

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

HESAU HUGO CAVALCANTI LEITE

DIMENSIONAMENTO DE LOTES E PROGRAMAÇÃO DA PRODUÇÃO EM
MÚLTIPLOS ESTÁGIOS

CURITIBA

2023

HESAU HUGO CAVALCANTI LEITE

DIMENSIONAMENTO DE LOTES E PROGRAMAÇÃO DA PRODUÇÃO EM
MÚLTIPLOS ESTÁGIOS

Dissertação apresentada ao curso de Pós-graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, Setor de Tecnologia e Ciências Exatas, Universidade Federal do Paraná, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Métodos Numéricos em Engenharia.

Orientador: Prof. Dr. José Eduardo Pécora Júnior

CURITIBA

2023

DADOS INTERNACIONAIS DE CATALOGAÇÃO NA PUBLICAÇÃO (CIP)
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
SISTEMA DE BIBLIOTECAS – BIBLIOTECA DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA

Leite, Hesau Hugo Cavalcanti

Dimensionamento de lotes e programação da produção em múltiplos estágios / Hesau Hugo Cavalcanti Leite. – Curitiba, 2023.

1 recurso on-line : PDF.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Paraná, Setor de Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia.

Orientador: José Eduardo Pécora Júnior

1. Produção industrial. 2. Pesquisa operacional. 3. Controle de produção. 4. Dimensionamento de lotes. I. Universidade Federal do Paraná. II. Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia. III. Pécora Júnior, José Eduardo. IV. Título.

Bibliotecário: Elias Barbosa da Silva CRB-9/1894



TERMO DE APROVAÇÃO

Os membros da Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação MÉTODOS NUMÉRICOS EM ENGENHARIA da Universidade Federal do Paraná foram convocados para realizar a arguição da Dissertação de Mestrado de **HESAU HUGO CAVALCANTI LEITE** intitulada: **DIMENSIONAMENTO DE LOTES E PROGRAMACAO DA PRODUCAO EM MULTIPLOS ESTAGIOS**, sob orientação do Prof. Dr. JOSÉ EDUARDO PÉCORA JUNIOR, que após terem inquirido o aluno e realizada a avaliação do trabalho, são de parecer pela sua APROVAÇÃO no rito de defesa.

A outorga do título de mestre está sujeita à homologação pelo colegiado, ao atendimento de todas as indicações e correções solicitadas pela banca e ao pleno atendimento das demandas regimentais do Programa de Pós-Graduação.

Curitiba, 05 de Outubro de 2023.

Assinatura Eletrônica

16/10/2023 18:11:32.0

JOSÉ EDUARDO PÉCORA JUNIOR

Presidente da Banca Examinadora

Assinatura Eletrônica

16/10/2023 16:07:57.0

TALITA MARIANA PINHO SCHIMIDT

Avaliador Externo (null)

Assinatura Eletrônica

19/10/2023 13:33:13.0

GUSTAVO VALENTIM LOCH

Avaliador Interno (UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ)

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, a Deus por guiar os meus passos durante a minha vida pessoal, profissional e acadêmica.

Agradeço aos colaboradores da UFPR e do PPGMNE, por manterem o alto nível do serviço prestado à comunidade.

Agradeço ao meu orientador, Prof. Dr. José Eduardo Pécora Júnior, por todo o suporte e ajuda durante o período do mestrado.

Agradeço a todos os meus familiares que me deram suporte nesta jornada.

Agradeço a todos os meus colegas de turma que, de alguma forma, me auxiliaram, seja na realização de trabalhos em conjunto ou simplesmente numa troca de ideias.

*“Perca para um grande adversário,
Não para sua incompetência.
(Djonga, 2019)*

RESUMO

O objeto de estudo desta dissertação é o problema integrado de dimensionamento de lotes e sequenciamento da produção em múltiplos estágios; voltado para indústrias que processam itens acabados que dependem de semiacabados, possuindo nos estágios produtivos máquinas paralelas. Portanto, é necessário decidir qual item acabado e semiacabado produzir e em qual sequência, a fim de otimizar o uso dos recursos e minimizar os custos. Através de técnicas da Pesquisa Operacional (PO), é possível desenvolver modelos matemáticos e resolvê-los usando a Programação Linear Inteira Mista (PLIM). Este estudo apresenta uma nova variante para o tema em questão; para tanto, o problema é definido no Capítulo 2; no Capítulo 3, é realizada uma revisão da literatura, apresentado modelos matemáticos e trabalhos correlatos; no Capítulo 4, propõe-se o modelo matemático chamado MMDSME (Modelo Matemático Integrado de Dimensionamento de Lotes e Sequenciamento da Produção em Múltiplos Estágios). O modelo proposto possui: a estrutura dos itens acabados em multinível; a necessidade de produção de semiacabados com base em relações de precedência e sucessão, por isso, um item acabado é produzido apenas no último estágio e seus semiacabados nos estágios anteriores; a possibilidade dos itens semiacabados serem vendidos, caso haja demanda. Para os testes computacionais, foram geradas instâncias para ambientes produtivos de dois e três estágios, com as estruturas dos itens em série e de montagem; resolvidas usando o solver Gurobi. Ao gerar as instâncias o número de micro períodos S foi definido como o mesmo número de itens N , portanto $N = S$, possibilitando uma redução no tempo de resolução do problema. O modelo foi testado e verificou-se que o mesmo atendeu aos objetivos desta dissertação. Para trabalhos futuros recomenda-se que sejam realizados testes com a estrutura de micro períodos similar ao já encontrado na literatura, portanto o número de micro períodos dentro de cada macro período sendo igual a o número de itens da instância; desse modo o tempo de resolução aumentará havendo a necessidade de abordagens de resolução através de heurísticas, meta-heurísticas e soluções híbridas.

Palavras-chaves: Dimensionamento de Lotes. Sequenciamento da produção. Múltiplos estágios. Múltiplos níveis.

ABSTRACT

The object of study of this dissertation is the integrated problem of lot-sizing and scheduling in multiple stages; aimed at industries that process finished items that depend on semi-finished items, with parallel machines in the production stages. It is therefore necessary to decide which finished and semi-finished items to produce and in which sequence, in order to optimize the use of resources and minimize costs. Using Operations Research (OR) techniques, it is possible to develop mathematical models and solve them using Mixed Integer Linear Programming (MILP). This study presents a new variant on the subject in question; to this end, the problem is defined in Chapter 2; in Chapter 3, a literature review is carried out, presenting mathematical models and related work; in Chapter 4, the mathematical model called MMDSME (Integrated Mathematical Model for Multi-Stage Lot-Sizing and Scheduling) is proposed. The proposed model includes: the multi-level structure of finished items; the need to produce semi-finished items based on precedence and succession relationships, so a finished item is only produced in the last stage and its semi-finished items in the previous stages; the possibility of semi-finished items being sold if there is demand. For the computational tests, instances were generated for two and three production stages environments, with the structures of serial and assembly items; solved using the Gurobi solver. When generating the instances, the number of micro-periods S was defined as the same number of items N , so $N = S$, enabling a reduction in the time taken to solve the problem. The model was tested and found to meet the objectives of this dissertation. For future work, it is recommended that tests be carried out with a micro-period structure similar to that already found in the literature, so that the number of micro-periods within each macro-period is equal to the number of items in the instance; in this way, the resolution time will increase and there will be a need for resolution approaches using heuristics, meta-heuristics and hybrid solutions.

Key-words: Lot-Sizing. Scheduling. Multi-Stage. Multi-Level

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

| | |
|--|-----|
| FIGURA 1 – REPRESENTAÇÃO DO SISTEMA PRODUTIVO | 21 |
| FIGURA 2 – DEFINIÇÃO DE MICRO PERÍODOS | 21 |
| FIGURA 3 – ESTRUTURA DOS ITENS | 22 |
| FIGURA 4 – REPRESENTAÇÃO DA SINCRONIA ENTRE OS ESTÁGIOS . . . | 22 |
| FIGURA 5 – TIPOS DE ESTRUTURA DE ITENS EM MODELOS MULTINÍVEL | 30 |
| FIGURA 6 – ESQUEMA DE RELACIONAMENTO ENTRE OS MODELOS . . | 35 |
| FIGURA 7 – SISTEMA PRODUTIVO DO MODELO MMTPEI | 39 |
| FIGURA 8 – SISTEMA PRODUTIVO DO MODELO MMDSME | 47 |
| FIGURA 9 – METODOLOGIA ADOTADA PARA A REVISÃO BIBLIOGRÁFICA | 48 |
| FIGURA 10 – CINCO PRINCIPAIS FONTES DE PUBLICAÇÃO | 48 |
| FIGURA 11 – NÚMERO DE DOCUMENTOS PUBLICADOS POR ANO | 49 |
| FIGURA 12 – PRINCIPAIS AUTORES | 49 |
| FIGURA 13 – PRINCIPAIS PAÍSES | 50 |
| FIGURA 14 – MAPA DE CITAÇÃO DE DOCUMENTOS POR ANO | 51 |
| FIGURA 15 – ESTRUTURA EM SÉRIE PARA DOIS ESTÁGIOS | 69 |
| FIGURA 16 – ESTRUTURA EM SÉRIE PARA TRÊS ESTÁGIOS | 71 |
| FIGURA 17 – ESTRUTURA DE MONTAGEM PARA DOIS ESTÁGIOS | 73 |
| FIGURA 18 – ESTRUTURA DE MONTAGEM PARA TRÊS ESTÁGIOS | 75 |
| FIGURA 19 – SEQUENCIAMENTO DO PRIMEIRO PERÍODO | 98 |
| FIGURA 20 – SEQUENCIAMENTO DO SEGUNDO PERÍODO | 98 |
| FIGURA 21 – SEQUENCIAMENTO DO TERCEIRO PERÍODO | 99 |
| FIGURA 22 – SEQUENCIAMENTO DO QUARTO PERÍODO | 99 |
| FIGURA 23 – SEQUENCIAMENTO DO QUINTO PERÍODO | 100 |

LISTA DE QUADROS

| | |
|--|----|
| QUADRO 1 – SIMBOLOGIAS PARA O MODELO ULS | 27 |
| QUADRO 2 – SIMBOLOGIAS PARA O MODELO MPS | 28 |
| QUADRO 3 – SIMBOLOGIAS PARA O MODELO MRP | 30 |
| QUADRO 4 – SIMBOLOGIAS DO MODELO GGLSP | 32 |
| QUADRO 5 – SIMBOLOGIAS PARA O GLSPPL | 36 |
| QUADRO 6 – ÍNDICES E CONJUNTOS PARA O MMTPEI | 39 |
| QUADRO 7 – PARÂMETROS DO MMTPEI | 40 |
| QUADRO 8 – VARIÁVEIS DE DECISÃO DO MMTPEI | 41 |
| QUADRO 9 – DOCUMENTOS SELECIONADOS PARA COMPOR A REVISÃO | 53 |
| QUADRO 10 – PROBLEMAS CAPACITADOS EM MÚLTIPLOS ESTÁGIOS | 55 |
| QUADRO 11 – SÍNTESE DOS ESTUDOS E SEUS ASPECTOS | 59 |
| QUADRO 12 – PARÂMETROS DO MODELO MMDSME | 60 |
| QUADRO 13 – VARIÁVEIS CONTÍNUAS | 61 |
| QUADRO 14 – VARIÁVEIS INTEIRAS | 61 |
| QUADRO 15 – VARIÁVEIS BINÁRIAS | 61 |
| QUADRO 16 – PARÂMETROS PARA PRODUÇÃO PARA GERAÇÃO DAS INSTÂNCIAS DE ITENS COM ESTRUTURA EM SÉRIE EM DOIS ESTÁGIOS | 70 |
| QUADRO 17 – NOMENCLATURAS UTILIZADAS PARA AS INSTÂNCIAS COM ESTRUTURA EM SÉRIE E DOIS ESTÁGIOS | 70 |
| QUADRO 18 – PARÂMETROS PARA PRODUÇÃO PARA GERAÇÃO DAS INSTÂNCIAS DE ITENS COM ESTRUTURA EM SÉRIE EM TRÊS ESTÁGIOS | 72 |
| QUADRO 19 – NOMENCLATURAS UTILIZADAS PARA AS INSTÂNCIAS COM ESTRUTURA EM SÉRIE E TRÊS ESTÁGIOS | 72 |
| QUADRO 20 – PARÂMETROS PARA PRODUÇÃO PARA GERAÇÃO DAS INSTÂNCIAS DE ITENS COM ESTRUTURA DE MONTAGEM EM DOIS ESTÁGIOS | 74 |
| QUADRO 21 – NOMENCLATURAS UTILIZADAS PARA AS INSTÂNCIAS COM ESTRUTURA EM MONTAGEM E DOIS ESTÁGIOS | 74 |
| QUADRO 22 – PARÂMETROS PARA PRODUÇÃO PARA GERAÇÃO DAS INSTÂNCIAS DE ITENS COM ESTRUTURA DE MONTAGEM EM TRÊS ESTÁGIOS | 76 |
| QUADRO 23 – NOMENCLATURAS UTILIZADAS PARA AS INSTÂNCIAS COM ESTRUTURA EM MONTAGEM E TRÊS ESTÁGIOS | 76 |

LISTA DE TABELAS

| | |
|--|----|
| TABELA 1 – RESULTADOS DOS TESTES PARA A ESTRUTURA EM SÉRIE E DOIS ESTÁGIOS | 77 |
| TABELA 2 – RESULTADOS DOS TESTES PARA A ESTRUTURA EM SÉRIE E TRÊS ESTÁGIOS | 78 |
| TABELA 3 – RESULTADOS DOS TESTES PARA A ESTRUTURA DE MONTAGEM EM DOIS ESTÁGIOS | 79 |
| TABELA 4 – RESULTADOS DOS TESTES PARA A ESTRUTURA DE MONTAGEM EM TRÊS ESTÁGIOS | 79 |
| TABELA 5 – PARÂMETROS GERAIS | 87 |
| TABELA 6 – CONJUNTO DE ITENS QUE PODEM SER PROCESSADOS | 87 |
| TABELA 7 – CONJUNTO DOS SUCESSORES IMEDIATOS | 88 |
| TABELA 8 – DEMANDA | 88 |
| TABELA 9 – CUSTO DE PRODUÇÃO | 88 |
| TABELA 10 – CUSTO DO SETUP | 89 |
| TABELA 11 – CUSTO DO MINUTO EXTRA | 89 |
| TABELA 12 – CUSTO DE RETENÇÃO DE ESTOQUES | 89 |
| TABELA 13 – LISTA TÉCNICA | 90 |
| TABELA 14 – CAPACIDADE | 90 |
| TABELA 15 – PENALIZAÇÃO ATRASO | 90 |
| TABELA 16 – LOTE MÍNIMO | 91 |
| TABELA 17 – TEMPO DE TRANSPORTE | 91 |
| TABELA 18 – QUANTIDADE MÁXIMA PERMITIDA EM ESTOQUES | 91 |
| TABELA 19 – QUANTIDADE MÁXIMA PERMITIDA EM DEMANDA NÃO ATENDIDA | 92 |
| TABELA 20 – TEMPO DE SETUP NO INÍCIO DO HORIZONTE E PLANEJAMENTO | 92 |
| TABELA 21 – TEMPO DE SETUP | 93 |
| TABELA 22 – TEMPO DE PROCESSAMENTO | 93 |
| TABELA 23 – SEQUÊNCIA DA PRODUÇÃO | 93 |
| TABELA 24 – QUANTIDADE PRODUZIDA | 94 |
| TABELA 25 – QUANTIDADE PRODUZIDA PARA ATENDER A DEMANDA | 94 |
| TABELA 26 – QUANTIDADE PRODUZIDA SEMIACABADOS | 95 |
| TABELA 27 – QUANTIDADE RETIDA EM ESTOQUES | 95 |
| TABELA 28 – QUANTIDADE DEMANDA NÃO ATENDIDA | 95 |
| TABELA 29 – MINUTOS EXTRAS | 95 |

| | |
|--|----|
| TABELA 30 – INSTANTE DE INÍCIO NA MÁQUINA | 96 |
| TABELA 31 – INSTANTE DE FIM NA MÁQUINA | 96 |
| TABELA 32 – INSTANTE DE FIM NO ESTAGIO | 97 |
| TABELA 33 – INSTANTE DE FIM NO ESTAGIO APÓS TRANSPORTE | 97 |

LISTA DE ABREVIATURAS E DE SIGLAS

| | |
|-------------------|---|
| APS | Sistemas de Planejamento Avançado |
| BOM | Lista de Materiais |
| DLSP | Problema integrado de Dimensionamento de Lotes e Sequenciamento da produção Discreto |
| ERP | Planejamento de Recursos Empresariais |
| GLSPCS | Problema integrado de Dimensionamento de Lotes e Sequenciamento da produção Geral com Perda do Estado do <i>Setup</i> |
| GLSPLS | Problema integrado de Dimensionamento de Lotes e Sequenciamento da produção Geral com Perda do Estado do <i>Setup</i> |
| GLSPPL | Problema Geral de Dimensionamento e Programação para Linhas de Produção Paralelas |
| LSPSD | Problema de Dimensionamento de Lotes e Sequenciamento da produção com a Sequência Dependente do custo do <i>setup</i> |
| MMTPEI | Modelo Matemático para Dois Estágios com Intervalo de Tempo de Permanência em Estoque Intermediário |
| MPS | Planejamento Mestre da Produção |
| MRP | Planejamento das Necessidades de Materiais |
| NP-Difícil | Não determinístico Polinomialmente - Difícil |
| PLSP | Problema integrado de Dimensionamento de Lotes e Sequenciamento da produção Proporcional |
| SC | Gestão das Cadeias de Suprimentos |
| ULS | Dimensionamento de Lotes Não Capacitado |

SUMÁRIO

| | | |
|----------|--|----|
| 1 | INTRODUÇÃO | 15 |
| 1.1 | OBJETIVOS | 17 |
| 1.1.1 | Objetivo geral | 17 |
| 1.1.2 | Objetivos Específicos | 18 |
| 1.2 | JUSTIFICATIVA | 18 |
| 2 | DEFINIÇÃO DO PROBLEMA | 19 |
| 2.1 | SISTEMA PRODUTIVO | 19 |
| 2.2 | DEFINIÇÕES DO MODELO | 20 |
| 3 | REVISÃO DA LITERATURA E TRABALHOS CORRELATOS | 24 |
| 3.1 | MODELOS MATEMÁTICOS | 24 |
| 3.1.1 | Características e Atributos Relacionadas ao Tempo | 24 |
| 3.1.1.1 | Horizonte de Planejamento | 24 |
| 3.1.1.2 | Escala do Tempo | 25 |
| 3.1.1.3 | Parâmetros | 25 |
| 3.1.1.4 | Função Objetivo | 25 |
| 3.1.1.5 | Custos | 25 |
| 3.1.1.6 | Capacidade | 25 |
| 3.1.1.7 | Número de Recursos | 26 |
| 3.1.1.8 | <i>Setup</i> | 26 |
| 3.1.2 | Características e Atributos Relacionadas ao Item | 26 |
| 3.1.2.1 | Número de itens | 26 |
| 3.1.2.2 | Restrições de Estoques | 26 |
| 3.1.2.3 | Políticas de Serviço | 26 |
| 3.2 | MODELO PARA O DIMENSIONAMENTO DE LOTES SEM CAPACIDADE (ULS) | 26 |
| 3.3 | MODELO PARA O PLANEJAMENTO MESTRE DA PRODUÇÃO (MPS) | 28 |
| 3.4 | MODELO PARA O PLANEJAMENTO DAS NECESSIDADES DE MATERIAIS (MRP) | 29 |
| 3.5 | MODELO GENÉRICO DO PROBLEMA GERAL DE DIMENSIONAMENTO DE LOTES E SEQUENCIAMENTO DA PRODUÇÃO (GGLSP) | 31 |
| 3.6 | MODELO DO PROBLEMA GERAL DE DIMENSIONAMENTO DE LOTES E SEQUENCIAMENTO DA PRODUÇÃO PARA LINHAS PARALELAS (GLSPPL) | 37 |
| 3.7 | MODELO MATEMÁTICO PARA DOIS ESTÁGIOS COM INTERVALO DE TEMPO DE PERMANÊNCIA EM ESTOQUE INTERMEDIÁRIO (MMTPEI) | 38 |
| 3.8 | TRABALHOS CORRELATOS | 47 |
| 3.8.1 | OBTENÇÃO E ANÁLISE DOS DOCUMENTOS | 47 |
| 3.8.2 | MAPA DE RELACIONAMENTOS | 50 |

| | | |
|----------|---|-----------|
| 3.8.3 | SELEÇÃO DE DOCUMENTOS | 52 |
| 3.8.4 | CLASSIFICAÇÃO DOS ESTUDOS CORRELATOS | 54 |
| 3.8.4.1 | PROBLEMA INTEGRADO DE DIMENSIONAMENTO DE LOTES E SEQUENCIAMENTO DA PRODUÇÃO CAPACITADO EM MÚLTIPLOS NÍVEIS (MLCLSP) | 55 |
| 3.8.4.2 | PROBLEMA INTEGRADO DE DIMENSIONAMENTO DE LOTES E SEQUENCIAMENTO DA PRODUÇÃO PROPORCIONAL EM MÚLTIPLOS NÍVEIS (MLPLSP) | 56 |
| 3.8.4.3 | PROBLEMA INTEGRADO DE DIMENSIONAMENTO DE LOTES E SEQUENCIAMENTO DA PRODUÇÃO GERAL EM MÚLTIPLOS NÍVEIS (MLGLSP) | 57 |
| 3.8.4.4 | PROBLEMA INTEGRADO E SINCRONIZADO DE DIMENSIONAMENTO DE LOTES E SEQUENCIAMENTO DA PRODUÇÃO EM DOIS ESTÁGIOS (SITLSP) | 57 |
| 4 | MODELO PROPOSTO | 60 |
| 5 | TESTES COMPUTACIONAIS | 68 |
| 5.1 | GERAÇÃO DE INSTÂNCIAS DE TESTE | 68 |
| 5.1.1 | Instâncias com Estrutura em Série para Dois Estágios | 69 |
| 5.1.2 | Instâncias com Estrutura em Série para Três Estágios | 69 |
| 5.1.3 | Instâncias com Estrutura de Montagem para Dois Estágios | 71 |
| 5.1.4 | Instâncias com Estrutura de Montagem para Três Estágios | 73 |
| 5.2 | RESULTADOS DOS TESTES | 75 |
| 6 | CONCLUSÕES | 80 |
| | REFERÊNCIAS | 82 |
| | APÊNDICE 1 – EXEMPLO ILUSTRATIVO | 87 |

1 INTRODUÇÃO

A tecnologia da informação tem proporcionado um ambiente cada vez mais integrado, por isso, a Gestão das Cadeias de Suprimentos (*SC - Supply Chain*) torna-se cada vez mais complexa, pois decisões como a de quanto produzir, em qual máquina e de acordo com os recursos disponíveis são frequentemente realizadas pelos gestores. Por isso, mais importante do que decidir é saber preparar essa decisão da melhor forma. Uma vez que as decisões que envolvem as cadeias de suprimentos são complexas, modelos matemáticos para abstrair a realidade são empregados, especialmente modelos de previsão de demandas e de otimização (FLEISCHMANN et al., 2008).

Devido ao grande número de alternativas atualmente disponíveis para um planejamento completo da cadeia de suprimentos, que variam desde variáveis contínuas até binárias em um ambiente onde elas ainda se combinam, torna-se difícil encontrar uma solução ótima viável. Nota-se a necessidade de encontrar meios de resolução do problema, uma forma é através dos métodos matemáticos da pesquisa operacional, pois nos ambientes onde as incertezas existem, modelos que possam abordar as características dos processos produtivos devem ser levados em consideração (FLEISCHMANN et al., 2008).

A competitividade revela-se de forma desafiadora para as empresas desenvolvedoras de softwares comerciais, que buscam a implementação de ferramentas em seus sistemas, sendo elas: Planejamento Mestre da Produção (*MPS - Master Production Scheduling*) ; Planejamento das Necessidades de Materiais (*MRP - Materials Requirements Planning*) ; Sistemas de Planejamento Avançado (*APS - Advanced Planning Systems*) .

Conforme explica Seeanner (2013) por se tratar de softwares comerciais, a forma que essa tecnologia é desenvolvida torna-se um segredo comercial. Portanto estudar modelos matemáticos para auxiliar no planejamento e controle da produção ainda se faz relevante, não somente para o contexto acadêmico mas também industrial.

Os sistemas mencionados, quando integrados ao Planejamento de Recursos Empresariais (*ERP - Enterprise Resource Planning*) buscam uma coordenação do planejamento de toda a cadeia de suprimentos, com foco em otimização, definindo alternativas, objetivos e restrições para todo o planejamento de atividades (POCHET; WOLSEY, 2006; SEEANNER, 2013).

Nas indústrias a decisão do quanto produzir em um determinado período de tempo é chamado: dimensionamento de lotes; por outro lado, a alocação dos recursos

e definição de datas e horários específicos para execução das tarefas é denominado: sequenciamento da produção. Dimensionar e sequenciar os lotes de produção faz parte das decisões que precisam ser tomadas na gestão da cadeia de suprimentos.

O objeto deste estudo é o problema integrado de dimensionamento de lotes e sequenciamento da produção, que pode ser encontrado no planejamento da produção de empresas de manufatura. As aplicações ocorrem em indústrias, onde o processo é por bateladas como por exemplo de fundição e em fábricas de acessórios de borracha. De mesmo modo em indústrias de fluxo contínuo, tais como papel e celulose, fabricação de bebidas, cimento, processamento de comida, lingotamento contínuo de chapas de aço, embalagens de vidro e fabricação de açúcar (RAMYA et al., 2019).

Embora o dimensionamento de lotes e o sequenciamento da produção sejam problemas distintos, pode-se afirmar que as decisões tomadas em um pode afetar o desempenho e a eficiência do outro. A integração reside na necessidade de coordenar as decisões relacionadas ao dimensionamento de lotes com o sequenciamento da produção.

No problema integrado de dimensionamento de lotes e sequenciamento da produção o objetivo é otimizar simultaneamente o dimensionamento de lotes e o sequenciamento da produção, levando em consideração múltiplos critérios e restrições. As decisões tomadas em uma fase afetam diretamente a outra, criando uma rede complexa de dependências. A decisão de produzir um lote afeta não apenas os custos associados, mas também a disponibilidade de recursos e o sequenciamento da produção. Da mesma forma, o sequenciamento da produção influencia o momento e o tamanho dos lotes a serem produzidos.

Os modelos matemáticos para resolução do problema em questão tornam-se mais complexos quando incorporada características como: capacidade limitada da produção, pois a fábrica pode ter limitações de recursos ou espaço físico o que pode gerar gargalos; restrições de estoques que impõem limites aos níveis permitidos; prioridades de produção de um item por questões de negócio; variações na demanda; minimização de custos de produção e armazenagem; maximização da utilização dos recursos; cumprir o prazo de entrega prevista.

Para resolução dos modelos a adoção de abordagens avançadas, como técnicas de programação linear, heurísticas e algoritmos de otimização, desempenham um papel fundamental na busca por soluções que equilibrem as decisões de dimensionamento de lotes e sequenciamento da produção de forma integrada.

Diversos autores já propuseram modelos matemáticos integrados de dimensionamento de lotes e sequenciamento da produção, sendo eles: Problema integrado de Dimensionamento de Lotes e Sequenciamento da produção Discreto (*DLSP* -

Discrete Lotsizing and Scheduling Problem) de Fleischmann (1990); Problema integrado de Dimensionamento de Lotes e Sequenciamento da produção Proporcional (*PLSP - Proportional Lotsizing and Scheduling Problem*) de Drexl e Haase (1995); Problema integrado de Dimensionamento de Lotes e Sequenciamento da produção com a Sequência Dependente do custo do *setup* (*LSPSD - Lot Sizing and Scheduling Problem with Sequence Dependent setup costs and times*) de Haase (1996); Problema integrado de Dimensionamento de Lotes e Sequenciamento da produção Geral com Perda do Estado do *Setup* (*GLSPLS - General Lotsizing and Scheduling Problem with Loss of Setup state*) de Fleischmann e Meyr (1997); Problema integrado de Dimensionamento de Lotes e Sequenciamento da produção Geral com Conservação do Estado do *Setup* (*GLSPCS - General Lotsizing and Scheduling Problem with Conservation Setup state*) de Fleischmann e Meyr (1997). Copil et al. (2017) explicam que tais modelagens abordam decisões de dimensionamento de lotes e de sequenciamento da produção com objetivo de minimizar a soma dos custos de *setup* e de manter quantidades em estoque, elas consideram datas de entrega e capacidades finitas.

O modelo que é proposto nesta dissertação baseia-se nos já existentes na literatura, os quais serviram de base para o desenvolvimento da variante proposta neste estudo. Este estudo é composto por seis capítulos, sendo que no Capítulo 2 apresenta-se a definição do problema, no Capítulo 3 uma revisão bibliográfica apresenta trabalhos correlatos ao tema, no Capítulo 4 é apresentado o modelo proposto, no Capítulo 5 apresentam-se os testes computacionais e por fim no Capítulo 6 concluí-se o trabalho.

Após a realização da revisão, observa-se que diversos trabalhos têm se concentrado em modelos com estrutura dos itens sendo multinível em uma única máquina ou em máquinas em série. Entretanto, o que se destaca na literatura recente é o avanço das pesquisas em direção a modelos de dois estágios, nos quais cada estágio envolvem máquinas paralelas. Com o objetivo de contribuir para esse campo, este estudo visa desenvolver uma modelagem matemática que aborde as características de ambientes produtivos de múltiplos estágios, nos quais itens acabados dependem de itens semiacabados para sua produção. Além disso, considera-se a possibilidade de venda de itens semiacabados.

1.1 OBJETIVOS

1.1.1 Objetivo geral

Propor um modelo matemático de otimização para o problema integrado de dimensionamento de lotes e sequenciamento da produção em múltiplos estágios, fazendo uso da Programação Linear Inteira Mista, baseando-se em uma revisão da literatura.

1.1.2 Objetivos Específicos

- a) Desenvolver um modelo matemático de Programação Linear Inteira Mista com base na literatura estudada;
- b) Abordar característica da produção onde o item acabado necessita da produção de semiacabados, para isso considerar a necessidade de que nos estágios anteriores sejam produzidos semiacabados dos itens do estágio seguinte e um tempo de transporte *lead time* antes da liberação do item semiacabado para o próximo estágio produtivo;
- c) Realizar testes computacionais com o modelo proposto.

