

HELIANE MARIZA GRZYBOWSKI RIPPLINGER

A SIMETRIA NAS PRÁTICAS ESCOLARES

CURITIBA

2006

HELIANE MARIZA GRZYBOWSKI RIPLINGER

A SIMETRIA NAS PRÁTICAS ESCOLARES

Dissertação apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Educação - Linha de Pesquisa em Educação Matemática como requisito parcial à obtenção do Grau de Mestre em Educação, do Setor de Educação da Universidade Federal do Paraná.

Orientadora: Prof.^a Dr.^a Ana Maria Petraitis Liblik.

CURITIBA

2006

Autorizo, exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta dissertação por processos de fotocopiadoras ou eletrônicos.

_____ Curitiba, março de 2006.

AGRADECIMENTOS

À Universidade Federal do Paraná, por fazer parte
da minha história.

Aos professores da linha de pesquisa em Educação
Matemática, obrigado

À orientadora, Dr^a. Ana Maria Petraitis Liblik, pelo
acompanhamento dedicado, objetividade e
competência.

Rui, meu marido, Silvia, minha querida professora,
Estanislau, meu pai amado, onde estiverem sempre
os terei na lembrança.

À Cristiane e Rui Júnior, meus queridos filhos, pela
paciência e perdão pelas horas de ausência.

À minha mãe, que sempre me incentivou.

Aos alunos e professores e direção do Colégio E. J.
B., meus agradecimentos.

Aos meus companheiros de turma, obrigado pelas
contribuições.

A todos os que direta ou indiretamente contribuíram
para a realização desta pesquisa.

Nós vos pedimos com insistência
Não digam nunca:
Isso é natural!
Diante dos acontecimentos de cada dia
Numa época em que reina a confusão
Em que corre o sangue
Em que o arbítrio tem força de lei

Em que a humanidade se desumaniza
Não diga nunca:
Isso é natural!
A fim de que nada passe por imutável!

Bertold Brecht

RESUMO

Trata-se de uma pesquisa para verificar se os conteúdos de simetria são trabalhados de 5ª a 8ª série na disciplina de Matemática do Ensino Fundamental, em uma escola da rede pública estadual, da região Oeste do Paraná, em 2004. O objetivo do trabalho é fazer uma análise documental dos registros escritos de alunos e professores, olhando para cadernos de alunos e para diários de classe dos professores, verificando quais conteúdos de simetria estão presentes. Os diários de classe da totalidade dos professores de Matemática do Colégio Estadual José Bonifácio do ano de 2004 foram analisados, bem como alguns cadernos, somente dos alunos que ainda o tinham consigo. Também utilizamos a técnica do grupo focal, com estes professores de Matemática da escola investigada. O que consta é que esse conteúdo aparece nos cadernos de alunos e diários de classe apenas na quinta série e sexta série do Ensino Fundamental e de forma incipiente.

Palavras-chave: Educação Matemática - Simetria - Cadernos de alunos - Diários de classe - Séries Finais do Ensino Fundamental.

ABSTRACT

This is a research to verify if the symmetry contents are taught in the Mathematics course from the 5th to the 8th grade of the elementary school, in a state public school from the western of Paraná. This research aims to accomplish a documental analysis of the written registers of students and teachers, observing students' notebooks and teachers' diaries, checking which symmetry contents are present. All the Colégio Estadual José Bonifácio, math teachers' class diaries from 2004 were analyzed, as well as the notebooks whose students still had them. It was also used the focal group technique with this teachers the Math on School investigated. What verify is that this content is present only in 5th and 6th grade class notebooks and diaries of elementary school and in an incipient way.

Key words: Mathematical Education – Symmetry – Students' notebooks – Class diaries – Final Grades of Elementary School.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Fig. 01 – A letra R.....	28
Fig. 02 – Translação.....	28
Fig. 03 – Ângulo.....	28
Fig. 04 – Usina eólica de Palmas – PR.....	30
Fig. 05 – Rotação do número 3.....	32
Fig. 06 – Rosa-dos-ventos.....	33
Fig. 07 – Rotação do triângulo equilátero.....	33
Fig. 08 – Circunferência.....	34
Fig. 09 – Folha da “ <i>Catharanthus roseus</i> ”.....	35
Fig. 10 – Trapézio.....	35
Fig. 11 – Triângulo equilátero.....	36
Fig. 12 – Reflexão em E.....	36
Fig. 13 – Paralelogramo.....	37
Fig. 14 – Pegadas na areia.....	38
Fig. 15 – Exemplos simples da arte grega.....	38
Fig. 16 – Trabalhos de crochê.....	39
Fig. 17 – Bordados manuais.....	40
Fig. 18 – Diagrama do bordado.....	40
Fig. 19 – Imagens produzidas no caleidoscópio.....	47
Fig. 20 – Imagens produzidas no caleidoscópio II.....	48
Fig. 21 – Desenhos em peças de cerâmica.....	50
Fig. 22 – Cisnes.....	51
Fig. 23 – Homem Vitruviano.....	52
Fig. 24 – Estrela-do-mar.....	53
Fig. 25 – Violeta.....	53
Fig. 26 – Trevo.....	54
Fig. 27 – Primavera.....	54
Fig. 28 – Bandeirinhas.....	57
Fig. 29 - Questão 02 da Olimpíada Brasileira de Matemática- I.....	66
Fig. 30 – Questão 14 da Olimpíada Brasileira de Matemática II.....	67
Fig. 31 – Pátio do Col. Est. José Bonifácio.....	71
Fig. 32 – Faixa decorativa I.....	76
Fig. 33 – Faixa decorativa II.....	77
Fig. 34 – Faixa decorativa III.....	77
Fig. 35 – Recorte do caderno do aluno – I.....	80
Fig. 36 – Recorte do caderno do aluno – II.....	81
Fig. 37 – Recorte do caderno do aluno III.....	82
Fig. 38 – Exercício do livro didático, utilizado pela escola em 2004.....	89

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	15
1. ENSINO DE MATEMÁTICA, DE GEOMETRIA E DE SIMETRIA.....	19
1.1 INTRODUÇÃO.....	19
1.2 CONSIDERAÇÕES SOBRE O ENSINO DE MATEMÁTICA	19
1.3 SOBRE O ENSINO DE GEOMETRIA	20
1.4 DISCUSSÕES SOBRE O ENSINO DE SIMETRIA	23
1.5 POR QUE ENSINAR SIMETRIA?	24
1.6 SIMETRIA: MOVIMENTOS BÁSICOS.....	26
1.6.1 O MOVIMENTO DE ROTAÇÃO	30
1.6.2 O MOVIMENTO DE REFLEXÃO	35
1.6.3 O MOVIMENTO DE TRANSLAÇÃO	37
2. CONSIDERAÇÕES SOBRE SIMETRIA	42
2.2. A SIMETRIA PRESENTE NOS CURRÍCULOS ESCOLARES	42
2.2.1 DO ESTADO DO PARANÁ	42
2.2.2 NO BRASIL.....	43
2.3 REGULARIDADES PARA COMPOR O BELO	45
2.4 A SIMETRIA E ALGUMAS RELAÇÕES COM AS ÁREAS DO CONHECIMENTO:	49
2.5 A SIMETRIA E SUAS POSSIBILIDADES	55
2.5.1 USANDO A ARTE.....	55
2.5.3 USANDO OS RECURSOS TECNOLÓGICOS	59
3. OPÇÕES METODOLÓGICAS E RESULTADOS	61
3.1 CARACTERIZAÇÃO DA ESCOLA.....	69
3.2 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA	61
3.3 A ANÁLISE DOCUMENTAL DOS DIÁRIOS DE CLASSE E DOS CADERNOS DE ALUNOS.....	71
3.4 CADERNOS DOS ALUNOS	72
3.4.1 OS REGISTROS NOS CADERNOS DOS ALUNOS E OS CONTEÚDOS.....	74
3.4.1.1 FAIXAS DECORATIVAS	75
3.5 OS DIÁRIOS DE CLASSE DOS PROFESSORES	83
3.5.1 NOSSAS OBSERVAÇÕES COM RELAÇÃO AOS DIÁRIOS DE CLASSE.....	83
3.6 A SIMETRIA NO LIVRO DIDÁTICO DE MATEMÁTICA.....	85
3.6.1 UM BREVE HISTÓRICO	86

3.6.2 LIVROS DIDÁTICOS UTILIZADOS PELA ESCOLA EM 2004	87
3.6.3 OS CONTEÚDOS DE SIMETRIA NO LIVRO DIDÁTICO	88
CONSIDERAÇÕES FINAIS	92
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	97
ANEXOS	103

INTRODUÇÃO

O presente estudo intitulado “A Simetria nas práticas escolares”, insere-se na linha de Pesquisa de Educação Matemática do Mestrado em Educação da Universidade Federal do Paraná.

Fazendo parte de nossa experiência profissional, em muitos momentos, concentramos especial atenção nos conteúdos e no processo de ensino/aprendizagem da Geometria. Priorizando nossas participações em eventos sobre este assunto, decidimos procurar a Universidade Federal do Paraná para cursar o Mestrado em Educação, área de concentração Educação, Cultura e Tecnologia, na linha de pesquisa da Educação Matemática.

Decorrente de nossa formação profissional superior, no curso de Ciências com Habilitação em Matemática (FECIVEL-1986), e também pelo nosso gosto pessoal, pelo prazer que temos ao estudar os conteúdos de Geometria, decidimos neste trabalho, contemplar questões relacionadas ao estudo da Simetria.

Quando da realização de um curso de especialização no Ensino de Ciências Exatas: Matemática, Física e Química (UNIOESTE-1998), desenvolvemos uma pesquisa bibliográfica sobre o tema em questão. Conjuntamente desenvolvi atividades em classes de sétima série do Ensino Fundamental, concluindo com uma monografia cujo título é “O estudo da simetria e sua aplicabilidade no Ensino Fundamental”.

Apoiamos e orientamos a formação continuada de professores na área de Matemática, da qual fazemos parte na região Oeste do Paraná, pelo Departamento de Educação da AMOP (Associação dos municípios do oeste do Paraná), onde nós, trabalhadores da rede pública do ensino, adquirimos experiência e aprendizado.

Esse percurso que fizemos e o estudo, abordando a problemática dos conteúdos e encaminhamentos metodológicos no ensino da simetria nas séries do Ensino Fundamental contribuíram de forma significativa para nossa prática pedagógica e também para nossos alunos.

Como integrantes do curso de Mestrado, como pesquisadores da Educação Matemática, pensamos que investigar, buscar, realimentar alternativas metodológicas seja no ensino da simetria ou de outros conteúdos (saberes escolares), faz-se necessário, pois vimos a relevância do estudo frente aos desafios da ciência:

Estamos na entrada do novo milênio, de posse de novas visões do cosmos, do planeta e do homem. Se considerarmos que a matemática acadêmica e a educação matemática se fundaram em visões do cosmos [medidas de tempo e movimentos celestes, astronomia] da natureza [medidas de terra, reconhecimento e delimitação do espaço, cartografia, movimento e velocidade], da sociedade [mercantilismo, estatística e probabilidade] e do homem [cognição, aprendizagem] é óbvio perguntar como a matemática reage às profundas modificações de suas bases, isto é, às novas visões do cosmos, da natureza, da sociedade e do homem (D'AMBRÓSIO, 2001 p.16).

E nesta perspectiva de mudança temos o ensino da Simetria, que nos possibilita refletir sobre questões relacionadas à sua aprendizagem. Não há como ser conservadores nos estudos teóricos que buscam alternativas metodológicas e possíveis inovações, reflexões em torno do assunto. É na expectativa de repensar e melhorar a nossa prática pedagógica, enquanto professores/pesquisadores atuando na sala de aula, que nos propomos a este trabalho de pesquisa.

Há formas distintas de ensinar. Mas elas devem ter como objetivo motivar o aluno, despertar o gosto, o envolvimento. Um dos aspectos importantes da função da escola e principalmente o papel do professor, é mediar a efetiva aprendizagem dos alunos.

A partir disso, elaboramos as seguintes perguntas de pesquisa:

- 1) Os conteúdos de simetria estão presentes em documentos como diários de classe e cadernos de alunos?
- 2) Se estão presentes, como esses conteúdos estão sendo abordados?
- 3) Se estão presentes nos currículos escolares, mas se não estão sendo ensinados, investigar quais os determinantes de sua exclusão no ensino?

Pretendemos com essa busca, observarmos o que é ensinado de Simetria nas séries finais do Ensino Fundamental, por professores, na escola, através da análise dos registros escritos de alunos e de professores do Ensino Fundamental,

em uma escola da rede pública de ensino, analisando documentos como anotações de alunos em seus cadernos e diários de classe dos professores, coletados ao longo do ano letivo de 2004, e ainda realizando um grupo focal, com os professores.

Pensando assim, é necessária uma base teórico-metodológica que fortaleça e que possa dar suporte para o saber/fazer em sala de aula, através também da pesquisa bibliográfica. Assim, outras indagações vão se colocando: O estudo da Simetria é importante? Qual é a justificativa para a sua importância? Os documentos oficiais nacionais e estaduais e os livros didáticos mais usados trazem o porquê, os fundamentos para o estudo da Simetria, justificando sua importância e necessidade?

Usando como opção metodológica o grupo focal, realizado com os professores de Matemática de quinta a oitava série do ano 2004, e também a análise documental, na qual reportamos nosso trabalho a verificar os documentos escritos de alunos (cadernos) e professores (diários de classe), o que está presente sobre o conteúdo Simetria e, simultaneamente a isso, nos propomos a discutir o que aparece, fazendo, portanto, uma abordagem qualitativa.

O desenvolvimento do projeto de pesquisa iniciou-se com uma análise documental dos cadernos de alunos e diários de classe dos professores, a partir dos quais foi obtida uma pequena amostra do Ensino Fundamental da rede pública do Paraná da região Oeste do Estado, o Colégio Estadual José Bonifácio, do Município de Campo Bonito - Ensino Fundamental e Médio.

O objetivo desta pesquisa é verificar o que o professor desenvolve sobre o conteúdo simetria, em sala de aula.

Essa amostra foi coletada no Colégio, com alunos e professores que aceitaram disponibilizar para o pesquisador os registros documentais acima apontados.

Cientes de que as mais diferentes pesquisas que vêm sendo levantadas no campo específico do Ensino de Matemática, eles têm parte na contribuição de melhorias no ensino/aprendizagem da Matemática e de forma muito particular, no ensino aprendizagem da Simetria, lançamo-nos ao processo de revisão bibliográfica e também ao campo de nossa pesquisa.

Inicialmente delimitamos o problema e desenvolvemos uma revisão bibliográfica com os autores que trabalham com Simetria de forma ampla, para depois fazermos um estudo que trouxesse referência à faixa de escolaridade que estamos investigando (Ensino Fundamental – 5ª a 8ª série) e com o devido recorte feito neste campo: “A simetria nas práticas escolares”.

No primeiro capítulo, como resultado da pesquisa bibliográfica, apresentamos algumas considerações sobre o ensino da Matemática, da Geometria e da Simetria. Ainda uma preocupação presente é a de justificar o ensino da Simetria presente em nossas aulas de Matemática, tratando ainda de algumas idéias de nosso interesse, sobre a temática. Os movimentos básicos de rotação, translação e reflexão também são tratados neste capítulo.

No segundo capítulo, por meio de pesquisa bibliográfica, fazemos uma análise de como o assunto Simetria é proposto em documentos oficiais, Parâmetros Curriculares Nacionais e Currículo Básico para a Escola Pública do Paraná. Considerações sobre o belo, trazendo um aspecto da Matemática, que ainda necessita ser conhecido para que possa ser desenvolvido. E ainda, mostrando a relação da Matemática com as outras áreas do conhecimento, como a Arqueologia, a Física, a Biologia, a Arte, e a Antropologia. Trazemos também contribuições sobre o uso dos recursos tecnológicos nas aulas de Matemática.

No terceiro capítulo, por meio da análise documental e dos depoimentos obtidos no grupo focal realizado, apresentamos a análise dos dados fornecidos por esses procedimentos metodológicos. Apresentamos um histórico sobre a Escola onde ocorreu a pesquisa, os depoimentos obtidos na realização do grupo focal com os professores e um olhar para registros dos cadernos dos alunos e dos diários de classe dos professores, do ano 2004, da disciplina de Matemática. Juntamente com a descrição do caminho metodológico, as observações e constatações realizadas no decorrer do trabalho, um olhar breve sobre os livros didáticos utilizados pela escola, no ano de 2004.

Traçamos para complementar nosso trabalho de pesquisa, as considerações finais, onde buscamos responder à problemática levantada inicialmente, e apresentarmos ainda alguns indícios de futuras pesquisas que poderão dar continuidade à pesquisa iniciada nesta investigação.

CAPÍTULO I

1. ENSINO DE MATEMÁTICA, DE GEOMETRIA E DE SIMETRIA.

1.1 INTRODUÇÃO

Descreveremos, aqui, algumas idéias sobre Ensino da Educação Matemática e, mais sucintamente, sobre o ensino da Geometria e, de forma particular, sobre a Simetria, abordando os movimentos de rotação, reflexão e translação, chamados básicos, que nos interessam de maneira especial, neste momento, e ainda aspectos que possibilitem justificar a inserção do conteúdo simetria nos currículos escolares.

1.2 CONSIDERAÇÕES SOBRE O ENSINO DE MATEMÁTICA

Trabalhando há muito tempo na formação de professores e também atuando junto a alunos do Ensino Fundamental da rede pública, constatamos algumas dificuldades dos mesmos no ensino/aprendizagem da Matemática, de uma forma geral, e mais especificamente no ensino/aprendizagem da Geometria. Reclamações constantes da comunidade escolar professores/alunos sobre a aprendizagem e o encaminhamento de situações vivenciadas em sala de aula, além de outras dificuldades por nós encontradas como as relacionadas aos conteúdos específicos de Geometria, a falta desses conteúdos na sua formação superior, os recursos bibliográficos não disponíveis ou insuficientes, entre outros.

Ouvimos, no nosso dia a dia de trabalho, comentários constantes como:

“Eles não sabem ouvir...”.

“Eu explico, explico e eles não entendem...”.

“Meu filho não aprende essa parte, não sei por que...”.

“Eu não sei, a professora fica explicando coisas que eu não sei onde vou usar...”.

Questionamos alunos, sobre o que eles estavam estudando e aprendendo na disciplina de Matemática. Em geral, obtivemos as mesmas respostas:

“Ah! É um negócio... Como é mesmo o nome? Não lembro...”.

“É uma coisa assim...”.

Essas respostas colocadas desta forma nos levam a refletir sobre a nossa prática pedagógica. Possivelmente se os alunos nem mesmo sabem o assunto que estão estudando, o que poderemos dizer então de seu aprendizado? Não estará este seriamente comprometido? São dúvidas que temos e que certamente demandariam pesquisas, pois esta é uma pergunta para a qual tão rapidamente não obteremos resposta.

É na tentativa de buscar caminhos para responder ou atenuar possíveis dificuldades do ensino da simetria que realizamos esta pesquisa. Faremos uma tentativa de aproximação da resposta no desenrolar de nossa pesquisa, a exemplo de outras tantas questões colocadas no decorrer deste trabalho, no que tange ao ensino da Geometria.

1.3 SOBRE O ENSINO DE GEOMETRIA

Historicamente, encontramos na Grécia a grande sistematização do conhecimento geométrico. Segundo Machado (1999 p.48): apenas na Grécia, por volta do século III aC., com os trabalhos de Euclides, a Geometria logrou uma notável sistematização, tornando-se modelo de organização do conhecimento em quase todas as áreas.

A Geometria é uma parte da ciência Matemática que poderia ser mais explorada no Ensino Fundamental. A Geometria oportuniza que trabalhemos de maneira mais dinâmica, em movimento. Um dos aspectos do trabalho pedagógico pode ser o uso do material manipulativo, possibilitando estimular assim o desenvolvimento do pensamento geométrico. Quando nos propomos a trabalhar, neste nível de ensino, com alguns conceitos, enfocando a Simetria, o leque de possibilidades se abre.

