

NACIB MATTAR JÚNIOR

**REDES DE PETRI TEMPORAIS: MÉTODO DE ANÁLISE
BASEADO EM TEMPO GLOBAL**

Dissertação apresentada como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre. Programa de Pós-Graduação em Informática, Setor de Ciências Exatas, Universidade Federal do Paraná.

Orientador: Prof. Dr. Luis Allan Künzle

CURITIBA

2008

NACIB MATTAR JÚNIOR

**REDES DE PETRI TEMPORAIS: MÉTODO DE ANÁLISE
BASEADO EM TEMPO GLOBAL**

Dissertação apresentada como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre. Programa de Pós-Graduação em Informática, Setor de Ciências Exatas, Universidade Federal do Paraná.

Orientador: Prof. Dr. Luis Allan Künzle

CURITIBA

2008

CONTEÚDO

LISTA DE FIGURAS	v
LISTA DE TABELAS	vi
RESUMO	vii
ABSTRACT	viii
1 INTRODUÇÃO	1
2 INTERVALOS, REDES DE PETRI E SUAS EXTENSÕES TEMPO-RAIS	5
2.1 Álgebra Intervalar	5
2.1.1 Exemplos de operações com intervalos	10
2.2 Redes de Petri	11
2.2.1 Conceitos elementares	13
2.2.2 Dinâmica de uma Rede de Petri	15
2.2.3 Análise de propriedades em redes de Petri	17
2.2.4 Propriedades estruturais	17
2.2.5 Grafos associados à uma rede de Petri	18
2.2.6 Propriedades comportamentais das RdP	19
2.3 Redes de Petri com tempo	23
2.3.1 Redes de Petri temporais	24
2.3.2 Dinâmica de uma rede de Petri temporal	25
3 METODOLOGIA DE ANÁLISE POR TEMPO GLOBAL	28
3.1 Método do tempo global: Conceitos e Definições	28
3.2 Construção do grafo de classes utilizando o tempo global	36
3.2.1 Exemplo: cálculo dos intervalos nos domínios relativo e global	38

3.2.2	Cálculo do tempo total de uma seqüência de disparos	41
3.2.3	Cálculo do tempo de permanência em um estado qualquer da rede	43
3.3	Algoritmo para construção do grafo de classes baseadas em tempo global de uma RdP Acíclica	43
4	COMPARAÇÃO: METODOLOGIA DO TEMPO GLOBAL E A FERRAMENTA TINA	51
4.1	Exemplo 1: Método do tempo global e os grafos obtidos com a ferramenta TINA	51
4.2	Exemplo 2: Análises temporais obtidas no grafo de classes baseadas em tempo global	57
4.3	Análises obtidas com a ferramenta TINA	58
5	CLASSES EQUIVALENTES	70
5.1	O conceito de Classes Equivalentes	70
5.2	Aplicação do conceito de Classes Equivalentes	70
5.3	Duas metodologias de aplicação do conceito de classes equivalentes	74
5.3.1	Aplicação do conceito de classes equivalentes na rede da figura 5.8 – unificação de classes equivalentes à inicial	75
5.3.2	Aplicação do conceito de classes equivalentes na rede da figura 5.8 – unificação de classes equivalentes entre si	77
5.3.3	Conclusões	79
5.4	Exemplo de rede cíclica com transição sincronizadora	79
5.4.1	Algumas considerações sobre o cálculo do tempo global em RdP cíclicas	81
6	CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS	83
	BIBLIOGRAFIA	88

LISTA DE FIGURAS

2.1	Conflito estrutural	14
2.2	Paralelismo	15
2.3	Uma rede de Petri	15
2.4	Estado atual da rede – após o disparo de t_1	16
2.5	Estado atual da rede – após o disparo da seqüência t_1t_2	16
2.6	Estado atual da rede – após o disparo da seqüência $t_1t_2t_3$	16
2.7	Estado atual da rede – após o disparo da seqüência $t_1t_2t_3t_4$	17
2.8	Invariantes	18
2.9	Grafo de estados da rede da figura 2.3	19
2.10	Grafo dos estados alcançáveis da rede da figura 2.8	19
2.11	Rede não limitada.	20
2.12	Eliminação de <i>laço</i>	21
2.13	Vivacidade de uma rede de Petri.	22
2.14	Rede conservativa	23
2.15	Rede de Petri temporal	25
2.16	Marcação $M_1 = [011]$	26
2.17	Marcação $M_2 = [001]$	26
3.1	Transições em paralelo	30
3.2	Rede de Petri com paralelismos	38
3.3	Rede de Petri temporal e seu grafo de classes baseadas em tempo global	41
3.4	Classes de estados da rede de Petri da figura 3.3	41
4.1	Rede Acíclica	51
4.2	Rede Cíclica	51
4.3	Grafo de classes da rede acíclica (Tempo Global)	52
4.4	Grafo de classes da rede cíclica (Tempo Global)	52

4.5	Classes de estados da rede da figura 4.1 (Tempo Global).	53
4.6	Classes adicionais de estados da rede da figura 4.2 (Tempo Global).	54
4.7	Grafo de Classes da Rede Acíclica (TINA)	55
4.8	Grafo de Classes da Rede Cíclica (TINA)	56
4.9	Classes de estados da rede da figura 4.2 (TINA).	56
4.10	Rede de Petri temporal	56
4.11	Grafo de classes da rede da figura 4.10 (Tempo Global)	57
4.12	Classes de estados da rede da figura 4.10 (Tempo Global).	60
4.13	Grafo de classes da rede da figura 4.10 obtido com o TINA (-M)	61
4.14	Grafo de classes da rede da figura 4.10 obtido com o TINA (-W)	61
4.15	Grafo de classes da rede da figura 4.10 obtido com o TINA (-E)	61
4.16	Grafo de classes da rede da figura 4.10 obtido com o TINA (-S)	61
4.17	Grafo de classes da rede da figura 4.10 obtido com o TINA (-A)	62
4.18	Grafo de classes da rede da figura 4.10 obtido com o TINA (-U)	62
4.19	Classes de estados da rede da figura 4.10 (TINA -M).	63
4.20	Classes de estados da rede da figura 4.10 (TINA -W).	64
4.21	Classes de estados da rede da figura 4.10 (TINA -E).	65
4.22	Classes de estados da rede da figura 4.10 (TINA -S).	66
4.23	Classes de estados da rede da figura 4.10 (TINA -A).	67
4.24	Classes de estados da rede da figura 4.10 (TINA -U).	68
5.1	Rede de Petri temporal	71
5.2	Rede de Petri temporal	71
5.3	Grafo de classes da rede de Petri temporal da figura 5.1	71
5.4	Grafo de classes da rede de Petri temporal da figura 5.2	72
5.5	Classes de estados referentes ao grafo da figura 5.3.	72
5.6	Classes de estados referentes ao grafo da figura 5.4.	73
5.7	Rede Cíclica	73
5.8	Rede de Petri temporal	75
5.9	Grafo de classes da rede de Petri da figura 5.8, com classes equivalentes	76

5.10 Grafo de classes reduzido da rede de Petri da figura 4.10, com classes equivalentes	78
5.11 Rede de Petri com transição sincronizadora	79
5.12 Grafo de classes da Rede de Petri da figura 5.11	80
5.13 Classes de estados referentes ao grafo da figura 5.12.	80

LISTA DE TABELAS

3.1	As possíveis relações entre dois eventos temporais	33
3.2	Casos a serem estudados:	33
4.1	Tempos obtidos nos grafo gerados pela ferramenta TINA	66
5.1	Intervalos de disparo das transições nas classes do grafo da figura 5.4 . . .	72
5.2	Intervalos de disparo das transições nas classes do grafo da figura 4.11 . . .	76
5.3	Intervalos de disparo das classes do grafo da figura 5.12	80

RESUMO

As principais metodologias de análise de redes de Petri temporais têm como base a enumeração de classes temporais nas quais os intervalos temporais de cada classe têm seus valores relativos a data de transição para a classe. Estas metodologias permitem diversas análises. Porém, estas análises são excessivamente imprecisas para determinar a duração de roteiros de comportamento.

Uma das propostas deste trabalho é apresentar uma abordagem baseada em tempo global. Esta abordagem não gera aumento de imprecisão no cálculo de duração de seqüências de disparo de transições. Em redes cíclicas, o método gera classes indefinidamente, já que as classes obtidas após um ou mais ciclos da rede acumulam o tempo de execução da seqüência de disparos desde a marcação inicial, tendo, portanto, os intervalos temporais do domínio global incrementados pelo tempo de duração do ciclo. Para contornar este problema é apresentado o conceito de classes equivalentes, que evita a explosão do número de classes, reunindo classes que possuem a mesma marcação, o mesmo domínio relativo e domínio global proporcional.

Após a apresentação da nova metodologia faz-se uma comparação entre a abordagem baseada em tempo global, que considera o tempo total da seqüência de disparos da rede na geração das classes de estados com a abordagem clássica baseada em tempo relativo – fazendo uso da ferramenta *TINA*, para ilustrar diferenças bem como eventuais vantagens e desvantagens entre as metodologias.

Finalmente, pretende-se com este trabalho formalizar o método do tempo global, incluindo a descrição de todos os procedimentos e cálculos necessários para a sua utilização bem como a apresentação de um algoritmo para a construção de um grafo de classes baseado em tempo global. Diversos exemplos de construção são explorados ao longo do texto, com o intuito de explicitar diferentes aspectos presentes no grafo gerado pelo método e/ou na própria metodologia de construção.

ABSTRACT

The main methods of analysis of Petri nets are based on models that enumerate time classes in which time intervals of each class have values based on the transition date for the specific class. These methods allow several analyses, all of them excessively imprecise to determine the length of behavior routes.

One of the objectives of this work is to present a comprehensive approach based on global time, which does not generate an increase of inaccuracy in calculating the time interval of each transition fired in a sequence. However, in cyclical nets, the method generates classes indefinitely, since the classes obtained after one or more cycles of the net, accumulate the firing sequence execution from the initial marking, and therefore, the time intervals of increased global time for the duration of the cycle. To overcome this problem, it is presented the concept of equivalent classes, avoiding the explosion in the number of classes and bringing together same markings classes, relative and global time.

After the presentation of the new methodology there is a comparison between the global time approach, which considers the total net firing sequence time to generate state classes with a classical approach based on relative time – making use of the *TINA* tool to illustrate differences and possible advantages and disadvantages among the methodologies.

Finally, we want in this work to formalize the global time analysis method, including a description of all procedures and required calculations for its use, as well as the construction of an algorithm to build a graph of classes based on global time. Several examples are explored throughout the text, in order to clarify various aspects present in the graph generated by the method and/or in the construction methodology.

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

Os avanços científicos e tecnológicos da sociedade moderna têm resultado em diferentes maneiras de representação do universo e em novas ferramentas práticas obtidas a partir dos novos modelos de representação e análise.

Pode-se dizer que a abordagem científica clássica para modelagem e/ou análise de problemas diversos utiliza-se de variáveis contínuas, cujas análises são em geral baseadas em equações diferenciais e suas possíveis soluções.

No entanto, em diversas aplicações tecnológicas presentes em nossa sociedade, a abordagem clássica não parece ser indicada para modelagem e análises em geral. Podem-se citar como aplicações a incorporação da robótica em alguns meios de produção, devido à automação industrial, bem como sistemas de controle de tráfego, sistemas de logística, redes de computadores, sistemas embarcados, etc.

Tais sistemas reagem ao meio externo através de sensores que, quando sensibilizados, provocam uma mudança de estado praticamente instantânea no dispositivo. Esta característica de mudança abrupta de estado provocada em função de algum estímulo externo resulta na discretização do tempo.

Os sistemas que possuem essas características são classificados como sistemas a eventos discretos. É de se esperar que análises de comportamento e de resultados levem em consideração a discretização do tempo desses sistemas. Assim, métodos de análise baseados em variáveis contínuas não parecem estar muito adequados para aplicação em sistemas a eventos discretos. Com esta premissa, a comunidade científica têm procurado desenvolver novas ferramentas e metodologias de análise e modelagem de sistemas, de maneira a atender as necessidades resultantes dos avanços científico-tecnológicos cada vez mais presentes em nossa sociedade.

Um formalismo matemático relativamente recente, utilizado para para modelar e anal-

isar sistemas discretos envolvendo paralelismo, concorrência e sincronização [27], são as denominadas redes de Petri (RdP), que tiveram origem em 1962, na Alemanha, na tese de doutorado de Carl Adam Petri, intitulada *Kommunikation mit Automaten* (Comunicação com Autômatos)[28]. Segundo Heuser [15], as primeiras aplicações de redes de Petri aconteceram em 1968, no projeto de teoria de sistemas de informação do *Applied Data Research, Inc.* Em 1975, o MIT – *Massachusetts Institute of Technology* organizou uma conferência sobre redes de Petri. Na década seguinte, foram realizados cursos avançados sobre teoria de redes de Petri na Alemanha.

Desde 1980, vêm sendo realizados anualmente *workshops* e conferências sobre teoria e aplicações de redes de Petri. Em 1993, realizou-se no Chile o primeiro curso internacional de redes de Petri para a América Latina e o segundo foi realizado no Brasil, em novembro de 1995. Desde então, as redes de Petri têm sido estudadas em diversas partes do mundo, a ponto de já existirem diversas extensões do modelo inicial chamadas de redes de alto nível, que incorporam novos elementos de representação, ampliando o poder de representatividade das redes de Petri. Dentre as publicações sobre os diferentes tipos de extensões do modelo inicial, pode-se citar as redes numéricas [31], predicado/transição [14], coloridas [16], estocásticas [22] e temporizadas [30], [29] e [25].

Quando consideramos restrições de tempo quantitativas, a extensão mais importante consiste nas RdP temporais [25], mas pode-se encontrar na literatura uma grande variedade de RdP com extensões temporais, sendo que a diferença entre os modelos pode ser com relação ao tipo, localização ou ainda pela propriedade da restrição temporal [12]. Dentre estas, a extensão temporal enfocada neste trabalho caracteriza-se por modelar a partir de intervalos de tempo o período de sensibilização das transições. O aumento do poder de modelagem traz, em contrapartida, maior complexidade no processo de análise, devido a dois fatores: a passagem do espaço discreto ao espaço contínuo com a inclusão de variáveis temporais como data ou intervalo de tempo e o inerente aumento da imprecisão devido a manipulação dos intervalos temporais em modelos com concorrência entre eventos e/ou atividades.

As principais metodologias de análise têm como base técnicas enumerativas que bus-

cam representar o espaço de estados alcançável pelo comportamento dinâmico da RdP temporal. A contribuição mais importante consiste na geração do Grafo de Classes [5], no qual cada classe reúne o conjunto de estados com mesma marcação e cujas datas de disparo possíveis para cada transição habilitada podem ser agrupadas em um mesmo intervalo temporal. Este método descreve com relativa precisão o intervalo de tempo durante o qual o sistema permanece em cada classe, tempo esse relativo ao instante de entrada na classe. A principal limitação desta abordagem está no excessivo aumento de imprecisão quando busca-se calcular a duração temporal de seqüências de disparo de transições. Esta limitação impede a análise de sistemas de tempo real que impõem um limite temporal na execução de tarefas que consistem de seqüências de eventos, tais como *threads* em sistemas embarcados [18].

Objetivos e justificativas

O primeiro objetivo deste trabalho é mostrar um método de construção de um grafo de classes baseadas em tempo global para RdP temporais que, além de inicializar os tempos de cada classe em relação a entrada na classe, também tem como referência o tempo global da rede – método este proposto por Lima em [19]. Desta forma, serão revisadas ao longo do texto as definições necessárias para o desenvolvimento da metodologia bem como a própria metodologia em si, ou seja, as funções e operações que devem ser utilizadas para a geração do grafo. Em seguida, pretende-se formalizar alguns conceitos presentes na metodologia e também nas análises que podem ser obtidas do grafo gerado pelo método – como por exemplo, o coeficiente de ajuste do tempo, o tempo global de uma seqüência de eventos e o tempo de permanência em um determinado cenário do sistema.

Após a apresentação da metodologia, serão exploradas algumas dificuldades impostas pela utilização do relógio global na construção do grafo de classes baseadas em tempo global, como por exemplo, a geração indefinida de classes devido à natureza contínua do tempo. Sendo assim, um segundo objetivo para este trabalho é vencer as dificuldades impostas pelo uso do relógio global na geração do grafo de classes, utilizando-se do conceito de classes equivalentes – como proposto por Lima em [19], para que o grafo de classes

baseadas em tempo global aplicado em RdP cíclicas seja limitado sem que ocorram perdas ou aumento de imprecisão nas informações temporais. Desta forma, com as classes equivalentes torna-se possível analisar redes de Petri cíclicas.

Com o método bem estabelecido, segue-se o terceiro objetivo deste trabalho que é elaborar um (pseudo)algoritmo para a geração das classes baseadas em tempo global, fazendo uso da formalização proposta durante o texto.

O último objetivo deste trabalho é comparar alguns dos resultados obtidos com o método do Tempo Global com os grafos obtidos pela ferramenta *TINA*, cujas funções são apresentadas em [2] e [8].

Estrutura do trabalho

O capítulo 2 apresenta rapidamente a álgebra intervalar, cujos conceitos e operações serão utilizadas ao longo do texto. Em seguida, formaliza-se o conceito de RdP, com destaque para as RdP Temporais.

No capítulo 3 é detalhada a metodologia de construção do grafo de classes baseadas em tempo global para RdP temporais, inicialmente com a utilização de exemplos ilustrativos para que ao final do capítulo seja apresentada uma proposta de algoritmo de construção do grafo de classes baseado em tempo global de redes acíclicas.

O capítulo 4 apresenta alguns resultados obtidos com o método do tempo global para que sejam comparados com as análises realizadas pela ferramenta *TINA*.

O capítulo 5 trata do conceito de classes equivalentes e sua aplicação na construção do grafo de classes de RdP temporais cíclicas. Com a aplicação das classes equivalentes pretende-se que sejam vencidas algumas das dificuldades apresentadas pelo método de análise do tempo global e, posteriormente, apresentam-se algumas considerações sobre a implementação de um algoritmo para a construção do grafo de classes baseadas em tempo global de redes cíclicas.

O capítulo 6 propõe algumas conclusões obtidas com o desenvolvimento deste trabalho e coloca algumas sugestões de trabalhos futuros.

CAPÍTULO 2

INTERVALOS, REDES DE PETRI E SUAS EXTENSÕES TEMPORAIS

2.1 Álgebra Intervalar

Em muitos problemas do campo científico temos incertezas a respeito dos dados coletados ou dos valores que certas variáveis podem assumir. Com dados estatísticos, utilizam-se métodos de controle de propagação de erros e em dados empíricos costuma-se prever um intervalo de variação para os valores que os parâmetros podem assumir, de maneira que a imprecisão em ambos os casos pode ser representada por um intervalo de números racionais.

No estudo que será apresentado, a indeterminação aparece na forma de intervalos de tempo, que compreendem o intervalo de variação de tempo em que pode ocorrer um certo evento.

A álgebra intervalar pode ser uma poderosa ferramenta no estudo das propriedades entre intervalos de números reais, bem como na interpretação de fenômenos cujos parâmetros estejam expressos no formato de intervalos. Já existem estudos que envolvem inclusive extensões dos conceitos da álgebra intervalar – são as chamadas álgebras intervalares modais.

Neste trabalho, definiremos apenas as operações e conceitos necessários para se analisar o comportamento dos sistemas modelados pelas redes de Petri temporais.

Para maiores detalhes a respeito da álgebra intervalar, pode-se consultar [11], [32] e [26].

Os intervalos serão utilizados em praticamente todos os cálculos deste trabalho. Desta forma, em seguida apresentam-se alguns resultados gerais envolvendo operações entre intervalos, visando facilitar o entendimento dos procedimentos de cálculo definidos ao

longo do texto.

Definição 1 *Dados dois números racionais a e b tais que $a < b$, definem-se os seguintes intervalos próprios (ou simplesmente intervalos):*

i) $[a, b] = \{x \in R : a \leq x \leq b\}$, denotado de intervalo fechado entre a e b ;

ii) $]a, b] = \{x \in R : a < x \leq b\}$, denotado de intervalo fechado à direita entre a e b ;

iii) $[a, b[= \{x \in R : a \leq x < b\}$, denotado de intervalo fechado à esquerda entre a e b ;

iv) $]a, b[= \{x \in R : a < x < b\}$, denotado de intervalo aberto entre a e b .

Em todos os casos acima, os valores a e b são denominados, respectivamente, limite inferior do intervalo (lower bound) e limite superior do intervalo (upper bound).

Definição 2 *Dados dois números racionais c e d tais que $c \geq d$, define-se $[c, d]$ como intervalo impróprio entre c e d .*

Definição 3 *Sejam os números racionais a, b, c e d . Dados os intervalos $[a, b]$ e $[c, d]$, próprios ou impróprios, definem-se as operações:*

$$[a, b] + [c, d] = [a + c, b + d]$$

$$[a, b] - [c, d] = [\max\{0, a - d\}, \max\{0, b - c\}]$$

$$[a, b] \ominus [c, d] = [\max\{0, a - c\}, \max\{0, b - d\}]$$

A definição do operador \ominus justifica-se pelo fato de que durante o desenvolvimento do método de construção do grafo de classes baseadas em tempo global, é necessário efetuar alguns ajustes envolvendo coeficientes de tempo, que não representam intervalos próprios, mas que serão considerados em conjunto com os intervalos de tempo.

Definição 4 *Dado um intervalo próprio com limite inferior a e limite superior b , define-se o número $\alpha = b - a$ como sendo a amplitude do intervalo.*

Teorema 1 *Sejam dois intervalos próprios $I_1 = [a, b]$ e $I_2 = [c, d]$. O intervalo I_3 tal que $I_3 = I_1 + I_2$ é um intervalo próprio.*

Demonstração 1 *Como $I_1 = [a, b]$ e $I_2 = [c, d]$, tem-se que:*

$$I_3 = I_1 + I_2 \Rightarrow I_3 = [a, b] + [c, d] \Rightarrow I_3 = [a + c, b + d]$$

Para que I_3 seja um intervalo próprio deve-se ter $a + c < b + d$. De $I_1 = [a, b]$ e $I_2 = [c, d]$ obtém-se as inequações $a < b$ e $c < d$, equivalentes a $b - a > 0$ e $d - c > 0$. Finalmente, pode-se afirmar que $b - a + d - c > 0$ e então concluir que $a + c < b + d$. Assim, I_3 é um intervalo próprio.

Teorema 2 *Sejam dois intervalos próprios $I_1 = [a, b]$ e $I_2 = [c, d]$ tais que não ocorra ao mesmo tempo $a - d \leq 0$ e $b - c \leq 0$. O intervalo I_4 tal que $I_4 = I_1 - I_2$ é um intervalo próprio.*

Demonstração 2 *Como $I_1 = [a, b]$ e $I_2 = [c, d]$, tem-se que:*

$$I_4 = I_1 - I_2 \Rightarrow I_4 = [a, b] - [c, d] \Rightarrow I_4 = [\max\{0, a - d\}, \max\{0, b - c\}]$$

Para que I_4 seja um intervalo próprio deve-se ter $\max\{0, a - d\} < \max\{0, b - c\}$.

Caso $a - d > 0$ e $b - c > 0$, tem-se que $\max\{0, a - d\} = a - d$ e que $\max\{0, b - c\} = b - c$.

Portanto, deve-se mostrar que $a - d < b - c$. Mas a inequação $a + c < b + d$ é equivalente a inequação $a - d < b - c$ e, então, está demonstrado no teorema anterior.

Caso $a - d \leq 0$ e $b - c > 0$, I_4 é fácil perceber que I_4 é um intervalo próprio.

A restrição presente no enunciado do *Teorema 2* deve-se ao fato de que se $a - d \leq 0$ e $b - c \leq 0$, I_4 será o intervalo degenerado $[0, 0]$ e portanto, não será um intervalo próprio.

Os dois primeiros teoremas mostram que, dados dois intervalos próprios, se for efetuada a operação de adição ou de subtração entre eles, o intervalo resultante ainda é um intervalo próprio (exceto apenas na condição descrita acima, em que é obtido um intervalo degenerado).

Teorema 3 *A amplitude de um intervalo próprio I_3 obtido com a soma de outros dois intervalos próprios I_1 e I_2 é dada pela soma das amplitudes de I_1 e I_2 .*

Demonstração 3 *Sejam dois intervalos próprios I_1 e I_2 , com os respectivos limites inferiores a e c e superiores b e d , cujas amplitudes são dadas por $\alpha(I_1) = b - a$ e $\alpha(I_2) = d - c$. De acordo com a definição, a amplitude do intervalo $I_1 + I_2 = [a + c, b + d]$ é dada por: $\alpha(I_1 + I_2) = b + d - (a + c)$, ou ainda $\alpha(I_1 + I_2) = (b - a) + (d - c)$. Mas então, tem-se que $\alpha(I_1 + I_2) = \alpha(I_1) + \alpha(I_2)$.*

Note-se que em geral $\alpha(I_1 - I_2) \neq \alpha(I_1) - \alpha(I_2)$.

Teorema 4 *Dados dois intervalos próprios $I_1 = [a, b]$ e $I_2 = [c, d]$ com $a > c$ e $b > d$, a amplitude do intervalo I_3 tal que $I_3 = I_1 \ominus I_2$ é dada pela diferença das amplitudes de I_1 e I_2 .*

Demonstração 4 *Por definição, $I_3 = I_1 \ominus I_2$ é dado por $I_3 = [\max\{0, a - c\}, \max\{0, b - d\}]$. Como $a > c$ e $b > d$, tem-se que $\max\{0, a - c\} = a - c$ e que $\max\{0, b - d\} = b - d$. Portanto, $I_3 = [a - c, b - d]$, cuja amplitude é calculada, por definição, como sendo $\alpha(I_3) = b - d - (a - c)$. Mas daí $\alpha(I_3) = b - a - (d - c) \Rightarrow \alpha(I_3) = \alpha(I_1) - \alpha(I_2)$.*

Teorema 5 *Dados dois intervalos próprios $I_1 = [a, b]$ e $I_2 = [c, d]$ com $a > d$ e $b > c$, a amplitude do intervalo I_3 tal que $I_3 = I_1 - I_2$ é dada pela soma das amplitudes de I_1 e I_2 .*

Demonstração 5 *Por definição, $I_3 = I_1 - I_2$ é dado por $I_3 = [\max\{0, a - d\}, \max\{0, b - c\}]$. Como $a > d$ e $b > c$, tem-se que $\max\{0, a - d\} = a - d$ e que $\max\{0, b - c\} = b - c$. Portanto, $I_3 = [a - d, b - c]$, cuja amplitude é calculada, por definição, como sendo $\alpha(I_3) = b - c - (a - d)$. Mas daí $\alpha(I_3) = b - a + (d - c) \Rightarrow \alpha(I_3) = \alpha(I_1) + \alpha(I_2)$.*

Os teoremas 4 e 5 mostram que as duas subtrações definidas neste texto produzem de maneira geral resultados muito distintos no que diz respeito a amplitude do intervalo obtido com a operação. Pode-se dizer de maneira simplificada que enquanto o operador \ominus "reduz" a amplitude dos intervalos, a operação de subtração simples acaba por "aumentar" a amplitude do intervalo – estas características possuem grande relevância no estudo que será desenvolvido ao longo deste trabalho, pois terão relação direta com a precisão dos resultados atingidos.

Com o teorema a seguir obtém-se um resultado ainda mais geral em relação às amplitudes dos intervalos resultantes das operações de subtração intervalar e da subtração realizada pelo operador \ominus .

Teorema 6 *Sejam os intervalos próprios $I_1 = [a, b]$ e $I_2 = [c, d]$. Dados $I_3 = I_1 \ominus I_2$ e $I_4 = I_1 - I_2$, tem-se necessariamente que $\alpha(I_3) \leq \alpha(I_4)$, onde $\alpha(I_3)$ e $\alpha(I_4)$ são as amplitudes de I_3 e I_4 , respectivamente.*

Demonstração 6 *Por definição, tem-se que $I_3 = [\max\{0, a - c\}, \max\{0, b - d\}]$ e $I_4 = [\max\{0, a - d\}, \max\{0, b - c\}]$, e então $\alpha(I_3) = \max\{0, b - d\} - \max\{0, a - c\}$ e $\alpha(I_4) = \max\{0, b - c\} - \max\{0, a - d\}$. Deve-se mostrar que $\max\{0, b - d\} - \max\{0, a - c\} \leq \max\{0, b - c\} - \max\{0, a - d\}$. A demonstração será realizada em 4 casos e, sempre que necessário, serão usadas as desigualdades $a \leq b$ e $c \leq d$, verdadeiras para qualquer um dos casos.*

Caso 1: Se $b - d \leq 0$ e $a - c \leq 0$, tem-se $a \leq b \leq d$ e a desigualdade $\max\{0, b - d\} - \max\{0, a - c\} \leq \max\{0, b - c\} - \max\{0, a - d\}$ pode ser escrita como $0 \leq \max\{0, b - c\}$, que é verdadeira.

Caso 2: Se $b - d < 0$ e $a - c > 0$, tem-se $c < a \leq b < d$ e a desigualdade $\max\{0, b - d\} - \max\{0, a - c\} \leq \max\{0, b - c\} - \max\{0, a - d\}$ pode ser escrita como $0 - (a - c) \leq (b - c) - 0$, ou ainda $c - a \leq b - c$. Mas, como $c - a < 0$ e $b - c > 0$, a desigualdade $c - a \leq b - c$ é verdadeira.

