital-medical job. The hospital-medical job is divided in sectors, as for example: the Intensive Care Unit (ICU), the surgical Center and the Casualty department. This way, in order to constitute the working hours of the attendants, it is necessary to consider their qualifications as well as their preference to execute a specific function or the day of recess. The way used for the resolution of this problem is an adaptation of the Model of Transportation. The value that is being transported is the working hours. The producing and consuming centers are, respectively, the attendants in nursing and the sectors of the hospital. The cost for the transportation of the attendants in nursing and the sectors of the hospital are weights generated through a model proposed by the Thomas L. Saaty's Hierarchical Analysis Method that takes into consideration characteristics such as qualification, working term and age.

CAPÍTULO I

1 INTRODUÇÃO

1.1 OBJETIVOS DO TRABALHO

O objetivo geral deste trabalho consiste em utilizar técnicas de Pesquisa Operacional buscando organizar, de forma prática e automática, a escala de atendentes de enfermagem, minimizando o custo deste procedimento e maximizando a satisfação das enfermeiras quanto ao seu horário de trabalho.

Como objetivos específicos tem-se: modelar matematicamente o problema da escala dos atendentes em enfermagem usando-se o modelo do Problema de Transportes (adaptado à situação); e, desenvolver um programa computacional que forneça, através da modelagem elaborada, a escala de atendentes, procurando atender o objetivo geral anteriormente mencionado.

1.2 JUSTIFICATIVA DO TRABALHO

O serviço médico-hospitalar é oferecido à sociedade de forma ininterrupta ou seja, opera 24 horas por dia, o que implica na sua realização por turnos, apresentando-se distribuído por especificidade em vários setores, ou postos, como a Unidade de Terapia Intensiva (UTI), o Pronto Atendimento e Centro Cirúrgico.

Desta forma, distribuir os atendentes de enfermagem em turnos de trabalho, levando-se em conta a folga semanal e habilidades (que devem ser adequadas ao posto de serviço para o qual o funcionário está sendo escalado) é um processo que pode vir a ser dispendioso ao hospital, quando elaborado de forma manual, pois geralmente o número de atendentes envolvidos é considerável e a solução ótima pode, muitas vezes, não ser encontrada.

A modelagem matemática para este problema de escala de atendentes de enfermagem, por intermédio de um sistema de Programação Inteira (Problema de Transportes), resolvendo-o com uso de *software* específico é um caminho adequado visto que oferece resultados ótimos, de forma eficiente e eficaz.

1.3 LIMITAÇÕES DO TRABALHO

A quantidade de atendentes de enfermagem nos vários setores do serviço médico-hospitalar pode variar durante o transcorrer do ano, pois, por exemplo em épocas de feriados e festas, tais como o Carnaval e Ano Novo são maiores as entradas de pacientes ao hospital por acidentes automobilísticos e também, além disso, no inverno há crescimento no número de crianças e idosos com problemas respiratórios que necessitam atendimento, entre vários outros casos.

Há, ainda, que se levar em conta, um número considerável de atendentes que faltam ao serviço pela sua suscetibilidade e exposição às doenças, quebrando assim a escala de serviço.

Por estes dois motivos, os horários serão elaborados de forma a atender às necessidades e demandas semanais do hospital.

1.4 ESTRUTURAÇÃO DO TRABALHO

O presente trabalho é dividido em seis capítulos descritos resumidamente a seguir, donde inicia-se com este presente Capítulo I, que trata da Introdução.

O Capítulo II apresenta a descrição do problema de otimização da escala de atendentes em enfermagem aplicado ao Hospital Policlínica Pato Branco S/A e dos dados utilizados para o desenvolvimento do trabalho.

O Capítulo III traz a revisão bibliográfica que abrange a elaboração de escalas de funcionários em empresas, modelos e exemplos de Pesquisa Operacional utilizados neste trabalho e considerações sobre o método de Análise Hierárquica proposto por Thomas L. Saaty.

O Capítulo IV relata a metodologia utilizada para a formulação do problema de escala dos atendentes como uma adaptação do modelo do Problema de Transporte da Programação Linear.

O Capítulo V versa sobre a implementação computacional do trabalho e os resultados obtidos.

O Capítulo VI apresenta a análise dos resultados obtidos no Capítulo V, as conclusões e também algumas sugestões para trabalhos futuros.

CAPÍTULO II

2 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

2.1 INTRODUÇÃO

O Hospital Policlínica Pato Branco S/A (HPPB), fundado em 26/04/1965, iniciou as suas atividades em um prédio que, atualmente, abriga um hotel e contava com um corpo clínico de 5 médicos, cada qual com uma determinada especialidade que realizavam cirurgias, anestésias, clínica, dentre outras atividades.

O serviço de enfermagem, copa e limpeza ficava por conta de pessoas leigas sem conhecimento técnico para realizarem suas tarefas.

Em 1970, foram inauguradas as novas instalações do hospital, passando, o mesmo, a contar com o apoio de religiosos, com conhecimento específico e prática na área, para a organização e formação de pessoal nos setores administrativo, de enfermagem, copa e limpeza.

Posteriormente, em virtude do crescimento da região Sudoeste do Estado e mesmo de Pato Branco, houve a necessidade de ampliação do espaço físico do hospital e a contratação de médicos e funcionários adicionais.

Atualmente, a Policlínica Pato Branco possui uma equipe de 75 médicos e paramédicos e 174 funcionários, dentre estes: 101 atendentes em enfermagem (nível técnico ou auxiliar) e 6 enfermeiras padrão, 14 funcionários responsáveis pela copa e cozinha, 12 funcionários no setor de lavanderia, 13 pessoas encarregadas da limpeza, 6 funcionários no setor de farmácia, 5 pessoas responsáveis pela manutenção de equipamentos, 15 técnicos administrativos e 2 funcionários no setor de compras.

A escala de trabalho dos funcionários, e em especial dos atendentes em enfermagem, é elaborada de forma manual, atualmente.

A pessoa responsável pela constituição desta escala é uma freira já idosa que detém habilidades para a função como fruto de anos de experiência. Os horários obtidos, entretanto, nem sempre são os melhores e o tempo dispendido para esta tarefa, geralmente é grande.

2.2 DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

O serviço médico-hospitalar é oferecido pelo Hospital Policlínica Pato Branco durante 24 horas por dia e nos sete dias da semana, ininterruptamente.

Os atendentes de enfermagem devem trabalhar 36 horas semanais, sendo que tais horas de serviço podem ser distribuídas em turnos diários de 6 ou de 12 horas. Assim, cada atendente pode optar por 6 dias de trabalho de 6 horas cada, e uma folga semanal, ou por 3 dias de trabalho de 12 horas cada e 4 folgas semanais. Estas possibilidades estão esquematizadas no Quadro 2.1.

QUADRO 2.1 – TURNOS DE TRABALHO DO HPPB

Turno	Início	Término	Horas/Dia	Folga(s)/Semana
Manhã	7h	13h	6	1
Tarde	13h	19h	6	1
Noite	19h	7h	12	4

Tais turnos foram definidos entre a direção do hospital e o sindicato dos atendentes.

O HPPB encontra-se dividido em sete setores, a saber:

- a) Posto 2 e Posto 3: unidade de internamento de pacientes adultos particulares ou conveniados.
- b) Posto 6: unidade de internamento de pacientes adultos através do SUS (Sistema Único de Saúde).
- c) Posto 6 Pediátrico: destinado à pediatria.
- d) Unidade de Terapia Intensiva (UTI): É dividida entre adulta e pediátrica e possui intensivista de plantão durante 24h. A UTI adulta possui 8 leitos sendo 3 de isolamentos. A UTI pediátrica é composta de 6 leitos sendo 1 de isolamento.
- e) Centro Cirúrgico (CC): O Centro Cirúrgico funciona 24h por dia e possui central de distribuição que está interligada em rede com os demais departamentos do hospital. São 7 salas e mais 1 específica para partos.
- f) Pronto Socorro (PS): atendimento ambulatorial de emergência 24 horas por dia, com médicos de plantão.

Cada um destes sete setores supra-citados, possui uma determinada

demanda mínima de atendentes dependendo do turno de trabalho envolvido, conforme apresentado no Quadro 2.2 a seguir.

QUADRO 2.2 - DEMANDA DOS SETORES DO HPPB

Setor	Turno - manhã	Turno - tarde	Turno - noite
Posto 2	3	3	3
Posto 3	2	2	1
Posto 6	5	5	4
UTI Pediátrica	1	1	1
UTI Adulto	6	6	3
Centro Cirúrgico	4	5	3
Pronto Socorro	1	1	1
Total	22	23	16

As alterações quanto ao número de atendentes em cada setor e turno, só se faz necessário em situações especiais.

Dessa forma a escala dos atendentes de enfermagem elaborada pelo hospital deve suprir esta demanda que já é um valor fixo e estável e também procurar, na medida do possível, satisfazer a preferência de seus funcionários quanto ao turno e setor.

Para resolver este problema, o presente trabalho foi dividido em fases, a saber:

- a) levantamento da situação atual de cada atendente e sua preferência quanto a alguma alteração;
- b) determinação da escala de serviço para os funcionários, de forma a apresentar máxima satisfação aos seus funcionários.

2.3 DADOS UTILIZADOS

O problema de escala de atendentes de enfermagem analisado neste trabalho utiliza dados obtidos no HPPB. Este hospital possui 107 atendentes de enfermagem (técnico, auxiliar e padrão) e que estão assim divididos:

- a) 35 auxiliares de enfermagem;
- b) 66 técnicos em enfermagem;
- c) 6 enfermeiras padrão.

As 6 enfermeiras padrão supra-citadas não serão incluídas no problema, pois seus horários de expediente são resultado de um acordo especial entre a

direção do hospital e as mesmas.

As demais 101 enfermeiras estão relacionadas no Anexo 2, e, para cada uma delas, foi associado um número de 1 a 101, juntamente com o setor de trabalho, turno, idade, tempo de serviço, escolaridade e suas preferências, em ordem crescente, pelo dia da semana em que seria mais adequada a folga.

Para relacionar tais preferências adotou-se a convenção de numerar os dias da semana de 1 a 7, sendo o número 1 corresponde ao domingo, o número 2 à segunda-feira e assim, sucessivamente.

Tais informações foram obtidas através de questionário aplicado às mesmas. Tal questionário pode ser encontrado no Anexo 1 deste trabalho.

CAPÍTULO III

3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O presente capítulo se refere à revisão bibliográfica realizada como suporte teórico ao desenvolvimento e à resolução do problema definido no capítulo anterior. Encontra-se estruturado em quatro partes, descritas resumidamente, a seguir.

A primeira parte versa sobre a elaboração de escala de serviço para trabalhadores em geral e apresenta, também, alguns casos específicos: elaboração de escala de trabalho para tripulação de empresa aérea, para atendentes em central telefônica, motoristas de ônibus, tripulação ferroviária e para enfermeiras em hospital.

Posteriormente, é apresentada uma revisão de conceitos de Programação Matemática envolvidos e utilizados na resolução do problema definido no Capítulo 2.

Na seqüência, são apresentadas alternativas utilizadas no processo de Tomada de Decisão. Este processo se faz importante para o ranqueamento das atendentes durante a análise de suas preferências. Um destaque especial é dado à teoria desenvolvida por Thomas L. Saaty, chamada de Método de Análise Hierárquica.

E, finalmente, são abordadas recomendações ergonômicas para a elaboração de escalas de trabalho.

3.1 ESCALA DE SERVIÇO PARA TRABALHADORES

Para a estruturação e otimização de escalas de funcionários, as situações abordadas pela literatura tratam de gerar horários que priorizem a quantidade mínima de pessoal envolvido e horas extras necessárias, obtendo-se, desta forma, redução de seus custos e que, na medida do possível, satisfaçam a preferência dos empregados em relação ao seu turno e dias de trabalho.

O problema de planejamento de escala de serviços surge, basicamente, em empresas que operam 24 horas por dia, 7 dias por semana e onde o quadro de trabalhadores é dividido em turnos de trabalho durante o dia.

Variações da demanda durante o dia, ou mesmo durante a semana,

aumentam a complexidade para a geração das escalas de trabalho. Em determinadas empresas, tais como as que prestam serviços ao público diariamente, pode ser verificada uma variação de demanda no transcorrer do dia.

Normalmente, o dia de trabalho é dividido em intervalos de tempo e uma demanda específica está associada a cada intervalo de tempo.

Desta forma, o problema de distribuição de funcionários para um dia específico de trabalho, consiste em adequar o número de empregados, e seus respectivos turnos de serviço, de forma a satisfazer a demanda diária.

Os atendentes de centrais telefônicas e de enfermagem, por exemplo, são enquadrados em um planejamento de escala que se caracteriza pela localização dos trabalhadores dentro de um ambiente de trabalho. A diferença que existe para o caso condutores de veículos (ônibus, avião, trem e outros) é que estes dependem de sua localização espacial para iniciar ou terminar uma viagem ou mesmo para serem substituídos.

Vários algoritmos visando à construção de escalas de serviço encontram-se na literatura respondendo a estas e outras questões oriundas do tema.

TIEN e KAMIYAMA, 1982, apresentam, em seu estudo sobre a elaboração de escala de serviço para trabalhadores, um esquema de 5 estágios diferentes para resolver o problema, a saber:

- a) demanda temporal de funcionários: fornece a demanda para cada turno de cada dia da semana podendo-se utilizar procedimentos estatísticos;
- b) demanda mínima total de empregados: fornece o número mínimo total de empregados necessários para atender à demanda temporal;
- c) identificação dos períodos de folga: combinam-se os dias de folga permitidos visando estabelecer períodos de folga;
- d) seqüenciar períodos de folga: define-se a seqüência dos períodos de folga encontrados anteriormente;
- e) seqüenciar turnos de trabalho: períodos de trabalho são formados em função das seqüências de períodos de folga;

A forma como o esquema acima é definido retrata uma seqüência usual de passos seguidos para se chegar a uma escala de trabalho geral. Em determinadas situações passos podem ser aglutinados, invertidos ou suprimidos.

Nos itens a seguir estão relacionados alguns trabalhos envolvendo exemplos

contextualizados da elaboração de escala de serviço para funcionários.

3.1.1 Escala de Trabalho para Tripulação de Empresa Aérea

A geração de horário de trabalho para a tripulação de empresas aéreas preocupa-se com vários fatores: a qualificação dos membros da tripulação, o modelo do avião utilizado, períodos destinados a treinamento, férias e exames médicos. Fato que, segundo TEODORÓVIC e LUCIC, 1998, torna o problema complexo e de grandes dimensões.

TEODORÓVIC e LUCIC, 1998, apresentam um artigo com um modelo para solucionar o problema de escala de funcionários em companhias aéreas tendo por base a designação de pessoas às rotas e a divisão do problema central em vários problemas menores. Para tal, os autores utilizaram uma composição de duas heurísticas: *day-by-day* e *pilot-by-pilot*. A idéia da heurística *day-by-day* é gerar a escala para o primeiro dia do mês, depois para o segundo dia e assim sucessivamente até que todos os dias e funcionários sejam “cobertos”. O inconveniente deste processo é que durante a cobertura do mês pode-se não encontrar mais funcionários disponíveis. Fato semelhante acontece com a heurística *pilot-by-pilot* que encontra as escalas para determinado piloto e, depois de elaborada, passa para o segundo piloto e assim por diante. O inconveniente desta heurística é obter pilotos com quantidades de horas de vôo diferentes.

Assim, a utilização das duas heurísticas combinadas diminui as desproporções na escala. Uma descrição completa, bem como exemplo numérico pode ser encontrada no artigo citado de TEODORÓVIC e LUCIC, 1998.

O intuito de organizar a escala de serviço para tais funcionários é de carácter econômico extremamente importante, pois, segundo HOFFMAN e PADBERG, 1993, a maior empresa aérea norte-americana gasta cerca de 1 bilhão e trezentos milhões de dólares anualmente com funcionários, gastos que só são inferiores aos realizados com combustível. Desta forma, qualquer pequena porcentagem economizada é um montante considerável. Visando tal economia, os autores apresentam um modelo baseado numa aproximação do método *branch-and-cut* aplicado a problemas com conjuntos de partição. O método encontra soluções básicas através de cortes na estrutura convexa definida pelo conjunto das soluções

factíveis. Tais cortes são incorporados na árvore de busca (*search-tree*) que, através de procedimentos de reformulação e heurísticas, fornece uma solução.