1.2 JUSTIFICATIVA

Os esforços das empresas para reduzirem os custos do seu processo produtivo e programarem a produção de forma otimizada têm crescido nas últimas décadas. Alguns fatores que dificultam essa busca incluem o tempo gasto pelos tomadores de decisão e a falta de ferramentas voltadas para o processo produtivo. Além disso, adversidades externas, como crises, avanços tecnológicos e novas metodologias de gestão da produção, também causam impactos significativos nas cadeias de suprimentos.

Ao longo das últimas décadas, os pesquisadores vêm desenvolvendo diversas modelagens integradas de dimensionamento de lotes e sequenciamento da produção, levando em consideração a capacidade das máquinas, facilidades ou centros de trabalho.

Portanto, o presente estudo visa contribuir adicionando uma nova variação que incorpore no modelo matemático a sincronia da produção dos itens semiacabados com os acabados entre os estágios. Nessa variação, também é considerado que itens semiacabados podem ser vendidos. Dessa forma, este estudo contribuirá para a já extensa gama de problemas abordados.

Também é importante ressaltar que o avanço tecnológico permite o desenvolvimento e a resolução de problemas cada vez mais complexos, graças à capacidade computacional, *solvers* e linguagens de programação atuais. Isso possibilita a criação de modelagens de programação linear inteira mista e heurísticas com soluções ótimas ou próximas da otimalidade, alcançando *gaps* cada vez menores e tempos de resolução razoáveis.

2 DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

Este capítulo divide-se em duas seções: na primeira é descrito o sistema produtivo que é considerado neste estudo; na segunda é detalhada as definições do modelo para atender as restrições do sistema produtivo.

2.1 SISTEMA PRODUTIVO

O modelo proposto nesta dissertação foi desenvolvido com base no sistema produtivo descrito no documento do concurso promovido em 2010 pela *Association of Latin-Iberoamerican Operational Research Societies (ALIO)* e pela *Kimberly-Clark Corporation - Latin American Operation (KCC - LAO)*.

O estudo conduzido por Segarra (2011) descreve o ambiente produtivo para um problema real de otimização. Para um melhor entendimento uma breve contextualização desse sistema produtivo será explicado a seguir.

As matérias-primas são adquiridas de fornecedores e processos externos para produzir um item manufaturado, a manufatura ocorre em múltiplos estágios, no primeiro as entradas consistem em matérias-primas, já nos subsequentes as entradas são os itens semiacabados; igualmente, saídas de cada estágio consistem de itens semiacabados, exceto para o último, pois nele o item acabado é processado.

Assim que um item semiacabado é produzido ele é enviado para o estágio subsequente, existindo um *lead time* de transporte conhecido, após esse período o item torna-se disponível para ser processado, ou seja, existe um tempo de transporte, em minutos, para mover um determinado item de um estágio para o outro.

Em cada estágio existem máquinas com capacidades definidas e a produção de um determinado item só pode acontecer se todas entradas do estágio anterior estiverem disponíveis. As máquinas não são especializadas e existe uma sequência dependente do custo e tempo de *setup* associado com a produção de cada item.

O dimensionamento de lotes e sequenciamento da produção deve ser realizado para cada estágio levando em conta que a próxima entrada do estágio deve estar disponível para a próxima produção.

A saída de um estágio é produzida usando entradas manufaturadas no estágio anterior, por isso existe a necessidade das entradas inventariadas estarem disponíveis. Assim que um produto semiacabado estiver pronto, ele é automaticamente enviado para o próximo estágio de produção; portanto, o inventário de um item semiacabado é mantido no estágio subsequente de onde foi produzido, esse processo ocorre de

maneira contínua.

As restrições associadas com máquinas e itens são as seguintes:

- a) Capacidade da máquina não deve ser excedida;
- b) Somente os itens que podem ser feitos em cada máquina devem ser programados;
- c) Vendas diárias não podem exceder previsões de vendas e próximos pedidos pendentes;
- d) Saída em um estágio específico não pode ser feita se a entrada não estiver disponível no inventário.

2.2 DEFINIÇÕES DO MODELO

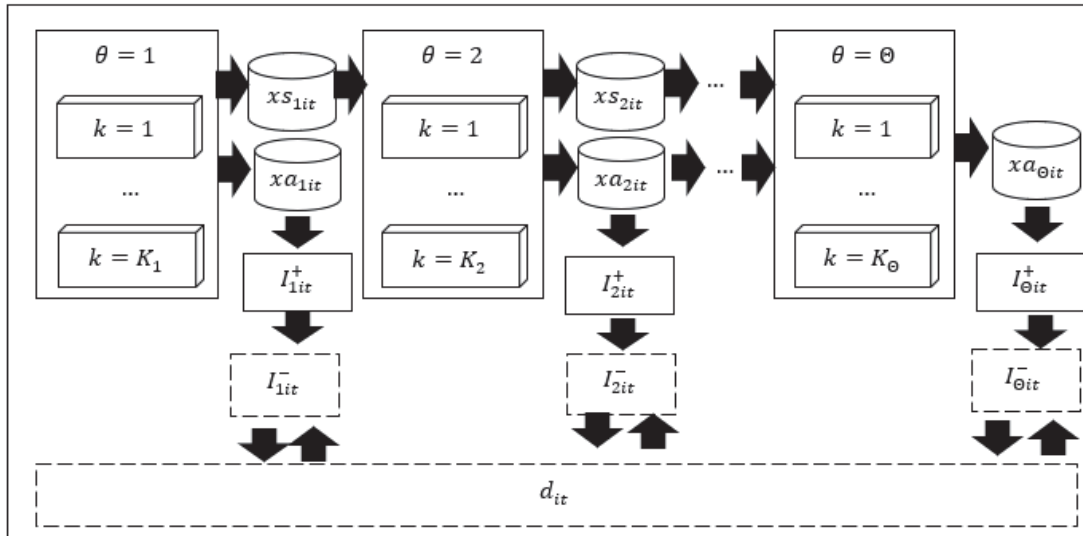
Uma vez que foi explicado o sistema produtivo, pode-se realizar um maior aprofundamento nas definições para o modelo proposto que apresenta-se no Capítulo 4; portanto, define-se o número de itens incluindo acabados e semiacabados como N , o número de macro períodos (em dias) do horizonte de planejamento como T e o número de estágios de produção como Θ .

Um item $i \in \{1, \dots, N\}$, pode ser um semiacabado ou acabado, que possui sua demanda d_{it} , onde $t \in \{1, \dots, T\}$, representa os macro períodos do horizonte de planejamento. A manufatura dos itens acontece em um sistema produtivo de múltiplos estágios $\theta \in \{1, \dots, \Theta\}$, em cada estágio existem máquinas paralelas distintas $k \in \{1, \dots, K_\theta\}$.

O Conjunto de itens que podem ser produzidos em cada máquina de cada estágio é dado por N_{K_θ} , ou seja, como cada estágio possui máquinas paralelas distintas, é necessária uma lista indicando quais itens podem ser produzidos nela. Entre os estágios existem estoques de materiais em processo indicado pela variável $x_{S\theta it}$. A demanda existe tanto para itens semiacabados quanto acabados, portanto, neste estudo considera-se que um item semiacabado também pode ser vendido. A quantidade de pedidos pendentes também é permitida e é armazenada na variável $I_{\theta it}^-$. Conforme ilustrado na FIGURA 1, o sistema produtivo deste trabalho omite a compra de matérias-primas, portanto assume-se que o pedido de compra chega imediatamente sem nenhum custo, desse modo o fluxo do material acontece transformando matérias-primas em semiacabados que são produzidos em seu determinado estágio, exceto no último que produz apenas itens acabados.

O horizonte de planejamento é representado por T macro períodos (número de dias). Cada macro período é dividido em micro períodos $s \in \{1, \dots, S\}$, que variam

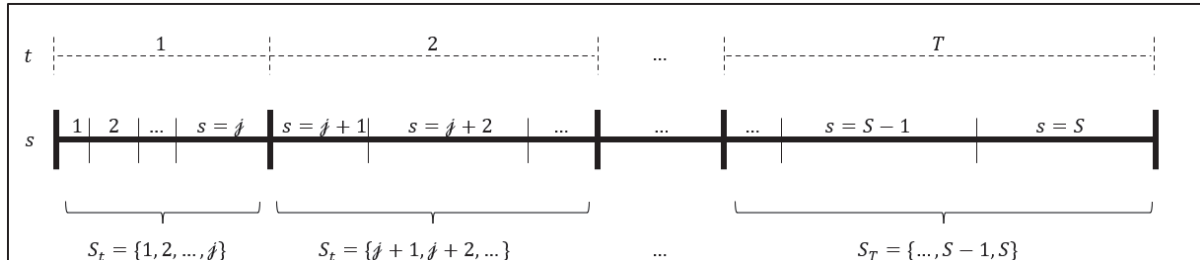
FIGURA 1 – REPRESENTAÇÃO DO SISTEMA PRODUTIVO



FONTE: O autor (2023).

de acordo com a produção dos lotes dos itens, caso não exista uma produção o micro período será nulo. O conjunto S_t define quais micro períodos estão contidos no macro período t , conforme ilustra a FIGURA 2.

FIGURA 2 – DEFINIÇÃO DE MICRO PERÍODOS

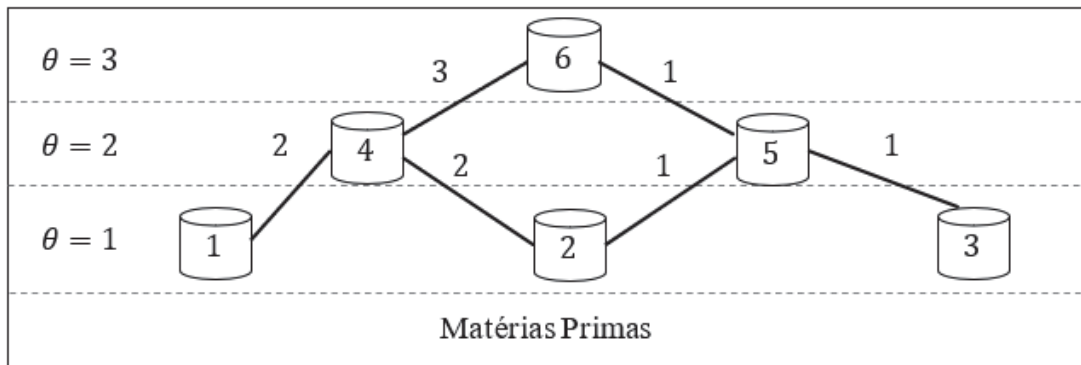


FONTE: O autor (2023).

A estrutura dos itens é multinível, podendo ser uma estrutura em série, montagem ou geral. A produção dos itens acontece em vários estágios produtivos; por isso, o item $j \in \Lambda_{\theta i}$ representa o conjunto dos sucessores imediatos de um item i no estágio θ . Um exemplo de uma estrutura é apresentado na FIGURA 3, ela ilustra a estrutura de um produto de três níveis, considera-se que cada nível da estrutura do produto é produzido em um estágio diferente, no estágio 1 apenas os itens 1, 2 e 3 são produzidos, já no estágio 2 apenas os itens 4 e 5 podem ser produzidos e eles fazem uso dos itens semiacabados 1, 2 e 3 do estágio 1, por fim no estágio 3 apenas o item 6 pode ser produzido fazendo uso dos itens 4 e 5 do estágio 2. Portanto, os sucessores imediatos do item 1 no estágio 2 é dado por $\Lambda_{21} = \{4\}$, os sucessores imediatos do item 4 no estágio 3 é dado por $\Lambda_{34} = \{6\}$ e os demais itens seguem de forma análoga.

A quantidade necessária do item i para produzir uma unidade do item j , é dada por Γ_{ji} . A FIGURA 3 ilustra a estrutura de um item, onde a quantidade do item 1 para

FIGURA 3 – ESTRUTURA DOS ITENS

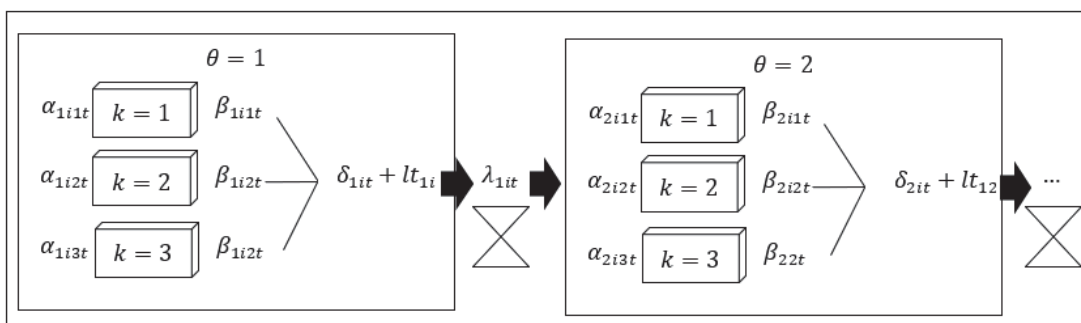


FONTE: O autor (2023).

produzir uma unidade do item 4 é igual a 2, já a quantidade do item 4 para produzir o 6 é igual a 3, de mesmo modo que $\Gamma_{41} = 2$ e $\Gamma_{64} = 3$, os demais itens seguem o mesmo racional.

Este estudo também considera sincronia dos lotes entre os estágios e um tempo de transporte entre eles. Para que isso aconteça, a variável $\alpha_{\theta ikt}$ armazena os instantes (em minutos) de início da produção de cada estágio, máquina e macro período, no entanto é necessário saber o instante de término do lote e isso é feito através da variável $\beta_{\theta ikt}$, ambas variáveis apresentam início e término dos lotes nas máquinas, entretanto um item i pode ser produzido em mais de uma máquina ou mais de uma vez, dependendo se aquele item pode ou não ser produzido naquela máquina daquele estágio o que é imposto pelo conjunto $N_{K\theta}$, ou seja para que a liberação do lote seja realizada é necessário acrescentar uma variável $\delta_{\theta it}$, que tem a função de calcular o término do item naquele estágio, ou seja o lote só está disponível após a última conclusão das máquinas, conforme demonstra a FIGURA 4. Como existe um tempo de transporte (*lead time*) conhecido, dado por lt_{it} , então é necessário somar o tempo de término do lote $\delta_{\theta it}$ a esse tempo de transporte, por fim o instante em que o lote estará disponível para a produção no próximo estágio é representado pela variável $\lambda_{\theta it}$.

FIGURA 4 – REPRESENTAÇÃO DA SINCRONIA ENTRE OS ESTÁGIOS



FONTE: O autor (2023).

Para encontrar modelos que incorporem as características descritas neste

capítulo, será realizado no próximo capítulo um levantamento de modelos integrados de dimensionamento de lotes em múltiplos estágios, afim de identificar trabalhos que já trataram desse tema.

3 REVISÃO DA LITERATURA E TRABALHOS CORRELATOS

Este capítulo tem como objetivo elucidar os aspectos dos modelos para o problema de dimensionamento de lotes e sequenciamento da produção. Serão abordadas as características básicas dos modelos, apresentados modelos para ambientes de máquinas únicas e máquinas paralelas, e, ao final, será explicado o modelo que reúne todas as características dos anteriores, voltado para o tema proposto neste estudo, o qual apresenta-se no Capítulo 4.

3.1 MODELOS MATEMÁTICOS

Um estudo pioneiro de dimensionamento de lotes foi realizado por Wagner e Whitin (1958), eles desenvolveram uma modelagem matemática considerando uma demanda dinâmica, bem como estoques e custo de *setup* ao longo de um determinado período, desenvolveram para a resolução do modelo um algoritmo, atingindo por meio desse a minimização do custo total da produção. Desde então, novas classes do problema de dimensionamento de lotes foram desenvolvidas, como por exemplo no estudo de Bitran e Yanasse (1982), onde além de propor classificações estudaram a complexidade computacional do dimensionamento de lotes, sob condições de um problema de máquina única e item único, concluindo que o mesmo podia ser resolvido em tempos polinomiais, já no caso de dois itens o problema se tornou NP-Difícil.

As características dos modelos matemáticos dividem-se em duas, a primeira está relacionada ao tempo e a segunda ao item. Os autores Ramya et al. (2019) conduziram um estudo que explica tais aspectos e os mesmos serão descritos a seguir, nesta seção.

3.1.1 Características e Atributos Relacionadas ao Tempo

3.1.1.1 Horizonte de Planejamento

Modelos de dimensionamento de lotes são desenvolvidos para planejar a produção com base em um horizonte de planejamento que pode ser finito ou infinito. Um horizonte finito, quer dizer que a demanda do item pode variar em cada período (demanda dinâmica). Já no planejamento com horizonte infinito a demanda é constante (demanda estacionária). Existe ainda uma variante que é chamada de horizonte rolante que é usada quando existem incertezas nos dados obtidos de cada período.

3.1.1.2 Escala do Tempo

Uma escala contínua ou discreta pode ser usada. Quando se assume uma escala de tempo discreta, ela tem grandes ou pequenos períodos que podem ser uniformes ou não. Geralmente o tempo uniforme é assumido por padrão. Os períodos são classificados como pequenos (*small-time buckets*) ou grandes (*big-time buckets*). Nos modelos do tipo *small-time buckets* apenas um ou dois itens são produzidos em um período, por outro lado modelos assumindo *big-time buckets* permitem mais do que dois itens por período.

3.1.1.3 Parâmetros

Alguns dos parâmetros mais comuns nos modelos são por exemplo capacidade produtiva, parâmetros que envolvem custos, coeficientes de produção, tempo de *setup* dentre outros. Eles podem variar ou não ao longo do tempo. Quando é considerado um modelo estocástico, considera-se uma incerteza futura que é incorporada no planejamento da produção.

3.1.1.4 Função Objetivo

Ela poderá conter a minimização de vários custos, como por exemplo de *setup*, atraso de pedidos, inventários, vendas perdidas dentre outros. Objetivos relacionados ao tempo também podem ser usados como por exemplo minimização do tempo total de conclusão ou atraso máximo.

3.1.1.5 Custos

Os custos envolvidos são os de *setup*, custos para manter quantidades em estoque, custos de atraso de pedidos, custos de produção dentre outros. O custo de *setup* acontece sempre que a produção de um novo tipo de item é feita, então é necessário a preparação da máquina para próxima produção. Por isso um custo envolvido nesse processo pode variar de acordo com a sequência da produção.

3.1.1.6 Capacidade

A capacidade dos recursos pode ser considerada finita ou infinita. Nos problemas de dimensionamentos de lotes que possuem capacidade finita, uma capacidade extra pode ser adicionada com um determinado custo de penalização. Os modelos que possuem capacidade são mais difíceis de serem resolvidos.

3.1.1.7 Número de Recursos

O planejamento da produção considera que seja usado um ou mais recursos, quando ele é compartilhado entre duas operações emprega-se o termo recursos paralelos, no caso de uma operação precisar de dois recursos usa-se o termo múltiplos recursos.

3.1.1.8 Setup

Quando um item é configurado para ser produzido em uma estação de trabalho ou linha de produção, existirá associado um tempo de *setup* e um custo de *setup*. Eles podem exigir um tempo maior ou menor para serem configurados dependendo se o item é da mesma família. O custo e o tempo do *setup*, podem ainda variar de acordo com a sequência no qual esses itens são produzidos.

3.1.2 Características e Atributos Relacionadas ao Item

3.1.2.1 Número de itens

Pode ser considerado nos problemas de dimensionamentos de lotes uma produção com um ou múltiplos itens. Além disso também poderá existir a lista de materiais (BOM – *Bill Of Materials*) que contém a estrutura do item existindo nela um ou mais níveis, com uma estrutura de precedência e sucessão. Quando existir apenas um nível, significa que existem apenas matérias-primas na composição do item, já no caso de ser uma estrutura com vários níveis, isso implicará na necessidade da produção itens semiacabados, que podem ser processados: por uma ou mais linha de produção; um ou mais estágios produtivos com diversas linhas de produção.

3.1.2.2 Restrições de Estoques

Os inventários de estoque podem conter limitantes superiores como por exemplo a capacidade de armazenagem. Assim como limitantes inferiores, tais como estoque de segurança.

3.1.2.3 Políticas de Serviço

Essas políticas estão relacionadas a demanda, diz respeito se a empresa assumirá ou não atrasos na quantidade solicitada ou ainda perda de vendas.

3.2 MODELO PARA O DIMENSIONAMENTO DE LOTES SEM CAPACIDADE (ULS)

Os modelos podem ou não ser capacitados, o que significa que a capacidade associada a um período (minutos, horas, etc.) pode ser limitada ou ilimitada. Por

exemplo, assume-se que o tempo de produção de uma determinada linha de produção é limitado (POCHET; WOLSEY, 2006). Outra abordagem é considerar que não existe tal capacidade no modelo, o que significa que o tempo disponível para a realização de alguma atividade é ilimitado.

QUADRO 1 – SIMBOLOGIAS PARA O MODELO ULS

| Simbologia | | Descrição |
|---------------------|-------------------------|---|
| Índices e conjuntos | $t \in \{1, \dots, T\}$ | Horizonte de planejamento. |
| Parâmetros | I_0 | Quantidade (em unidades) do estoque no início do horizonte de planejamento. |
| | d_t | Demanda (em unidades) para o período t . |
| | c_t | Custo da produção de uma unidade no período t . |
| | sc_t | Custo de preparação (<i>setup</i>) no período t . |
| | h_t | Custo para manter uma unidade do material em estoque no período t . |
| | M | Número suficientemente grande. |
| Variáveis | x_t | Quantidade produzida (em unidades) no período t . |
| | y_t | 1 se ocorre preparação (<i>setup</i>) no período t 0 caso contrário. |
| | I_t | Quantidade (em unidades) no estoque no final do período t . |

FONTE: Adaptado de Pochet e Wolsey (2006).

Os parâmetros e variáveis do modelo para o Dimensionamento de Lotes Não Capacitado (*ULS - Uncapacitated Lot-Sizing problem*) são apresentados no QUADRO 1. Este é um modelo de único item, não capacitado, desse modo omite-se a capacidade das máquinas.

Modelo ULS:

$$\text{Min } Z = \sum_{t=1}^T (c_t \cdot x_t + sc_t \cdot y_t + h_t \cdot I_t) \quad (3.1)$$

s.a.

$$I_{(t-1)} + x_t = d_t + I_t \quad \forall t \in \{1, \dots, T-1\} \quad (3.2)$$

$$I_0 = I_T = 0 \quad (3.3)$$

$$x_t \leq M \cdot y_t \quad \forall t \quad (3.4)$$

$$x_t, I_t \geq 0 \quad \forall t \quad (3.5)$$

$$y_t \in \{0, 1\} \quad \forall t \quad (3.6)$$

A função objetivo (3.1) minimiza os custos de produção, *setup* e inventário. O conjunto de restrições (3.2) impõe o fluxo dos estoques. O conjunto de restrições (3.3) garante que o estoque inicial e final esteja sem inventário. O conjunto de restrições (3.4) impõe que o *setup* seja realizado apenas se houver produção naquele período. As restrições (3.5) e (3.6) são dos domínios das variáveis.

Como o modelo ULS não considera capacidades, existirá uma limitação caso o tomador de decisão esteja interessado em saber se será possível atender à demanda dos itens de acordo com uma determinada capacidade produtiva. Para tanto, será apresentado na próxima seção o modelo MPS.

3.3 MODELO PARA O PLANEJAMENTO MESTRE DA PRODUÇÃO (MPS)

Os parâmetros e variáveis do modelo MPS são apresentados no Quadro 2. Este modelo é conhecido como modelo capacitado multi-item e estrutura do item em único nível. Pode ser usado para calcular a quantidade de itens acabados de acordo com a capacidade das máquinas disponíveis (POCHET; WOLSEY, 2006).

QUADRO 2 – SIMBOLOGIAS PARA O MODELO MPS

| Simbologia | | Descrição |
|---------------------|-------------------------|--|
| Índices e conjuntos | $t \in \{1, \dots, T\}$ | Horizonte de planejamento. |
| | $i \in \{1, \dots, N\}$ | Itens. |
| | $k \in \{1, \dots, K\}$ | Máquinas. |
| Parâmetros | I_{i0} | Quantidade do item i no início do horizonte de planejamento. |
| | d_{it} | Demanda (em unidade) do item i no período t . |
| | c_{it} | Custo para produzir o item i no período t . |
| | sc_{it} | Custo de <i>setup</i> do item i no período t . |
| | h_{it} | Custo para manter o material i em estoque no período t . |
| | M | Número suficientemente grande. |
| | tp_{ik} | Tempo necessário para produzir o item i na máquina k . |
| | st_{ik} | Tempo de preparação quando ocorre a troca do item i na máquina k . |
| Variáveis | Cap_{kt} | Capacidade da máquina k (tempo) no período t . |
| | x_{it} | Quantidade do item i produzida no período t . |
| | y_{it} | 1 se ocorre o <i>setup</i> do item i no período t . |
| | I_{it} | Quantidade em estoque do item i no final do período t . |

FONTE: Adaptado de Pochet e Wolsey (2006).

Modelo MPS:

$$\text{Min } Z = \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^N (c_{it} \cdot x_{it} + sc_{it} \cdot y_{it} + h_{it} \cdot I_{it}) \quad (3.7)$$

s.a.

$$I_{i(t-1)} + x_{it} = d_{it} + I_{it} \quad \forall i, t \quad (3.8)$$

$$x_{it} \leq M \cdot y_{it} \quad \forall i, t \quad (3.9)$$

$$\sum_{i=1}^N tp_{ik} \cdot x_{it} + \sum_{i=1}^N st_{ik} \cdot y_{it} \leq Cap_{kt} \quad \forall t, k \quad (3.10)$$

$$x_{it}, I_{it} \geq 0 \quad \forall i, t \quad (3.11)$$

$$y_{it} \in \{0, 1\} \quad \forall i, t \quad (3.12)$$

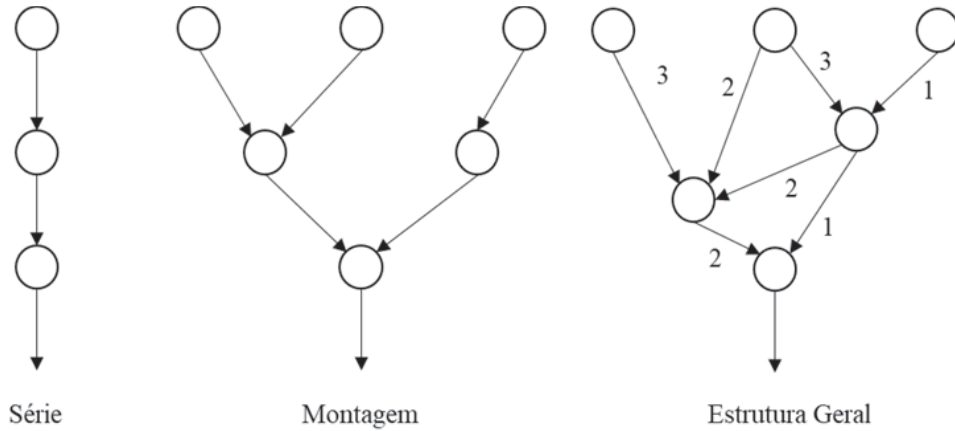
O objetivo (3.7) é minimizar os custos de produção, *setup* e inventário. O conjunto de restrições (3.8) impõem o fluxo dos estoques. O conjunto de restrições (3.9) garante que se houver a produção haverá também um tempo de preparação do item. O conjunto de restrições (3.10) expressa a capacidade de cada recurso k em cada período t . O conjunto de restrições (3.11) e (3.12) são do domínio das variáveis.

O modelo MPS é aplicável a itens que possuem um único nível na sua estrutura; no entanto, caso o ambiente produtivo do tomador de decisão envolva a produção de um item acabado que depende da produção de um item semiacabado, pelo motivo da estrutura do item acabado ser multinível, o modelo MPS pode apresentar limitações. Portanto, na próxima seção, será explicado o modelo MRP.

3.4 MODELO PARA O PLANEJAMENTO DAS NECESSIDADES DE MATERIAIS (MRP)

Apresentam-se no QUADRO 3 os parâmetros e variáveis para o modelo MRP, que é capacitado com múltiplos itens e com estrutura do item em múltiplos níveis, ele visa não somente a produção dos itens acabados, mas também dos semiacabados, nesse caso faz-se necessário o uso da Lista de Materiais (*BOM - Bill Of Materials*)

FIGURA 5 – TIPOS DE ESTRUTURA DE ITENS EM MODELOS MULTINÍVEL



FONTE: Adaptado de Pochet e Wolsey (2006)..

QUADRO 3 – SIMBOLOGIAS PARA O MODELO MRP

| Simbologia | | Descrição |
|---------------------|----------------------------|--|
| Índices e conjuntos | $t \in \{1, \dots, T\}$ | Horizonte de planejamento. |
| | $i, j \in \{1, \dots, N\}$ | Itens. |
| | $k \in \{1, \dots, K\}$ | Máquinas. |
| Parâmetros | I_{i0} | quantidade do item i no início do horizonte de planejamento. |
| | γ_i | Tempo de espera (<i>lead time</i>) necessário para produzir ou entregar o lote do item i . |
| | Λ_i | Sucessores j do item i . |
| | Γ_{ij} | Quantidade (em unidades) necessária do item i para produção de uma unidade do item j . |
| | d_{it} | Demanda (em unidade) do item i no período t . |
| | c_{it} | Custo para produzir o item i no período t . |
| | sc_{it} | Custo de <i>setup</i> do item i no período t . |
| | h_{it} | Custo para manter o material i em estoque no período t . |
| | M | Número suficientemente grande. |
| | tp_{ik} | Tempo necessário para produzir o item i na máquina k . |
| | st_{ik} | Tempo de preparação quando ocorre a troca o item i na máquina k . |
| Variáveis | x_{it} | Quantidade do item i produzida no período t . |
| | y_{it} | 1 se ocorre o <i>setup</i> do item i no período t . |
| | I_{it} | Quantidade em estoque do item i no final do período t . |

FONTE: Adaptado de Pochet e Wolsey (2006).

(conforme FIGURA 5) para considerar na programação os diversos níveis da estrutura do item acabado.

