

## SUMÁRIO

<b>LISTA DE TABELAS</b>	ii
<b>LISTA DE FIGURAS</b>	ii
<b>LISTA DE QUADRO</b>	ii
<b>RESUMO</b>	iii
<b>ABSTRACT</b>	iv
<b>1 INTRODUÇÃO</b>	<b>01</b>
<b>2 JUSTIFICATIVA E DELIMITAÇÃO DO PROBLEMA</b>	<b>03</b>
<b>3 REVISÃO DA LITERATURA</b>	<b>08</b>
3.1 A APRENDIZAGEM E O ENSINO DE FUNÇÕES	08
3.2 O PROFESSOR E O SEU FAZER.	18
<b>4 BASE TEÓRICA</b>	<b>23</b>
4.1 AS CONTRIBUIÇÕES SOBRE REPRESENTAÇÕES E CONCEITOS	23
4.2 AS FUNÇÕES E OS REGISTROS DE REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS: A CONTRIBUIÇÃO DE RAYMOND DUVAL	26
4.2.1 Os registros de representação e a congruência e não congruência semântica	35
4.3 PARA ALÉM DA CONTRIBUIÇÃO DE DUVAL	43
<b>5 MÉTODO</b>	<b>48</b>
5.1 PROCEDIMENTOS DE COLETA, REGISTRO E TRATAMENTO DE DADOS	50
5.1.1 Aproximação	50
5.1.2 Acompanhamento	51
5.2 PROCEDIMENTOS DE ANÁLISE DOS DADOS	54
5.2.1 Aproximação	54
5.2.2 Acompanhamento	54
<b>6 RESULTADOS</b>	<b>56</b>
6.1 APROXIMAÇÃO	56
6.1.1 Perfil profissional	56
6.1.2 Escolha de recursos didáticos e organização do conteúdo	58
6.1.3 Relação entre o conteúdo que mais aprecia e o ensino de funções.	60
6.1.4 Pontos e passagens mais difíceis no estudo de funções	61
6.2 ACOMPANHAMENTO	61
6.2.1 O que apresentam os livros didáticos	62
6.2.2 O diálogo professora-alunos sobre representações de funções nas aulas selecionadas.	71
6.2.2.1 O uso de recursos representacionais e representações formais para a condução dos tratamentos ou conversões dos registros.	71

6.2.2.2 A realização de conversão entre registros nos dois sentidos	124
<b>7 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS</b>	<b>148</b>
<b>8 CONCLUSÕES</b>	<b>164</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	<b>169</b>
<b>ANEXOS</b>	
<b>LISTA DE TABELAS</b>	
Tabela 1 - Comparação de alterações nas expressões algébricas e gráficas.	41
Tabela 2 – Conversões	68
Tabela 3 – Tratamentos	69
<b>LISTA DE FIGURAS</b>	
Figura 1 - Esquema da organização semiótica e do funcionamento das representações gráficas	40
<b>LISTA DE QUADROS</b>	
Quadro 1 – Classificação dos diferentes registros mobilizáveis no funcionamento matemático (fazer matemático, atividade matemática)	32
Quadro 2 - As representações semióticas não são internas nem externas - modo fenomenológico de produção	34

## RESUMO

O objetivo desta tese foi identificar e analisar os registros de representação semiótica usados por uma professora e seus alunos de 8ª série em aulas de matemática sobre funções, em uma escola municipal da periferia de Curitiba. Após revisão de literatura do campo da Psicologia Cognitiva sobre as relações entre conceito e representação, adotou-se como referência teórica básica o pressuposto de autor da Psicologia da Educação Matemática, de que a compreensão em matemática passa pela distinção entre o objeto matemático e a diversidade de suas representações e supõe a coordenação de ao menos dois registros de representação semiótica. Como método optou-se por uma observação natural do ambiente escolar onde a pesquisadora entrevistou a professora, acompanhou, gravou e anotou os registros produzidos por ela e seus alunos, em aulas sobre funções de 1º e 2º grau, selecionando e analisando 4 delas integralmente e 3 parcialmente, conforme indicadores de análise referentes aos tratamentos e conversões realizadas, o que foi identificado e analisado também no livro didático adotado (do qual a professora era co-autora) e nos outros dois livros usados como apoio. Da análise dos registros de representação utilizados, produzidos e elaborados pela professora e seus alunos em ambiente escolar, cabe ressaltar que: a professora empenhou-se em trabalhar com diferentes registros de representação destacando sempre o objeto matemático em questão; a linguagem matemática foi utilizada por ela como elemento catalisador que permeou todos os momentos de ensino, porém não se resumiu à linguagem matemática escrita, mas partiu sempre do uso de uma linguagem matemática oral, fundada na linguagem natural dos alunos, o que permitiu à professora estabelecer congruência entre a diversidade de escritas matemática para um mesmo objeto, principalmente quando os tratamentos com a escrita algébrica pareciam não fazer sentido para os alunos. Como conclusão pode-se destacar que devido à diversidade de representações do mesmo objeto matemático, o uso de diferentes registros de representação, não só para tratamentos do mesmo objeto, mas principalmente na conversão de registros nas diferentes formas de linguagem (natural, aritmética, algébrica, entre outras) auxiliou na caracterização do objeto matemático e teve um papel relevante na compreensão dos alunos, o que sugere-se seja levado em conta na elaboração de propostas de ensino de conteúdos matemáticos escolares.

Palavras-chave: educação matemática; funções; registros de representação semiótica.

## ABSTRACT

The main goal of this thesis was to identify and analyse registers of semiotic representation of a teacher and her students during mathematical function classes. The students were from the 8<sup>o</sup> year period of a public school located in the suburbs of Curitiba city, Brazil. After the literature review of the “Cognitive Psychology” subject about the relationships between conception and representation, it was adopted a basic theory reference. This theory is a preview from a Mathematical Psychology Education author, which means that the mathematical comprehension go through the distinction of the object and the variety of its representations, considering the coordination of at least two registers of semiotic representation. The methodology was based in the observation of the school environment where the researcher interviewed the teacher, and also attended and recorded the classes. From these mathematical function (1<sup>o</sup> and 2<sup>o</sup> orders) classes, the researcher wrote down all the registers produced by the teacher and her students. Four classes were selected for a complete analysis and three for partial analysis, as indicators of the treatments and conversions. Moreover, it was also analysed in this matter the three didactic books utilized in the classes, which the lecture is the co-author of one of them. From the analysis of the representation registers utilized and produced by the teacher and her students in the school environment, it was possible to verify: (i) the teacher strived to deal with different registers of representation, always distinguishing the mathematical object of each representation; (ii) the teacher negotiated meanings exploiting mathematical language mutually with the social language of the group, though the oral mathematical language was more applied than the writing mathematical language. This permitted the teacher to establish similarities between the distinct writing mathematical languages for the same object, mostly when the algebra and numerical treatments still very difficult for the students. Concluding, it could be recognized that (i) the variety of the representations from the same mathematical object; and (ii) the use of different representation registers, not only for treatments from the same object but mainly in the conversion of the registers from a diversity of language forms (natural, arithmetic, algebra, and others); had allowed the exact characterization of the mathematical object. Finally, these aspects were extremely relevant for the students’ comprehension, suggesting that they should to be taken into account during the elaboration of proposals for mathematical teaching material.

Key words: education, mathematical function, registers of semiotic representation.