No Brasil, a educação começa a sofrer mudanças apenas em 1930, quando foi criado o Ministério de Educação e Saúde Pública. E em 1931, o governo provisório sanciona decretos que organizam o ensino no nível secundário e em algumas universidades brasileiras existentes, como exemplo a UFPR criada em 1912. Na história da educação brasileira estes decretos são chamados de

“Reforma Francisco Campos”. E neste mesmo ano, a Portaria Ministerial nº. 19.890 de 30 de junho, apresentava programas do curso fundamental do ensino secundário.

É pertinente a lembrança das idéias do professor Euclides Roxo, do Colégio D. Pedro II, professor catedrático de Matemática nesse Colégio e “maior responsável pela elaboração da proposta modernizadora brasileira, baseado em argumentos utilizados por ‘nomes de valor indiscutível’, especialmente Felix Klein” (Miorim, 1998). E as preocupações de Euclides Roxo, entre as quais “unificação do curso em uma disciplina única sob a denominação de matemática” (Miorim, 1998), constaram da Reforma:

As preocupações demonstradas pelo ministro Campos, especialmente com relação à modernização dos conteúdos e métodos do ensino secundário, compatibilizavam-se com a proposta de modernização do ensino de Matemática apresentada por Euclides Roxo, adotada integralmente pela Reforma (MIORIM, 1998, p. 94).

Os programas traziam também as considerações pedagógicas, além do que a proposta consistia numa nova concepção, mais moderna, dos conteúdos de Matemática, preocupando-se com aspectos metodológicos do seu ensino, trazia ainda uma lista de conceitos a serem trabalhados nas séries e mais uma possibilidade de articular vários campos. O ensino da álgebra, da aritmética, da geometria era feito separadamente, passando com a reforma, a compor uma disciplina única, chamada de matemática.

Depois, de acordo com Miorim (1998):

Na parte relativa à Geometria, percebe-se uma clara preocupação em introduzir os raciocínios lógicos apenas após um trabalho inicial que familiarize o aluno com as noções básicas presentes nas figuras geométricas, quer em sua posição fixa, quer através de seus movimentos. Com respeito a este último aspecto, enfatizava-se a importância de serem examinadas as noções de simetria axial central, de rotação e de translação (p. 97).

Tendo isso em vista, propomos um trabalho de pesquisa que busque atenuar algumas inquietações e angústias que, com certeza, foram e ainda são as mesmas de muitos, em diferentes épocas. Como diz Klein, “A modernização do ensino da geometria, isto é liberação do rígido método de Euclides, começou na

França muito cedo, cerca de 1550” (Miorim, 1998, p. 40). Longo é o caminho a ser percorrido até que se concretize uma proposta pedagógica efetiva no ensino da Geometria. É necessário que a Geometria avance no espaço pedagógico da sala de aula, derrubando uma muralha invisível que separa, impossibilitando às vezes, que o processo ensino/aprendizagem ocorra.

Mas apesar da reforma, temos que mais tarde, nas décadas de 60 a 80, o ensino da Geometria de forma geral foi deixado de lado. Segundo Lorenzato, Por que não ensinar **Geometria? A Educação Matemática em Revista**. SBEM-nº 04-1º semestre de 1995, que trata da omissão geométrica, confirma o fato acima citado:

No Brasil, já fomos mais além: a Geometria está ausente ou quase ausente da sala de aula. Vários trabalhos de pesquisadores brasileiros, entre eles Peres (1991) e Pavanelo (1993), confirmam essa lamentável realidade educacional. E por que essa omissão? São inúmeras as causas, porém, duas delas estão atuando forte e diretamente em sala de aula: a primeira é que muitos professores não detêm os conhecimentos geométricos necessários para a realização de suas práticas pedagógicas.

... A segunda causa da omissão geométrica deve-se à exagerada importância que, entre nós, desempenha o livro didático, quer devido à má formação de nossos professores, quer devido à estafante jornada de trabalho a que estão submetidos (LORENZATO, 1995, p.3-4).

O que pode ser ainda um dos motivos pelos qual a Geometria não era ensinada é que ficava na “parte final do livro texto” (Lorenzato, 1993), logo a falta de tempo dentro do período letivo era um dos empecilhos, também.

Hoje, propostas curriculares estaduais e nacionais vêm sendo construídas, de diferentes formas, trazendo à tona a discussão de conteúdos escolares que devem ser trabalhados, como esse rol de conteúdos deve constar nas propostas, e trazendo ainda discussões sobre a utilidade dos mesmos.

No interior das escolas, as discussões acerca de “o quê” trabalhar, fazem-se presentes, às vezes causando discussão e gerando certa lacuna nas nossas práticas pedagógicas.

O ensino da Geometria é um dos temas que vêm sendo muito discutidos pelos educadores matemáticos. Buscando alternativas e tentando contribuir com seu ensino de forma significativa, pensando na formação continuada de

professores, temos muitas publicações em periódicos e livros resultados de pesquisas que vêm se destacando de forma singular na Educação Matemática.

À medida que surgem propostas no sentido de contribuir para superar lacunas existentes no ensino da Geometria observamos os avanços no ensino da mesma e, no seu interior, a valorização do assunto Simetria.

1.4 DISCUSSÕES SOBRE O ENSINO DE SIMETRIA

A Simetria não é um número ou uma fórmula, é uma propriedade das figuras, é uma transformação. Ou seja, é o resultado de uma regra, de um movimento de acordo com esta regra. A simetria preserva a forma. Conserva características tais como ângulos, comprimento dos lados, distâncias, tipos e tamanhos, mas altera a posição do objeto desenhado.

Segundo Weyl (1997), em relação aos conhecimentos específicos de Simetria, podemos dizer que os sumérios, povo que viveu na antigüidade, 4000 aC., parecem ter sido os que de forma particular se interessaram pela simetria bilateral. Esta é a simetria do corpo da maioria dos animais. Ainda destaca-se a simetria na Botânica, nas folhas, nos galhos de árvores, flores entre outros.

Complementando com o que diz Weyl (1997): O sentido da simetria é a idéia pela qual o homem tem tentado compreender e criar a ordem, a beleza, e a perfeição através dos tempos (p.17). Podemos considerar a simetria como sinônimo de proporção, beleza e perfeição, pelo efeito visual que ela oferece e mais pelas criações artísticas do homem, a observação atenta da natureza e aliada a isso como resultado das suas necessidades ao longo de sua história.

A regularidade é o resultado do trabalho criativo do Homem e não o seu pressuposto. São vantagens práticas, realmente existentes, da forma regular descoberta que conduzem a consciência crescente dessa ordem e regularidade. As mesmas vantagens estimulam à comparação com outros resultados de trabalho e com fenômenos naturais. A regularidade do produto de trabalho simplifica a sua reprodução e assim se reforça a consciência da sua forma e o interesse por ela. Com a crescente consciência e interesse forma-se, simultaneamente, uma valorização positiva da forma descoberta: a forma é também aplicada onde ela não é necessária; ela é sentida e apreciada como bela (GERDES, 1992, p.100).

Fica o questionamento:

O que estamos fazendo com o ensino da Simetria mais especificamente? O que seu ensino/aprendizado possibilita? O que de Simetria vem sendo ensinado em nossas escolas?

A problemática que envolve o processo de ensino da Simetria, de forma geral, mostra-nos que ainda temos questões de reflexão e pesquisa como:

Quando começar seu ensino? Que concepção adotar? Qual é a forma mais significativa e adequada? Quais serão nesse processo, as dificuldades a serem consideradas? Essas são questões prementes frente aos desafios que o trabalho pedagógico nos coloca no momento.

Deparando-nos com o ensino da Simetria nas séries do Ensino Fundamental, podemos considerar que no ensino da Matemática de forma geral, tratamos da regularidade, ou seja, de pesquisar e conhecer “aquilo que sempre acontece e se repete”, através de um giro, um deslocamento ou uma troca. Faremos, a seguir, uma tentativa de justificar a inserção da Simetria nos currículos escolares.

1.5 POR QUE ENSINAR SIMETRIA?

Mas, por que ensinar simetria em nossas aulas de Matemática?

Elaborar uma justificativa para assuntos que ensinamos em nossas salas de aula, e mais ainda, de conteúdos de Matemática, não é um exercício simples. Mas, ousaremos assim mesmo. Está é uma tentativa de justificar o objeto da pesquisa.

Este exercício exige que repensemos entre outros assuntos, sobre a nossa prática pedagógica. Depende muito, e isso é próprio de cada pesquisador, como ele ensina e como concebe a sua própria área do conhecimento. Este é um exercício necessário para a atuação em sala de aula.

A elaboração de um “por que” ao estudar Simetria nos remete ao que está acontecendo nas salas de aula do Ensino Fundamental. A justificativa do processo traz à tona discussões mais amplas, pois não é só a justificativa que garantirá o processo ensino/aprendizagem.

A aprendizagem acontece às vezes independente das intervenções pedagógicas do professor, sobre o assunto.

Um importante caminho a ser traçado é de que a escola ofereça aos nossos educandos um programa não estático, tomando a ciência, e neste contexto as ciências Matemáticas, voltadas aos problemas da atualidade, e também que seja de interesse dos alunos, entre outros.

Sobre o porquê justificar o ensino de determinado conteúdo, D'AMBRÓSIO (1996) nos diz que:

Um bom exercício para o docente é preparar uma justificativa para cada um dos tópicos do programa - mas não vale dar justificativas internalistas, isto é, do tipo "progressões são importantes para entender logaritmos". Pede - se justificativas contextualizadas ao mundo de hoje e do futuro (p. 32).

O que nos propomos é elaborar um enfoque relacionado com o momento atual, mas não apenas com o que é útil e aplicável.

Completamos com:

O estudo da Geometria ajuda os alunos a representar e a dar significado ao mundo. A simetria, por exemplo, proporciona oportunidades para os alunos visualizarem a geometria no mundo da arte ou na natureza. Neste domínio, a exploração de conceitos e padrões geométricos pode criar situações muito interessantes para os alunos (ESTUDOS COMPLEMENTARES-AVA 2000: análise da resolução de questões de matemática. p. 44).

O desenvolvimento de um projeto de pesquisa, em Educação Matemática, com o tema Simetria, olhando para anotações de alunos e professores de Matemática do Ensino Fundamental, justifica-se por:

1) uma razão Matemática: a busca da regularidade, os padrões que se repetem a essência do conhecimento matemático;

2) Estar presente no SAEB (Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica), com questões a serem verificadas no aprendizado dos alunos, relativas ao tema;

3) Faz-se presente em outras áreas do conhecimento como Biologia, Arqueologia, Artes, Física, estabelecendo inter-relações dessas áreas com a Matemática;

4) Dentro da própria disciplina, existem conexões entre os conteúdos e poderíamos citar muitos exemplos, um deles nas retas numeradas, os números inteiros;

5) Constar nos Documentos Oficiais, propostas curriculares, do Brasil e do Estado do Paraná, como parte integrante do currículo, o conteúdo de simetria, a ser desenvolvido nas séries Finais do Ensino Fundamental;

6) É uma das partes da Geometria, onde o belo, a harmonia na Matemática pode ser facilmente trabalhada;

7) Faz parte dos trabalhos, e conseqüentemente da cultura de alguns povos, como, por exemplo, os povos indígenas, mais especificamente através de seu artesanato;

8) Podemos ter contato, virtualmente inclusive, em publicações de livros e periódicos, trabalhos de exposições permanentes, entre outros;

9) Ainda alguns livros didáticos, que na sua maioria significam o apoio ao trabalho dos professores, contemplam em seus conteúdos a Simetria.

Mais especificamente tratando do ensino da Simetria, temos distintas possibilidades de um encaminhamento metodológico para conduzir nossas atividades de sala de aula com aprendizagem mais efetiva. Traçaremos um panorama dos conceitos sobre os movimentos básicos em simetria: rotação, reflexão e translação.

1.6 SIMETRIA: MOVIMENTOS BÁSICOS

Preocupa-nos o fato de que os conteúdos de Geometria, enfocando a simetria, são trabalhados às vezes de forma muito superficial, mostrando no ensino da simetria apenas um de seus movimentos, que é a simetria reflexional, sendo deixados de lado os movimentos, como translação e rotação e a combinação dos mesmos, de uma forma geral.

Weyl (1997) em seu livro, publicado originariamente em 1952 sob o título *Symmetry*, nas páginas iniciais discute o uso da palavra simetria, na linguagem coloquial, com dois significados diferentes. A beleza envolta pela simetria e a idéia de que simetria denota aquele tipo de concordância em que várias partes de algo

se integram em uma unidade. E em segundo lugar a idéia de que a palavra simetria pode nos conduzir à imagem de uma balança: simetria bilateral.

A simetria, como é comumente chamada, vem sendo denominada recentemente de Geometria das Transformações e, segundo Crowe e Thompson (1994), seria o estudo da translação, rotação e reflexão, que são movimentos rígidos, que fazem as figuras apenas mudarem de posição.

Em sua dissertação de mestrado em Educação Matemática, Mabuchi (2000) também usa o termo “Geometria das Transformações” e inclui além dos movimentos rígidos, a homotetia.

Carvalho (1992) classifica as transformações em transformações isométricas, transformações topológicas e transformações projetivas. As transformações isométricas se dividem em translações e simetrias (reflexão e rotação) e as ampliações e reduções se incluem como transformações projetivas e nas transformações topológicas não têm divisões.

Rohde (1982) considera a reflexão:

Simetria de reflexão é a simetria bilateral obtida colocando-se um objeto diante de um espelho e considerando-se a forma e sua imagem “[...]”. Um objeto, ente ou forma que possui simetria de reflexão tem um plano imaginário que o divide em duas partes idênticas, de natureza especular (enantiomorfas). p.20

Rohde chama de operações de simetria os movimentos e os classifica como operações simples e combinadas. Uma operação combinada é a que possui as propriedades reunidas de duas ou mais operações simples (p.16). Sendo operações simples: translação, dilatação, inversão, rotação reflexão. E operações combinadas: inversão rotatória, reflexão rotatória, rotação deslizante, reflexão deslizante, dilatação deslizante, dilatação rotatória, reflexão dilatatória, rotação deslizante dilatatória, reflexão dilatatória deslizante e reflexão rotatória dilatatória.

Lopes e Nasser (1996) chamam isometrias de reflexão, rotação e translação, e a homotetia como podendo ser usada no ensino da semelhança, e definem os movimentos de reflexão, translação e rotação dessa forma:

reflexão: Uma figura é uma reflexão de outra se:
(I) a linha que une cada par de pontos correspondentes é perpendicular ao eixo de simetria.

(II) dois pontos correspondentes estão à mesma distância (perpendicular) do eixo de simetria, em lados opostos (LOPES; NASSER, 1996, p.102).

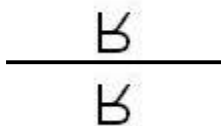


Fig. 01 – A letra R.

Conceituam o movimento de translação como sendo: uma transformação em que a figura se desloca paralelamente a uma reta. Isto é, todos os pontos da figura são deslocados numa mesma direção (retilínea) com a mesma distância.



Fig. 02 – Translação.

<http://www.prof2000.pt/users/edveloso/paginas/chat/matdez10figu/frisos01b.gif>

O movimento de rotação é assim tratado por eles:

rotação: Uma rotação de centro O e um ângulo $\hat{\alpha}$ é uma transformação em que a imagem é obtida girando-se cada ponto da figura segundo um arco de circunferência de centro O , percorrendo um ângulo $\hat{\alpha}$ (no sentido horário ou anti-horário (LOPES; NASSER, 1996. p.115).

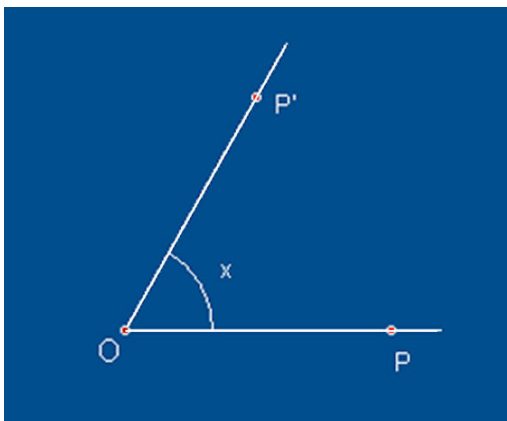


Fig. 03 – Ângulo.

<http://www.atractor.pt/simetria/matematica/caixas/jpg/rotacao.jpg>

Em Mega (2001): temos que “a palavra (**transformação**), em sua acepção popular, refere-se a algo que muda suas características, mas que permanece intrinsecamente a mesma coisa ou que conserva o seu substrato” (p.10).

Mega (2001) diz que temos quatro, aos quais ele denomina básicos, de transformações isométricas, que são: a translação, a reflexão, a reflexão com deslizamento e a rotação. Na sua dissertação de mestrado, cujo título é “Ensino/Aprendizagem da rotação na 5ª série: um estudo comparativo em relação ao material utilizado”, o autor pesquisa somente a rotação, e faz um estudo comparativo entre dois grupos, usando diferentes materiais *alternativos*, desenvolvendo atividades sobre rotação. Realizando ainda um pré e um pós-teste, conclui que analisando os resultados obtidos nas atividades e no pós-teste existe forte influência do material utilizado no desempenho dos alunos, variável de acordo com a natureza da atividade; e que os materiais utilizados pelos dois grupos de testagem serviram para ampliar as experiências dos alunos, e ainda auxiliaram na compreensão do conceito de rotação.

O autor acima citado, em sua pesquisa, considera que o movimento de rotação deve ser o primeiro dos movimentos apresentados às crianças, pela familiaridade que as crianças têm com o mesmo na sua vida diária, nas brincadeiras, sendo o “giro” já vivenciado por eles.

Ainda, em Mega 2001, encontramos a indicação ao leitor que esteja querendo compreender as transformações isométricas que Félix Klein, um dos mais importantes matemáticos do final do século XIX, que deu grande impulso à matemática em seu *Erlangen Programm* (1872), cujo trabalho é amplo e “se constitui num princípio unificador de quase todas as geometrias”.

Miorim (1998) destaca:

o seu famoso Programa de Erlangen, de 1872, em que apresentou toda “a geometria como o estudo das propriedades das figuras que permanecem invariantes sob um particular grupo de transformações” serviu como fonte de inspiração não apenas para os seus futuros trabalhos, mas também para futuras pesquisas de muitos outros matemáticos(p.65).

Cada um dos movimentos produz um tipo diferente de transformação que conhecemos com o nome de rotação, reflexão e translação, que comumente

podemos associar às respectivas denominações como giros, trocas, deslizamentos.

1.6.1 O MOVIMENTO DE ROTAÇÃO

Parques de diversões possuem alguns brinquedos que nos dão idéia do movimento de rotação. Por exemplo, a roda gigante, o chapéu mexicano, mesmo manobras radicais de *skate*. A exploração do seu próprio corpo das crianças, fazendo uso de brincadeiras de roda entre outros, mostrando também o aspecto lúdico, como uma possibilidade didática. Nas mais simples brincadeiras de roda, as crianças perfazem um movimento, um giro, conhecido como rotação. Outros exemplos como os ventiladores, os ponteiros do relógio que seguem uma rotação contínua e uniforme e ainda o movimento da Terra ao redor do Sol e em torno de si mesma, ajudam a dar a idéia do movimento. Para melhor visualização trazemos uma foto das hélices da usina eólica de Palmas - PR:



Fig. 04 – Usina eólica de Palmas – PR
Foto da autora.

Desde a Educação Infantil, na escola, deve-se desenvolver um trabalho que possibilite as crianças alimentar a idéia do “giro”, ou do movimento da rotação. Começa também o trabalho exploratório sobre ângulos, fazendo

experiências, movimentos, giros de uma volta, meia volta, trajetórias que possibilitem a elaboração de conceitos menos estáticos e abrangentes no aprendizado das noções iniciais e fundamentais sobre ângulos.