Caso 3: Se $b - d > 0$ e $a - c < 0$, tem-se $a < c \leq d < b$ e a desigualdade $\max\{0, b - d\} - \max\{0, a - c\} \leq \max\{0, b - c\} - \max\{0, a - d\}$ pode ser escrita como $(b - d) - 0 \leq (b - c) - 0$, ou ainda $d \geq c$, que é verdadeira.

Caso 4: Finalmente, se $b - d > 0$ e $a - c > 0$, a desigualdade $\max\{0, b - d\} - \max\{0, a - c\} \leq \max\{0, b - c\} - \max\{0, a - d\}$ pode ser escrita como $(b - d) - (a - c) \leq (b - c) - (a - d)$, ou ainda $c \leq d$, que é verdadeira.

2.1.1 Exemplos de operações com intervalos

Exemplo 1 – Suponha os intervalos $I_1 = [1, 5]$ e $I_2 = [0, 2]$, cujas amplitudes são dadas por $\alpha(I_1) = 4$ e $\alpha(I_2) = 2$. Sendo assim, pode-se obter:

$$I_3 = I_1 + I_2 = [1, 7], \text{ cuja amplitude é } \alpha(I_3) = \alpha(I_1 + I_2) = \alpha(I_1) + \alpha(I_2) = 4 + 2 = 6;$$

$$I_4 = I_2 + I_1 = [1, 7] \text{ (a operação } + \text{ é comutativa);}$$

$$I_5 = I_1 - I_2 = [0, 3], \text{ cuja amplitude é } \alpha(I_5) = 3 - 0 = 3;$$

$I_6 = I_2 - I_1 = [0, 1]$, cuja amplitude é $\alpha(I_6) = 1 - 0 = 1$ (a operação $-$ não é comutativa);

$$I_7 = I_1 \ominus I_2 = [1, 3], \text{ cuja amplitude é } \alpha(I_7) = 3 - 1 = 2;$$

$$I_8 = I_2 \ominus I_1 = [0, 0] \text{ (a operação } \ominus \text{ não é comutativa).}$$

Exemplo 2 – Suponha agora os intervalos $I_1 = [3, 4]$ e $I_2 = [0, 2]$, cujas amplitudes são dadas por $\alpha(I_1) = 1$ e $\alpha(I_2) = 2$. Sendo assim, pode-se obter:

$$I_3 = I_1 + I_2 = [3, 6], \text{ cuja amplitude é } \alpha(I_3) = \alpha(I_1) + \alpha(I_2) = 1 + 2 = 3;$$

$$I_4 = I_1 - I_2 = [1, 4], \text{ cuja amplitude também é dada por } \alpha(I_4) = \alpha(I_1) + \alpha(I_2).;$$

$$I_5 = I_1 \ominus I_2 = [3, 2], \text{ que não é um intervalo próprio.}$$

Neste exemplo, I_3 e I_4 possuem a mesma amplitude, apesar de I_3 ser obtido pela soma de I_1 com I_2 e de I_4 ter sido obtido pela diferença entre os mesmos intervalos I_1 e I_2 .

No método de construção de grafos de classes que será explorado neste trabalho, os intervalos de números racionais expressam as informações temporais do sistema em questão, representando um certo grau de indeterminismo. Em algumas situações, o grau de indeterminismo pode ser mensurado, por exemplo, em termos da amplitude do intervalo em questão, ou seja, em alguns casos, uma amplitude maior significa uma imprecisão maior. Em particular, quando forem efetuadas subtrações entre intervalos próprios (utilizados para representar as restrições temporais), a amplitude do resultado aumenta – de acordo com o *Teorema 5* acima, gerando imprecisões nas informações temporais e conseqüente dificuldade (ou mesmo impossibilidade) de obtenção de alguns tipos de informações a respeito do comportamento do sistema em questão.

2.2 Redes de Petri

As redes de Petri são um formalismo matemático com representação gráfica por meio de grafos orientados bipartidos, que contêm três elementos básicos: os lugares – representados por circunferências, as transições – representadas por retângulos e os arcos orientados – representados por setas.

Os arcos possuem uma das extremidades em um lugar qualquer da rede e a outra em uma transição qualquer da rede. Como os arcos são orientados, pode-se dizer que existem dois tipos diferentes de arcos: lugar \rightarrow transição e transição \rightarrow lugar. Os arcos sempre possuem um peso associado, indicado por um número inteiro positivo – caso não haja indicação do peso, deve-se considerar que o arco tem peso 1. Note que, um arco de peso k pode ser interpretado como k arcos de peso 1, com extremidades e sentido coincidentes ao do arco original.

Os lugares possuem marcações, que podem ser indicadas por pequenos círculos (fichas ou marcas) no seu interior, por um número inteiro não negativo ou ainda pela ausência de marcas. Pode-se estipular um limite para a quantidade de marcas que os lugares da rede irão comportar. Neste caso, a rede é denominada k -limitada, sendo k o número inteiro que indica a maior dentre as quantidades de marcas admitidas em um lugar qualquer da rede.

De maneira geral, no presente trabalho não serão feitas restrições com relação ao número de marcações dos lugares – estaremos portanto trabalhando com redes não-limitadas, a menos que seja explicitado o contrário. As redes 1-limitadas também são chamadas de redes seguras.

As transições podem ter uma restrição temporal associada em algumas extensões das Redes de Petri, como é o caso das temporais. Faz-se necessário definir ainda alguns conceitos para que seja possível explorar a dinâmica das transições nas redes de Petri; sendo assim, maiores detalhes sobre o funcionamento das transições serão apresentados no decorrer do texto.

Definição 5 *Uma rede de Petri ordinária, ou simplesmente rede de Petri, é uma quintupla,*

$N = (P, T, Pre, Pos, M_0)$ [27], onde P é um conjunto finito de lugares, T é um conjunto finito de transições, Pre é uma aplicação de entrada tal que $Pre : (P \times T) \rightarrow N$, Pos é uma aplicação de saída tal que $Pos : (T \times P) \rightarrow N$ e M_0 é a marcação inicial.

Definição 6 Seja N uma rede de Petri com $p \in P$ e $t \in T$. Definem-se os seguintes conjuntos característicos:

- i) conjunto das transições de entrada de p , denotado por $Pre(p)$ ou ainda por $\bullet p$, como sendo $\bullet p = \{t \in T : Pos(t, p) > 0\}$
- ii) conjunto das transições de saída de p , denotado por $Pos(p)$ ou ainda por $p\bullet$, como sendo $p\bullet = \{t \in T : Pre(p, t) > 0\}$
- iii) conjunto dos lugares de entrada de t , denotado por $Pre(t)$ ou ainda por $\bullet t$, como sendo $\bullet t = \{p \in P : Pre(p, t) > 0\}$
- iv) conjunto dos lugares de saída de t , denotado por $Pos(t)$ ou ainda por $t\bullet$, como sendo $t\bullet = \{p \in P : Pos(t, p) > 0\}$

As redes de Petri também podem ser definidas matricialmente, por meio de suas matrizes características, como segue:

Definição 7 Dada uma rede $N = (P, T, Pre, Pos, M_0)$. Seja m o número de lugares de P e n o número de transições de T , com i e j inteiros variando dentro de, respectivamente, $\{1, 2, \dots, m\}$ e $\{1, 2, \dots, n\}$. As matrizes características de N são:

- i) Matriz incidência de entrada, $Pre = [Pre(p_i, t_j)]_{m \times n}$
- ii) Matriz incidência de saída, $Pos = [Pos(p_i, t_j)]_{m \times n}$
- iii) Matriz incidência, $C = Pos - Pre$

A estrutura da rede é completamente representada por suas matrizes incidência de entrada (Pre) e de saída (Pos); no entanto, a matriz incidência (C) pode não representar toda a estrutura da rede, como será colocado no decorrer do texto.

Cada marcação que uma rede de Petri (ordinária) pode assumir representa um estado da rede, denotado por M_k .

Definição 8 *Uma transição t está habilitada em um certo estado M_k se, e somente se, $M_k \geq \text{Pre}(t)$. Caso todos os arcos da rede tenham peso unitário, pode-se dizer que a condição necessária e suficiente para que uma transição t esteja habilitada é a de que todos os lugares do pré-conjunto de t estejam marcados em c_k .*

Definição 9 *Uma transição t , habilitada em um determinado estado M_k , será considerada uma transição persistente em M_k se t estava habilitada em um estado M_{k-1} , imediatamente anterior a M_k , e t não disparou em M_{k-1} .*

Definição 10 *Uma transição t , habilitada em um estado M_k , será considerada como recém-habilitada em M_k se t satisfizer uma das condições:*

- i) t não estava habilitada em um estado imediatamente anterior a M_k ;*
- ii) o disparo de t originou o estado M_k , ou seja, t disparou no estado anterior a M_k e foi reabilitada em M_k .*

Definição 11 *Se t é uma transição habilitada por uma marcação M_{k-1} , então t pode disparar. O disparo da transição t retira marcas segundo $\text{Pre}(t)$ e coloca marcas de acordo com $\text{Pos}(t)$, levando a rede a uma nova marcação, M_k . A evolução da rede é descrita pela equação:*

$$M_k = M_{k-1} + \text{Pos}(t) - \text{Pre}(t) = M_{k-1} + C(t)$$

Definição 12 *Seja uma marcação M_k qualquer de uma RdP em que t_i é uma das transições habilitadas. Caso o disparo de t_i seja sucedido pelo disparo de uma ou mais transições – inclusive a própria t_i , levando a rede a uma marcação M_j qualquer – podendo ser até mesmo M_k , diz-se que os disparos das transições formam uma seqüência de disparos, que será denotada neste texto por uma letra minúscula (geralmente s) precedida por M_k e sucedida por M_j da seguinte forma: $M_k[s > M_j]$.*

2.2.1 Conceitos elementares

As RdP constituem-se como uma ferramenta poderosa para a representação de paralelismos e concorrências de eventos. Para tanto, conhecer estes conceitos pode ser de grande

auxílio na modelagem de sistemas que apresentem estas características, utilizando o formalismo das RdP.

Definição 13 *Duas transições t_i e t_j estão em conflito estrutural se, e somente se, existe ao menos um lugar da rede que esteja simultaneamente no pré-conjunto de t_i e de t_j .*

Definição 14 *Duas transições t_i e t_j estão em conflito efetivo se, e somente se, ambas estão em conflito estrutural e ainda existe uma marcação M_k tal que $Pre(t_i) \geq M_k$ e $Pre(t_j) \geq M_k$ – ou seja, existe ao menos uma marcação alcançável na rede em que t_i e t_j estão habilitadas.*

As definições sugerem que, apesar de duas transições quaisquer de uma RdP estarem em conflito estrutural, a situação de conflito pode não ocorrer efetivamente, dependendo das marcações possíveis para a rede. Para ilustrar, a rede da figura 2.1 mostra uma situação de conflito estrutural mas não efetivo entre t_1 e t_2 .

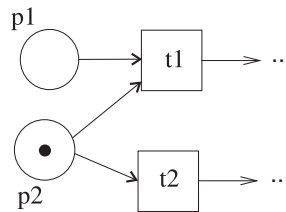


Figura 2.1: Conflito estrutural

Definição 15 *Duas transições t_i e t_j estão em uma situação de paralelismo estrutural se, e somente se, não existe lugar da rede que pertença simultaneamente ao pré-conjunto de t_i e de t_j .*

Definição 16 *Duas transições t_i e t_j representam um paralelismo efetivo se, e somente se, ambas estão em uma situação de paralelismo estrutural e ainda existe uma marcação M_k tal que $Pre(t_i) \geq M_k$ e $Pre(t_j) \geq M_k$ – ou seja, existe ao menos uma marcação alcançável na rede em que t_i e t_j estão habilitadas.*

A figura 2.2 mostra uma RdP em que as transições t_2 e t_3 estão em paralelismo efetivo, já que $\bullet t_2 \cap \bullet t_3 = \{\}$ e a marcação $M = \{p_2, p_3\}$ habilita as duas transições.

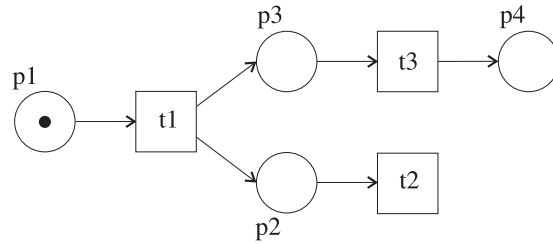


Figura 2.2: Paralelismo

Duas transições em paralelo representam eventos que podem ocorrer de maneira independente um do outro, ou seja, eventos não mutuamente exclusivos. É evidente que diversos sistemas práticos possuem este tipo de situação que pode então ser bem representada pelas RdP. No entanto, quando os eventos possuem uma informação temporal associada, alguns tipos de análises devem considerar as situações de paralelismo efetivo de maneira particular, para evitar o aumento de imprecisão nas informações temporais – como será mostrado na seqüência deste trabalho – justificando-se portanto a necessidade de se conhecer bem as definições referentes a este conceito.

2.2.2 Dinâmica de uma Rede de Petri

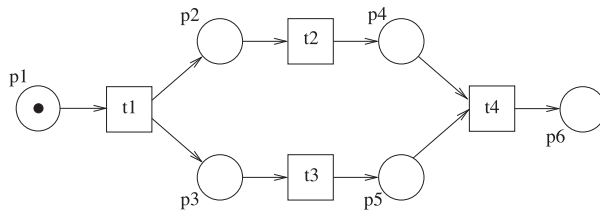


Figura 2.3: Uma rede de Petri

Como colocado na definição 11, a dinâmica dos disparos em um RdP é representada pela equação $M_k = M_{k-1} + Pos(t) - Pre(t)$. Portanto, o disparo da transição t faz com que a rede passe da marcação M_{k-1} para a marcação M_k ao retirar marcas dos lugares do seu pré-conjunto e colocar marcas nos lugares do seu pós-conjunto, respeitando os pesos dos arcos entre os lugares e a transição.

Na figura 2.3, tem-se um exemplo de rede de Petri, com quatro transições, seis lugares e marcação inicial $M_0 = [100000]$. A transição t_1 está habilitada, já que $M_0 \geq Pre(t_1)$.

Após o disparo de t_1 , a rede atinge a marcação $M_1 = [011000]$, que torna as transições

t_2 e t_3 recém-habilitadas – t_2 e t_3 estão em paralelo. Há um indeterminismo com relação aos disparos das transições t_2 e t_3 , já que ambas estão habilitadas para disparar mas não se sabe qual irá disparar primeiro até que ocorra efetivamente o disparo.

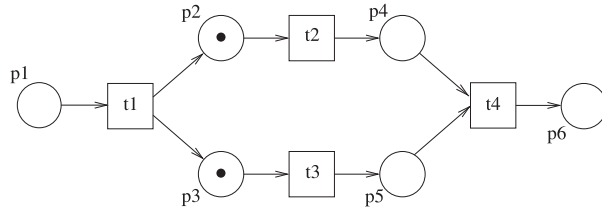


Figura 2.4: Estado atual da rede – após o disparo de t_1

Supondo arbitrariamente o disparo de t_2 , a rede atinge a marcação $M_2 = [001100]$, que mantém habilitada a transição t_3 , agora classificada como transição persistente. Como $p_5 \in Pre(t_4)$ e p_5 não está marcado, t_4 não está habilitada.

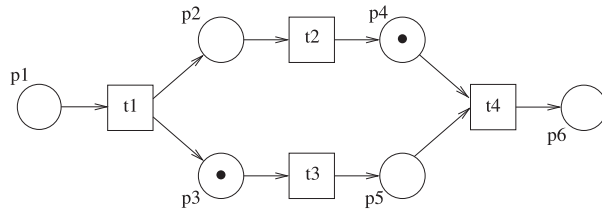


Figura 2.5: Estado atual da rede – após o disparo da seqüência $t_1 t_2$

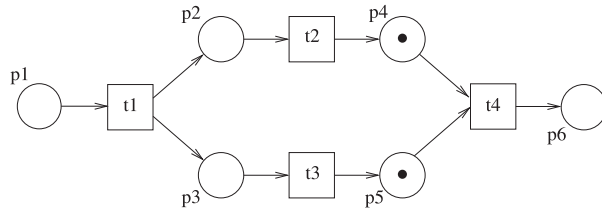


Figura 2.6: Estado atual da rede – após o disparo da seqüência $t_1 t_2 t_3$

Ao disparar t_3 , pode-se disparar t_4 e então não há mais disparos possíveis, com a marcação $M_4 = [000001]$.

As seqüências $t_1 t_2 t_3 t_4$ e $t_1 t_3 t_2 t_4$ são seqüências disparáveis para a rede da figura 2.3, enquanto $t_1 t_2 t_4 t_3$ não é uma seqüência disparável.

Nas redes de Petri com extensões temporais, o interesse pode estar em não só verificar se uma determinada seqüência de disparos é válida, mas também em calcular qual é o tempo necessário para executar toda a seqüência, ou seja, assim como em diversos

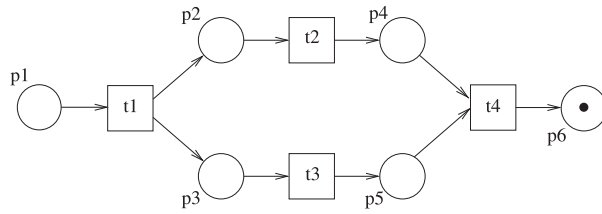


Figura 2.7: Estado atual da rede – após o disparo da seqüência $t_1t_2t_3t_4$

problemas reais, o tempo de execução da tarefa é um elemento importante na análise do problema. Neste tipo de análise, os casos de paralelismo efetivo – como ocorre entre t_2 e t_3 na rede da figura 2.4 – podem provocar aumento da imprecisão nas informações temporais, dependendo da metodologia de cálculo utilizada.

2.2.3 Análise de propriedades em redes de Petri

2.2.4 Propriedades estruturais

As propriedades estruturais não dependem da marcação atual do sistema, referindo-se exclusivamente à estrutura da rede. Com as análises estruturais, é possível obter informações adicionais sobre a dinâmica da rede.

Componentes conservativos – Invariantes de lugar:

Procurar por um invariante de lugar é verificar se há uma restrição que se refere à marcação de alguns (ou de todos os) lugares da rede em todos os estados alcançáveis, como por exemplo, a conservação do número total de marcações para um determinado conjunto de lugares. Na rede da figura 2.8, cuja marcação inicial é $M_0 = [1031]$, o resultado da soma $M(p_1) + M(p_2)$ é sempre 1, independente do estado atual do sistema – note que os disparos de t_1 ou de t_2 não alteram o resultado desta soma, apesar de modificarem as marcações. Do mesmo modo, o disparo das transições t_3 e t_4 também não modificam o resultado da soma, uma vez que não alteram as marcações de p_1 e p_2 .

Componentes repetitivos – Invariantes de transição:

A análise de invariantes de transição procura sobre a matriz incidência da rede, um conjunto de transições com características especiais, tal como um conjunto de transições

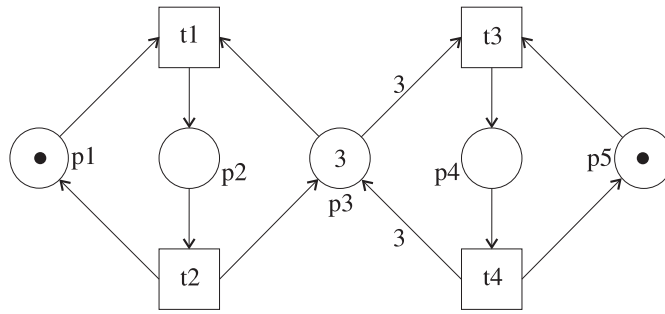


Figura 2.8: Invariantes

cuja seqüência de disparos resulte em um ciclo. Na rede da figura 2.8, ainda com a marcação inicial $M_0 = [1031]$, o disparo da seqüência $t_3 t_4$ faz com que a rede retorne para a marcação inicial. Sendo assim, a seqüência $t_3 t_4$ é um invariante de transição, pois após o disparo desta seqüência a rede volta ao estado em que se encontrava anteriormente. Note que a seqüência $t_1 t_2$ também é um invariante de transição da rede, gerando o mesmo comportamento cíclico das marcações.

Diferentemente do que ocorre com os invariantes de lugar, os invariantes de transição dependem da marcação atual da rede, já que os disparos dependem diretamente das pré-condições das transições.

2.2.5 Grafos associados à uma rede de Petri

Os grafos associados às RdP podem representar diversas propriedades da rede bem como o próprio comportamento da rede de maneira compacta, sendo portanto uma ferramenta de grande relevância nas análises de propriedades em RdP.

O grafo de estados é uma representação gráfica de todas as marcações que uma RdP pode assumir e apresenta também todas as seqüências disparáveis.

Como exemplo, a figura 2.9 representa o grafo de estados da rede da figura 2.3. As seqüências de disparos possíveis são $t_1 t_2 t_3 t_4$ e $t_1 t_3 t_2 t_4$, facilmente indentificáveis por meio dos caminhos formados pelas setas no grafo – fica evidenciado também o paralelismo existente entre as transições t_2 e t_3 .

Os grafos podem representar de maneira simples e objetiva as propriedades estruturais da rede. Como exemplo, a figura 2.10 mostra o grafo de estados da rede apresentada na

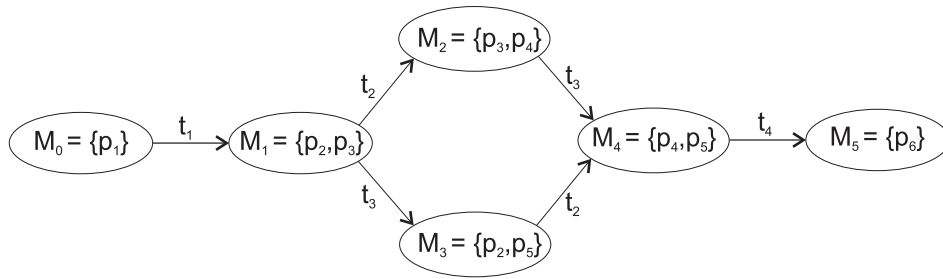


Figura 2.9: Grafo de estados da rede da figura 2.3

figura 2.8. No grafo, os ciclos formados pelas seqüências $t_1 t_2$ e $t_3 t_4$ – invariantes de transição – ficam evidenciados pelos ciclos formados com os arcos do grafo. Em redes maiores, a análise dos invariantes de lugar pelo grafo de alcançabilidade pode ser inviável, no entanto, as marcações estão presentes no grafo e os invariantes de lugar são encontrados pela comparação do número de marcas em cada estado.

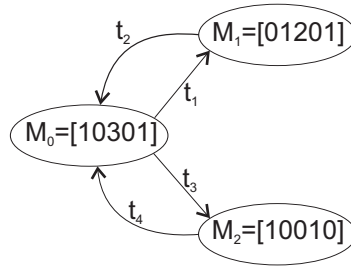


Figura 2.10: Grafo dos estados alcançáveis da rede da figura 2.8

2.2.6 Propriedades comportamentais das RdP

Definição 17 *Sejam M_0 e M_k a marcação inicial e uma outra marcação qualquer de uma RdP. Uma marcação é alcançável se, e somente se, existe ao menos uma seqüência s de disparos tal que $M_0[s > M_k$. A alcançabilidade da rede é o conjunto de todas as marcações alcançáveis da rede.*

Alcançabilidade é uma propriedade fundamental para o estudo de propriedades dinâmicas de qualquer sistema, uma vez que checar a alcançabilidade de uma marcação é verificar se determinada marcação M_k é alcançável a partir de uma certa marcação inicial M_0 , ou seja, mostrar se é (ou não) possível atingir um determinado estado do sistema representado pela RdP. Em caso afirmativo, outras análises podem ser feitas, de acordo com as

características do problema que se pretende resolver.

Definição 18 Uma RdP é dita *k-limitada* ou apenas *limitada* se, e somente se, para todo lugar p_i a restrição $M(p_i) \leq k$ é respeitada em todas as marcações acessíveis da rede.

A rede da figura 2.11 não é *k-limitada*, já que os lugares p_6 , p_7 e p_8 não são *k-limitados*. Note que o lugar p_6 é um contador que indica quantas vezes t_4 disparou.

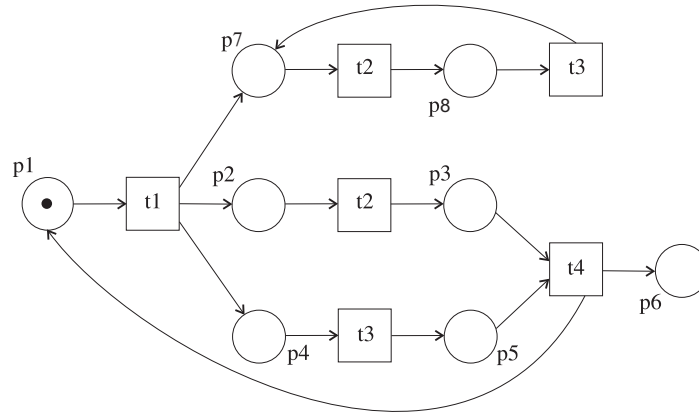


Figura 2.11: Rede não limitada.

Algumas redes possuem transições cujo disparo repõe marcas em um (ou mais) lugares do seu pré-conjunto. Transições com esta propriedade são chamadas de transições em *laço* e tal característica tem grande importância visto que a estrutura da rede não é inteiramente representada pela matriz incidência quando há casos de *laço*. Desta forma, caso haja necessidade de se utilizar a matriz incidência em uma análise qualquer da rede, deve-se primeiramente garantir que a rede é pura – ou seja, sem ocorrência de transições em *laço*.

Definição 19 Dada uma RdP N e uma transição t_i de N , t_i será um *laço* de N se, e somente se, existir um lugar p_j da rede tal que $p_j \in Pre(t_i) \cap Pos(t_i)$.

Definição 20 Uma RdP será denominada de *Rede Pura* se, e somente se, não houver transições em *laço*, ou seja, para toda transição t_i da rede, deve-se ter $Pre(t_i) \cap Pos(t_i) = \emptyset$.

Se for o caso, é possível eliminar as situações de *laço* de uma RdP. Basta criar uma cópia da transição e de todos os lugares que estiverem presentes ao mesmo tempo no pré-conjunto e no pós-conjunto da transição para então colocar uma das cópias no pré-conjunto e a outra no pós-conjunto, replicando-se também os arcos entre os lugares e as transições.

Como exemplo, a figura 2.12 mostra à esquerda uma transição em *laço* e à direita a mesma rede após a duplicação da transição, dos lugares e dos arcos – note que, apesar de ser eliminada a situação de *laço*, a estrutura da rede foi alterada, e, em alguns tipos de redes mais sofisticadas, deve-se ter cuidado ao efetuar tais modificações para que não seja alterada a dinâmica da rede.

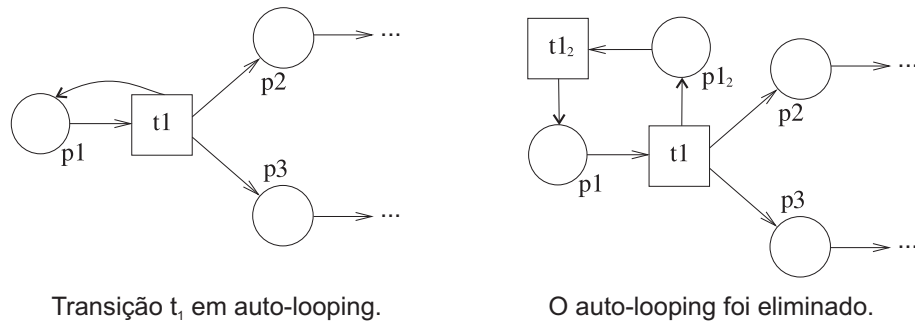


Figura 2.12: Eliminação de *laço*.

Definição 21 Uma RdP é reiniciável se o seu grafo de estados alcançáveis for fortemente conexo, ou seja, para quaisquer dois estados possíveis M_i e M_j , existe ao menos uma seqüência disparável s tal que $M_i[s > M_j$.

Definição 22 Uma transição t_i é quase viva se, e somente se, existe ao menos uma seqüência disparável s que leva a rede da marcação inicial M_0 até alguma marcação acessível M_k em que t_i é disparável.

Definição 23 Uma transição t_i é viva se, e somente se, para toda marcação acessível M_k da rede, existe ao menos uma seqüência disparável s que leva a rede da marcação M_k até alguma marcação acessível em que t_i é disparável.

Note que uma transição viva pode ser habilitada a partir de uma marcação *qualquer* da rede, após uma seqüência (finita) de disparos. Já para uma transição ser classificada como

quase viva, basta apenas que uma determinada seqüência (finita) de disparos habilite-a, partindo da marcação inicial.

Definição 24 *Dada uma RdP com marcação inicial M_0 , ela será classificada como viva se, e somente se, todas as suas transições são vivas.*

Veja que a marcação da rede deve ser levada em consideração para classificá-la como viva – a figura 2.13 ilustra uma rede em que para a marcação inicial $M_0 = [300000]$ a rede é viva, mas com a marcação inicial $M_0 = [100000]$ a rede não é viva.