BARBOZA, 2000, em seu estudo, classificou, de forma geral, os artigos que tratam da construção de horários para a tripulação de companhias aéreas da forma que se segue:

- a) horários são construídos seqüencialmente para cada membro da tripulação; exemplos podem ser encontrados em BYRNE, 1988, e MOORE et al., 1978;
- b) horários são construídos seqüencialmente para cada dia do mês; exemplos podem ser encontrados em BUHR, 1978, e SARRA, 1988;
- c) os dois métodos anteriores são combinados; um exemplo já foi descrito acima;
- d) horários construídos, destinando-se tarefas mais importantes a funcionários mais qualificados. Exemplos podem ser encontrados em GLANERT, 1984, e MARCHETTINI, 1980;
- e) o problema de distribuição de horários é modelado como um problema com conjuntos de partição; exemplo já descrito acima;
- f) a fase de relaxamento linear do problema é resolvida através de geração de colunas; exemplos podem ser encontrados em dois artigos apresentados por GAMACHE e SOUMIS, 1998 e GAMACHE et al., 1999.

3.1.2 Escala de Trabalho para Atendentes em Central Telefônica

Para se organizar a escala de trabalho de atendentes em uma central telefônica deve-se levar em conta, além da preferência das atendentes, a necessidade mínima de funcionários para cada hora do dia, tendo-se, por exemplo, uma previsão do número de chamadas por hora.

O trabalho desenvolvido por BARBOZA, 2000, encontra-se neste contexto. Apresenta-se dividido em 3 fases: na primeira, determina-se o número necessário de atendentes para cada meia hora do dia através de um simulador que gera chamadas telefônicas; na segunda, encontram-se os melhores horários de forma a minimizar os custos com salários através de um modelo de programação inteira e do uso do

pacote computacional LINDO (*Linear, Integer and Discrete Optimizer*); na terceira fase são designados os horários para as atendentes de acordo com suas preferências e características através do uso do Algoritmo do *Matching* de Peso Máximo.

Com uma linha de pensamento semelhante THOMPSON, 1997, desenvolveu o método SSAH (*Specialized Shift Assignment Heuristic*). O SSAH resolve o problema de designação e é usado concomitantemente com uma rotina que organiza os dados do problema em análise para ser usado pelo SSAH.

O SSAH apresenta, resumidamente, a seguinte estrutura:

- a) fase inicial: realiza cálculos preliminares e zera qualquer escala já designada;
- b) fase de designação: realiza a designação de horários para os atendentes tendo como critério a antigüidade do funcionário;
- c) se ainda existirem horários sem designação uma sub-rotina entra em ação permutando horários de forma a suprir esta necessidade;
- d) repete-se este ciclo até ser encontrada uma solução satisfatória e salva-se esta melhor designação em um arquivo.

THOMPSON, 1997, ainda ressalta que, após a implementação do SSAH na Companhia *New Brunswick Telephone Company* (NBTel), os atendentes tornaram-se mais satisfeitos visto que podiam especificar suas preferências e que seriam respeitadas as relações de senioridade na empresa.

Exemplos clássicos sobre o problema de atendentes de central telefônica podem ser encontrados em KEITH, 1979, HENDERSON e BERRY, 1976, e SEGAL, 1974.

3.1.3 Escala de Trabalho para Motoristas de Ônibus

A escala de trabalho para motoristas de ônibus, por razões de complexidade, é normalmente dividida em dois subproblemas, a saber: *crew scheduling* que trata da alocação diária de viagens a duplas de funcionários (motorista e cobrador) e *crew rostering*, que parte da solução do problema anterior e constrói uma escala de trabalho de mais longo prazo, como por exemplo, um mês.

Cada um destes subproblemas foi abordado por YUNES, 2000, em uma

situação real de escalonamento de mão-de-obra de uma empresa de ônibus da cidade de Belo Horizonte – MG. O autor utilizou técnicas da Programação Matemática e Programação por Restrições com resolução através de três formas: a primeira, oriunda de Programação Linear Inteira através de três algoritmos: *Branch-and-Bound*, *Branch-and-Price* em que o subproblema gerador de colunas é resolvido por meio de um algoritmo de Programação Dinâmica e uma heurística baseada em Relaxação Lagrangeana; a segunda, através de um modelo de Programação por Restrições que, semelhantemente à primeira, não foi capaz de resolver casos de grande porte; a terceira, através de um algoritmo de *Branch-and-Price* para resolver o modelo de Programação Linear Inteira, em que as colunas são geradas dinamicamente através de Programação por Restrições.

O problema de *crew rostering* é abordado de duas formas diferentes: um modelo de Programação Linear Inteira, resolvido pelo algoritmo de *Branch-and-Bound* e por um algoritmo híbrido de geração de colunas e, também, um modelo de Programação por Restrições.

Segundo YUNES, 2000, a análise dos resultados computacionais mostra que foi possível obter soluções de excelente qualidade em um tempo de computação adequado às necessidades da empresa e, em particular, para o subproblema de *scheduling* foi possível comprovar que a solução obtida é ótima.

SIQUEIRA, 1999, também apresenta um método dividido por etapas para solucionar o problema que encontra-se contextualizado na cidade de Curitiba – PR. É sabido que existe uma grande demanda em alguns horários, como por exemplo, no início da manhã. Com isso, a circulação de alguns dos ônibus ocorre apenas nestes horários, gerando assim escalas de curta duração. Em outros horários, há demanda, embora menor gerando jornadas longas. Cada linha possui pontos ditos de “rendição”, que são locais onde são possíveis as trocas de motoristas e/ou cobradores. A primeira etapa do processo consiste em obter-se uma escala inicial através de um modelo de Programação Dinâmica, posteriormente, combinam-se estas escalas através do Algoritmo de *Matching* com atribuição de pesos às combinações factíveis de escalas de trabalho. Estas divisões são feitas de acordo com os pontos de “rendição” de cada linha. Algumas empresas da cidade de Curitiba utilizam um programa que faz estas divisões de forma que pelo menos uma escala de curta duração possa ser gerada de cada escala de longa duração dividida. Na

etapa final, as quebras nas tabelas são reordenadas possibilitando até algumas melhorias. Detalhes sobre este processo podem também ser obtidos em CARNIERI e STEINER, 1997.

O método descrito acima é chamado Método Hastus e encontra-se detalhadamente apresentado em BLAIS et al., 1976. Já o Algoritmo de *Matching* pode ser encontrado em CHRISTOFIDES, 1975.

3.1.4 Escala de Trabalho para Tripulação Ferroviária

O problema de escala de trabalho para tripulação ferroviária é bastante semelhante ao problema de escala de motoristas de ônibus.

Recentemente, CAPRARA et al., 1995, apresentaram um trabalho para resolver o problema de escala em uma empresa ferroviária italiana. O modelo apresentado visa elaborar escala cíclica de, no máximo, 30 dias. Na possibilidade do ciclo ultrapassar este prazo, outra escala começa a ser produzida com a mesma limitação. A cada 30 dias, uma equipe de 30 funcionários é selecionada. Cada escala é dividida em programações de 6 dias, sendo cinco dias de trabalho e um dia de folga. Este trabalho foi o vencedor de uma competição entre grupos de pesquisadores italianos para resolver o problema.

Também visando apresentar uma sistemática para o planejamento mensal de escalas de trabalho para condutores de trem, CONSTANTINO, 1997, busca uma distribuição mais equitativa possível das satisfações.

O nível de satisfação dos condutores de trem pode ser medido através de uma função utilidade ajustada por técnicas de preferência declarada. Esta função pondera os fatores que causam maior atratividade numa escala de trabalho.

O planejamento das escalas é resolvido por intermédio de duas etapas. A primeira, fornece uma escala cíclica otimizada, particionada em programações. Tais programações correspondem a seqüências de dias de trabalho entre duas folgas consecutivas. Dois caminhos são utilizados para solucionar esta fase: uma formulação matemática baseada no modelo *set covering* e um algoritmo heurístico baseado no problema de atribuição. A segunda etapa tem por função alocar as escalas de trabalho dos condutores. A atribuição é feita considerando-se o nível de satisfação do histórico de trabalho de cada condutor e o nível de satisfação da

escala futura. O problema foi comparado a um Problema de Caixeiro Viajante, cuja solução baseia-se na heurística *2-opt*. Em cada iteração são solucionados dezenas de problemas de atribuição com gargalo, definidos por uma matriz de utilidades.

3.1.5 Escala de Trabalho para Enfermeiras em Hospital

O interesse em solucionar o problema de elaboração de escala para enfermeiras data de várias décadas. Tal interesse é atribuído ao fato de que o problema é real, importante e pode ser redirecionado a outros setores industriais e empresariais. As restrições variam de hospital para hospital e é, sem dúvida, um problema de natureza combinatorial desafiador e parece não haver consenso em como abordá-lo.

Todo hospital enfrenta, repetidamente, a tarefa administrativa de produzir escalas de trabalho para atendentes em enfermagem. As exigências necessárias diferem entre os determinados setores do hospital, fato que, muitas vezes, torna difícil a elaboração de escala sem se fazer uso de horas extras de enfermeiras, bem como, do uso de um número de funcionários acima do necessário.

Resolver este problema não é uma tarefa muito fácil e vários artigos se reportam a este assunto fazendo-se o uso de diferentes técnicas, algoritmos e heurísticas na busca da solução.

Os artifícios utilizados são desenvolvidos para abordagens cíclicas e não-cíclicas do problema.

Segundo MILLAR e KIRAGU, 1998, uma escala cíclica consiste em um modelo padrão de escala rotacionado entre grupos de trabalhadores de forma horizontal. Após um determinado período de planejamento, cada trabalhador executa uma mesma carga de trabalho. Possui natureza estável e geralmente é caracterizada como imparcial. Escalas cíclicas geralmente requerem menos esforço do que escalas não-cíclicas. Entretanto, apresentam a desvantagem de serem rígidas e não se adaptarem facilmente às mudanças de demandas. Escalas não-cíclicas não apresentam esta falha, pois, freqüentemente, reorganizam a força de trabalho, geralmente cada 2 ou 4 semanas.

MILLAR e KIRAGU, 1998, apresentam em seu artigo, as abordagens cíclica e não-cíclica para uma mesma situação problema de escala de enfermeiras. Uma

discussão detalhada é apresentada no artigo.

Nos parágrafos que se seguem são apresentadas, resumidamente, algumas abordagens para a situação problema em questão.

Exemplos clássicos são encontrados em WARNER, 1976, e MILLER et al., 1976, em meados da década de setenta. WARNER, 1976, propôs uma metodologia de Programação Matemática em que cada enfermeira define uma categoria de variáveis e, por conseguinte, cada variável dentro de uma categoria é uma escala potencial para uma determinada enfermeira; por isso se diz que existe uma solução de múltipla escolha para cada enfermeira. A função objetivo, neste caso, quantifica as preferências individuais de cada enfermeira a respeito da duração de sua jornada de trabalho, possíveis trocas e dias de folga.

MILLER et al., 1976, apresentaram um Modelo de Programação Linear para o problema. Uma solução obtida neste modelo, sendo inteira ou não, é usada para alimentar uma heurística.

NOORIAFSHAR, 1995, desenvolveu o TRANSIM (*The Transitional Period Simulation Program*) que, juntamente com um programa de banco de dados, simula as escalas de pessoal para enfermeiras em treinamento. Neste caso específico, uma enfermeira em treinamento percorre, em um determinado período de tempo, vários setores do hospital de acordo com o tema que esteja sendo objeto de seu estudo, como por exemplo, pediatria, obstetrícia entre outros. O TRANSIM é capaz de organizar a escala de pessoal para dois ou mais programas de treinamento concomitantes ofertados em hospitais acadêmicos. Segundo o autor, o processo de elaboração da escala é gerado de forma similar a um quebra-cabeças no qual se tentam diferentes possibilidades de encaixe até que se encontre a peça que sirva corretamente; foi utilizado para isto a Heurística do Vizinho mais Próximo e Sistema Especialista. Exemplos de aplicação e descrições detalhadas sobre o TRANSIM podem ser encontradas no artigo.

Um modelo de Programação Inteira Binária agregado a um Modelo de Caminho Mínimo é apresentado por JAUMARD et al., 1998, visando abordar o problema de escala de enfermeiras. Para tal, o problema é separado em duas etapas: a primeira, envolve a formulação de horários individuais visando satisfazer a demanda necessária, minimizar custos com salários e maximizar a qualidade do serviço prestado usando-se de Programação Inteira Binária. Nesta instância, cada

coluna integrante da matriz de restrições, associada a esta primeira fase, corresponde a um horário factível para uma enfermeira. Pelo fato desta matriz ser de grande porte somente algumas colunas são analisadas por vez e, quando se fizer necessário, outras são geradas. Durante a segunda etapa, as colunas geradas visam implementar uma solução atual com menor número de restrições. Nesta segunda etapa, o problema é formulado como um Problema de Caminho Mínimo com Restrições em que os caminhos correspondem às colunas da matriz do problema inicial. O objetivo aqui é encontrar soluções melhores que a atual e satisfazer regras impostas pelo problema, como dias de folga e rodízios.

Os Algoritmos Genéticos também podem ser utilizadas como meio para se encontrar escala de trabalho em hospitais. LACERDA et al., 1997, modelaram o problema da escala de horário médico do serviço de Neonatologia da Maternidade do Hospital Universitário da Universidade Federal de Santa Catarina por meio da técnica de Algoritmos Genéticos. Primeiramente, foi necessária a definição contextualizada de conceitos fundamentais. Desta forma, alelo representa um médico e é identificado por um número inteiro, gene representa uma parte da escala na qual deve ser definido um alelo; e cromossomo, representa uma escala completa, ou seja, a solução do problema. As dimensões do cromossomo representam o total de médicos alocados, ao longo do mês, nos diversos turnos. Também se fez necessário modelar uma Função de Adequabilidade (ou *Fitness*) capaz de representar as inter-relações existentes entre as variáveis que descrevem o problema. O processo de definição da Função de Adequabilidade, segundo os autores, não é uma tarefa simples. Diversas simulações e ajustes foram necessários para a elaboração da função. Os resultados obtidos por este processo trazem economia de tempo no gasto de poucos minutos em oposição ao processo manual que demanda de 2 a 3 horas para sua consecução.

Trabalhos utilizando-se a Técnica de Busca Tabu são apresentados por DOWSLAND, 1998, e NONOBE e IBARAKI, 1998, como alternativas para também solucionar a questão. Em ambos, a Busca Tabu está associada a outras metodologias e conforme afirmam os autores são metodologias competitivas em relação às demais abordagens existentes.

3.2 PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA

3.2.1 Problemas de Otimização

O conceito de otimização está fortemente relacionado à análise de problemas complexos de decisão ou de alocação. Procura-se selecionar valores para variáveis que se encontram inter-relacionadas e que procuram descrever tais problemas, tendo-se por base a função objetivo para medir e quantificar a otimização. Tal objetivo pode ser maximizado ou minimizado de acordo com a formulação desejada e sujeito a restrições que podem limitar a quantização das variáveis do problema.

Segundo LUENBERGER, 1984, tal objetivo pode ser lucro ou prejuízo quando se tratar de um contexto financeiro, velocidade ou distância em um problema de natureza física, a expectativa de retorno em um investimento de risco, o bem estar social no contexto de planejamentos do governo, dentre outros.

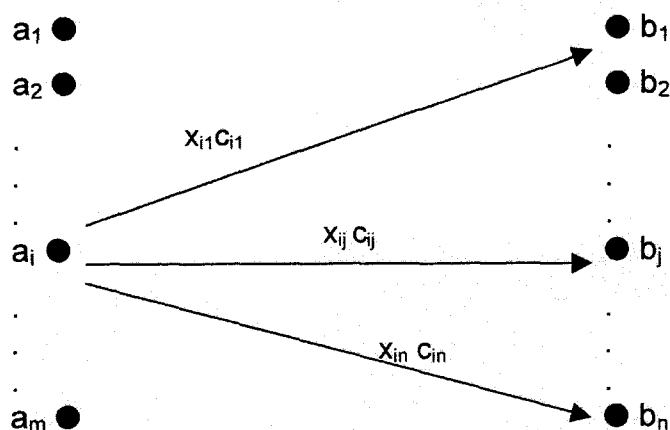
É sabido que são poucas as situações que podem ser completamente representadas através de variáveis matemáticas e suas inter-relações e, dessa forma, as técnicas para análise de problemas visando sua otimização fornecem um resultado na maioria das vezes aproximado.

Entretanto, a habilidade para modelar o mais fidedignamente um problema em estudo e para refinar e avaliar as respostas obtidas são “ferramentas” indispensáveis que tornam as técnicas de otimização mais exatas quanto possível!

3.2.2 Modelo de Transporte

Um Problema de Transportes envolve m origens, cada uma delas dotada de a_i ($i = 1, 2, \dots, m$) unidades disponíveis de um produto homogêneo, e n destinos, cada um dos quais requerendo b_j ($j = 1, 2, \dots, n$) unidades deste produto. Os números a_i e b_j são inteiros e positivos. O custo c_{ij} de transportar uma unidade de origem i para o destino j é conhecido para cada valor de i e j . O objetivo é desenvolver um esquema de transporte a valores inteiros (o produto não pode ser fracionado) que atenda a todas as demandas a partir do estoque atual a um custo de transporte mínimo. Pode ser esquematizado como mostrado na Figura 3.1.