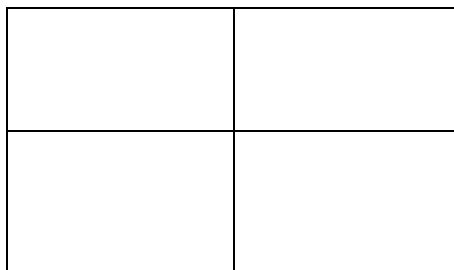
Ainda a percepção espacial nas atividades exploratórias com as letras do alfabeto, como as abaixo listadas, mostrando o seu movimento.

p

Inicialmente, mostrando a simetria reflexional. Observando que é a imagem do objeto, neste caso a letra, refletida em um espelho plano, que “forma” a outra letra. É esse nosso objetivo: que as crianças compreendam que duas figuras são iguais, ou seja, são congruentes, se uma for a imagem da outra. Sendo que essa imagem pode ser por deslizamento, giro ou troca, melhor explicitando, por translação, rotação ou reflexão. E a contradição acontece, pois mostramos para a criança na alfabetização que b, p, q, d são diferentes.

b

d



No momento em que escrevemos essas letras nesse texto, traçamos somente o b, e usando os comandos existentes na tela do computador como girar para a direita, girar para a esquerda, ou mesmo girar livremente, traçamos as outras letras, como p, q, d.

Tratando dos movimentos, podemos pensar na rotação dos símbolos numéricos, ou seja, dos movimentos que podemos apresentar com esses algarismos e como consequência o que se originam a partir desses movimentos. Ao fazermos o giro ou a troca, como temos no quadro a seguir, podemos compor desenhos ou outros símbolos muito diferentes.

1 1	2 2
3	4 4

É possível explorar os símbolos numéricos e com isso podemos mostrar a rotação dos símbolos, como é o caso do algarismo três:

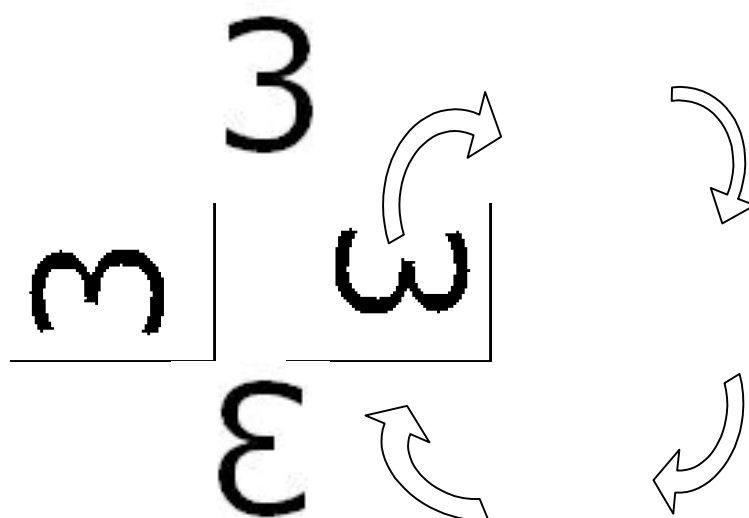


Fig. 05 – Rotação do número 3.

A rotação é um movimento, um giro em torno de um ponto chamado centro de rotação. Na figura abaixo, ao realizarmos uma rotação de 90° , por exemplo, a figura não se altera.

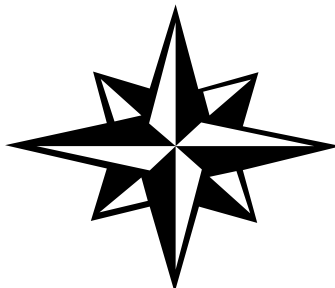


Fig. 06 – Rosa-dos-ventos.

A medida do giro é o ângulo de rotação. O número de graus que o objeto “girou” determina o “tamanho” da rotação.

O movimento de rotação de algumas figuras geométricas planas possibilita a construção de polígonos regulares. Com a rotação de triângulos eqüiláteros é possível construir polígonos regulares. Tomemos um triângulo eqüilátero ABC, e fixemos um de seus vértices. No primeiro movimento, o segmento AB' coincidirá com AC, e assim por diante, fazendo assim uma rotação, com contornos sucessivos,

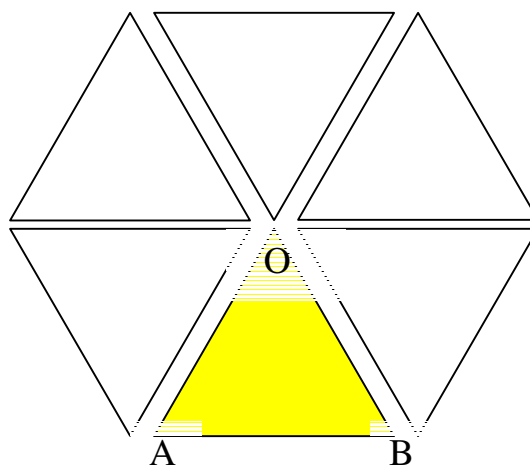


Fig. 07 – Rotação do triângulo eqüilátero.

Realizando todas as rotações em torno do eixo O, obteremos um polígono denominado hexágono, e observamos que a rotação foi de 60° graus. Essa é uma das possibilidades para construirmos um hexágono dito regular, com os seus lados congruentes.

Seria possível construir um polígono de 18 lados, usando a rotação de um triângulo? Se a resposta for positiva, qual medida terá cada um dos ângulos

internos do triângulo? São perguntas que podem originar trocas de idéias e debates para a solução dos problemas.

Os polígonos, de forma geral, possuem estruturas rotacionais que estão relacionadas com o número de lados que possuem.

Na maioria dos carros, as rodas têm cinco furos que são encaixados com pinos. A roda tem simetria rotacional de 72° , o que na troca de pneus ajuda bastante. Em Mega (2001), temos um bom exemplo nos parafusos chamados sextavados, ou seja, que têm a base em forma de um hexágono, usado em peças de mecânicas de automóveis e outros. Ele é mais confortável de ser apertado ou desapertado, pois exige apenas giros de 60° , ou seja, movimentos mais curtos do braço, Esta é uma boa aplicação do aproveitamento rotacional do hexágono, auxiliando assim, as pessoas que trabalham neste serviço.

Do giro de uma semi-reta obtemos pontos eqüidistantes que determinam uma circunferência de raio r e que segundo Weyl (p.17), foi considerada pelos pitagóricos como a mais perfeita figura geométrica plana.

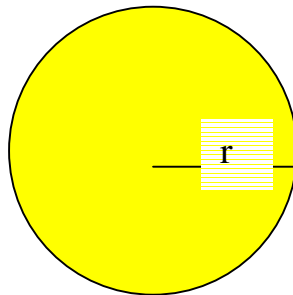


Fig. 08 – Circunferência.

Com o movimento de rotação de algumas figuras planas em torno de um eixo, obteremos a formação de alguns sólidos geométricos no espaço. Por exemplo, com a rotação de um retângulo em torno de seu eixo, obteremos o cilindro. E da rotação de um triângulo, o cone.

E buscando definir o movimento de rotação citamos:

rotação de um certo ângulo em torno de um eixo perpendicular, digamos 30° , que leva cada ponto p do espaço a um ponto p' , definindo assim o

mapeamento. Uma figura tem simetria rotacional em torno do eixo I se trouxer em si mesma todas as rotações em torno de I (WEYL, 1997, p.17).

1.6.2 O MOVIMENTO DE REFLEXÃO

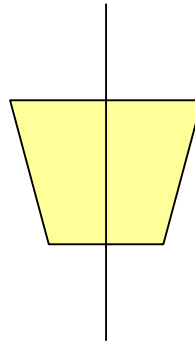
Ao dobrarmos uma figura sobre uma linha, e esta coincidir com outra parte da figura, as peças têm simetria bilateral, também chamada axial ou reflexional. Uma das peças é o reflexo da outra, como se usássemos o espelho. Podemos observar nas folhas.



Fig. 09 – Folha da “*Catharanthus roseus*”

<http://s92141478.onlinehome.us/porcaseparafusos/imagem/folha.jpg>

A reflexão ocorre através de uma reta que denominamos eixo de simetria.

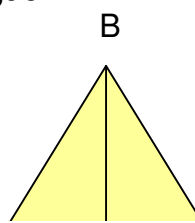


Eixo de simetria
Fig. 10 – Trapézio

Na figura 10, o trapézio tem um eixo de simetria, se traçamos a reta no sentido vertical. Se a reta for traçada no sentido horizontal, não obteremos nenhum eixo de simetria.

Uma figura pode ter vários eixos de simetria, ou nenhum. No segundo caso, dizemos que ela não possui simetria reflexional.

Vejamos o exemplo que segue:



A C
Fig. 11 – Triângulo eqüilátero

Tomando um triângulo eqüilátero qualquer ABC e traçando a sua altura, segmento perpendicular à base, obteremos uma linha. Ao dobrarmos exatamente nesta linha, parte da figura se sobreporá à outra. A essa linha damos o nome de eixo de simetria ou simetria de reflexão, pois Weyl (1997) considera que:

um corpo ou uma configuração espacial é simétrica com relação a um dado plano E, se possuir em si também sua própria reflexão E. Tome, por exemplo, qualquer ponto p pertencente a uma reta l perpendicular ao plano E: deve existir então um, e somente um, ponto p' também em l que possui a mesma distância de E, mas que está do outro lado do espaço. O ponto p' somente coincide com p, se p estiver no plano E (p.16).

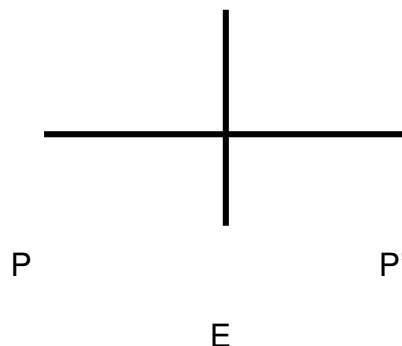


Fig. 12 – Reflexão em E

A reflexão em E é o mapeamento do espaço sobre si próprio, $S: p \rightarrow p'$ que leva um ponto arbitrário p a sua imagem especular p' com respeito a E.

Um contra exemplo seria o paralelogramo abaixo que não possui um mapeamento do espaço sobre si próprio, como nos diz o autor acima (p.16). Podemos dizer que esse paralelogramo tem outros movimentos como a rotação e a translação, mas não possui eixos de simetria.

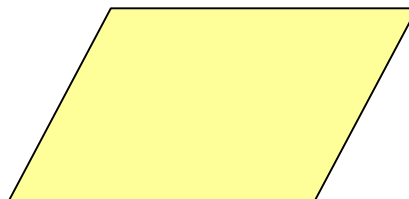


Fig. 13 – Paralelogramo.

Explicando de forma simples para as crianças podemos dizer que ao desenharmos sobre o papel transparente esse paralelogramo e depois dobrarmos, as partes não se sobrepõem. Usando o papel vegetal ou mesmo transparências, podemos desenhar figuras e partindo dessas observações, é possível fazer algumas discussões interessantes com as crianças.

Podemos classificar as figuras geométricas planas de acordo com os eixos de simetria. Algumas figuras geométricas possuem mais de um eixo de simetria. Outras não possuem nenhum eixo de simetria. Porém, todos os polígonos regulares apresentam estrutura simétrica, portanto são figuras simétricas, sempre apresentam o número de eixos de simetria igual ao número de lados. Lembrando que a classificação dos polígonos se dá normalmente pela medida dos lados e dos ângulos, dificilmente pelo eixo de simetria.

1.6.3 O MOVIMENTO DE TRANSLAÇÃO

As formas mais simples de congruências são as translações (WEYL, 1997, p.54).

As translações são transformações que fazem as figuras “deslizarem” ao longo de uma direção, a uma distância d . De acordo com Rodhe (1980, p.16), nesta simetria surgem dois elementos: o comprimento de translação e a repetição da forma.

Um exemplo simples de translação podem ser as pegadas na areia, aonde as pegadas vão formando como que um “carimbo” e se repetindo ao longo da faixa, mantendo entre si uma distância constante.



Fig. 14 – Pegadas na areia.
<http://www.hawaii-paradise.us/images/footsteps.jpg>

Também podemos observar a faixa de ornamentos, exemplos simples de arte grega a seguir que nos mostram o deslocamento do chamado módulo ou motivo, em sua extensão.



Fig. 15 – Exemplos simples da arte grega
 Weyl, 1997, p.59.

Segundo Weyl (1997):

as faixas de ornamentos consistem realmente em uma tira bidimensional em torno de uma linha central e assim tem uma segunda dimensão transversal. Desse modo pode ter simetrias adicionais. O padrão pode

ser levado a si mesmo pela reflexão na linha central l ; vamos distingui-la como reflexão longitudinal da reflexão transversal em uma linha perpendicular a l . Ou o padrão pode ser levado a si mesmo por uma reflexão longitudinal combinada com a translação de $\frac{1}{2} a$ (reflexão desliza longitudinal) (p. 60-61).

Esse autor (1997) considera que nos vegetais, o aparecimento da simetria translacional é tanto freqüente quanto a simetria bilateral dos animais. Na música, o princípio musical do ritmo é a repetição unidimensional do tempo em intervalos iguais (p.62).

Em muitos trabalhos manuais e artesanais o movimento de translação se faz presente, como por exemplo, nas amostras/trabalhos de crochê (fig.16), e nos bordados (fig.17 e fig.18), entre outros, em que os motivos se repetem ao longo do trabalho, mostrando o movimento de translação.



Fig. 16 – Trabalhos de crochê
Fonte: Revista Crochê dos Açores – p.5



Fig. 17 – Bordados manuais
Fonte: Revista Agulha de Ouro. p. 46

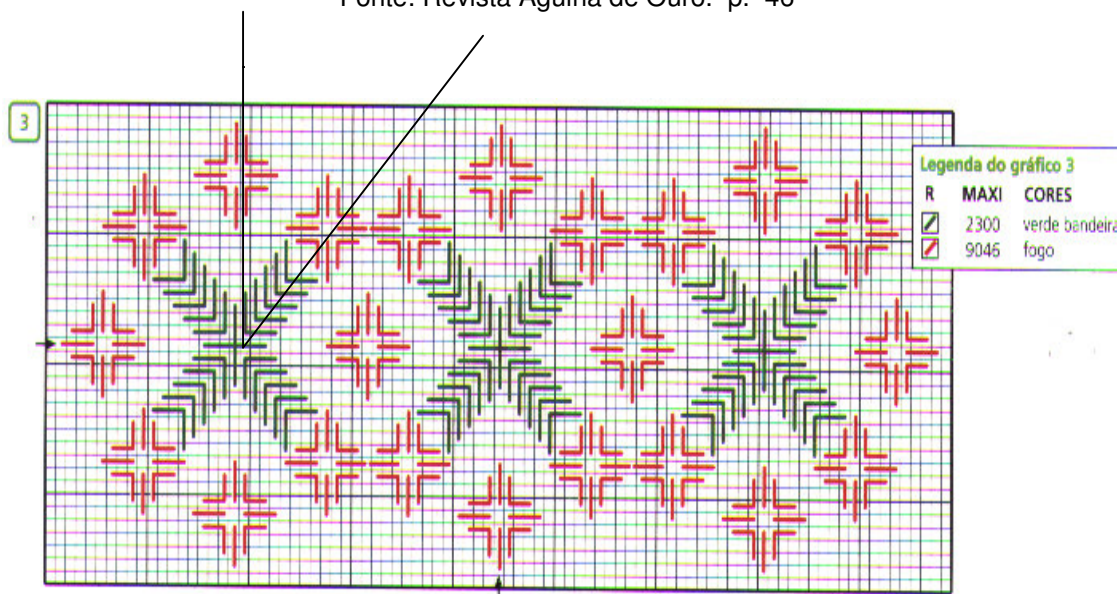


Fig. 18 – Diagrama do bordado
Fonte: Revista Agulha de Ouro – p. 49

Neste diagrama do bordado (fig.18) temos um molde, destacado na figura, onde seu principal movimento é a rotação, em torno de um ponto. Por deslizamento, formando um motivo que se repete ao longo do desenho, num movimento de translação, temos o diagrama de todo bordado.

Esses são os movimentos básicos na simetria: a rotação, a reflexão e a translação. Como parte dos conteúdos escolares, eles constam nos documentos

oficiais do Estado e do País, e estão presentes nas discussões sobre os conteúdos no ensino da Matemática.

Os movimentos de reflexão, rotação e translação podem ser amplamente desenvolvidos em sala de aula. Estão presentes no nosso cotidiano e nos ajudam a entender melhor a Geometria.

CAPÍTULO II

2. CONSIDERAÇÕES SOBRE SIMETRIA

Melhorias vêm sendo incorporadas no ensino da Matemática, em distintos espaços geográficos e de variadas formas. Em nosso País, e em nosso Estado de forma particular, surgiram propostas. Propostas estas que trazem em torno de si novas idéias e outras ainda vêm incrementando o que já vem sendo realizado. Com isso, algumas propostas curriculares vêm sendo construídas, e paulatinamente incorporadas pela comunidade escolar.

O objetivo deste capítulo é abordar, de forma sucinta, algumas propostas curriculares que no Estado do Paraná e no Brasil, nas últimas duas décadas, foram elaboradas, e que no seu interior contemplam, entre outros, o conteúdo de simetria.

2.1A SIMETRIA PRESENTE NOS CURRÍCULOS ESCOLARES

2.1.1 DO ESTADO DO PARANÁ

Na década de 80, no Estado do Paraná, houve a preocupação de elaboração de uma proposta curricular, que culminou na elaboração de um documento intitulado: Currículo Básico para a Escola Pública do Estado do Paraná.

Pesquisando neste documento, observamos que na disciplina de Matemática (p. 63-80), o assunto simetria não se faz presente, com nenhum dos termos citados no capítulo anterior.

Encontramos na disciplina de Educação Artística, na 8ª série, a proposição de um breve trabalho para o ensino da simetria, com os seguintes destaques:

A. LEITURA DAS QUALIDADES PLÁSTICAS DOS OBJETOS E DA REALIDADE

1. Análise do modo de relação dos homens com os objetos e a realidade.

Qualidades Plásticas da Forma e do Espaço em relação à posição:

- simetria,
- assimetria (p. 157).

Passados quase 20 anos, há ressurgimento de uma proposta que vem sendo discutida no Estado do Paraná, e, que foi recentemente publicada como versão preliminar das Diretrizes Curriculares para a Escola Pública do Paraná - Ensino Fundamental. No corpo deste texto não constam os conteúdos programáticos das disciplinas nas referidas séries ficando assim implícito no texto que os conteúdos programáticos deverão fazer parte da proposta pedagógica de cada escola. Mas no âmbito da rede estadual esses documentos preliminares ainda estão sendo discutidos.

2.1.2 NO BRASIL

No Brasil, na década de 90, teve início a escrita e a divulgação dos Parâmetros Curriculares Nacionais.

Os PCN's, documentos que como o próprio nome já diz "são apenas parâmetros", nos apresentam princípios norteadores de um trabalho pedagógico para o Brasil.

Como consequência da discussão na construção dos parâmetros, os conteúdos propostos neste documento trouxeram algumas inovações.

As mudanças começam com a denominação do documento de parâmetros. O estudo da Geometria ficou no bloco denominado de Espaço e Forma.

Os PCN's, neste bloco, tratam a simetria como transformação (reflexão, translação e rotação) e a congruência de figuras planas (isometrias), tratando a noção de semelhança das figuras planas, chamando-as de homotetias (p. 86).

Pesquisando os PCN' s, encontramos que Simetria é um dos conteúdos a serem trabalhados no Ensino Fundamental. Consta nos Conteúdos de Matemática para o Primeiro Ciclo, e para o bloco Espaço e Forma no volume três:

observação de formas geométricas presentes em elementos naturais e nos objetos criados pelo homem e de suas características: arredondadas ou não, simétricas ou não, etc., (p.73).

Para o segundo ciclo, os conteúdos de Matemática em Espaço e Forma são: Identificação da simetria em figuras tridimensionais. [...]. Identificação de

semelhanças e diferenças entre polígonos, usando critérios como número de lados, número de ângulos, eixos de simetria, etc. (p.128).

Nos PCN's, o volume que trata das séries finais destaca o estudo do bloco Espaço e Forma e ressalta que: deve-se destacar também neste trabalho a importância das transformações geométricas (isometrias, homotetias), de modo que permitam o desenvolvimento de habilidades de percepção espacial e como recurso para induzir de forma experimental à descoberta (p. 51).