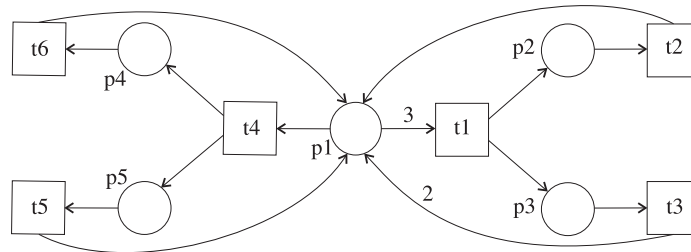


Figura 2.13: Vivacidade de uma rede de Petri.

Algumas RdP possuem um ou mais estados alcançáveis em que não há transição habilitada a disparar e, portanto, não há mais evolução da rede após atingir um estado com esta característica – propriedade esta denominada de bloqueio. O conceito de vivacidade da rede está diretamente ligado ao de bloqueio, já que a garantia de que uma rede é viva também implica garantia de que a rede é livre de bloqueios. Veja que em muitos casos de aplicação faz-se necessário garantir que a rede não possui bloqueios, pois, estes podem ocasionar uma parada inesperada do sistema.

Definição 25 *Uma RdP é dita estritamente conservativa se, e somente se, a igualdade $\Sigma M_0(p_i) = \Sigma M_k(p_i)$ é verdadeira para todas as marcações alcançáveis M_k , para todos os lugares p_i da rede.*

Segundo Barros [3], a conservação é uma importante propriedade para a aplicação de RdP em sistemas reais (como linhas de montagem em manufaturas) pois permite, por exemplo, verificar se ocorre a destruição de recursos na rede. As redes estritamente conservativas devem ter o somatório de todas as marcações de um estado qualquer da

rede sempre constante, incluindo o estado inicial – ou seja, os recursos representados pelas marcações não são criados ou destruídos. No entanto, algumas redes podem ser transformadas em redes conservativas ao serem modificados os pesos de alguns arcos, como no caso das redes na figura 2.14 em que a rede da esquerda (a) não é estritamente conservativa, porém, se forem alterados os pesos de alguns arcos obtém-se a rede da direita (b), que é estritamente conservativa. As alterações nos pesos dos arcos foram feitas de maneira a torná-la estritamente conservativa sem modificar o comportamento dinâmico da rede.

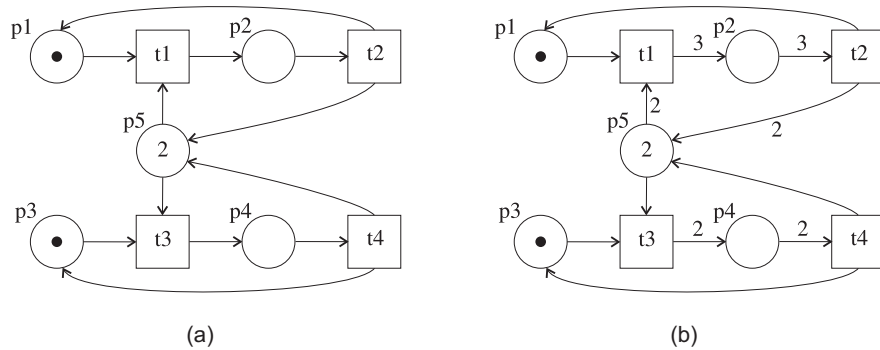


Figura 2.14: Rede conservativa

2.3 Redes de Petri com tempo

A inclusão da variável tempo no comportamento dinâmico das redes de Petri permite modelar e analisar sistemas com restrições temporais.

Comumente associa-se a informação temporal às transições, que possuem então uma informação adicional a respeito do seu disparo pois há um limite de tempo pré-determinado no qual a transição deverá ficar habilitada sem que ocorra o disparo e também há um limite de tempo no qual a transição deverá disparar obrigatoriamente, caso tenha permanecido habilitada. Eventualmente, os limites de tempo associados às transições podem ser coincidentes ou ainda nulos.

Note-se que a inclusão de limites de tempo mínimo e máximo (eventualmente coincidentes) representa uma restrição para o disparo das transições, reduzindo de certa forma o indeterminismo com relação ao disparo das transições, já que a informação temporal

acrescenta uma nova relação de ordem entre os disparos das transições, como veremos ao longo do texto com as discussões a respeito das transições em paralelo.

Existem basicamente duas semânticas distintas para a variável tempo nas redes de Petri:

- Tempo de sensibilização, que determina o tempo que deve transcorrer entre a habilitação de uma transição e o seu disparo – caso este ocorra. Neste caso, o disparo ocorre de forma atômica e sem consumir tempo.
- Tempo de disparo, em que o disparo ocorre em três etapas: retirada de marcas, disparo atômico e colocação de marcas.

A restrição temporal pode ser expressa por uma semântica forte, caso o disparo da transição ocorra obrigatoriamente no tempo indicado ou ainda, por uma semântica fraca, caso o disparo da transição não seja obrigatório – porém, caso ocorra, deverá respeitar a restrição temporal.

A inclusão do tempo nas redes de Petri foi proposta inicialmente por Merlin [25] e por Ramchandani [29]. Hoje existem diversos modelos de redes de Petri com tempo, sendo que os modelos se diferenciam pelo tipo, localização ou ainda pela propriedade da restrição temporal [12].

No presente trabalho, interessa-nos apenas o modelo de redes de Petri proposto por Merlin em [25]. Neste modelo, são associados intervalos de tempo em cada transição, que delimitam o tempo em que a transição poderá ficar habilitada sem disparar. As redes de Petri temporais parecem ser as mais adequadas para expressar restrições temporais, sendo também muito utilizadas para modelagem e análise de sistemas em tempo real [24], [10] e [4].

2.3.1 Redes de Petri temporais

As redes de Petri temporais possuem um intervalo de tempo $[a_1, a_2]$, com $a_1 \leq a_2$, associado a cada transição t_i . Os limites a_1 e a_2 representam, respectivamente, os tempos mínimo e máximo (contados a partir da habilitação de t_i) em que a transição deve permanecer habilitada antes de disparar. O disparo da transição é instantâneo e deve estar

dentro deste intervalo temporal.

Definição 26 *As redes de Petri temporais são definidas como sendo uma sextupla $NT = (P, T, Pre, Pos, M_0, I)$, onde P é um conjunto finito de lugares, T é um conjunto finito de transições, Pre é uma aplicação de entrada tal que $Pre : (P \times T) \rightarrow N$, Pos é uma aplicação de saída tal que $Pos : (T \times P) \rightarrow N$, M_0 é a marcação inicial e $I : T \rightarrow (Q^+ \times (Q^+ \cup \{\infty\}))$ tal que $I(t) = [a, b]$ [5].*

O intervalo de tempo indicado em cada transição t_i da rede, ou seja $I(t_i) = [a, b]$, será denominado de intervalo de tempo estático da transição, denotado por $e(t_i)$. Os conjuntos $c_k = (M_k, W_k)$ originados por cada um dos disparos possíveis da rede definem as classes de estado da rede, sendo que M_k é a marcação da rede e W_k é o conjunto das informações temporais da classe.

Quando uma transição t dispara, numa certa classe c_{k-1} , a rede atinge uma nova classe c_k , cujas marcações são obtidas removendo-se as marcações do pré-conjunto de t e colocando-se uma marcação em cada lugar do pós-conjunto de t – caso os arcos tenham peso maior do que 1, deve-se remover/colocar o número de marcações correspondentes ao peso do arco.

Denota-se o disparo de t em c_{k-1} , que gera a classe c_k , por $c_{k-1}[t > c_k$. Neste caso, diremos que a classe c_{k-1} é imediatamente anterior a c_k .

2.3.2 Dinâmica de uma rede de Petri temporal

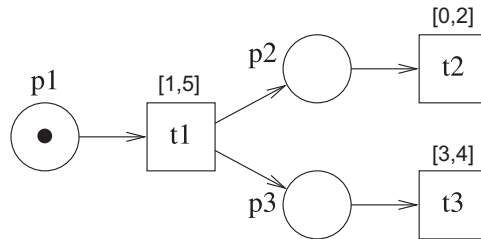


Figura 2.15: Rede de Petri temporal

Na figura 2.15, tem-se um exemplo de RdP temporal com marcação inicial $M_0 = [100]$. A transição t_1 está habilitada em M_0 , no entanto, o disparo de t_1 está condicionado ao

intervalo de tempo $[1, 5]$ associado a t_1 , ou seja, mesmo p_1 estando marcado em M_0 , t_1 só poderá disparar 1 unidade de tempo após a sua habilitação por p_1 e seu disparo deverá acontecer em no máximo 5 unidades de tempo. Após o disparo de t_1 , a nova marcação da rede será dada por $M_1 = [011]$, como mostrado na figura 2.16. Neste momento, um novo relógio deve ser acionado para cada uma das transições recém-habilitadas, para que seja respeitado o intervalo estático associado à cada uma delas.

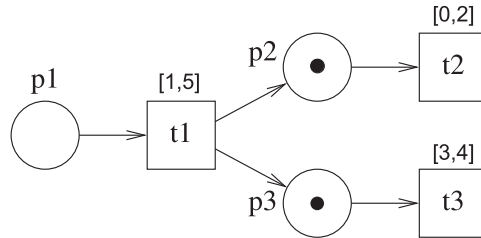


Figura 2.16: Marcação $M_1 = [011]$

O disparo de t_2 precede o de t_3 , já que as duas transições foram habilitadas ao mesmo tempo e t_2 deve disparar até 2 unidades de tempo após sua habilitação, enquanto t_3 precisa aguardar por pelo menos 3 unidades de tempo após a sua habilitação para disparar. Sendo assim, após o disparo de t_2 , a rede assume a marcação $M_2 = [001]$ (figura 2.17) e t_3 permanece habilitada, sendo agora classificada como uma transição persistente.

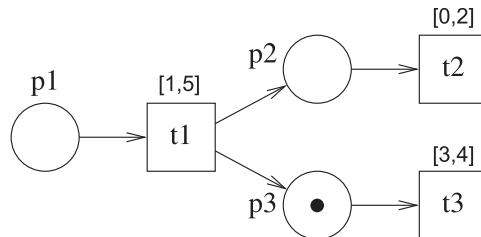


Figura 2.17: Marcação $M_2 = [001]$

O intervalo de tempo em que está contido o disparo de uma seqüência de transições pode ser uma informação importante a ser obtida da rede. No caso da rede da figura 2.15, a única seqüência de disparos possível é $t_1 t_2 t_3$, porém, se forem efetuadas as somas dos intervalos de tempo estático das transições t_1 com t_2 e t_1 com t_3 , são obtidos, respectivamente, os intervalos: $[1, 7]$ e $[4, 9]$. Os resultados podem levar a uma conclusão incorreta de que, como há uma interseção entre os intervalos obtidos, a seqüência $t_1 t_3$ é disparável. Desta forma, para se determinar um intervalo de tempo $[x_1, x_2]$ tal que x_1

e x_2 representam o menor e o maior tempo de disparo possíveis para uma seqüência de disparos, temos de fazer alguns ajustes nos tempos estáticos das transições para então calcular o tempo acumulado de dois ou mais disparo sucessivos.

A metodologia de análise que será explorada no capítulo seguinte considera em cada classe de estado dois relógios diferentes, sendo que um deles refere-se exclusivamente à classe em questão e o outro considera o tempo global da rede. Desta forma, efetuando-se alguns ajustes pode-se obter o tempo global de disparo para uma seqüência qualquer da rede, além do tempo de permanência do sistema em cada estado.

CAPÍTULO 3

METODOLOGIA DE ANÁLISE POR TEMPO GLOBAL

3.1 Método do tempo global: Conceitos e Definições

Os métodos propostos anteriormente para a construção de grafos de classes objetivam apresentar o comportamento dinâmico de uma RdP temporal por completo, ou seja, apresentam a dinâmica da rede segundo a equação $M_k = M_{k-1} + Pos(t) - Pre(t) = M_{k-1} + C(t)$, apresentada na definição 11. Desta forma, pode-se observar o comportamento da rede com relação às diferentes marcações que a rede pode apresentar, bem como as possibilidades de disparos de transições em seqüência e eventuais comportamentos cíclicos da rede, etc.

Assim, por um lado tais métodos possuem certa eficiência para a verificação de propriedades, bem como para análises temporais referentes a uma determinada classe e o cenário que ela representa, mas por outro, de maneira geral, não foram concebidos com a intenção de apresentarem informações temporais referentes ao domínio global da rede – isto é, todas as seqüências de eventos representadas por seqüências de disparos da rede.

A metodologia proposta por Lima em [20], como será exposto neste trabalho, apresenta não apenas as informações temporais relativas ao estado atual do sistema como também expressa o tempo global da rede em cada uma das classes do grafo, sem incorrer em aumento de imprecisão mesmo quando a rede apresenta situações de paralelismo e concorrência entre transições.

A inclusão do domínio global nas classes de estado aumenta o poder de representatividade do grafo, o que pode facilitar ou até mesmo viabilizar a modelagem e análise de sistemas em que se pretende, entre outras coisas, analisar o tempo de duração de roteiros de comportamento, como sugerido em [17].

Segundo a metodologia do tempo global, dois tipos de informação temporal deverão estar presentes em cada classe de estado: o domínio relativo e o domínio global da classe

[19]. No domínio relativo, têm-se informações temporais a respeito da classe, utilizadas para fazer comparações entre as transições habilitadas na classe. O domínio global acumula informações temporais desde a marcação inicial até a classe em questão, ou seja, possui informações temporais que levam em consideração todos os disparos que ocorreram entre a classe inicial e a classe em questão.

Para continuar com a apresentação da metodologia proposta, é necessário definir alguns conceitos que tratam das informações temporais da rede, como segue.

Definição 27 *O intervalo de tempo relativo de uma transição t_i , calculado numa certa classe c_k tal que $c_{k-1}[t_d > c_k$ será denotado por $r_k(t_i)$ e é definido como segue:*

$$r_k(t_i) = \begin{cases} e(t_i) & \text{se } t_i \text{ é recém-habilitada em } c_k \\ r_{k-1}(t_i) - r_{k-1}(t_d) & \text{se } t_i \text{ é persistente em } c_k \end{cases}$$

Os intervalos de tempo relativo de cada transição da classe são usados para verificar quais transições habilitadas na classe são disparáveis.

Definição 28 *Uma transição t_d com $r_k(t_d) = [a_d, b_d]$, é disparável em c_k se, e somente se, t_d está habilitada em c_k e não há outra transição t_i , com $r_k(t_i) = [a_i, b_i]$ habilitada em c_k tal que $b_i < a_d$.*

Definição 29 *O coeficiente de ajuste do tempo de uma transição t_i , persistente numa certa classe c_k tal que $c_{k-1}[t_d > c_k$, será denotado por $g_k(t_i)$ e é definido como segue:*

$$g_k(t_i) = \begin{cases} r_{k-1}(t_i) \ominus r_{k-1}(t_d) & \text{caso 1,} \\ g_{k-1}(t_i) \ominus r_{k-1}(t_d) & \text{caso 2,} \\ r_{k-1}(t_i) \ominus g_{k-1}(t_d) & \text{caso 3,} \\ g_{k-1}(t_i) \ominus g_{k-1}(t_d) & \text{caso 4,} \end{cases}$$

onde os casos 1 a 4 são:

1. se t_i e t_d são recém-habilitadas em c_{k-1} ;
2. se t_i é persistente em c_{k-1} e t_d é recém-habilitada em c_{k-1} ;

3. se t_i é recém-habilitada em c_{k-1} e t_d é persistente em c_{k-1} ;
4. se t_i e t_d são persistentes em c_{k-1} .

O coeficiente de ajuste do tempo de uma transição persistente t_i , numa classe c_k qualquer, evita o aumento de imprecisão no cálculo dos tempos acumulados da rede – conclusão esta que pode ser obtida a partir do teorema 7, que será enunciado e demonstrado logo a frente no texto.

Na seção 3.2, serão apresentados os conceitos necessários para a construção de um grafo de classes baseadas em tempo global com exemplos para ilustrar as operações definidas aqui.

Definição 30 *O intervalo de disparo global de uma transição t_i , disparável numa certa classe c_k tal que $c_{k-1}[t_d > c_k$ será denotado por $d_k(t_i)$ e é definido como sendo $d_k(t_i) = [a_i, \bar{b}]$, com $\bar{b} = \min\{b_j \mid p_k(t_j) = [a_j, b_j]\}$ onde $p_k(t_j)$ é dado por:*

$$p_k(t_j) = \begin{cases} r_k(t_j) + d_{k-1}(t_d) & \text{se } t_j \text{ é recém-habilitada em } c_k \\ g_k(t_j) + d_{k-1}(t_d) & \text{se } t_j \text{ é persistente em } c_k \end{cases}$$

Na classe inicial c_0 , o intervalo de disparo global das transições t_i disparáveis, denotado por $d_0(t_i)$, é dado por $d_0(t_i) = [a_i, \bar{b}]$, sendo $\bar{b} = \min\{b_j \mid e(t_j) = [a_j, b_j]\}$.

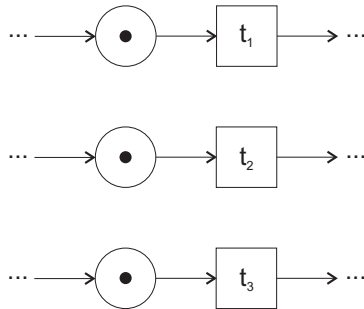


Figura 3.1: Transições em paralelo

Como exemplo, suponha que t_1 , t_2 e t_3 sejam as únicas transições disparáveis numa certa classe c_k , como representado na figura 3.1. Após serem calculados os intervalos de

disparo persistente de t_1 , t_2 e t_3 , obtém-se: $p_k(t_1) = [3, 3]$, $p_k(t_2) = [1, 4]$ e $p_k(t_3) = [0, 5]$. Sabendo que uma determinada transição não pode ficar habilitada por um tempo maior do que o limite superior do seu tempo de disparo, não é possível supor o disparo de t_2 dentro do intervalo $[4, 4]$, na classe c_k , pois t_1 foi habilitada no mesmo instante em que t_2 e então não pode permanecer habilitada por mais do que 3 unidades de tempo na classe c_k . Assim, os intervalos $p_k(t_i)$ são ajustados considerando-se a restrição adicional de que o limite superior do intervalo de disparo de cada um deles seja igual ao menor limite superior dentre os intervalos de tempo $p_k(t_i)$ e então têm-se os intervalos $d_k(t_1) = [3, 3]$, $d_k(t_2) = [1, 3]$ e $d_k(t_3) = [0, 3]$.

O intervalo de disparo global de uma transição t_i , denotado por $d_k(t_i)$, é o tempo global da seqüência, contado desde a marcação inicial até o instante do disparo de t_i , na classe c_k .

Definição 31 *Define-se classe de estados de uma RdP temporal, denotada por c_k , como sendo uma quintupla $c_k = (M_k , H_k , D_k , R_k , G_k)$, onde:*

- i) M_k é a marcação da rede;*
- ii) H_k é o conjunto das transições habilitadas da classe;*
- iii) D_k é o conjunto das transições disparáveis da classe;*
- iv) R_k é o conjunto denominado de domínio relativo da classe, que contém os intervalos de tempo relativo de todas as transições habilitadas na classe.*
- v) G_k é o conjunto denominado de domínio global da classe, que contém os coeficientes de ajuste do tempo de disparo das transições persistentes, além dos intervalos de disparo global das transições disparáveis na classe.*

Obs.1) É no domínio relativo que devem ser realizadas as comparações entre as transições habilitadas para que se verifique quais são disparáveis.

Obs.2) No domínio global é calculado o tempo global da rede, ou seja, o intervalo de tempo que considera todos os disparos ocorridos entre a marcação inicial e a marcação atual da rede.

Pode-se aplicar o conceito de seqüência de disparos (definição 12) às RdP temporais ao se fazer uma analogia entre as classes de estados das RdP temporais e as marcações das RdP ordinárias, ou seja, o disparo sucessivo de duas ou mais transições em uma RdP temporal, levando a rede de uma classe qualquer c_k para outra classe qualquer c_j (podendo ser até mesmo c_k) também será denominado de seqüência de disparos e, analogamente ao caso das RdP ordinárias, será representado por $c_k[s > c_j]$.

Definição 32 *Sejam duas transições t_i e t_j em paralelo estrutural e efetivo, numa classe c_k . Suponha também que o disparo de t_i precede o de t_j . O tempo global da seqüência $t_i t_j$ é dado por $[a_i, b_i] + [a, b]$, sendo que $[a_i, b_i]$ é o intervalo de tempo global de t_i , calculado na classe c_k , e o intervalo $[a, b]$ é o coeficiente de ajuste do tempo de t_j , calculado na classe c_k .*

A preocupação em manter as informações temporais de um sistema possui grande importância na área de inteligência artificial, observada pelos diferentes trabalhos publicados há quase três décadas que tratam sobre o tema. O artigo *Maintaining Knowledge about Temporal Intervals* de James F. Allen [1] é uma das principais referências no assunto. Entre outras coisas, o autor classifica treze relações possíveis de ocorrência entre dois eventos com intervalos temporais associados, mutuamente exclusivas, que compreendem todas as possibilidades de inter-relacionamento entre os intervalos temporais, explicitadas na tabela 3.1 – note-se que as relações inversas (troca de ordem entre X e Y) devem ser consideradas, excetuando-se a primeira relação, para que se verifiquem os treze casos possíveis.

Teorema 7 *Sejam duas transições t_i e t_j em paralelo estrutural e efetivo, numa classe c_k . O tempo global da seqüência $s = t_i t_j$, obtido segundo a definição 32, representa o intervalo de tempo em que o disparo da seqüência s pode ocorrer, sendo que os valores obtidos nos limites inferiores e superiores do intervalo são os tempos (reais) mínimo e máximo, respectivamente, em que o disparo da seqüência pode ocorrer.*

Na demonstração abaixo é necessário considerar apenas nove casos (listados na tabela

Tabela 3.1: As possíveis relações entre dois eventos temporais

<i>Relação</i>	<i>Exemplo pictográfico</i>
X é igual a Y	XXX YYY
X ocorre antes de Y	XXX YYY
Y ocorre imediatamente após X	XXXYYY
X sobrepõe parcialmente Y	XXX YYY
X ocorre durante Y	XXX YYYYYYY
X começa junto com Y	XXX YYYYYYY
X termina junto com Y	XXX YYYYYYY

3.2 para que todas as diferentes possibilidades de ocorrência dos eventos em questão (disparo de t_i e t_j) sejam consideradas.

Tabela 3.2: Casos a serem estudados:

$x_i < x_j$ e $y_i < y_j$	$x_i < x_j$ e $y_i = y_j$	$x_i < x_j$ e $y_j < y_i$
$x_i = x_j$ e $y_i < y_j$	$x_i = x_j$ e $y_i = y_j$	$x_j = x_i$ e $y_j < y_i$
$x_j < x_i$ e $y_i < y_j$	$x_j < x_i$ e $y_i = y_j$	$x_j < x_i$ e $y_j < y_i$

Obs.: Na tabela acima e na demonstração a seguir, considera-se que $[x_i, y_i]$ e $[x_j, y_j]$ são, respectivamente, os intervalos de tempo global de t_i e t_j , calculados na classe c_k .

Demonstração 7 *Para que seja demonstrado o teorema 7, as diferentes possibilidades a serem consideradas serão organizadas em quatro itens, sendo que, de modo geral, pretende-se mostrar que o coeficiente de ajuste do tempo calculado para t_j , na classe c_k , é o ajuste de tempo exato para que o resultado obtido no cálculo do tempo global seja coincidente o tempo real do sistema.*

Caso 1: $x_i \leq x_j$ e $y_i \leq y_j$

Como t_i pode disparar em qualquer tempo contido no intervalo $[x_i, y_i]$, deve-se então somar um intervalo $[a, b]$ a $[x_i, y_i]$ para se obter o tempo global da seqüência s , que

necessariamente deve ser $[x_j, y_j]$ (tempo real). Assim, pode-se escrever que

$$[x_i, y_i] + [a, b] = [x_j, y_j]$$

Por outro lado, pode-se também obter o coeficiente de ajuste do tempo para t_j pela equação

$$[x_j, y_j] \ominus [x_i, y_i] = [a', b']$$

Mas então: $x_i + a = x_j$, $y_i + b = y_j$, $x_j - x_i = a'$ e $y_j - y_i = b'$, e daí pode-se concluir que

$$a = a' \quad e \quad b = b'$$

.

Caso 2: $x_i > x_j$ e $y_i \leq y_j$

Neste caso, o intervalo de tempo real da seqüência é dado por $[x_i, y_j]$ e então deve-se obter $[a, b]$ tal que

$$[x_i, y_i] + [a, b] = [x_i, y_j]$$

Por outro lado, o coeficiente de ajuste do tempo pode ser obtido por

$$[x_j, y_j] \ominus [x_i, y_i] = [a', b']$$

Assim: $x_i + a = x_i$, $y_i + b = y_j$, $x_j - x_i = a' = 0$ e $y_j - y_i = b'$, mas daí pode-se concluir que

$$a = a' = 0 \quad e \quad b = b'$$

.

Caso 3: $x_i \leq x_j$ e $y_i > y_j$

O disparo de t_i deve ocorrer dentro do intervalo $[x_i, y_j]$, uma vez que $y_i > y_j$, e o intervalo de tempo real para este caso é dado por $[x_j, y_j]$; portanto, deve-se obter

$[a, b]$ tal que

$$[x_i, y_j] + [a, b] = [x_j, y_j]$$

que resulta nas equações $x_i + a = x_j$ e $y_j + b = y_j$. Analogamente aos casos anteriores, o coeficiente de ajuste do tempo pode ser obtido por

$$[x_j, y_j] \ominus [x_i, y_i] = [a', b']$$

Das equações $x_i + a = x_j$, $y_j + b = y_j$, $x_j - x_i = a' = 0$ e $y_j - y_i = b' = 0$ conclui-se que

$$a = a' \quad e \quad b = b' = 0$$

.

Caso 4: $x_i > x_j$ e $y_i > y_j$

O intervalo de tempo real é dado por $[x_i, y_j]$ e, analogamente ao caso anterior, t_1 deverá disparar em $[x_i, y_j]$. Assim, pode-se obter as seguintes equações intervalares

$$[x_i, y_j] + [a, b] = [x_i, y_j]$$

$$[x_j, y_j] \ominus [x_i, y_i] = [a', b']$$

de onde pode-se concluir que

$$a = a' = 0 \quad e \quad b = b' = 0$$

.

Desta forma, fica demonstrado que o incremento dado pelo coeficiente de ajuste do tempo ao tempo global de uma seqüência de disparos em paralelo evita o aumento de imprecisão no cálculo dos tempos acumulados da rede pois fornece exatamente o tempo real em que a seqüência pode disparar, ou seja, seus limites inferiores e superiores são os tempos mínimo e máximo possíveis para o disparo da seqüência.

3.2 Construção do grafo de classes utilizando o tempo global

A seguir, será apresentado o método de construção do grafo de classes baseadas em tempo global de uma RdP acíclica de maneira bastante resumida, afim de que apenas as idéias principais do método sejam evidenciadas. Ao longo deste texto, será apresentado o algoritmo de maneira um pouco mais formal.

Para que sejam controladas as transições persistentes em uma RdP temporal, é necessário indexar as transições de maneira a indicar se ela é recém-habilitada ou se é persistente a uma, duas ou mais classes – em função da definição 29, onde o cálculo do coeficiente de ajuste do tempo é definido para quatro casos distintos que fazem referência à persistência das transições na classe anterior à classe atual da rede. Desta forma, todas as transições da rede são indexadas com 0 no estado inicial e, durante a construção das classes, acrescenta-se uma unidade ao índice das transições habilitadas e atribui-se novamente 0 quando a transição disparar.

Vale destacar que o cálculo do coeficiente de ajuste de tempo é necessário apenas quando a transição é persistente e, para que seja efetuado, deve-se saber se a transição era persistente ou recém-habilitada na classe anterior.

Para gerar o grafo de uma RdP temporal, deve-se conhecer previamente:

- A estrutura da rede, representada pelas matrizes incidência de entrada $Pre = [pre(p_i, t_j)]_{m \times n}$ e incidência de saída $Pos = [pos(p_i, t_j)]_{m \times n}$.
- Os tempos estáticos das transições, organizados em um vetor denominado I_e , de modo que $I_e = [(t_1, e(t_1)), (t_2, e(t_2)), \dots, (t_n, e(t_n))]^t$.
- A marcação inicial da rede, representada pelo vetor marcação $Marc_0$ tal que $Marc_0 = [marc(p_1), marc(p_2), \dots, marc(p_m)]^t$, onde $marc(p_i)$ é um inteiro não-negativo que expressa a quantidade de marcas contidas no lugar p_i .

Todas as informações acima são necessárias para que seja caracterizada a rede em questão – de acordo com a definição de RdP temporal apresentada na subseção 2.3.1 e, portanto, devem ser fornecidas ao algoritmo de construção do grafo.

Para gerar o grafo de classes baseadas em tempo global de uma RdP temporal acíclica e k-limitada pelo método do Tempo Global, pode-se seguir os passos:

p0) Armazena-se a estrutura da rede bem como os intervalos estáticos, e atribui-se 0 como índice de controle de persistência a cada transição da rede.