FIGURA 3.1 – ESQUEMA DO MODELO DE TRANSPORTE



Para $i = 1, 2, \dots, m$ e $j = 1, 2, \dots, n$, onde:

x_{ij} = são as variáveis do problema, que representam a quantidade a ser transportada da origem i para o destino j ;

c_{ij} = custo unitário de transporte da origem i para o destino j ;

a_i = quantidade disponível na origem i ;

b_j = quantidade requerida no destino j .

O problema consiste em achar os valores de x_{ij} ($i = 1, 2, \dots, m$ e $j = 1, 2, \dots, n$) que minimize o custo total do transporte (função objetivo):

$$Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \quad (3.1)$$

Sabendo-se que as variáveis de decisão x_{ij} devem satisfazer às seguintes restrições de oferta e de demanda:

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad (3.2)$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j \quad (j = 1, 2, \dots, n) \quad (3.3)$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad (j = 1, 2, \dots, n) \text{ e inteiros} \quad (3.4)$$

As m restrições de oferta (3.2), uma para cada origem, indicam que a quantidade ofertada na origem i tem de ser igual à quantidade a_i disponível naquela origem.

As n restrições de demanda (3.3) uma para cada destino, indicam que a quantidade requisitada a cada destino j tem de ser igual à quantidade b_j demandada naquele destino.

As restrições (3.4) indicam a integralidade das variáveis.

Note-se que nas restrições do modelo proposto todos os coeficientes das variáveis são iguais a um.

Ao se somar as m restrições de oferta obtém-se:

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ij} = \sum_{i=1}^m a_i \quad (3.5)$$

Ao se somar as n restrições de demanda obtém-se:

$$\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m x_{ij} = \sum_{j=1}^n b_j \quad (3.6)$$

Indicando que o Modelo de Transporte exige uma igualdade entre a oferta total e a demanda total.

Existe um algoritmo especial para a resolução do Modelo de Transporte chamado Algoritmo de Transporte. Este algoritmo é o Método Simplex particularizado que possui o formato que pode ser enquadrado como o apresentado na Figura 3.2.

FIGURA 3.2 – ESQUEMA DO ALGORITMO DE TRANSPORTE

Origens	Destinos					Oferta	u_i
	1	2	3	...	n		
1	c_{11} x_{11}	c_{12} x_{12}	c_{13} x_{13}	c_{1n} x_{1n}	a_1	u_1
2	c_{21} x_{21}	c_{22} x_{22}	c_{23} x_{23}	c_{2n} x_{2n}	a_2	u_2
.....
m	c_{m1} x_{m1}	c_{m2} x_{m2}	c_{m3} x_{m3}	c_{mn} x_{mn}	a_m	u_m
Demanda	b_1	b_2	b_3	b_n		
v_j	v_1	v_2	v_3	v_n		

Segundo PUCCINI, 1972, Problemas de Programação Linear, mesmo não envolvendo transporte de mercadorias, nos quais os recursos disponíveis e as

quantidades necessárias destes recursos são expressos em termos de um só tipo de unidade, podem ser resolvidos pelo Algoritmo do Transporte, desde que tenham o aspecto do Modelo de Transporte.

Este modelo envolve, da mesma forma que o Método Simplex:

- (i) determinação de uma solução básica inicial;
- (ii) teste da solução quanto à condição de ótimo;
- (iii) melhoria da solução quando não é ótima;
- (iv) repetição das etapas (ii) e (iii) até se obter a solução ótima.

Uma solução inicial básica pode ser encontrada através de processos que se utilizam do quadro apresentado na Figura 3.2 acima. Tais processos podem ser: a Regra do Canto Noroeste, Método de Vogel, dentre muitos outros.

Na Regra do Canto Noroeste inicia-se com a célula (1, 1) do quadro (Canto Noroeste), aloca-se a x_{11} tantas unidades quantas sejam possíveis sem violar as restrições, o que corresponde ao menor dos dois valores entre a_1 e b_1 . Depois disso, continua-se o algoritmo deslocando-se para a célula imediatamente à direita se ainda restar alguma oferta; caso contrário, para a célula imediatamente abaixo. A cada etapa aloca-se à célula em consideração tantas unidades quantas sejam possíveis sem violar as restrições: a soma das alocações na i -ésima linha não pode exceder a_i , a soma das alocações na j -ésima coluna não pode exceder b_j e nenhuma alocação pode ser negativa. A alocação pode assumir valor zero.

O método de Vogel trabalha com cálculo de resíduos, ou seja, para cada linha e cada coluna possuindo alguma sobra de oferta ou alguma sobra de demanda calcula-se a diferença não negativa entre os dois menores custos c_{ij} associados às células ainda sem alocação nessa linha ou coluna. Considera-se a linha ou coluna possuidora do maior resíduo; caso haja empate, escolhe-se uma de forma arbitrária. Nesta linha ou coluna, identifica-se a célula de menor custo unitário de transporte ainda sem alocação e aloca-se a esta, tantas unidades quantas sejam possíveis sem violar as restrições. Recalculam-se os resíduos e repete-se o procedimento citado até que todas as demandas sejam atendidas.

As variáveis, para as quais se atribui valores por meio de quaisquer procedimentos tornam-se as variáveis básicas da solução inicial. As variáveis sem alocação são não básicas e valem zero.

Segundo BRONSON, 1985, a Regra de Canto Noroeste é o método mais

simples de aplicar, entretanto, o Método de Vogel, que leva em consideração os custos unitários de transporte, fornece uma solução inicial mais próxima da solução ótima.

A partir da solução inicial, realiza-se o teste da condição de otimalidade através da atribuição de valor zero a um dos elementos u_i e v_j da figura anterior e calcula-se o valor restante para u_i ou v_j de modo que para cada variável básica $u_i + v_j = c_{ij}$. Em seguida, calcula-se para as variáveis não básicas a quantidade $c_{ij} - u_i - v_j$. Se todos estes valores forem não negativos tem-se a solução ótima, em caso contrário, a solução não é ótima.

Para a melhora de uma solução vigente não ótima deve-se primeiramente ter-se em mente a definição de percurso de avaliação.

Conforme BRONSON, 1985, percurso de avaliação é uma seqüência obtida a partir do quadro da Figura 3.2, tal que todo par de células consecutivas está sobre a mesma coluna ou linha; não há três células consecutivas sobre a mesma coluna ou linha. A primeira e a última células da seqüência estão sobre a mesma linha ou coluna e nenhuma célula figura mais de uma vez na seqüência.

A partir da definição anterior, considera-se a variável não básica correspondente ao valor mais negativo da quantidade $c_{ij} - u_i - v_j$, obtida anteriormente através do teste de otimalidade. Esta é a variável que será introduzida à base. Constrói-se um percurso de avaliação constituído pela variável que está sendo inserida à base e por algumas ou todas as variáveis básicas correntes.

Aloca-se à variável introduzida tantas unidades quantas sejam possíveis, de forma que, depois de se ter feito os acertos necessários nas demais constituintes do percurso de avaliação, as restrições de oferta e de demanda sejam satisfeitas, todas as alocações permaneçam não negativas e uma das variáveis básicas anteriores tenha sido reduzida a zero, o que a torna não básica.

Segundo MACULAN e PEREIRA, 1980, normalmente, em Programação Linear, o aparecimento de soluções básicas degeneradas (variáveis básicas iguais a zero) pode acarretar ciclagem no Método Simplex, o que implicaria a não convergência deste método. Entretanto, nos casos práticos, isto é, nos programas já codificados em computador, estas precauções não são tomadas, pois a probabilidade de haver ciclagem é quase nula. Tal fato não pode ser dito para o caso especial de Programação Linear do Problema de Transporte, no qual pode-se

trabalhar executando operações de soma e diferença entre números inteiros, não havendo erros de arredondamento.

Se, no processo de aperfeiçoamento da solução básica corrente, duas ou mais variáveis básicas se reduzirem a zero simultaneamente, somente uma delas poderá tornar-se não básica. As outras variáveis permanecem básicas, mas com alocação nula, tornando com isso a solução degenerada.

3.2.3 Dual do Problema de Transporte

Existe uma variável dual para cada restrição do modelo de transporte. Denotam-se as variáveis u_i , $i = 1, 2, \dots, m$ para (3.2) e v_j , $j = 1, 2, \dots, n$ para (3.3).

Desta forma, o dual é:

$$\begin{aligned} \text{Maximizar} \quad & \sum_{i=1}^m a_i u_i = \sum_{j=1}^n b_j v_j \\ \text{Sujeito a} \quad & u_i + v_j \leq c_{ij} \\ & i = 1, 2, \dots, m \\ & j = 1, 2, \dots, n \\ & u_i \text{ e } v_j \text{ indistintos em sinal} \end{aligned} \tag{3.7}$$

Para interpretar o problema dual, imagina-se um empresário que vai ao fabricante com o objetivo de comprar seu produto e vendê-lo aos depósitos. O preço das mercadorias nesta transação, varia e é determinado pelo empresário antecipadamente e, é claro, devem ser atrativos ao fabricante.

O empresário então, deve selecionar preços $-u_1, -u_2, \dots, -u_m$ para cada uma das m origens e v_1, v_2, \dots, v_n para os n destinos. Para ser competitivo com o modo de transporte vigente, seu preço deve satisfazer $u_i + v_j \leq c_{ij}$ para cada i, j , onde $u_i + v_j$ representa a quantia que o fabricante deve vender a unidade do produto da origem i e comprá-lo de volta no destino j . Sujeito a esta condição, o empresário poderá ajustar seus preços para maximizar seus rendimentos.

3.2.4 Programação Linear

A Programação Linear é dentre as técnicas de Pesquisa Operacional, a mais

importante e também mais conhecida. Um Problema de Programação Linear fica caracterizado através de uma função objetivo e de restrições.

Matematicamente, os Problemas de Programação Linear são caracterizados por funções objetivos e restrições lineares em que cada unidade de variação de uma variável do problema incrementa sempre com o mesmo peso a função objetivo e consome sempre a mesma quantidade de recurso.

Usando-se da notação utilizada por ZIONTS, 1974, temos que uma função objetivo linear é uma expressão na forma $c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$ onde c_1, c_2, \dots, c_n são constantes reais conhecidas e x_1, x_2, \dots, x_n são variáveis reais. Tais variáveis em seus valores ótimos, quando for possível encontrá-los, satisfazem a exigência de maximizar ou minimizar a função objetivo.

As restrições lineares são restrições descritas através das variáveis do problema em estudo e podem ser representadas de três formas: $a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n (\leq, =, \geq) a_0$ onde $a_j, j = 0, 1, \dots, n$ são constantes conhecidas.

Com base na discussão acima, um Problema de Programação Linear pode ser expresso como se segue:

$$\begin{array}{ll}
 \text{Maximizar} & Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \quad (\text{função objetivo}) \\
 \text{Sujeito a} & a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \leq b_1 \\
 & a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \leq b_2 \\
 & \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \\
 & a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \leq b_m \\
 & x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0
 \end{array} \tag{3.8}$$

Os valores a_{ij} , b_j e c_j são conhecidos que descrevem o problema; as variáveis x_j são escolhidas de forma que as restrições sejam satisfeitas e a função objetivo maximizada (ou minimizada); o valor da função objetivo é z .

3.2.5 Programação Inteira

Um Problema de Programação Inteira é um Problema de Programação Linear com o requisito adicional de que todas as variáveis são números inteiros. Não é necessário que os coeficientes e constantes envolvidos sejam também números

inteiros, porém este será freqüentemente o caso.

Muitas vezes soluções fracionárias não são reais e então deve-se considerar o modelo de otimização abaixo:

$$\begin{aligned} & \text{Maximizar } \sum_{j=1}^n c_j x_j \\ & \text{sujeito a } \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i \quad (i = 1, 2, \dots, m) \\ & \quad \quad \quad x_j \geq 0 \quad (j = 1, 2, \dots, n), \quad x_j \text{ inteiro para qualquer } j. \end{aligned} \quad (3.9)$$

O problema acima é chamado de Problema de Programação Linear Inteira.

Os Problemas de Programação Linear Inteira surgem praticamente em todas as áreas de aplicação matemática.

BRADLEY et al., 1977, apresentam exemplos de áreas em que a Programação Inteira é um importante ferramental para tomada de decisões.

Um dos exemplos citados é o de escala de estudantes para suas respectivas salas de aula. Nesta situação, a diferença entre o número de estudantes e o número de carteiras disponíveis em cada sala de aula deve ser minimizado.

Existem restrições com referência ao número e tamanho das salas de aula, disposição de horários dos professores e preferência dos estudantes. Em geral, o problema analisa se a turma i é designada para a sala j durante um período n de tempo ou não. Desta forma as variáveis que descrevem o problema podem assumir valor zero ou um, que são inteiros.

Variáveis que assumem apenas os valores zero ou um são denominadas variáveis binárias.

Ao passo que Método Simplex é eficiente na busca da solução de Problemas de Programação Linear, não existe uma única técnica para resolver os Problemas de Programação Linear Inteira.

Os vários métodos desenvolvidos visando solucionar os Problemas de Programação Inteira, segundo BRADLEY et al., 1977, podem ser classificados em uma das três aproximações que seguem:

- a) Técnicas que incluem o procedimento de *branch – and – bound*.
- b) Técnicas de *cutting – plane*.
- c) Técnicas de *group – theoretic*.

Para se ter uma descrição completa, bem como exemplos numéricos das

situações acima recomenda-se BRADLEY et al., 1977, dentre dezenas de outras referências.

3.3 TOMADA DE DECISÃO

A tomada de decisão pode ser caracterizada como um processo de escolha ou seleção de alternativas ou escolhas de ações suficientemente satisfatórias de um conjunto de opções visando atingir objetivos e metas.

Um modelo de decisão deve incluir processos para identificar, medir e combinar critérios e alternativas tendo em vista criar um modelo conceitual para decisões e avaliações.

Muitas vezes, o processo de decisão envolve incertezas. Assim, um importante aspecto para ajudar na decisão é a habilidade para manipular informações vagas e imprecisas, tais como a noção de preço (caro e barato), eficiência entre outros.

Em geral, de acordo com RIBEIRO, 1996, para problemas que envolvem tomadas de decisão, a terminologia usada é a seguinte:

- a) alternativas: conjunto de objetos, produtos, ações, itens de escolha ou estratégias;
- b) atributos: cada alternativa é definida por um grupo de características;
- c) objetivos: uma coleção de atributos selecionados pelo decisor para ser usado como objetivo;
- d) preferências / pesos: a importância relativa para cada atributo entre os demais ou a importância relativa de exemplos de um atributo.

Atributos, pesos e objetivos podem ser conjuntos difusos, ou seja, atributos podem ser variáveis lingüísticas, como por exemplo: preço. Preço é um atributo que possui três subconjuntos: barato, moderado, caro.

Segundo RIBEIRO, 1996, o estudo da tomada de decisão cambia os termos: múltiplos objetivos, múltiplos atributos e múltiplos critérios.

Tomada de decisão através de múltiplos objetivos consistem em um conjunto de metas que não podem ser realizadas simultaneamente. O processo de otimização desta situação segue duas etapas: primeiramente a determinação de soluções eficientes e posteriormente a determinação de uma solução ótima a partir

das soluções eficientes obtidas. O problema pode ser modelado como um problema de Programação Matemática e solucionado através de suas técnicas.

Tomada de decisão através de múltiplos atributos trabalha com o problema de escolha de alternativa a partir de um grupo de alternativas as quais são caracterizadas em termos de seus atributos. Normalmente apresenta apenas um objetivo, mas, pode ser classificado de duas diferentes formas. A primeira consiste em selecionar uma alternativa de um grupo com base nos valores e importância dos atributos de cada alternativa. A segunda, em classificar as alternativas usando-se para tal um tipo de modelo padrão ou casos similares.

Tomadas de decisão através de múltiplos critérios são, as vezes, aplicadas em decisões que envolvem múltiplos objetivos ou múltiplos atributos.

Referências sobre estes três temas são apresentadas por RIBEIRO, 1996; MACCRIMMON, 1973; e ZIMMERMANN, 1987.

Assume-se que problemas de múltiplos atributos tem um único objetivo que pode ser a classificação das alternativas ou mesmo a seleção de uma de um grupo de alternativas.

A classificação ou escolha é executada pela avaliação de um conjunto de características, aspectos e atributos em comum visando designar o grau de importância das variáveis envolvidas.

A primeira fase do processo de classificação de alternativas para o problema é baseado no mérito relativo dos critérios e atributos.

Segundo RIBEIRO, 1996, os procedimentos mais comuns para esta primeira fase são métodos para atribuição de pesos médios que podem ser reunidos em cinco grupos descritos, resumidamente, a seguir.