Fazendo parte dos objetivos de Matemática para o terceiro ciclo, diz o documento oficial Nacional que o ensino da Matemática deve procurar desenvolver:

O pensamento geométrico, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a:
- resolver situações-problema que envolva figuras geométricas planas, utilizando procedimentos de decomposição/composição e, transformação, ampliação e redução. (p. 65)

Quando trata dos conteúdos e procedimentos, o documento oficial do país para o 3º ciclo (5ª a 6ª série) em que trata sobre conceitos e procedimentos, na seção Espaço e Forma, tem como conteúdos propostos: Transformação de uma figura no plano por meio de reflexões, translações e rotações e identificação de medidas que permanecem invariantes nessas transformações (medidas dos lados, dos ângulos, da superfície) (p. 73).

E para o 4º ciclo (7ª e 8ª séries), os Parâmetros Curriculares Nacionais propõem: Desenvolvimento do conceito de congruência de figuras planas a partir de transformações (reflexões em retas, translações, rotações e composição destas) identificando as medidas invariantes (dos lados, dos ângulos, da superfície) (p.89).

Ainda no quarto ciclo ou séries finais do Ensino Fundamental, o estudo das transformações como invariantes, aparece junto ao estudo da congruência e semelhança, mostrando também elementos variantes. Ainda no estudo dos conteúdos do Bloco Espaço e Forma, é ressaltada a importância da análise de figuras pela observação e manuseio, e ainda da sua construção, o que permite aos alunos, no processo de ensino/aprendizagem atingir objetivos mais amplos,

como levantar conjecturas e identificar propriedades acerca do que está sendo ensinado.

Mega (2001, p.34), infere que a abordagem sugerida nos PCN's seria a utilização das transformações como ferramentas para o estudo das propriedades das figuras geométricas planas. O autor considera que parece ser dado à isometria um tratamento intuitivo e menos formal.

Cifuentes (no prelo) destaca dois tipos de contextualização, necessários para a transposição didática dos assuntos ou temas a serem desenvolvidos no processo pedagógico, que são:

- a contextualização dos conceitos matemáticos no cotidiano do aluno, com a finalidade de aplicá-los a situações ditas concretas, e
- a contextualização dos objetos matemáticos num contexto espaço-temporal, com a finalidade de apreciá-los esteticamente, ou melhor, de pôr em evidência suas qualidades estéticas.

Cifuentes considera que os PCNs, destacam o primeiro tipo de contextualização e não levam em conta o outro, porém não justifica esse seu argumento.

Acreditamos que o estudo da simetria nos remete para apreciação da beleza, valorizando assim um outro aspecto da Matemática.

2.2 REGULARIDADES PARA COMPOR O BELO

Freqüentemente nos deparamos com o conhecimento matemático, sendo tratados numa visão platônico-formalista, de acordo com o que diz o “Currículo Básico para Escola Pública do Paraná” (p. 64). Encontramos ainda o conhecimento matemático, unicamente ligado à razão.

Porém, juntamente com a razão temos a emoção, que é uma fonte de conhecimento, chamado conhecimento sensível, de acordo com Cifuentes (2003). E nesta discussão, tratamos a Simetria com uma abordagem estética, uma linguagem que admite outros valores que não apenas a exatidão e o rigor.

Madsen (2002) nos traz um olhar que não é muito comum no ensino da Matemática, nem nos professores da área:

entretanto, algumas áreas da matemática, como a Geometria, possibilitam o surgimento de prazer e gozo que merecem ser explorados pelos educadores. Assim são as situações de contemplação de aspectos harmoniosos ou de contrastes na arte, na pintura ou arquitetura, ou na própria natureza. A visualização de simetrias, por exemplo, é um fator poderoso para sentir o belo. A simetria é um conceito muito importante na Filosofia da Arte e na Estética, é um fator determinante de emoções, tanto é que pensadores, talvez exorbitando um pouco, consideram-na a ordem de beleza estável ou o ritmo estático. Ela individualiza um objeto belo e lhe fornece caráter e expressão. Essas emoções produzidas pelos objetos ou situações de beleza coincidem com o estado consciente do sujeito e a representação (p.13). ver e sentir o belo e apresentar um senso estético é talvez propriedade inerente a alguns poucos temas da matemática; entre outros, muitos são áridos ou desinteressantes.

O despertar e desenvolver do senso estético pode muito bem ser cuidado e aproveitado com o tema *fractais*, quer apreciando o belo irradiante, quer observando regularidades harmoniosa nas suas próprias irregularidades (p.14).

Levantando considerações sobre o conhecimento sensível, a emoção, o autor já citado, Cifuentes, em seu artigo intitulado “A Linguagem Visual da Matemática”, convida-nos a contemplar e a mostrar para nossos alunos, com exemplos claros e bem explícitos os valores estéticos da Matemática, o que nos possibilita fazer com que isso possa acontecer de forma simples, em nosso trabalho pedagógico:

o estético não é apenas um olhar sobre a matemática, de fato existe um conteúdo estético na matemática, e esse conteúdo está ligado ao que pode ser “apercebido” pelo intelecto. São valores estéticos da matemática, por exemplo, a perfeição, a simetria, a forma, o contexto, o contraste, a ordem, o equilíbrio, a simplicidade e a abstração, também a liberdade (no prelo).

O despertar de cada um de nós professores, sobre tópicos relacionados à discussão do belo na Matemática, acreditamos ser um desafio. Um caminho que está ainda por ser trilhado. Gostamos desse enfoque. Pensamos que todos os professores que atuam no Ensino Fundamental deveriam apropriar-se de discussões e serem colocados em contato com leituras inerentes ao assunto, e refletir sobre trabalhos com esse tema. Pois essa forma de olhar a Matemática, conduz-nos para distintas possibilidades de ver e ensinar na Geometria, e para formar alunos alfabetizados geometricamente.

Estudando e lendo Murari (2004), vemos projeto sobre simetria, espelhos, caleidoscópios, jogos e *softwares* educacionais no ensino e aprendizagem de

geometria. Levando em conta a construção de caleidoscópios, por exemplo, e o posterior estudo dos mesmos através da simetria. E sobre caleidoscópios e espelhos ele traz a seguinte consideração “estudando a utilização de espelhos e caleidoscópios como instrumentos facilitadores na exploração de idéias geométricas”.

Com o uso dos espelhos podem ser trabalhados e contemplados os valores da ordem, do equilíbrio, do contraste, da perfeição e da abstração na Matemática. Mas, pavimentações do plano, ampliação dos espaços físicos, composição e decomposição de figuras são algumas possibilidades de trabalho com o auxílio de espelhos planos ou angulares.



Fig. 19 – Imagens produzidas no caleidoscópio

<http://www.sesisp.org.br/home/sociocultural/imagens/caleidoscopio.jpg>

Murari constrói caleidoscópios, “novos tipos de caleidoscópios que se prestarão para a visualização de pavimentações esféricas e hiperbólicas, e também de poliedros” (Murari,2004). Ele explica sobre sua linha de investigação:

O nosso projeto, em toda a sua extensão, envolve o estudo de espelhos, caleidoscópios, simetrias, jogos e softwares educacionais (relacionados ao ensino de geometria). Os objetos de nosso estudo se inter-relacionam, pois é por meio dos espelhos que construímos os caleidoscópios, e através dos espelhos e caleidoscópios podem-se visualizar isometrias de figuras geométricas, que tenham estrutura simétrica (linhas de simetria) sem retirá-los do plano e fazê-las coincidirem com sua imagem, obtendo-se reflexões e/ou rotações através de imagens virtuais, que são operações relacionadas à simetria, no que concerne ao seu conceito geométrico (MURARI, 2004 p. 201).

Lembramos a grande poetisa paranaense, Helena Kolody, que nos conta em seu livro que, quando criança, gostava de brincar com caleidoscópios, e nunca conseguiu repetir um desenho que lhe encantara. E em *Caleidoscópio* (1970), ela escreve:

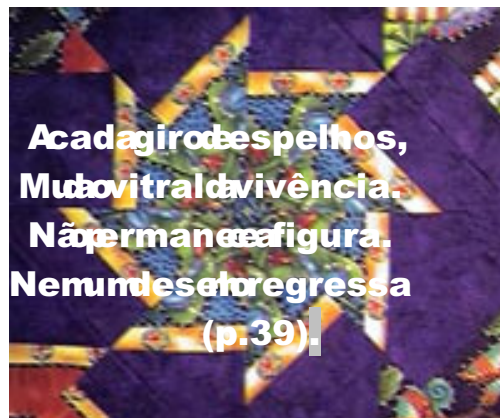


Fig. 20 – Imagens produzidas no caleidoscópio II.

<http://www.quiltsandpatchwork.com/imatges/Copia%20de%20stack%20detall.jpg>

O caleidoscópio possibilita a visão do belo que pode ser observado, mas não repetido, sempre inovado pelas sucessivas reflexões.

Ela, a Geometria, é um dos recursos que possibilitam ao educando muitas oportunidades e:

para isso considera-se imprescindível que ele tenha oportunidade de fazer explorações, representações, construções, discussões, que ele possa investigar, descobrir, descrever e perceber propriedades. A geometria é excepcionalmente rica em oportunidades para que essas metas sejam alcançadas (OCHI, 1997, p.9).

Não é só no contexto da própria disciplina que a simetria pode ser aplicada, estudada e contemplada em sua beleza e em seus padrões que se repetem. Temos diferentes áreas onde à inter-relação da Matemática e os outros ramos do conhecimento se tornam possíveis.

A Simetria pode apresentar-se como padrões e regularidades no interior da Matemática. Mas a relação da Matemática com as outras áreas do conhecimento é muito estreita e faz do conhecimento matemático umas pontes para ligação da Matemática com as outras áreas do conhecimento, entre elas podemos citar a Física, a Biologia, a Arqueologia e as Artes.

2.3 A SIMETRIA E ALGUMAS RELAÇÕES COM AS ÁREAS DO CONHECIMENTO:

Ao desenvolver a nossa revisão bibliográfica, constatamos que o processo de caráter evolutivo da Matemática esteve fortemente presente nos mais diversos fazeres da humanidade, e vai desde as Artes até a Música, passando pela Arqueologia, a Física, a Biologia, a Cristalografia, a Antropologia, entre outros.

É inegável seu valor, pelo contexto e pelas diferentes culturas em que aparecem, e devem ser respeitadas e estudadas.

Essa possibilidade de inter-relação entre a simetria e outras áreas do conhecimento se estende. E faz sua beleza maior justamente neste contexto, deixando assim um desafio para os pesquisadores da Educação Matemática de buscar respostas, num futuro bem próximo, a algumas questões do ensino, que no momento permanecem em aberto e estão inter-relacionadas inclusive com outras áreas do conhecimento. Temos a Simetria como um tema que atende ao que descreve, pois:

o estudo da simetria é amplo por duas razões: pela sua própria extensão e por possuir implicações diretas e indiretas em todas as áreas das ciências e das artes. Nas ciências (físicas, químicas e biológicas), a simetria caracteriza a organização do universo animado e inanimado, macro ou microscopicamente considerado. Nas artes, o conceito de simetria é igualmente indispensável, revelando proporções, espaços e formas (ROHDE, 1982, p. 09).

Nas áreas do conhecimento como na **Física**, a idéia de simetria é freqüentemente lembrada. O que compreendemos sobre o assunto, está ancorado pelos princípios de simetria. Como exemplo, temos as leis de conservação de energia.

Weyl (1997):

os dois grandes eventos de Física do século XX são o surgimento da teoria da relatividade e da mecânica quântica. Será que existe alguma conexão entre a mecânica quântica e simetria? Verdadeiramente, sim. A simetria tem um grande papel na ordenação do espectro atômico e

molecular, cuja chave para o entendimento é dada pela física quântica (p.139).

Na **Arqueologia**, destacamos no livro *Aprendendo e Ensinando Geometria*, o artigo que tem como título “Alguns usos modernos da Geometria”, em que relatam a análise completa dos padrões usados por alguns povos na confecção de seus objetos.

ilustraremos o valor dessa abordagem alternativa da Geometria por meio de desenvolvimentos recentes em arqueologia. Em certos sítios arqueológicos, encontram-se vasos de cerâmica decorados (ou fragmentos dessa cerâmica), e tradicionalmente tem-se usado uma espécie de geometria rudimentar para estudá-los (CROWE; THOMPSON, 1994, p.13).

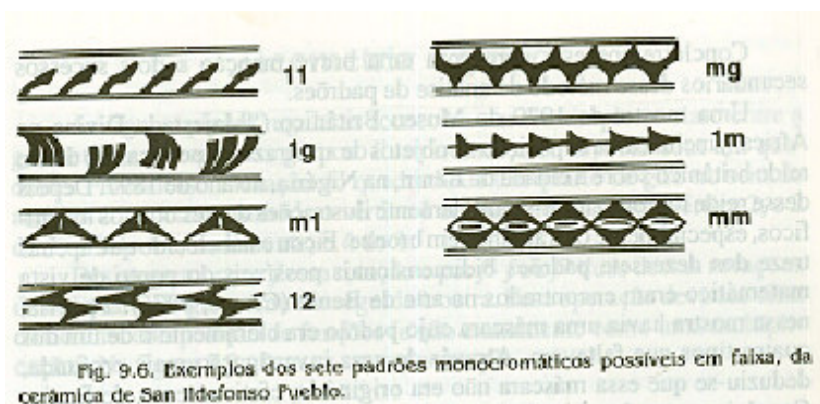


Fig. 21 – Desenhos em peças de cerâmica
CROWE; THOMPSON, 1994, p. 134

Nesse artigo, aparecem estudos sobre a maior semelhança quanto à estrutura das simetrias dos objetos de arte, o que permitiu aos arqueólogos fazer um mapa da localização dos 21 sítios arqueológicos do Noroeste do Novo México e sudoeste do Colorado, por um processo estatístico de “gradação em escala multidimensional”, baseado no que o autor chama “hipótese das distâncias”, de acordo com a qual as populações vizinhas devam produzir desenhos com maior semelhança quanto à estrutura da simetria (p.136).

Na **Arte**, a simetria é percebida nas mais distintas manifestações artísticas. Podemos destacar os trabalhos do artista holandês M. C. Escher que, em 1954, teve seus trabalhos expostos no Congresso Internacional de Matemática, em Amsterdã. Escher estudou arquitetura e arte decorativa, era um

grande observador da natureza. Nos seus trabalhos, depois de 1937, suas obras retratam sua própria imaginação e visão detalhista, mas sempre buscando a regularidade, fazendo assim composições geométricas de várias geometrias (Madsen, 1993).

Hoje, Escher é um nome de referência nos estudos de Geometria, sendo suas obras de rara composição, além dos padrões geométricos de pavimentação do plano, com suas simetrias, Escher tem várias obras usando reflexões em espelhos.

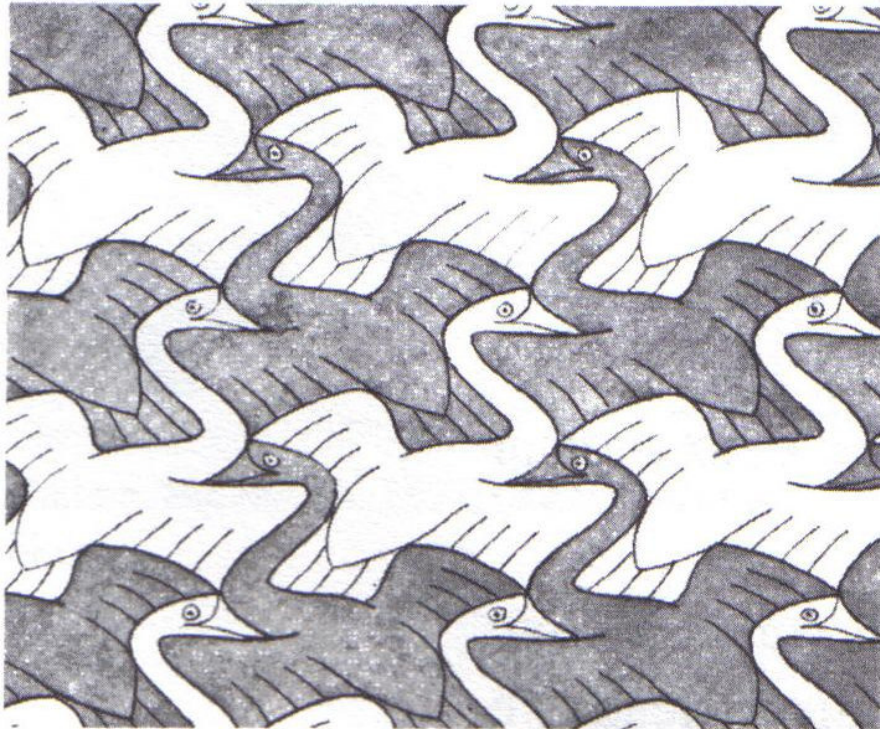


Fig. 22 – Cisnes

Escher. Entalhe em madeira, 20 x 32 cm, 1956.

<http://www.pen.k12.va.us/Div/Winchester/jhhs/math/escher/angels.jpg>

Na **Arqueologia**, encontramos em diferentes povos e culturas um vasto legado de esculturas, pinturas, entalhes, molduras de quadros, desenhos ao redor de vasilhas, jarros, potes de cerâmica, adereços.

Os povos indígenas brasileiros têm na confecção de utensílios necessários à sua sobrevivência, suas manifestações artísticas. Os chapéus, cestos, peneiras mostram-nos diferentes trançados e figuras geométricas, indícios de conceitos matemáticos.

Os índios Yanoama, que vivem na selva entre dois rios, o Orinoco Superior e o Rio Negro, na região fronteira da Venezuela e Brasil, têm seus objetos de trabalho:

como o seu banco de trepar, obrigatoriamente simétricos, quer dizer, na interação entre a reconhecida necessidade social, as possibilidades materiais e a experimentação, a forma simétrica mostrou-se a melhor: pontas de seta, redes de descanso, aliavas, arcos, recipientes alongados para sopa de banana, cestos redondos entrelaçados hexagonalmente, taças para beber e gamelas de casca de frutos cortados ao meio (GERDES, 1992, p. 65).

Modelando, trançando, esculpindo, bordando, não importa, os artesãos, sejam eles de qualquer raça, transmitem de geração em geração, suas técnicas, garantindo assim a continuidade de uma prática que nasceu muitas vezes com seus ancestrais.

Nas mais diferentes culturas têm o aparecimento de peças de valor artesanal ou trabalhos manuais como bordado, crochê, tricô, entre outros, são peças de beleza e valor artístico que com seus motivos ou “padrões” que se repetem, nos dão a idéia de Simetria.

Na **Biologia**, cujo maior objeto de estudo é a natureza, podemos observar que a maioria dos animais possui simetria bilateral que, para Weyl, “é a simetria da esquerda e da direita, especialmente notável na estrutura do ser humano e dos animais superiores (p. 16).



Fig. 23 – Homem Vitruviano
Leonardo Da Vinci – 1492- Desenho

<http://www.carbuyersnotebook.com/archives/Da-Vinci-Man.jpg>

Para exemplificar um pouco mais podemos citar os vírus de forma icosaédrica, a concha espiralada de Nautilus, os chifres helicoidais das gazelas e as notáveis simetrias rotacionais das estrelas-do-mar (fig. 24), das medusas e das flores como a violeta (fig. 25), o trevo (fig.26), primavera (fig. 27), que têm respectivamente 3, 4, 5 pétalas igualmente dispostas. São inúmeros os exemplos que podemos citar na Biologia, quando enfocamos simetria.



Fig. 24 – Estrela-do-mar.

<http://www.frigoletto.com.br/GeoAlagoas/Estrelas/astrop.jpg>



Fig. 25 – Violeta.

<http://www.mma.es/parques/lared/caldera/imagenes/violeta.gif>



Fig. 26 – Trevo.

http://www.ideotario.com/blog500_zzz_trevo.jpg



Fig. 27 – Primavera.

http://www.pasarlascanutas.com/paisajes_pirineo/panticosa/panticosa_2887.JPG

Têm, portanto, estrutura rotacional idêntica dos triângulos equiláteros, quadrados e pentágonos regulares. Mas, e como ficam as outras flores? É a pergunta que nos faz Barboza (1993 p. 46).