Modelo MRP:

$$\text{Min } Z = \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^N (c_{it} \cdot x_{it} + s_{c_{it}} \cdot y_{it} + h_{it} \cdot I_{it}) \quad (3.13)$$

s.a.

$$I_{i(t-1)} + x_{i(t-\gamma_i)} = \left[d_{it} + \sum_{j \in \Lambda_i} \Gamma_{ij} \cdot x_{jt} \right] + I_{it} \quad \forall i, t \quad (3.14)$$

$$x_{it} \leq M \cdot y_{it} \quad \forall i, t \quad (3.15)$$

$$\sum_{i=1}^N t_{p_{ik}} \cdot x_{it} + \sum_{i=1}^N s_{t_{ik}} \cdot y_{it} \leq Cap_{kt} \quad \forall t, k \quad (3.16)$$

$$x_{it}, I_{it} \geq 0 \quad \forall i, t \quad (3.17)$$

$$y_{it} \in \{0, 1\} \quad \forall i, t \quad (3.18)$$

A função objetivo (3.13) minimiza os custos de produção, *setup* e inventário. O conjunto de restrições (3.14) além de fazer o balanceamento de estoques também garante que seja feita a produção dos itens acabados que usam o item i como semi-acabado. O conjunto de restrições (3.15) garante que se houver a produção haverá também um tempo de *setup* envolvido. O conjunto de restrições (3.16) expressa a capacidade de cada recurso k em cada período t . Os conjuntos (3.11) e (3.18) impõem o domínio das variáveis.

Embora este modelo seja para múltiplos itens e estrutura do item acabado em múltiplos níveis, ele não leva em consideração custos dependentes da sequência de produção. Esses custos ocorrem quando há a necessidade de trocar um item por outro na máquina, e essa troca leva um tempo que depende do item que está sendo trocado. Caso essa situação esteja presente no ambiente produtivo, os modelos apresentados até agora têm limitações. Portanto, na próxima seção, será explicado o modelo gGLSP.

3.5 MODELO GENÉRICO DO PROBLEMA GERAL DE DIMENSIONAMENTO DE LOTES E SEQUENCIAMENTO DA PRODUÇÃO (GGLSP)

Para os modelos de programação inteira mista o horizonte de planejamento é discretizado e dessa forma os modelos para o problema integrado de dimensionamento

QUADRO 4 – SIMBOLOGIAS DO MODELO GGLSP

| Simbologia | | Descrição |
|---------------------|----------------------------|--|
| Índices e conjuntos | $t \in \{1, \dots, T\}$ | Horizonte de planejamento que consiste em macro períodos. |
| | $i, j \in \{0, \dots, N\}$ | Itens, onde 0 é o estado neutro. |
| | $s \in \{s, \dots, S\}$ | Todos os micro períodos colocados em ordem. |
| Parâmetros | S_t | Conjunto de micro períodos dentro de um macro período t . |
| | Cap_t | Capacidade (tempo) disponível no macro período t . |
| | tp_j | Capacidade de consumo (tempo) necessário para produzir uma unidade do item j . |
| | lm_j | Quantidade (unitária) mínima do lote do item j se produzido. |
| | h_j | Custo (por unidade e por macro período) para manter em estoque o item j . |
| | sc_{ij} | Custo de <i>setup</i> para troca do item i para o item j . |
| | st_{ij} | Tempo de <i>setup</i> para troca do item i para o j . |
| | d_{jt} | Demanda (em unidades) para o item j no macro período t . |
| | I_{j0} | Estoque inicial (em unidades) do item j no início do horizonte de planejamento. |
| | y_{j0} | 1 se o item j está configurado para ser produzido início do horizonte de planejamento, 0 caso contrário. |
| | pc_j | Custo de espera, (por tempo) para preservar o estado do <i>setup</i> do item j na produção do recurso. |
| Variáveis | I_{jt} | Inventário do item (em unidades) j no fim do macro período t . |
| | x_{js} | Quantidade do item (em unidades) j produzido no micro período s . |
| | \bar{x}_{js} | Quantidade de tempo que o item j ficou com o estado do <i>setup</i> preservado no micro período s . |
| | z_{js} | Estado do <i>setup</i> , 1 se o item j está configurado no micro período s , 0 caso contrário. |
| | y_{ijs} | 1 se a troca do item i para o item j acontece no início do micro período s , 0 caso contrário |

FONTE: Adaptado de Copil et al. (2017).

de lotes e sequenciamento da produção são separados em períodos chamados de *buckets*, eles se diferenciam de acordo com o seu tamanho, podendo ocorrer em um grande período *big-time bucket*, ou em curtos períodos *small-time bucket*.

Uma abordagem para o problema integrado de dimensionamento de lotes e sequenciamento da produção com a sequência dependente do custo de *setup* (preparação da máquina) foi realizada por Haase e Kimms (2000) eles consideraram um cenário de um estágio e uma máquina, contribuíram com a formulação de uma Programação Linear Inteira Mista que chamaram de Problema de Dimensionamento de Lotes e Sequenciamento da produção com a Sequência Dependente do custo do *setup* (*LSPSD - Lot Sizing and Scheduling Problem with Sequence Dependent setup costs and times*).

Copil et al. (2017) elaboraram um trabalho onde revisou-se as modelagens já existente na literatura, para tanto propuseram uma classificação utilizando um modelo baseado no Problema Geral de Dimensionamento de Lotes e Sequenciamento da produção (*GLSP - General Lot Sizing and Scheduling Problem*), chamando esse modelo de modelo genérico do Problema Geral de Dimensionamento de Lotes e Sequenciamento da produção *gGLSP*. Os parâmetros e variáveis do modelo são apresentados no QUADRO 4.

Modelo *gGLSP*:

$$\text{Min } Z = \sum_{s=1}^S \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^N sc_{ij} \cdot y_{ijs} + \sum_{j=1}^N \sum_{t=1}^T h_j \cdot I_{jt} + \sum_{j=0}^N \sum_{s=1}^S pc_j \cdot \bar{x}_{js} \quad (3.19)$$

s.a.

$$I_{jt} = I_{j(t-1)} + \sum_{s \in S_t} x_{js} - d_{jt} \quad \forall t, j > 0 \quad (3.20)$$

$$\sum_{j=0}^N \sum_{s \in S_t} (tp_j \cdot x_{js} + \bar{x}_{js}) + \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^N \sum_{s \in S_t} st_{ij} \cdot y_{ijs} = Cap_t \quad \forall t \quad (3.21)$$

$$tp_j \cdot x_{js} + \bar{x}_{js} \leq Cap_t \cdot z_{js} \quad \forall j, t, s \in S_t \quad (3.22)$$

$$x_{js} \geq lm_j(z_{js} - z_{j(s-1)}) \quad \forall j, s \quad (3.23)$$

$$\sum_{j=0}^N z_{js} = 1 \quad \forall s \quad (3.24)$$

$$y_{ijs} \geq z_{i(s-1)} + z_{js} - 1 \quad \forall i, j, s \quad (3.25)$$

$$x_{js}, \bar{x}_{js}, I_{js} \geq 0 \quad \forall j, s \quad (3.26)$$

$$z_{js}, y_{ijs} \in \{0, 1\} \quad \forall i, j, s \quad (3.27)$$

A função objetivo (3.19) minimiza os custos de *setup*, inventário, preservação e produção. O conjunto de restrições (3.20) garante o balanceamento entre os itens da demanda e as quantidades em estoque no final de cada período. O conjunto de restrições (3.21) garantem que a produção não exceda a capacidade do período. O conjunto de restrições (3.22) impõe que se uma produção ou um tempo de preservação

ocorrer então a variável binária z_{js} será ativada ($z_{js} = 1$). O conjunto de restrições (3.23) indicam a necessidade da produção de uma quantidade mínima sempre que a troca de um item for realizado. O conjunto de restrições (3.24) impõe que um item seja produzido em cada período. O conjunto de restrições (3.25) Indicam que a troca de um item entre períodos foi realizada, ativando desse modo a variável binária y_{ijs} ($y_{ijs} = 1$), dessa forma nota-se que um custo de troca de item será imposto na função objetivo. Os conjuntos de restrições (3.26) e (3.27) são do domínio das variáveis.

O modelo geral de dimensionamento de lotes e sequenciamento da produção com perda do estado da configuração do *setup* GLSPLS, pode ser considerado um caso especial do modelo gGLSP conforme explicam os autores. Para tanto é necessário que o custo de preservação seja infinito ($pc_j = \infty, k > 0$). Desse modo os recursos mudam no estado neutro de $j = 0$ se ele não é completamente utilizado, ou seja, a permanência de um item em um período, caso não ocorra produção necessitará da imposição de um custo e um tempo de preparação para o próximo período produtivo.

O gGLSP pode ser especializado para o modelo GLSPCS se o custo de preservação for configurado para zero ($pc_j = 0$) e o estado inicial for proibido, para isso é possível colocar o custo do *setup* inicial como infinito ($sc_{j0} = \infty$).

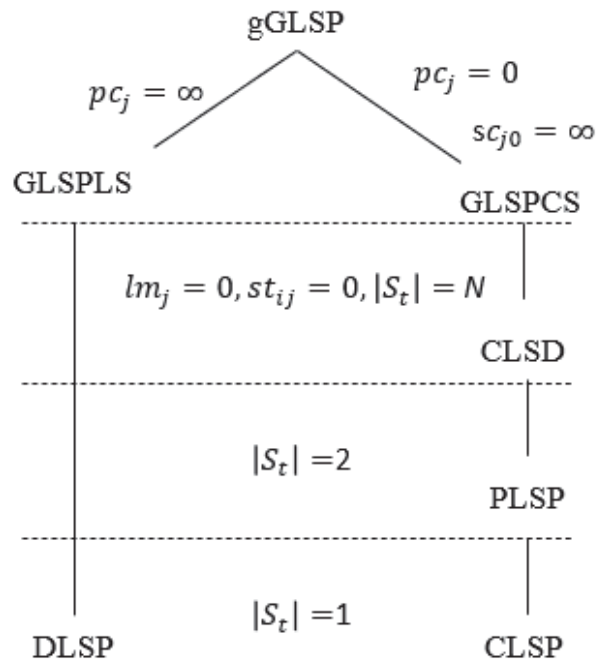
Os outros modelos conforme podem ser visualizado na FIGURA 6 são mais básicos e não consideram uma produção mínima e tempos de *setups*, por isso pode-se definir a variável de quantidade mínima e o tempo de *setup* como sendo zeros ($m_j = 0, st_{ij} = 0$).

A formulação básica do modelo de Dimensionamento e Sequenciamento da produção com a sequência dependente do custo do *setup* CLSD permite a conservação do estado do *setup*, mas limita o número de lotes por macro período para N , por isso no gGLSP além da necessidade de ajustar $pc_j = 0$ e $sc_k0 = \infty$, o número de micro períodos por macro período é igual ao número de itens ($|S_t| = N$). Além disso no CLSD cada item pode ser configurado no máximo uma vez por macro período. O conjunto de restrições (3.28) garante que isso aconteça no gGLSP (se a inequação triangular for violada).

$$\sum_{s \in S_t} \sum_{i=0, i \neq j}^N y_{ijs} \leq 1 \quad \forall t, j > 0 \quad (3.28)$$

O modelo de Dimensionamento de Lotes e Sequenciamento da Produção Proporcional PLSP permite no máximo uma única troca por período enquanto estado do *setup* é preservado. No total no máximo dois itens diferentes podem ser produzidos em um único período. Por isso o modelo gGLSP por meio da configuração $|S_t| = 2$ e

FIGURA 6 – ESQUEMA DE RELACIONAMENTO ENTRE OS MODELOS



FONTE: Adaptado de Copil et al. (2017).

restringindo o número total de trocas por macroperíodo de acordo com o conjunto de restrições (3.29)

$$\sum_{s \in S_t} \sum_{j=0}^N \sum_{i=0, i \neq j}^N y_{ijs} \leq 1 \quad \forall t \quad (3.29)$$

O modelo de Dimensionamento de Lotes e Sequenciamento da Produção Capacitado CLSP permite que apenas um item seja produzido por período e para garantir essa condição na modelagem abordada os autores indicam que o micro período deve ser configurado como único $|S_t| = 1$.

A característica chave do dimensionamento de lotes e sequenciamento da produção discreto DLSP é assumir a produção “tudo ou nada”, ou seja, o tamanho do período é igual a capacidade a ser considerada do recurso. Desse modo esse modelo pode ser derivado do GLSPLS que assume $pc_j = \infty$ e somado a isso, considerar apenas um único item por macro período.

Diz-se desse modo que os modelos DLSP, CLSP, PLSP são do tipo *small-time buckets*, pois permitem poucos *setups* por período. Já os modelos CLSD, GLSPLS e GLSPCS são ditos *big-time buckets* pois permitem a troca de vários itens dentro de um macro período.

Todos modelos abordados nesta seção são máquina única. No entanto sabe-se que nos ambientes produtivos poderá existir tanto máquinas paralelas quanto em série,

QUADRO 5 – SIMBOLOGIAS PARA O GLSPPL

| Simbologia | | Descrição |
|---------------------|----------------------------|---|
| Índices e conjuntos | $t \in \{1, \dots, T\}$ | Horizonte de planejamento que consiste em macro períodos. |
| | $i, j \in \{1, \dots, N\}$ | Itens. |
| | $l \in \{1, \dots, L\}$ | linhas de produção ou máquinas paralelas. |
| | $s \in \{s, \dots, S^l\}$ | Todos os micro períodos colocados em ordem. |
| Parâmetros | S_{lt} | Conjunto de micro períodos dentro de um macro período t em uma linha l |
| | Cap_{lt} | Capacidade (tempo) da linha de produção l disponível no macro período t . |
| | tp_{lj} | Capacidade de consumo (tempo) necessário para produzir uma unidade do item j na linha l . |
| | lm_{lj} | Quantidade (unitária) mínima do lote do item j se produzido na linha l . |
| | h_j | Custo (por unidade e por macro período) para manter em estoque o item j . |
| | c_{lj} | Custo da produção (por unidade) do item j na linha l . |
| | sc_{lij} | Custo de <i>setup</i> para troca do item i para o item j na linha l . |
| | st_{lij} | Tempo de <i>setup</i> para troca do item i para o j na linha l . |
| | d_{jt} | Demanda (em unidades) para o item j no macro período t . |
| | I_{j0} | Estoque inicial (em unidades) do item j no início do horizonte de planejamento. |
| | y_{j0} | 1 se está configurada para produzir o item j no início do horizonte de planejamento, 0 caso contrário. |
| Variáveis | I_{jt} | Inventário do item (em unidades) j no fim do macro período t . |
| | x_{ljs} | Quantidade do item (em unidades) j produzido no micro período s na linha l . |
| | z_{ljs} | Estado do <i>setup</i> , 1 se a linha l está configurada para o item j no micro período s , 0 caso contrário. |
| | y_{lij} | 1 se a troca do item i para o item j acontece na linha l no início do micro período s , 0 caso contrário. |

FONTE: Adaptado de Meyr (2002).

elas também podem ser chamadas de linhas de produção. A próxima seção apresenta um modelo matemático para esta questão.

3.6 MODELO DO PROBLEMA GERAL DE DIMENSIONAMENTO DE LOTES E SEQUENCIAMENTO DA PRODUÇÃO PARA LINHAS PARALELAS (GLSPPL)

O QUADRO 5 apresenta as variáveis e parâmetros para o modelo do Problema Geral de Dimensionamento e Programação para Linhas de Produção Paralelas (GLSPPL), nesse ambiente produtivo existem máquinas paralelas distintas e múltiplos itens.

Esta formulação foi desenvolvida por Meyr (2002) e abordou diversas características que foram estudadas até aquele momento, separando o horizonte de planejamento em macro e micro períodos.

Modelo GLSPPL:

$$\text{Min } Z = \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^N h_j \cdot I_{jt} + \sum_{l=1}^L \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sum_{s=1}^{S^l} sc_{lij} \cdot y_{lij} + \sum_{l=1}^L \sum_{j=1}^N \sum_{s=1}^{S^l} c_{lj} \cdot x_{ljs} \quad (3.30)$$

s.a.

$$I_{jt} = I_{j(t-1)} + \sum_{l=1}^L \sum_{s \in S_{lt}} x_{ljs} - d_{jt} \quad \forall t, j \quad (3.31)$$

$$\sum_{j=1}^N \sum_{s \in S_{lt}} tp_{lj} \cdot x_{ljs} \leq Cap_{lt} - \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sum_{s \in S_{lt}} st_{lij} \cdot y_{lij} \quad \forall l, t \quad (3.32)$$

$$x_{ljs} \leq \frac{Cap_{lt}}{tp_{lj}} \cdot z_{ljs} \quad \forall l, j, s \quad (3.33)$$

$$x_{ljs} \geq lm_{lj}(z_{ljs} - z_{lj(s-1)}) \quad \forall l, j, s \quad (3.34)$$

$$\sum_{l=1}^L z_{ljs} = 1 \quad \forall l, s \quad (3.35)$$

$$y_{lij} \geq z_{li(s-1)} + z_{ljs} - 1 \quad \forall l, i, j, s \quad (3.36)$$

$$I_{jt}, x_{ljs}, y_{lij} \geq 0 \quad \forall l, i, j, s \quad (3.37)$$

$$z_{ljs} \in \{0, 1\} \quad \forall l, j, s \quad (3.38)$$

A função objetivo (3.30) minimiza os custos de *setup* e de estoques. O conjunto de restrições (3.31) corresponde ao balanceamento de estoque para cada item em cada período. O conjunto de restrições (3.32) garante que a soma do tempo para produção e de *setup* de todos os itens em um período não exceda a capacidade da produção do mesmo. O conjunto de restrições (3.33) corresponde a produção de um item que só ocorrerá se a máquina estiver preparada para produzir aquele item. O conjunto de restrições (3.34) implica na imposição de um lote mínimo para cada item que somente é ativado quando ocorre a preparação da máquina para a produção de um novo item. O conjunto de restrições (3.35) garante que apenas um item seja produzido em cada micro período. O conjunto de restrições (3.36) indica que houve mudança de um tipo de item a ser produzido entre dois micro períodos subsequentes e os conjuntos (3.37) e (3.38) apresentam o domínio das variáveis.

Algumas variações podem ser implementadas como aceitar a demanda pendente impondo um custo ou ainda permitir que o aumento de capacidade com horas extras, diversas formas de resolução podem ser implementadas para atingir a otimalidade da função objetivo, desde métodos exatos até heurísticas híbridas. No estudo Meyr (2002) ainda conclui que conforme aumentam os números de *setups* menor será a capacidade produtiva das máquinas.

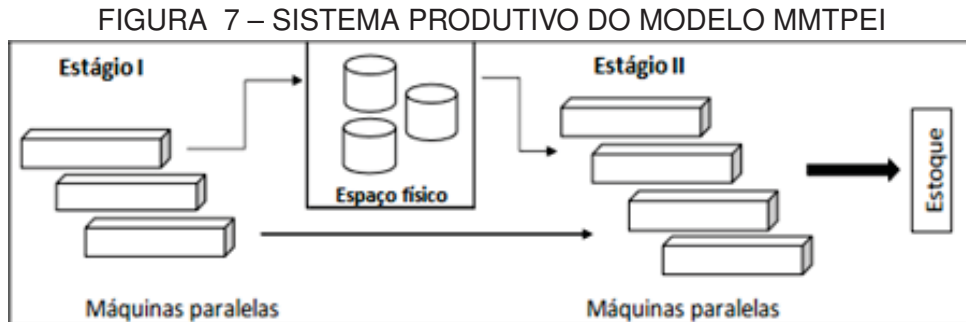
Uma revisão da literatura do problema de dimensionamento de lote e sequenciamento da produção com a sequência dependente do *setup* foi estudado por Zhu e Wilhelm (2006), nesse artigo os autores abordam a importância de considerar os tempos de *setups* e enfatizam a sua aplicação prática. Na revisão eles abordam formulações para resolução em máquinas únicas e paralelas, com e sem a sequência dependente do *setup*. Ainda estudam a aplicabilidade em ambientes onde a produção é do tipo *flow shop* ou *job shop*, apresentando uma lista com estudos que abordaram diversas metodologias de resolução de sequenciamento da produção com a sequência dependente do *setup*.

O modelo apresentado nesta seção incorpora características de linhas de produção em paralelo. No entanto, existem ambientes produtivos que consistem em estágios, onde cada estágio possui linhas de produção em paralelo. A produção de um item é feita em série, passando por pelo menos uma máquina de cada estágio. Na próxima seção, será explicado o modelo MMTPEI, que aborda essas características.

3.7 MODELO MATEMÁTICO PARA DOIS ESTÁGIOS COM INTERVALO DE TEMPO DE PERMANÊNCIA EM ESTOQUE INTERMEDIÁRIO (MMTPEI)

Esta seção apresenta o Modelo Matemático para Dois Estágios com Intervalo de Tempo de Permanência em Estoque Intermediário (MMTPEI) desenvolvido por Schimidt et al. (2019), conforme explicam os autores, ela consiste em organizar a

fabricação dos lotes de forma a satisfazer as necessidades dos itens ao longo de uma programação semanal de cinco dias. A linha de produção consiste em máquinas paralelas divididas em dois estágios.



Existe uma interdependência entre esses estágios, o que significa que o segundo estágio só pode iniciar após a conclusão da produção dos lotes no primeiro. Além disso, o número de máquinas em cada estágio pode variar, podendo ser máquinas idênticas (com tempos de processamento iguais) ou máquinas diferentes (com tempos de processamento distintos para cada uma). Também é relevante considerar os tempos de configuração, que podem depender ou não da sequência das operações. No que diz respeito aos itens, é permitido atrasos e armazenamento dos lotes no final do segundo estágio, resultando em custos adicionais. A FIGURA 7 ilustra as possíveis transições dos itens entre os estágios do problema em questão.

No contexto industrial, o "tempo mínimo" denota um ambiente de produção eficiente que requer a conclusão de um processo específico antes que um item possa progredir para a próxima fase. Um exemplo claro disso é observado na indústria de placas eletrônicas, onde as placas passam pelo processo de secagem após a primeira etapa, preparando-as para a soldagem subsequente na segunda etapa. Da mesma forma, na indústria de cerveja, as bebidas precisam passar por fases de fermentação e maturação antes de serem envasadas. Na indústria de refrigerantes, a pasteurização ocorre entre as duas etapas do processo de produção. Esse tempo mínimo é crucial para garantir a qualidade e a integridade do item acabado.

QUADRO 6 – ÍNDICES E CONJUNTOS PARA O MMTPEI

| Simbologia | Descrição |
|---------------------------------|---------------------------------|
| $i, j = \{1, \dots, N\}$ | Itens. |
| $\theta \in \Theta = \{I, II\}$ | Estágios produtivos. |
| $k = \{1, \dots, K_\theta\}$ | Número de máquinas por estágio. |
| $s = \{1, \dots, S\}$ | Micro períodos. |
| $t = \{1, \dots, T\}$ | Número de macro períodos. |
| $s = \{1, \dots, S\}$ | Micro períodos. |

FONTE: Adaptado de Schimidt et al. (2019).

QUADRO 7 – PARÂMETROS DO MMTPEI

| Simbologia | Descrição |
|--------------------|---|
| $N_{K\theta}$ | Conjunto de itens que podem ser produzidos na máquina k no estágio θ . |
| S_t | Conjunto de micro períodos pertencentes ao macro período t . |
| $Cap_{\theta kt}$ | Capacidade de produção disponível (em minutos) na máquina k pertencente ao estágio θ no macro período t . |
| $c_{\theta ik}$ | Custo de produção para produzir o item i na máquina k no estágio θ . |
| $g_{\theta k}$ | Custo em minutos extras do funcionamento de cada máquina k no estágio θ . |
| $sc_{\theta ijk}$ | Custo de <i>setup</i> para produzir o item j imediatamente após o item i na máquina k no estágio θ . |
| $st_{\theta ijk}$ | Tempo de <i>setup</i> para produção do item j imediatamente após o item i na máquina k no estágio θ . |
| $st_{\theta 0ik}$ | Tempo de <i>setup</i> para produzir o item i na máquina k no estágio θ no início do horizonte de planejamento. |
| $tp_{\theta ik}$ | Tempo consumido para produção de uma unidade do item i na máquina k no estágio θ . |
| $lm_{\theta ik}$ | Lote mínimo do item i que poderá ser produzido na máquina k no estágio θ . |
| $x_{\theta ik0}$ | É igual a 1 se a máquina k do estágio θ está preparada para produzir o item i no início do horizonte de planejamento e 0 caso contrário. |
| $\Psi_{\theta kt}$ | Quantidade máxima permitida em minutos extras para produção na máquina k do estágio θ no macro período t . |
| $I_{(II)i0}^-$ | Quantidade do item i com demanda não atendida no estágio II no início do horizonte de planejamento. |
| I_{i0}^+ | Quantidade do item i , existente no estoque intermediário no início do horizonte de planejamento. |
| Q_{it}^+ | Quantidade máxima permitida de estoque intermediário do item i no macro período t . |
| $Q_{(II)it}^-$ | Quantidade máxima permitida de demanda não atendida no estágio II do item i no macro período t . |
| d_{it} | Demanda do item i no macro período t . |
| T_i^+ | Tempo máximo de permanência em estoque intermediário de um lote do item i . |
| T_i^- | Tempo mínimo de permanência em estoque intermediário de um lote do item i . |
| h_i^+ | Custo por período para manter uma unidade do item i em estoque intermediário |
| h_i^- | Custo por período do atraso de entrega do lote do item i no estágio II . |
| M | Número suficientemente grande. |

FONTE: Adaptado de Schimidt et al. (2019).

QUADRO 8 – VARIÁVEIS DE DECISÃO DO MMTPEI

| Simbologia | Descrição |
|------------------------|---|
| $x_{\theta iks}$ | Quantidade do item i produzido na máquina k do estágio θ no micro período s . |
| $x_{e_{it}}$ | Quantidade do item i enviada ao estoque intermediário no macro período t . |
| $z_{\theta iks}$ | É igual a 1 se a máquina k do estágio θ está preparada para produzir o item i no micro período s e 0 caso contrário. |
| $\bar{z}_{\theta iks}$ | É igual a 1, quando o item i é produzido na máquina k do estágio θ no micro período s e 0 caso contrário. |
| $w_{(I)it}$ | É igual a 1, quando o item i é produzido no estágio I , no macro período t em alguma das máquinas e 0 caso contrário. |
| $y_{\theta ijk s}$ | É igual a 1, se há <i>setup</i> do item i para o item j na máquina k do estágio θ no micro período s e 0 caso contrário. |
| $\beta_{\theta ikt}$ | Instante de término (em minutos) do lote do item i em cada macro período t para cada máquina k do estágio θ . |
| $\delta_{(I)it}$ | Instante de término (em minutos) do lote do item i em cada macro período t em todas as máquinas (estágio I). |
| $\lambda_{(I)it}$ | Instante de término (em minutos) do lote do item i em cada macro período t (estágio I), somado ao tempo mínimo em que o lote deve permanecer em estoque intermediário. |
| $\alpha_{\theta ikt}$ | Instante (em minutos) em que o item i inicia o processamento no estágio θ na máquina k no período t . |
| $e_{h_{\theta kt}}$ | Quantidade em minutos extra para produção na máquina k do estágio θ no período t . |
| I_{it}^+ | Quantidade do item i armazenada no estoque intermediário no final do período t . |
| $I_{(II)it}^-$ | Quantidade do item i , com demanda não atendida no final do período t , no estágio II . |

FONTE: Adaptado de Schmidt et al. (2019).

Por outro lado, o "tempo máximo" é aplicado quando itens têm uma vida útil limitada fora da embalagem primária, como itens perecíveis. Nesses casos, se as máquinas da segunda etapa de produção estão prontas para uso, permite-se que os itens semiacabados avancem imediatamente após a conclusão da primeira etapa. No entanto, quando essa transição imediata não é possível devido à falta de disponibilidade das máquinas, os itens podem ser mantidos em estoque intermediário por um período máximo estabelecido. Isso assegura que os itens perecíveis sejam processados dentro do limite de tempo permitido, garantindo a qualidade e a segurança do item acabado.

Apresentam-se no QUADRO 6 os índices e conjuntos do modelo. O QUADRO 7 apresenta os parâmetros do modelo. O QUADRO 8 apresenta as variáveis de decisão.