O grupo 1 compreende abordagens alternativas. Tais métodos formam a base para os demais. São apresentados dois modelos propostos respectivamente por Kalne e Saaty.

O modelo proposto por KALNE, 1975, utiliza-se de regras para cotação de pesos médios. Esta abordagem considera que os pesos e critérios são variáveis estocásticas e, portanto, se usa de variáveis randômicas e da simulação de Monte Carlo para determinar a solução ótima.

O modelo proposto por SAATY, 1991, é uma abordagem alternativa para se trabalhar com incertezas em processo de decisão, entretanto há autores que se

utilizam deste método, em conjuntos difusos, para avaliar pesos de critérios e objetivos. Tal abordagem será melhor discutida em seção posterior.

O grupo 2 abrange métodos difusos de agregação hierárquica. O método Laarhoven é similar ao método proposto por Saaty com diferença de que os critérios e as alternativas para comparações são difusos. A idéia é transformar as proporções dadas pelo decisor em uma escala de zero a três. Os resultados obtidos são conjuntos difusos e um processo sofisticado de ranqueamento será necessário para a escolha da melhor alternativa. Uma característica interessante é a aceitação e combinação de proporções para mais de um decisor, ou seja, trabalha com grupos de decisão.

Os passos deste método são apresentados a seguir:

- a) comparações dos critérios são elaboradas como no modelo proposto por Saaty;
- b) comparações de proporcionalidade entre as alternativas como no modelo proposto por Saaty;
- c) uso de distribuição triangular para formar critérios de pesos;
- d) uso do algoritmo de aproximação de Dubois e Prade, usado para simplificar operações com conjuntos difusos.

O algoritmo de aproximação de Dubois e Prade pode ser encontrado em DUBOIS e PRADE, 1980.

O grupo 3 é constituído por métodos de conjunção. Os pesos não são difusos e a solução representa um suporte para cada alternativa. O melhor suporte para uma dada alternativa indica que esta é a melhor alternativa.

O grupo 4 determina valores para os critérios usando-se de variáveis lingüísticas para comparações e pesos, o qual se utiliza de uma equação clássica de pesos médios.

O grupo 5 apresenta métodos que trabalham com critérios que são conjuntos difusos e que não podem ser avaliados por variáveis lingüísticas.

3.3.1 O Modelo Saaty

O modelo proposto por Saaty é uma abordagem alternativa para se trabalhar com incertezas em processos de decisão. Há autores que se utilizam deste método

em conjuntos difusos para avaliar pesos de critérios e objetivos.

O método dosa o relativo grau de importância de critérios e atributos pela estruturação em um sistema hierárquico, em uma estrutura de múltiplos atributos.

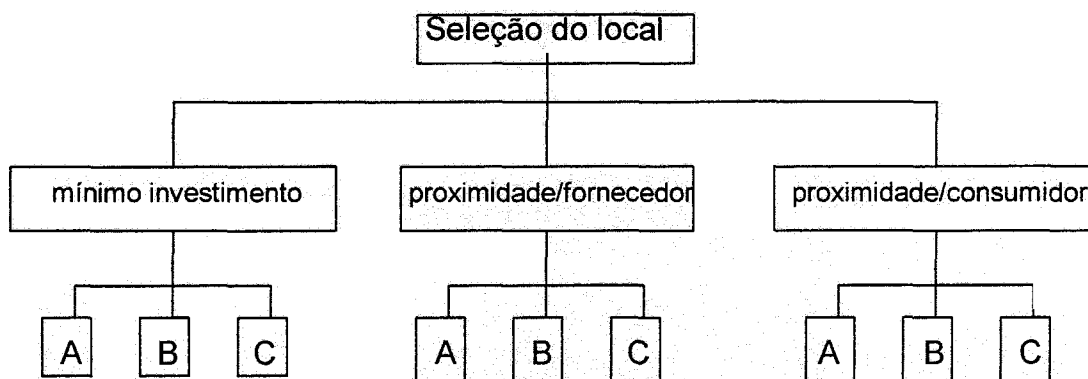
Para se dar proporcionalidade às alternativas, utiliza-se da comparação de forma hierarquizada entre atributos e/ou objetivos através de autovetores e matrizes recíprocas.

Antes de se apresentar esta aproximação em sua forma matemática, um exemplo é desenvolvido para facilitar o entendimento.

Considere-se o problema de selecionar do conjunto $\{A, B, C\}$ um local para se instalar uma nova fábrica com meta, G , de investimento mínimo e para critério de escolha ser situado próximo de fornecedores e mercados consumidores, respectivamente C_1 e C_2 .

A Figura 3.3 retrata o problema hierarquicamente:

FIGURA 3.3 – ESQUEMA DE HIERARQUIA PARA O EXEMPLO PROPOSTO



Com base na Figura 3.3, tem-se a seguinte estrutura hierárquica: o primeiro nível de hierarquia é dado por “Seleção do Local” que por sua vez, dá seqüência a um segundo nível de hierarquia composto por “Mínimo Investimento”, Proximidade de Fornecedores” e “Proximidade de Consumidores”; cada um desses três gera o terceiro nível de hierarquia composto pelas opções de possíveis locais de instalação da nova fábrica: A, B e C.

A escala de julgamento proposto por Saaty utilizada para o julgamento do nível relativo de importância relativa entre as metas e objetivos envolvidos em uma

situação de escolha é apresentada a seguir no Quadro 3.1.

QUADRO 3.1 – ESCALA DE JULGAMENTO PROPOSTA POR SAATY

Intensidade de importância	Definição	Explicação
1	Mesma importância.	As duas atividades contribuem igualmente para o objetivo.
3	Importância pequena de uma sobre a outra.	A experiência e o julgamento favorecem levemente uma atividade em relação à outra.
5	Importância grande ou essencial.	A experiência e o julgamento favorecem uma atividade em relação à outra.
7	Importância muito grande ou demonstrada.	Uma atividade é muito fortemente favorecida em relação à outra; sua dominação de importância é demonstrada na prática.
9	Importância absoluta.	A evidência favorece uma atividade em relação à outra com o mais alto grau de certeza.
2, 4, 6, 8	Valores intermediários entre os valores adjacentes.	Quando se procura uma condição de compromisso entre duas definições.
Recíprocos dos valores acima de zero	Se a atividade i recebe uma das designações diferentes acima de zero, quando comparada com a atividade j, então j tem o valor recíproco quando comparada com i.	Uma designação razoável.
Racionais	Razões resultantes da escala.	Se a consistência tiver de ser forçada para obter valores numéricos para completar a matriz.

A construção das matrizes é feita através de questionamentos ao decisor para que se compare o elemento i ao elemento j e atribua o valor a_{ij} , com relação a um particular critério e/ou objetivo. Os demais componentes da matriz são determinados da seguinte forma:

$$a_{ij} = \frac{1}{a_{ji}}, \quad a_{ii} = 1. \quad (3.10)$$

Das matrizes recíprocas que se seguem, a matriz de comparação de critérios tem relação com o nível zero e as demais, ao nível um.

Para a situação exemplificada acima, as matrizes recíprocas de Saaty seriam:

Matriz de Comparação de Critérios M_1 :

$$\begin{array}{c} G \quad C_1 \quad C_2 \\ \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ 7 & 1 & 1 \\ 7 & 1 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

Matriz de Investimento Mínimo M_2 :

$$\begin{array}{c} A \quad B \quad C \\ \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \\ 5 & 1 & 1 \\ 5 & 1 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

Matriz de Proximidade de Fornecedores M_3 :

$$\begin{array}{c} A \quad B \quad C \\ \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 \\ \frac{1}{3} & 1 & 1 \\ \frac{1}{3} & 1 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

Matriz de Proximidade de Mercados M_4 :

$$\begin{array}{c} A \quad B \quad C \\ \begin{bmatrix} 1 & 1 & 7 \\ 1 & 1 & 5 \\ \frac{1}{7} & \frac{1}{5} & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

Os valores das matrizes são dados pelo decisor. Por exemplo, os critérios C_1 e C_2 são de importância muito grande (escala 7) do que a meta G e as alternativas B e C são de importância grande em comparação a A (escala 5) na segunda matriz.

Para se solucionar a escolha com base nas matrizes de Saaty utiliza-se o

maior autovalor associado à matriz e do autovetor correspondente.

O autovetor correspondente ao maior autovalor é uma espécie de escala comparativa para comparação entre os elementos.

Da matriz M_1 tem-se os seguintes autovetores e autovalores:

$$V_1: \begin{pmatrix} 0,064 \\ 0,468 \\ 0,468 \end{pmatrix} \text{ e } \lambda_1: 2,955;$$

$$V_2: \begin{pmatrix} -0,162 \\ 0,581 \\ 0,581 \end{pmatrix} \text{ e } \lambda_2: 0,045;$$

$$V_3: \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \text{ e } \lambda_3: 0.$$

Da matriz M_2 tem-se os seguintes autovetores e autovalores:

$$V_4: \begin{pmatrix} -0,25 \\ 0,625 \\ 0,625 \end{pmatrix} \text{ e } \lambda_4: -2 \times 10^{-14};$$

$$V_5: \begin{pmatrix} 0,090 \\ 0,454 \\ 0,454 \end{pmatrix} \text{ e } \lambda_5: 3;$$

$$V_6: \begin{pmatrix} -0,250 \\ -3,125 \\ 4,375 \end{pmatrix} \text{ e } \lambda_6: 0.$$

Da matriz M_3 os autovetores e autovalores:

$$V_7: \begin{pmatrix} 0,6 \\ 0,2 \\ 0,2 \end{pmatrix} \text{ e } \lambda_7 : 3;$$

$$V_8: \begin{pmatrix} 1,499 \\ 0,363 \\ -0,863 \end{pmatrix} \text{ e } \lambda_8 : 3,667 \times 10^{11};$$

$$V_9: \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -0,999 \end{pmatrix} \text{ e } \lambda_9 : -3,405 \times 10^{-15}.$$

Da matriz M_4 , os autovetores e autovalores:

$$V_{10}: \begin{pmatrix} 0,487 \\ 0,436 \\ 0,076 \end{pmatrix} \text{ e } \lambda_{10} : 2,992;$$

$$V_{11}: \begin{pmatrix} 1 \\ -0,399 - 0,833i \\ -0,085 + 0,149i \end{pmatrix} \text{ e } \lambda_{11} : 0,003 + 0,211i;$$

$$V_{12}: \begin{pmatrix} 1 \\ -0,399 + 0,833i \\ -0,085 - 0,149i \end{pmatrix} \text{ e } \lambda_{12} : 0,003 - 0,211i.$$

O resultado final é obtido levando-se em consideração os autovetores normalizados associados ao maior autovalor real de cada matriz, ou seja: V_1 , V_5 , V_7 e V_{10} como critério de comparação para cada alternativa (nível um), pertencentes a

uma mesma matriz e então multiplicada pelos pesos dos critérios (nível zero), os quais são dados pelo vetor normalizado dos critérios de comparação.

Os autovetores são normalizados para assegurar consistência.

Logo, temos:

$$\begin{matrix} & V_5 & V_7 & V_{10} & & V_1 \\ \begin{pmatrix} 0,090 & 0,6 & 0,487 \\ 0,454 & 0,2 & 0,436 \\ 0,454 & 0,2 & 0,076 \end{pmatrix} & \cdot & \begin{pmatrix} 0,064 \\ 0,468 \\ 0,468 \end{pmatrix} & = & \begin{pmatrix} 0,514 \\ 0,327 \\ 0,158 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

Assim tem-se que a seleção do local A possui escore 0,514, a seleção do local B, escore 0,327 e a seleção do local C, escore 0,158.

Com base nestes valores tem-se que A é a melhor escolha.

3.3.2 Considerações sobre o Método de Análise Hierárquica

O método de Análise Hierárquica proposto por Saaty, parece refletir o método natural de funcionamento da mente humana. Ao defrontar-se com um grande número de elementos, controláveis ou não, que abrangem uma situação complexa, ela os agrega em grupos seguindo prioridades em comum.

O modelo dessa função cerebral permite uma repetição desse processo, no que considera-se esses grupos, ou melhor, suas propriedades comuns de identificação, como os elementos de um novo nível no sistema. Esses elementos por sua vez podem ser agrupados segundo um outro conjunto de prioridades, gerando os elementos de um outro nível mais elevado, até atingirmos um único elemento máximo que muitas vezes pode ser identificado como o objetivo do nosso processo decisório.

Ainda segundo Saaty, a descrição acima é em geral denominada hierarquia. Uma hierarquia é uma abstração da estrutura de um sistema para estudar as interações funcionais de seus componentes e seus impactos no sistema total. Essa abstração pode tomar várias formas inter-relacionadas, todas essencialmente derivadas de um objeto geral.

Em teoria matemática de hierarquia, Saaty desenvolveu um método para

avaliar o impacto de um nível sobre um nível adjacente superior, através da composição de contribuições relativas (prioridades) de seus elementos naquele nível, com respeito aos elementos do nível adjacente. Esta composição pode ser estendida para cima através de toda a hierarquia.

Cada elemento da hierarquia pode pertencer funcionalmente a várias outras hierarquias diferentes.

O método pode ser descrito como segue.

Dados os elementos de um nível, por exemplo, o quarto de uma hierarquia e um elemento "e". Inserindo os resultados encontrados com os números, refletindo a comparação numa matriz, encontraremos o autovetor com o maior autovalor. O autovetor dá a ordem de prioridade, e o autovalor é a medida de consistência do julgamento.

Em geral, o que quer se dizer com ser consistente é quando tem-se uma quantidade básica de dados, todos os outros dados podem ser logicamente deduzidos deles.

Ao fazer a comparação paritária para relacionar em n atividades de modo que cada uma seja representada nos dados pelo menos uma vez, precisa-se de $(n - 1)$ comparações paritárias.

A consistência de uma matriz recíproca positiva é equivalente a requerimentos de que seu autovalor máximo, λ_{\max} , deveria ser igual a n (onde n é a ordem da matriz). Também é possível estimar um índice de consistência, I.C., pela diferença $(\lambda_{\max} - n) / (n - 1)$.

A medida da má consistência num determinado problema pode ser estimada comparando-se o valor $(\lambda_{\max} - n) / (n - 1)$ com valores escolhidos com julgamentos aleatórios e seus recíprocos correspondentes, nas posições reversas de uma matriz de mesmo tamanho.

Tem-se a seguir um quadro, que conforme descrito por Saaty, foi elaborado em laboratório para apresentar um índice randômico médio, I.R., para matrizes da ordem de 1 a 15 usando uma amostra de tamanho 100.

QUADRO 3.2 – ÍNDICE RANDÔMICO (IR)

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
I.R.	0.00	0.00	0.58	0.90	1.12	1.24	1.32	1.41	1.45	1.49	1.51	1.48	1.56	1.57	1.59

A razão de I.C. para I. R. para matrizes de mesma ordem, é chamada razão da consistência (R.C.). Uma razão da consistência de 0,10 ou menos é considerada aceitável.

Como exemplo, tem-se as matrizes M_1 , M_2 , M_3 e M_4 do item 3.3.1, que são consistentes visto que ao efetuar-se o cálculo de R.C. para cada uma delas encontram-se valores menores que 0,10.

3.3.3 O Número 9 como Limite

Saaty apresenta razões para se estabelecer um limite superior da escala comparativa:

- a) as distinções qualitativas são significativas na prática e têm uma característica de precisão, quando os itens comparados apresentam a mesma ordem de magnitude ou estão próximos com relação à propriedade usada para fazer a comparação;
- b) nota-se que a habilidade para fazer distinções qualitativas é bem representada por cinco atributos: igual, fraco, forte, muito forte, absoluto. Pode-se estabelecer compromissos entre atributos adjacentes quando uma precisão maior for necessária. A totalidade requererá 9 valores e eles podem ser consecutivos;
- c) um método prático freqüentemente usado para avaliar itens tem sido a classificação de estímulos em uma tricotomia de sentimentos: rejeição, indiferença e aceitação. Para melhor classificação, cada um destes será dividido em uma tricotomia: baixo, médio e alto. Ao todo são indicadas 9 áreas de distinções significativas;
- d) o limite psicológico de 7 ± 2 itens em uma comparação simultânea sugere que se tomar mais do que $7 + 2$ itens satisfazendo a descrição do item (a), e se eles diferirem entre si levemente, precisar-se-ia de 9 pontos para distinguir estas diferenças.

Na realidade, os limites deveriam ser bem restritos nas regiões que refletem a capacidade real de fazer comparações de razões. Uma vez que a unidade é o padrão de medida, o limite superior não deve ficar muito longe da unidade, mas o suficiente para representar o alcance de discriminação.

Saaty apresenta exemplos de comparações da escala de 1-9 com outras 26 escalas para diferentes situações problemas.