A simetria pentagonal aparece com freqüência, no mundo orgânico. Mas, não a encontramos nos cristais, que segundo Weyl “são as mais perfeitas criações

da natureza inorgânica”. E foi no estudo dos cristais, denominado de **Cristalografia** que:

a teoria dos grupos de Weyl permitiu classificar de forma sucinta os vários tipos de estruturas atômicas, assim como entender a simetria de suas propriedades. Permitiu também o cálculo das estruturas de bandas nos cristais, que são fundamentais para a física de semicondutores e suas aplicações como a microeletrônica e a optoeletrônica (WEYL, 1997, p. 11-12).

Mais especificamente tratando do ensino da Simetria, temos distintas possibilidades de um encaminhamento metodológico, que percebemos pelo descrito sobre a conexão existente entre a Matemática e as outras áreas do conhecimento. Ainda temos a beleza na e da Matemática que pode compor um quadro, dentro desta perspectiva, o que nos remete à possibilidade de trabalho no ensino da simetria, mais diretamente ligada ao Ensino fundamental. E temos a arte também como oportunidade de trabalhar com a geometria de forma mais ampla.

2.5 A SIMETRIA E SUAS POSSIBILIDADES

No ensino da Simetria, temos algumas possibilidades de trabalho muito interessantes, como o uso da arte e ainda o uso dos recursos tecnológicos como um encaminhamento metodológico importante, entre outros.

2.5.1 USANDO A ARTE

No trabalho pedagógico com crianças do Ensino Fundamental, podemos lançar mão de “ferramentas”, enquanto instrumentais que nos dão suporte pedagógico, no processo ensino/aprendizagem de alguns conceitos matemáticos.

Podemos fazer uso de espelhos planos ou angulares, como material manipulativo para ensinar conceitos de simetria. Caleidoscópios, dobraduras e recortes, logotipos ou logomarcas, embalagens, rótulos poderam ser usados ou explorados para desenvolver de forma mais efetiva uma aprendizagem no ensino

da simetria. São atividades simples que possibilitam concordar com o que diz o Currículo Básico para a Escola Pública do Paraná (1992 p.66):

aprender matemática é muito mais que manejar fórmulas, saber fazer contas ou marcar x na resposta correta: é interpretar, criar significados, construir seus próprios instrumentos para resolver problemas, estar preparado para perceber estes mesmos problemas, desenvolver o raciocínio lógico, a capacidade de conceber, projetar e transcender o imediatamente sensível.

Temos as obras de arte que poderiam ser mais bem exploradas por nós professores no trabalho pedagógico. Lembrando Liblik (2001) que tem como objeto de estudo a imagem: o conhecimento produzido ao longo dos séculos chegou até nós, principalmente pela imagem. São desenhos, textos, traçados dos mais diversos que nos contam sua história. A perspectiva de termos em mãos essa linguagem, nem tão nova assim, para a utilizarmos como “ponte”, como passagem entre as diferentes ciências, entre as diferentes áreas do conhecimento pode nos deixar atônitos (p.79).

E podemos citar ainda Liblik (2001), que nos apresenta:

mediante um desenho, um traçado, uma leitura, produzimos imagens que nos remetem e nos revelam - por analogias, metáforas - a outras verdades, outros pensamentos, outras idéias, que ao se entrelaçar, formam o tecido do conhecimento. É esta característica que nos torna seres humanos: a utilização de palavras ou símbolos, não apenas para nos comunicar com nossos semelhantes, mas para manipularmos nossas próprias idéias (p. 78).

As obras de arte podem ser “leituras interessantes” para o trabalho no ensino da simetria. Trabalhando com elas, fazendo uso das obras de arte de artistas famosos como Escher, Volpi, Mondrian, Miró entre outros, é possível obter bons resultados.



Fig. 28 – Bandeirinhas.

Alfredo Volpi - 102x68cm têmpera sobre tela - década de 80

http://www.pinturabrasileira.com/artistas_det.asp?cod=1063&in=1&cod_a=5

Observando as telhas das casas, os desenhos das grades nas janelas, muros, portões, a composição dos paralelepípedos nas calçadas, as telas de arames e suas composições, os desenhos dos tecidos, os trabalhos manuais, como bordado entre outros, percebe-se como o conhecimento matemático permeia nossa vida. Na natureza, os desenhos da casca de abacaxi, e no casco de uma tartaruga, os hexaedros dispostos nos favos de mel, a distribuição dos grãos de milho numa espiga, também estão presentes a regularidade, os padrões que se repetem.

E aliado a isso, o mais importante é a necessidade dos homens. Pela produção, pelo seu trabalho objetivando a sua sobrevivência, possibilitou que Gerdes (1992) argumentasse:

as primeiras fases do fabrico de ferramentas mostram que a escolha de uma forma simétrica não foi uma imitação de padrões simétricos na natureza, mas sim o resultado de tradições de produção de milhares de gerações. Essa formação do conceito de simetria foi dialética.

Aconteceu uma reviravolta: a forma mais racional passou a ser considerada bela; a figura simétrica passou a ser objetivo em si; a forma adquire uma crescente importância independente, técnica e estética (p.18).

Faz-se necessário concordar com o fato de que a Simetria, com seus movimentos, giros, deslocamentos e trocas, aparece em diferentes situações. Contemplando um outro aspecto não menos importante, temos a afinidade com a beleza, a perfeição, a ordem. Sendo maneiras distintas de ver, de conceber a simetria, que vem desde os gregos até os nossos dias.

Ítalo Calvino (1999), um grande escritor, cubano de nascimento, mas que gostava de ser citado como italiano, em seu livro “Seis propostas para o próximo milênio”, no capítulo em que discute exatidão trabalhando na literatura, ele declara seu gosto pela Matemática, e lembra entre tantos, da simetria: “Queria lhes falar sobre minha predileção pelas formas geométricas, pelas simetrias, pelas séries, pela análise combinatória, pelas proporções numéricas” (CALVINO, 1999, p.82). Sua obra literária metaforicamente nos conduz a caminhos matemáticos, pela regularidade, pelas analogias, pelas simetrias e assimetrias.

O trabalho pedagógico na sala de aula do Ensino Fundamental contempla a possibilidade de desenvolver novas atitudes em relação ao professor e ao aluno no tratamento dos conteúdos escolares. Consideramos o trabalho investigativo como parte integrante das aulas de Matemática, um encaminhamento metodológico importante.

Este trabalho usando diferentes recursos exige também dos professores que as atividades escolares sejam organizadas, pois necessitam de certo gerenciamento das aulas como todas as outras atividades. Para incorporar essa tendência em seu cotidiano, o professor deverá repensar a sua concepção do ensino de Matemática, revendo seu referencial teórico e aprofundando seus conhecimentos, incorporando algumas mudanças em seu trabalho pedagógico diário, tentando a aproximação entre teoria e prática.

Frente às novas tecnologias, o professor necessita incorporar na sua prática pedagógica o uso de novas ferramentas. E os recursos de que dispomos hoje são fontes excelentes como apoio pedagógico para o processo ensino/aprendizagem. Não que ele, o recurso tecnológico, por si só garanta a efetividade do processo, mas como destacada ferramenta de apoio.

2.5.3 USANDO OS RECURSOS TECNOLÓGICOS

Devemos chamar a atenção para o uso das ferramentas advindas das novas tecnologias, e suas implicações no ensino, sendo que seu uso deve ser parte integrante do ensino da Geometria, o que constitui um desafio. Pois isso demanda formação e aprendizado contínuo dos professores.

O ensino da Geometria nas escolas deve contemplar o uso dos movimentos e das diferentes linguagens, entre elas a imagem, na sua proposta de trabalho, tendo como pressuposto o avanço tecnológico, entre outros. E a referência não é apenas com relação ao uso de computadores, mas pensando na realidade em que vivem nossas crianças e pré-adolescentes, na sua experiência, nesta geração que no trato com “botões”, já vem sendo mantida, desde seus primeiros anos de vida.

Os recursos tecnológicos são uma forma nova de comunicação, com uma linguagem diferente, e adquirindo informações sempre atualizadas; e eles vêm, através de *softwares* direcionados, desenvolver e oportunizar o processo ensino aprendizagem.

Por outro lado:

de que vale a organização curricular de Matemática nas escolas em vista das novas oportunidades de trabalho? Não sabemos que oportunidades de emprego terão. O que podemos fazer é dar às novas gerações instrumentos comunicativos, analíticos e materiais para que possam enfrentar um mundo que desconhecemos (D'AMBRÓSIO, 2001, p.17).

Temos grupos de trabalho no exterior e no Brasil, preocupados com o uso das tecnologias, que desenvolvem estudos juntamente com *softwares* para serem usados no ensino da Geometria. O *Geometriks* é um deles. Foi desenvolvido pela Royal Danish of Educacional Studies, em Copenhagen, na Dinamarca, e traduzido no Brasil por Mirian G. Penteado e Marcelo C. Borba, da Unesp de São Paulo. Ele possibilita a construção, a movimentação e que se arrastem objetos geométricos e, além da Geometria Euclidiana, traz recursos para a introdução da Geometria de Fractais, mostrando as transformações. Para maiores informações sobre o *Geometriks*, podemos acessar www.editora.unesp.br.

Além do que temos um grupo de professores da UEM – Maringá/PR que também desenvolveu um *software* intitulado *Simetria*, que pode ser acessado **www.dma.uem.br/simetrias**, que é muito fácil e simples, podendo ser usado com os alunos do Ensino Fundamental.

Temos ainda em **www.matematica.br**, o Programa de verão do IME-USP, Programa de Geometria Dinâmica, usando iGeom. Este mesmo programa tem ainda Cursos de Laboratório do Ensino de Matemática (LEM), compostos por módulos, destinados exclusivamente aos professores que atuam no Ensino Fundamental e Médio e que queiram fazer uso do computador em sala de aula. Consta com o código B 12.4 o módulo que trata da construção de mosaicos através da geometria dinâmica, neste *software* os alunos/professores podem trabalhar, entre outros a rotação, a translação e reflexão.

Com o levantamento bibliográfico desenvolvido no decorrer da pesquisa, tecemos as considerações deste capítulo, passando para o relato, no seguinte capítulo, dos trabalhos realizados com os cadernos dos alunos e diários de classe e ainda a realização do grupo focal com os professores do colégio, componentes do caminho metodológico utilizado para o desenvolvimento dessa pesquisa.

CAPÍTULO III

3. OPÇÕES METODOLÓGICAS E RESULTADOS

3.1 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA

Para auxiliar na construção do objeto de pesquisa, realizamos a análise documental de diários de classe de professores e cadernos dos alunos de quinta a oitava série de uma Escola pública do Paraná - Colégio Estadual José Bonifácio. Foram selecionados diários de classe de 11 turmas, obtidos junto a equipe pedagógica, sendo de quatro professores, e 22 cadernos dos alunos, aqueles que ainda o mantinham em seu poder. A disciplina foi Matemática e relativa ao ano de 2004.

Optamos por utilizar, também, como procedimento metodológico de pesquisa o grupo focal, e a referência bibliográfica utilizada foi o livro da professora pós-doutora Bernadete Angelina Gatti, da PUC-SP, chamado “Grupo focal na pesquisa em ciências sociais e humanas”, que trata de forma muito clara sobre o grupo focal e foi nosso objeto de leitura para melhor conhecer esse procedimento.

3.1.1 O GRUPO FOCAL

Para compor o grupo focal, foram selecionados os quatro professores do colégio, que trabalharam a disciplina de Matemática, no ano de 2004.

Segundo Gatti (2005), o grupo focal, não tem características de uma entrevista coletiva, nem de perguntas e respostas, mas uma troca efetiva entre os participantes. É uma técnica de trabalho, que vem sendo muito usada em pesquisas.

Ela seleciona e reúne um pequeno número de participantes, com critérios pré-estabelecidos, que podem ser em um ou mais encontros, pessoas que tenham algo em comum, ou certo conhecimento sobre o tema a ser tratado e que possam, com sua vivência, contribuir. Sua adesão é voluntária. Além do que:

o trabalho com grupos focais permite compreender processos de construção da realidade por determinados grupos sociais, compreender prática cotidianas, ações e reações a fatos e eventos, comportamentos e atitudes, constituindo-se uma técnica importante para a conhecimento das representações, percepções, crenças, hábitos, valores, restrições, preconceitos, linguagens e simbologias prevalentes no trato de uma dada questão por pessoas que compartilham alguns traços em comum, relevantes para o estudo do problema visado. A pesquisa com grupos focais, além de ajudar na obtenção de perspectivas diferentes sobre uma mesma questão, permite também a compreensão de idéias partilhadas por pessoas no dia-a-dia e dos modos pelos quais os indivíduos são influenciados pelos outros (GATTI, 2005, p.11).

A condução do grupo deve ter um roteiro elaborado para ajudar na discussão e na orientação dos trabalhos. Devem ser informados de forma clara e objetiva sobre o objeto da pesquisa.

Quem compôs o grupo?

Foram selecionados e convidados a participar de forma voluntária, quatro professores de Matemática do ano de 2004, do Colégio investigado na pesquisa, que também colaboraram com o horário que atendeu as possibilidades de todos.

O grupo focal tem uma pessoa que é a que conduz os trabalhos, chamada moderador ou facilitador (GATTI, 2005, p.08).

Ela deverá fazer encaminhamento quanto ao tema e fazer intervenção que facilite trocas, como também procurar manter os objetivos de trabalho do grupo. O que ela não deve é se posicionar, fechar questões, fazer sínteses, propor idéias, inquirir diretamente. Fazer a discussão fluir entre os participantes é sua função, lembrando que não está realizando uma entrevista com um grupo, mas criando condições para que este se situe, explicita pontos de vista, analise, infira, faça críticas, abra perspectivas diante da problemática para a qual foi convidado a conversar coletivamente. (GATTI, 2005, p.09).

Como facilitador ou moderador dos trabalhos esteve o próprio pesquisador, visto que a distância dificultou a ida do orientador até o local para a possível condução dos trabalhos.

A técnica do grupo focal utilizada nesta pesquisa foi muito útil para que o pesquisador estabelecesse um diálogo com seus interlocutores.

O encontro totalizou noventa minutos, sendo realizado no dia trinta de novembro do ano de 2005, no horário de intervalo entre as aulas do turno diurno e noturno, na sala dos professores do próprio Colégio.

Uma das professoras, que hoje trabalha em outro município, também fez questão de participar do grupo focal e foi uma das que mais contribuiu. O grupo ficou composto de três professoras e um professor.

Ao iniciarmos os trabalhos para realização do grupo focal, apresentamos de forma bem sucinta a pesquisa que desenvolvemos no Colégio, sendo que os professores tinham conhecimento da mesma. Os trabalhos foram iniciados após a autorização para gravação em áudio e vídeo.

Em face da necessidade de manter o nome dos professores em sigilo, optamos por denominá-los pelas letras A, B, C, D.

A seguir cada professor apresentou-se, falando seu nome, o tempo de trabalho na disciplina e ainda a sua formação superior.

Professor A: professora há 12 anos, formação superior com dois cursos, em Ciências e também em Teologia. Gosta de moda e quer fazer vestibular para cursar Estilismo.

Professor B: Professor de Matemática há 15 anos, formado em Ciências com habilitação em Matemática, e também graduado em Educação Física. Trabalha no magistério há 30 anos.

Professor C: Professora há apenas dois anos. Professora cursando graduação em Matemática, fazendo o terceiro ano.

Professor D: Professora há cinco anos, formada em Ciências Biológicas e também atualmente fazendo o primeiro ano do curso de graduação em direito.

A conversa fluiu de forma natural, estando os professores a princípio um pouco retraídos, mas no decorrer do encontro fomos contando com a colaboração de todos os integrantes do grupo. E optamos por fazer alguns recortes das falas dos professores para melhor demonstrar as contribuições desta com a pesquisa.

Iniciamos com a pergunta do que vem à mente deles quando se fala em simetria e, a partir disso percebemos que, aparentemente, aos poucos, a conversa fluiu de forma satisfatória. Um dos comentários da professora A foi de que:

“Ministrar esse conteúdo de simetria me parece que a princípio é fácil, só que não é isso que a gente constata à medida que vai trabalhando com os alunos. Porque parece que é difícil eles entenderem a palavra simetria, que dá para falar de simetria só a partir de um eixo. E tem que se levar em

consideração esse eixo, e eles se confundem um pouco, por que quando dá a impressão que é simétrico, né e eles não chegam a verificar mesmo o que é essa distância entre, do eixo. (pausa)

A simetria em cima da arte, trabalhar com faixas decorativas, assim perceber nos quadros, nas figuras, o que é simétrico e o que não é simétrico, então tá bastante relacionado com a parte da Educação Artística, mesmo”.

A professora comentou que o trabalho com o assunto simetria, não é fácil. O assunto é muito abrangente, e ela mesma lembrou da relação com outras áreas.

Neste sentido Biembengut (1995) nos lembra:

Assim, sob este prisma de beleza, harmonia ou utilidade, por fazer parte da humanidade e estar presente em toda a ciência e composições ao redor, não pode ficar ausente dos limites escolares. A geometria e seus adereços devem ter espaço por toda a trajetória escolar.

Temos que a Geometria faz parte do currículo de I e II graus, em devidas proporções. Porém, relegada à disciplina de Educação Artística ou no final do programa de Matemática, esta importante área do conhecimento, muitas vezes tem sido negligenciada. Tratada sob uma certa forma teórica, tem se tornado árida e sem sentido para boa parte dos alunos e até professores.

Além disso, a simetria conceito onipresente na natureza e parte integrante da ciência, não faz parte da maioria dos currículos escolares (p.39-40).

E a professora lembrou ainda do livro didático, utilizado por ela para suas aulas, além do livro distribuído gratuitamente pela escola:

“Usei bastante o livro do, do (não lembrou do nome)... Imenes”.

Esta afirmação nos remete ao fato de que a referida professora deve ter buscado apoio em outros referenciais bibliográficos para ministrar suas aulas de Matemática.

O professor B levantou com aparente franqueza sua situação e comentou:

“Eu, eu vou ser sincero, não me lembro de ter estudado na faculdade. Não me lembro específico isso aí. Mas aí pra ser bem sincero, também assim, olha... A gente tem essa formação, mas o padrão é ciências você sempre era obrigado a pegar aulas de Ciências, você lembra? Às vezes pegava

aulas de Matemática muito difícil pegava mais Física, o que sobrava, né a gente sempre ia catando, catando as aulas pra formar para fechar às quarenta horas e Matemática mesmo para ser sincero eu quase não trabalhei mais é Física, Educação Física Enfim e eu não me lembro de ter trabalhado com alunos esse conteúdo se pegar os cadernos dos alunos, não trabalhei especificamente simetria”.

Quando na fala do professor ele diz não me recordo, não significa, no nosso ponto de vista, que ele não estudou ou ainda não trabalhou tais conteúdos.

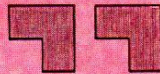
A professora C lembrou que trabalhou os números opostos ou simétricos na reta numerada e disse:

“A questão que a gente comenta bastante a respeito dos números inteiros, né, e os números naturais sempre que a gente relaciona a simetria na reta numérica, né então se coloca o ponto cinco e o menos cinco, a questão da distância eles são simétricos. Então sempre assim a parte que eu trabalhei mais foi a parte, a questão da reta numérica com os alunos. (pausa) E então andei olhando o conteúdo de simetria, mas é pouco livro que traz assim o conteúdo propriamente dito (pausa). Então a gente trabalha é como o professor disse não simetria propriamente dita, mas está envolvendo.

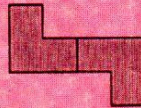
Então o que foi interessante esse ano tinha uma questão na prova da Olimpíada da Matemática que envolvia simetria, aí o aluno perguntou:- professora, o que é simetria? Aí eu retomei com ele na reta, ó lembra quando a professora falava “...

Pela fala da professora podemos constatar que o assunto encontrado na sexta série sobre números opostos ou simétricos, provavelmente tenha sido trabalhado por ela em sala de aula. A professora C lembrou de um fato que aconteceu no Brasil que foi a Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas - 1ª Fase em 16/08/2005 era composta de 20 questões de Matemática, onde as questões de número 2 e 14 tratavam sobre simetria. O que pode, a princípio, denotar a importância do conteúdo a ser trabalhado em sala de aula.