Início da construção da classe em questão

- p1) Armazena-se a marcação atual da rede – determina-se M_k .
- p2) Verificam-se quais transições estão habilitadas na marcação atual da rede (para isto, pode-se utilizar a matriz incidência de entrada, que contém as pré-condições das transições) – determina-se H_k .
- p3) Calcula-se o intervalo de tempo relativo de cada uma das transições habilitadas na classe em questão – segundo as definições da seção 3.1 e aumenta-se uma unidade ao índice de controle de persistência de cada transição habilitada – determina-se R_k .
- p4) Comparam-se os tempos calculados no intervalo relativo da classe (item anterior) para se obter as transições disparáveis – determina-se D_k .
- p5) Calculam-se os coeficientes de ajuste de tempo das transições persistentes na classe e então os intervalos de disparo global – segundo as definições da seção 3.1 – determina-se G_k .

Término da construção da classe em questão

- p6) Para gerar o grafo completo, supõe-se o disparo de cada uma das transições disparáveis na classe, criando-se então novas classes, onde devem ser efetuados os passos acima – a partir de p1), até que todas as transições disparáveis tenham sido disparadas, em todas as classes encontradas.

Veja que, numa rede cíclica, a condição presente no item p6) responsável pela interrupção do algoritmo e término da construção do grafo será ineficiente, uma vez que existirão ciclos infinitos de disparos que irão gerar classes com transições disparáveis a cada nova seqüência. Desta forma, a construção do grafo de classes baseadas em tempo global de redes cíclicas necessita do conceito de classes equivalentes que será explorado no capítulo 5 deste texto, quando então serão analisados novamente os passos apresentados acima.

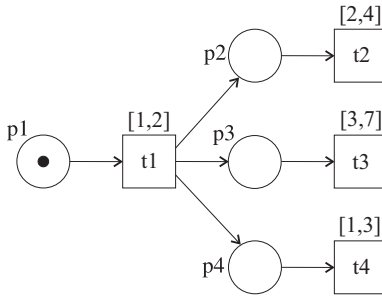


Figura 3.2: Rede de Petri com paralelismos

3.2.1 Exemplo: cálculo dos intervalos nos domínios relativo e global

A rede da figura 3.2 possui três transições em paralelo: t_2 , t_3 e t_4 . Note que na marcação inicial $M_0 = [1000]$ apenas t_1 é disparável. De acordo com as definições de intervalo de tempo relativo e de intervalo de disparo global de uma transição, pode-se obter:

$$r_0(t_1) = e(t_1) = [1, 2]$$

$$d_0(t_1) = [1, 2]$$

Após o disparo de t_1 , que deve ocorrer necessariamente entre 1 e 2 unidades de tempo, a rede atinge a marcação $M_1 = [0111]$ em que as transições t_2 , t_3 e t_4 ficam habilitadas. Como t_2 , t_3 e t_4 são recém-habilitadas, tem-se:

$$r_1(t_2) = e(t_2) = [2, 4]$$

$$r_1(t_3) = e(t_3) = [3, 7]$$

$$r_1(t_4) = e(t_4) = [1, 3]$$

Ao serem comparados os intervalos de tempo relativo obtidos para cada uma das transições habilitadas na classe obtém-se as transições disparáveis. Neste caso, todas as transições habilitadas são disparáveis pois o tempo mínimo de disparo no intervalo relativo de cada uma das três é inferior ao tempo máximo de disparo dos intervalos relativos das outras duas transições em questão.

De acordo com a definição de intervalo de disparo global de uma transição, obtém-se:

$$p_1(t_2) = r_1(t_2) + d_0(t_1) = [2, 4] + [1, 2] = [3, 6]$$

$$p_1(t_3) = r_1(t_3) + d_0(t_1) = [3, 7] + [1, 2] = [4, 9]$$

$$p_1(t_4) = r_1(t_4) + d_0(t_1) = [1, 3] + [1, 2] = [2, 5]$$

Já que t_4 deve disparar em no máximo 5 unidades de tempo (contados desde o início da seqüência de disparo), as outras transições disparáveis nesta classe devem também disparar em no máximo 5 unidades de tempo, caso venham a disparar antes de t_4 . Sendo assim, os intervalos de disparos no domínio global são:

$$d_1(t_2) = [3, 5]$$

$$d_1(t_3) = [4, 5]$$

$$d_1(t_4) = [2, 5]$$

Supondo arbitrariamente o disparo de t_2 , a rede alcança a marcação $M_2 = [0011]$ e as transições t_3 e t_4 permanecem habilitadas.

De acordo com a definição de intervalo de tempo relativo, pode-se obter $r_2(t_3)$ e $r_2(t_4)$ como indicado abaixo, mostrando inclusive que ambas são disparáveis, sendo classificadas agora como transições persistentes:

$$r_2(t_3) = [3, 7] - [2, 4] = [0, 5]$$

$$r_2(t_4) = [1, 3] - [2, 4] = [0, 1]$$

Segundo a definição de coeficiente de ajuste de tempo, obtém-se que:

$$g_2(t_3) = [3, 7] \ominus [2, 4] = [1, 3]$$

$$g_2(t_4) = [1, 3] \ominus [2, 4] = [0, 0]$$

Finalmente, pela definição de intervalo de disparo global, pode-se obter:

$$p_2(t_3) = g_2(t_3) + d_1(t_2) = [1, 3] + [3, 5] = [4, 8]$$

$$p_2(t_4) = g_2(t_4) + d_1(t_2) = [0, 0] + [3, 5] = [3, 5]$$

$$d_2(t_3) = [4, 5]$$

$$d_2(t_4) = [3, 5]$$

Caso t_4 seja disparada, a rede atinge a marcação $M_3 = [0010]$ e então apenas t_3 está habilitada. Assim:

$$r_3(t_3) = [0, 5] - [0, 1] = [0, 5]$$

$$g_3(t_3) = [1, 3] \ominus [0, 0] = [1, 3]$$

$$p_3(t_3) = g_3(t_3) + d_2(t_4) = [1, 3] + [3, 5] = [4, 8]$$

$$d_3(t_3) = [4, 8]$$

Para construir o grafo de classes baseadas em tempo global da rede, deve-se supor em cada estado da rede o disparo de cada uma das transições disparáveis. Como exemplo, quando na marcação $M_1 = [0111]$, a rede da figura 3.2 possui três transições disparáveis que geram três outras classes após dispararem. Neste exemplo, interessa-nos apenas mostrar detalhadamente os cálculos utilizados na construção das classes, sem necessariamente gerar o grafo completo – no caso, foi apresentada a seqüência de disparos t_1 t_2 t_4 t_3 .

3.2.2 Cálculo do tempo total de uma seqüência de disparos

O exemplo a seguir mostra a construção do grafo de classes baseadas em tempo global da rede de Petri da figura 3.3 e também ilustra o significado do coeficiente de ajuste do tempo de uma transição.

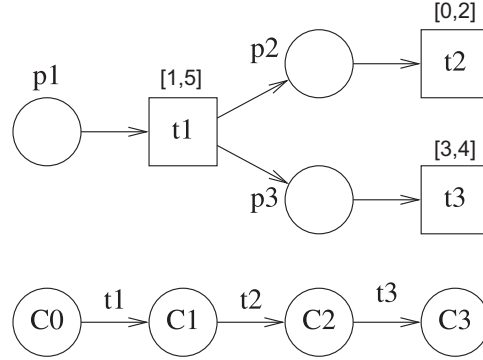


Figura 3.3: Rede de Petri temporal e seu grafo de classes baseadas em tempo global

$$\begin{array}{ll}
 \mathbf{C}_0 : M_0 = \{p_1\} & \mathbf{C}_1 : M_1 = \{p_2, p_3\} \\
 H_0 = D_0 = \{t_1\} & H_1 = \{t_2, t_3\} \\
 R_0 : \{ r_0(t_1) = [1, 5] \} & D_1 = \{t_2\} \\
 G_0 : \{ d_0(t_1) = [1, 5] \} & R_1 : \begin{cases} r_1(t_2) = [0, 2] \\ r_1(t_3) = [3, 4] \end{cases} \\
 & G_1 : \{ d_1(t_2) = [1, 5] + [0, 2] = [1, 7] \} \\
 \\ \\
 \mathbf{C}_2 : M_2 = \{p_3\} & \\
 H_2 = D_2 = \{t_3\} & \\
 R_2 : \{ r_2(t_3) = [1, 4] \} & \\
 G_2 : \begin{cases} g_2(t_3) = [3, 4] \ominus [0, 2] = [3, 2] \\ d_2(t_3) = [1, 7] + [3, 2] = [4, 9] \end{cases} &
 \end{array}$$

Figura 3.4: Classes de estados da rede de Petri da figura 3.3

Seja a RdP temporal da figura 3.3, com marcação inicial $M_0 = [100]$, com o respectivo grafo de classes baseadas em tempo global representado na mesma figura. As transições t_2 e t_3 estão em paralelo, ficando ambas habilitadas logo após o disparo de t_1 . Se t_2 disparar instantaneamente na classe C_2 , t_3 ainda terá de ficar habilitada – sem disparar – por 3 unidades de tempo na classe C_3 e, em contra partida, se t_2 disparar 2 unidades

de tempo após sua habilitação em C_2 , t_3 ainda poderá ficar habilitada – sem disparar – por 2 unidades de tempo na classe C_3 . Portanto, na classe C_2 , o coeficiente de ajuste do tempo de t_3 será dado por $[3, 4] \ominus [0, 2] = [3, 2]$. O significado de $[3, 2]$ é que t_3 acrescenta 3 unidades de tempo no limite inferior e 2 unidades de tempo no limite superior do intervalo de tempo global da rede.

Se forem efetuadas apenas as somas dos intervalos de tempo estáticos $e(t_1) + e(t_2)$ e $e(t_1) + e(t_3)$ para encontrar o intervalo de tempo que representa o tempo global da rede da figura 3.3, ocorrerá um aumento de imprecisão no cálculo do intervalo de tempo, além de induzir a uma análise incorreta sobre a disparabilidade das transições da classe – para $e(t_1) = [1, 5]$, $e(t_2) = [0, 2]$ e $e(t_3) = [3, 4]$, calcula-se $e(t_1) + e(t_2) = [1, 7]$ e $e(t_1) + e(t_3) = [3, 6]$.

Além de gerar imprecisão na informação temporal, a intersecção entre os intervalos $[1, 7]$ e $[3, 6]$ pode sugerir que t_3 seja disparável em C_2 , o que não é verdade. Por estes motivos, devem ser efetuados os ajustes dos tempos de disparos de transições que sejam persistentes na classe em questão, usando o coeficiente de ajuste do tempo, como sugerido pelo método proposto neste trabalho.

Desta forma, o tempo global de disparo da seqüência $t_1 t_2 t_3$ é dado por $[1, 5] + [0, 2] + [3, 2] = [4, 9]$, que é o tempo de disparo calculado para a transição t_3 no domínio global da classe C_2 , ou seja, o tempo global da seqüência de disparos é igual ao tempo de disparo calculado no domínio global da última transição disparada, na última classe atingida pela rede durante a seqüência.

Veja que a amplitude do intervalo $d_2(t_3) = [4, 9]$ é 5, enquanto a amplitude do intervalo $[1, 5] + [0, 2] + [3, 4] = [4, 11]$, obtido pela soma direta dos tempos estáticos de t_1 , t_2 e t_3 , é 7. Esta diferença ocorre em função do operador \ominus ajustar a amplitude do intervalo de tempo adequadamente, inclusive acrescentando em alguns casos um valor maior ao tempo mínimo de disparo do que ao tempo máximo – diminuindo a amplitude do intervalo. Note ainda que, o tempo 5 é o tempo máximo que a seqüência $t_1 t_2 t_3$ pode levar para disparar.

3.2.3 Cálculo do tempo de permanência em um estado qualquer da rede

As classes geradas pelo método do Tempo Global também expressam o tempo de permanência da rede em cada classe, ou seja, por quanto tempo o sistema representado pela RdP poderá permanecer no estado em questão.

Definição 33 *O tempo de permanência de uma RdP numa certa classe alcançável c_k é dado por: $i_k = [x, y]$, sendo $x = \min\{x_i \mid r_k(t_i) = [x_i, b]\}$ e $y = \min\{y_i \mid r_k(t_i) = [a, y_i]\}$.*

Como exemplo, na rede da figura 3.3, pode-se obter das classes C_0 , C_1 e C_2 os intervalos $i_0 = [1, 5]$, $i_1 = [0, 2]$ e $i_2 = [1, 4]$, que representam os intervalos de tempo em que a rede poderá permanecer nas marcações $M_0 = [100]$, $M_1 = [011]$ e $M_2 = [001]$, respectivamente. Note que os intervalos são obtidos tomando-se o menor tempo mínimo de disparo e o menor tempo máximo de disparo dentre as transições disparáveis da classe, no Domínio Relativo.

3.3 Algoritmo para construção do grafo de classes baseadas em tempo global de uma RdP Acíclica

O mesmo método de construção apresentado resumidamente na seção 3.2 será colocado agora de maneira mais precisa, na forma de um algoritmo escrito em pseudo-código. Este algoritmo gera as classes de estado de uma RdP temporal acíclica k-limitada, e já foi parcialmente ilustrado por meio de exemplos nas subseções 3.2.1 e 3.2.3. Para facilitar o entendimento, estão inseridos comentários ao longo da descrição do algoritmo, sempre precedidos por *.

Algoritmo Grafo RdP acíclica

Variáveis globais ¹:

$$Pre \leftarrow Pre = [pre(p_i, t_j)]_{m \times n}$$

¹Dado um vetor (ou uma matriz) X qualquer, denota-se neste texto o vetor (ou matriz) transposto de X por X^t .

$$Pos \leftarrow Pos = [pos(p_i, t_j)]_{m \times n}$$

$$Marc_0 \leftarrow Marc_0 = [marc(p_1), marc(p_2), \dots, marc(p_m)]^t$$

$$I_e \leftarrow I_e = [(t_1, e(t_1)), (t_2, e(t_2)), \dots, (t_n, e(t_n))]^t$$

* As matrizes Pre e Pos fornecem a estrutura da rede. Observe que pode-se obter o pré-conjunto de uma transição qualquer da rede tomando-se a coluna adequada da matriz Pre – ou seja, a matriz $[pre(p_i, t_3)]_{m \times 1}$ apresenta o pré-conjunto de t_3 e corresponde exatamente à terceira coluna de Pre.

* A marcação inicial da rede é armazenada por $Marc_0$ e os tempos estáticos associados a cada uma das transições formam a matriz I_e .

* Inicia-se o algoritmo pela construção da classe inicial:

$$Marc_A \leftarrow Marc_0$$

$$Ir_A \leftarrow I_e$$

$$P0_A \leftarrow \{\}$$

$$P1_A \leftarrow \{\}$$

$$P2_A \leftarrow \{\}$$

* Na classe inicial, a marcação atual ($Marc_A$) é a própria marcação inicial ($Marc_0$) e os tempos do domínio relativo (Ir_A) são os intervalos estáticos de cada transição (I_e).

*Os conjunto $P0_A$, $P1_A$ e $P2_A$ são usados para controlar o grau de persistência de cada transição habilitada na classe em questão, sendo formados, respectivamente, pelas transições que não estavam habilitadas na classe anterior ($P0_A$), eram recém-habilitadas na classe anterior ($P1_A$) e que eram persistentes na classe anterior ($P2_A$).

$$Hab_A \leftarrow \{\}$$

$\forall(t_i, [a_i, b_i]) \in Ir_A$, verifique se $pre(t_i) \leq Marc_A^t$ e, em caso afirmativo,

execute $acrescenta(t_i, Hab_A)$ e $acrescenta(t_i, P0_A)$.

*O conjunto Hab_A armazena as transições habilitadas da classe atual, que são obtidas ao compararem-se os pré-conjuntos de cada transição com a marcação atual da rede.

*Dado um elemento x qualquer e um conjunto A qualquer, a função $acrescenta(x, A)$ adiciona x ao conjunto A . Portanto, neste passo, o algoritmo inclui as transições habilitadas nos conjuntos Hab_A e $P0_A$, já que na classe inicial todas as transições habilitadas são recém-habilitadas.

Calcule \bar{b} tal que : $\bar{b} = \min\{b_j \mid t_j \in Hab_A\}$

$D_A \leftarrow \{\}$

$\forall t_i \in Hab_A$, verifique se $a_i \leq \bar{b}$ e, em caso afirmativo, execute $acrescenta(t_i, D_A)$.

* De acordo com a definição 28, as transições disparáveis (D_A) são obtidas a partir do conjunto das transições habilitadas (Hab_A) com a restrição de que o tempo mínimo (em Ir_A) não seja superior ao tempo máximo (em Ir_A) de qualquer outra transição habilitada – para isto, calcula-se o menor tempo máximo dentre os tempos das transições habilitadas e compara-se este valor com o tempo mínimo de disparo de cada uma das transições de Hab_A .

$G_A \leftarrow \{\}$

$\forall t_i \in D_A$ execute : $copia((t_i, [a_i, b_i]), Ir_A)$ e $acrescenta((t_i, [a_i, b_i]), G_A)$

* A função $copia(x, A)$ faz uma cópia do elemento x pertencente ao conjunto A .

$\forall t_i \in G_A$ renomeie : $(t_i, [a_i, b_i]) = (t_i, [a_i^G, b_i^G])$

* Na classe inicial os tempos globais são obtidos diretamente do domínio relativo (Ir_A), segundo a definição 30.

$Gd_A \leftarrow G_A$

$$\forall t_i \in Gd_A \text{ substitua : } b_i^G \text{ por } \bar{b}$$

* O conjunto Gd_A contém os tempos de disparo global de cada transição, já limitados ao menor tempo máximo de disparo.

$$k \leftarrow 0$$

$$\text{Mostre : } c_k = \{ \text{Marc}_A, \text{Hab}_A, D_A, \text{Ir}_A, G_A, Gd_A \}$$

* Término dos cálculos referentes à classe inicial, segundo a definição 31.

* Deve-se então desenhar a primeira classe do grafo: (c_0) .

$$G'_A \leftarrow Gd_A$$

Execute: *DisparaTudo*

*Seguem abaixo os algoritmos *DisparaTudo* e *NovaClasse*, responsáveis por efetuar o disparo de cada uma das transições disparáveis da classe calculada, para então gerar a nova classe após o suposto disparo – note que a transição que se supõe ter disparado passa a ser denotada por t_d .

Algoritmo DisparaTudo:

Para a primeira $t_i \in G'_A$, faça:

$$t_i = t_d,$$

$[a_i, b_i] = [a_d, b_d]$ e execute:

retira($t_i, P0_A$),

retira($t_i, P1_A$),

retira($t_i, P2_A$),

NovaClasse.

Execute *retira*(t_d, G'_A) e enquanto G'_A não estiver vazio, execute *DisparaTudo*.

* Dado um elemento x qualquer e um conjunto A qualquer em que $x \in A$, a função *retira*(x, A) exclui o elemento x do conjunto A .

* Note-se que após o disparo da transição t_i (que passa a ser denominada de t_d) deve-se

excluir a transição dos conjuntos de controle de persistência, uma vez que ela deixa de ser persistente.

Algoritmo NovaClasse:

$$Marc_A \leftarrow Marc_A + pos^t(t_d) - pre^t(t_d)$$

* As matrizes $pos(t_d)$ e $pre(t_d)$ são, respectivamente, a d -ésima coluna de Pos e Pre.

* A marcação atual da rede é obtida retirando-se marcas dos lugares que antecedem t_d e colocando-se marcas nos lugares que a sucedem, de acordo com os pesos dos arcos da rede.

$$Hab_A \leftarrow \{\}$$

$\forall (t_i, [a_i, b_i]) \in Ir_A$, verifique se $pre(t_i) \leq Marc_A^t$ e, em caso afirmativo, execute $acrescenta(t_i, Hab_A)$.

$\forall t_i \in Hab_a$ faça:

Se $t_i \in P0_A$ então: $retira(t_i, P0_A)$, $acrescenta(t_i, P1_A)$ e substitua $(t_i, [a_i, b_i])$ por $(t_i, [a_i, b_i] - [a_d, b_d])$, em Ir_A .

Se $t_i \in P1_A$ então: $retira(t_i, P1_A)$, $acrescenta(t_i, P2_A)$ e substitua $(t_i, [a_i, b_i])$ por $(t_i, [a_i, b_i] - [a_d, b_d])$, em Ir_A .

Se $t_i \in P2_A$ então substitua $(t_i, [a_i, b_i])$ por $(t_i, [a_i, b_i] - [a_d, b_d])$, em Ir_A .

Senão, $acrescenta(t_i, P0_A)$.

* Neste passo são calculados os intervalos de tempo no domínio relativo de cada transição – de acordo com a definição 27, e também atualizam-se os conjuntos de controle de persistência das transições.

$$\text{Calcule } \bar{b} \text{ tal que : } \bar{b} = \min\{b_j \mid t_j \in Hab_A\}$$

$$D_A \leftarrow \{\}$$

$\forall t_i \in Hab_A$, verifique se $a_i \leq \bar{b}$ e, em caso afirmativo, execute $acrescenta(t_i, D_A)$.

* Calcula-se o conjunto das transições disparáveis da classe, segundo a definição 28.

$$G_A \leftarrow Gd_A$$

$\forall t_i \in G_A$ faça:

Se $t_i \notin D_A$ então execute $retira(t_i, [a_i^G, b_i^G])$

Senão, faça:

Se $t_i \in P1_A$ e $t_d \in P1_A$ então faça $(t_i, [a_i^G, b_i^G]) = (t_i, [a_i, b_i] \ominus [a_d, b_d])$ e $acrescenta((t_i, [a_i^G, b_i^G]), G_A)$

Se $t_i \in P2_A$ e $t_d \in P1_A$ então substitua $(t_i, [a_i^G, b_i^G])$ por $(t_i, [a_i^G, b_i^G] \ominus [a_d, b_d])$ em G_A

Se $t_i \in P1_A$ e $t_d \in P2_A$ então faça $(t_i, [a_i^G, b_i^G]) = (t_i, [a_i, b_i] \ominus [a_d^G, b_d^G])$ e $acrescenta((t_i, [a_i^G, b_i^G]), G_A)$

Se $t_i \in P2_A$ e $t_d \in P2_A$ então substitua $(t_i, [a_i^G, b_i^G])$ por $(t_i, [a_i^G, b_i^G] \ominus [a_d^G, b_d^G])$ em G_A

* Atualização do domínio global: excluem-se as transições que não são disparáveis, calculam-se os coeficientes de ajuste de tempo das transições disparáveis e persistentes – de acordo com a definição 29, atualizando-se G_A , e inclui-se as transições recém-habilitadas em G_A .

$$Gd_A \leftarrow \{\}$$

$\forall t_i \in G_A$ faça:

Se $t_i \in P0_A$ então faça $(t_i, [a_i^{GD}, b_i^{GD}]) = (t_i, [a_i, b_i] + [a_d, b_d])$ e $acrescenta((t_i, [a_i^{GD}, b_i^{GD}]), Gd_A)$

Se $t_i \in P1_A$ então faça $(t_i, [a_i^{GD}, b_i^{GD}]) = (t_i, [a_i^G, b_i^G] + [a_d, b_d])$ e $acrescenta((t_i, [a_i^{GD}, b_i^{GD}]), Gd_A)$

Se $t_i \in P2_A$ então faça $(t_i, [a_i^{GD}, b_i^{GD}]) = (t_i, [a_i^G, b_i^G] + [a_d, b_d])$ e $acrescenta((t_i, [a_i^{GD}, b_i^{GD}]), Gd_A)$

* Neste ponto foi incrementado o tempo global da seqüência de disparos da rede ao tempo de disparo de cada uma das transições disparáveis – inclusive fazendo uso do coeficiente de ajuste do tempo para as transições persistentes na classe; segundo a definição 30.

Calcule \bar{b} tal que : $\bar{b} = \min\{b_j^{GD} \mid t_j \in Gd_A\}$

$\forall t_i \in Gd_A$ faça $(t_i, [a_i^{GD}, b_i^{GD}]) = (t_i, [a_i^{GD}, \bar{b}])$

* Finalmente, o tempo de disparo global de cada transição disparável é obtido com a restrição de que o tempo máximo de disparo deve ser o menor dentre os tempos máximos de cada transição disparável.

$k \leftarrow k + 1$

Mostre : $c_k = \{ Marc_A, Hab_A, D_A, Ir_A, G_A, Gd_A \}$

* Término da classe em questão, que está completamente determinada de acordo com a definição 31.

* Desenha-se a classe gerada, incluindo dois arcos e uma transição: (t_d) , tendo a classe em que se calculou t_d como pré-condição e a classe gerada como pós-condição.

$Gd'_A \leftarrow Gd_A$

Execute: *DisparaTudo2*

Algoritmo DisparaTudo2:

Para a primeira $t_i \in Gd'_A$, faça:

$t_i = t_d,$

$[a_i, b_i] = [a_d, b_d],$

$[a_i^G, b_i^G] = [a_d^G, b_d^G]$ e execute:

retira($t_i, P0_A$),

retira($t_i, P1_A$),

retira($t_i, P2_A$),

NovaClasse.

Execute *retira*(t_d, Gd'_A) e enquanto Gd'_A não estiver vazio, execute *DisparaTudo2*.

* Novamente, vale destacar que após supor o disparo de uma transição deve-se fazer

a exclusão desta dos conjuntos de controle de persistência, uma vez que ela deixa de ser persistente.

CAPÍTULO 4

COMPARAÇÃO: METODOLOGIA DO TEMPO GLOBAL E A FERRAMENTA TINA

Neste capítulo serão apresentados alguns exemplos de RdP temporais nas quais são aplicados o Método do Tempo Global e a ferramenta *TINA* - método clássico (Tempo Relativo), para comparação dos resultados obtidos e da viabilidade de diferentes análises sobre os resultados.

4.1 Exemplo 1: Método do tempo global e os grafos obtidos com a ferramenta TINA

Nas figuras 4.1 e 4.2 são apresentadas, respectivamente, duas RdP temporais, uma acíclica e outra cíclica.

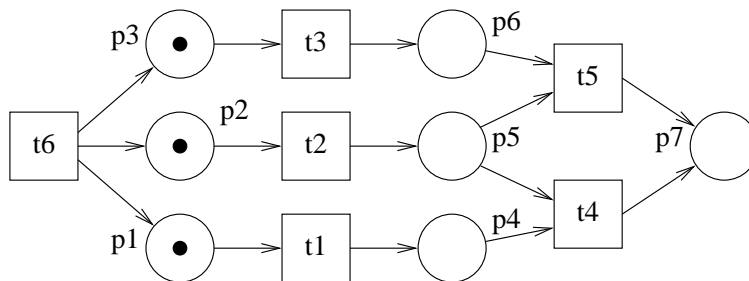


Figura 4.1: Rede Acíclica

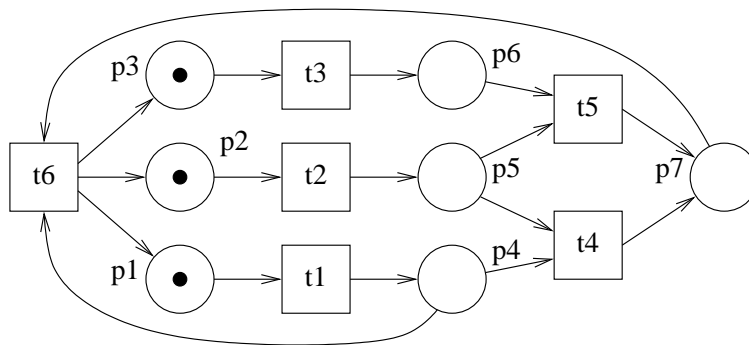


Figura 4.2: Rede Cíclica

Nas figuras 4.3 e 4.4 são apresentados os grafos obtidos pelo método do tempo global para as redes das figuras 4.1 e 4.2. Note que o grafo gerado pelo método do tempo global para a rede cíclica é infinito, tendo sido representado apenas o primeiro ciclo de disparos da rede. No próximo capítulo serão explorados alguns conceitos que permitirão a construção de um grafo de classes completo para redes cíclicas, utilizando-se o método do Tempo Global.