Modelo MMTPEI:

$$\begin{aligned}
\text{Min } Z = & \sum_{\theta} \sum_{i \in N_{K_{\theta}}} \sum_{j \in N_{K_{\theta}}} \sum_{k=1}^{K_{\theta}} \sum_{s=1}^S s c_{\theta ijk} \cdot y_{\theta ijk s} + \sum_{\theta} \sum_{i \in N_{K_{\theta}}} \sum_{k=1}^{K_{\theta}} \sum_{s=1}^S c_{\theta ik} \cdot x_{\theta iks} \\
& + \sum_{\theta} \sum_{k=1}^{K_{\theta}} \sum_{t=1}^T g_{\theta k} \cdot e h_{\theta kt} + \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (h_i^- \cdot I_{(II)it}^- + h_i^+ \cdot I_{it}^+)
\end{aligned} \tag{3.39}$$

s.a.

$$tp_{\theta ik} \cdot x_{\theta iks} \leq (Cap_{\theta kt} + \Psi_{\theta kt}) \cdot z_{\theta iks} \quad \forall \theta, i \in N_{K_{\theta}}, k, s \in S_t \tag{3.40}$$

$$x_{\theta iks} \geq lm_{\theta ik} \cdot (z_{\theta iks} - z_{\theta ik(s-1)}) \quad \forall \theta, i \in N_{K_{\theta}}, k, s \tag{3.41}$$

$$\sum_{i \in N_{K_{\theta}}} z_{\theta iks} = 1 \quad \forall \theta, i, j, k, s \tag{3.42}$$

$$y_{\theta ijk s} \geq z_{\theta ik(s-1)} + z_{\theta jks} - 1 \quad \forall \theta, i, j, k, s \tag{3.43}$$

$$lm_{\theta ik} \cdot \bar{z}_{\theta iks} \leq x_{\theta iks} \leq \sum_{t=1}^T d_{it} \cdot \bar{z}_{\theta iks} \quad \forall \theta, i, k, s \tag{3.44}$$

$$\sum_{s \in S_t} \bar{z}_{\theta iks} \leq 1 \quad \forall \theta, i, k, t \tag{3.45}$$

$$\sum_{i \in N_{K_{\theta}}} \bar{z}_{\theta ik(s-1)} \geq \sum_{i \in N_{K_{\theta}}} \bar{z}_{\theta iks} \quad \forall \theta, k, t, s \in S_t \tag{3.46}$$

$$\alpha_{\theta jkt} \geq \alpha_{\theta ikt} + tp_{\theta ik} \cdot \sum_{s \in S_t} x_{\theta iks} + st_{\theta ijk} + M \cdot \sum_{s \in S_t} y_{\theta ijk s} - M \quad \forall \theta, k, i \neq j, t \tag{3.47}$$

$$\alpha_{\theta ikt} \leq M \cdot \sum_{s \in S_t} \bar{z}_{\theta iks} \quad \forall \theta, i, k, t \quad (3.48)$$

$$\alpha_{\theta ik1} \geq st_{\theta 0ik} \bar{z}_{\theta ik1} \quad \forall \theta, i, k, t \quad (3.49)$$

$$\beta_{\theta ikt} = \alpha_{\theta ikt} + tp_{\theta ik} \cdot \sum_{s \in S_t} x_{\theta iks} \quad \forall \theta, i, k, t \quad (3.50)$$

$$eh_{\theta kt} \geq \beta_{\theta ikt} - Cap_{\theta kt} \quad \forall \theta, i \in N_{K_\theta}, k, t \quad (3.51)$$

$$eh_{\theta kt} \leq \Psi_{\theta kt} \quad \forall \theta, k, t \quad (3.52)$$

$$\delta_{(I)it} \geq \beta_{(I)ikt} \quad \forall i, k = 1, \dots, K_{(I)}, t \quad (3.53)$$

$$\delta_{(I)it} \leq M \cdot w_{(I)it} \quad \forall i, t \quad (3.54)$$

$$xe_{it} = \sum_{k=1}^{K_{(I)}} \sum_{s \in S_t} x_{(I)iks} \quad \forall i \in N_{K_\theta}, k \quad (3.55)$$

$$w_{(I)it} \leq \sum_{k=1}^{K_{(I)}} \sum_{s \in S_t} x_{(I)iks} \leq M \cdot w_{(I)it} \quad \forall i, t \quad (3.56)$$

$$\lambda_{(I)it} \leq \delta_{(I)it} + T_i^+ \cdot w_{(I)it} \quad \forall i, t \quad (3.57)$$

$$\lambda_{(I)it} \geq \delta_{(I)it} + T_i^- \cdot w_{(I)it} \quad \forall i, t \quad (3.58)$$

$$\lambda_{(I)it} \geq \delta_{(I)it} \quad \forall i, t \quad (3.59)$$

$$\sum_{k=1}^{K_{(II)}} \sum_{s \in S_t} x_{(II)iks} = xe_{it} + I_{i(t-1)}^+ - I_{it}^+ \quad \forall i, t \quad (3.60)$$

$$I_{it}^+ \leq Q_{it}^+ \quad \forall i, t \quad (3.61)$$

$$\sum_{k=1}^{K_{(II)}} \sum_{s \in S_t} x_{(II)iks} - I_{(II)i(t-1)}^- + I_{(II)it}^- = d_{it} \quad \forall i, t \quad (3.62)$$

$$I_{(II)it}^- \leq Q_{(II)it}^- \quad \forall i, t \quad (3.63)$$

$$\alpha_{(II)ikt} \geq \lambda_{(I)it} \quad \forall i, t \quad (3.64)$$

$$x_{\theta iks}, I_{it}^+, I_{(II)it}^- \in Z^+ \quad \forall \theta, k \in K_\theta, i, t, s \quad (3.65)$$

$$z_{\theta iks}, \bar{z}_{\theta iks}, z_{e_{it}} \in \{0, 1\} \quad \forall \theta, k \in K_{\theta}, i, t, s \quad (3.66)$$

$$y_{\theta ijks}, \beta_{\theta ikt}, eh_{\theta kt}, xe_{it}, \delta_{(I)it}, \lambda_{(I)it}, \alpha_{(II)ikt} \geq 0 \quad \forall \theta, k \in K_{\theta}, i, j, t, s \quad (3.67)$$

A Função Objetivo (3.39) busca minimizar a soma total dos custos de setup, produção, horas extras de trabalho, atraso e estoque. As restrições (3.40) garantem que a utilização de cada máquina é dada pela capacidade diária somada ao tempo permitido de horas extras. O conjunto de restrições (3.41) determina o lote mínimo de produção e o (3.42) garante que cada máquina esteja pronta para produzir um tipo de item por micro período. As restrições (3.43) controlam a troca de lotes. Já as restrições (3.44) garantem que a quantidade produzida no micro período será maior ou igual que o lote mínimo e menor ou igual à demanda do macro período. O conjunto de restrições (3.45) garantem que cada máquina pode produzir somente um lote de um item por micro período e (3.46) ordena a produção em micro períodos consecutivos, e caso haja mais micro períodos que itens no macro período, os micro períodos ociosos ficam no final do macro período. As restrições (3.47), (3.48) e (3.49) são responsáveis por calcular o instante de início de cada lote. O conjunto de restrições (3.50) determina o instante de término de processamento de um lote do item i em cada máquina. Já as expressões (3.51) e (3.52) representam as quantidades extras em minutos, necessárias para cada máquina no macro período. As restrições (3.53)-(3.64) são responsáveis pela sincronia entre os estágios e garantem o atendimento das especificações do estoque intermediário. As expressões (3.53) e (3.54) se referem ao término de processamento do lote no estágio I, o que indica que o lote foi produzido no estágio I ($w_{it} = 1$). O conjunto de restrições (3.55) determina que os itens processados em todas as máquinas durante os micros períodos s pertencentes ao período t , no estágio I, sejam enviados a um estoque intermediário existente entre os dois estágios produtivos.

O conjunto de restrições (3.56) impõe que quando pelo menos uma unidade do item i for processada em pelo menos uma das máquinas pertencentes ao estágio I, a variável w_{it} assume o valor 1. Caso contrário, $w_{it} = 0$.

O conjunto de restrições (3.57) e (3.58) estabelecem um limite entre tempo mínimo e máximo de permanência em estoque intermediário para o item i . Se o tempo mínimo de permanência for zero, o conjunto (3.58) é igual ao conjunto (3.59), o que assegura que o instante de término de processamento do lote do item i no período t no estágio I, somado ao tempo que o item permaneceu no estoque intermediário

seja maior ou igual (quando T_i^- for zero) ao instante de término do processamento no primeiro estágio. Sendo assim, o item pode seguir diretamente do primeiro para o segundo estágio, caso haja máquina disponível.

O conjunto de restrições (3.60) é responsável pelo balanceamento entre as quantidades processadas no primeiro e segundo estágio, de modo que as quantidades a serem processadas no estágio II em determinado período podem ser compostas pelos itens processados neste mesmo período no estágio I, e que foram enviados ao estoque intermediário, bem como por itens que foram processados em períodos anteriores e que permaneceram armazenados no estoque intermediário. Esse conjunto de restrições possibilita também manter itens no estoque intermediário no final do período t , para que sejam processados em um próximo período.

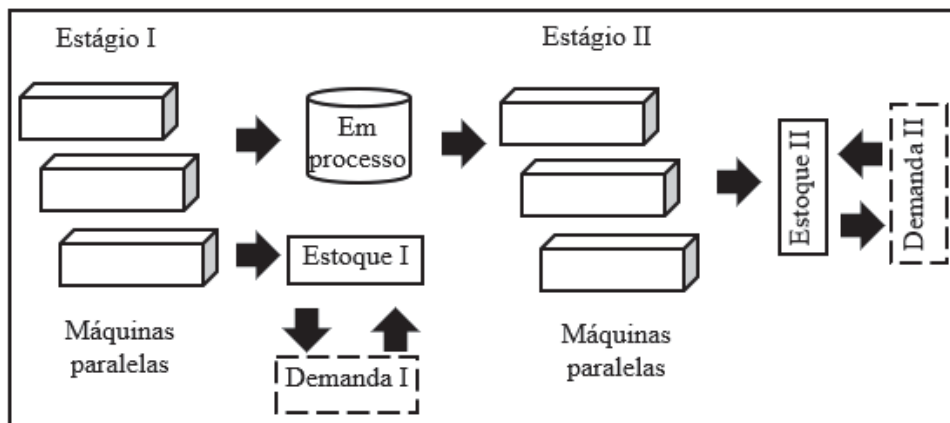
As restrições (3.61) garantem a quantidade máxima permitida em estoque no final da produção em cada macro período e as expressões (3.62) são responsáveis pelo balanceamento da quantidade processada no primeiro e segundo estágio, o que assegura que a demanda do macro período seja atendida. Já (3.63) garantem a quantidade máxima permitida de atraso por macro período no estágio II e (3.64) controla o início do processamento no segundo estágio depois que o lote deixar o estoque intermediário. Por fim, em (3.65)-(3.67) definem-se os domínios das variáveis de decisão.

Embora o modelo MMTPEI considere um tempo máximo e/ou mínimo de espera entre os estágios para casos de produção de semiacabados, ele não separa esses itens em acabados e semiacabados, dado que o mesmo item é produzido em cada estágio, podendo haver um estoque intermediário entre eles.

O Modelo Matemático Integrado de Dimensionamento de Lotes e Sequenciamento da Produção em Múltiplos Estágios (MMDSME), que será abordado neste estudo, baseia-se nas seguintes premissas:

- a) Os itens acabados são produzidos a partir de itens semiacabados, ou seja, existe uma dependência de um item semiacabado produzido no estágio anterior;
- b) As matérias-primas estão disponíveis no momento da produção;
- c) O primeiro estágio produz o primeiro item semiacabado, correspondente ao primeiro nível da estrutura da lista de materiais (BOM);
- d) O tempo mínimo de espera será um tempo de transporte conhecido, denominado neste modelo como *Lead Time*;
- e) Um item semiacabado poderá ou não possuir uma demanda.

FIGURA 8 – SISTEMA PRODUTIVO DO MODELO MMDSME



FONTE: O autor (2023).

A FIGURA 8 ilustra o sistema produtivo em dois estágios com as características que são consideradas no modelo proposto no Capítulo 4; nesse sistema, é considerado que um estágio produz um item semiacabado que será transportado para ser usado no segundo estágio. No entanto, esse item também pode ou não ser vendido; portanto, cada estágio possui um estoque de itens semiacabados em processo.

A próxima seção apresenta os trabalhos correlatos ao tema, com estatísticas descritivas dos documentos e também uma classificação de acordo com suas características.

3.8 TRABALHOS CORRELATOS

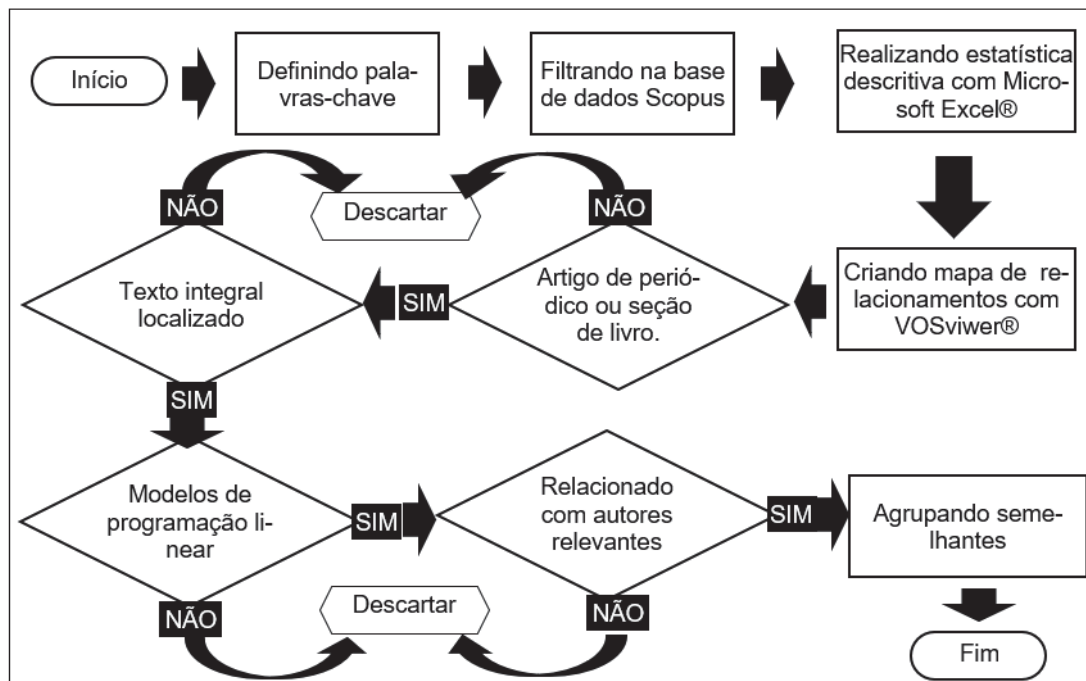
Esta seção tem como finalidade identificar trabalhos correlatos ao tema; para tanto, optou-se por buscar documentos na base de dados Scopus. Para um melhor entendimento apresentam-se na FIGURA 9 as etapas da metodologia adotada para a revisão bibliográfica dos trabalhos correlatos. Na subseção 3.8.1, realizada-se a obtenção e análise descritiva e de relacionamento dos documentos. Na subseção 3.8.3, serão explicados os critérios para seleção dos documentos. Na subseção 3.8.4, os trabalhos serão classificados de acordo com suas características.

3.8.1 OBTENÇÃO E ANÁLISE DOS DOCUMENTOS

Esta subseção concentra-se apenas na análise descritiva e de relacionamento dos documentos. O objetivo é identificar os autores, fontes de publicação e documentos com maior relevância para o tema.

A busca na base de dados Scopus é conduzida por meio da aplicação de filtros aos seguintes termos na opção de pesquisa avançada: TITLE-ABS-KEY ((lot-sizing OR lot-sizing OR (lot AND sizing)) AND scheduling) AND TITLE-ABS-KEY (two-level OR three-level OR multi-level OR multi-stage OR two-stage OR three-stage). O termo

FIGURA 9 – METODOLOGIA ADOTADA PARA A REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

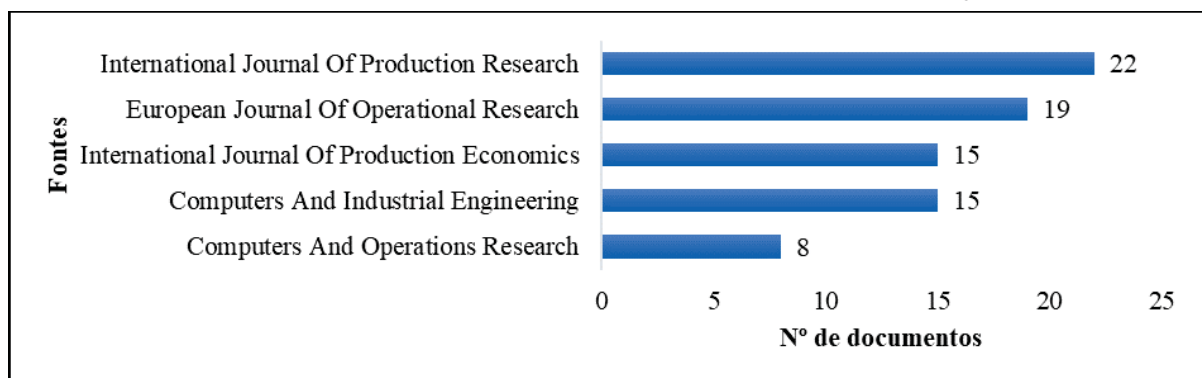


FONTE: O autor (2023).

TITLE-ABS-KEY indica que os referidos termos serão procurados nos títulos, resumos e palavras-chave dos documentos, respectivamente. Até a data de 08/05/2023, o filtro acima resultou em um total de 195 publicações. Após a conclusão do procedimento de obtenção do arquivo em formato CSV, contendo os metadados, procedeu-se à condução de uma análise estatística.

A busca retornou 69 fontes de publicação, as principais são ilustrada na FIGURA 10. Nela encontra-se a representação gráfica que ilustra a distribuição quantitativa dos documentos com base na sua fonte de publicação. Destaca-se que a *International Journal Of Production Research* desponta como a principal veiculadora de publicações.

FIGURA 10 – CINCO PRINCIPAIS FONTES DE PUBLICAÇÃO

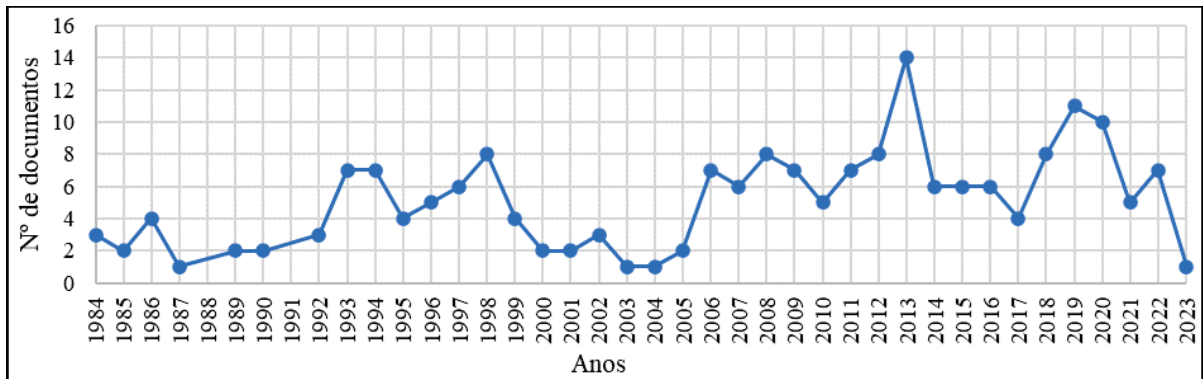


FONTE: O autor (2023).

Uma análise pertinente recai sobre a variação anual do número de documentos,

cujos resultados são graficamente demonstrados na FIGURA 11, oferecendo uma perspectiva sobre a evolução ao longo do tempo, retratando o número de documentos publicados anualmente, desde 1984 até 2023. Os anos em que se nota um número expressivo de documentos publicados são 1993, 1994, 1998, 2008, 2013 e 2019, com respectivamente 7, 7, 8, 8, 14 e 11 publicações em cada ano.

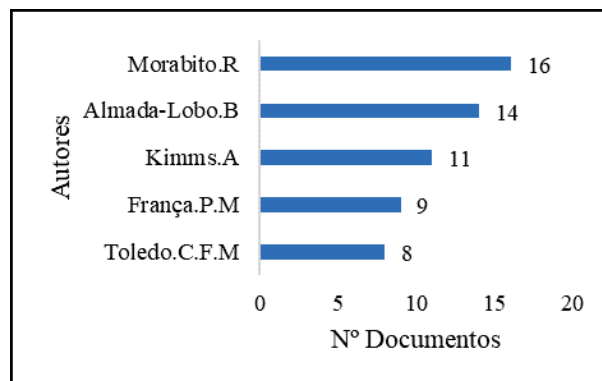
FIGURA 11 – NÚMERO DE DOCUMENTOS PUBLICADOS POR ANO



FONTE: O autor (2023).

Foram identificados 159 autores, sendo que a FIGURA 12 apresenta aqueles que mais se destacaram em publicações ao longo desse período, apresentando, em ordem crescente, os cinco principais autores que mais publicaram, iniciando com Morabito, que possui 16 documentos, e concluindo com Toledo, que possui 8 documentos publicados.

FIGURA 12 – PRINCIPAIS AUTORES

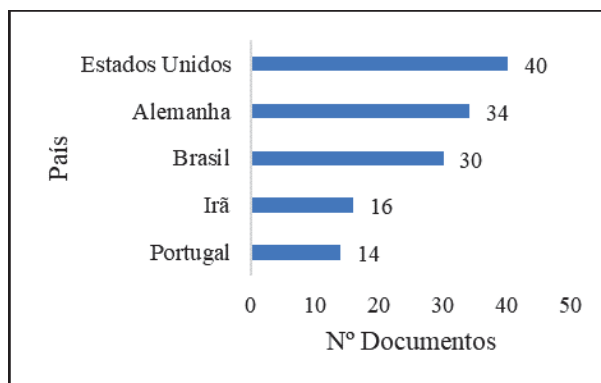


FONTE: O autor (2023).

Com base no período filtrado, os principais países que colaboraram para o avanço das pesquisas nesse tema são os que estão ilustrados graficamente na FIGURA 13. No entanto, vale ressaltar que o número total de países que foram retornados foi 38. O gráfico apresenta o número de documentos atribuídos a cada país. Observe-se que os cinco principais países são dispostos em ordem crescente com base na quantidade de documentos, iniciando-se com os Estados Unidos, que detém um total

expressivo de 40 documentos, e finalizando com Portugal, que, por sua vez, apresenta um valor de 14 documentos.

FIGURA 13 – PRINCIPAIS PAÍSES



FONTE: O autor (2023).

As análises realizadas fornecem informações importantes sobre os documentos; no entanto, não é possível identificar o relacionamento entre eles apenas por meio de uma análise descritiva. Portanto, na subseção 3.8.2, será explicada uma forma de identificar esse relacionamento.

3.8.2 MAPA DE RELACIONAMENTOS

Nesta subseção, será explicado o relacionamento entre os documentos, possibilitando a identificação dos autores que estudam o mesmo problema, dos documentos com maior número de relacionamentos e também dos documentos do estado da arte que citam os trabalhos mais relevantes. Para que isso seja possível faz-se o uso do VOSviewer®¹, ele é um software que permite criar mapas a partir de dados de rede e os apresenta de forma gráfica. Portanto é possível explorar relações, identificar padrões e personalizar a aparência dos mapas. Os dados importados podem ser de diversas fontes incluindo Web of Science ou Scopus.

Com o objetivo de criar um mapa para analisar as citações dos documentos e como eles se relacionam, procedeu-se com os seguintes passos:

- a) Abrir o software e, na tela inicial, clicar em "Create";
- b) Em seguida, uma tela chamada "Create Map" será aberta;
- c) Escolher a opção "Create a map based on bibliographic data" e clicar em "Next";
- d) Como o arquivo da Scopus está disponível em formato CSV, selecionar a opção "Read data from bibliographic database files" e clicar em "Next";

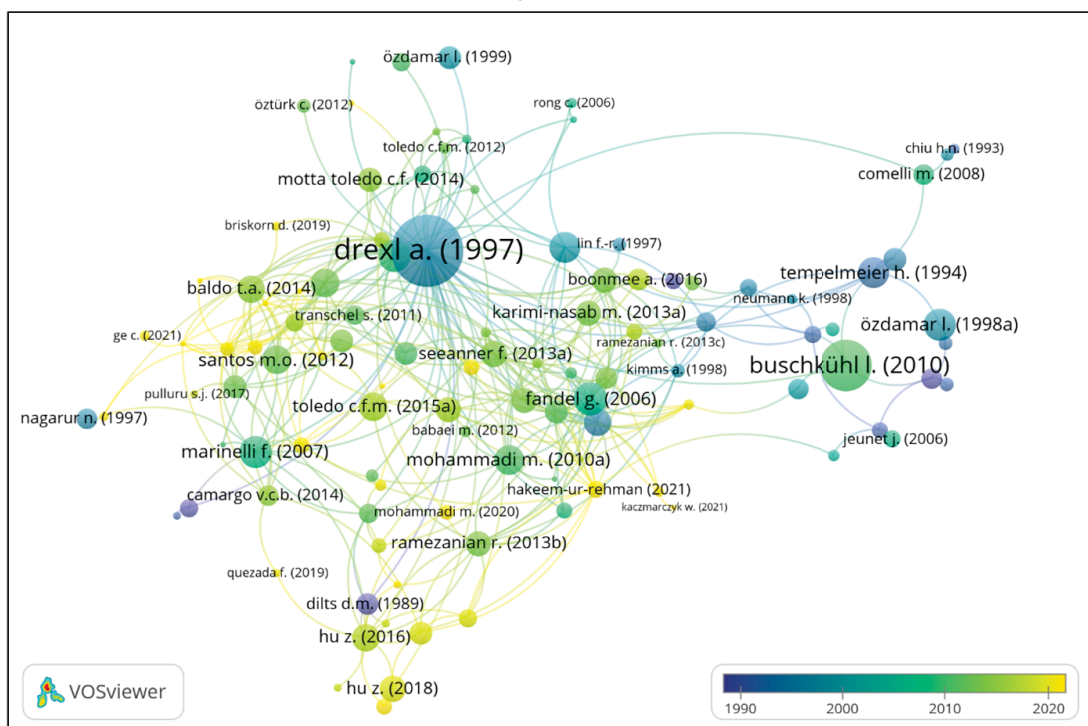
¹ VOSVIWER. VOSviewer Visualizing Scientific Landscapes. Disponível em: <https://www.vosviewer.com/>. Acesso em: 2 dez. 2023

- e) Na guia Scopus, informar o caminho do arquivo no computador e clicar em "Next";
- f) Por fim, na seção "Type of Analysis", selecionar "Citation", e na opção "Unit of Analysis", escolher "Documents";
- g) Para finalizar, basta clicar em "Finish".

As configurações de visualização foram mantidas como padrão, ou seja, na área de visualização da tela principal, a opção "Weight" que define os pesos foi mantida como "Citations", e em "Labels", a opção "Circles" também foi mantida. Isso significa que quanto maior for o número de citações no documento, maior será o círculo. Embora o software disponibilize três tipos de visualizações a escolhida foi a "Overlay Visualization", pois ela permite ter uma noção de quais são as pesquisas recentes.

Com base nos critérios explicados previamente a FIGURA 14 é gerada a qual apresenta um mapa com o relacionamento das citações por documentos. Esse relacionamento é estabelecido automaticamente pelo software, levando em conta o número de vezes que um documento citou o outro.

FIGURA 14 – MAPA DE CITAÇÃO DE DOCUMENTOS POR ANO



FONTE: O autor (2023).

No canto inferior direito da figura, existe um gradiente em que a parte mais escura indica documentos mais antigos, enquanto a parte mais clara representa os mais recentes. Com base nessas informações, é possível tirar algumas conclusões dos documentos. Observa-se que os estudos de Drexl e Kimms (1997) e de Buschkühl

et al. (2010), com 450 citações e 203 citações, respectivamente, são os estudos com maior relevância nesta análise.

Após a realização das análises, torna-se possível estabelecer critérios sólidos para a inclusão e exclusão de documentos. O procedimento para a seleção dos documentos será explicado na próxima subseção.

3.8.3 SELEÇÃO DE DOCUMENTOS

As etapas para seleção dos documentos bem como critérios de inclusão e exclusão foram os seguintes:

1. Seleção inicial:
 - a) Dos 195 documentos, 13 foram excluídos;
 - b) Motivos para exclusão: Congressos ou falta de acesso integral.
2. Primeira triagem:
 - a) Dos 182 restantes, leitura dos títulos, introduções e palavras-chave;
 - b) 73 documentos excluídos por falta de alinhamento com o tema proposto.
3. Segmentação inicial:
 - a) Os 109 restantes divididos em dois grupos:
 - i) Grupo 1: Documentos de autores relevantes com a palavra-chave "programação linear" ou similar;
 - ii) Grupo 2: Documentos sem essas palavras-chave.
4. Filtragem do Grupo 1:
 - a) Objetivo: Separar os documentos com ênfase em modelos matemáticos;
 - b) Exclusão de 30 documentos com palavras-chave, mas sem autoria relevante.
5. Filtragem do Grupo 2:
 - a) Análise para identificar modelos relevantes, apesar da ausência de palavras-chave específicas;
 - b) Exclusão de 19 documentos que não se encaixavam.
6. Resultado final:
 - a) Restaram 60 documentos que foram lidos na íntegra;
 - b) Autor tomou decisões com base em análise de autores, relacionamentos, países, fontes de publicação, relevância e distinção entre os modelos;
 - c) Exclusão de 41 estudos, restando apenas 19 documentos.

Os 19 estudos selecionados para análise são apresentados no QUADRO 9 em ordem cronológica, ele é composto por três colunas distintas, cada uma com uma função específica. A primeira coluna destaca os nomes dos autores responsáveis pela produção de cada documento.

QUADRO 9 – DOCUMENTOS SELECIONADOS PARA COMPOR A REVISÃO

| Autoria | Tipo | Publicação |
|---------------------------------|---------------------|---|
| (BILLINGTON et al., 1994) | Artigo de periódico | <i>IIE Transactions (Institute of Industrial Engineers)</i> |
| (TEMPELMEIER; HELBER, 1994) | Artigo de periódico | <i>European Journal of Operational Research</i> |
| (DREXL; KIMMS, 1997) | Artigo de periódico | <i>European Journal of Operational Research</i> |
| (POCHET, 2001) | Seção de livro | <i>Computational Combinatorial Optimization</i> |
| (FANDEL; STAMMEN-HEGENE, 2006) | Artigo de periódico | <i>International Journal of Production Economics</i> |
| (FERREIRA et al., 2008) | Seção de livro | <i>Metaheuristics for scheduling in industrial and manufacturing applications</i> |
| (BUSCHKÜHL et al., 2010) | Artigo de periódico | <i>OR Spectrum</i> |
| (MOHAMMADI et al., 2010) | Artigo de periódico | <i>Journal of Intelligent Manufacturing</i> |
| (STADTLER, 2011) | Artigo de periódico | <i>European Journal of Operational Research</i> |
| (SEEANNER; MEYR, 2013) | Artigo de periódico | <i>OR Spectrum</i> |
| (STADTLER; SAHLING, 2013) | Artigo de periódico | <i>European Journal of Operational Research</i> |
| (ALMEDER et al., 2015) | Artigo de periódico | <i>European Journal of Operational Research</i> |
| (TOLEDO et al., 2015) | Artigo de periódico | <i>Mathematical Problems in Engineering</i> |
| (SCHIMIDT et al., 2019) | Artigo de periódico | <i>IEEE Latin America Transactions</i> |
| (WEI et al., 2019) | Artigo de periódico | <i>International Journal of Production Research</i> |
| (TOSCANO et al., 2020) | Artigo de periódico | <i>Computers and Chemical Engineering</i> |
| (HAKEEM-UR-REHMAN et al., 2021) | Artigo de periódico | <i>International Transactions in Operational Research</i> |
| (MEDIOUNI et al., 2022) | Artigo de periódico | <i>Supply Chain Forum</i> |
| (SCHIMIDT et al., 2022) | Artigo de periódico | <i>Computers and Chemical Engineering</i> |

FONTE: O autor (2023).