2. As duas peças de madeira a seguir são iguais.



Pode-se juntar essas duas peças para formar uma peça maior, como mostra o seguinte exemplo.



Qual das figuras abaixo representa uma peça que **NÃO** pode ser formada com as duas peças dadas?

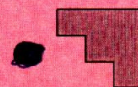
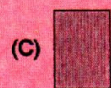
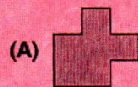
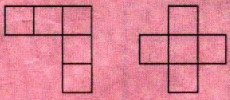
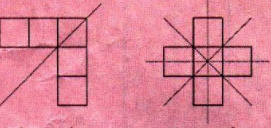


Fig. 29 - Questão 02 da Olimpíada Brasileira de Matemática- I
 Fonte: Prova da 1ª Olimpíada Brasileira de Matemática das
 Escolas Públicas - OBMEP 2005

14. As duas figuras a seguir são formadas por cinco quadrados iguais.

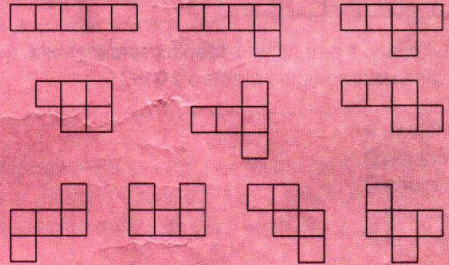


Observe que elas possuem eixos de simetria, conforme assinalado a seguir.



1 eixo de simetria 4 eixos de simetria

As figuras abaixo também são formadas por cinco quadrados iguais. Quantas delas possuem pelo menos um eixo de simetria?



(A) 3
 (B) 4
 (C) 5
 (D) 6
 (E) 7

Fig. 30 – Questão 14 da Olimpíada Brasileira de Matemática II
 Fonte: Prova da 1ª Olimpíada Brasileira de Matemática das
 Escolas Públicas - OBMEP 2005

Outro recorte da fala da professora C:

“Eu me acho pouco conhecedora do assunto, me lembro vagamente (risos) das aulas da professora... Lá da sétima série que a gente fazia no papel aqueles né, as faixas decorativas, as gaitinhas, então tudo é simétrico uma figurinha pra ela se encaixar. Tenho bastante trabalhinho no meu caderno nosso de sétima série foi assim... é uma coisa que esses dias tava olhando. Vi num livro, ah vou trabalhar aonde fazia pintura assim os pouquinhos a gente vai pegando, mas é pouca coisa. Teria que me aprofundar mais no assunto”.

Complementou dizendo que recordava da sua vida escolar, na sétima série, a sua professora, e isso deve fazer em torno de 10 anos, trabalhou com recortes e dobraduras, segundo ela fazendo “gaitas” no papel, fazendo faixas, e também trabalhou com pinturas, ela lembra que isso está anotado em seu caderno de Matemática.

A professora C lembrou, ainda:

“Nos sólidos de rotação, (fez um movimento, como um giro, com as mãos) a gente vê isso”...

A professora C com este simples gesto nos reportou aos sólidos de revolução, ou seja, os sólidos formados pela rotação de figuras planas.

Um dado, que consideramos de importância surgiu no desenrolar do grupo focal. No ano de 2004, as aulas da disciplina de Matemática eram em número de três horas aulas semanais e ficando na época duas horas aulas semanais para a disciplina de Desenho Geométrico. E um dos professores salientou que nesse planejamento de Desenho Geométrico, o conteúdo de Simetria se fazia presente.

Outro aspecto a ser observado é que, dos quatro professores, apenas dois são do quadro efetivo do magistério, ou seja, são lotados na escola. Os outros dois professores são temporários, ou seja, apenas contratados. Pode acontecer de, a qualquer momento, serem demitidos da escola. Supõe-se que os professores efetivos são estáveis, isto é, participam efetivamente de todo o processo, os professores contratados vivem com a instabilidade, o que acreditamos ser um fator que não contribui para a qualidade do trabalho pedagógico. Outra questão são as diferentes formações dos professores, que apareceram no grupo, que apesar de pequeno, não tem na sua totalidade formação na área específica de atuação.

Os professores comentaram sobre as suas dificuldades ao trabalharem com os alunos em sala de aula. A necessidade de saber quais são as prioridades, onde, quando, e com qual intensidade. Ainda, a dificuldade seria menor se o planejamento das aulas de Matemática fosse um “planejamento coletivo”, onde houvesse mais diálogo entre os professores da mesma disciplina e pudessem preparar suas aulas, de forma mais rica. Segundo uma das professoras para que assim fosse possível

“Criar uma expectativa para a próxima aula...”

Disse uma das professoras ainda:

“Gosto muito da parte da história da Matemática (pausa). Muitas vezes falo aos meus alunos esse conteúdo não fui eu que inventei agora...”

O professor D foi o mais silencioso, quase não se manifestou apenas pequenos gestos e monossílabos, lembrando dos mosaicos.

Os professores solicitaram o retorno na escola no decorrer do ano que vem para iniciarmos um grupo de estudos de Educação Matemática na escola, para retomarmos o assunto simetria, trabalhando em forma de oficinas e de aprofundamento com textos específicos para estudo.

3.2 CARACTERIZAÇÃO DA ESCOLA

O Colégio Estadual José Bonifácio – Ensino Fundamental e Médio é o único colégio da sede do Município de Campo Bonito. Conta com 358 alunos do Ensino Fundamental e 150 alunos do Ensino Médio e está sob jurisdição do Núcleo Regional de Educação da Cidade de Cascavel. O quadro de docentes é composto de 28 professores. Funciona desde 1975, com ensino noturno, e em 1983, iniciou o ensino diurno.

A educação em termos de escola, no município de Campo Bonito – PR teve início na década de 40 com uma educação ambulante, ou seja, professores andavam de um lugar para outro repassando seus conhecimentos. Porém, professor ensinava os meninos, e professora ensinava as meninas.

Mais tarde, na década de 50, quando da criação do município de Guaraniaçu, Campo Bonito ficou sendo o 1º distrito, através da Câmara de Vereadores, e criou-se a Escola Isolada Estadual José Bonifácio.

Em 1971, teve início o curso Ginásial como extensão do Ginásio Estadual Desembargador Antonio Franco Ferreira da Costa, do município de Guaraniaçu – PR, que no ano de 1983 desmembrou-se do Colégio Desembargador através de resolução 3.885/83, criando assim a Escola Estadual José Bonifácio – Ensino de 1º Grau, do distrito de Campo Bonito. Nesse período de 1971 a 1973 os professores na maioria eram moradores de Guaraniaçu, e vinham todos os dias ministrar aulas, nesta escola.

Nenhum era habilitado. A maioria eram acadêmicos, fazendo faculdade em Guarapuava.

Quando da Municipalização Política e Administrativa do então distrito em 1986, e posteriormente com a 1ª Gestão Administrativa de 1988 a 1992, sentiu-se a necessidade da criação do Ensino de 2º Grau no município recém emancipado. Em 1989 deu-se a implantação do curso de 2º Grau em Educação Geral -

Preparação Universal, através do Ato Administrativo 103/89, que em 27 de Julho de 1993 teve seu reconhecimento pela Resolução 4.166/93, emitida pela SEED/PR.

No início da implantação do 2º Grau (Ensino Médio), o Colégio teve as mais variadas dificuldades, sendo que a principal foi a falta de professores habilitados, no Município.

Atualmente contamos com professores habilitados em todas as áreas de ensino, Pós-Graduados, e em algumas disciplinas estamos cedendo-os a outros municípios e colégios para que os mesmos possam suprir a falta de docentes.

Hoje, o Colégio, como é denominado, conta com boa estrutura física, quadra de esportes coberta, laboratório de química, física e biologia e laboratório de informática, ainda biblioteca e saguão para reuniões e atividades físicas, com arborização no pátio e área ampla de passeio.

Seu quadro docente é composto de professores, cuja maioria faz parte do quadro próprio do magistério e, portanto, professores efetivos do Estado.

Esse Colégio funciona em prédio Estadual, em dualidade administrativa com a rede municipal de ensino. E é o único Colégio da sede do município. A outra escola fica no único distrito existente.

O Ensino Médio é somente noturno, o Ensino Fundamental (quinta a oitava série) funciona no período vespertino e o Ensino Fundamental (primeira à quarta série) e também a Educação Infantil, funcionam, em sua maioria, na parte matutina.

A região Oeste do Paraná, na qual nosso município está inserido, é essencialmente agrícola, sendo que nosso município, neste contexto, é um dos mais pobres, com IDH (Índice de Desenvolvimento Humano), em torno de 0,689, considerado um dos mais baixos da região Oeste.

A grande maioria da população é formada por pequenos agricultores, sendo uma região essencialmente agrícola. Temos em torno de 20 grandes latifundiários que detém cerca de 70% das propriedades existentes. O município, segundo o último censo, possui 5119 habitantes.



Fig. 31 – Pátio do Col. Est. José Bonifácio.
Foto dos Arquivos do Colégio

3.3 A ANÁLISE DOCUMENTAL DOS DIÁRIOS DE CLASSE E DOS CADERNOS DE ALUNOS

Outro instrumento utilizado para coleta dos dados foi a análise documental dos professores com o objetivo de conhecer quais conteúdos foram desenvolvidos sobre simetria no decorrer do ano letivo de 2004. Para tanto foram utilizados 22 cadernos dos alunos e 11 diários de classe dos professores, pela pesquisadora.

Tratava-se de diários de classe dos professores de Matemática, de 11 turmas de quinta a oitava série, sendo três turmas de quinta série, três turmas de sexta série, três turmas de sétima série e duas turmas de oitava série. Os diários de classe foram fotocopiados e posteriormente devolvidos ao colégio e os cadernos de alunos coletados da seguinte maneira: visitamos as salas existentes e solicitamos dos alunos seus cadernos de Matemática do ano anterior. Muitos já não tinham mais o caderno ou o perderam ou se desfizeram dele. Mas alguns falaram que tinham e que o trariam. No dia seguinte estivemos na escola

novamente e coletamos alguns cadernos, aqueles que foram possíveis, pela boa vontade dos alunos de trazê-los.

Na tentativa de conhecer quais conteúdos estavam presentes ou aos quais os alunos teriam acesso sobre o conteúdo simetria, verificamos os diários de classes e cadernos de alunos, por serem uma fonte de informação importante sobre as aulas de Matemática e por mostrar a forma da abordagem que professores e os alunos fizeram sobre os conteúdos, mostrando um pouco dos encaminhamentos que acontecem naquelas salas de aula do Ensino Fundamental.

Foi no exercício de folhear os cadernos dos alunos, um a um que constatamos parte de nossas respostas ao problema proposto.

3.4 CADERNOS DOS ALUNOS

Os alunos, independente da série escolar em que se encontram, trazem como parte fundamental de seu material da escola, os registros das aulas ou das atividades desenvolvidas em sala de aula, em seus cadernos, sendo que alguns estão de certa forma bem estruturados e organizados, com a totalidade dos conteúdos escolares trabalhados, em sala de aula, registrados.

Os cadernos são úteis aos alunos, aos professores, aos pais e à coordenação pedagógica. No caso de pesquisas, a nós pesquisadores interessam também de forma particular.

Do ponto de vista dos alunos, esse material serve para registrar as aulas do professor, e ainda consta o desenrolar de suas tarefas escolares, aquelas que o professor propõe, e as que ele, aluno, realiza, do que foi proposto. Ainda, é um recurso para estudo na hora das provas e atividades na classe ou mesmo extra classe, sendo uma fonte primária de consulta e registro dos conteúdos escolares.

È um registro feito de forma muito pessoal, portanto individual, o que oportuniza ao aluno mais familiaridade com o texto no seu contato diário com o mesmo. Além do que, temos algumas partes que podem aparentemente ser, uma cópia fiel do quadro negro ou ainda do livro didático utilizado. Mas, só poderíamos fazer essa afirmação mediante nossa presença na sala de aula no momento em que as anotações dos alunos estivessem acontecendo.

Os cadernos dos alunos devem estar em ordem e de forma apresentável com os conteúdos em dia, pois poderão ser convidados a “mostrá-los” aos pais, a outros professores, à direção e até mesmo a pesquisadores, como é o nosso caso agora. Embora acreditamos que os alunos não pensam nesta possibilidade

Em nossa visita à escola, quando solicitamos aos alunos que trouxessem seus cadernos, muitos alunos disseram que não poderiam trazer seus cadernos, pois não estavam em condições adequadas, ou seja:

“Estava uma bagunça...”.

“Estava muito feio...”.

“A senhora não vai entender nada...”.

Muitos ainda questionaram o porquê de se olhar os cadernos. Então explicamos novamente sobre nosso trabalho de mestrado.

Nas séries finais do Ensino Fundamental não é muito comum o professor vistoriar os cadernos de seus alunos. Encontramos, porém, nos cadernos de sétima série os professores que conservam esse hábito de vistar os cadernos dos alunos.

Usando caneta de cor vermelha, o professor coloca data, assina seu nome, e escreve “muito bom”. Usa algumas palavras que servem como reforço positivo aos alunos, e ainda escreve “visto”. Poderíamos dizer que esta é uma postura comportamentalista? Que leituras nós podemos fazer dessa atitude do professor? Mas, não é este nosso objeto de estudo, por isso deixamos simplesmente as perguntas.

O uso do caderno quadriculado por alguns alunos foi um dos fatos constatados. Alguns dos cadernos traziam no primeiro dia de aula o registro do rol de conteúdos programáticos do ano, a ser desenvolvido na disciplina.

Os professores, por sua vez, usam os cadernos dos alunos para verificar se os conteúdos estão em dia, e ainda muitos fazem disto uma prática e “dão notas” pelo caderno organizado e em ordem.

Como o professor faz uso desse instrumento que é o caderno do aluno, ele também nos dá pistas, pelos registros encontrados, de como ele, professor, pensa sobre o que ensinar e como fazê-lo, e até o que ele conhece sobre os conteúdos que ministra em sala de aula, pela forma como a abordagem foi realizada.

Para os pais dos alunos e para a coordenação pedagógica, que cumprem a sua função e acompanham o desenvolvimento do processo ensino/aprendizagem de seus filhos e alunos, é uma rica fonte de informações, pois ele retrata diariamente o registro dos conteúdos. No nosso caso, possibilitou o acompanhamento das atividades escolares, para posterior verificação dos conteúdos de simetria trabalhados pelo professor e que constam no caderno dos alunos, e para verificar que atividades foram desenvolvidas e com que profundidade os conteúdos foram trabalhados.

Segundo Tancredi (2001):

Embora contenha muito do que é ensinado em classe, o caderno não é nem deveria ser um retrato fiel do que ali ocorre, pois nem todos os conteúdos e atividades são nele apontados, como também, não são registrados os diálogos mantidos entre os participantes da cena escolar. O registro nos cadernos, dificilmente, consegue retratar a diversidade do cotidiano, sendo apenas um estrato dele (p.27).

Houve uma mudança nas atribuições dos cadernos dos alunos com a distribuição gratuita dos livros didáticos, com o Programa Nacional do Livro Didático pelo governo Federal. As escolas, em maior ou menor grau, fazem destes um apoio para desenvolver suas atividades escolares. Por isso, o caderno muitas vezes é só registro de resolução das atividades desenvolvidas, cujo texto encontra-se no livro didático. Ao observar os cadernos, em muitos momentos observamos a seguinte escrita: “Resolver exercícios da p. tal”.

Nesta pesquisa, os cadernos dos alunos foram disponibilizados para estudo na expectativa de verificar o que foi trabalhado de simetria de quinta a oitava série do Ensino Fundamental, na disciplina de Matemática, no ano anterior ao do desenvolvimento do trabalho, ou seja, no ano 2004.

3.4.1 OS REGISTROS NOS CADERNOS DOS ALUNOS E OS CONTEÚDOS

Procuramos, ao nos debruçarmos sobre os cadernos dos alunos, tomarmos certo cuidado, visto que é preciso compreender que ele representa apenas uma parte do que acontece em sala de aula. O caderno não registra absolutamente “tudo” o que acontece em sala de aula. Por exemplo, as aulas em que são usados materiais alternativos ou jogos, vídeos, ou mesmo a discussão, o

debate oral de sala de aula, o levantamento de hipóteses, a defesa das idéias entre outros, até mesmo as avaliações aplicadas nas salas. O que observamos na pesquisa é que os cadernos de uma turma contêm registros, inclusive de provas escritas e ainda anexadas ao caderno temos algumas provas de recuperação. Muitas atividades ou conteúdos escolares, desenvolvidas pela escola, ficam fora do registro, nos cadernos dos alunos.

Por isso o cuidado de nossa parte ao fazermos inferências sobre o mesmo. Procuramos compreender, conforme exposto até agora, tomando o caderno em si com seu significado e o que ele representa para professores, alunos, coordenação pedagógica e pesquisadores de forma geral, lembrando que seu conteúdo não está limitado ao registro dos conteúdos escolares.

O exercício posterior foi de folhear os cadernos, um exercício contemplativo, folha a folha, um olhar cuidadoso e ao mesmo tempo ansioso, na tentativa de buscar resposta para compor resultados na pesquisa. A cada página virada, a necessidade do registro das observações, a expectativa.

3.4.1.1 FAIXAS DECORATIVAS

Com os cadernos dos alunos nas mãos, nossas questões foram verificar quais conteúdos de simetria estavam constando nestes registros. Faixa decorativa foi um dos conteúdos presentes, nos cadernos dos alunos, de duas turmas de quinta série.

Uma faixa decorativa é uma ornamentação, um desenho situado entre duas linhas que mantém a mesma distância entre si.

Em Madsen (1993, p.98), observamos faixas em vasos de cerâmica, potes, porcelanas, pinturas nas paredes ou ainda em esculturas e também nas molduras de quadros em alto relevo. Se observarmos a arquitetura egípcia, romana ou grega, constatamos que em seus templos, palácios e outras construções aparecem às faixas decorativas. No Brasil, temos as peças de cerâmica, que são oriundas da cultura Marajó e Santarém.

As faixas decorativas são “motivos” ou “módulos que se repetem ao longo da faixa, que possibilita criar os motivos, usar a imaginação, e variar de forma ampla os tipos de decoração”.

As faixas são classificadas de acordo com suas simetrias:

Não obstante, as faixas decorativas apresentam apenas exatamente 7 (sete) padrões quanto às simetrias. Em outras palavras, qualquer faixa ornamental que apresentar simetria é de um dos sete padrões.

Os ornamentos em frisos podem ser classificados quanto às simetrias, portanto, em sete classes de equivalência, ou em classes que mesmo com motivos diferentes equivalem a só sete tipos.

Considera-se para estudo uma faixa decorativa, ou friso ornamental, estendida indefinidamente nos dois sentidos. E, para facilitar os comentários do texto, a imaginaremos sempre disposta horizontalmente.

Para que uma faixa apresente determinada simetria, é necessário que toda ela seja coincidente consigo mesma se aplicada a simetria. O interessado, para observar as simetrias, poderá usar um recurso simples, copiando-a num papel transparente sobreposto (MADSEN, 1993, p.99).

Encontramos nos cadernos dos alunos da quinta série, registros onde aparecem faixas decorativas. O que foi solicitado aos alunos, pelo professor, segundo o que consta no caderno é o seguinte: "Crie uma faixa decorativa usando motivos simétricos".