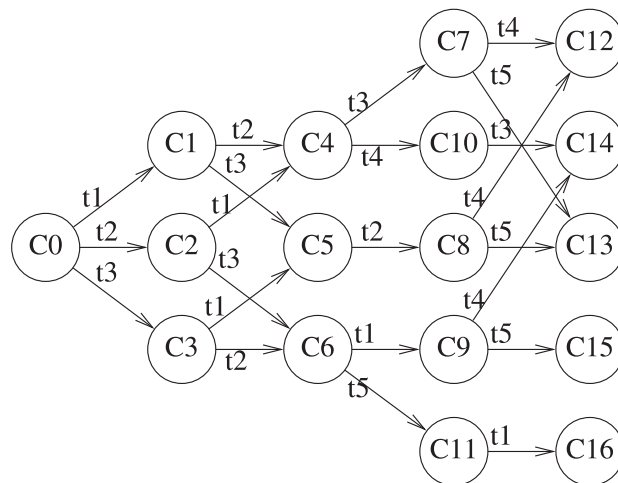


Figura 4.3: Grafo de classes da rede acíclica (Tempo Global)

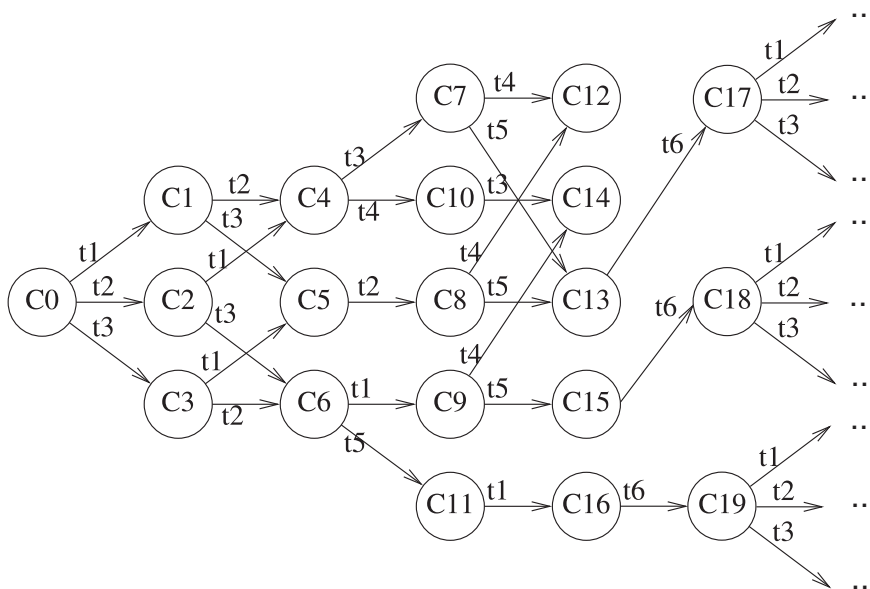


Figura 4.4: Grafo de classes da rede cíclica (Tempo Global)

Nas figuras 4.7 e 4.8 são apresentados os grafos de classes das redes Acíclica – figura 4.1 e Cíclica – figura 4.2, construídos com base na análise estrutural fornecida pela ferramenta

$$\begin{array}{lll}
\mathbf{C}_0 : M_0 = \{p_1, p_2, p_3\} & \mathbf{C}_1 : M_1 = \{p_2, p_3, p_4\} & \mathbf{C}_2 : M_2 = \{p_1, p_3, p_5\} \\
H_0 = D_0 = \{t_1, t_2, t_3\} & H_1 = D_1 = \{t_2, t_3\} & H_2 = D_2 = \{t_1, t_3\} \\
R_0 : \begin{cases} r_0(t_1) = [0, 3] \\ r_0(t_2) = [0, 0] \\ r_0(t_3) = [0, 3] \end{cases} & R_1 : \begin{cases} r_1(t_2) = [0, 0] \\ r_1(t_3) = [0, 3] \end{cases} & R_2 : \begin{cases} r_2(t_1) = [0, 3] \\ r_2(t_3) = [0, 3] \end{cases} \\
G_0 : \begin{cases} d_0(t_1) = [0, 0] \\ d_0(t_2) = [0, 0] \\ d_0(t_3) = [0, 0] \end{cases} & G_1 : \begin{cases} g_1(t_2) = [0, 0] \\ d_1(t_2) = [0, 0] \\ g_1(t_3) = [0, 3] \\ d_1(t_3) = [0, 0] \end{cases} & G_2 : \begin{cases} g_2(t_1) = [0, 3] \\ d_2(t_1) = [0, 3] \\ g_2(t_3) = [0, 3] \\ d_2(t_3) = [0, 0] \end{cases} \\
\\
\mathbf{C}_3 : M_3 = \{p_1, p_2, p_6\} & \mathbf{C}_4 : M_4 = \{p_3, p_4, p_5\} & \mathbf{C}_5 : M_5 = \{p_2, p_4, p_6\} \\
H_3 = D_3 = \{t_1, t_2\} & H_4 = D_4 = \{t_3, t_4\} & H_5 = D_5 = \{t_2\} \\
R_3 : \begin{cases} r_3(t_1) = [0, 3] \\ r_3(t_2) = [0, 0] \end{cases} & R_4 : \begin{cases} r_4(t_3) = [0, 3] \\ r_4(t_4) = [1, 2] \end{cases} & R_5 : \{ r_5(t_2) = [0, 0] \} \\
G_3 : \begin{cases} g_3(t_1) = [0, 3] \\ d_3(t_1) = [0, 0] \\ g_3(t_2) = [0, 0] \\ d_3(t_2) = [0, 0] \end{cases} & G_4 : \begin{cases} g_4(t_3) = [0, 3] \\ d_4(t_3) = [0, 2] \\ d_4(t_4) = [1, 2] \end{cases} & G_5 : \begin{cases} g_5(t_2) = [0, 0] \\ d_5(t_2) = [0, 0] \end{cases} \\
\\
\mathbf{C}_6 : M_6 = \{p_1, p_5, p_6\} & \mathbf{C}_7 : M_7 = \{p_4, p_5, p_6\} & \mathbf{C}_8 : M_8 = \{p_4, p_5, p_6\} \\
H_6 = D_6 = \{t_1, t_5\} & H_7 = D_7 = \{t_4, t_5\} & H_8 = D_8 = \{t_4, t_5\} \\
R_6 : \begin{cases} r_6(t_1) = [0, 3] \\ r_6(t_5) = [0, 2] \end{cases} & R_7 : \begin{cases} r_7(t_4) = [0, 2] \\ r_7(t_5) = [0, 2] \end{cases} & R_8 : \begin{cases} r_8(t_4) = [1, 2] \\ r_8(t_5) = [0, 2] \end{cases} \\
G_6 : \begin{cases} g_6(t_1) = [0, 0] \\ d_6(t_1) = [0, 3] \\ d_6(t_5) = [0, 3] \end{cases} & G_7 : \begin{cases} g_7(t_4) = [1, 0] \\ d_7(t_4) = [1, 2] \\ d_7(t_5) = [0, 2] \end{cases} & G_8 : \begin{cases} d_8(t_4) = [1, 2] \\ d_8(t_5) = [0, 2] \end{cases} \\
\\
\mathbf{C}_9 : M_9 = \{p_4, p_5, p_6\} & \mathbf{C}_{10} : M_{10} = \{p_3, p_7\} & \mathbf{C}_{11} : M_{11} = \{p_1, p_7\} \\
H_9 = D_9 = \{t_4, t_5\} & H_{10} = D_{10} = \{t_3\} & H_{11} = D_{11} = \{t_1\} \\
R_9 : \begin{cases} r_9(t_4) = [1, 2] \\ r_9(t_5) = [0, 2] \end{cases} & R_{10} : \{ r_{10}(t_3) = [0, 2] \} & R_{11} : \{ r_{11}(t_1) = [0, 3] \} \\
G_9 : \begin{cases} d_9(t_4) = [1, 5] \\ g_9(t_5) = [0, 2] \\ d_9(t_5) = [0, 5] \end{cases} & G_{10} : \begin{cases} g_{10}(t_3) = [0, 1] \\ d_{10}(t_3) = [1, 3] \end{cases} & G_{11} : \begin{cases} g_{11}(t_3) = [0, 0] \\ d_{11}(t_3) = [0, 3] \end{cases} \\
\\
\mathbf{C}_{12} : M_{12} = \{p_6, p_7\} & \mathbf{C}_{13} : M_{13} = \{p_4, p_7\} & \mathbf{C}_{14} : M_{14} = \{p_6, p_7\} \\
H_{12} = D_{12} = \{ \} & H_{13} = D_{13} = \{ \} & H_{14} = D_{14} = \{ \} \\
TempoGlobal : [1, 2] & TempoGlobal : [0, 2] & TempoGlobal : [1, 5] \\
\\
\mathbf{C}_{15} : M_{15} = \{p_4, p_7\} & \mathbf{C}_{16} : M_{16} = \{p_4, p_7\} \\
H_{15} = D_{15} = \{ \} & H_{16} = D_{16} = \{ \} \\
TempoGlobal : [0, 5] & TempoGlobal : [0, 3]
\end{array}$$

Figura 4.5: Classes de estados da rede da figura 4.1 (Tempo Global).

TINA [2]. Note que os grafos se diferem pelo arco referente ao disparo de t_6 , presente apenas no grafo da rede Cíclica. Veja também que ambos os grafos são finitos, já que são construídos levando-se em conta apenas as informações temporais relativas a cada classe

$$\begin{array}{lll}
\mathbf{C}_{13} : M_{13} = \{p_4, p_7\} & \mathbf{C}_{14} : M_{14} = \{p_6, p_7\} & \mathbf{C}_{15} : M_{15} = \{p_4, p_7\} \\
H_{13} = D_{13} = \{t_6\} & H_{14} = D_{14} = \{\} & H_{15} = D_{15} = \{t_6\} \\
R_{13} : \{ r_{13}(t_6) = [0, 2] \} & \textit{Tempo Global} : [1, 5] & R_{15} : \{ r_{15}(t_6) = [0, 2] \} \\
G_{13} : \{ d_{13}(t_6) = [0, 4] \} & & G_{15} : \{ d_{15}(t_6) = [0, 7] \} \\
\\
\mathbf{C}_{16} : M_{16} = \{p_4, p_7\} & & \mathbf{C}_{17} : M_{17} = \{p_1, p_2, p_3\} \\
H_{16} = D_{16} = \{t_6\} & & H_{17} = D_{17} = \{t_1, t_2, t_3\} \\
R_{16} : \{ r_{16}(t_6) = [0, 2] \} & & R_{17} : \left\{ \begin{array}{l} r_{17}(t_1) = [0, 3] \\ r_{17}(t_2) = [0, 0] \\ r_{17}(t_3) = [0, 3] \end{array} \right. \\
G_{16} : \{ d_{16}(t_6) = [0, 5] \} & & G_{17} : \left\{ \begin{array}{l} g_{17}(t_1) = [0, 7] \\ d_{17}(t_1) = [0, 4] \\ g_{17}(t_2) = [0, 4] \\ d_{17}(t_2) = [0, 4] \\ g_{17}(t_3) = [0, 7] \\ d_{17}(t_3) = [0, 4] \end{array} \right. \\
\\
\mathbf{C}_{18} : M_{18} = \{p_1, p_2, p_3\} & & \mathbf{C}_{19} : M_{19} = \{p_1, p_2, p_3\} \\
H_{18} = D_{18} = \{t_1, t_2, t_3\} & & H_{19} = D_{19} = \{t_1, t_2, t_3\} \\
R_{18} = R_{17} & & R_{19} = R_{17} \\
G_{18} : \left\{ \begin{array}{l} g_{18}(t_1) = [0, 10] \\ d_{18}(t_1) = [0, 7] \\ g_{18}(t_2) = [0, 7] \\ d_{18}(t_2) = [0, 7] \\ g_{18}(t_3) = [0, 10] \\ d_{18}(t_3) = [0, 7] \end{array} \right. & & G_{19} : \left\{ \begin{array}{l} g_{19}(t_1) = [0, 8] \\ d_{19}(t_1) = [0, 5] \\ g_{19}(t_2) = [0, 5] \\ d_{19}(t_2) = [0, 5] \\ g_{19}(t_3) = [0, 8] \\ d_{19}(t_3) = [0, 5] \end{array} \right.
\end{array}$$

Figura 4.6: Classes adicionais de estados da rede da figura 4.2 (Tempo Global).

e não ao tempo global da rede.

As figuras 4.5 e 4.6 apresentam as informações detalhadas das classes de estado obtidas com o método do tempo global e a figura 4.9 apresenta as classes obtidas pela ferramenta TINA.

O intervalo de tempo global calculado para a seqüência de disparos $t_2t_3t_1t_5$, na rede da figura 4.2, partindo da marcação inicial, é $[0, 5]$ pelo método do tempo global e $[0, 7]$ pelo grafo gerado na ferramenta TINA – uma imprecisão temporal causada pelo paralelismo entre t_5 e t_1 . A imprecisão temporal tende a ser maior em redes que apresentam muitas situações de paralelismo, principalmente se alguma transição ficar persistente em muitas classes da rede.

Após o disparo de t_5 , a rede atinge a marcação $M = [0001001]$, que corresponde à marcação inicial. Neste ponto, qualquer uma das seqüências possíveis pode ser disparada, cada qual com um tempo global associado, para atingir a marcação $M = [0001001]$ novamente – supondo que t_4 não dispare. Assim, pode-se estipular que a rede executará uma seqüência dentro do intervalo $[0, 5]$, que representa o intervalo formado pelo menor limite inferior e maior limite superior dentre os limites dos intervalos $[0, 2]$, $[0, 5]$ e $[0, 3]$.

A cada novo ciclo, a imprecisão das informações temporais na rede será acumulada, porém, sem erro de superestimação de tempo – isto é, o tempo limite indicado no intervalo global pode ser alcançado por ao menos uma seqüência válida de disparos. No capítulo seguinte será exposto o conceito de classes equivalentes, com o qual pode-se ampliar a representatividade do grafo de classes baseadas em tempo global gerado pelo método do Tempo Global, já que seqüências de disparos com tempos diferentes serão consideradas em separado, mesmo estando numa mesma classe.

No caso da análise obtida pela ferramenta TINA, o cálculo do intervalo $[0, 7]$ realizado para a primeira seqüência de disparos já incorpora erro, uma vez que o maior tempo que uma seqüência que não contenha o disparo de t_6 pode consumir é de 5 unidades de tempo.

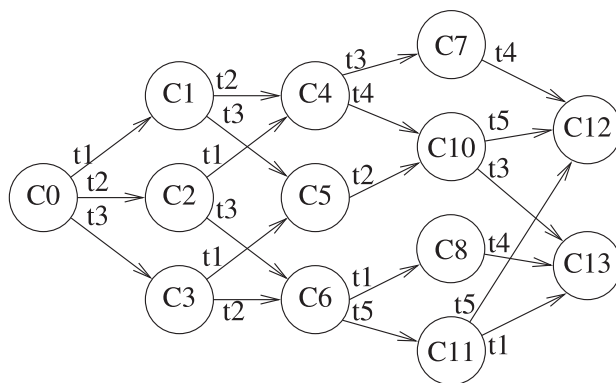


Figura 4.7: Grafo de Classes da Rede Acíclica (TINA)

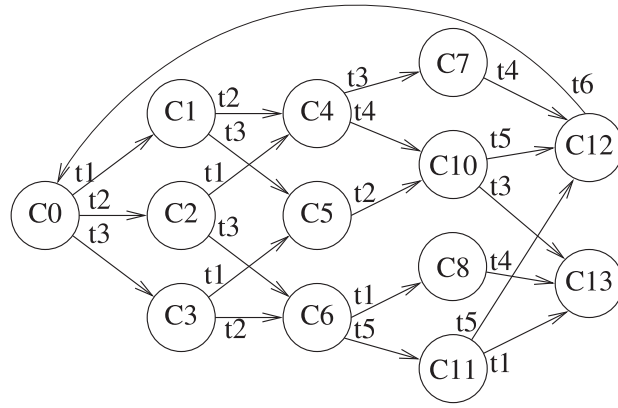


Figura 4.8: Grafo de Classes da Rede Cíclica (TINA)

$$\begin{array}{llll}
 \mathbf{C}_0 : M_0 = \{p_1, p_2, p_3\} & \mathbf{C}_1 : M_1 = \{p_2, p_3, p_4\} & \mathbf{C}_2 : M_2 = \{p_1, p_3, p_5\} & \mathbf{C}_3 : M_3 = \{p_1, p_2, p_6\} \\
 D_0 = \{t_1, t_2, t_3\} & D_1 = \{t_2, t_3\} & D_2 = \{t_1, t_3\} & D_3 = \{t_1, t_2\} \\
 R_0 : \begin{cases} r_0(t_1) = [0, 3] \\ r_0(t_2) = [0, 0] \\ r_0(t_3) = [0, 3] \end{cases} & R_1 : \begin{cases} r_1(t_2) = [0, 0] \\ r_1(t_3) = [0, 3] \end{cases} & R_2 : \begin{cases} r_2(t_1) = [0, 3] \\ r_2(t_3) = [0, 3] \end{cases} & R_3 : \begin{cases} r_3(t_1) = [0, 3] \\ r_3(t_2) = [0, 0] \end{cases} \\
 \\
 \mathbf{C}_4 : M_4 = \{p_3, p_4, p_5\} & \mathbf{C}_5 : M_5 = \{p_2, p_4, p_6\} & \mathbf{C}_6 : M_6 = \{p_1, p_5, p_6\} & \mathbf{C}_7 : M_7 = \{p_4, p_5, p_6\} \\
 D_4 = \{t_3, t_4\} & D_5 = \{t_2\} & D_6 = \{t_1, t_5\} & D_7 = \{t_4, t_5\} \\
 R_4 : \begin{cases} r_4(t_3) = [0, 3] \\ r_4(t_4) = [1, 2] \end{cases} & R_5 : \begin{cases} r_5(t_2) = [0, 0] \end{cases} & R_6 : \begin{cases} r_6(t_1) = [0, 3] \\ r_6(t_5) = [0, 2] \end{cases} & R_7 : \begin{cases} r_7(t_4) = [0, 2] \\ r_7(t_5) = [0, 2] \end{cases} \\
 \\
 \mathbf{C}_8 : M_8 = \{p_4, p_5, p_6\} & \mathbf{C}_9 : M_9 = \{p_4, p_5, p_6\} & \mathbf{C}_{10} : M_{10} = \{p_3, p_7\} & \mathbf{C}_{11} : M_{11} = \{p_1, p_7\} \\
 D_8 = \{t_4, t_5\} & D_9 = \{t_4, t_5\} & D_{10} = \{t_3\} & D_{11} = \{t_1\} \\
 R_8 : \begin{cases} r_8(t_4) = [1, 2] \\ r_8(t_5) = [0, 2] \end{cases} & R_9 : \begin{cases} r_9(t_4) = [1, 2] \\ r_9(t_5) = [0, 2] \end{cases} & R_{10} : \begin{cases} r_{10}(t_3) = [0, 2] \end{cases} & R_{11} : \begin{cases} r_{11}(t_1) = [0, 3] \end{cases}
 \end{array}$$

Figura 4.9: Classes de estados da rede da figura 4.2 (TINA).

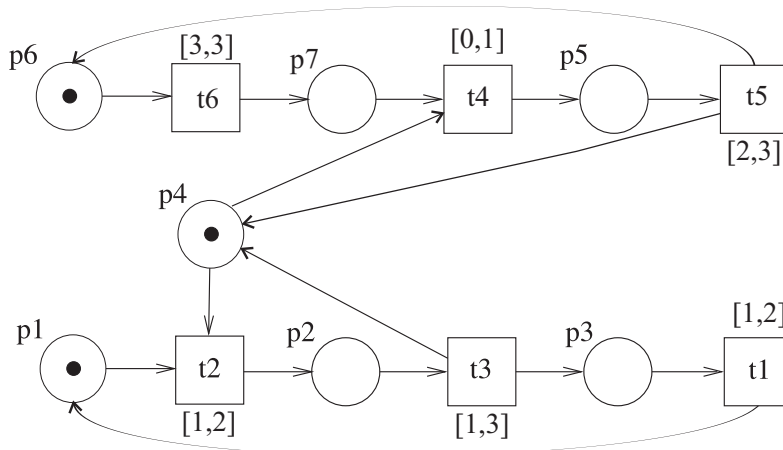


Figura 4.10: Rede de Petri temporal

4.2 Exemplo 2: Análises temporais obtidas no grafo de classes baseadas em tempo global

A rede da figura 4.10 é cíclica e, seu grafo de classes baseadas em tempo global (parcial) construído pelo método descrito neste documento é representado na figura 4.11 – o grafo gerado é infinito, portanto apenas o primeiro ciclo de disparos da rede está representado na figura 4.11.

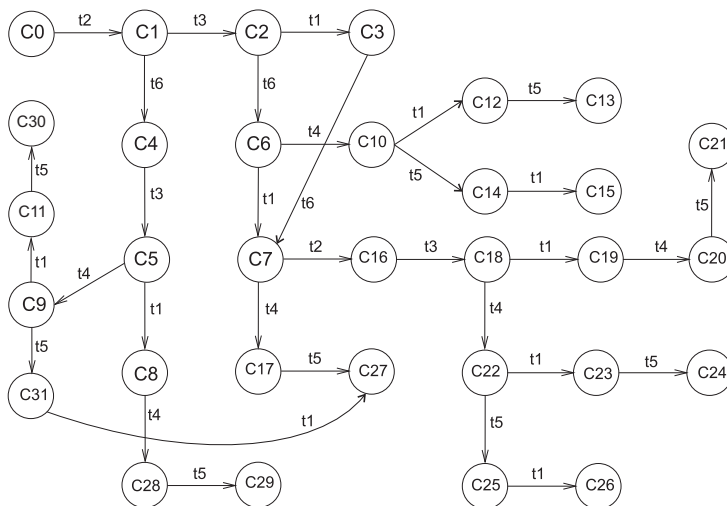


Figura 4.11: Grafo de classes da rede da figura 4.10 (Tempo Global)

Na figura 4.12 são apresentadas as classes obtidas para a rede da figura 4.10, calculadas pelo método do tempo global.

Como exemplo, suponha a seqüência de disparos $t_2t_3t_6t_1t_2t_3t_1t_4t_5$ na rede da figura 4.10. No método do tempo global, deve-se verificar o intervalo de tempo global de disparo da última transição que disparou, na classe em questão. Assim, o referido intervalo é $d_{20}(t_5) = [8, 11]$, que constitui o intervalo de tempo em que a seqüência $t_2t_3t_6t_1t_2t_3t_1t_4t_5$ pode disparar. Note que 8 e 11 são, respectivamente, os valores mínimo e máximo possíveis, e além disso, existe ao menos uma combinação de tempos de disparos para a seqüência $t_2t_3t_6t_1t_2t_3t_1t_4t_5$ com tempo 8, bem como também existe ao menos uma combinação com tempo 11.

Suponha agora que deseja-se obter os tempos de permanência da rede da figura 4.10 em uma das marcações acessíveis. Como uma marcação pode ocorrer em mais de uma

classe, é possível que sejam obtidos diferentes tempos de permanência para a mesma marcação – um para cada classe em que a marcação ocorre, em virtude das relações de paralelismo existentes entre as transições que dispararam nas seqüências que levam a rede da marcação inicial até a marcação em questão.

Como exemplo, serão calculados os tempo de permanência nas marcações $M = \{p_3, p_4, p_7\}$ e $M = \{p_1, p_4, p_6\}$.

As classes C_5 , C_6 e C_{18} contém a marcação $M = \{p_3, p_4, p_7\}$. O tempo de permanência de cada classe é: $i_5 = [0, 1]$, $i_6 = [0, 1]$ e $i_{18} = [0, 1]$ – portanto, para a rede da figura 4.10, o tempo de permanência na marcação $M = \{p_3, p_4, p_7\}$ é $[0, 1]$, independentemente da classe em que se encontra a rede.

A marcação $M = \{p_1, p_4, p_6\}$ está presente em diversas classes da rede, cujos tempos de permanência são dados por um dos intervalos: $[0, 0]$, $[1, 3]$ ou $[1, 2]$. Desta forma, verifica-se que a rede da figura 4.10 possui mais de um tempo de permanência para a marcação $M = \{p_1, p_4, p_6\}$, dependendo da seqüência de transições que levou a rede até esta marcação. Caso seja necessário fornecer um intervalo único, pode-se dizer que o cenário representado pela marcação $M = \{p_1, p_4, p_6\}$ deve ficar válido por no mínimo 0 e no máximo 3 unidades de tempo.

4.3 Análises obtidas com a ferramenta TINA

A ferramenta TINA possui diversas opções de construção de grafos de classe, buscando em cada uma delas a manutenção de algum tipo de propriedade entre as classes da rede [2].

Dentre as opções de construção de grafos de redes temporais, pode-se escolher a opção *LSCG* que utiliza o método clássico proposto inicialmente em [6] e mais tarde em [5], como também a opção *LSCG_m* – abordagem apresentada em [9], caso em que cada transição é associada a exatamente uma variável temporal, que descreve o seu domínio de disparo.

Uma terceira opção de construção, designada por *SSCG*, é baseada na metodologia apresentada em [7], onde vetores temporais denotam as informações temporais das classes.

Além dessas opções, a ferramenta TINA possui métodos de construção que visam a

manutenção de propriedades *CTL* e também a manutenção de propriedades temporais quantitativas.

Para a rede da figura 4.10, construiu-se o grafo de classes usando-se cada uma das opções disponíveis de construção da ferramenta TINA.

Os grafos gerados pelo TINA estão representados nas figuras 4.13, 4.14, 4.15, 4.16, 4.17 e 4.18, e as respectivas classes estão representadas nas figuras 4.19, 4.20, 4.21, 4.22, 4.23 e 4.24.