3.3.4 Matrizes Recíprocas Positivas e seus Autovalores

Primeiramente, apresentam-se algumas definições que darão suporte a teoremas apresentados no transcórre do capítulo.

Definição 1: Dada a matriz A de números reais, representando a comparação paritária da importância dos elementos de um nível H , com respeito a um elemento do nível seguinte mais elevado estruturada da seguinte forma:

$$a_{ij} > 0 \quad i, j = 1, \dots, n \quad (3.11)$$

$$a_{ij} = \frac{1}{a_{ji}} \quad i, j = 1, \dots, n$$

onde A é dita quadrada, positiva e recíproca.

Definição 2: Uma matriz quadrada é irredutível (por permutações) se não puder ser decomposta na forma:

$$\begin{matrix} A_1 & 0 \\ A_2 & A_3 \end{matrix} \quad (3.12)$$

onde A_1 e A_3 são matrizes quadradas e 0 é a matriz zero. Do contrário, a matriz será redutível.

As matrizes de comparações paritárias recíprocas não tem zero e por isso são sempre irredutíveis.

Com base nas definições apresentadas acima, enunciam-se três teoremas que fundamentam os procedimentos realizados no capítulo seguinte.

Teorema 1: (Teorema de Perron – Frobenius) Sendo $A \geq 0$ irredutível, então:

- (1) A tem um autovalor λ_{\max} simples (isto é, não múltiplo) positivo real que não é excedido em módulo por nenhum outro autovalor de A (alguns

podem ser complexos);

(2) o autovetor de A que corresponde ao autovalor λ_{\max} , tem componentes positivos, e é essencialmente único (para multiplicação por uma constante);

(3) o número λ_{\max} (às vezes chamado matriz de Perron de A) é dado por:

$$\lambda_{\max} = \max_{x \geq 0} \min_{1 \leq i \leq n} \frac{(Ax)_i}{x_i} = \min_{x \geq 0} \max_{1 \leq i \leq n} \frac{(Ax)_i}{x_i} \text{ com } x \geq 0 \text{ arbitrário. (3.13)}$$

Teorema 2: Os autovalores de uma mesma matriz recíproca positiva satisfazem a seguinte equação:

$$\sum_{\substack{j,k \\ j \neq k}} \lambda_j \lambda_k = 0 \quad (3.14)$$

Teorema 3: Sendo A = (a_{ij}) uma matriz nxn de elementos positivos, a_{ij} = a_{ji}⁻¹, A será consistente se e somente se $\lambda_{\max} = n$.

As demonstrações destes teoremas podem ser obtidas em SAATY, 1991.

3.4 RECOMENDAÇÕES ERGONÔMICAS PARA ELABORAÇÃO DE ESCALA DE TRABALHO

Um trabalhador que desempenha um turno de trabalho conforme suas preferências provavelmente estará mais satisfeito e bem disposto. Entretanto, a preferência do funcionário pode não estar adequada a condições coerentes com sua saúde mental e física, bem como com a sua inter-relação em sociedade.

Estudos apresentados por pesquisadores das áreas de psicologia, fisiologia e da área social indicam um conjunto de recomendações para a elaboração da escala de trabalho.

SCHWARZENAU et al, 1986, apresentam um estudo sobre o comportamento dos trabalhadores que operam em regimes de trabalho por turno. Tal estudo foi base para a elaboração de recomendações com base em itens tais como: número de turnos noturnos consecutivos, tempo de duração dos turnos, hora

de início e término dos turnos, quantidade de dias consecutivos de trabalho, distribuição dos dias de folga. As recomendações ergonômicas para a construção de escala de trabalho são orientadas a partir de observações tais como:

- a) desajuste circadiano fisiológico;
- b) problemas de bem-estar (sono, fadiga, alterações de apetite);
- c) problemas de saúde (desordens gastro-intestinal e psicossomáticas);
- d) problemas sociais e pessoais;
- e) baixo desempenho e acidentes.

KNAUTH e RUTENFRANZ, 1982, e SCHWARZENAU et al., 1986, apresentam algumas recomendações para a construção de escalas de trabalho. Tais recomendações são apresentadas, resumidamente nos itens a seguir:

1. existência de poucos turnos consecutivos em uma escala de trabalho: a adaptação das funções fisiológicas para a jornada noturna de trabalho nunca é completamente alcançada, mesmo após longo período de turnos noturnos. O ajuste para o ritmo circadiano normal necessita de vários dias se o período precedente, após a última noite de trabalho, for longo (sete ou mais noites) e quando apenas algumas noites são trabalhadas (uma ou duas noites) os distúrbios das funções fisiológicas circadianas são observadas.

A vida social de pessoas que trabalham longos períodos de turnos noturnos não é boa. O contato com familiares e amigos geralmente torna-se reduzido.

Após um longo período de trabalho noturno o indivíduo terá um déficit de sono e uma mudança na qualidade do sono. Durante o dia são maiores as perturbações como ruídos e tráfego de veículos. Existe a comprovação de que a probabilidade de ocorrerem acidentes aumenta após o primeiro turno de trabalho noturno;

2. seqüenciar turnos em uma determinada direção de rotação: uma seqüência de turnos da forma noite – tarde – manhã é denominada rotação para trás e a seqüência manhã – tarde – noite é denominada de rotação para frente, ou seja, ocorre progressividade nos turnos. A progressividade de turnos é preferível para os funcionários;

3. número de dias consecutivos de trabalho deve ser limitado: o acúmulo de fadiga é maior depois de muitos turnos consecutivos. A situação mais comum é estabelecer 5 dias consecutivos de trabalho seguidos de dois dias de folga e

recomenda-se evitar períodos com mais de uma semana de trabalho ininterrupta;

4. admitir finais de semana com dois dias consecutivos de folga, no mínimo: esta é uma recomendação adequada a empresas que operam ininterruptamente, 7 dias da semana. A escala de dias de folga nos finais de semana é de importância social, pois permite que os trabalhadores apresentem convívio com amigos e familiares nestas datas.

CAPÍTULO IV

4 METODOLOGIA UTILIZADA PARA O DESENVOLVIMENTO DO TRABALHO

4.1 INTRODUÇÃO

O planejamento de escala de trabalho para atendentes em enfermagem que será considerado se reporta ao Hospital Policlínica Pato Branco S/A (HPPB).

O HPPB presta atendimento médico-hospitalar à região sudoeste do Paraná de forma ininterrupta, operando 24 horas por dia, durante os sete dias da semana.

Essa empresa conta com atendentes em enfermagem que combinam seus horários de trabalho, de forma que as necessidades para cada setor do hospital sejam atendidas.

A metodologia adotada neste trabalho é dividida em três etapas:

- a) modelagem do problema como um Problema de Programação Linear Inteira adaptado ao Modelo de Transporte;
- b) geração de pesos para alimentarem o modelo;
- c) implementação do modelo.

4.2 MODELAGEM DO PROBLEMA

Para se resolver esta etapa do problema foi elaborado um Modelo de Programação Linear Inteiro que visa a melhor distribuição dos horários de forma que sejam maximizadas as preferências das atendentes em enfermagem.

O problema apresenta-se fracionado em três modelos, denominados de modelo M, modelo T e modelo N, respectivamente, referindo-se aos períodos manhã, tarde e noite. Tal fato se fez necessário em virtude de que as atendentes do hospital são contratadas para trabalhar em um determinado turno e, apenas em condições extremas há alteração neste aspecto.

As restrições que serão consideradas são as mesmas para os três modelos e estão adequadas ao Modelo de Transporte. Desta forma, podem ser agrupadas em quatro blocos:

- a) restrições de oferta que englobam a carga horária de trabalho de cada

- enfermeira durante a semana;
- b) restrições de demanda que englobam as necessidades de cada setor do hospital no transcorrer da semana;
 - c) restrições de bloqueio;
 - d) restrições de integralidade da solução.

O Hospital Policlínica Pato Branco S/A possui dois tipos de horários para os funcionários, conforme já mencionado:

- a) 6 horas diárias, 6 dias por semana para os atuantes nos períodos manhã e tarde;
- b) 12 horas diárias, 3 dias por semana para os atuantes no turno da noite.

Os horários estão definidos nos três modelos de acordo com o dia da semana e o setor do hospital.

Representando por:

- a) i : índice associado a cada enfermeira, variando de 1 a 101;
- b) j : índice associado ao setor do hospital, variando de 1 a 7;
- c) k : índice associado ao dia da semana, variando de 1 a 7;
- d) p_{ijk} : peso para alocação da enfermeira i , no setor j do hospital no dia k da semana;
- e) $x_{ijk} : \begin{cases} 1, \text{ se a enfermeira } i \text{ é designada ao setor } j \text{ do hospital no dia } k \text{ da semana} \\ 0, \text{ caso contrário.} \end{cases}$

4.2.1 Função Objetivo

A função objetivo considerada no problema visa maximizar os pesos relacionados às enfermeiras, respeitando-se as restrições de oferta e demanda.

Desta forma, a função objetivo assume a seguinte configuração:

$$Z = \sum_{i=1}^{101} \sum_{j=1}^7 \sum_{k=1}^7 (p_{ijk})(x_{ijk}) \quad (4.1)$$

4.2.2 Restrições

São quatro os conjuntos de restrições para cada um dos três modelos que

descrevem o problema: as restrições de demanda e de oferta de mão-de-obra, as restrições de bloqueio que impedem a designação de uma mesma atendente para dois ou mais locais ao mesmo tempo e as restrições de integralidade das variáveis que exigem que a solução tenha para as variáveis x_{ijk} , somente números binários, ou seja, zero ou um, caracterizando um Problema de Programação Linear Inteiro.

4.2.2.1 Restrições de Demanda

As restrições de demanda são as que expressam o grupo de necessidades, em número de funcionários, de cada setor do hospital, para determinado turno de trabalho, no transcorrer da semana.

Tem-se, por exemplo, a restrição integrante do modelo M:

$$X_{2.61} + X_{3.61} + X_{8.61} + X_{9.61} + X_{10.61} + X_{11.61} + X_{23.61} + X_{24.61} + X_{25.61} + X_{26.61} + X_{27.61} + X_{41.61} + X_{42.61} + X_{43.61} + X_{48.61} + X_{49.61} + X_{56.61} + X_{57.61} + X_{58.61} + X_{59.61} + X_{60.61} + X_{61.61} + X_{62.61} + X_{77.61} + X_{82.61} + X_{83.61} + X_{84.61} + X_{85.61} + X_{86.61} + X_{98.61} \geq 4$$

Nas variáveis x_{ijk} constituintes da restrição acima o primeiro índice (i) apresenta todas as enfermeiras que são contratadas para trabalhar no período da manhã, o segundo índice (j) corresponde ao setor do hospital e o terceiro índice (k) ao dia da semana. Assim, se a variável $x_{49.41}$, por exemplo, assumir valor 1, indica que a enfermeira número 49 foi designada para trabalhar no setor 4 do hospital, no domingo. A desigualdade com relação à grandeza 4 indica que no setor 6 do hospital, no dia de domingo são necessários, no mínimo, 4 funcionários.

4.2.2.2 Restrições de Oferta

As restrições de oferta são as mesmas que expressam a disponibilidade, em dias de trabalho, de cada atendente em enfermagem do hospital para o transcorrer da semana.

Tem-se, por exemplo, a restrição integrante do modelo N:

$$\begin{aligned}
& X7.11 + X7.12 + X7.13 + X7.14 + X7.15 + X7.16 + X7.17 + X7.21 + X7.22 + X7.23 + \\
& X7.24 + X7.25 + X7.26 + X7.27 + X7.31 + X7.32 + X7.33 + X7.34 + X7.35 + X7.36 + \\
& X7.37 + X7.41 + X7.42 + X7.43 + X7.44 + X7.45 + X7.46 + X7.47 + X7.51 + X7.52 + \\
& X7.53 + X7.54 + X7.55 + X7.56 + X7.57 + X7.61 + X7.62 + X7.63 + X7.64 + X7.65 + \\
& X7.66 + X7.67 + X7.71 + X7.72 + X7.73 + X7.74 + X7.75 + X7.76 + X7.77 = 3
\end{aligned}$$

Nas variáveis x_{ijk} constituintes da restrição acima, os índices obedecem a uma classificação semelhante a apresentada no item anterior. O índice i é fixo para cada restrição em uma determinada enfermeira; o índice j corresponde aos setores do hospital e o índice k aos dias da semana. A desigualdade com relação à grandeza 3 indica que a atendente em enfermagem número 7 trabalha exatamente 3 dias por semana.

4.2.2.3 Restrições de Bloqueio

São restrições apresentadas nos três modelos para evitar a alocação de uma mesma atendente em dois setores distintos do hospital em um mesmo dia da semana.

Tem-se por exemplo a restrição constituinte do modelo T:

$$X69.14 + X69.24 + X69.34 + X69.44 + X69.54 + X69.64 + X69.74 \leq 1$$

A restrição acima fixa a atendente e o dia da semana, ou seja, fixa o valor de i e de k e varia o valor de j .

Como a inequação tem valor menor ou igual a um, forma a escolha de uma possibilidade apenas ou nenhuma.

Para a situação de nenhuma escolha, tem-se, então, arbitrado o dia de folga da atendente.

4.2.2.4 Restrições de Integralidade

Como o problema que está sendo modelado é de natureza binária, as variáveis x_{ijk} além de serem inteiras são trabalhadas apenas assumir valores 0 ou 1.

Desta forma, as restrições de integralidade do sistema são:

$$x_{ijk} : \begin{cases} 1, \text{ se a enfermeira } i \text{ é designada ao setor } j \text{ do hospital no dia } k \text{ da semana} \\ 0, \text{ caso contrário.} \end{cases} \quad (4.2)$$

4.3 MODELO MATEMÁTICO FINAL

Levando-se em consideração a função objetivo e as restrições já discutidas anteriormente, tem-se o modelo matemático final para cada um dos três modelos: modelo M, modelo T e modelo N.

4.3.1 Modelo Matemático M

O modelo M é caracterizado por englobar apenas os funcionários do turno da manhã. Desta forma, o índice i assume valores pertencentes ao conjunto $M = \{2, 3, 8, 9, 10, 11, 23, 24, 25, 26, 27, 41, 42, 43, 48, 49, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 77, 82, 83, 84, 85, 86, 98\}$.

O índice j está associado aos setores do hospital. No Quadro 4.1 estão representados os setores do hospital com suas respectivas demandas para o turno da manhã e índices.

QUADRO 4.1 – ÍNDICES E DEMANDAS DO HPPB NO TURNO DA MANHÃ

Setor	Índice(j)	Demanda(Dj)
Posto 2	1	3
Posto 3	2	2
Posto 6	3	5
UTI Pediátrica	4	1
UTI Adulto	5	6
Centro Cirúrgico	6	4
Pronto Socorro	7	1
Total Requerido	-	22

O índice k representa o dia da semana, sendo que, para domingo foi atribuído índice 1, segunda 2 e assim por diante.

Assim o modelo M assume a seguinte configuração:

Maximizar $Z_1 = p_{ijk} \cdot x_{ijk} \quad (i \in M; j = 1, \dots, 7; k = 1, \dots, 7)$

Sujeito a
$$\sum_{j=1}^7 \sum_{k=1}^7 x_{ijk} = 6 \quad (i \in M) \quad (4.3)$$

$$\sum_{i \in M} x_{ijk} = D_j \quad (j = 1, \dots, 7 \text{ e } k = 1, \dots, 7)$$

$$\sum_{i \in M} \sum_{k=1}^7 x_{ijk} \leq 1 \quad (j = 1, \dots, 7)$$

x_{ijk} binárias e inteiras

4.3.2 Modelo matemático T

O modelo T é caracterizado por englobar apenas os funcionários do turno da tarde.

Desta forma, o índice i assume valores pertencentes ao conjunto $T = \{4, 5, 12, 13, 14, 28, 29, 30, 31, 32, 44, 45, 46, 50, 51, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 78, 87, 88, 89, 90, 91, 99\}$.

O índice j está associado aos setores do hospital. No Quadro 4.2 estão representados os setores do hospital com suas respectivas demandas para o turno da tarde e índices.

QUADRO 4.2 – ÍNDICES E DEMANDAS NO TURNO DA TARDE

Setor	Índice(j)	Demanda(Dj)
Posto 2	1	3
Posto 3	2	2
Posto 6	3	5
UTI Pediátrica	4	1
UTI Adulto	5	6
Centro Cirúrgico	6	5
Pronto Socorro	7	1
Total Requerido	-	23

O índice k é representado analogamente ao índice k do modelo M.