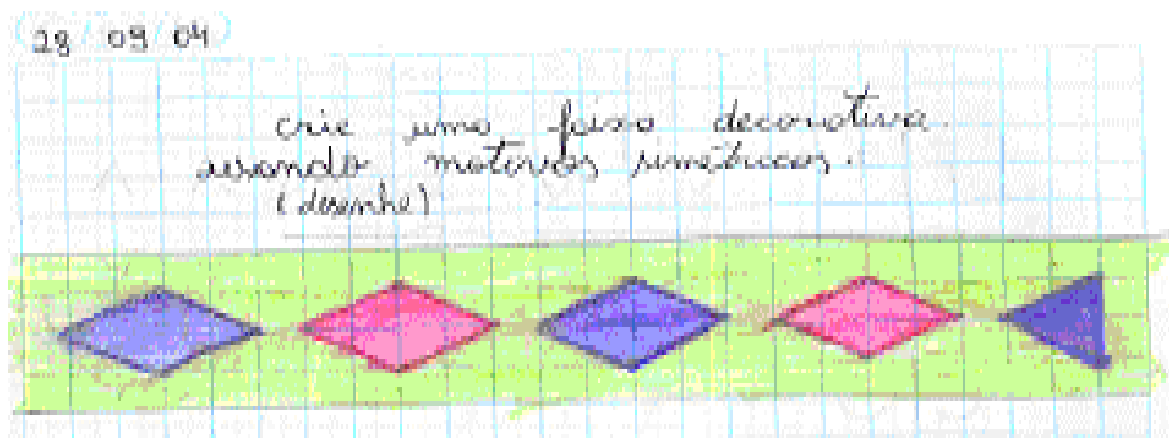


Fig. 32 – Faixa decorativa I
Cadernos dos alunos

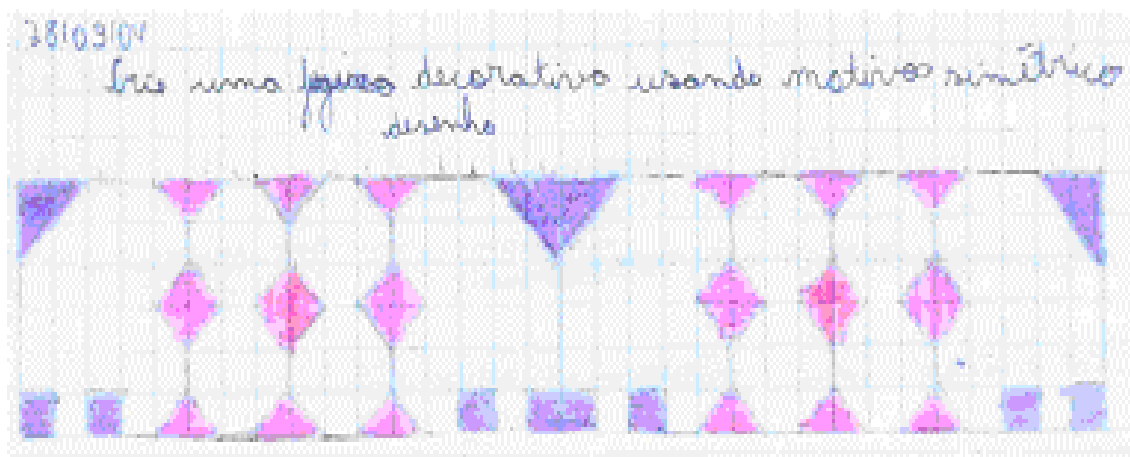


Fig. 33 – Faixa decorativa II
Cadernos dos alunos

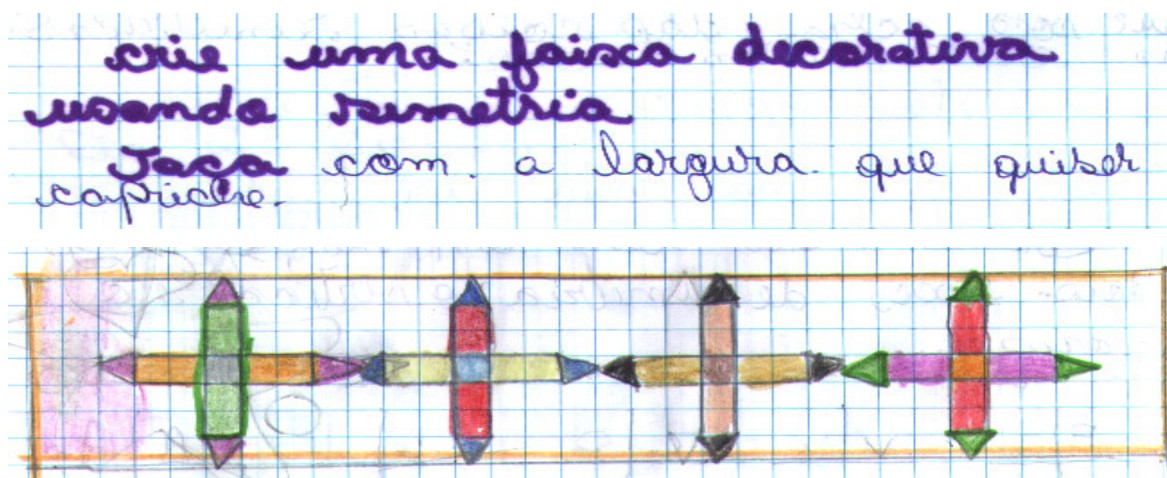


Fig. 34 – Faixa decorativa III
Caderno dos alunos

Nos cadernos dos alunos, encontramos também exercícios e atividades envolvendo o traçado do(s) eixo(s) de simetria.

Gostamos do trabalho com faixas decorativas. Relatamos a experiência pessoal de 23 anos em sala de aula da professora, que é também pesquisadora. Trabalhos com recortes e dobraduras em papel. Com dobraduras e recortes em gaitas de papel podemos ver a repetição de um padrão figurativo obtido ao dobrar-se a tira de papel e recortar o desenho tido como padrão. Vemos assim que o padrão reaparece, sempre a uma determinada distância, o que sugere o movimento. Essas tiras de papel são bons exemplos de faixas decorativas e os alunos têm a possibilidade de exercitar a sua criatividade para que diferentes motivos ou padrões possam ser recortados.

As aplicações do uso das faixas decorativas são muitas e podem ser facilmente comprovadas em decoração de interiores ou fachadas de casas e ainda em outros ambientes.

Olhando para os vestuários dos alunos podemos coletar vários símbolos, que são figuras simétricas. Figuras simétricas povoam tapetes, vitrais, quadros, paredes, embalagens e estão presentes em logotipos e símbolos usados em bonés e camisetas pelos nossos alunos.

Segundo Gerdes (1992):

A capacidade de reconhecer ordem e formas espaciais regulares na natureza formou-se através da atividade laboral. A regularidade é o resultado do trabalho criativo do Homem e não o seu pressuposto. São vantagens práticas, realmente existentes, da forma regular descoberta que conduzem a consciência crescente dessa ordem e regularidade(p.100).
Na interação de necessidades socialmente importantes, possibilidades materiais e atividade experimental verificou-se que determinadas formas, por exemplo, simétricas são as melhores. O pensamento em termos de ordem e de simetria não precisa duma explicação mítica; reflete a experiência social de produção (GERDES,1992,p. 100).

Há ainda, nos cadernos dos alunos, alguns exercícios em forma de pergunta e resposta. Aparecem também algumas figuras geométricas e no desenho sendo traçado o eixo de simetria.

Observamos ainda a existência nos cadernos dos alunos de um questionário com quatro perguntas, seguida das respectivas respostas. São elas:
Quando uma figura é simétrica? O que é um eixo de simetria? Um pássaro conseguiria voar se tivesse uma asa mais comprida que a outra? O que você acha das coisas simétricas e assimétricas?

Encontramos respostas, da pergunta inicial, como:

- *“Quando tem a mesma distância da outra e as mesmas medidas”.*
- *“Quando ela tem os lados iguais”.*
- *“Quando ela é repartida em partes iguais”.*

Constatamos na segunda questão algumas respostas, entre elas,destacamos:

- *“É a linha no meio da figura”.*
- *“É a linha referencial que divide as figuras”.*
- *“É a linha imaginária que reparte em partes iguais”.*

E como resposta para a terceira questão encontramos as seguintes afirmações:

- *“Não. Por que assim não é simetria neste caso é assimétrico”.*
- *“Um pássaro não conseguiria voar se tivesse uma asa mais comprida, pois perderia o equilíbrio”.*
- *“Não por que ele perde o equilíbrio”.*

Na última questão, encontramos:

- *“De que toda as figuras podem ser repartida ao meio e as assimétricas não dá para ser um lado pequeno e o outro mais grande”.*
- *“As figuras simétricas são mais bonitas, pois são do mesmo tamanho. As assimétricas também são bonitas, mas nem tanto por que não são do mesmo tamanho, eu achei isso”.*
- *“Elas são bonitas por que entram em harmonia”.*

Pelo que observamos nos cadernos, as respostas foram pessoais, pois elas eram diferentes de um caderno para outro. Encontramos em algumas das atividades propostas nos cadernos a seguinte anotação: “responda com suas palavras:”.

Não nos compete avaliar se esse tipo de atividade é o melhor trabalho a ser desenvolvido. Temos nossas considerações pessoais sobre o trabalho dessas atividades de perguntas e respostas.

A fig. 35 a seguir traz fotocopiado um dos recortes do texto encontrado em um caderno de aluno, trazendo essencialmente um desenho simétrico ou ainda podemos dizer um movimento à simetria de reflexão. Onde foi possível contatar inclusive o erro ortográfico do aluno, ao escrever a palavra simetria como “semitria”. Trazendo a seguir, um questionário, com as questões de pergunta e respostas as quais trazem também muitos erros ortográficos e conceituais também.

Em cadernos das quintas séries, encontramos atividades usando papel quadriculado. Algumas delas contemplam a de ampliação/redução de figuras, sendo que constam no caderno: “Amplie três vezes o animal da figura (todas as medidas serão triplicadas)”.

28/09/04 Matemática n.º 5 prof. Sílvia série 5.ª A

Semétrico

2910 9104

Resposta:

a- Quando uma figura é simétrica? quando tem a mesma distância da outra, e as mesmas medidas.

b- Que é o eixo de simetria? É a linha referencial que divide as figuras.

c- Um passaro conseguiria voar se tivesse uma asa mais comprida que a outra? Um passaro não conseguiria voar se tivesse uma asa mais comprida pois perderia o equilíbrio.

d- Que você acha das coisas simétricas? e das assimétricas?

Fig. 35 – Recorte do caderno do aluno – I
Fonte: Caderno dos Alunos

Constatamos nos cadernos dos alunos, com o título “eixos em figuras geométricas”, o traçado dos eixos de simetria, envolvendo o desenho de figuras geométricas planas: como retângulos, triângulos e quadrados, sobre uma malha quadriculada.

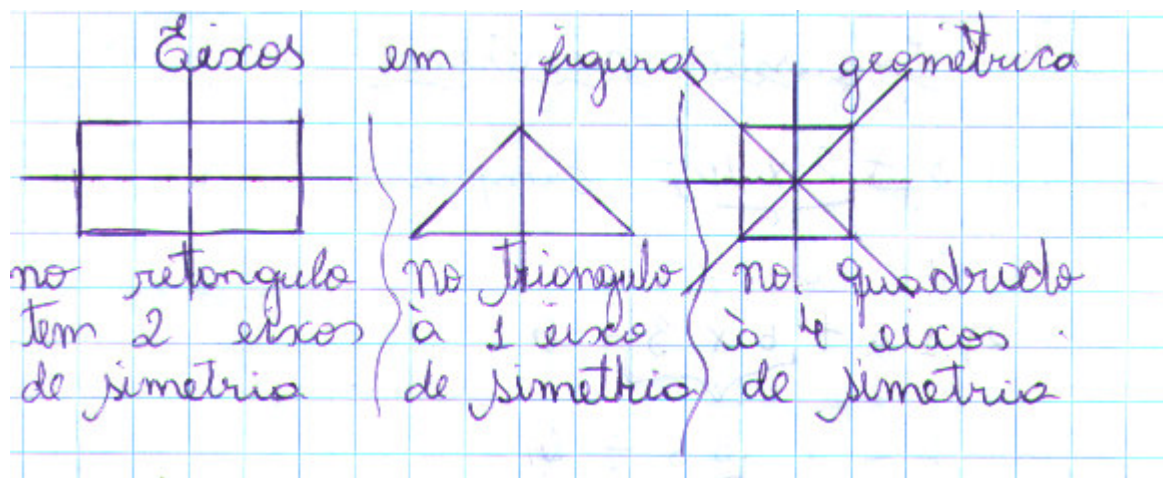


Fig. 36 – Recorte do caderno do aluno – II
Fonte: Caderno dos Alunos

O quadrado é um polígono dito regular, portanto possui quatro lados e quatro ângulos congruentes, possui quatro eixos de simetria também, fato esse que acontece somente nos polígonos regulares onde o número de lados da figura é igual ao seu número de eixos de simetria. A afirmação de que “no triângulo há um eixo de simetria” poderia ser explorada, pois isso depende de que triângulos estamos tratando, visto que temos triângulos equiláteros, isósceles e escaleno.

Foram usadas as letras do alfabeto como V, F, A, C, para mostrar o movimento de reflexão, através do desenho. Trabalhadas as letras como se fossem colocadas em frente a um espelho plano.

Pela nossa observação minuciosa e detalhada na totalidade dos cadernos, registramos que somente algumas letras foram trabalhadas. Ressaltamos que se tratando da disciplina de Matemática, os números não foram trabalhados, pensando no eixo de simetria. Seria natural do nosso ponto de vista que o ponto de partida fossem números e não letras. Destacamos que o período letivo em que foi trabalhado o assunto foi o mês de setembro, final do mês.

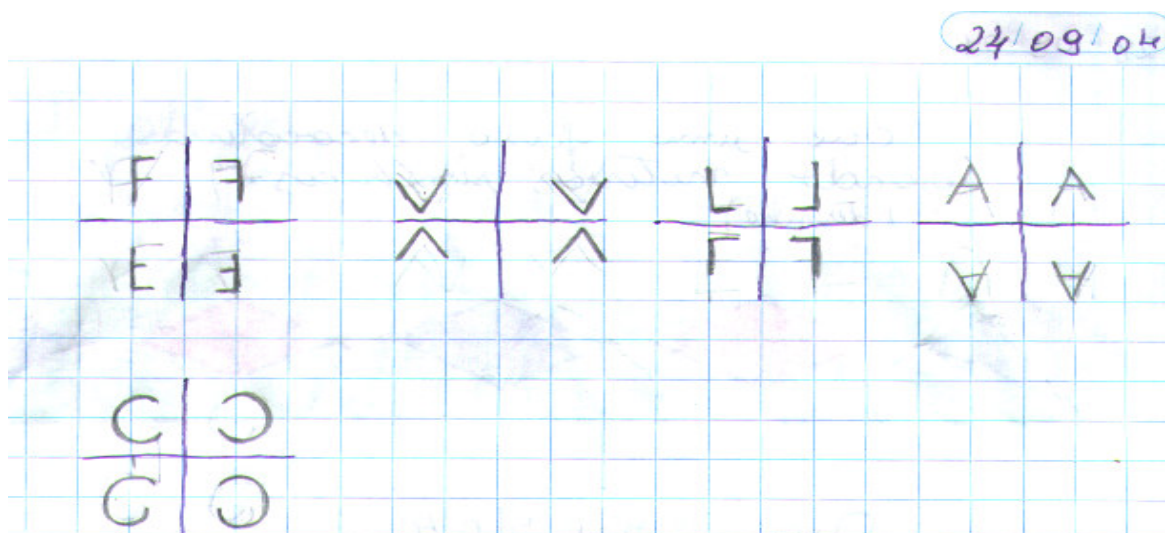


Fig. 37 – Recorte do caderno do aluno III
Fonte: Caderno de Alunos.

Para nós que trabalhamos como professores na rede estadual há algum tempo, olhar para esse material, como professor/pesquisador, buscando conhecer melhor quais conteúdos estão presentes, na disciplina de Matemática especificamente na simetria, coloca-se como um desafio.

Examinar os cadernos dos alunos, buscando algo que pudesse ajudar na pesquisa é, metaforicamente falando, garimpar ouro.

Com isso, pudemos conhecer quais os conteúdos de simetria estão presentes nos cadernos dos alunos, de quinta a oitava séries, e mais informações sobre os conteúdos priorizados pelos professores, que pudemos comprovar pelos conteúdos constantes nas anotações feitas pelos alunos.

Em todas as séries pesquisadas, observamos/constatamos que os conteúdos desenvolvidos priorizaram a Álgebra e os Números, em detrimento da Geometria. Os conteúdos em Geometria que os cadernos apresentam são “áreas de quadriláteros notáveis e triângulos”, “classificações das figuras espaciais” e também “trabalho com sólidos - cubo e o paralelepípedo”, “retas paralelas e perpendiculares”.

Considerações estas que podemos comprovar através das verificações que procedemos nas anotações nos cadernos dos alunos e dos diários de classe dos professores, uma vez que no decorrer da pesquisa por várias horas nos debruçamos por sobre os cadernos dos alunos, a folhear, como que contemplando a obra, o trabalho desenvolvido pelos professores. Pensando ainda,

o quão mais interessante seria para a pesquisa se estivéssemos na sala de aula acompanhando, presenciando, esses momentos de trabalho sobre simetria, com os alunos e professores.

Para que os conteúdos escolares trabalhados tenham efetivo significado na vida escolar do aluno, entendemos que eles devam, entre outras, desenvolver suas potencialidades.

3.5 OS DIÁRIOS DE CLASSE DOS PROFESSORES

Foram analisados 11 diários de classe de quatro professores do Ensino Fundamental de Matemática, os mesmos que participaram do grupo focal, da uma escola investigada.

Em cada livro de diário de classe, consta já impresso que, o registro de classe é um instrumento de escrituração escolar elaborado com a finalidade de documentar: frequência, conteúdo e aproveitamento escolar, e ainda registrar e rubricar, nos dias de aula, os conteúdos desenvolvidos de acordo com o Plano Curricular.

É pelo fato de neles estarem registrados os conteúdos trabalhados em sala de aula, que detivemos nosso olhar sobre os mesmos.

A indicação é que as escolas devem guardar, por cinco anos, os diários de classe para, após esse período, incinerá-los. Portanto, os diários de classe nos foram colocados à disposição, pela equipe pedagógica da escola, pois estavam sob sua guarda.

Nosso objetivo, ao analisar os documentos escritos dos professores, que estão disponíveis na escola, foi verificar que conteúdos de simetria estão anotados nos diários de classe e isso deve servir como um indicativo de que foram trabalhados com os alunos.

3.5.1 NOSSAS OBSERVAÇÕES COM RELAÇÃO AOS DIÁRIOS DE CLASSE

As anotações, registradas nos diários de classe dos professores com relação ao conteúdo de simetria, apareceram em duas das três turmas de quinta

série. A professora das quintas séries A e B era a mesma, mudando a professora da quinta C, onde não apareceu registrado o conteúdo de simetria.

As anotações dos diários de classes, dos quatro professores de Matemática do Ensino Fundamental, foram as seguintes:

23/09/2004	Simetria: conceito
24/09/2004	Simetria
24/09/2004	Simetria e aplicações
27/09/2005	Simetria (avaliação)

Esses conteúdos foram trabalhados em 4 horas/aula, na última semana do mês de setembro. Consta também 1 hora/aula de Avaliação, o que nos remete a conclusão de que o professor avaliou a aprendizagem, nas aulas onde foram trabalhados os conteúdos de simetria.

No diário de classe da quinta série B aparece o registro do assunto simetria com um diferencial; constam figuras simétricas.

23/08/2004	Simetria: conceito
23/08/2004	Simetria: aplicação
24/08/2004	Simetria: figuras simétricas
27/08/2004	Simetria: aplicações, avaliação.

Como nos cadernos dos alunos, e também no diário de classe do professor da sexta série, aparecem registros de números opostos e simétricos. O registro da “existência do elemento simétrico e a propriedade do elemento oposto”, aparecem no diário, logo no início do período letivo ainda no mês de fevereiro.

Não constam nas anotações dos diários de classe os trabalhos que aparecem como um questionário com perguntas e respostas sobre simetria. Também há falta do registro do trabalho com as faixas decorativas. Ainda nos cadernos dos alunos aparece um trabalho com simetria envolvendo as letras do alfabeto e com eixos de simetria das figuras geométricas, que não constam das anotações.