$\mathbf{C}_0 : M_0 = \{p_1, p_4, p_6\}$ $H_0 = \{t_2, t_6\}$ $D_0 = \{t_2\}$ $R_0 : \begin{cases} r_0(t_2) = [1, 3] \\ r_0(t_6) = [3, 3] \end{cases}$ $G_0 : \{ d_0(t_2) = [1, 2] \}$	$\mathbf{C}_1 : M_1 = \{p_2, p_6\}$ $H_1 = D_1 = \{t_3, t_6\}$ $R_1 : \begin{cases} r_1(t_3) = [1, 3] \\ r_1(t_6) = [1, 2] \end{cases}$ $G_1 : \begin{cases} d_1(t_3) = [2, 3] \\ g_1(t_6) = [2, 1] \\ d_1(t_6) = [3, 3] \end{cases}$	$\mathbf{C}_2 : M_2 = \{p_3, p_4, p_6\}$ $H_2 = D_2 = \{t_1, t_6\}$ $R_2 : \begin{cases} r_2(t_1) = [1, 2] \\ r_2(t_6) = [0, 1] \end{cases}$ $G_2 : \begin{cases} d_2(t_1) = [3, 3] \\ g_2(t_6) = [0, 0] \\ d_2(t_6) = [2, 3] \end{cases}$	$\mathbf{C}_3 : M_3 = \{p_1, p_4, p_6\}$ $H_3 = \{t_2, t_6\}$ $D_3 = \{t_6\}$ $R_3 : \begin{cases} r_3(t_2) = [1, 2] \\ r_3(t_6) = [0, 0] \end{cases}$ $G_3 : \begin{cases} g_3(t_6) = [0, 0] \\ d_3(t_6) = [3, 3] \end{cases}$
$\mathbf{C}_4 : M_4 = \{p_2, p_7\}$ $H_4 = D_4 = \{t_3\}$ $R_4 : \{ r_4(t_3) = [0, 2] \}$ $G_4 : \begin{cases} g_4(t_3) = [0, 2] \\ d_4(t_3) = [3, 5] \end{cases}$	$\mathbf{C}_5 : M_5 = \{p_3, p_4, p_7\}$ $H_5 = D_5 = \{t_1, t_4\}$ $R_5 : \begin{cases} r_5(t_1) = [1, 2] \\ r_5(t_4) = [0, 1] \end{cases}$ $G_5 : \begin{cases} d_5(t_1) = [4, 6] \\ d_5(t_4) = [3, 6] \end{cases}$	$\mathbf{C}_6 : M_6 = \{p_3, p_4, p_7\}$ $H_6 = D_6 = \{t_1, t_4\}$ $R_6 : \begin{cases} r_6(t_1) = [0, 2] \\ r_6(t_4) = [0, 1] \end{cases}$ $G_6 : \begin{cases} g_6(t_1) = [1, 2] \\ d_6(t_1) = [3, 4] \\ d_6(t_4) = [2, 4] \end{cases}$	$\mathbf{C}_7 : M_7 = \{p_1, p_4, p_7\}$ $H_7 = D_7 = \{t_2, t_4\}$ $R_7 : \begin{cases} r_7(t_2) = [1, 2] \\ r_7(t_4) = [0, 1] \end{cases}$ $G_7 : \begin{cases} g_7(t_4) = [0, 0] \\ d_7(t_4) = [3, 4] \\ d_7(t_2) = [4, 4] \end{cases}$
$\mathbf{C}_8 : M_8 = \{p_1, p_4, p_7\}$ $H_8 = \{t_2, t_4\}$ $D_8 = \{t_4\}$ $R_8 : \begin{cases} r_8(t_2) = [1, 2] \\ r_8(t_4) = [0, 0] \end{cases}$ $G_8 : \begin{cases} g_8(t_4) = [0, 0] \\ d_8(t_4) = [4, 6] \end{cases}$	$\mathbf{C}_9 : M_9 = \{p_3, p_5\}$ $H_9 = D_9 = \{t_1, t_5\}$ $R_9 : \begin{cases} r_9(t_1) = [0, 2] \\ r_9(t_5) = [2, 3] \end{cases}$ $G_9 : \begin{cases} g_9(t_1) = [1, 1] \\ d_9(t_1) = [4, 7] \\ d_9(t_5) = [5, 7] \end{cases}$	$\mathbf{C}_{10} : M_{10} = \{p_3, p_5\}$ $H_{10} = D_{10} = \{t_1, t_5\}$ $R_{10} : \begin{cases} r_{10}(t_1) = [0, 2] \\ r_{10}(t_5) = [2, 3] \end{cases}$ $G_{10} : \begin{cases} g_{10}(t_1) = [1, 1] \\ d_{10}(t_1) = [3, 5] \\ d_{10}(t_5) = [4, 5] \end{cases}$	$\mathbf{C}_{11} : M_{11} = \{p_1, p_5\}$ $H_{11} = D_{11} = \{t_5\}$ $R_{11} : \{ r_{11}(t_5) = [0, 3] \}$ $G_{11} : \begin{cases} g_{11}(t_5) = [1, 2] \\ d_{11}(t_5) = [5, 9] \end{cases}$
$\mathbf{C}_{12} : M_{12} = \{p_1, p_5\}$ $H_{12} = D_{12} = \{t_5\}$ $R_{12} : \{ r_{12}(t_5) = [0, 3] \}$ $G_{12} : \begin{cases} g_{12}(t_5) = [1, 2] \\ d_{12}(t_5) = [4, 7] \end{cases}$	$\mathbf{C}_{13} : M_{13} = \{p_1, p_4, p_6\}$ $H_{13} = \{t_2, t_6\}$ $D_{13} = \{t_2\}$ $R_{13} : \begin{cases} r_{13}(t_2) = [1, 3] \\ r_{13}(t_6) = [3, 3] \end{cases}$ $G_{13} : \begin{cases} d_{13}(t_2) = [5, 9] \\ d_{13}(t_6) = [7, 10] \end{cases}$	$\mathbf{C}_{14} : M_{14} = \{p_3, p_4, p_6\}$ $H_{14} = \{t_1, t_6\}$ $D_{14} = \{t_1\}$ $R_{14} : \begin{cases} r_{14}(t_1) = [0, 0] \\ r_{14}(t_6) = [3, 3] \end{cases}$ $G_{14} : \begin{cases} g_{14}(t_1) = [0, 0] \\ d_{14}(t_1) = [4, 5] \end{cases}$	$\mathbf{C}_{15} : M_{15} = \{p_1, p_4, p_6\}$ $H_{15} = \{t_2, t_6\}$ $D_{15} = \{t_2\}$ $R_{15} : \begin{cases} r_{15}(t_2) = [1, 2] \\ r_{15}(t_6) = [3, 3] \end{cases}$ $G_{15} : \{ d_{15}(t_2) = [5, 7] \}$
$\mathbf{C}_{16} : M_{16} = \{p_2, p_7\}$ $H_{16} = D_{16} = \{t_3\}$ $R_{16} : \{ r_{16}(t_3) = [1, 3] \}$ $G_{16} : \{ d_{16}(t_3) = [5, 7] \}$	$\mathbf{C}_{17} : M_{17} = \{p_1, p_5\}$ $H_{17} = D_{17} = \{t_5\}$ $R_{17} : \{ r_{17}(t_5) = [2, 3] \}$ $G_{17} : \{ d_{17}(t_5) = [5, 7] \}$	$\mathbf{C}_{18} : M_{18} = \{p_3, p_4, p_7\}$ $H_{18} = D_{18} = \{t_1, t_4\}$ $R_{18} : \begin{cases} r_{18}(t_1) = [1, 2] \\ r_{18}(t_4) = [0, 1] \end{cases}$ $G_{18} : \begin{cases} d_{18}(t_1) = [6, 8] \\ d_{18}(t_4) = [5, 8] \end{cases}$	$\mathbf{C}_{19} : M_{19} = \{p_1, p_4, p_7\}$ $H_{19} = \{t_2, t_4\}$ $D_{19} = \{t_4\}$ $R_{19} : \begin{cases} r_{19}(t_2) = [1, 2] \\ r_{19}(t_4) = [0, 0] \end{cases}$ $G_{19} : \begin{cases} g_{19}(t_4) = [0, 0] \\ d_{19}(t_4) = [6, 8] \end{cases}$
$\mathbf{C}_{20} : M_{20} = \{p_1, p_5\}$ $H_{20} = D_{20} = \{t_5\}$ $R_{20} : \{ r_{20}(t_5) = [2, 3] \}$ $G_{20} : \{ d_{20}(t_5) = [8, 11] \}$	$\mathbf{C}_{21} : M_{21} = \{p_1, p_4, p_6\}$ $H_{21} = \{t_2, t_6\}$ $D_{21} = \{t_2\}$ $R_{21} : \begin{cases} r_{21}(t_2) = [1, 3] \\ r_{21}(t_6) = [3, 3] \end{cases}$ $G_{21} : \{ d_{21}(t_2) = [9, 13] \}$	$\mathbf{C}_{22} : M_{22} = \{p_3, p_5\}$ $H_{22} = D_{22} = \{t_1, t_5\}$ $R_{22} : \begin{cases} r_{22}(t_1) = [0, 2] \\ r_{22}(t_5) = [2, 3] \end{cases}$ $G_{22} : \begin{cases} g_{22}(t_1) = [1, 1] \\ d_{22}(t_1) = [6, 9] \\ d_{22}(t_5) = [7, 9] \end{cases}$	$\mathbf{C}_{23} : M_{23} = \{p_1, p_5\}$ $H_{23} = D_{23} = \{t_5\}$ $R_{23} : \{ r_{23}(t_5) = [0, 3] \}$ $G_{23} : \begin{cases} g_{23}(t_5) = [1, 2] \\ d_{23}(t_5) = [7, 11] \end{cases}$
$\mathbf{C}_{24} : M_{24} = \{p_1, p_4, p_6\}$ $H_{24} = \{t_2, t_6\}$ $D_{24} = \{t_2\}$ $R_{24} : \begin{cases} r_{24}(t_2) = [1, 3] \\ r_{24}(t_6) = [3, 3] \end{cases}$ $G_{24} : \{ d_{24}(t_2) = [8, 13] \}$	$\mathbf{C}_{25} : M_{25} = \{p_3, p_4, p_6\}$ $H_{25} = \{t_1, t_6\}$ $D_{25} = \{t_1\}$ $R_{25} : \begin{cases} r_{25}(t_1) = [0, 0] \\ r_{25}(t_6) = [3, 3] \end{cases}$ $G_{25} : \begin{cases} g_{25}(t_1) = [0, 0] \\ d_{25}(t_1) = [7, 9] \end{cases}$	$\mathbf{C}_{26} : M_{26} = \{p_1, p_4, p_6\}$ $H_{26} = \{t_2, t_6\}$ $D_{26} = \{t_2\}$ $R_{26} : \begin{cases} r_{26}(t_2) = [1, 3] \\ r_{26}(t_6) = [3, 3] \end{cases}$ $G_{26} : \{ d_{26}(t_2) = [8, 11] \}$	$\mathbf{C}_{27} : M_{27} = \{p_1, p_4, p_6\}$ $H_{27} = \{t_2, t_6\}$ $D_{27} = \{t_2\}$ $R_{27} : \begin{cases} r_{27}(t_2) = [1, 3] \\ r_{27}(t_6) = [3, 3] \end{cases}$ $G_{27} : \{ d_{27}(t_2) = [6, 9] \}$
$\mathbf{C}_{28} : M_{28} = \{p_1, p_5\}$ $H_{28} = D_{28} = \{t_5\}$ $R_{28} : \{ r_{28}(t_5) = [2, 3] \}$ $G_{28} : \{ d_{28}(t_5) = [6, 9] \}$	$\mathbf{C}_{29} : M_{29} = \{p_1, p_4, p_6\}$ $H_{29} = \{t_2, t_6\}$ $D_{29} = \{t_2\}$ $R_{29} : \begin{cases} r_{29}(t_2) = [1, 3] \\ r_{29}(t_6) = [3, 3] \end{cases}$ $G_{29} : \{ d_{29}(t_2) = [7, 11] \}$	$\mathbf{C}_{30} : M_{30} = \{p_1, p_4, p_6\}$ $H_{30} = \{t_2, t_6\}$ $D_{30} = \{t_2\}$ $R_{30} : \begin{cases} r_{30}(t_2) = [1, 3] \\ r_{30}(t_6) = [3, 3] \end{cases}$ $G_{30} : \{ d_{30}(t_2) = [6, 11] \}$	$\mathbf{C}_{31} : M_{31} = \{p_3, p_4, p_6\}$ $H_{31} = \{t_1, t_6\}$ $D_{31} = \{t_1\}$ $R_{31} : \begin{cases} r_{31}(t_1) = [0, 0] \\ r_{31}(t_6) = [3, 3] \end{cases}$ $G_{31} : \begin{cases} g_{31}(t_1) = [0, 0] \\ d_{31}(t_1) = [5, 7] \end{cases}$

Figura 4.12: Classes de estados da rede da figura 4.10 (Tempo Global).

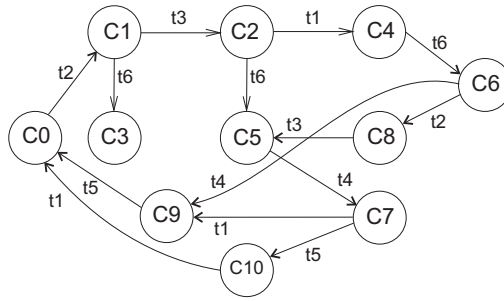


Figura 4.13: Grafo de classes da rede da figura 4.10 obtido com o TINA (-M)

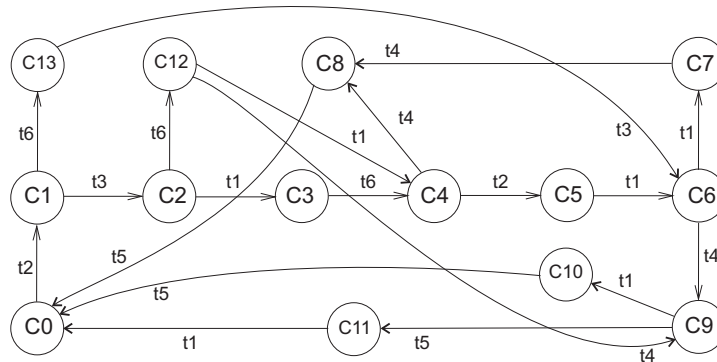


Figura 4.14: Grafo de classes da rede da figura 4.10 obtido com o TINA (-W)

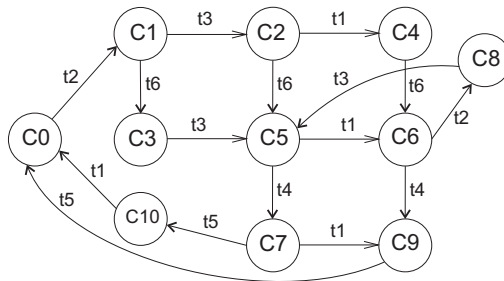


Figura 4.15: Grafo de classes da rede da figura 4.10 obtido com o TINA (-E)

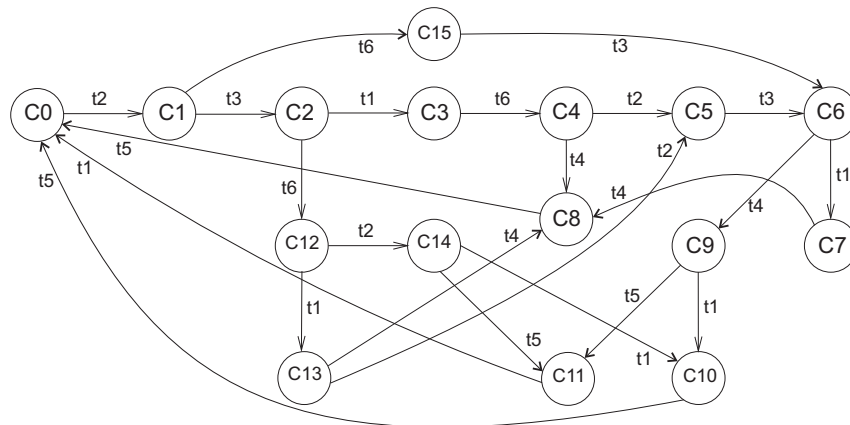


Figura 4.16: Grafo de classes da rede da figura 4.10 obtido com o TINA (-S)

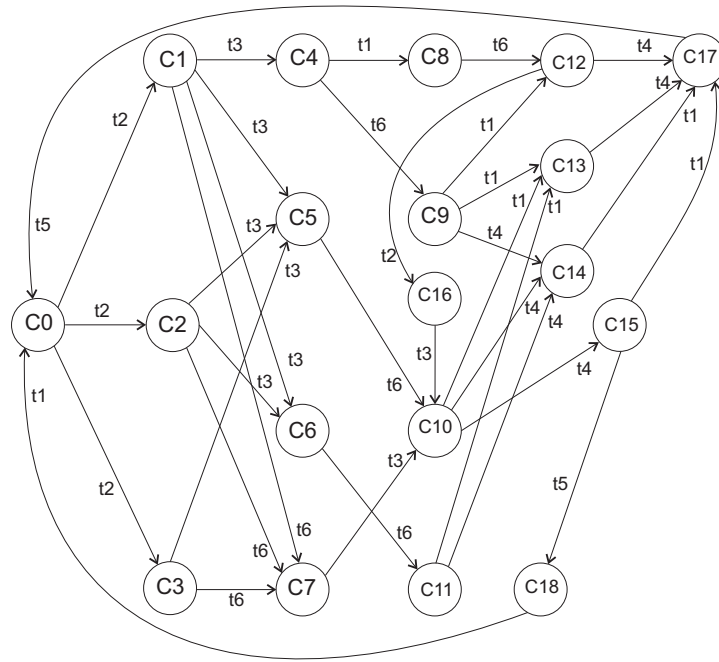


Figura 4.17: Grafo de classes da rede da figura 4.10 obtido com o TINA (-A)

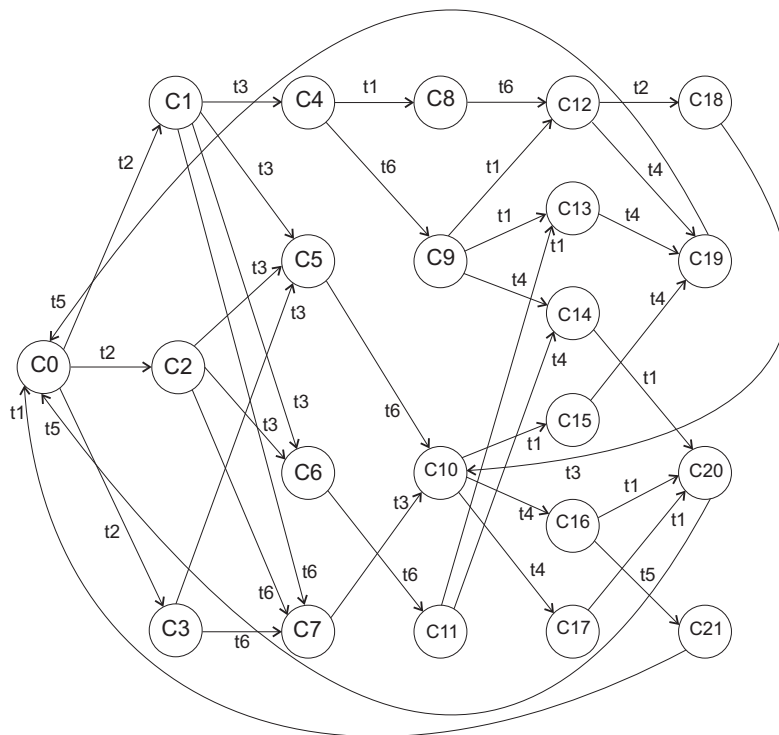


Figura 4.18: Grafo de classes da rede da figura 4.10 obtido com o TINA (-U)

$$\begin{array}{lll}
\mathbf{C}_0 : M_0 = \{p_1, p_4, p_6\} & \mathbf{C}_1 : M_1 = \{p_2, p_6\} & \mathbf{C}_2 : M_2 = \{p_3, p_4, p_6\} \\
D_0 = \{t_2, t_6\} & D_1 = \{t_3, t_6\} & D_2 = \{t_1, t_6\} \\
R_0 : \begin{cases} r_0(t_2) = [1, 2] \\ r_0(t_6) = [3, 3] \end{cases} & R_1 : \begin{cases} r_1(t_3) = [1, 3] \\ r_1(t_6) = [1, 2] \end{cases} & R_2 : \begin{cases} r_2(t_1) = [1, 2] \\ r_2(t_6) = [0, 1] \end{cases} \\
\\
\mathbf{C}_3 : M_3 = \{p_2, p_7\} & \mathbf{C}_4 : M_4 = \{p_1, p_4, p_6\} & \mathbf{C}_5 : M_5 = \{p_3, p_4, p_7\} \\
D_3 = \{t_3\} & D_4 = \{t_2, t_6\} & D_5 = \{t_1, t_4\} \\
R_3 : \{ r_3(t_3) = [0, 2] \} & R_4 : \begin{cases} r_4(t_2) = [1, 2] \\ r_4(t_6) = [0, 0] \end{cases} & R_5 : \begin{cases} r_5(t_1) = [0, 2] \\ r_5(t_4) = [0, 1] \end{cases} \\
\\
\mathbf{C}_6 : M_6 = \{p_1, p_4, p_7\} & \mathbf{C}_7 : M_7 = \{p_3, p_5\} & \mathbf{C}_8 : M_8 = \{p_2, p_7\} \\
D_6 = \{t_2, t_4\} & D_7 = \{t_1, t_5\} & D_8 = \{t_3\} \\
R_6 : \begin{cases} r_6(t_2) = [1, 2] \\ r_6(t_4) = [0, 1] \end{cases} & R_7 : \begin{cases} r_7(t_1) = [0, 2] \\ r_7(t_5) = [2, 3] \end{cases} & R_8 : \{ r_8(t_3) = [1, 3] \} \\
\\
\mathbf{C}_9 : M_9 = \{p_1, p_5\} & & \mathbf{C}_{10} : M_{10} = \{p_3, p_4, p_6\} \\
D_9 = \{t_5\} & & D_{10} = \{t_1, t_6\} \\
R_9 : \{ r_9(t_5) = [0, 3] \} & & R_{10} : \begin{cases} r_{10}(t_1) = [0, 0] \\ r_{10}(t_6) = [3, 3] \end{cases}
\end{array}$$

Figura 4.19: Classes de estados da rede da figura 4.10 (TINA -M).

Os intervalos apresentados nos conjuntos CS (Clock Space) de cada classe de estado das figuras 4.21, 4.22, 4.23 e 4.24, referentes às análises efetuadas pelo TINA nas opções: state classes preserving - states (-E), state classes preserving - states and LTL (-S), state classes preserving - states and CTL* (-A) e state classes preserving - states and CTL*(-U), não são propriamente os tempos de disparo, pois não indicam quanto tempo a transição poderá ficar habilitada na classe, mas sim há quanto tempo a transição está habilitada.

Nas opções state classes preserving - states and CTL* (-A) e state classes preserving - states and CTL*(-U), o grafo é construído com ramificações das classes de estados quando ocorrem transições persistentes. Mais precisamente, o TINA ramifica as classes com a geração de três classes de mesma marcação, considerando em duas delas os tempos de disparo máximo e mínimo da transição persistente e na terceira ramificação considera-se o disparo da transição persistente no interior do intervalo – entre os tempos mínimo e máximo de disparo.

Como exemplo, as classes C_1 , C_2 e C_3 , obtidas com a análise segundo a opção state

$$\begin{array}{lll}
\mathbf{C}_0 : M_0 = \{p_1, p_4, p_6\} & \mathbf{C}_1 : M_1 = \{p_2, p_6\} & \mathbf{C}_2 : M_2 = \{p_3, p_4, p_6\} \\
D_0 = \{t_2, t_6\} & D_1 = \{t_3, t_6\} & D_2 = \{t_1, t_6\} \\
R_0 : \begin{cases} r_0(t_2) = [1, 2] \\ r_0(t_6) = [3, 3] \end{cases} & R_1 : \begin{cases} r_1(t_3) = [1, 3] \\ r_1(t_6) = [1, 2] \end{cases} & R_2 : \begin{cases} r_2(t_1) = [1, 2] \\ r_2(t_6) = [0, 1] \end{cases} \\
\\
\mathbf{C}_3 : M_3 = \{p_1, p_4, p_6\} & \mathbf{C}_4 : M_4 = \{p_1, p_4, p_7\} & \mathbf{C}_5 : M_5 = \{p_2, p_7\} \\
D_3 = \{t_2, t_6\} & D_4 = \{t_2, t_4\} & D_5 = \{t_3\} \\
R_3 : \begin{cases} r_3(t_2) = [1, 2] \\ r_3(t_6) = [0, 0] \end{cases} & R_4 : \begin{cases} r_4(t_2) = [1, 2] \\ r_4(t_4) = [0, 1] \end{cases} & R_5 : \{ r_5(t_3) = [1, 3] \} \\
\\
\mathbf{C}_6 : M_6 = \{p_3, p_4, p_7\} & \mathbf{C}_7 : M_7 = \{p_1, p_4, p_7\} & \mathbf{C}_8 : M_8 = \{p_1, p_5\} \\
D_6 = \{t_1, t_4\} & D_7 = \{t_2, t_4\} & D_8 = \{t_5\} \\
R_6 : \begin{cases} r_6(t_1) = [1, 2] \\ r_6(t_4) = [0, 1] \end{cases} & R_7 : \begin{cases} r_7(t_2) = [1, 2] \\ r_7(t_4) = [0, 0] \end{cases} & R_8 : \{ r_8(t_5) = [2, 3] \} \\
\\
\mathbf{C}_9 : M_9 = \{p_3, p_5\} & \mathbf{C}_{10} : M_{10} = \{p_1, p_5\} & \mathbf{C}_{11} : M_{11} = \{p_3, p_4, p_6\} \\
D_9 = \{t_1, t_5\} & D_{10} = \{t_5\} & D_{11} = \{t_1, t_6\} \\
R_9 : \begin{cases} r_9(t_1) = [0, 2] \\ r_9(t_5) = [2, 3] \end{cases} & R_{10} : \{ r_{10}(t_5) = [0, 3] \} & R_{11} : \begin{cases} r_{11}(t_1) = [0, 0] \\ r_{11}(t_6) = [3, 3] \end{cases} \\
\\
\mathbf{C}_{12} : M_{12} = \{p_3, p_4, p_7\} & & \mathbf{C}_{13} : M_{13} = \{p_2, p_7\} \\
D_{12} = \{t_1, t_4\} & & D_{13} = \{t_3\} \\
R_{12} : \begin{cases} r_{12}(t_1) = [0, 2] \\ r_{12}(t_4) = [0, 1] \end{cases} & & R_{13} : \{ r_{13}(t_3) = [0, 2] \}
\end{array}$$

Figura 4.20: Classes de estados da rede da figura 4.10 (TINA -W).

classes preserving - states and $\text{CTL}^*(-U)$, são ramificações originadas após o disparo de t_1 na classe C_0 . A transição t_6 é persistente em C_1 , C_2 e C_3 e o seu clock space em cada uma das classes é $cs_1(t_6) = [1, 1]$, $cs_2(t_6) = [1, 2]$ e $cs_3(t_6) = [2, 2]$.

Desta forma, para obter o tempo global de uma seqüência de disparos deverá ser efetuada a soma dos intervalos estáticos de cada transição disparada na seqüência em questão e do resultado desconta-se a soma dos intervalos apresentados pelo clock space de cada transição, na respectiva classe.

Assim, os tempos obtidos para a seqüência $t_2t_3t_6t_1t_2t_3t_1t_4t_5$ nos grafos gerados com as opções state classes preserving - states (-E) e state classes preserving - states and LTL (-S) são dados por:

$$\begin{array}{lll}
\mathbf{C}_0 : M_0 = \{p_1, p_4, p_6\} & \mathbf{C}_1 : M_1 = \{p_2, p_6\} & \mathbf{C}_2 : M_2 = \{p_3, p_4, p_6\} \\
D_0 = \{t_2, t_6\} & D_1 = \{t_3, t_6\} & D_2 = \{t_1, t_6\} \\
CS_0 : \begin{cases} cs_0(t_2) = [0, 0] \\ cs_0(t_6) = [0, 0] \end{cases} & CS_1 : \begin{cases} cs_1(t_3) = [0, 0] \\ cs_1(t_6) = [1, 2] \end{cases} & CS_2 : \begin{cases} cs_2(t_1) = [0, 0] \\ cs_2(t_6) = [2, 3] \end{cases} \\
\\
\mathbf{C}_3 : M_3 = \{p_2, p_7\} & \mathbf{C}_4 : M_4 = \{p_1, p_4, p_6\} & \mathbf{C}_5 : M_5 = \{p_3, p_4, p_7\} \\
D_3 = \{t_3\} & D_4 = \{t_2, t_6\} & D_5 = \{t_1, t_4\} \\
CS_3 : \{ cs_3(t_3) = [1, 2] \} & CS_4 : \begin{cases} cs_4(t_2) = [0, 0] \\ cs_4(t_6) = [3, 3] \end{cases} & CS_5 : \begin{cases} cs_5(t_1) = [0, 1] \\ cs_5(t_4) = [0, 0] \end{cases} \\
\\
\mathbf{C}_6 : M_6 = \{p_1, p_4, p_7\} & \mathbf{C}_7 : M_7 = \{p_3, p_5\} & \mathbf{C}_8 : M_8 = \{p_2, p_7\} \\
D_6 = \{t_2, t_4\} & D_7 = \{t_1, t_5\} & D_8 = \{t_3\} \\
CS_6 : \begin{cases} cs_6(t_2) = [0, 0] \\ cs_6(t_4) = [0, 1] \end{cases} & CS_7 : \begin{cases} cs_7(t_1) = [0, 2] \\ cs_7(t_5) = [0, 0] \end{cases} & CS_8 : \{ cs_8(t_3) = [0, 0] \} \\
\\
\mathbf{C}_9 : M_9 = \{p_1, p_5\} & & \mathbf{C}_{10} : M_{10} = \{p_3, p_4, p_6\} \\
D_9 = \{t_5\} & & D_{10} = \{t_1, t_6\} \\
CS_9 : \{ cs_9(t_5) = [0, 2] \} & & CS_{10} : \begin{cases} cs_{10}(t_1) = [2, 2] \\ cs_{10}(t_6) = [0, 0] \end{cases}
\end{array}$$

Figura 4.21: Classes de estados da rede da figura 4.10 (TINA -E).

- state classes preserving - states (-E):

$$[1, 2] + [1, 3] + [3, 3] + [1, 2] + [1, 2] + [1, 3] + [1, 2] + [0, 1] + [2, 3] - ([0, 0] + [0, 0] + [2, 3] + [0, 1] + [0, 0] + [0, 0] + [0, 1] + [0, 1] + [0, 2])$$

que resulta em $[11, 21] - [2, 8] = [3, 19]$. Se for utilizado o operador \ominus , pode-se obter $[11, 21] \ominus [2, 8] = [9, 13]$.

- state classes preserving - states and LTL (-S):

$$[1, 2] + [1, 3] + [3, 3] + [1, 2] + [1, 2] + [1, 3] + [1, 2] + [0, 1] + [2, 3] - ([0, 0] + [0, 0] + [2, 3] + [0, 1] + [0, 0] + [0, 0] + [0, 0] + [1, 1] + [0, 0])$$

que resulta em $[11, 21] - [3, 5] = [6, 18]$. Se for utilizado o operador \ominus , pode-se obter $[11, 21] \ominus [2, 8] = [8, 16]$.

Para calcular os tempos da seqüência $t_2 t_3 t_6 t_1 t_2 t_3 t_1 t_4 t_5$, nas classes geradas pelas outras construções, foi efetuada a soma dos intervalos temporais de cada transição.