Assim o modelo T assume a seguinte configuração:

Maximizar $Z_2 = p_{ijk} \cdot x_{ijk}$ ($i \in T$; $j = 1, \dots, 7$; $k = 1, \dots, 7$)

Sujeito a
$$\sum_{j=1}^7 \sum_{k=1}^7 x_{ijk} = 6 \quad (i \in T) \quad (4.4)$$

$$\sum_{i \in T} x_{ijk} = D_j \quad (j = 1, \dots, 7 \text{ e } k = 1, \dots, 7)$$

$$\sum_{i \in T} \sum_{k=1}^7 x_{ijk} \leq 1 \quad (j = 1, \dots, 7)$$

x_{ijk} binárias e inteiras

4.3.3 Modelo matemático N

O modelo matemático N é caracterizado por englobar apenas os funcionários do turno da noite.

Desta forma, o índice i assume valores pertencentes ao conjunto $N = \{1, 6, 7, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 47, 52, 53, 54, 55, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 79, 80, 81, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 100, 101\}$.

O índice j está associado aos setores do hospital. No Quadro 4.3 estão representados os setores do hospital com suas respectivas demandas para o turno da noite e índices.

QUADRO 4.3 – ÍNDICES E DEMANDAS NO TURNO DA NOITE

Setor	Índice(j)	Demanda(Dj)
Posto 2	1	3
Posto 3	2	1
Posto 6	3	4
UTI Pediátrica	4	1
UTI Adulto	5	3
Centro Cirúrgico	6	3
Pronto Socorro	7	1
Total Requerido	-	16

O índice k é representado analogamente aos modelos M e T.

Assim, o modelo N assume a seguinte configuração:

$$\begin{aligned}
 \text{Maximizar} \quad & Z_3 = p_{ijk} \cdot x_{ijk} \quad (i \in N; j = 1, \dots, 7; k = 1, \dots, 7) \\
 \text{Sujeito a} \quad & \sum_{j=1}^7 \sum_{k=1}^7 x_{ijk} = 3 \quad (i \in N) \\
 & \sum_{i \in T} x_{ijk} = D_j \quad (j = 1, \dots, 7 \text{ e } k = 1, \dots, 7) \\
 & \sum_{i \in T} \sum_{k=1}^7 x_{ijk} \leq 1 \quad (j = 1, \dots, 7) \\
 & x_{ijk} \text{ binárias e inteiras}
 \end{aligned} \tag{4.5}$$

4.4 ELABORAÇÃO DOS PESOS

Os pesos que irão alimentar a função objetivo serão oriundos de uma ponderação entre algumas características das atendentes, tais como: escolaridade, tempo de serviço e idade.

Através de uma adaptação do modelo de análise hierárquica proposto por Saaty, apresentado no capítulo anterior, faz-se necessário estruturar os itens que serão analisados e julgados nas matrizes envolvidas no processo.

O item escolaridade encontra-se dividido em: formação F, que engloba a formação específica da atendente em nível técnico ou auxiliar e escolaridade ES que engloba a formação a nível fundamental ou médio.

Visando uma adaptação do problema de ponderar características ao método de Análise Hierárquica vamos introduzir três metas: eficiência (E), qualificação (Q) e senioridade (S), sendo que estas três metas serão critérios para julgamento das características das atendentes.

Apesar do conceito de eficiência ser um pouco variável e subjetivo, esta foi definida, em conversa com a responsável pelo setor de Recursos Humanos do Hospital Policlínica Pato Branco S/A como resultado do misto de qualidade e senioridade, sendo que a qualificação engloba a escolaridade (F e ES, já definidas) e a senioridade que envolve idade (I) e tempo de serviço (T).

Dessa forma, a matriz de critérios será constituída pelas ponderações existentes entre os itens eficiência, qualificação e senioridade. Desta forma, tem-se

que:

Matriz de Critérios (M_1):

	E	Q	S
1	3	7	
$\frac{1}{3}$	1	1	
$\frac{1}{7}$	1	1	

Entende-se, nesta matriz, que o item senioridade apresenta um grau de importância mais elevado que a qualificação, porém não de forma absoluta.

Tal fato se dá visto que o hospital trata com igualdade as atendentes quanto ao nível de formação técnico ou auxiliar e valoriza o tempo de serviço.

As demais matrizes: matriz de Eficiência (M_2), matriz de Qualificação (M_3) e matriz de Senioridade (M_4) serão estruturadas ponderando-se os itens: idade (I), tempo de serviço (T), escolaridade específica de nível técnico ou auxiliar (F), escolaridade de nível fundamental ou médio (ES).

Matriz de Eficiência (M_2):

	I	T	F	ES
1	3	5	7	
$\frac{1}{3}$	1	3	5	
$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{3}$	1	1	
$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{5}$	1	1	

Matriz de Qualificação (M_3):

	I	T	F	ES
1	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{3}$	
5	1	3	3	
7	$\frac{1}{3}$	1	3	
3	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	1	

Matriz de Senioridade (M_4):

	I	T	F	ES
1	1	$\frac{1}{3}$	5	5
3	3	1	3	5
$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{3}$	1	1
$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	1	1

As matrizes foram construídas seguindo as indicações do método proposto por Saaty (Quadro 3.1). Na matriz de Critérios, M_1 , tem-se:

$$a_{ii} = 1$$

$$a_{ij} = \frac{1}{a_{ji}}, \text{ onde } a_{ij} \neq 0$$

Para o elemento $a_{12} = 3$ por exemplo, tem-se uma importância relativamente pequena da qualificação para o objetivo eficiência; em contrapartida o elemento $a_{13}=7$ apresenta uma importância muito grande ou mesmo demonstrada da senioridade para o objetivo eficiência.

O raciocínio é análogo para as demais matrizes envolvidas, e os valores das componentes a_{ij} de cada matriz foram determinados em acordo com a chefe do departamento de Recursos Humanos do Hospital Policlínica Pato Branco S/A.

Após a elaboração das matrizes M_1 , M_2 , M_3 e M_4 procurou-se verificar a consistência das mesmas através da razão de I.C. (Índice de Consistência) para a I.R. (Índice Randômico). Uma razão de consistência de 0,10 ou menos é considerada aceitável.

Conforme visto no capítulo anterior, o índice de consistência (I.C.) pode ser representado por $(\lambda_{\max} - n)/(n - 1)$ e o índice randômico (I.R.) é o índice de consistência de uma matriz recíproca gerada randomicamente baseada na escala de 1 a 9 cujos valores em relação à ordem das matrizes encontra-se no quadro 3.2.

Como primeiro passo, calculam-se os autovalores e autovetores de cada matriz.

Da matriz M_1 tem-se os autovalores e autovetores: $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ e v_1, v_2, v_3 ,

respectivamente:

$$\lambda_1: 3,063481$$

$$\lambda_2: -0,0317 + 0,510i$$

$$\lambda_3: -0,0317 - 0,510i$$

$$v_1: \begin{pmatrix} 1 \\ 0,252048 \\ 0,186763 \end{pmatrix}$$

$$v_2: \begin{pmatrix} 1 \\ -0,1202 - 0,222i \\ -0,0958 + 0,168i \end{pmatrix}$$

$$v_3: \begin{pmatrix} 1 \\ -0,1202 + 0,222i \\ -0,0958 - 0,168i \end{pmatrix}$$

Da matriz M_2 tem-se os autovalores e autovetores: $\lambda_4, \lambda_5, \lambda_6, \lambda_7$ e v_4, v_5, v_6, v_7 , respectivamente:

$$\lambda_4: 4,063249$$

$$\lambda_5: 0,0087 + 0,5700i$$

$$\lambda_6: 0,0087 - 0,5700i$$

$$\lambda_7: -0,08755$$

$$v_4: \begin{pmatrix} 1 \\ 0,467076 \\ 0,157013 \\ 0,125279 \end{pmatrix}$$

$$v_5: \begin{pmatrix} 1 \\ -0,099 + 0,463i \\ 0,006 - 0,122i \\ -0,103 - 0,029i \end{pmatrix}$$

$$v_6: \begin{pmatrix} 1 \\ -0,099 - 0,463i \\ 0,006 + 0,122i \\ -0,103 + 0,029i \end{pmatrix}$$

$$v_7: \begin{pmatrix} 1 \\ -0,3035 \\ -0,2033 \\ 0,12096 \end{pmatrix}$$

Na matriz M_3 tem-se os autovalores e autovetores: $\lambda_8, \lambda_9, \lambda_{10}, \lambda_{11}$ e v_8, v_9, v_{10}, v_{11} , respectivamente:

$$\lambda_8: 4,224712$$

$$\lambda_9: -0,077 + 0,999i$$

$$\lambda_{10}: -0,077 - 0,999i$$

$$\lambda_{11}: -0,0697$$

$$V_8: \begin{pmatrix} 0,115484 \\ 1 \\ 0,608705 \\ 0,273726 \end{pmatrix} \quad V_9: \begin{pmatrix} -0,038 - 0,092i \\ 1 \\ -0,163 + 0,508i \\ -0,103 - 0,020i \end{pmatrix}$$

$$V_{10}: \begin{pmatrix} -0,038 + 0,092i \\ 1 \\ -0,163 - 0,508i \\ -0,103 + 0,020i \end{pmatrix} \quad V_{11}: \begin{pmatrix} -0,3634 \\ 0,70865 \\ -0,6469 \\ 1 \end{pmatrix}$$

E, finalmente, da matriz M_4 tem-se os autovalores e autovetores: λ_{12} , λ_{13} ,

λ_{14} , λ_{15} e V_{12} , V_{13} , V_{14} , V_{15} , respectivamente:

$$\lambda_{12}: 4,264001$$

$$\lambda_{13}: -0,132 + 1,052i$$

$$\lambda_{14}: -0,132 - 1,052i$$

$$\lambda_{15}: 4,06 \times 10^{-15}$$

$$V_{12}: \begin{pmatrix} 0,634791 \\ 1 \\ 0,189497 \\ 0,158229 \end{pmatrix} \quad V_{13}: \begin{pmatrix} -0,208 + 0,527i \\ 1 \\ -0,073 - 0,143i \\ -0,057 - 0,019i \end{pmatrix}$$

$$V_{14}: \begin{pmatrix} -0,208 - 0,527i \\ 1 \\ -0,073 + 0,143i \\ -0,057 + 0,019i \end{pmatrix} \quad V_{15}: \begin{pmatrix} -0,833 \\ -2,03 \times 10^{-14} \\ -0,833 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Agora, com base no maior autovalor real associado a cada matriz em análise, tem-se o cálculo do I.C. correspondente.

O índice I.C.₁, associado à matriz M_1 , é obtido da seguinte forma:

$$I.C._1 = \frac{\lambda_{\max} - n}{n-1} = \frac{\lambda_1 - n}{n-1} \Rightarrow I.C._1 = \frac{3,063481 - 3}{3-1} \Rightarrow I.C._1 = 0,031741 \quad (4.6)$$

O índice $I.R._1$, associado à matriz M_1 , é obtido da tabela 3.2 onde, $I.R._1=0,58$.

A razão $R.C._1$ (razão de consistência) é obtida por:

$$R.C._1 = \frac{I.C._1}{I.R._1} \Rightarrow R.C._1 = \frac{0,031741}{0,58} \Rightarrow R.C._1 = 0,054725 \quad (4.7)$$

O valor de $R.C._1$ está abaixo de 0,10 o que indica uma consistência aceitável.

O índice $I.C._2$, associado a matriz M_2 , é obtido de forma análoga, ou seja:

$$I.C._2 = \frac{\lambda_{máx} - n}{n-1} = \frac{\lambda_4 - n}{n-1} \Rightarrow I.C._2 = \frac{4,063249 - 4}{4-1} \Rightarrow I.C._2 = 0,021083 \quad (4.8)$$

O índice $I.R._2$, associado à matriz M_2 , é obtido da tabela 3.2 onde, $I.R._2 = 0,90$.

A razão $R.C._2$ é obtida por:

$$R.C._2 = \frac{I.C._2}{I.R._2} \Rightarrow R.C._2 = \frac{0,021083}{0,90} \Rightarrow R.C._2 = 0,02346 \quad (4.9)$$

O valor de $R.C._2$ está abaixo de 0,10 o que indica uma consistência aceitável.

Para o índice $I.C._3$, associado a matriz M_3 , tem-se:

$$I.C._3 = \frac{\lambda_{máx} - n}{n-1} = \frac{\lambda_8 - n}{n-1} \Rightarrow I.C._3 = \frac{4,224712 - 4}{4-1} \Rightarrow I.C._3 = 0,074904 \quad (4.10)$$

O índice $I.R._3$, associado à matriz M_3 , é obtido da tabela 3.2 onde, $I.R._3=0,90$.

A razão $R.C._3$ é obtida por:

$$R.C._3 = \frac{I.C._3}{I.R._3} \Rightarrow R.C._3 = \frac{0,074904}{0,90} \Rightarrow R.C._3 = 0,083227 \quad (4.11)$$

O valor de $R.C._3$ está abaixo de 0,10 o que também indica uma consistência aceitável.

O índice $I.C._4$, associado a matriz M_4 , é obtido da seguinte forma:

$$I.C._4 = \frac{\lambda_{máx} - n}{n - 1} = \frac{\lambda_{12} - n}{n - 1} \Rightarrow I.C._4 = \frac{4,264001 - 4}{4 - 1} \Rightarrow I.C._4 = 0,088000 \quad (4.12)$$

O índice $I.R._4$, associado à matriz M_4 , é obtido da tabela 3.2 onde, $I.R._4=0,90$.

A razão $R.C._4$ é obtida por:

$$R.C._4 = \frac{I.C._4}{I.R._4} \Rightarrow R.C._4 = \frac{0,088000}{0,90} \Rightarrow R.C._4 = 0,09778 \quad (4.13)$$

O valor de $R.C._4$ está abaixo de 0,10 o que também indica uma consistência aceitável.

A partir de então os autovetores associados aos maiores autovalores reais das matrizes M_1 , M_2 , M_3 e M_4 , respectivamente v_1 , v_4 , v_8 , v_{12} serão normalizados e utilizados para o cálculo dos pesos ponderados segundo a seguinte disposição:

$$\begin{pmatrix} 0,571635 & 0,057802 & 0,320195 \\ 0,266997 & 0,500522 & 0,504410 \\ 0,089754 & 0,304670 & 0,095584 \\ 0,071614 & 0,137006 & 0,079812 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0,695018 \\ 0,175178 \\ 0,129804 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,448985 \\ 0,338723 \\ 0,128159 \\ 0,084133 \end{pmatrix}$$

As respostas obtidas acima indicam os pesos unitários para os itens idade (I, 0,448985), tempo de serviço (T, 0,338723), formação (F, 0,128159) e escolaridade (ES, 0,084133).

No Capítulo V, a seguir, será apresentado o procedimento utilizado para a implementação computacional do trabalho e obtenção dos resultados, com base nos pesos unitários obtidos nesta etapa do trabalho.

CAPÍTULO V

5 IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL E OBTENÇÃO DOS RESULTADOS

5.1 IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL DO TRABALHO

O programa para a criação dos pesos foi desenvolvido na linguagem computacional *Visual Basic* usando o programa *Microsoft Visual Basic* da *Microsoft Corp.* versão 6.0.

Este programa executa as seguintes tarefas:

- a) carrega as informações obtidas em um banco de dados do tipo *access*;
- b) efetua a multiplicação dos pesos previamente calculados no Capítulo IV, com os respectivos fatores de cada característica;
- c) fornece uma listagem que é utilizada pelo *software* LINGO (*Language for Interactive General Optimizer*) versão 6.0.

5.2 OBTENÇÃO DOS RESULTADOS

Nesta parte do trabalho serão apresentados os resultados obtidos em todas as fases do problema.

5.2.1 Geração dos pesos

Os pesos são obtidos de forma matricial, onde a matriz de dados é multiplicada ao vetor de pesos gerando assim um vetor coluna de pesos que pode ser encontrado no Anexo 3.

Tais pesos serão utilizados para efetuar o cálculo das ponderações entre os itens idade, tempo de serviço, escolaridade 1 e 2.

Como exemplo, tomam-se os dados relativos à atendente 1 que podem ser encontrados no Anexo 2. A atendente 1 apresenta idade de 42,9 anos, tempo de serviço de 20 anos, apresenta nível de formação técnico e escolaridade a nível fundamental.

No Anexo 2, tem-se que o nível técnico e auxiliar da formação específica,

são representados respectivamente pelos números 2 e 1. O mesmo acontecendo com a escolaridade de nível médio e fundamental que apresentam correspondência aos valores 2 e 1, respectivamente.

Assim, para a atendente 1, tem-se a seguinte configuração:

$$p_1 = 0,448985I_1 + 0,338723T_1 + 0,128159F_1 + 0,084133ES_1 \quad (5.1)$$

onde:

- a) p_1 : peso final para a atendente 1;
- b) I_1 : idade da atendente 1;
- c) T_1 : tempo de serviço da atendente 1;
- d) F_1 : formação específica da atendente 1;
- e) ES_1 : escolaridade da enfermeira 1;

Assim tem-se:

$$p_1 = 0,448985 \times 42,9 + 0,338723 \times 20 + 0,128159 \times 2 + 0,084133 \times 1 \quad (5.2)$$

$$p_1 = 26,376368$$

O valor p_1 será multiplicado por fatores 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1 seguindo respectivamente o dia menos importante para ser a folga e assim por diante seguindo-se as preferências apresentadas em questionário pelas atendentes.