Na segunda coluna, é feita uma classificação do tipo de documento presente nesta pesquisa, podendo ser classificado como um artigo de periódico ou como uma seção de livro, destacando assim as diferentes formas de publicação. Por fim, a última coluna do quadro oferece informações sobre a publicação propriamente dita, onde é disponibilizado o nome da revista em que um artigo foi publicado ou o título do livro em

que uma seção específica encontrou seu espaço.

Após a seleção desses documentos, o próximo passo consistiu na avaliação das modelagens contidas em cada um deles. Nesse processo, tornou-se evidente que diversos documentos compartilhavam modelagens notavelmente semelhantes. Diante desse cenário, optou-se, por efetuar uma classificação das modelagens que demonstraram possuir características comuns e afins. Esse procedimento estratégico permite uma abordagem mais coerente e aprofundada na próxima subseção.

3.8.4 CLASSIFICAÇÃO DOS ESTUDOS CORRELATOS

Esta seção é dividida em quatro subseções, cada uma abordando um problema distinto relacionado ao tema em estudo. Embora cada documento exiba uma variante de cada tipo de problema, este estudo busca apresentar as modelagens que melhor explicam o conceito por trás daquele em questão.

Os problemas estão classificados da seguinte forma:

- a) Problema integrado de Dimensionamento de Lotes e Sequenciamento da Produção Capacitado em Múltiplos Níveis (*MLCLSP - Multi-Level Capacitated Lot-Sizing and Scheduling Problem*);
- b) Problema integrado de Dimensionamento de Lotes e Sequenciamento da Produção Proporcional em Múltiplos Níveis (*MLPLSP - Multi-Level Proportional Lot-Sizing and Scheduling Problem*);
- c) Problema integrado de Dimensionamento de Lotes e Sequenciamento da Produção Geral em Múltiplos Níveis (*MLGLSP - Multi-Level General Lot-Sizing and Scheduling Problem*);
- d) Problema Integrado e Sincronizado de Dimensionamento de Lotes e Sequenciamento da Produção em Dois Estágios (*SITLSP - Synchronized and Integrated Two-Level Lot-Sizing and Scheduling Problem*).

Todos problemas abordam modelos que possuem a estrutura do item acabado em múltiplos níveis, bem como múltiplas máquinas. Para um melhor entendimento apresentam-se no QUADRO 10 as características de cada modelo, que foram levadas em consideração para a classificação.

O QUADRO 10 apresenta as seguintes informações:

- a) Problema: A classificação do problema;
- b) Bucket: O problema pode ser categorizado como *small buckets* ou *big buckets*;

- c) Dois estágios: O problema aborda modelos voltados para ambientes produtivos em dois estágios;
- d) Partilha: O problema aborda modelos que realizam, de alguma forma, a partilha de lotes, seja dentro de um período ou entre períodos. Também inclui a partilha de *setup*, onde o tempo de *setup* é compartilhado entre períodos;
- e) Ociosidade: O problema permite ociosidades.

QUADRO 10 – PROBLEMAS CAPACITADOS EM MÚLTIPLOS ESTÁGIOS

| Problema | Buckets | | Dois estágios | Partilha | | Ociosidade |
|----------|---------|-----|---------------|----------|-------|------------|
| | Small | Big | | Lotes | Setup | |
| MLCLSP | ✓ | | | | | |
| MLPLSP | ✓ | | | ✓ | ✓ | |
| MLGLSP | | ✓ | | ✓ | ✓ | ✓ |
| SITLSP | | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ |

FONTE: O autor (2023).

3.8.4.1 PROBLEMA INTEGRADO DE DIMENSIONAMENTO DE LOTES E SEQUENCIAMENTO DA PRODUÇÃO CAPACITADO EM MÚLTIPLOS NÍVEIS (MLCLSP)

Os modelos do problema MLCLSP são voltados para sistemas seriais capacitados com estrutura de itens multinível, nesse problema a estrutura dos itens podem ser gerais, em série ou de montagem. O objetivo é minimizar os custos de preparação das máquinas e retenção de estoque.

No trabalho de Billington et al. (1994) os autores discutem experimentos conduzidos para determinar parâmetros e métodos importantes para o MLCLSP.

No estudo de Tempelmeier e Helber (1994) os autores propõem uma modelagem além de heurísticas, elaboram um conjunto de 1500 pequenos problemas e calcularam as soluções ideais para comparação.

Uma revisão da literatura é desenvolvida por Pochet (2001) o autor discute diversos modelos e formulações e investiga duas importantes classes de extensões dos modelos de planejamento de produção: modelos capacitados e modelos de vários estágios ou de vários níveis.

No estudo de Buschkühl et al. (2010) os autores apresentam uma pesquisa bibliográfica que abrange quatro décadas de estudos, discutem diferentes abordagens e modelos matemáticos.

No estudo de Almeder et al. (2015) um modelo é proposto e nele são considerados os requisitos de máquinas, as relações de precedência e a sincronização de lotes de itens.

3.8.4.2 PROBLEMA INTEGRADO DE DIMENSIONAMENTO DE LOTES E SEQUENCIAMENTO DA PRODUÇÃO PROPORCIONAL EM MÚLTIPLOS NÍVEIS (MLPLSP)

As formulações para o MLPLSP visam preservar o estado de preparação da máquina do período anterior, ou seja, a produção de um item ocorre apenas quando a máquina está configurada para aquele item no início ou no fim desse período. Portanto, a modelagem reduz os tempos ociosos, permitindo a produção de dois itens no mesmo período.

No estudo conduzido por Drexel e Kimms (1997) os autores revisam trabalhos com foco em casos capacitados, dinâmicos e determinísticos, e apresentam as formulações PLSP e MLPLSP.

No estudo de Stadtler (2011) o autor incluí períodos de sobreposição de tempos de configuração e restrições de tamanho de lote, realiza experimentos computacionais para avaliar o desempenho do modelo proposto, comparando-o com um modelo existente.

No estudo de Stadtler e Sahling (2013) os autores apresentam um novo modelo de dimensionamento de lotes e sequenciamento da produção para sistemas *flow-line* de múltiplos estágios. Esse modelo não requer um deslocamento fixo de prazo de entrega e ainda garante um fluxo de material viável.

Alguns trabalhos buscam incorporar características do MLCLSP e MLPLSP na mesma modelagem como foi o estudo de Fandel e Stammen-Hegene (2006) com um modelo de *big bucket* para produção multinível de vários itens, focado na minimização dos custos relacionados preparação das máquinas dependente da sequência, retenção de estoques e produção é desenvolvido, os autores ressaltam que ele pode ser aplicado sistemas *job-shop* para atender à demanda sem atrasos. No trabalho desenvolvido por Mohammadi et al. (2010) os autores também levam em conta o custo e tempo de preparação dependentes de sequência, propõem uma modelagem matemática e heurísticas, desenvolvem e comparam dois limites inferiores para avaliar a precisão da heurística.

3.8.4.3 PROBLEMA INTEGRADO DE DIMENSIONAMENTO DE LOTES E SEQUENCIAMENTO DA PRODUÇÃO GERAL EM MÚLTIPLOS NÍVEIS (MLGLSP)

Nas formulações MLGLSP, um horizonte de planejamento possui macro e micro períodos. O macro período está relacionado com a capacidade das máquinas, demanda e custos de retenção do material em estoque. Já no micro período, o foco maior é na garantia do sequenciamento da produção. O problema também considera ociosidades.

No estudo desenvolvido por Seeanner e Meyr (2013) os autores testam diferentes variantes do modelo para avaliar sua adequação em termos de detalhes de modelagem e relevância prática. O estudo considera vários itens com demanda dinâmica determinística, diversos estágios de produção, linhas paralelas (heterogêneas) por estágio, capacidade limitada e tempos de preparação dependentes da sequência.

No estudo de Wei et al. (2019) os autores elaboram um modelo matemático integrado de Dimensionamento de Lotes Geral em Vários Níveis com Prazo de Validade (*MLGLSP^{SL} - Multi-Level General Lot-Sizing and Scheduling Problem With Shelf Life*). Esse modelo incorpora a perecibilidade que pode ser encontrada em indústrias de processo de vários níveis.

No estudo de Hakeem-Ur-Rehman et al. (2021) os autores consideram a atualização de informações de demanda ao longo do tempo, empregado o modelo martingale para prever a evolução da demanda. O artigo propõe três algoritmos heurísticos baseados na ideia de *Relax-and-Fix* dentro da estrutura do horizonte rolante para resolver o problema, que é NP-Difícil .

3.8.4.4 PROBLEMA INTEGRADO E SINCRONIZADO DE DIMENSIONAMENTO DE LOTES E SEQUENCIAMENTO DA PRODUÇÃO EM DOIS ESTÁGIOS (SITLSP)

Os modelos matemáticos do problema SITLSP são aplicados em indústrias, incluindo fábricas de refrigerantes, bebidas à base de frutas ou laticínios, fundição, indústria de vidro, grãos eletro fundidos e indústrias de cosméticos. Geralmente, esse sistema produtivo possui dois ou três estágios, com máquinas trabalhando em paralelo. A sincronia implica que a produção do estágio subsequente aconteça após a produção dos seus semiacabados no estágio anterior, podendo ou não haver um estoque intermediário entre eles.

No estudo de Ferreira et al. (2008) os autores apresentam uma análise comparativa de diferentes heurísticas e metaheurísticas para o problema direcionado a uma indústria de refrigerantes, nele existem restrições de capacidade e custos e tempos de configuração dependentes da sequência, elaboram duas abordagens distintas: uma

técnica evolutiva que inclui um Algoritmo Genético (GA) e sua versão de Algoritmo Memético (MA), e uma abordagem de decomposição e relaxamento.

O trabalho de Toledo et al. (2015) descreve o problema de forma detalhada juntamente com seu modelo matemático e propõe um conjunto de instâncias para o SITLSP com base em dados de uma empresa de refrigerante.

No estudo de Schimidt et al. (2019) os autores desenvolvem dois modelos matemáticos e várias estratégias heurísticas para resolver o problema levando em conta a presença de um esto-que intermediário com defasagens mínimas e máximas dos itens, consideram os custos de reprocessamento, descarte e aceleração quando os tempos de permanência dos itens no *buffer* não são respeitados.

Na pesquisa de Toscano et al. (2020) os autores incorporam limpezas temporais obrigatórias e mudanças dependentes da sequência, representando adequadamente os processos de produção industrial de sucos pasteurizados e sucos com sabor de frutas de diferentes empresas.

No estudo conduzido por Mediouni et al. (2022) os autores desenvolvem um modelo para o problema. Duas abordagens de solução são feitas uma através de um método exato e outra por meio da heurística *Relax-and-Fix*. O estudo forneceu dez instâncias representativas com dados reais para testar o modelo proposto.

O modelo de dimensionamento e programação de lotes em dois níveis com tempo de permanência máximo no estoque intermediário (*TLSII-MPT – Two-level Lot Sizing and Scheduling Model ith Maximum Permanence Time in Intermediate Inventory*) foi desenvolvido por Schimidt et al. (2022). Este modelo visa otimizar as atividades de produção em um ambiente que consiste em dois níveis dependentes e um estoque intermediário entre eles, considerando os requisitos práticos da indústria de cosméticos, como prazos mínimos e máximos obrigatórios de armazenamento de itens no estoque intermediário, garantindo um certo nível de qualidade dos itens produzidos.

O QUADRO 11 apresenta uma síntese dos estudos e seus aspectos de acordo com a classificação elaborada.

Após a obtenção dessa base de conhecimento é possível propor uma formulação matemática para atender os objetivos desta dissertação. Portanto no próximo capítulo será apresentada uma proposta de um modelo matemático, que se enquadra na classificação SITLSP.

QUADRO 11 – SÍNTESE DOS ESTUDOS E SEUS ASPECTOS

| Problema | Referência | Buckets | | Dois estágios | Partilha | | Ociosidade |
|----------------|---------------------------------|---------|-----|---------------|----------|-------|------------|
| | | Small | Big | | Lotes | Setup | |
| MLCLSP | (BILLINGTON et al., 1994) | ✓ | | | | | |
| | (TEMPELMEIER; HELBER, 1994) | ✓ | | | | | |
| | (POCHET, 2001) | ✓ | | | | | |
| | (BUSCHKÜHL et al., 2010) | ✓ | | | | | |
| | (ALMEDER et al., 2015) | ✓ | | | | | |
| MLPLSP | (DREXL; KIMMS, 1997) | ✓ | | | ✓ | | |
| | (STADTLER, 2011) | ✓ | | | ✓ | ✓ | |
| | (STADTLER; SAHLING, 2013) | ✓ | | | ✓ | ✓ | |
| MLCLSP, MLPLSP | (FANDEL; STAMMEN-HEGENE, 2006) | | ✓ | | | | ✓ |
| | (MOHAMMADI et al., 2010) | ✓ | | | | | ✓ |
| MLGLSP | (SEEANNER; MEYR, 2013) | | ✓ | | ✓ | ✓ | ✓ |
| | (WEI et al., 2019) | | ✓ | | | ✓ | ✓ |
| | (HAKEEM-UR-REHMAN et al., 2021) | | ✓ | | | ✓ | ✓ |
| SITLSP | (FERREIRA et al., 2008) | | ✓ | ✓ | | | ✓ |
| | (TOLEDO et al., 2015) | | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ |
| | (SCHIMIDT et al., 2019) | | ✓ | ✓ | ✓ | | |
| | (TOSCANO et al., 2020) | ✓ | | ✓ | | | |
| | (MEDIOUNI et al., 2022) | | ✓ | ✓ | | | |
| | (SCHIMIDT et al., 2022) | | ✓ | ✓ | | | ✓ |

FONTE: O autor (2023).

4 MODELO PROPOSTO

Este capítulo tem por finalidade apresentar a proposta de um modelo que será denominado Modelo Matemático integrado de Dimensionamento de Lotes e Sequenciamento da Produção em Múltiplos Estágios (MMDSME). Os parâmetros do modelo estão apresentados no QUADRO 12, variáveis de decisão no QUADRO 13, variáveis inteiras no QUADRO 14, variáveis binárias no QUADRO 15, bem como o modelo matemático são apresentados a seguir.

QUADRO 12 – PARÂMETROS DO MODELO MMDSME

| Parâmetros | Descrição |
|----------------------|---|
| S_t | Conjunto de micro períodos pertencentes ao macro período t |
| $N_{K\theta}$ | Conjunto de itens que podem ser processados na máquina k no estágio θ . |
| $\Lambda_{\theta i}$ | Conjunto de itens no estágio θ que usam o item i em sua composição, sucessores imediatos do item i no estágio θ . |
| $sc_{\theta ijk}$ | Custo do <i>setup</i> para troca do item i par o j na máquina k pertencente ao estágio θ . |
| $c_{\theta ik}$ | Custo de produção do item i na máquina k pertencente ao estágio θ . |
| $g_{\theta k}$ | Custo de minutos extras na máquina k pertencente ao estágio θ . |
| $h_{\theta i}^+$ | Custo para manter uma unidade do item i em estoque do estágio θ . |
| h_i^- | Custo de penalização da demanda não atendida do item i |
| $lm_{\theta ik}$ | Quantidade mínima para ativação da produção do lote do item i na máquina k pertencente ao estágio θ . |
| d_{it} | Demanda (em unidades) do item i no macro período t . |
| $tp_{\theta ik}$ | Tempo (em minutos) para produzir uma unidade do item i no estágio θ na máquina k . |
| $st_{\theta ijk}$ | Tempo de <i>setup</i> (em minutos) necessário para realizar troca do item i para o j na maquina k no estágio θ . |
| $Cap_{\theta kt}$ | Capacidade (em minutos) da máquina k no estágio θ no macro período t . |
| $st_{\theta 0ik}$ | Tempo de preparação (em minutos) do item i na máquina k pertencente ao estágio θ no início do horizonte de planejamento. |
| Ψ | Quantidade máxima permitida de minutos extras permitido. |
| $lt_{\theta i}$ | tempo de transporte do item i no no estágio θ . |
| $Q_{\theta it}^+$ | Quantidade máxima de unidades em estoque permitida do item i no macro período t no estágio θ . |
| $Q_{\theta it}^-$ | Quantidade máxima de demanda não atendida permitida do item i no macro período t no estágio θ . |
| Γ_{ji} | Quantidade necessária do item i para produção de uma unidade do sucessor imediado j . |
| $I_{\theta i0}^+$ | quantidade do item i no estoque do estágio θ no início do horizonte de planejamento. |
| $I_{\theta i0}^-$ | quantidade de demanda não atendida do item i do estágio θ no início do horizonte de planejamento. |

FONTE: O autor (2023).

QUADRO 13 – VARIÁVEIS CONTÍNUAS

| Variáveis | Descrição |
|-----------------------|--|
| $\alpha_{\theta ikt}$ | instante do início (em minutos) da produção do item i no macro período t na máquina k pertencente ao estágio θ . |
| $\beta_{\theta ikt}$ | instante do término (em minutos) da produção do item i no macro período t na máquina k pertencente ao estágio θ . |
| $\delta_{\theta it}$ | instante do término (em minutos) da produção do lote do item i no macro período t no estágio θ . |
| $\lambda_{\theta it}$ | instante de que ocorre a liberação do lote do item i no macro período t no estágio θ . |
| $eh_{\theta kt}$ | minutos extras usados no macro período t na máquina k pertencente ao estágio θ . |
| $y_{\theta ijks}$ | 1 se ocorre a troca do item i para o j no micro período s na máquina k pertencente ao estágio θ . 0 caso contrário. |

FONTE: O autor (2023).

QUADRO 14 – VARIÁVEIS INTEIRAS

| Variáveis | Descrição |
|-------------------|---|
| $I_{\theta it}^+$ | Quantidade (em unidades) do item i ao final do macro período t estoque do estágio θ . |
| $I_{\theta it}^-$ | Quantidade de demanda não atendida (em unidades) do item i no final do macro período t no estágio θ . |
| $x_{\theta iks}$ | Quantidade processada (em unidades) do item i no micro período s na máquina k pertencente ao estágio θ . |
| $xa_{\theta it}$ | Quantidade (em unidades) processada do lote do item acabado i no estágio θ no macro período t . |
| $xs_{\theta it}$ | Quantidade (em unidades) processada do lote do item semiacabado i no estágio θ no macro período t . |

FONTE: O autor (2023).

QUADRO 15 – VARIÁVEIS BINÁRIAS

| Variáveis | Descrição |
|------------------|---|
| $z_{\theta iks}$ | 1 se ocorre o processamento do item i no micro período s na máquina k pertencente ao estágio θ . 0 caso contrário. |
| $w_{\theta it}$ | 1 se ocorre o processamento do lote do item i no macro período t no estágio θ , 0 caso contrário. |

FONTE: O autor (2023).

Ressalta-se que o desenvolvimento do modelo proposto foi realizado com base em modelos já consolidados na literatura, incorporando características dos modelos contidos em problemas do tipo MLGLSP e SITLSP.

Modelo MMDSME:

$$\begin{aligned}
 \text{Min } Z = & \sum_{\theta=1}^{\Theta} \sum_{i \in N_{K\theta}} \sum_{j \in N_{K\theta}} \sum_{k=1}^{K\theta} \sum_{s=1}^S s C_{\theta ijk} \cdot y_{\theta ijk s} + \sum_{\theta=1}^{\Theta} \sum_{i \in N_{K\theta}} \sum_{k=1}^{K\theta} \sum_{s=1}^S C_{\theta ik} \cdot x_{\theta iks} \\
 & + \sum_{\theta=1}^{\Theta} \sum_{k=1}^{K\theta} \sum_{t=1}^T g_{\theta k} \cdot e h_{\theta kt} + \sum_{\theta=1}^{\Theta} \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (h_{\theta i}^+ \cdot I_{\theta it}^+ + h_i^- \cdot I_{\theta it}^-)
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

Sujeito a:

Conjuntos de restrições comuns a todos os estágios:

$$x_{\theta iks} \geq l m_{\theta ik} \cdot z_{\theta iks} \quad \forall \theta, k, i \in N_{K\theta}, s \tag{4.2}$$

$$\sum_{i \in N_{K\theta}} z_{\theta iks} \leq 1 \quad \forall \theta, k, s \tag{4.3}$$

$$\sum_{i \in N_{K\theta}} z_{\theta ik(s-1)} \geq \sum_{i \in N_{K\theta}} z_{\theta iks} \quad \forall \theta, k, s > 1 \tag{4.4}$$

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N y_{\theta ijk s} \leq 1 \quad \forall \theta, k, s \tag{4.5}$$

$$y_{\theta ijk s} \geq z_{\theta ik(s-1)} + z_{\theta jks} - 1 \quad \forall \theta, i, j, k, s > 1 \tag{4.6}$$

$$\begin{aligned}
 & \sum_{s \in S_t} \sum_{i \in N_{K\theta}} t p_{\theta ik} \cdot x_{\theta iks} \\
 & + \sum_{s \in S_t} \sum_{i \in N_{K\theta}} \sum_{j \in N_{K\theta}} s t_{\theta ijk} \cdot y_{\theta ijk s} \leq (Cap_{\theta kt} + e h_{\theta kt})
 \end{aligned} \quad \forall \theta, k, t \tag{4.7}$$

$$\alpha_{\theta ik1} \geq st_{\theta ik} \cdot z_{\theta ik1} \quad \forall \theta, i, k, t = 1, s = 1 \quad (4.8)$$

$$\begin{aligned} \alpha_{\theta jkt} &\geq \alpha_{\theta ikt} + tp_{\theta ik} \cdot \sum_{s \in S_t} x_{\theta iks} + st_{\theta ijk} \\ &+ M \cdot \sum_{s \in S_t} y_{\theta ijk s} - M \end{aligned} \quad \forall \theta, k, i, j, i \neq j, t \quad (4.9)$$

$$\alpha_{\theta ikt} \leq M \cdot \sum_{s \in S_t} z_{\theta iks} \quad \forall i, \theta, k, t \quad (4.10)$$

$$\beta_{\theta ikt} = \alpha_{\theta ikt} + tp_{\theta ik} \sum_{s \in S_t} x_{\theta iks} \quad \forall \theta, k, i, t \quad (4.11)$$

$$\beta_{\theta ikt} \leq Cap_{\theta kt} + eh_{\theta kt} \quad \forall \theta, i, t, k \quad (4.12)$$

$$eh_{\theta kt} \leq \Psi \quad \forall \theta, k, t \quad (4.13)$$

$$I_{\theta it}^+ \leq Q_{\theta it}^+ \quad \forall \theta, i, t \quad (4.14)$$

$$I_{\theta it}^- \leq Q_{\theta it}^- \quad \forall \theta, i, t \quad (4.15)$$

$$xs_{\theta it} + xa_{\theta it} = \sum_{k=1}^{K_\theta} \sum_{s \in S_t} x_{\theta iks} \quad \forall \theta, i \in N_{K_\theta}, t \quad (4.16)$$

$$I_{\theta it}^+ = I_{\theta i(t-1)}^+ + xa_{\theta it} - d_{it} + I_{\theta it}^- - I_{\theta i(t-1)}^- \quad \forall \theta, i \in N_{K_\theta}, t \quad (4.17)$$

Conjuntos de restrições: sincronia entre estágios e produção de itens semiacabados:

$$w_{\theta it} \leq x_{s\theta it} \leq M \cdot w_{\theta it} \quad \forall \theta \in \{1, \dots, \Theta - 1\}, i, t \quad (4.18)$$

$$\lambda_{\theta it} = \delta_{\theta it} + lt_{\theta i} \cdot w_{\theta it} \quad \forall \theta \in \{1, \dots, \Theta - 1\}, i, t \quad (4.19)$$

$$\alpha_{(\theta+1)jkt} \geq \lambda_{\theta it} \quad \forall \theta \in \{1, \dots, \Theta - 1\}, i, \\ j \in \Lambda_{(\theta+1)i}, t, \\ k \in \{1, \dots, K_{(\theta+1)}\} \quad (4.20)$$

$$\delta_{\theta it} \geq \beta_{\theta ikt} \quad \forall \theta \in \{1, \dots, \Theta - 1\}, i, \\ t, k \quad (4.21)$$

$$\delta_{\theta it} \leq M \cdot w_{\theta it} \quad \forall \theta \in \{1, \dots, \Theta - 1\}, i, t \quad (4.22)$$

$$x_{s\theta it} = \sum_{j \in \Lambda_{(\theta+1)i}} \Gamma_{ji} \cdot x_{a_{(\theta+1)jt}} + \sum_{j \in \Lambda_{(\theta+1)i}} \Gamma_{ji} \cdot x_{s_{(\theta+1)jt}} \quad \forall \theta \in \{1, \dots, \Theta - 1\}, i, t \quad (4.23)$$

$$z_{\theta iks} \leq x_{\theta iks} \leq \left(\sum_{t=\tau}^T d_{i\tau} + \sum_{j \in \Lambda_{(\theta+1)i}} \Gamma_{ji} \cdot d_{jt} \right) \cdot z_{\theta iks} \quad \forall t, \theta \in \{1, \dots, \Theta - 1\}, k, \\ i, s \in S_t \quad (4.24)$$

Conjunto de restrições aplicáveis somente ao último estágio:

$$z_{\Theta iks} \leq x_{\Theta iks} \leq \left(\sum_{i \in N_{K_{\Theta}}} \sum_{\tau=1}^T d_{i\tau} \right) \cdot z_{\Theta iks} \quad \forall t, k, i, s \in S_t \quad (4.25)$$

$$x_{s\Theta it} = 0 \quad \forall i, t \quad (4.26)$$

Conjuntos de restrições: domínio das variáveis:

$$y_{\theta i k s}, e h_{\theta k t}, \alpha_{\theta i k t}, \beta_{\theta i k t}, \delta_{\theta i t}, \lambda_{\theta i t} > 0 \quad \forall \quad i, j, k, s, t, \theta \quad (4.27)$$

$$z_{\theta i k s}, w_{\theta i t} \in \{0, 1\} \quad \forall \quad i, k, s, t, \theta \quad (4.28)$$

$$x_{\theta i k s}, x a_{\theta i t}, x s_{\theta i t} I_{\theta i t}^+, I_{\theta i t}^- \in \mathbb{Z}^+ \quad \forall \quad i, k, s, t, \theta \quad (4.29)$$

A função objetivo (4.1) visa minimizar os custos de *setup*, produção, horas extras, retenção de estoques e demandas não atendida.

A quantidade produzida $x_{\theta i k s}$ em um micro deve ser no mínimo a quantidade $l m_{\theta i k}$, por isso caso $x_{\theta i k s} > 0$ então ocorre o processamento de um lote e a variável binária deve ser ativada, ou seja, $z_{\theta i k s} = 1$, conforme imposto pelo conjunto de restrições (4.2)

O conjunto de restrições (4.3) limita a quantidade de processamentos de um determinado item i , permitindo apenas um item por vez.

O conjunto de restrições (4.4) impõem que caso não exista processamento, o mesmo deve ser levado para o final do horizonte de planejamento, essa prática pode ser imposta aqui pois é levado em consideração que cada macro período é composto por 480 minutos o que corresponde a um turno de 8 horas de produção, desse modo a ociosidade é carregada para o fim do período, caso exista.

O conjunto de restrições (4.5) limita o número de trocas, ou seja, apenas um item i pode ser trocado para o j por vez.

O conjunto de restrições (4.6) identificam se houve ou não um *setup*, a variável $y_{\theta i j k s}$ pelo caráter contínuo permite que o modelo trabalhe de modo relaxado, desse modo a identificação de um *setup* é imposta com o auxílio da variável $z_{\theta i k s}$.

O conjunto de restrições (4.7) impõem que o tempo de produção do item somado ao tempo de *setup* deve ser menor que a capacidade somada as horas extras permitidas nas máquinas.

O conjunto de restrições (4.8) indicam o início do primeiro lote no macro período, o instante de início deve ser maior ou igual ao tempo *setup* inicial, no entanto se a máquina já estiver preparada no início do planejamento, o *setup* pode ser indicado como nulo, dessa forma $s t_{\theta 0 i k=0}$

Assumindo que o item j é produzido após o item i em uma máquina k do estágio θ , seu instante deve ser maior ou igual a soma dos tempos de início, produção e *setup* de i . Dado um número suficientemente grande $M = Cap_{\theta kt} + eh_{\theta kt}$ e que a variável $y_{\theta ijk_s}$ esteja ativa então os valores de M se anulam, indicando que aquele item é produzido naquele macro período, conforme o conjunto de restrições (4.9).

Caso não haja produção em um macro período então o instante de início da máquina em um macro período deve ser nulo, isso é garantido pelo conjunto de restrições (4.10).

O instante de término do lote do item i é calculado com a equação (4.11), ela é feita somando instante do início com o tempo de produção do item no macro período.

A desigualdade válida (4.12) garante que o instante de término não ultrapasse a capacidade somada a horas extras.

O conjunto de restrições (4.13), (4.14) e (4.15) limitam a quantidade de horas extras, retenção de itens em estoques intermediários e demandas não atendidas respectivamente.

A equação (4.16) calcula a produção total das máquinas de acordo com a necessidade de produção dos lotes de itens acabados e semiacabados.

O conjunto de restrições (4.17) impõe o equilíbrio entre os estoques, produção e demanda não atendida.

O conjunto de restrições (4.18) garantem que caso seja produzido um item semiacabado, então existe a ativação do lote daquele item para ser transportado para o próximo estágio.

O conjunto de restrições (4.19) calculam o instante de liberação do lote do item semiacabado para para o próximo estágio.

A Equação (4.19) e a inequação (4.20) controlam o tempo de transporte ou liberação de um lote de um item semiacabado para que ele seja usado para produzir um item acabado no próximo estágio, impondo que o instante de liberação de um item no próximo estágio deve acontecer após o término do lote somado a um instante tempo de *lead time*.

O conjunto de restrições (4.21) e (4.22) calculam o instante de término dos lotes do item i no estágio θ , como mais de uma máquina e micro período pode produzir um item no estágio então é necessário fazer uso da variável $\delta_{\theta it}$ e caso ela seja maior que zero ($\delta_{\theta it} > 0$) então a variável $w_{\theta it} = 1$ é ativada, indicando que um lote do item i foi processado naquele estágio.

A equação (4.23) calcula a quantidade necessária de itens semiacabados que precisam ser produzidos dos itens que dos próximos estágios.

A produção de um lote $x_{\theta i k s}$ só pode acontecer se existir uma demanda d_{it} de um item em algum macro período do horizonte de planejamento, ou se for necessário a produção de um item semiacabado, portanto caso não exista demanda então $x_{\theta i k s} = 0$, conforme o conjunto de restrições (4.24),(4.25).