A tabela 4.3 mostra os tempos encontrados em cada uma das opções de construção

$$\begin{array}{lll}
\mathbf{C}_0 : M_0 = \{p_1, p_4, p_6\} & \mathbf{C}_1 : M_1 = \{p_2, p_6\} & \mathbf{C}_2 : M_2 = \{p_3, p_4, p_6\} \\
D_0 = \{t_2, t_6\} & D_1 = \{t_3, t_6\} & D_2 = \{t_1, t_6\} \\
CS_0 : \begin{cases} cs_0(t_2) = [0, 0] \\ cs_0(t_6) = [0, 0] \end{cases} & CS_1 : \begin{cases} cs_1(t_3) = [0, 0] \\ cs_1(t_6) = [1, 2] \end{cases} & CS_2 : \begin{cases} cs_2(t_1) = [0, 0] \\ cs_2(t_6) = [2, 3] \end{cases} \\
\\
\mathbf{C}_3 : M_3 = \{p_1, p_4, p_6\} & \mathbf{C}_4 : M_4 = \{p_1, p_4, p_7\} & \mathbf{C}_5 : M_5 = \{p_2, p_7\} \\
D_3 = \{t_2, t_6\} & D_4 = \{t_2, t_4\} & D_5 = \{t_3\} \\
CS_3 : \begin{cases} cs_3(t_2) = [0, 0] \\ cs_3(t_6) = [3, 3] \end{cases} & CS_4 : \begin{cases} cs_4(t_2) = [0, 0] \\ cs_4(t_4) = [0, 0] \end{cases} & CS_5 : \begin{cases} cs_5(t_3) = [0, 0] \end{cases} \\
\\
\mathbf{C}_6 : M_6 = \{p_3, p_4, p_7\} & \mathbf{C}_7 : M_7 = \{p_1, p_4, p_7\} & \mathbf{C}_8 : M_8 = \{p_1, p_5\} \\
D_6 = \{t_1, t_4\} & D_7 = \{t_2, t_4\} & D_8 = \{t_5\} \\
CS_6 : \begin{cases} cs_6(t_1) = [0, 0] \\ cs_6(t_4) = [0, 0] \end{cases} & CS_7 : \begin{cases} cs_7(t_2) = [0, 0] \\ cs_7(t_4) = [1, 1] \end{cases} & CS_8 : \begin{cases} cs_8(t_5) = [0, 0] \end{cases} \\
\\
\mathbf{C}_9 : M_9 = \{p_3, p_5\} & \mathbf{C}_{10} : M_{10} = \{p_1, p_5\} & \mathbf{C}_{11} : M_{11} = \{p_3, p_4, p_6\} \\
D_9 = \{t_1, t_5\} & D_{10} = \{t_5\} & D_{11} = \{t_1, t_6\} \\
CS_9 : \begin{cases} cs_9(t_1) = [0, 1] \\ cs_9(t_5) = [0, 0] \end{cases} & CS_{10} : \begin{cases} cs_{10}(t_5) = [0, 2] \end{cases} & CS_{11} : \begin{cases} cs_{11}(t_1) = [2, 2] \\ cs_{11}(t_6) = [0, 0] \end{cases} \\
\\
\mathbf{C}_{12} : M_{12} = \{p_3, p_4, p_7\} & & \mathbf{C}_{13} : M_{13} = \{p_1, p_4, p_7\} \\
D_{12} = \{t_1, t_4\} & & D_{13} = \{t_2, t_4\} \\
CS_{12} : \begin{cases} cs_{12}(t_1) = [0, 1] \\ cs_{12}(t_4) = [0, 0] \end{cases} & & CS_{13} : \begin{cases} cs_{13}(t_2) = [0, 0] \\ cs_{13}(t_4) = [0, 1] \end{cases} \\
\\
\mathbf{C}_{14} : M_{14} = \{p_3, p_5\} & & \mathbf{C}_{15} : M_{15} = \{p_2, p_7\} \\
D_{14} = \{t_1, t_5\} & & D_{15} = \{t_3\} \\
CS_{14} : \begin{cases} cs_{14}(t_1) = [0, 2] \\ cs_{14}(t_5) = [0, 0] \end{cases} & & CS_{15} : \begin{cases} cs_{15}(t_3) = [1, 2] \end{cases}
\end{array}$$

Figura 4.22: Classes de estados da rede da figura 4.10 (TINA -S).

da ferramenta TINA – nos casos em que são apresentados dois intervalos, o segundo foi calculado usando-se o operador \ominus :

Tabela 4.1: Tempos obtidos nos grafo gerados pela ferramenta TINA

Grafo gerado com a opção (-M) – figura 4.13:	[4,15]
Grafo gerado com a opção (-W) – figura 4.14:	[7,14]
Grafo gerado com a opção (-E) – figura 4.15:	[3,19] ou [9,13]
Grafo gerado com a opção (-S) – figura 4.16:	[6,18] ou [8,16]
Grafo gerado com a opção (-A) – figura 4.17:	[5,18] ou [8,15]
Grafo gerado com a opção (-U) – figura 4.18:	[7,17]

$\mathbf{C}_0 : M_0 = \{p_1, p_4, p_6\}$ $D_0 = \{t_2, t_6\}$ $CS_0 : \begin{cases} cs_0(t_2) = [0, 0] \\ cs_0(t_6) = [0, 0] \end{cases}$	$\mathbf{C}_1 : M_1 = \{p_2, p_6\}$ $D_1 = \{t_3, t_6\}$ $CS_1 : \begin{cases} cs_1(t_3) = [0, 0] \\ cs_1(t_6) = [1, 1] \end{cases}$	$\mathbf{C}_2 : M_2 = \{p_2, p_6\}$ $D_2 = \{t_3, t_6\}$ $CS_2 : \begin{cases} cs_2(t_3) = [0, 0] \\ cs_2(t_6) = [1, 2] \end{cases}$
$\mathbf{C}_3 : M_3 = \{p_2, p_6\}$ $D_3 = \{t_3, t_6\}$ $CS_3 : \begin{cases} cs_3(t_3) = [0, 0] \\ cs_3(t_6) = [2, 2] \end{cases}$	$\mathbf{C}_4 : M_4 = \{p_3, p_4, p_6\}$ $D_4 = \{t_1, t_6\}$ $CS_4 : \begin{cases} cs_4(t_1) = [0, 0] \\ cs_4(t_6) = [2, 2] \end{cases}$	$\mathbf{C}_5 : M_5 = \{p_3, p_4, p_6\}$ $D_5 = \{t_1, t_6\}$ $CS_5 : \begin{cases} cs_5(t_1) = [0, 0] \\ cs_5(t_6) = [3, 3] \end{cases}$
$\mathbf{C}_6 : M_6 = \{p_3, p_4, p_6\}$ $D_6 = \{t_1, t_6\}$ $CS_6 : \begin{cases} cs_6(t_1) = [0, 0] \\ cs_6(t_6) = [2, 3] \end{cases}$	$\mathbf{C}_7 : M_7 = \{p_2, p_7\}$ $D_7 = \{t_3\}$ $CS_7 : \{ cs_7(t_3) = [1, 2] \}$	$\mathbf{C}_8 : M_8 = \{p_1, p_4, p_6\}$ $D_8 = \{t_2, t_6\}$ $CS_8 : \begin{cases} cs_8(t_2) = [0, 0] \\ cs_8(t_6) = [3, 3] \end{cases}$
$\mathbf{C}_9 : M_9 = \{p_3, p_4, p_7\}$ $D_9 = \{t_1, t_4\}$ $CS_9 : \begin{cases} cs_9(t_1) = [1, 1] \\ cs_9(t_4) = [0, 0] \end{cases}$	$\mathbf{C}_{10} : M_{10} = \{p_3, p_4, p_7\}$ $D_{10} = \{t_1, t_4\}$ $CS_{10} : \begin{cases} cs_{10}(t_1) = [0, 0] \\ cs_{10}(t_4) = [0, 0] \end{cases}$	$\mathbf{C}_{11} : M_{11} = \{p_3, p_4, p_7\}$ $D_{11} = \{t_1, t_4\}$ $CS_{11} : \begin{cases} cs_{11}(t_1) = [0, 1] \\ cs_{11}(t_4) = [0, 0] \end{cases}$
$\mathbf{C}_{12} : M_{12} = \{p_1, p_4, p_7\}$ $D_{12} = \{t_2, t_4\}$ $CS_{12} : \begin{cases} cs_{12}(t_2) = [0, 0] \\ cs_{12}(t_4) = [0, 0] \end{cases}$	$\mathbf{C}_{13} : M_{13} = \{p_1, p_4, p_7\}$ $D_{13} = \{t_2, t_4\}$ $CS_{13} : \begin{cases} cs_{13}(t_2) = [0, 0] \\ cs_{13}(t_4) = [0, 1] \end{cases}$	$\mathbf{C}_{14} : M_{14} = \{p_3, p_5\}$ $D_{14} = \{t_1, t_5\}$ $CS_{14} : \begin{cases} cs_{14}(t_1) = [0, 2] \\ cs_{14}(t_5) = [0, 0] \end{cases}$
$\mathbf{C}_{15} : M_{15} = \{p_3, p_5\}$ $D_{15} = \{t_1, t_5\}$ $CS_{15} : \begin{cases} cs_{15}(t_1) = [0, 0] \\ cs_{15}(t_5) = [0, 0] \end{cases}$	$\mathbf{C}_{16} : M_{16} = \{p_2, p_7\}$ $D_{16} = \{t_3\}$ $CS_{16} : \{ cs_{16}(t_3) = [0, 0] \}$	
$\mathbf{C}_{17} : M_{17} = \{p_1, p_5\}$ $D_{17} = \{t_5\}$ $CS_{17} : \{ cs_{17}(t_5) = [0, 2] \}$	$\mathbf{C}_{18} : M_{18} = \{p_3, p_4, p_6\}$ $D_{18} = \{t_1, t_6\}$ $CS_{18} : \begin{cases} cs_{18}(t_1) = [2, 2] \\ cs_{18}(t_6) = [0, 0] \end{cases}$	

Figura 4.23: Classes de estados da rede da figura 4.10 (TINA -A).

Observa-se, portanto, que apesar de ser uma ferramenta poderosa para diversos tipos de análises estruturais e da dinâmica das redes de Petri, os grafos gerados pelo TINA representam com aumento de imprecisão a duração de uma seqüência de disparos válida para a rede – informação facilmente obtida no grafo gerado pelo método descrito neste trabalho.

$$\begin{array}{lll}
\mathbf{C}_0 : M_0 = \{p_1, p_4, p_6\} & \mathbf{C}_1 : M_1 = \{p_2, p_6\} & \mathbf{C}_2 : M_2 = \{p_2, p_6\} \\
D_0 = \{t_2, t_6\} & D_1 = \{t_3, t_6\} & D_2 = \{t_3, t_6\} \\
CS_0 : \begin{cases} cs_0(t_2) = [0, 0] \\ cs_0(t_6) = [0, 0] \end{cases} & CS_1 : \begin{cases} cs_1(t_3) = [0, 0] \\ cs_1(t_6) = [1, 1] \end{cases} & CS_2 : \begin{cases} cs_2(t_3) = [0, 0] \\ cs_2(t_6) = [1, 2] \end{cases} \\
\\
\mathbf{C}_3 : M_3 = \{p_2, p_6\} & \mathbf{C}_4 : M_4 = \{p_3, p_4, p_6\} & \mathbf{C}_5 : M_5 = \{p_3, p_4, p_6\} \\
D_3 = \{t_3, t_6\} & D_4 = \{t_1, t_6\} & D_5 = \{t_1, t_6\} \\
CS_3 : \begin{cases} cs_3(t_3) = [0, 0] \\ cs_3(t_6) = [2, 2] \end{cases} & CS_4 : \begin{cases} cs_4(t_1) = [0, 0] \\ cs_4(t_6) = [2, 2] \end{cases} & CS_5 : \begin{cases} cs_5(t_1) = [0, 0] \\ cs_5(t_6) = [3, 3] \end{cases} \\
\\
\mathbf{C}_6 : M_6 = \{p_3, p_4, p_6\} & \mathbf{C}_7 : M_7 = \{p_2, p_7\} & \mathbf{C}_8 : M_8 = \{p_1, p_4, p_6\} \\
D_6 = \{t_1, t_6\} & D_7 = \{t_3\} & D_8 = \{t_2, t_6\} \\
CS_6 : \begin{cases} cs_6(t_1) = [0, 0] \\ cs_6(t_6) = [2, 3] \end{cases} & CS_7 : \begin{cases} cs_7(t_3) = [1, 2] \end{cases} & CS_8 : \begin{cases} cs_8(t_2) = [0, 0] \\ cs_8(t_6) = [3, 3] \end{cases} \\
\\
\mathbf{C}_9 : M_9 = \{p_3, p_4, p_7\} & \mathbf{C}_{10} : M_{10} = \{p_3, p_4, p_7\} & \mathbf{C}_{11} : M_{11} = \{p_3, p_4, p_7\} \\
D_9 = \{t_1, t_4\} & D_{10} = \{t_1, t_4\} & D_{11} = \{t_1, t_4\} \\
CS_9 : \begin{cases} cs_9(t_1) = [1, 1] \\ cs_9(t_4) = [0, 0] \end{cases} & CS_{10} : \begin{cases} cs_{10}(t_1) = [0, 0] \\ cs_{10}(t_4) = [0, 0] \end{cases} & CS_{11} : \begin{cases} cs_{11}(t_1) = [0, 1] \\ cs_{11}(t_4) = [0, 0] \end{cases} \\
\\
\mathbf{C}_{12} : M_{12} = \{p_1, p_4, p_7\} & \mathbf{C}_{13} : M_{13} = \{p_1, p_4, p_7\} & \mathbf{C}_{14} : M_{14} = \{p_3, p_5\} \\
D_{12} = \{t_2, t_4\} & D_{13} = \{t_2, t_4\} & D_{14} = \{t_1, t_5\} \\
CS_{12} : \begin{cases} cs_{12}(t_2) = [0, 0] \\ cs_{12}(t_4) = [0, 0] \end{cases} & CS_{13} : \begin{cases} cs_{13}(t_2) = [0, 0] \\ cs_{13}(t_4) = [0, 1] \end{cases} & CS_{14} : \begin{cases} cs_{14}(t_1) = [0, 2] \\ cs_{14}(t_5) = [0, 0] \end{cases} \\
\\
\mathbf{C}_{15} : M_{15} = \{p_1, p_4, p_7\} & \mathbf{C}_{16} : M_{16} = \{p_3, p_5\} & \mathbf{C}_{17} : M_{17} = \{p_3, p_5\} \\
D_{15} = \{t_2, t_4\} & D_{16} = \{t_1, t_5\} & D_{17} = \{t_1, t_5\} \\
CS_{15} : \begin{cases} cs_{15}(t_2) = [0, 0] \\ cs_{15}(t_4) = [1, 1] \end{cases} & CS_{16} : \begin{cases} cs_{16}(t_1) = [0, 0] \\ cs_{16}(t_5) = [0, 0] \end{cases} & CS_{17} : \begin{cases} cs_{17}(t_1) = [0, 1] \\ cs_{17}(t_5) = [0, 0] \end{cases} \\
\\
\mathbf{C}_{18} : M_{18} = \{p_2, p_7\} & & \mathbf{C}_{19} : M_{19} = \{p_1, p_5\} \\
D_{18} = \{t_3\} & & D_{19} = \{t_5\} \\
CS_{18} : \begin{cases} cs_{18}(t_3) = [0, 0] \end{cases} & & CS_{19} : \begin{cases} cs_{19}(t_5) = [0, 0] \end{cases} \\
\\
\mathbf{C}_{20} : M_{20} = \{p_1, p_5\} & & \mathbf{C}_{21} : M_{21} = \{p_3, p_4, p_6\} \\
D_{20} = \{t_5\} & & D_{21} = \{t_1, t_6\} \\
CS_{20} : \begin{cases} cs_{20}(t_5) = [0, 2] \end{cases} & & CS_{21} : \begin{cases} cs_{21}(t_1) = [2, 2] \\ cs_{21}(t_6) = [0, 0] \end{cases}
\end{array}$$

Figura 4.24: Classes de estados da rede da figura 4.10 (TINA -U).

Desta forma, caso a informação seja necessária – como por exemplo na análise de *threads* em sistemas embarcados [18] ou ainda na obtenção do tempo de duração de roteiros de comportamento – deve-se recorrer a outro método de construção do grafo

de classes, como por exemplo, o método do Tempo Global apresentado neste trabalho, proposto inicialmente em [19].

CAPÍTULO 5

CLASSES EQUIVALENTES

5.1 O conceito de Classes Equivalentes

Um dos problemas dos métodos enumerativos que usam o tempo global é a geração indefinida de classes, consequência da mudança contínua do tempo [19]. O conceito de classes equivalentes evita que o grafo de classes de uma rede cíclica seja infinito, devido ao surgimento indefinido de classes quando consideramos um ciclo da rede.

Definição 34 *Dada uma rede de Petri temporal NT, dizemos que duas classes de estado alcançáveis C_i e C_j são equivalentes entre si, ou simplesmente equivalentes, se, e somente se, $M_i = M_j$, $R_i = R_j$ e, além disso, os intervalos de tempo do domínio global de C_i e C_j são proporcionais – ou seja, C_i e C_j têm a mesma marcação, o mesmo domínio relativo e ainda, para cada transição disparável t , existe uma quantidade finita de inteiros não negativos k_1, k_2, \dots, k_n tais que $d_i(t) = [a_0, b_0] + k_1 \cdot [a_1, b_1] + k_2 \cdot [a_2, b_2] + \dots + k_n \cdot [a_n, b_n]$, onde $[a_0, b_0]$ é o tempo global de t calculado para uma seqüência s tal que $C_0 [s > C_i$ e $[a_1, b_1], [a_2, b_2], \dots, [a_n, b_n]$ são intervalos racionais que representam os tempos globais de todas as seqüências s' disparáveis tais que $C_i [s' > C_j$.*

Note que, caso M_i e M_j sejam a marcação inicial, os conjuntos de seqüências de disparos tais que $C_0 [s > C_i$ ou $C_i [s > C_j$ são coincidentes – equivalentes ao conjunto das seqüências de disparo que reinicializam a rede: $C_0 [s > C_0$.

5.2 Aplicação do conceito de Classes Equivalentes

As figuras 5.1 e 5.2 mostram duas redes de Petri temporais cíclicas relativamente simples, mas cujo grafo de classes gerado pelo Método do Tempo Global é infinito, pois existe ao menos uma seqüência de disparos que pode se repetir indefinidamente, ou seja, que faz com

que a rede retorne para marcações já atingidas anteriormente agora com o domínio global alterado. Como exemplo, a seqüência de disparos $t_1 t_4$ pode se repetir indefinidamente.

Uma maneira de contornar este problema é criar famílias de classes – que representam uma quantidade infinita de diferentes classes da rede, denotadas neste trabalho por classes equivalentes.

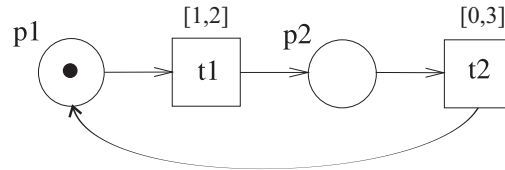


Figura 5.1: Rede de Petri temporal

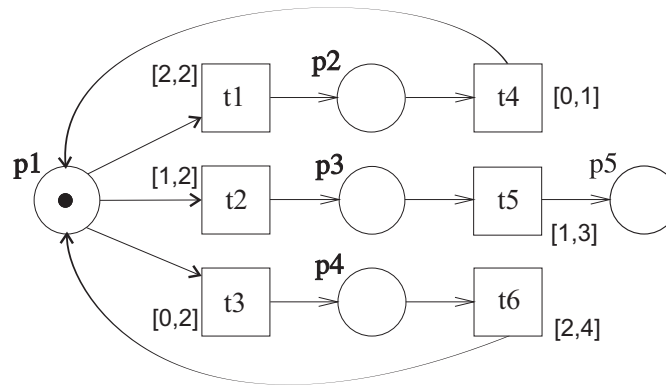


Figura 5.2: Rede de Petri temporal

Os grafos das redes ilustradas nas figuras 5.1 e 5.2, podem ser visualizados nas figuras 5.3 e 5.4, cujas classes de estado estão descritas nas figuras 5.5 e 5.6.

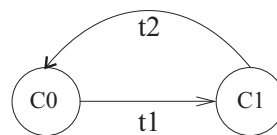


Figura 5.3: Grafo de classes da rede de Petri temporal da figura 5.1

No grafo 5.3, as classes C_0 e C_1 são, na verdade, a união de infinitas classes que possuem a mesma marcação e o mesmo domínio relativo. Assim, a distinção entre as diferentes classes se dá justamente pelo domínio global, que no caso das classes condensadas em C_0 e C_1 possuem uma certa proporcionalidade entre os seus intervalos de tempo.

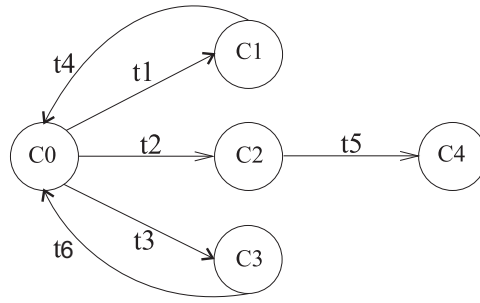


Figura 5.4: Grafo de classes da rede de Petri temporal da figura 5.2

$$\begin{array}{ll}
 \mathbf{C}_0 : M_0 = \{p_1\} & \mathbf{C}_1 : M_1 = \{p_2\} \\
 H_0 = D_0 = \{t_1\} & H_1 = D_1 = \{t_2\} \\
 R_0 : \{ r_0(t_1) = [1, 2] \} & R_1 : \{ r_1(t_2) = [0, 3] \} \\
 G_0 : \{ d_0(t_1) = [1, 2] \} & G_1 : \{ d_1(t_2) = [1, 5] \}
 \end{array}$$

Figura 5.5: Classes de estados referentes ao grafo da figura 5.3.

Verifica-se facilmente que o tempo de disparo de t_1 em qualquer uma das classes representadas por C_0 – na figura 5.3 – é dado por $d(t_1) = [1, 2] + k.[1, 5]$, sendo k um inteiro não negativo que representa o número de vezes que a seqüência (ciclo completo) $t_1 t_2$ foi disparada, considerando-se os disparos ocorridos entre o estado inicial da rede e o estado em questão. Analogamente, o intervalo de disparo de t_2 em uma das classes contidas em C_1 será dado por $d(t_2) = [1, 5] + k.[1, 5]$, com k inteiro não negativo.

As expressões apresentadas na tabela 5.2 referem-se ao grafo da figura 5.4, tendo sido calculadas com os tempos obtidos nas classes geradas pelo método do tempo global.

Tabela 5.1: Intervalos de disparo das transições nas classes do grafo da figura 5.4

Classe C_0 :	$d(t_i) = d_0(t_i) + k_1.[2, 3] + k_2.[2, 6], i \in 1, 2, 3$
Classe C_1 :	$d(t_4) = [2, 3] + k_1.[2, 3] + k_2.[2, 6]$
Classe C_2 :	$d(t_5) = [2, 5] + k_1.[2, 3] + k_2.[2, 6]$
Classe C_3 :	$d(t_6) = [2, 6] + k_1.[2, 3] + k_2.[2, 6]$

Na tabela 5.2, k_1 e k_2 são inteiros não negativos que representam, respectivamente, o número de vezes que as seqüências (ciclos completos) $t_1 t_4$ e $t_3 t_6$ dispararam, desde o estado inicial do sistema até a classe em questão.

Como exemplo, a execução da seqüência de disparos $t_1 t_4 t_3 t_6 t_1 t_4$, na rede da figura 5.2, partindo de C_0 , com marcação inicial $M_0 = [10000]$ deve ocorrer dentro do intervalo

$$\begin{array}{lll}
\mathbf{C}_0 : M_0 = \{p_1\} & \mathbf{C}_1 : M_1 = \{p_2\} & \mathbf{C}_2 : M_2 = \{p_3\} \\
H_0 = D_0 = \{t_1, t_2, t_3\} & H_1 = D_1 = \{t_4\} & H_2 = D_2 = \{t_5\} \\
R_0 : \begin{cases} r_0(t_1) = [2, 2] \\ r_0(t_2) = [1, 2] \\ r_0(t_3) = [0, 2] \end{cases} & R_1 : \{ r_1(t_4) = [0, 1] \} & R_2 : \{ r_2(t_5) = [1, 3] \} \\
G_0 : \begin{cases} d_0(t_1) = [2, 2] \\ d_0(t_2) = [1, 2] \\ d_0(t_3) = [0, 2] \end{cases} & G_1 : \{ d_1(t_4) = [2, 3] \} & G_2 : \{ d_2(t_5) = [2, 5] \} \\
\\
\mathbf{C}_3 : M_3 = \{p_4\} & \mathbf{C}_4 : M_4 = \{p_5\} \\
H_3 = D_3 = \{t_6\} & H_4 = \{ \} \\
R_3 : \{ r_3(t_6) = [2, 4] \} & \\
G_3 : \{ d_3(t_6) = [2, 6] \} &
\end{array}$$

Figura 5.6: Classes de estados referentes ao grafo da figura 5.4.

de tempo dado por: $d_1(t_4) = [2, 3] + 1.[2, 3] + 1.[2, 6] = [6, 12]$ – calcula-se o tempo global da seqüência pela equação do tempo de disparo da última transição que disparar, na classes anterior àquela que foi atingida pela seqüência em questão.

Ainda na rede da figura 5.2, a seqüência $s = t_1 t_4 t_3 t_6 t_2 t_5$ tal que $C_0 [s > C_4$, deve ocorrer no intervalo dado pelo tempo de disparo de t_5 em C_2 (imediatamente anterior a C_4): $d_2(t_5) = [2, 5] + 1.[2, 3] + 1.[2, 6] = [6, 14]$.

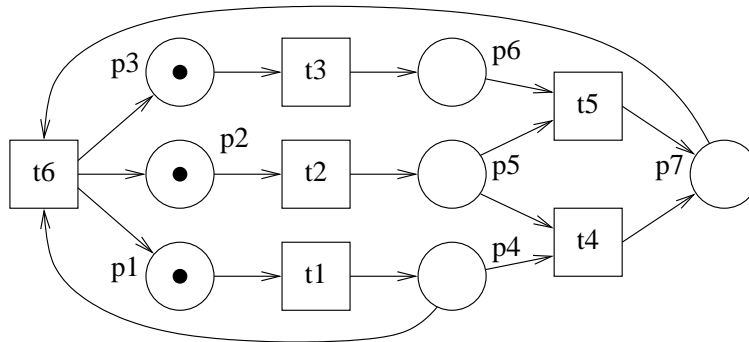


Figura 5.7: Rede Cíclica

Exemplo de aplicação do conceito de Classes Equivalentes na rede da figura 5.7

A rede da figura 5.7 – já apresentada na subseção 4.1 deste trabalho também é cíclica, sendo que o disparo de t_6 faz com que a rede esteja novamente na marcação inicial. Neste caso, as novas classes que surgirem após o primeiro disparo de

t_6 serão equivalentes a uma das classes do grafo de estados construído com os estados alcançáveis da rede sem que seja disparada a transição t_6 , ou seja, sem que seja executado qualquer ciclo da rede.

Como exemplo, as classes C_{17} , C_{18} e C_{19} – apresentadas no grafo da figura 4.4, são equivalentes à classe C_0 , já que:

- $M_0 = M_{17} = M_{18} = M_{19}$,
- $H_0 = H_{17} = H_{18} = H_{19}$,
- $d_{17}(t_i) = d_0(t_i) + 1.[0, 4]$,
- $d_{18}(t_i) = d_0(t_i) + 1.[0, 7]$ e
- $d_{19}(t_i) = d_0(t_i) + 1.[0, 5]$.

Veja que $c_{13}[t_6 > c_{17}$, $c_{15}[t_6 > c_{18}$, $c_{16}[t_6 > c_{19}$, $d_{13}(t_i) = [0, 4]$, $d_{15}(t_i) = [0, 7]$ e $d_{16}(t_i) = [0, 5]$.

Na rede da figura 5.7, é possível alcançar a marcação $M = [0001001]$ pelas seqüências de disparos $t_1t_2t_3t_5$, $t_2t_3t_1t_5$ e $t_2t_3t_5t_1$, que geram – segundo o método do tempo global – três classes diferentes C_{13} , C_{15} e C_{16} , com os respectivos intervalos de tempo global $[0, 2]$, $[0, 5]$ e $[0, 3]$.

Como o grafo da ferramenta TINA não representa o tempo global da rede, as classes C_{13} , C_{15} e C_{16} são representadas no grafo gerado pelo TINA por uma única classe - C_x , já que possuem o mesmo domínio relativo.

5.3 Duas metodologias de aplicação do conceito de classes equivalentes

A primeira metodologia, apresentada em 5.3.1, utiliza o conceito de classes equivalentes apenas para checar equivalência com a classe inicial da rede – ou seja, é uma primeira tentativa de aplicação da equivalência de classes que visa a simplificação do processo de comparação ente classes.

A subseção 5.3.2 apresenta uma segunda metodologia em que, após a elaboração de cada classe, faz-se uma verificação com todas as classes criadas anteriormente para buscar possíveis equivalências. Com este processo pode-se eliminar eventuais classes desnecessárias (pois são equivalente entre si) que continuariam presentes no grafo construído de acordo com a primeira metodologia.

5.3.1 Aplicação do conceito de classes equivalentes na rede da figura 5.8 – unificação de classes equivalentes à inicial

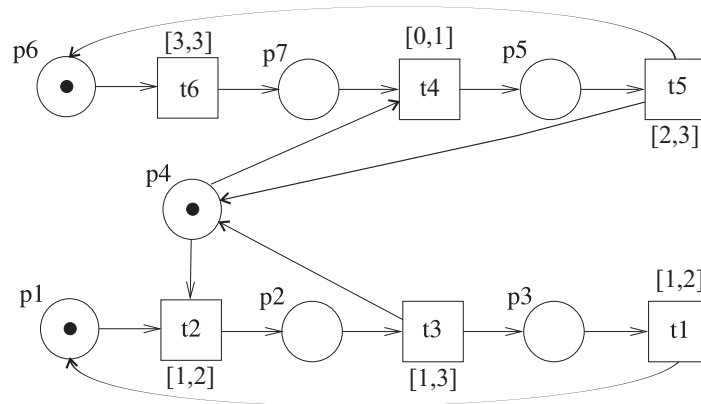


Figura 5.8: Rede de Petri temporal

A rede da figura 5.8, já apresentada na subseção 4.2 deste trabalho, também pode ter o conceito de classes equivalentes aplicado na construção do seu grafo de classes. Neste caso, C_0 representaria não apenas a classe inicial da rede, mas sim todas as classes equivalentes à inicial, ou seja, que possuem marcação $M = [1001010]$, domínio relativo igual a $R = \{r(t_2) = [1, 2], r(t_6) = [3, 3]\}$ e intervalos de disparos proporcionais, representados na tabela 5.3.1.

Desta forma, as classes $C_0, C_{11}, C_{13}, C_{15}, C_{21}, C_{24}, C_{26}, C_{27}$ e C_{29} – apresentadas no grafo da figura 4.11, são condensadas numa única classe C_{0*} , e os arcos que chegavam em cada uma dessas classes, agora apontam para a nova família de classes C_{0*} .

Com as classes equivalentes à classe C_0 do grafo na figura 4.11 condensadas entre si, gera-se o grafo colocado na figura 5.9.