A atendente 1 apresentou a seguinte seqüência, em ordem crescente de preferência, para escolha do dia de folga: 6, 3, 5, 2, 1, 4 e 7, ou seja, sexta-feira, terça-feira, quinta-feira, segunda-feira, domingo, quarta-feira e sábado.

Os pesos assumem então a configuração apresentada no Quadro 5.1, dada a seguir. O índice i representa o número associado à atendente e o índice k , o número associado ao dia da semana, como definido anteriormente.

QUADRO 5.1 – EXEMPLO DE VALORES PARA PESOS

p_{ik}	Valor
p_{11}	131,8819
p_{12}	105,505472
p_{13}	52,752736
p_{14}	158,258208
p_{15}	79,129104
p_{16}	26,376368
p_{17}	184,634576

X56	UTIa	UTIa	UTIa	UTIa		UTIa	UTIa
X57	UTIa		UTIa	UTIa	UTIa	UTIa	UTIa
X58		UTIa	UTIa	UTIa	UTIa	UTIa	UTIa
X59	UTIa	UTIa	UTIa		UTIa	UTIa	UTIa
X60	UTIa	UTIa		UTIa	UTIa	UTIa	UTIa
X61	UTIa	UTIa	UTIa	UTIa	UTIa		UTIa
X62	UTIa	UTIa	UTIa	UTIa	UTIa	UTIa	
X77	PS	PS		PS	PS	PS	PS
X82	CC	CC	CC	CC		CC	CC
X83	CC	CC	CC	CC	CC		CC
X84	CC	CC		CC	CC	CC	CC
X85	CC		CC	CC	CC	CC	CC
X86	CC	CC		CC	CC	CC	CC
X98	CC		CC	CC	CC	CC	CC
Total	27	24	23	28	27	24	27

Para o modelo da tarde, T, obteve-se o seguinte resultado ótimo para a função objetivo: 28.817,21, após 337 iterações, despendendo para tal 53 segundos para a sua solução. No Quadro 5.3, encontram-se as respostas ao modelo proposto.

QUADRO 5.3 – SOLUÇÃO PARA O MODELO T

Enfermeira	Dom	Seg	Ter	Qua	Qui	Sex	Sab
X4	Posto 6	Posto 6	Posto 6	Posto 6	Posto 6		Posto 6
X5		Posto 6	Posto 6	Posto 6	Posto 6	Posto 6	Posto 6
X12	Posto 6		Posto 6	Posto 6	Posto 6	Posto 6	Posto 6
X13	Posto 6	Posto 6	Posto 6	Posto 6	Posto 6		Posto 6
X14	Posto 6	Posto 6	Posto 6	Posto 6	Posto 6	Posto 6	
X28	Posto 2	Posto 2	Posto 2		Posto 2	Posto 2	Posto 6
X29	Posto 2	P3	Posto 2	Posto 2		Posto 2	Posto 2
X30		Posto 2	Posto 2	Posto 2	Posto 2	Posto 6	PS
X31	Posto 2	Posto 2		Posto 2	Posto 2	Posto 2	Posto 2
X32	Posto 6	Posto 2	Posto 2	Posto 2	Posto 2		Posto 2
X44	Posto 3		Posto 3	Posto 3	Posto 3	Posto 3	Posto 3
X45	Posto 3	Posto 3	Posto 3	Posto 3	Posto 3		Posto 3
X46	Posto 3	Posto 3	Posto 3	Posto 3		Posto 3	Posto 3
X50	UTIp	UTIp	UTIp	UTIp		UTIp	UTIp
X51	UTIp	UTIp	UTIp	UTIp	UTIp	UTIp	
X63	UTIa	UTIa		UTIa	UTIa	UTIa	UTIa
X64	UTIa		UTIa	UTIa	UTIa	UTIa	UTIa
X65		UTIa	UTIa	UTIa	UTIa	UTIa	UTIa
X66	UTIa	UTIa	UTIa	UTIa	UTIa	UTIa	
X67	UTIa	UTIa	UTIa		UTIa	UTIa	UTIa
X68	UTIa	UTIa	UTIa	UTIa	UTIa		UTIa
X69	UTIa	UTIa	UTIa	UTIa		UTIa	UTIa
X78	PS	PS	PS	PS	PS	PS	
X87	CC	CC	CC	CC	CC		CC
X88	CC	CC	CC		CC	CC	CC
X89	CC	CC	CC	CC		CC	CC
X90	CC	CC		CC	CC	CC	CC
X91		CC	CC	CC	CC	CC	CC
X99	CC		CC	CC	CC	CC	CC
Total	25	25	26	26	24	23	25

Para o modelo da noite, N, obteve-se o seguinte resultado ótimo para a função objetivo: 23.446,12, após 335 iterações, despendendo 61 segundos para a sua solução. No Quadro 5.4 estão as respostas encontradas ao modelo proposto.

QUADRO 5.4 – SOLUÇÃO PARA O MODELO N

Enfermeira	Dom	Seg	Ter	Qua	Qui	Sex	Sab
X1		Posto 3	Posto 3	Posto 3			
X6		Posto 6	Posto 6			Posto 6	
X7		Posto 6	Posto 6	Posto 6			
X15	Posto 6				Posto 6	Posto 6	
X16		Posto 6			Posto 6		Posto 6
X17			Posto 6	Posto 6	Posto 6		
X18	Posto 6					Posto 6	Posto 6
X19	Posto 6			Posto 6			Posto 6
X20		Posto 6	Posto 6		Posto 6		
X21	Posto 6			Posto 6			Posto 6
X22		Posto 6	Posto 6			Posto 6	
X33					Posto 2	Posto 2	Posto 2
X34		Posto 2	Posto 2	Posto 2			
X35	Posto 2	Posto 2		Posto 2			
X36	Posto 2	Posto 2		Posto 2			
X37	Posto 2					Posto 2	Posto 3
X38			Posto 2		Posto 2	Posto 2	
X39	Posto 2				Posto 2		Posto 2
X40		Posto 2	Posto 2				Posto 2
X47	Posto 3				Posto 3	Posto 3	
X52				UTIp	UTIp	UTIp	
X53				UTIp	UTIp		UTIp
X54			UTIp	UTIp	UTIp		
X55	UTIp	UTIp					UTIp
X70		UTIa			UTIa	UTIa	
X71	UTIa			UTIa			UTIa
X72					UTIa	UTIa	UTIa
X73	UTIa				UTIa		UTIa
X74		UTIa	UTIa			UTIa	
X75		UTIa	UTIa	UTIa			
X76	UTIa		UTIa	UTIa			
X79	PS			PS		PS	
X80		PS				PS	PS
X81	PS		PS		PS		
X92				CC	CC		CC
X93	CC				CC	CC	
X94		CC	CC	CC			
X95	CC	CC	CC				
X96					CC	CC	CC
X97		CC		CC		CC	
X100	CC	CC					CC
X101			CC	CC			CC
Total	18	19	17	19	18	17	18

No Capítulo VI, a seguir, apresenta a análise dos resultados obtidos nesta etapa do trabalho e as conclusões obtidas.

CAPÍTULO VI

6 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Este capítulo tem por objetivo fornecer a análise dos resultados apresentados pelo capítulo anterior, e, posteriormente, algumas sugestões para trabalhos a serem desenvolvidos.

6.1 ANÁLISE DOS RESULTADOS E CONCLUSÕES

6.1.1 Análise dos Pesos Obtidos

Os pesos obtidos foram capazes de representar a hierarquia estruturada para classificar as atendentes em enfermagem.

As características definidas como as mais relevantes, a senioridade e o tempo de serviço, aparecem com ponderações superiores à escolaridade e à formação específica, conforme já apresentado no capítulo IV.

O processo de multiplicação por constantes 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1, os pesos obtidos para corresponderem ao primeiro dia de maior preferência para a folga e assim sucessivamente, possibilitou atender de forma satisfatória as preferências das atendentes.

A multiplicação pela constante 30 aos pesos relacionados ao setor em que a atendente normalmente trabalha permitiram cumprir a meta do Hospital Policlínica Pato Branco S/A, que é evitar, na medida do possível, troca de setores de trabalho para os funcionários.

6.1.2 Análise dos Horários Encontrados

Para todas as 101 atendentes em enfermagem foi possível manter o seu setor de trabalho. Entretanto, para 5 delas (uma no turno da manhã, três no turno da tarde e uma no turno da noite) existe algum dia da semana em que trabalham em um setor diferente do costumeiro, fato este que acontece com regularidade no hospital.

Em relação à folga semanal, 86,13% das atendentes, ou seja, 87 delas tiveram atendidas as suas preferências em relação ao primeiro dia escolhido para folga. Com relação ao segundo dia de folga escolhido, 7,92% dos atendentes foram atendidas, ou seja, 8 funcionários.

Totalizando, desta forma, 94,05% das atendentes, isto é, 95 funcionários, tiveram sua preferência em relação à folga semanal atendida em um dos dois primeiros dias escolhidos.

Os setores do hospital tiveram suas necessidades supridas e, em praticamente todos os dias da semana houve sobra de pessoal.

No turno da manhã apresentou-se ociosidade de mão-de-obra relacionada no Quadro 6.1.

QUADRO 6.1 – OFERTA EXCEDENTE NO TURNO DA MANHÃ

Setor	Dom	Seg	Ter	Qua	Qui	Sex	Sab
Posto 2	2	2	0	2	1	0	1
Posto 3	0	0	1	1	1	0	1
Posto 6	0	0	0	0	1	0	0
UTI p	1	0	1	1	1	0	1
UTI a	0	0	0	0	0	0	0
CC	2	0	0	2	1	1	2
PS	0	0	0	0	1	0	0

Para o turno da tarde apresenta-se o excedente em pessoal no Quadro 6.2.

QUADRO 6.2 - OFERTA EXCEDENTE NO TURNO DA TARDE

Setor	Dom	Seg	Ter	Qua	Qui	Sex	Sab
Posto 2	0	0	1	1	1	0	0
Posto 3	1	0	1	1	0	0	1
Posto 6	0	0	0	0	0	0	0
UTI p	1	1	1	1	0	1	0
UTI a	0	0	0	0	0	0	0
CC	0	0	0	0	0	0	1
PS	0	0	0	0	0	0	0

No turno da noite houve o excedente em pessoal apresentado no Quadro 6.3.

QUADRO 6.3 – OFERTA EXCEDENTE NO TURNO DA NOITE

Setor	Dom	Seg	Ter	Qua	Qui	Sex	Sab
Posto 2	1	1	0	0	0	0	0
Posto 3	0	0	0	0	0	0	0
Posto 6	0	1	0	0	0	1	0
UTI p	0	0	0	2	2	0	1
UTI a	0	0	0	0	0	0	0
CC	0	1	0	1	0	0	1
PS	1	0	0	0	0	1	0

Como se pode verificar nos quadros anteriores, existe uma oferta de mão-de-obra excedente para determinados setores do hospital, nos três turnos de trabalho.

Trabalhar com alguns funcionários extras é uma política do hospital e é justificada pelo fato dos atendentes em enfermagem, por um caráter inerente a sua profissão, serem altamente susceptíveis a doenças e, portanto, apresentam freqüentes faltas.

Para tal, em cada turno de trabalho, há enfermeiras extras em um determinado setor que podem ser reescaladas em caso de imprevistos ou necessidades especiais.

6.1.3 Conclusões Finais

A solução obtida com o uso de técnicas de Pesquisa Operacional fornece ao hospital uma alternativa para efetuar o escalonamento das atendentes em enfermagem de uma forma humanizada, organizada, automática e rapidamente.

Possibilita-se, assim, aos atendentes, uma maior satisfação em relação aos seus horários de trabalho e em poucos segundos obtém-se as soluções otimizadas.

Após a elaboração e resolução destes três modelos apresentados conclui-se que o uso de técnicas de Pesquisa Operacional contribuem para a melhoria da tarefa de elaborar escalas.

6.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Com o propósito de aprimorar os resultados obtidos neste trabalho, são apresentadas a seguir, algumas sugestões para trabalhos futuros.

- a) Resolver o problema de forma semelhante procurando uma solução quinzenal ou mesmo mensal.
- b) Utilizar outras técnicas para a solução do problema do cálculo dos pesos que quantificam a preferência das atendentes, como por exemplo, técnicas de Preferência Declarada.
- c) Resolver o problema preocupando-se com a situação em que existe um ou mais feriados durante a semana.
- d) Abordar a questão salarial, em casos que seja possível minimizar gasto com salários.
- e) Utilizar mais restrições na modelagem do problema e preocupar-se com situações em que as demandas e os turnos não são fixos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BARBOZA, A. O., **Aplicação de Algumas Técnicas da Pesquisa Operacional na Otimização de Horários de Atendentes em Central Telefônica**. Dissertação de Mestrado. UFPR, Curitiba: 2000.
- BLAIS, J. Y., LAPORTE, G., LESSARO, R., ROUSSEAU, J. M., SOUMIS, F., **The Problem of Assigning Drives To Bus Routes in a Urban Transit System**. Report, 44, Centre de Recherche sur les Transports, Université de Montreal, 1976.
- BRADLEY, S. P., HAX, A. C., MAGNANTI, T. L., **Applied Mathematical Programming**. California: Menlo Park, Addison – Wesley, 1977.
- BRONSON, R., **Pesquisa Operacional**. São Paulo: Schaum Mc Grauw – Hill, Ed.Afiliada, 1985.
- BUHR, J., **Four Methods for Monthly Crew Assigment – a Comparison of Efficiency**. Agifors Symposium Proceedings, 18, p. 403 – 430, 1978.
- BYRNE, J., **A Preferencial Bidding System for Technical Aircrew**. Agifors Symposium Proceedings, 28, p. 87 – 99, 1988.
- CAPRARA, A., FISCHETTI, M., TOTH, P., VIGO, D., **Models and Algorithms for the Crew Rostering Problem**. Technical Report, DEIS, University of Bolonga, Italy, p. 1 – 25, 1995.
- CARNIERI, C., STEINER, M. T. A., **Um Sistema de Programação de Escala para Motoristas de Ônibus**. Anais/XX CNMAC (Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional), Gramado – RS, 1997.

- CHRISTOFIDES, N., **Graph Theory, an Algorithmic Approach**. New York: ed. Academic Press, 1975.
- CONSTANTINO, A. A., **Otimização de Escala de Trabalho para Condutores de Trem: Seqüenciamento de Tarefas e Alocação Baseada em Preferência Declarada**. Tese de Doutorado.UFSC, Florianópolis: 1997.
- DOWSLAND, K. A., **Nurse Scheduling with Tabu Search and Strategic Oscillation**. European Journal of Operational Research, 106, p. 393 – 407, 1998.
- DUBOIS, D., PRADE, H., **Fuzzy Sets and Systems: Theory and Applications**. New York: Academic Press, 1980.
- GAMACHE, M., SOUMIS, F., **A Method for Optimally Solving the Rostering Problem**. Operations Research in the Airline Industry, Kluwer, Boston, p. 124 – 157, 1998.
- GAMACHE, M., SOUMIS, F., MARQUIS, G., DESROSIERS, J., **A Column Generation Approach for Large – scale Aircrew Rostering Problems**. Operations Research, 47(2) , p. 247 – 263, 1999.
- GLANERT, W., **A Timetable Approach to the Assignment of Pilots to Rotations**. Agifors Symposium Proceedings, 23, p. 369 – 391, 1984.
- HENDERSON, W. B., BERRY, W. L., **Heuristic Methods for Telephone Operator Shift Scheduling: An Experimental Analysis**. Management Science, 22(12), p. 1372 – 1380, 1976.
- HOFFMAN, K., PADBERG, M., **Solving Airline Crew Scheduling Problems by Branch – and – Cut**. Management Science, 39(6) , p. 657 – 682, 1993.