A equação (4.26) zera a quantidade dos semiacabados no último estágio.

O conjunto de restrições (4.27)-(4.29) indicam o domínio das variáveis.

Para um melhor entendimento do modelo é apresentado no Apêndice 1 exemplos ilustrativos com uma instância pequena.

5 TESTES COMPUTACIONAIS

Este capítulo apresenta os testes computacionais realizados para o modelo desenvolvido no Capítulo 4. Ele divide-se em duas seções, na seção 5.1 são definidas as estruturas dos itens e geração dos parâmetros. Na seção 5.2 são apresentados os resultados dos testes computacionais.

Tanto a geração das instâncias quanto os testes computacionais foram realizados em um computador com processador Intel(R) Core(TM) i5-8265U CPU @ 1.60GHz 1.80 GHz, memória RAM de 8GB e sistema operacional Windows de 64 bits. Utilizou-se o software Microsoft Visual Studio 2022 em conjunto com a linguagem de programação C# baseada no Framework .Net 6. Para a resolução das instâncias, utilizou-se o *Solver* Gurobi¹ versão 9.5.1.

5.1 GERAÇÃO DE INSTÂNCIAS DE TESTE

Para a geração das instâncias, foram considerados dois tipos de estruturas de itens, em série e de montagem, tanto para dois quanto para três estágios. A metodologia adotada segue o mesmo racional proposto por Ulbricht (2015). O estudo em questão é direcionado a uma empresa que produz placas eletrônicas, e os limites superiores e inferiores são fornecidos pela própria empresa. A geração dos problemas é realizada por meio de sorteio aleatório uniformemente distribuído com base nos limites fornecidos.

Para todas as instâncias, o número de macro períodos T foi definido como cinco, correspondendo a cinco dias de trabalho. O número de micro períodos S foi definido como o mesmo número de itens, por exemplo, uma instância com 10 itens terá também 10 micro períodos ($S = 10$), desse modo dois micro períodos por macro período, ou seja, $N = S = 10$ e $S_1 = \{1, 2\}, S_2 = \{3, 4\}, \dots, S_5 = \{9, 10\}$. O número de máquinas em cada estágio K_θ é parametrizado de duas a quatro, dependendo do tipo de problema. A capacidade máxima Cap_θ é configurada como 480 minutos, o que corresponde a 8 horas de trabalho, assim como a quantidade máxima permitida de minutos extras, que é de 120 minutos, equivalente a 2 horas extras.

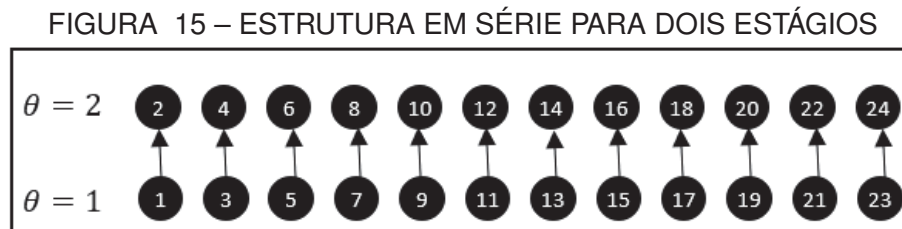
Os parâmetros e os seus limitantes superiores e inferiores foram os mesmos usados no trabalho de Ulbricht (2015); no entanto, foram adicionados dois parâmetro a mais: O $\Lambda_{\theta i}$ que define os sucessores imediatos do item i no estágio θ ; o parâmetro Γ_{ji} que define a quantidade necessária do item i para produção de uma unidade do

¹ GUROBI. Gurobi Optimization. Disponível em: <https://www.gurobi.com/>. Acesso em: 2 dez. 2023

sucessor imediato j , esse com um limite inferior de uma unidade e superior de duas unidades.

5.1.1 Instâncias com Estrutura em Série para Dois Estágios

As instâncias geradas nesta subseção são para itens com estrutura em série com produção em dois estágios. No primeiro estágio, ocorre a produção de um item semiacabado. Um item semiacabado precisa ser finalizado e transportado para o segundo estágio antes do início da produção do item acabado, pois existe uma relação de precedência que exige que o item semiacabado seja produzido primeiro. As instâncias geradas são projetadas para abranger de 6 a 24 itens, conforme ilustrado na FIGURA 15.



FONTE: O autor (2023).

O sucessor imediato de um item i no segundo estágio é definido pelo parâmetro $\Lambda_{\theta i}$. Na estrutura que a FIGURA 15 ilustra, nota-se que, para a produção do item 2, faz-se necessário a produção do item 1 no estágio 1. Desse modo, o parâmetro pode ser estabelecido como $\Lambda_{21} = 2$.

Os intervalos para geração dos demais parâmetros são apresentados no QUADRO 16. As nomenclaturas para esse problema começam com SE2 por tratar de instâncias para a estrutura em série de dois estágios. As letras A, B, C e D são acrescentadas ao final para representar cada tipo de problema, sendo eles: SE2A, SE2B, SE2C e SE2D (conforme o QUADRO 16).

Foram desenvolvidos quatro tipos de problemas em dois estágios, e para cada tipo foram gerados 3 sorteios aleatórios dentro do intervalo previamente estabelecido. Portanto, para cada sorteio realizado, acrescentou-se um número ao final da instância. Por exemplo, a instância SE2A1 refere-se a um sorteio realizado dentro do intervalo dos parâmetros estabelecidos para o problema SE2A, conforme o QUADRO 17. As demais instâncias foram geradas de forma análoga.

5.1.2 Instâncias com Estrutura em Série para Três Estágios

As instâncias geradas nesta subseção são para itens com estrutura em série para três estágios. No primeiro e segundo estágio, ocorre a produção de itens semiacabados. Os itens semiacabados precisam ser finalizados e transportados do

QUADRO 16 – PARÂMETROS PARA PRODUÇÃO PARA GERAÇÃO DAS INSTÂNCIAS DE ITENS COM ESTRUTURA EM SÉRIE EM DOIS ESTÁGIOS

| Parâmetro | Unid. de medida | SE2A | SE2B | SE2C | SE2D |
|-------------------|-----------------|---|--------|--------|--------|
| N | unid. | 6 | 10 | 16 | 24 |
| K_{θ} | unid. | {2;2} | {2;2} | {4;4} | {4;4} |
| $Cap_{\theta kt}$ | min. | 480 | 480 | 480 | 480 |
| Γ_{ji} | unid. | [1;2] | [1;2] | [1;2] | [1;2] |
| $c_{\theta ik}$ | \$/unid. | [4;30] | [4;30] | [4;30] | [4;30] |
| $g_{\theta k}$ | \$/unid. | 30,00 | 30,00 | 30,00 | 30,00 |
| $sc_{\theta ijk}$ | \$/unid. | [5;20] | [5;20] | [5;20] | [5;20] |
| $st_{\theta ijk}$ | min. | [5;20] | [5;20] | [5;20] | [5;20] |
| $st_{\theta oik}$ | min. | [5;20] | [5;20] | [5;20] | [5;20] |
| $tp_{\theta ik}$ | min. | [2;15] | [2;15] | [2;15] | [2;15] |
| $lm_{\theta ik}$ | unid. | [1;4] | [1;4] | [1;4] | [1;4] |
| Psi | unid. | 120 | 120 | 120 | 120 |
| $I_{\Theta i0}^-$ | unid. | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $I_{\Theta i0}^+$ | unid. | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $Q_{\theta it}^-$ | unid. | No máximo $((0,5+(K_{\theta}/2))*100)$ % da maior demanda do item, sendo 0 % no último período. | | | |
| $Q_{\theta it}^+$ | unid. | No máximo $((0,8+(K_{\theta}/2))*100)$ % da maior demanda do item | | | |
| d_{it}^* | unid. | [1;8] | [1;8] | [1;8] | [1;8] |
| d_{it} | unid. | [0;8] | [0;8] | [0;8] | [0;8] |
| $lt_{\theta i}$ | min. | [0;40] | [0;40] | [0;40] | [0;40] |
| $hi_{\theta i}^+$ | \$/unid. | Igual a 20% do maior custo de processamento do item | | | |
| h_i | \$/unid. | Igual a 50% do maior custo de processamento do item | | | |

FONTE: O autor (2023).

NOTA: * Apenas itens processados no segundo estágio

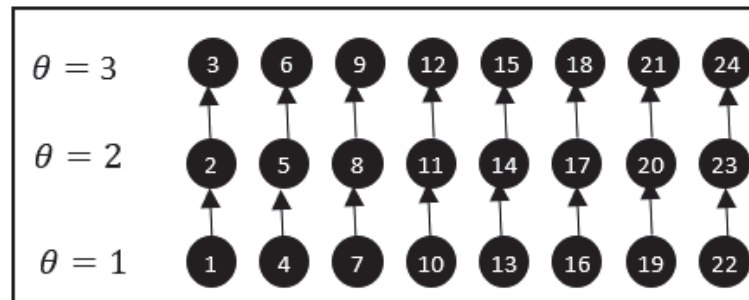
QUADRO 17 – NOMENCLATURAS UTILIZADAS PARA AS INSTÂNCIAS COM ESTRUTURA EM SÉRIE E DOIS ESTÁGIOS

| Nº do sorteio aleatório | SE2A | SE2B | SE2C | SE2D |
|-------------------------|-------|-------|-------|-------|
| 1 | SE2A1 | SE2B1 | SE2C1 | SE2D1 |
| 2 | SE2A2 | SE2B2 | SE2C2 | SE2D2 |
| 3 | SE2A3 | SE2B3 | SE2C3 | SE2D3 |

FONTE: O autor (2023).

primeiro para o segundo estágio, antes do início da produção do item semiacabado, e do segundo para o terceiro antes da produção do item acabado, pois existe uma relação de precedência que exige que o item semiacabado seja produzido primeiro. As instâncias geradas foram projetadas para abranger de 6 a 24 itens, conforme ilustrado na FIGURA 16.

FIGURA 16 – ESTRUTURA EM SÉRIE PARA TRÊS ESTÁGIOS



FONTE: O autor (2023).

O sucessor imediato de um item i no segundo e terceiro estágio é definido pelo parâmetro $\Lambda_{\theta i}$. Na estrutura que a FIGURA 16 ilustra, nota-se que, para a produção do item 2, faz-se necessário a produção do item 1 no estágio 1. Desse modo, o parâmetro pode ser estabelecido como $\Lambda_{21} = 2$. Da mesma forma, para a produção do item 3, faz-se necessário a produção do item 2 no estágio 2. Portanto, o parâmetro pode ser estabelecido como $\Lambda_{32} = 3$.

Os intervalos para geração dos demais parâmetros são apresentados no QUADRO 18. As nomenclaturas para esse problema começam com SE3 por se tratar de instâncias para a estrutura em série para três estágios. As letras A, B, C, D, E e F são acrescentadas ao final para representar cada tipo de problema, sendo eles, SE3A, SE3B, SE3C, SE3D, SE3E e SE3F (conforme QUADRO 18).

Seis tipos de problemas em três estágios são desenvolvidos e para cada tipo são gerados 3 sorteios aleatórios no intervalo previamente estabelecido. Desse modo, para cada sorteio realizado, acrescentou-se um número ao final da instância. Por exemplo, a instância SE3A1 refere-se a um sorteio realizado no intervalo dos parâmetros estabelecidos no problema SE3A, conforme o QUADRO 19. As demais instâncias são geradas de forma análoga.

5.1.3 Instâncias com Estrutura de Montagem para Dois Estágios

As instâncias geradas nesta subseção são destinadas a itens com estrutura de montagem para dois estágios. No primeiro estágio, ocorre a produção de itens semiacabados. Os itens semiacabados precisam ser finalizados e transportados do primeiro para o segundo estágio antes do início da produção do item acabado, pois existe uma relação de precedência que exige que o item semiacabado seja produzido

QUADRO 18 – PARÂMETROS PARA PRODUÇÃO PARA GERAÇÃO DAS INSTÂNCIAS DE ITENS COM ESTRUTURA EM SÉRIE EM TRÊS ESTÁGIOS

| Parâmetro | Unid. de medida | SE3A | SE3B | SE3C | SE3D | SE3E | SE3F |
|-------------------|-----------------|---|---------|---------|---------|---------|---------|
| N | unid. | 6 | 9 | 12 | 15 | 18 | 24 |
| K_{θ} | unid. | {2;2;2} | {2;2;2} | {3;3;3} | {3;3;3} | {4;4;4} | {4;4;4} |
| $Cap_{\theta kt}$ | min. | 480 | 480 | 480 | 480 | 480 | 481 |
| Γ_{ji} | unid. | [1;2] | [1;2] | [1;2] | [1;2] | [1;2] | [1;2] |
| $c_{\theta ik}$ | \$/unid. | [4;30] | [4;30] | [4;30] | [4;30] | [4;30] | [4;30] |
| $g_{\theta k}$ | \$/unid. | 30,00 | 30,00 | 30,00 | 30,00 | 30,00 | 31,00 |
| $sc_{\theta ijk}$ | \$/unid. | [5;20] | [5;20] | [5;20] | [5;20] | [5;20] | [5;20] |
| $st_{\theta ijk}$ | min. | [5;20] | [5;20] | [5;20] | [5;20] | [5;20] | [5;20] |
| $st_{\theta oik}$ | min. | [5;20] | [5;20] | [5;20] | [5;20] | [5;20] | [5;20] |
| $tp_{\theta ik}$ | min. | [2;15] | [2;15] | [2;15] | [2;15] | [2;15] | [2;15] |
| $lm_{\theta ik}$ | unid. | [1;4] | [1;4] | [1;4] | [1;4] | [1;4] | [1;4] |
| Psi | unid. | 120 | 120 | 120 | 120 | 120 | 120 |
| $I_{\Theta i0}^-$ | unid. | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $I_{\Theta i0}^+$ | unid. | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $Q_{\theta it}^-$ | unid. | No máximo $((0,5+(K_{\theta}/2))*100)$ % da maior demanda do item, sendo 0 % no último período. | | | | | |
| $Q_{\theta it}^+$ | unid. | No máximo $((0,8+(K_{\theta}/2))*100)$ % da maior demanda do item | | | | | |
| d_{it}^* | unid. | [1;8] | [1;8] | [1;8] | [1;8] | [1;8] | [1;8] |
| d_{it} | unid. | [0;8] | [0;8] | [0;8] | [0;8] | [0;8] | [0;8] |
| $lt_{\theta i}$ | min. | [0;40] | [0;40] | [0;40] | [0;40] | [0;40] | [0;40] |
| $hi_{\theta i}^+$ | \$/unid. | Igual a 20% do maior custo de processamento do item | | | | | |
| h_i | \$/unid. | Igual a 50% do maior custo de processamento do item | | | | | |

FONTE: O autor (2023).

NOTA: * Apenas itens processados no terceiro estágio

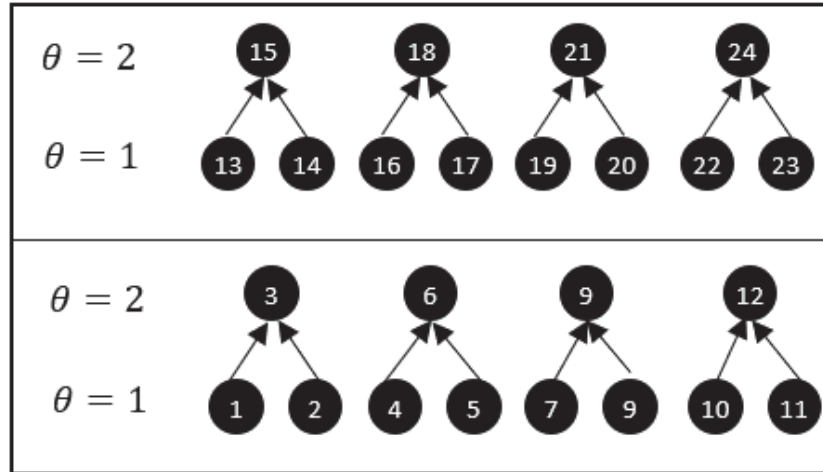
QUADRO 19 – NOMENCLATURAS UTILIZADAS PARA AS INSTÂNCIAS COM ESTRUTURA EM SÉRIE E TRÊS ESTÁGIOS

| Nº do sorteio aleatório | SE3A | SE3B | SE3C | SE3D | SE3E | SE3F |
|-------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1 | SE3A1 | SE3B1 | SE3C1 | SE3D1 | SE3E1 | SE3F1 |
| 2 | SE3A2 | SE3B2 | SE3C2 | SE3D2 | SE3E2 | SE3F2 |
| 3 | SE3A3 | SE3B3 | SE3C3 | SE3D3 | SE3E3 | SE3F3 |

FONTE: O autor (2023).

primeiro. As instâncias geradas são projetadas para abranger de 9 a 24 itens, conforme ilustrado na FIGURA 17.

FIGURA 17 – ESTRUTURA DE MONTAGEM PARA DOIS ESTÁGIOS



FONTE: O autor (2023).

O sucessor imediato de um item i no segundo estágio é definido pelo parâmetro Λ_{θ_i} . Na estrutura que a FIGURA 17 ilustra, nota-se que, para a produção do item 3, faz-se necessário a produção do item 1 e 2 no estágio 1. Portanto, são estabelecidos dois parâmetros: o primeiro como $\Lambda_{21} = 3$ e o segundo como $\Lambda_{22} = 3$.

Os intervalos para a geração dos demais parâmetros são apresentados no QUADRO 20. As nomenclaturas para esse problema começam com "ME2" por se tratar de instâncias para a estrutura de montagem para dois estágios. As letras A, B, C e D são acrescentadas ao final para representar cada tipo de problema, sendo eles ME2A, ME2B, ME2C e ME2D (conforme QUADRO 20).

Quatro tipos de problemas em dois estágios foram desenvolvidos, e para cada tipo, foram gerados 3 sorteios aleatórios dentro do intervalo previamente estabelecido. Dessa forma, para cada sorteio realizado, acrescentou-se um número ao final da instância. Por exemplo, a instância ME2A1 refere-se a um sorteio realizado no intervalo dos parâmetros estabelecidos no problema ME2A, conforme o QUADRO 21. As demais instâncias são geradas de forma análoga.

5.1.4 Instâncias com Estrutura de Montagem para Três Estágios

As instâncias geradas nesta subseção são para itens com estrutura de montagem para três estágios. No primeiro e segundo estágio, ocorre a produção de itens semiacabados. Os itens semiacabados precisam ser finalizados e transportados do primeiro para o segundo nível antes do início da produção do próximo item semiacabado, da mesma forma do segundo para o terceiro antes do início da produção do item acabado, pois existe uma relação de precedência que exige que o item semiacabado

QUADRO 20 – PARÂMETROS PARA PRODUÇÃO PARA GERAÇÃO DAS INSTÂNCIAS DE ITENS COM ESTRUTURA DE MONTAGEM EM DOIS ESTÁGIOS

| Parâmetro | Unid. de medida | ME2A | ME2B | ME2C | ME2D |
|-------------------|-----------------|---|--------|--------|--------|
| N | unid. | 9 | 15 | 18 | 24 |
| K_{θ} | unid. | {4;2} | {4;2} | {4;2} | {4;2} |
| $Cap_{\theta kt}$ | min. | 480 | 480 | 480 | 480 |
| Γ_{ji} | unid. | [1;2] | [1;2] | [1;2] | [1;2] |
| $c_{\theta ik}$ | \$/unid. | [4;30] | [4;30] | [4;30] | [4;30] |
| $g_{\theta k}$ | \$/unid. | 30,00 | 30,00 | 30,00 | 30,00 |
| $sc_{\theta ijk}$ | \$/unid. | [5;20] | [5;20] | [5;20] | [5;20] |
| $st_{\theta ijk}$ | min. | [5;20] | [5;20] | [5;20] | [5;20] |
| $st_{\theta oik}$ | min. | [5;20] | [5;20] | [5;20] | [5;20] |
| $tp_{\theta ik}$ | min. | [2;15] | [2;15] | [2;15] | [2;15] |
| $lm_{\theta ik}$ | unid. | [1;4] | [1;4] | [1;4] | [1;4] |
| Psi | unid. | 120 | 120 | 120 | 120 |
| $I_{\Theta i0}^-$ | unid. | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $I_{\Theta i0}^+$ | unid. | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $Q_{\theta it}^-$ | unid. | No máximo $((0,5+(K_{\theta}/2))*100)$ % da maior demanda do item, sendo 0 % no último período. | | | |
| $Q_{\theta it}^+$ | unid. | No máximo $((0,8+(K_{\theta}/2))*100)$ % da maior demanda do item | | | |
| d_{it}^* | unid. | [1;8] | [1;8] | [1;8] | [1;8] |
| d_{it} | unid. | [0;8] | [0;8] | [0;8] | [0;8] |
| $lt_{\theta i}$ | min. | [0;40] | [0;40] | [0;40] | [0;40] |
| $hi_{\theta i}^+$ | \$/unid. | Igual a 20% do maior custo de processamento do item | | | |
| h_i | \$/unid. | Igual a 50% do maior custo de processamento do item | | | |

FONTE: O autor (2023).

NOTA: * Apenas itens processados no segundo estágio

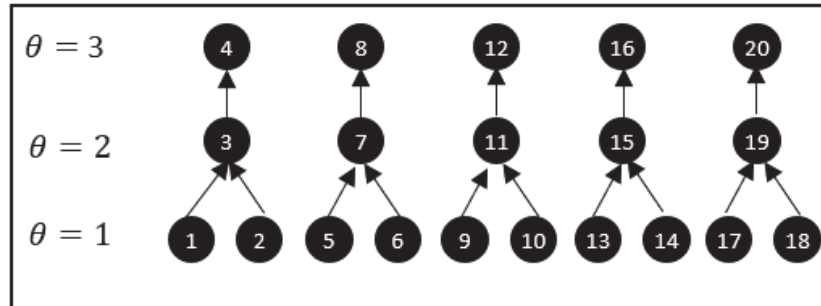
QUADRO 21 – NOMENCLATURAS UTILIZADAS PARA AS INSTÂNCIAS COM ESTRUTURA EM MONTAGEM E DOIS ESTÁGIOS

| Nº do sorteio aleatório | ME2A | ME2B | ME2C | ME2D |
|-------------------------|-------|-------|-------|-------|
| 1 | ME2A1 | ME2B1 | ME2C1 | ME2D1 |
| 2 | ME2A2 | ME2B2 | ME2C2 | ME2D2 |
| 3 | ME2A3 | ME2B3 | ME2C3 | ME2D3 |

FONTE: O autor (2023).

seja produzido primeiro. As instâncias geradas são projetadas para abranger de 8 a 20 itens, conforme ilustrado na FIGURA 18.

FIGURA 18 – ESTRUTURA DE MONTAGEM PARA TRÊS ESTÁGIOS



FONTE: O autor (2023).

O sucessor imediato de um item i no segundo ou terceiro estágio é definido pelo parâmetro $\Lambda_{\theta i}$. Na estrutura que a FIGURA 18 ilustra, nota-se que, para a produção do item 4, faz-se necessário a produção do item 1 e 2 no estágio 1 e do item 3 no estágio 2. Portanto, são estabelecidos três parâmetros: o primeiro como $\Lambda_{21} = 3$, segundo como $\Lambda_{22} = 3$ e o terceiro como $\Lambda_{33} = 4$.

Os intervalos para a geração dos demais parâmetros são apresentados no QUADRO 22. As nomenclaturas para esse problema começam com "ME3" por se tratar de instâncias para a estrutura de montagem para três estágios. As letras A, B, C e D são acrescentadas ao final para representar cada tipo de problema, sendo eles ME3A, ME3B, ME3C e ME3D (conforme QUADRO 22).

Foram desenvolvidos quatro tipos de problemas em três estágios, e para cada tipo, foram gerados 3 sorteios aleatórios dentro do intervalo previamente estabelecido. Dessa forma, para cada sorteio realizado, acrescentou-se um número ao final da instância. Por exemplo, a instância ME3A1 refere-se a um sorteio realizado no intervalo dos parâmetros estabelecidos no problema ME3A, conforme o QUADRO 23. As demais instâncias são geradas de forma análoga.

5.2 RESULTADOS DOS TESTES

Para resolver as instâncias geradas, utilizou-se o Gurobi 9.5.1, estabelecendo como critério de parada a obtenção da solução ótima ou o limite de tempo de 3600 segundos.

As Tabelas de TABELA 1 a TABELA 4 apresentam os resultados dos testes computacionais e possuem a mesma estrutura. Na primeira coluna, é informado o nome da instância. Na segunda coluna, é apresentado o tempo em segundos que levou para a resolução do problema pelo *solver*. A terceira coluna apresenta o GAP, que pode ser calculado de acordo com a fórmula a seguir:

QUADRO 22 – PARÂMETROS PARA PRODUÇÃO PARA GERAÇÃO DAS INSTÂNCIAS DE ITENS COM ESTRUTURA DE MONTAGEM EM TRÊS ESTÁGIOS

| Parâmetro | Unid. de medida | ME3A | ME3B | ME3C | ME3D |
|----------------------|-----------------|---|--------|--------|--------|
| N | unid. | 8 | 12 | 16 | 20 |
| K_{θ} | unid. | 4;2;2 | 4;2;2 | 6;4;4 | 6;4;4 |
| $Cap_{\theta kt}$ | min. | 480 | 480 | 480 | 480 |
| Γ_{ji} | unid. | [1;2] | [1;2] | [1;2] | [1;2] |
| $c_{\theta ik}$ | \$/unid. | [4;30] | [4;30] | [4;30] | [4;30] |
| $g_{\theta k}$ | \$/unid. | 30,00 | 30,00 | 30,00 | 30,00 |
| $sc_{\theta ijk}$ | \$/unid. | [5;20] | [5;20] | [5;20] | [5;20] |
| $st_{\theta ijk}$ | min. | [5;20] | [5;20] | [5;20] | [5;20] |
| $st_{\theta 0ik}$ | min. | [5;20] | [5;20] | [5;20] | [5;20] |
| $tp_{\theta ik}$ | min. | [2;15] | [2;15] | [2;15] | [2;15] |
| $lm_{\theta ik}$ | unid. | [1;4] | [1;4] | [1;4] | [1;4] |
| Psi | unid. | 120 | 120 | 120 | 120 |
| $I_{\Theta i 0}^{-}$ | unid. | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $I_{\Theta i 0}^{+}$ | unid. | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $Q_{\theta it}^{-}$ | unid. | No máximo $((0,5+(K_{\theta}/2))*100)$ % da maior demanda do item, sendo 0 % no último período. | | | |
| $Q_{\theta it}^{+}$ | unid. | No máximo $((0,8+(K_{\theta}/2))*100)$ % da maior demanda do item | | | |
| d_{it}^{*} | unid. | [1;8] | [1;8] | [1;8] | [1;8] |
| d_{it} | unid. | [0;8] | [0;8] | [0;8] | [0;8] |
| $lt_{\theta i}$ | min. | [0;40] | [0;40] | [0;40] | [0;40] |
| $ht_{\theta i}^{+}$ | \$/unid. | Igual a 20% do maior custo de processamento do item | | | |
| h_i | \$/unid. | Igual a 50% do maior custo de processamento do item | | | |

FONTE: O autor (2023).

NOTA: * Apenas itens processados no terceiro estágio

QUADRO 23 – NOMENCLATURAS UTILIZADAS PARA AS INSTÂNCIAS COM ESTRUTURA EM MONTAGEM E TRÊS ESTÁGIOS

| Nº do sorteio aleatório | ME3A | ME3B | ME3C | ME3D |
|-------------------------|-------|-------|-------|-------|
| 1 | ME3A1 | ME3B1 | ME3C1 | ME3D1 |
| 2 | ME3A2 | ME3B2 | ME3C2 | ME3D2 |
| 3 | ME3A3 | ME3B3 | ME3C3 | ME3D3 |

FONTE: O autor (2023).

$$GAP = \frac{(\text{Melhor Limitante Superior} - \text{Melhor Limitante inferior})}{\text{Melhor Limitante Superior}} \times 100$$

A última coluna apresenta o melhor valor da função objetivo encontrado até o critério de parada.

Apresentam-se na TABELA 1 os resultados dos testes computacionais das instâncias geradas para os itens com estrutura em série em dois estágios. Os problemas SE2A e SE2B encontraram a solução ótima com tempo abaixo de 10 segundos. No problema SE2C, duas instâncias encontraram a solução ótima em menos de 3600 segundos, enquanto uma instância atingiu o critério de parada de 3600 segundos. Todas as instâncias do problema SE2D tiveram como critério de parada o limite de 3600 segundos.

TABELA 1 – RESULTADOS DOS TESTES PARA A ESTRUTURA EM SÉRIE E DOIS ESTÁGIOS

| Instância | Tempo(s) | GAP(%) | Objetivo (\$) |
|-----------|----------|----------|---------------|
| SE2A1 | 1,13 | 0,0000% | 3.312 |
| SE2A2 | 0,48 | 0,0000% | 2.801 |
| SE2A3 | 0,29 | 0,0000% | 2.717 |
| SE2B1 | 9,25 | 0,0000% | 5.981 |
| SE2B2 | 9,31 | 0,0000% | 5.485 |
| SE2B3 | 4,42 | 0,0000% | 5.797 |
| SE2C1 | 3601,08 | 0,5241% | 8.218 |
| SE2C2 | 931,34 | 0,0000% | 6.850 |
| SE2C3 | 1638,26 | 0,0000% | 8.782 |
| SE2D1 | 3601,09 | 7,9051% | 10.739 |
| SE2D2 | 3600,93 | 2,0287% | 11.551 |
| SE2D3 | 3600,16 | 13,2672% | 11.204 |

FONTE: O autor (2023).

Apresentam-se na TABELA 2 os resultados dos testes computacionais das instâncias geradas para os itens com estrutura em série em três estágios. As instâncias dos problemas SE3A, SE3B, SE3C e SE3B encontraram um valor ótimo abaixo de 3600 segundos. Com exceção da instância SE3E2, as demais instâncias dos problemas SE3E e SE3F tiveram como critério de parada 3600 segundos. É importante destacar a instância SE3F1, que não encontrou uma solução viável dentro do limite de tempo, e, portanto, o *solver* não apresentou nenhum valor de solução incumbente.