Como a rede da figura 5.8 possui um número finito de marcações, já que o conjunto de

Tabela 5.2: Intervalos de disparo das transições nas classes do grafo da figura 4.11

Classe C_{13} :	$d(t_2) = d_0(t_2) + [4, 7]$
Classe C_{15} :	$d(t_2) = d_0(t_2) + [4, 5]$
Classe C_{21} :	$d(t_2) = d_0(t_2) + [8, 11]$
Classe C_{24} :	$d(t_2) = d_0(t_2) + [7, 11]$
Classe C_{26} :	$d(t_2) = d_0(t_2) + [7, 9]$
Classe C_{27} :	$d(t_2) = d_0(t_2) + [5, 7]$
Classe C_{29} :	$d(t_2) = d_0(t_2) + [6, 9]$
Classe C_{30} :	$d(t_2) = d_0(t_2) + [5, 9]$

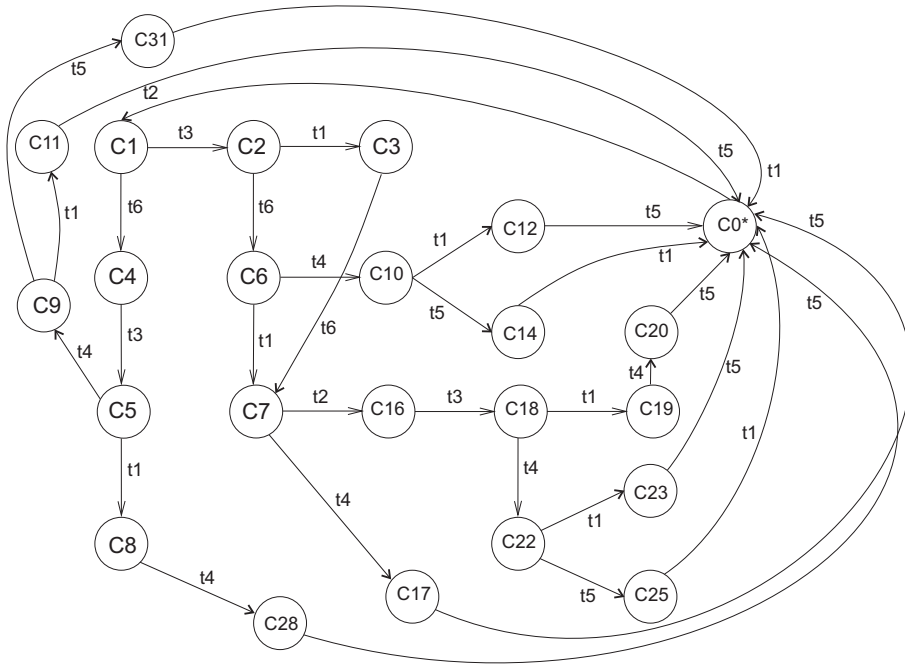


Figura 5.9: Grafo de classes da rede de Petri da figura 5.8, com classes equivalentes

lugares é finito e a rede é 1-limitada, e portanto possui um conjunto finito de estados com diferentes domínios relativos, o grafo de classes com as unificações das classes equivalentes é finito, no caso, o grafo da figura 5.9 possui 24 classes.

As mesmas considerações podem ser feitas para qualquer rede k -limitada, porém, se a rede for não-limitada, o conjunto das marcações possíveis já é infinito.

O tempo de disparo de t_2 na classe C_0^* pode ser calculado pela expressão:

$$C_0^* : d(t_2) = d_0(t_2) + k_1 \cdot [4, 7] + k_2 \cdot [4, 5] + k_3 \cdot [8, 11] + k_4 \cdot [7, 11] + k_5 \cdot [7, 9] + k_6 \cdot [5, 7] + k_7 \cdot [6, 9] + k_8 \cdot [5, 9] + k_9 \cdot [5, 7]$$

, sendo que os parâmetros k_1, k_2, \dots, k_9 são números inteiros não-negativos que representam quantas vezes cada seqüência de disparos foi efetuada, partindo da marcação inicial.

Por exemplo, o tempo de t_2 será dado por:

$$d(t_2) = [1, 2] + 0.[4, 7] + 0.[4, 5] + 1.[8, 11] + 0.[7, 11] + 2.[7, 9] + 0.[5, 7] + 0.[6, 9] + 0.[5, 9] + 3.[5, 7]$$

se os únicos disparos da rede foram as seqüências $t_2t_3t_6t_1t_2t_3t_1t_4t_5$, $t_2t_3t_6t_1t_2t_3t_4t_5t_1$ e $t_2t_3t_6t_1t_4t_5$, que dispararam, respectivamente, 1, 2 e 3 vezes.

5.3.2 Aplicação do conceito de classes equivalentes na rede da figura 5.8 – unificação de classes equivalentes entre si

Pode-se ainda optar por uma redução mais significativa no número de classes do grafo, ao serem unificadas as classes C_5 e C_{18} – equivalentes entre si, porém não-equivalentes a C_0 .

As classes C_5 e C_{18} são equivalentes pois possuem a mesma marcação, o mesmo conjunto de tempos relativos e os intervalos do domínio global apresentam uma proporcionalidade entre si, já que C_{18} é resultante do disparo da seqüência $t_2t_3t_6t_1t_2t_3$ em que $t_3t_1t_2$ representa um dos ciclos possíveis da rede – note que ao serem eliminados da seqüência $t_2t_3t_6t_1t_2t_3$ os disparos de t_3 , t_1 e t_2 , nesta ordem, obtém-se justamente a seqüência de disparos que gera a classe C_5 : $t_2t_6t_3$.

O grafo de classes obtido com a unificação de C_5 e C_{18} em C_{5*} está representado na figura 5.10.

Veja que as classes C_0 , C_{11} , C_{13} , C_{15} , C_{27} , C_{29} e C_{32} – na figura 4.11 – foram condensadas em C_{0*} na figura 5.10 e C_{21} , C_{24} , C_{26} não precisam ser representadas, já que são classes que foram obtidas após o primeiro ciclo da rede.

O intervalo de tempo no domínio global da classe C_{0*} , no grafo da figura 5.10 é calculado por:

$$C_{0*} : d(t_2) = d_0(t_2) + k_1.[4, 7] + k_2.[4, 5] + k_3.[5, 7] + k_4.[6, 9] + k_5.[5, 9] + k_6.[5, 7]$$

sendo que os intervalos indicados são os tempos possíveis para as seqüências disparáveis que reinicializam a rede, obtidos no domínio global das classes imediatamente anteriores a C_{0*} e os parâmetros inteiros não-negativos k_1, k_2, \dots, k_6 indicam quantas vezes cada uma

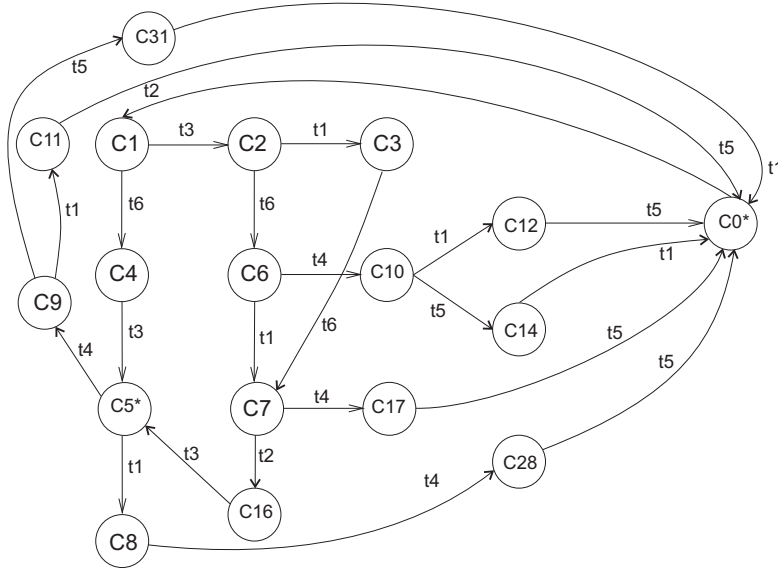


Figura 5.10: Grafo de classes reduzido da rede de Petri da figura 4.10, com classes equivalentes das seqüências de disparos foi executada.

Os intervalos de tempo no domínio global da classe C_{5^*} são dados pelas expressões:

$$d_{5^*}(t_1) = [1, 2] + k_1 \cdot [4, 7] + k_2 \cdot [4, 5] + k_3 \cdot [5, 7] + k_4 \cdot [6, 9] + k_5 \cdot [5, 9] + k_6 \cdot [3, 5] + k_7 \cdot [2, 4] + k_8 \cdot [1, 2] + k_9 \cdot [3, 4]$$

e

$$d_{5^*}(t_4) = [0, 1] + k_1 \cdot [4, 7] + k_2 \cdot [4, 5] + k_3 \cdot [5, 7] + k_4 \cdot [6, 9] + k_5 \cdot [5, 9] + k_6 \cdot [3, 5] + k_7 \cdot [2, 4] + k_8 \cdot [1, 2] + k_9 \cdot [3, 4]$$

onde os parâmetros inteiros não-negativos k_1 e k_2 representam o número de vezes que foram disparada as seqüências $t_2 t_6 t_3$ e $t_2 t_3 t_6 t_1 t_2 t_3$, respectivamente.

Por exemplo, partindo de C_{0^*} , a seqüência de disparos $t_2 t_3 t_1 t_6 t_4 t_5 t_2 t_6 t_3$ leva a rede para o estado C_{5^*} após o disparo da última transição, e o domínio global pode ser calculado por:

$$d_{5^*}(t_1) = [1, 2] + 0 \cdot [4, 7] + 0 \cdot [4, 5] + 1 \cdot [5, 7] + 0 \cdot [6, 9] + 0 \cdot [5, 9] + 1 \cdot [3, 5] + 0 \cdot [2, 4] + 0 \cdot [1, 2] + 0 \cdot [3, 4] = [9, 14]$$

e

$$d_{5^*}(t_4) = [0, 1] + 0 \cdot [4, 7] + 0 \cdot [4, 5] + 1 \cdot [5, 7] + 0 \cdot [6, 9] + 0 \cdot [5, 9] + 1 \cdot [3, 5] + 0 \cdot [2, 4] + 0 \cdot [1, 2] + 0 \cdot [3, 4] = [8, 13]$$

e então pode-se concluir que $d_{5^*}(t_1) = [9, 13]$ e $d_{5^*}(t_4) = [8, 13]$.

Encontrados os intervalos $d_{5^*}(t_1)$ e $d_{5^*}(t_4)$, deve-se ainda limitar o tempo superior de disparo para o menor dentre os dois valores calculados.

Com a unificação de $C_0, C_{11}, C_{13}, C_{15}, C_{27}, C_{29}$ e C_{32} e de C_5 com C_{18} , foi gerado um grafo de classes com apenas 18 classes, contra as 24 classes inicialmente calculadas com o conceito de classes equivalentes.

5.3.3 Conclusões

O exemplo apresentado na subseção 5.3.2 mostra que podem ser unificadas classes equivalentes entre si, antes mesmo da rede atingir a marcação inicial novamente, e que desta forma, a equivalência de classes é ainda mais eficiente – já que a unificação elimina as classes posteriores à classe unificada.

A desvantagem da unificação de classes que não tenham a marcação inicial está no aumento do número de seqüências de disparos que devem ser consideradas para o cálculo do domínio global da classe unificada. Por exemplo, para calcular os tempos do domínio global de C_{5^*} devem ser consideradas as seqüências "s_i" de disparos tais que $C_0[s_{k1} > C_5$ e $C_5[s_{k2} > C_0$, além das seqüências que reinicializam a rede, enquanto que, para o cálculo dos tempos do domínio global de C_{0^*} , bastam ser consideradas as seqüências de disparos "s_i" que reinicializam a rede, ou seja, "s_i" tais que $C_0 [s_i > C_0$.

5.4 Exemplo de rede cíclica com transição sincronizadora

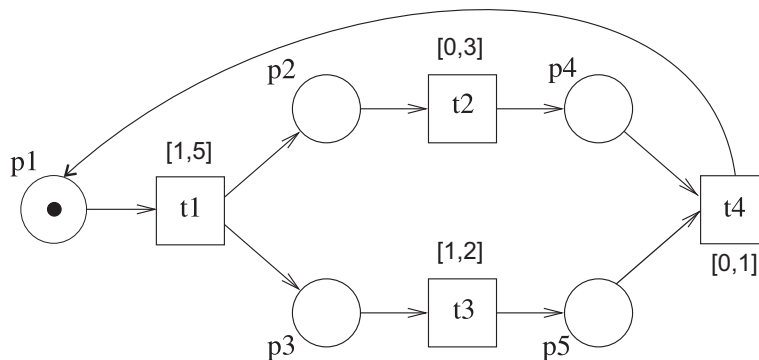


Figura 5.11: Rede de Petri com transição sincronizadora

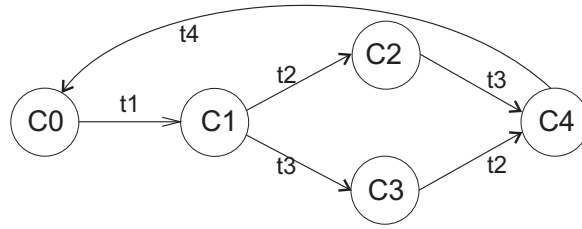


Figura 5.12: Grafo de classes da Rede de Petri da figura 5.11

$$\begin{array}{lll}
 \mathbf{C}_0 : M_0 = \{p_1\} & \mathbf{C}_1 : M_1 = \{p_2, p_3\} & \mathbf{C}_2 : M_2 = \{p_3, p_4\} \\
 H_0 = D_0 = \{t_1\} & H_1 = D_1 = \{t_2, t_3\} & H_2 = D_2 = \{t_3\} \\
 R_0 : \{ r_0(t_1) = [1, 5] \} & R_1 : \begin{cases} r_1(t_2) = [0, 3] \\ r_1(t_3) = [1, 2] \end{cases} & R_2 : \{ r_2(t_3) = [0, 2] \} \\
 G_0 : \{ d_0(t_1) = [1, 5] \} & G_1 : \begin{cases} d_1(t_2) = [1, 7] \\ d_1(t_3) = [2, 7] \end{cases} & G_2 : \begin{cases} g_2(t_3) = [1, 0] \\ d_2(t_3) = [2, 7] \end{cases} \\
 \\
 \mathbf{C}_3 : M_3 = \{p_2, p_5\} & \mathbf{C}_4 : M_4 = \{p_4, p_5\} & \\
 H_3 = D_3 = \{t_2\} & H_4 = D_4 = \{t_4\} & \\
 R_3 : \{ r_3(t_2) = [0, 2] \} & R_4 : \{ r_4(t_4) = [0, 1] \} & \\
 G_3 : \begin{cases} g_3(t_2) = [0, 1] \\ d_3(t_2) = [2, 8] \end{cases} & G_4 : \{ d_4(t_4) = [0, 1] + k_1 \cdot [2, 7] + k_2 \cdot [2, 8] \} &
 \end{array}$$

Figura 5.13: Classes de estados referentes ao grafo da figura 5.12.

A rede da figura 5.11 é um exemplo no qual o conceito de Classes Equivalentes apresenta melhor representação, já que os disparos são sincronizados pela transição t_4 – o que diminui as combinações de disparos possíveis para, por exemplo, reinicializar a rede. As classes apresentadas em 5.12 são famílias de classes equivalentes, geradas após cada ciclo da rede – ou seja, a cada disparo de t_4 .

Os intervalos de disparo do domínio global de cada classe do grafo na figura 5.12 são apresentados na tabela 5.4:

Tabela 5.3: Intervalos de disparo das classes do grafo da figura 5.12

Classe C_0 :	$d(t_1) = [1, 5] + k_1 \cdot [2, 8] + k_2 \cdot [2, 9]$
Classe C_1 :	$d(t_2) = [1, 7] + k_3 \cdot [2, 8] + k_4 \cdot [2, 9]$ e $d(t_3) = [2, 7] + k_3 \cdot [2, 8] + k_4 \cdot [2, 9]$
Classe C_2 :	$d(t_3) = [1, 7] + k_5 \cdot [2, 8] + k_6 \cdot [2, 9]$
Classe C_3 :	$d(t_2) = [2, 7] + k_7 \cdot [2, 8] + k_8 \cdot [2, 9]$
Classe C_4 :	$d(t_4) = [0, 1] + k_9 \cdot [2, 7] + k_{10} \cdot [2, 8]$

Sendo que, na tabela 5.4, os coeficientes $k_1, k_2, k_3, k_4, k_5, k_6, k_7, k_8, k_9$ e k_{10} representam o número de vezes que as seqüências $s_1 = t_1 t_2 t_3 t_4$, $s_2 = t_1 t_3 t_2 t_4$, $s_3 = t_2 t_3 t_4 t_1$,

$s_4 = t_3t_2t_4t_1$, $s_5 = t_3t_4t_1t_2$, $s_6 = t_1t_3t_2t_4$, $s_7 = t_1t_2t_3t_4$, $s_8 = t_2t_4t_1t_3$, $s_9 = t_1t_2t_3$ e $s_{10} = t_1t_3t_2$ dispararam, respectivamente.

5.4.1 Algumas considerações sobre o cálculo do tempo global em RdP cíclicas

O algoritmo apresentado na seção 3.3 entra em looping infinito caso a rede que esteja tendo o grafo de classes calculado seja cíclica – ou seja, caso exista ao menos uma seqüência disparável s e uma classe c_k qualquer tal que $c_k [s > c_k$ pois, neste caso, o algoritmo de construção do grafo continuará a gerar novas classes após cada disparo da seqüência s , sempre com a seqüência s habilitada a disparar novamente.

Um maneira de se contornar este problema é construir um grafo finito baseado nos tempos relativos de cada classe – de maneira semelhante ao que é utilizado pelos métodos clássicos (como na implementação da ferramenta *TINA*). Sempre que for necessário obter o tempo global de alguma seqüência conhecida de disparos, pode-se efetuar facilmente os cálculos referentes ao domínio global das classes envolvidas – como colocado no capítulo 3 deste trabalho. Neste aspecto, o domínio de tempo global mostra-se como uma complementação do grafo de classes, incluindo uma nova informação disponível para análise.

Esta metodologia resolve apenas os casos em que já são conhecidas antecipadamente as seqüências de disparos que devem ter o tempo global calculado, ou seja, aplica-se o método do tempo global em uma determinada seqüência de disparos (finita) e, de certa forma, acaba-se por construir uma parte do grafo de classes pelo Método do Tempo Global completo. No entanto, parece-nos relevante ter os tempos globais inerentes a cada classe da rede calculados previamente para facilitar, por exemplo, a comparação dos tempos de diferentes seqüências de disparos que levam a um cenário qualquer.

Uma das dificuldades de se calcular os tempos globais de cada classe gerada no grafo é que eventualmente as classes podem ser alcançadas por mais de um caminho (mais de uma seqüência de disparos), cujos tempos globais são diferentes. Sendo assim, os coeficientes gerados pelo conceito de Classes Equivalentes podem ser utilizados para ampliar o poder de análise do tempo global das diferentes classes de estado – os coeficientes acabam por

generalizar os cálculos, facilitando de certo modo a comparação entre diferentes seqüências de disparos.

Em resumo, pode-se construir o grafo de classes baseado nos domínios relativos das classes para então os tempos globais serem calculados em seguida – metodologia proposta por Lima em [21] – ou seja, as informações adicionais geradas pelo Método do Tempo Global serão acrescentadas ao grafo de classes construído utilizando-se apenas o domínio relativo. Desta forma, resolve-se o problema da utilização do domínio global na construção dos grafos (que invariavelmente resulta em grafos infinitos) e também a imprecisão das informações temporais quando são efetuadas análises somente pelo domínio relativo.

A complementação do algoritmo inicial apresentado na seção 3.3 está relacionada com a regra de criação de novas classes, ou seja, com o algoritmo *NovaClasse*. Quando executam-se um ou mais ciclos da rede, geram-se classes "proporcionais" às classes previamente calculadas, denominadas neste trabalho (seguindo a nomenclatura apresentada em [19]) de Classes Equivalentes e que se diferem umas das outras apenas pelo domínio global. Estas classes não serão acrescentadas mais do que uma vez ao grafo, pois este será gerado apenas considerando-se as informações do domínio relativo.

Desta forma, o algoritmo deve ser complementado com um mecanismo de controle para a criação de novas classes em que comparam-se cada uma das classes criadas até o momento com a que estiver sendo calculada para verificar se ambas são Equivalentes ou não. De fato, as informações que devem ser comparadas são: Marcação da classe (variável $Marc_A$) e, caso as marcações da classe que estiver sendo gerada e de alguma outra já previamente calculada sejam as mesmas, comparam-se então os domínios relativos das duas (variável Ir_A). Se a segunda comparação constatar novamente coincidência total de valores, as duas classes são equivalente e então não há necessidade de criar uma nova classe. No entanto, interessa-nos acrescentar os tempos globais em cada uma das classes (ou famílias de classes) do grafo. Para isso, antes de ser descartada a classe Equivalente, deve-se calcular o coeficiente de tempo global referente ao ciclo formado pelos disparos das transições.

CAPÍTULO 6

CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

Conclusões A construção do grafo de classes de uma rede de Petri temporal permite a verificação de diversas propriedades da rede, tais como alcançabilidade, verificação de seqüências disparáveis da rede e possíveis bloqueios. O método do tempo global, proposto inicialmente por Lima em [19], evita o aumento da imprecisão das informações temporais na análise de seqüências de disparos de transições (duração de roteiros de comportamento), que ocorre quando a rede apresenta muitas situações de concorrência e de transições persistentes. Além disso, as classes baseadas em tempo global descrevem tanto datas quanto intervalos absolutos (ou seja, baseados no início da simulação), quanto os domínios relativos (baseados na data intervalar de entrada do sistema na classe), o que aumenta o poder representativo da abordagem baseada em tempo global do grafo de classes de uma rede de Petri temporal.

A principal limitação da abordagem baseada em tempo global é a enumeração interminável de classes, em virtude do aumento do tempo global. O conceito de classes equivalentes permite superar esta limitação, unificando classes que se distinguem entre si apenas pelos intervalos de tempo referentes ao domínio global.

Trabalhos Futuros A consolidação do Método do Tempo Global com a utilização do conceito de Classes Equivalentes é um dos objetivos para a continuidade deste trabalho, por meio de publicação dos resultados obtidos para a comunidade científica. Além disso, neste trabalho foi apresentado um algoritmo para a construção do grafo de classes de uma RdP temporal utilizando-se o Método do Tempo Global. A próxima tarefa que se coloca naturalmente é a de implementação do algoritmo – o que poderá aumentar significativamente o poder de comparação da metodologia com as outras já existentes.

O conceito de *Unfolding* ou *desdobramento*, apresentado inicialmente por McMillan [23] e depois aperfeiçoado em [13] tem sido utilizado em diversos trabalhos envolvendo

RdP cíclicas. Com o uso de algumas técnicas adequadas de corte, o desdobramento gera um grafo finito, com a notável propriedade de descrever todos os estados alcançáveis da rede sem apresentar conflitos. Apesar de ser pouco utilizado para análises temporais de RdP temporais cíclicas, o desdobramento pode vir a ser uma importante ferramenta neste tipo de análise, pois o problema dos métodos atuais está justamente no número ilimitado de classes de estado das redes cíclicas. Sendo assim, uma das propostas para dar seguimento a este trabalho é verificar a possibilidade de aplicação da técnica em redes de Petri Temporais, tanto para efetuar análises de alcançabilidade como para analisar seqüências de disparos (roteiros de comportamento). Posteriormente, pode-se efetuar comparações com o Método do Tempo Global.

BIBLIOGRAFIA

- [1] James F. Allen. Maintaining knowledge about temporal intervals. *Commun. ACM*, 26(11):832–843, 1983.
- [2] P.-O. Ribet B. Berthomieu e F. Vernadat. The tool tina – construction of abstract state spaces for petri nets and time petri nets. *International Journal of Production Research*, 42(14), July de 2004.
- [3] T. C. Barros. Uma técnica de modelagem por redes de petri voltada a automação da manufatura, 1990.
- [4] S. Bernardi e J. Campos. On performance bounds for interval time petri nets. *IEEE Proceedings of 1st QEST*, Enschede, The Netherlands, September de 2004.
- [5] B. Berthomieu e M. Diaz. Modeling and verification of time dependent systems using petri nets. *IEEE Transactions on Software Engineering*, 17(3):259–273, March de 1991.
- [6] B. Berthomieu e M. Menasche. An enumerative approach for analyzing time petri nets. *IFIP Congress*, Paris, sep de 1983.
- [7] B. Berthomieu e F. Vernadat. State class construction for branching analysis os time petri nets. *Proceedings of Tools and Algorithms for the Construction and Analysis of Systems (TACAS'2003)*, Wasaw, Poland, 2003.
- [8] B. Berthomieu e F. Vernadat. Time petri nets analysis with tina. *Proceedings of 3rd Int. Conf. on The Quantitative Evaluation of Systems (QEST 2006)*. IEEE Computer Society, 2006.
- [9] Bernard Berthomieu. La méthode des classes d'États pour l' analyse des réseaux temporels. Relatório técnico, LAAS-CNRS, Toulouse, France, 2000.

- [10] Marc Boyer e Michel Diaz. Multiple enabledness of transitions in petri nets time. *PNPM '01: Proceedings of the 9th international Workshop on Petri Nets and Performance Models*, páginas 1–10, Washington, DC, USA, 2001. IEEE Computer Society.
- [11] J. C. Burkill. Functions of intervals. *Proceedings of the London Mathematical Society*, páginas 375–446, 1924.
- [12] A. Cerone e Maggiolo-Schettini. Time-base expressivity of time petri nets for systems specification. *Theoretical Computer Science*, 216(1-2):1–53, March de 1999.
- [13] Javier Esparza, Stefan Romer, e Walter Vogler. An improvement of mcmillan's unfolding algorithm. *Tools and Algorithms for Construction and Analysis of Systems*, páginas 87–106, 1996.
- [14] H. Genrich e K. Lautenbach. Facts in place/transition nets. *Proceedings of the Seventh Symposium on Mathematical Foundations of Computer Science*, volume 64 of *Lecture Notes in Computer Science*, páginas 213–231, Zakopane, Poland, September de 1978. Springer.
- [15] C. A. Heuser. Modelagem conceitual de sistemas. 1991.
- [16] K. H. Jensen. High-level petri nets. 66:166–180, 1983.
- [17] Nacib Mattar Júnior, Evangivaldo Almeida Lima, Fabiano Silva, Marcos Alexandre Castilho, e Luis Allan Künzle. Análise da duração de seqüências de disparos de transições em redes de petri temporais. *VIII Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente*, Florianópolis, Brasil, 2007.
- [18] Erik Eugênio Künzle. Implementação e validação de uma ferramenta computacional para análise de redes de petri temporais, 2006.
- [19] Evangivaldo Almeida Lima. *Análise e Aplicações em Redes de Petri Temporais: Uma Abordagem Via Álgebra Intervalar*. Tese de Doutorado, CPGEI – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2007.

- [20] Evangivaldo Almeida Lima, Ricardo Luders, e Luis Allan Künzle. Análise de redes de petri temporais usando tempo global. *VII Congresso Brasileiro de Automação Inteligente*, São Luis, Brasil, 2005.
- [21] Evangivaldo Almeida Lima, Ricardo Luders, e Luis Allan Künzle. Uma abordagem unificada para geração de grafos de classes de estados em redes de petri temporais. *VIII Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente*, Florianópolis, Brasil, 2007.
- [22] G. Balbo M. A. Marsan e G. Conte. A class of generalized stochastic petri nets for the performance analysis of multiprocessor systems. *ACM Transactions on Computer Systems*, 2(2):93–122, 1984.
- [23] K. L. McMillan. A technique of state space search based on unfolding. *Formal Methods in System Design: An International Journal*, 6(1):45–65, January de 1995.
- [24] M. Menasche. PAREDE: An automated tool for the analysis of time(d) petri nets. *International Workshop on Timed Petri Nets, July 1–3*, páginas 162–169, Torino, Italy, 1985. IEEE Computer Society Press.
- [25] P. Merlin. *A Study of Recoverability of Computer Systems*. Tese de Doutorado, University of California IRVINE, 1974.
- [26] R. E. Moore. Interval analysis. 1966.
- [27] T. Murata. Petri nets: Properties, analysis and applications. *Proceedings of the IEEE*, number 4, páginas 541–580, April de 1989. NewsletterInfo: 33Published as Proceedings of the IEEE, volume 77, number 4.
- [28] C. A. Petri. Communication with automata, technical report radc-tr-65-377. Relatório técnico, Griffiths Air Force Base, New York, 1966.
- [29] C. Ramchandani. *Analysis of Asynchronous Concurrent Systems by Timed Petri Nets*. Tese de Doutorado, Cambridge, Mass.: MIT, Dept. Electrical Engineering, Feb de 1974. Project MAC TR-120.

- [30] J. Sifakis. Performance evaluation of systems using petri nets. *Net Theory and Applications*, LNCS 84, páginas 307–319. Springer-Verlag, 1980.
- [31] F. J. W. Simons. *Modelling and Analysis of Communication Protocols Using Numerical Petri Nets*. Tese de Doutorado, Department of Electrical and Engineering Science, Telecommunications System Group – University of Essex, 1978.
- [32] R. C. Young. The algebra of many-valued quantities. *Mathematische Annalen*, páginas 260–290, 1931.