- JAUMARD, B., SEMET, F., VOVOR, T., **A Generalized Linear Programming Model for Nurse Scheduling**. European Journal of Operational Research, 107, p. 1 – 18, 1998.
- KALNE, S. **A Procedure for Optimising Development Decisions**. Automatica, p. 261-269, 1975.
- KEITH, E. G., **Operator Scheduling**. AIIE Transactions, 11, p. 37 – 41, 1979.
- KNAUTH, P., RUTENFRANZ, J., **Development of Criteria for the Design of Shiftwork Systems**. Journal of Human Ergology, 11, sup. , p. 337 – 367, 1982.
- LACERDA, C. D. F., KOMOSINSKI, L. J., PACHECO, L. H. M., MORALES, A. B. T., **Utilização da Técnica de Algoritmos Genéticos para a Elaboração de escala de Horários médicos**. 1997.
- LUENBERGER, D. G., **Linear and Nonlinear Programming**. Massachusetts: Addison – Wesley Publishing Company, 1984.
- MACCRIMMON, K. R., **An Over View of Multiple Decision Making**, in: Cochrane and Zeleny, Eds., Multiple Criteria Decision Making, University of South Carolina Press, 1973.
- MACULAN FILHO, N., PEREIRA, M. T. F., **Programação Linear**. São Paulo: Editora Atlas, 1980.
- MARCHETTINI, F., **Automatic Monthly Cabin Crew Rostering Procedure**. Agifors Symposium Proceeding, 20, p. 23 – 59, 1980.
- MILLAR, H. H., KIRAGU, M., **Cyclic and Non-Cyclic Scheduling of 12h Shift Nurses by Network Programming**. European Journal of Operation Research, 104, p. 582 – 592, 1998.

- MILLER, H., PIERSKALLA, W., RATH, G., **Nurses Scheduling Using Mathematical Programming**. *Operations Research*, 24(5), p. 857 – 870, 1976.
- MOORE, R., EVANS, H., NOO, H., **Computerized Tailored Blocking**. *Agifors Symposium Proceedings*, 18, p. 343 – 361, 1978.
- NONOBE, K., IBARAKI, T., **A Tabu Search Approach to the Constraint Satisfaction Problem as a General Problem Solver**. *European Journal of Operational Research*, 106, p. 599 – 623, 1998.
- NOORIAFSHAR, M., **A Heuristic Approach to Improving the Design of Nurse Training Schedules**. *European Journal of Operational Research*, 81, p. 50 – 61, 1995.
- PUCCINI, A. L., **Introdução à Programação Linear**. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico S/A, 1972.
- RIBEIRO, R. A., **Fuzzy Multiple Attribute Decision Making: A Review and New Preference Elicitation Techniques**. *Fuzzy Sets and Systems*, 78, p. 155 – 181, 1996.
- SAATY, T. L., **Método de Análise Hierárquica**. Tradução: SILVA, W. S., São Paulo: Mc Graw – Hill, 1991.
- SARRA, D., **The Automatic Assignment Model**. *Agifors Symposium Proceedings*, 28, p. 23 – 37, 1988.
- SCHWARZENAU, P., WENZEL, H. G., MEHNERT, C., **Algorithms for The Computerized Construction of Shift Systems wich Meet Ergonomic Criteria**. *Applied Ergonomics*, 17(3), p. 169 – 176, 1986.

SEGAL, M., **The Operator – Scheduling: A Network – Flow Approach.** Operations Research, 22, p. 808 – 823, 1974.

SIQUEIRA, P. H., **Aplicação de Algoritmo do Matching na Construção de Escalas de Trabalho para Motoristas e Cobradores de Ônibus.** Dissertação de Mestrado. UFPR, Curitiba: 1999.

TEODORÓVIC, D., LUCIC, P., **A Fuzzy Set Theory Approach to the Aircrew Rostering Problem.** Fuzzy sets and systems, 95, p. 261 – 271, 1998.

TIEN, J., KAMIYAMA, A., **On Man Power Scheduling Algorithms.** SIAM Review, 24, p. 275 – 287, 1982.

THOMPSON, G. M., **Assigning Telephone Operators to Shifts at New Brunswick Telephone Company.** Interfaces 27: July – August, p. 1 – 11, 1997.

WARNER, D. M., **Scheduling Nursing Personnel According to Nursing Preference: A Mathematical Programming Approach.** Operations Research, 24(5), p. 842 – 856, 1976.

YUNES, T. H., **Problemas de Escalonamento no Transporte Coletivo: Programação por Restrições e Outras Técnicas.** Dissertação de Mestrado. UNICAMP, Campinas: 2000.

ZIMMERMANN, H. J., **An Expert Systems.** International Series in Management Science/Operations Research, Dodrecht: Kluwer Academic, 1987.

ZIONTS, S., **Linear and Integer Programming.** New Jersey: Prentice – Hall International Series in Management, 1974.

ANEXO 1 – Questionário aplicado aos atendentes**QUESTIONÁRIO**

1. Nome:

2. Data de Nascimento:

3. Data de Admissão no Hospital Policlínica de Pato Branco S/A:

4. Regime de Trabalho: Assinale com X o seu regime de trabalho:

() turno da manhã (7h – 13h)

() turno da tarde (13h – 19h)

() turno da noite (19h – 7h)

5. Posto ou Setor do Hospital: Assinale com X o seu setor de trabalho:

() Posto 2

() Posto 3

() Posto 6

() UTI Pediátrica

() UTI Adulto

() Centro Cirúrgico

() Pronto Socorro

6. Coloque na tabela abaixo, os dias da semana, por ordem de importância, em que gostaria de ter folga. Em 1. coloque o dia que mais gostaria de ter, no 2. o segundo dia e assim por diante.

1.

3.

5.

7.

2.

4.

6.

7. assinale com um X a sua formação:

() ensino médio

() ensino fundamental

() auxiliar em enfermagem

() técnico em enfermagem

ANEXO 2 – Relação dos dados obtidos

Atendente	Idade	Setor	Turno	Tempo de Serviço (meses)	Escolaridade	Formação	Relação de Preferência pelo dia de folga
1	42,9	2	Noite	240	1	2	6, 3, 5, 2, 1, 4, 7
2	37,6	3	Manhã	132	2	1	2, 1, 7, 4, 5, 3, 6
3	25,4	3	Manhã	48	2	1	1, 7, 6, 2, 5, 4, 3
4	27,7	3	Tarde	48	2	1	3, 7, 4, 1, 2, 5, 6
5	49,8	3	Tarde	360	2	1	6, 4, 5, 3, 7, 2, 1
6	48,3	3	Noite	264	2	1	2, 6, 7, 1, 3, 4, 5
7	44,7	3	Noite	264	2	1	2, 3, 4, 1, 6, 7, 5
8	21,8	3	Manhã	12	2	2	3, 2, 4, 5, 7, 6, 1
9	38,7	3	Manhã	96	2	1	7, 6, 2, 1, 5, 3, 4
10	20,8	3	Manhã	3	2	2	5, 4, 3, 6, 7, 2, 1
11	30,4	3	Manhã	3	2	2	4, 3, 2, 5, 1, 6, 7
12	28,0	3	Tarde	2	2	1	3, 4, 5, 6, 1, 7, 2
13	25,6	3	Tarde	48	2	1	4, 2, 3, 1, 5, 7, 6
14	29,5	3	Tarde	72	2	1	2, 5, 4, 3, 1, 6, 7
15	43,7	3	Noite	240	1	1	6, 1, 7, 5, 4, 3, 2
16	45,5	3	Noite	180	2	1	2, 6, 7, 1, 5, 4, 3
17	33,6	3	Noite	48	2	2	4, 5, 1, 7, 5, 3, 2
18	40,1	3	Noite	168	1	1	6, 1, 7, 4, 5, 3, 2
19	28,2	3	Noite	48	2	2	4, 7, 1, 6, 3, 2, 5
20	42,2	3	Noite	276	1	1	2, 3, 4, 5, 1, 7, 6
21	46,9	3	Noite	144	2	2	1, 7, 6, 4, 3, 5, 2
22	51,2	3	Noite	156	2	2	6, 7, 1, 3, 5, 2, 4
23	36,8	1	Manhã	48	2	1	7, 2, 1, 3, 4, 5, 6
24	32,2	1	Manhã	84	2	2	5, 2, 3, 4, 1, 6, 7
25	31,9	1	Manhã	72	2	2	4, 3, 5, 1, 2, 7, 6
26	41,9	1	Manhã	264	1	1	3, 2, 1, 4, 7, 6, 5
27	40,2	1	Manhã	252	1	1	1, 2, 4, 6, 7, 5, 3
28	33,9	1	Tarde	48	2	2	2, 6, 3, 1, 7, 5, 4
29	31,9	1	Tarde	48	2	2	6, 7, 1, 2, 3, 4, 5
30	25,5	1	Tarde	60	2	1	5, 4, 3, 6, 2, 1, 7
31	39,7	1	Tarde	24	2	1	7, 1, 6, 2, 5, 4, 3
32	39,9	1	Tarde	12	2	2	1, 7, 6, 5, 4, 3, 2
33	37,1	1	Noite	84	2	2	6, 2, 1, 7, 5, 4, 3

34	31,8	1	Noite	96	2	2	2, 3, 4, 5, 6, 7, 1
35	39,4	1	Noite	192	2	2	4, 1, 2, 3, 7, 6, 5
36	42,2	1	Noite	216	2	1	2, 4, 1, 3, 6, 7, 5
37	38,9	1	Noite	192	2	2	7, 1, 6, 4, 3, 2, 5
38	41,7	1	Noite	84	2	2	2, 3, 5, 4, 7, 1, 6
39	32,8	1	Noite	60	2	2	1, 7, 6, 5, 3, 2, 4
40	46,9	1	Noite	192	2	2	1, 2, 3, 7, 6, 5, 4
41	32,6	2	Manhã	48	2	2	1, 7, 2, 5, 3, 4, 6
42	22,7	2	Manhã	12	2	1	3, 2, 7, 5, 4, 6, 1
43	22,0	2	Manhã	3	2	2	4, 5, 3, 6, 7, 2, 1
44	42,0	2	Tarde	180	2	2	7, 1, 3, 4, 5, 2, 6
45	46,6	2	Tarde	156	2	2	5, 4, 1, 7, 3, 2, 6
46	30,8	2	Tarde	72	2	2	1, 2, 7, 6, 3, 4, 5
47	40,4	2	Noite	72	2	2	6, 1, 5, 3, 2, 7, 4
48	30,7	4	Manhã	12	2	2	4, 7, 1, 5, 6, 3, 2
49	28,6	4	Manhã	84	2	1	1, 7, 2, 5, 4, 3, 6
50	51,4	4	Tarde	72	2	2	7, 2, 1, 4, 3, 6, 5
51	33,5	4	Tarde	180	2	2	6, 2, 3, 5, 6, 1, 7
52	39,4	4	Noite	240	2	1	6, 4, 5, 3, 7, 2, 1
53	41,4	4	Noite	108	2	2	4, 5, 7, 6, 1, 2, 3
54	42,9	4	Noite	180	2	2	4, 3, 5, 6, 7, 1, 2
55	34,3	4	Noite	180	2	1	1, 2, 7, 3, 5, 6, 4
56	25,4	5	Manhã	12	2	2	2, 7, 1, 3, 6, 4, 5
57	33,8	5	Manhã	12	2	2	3, 6, 7, 5, 4, 1, 2
58	23,5	5	Manhã	12	2	2	4, 2, 7, 1, 5, 3, 6
59	25,5	5	Manhã	12	2	2	5, 6, 4, 7, 3, 2, 1
60	43,3	5	Manhã	96	2	1	6, 1, 4, 5, 2, 7, 3
61	24,5	5	Manhã	24	2	1	7, 4, 1, 2, 3, 5, 6
62	44,9	5	Manhã	180	2	1	2, 4, 3, 6, 5, 1, 7
63	28,1	5	Tarde	12	2	2	2, 6, 7, 1, 4, 5, 3
64	45,3	5	Tarde	60	2	2	3, 7, 1, 4, 5, 6, 2
65	46,6	5	Tarde	204	2	2	4, 3, 7, 5, 1, 6, 2
66	44,7	5	Tarde	132	1	1	5, 4, 6, 3, 2, 7, 1
67	21,2	5	Tarde	24	2	2	7, 2, 6, 5, 3, 1, 4
68	40,3	5	Tarde	36	2	1	2, 3, 7, 1, 5, 4, 6
69	38,5	5	Tarde	132	2	2	3, 7, 4, 2, 1, 6, 5
70	50,5	5	Noite	156	2	2	2, 6, 5, 1, 7, 3, 4

71	35,9	5	Noite	72	2	2	4, 1, 6, 7, 3, 5, 2
72	33,9	5	Noite	84	2	2	6, 7, 2, 1, 5, 4, 3
73	37,8	5	Noite	60	2	2	6, 7, 1, 2, 5, 4, 3
74	35,5	5	Noite	36	2	2	6, 2, 3, 7, 1, 5, 4
75	33,2	5	Noite	48	2	2	2, 4, 3, 5, 6, 7, 1
76	26,0	5	Noite	36	2	2	1, 3, 2, 4, 5, 6, 7
77	31,2	7	Manhã	48	2	2	2, 1, 7, 6, 5, 4, 3
78	36,6	7	Tarde	24	2	2	3, 1, 2, 5, 4, 6, 7
79	36,3	7	Noite	24	2	2	6, 1, 4, 7, 3, 2, 5
80	29,7	7	Noite	36	2	2	6, 7, 1, 2, 3, 4, 5
81	34,5	7	Noite	36	2	2	1, 7, 5, 4, 3, 6, 2
82	38,8	6	Manhã	48	2	2	7, 1, 6, 2, 3, 4, 5
83	34,9	6	Manhã	144	2	2	7, 1, 5, 4, 3, 2, 6
84	34,7	6	Manhã	180	2	1	7, 6, 1, 3, 4, 5, 2
85	50,3	6	Manhã	240	2	1	7, 1, 6, 4, 3, 5, 2
86	45,4	6	Manhã	84	2	2	1, 7, 6, 2, 4, 5, 3
87	52,1	6	Tarde	120	2	2	1, 2, 7, 3, 5, 6, 4
88	42,5	6	Tarde	132	2	2	1, 2, 3, 7, 6, 5, 4
89	31,1	6	Tarde	84	2	1	7, 2, 1, 4, 6, 3, 5
90	25,6	6	Tarde	3	2	2	7, 1, 6, 2, 5, 3, 4
91	42,7	6	Tarde	4	2	2	7, 6, 5, 4, 2, 3, 1
92	47,9	6	Noite	132	2	1	7, 5, 4, 3, 2, 1, 6
93	42,4	6	Noite	180	2	2	6, 4, 1, 7, 5, 3, 2
94	40,0	6	Noite	216	2	2	4, 3, 2, 7, 6, 1, 5
95	44,5	6	Noite	144	2	2	3, 2, 4, 1, 7, 6, 5
96	49,0	6	Noite	36	2	2	7, 5, 6, 1, 2, 4, 3
97	42,2	6	Noite	192	2	2	2, 4, 7, 3, 6, 1, 5
98	40,0	6	Manhã	180	2	1	1, 7, 6, 5, 4, 3, 2
99	30,6	6	Tarde	96	1	1	1, 7, 5, 4, 6, 3, 2
100	48,1	6	Noite	156	2	2	7, 1, 2, 3, 6, 5, 4
101	59,4	6	Noite	24	2	2	7, 4, 3, 5, 6, 2, 1

ANEXO 3 – PESOS OBTIDOS

Atendente	Peso	Atendente	Peso	Atendente	Peso
2	20,90421	14	15,57382	21	25,54666
3	13,05554	28	17,00007	22	27,81602
8	10,55118	29	16,1021	33	19,45299
9	20,38193	30	13,43916	34	17,41209
10	9,848153	31	18,79858	35	23,53416
11	14,15841	32	18,67781	36	25,34061
23	18,17397	44	24,3628	37	23,30967
24	17,25296	45	25,75068	38	21,51832
225	16,77954	46	16,28566	39	16,84491
26	26,47667	50	25,53475	40	26,90155
27	25,37467	51	20,54643	47	20,59592
41	16,41639	63	13,37979	52	24,76089
42	10,95527	64	22,45722	53	22,06107
43	10,38693	65	27,10558	54	24,76689
48	14,54715	66	24,00787	55	20,77746
49	15,50846	67	10,62051	70	27,50173
56	12,16753	68	19,40669	71	18,57548
57	15,939	69	21,43646	72	18,01624
58	11,31445	78	17,53488	73	19,08983
59	12,21242	87	27,20393	74	17,37972
60	22,44726	88	23,2324	75	16,68578
61	11,974	89	16,63092	76	13,11436
62	25,5367	90	12,00328	79	17,40019
77	15,78781	91	19,70915	80	14,77561
82	19,20009	99	16,66102	81	16,93074
83	20,15884	1	14,0882	92	25,52876
84	20,95705	6	29,43431	93	24,54239
85	29,65483	7	27,81796	94	24,481
86	23,17956	15	26,6074	95	24,46909
98	23,33667	16	25,80609	96	23,44102
4	14,0882	17	16,86537	97	24,79132
5	32,81757	18	22,95871	100	26,42416
12	12,92446	19	14,44085	101	27,77174
13	13,14533	20	26,95009		

Obs.: As atendentes pertencentes ao turno da manhã estão representadas em preto, as atendentes pertencentes ao turno da tarde em verde e as atendentes pertencentes ao turno da noite em violeta.