Apresentam-se na TABELA 3 os resultados dos testes computacionais das instâncias geradas para os itens com estrutura de montagem em dois estágios. As

TABELA 2 – RESULTADOS DOS TESTES PARA A ESTRUTURA EM SÉRIE E TRÊS ESTÁGIOS

| Instância | Tempo(s) | GAP(%) | Objetivo (\$) |
|-----------|----------|----------|---------------|
| SE3A1 | 0,34 | 0,0000% | 3.210 |
| SE3A2 | 0,21 | 0,0000% | 2.453 |
| SE3A3 | 0,15 | 0,0000% | 2.907 |
| SE3B1 | 1,57 | 0,0000% | 4.513 |
| SE3B2 | 16,22 | 0,0000% | 4.460 |
| SE3B3 | 0,56 | 0,0005% | 4.961 |
| SE3C1 | 99,78 | 0,0000% | 6.128 |
| SE3C2 | 40,73 | 0,0000% | 4.622 |
| SE3C3 | 78,70 | 0,0000% | 4.501 |
| SE3D1 | 157,00 | 0,0000% | 7.604 |
| SE3D2 | 253,02 | 0,0000% | 7.080 |
| SE3D3 | 202,07 | 0,0000% | 5.815 |
| SE3E1 | 3600,10 | 2,7908% | 9.274 |
| SE3E2 | 777,28 | 0,0000% | 9.041 |
| SE3E3 | 3442,02 | 0,0031% | 9.205 |
| SE3F1 | 3600,08 | * | * |
| SE3F2 | 3600,37 | 13,6660% | 12.993 |
| SE3F3 | 3600,17 | 1,9499% | 15.457 |

FONTE: O autor (2023).

NOTA: * Nenhuma solução incumbente encontrada.

instâncias ME2A foram as que tiveram o melhor desempenho, atingindo o critério de parada como a solução ótima. As instâncias do problema ME2B também encontram a solução ótima, porém em um tempo acima de 2000 segundos, com exceção da ME2B1, que teve o critério de parada no tempo. Já as instâncias do problema ME2C e ME2D apresentaram o critério de parada no tempo, porém todas obtiveram em sua melhor solução um GAP abaixo de 6%.

Apresentam-se na TABELA 4 os resultados dos testes computacionais das instâncias geradas para os itens com estrutura de montagem em três estágios. As instâncias ME3A e ME3B tiveram como critério de parada a solução ótima, todas com tempo de conclusão abaixo de 60 segundos. Já as instâncias do problema ME3C e ME3D, com exceção da ME3C1, apresentaram como critério de parada o tempo; no entanto, o GAP ficou abaixo de 7% para todas elas.

Observou-se que nos resultados obtidos por meio do *solver*, a maioria das instâncias com mais de 12 itens atingiu o critério de parada de 3600 segundos, e o GAP da solução para todas elas ficou abaixo de 7%. No próximo capítulo, serão apresentadas as conclusões e considerações finais.

TABELA 3 – RESULTADOS DOS TESTES PARA A ESTRUTURA DE MONTAGEM EM DOIS ESTÁGIOS

| Instância | Tempo(s) | GAP(%) | Objetivo (\$) |
|------------------|-----------------|---------------|----------------------|
| ME2A1 | 8,31 | 0,0000% | 3.506 |
| ME2A2 | 24,57 | 0,0000% | 3.600 |
| ME2A3 | 1,74 | 0,0000% | 3.222 |
| ME2B1 | 3600,18 | 0,5712% | 6.016 |
| ME2B2 | 2803,12 | 0,0000% | 5.644 |
| ME2B3 | 2499,59 | 0,0000% | 5.790 |
| ME2C1 | 3600,07 | 2,4871% | 6.452 |
| ME2C2 | 3600,07 | 1,9697% | 7.272 |
| ME2C3 | 3600,12 | 2,7892% | 5.196 |
| ME2D1 | 3600,23 | 5,2677% | 7.889 |
| ME2D2 | 3600,33 | 4,4266% | 7.004 |
| ME2D3 | 3601,15 | 4.6461% | 8.442 |

FONTE: O autor (2023).

TABELA 4 – RESULTADOS DOS TESTES PARA A ESTRUTURA DE MONTAGEM EM TRÊS ESTÁGIOS

| Instância | Tempo(s) | GAP(%) | Objetivo (\$) |
|------------------|-----------------|---------------|----------------------|
| ME3A1 | 2,35 | 0,0000% | 2.852 |
| ME3A2 | 1,39 | 0,0000% | 4.086 |
| ME3A3 | 0,91 | 0,0000% | 3.897 |
| ME3B1 | 22,51 | 0,0000% | 4.601 |
| ME3B2 | 2,33 | 0,0000% | 6.136 |
| ME3B3 | 35,37 | 0,0000% | 4.117 |
| ME3C1 | 568,98 | 0,0091% | 7.713 |
| ME3C2 | 3600,49 | 2,2053% | 7.058 |
| ME3C3 | 3600,46 | 0.4716% | 6.011 |
| ME3D1 | 3600,37 | 6,4842% | 9.208 |
| ME3D2 | 3601,34 | 6,9350% | 12.128 |
| ME3D3 | 3600,66 | 3,3099% | 10.412 |

FONTE: O autor (2023).

6 CONCLUSÕES

Este trabalho abordou o Problema Integrado de Dimensionamento de Lotes e Sequenciamento da Produção em Múltiplos Estágios.

O Capítulo 2, descreveu o sistema produtivo para o qual o modelo foi desenvolvido, fornecendo as definições necessárias para o modelo proposto.

No Capítulo 3, foi apresentada uma revisão da literatura e os trabalhos correlatos ao tema, no primeiro momento analisando as características de modelos matemáticos, em um segundo momento realizando uma pesquisa na base de dados Scopus, procedeu-se com uma análise descritiva dos documentos e a classificação dos estudos de acordo com suas características, proporcionando uma consolidação de modelos multiníveis relevantes para o tema proposto, bem como uma compreensão do estado da arte.

No Capítulo 4, elaborou-se o modelo matemático proposto para um ambiente de múltiplos estágios, conforme explicado no Capítulo 2, onde um item acabado depende de um semiacabado em cada estágio. Essa formulação foi modelada e explicada em detalhes.

No Capítulo 5, explicou-se como as instâncias foram geradas e apresentou-se os testes computacionais com as mesmas; os resultados dos testes demonstram que o modelo proposto consegue atender aos objetivos desta dissertação. Na geração das instâncias definiu-se o número de micro períodos como sendo $S = N$, ressalta-se que essa forma de designação dos micro períodos limita o dimensionamento de lotes e sequenciamento da produção, pois embora a capacidade das máquinas estejam fixadas em 480 minutos por macro período e os micro períodos sejam variáveis, não existe um espaço de resolução suficiente para ocorrer o dimensionamento de lotes e sequenciamento da produção de forma integrada pelo modelo através de todo o horizonte de planejamento, resultando em períodos ociosos e poucos ou nenhum micro período nulo. Não recomenda-se que essa prática seja feita em um contexto prático industrial. Portanto, é sugerido que os trabalhos futuros adotem a prática mais usual da literatura, adotando o número de micro períodos dentro de cada macro período como sendo o mesmo número de itens N , por exemplo, uma instância com cinco dias ($T = 5$) e 10 itens ($N = 10$) terá 50 micro períodos ($S = 50$) de modo que $S_1 = \{1, 2, \dots, 10\}$, $S_2 = \{11, 12, \dots, 20\}$, \dots , $S_5 = \{41, 42, \dots, 50\}$; demais instâncias com números de itens diferentes seguem de forma análoga.

Este estudo contribuiu de duas formas: primeiro, com uma revisão e explicação de formulações já existentes na literatura; segundo, com a formulação do Modelo

Matemático integrado de Dimensionamento de Lotes e Sequenciamento da Produção em Múltiplos Estágios (MMDSME).

Para trabalhos futuros, sugere-se explorar diferentes estruturas de itens, considerando casos em que mais de uma estrutura de item precise ser sequenciada ao mesmo tempo, por exemplo, sequenciar estrutura em série com montagem e vice-versa em dois ou mais estágios; além disso, realizar testes com estruturas de itens do tipo geral. Também é importante considerar que ao definir que o número de micro períodos dentro de cada macro período seja o mesmo número de itens da instância, o tempo de resolução aumentará, de modo que será necessária a implementação de outros métodos de resolução, ou seja, heurísticas, meta-heurísticas e soluções híbridas. No Capítulo 3 diversos estudos apresentam abordagens de soluções já consolidadas, as quais podem ser aplicadas ao modelo desta dissertação.

REFERÊNCIAS

ALMEDER, C.; KLABJAN, D.; TRAXLER, R.; ALMADA-LOBO, B. Lead time considerations for the multi-level capacitated lot-sizing problem. **European Journal of Operational Research**, v. 241, n. 3, p. 727–738, 2015. Publisher: Elsevier B.V. ISSN 03772217 (ISSN). DOI: [10.1016/j.ejor.2014.09.030](https://doi.org/10.1016/j.ejor.2014.09.030). Citado 3 vezes nas páginas 53, 56, 59.

BILLINGTON, P.; BLACKBURN, J.; MAES, J.; MILLEN, R.; VAN WASSENHOVE, L. Multi-item lotsizing in capacitated multi-stage serial systems. **IIE Transactions (Institute of Industrial Engineers)**, v. 26, n. 2, p. 12–18, 1994. ISSN 0740817X (ISSN). DOI: [10.1080/07408179408966591](https://doi.org/10.1080/07408179408966591). Citado 3 vezes nas páginas 53, 55, 59.

BITRAN, G. R.; YANASSE, H. H. Computational Complexity of the Capacitated Lot Size Problem. **Management Science**, v. 28, n. 10, p. 1174–1186, out. 1982. ISSN 0025-1909, 1526-5501. DOI: [10.1287/mnsc.28.10.1174](https://doi.org/10.1287/mnsc.28.10.1174). Citado 1 vez na página 24.

BUSCHKÜHL, L.; SAHLING, F.; HELBER, S.; TEMPELMEIER, H. Dynamic capacitated lot-sizing problems: A classification and review of solution approaches. **OR Spectrum**, v. 32, n. 2, p. 231–261, 2010. ISSN 01716468 (ISSN). DOI: [10.1007/s00291-008-0150-7](https://doi.org/10.1007/s00291-008-0150-7). Citado 4 vezes nas páginas 51, 53, 55, 59.

COPIE, K.; WÖRBELEAUER, M.; MEYR, H.; TEMPELMEIER, H. Simultaneous lotsizing and scheduling problems: a classification and review of models. **OR Spectrum**, v. 39, n. 1, p. 1–64, jan. 2017. ISSN 0171-6468, 1436-6304. DOI: [10.1007/s00291-015-0429-4](https://doi.org/10.1007/s00291-015-0429-4). Citado 2 vezes nas páginas 17, 32, 33, 35.

DREXL, A.; KIMMS, A. Lot sizing and scheduling - Survey and extensions. **European Journal of Operational Research**, v. 99, n. 2, p. 221–235, 1997. Publisher: Elsevier. ISSN 03772217 (ISSN). DOI: [10.1016/S0377-2217\(97\)00030-1](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(97)00030-1). Citado 4 vezes nas páginas 51, 53, 56, 59.

DREXL, A.; HAASE, K. Proportional lotsizing and scheduling. **International Journal of Production Economics**, v. 40, n. 1, p. 73–87, jun. 1995. ISSN 09255273. DOI: [10.1016/0925-5273\(95\)00040-U](https://doi.org/10.1016/0925-5273(95)00040-U). Citado 1 vez na página 17.

FANDEL, G.; STAMMEN-HEGENE, C. Simultaneous lot sizing and scheduling for multi-product multi-level production. **International Journal of Production Economics**,

v. 104, n. 2, p. 308–316, 2006. ISSN 09255273 (ISSN). DOI: [10.1016/j.ijpe.2005.04.011](https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2005.04.011). Citado 3 vezes nas páginas 53, 56, 59.

FERREIRA, D.; FRANÇA, P.; KIMMS, A.; MORABITO, R.; RANGEL, S.; TOLEDO, C. Heuristics and meta-heuristics for lot sizing and scheduling in the soft drinks industry: A comparison study. In: METAHEURISTICS for scheduling in industrial and manufacturing applications. Redigido por Xhafa F.X. e Abraham A.A. [S.l.: s.n.], 2008. v. 128. (Studies in Computational Intelligence). Journal Abbreviation: Stud. Comput. Intell. Pages: 210 Publication Title: Stud. Comput. Intell. P. 168–210. ISBN 1860949X (ISSN); 9783540789840 (ISBN). DOI: [10.1007/978-3-540-78985-7_8](https://doi.org/10.1007/978-3-540-78985-7_8). Citado 3 vezes nas páginas 53, 57, 59.

FLEISCHMANN, B. The discrete lot-sizing and scheduling problem. **European Journal of Operational Research**, v. 44, n. 3, p. 337–348, fev. 1990. ISSN 03772217. DOI: [10.1016/0377-2217\(90\)90245-7](https://doi.org/10.1016/0377-2217(90)90245-7). Citado 1 vez na página 17.

FLEISCHMANN, B.; MEYR, H. The general lotsizing and scheduling problem. **Operations-Research-Spektrum**, v. 19, n. 1, p. 11–21, mar. 1997. ISSN 0171-6468, 1436-6304. DOI: [10.1007/BF01539800](https://doi.org/10.1007/BF01539800). Citado 2 vez na página 17.

FLEISCHMANN, B.; MEYR, H.; WAGNER, M. Advanced planning. In: SUPPLY Chain Management and Advanced Planning. Redigido por Hartmut Stadtler e Christoph Kilger. 4. ed. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2008. P. 81–106. ISBN 978-3-540-74511-2. DOI: [10.1007/978-3-540-74512-9](https://doi.org/10.1007/978-3-540-74512-9). Citado 2 vez na página 15.

GUROBI. Gurobi Optimization. Disponível em: <https://www.gurobi.com/>. Acesso em: 2 dez. 2023. Citado 1 vez na página 68.

HAASE, K. Capacitated lot-sizing with sequence dependent setup costs. **Operations-Research-Spektrum**, v. 18, n. 1, p. 51–59, mar. 1996. ISSN 0171-6468, 1436-6304. DOI: [10.1007/BF01539882](https://doi.org/10.1007/BF01539882). Citado 1 vez na página 17.

HAASE, K.; KIMMS, A. Lot sizing and scheduling with sequence-dependent setup costs and times and efficient rescheduling opportunities. **International Journal of Production Economics**, v. 66, n. 2, p. 159–169, jun. 2000. ISSN 09255273. DOI: [10.1016/S0925-5273\(99\)00119-X](https://doi.org/10.1016/S0925-5273(99)00119-X). Citado 1 vez na página 32.

HAKHEEM-UR-REHMAN; WAN, G.; ZHAN, Y. Multi-level, multi-stage lot-sizing and scheduling in the flexible flow shop with demand information updating. **International**

Transactions in Operational Research, v. 28, n. 4, p. 2191–2217, 2021. Publisher: Blackwell Publishing Ltd. ISSN 09696016 (ISSN). DOI: [10.1111/itor.12645](https://doi.org/10.1111/itor.12645). Citado 3 vezes nas páginas 53, 57, 59.

MEDIOUNI, A.; ZUFFEREY, N.; RACHED, M.; CHEIKHROUHOU, N. The multi-period multi-level capacitated lot-sizing and scheduling problem in the dairy soft-drink industry. **Supply Chain Forum**, v. 23, n. 3, p. 272–284, 2022. Publisher: Taylor and Francis Ltd. ISSN 16258312 (ISSN). DOI: [10.1080/16258312.2021.2007735](https://doi.org/10.1080/16258312.2021.2007735). Citado 3 vezes nas páginas 53, 58, 59.

MEYR, H. Simultaneous lotsizing and scheduling on parallel machines. **European Journal of Operational Research**, v. 139, n. 2, p. 277–292, jun. 2002. ISSN 03772217. DOI: [10.1016/S0377-2217\(01\)00373-3](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(01)00373-3). Citado 2 vezes nas páginas 36–38.

MOHAMMADI, M.; GHOMI, S.; KARIMI, B.; TORABI, S. Rolling-horizon and fix-and-relax heuristics for the multi-product multi-level capacitated lotsizing problem with sequence-dependent setups. **Journal of Intelligent Manufacturing**, v. 21, n. 4, p. 501–510, 2010. ISSN 09565515 (ISSN). DOI: [10.1007/s10845-008-0207-0](https://doi.org/10.1007/s10845-008-0207-0). Citado 3 vezes nas páginas 53, 56, 59.

POCHET, Y. Mathematical programming models and formulations for deterministic production planning problems. In: COMPUTATIONAL Combinatorial Optimization. Redigido por Naddef D. e Junger M. [S.l.]: Springer Verlag, 2001. v. 2241. (Lecture Notes in Computer Science). Journal Abbreviation: Lect. Notes Comput. Sci. Pages: 111 Publication Title: Lect. Notes Comput. Sci. P. 57–111. ISBN 03029743 (ISSN); 3540428771 (ISBN); 9783540428770 (ISBN). DOI: [10.1007/3-540-45586-8_3](https://doi.org/10.1007/3-540-45586-8_3). Citado 3 vezes nas páginas 53, 55, 59.

POCHET, Y.; WOLSEY, L. A. **Production Planning by Mixed Integer Programming**. New York: Springer, 2006. (Springer Series in Operations Research and Financial Engineering). ISBN 978-0-387-29959-4. DOI: [10.1007/0-387-33477-7](https://doi.org/10.1007/0-387-33477-7). Citado 3 vezes nas páginas 15, 27, 28, 30.

RAMYA, R.; RAJENDRAN, C.; ZIEGLER, H.; MOHAPATRA, S.; GANESH, K. **Capacitated Lot Sizing Problems in Process Industries**. Cham: Springer International Publishing, 2019. ISBN 978-3-030-01221-2 978-3-030-01222-9. DOI: [10.1007/978-3-030-01222-9](https://doi.org/10.1007/978-3-030-01222-9). Citado 2 vezes nas páginas 16, 24.

SCHIMIDT, T.; SCARPIN, C.; LOCH, G.; SCHENEKEMBERG, C. A two-level lot sizing and scheduling problem applied to a cosmetic industry. **Computers and Chemical Engineering**, v. 163, 2022. Publisher: Elsevier Ltd. ISSN 00981354 (ISSN). DOI: [10.1016/j.compchemeng.2022.107837](https://doi.org/10.1016/j.compchemeng.2022.107837). Citado 3 vezes nas páginas 53, 58, 59.

_____. Heuristic approaches to solve a two-stage lot sizing and scheduling problem. **IEEE Latin America Transactions**, v. 17, n. 3, p. 434–443, 2019. Publisher: IEEE Computer Society. ISSN 15480992 (ISSN). DOI: [10.1109/TLA.2019.8863314](https://doi.org/10.1109/TLA.2019.8863314). Citado 4 vezes nas páginas 38–41, 53, 58, 59.

SEEANNER, F. **Multi-stage simultaneous lot-sizing and scheduling: Planning of flow lines with shifting bottlenecks**. Wiesbaden: Springer Fachmedien, 2013. 182 p. ISBN 9783658020897 (ISBN); 9783658020880 (ISBN). Citado 2 vez na página 15.

SEEANNER, F.; MEYR, H. Multi-stage simultaneous lot-sizing and scheduling for flow line production. **OR Spectrum**, v. 35, n. 1, p. 33–73, 2013. Publisher: Springer Verlag. ISSN 01716468 (ISSN). DOI: [10.1007/s00291-012-0296-1](https://doi.org/10.1007/s00291-012-0296-1). Citado 3 vezes nas páginas 53, 57, 59.

SEGARRA, S. M. **ALGORITMO PARA LA OPTIMIZACIÓN EN EL PLANEAMIENTO Y LA PROGRAMACIÓN DE LA PRODUCCIÓN**. 2011. 128 f. Tese (Doutorado) – Instituto Tecnológico de Buenos Aires, Buenos Aires, Argentina. Citado 1 vez na página 19.

STADTLER, H. Multi-level single machine lot-sizing and scheduling with zero lead times. **European Journal of Operational Research**, v. 209, n. 3, p. 241–252, 2011. ISSN 03772217 (ISSN). DOI: [10.1016/j.ejor.2010.09.022](https://doi.org/10.1016/j.ejor.2010.09.022). Citado 3 vezes nas páginas 53, 56, 59.

STADTLER, H.; SAHLING, F. A lot-sizing and scheduling model for multi-stage flow lines with zero lead times. **European Journal of Operational Research**, v. 225, n. 3, p. 404–419, 2013. ISSN 03772217 (ISSN). DOI: [10.1016/j.ejor.2012.10.011](https://doi.org/10.1016/j.ejor.2012.10.011). Citado 3 vezes nas páginas 53, 56, 59.

TEMPELMEIER, H.; HELBER, S. A heuristic for dynamic multi-item multi-level capacitated lotsizing for general product structures. **European Journal of Operational Research**, v. 75, n. 2, p. 296–311, 1994. ISSN 03772217 (ISSN). DOI: [10.1016/0377-2217\(94\)90076-0](https://doi.org/10.1016/0377-2217(94)90076-0). Citado 3 vezes nas páginas 53, 55, 59.

TOLEDO, C.; KIMMS, A.; FRANÇA, P.; MORABITO, R. The Synchronized and Integrated Two-Level Lot Sizing and Scheduling Problem: Evaluating the Generalized Mathematical Model. **Mathematical Problems in Engineering**, v. 2015, 2015. Publisher: Hindawi Limited. ISSN 1024123X (ISSN). DOI: [10.1155/2015/182781](https://doi.org/10.1155/2015/182781). Citado 3 vezes nas páginas 53, 58, 59.

TOSCANO, A.; FERREIRA, D.; MORABITO, R. Formulation and MIP-heuristics for the lot sizing and scheduling problem with temporal cleanings. **Computers and Chemical Engineering**, v. 142, 2020. Publisher: Elsevier Ltd. ISSN 00981354 (ISSN). DOI: [10.1016/j.compchemeng.2020.107038](https://doi.org/10.1016/j.compchemeng.2020.107038). Citado 3 vezes nas páginas 53, 58, 59.

ULBRICHT, G. **Um modelo de planejamento da produção multiestágio com estoques intermediários limitados**. 2015. 207 f. Tese (Doutorado) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba. Citado 2 vez na página 68.

VOSVIWER. VOSviewer Visualizing Scientific Landscapes. Disponível em: <https://www.vosviewer.com/>. Acesso em: 2 dez. 2023. Citado 1 vez na página 50.

WAGNER, H. M.; WHITIN, T. M. Dynamic Version of the Economic Lot Size Model. **Management Science**, v. 5, n. 1, p. 89–96, out. 1958. ISSN 0025-1909, 1526-5501. DOI: [10.1287/mnsc.5.1.89](https://doi.org/10.1287/mnsc.5.1.89). Citado 1 vez na página 24.

WEI, W.; AMORIM, P.; GUIMARÃES, L.; ALMADA-LOBO, B. Tackling perishability in multi-level process industries. **International Journal of Production Research**, v. 57, n. 17, p. 5604–5623, 2019. Publisher: Taylor and Francis Ltd. ISSN 00207543 (ISSN). DOI: [10.1080/00207543.2018.1554916](https://doi.org/10.1080/00207543.2018.1554916). Citado 3 vezes nas páginas 53, 57, 59.

ZHU, X.; WILHELM, W. E. Scheduling and lot sizing with sequence-dependent setup: A literature review. **IIE Transactions**, v. 38, n. 11, p. 987–1007, nov. 2006. ISSN 0740-817X, 1545-8830. DOI: [10.1080/07408170600559706](https://doi.org/10.1080/07408170600559706). Citado 1 vez na página 38.

APÊNDICE 1 – EXEMPLO ILUSTRATIVO

Objetivando uma melhor compreensão do modelo proposto, nesta seção é apresentado um exemplo ilustrativo do modelo. Uma instância pequena é usada para um ambiente de dois estágios com produção em série, portanto seis itens são produzidos. Nesse cenário três itens acabados são produzidos no segundo estágio e dependem dos semiacabados do primeiro estágio. Os exemplares apresentados foram resolvidos pelo solver Gurobi 9.5.1 e o critério de parada utilizado foi até que atingisse a solução ótima.

São apresentados nas tabelas de 5 a 22 os dados gerados para a solução. Por outro lado nas tabelas de 23 a 33 encontram-se os as respostas das variáveis para o exemplo em questão.

A TABELA 5 apresenta os parâmetros gerais, sendo eles: o número de estágios; o número de itens; o número de macro períodos; o numero de micro períodos; a quantidade máxima de minutos extras permitidos; a quantidade de máquinas paralelas em cada estágio.

TABELA 5 – PARÂMETROS GERAIS

| Parâmetro | Valor |
|------------|---------------------|
| θ | 2 |
| N | 6 |
| T | 5 |
| S | 5 (1 em cada macro) |
| Ψ | 120 |
| K_θ | {2,2} |

FONTE: O autor (2023).

A TABELA 6 apresenta o conjunto dos itens que podem ser produzido em cada máquina de cada estágio.

TABELA 6 – CONJUNTO DE ITENS QUE PODEM SER PROCESSADOS

| N_{K_θ} | $\theta = 1$ | $\theta = 2$ |
|----------------|--------------|--------------|
| $k = 1$ | {1,2,3} | {4,5,6} |
| $k = 2$ | {1,2,3} | {4,5,6} |

FONTE: O autor (2023).

A TABELA 7 apresenta os sucessores imediatos do item i no estágio θ , in-

dicando que existe uma dependência da produção de um item semiacabado para produção de um acabado.

TABELA 7 – CONJUNTO DOS SUCESSORES IMEDIATOS

| $\Lambda_{\theta i}$ | $\theta = 1$ | $\theta = 2$ |
|----------------------|--------------|--------------|
| $i = 1$ | {} | {4} |
| $i = 2$ | {} | {5} |
| $i = 3$ | {} | {6} |
| $i = 4$ | {} | {} |
| $i = 5$ | {} | {} |
| $i = 6$ | {} | {} |

FONTE: O autor (2023).

A TABELA 8 apresenta a demanda, em unidades, de cada item em cada macro período.

TABELA 8 – DEMANDA

| d_{it} | $t = 1$ | $t = 2$ | $t = 3$ | $t = 4$ | $t = 5$ |
|----------|---------|---------|---------|---------|---------|
| $i = 1$ | 0 | 7 | 0 | 0 | 0 |
| $i = 2$ | 0 | 8 | 6 | 6 | 0 |
| $i = 3$ | 5 | 5 | 3 | 0 | 0 |
| $i = 4$ | 4 | 6 | 5 | 3 | 9 |
| $i = 5$ | 3 | 6 | 8 | 8 | 5 |
| $i = 6$ | 3 | 4 | 3 | 3 | 8 |

FONTE: O autor (2023).

A TABELA 9 apresenta o custo da produção do item em cada máquina de cada estágio.

TABELA 9 – CUSTO DE PRODUÇÃO

| $C_{\theta ik}$ | $\theta = 1$ | | $\theta = 2$ | |
|-----------------|--------------|---------|--------------|---------|
| | $k = 1$ | $k = 2$ | $k = 1$ | $k = 2$ |
| $i = 1$ | 4 | 16 | 0 | 0 |
| $i = 2$ | 7 | 6 | 0 | 0 |
| $i = 3$ | 7 | 25 | 0 | 0 |
| $i = 4$ | 0 | 0 | 11 | 4 |
| $i = 5$ | 0 | 0 | 25 | 18 |
| $i = 6$ | 0 | 0 | 20 | 24 |

FONTE: O autor (2023).

A TABELA 10 apresenta os custos para troca de um item para outro em cada máquina pertencente ao seu estágio.

TABELA 10 – CUSTO DO SETUP

| $SC_{\theta ijk}$ | | $\theta = 1$ | | | | | | $\theta = 2$ | | | | | |
|-------------------|---------|--------------|---------|---------|---------|---------|---------|--------------|---------|---------|---------|---------|---------|
| | | $j = 1$ | $j = 2$ | $j = 3$ | $j = 4$ | $j = 5$ | $j = 6$ | $j = 1$ | $j = 2$ | $j = 3$ | $j = 4$ | $j = 5$ | $j = 6$ |
| $k = 1$ | $i = 1$ | 0 | 7 | 18 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | $i = 2$ | 14 | 0 | 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | $i = 3$ | 19 | 13 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | $i = 4$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 7 | 18 |
| | $i = 5$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 18 | 0 | 17 |
| | $i = 6$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 7 | 10 | 0 |
| $k = 2$ | $i = 1$ | 0 | 13 | 18 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | $i = 2$ | 6 | 0 | 13 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | $i = 3$ | 15 | 17 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | $i = 4$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 8 | 15 |
| | $i = 5$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 13 | 0 | 15 |
| | $i = 6$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 14 | 15 | 0 |

FONTE: O autor (2023).

A TABELA 11 apresenta o custo de horas extras.

TABELA 11 – CUSTO DO MINUTO EXTRA

| $g_{\theta k}$ | $k = 1$ | $k = 2$ |
|----------------|---------|---------|
| $\theta = 1$ | 30 | 30 |
| $\theta = 2$ | 30 | 30 |

FONTE: O autor (2023).

A TABELA 12 apresenta o custo para reter uma unidade de um determinado item no estoque de cada estágio.

TABELA 12 – CUSTO DE RETENÇÃO DE ESTOQUES

| $h_{\theta i}^+$ | $i = 1$ | $i = 2$ | $i = 3$ | $i = 4$ | $i = 5$ | $i = 6$ |
|------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| $\theta = 1$ | 3 | 1 | 5 | 0 | 0 | 0 |
| $\theta = 2$ | 0 | 0 | 0 | 2 | 5 | 5 |

FONTE: O autor (2023).

A TABELA 13 apresenta a quantidade necessária do item semiacabado para produção de uma unidade dos seus sucessores.

TABELA 13 – LISTA TÉCNICA

| Γ_{ij} | $j = 1$ | $j = 2$ | $j = 3$ | $j = 4$ | $j = 5$ | $j = 6$ |
|---------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| $i = 1$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $i = 2$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $i = 3$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $i = 4$ | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $i = 5$ | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $i = 6$ | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |

FONTE: O autor (2023).

A TABELA 14 apresenta a capacidade de produção de cada máquina em minutos.

TABELA 14 – CAPACIDADE

| $Cap_{\theta it}$ | | $t = 1$ | $t = 2$ | $t = 3$ | $t = 4$ | $t = 5$ |
|-------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| $\theta = 1$ | $k = 1$ | 480 | 480 | 480 | 480 | 480 |
| | $k = 2$ | 480 | 480 | 480 | 480 | 480 |
| $\theta = 2$ | $k = 1$ | 480 | 480 | 480 | 480 | 480 |
| | $k = 2$ | 480 | 480 | 480 | 480 | 480 |

FONTE: O autor (2023).

A TABELA 15 apresenta o custo da penalização pelo atraso de uma unidade do item.

TABELA 15 – PENALIZAÇÃO ATRASO

| h_i^- | $i = 1$ | $i = 2$ | $i = 3$ | $i = 4$ | $i = 5$ | $i = 6$ |
|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| | 80 | 35 | 125 | 55 | 125 | 120 |

FONTE: O autor (2023).

A TABELA 16 apresenta a quantidade mínima, em unidades, para produção do lote de um item em cada máquina pertencente ao seu estágio.

A TABELA 17 apresenta o tempo de transporte, em minutos, dos itens semiacabados entre estágios.

A TABELA 18 apresenta a quantidade máxima permitida de retenção em cada estoque de cada estágio.

TABELA 16 – LOTE MÍNIMO

| $lm_{\theta ik}$ | | $i = 1$ | $i = 2$ | $i = 3$ | $i = 4$ | $i = 5$ | $i = 6$ |
|------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| $\theta = 1$ | $k = 1$ | 3 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| | $k = 2$ | 1 | 2 | 3 | 0 | 0 | 0 |
| $\theta = 2$ | $k = 1$ | 0 | 0 | 0 | 2 | 2 | 2 |
| | $k = 2$ | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 2 |

FONTE: O autor (2023).

TABELA 17 – TEMPO DE TRANSPORTE

| $lt_{\theta i}$ | $i = 1$ | $i = 2$ | $i = 3$ | $i = 4$ | $i = 5$ | $i = 6$ |
|-----------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| $\theta = 1$ | 7 | 34 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| $\theta = 2$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

FONTE: O autor (2023).

TABELA 18 – QUANTIDADE MÁXIMA PERMITIDA EM ESTOQUES

| $Q_{\theta it}^+$ | | $t = 1$ | $t = 2$ | $t = 3$ | $t = 4$ | $t = 5$ |
|-------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| $\theta = 1$ | $i = 1$ | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 |
| | $i = 2$ | 14 | 14 | 14 | 14 | 14 |
| | $i = 3$ | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |
| | $i = 4$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | $i = 5$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | $i = 6$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $\theta = 2$ | $i = 1$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | $i = 2$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | $i = 3$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | $i = 4$ | 16 | 16 | 16 | 16 | 16 |
| | $i = 5$ | 14 | 14 | 14 | 14 | 14 |
| | $i = 6$ | 14 | 14 | 14 | 14 | 14 |

FONTE: O autor (2023).

A TABELA 19 apresenta a quantidade máxima permitida de demanda não atendida.

A TABELA 20 apresenta o tempo (em minutos) do setup para um item no início do horizonte de planejamento.

A TABELA 20 apresenta o tempo (em minutos) do setup para um item no início do horizonte de planejamento.

TABELA 19 – QUANTIDADE MÁXIMA PERMITIDA EM DEMANDA NÃO ATENDIDA

| $Q_{\theta it}^-$ | | $t = 1$ | $t = 2$ | $t = 3$ | $t = 4$ | $t = 5$ |
|-------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| $\theta = 1$ | $i = 1$ | 10 | 10 | 10 | 10 | 0 |
| | $i = 2$ | 12 | 12 | 12 | 12 | 0 |
| | $i = 3$ | 8 | 8 | 8 | 8 | 0 |
| | $i = 4$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | $i = 5$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | $i = 6$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $\theta = 2$ | $i = 1$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | $i = 2$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | $i = 3$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | $i = 4$ | 14 | 14 | 14 | 14 | 0 |
| | $i = 5$ | 12 | 12 | 12 | 12 | 0 |
| | $i = 6$ | 12 | 12 | 12 | 12 | 0 |

FONTE: O autor (2023).

TABELA 20 – TEMPO DE SETUP NO INÍCIO DO HORIZONTE E PLANEJAMENTO

| $st_{\theta 0 ik}$ | | $\theta = 1$ | $\theta = 2$ |
|--------------------|---------|--------------|--------------|
| $k = 1$ | $i = 1$ | 11 | 0 |
| | $i = 2$ | 7 | 0 |
| | $i = 3$ | 15 | 0 |
| | $i = 4$ | 0 | 11 |
| | $i = 5$ | 0 | 18 |
| | $i = 6$ | 0 | 10 |
| $k = 2$ | $i = 1$ | 18 | 0 |
| | $i = 2$ | 13 | 0 |
| | $i = 3$ | 9 | 0 |
| | $i = 4$ | 0 | 5 |
| | $i = 5$ | 0 | 16 |
| | $i = 6$ | 0 | 8 |

FONTE: O autor (2023).

A TABELA 22 apresenta o tempo de processamento (em minutos) necessário para a produção de uma unidade de um item.

Para um melhor entendimento do exemplar são apresentados cinco gráficos de *Gantt* representados nas Figuras de 19 a 23, contendo o sequenciamento bem como estoques de itens acabados e semiacabados.

A TABELA 23 apresenta a sequência da produção.

A TABELA 24 apresenta a quantidade produzida em cada máquina.

TABELA 21 – TEMPO DE SETUP

| $st_{\theta ijk}$ | | $\theta = 1$ | | | | | | $\theta = 2$ | | | | | |
|-------------------|---------|--------------|---------|---------|---------|---------|---------|--------------|---------|---------|---------|---------|---------|
| | | $j = 1$ | $j = 2$ | $j = 3$ | $j = 4$ | $j = 5$ | $j = 6$ | $j = 1$ | $j = 2$ | $j = 3$ | $j = 4$ | $j = 5$ | $j = 6$ |
| $k = 1$ | $i = 1$ | 0 | 7 | 13 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | $i = 2$ | 13 | 0 | 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | $i = 3$ | 16 | 10 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | $i = 4$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 9 | 5 |
| | $i = 5$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 17 | 0 | 14 |
| | $i = 6$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 13 | 15 | 0 |
| $k = 2$ | $i = 1$ | 0 | 11 | 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | $i = 2$ | 13 | 0 | 16 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | $i = 3$ | 12 | 13 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | $i = 4$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 8 | 10 |
| | $i = 5$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 7 | 0 | 7 |
| | $i = 6$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 14 | 16 | 0 |

FONTE: O autor (2023).

TABELA 22 – TEMPO DE PROCESSAMENTO

| $tp_{\theta it}$ | | $i = 1$ | $i = 2$ | $i = 3$ | $i = 4$ | $i = 5$ | $i = 6$ |
|------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| $\theta = 1$ | $k = 1$ | 9 | 6 | 8 | 0 | 0 | 0 |
| | $k = 2$ | 5 | 10 | 4 | 0 | 0 | 0 |
| $\theta = 2$ | $k = 1$ | 0 | 0 | 0 | 4 | 4 | 14 |
| | $k = 2$ | 0 | 0 | 0 | 13 | 14 | 7 |

FONTE: O autor (2023).

TABELA 23 – SEQUÊNCIA DA PRODUÇÃO

| $z_{\theta iks}$ | | $\theta = 1$ | | | | | $\theta = 2$ | | | | |
|------------------|---------|--------------|---------|---------|---------|---------|--------------|---------|---------|---------|---------|
| | | $t = 1$ | $t = 2$ | $t = 3$ | $t = 4$ | $t = 5$ | $t = 1$ | $t = 2$ | $t = 3$ | $t = 4$ | $t = 5$ |
| $k = 1$ | $i = 1$ | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | $i = 2$ | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | $i = 3$ | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | $i = 4$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| | $i = 5$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| | $i = 6$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| $k = 2$ | $i = 1$ | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | $i = 2$ | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | $i = 3$ | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | $i = 4$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| | $i = 5$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| | $i = 6$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |

FONTE: O autor (2023).

TABELA 24 – QUANTIDADE PRODUZIDA

| $x_{\theta iks}$ | | $\theta = 1$ | | | | | $\theta = 2$ | | | | |
|------------------|---------|--------------|---------|---------|---------|---------|--------------|---------|---------|---------|---------|
| | | $t = 1$ | $t = 2$ | $t = 3$ | $t = 4$ | $t = 5$ | $t = 1$ | $t = 2$ | $t = 3$ | $t = 4$ | $t = 5$ |
| $k = 1$ | $i = 1$ | 0 | 13 | 0 | 0 | 9 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | $i = 2$ | 0 | 0 | 28 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | $i = 3$ | 16 | 0 | 0 | 11 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | $i = 4$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 0 | 0 |
| | $i = 5$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 15 | 0 |
| | $i = 6$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 8 | 0 | 0 | 9 |
| $k = 2$ | $i = 1$ | 0 | 12 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | $i = 2$ | 0 | 0 | 22 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | $i = 3$ | 7 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | $i = 4$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 16 | 0 | 0 |
| | $i = 5$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 15 | 0 |
| | $i = 6$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 0 | 0 | 2 |

FONTE: O autor (2023).

A TABELA 25 apresenta a quantidade produzida de itens acabados e semiacabados para atender a demanda externa.

TABELA 25 – QUANTIDADE PRODUZIDA PARA ATENDER A DEMANDA

| $x_{a\theta it}$ | $\theta = 1$ | | | | | $\theta = 2$ | | | | |
|------------------|--------------|---------|---------|---------|---------|--------------|---------|---------|---------|---------|
| | $t = 1$ | $t = 2$ | $t = 3$ | $t = 4$ | $t = 5$ | $t = 1$ | $t = 2$ | $t = 3$ | $t = 4$ | $t = 5$ |
| $i = 1$ | 0 | 7 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $i = 2$ | 0 | 0 | 20 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $i = 3$ | 13 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $i = 4$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 18 | 0 | 0 | 9 |
| $i = 5$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 30 | 0 | 0 |
| $i = 6$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 10 | 0 | 0 | 11 | 0 |

FONTE: O autor (2023).

A TABELA 26 apresenta a quantidade produzida de itens semiacabados para atender a demanda interna do próximo estágio.

A TABELA 27 apresenta a quantidade retida em estoques.

A TABELA 28 apresenta a quantidade da demanda externa não atendida.

A TABELA 29 apresenta a quantidade em horas extras.

TABELA 26 – QUANTIDADE PRODUZIDA SEMIACABADOS

| $x_{\theta it}$ | $\theta = 1$ | | | | | $\theta = 2$ | | | | |
|-----------------|--------------|---------|---------|---------|---------|--------------|---------|---------|---------|---------|
| | $t = 1$ | $t = 2$ | $t = 3$ | $t = 4$ | $t = 5$ | $t = 1$ | $t = 2$ | $t = 3$ | $t = 4$ | $t = 5$ |
| $i = 1$ | 0 | 18 | 0 | 0 | 9 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $i = 2$ | 0 | 0 | 30 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $i = 3$ | 10 | 0 | 0 | 11 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $i = 4$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $i = 5$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $i = 6$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

FONTE: O autor (2023).

TABELA 27 – QUANTIDADE RETIDA EM ESTOQUES

| $I_{\theta it}^+$ | $\theta = 1$ | | | | | $\theta = 2$ | | | | |
|-------------------|--------------|---------|---------|---------|---------|--------------|---------|---------|---------|---------|
| | $t = 1$ | $t = 2$ | $t = 3$ | $t = 4$ | $t = 5$ | $t = 1$ | $t = 2$ | $t = 3$ | $t = 4$ | $t = 5$ |
| $i = 1$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $i = 2$ | 0 | 0 | 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $i = 3$ | 8 | 3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $i = 4$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 8 | 3 | 0 | 0 |
| $i = 5$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 13 | 5 | 0 |
| $i = 6$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 7 | 3 | 0 | 8 | 0 |

FONTE: O autor (2023).

TABELA 28 – QUANTIDADE DEMANDA NÃO ATENDIDA

| $I_{\theta it}^-$ | $\theta = 1$ | | | | | $\theta = 2$ | | | | |
|-------------------|--------------|---------|---------|---------|---------|--------------|---------|---------|---------|---------|
| | $t = 1$ | $t = 2$ | $t = 3$ | $t = 4$ | $t = 5$ | $t = 1$ | $t = 2$ | $t = 3$ | $t = 4$ | $t = 5$ |
| $i = 1$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $i = 2$ | 0 | 8 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $i = 3$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $i = 4$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 4 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $i = 5$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 3 | 9 | 0 | 0 | 0 |
| $i = 6$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

FONTE: O autor (2023).

TABELA 29 – MINUTOS EXTRAS

| $eh_{\theta kt}$ | | $t = 1$ | $t = 2$ | $t = 3$ | $t = 4$ | $t = 5$ |
|------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| $\theta = 1$ | $k = 1$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | $k = 2$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $\theta = 2$ | $k = 1$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | $k = 2$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

FONTE: O autor (2023).

A TABELA 30 apresenta o instante em que um lote se inicia na máquina.

TABELA 30 – INSTANTE DE INÍCIO NA MÁQUINA

| $\alpha_{\theta ikt}$ | | $\theta = 1$ | | | | | $\theta = 2$ | | | | |
|-----------------------|---------|--------------|---------|---------|---------|---------|--------------|---------|---------|---------|---------|
| | | $t = 1$ | $t = 2$ | $t = 3$ | $t = 4$ | $t = 5$ | $t = 1$ | $t = 2$ | $t = 3$ | $t = 4$ | $t = 5$ |
| $k = 1$ | $i = 1$ | 0 | 16 | 0 | 0 | 16 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | $i = 2$ | 0 | 0 | 63 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | $i = 3$ | 15 | 0 | 0 | 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | $i = 4$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 140 | 0 | 0 | 104 |
| | $i = 5$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 265 | 0 | 0 |
| | $i = 6$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 144 | 0 | 0 | 95 | 0 |
| $k = 2$ | $i = 1$ | 0 | 12 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | $i = 2$ | 0 | 0 | 11 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | $i = 3$ | 9 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | $i = 4$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 140 | 0 | 0 | 104 |
| | $i = 5$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 265 | 0 | 0 |
| | $i = 6$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 144 | 0 | 0 | 95 | 0 |

FONTE: O autor (2023).

A TABELA 31 apresenta o instante em que um lote é finalizado na máquina.

TABELA 31 – INSTANTE DE FIM NA MÁQUINA

| $\beta_{\theta ikt}$ | | $\theta = 1$ | | | | | $\theta = 2$ | | | | |
|----------------------|---------|--------------|---------|---------|---------|---------|--------------|---------|---------|---------|---------|
| | | $t = 1$ | $t = 2$ | $t = 3$ | $t = 4$ | $t = 5$ | $t = 1$ | $t = 2$ | $t = 3$ | $t = 4$ | $t = 5$ |
| $k = 1$ | $i = 1$ | 0 | 133 | 0 | 0 | 97 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | $i = 2$ | 0 | 0 | 231 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | $i = 3$ | 143 | 0 | 0 | 94 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | $i = 4$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 148 | 0 | 0 | 112 |
| | $i = 5$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 325 | 0 | 0 |
| | $i = 6$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 256 | 0 | 0 | 221 | 0 |
| $k = 2$ | $i = 1$ | 0 | 72 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | $i = 2$ | 0 | 0 | 231 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | $i = 3$ | 37 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | $i = 4$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 348 | 0 | 0 | 195 |
| | $i = 5$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 475 | 0 | 0 |
| | $i = 6$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 158 | 0 | 0 | 109 | 0 |

FONTE: O autor (2023).

A TABELA 32 apresenta o instante em que um lote é finalizado no estágio.

A TABELA 33 apresenta o instante em que o lote de um semiacabado finaliza o transporte para ao próximo estágio

TABELA 32 – INSTANTE DE FIM NO ESTAGIO

| $\delta_{\theta it}$ | $\theta = 1$ | | | | | $\theta = 1$ | | | | |
|----------------------|--------------|---------|---------|---------|---------|--------------|---------|---------|---------|---------|
| | $t = 1$ | $t = 2$ | $t = 3$ | $t = 4$ | $t = 5$ | $t = 1$ | $t = 2$ | $t = 3$ | $t = 4$ | $t = 5$ |
| $i = 1$ | 0 | 133 | 0 | 0 | 97 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $i = 2$ | 0 | 0 | 231 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $i = 3$ | 143 | 0 | 0 | 94 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $i = 4$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $i = 5$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $i = 6$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

FONTE: O autor (2023).

TABELA 33 – INSTANTE DE FIM NO ESTAGIO APÓS TRANSPORTE

| $\lambda_{\theta it}$ | $\theta = 1$ | | | | | $\theta = 1$ | | | | |
|-----------------------|--------------|---------|---------|---------|---------|--------------|---------|---------|---------|---------|
| | $t = 1$ | $t = 2$ | $t = 3$ | $t = 4$ | $t = 5$ | $t = 1$ | $t = 2$ | $t = 3$ | $t = 4$ | $t = 5$ |
| $i = 1$ | 0 | 140 | 0 | 0 | 104 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $i = 2$ | 0 | 0 | 265 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $i = 3$ | 144 | 0 | 0 | 95 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $i = 4$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $i = 5$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $i = 6$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

FONTE: O autor (2023).

A FIGURA 19 apresenta um gráfico do primeiro período, ilustrando tanto os tempos de finalização de cada lote em cada período quanto a quantidade dos estoques de itens acabados e semiacabados.

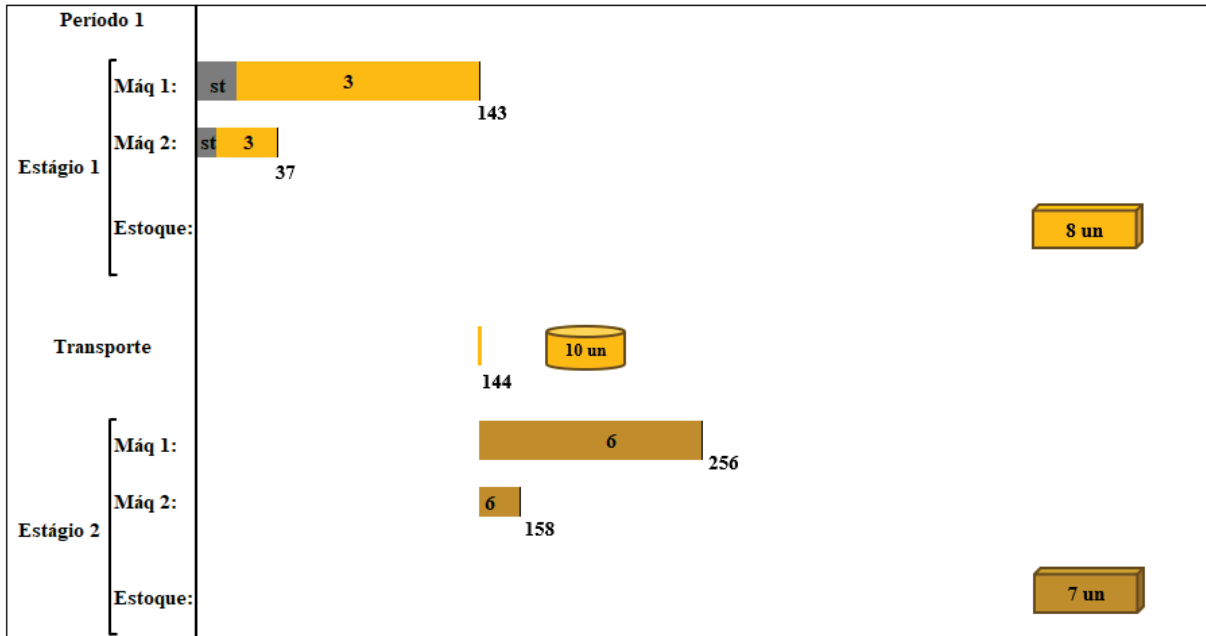
A FIGURA 20 apresenta um gráfico do segundo período, ilustrando tanto os tempos de finalização de cada lote em cada período quanto a quantidade dos estoques de itens acabados e semiacabados.

A FIGURA 21 apresenta um gráfico do terceiro período, ilustrando tanto os tempos de finalização de cada lote em cada período quanto a quantidade dos estoques de itens acabados e semiacabados.

A FIGURA 22 apresenta um gráfico do quarto período, ilustrando tanto os tempos de finalização de cada lote em cada período quanto a quantidade dos estoques de itens acabados e semiacabados.

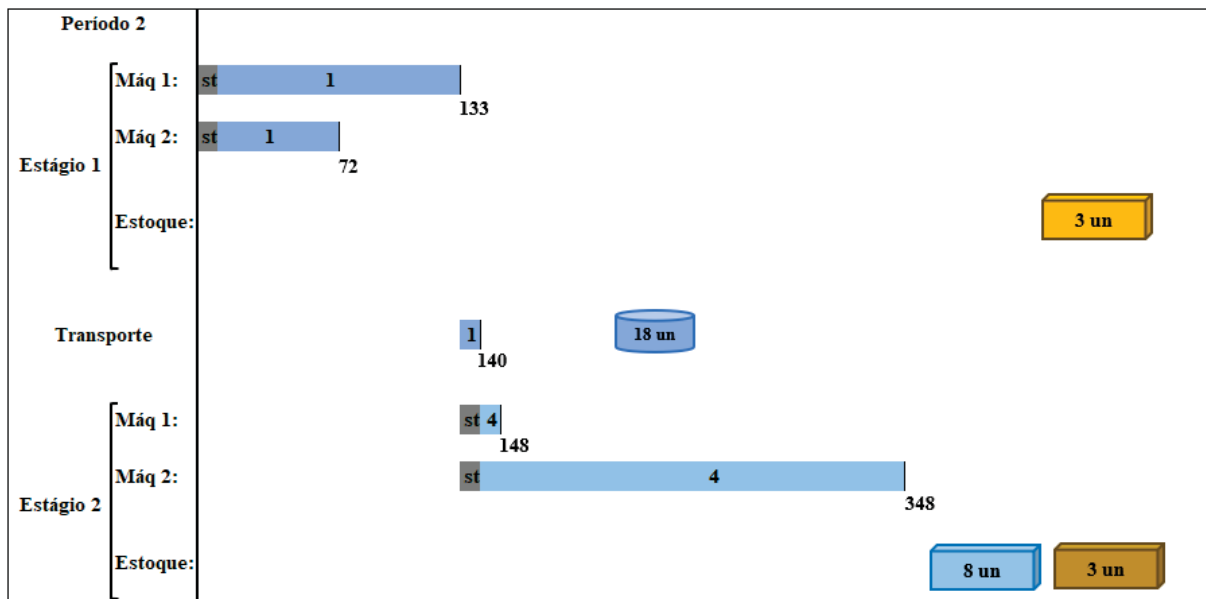
A FIGURA 23 apresenta um gráfico do quinto período, ilustrando tanto os tempos de finalização de cada lote em cada período quanto a quantidade dos estoques de itens acabados e semiacabados.

FIGURA 19 – SEQUENCIAMENTO DO PRIMEIRO PERÍODO



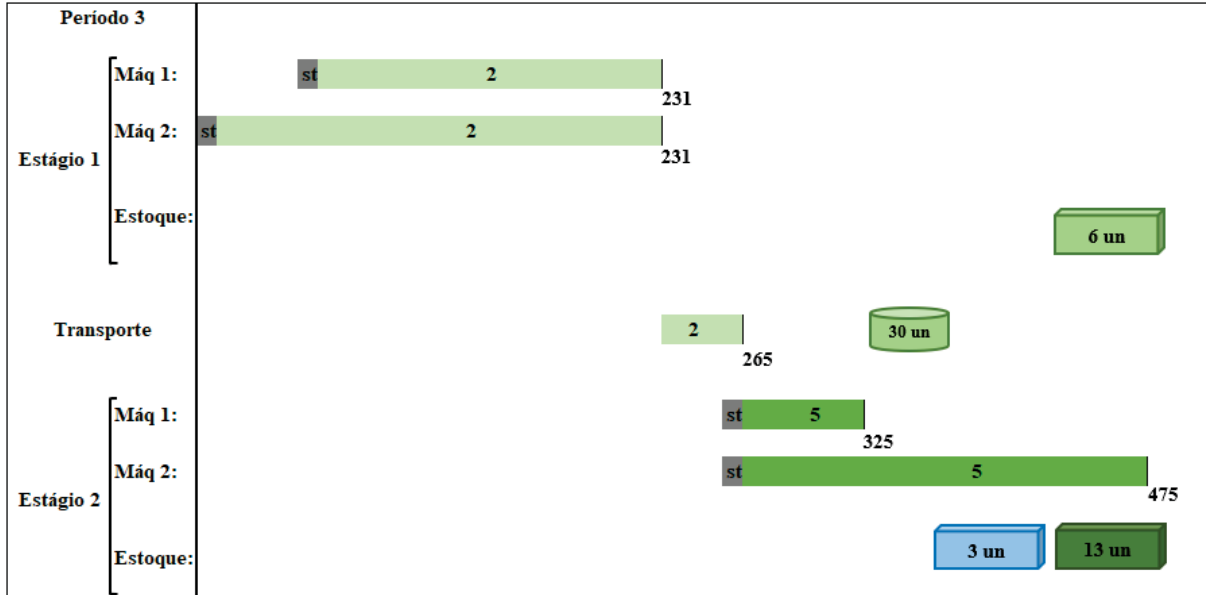
FONTE: O autor (2023).

FIGURA 20 – SEQUENCIAMENTO DO SEGUNDO PERÍODO



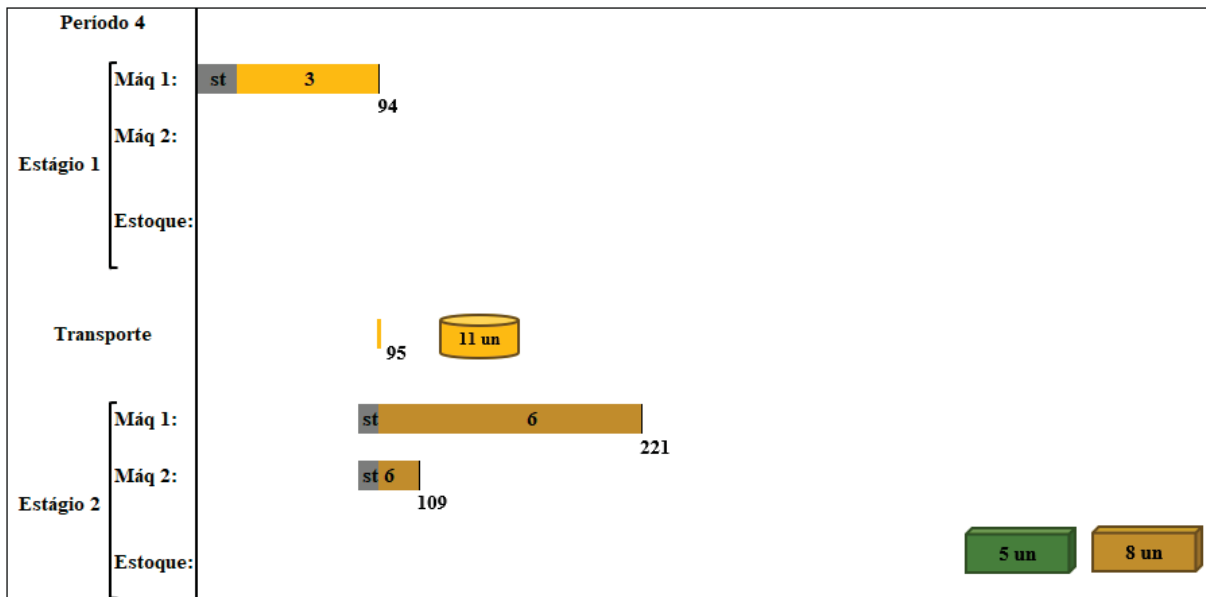
FONTE: O autor (2023).

FIGURA 21 – SEQUENCIAMENTO DO TERCEIRO PERÍODO



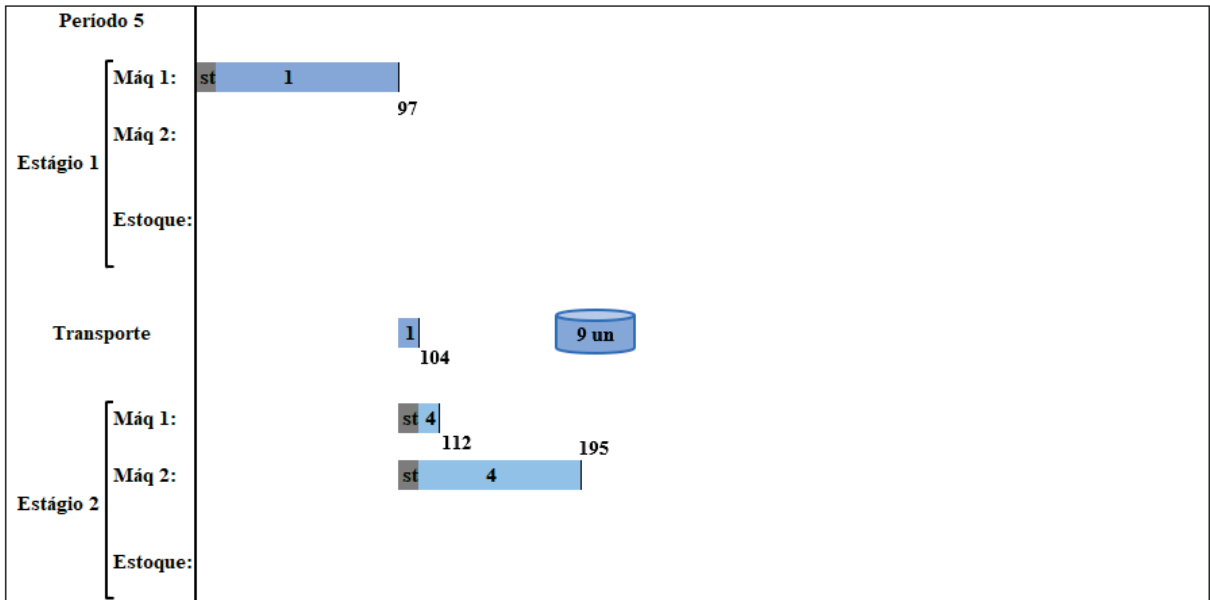
FONTE: O autor (2023).

FIGURA 22 – SEQUENCIAMENTO DO QUARTO PERÍODO



FONTE: O autor (2023).

FIGURA 23 – SEQUENCIAMENTO DO QUINTO PERÍODO



FONTE: O autor (2023).