Na sexta série, o conteúdo aparece registrado no diário de classe assim:

19/02/2004	Números opostos ou simétricos e exercícios
------------	--

Esses registros nos remetem à observação feita por Ferreira (1996) a respeito de uma aplicação interessante da simetria, com relação aos números opostos ou simétricos:

na Matemática, encontramos uma grande variedade de aplicações as simetria, por exemplo: podemos considerar o número zero como representante de uma, pois vejamos:

$$0$$

$$-1+1$$

$$-2-1+1+2,$$

Ele corresponde a uma operação entre elementos Simétricos (FERREIRA,1996,p.4).

Esses são alguns dos conteúdos relativos ao assunto Simetria que apareceram em diários de classe dos professores, dos quais verificamos as suas anotações. Ao considerarmos que os conteúdos aparecem de forma muito tímida, também no planejamento escolar da escola investigada, decidimos lançar um olhar para o livro didático que a escola utilizou no ano de 2004.

3.6 A SIMETRIA NO LIVRO DIDÁTICO DE MATEMÁTICA

Ao nos depararmos com questões relativas ao ensino da Simetria de forma especial, questionamo-nos no decorrer das nossas constatações sobre o uso do livro didático, utilizado pelos professores e pelos alunos nas aulas de Matemática. E neste contexto, procuramos a leitura do artigo do professor Vagner Valente denominado: A disciplina Matemática: etapas históricas de um saber escolar no Brasil (p.217-233), publicado no livro “Histórias das disciplinas escolares no Brasil: contribuições para o debate” de Oliveira, M. A. T. e Ranzi, S.M.F. do ano de 2003. E, nos pareceu ser necessário um olhar mais demorado sobre os livros didáticos

utilizados pelos professores na disciplina de Matemática em 2004, buscando verificar a presença do conteúdo escolar simetria, inserido nestes livros didáticos.

3.6.1 UM BREVE HISTÓRICO

Os primeiros livros didáticos de que se têm notícias, escritos no Brasil, segundo Valente, 2003, p.221, foram: Exame de artilheiros e Exame de Bombeiros, respectivamente em 1744 e em 1748. Cabe salientar que eles não foram impressos no Brasil, mas em Lisboa e que eram utilizados para a formação de militares.

O que se observa nesta leitura é que Valente (2003, p.220) afirma: A dependência de um curso de matemática aos livros didáticos, portanto, é algo que ocorreu desde as primeiras aulas que deram origem à matemática hoje ensinada na escola básica.

Fica assim caracterizada para a matemática escolar, desde os seus primórdios, a ligação direta entre compêndios didáticos e desenvolvimento de seu ensino no Brasil. Talvez seja possível dizer que a matemática constitui-se na disciplina que mais tenha a sua trajetória histórica atrelada aos livros didáticos (VALENTE, 2001, p. 220).

A inovação dos exercícios propostos aos alunos vem do século XIX, e se destaca em relação à forma antiga de organização do livro didático, em forma de lição. É o que diz Valente (2001):

os livros organizados sob a forma de lições traduzem a prática pedagógica dos *colégios*, que remontam seu trabalho educativo às universidades. Nas *escolas*, a prática pedagógica é a dos exercícios. Diferente da lição, que era a ordem do saber do mestre posta aos alunos, o exercício é a autorização que a escola dá ao aluno de mostrar suas dificuldades, seus esforços e seus fracassos (p.233).

Sobre aspectos dos livros didáticos, no século XX, o mesmo autor comenta que:

as transformações pelas quais passam os livros didáticos de matemática, tais como: a inclusão de muitos exercícios em meio ao desenvolvimento teórico da matéria, no fim de cada capítulo e, também, no final do livro; o aparecimento do livro do professor; o surgimento de

volumes diferentes para cada série escolar e a própria solidificação das editoras brasileiras de livros escolares, que passam aumentar a cada vez mais o número de exemplares por edições de cada obra; atestam as mudanças no próprio ensino desse saber no Brasil do início do século XX (VALENTE, 2003, p.233).

Ainda sobre o livro didático, vemos em Bicudo e Garnica (2005), o seguinte:

o livro didático, muitas vezes, é o único auxiliar do professor em sala de aula. E assim como podemos esboçar as características do que tem sido chamado “ensino tradicional” focando nosso olhar na postura conservadora do professor, ou no poder absoluto desse professor exercido sem limites em sala de aula, nas didáticas de manutenção do quadro de fracasso ou, ainda, no assujeitamento de professores e alunos frente às demandas da política educacional ou das instituições; com facilidade podemos incluir dentre esses nossos elementos de caracterização a utilização que tem sido feita dos manuais didáticos como auxiliares do ensino e da aprendizagem de Matemática (p.54).

3.6.2 LIVROS DIDÁTICOS UTILIZADOS PELA ESCOLA EM 2004

Os livros didáticos nos quais buscamos o conteúdo de simetria, para poder fazer um breve estudo comparativo, um paralelo entre o conteúdo listado nos diários de classe e os conteúdos constantes nos cadernos dos alunos, foram os utilizados pelos alunos. A distribuição desses materiais foi gratuita, no Colégio.

Os livros didáticos que o Colégio recebeu em 2004 (e cada aluno teve o seu), eram da Editora Atica. O livro intitulado “Matemática e vida”, dos autores Bongiovanni, Vissoto, Laureano, do Programa do PNLD 2002 – FNDE/Ministério da Educação.

Olhando para os volumes de quinta a oitava série, os quais na capa trazem em destaque os conteúdos Números, Medidas e Geometria, constatamos que, especificamente como tópico usando o título de Simetria, o mesmo não se faz presente, nos índices dos livros textos.

3.6.3 OS CONTEÚDOS DE SIMETRIA NO LIVRO DIDÁTICO

O livro didático, cuja abordagem no momento nos interessa, é o recebido pela escola em 2004, pelo PNLD (Programa Nacional do livro Didático) e utilizado pelos alunos e professores, no decorrer do período letivo. Não temos condições de saber como foi utilizado o livro didático neste ano e com qual intensidade o trabalho foi desenvolvido.

Porém, acreditamos ser necessário algumas considerações sobre o conteúdo simetria, trazido ou não pelo livro didático, de quinta a oitava série do Ensino Fundamental.

Observando com mais profundidade, constatamos que, implicitamente alguns conteúdos estão relacionados com a Simetria, embora sem especificação do título referido.

Consta no livro de sétima série, por exemplo, o conceito de congruência. O conceito de congruência desempenha um papel fundamental no ensino da Geometria, e dentro deste contexto, no ensino da Simetria. Temos como definição da noção de congruência, na página 196 do volume da sétima série, o seguinte:

“Figuras congruentes: Duas figuras são congruentes quando podemos fazê-las coincidir por superposição”.

Acreditamos que essa definição, por si só, não garante o conceito de congruência de figuras. Porém, pode estar relacionada com os movimentos de simetria.

Um conceito melhorado poderia ser proposto, ou ainda a atividade que segue poderia vir antes da definição, e assim o conceito de congruência de figuras poderia ser compreendido e descrito pelo aluno, com suas próprias palavras, inicialmente.

A atividade à qual nos referimos é do livro da sétima série, página 196 sendo a atividade um:

31 Usando uma folha de papel transparente, verifique, por superposição, quais dos seguintes pares de figuras são congruentes:

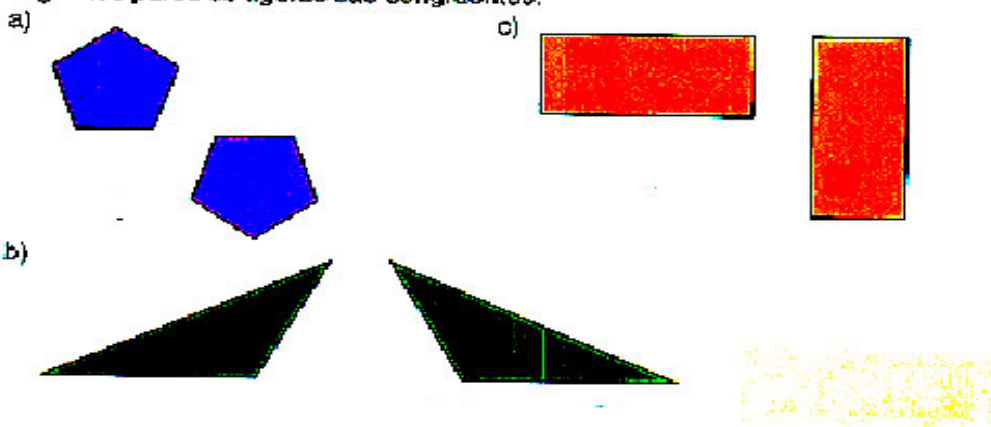


Fig. 38 – Exercício do livro didático, utilizado pela escola em 2004
7ª série, p. 196.

Sendo assim, coerentes com certos princípios hoje discutidos, e com o qual nos identificamos como no caso específico de apresentação dos conteúdos, não partimos inicialmente da definição, como algo pronto e acabado, mas de situações problemas que podem nos encaminhar para a elaboração, mesmo que, a princípio empírica, deste conceito.

Uma definição que poderia ser apresentada na seqüência da atividade anteriormente apresentada (fig. 38) é a de que duas figuras são congruentes se é possível mover uma delas sem deformá-la, até que ela coincida com a outra e para isso poderíamos utilizar o traçado das figuras sobre o papel transparente.

Ainda, sobre o conceito de congruência, este tem um papel de fundamental importância no ensino da Geometria. Podemos questionar mais, na tentativa de entender e explorar melhor o conceito de congruência.

Em seu artigo “Fundamentos Estéticos da Matemática - da habilidade à sensibilidade”, José Carlos Cifuentes, que é Professor Adjunto do Departamento de Matemática e Programa de Pós-Graduação em Educação - UFPR, discute, à p. 67, a superposição e o movimento em Geometria. Também discute sobre o método axiomático euclidiano e, em especial, a superposição ligada à rotação, reflexão e translação, bem como comenta os estudos de Hilbert, sobre a “congruência de segmentos”, entre outros.

No caso do livro didático a ser considerado, o texto sobre a congruência de triângulos, consta da geometria dedutiva e trata de quatro casos de congruência

(p.196-206), no volume de sétima série. O que se observa é que, ao tratar de congruência, os autores em nenhum momento discutem ou levantam a questão do movimento na Geometria, mais especificamente se tratando da superposição que pode dar-se por esses movimentos.

Quando temos dois triângulos que são como imagens refletidas no espelho, ou seja, para que eles coincidam, por superposição, é preciso “virá-los”, ou seja, efetuar um giro e retornar à posição inicial. Mas o que isso quer dizer é que ao efetuarmos esse movimento, consideramos que existe uma outra dimensão, ou que temos um espaço tridimensional.

A superposição de figuras é um conceito a ser comentado, sendo este considerado uma forma importante de demonstrar teoremas da geometria. O critério de igualdade de figuras ou congruência se fundamenta na superposição.

Visualmente, podemos considerar o caso Lado-Ângulo-(Lado) ou L-A-L, um exemplo de caso em que se verifica a congruência de triângulos, ao que se refere a igualdade de triângulos (p. 200, vol. sétima série).

Alguns triângulos coincidem por movimentos de translação e/ou por movimentos de rotação. Mas o que podemos observar é que falha, neste caso, em que os triângulos podem coincidir por reflexão.

No estudo dos movimentos, a importância da visualização através de figuras ou mesmo de construções geométricas, precisam ser retomados.

Mas, qual é o significado exato da operação ou do movimento? Como pensamos ser mais adequado tratar, mover uma figura? É preciso compreender os variados critérios da noção de congruência, e a função desempenhada por este movimento, no desenvolvimento do pensamento geométrico ou nas idéias essenciais da Geometria. É isso que nos move e aponta como norte uma necessária conceituação, mais discutida, elaborada neste processo, conjecturando e levantando hipóteses, para assim proporcionar melhor desenvolvimento do processo ensino/aprendizagem, que seja mais significativo para os alunos, para o trabalho com os conteúdos de Matemática.

Destacamos a importância da competência profissional do professor. O necessário pensar sobre o que e como ensinar deve ser constante na sua prática pedagógica, conforme Cury, (2001, p.40). O professor necessita ser competente, e isso significa bem mais que conhecer, e demonstrar seu compromisso com

aquilo que ensina, estando atualizado, participando de eventos e realizando pesquisas, é o que constata a autora supra citada, na página 41.

CAPITULO IV

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao tecermos nossas considerações finais, inicialmente destacamos que a revisão bibliográfica desvelou a existência de alguns estudos relativos ao assunto da pesquisa, tanto em relação às questões pedagógicas como em relações as questões epistemológicas, que logicamente, fazem parte dos necessários conhecimentos de um professor de Matemática.

A partir dessa revisão bibliográfica, ficou evidente que o conteúdo Simetria (reflexão,translação,rotação) está presente nos currículos escolares.

Como apoio à nossa tentativa de responder aos questionamentos pertinentes ao objeto da pesquisa que constam da parte inicial deste trabalho, fez-se necessário olharmos para os cadernos de alunos e para os diários de classe de professores de uma escola, de quinta a oitava série, da disciplina de Matemática, no ano de 2004, localizada na região Oeste do Paraná, além de uma breve análise do livro didático adotado para a disciplina de Matemática.

A pesquisa evidenciou a presença dos conteúdos de Simetria nos cadernos de alunos e diários de classe de professores. No entanto, constatamos que esta é ainda muito incipiente, sendo tratada de maneira muito tímida em sala de aula na escola, e também pelo livro didático de Matemática, utilizado pelos professores e alunos, em 2004.

Ainda temos lacunas na formação dos professores, tanto inicial quanto continuada, o que pode ser constatado pelos depoimentos dos mesmos no grupo focal, e ainda “são poucos livros que trazem esse conteúdo”. Se, por um lado, a falta de domínio de alguns conhecimentos geométricos pode ser uma das causas do conteúdo incipiente encontrado em cadernos de alunos e diários de classe dos professores, acreditamos que a Matemática, dentro da sua especificidade, no campo próprio, traz consigo a relação com outras áreas do conhecimento, que é significativa e intensa, podendo ser assim melhor validado e justificado seu ensino. O tênue despertar dos educadores para a possibilidade de relacionar outras áreas como a Física, a Química, a Biologia, a Arqueologia, e as Artes, a

Cristalografia, trariam para esta Matemática e para professores e alunos benefícios, no processo ensino/aprendizagem.

No decorrer da realização do grupo focal, com os quatro professores da escola, no ano 2004, que ministraram a disciplina de Matemática, ficaram claros, entre outros, que os seus referidos cursos de licenciatura, não contemplaram muitos dos assuntos que devem ser trabalhados em sala de aula, no Ensino Fundamental e Médio.

Em relação aos conteúdos de Simetria cuja abordagem consta nos cadernos dos alunos, podemos afirmar:

- foi possível verificar 22 cadernos de alunos de quinta a oitava série, relativos ao ano 2004, na disciplina de Matemática que os conteúdos de simetria se fazem presentes, principalmente nos cadernos de duas turmas de quinta série;

- são em número de quatro os profissionais que estiveram desenvolvendo trabalhos em sala de aula no ano pesquisado, com onze turmas;

- a presença de atividades desenvolvidas pelo professor sobre o conteúdo de simetria, trouxe contribuições, pois foi possível fazer algumas considerações sobre as diferentes ferramentas utilizadas como na construção das faixas decorativas, possibilitando o uso da régua sobre a malha quadriculada, explorando o movimento de translação, ou seja, o deslocamento do motivo ou padrão.

- temos ainda, atividades desenvolvidas em sala de aula como um questionário, com perguntas e respostas sobre o assunto simetria.

- os trabalhos sobre a malha quadriculada, como o traçado dos eixos de simetria sobre o desenho das figuras geométricas, entre as quais, o retângulo o triângulo e o quadrado.

- o movimento de reflexão, usando algumas letras do alfabeto V, F, A, C, desenhadas sobre a malha quadriculada, desenhando como se uma imagem em um espelho plano;

- na sexta série há no estudo dos números inteiros, uma ligeira relação com a Simetria, quando o assunto é “número opostos ou simétricos”;

- eixo de simetria, movimento de reflexão, movimento de translação, são conteúdos que aparecem nos cadernos dos alunos, de duas turmas de quinta série;

Nos diários de classe dos professores:

- a organização dos quatro professores nos seus diários de classe em que mantiveram seus registros diários, é aparentemente satisfatória;
- ocorreram registros dos conteúdos de Simetria, nos diários de classes das quintas séries e da sexta série;
- o uso de malhas quadriculadas, faixas decorativas, atividades com perguntas e respostas sendo dadas de forma pessoal, nos mostra de forma aparente que os professores vêm utilizando-se de outros recursos para efetivar o processo ensino/aprendizagem.

Durante a realização do grupo focal, algumas inferências foram constatadas pela pesquisadora, entre elas os professores assinalaram que:

- há necessidade da existência de um planejamento desenvolvido no coletivo pelo grupo de professores de Matemática;
- a formação contínua e permanente dos professores é urgente e necessária;
- há falta de diálogo entre os professores de Matemática na escola;
- há necessidade do retorno do pesquisador, em outros momentos, para posterior organização e apoio a um grupo de estudos;
- o grupo é heterogêneo, isto se constata pela diversidade da formação superior, inclusive;
- ainda com relação à formação superior, dois deles tem duas formações superiores;
- a participação de todos os integrantes do grupo foi satisfatória para o moderador/pesquisador, pois foi possível colher elementos para sua pesquisa.

Com relação aos livros didáticos utilizados por professores e alunos no ano de 2004, abordam de maneira elementar e desconectada o assunto. Dizemos desconectadas, pois, podemos citar, não há relações claras entre os movimentos de rotação, reflexão e translação com a noção de congruência.

Durante a realização do grupo focal, constatou-se que no ano de 2004 as aulas de Matemática eram em número de três horas/aulas/semanais e que neste mesmo ano, o número de aulas da disciplina de Desenho Geométrico era de duas/horas/aulas/semanais. Atualmente, essa disciplina não existe mais no currículo da escola. Esta constatação nos remete à possibilidade de que o

conteúdo de Simetria poderia ter sido trabalhado nas aulas de Desenho Geométrico. Porém, a falta de tempo hábil para tais comprovações, e as dificuldades no resgate de documentos, impedem-nos de fazer tal verificação.

Queremos destacar de forma especial os efeitos que o desenvolvimento dos trabalhos relativos ao desenrolar deste projeto de pesquisa trouxe para o amadurecimento pessoal e profissional do pesquisador. Houve crescimento pessoal e profissional. No constante (re) elaborar do trabalho de pesquisa passa por inferências face ao amadurecimento que pensamos ter alcançado que nos possibilitaram re (fazer) repetidas vezes a mesma frase ou parágrafo do texto. Compactuamos com a idéia de que a ciência de forma geral vai sendo (re) elaborada nas relações que os homens e mulheres vão estabelecendo pelo seu trabalho e pelas suas necessidades. E a ciência Matemática não está alheia a esse processo. Consideramos muito positivo o resultado de olhar para um trabalho de pesquisa que construímos, e que estará sempre inacabado.

A simetria reproduz, repete as formas ou os padrões. A mente humana é atraída por esta beleza. Porém nos fazem falta: as surpresas, o diferente, o inusitado, o que está fora dos padrões. Façamos um exercício mental, tratemos de ir além...

Os desafios para novos rumos nesta pesquisa ainda são intensos, podemos citar a formação de professores, ou seja, o próprio acompanhamento do grupo de professores. Há necessidade urgente de investir de forma muito incisiva na formação dos professores em exercício Ou ainda, o uso dos recursos tecnológicos nas aulas de Geometria, e de forma mais específica, da Simetria. Entre outros podemos citar uma pesquisa mais detalhada dos e nos livros didáticos de Matemática tanto os atuais, como o contraponto entre os livros atuais e os livros antigos. Pensamos que o aluno pode ser objeto da pesquisa, pois em nossa participação na pesquisa, o pesquisador não teve contato com os alunos a não ser na entrega dos cadernos.

O presente trabalho foi organizado por uma professora/pesquisadora, mas é dirigido para todos que se interessem pela Simetria. Espero que seja útil e compreensível para todos.

Lins (1999) nos deixa uma questão:

a chave deste processo me parece ser a intenção: em que mundo vivemos e que mundo queremos construir? É a partir desta questão – que é uma só, sem partes – que podemos articular nossa reflexão e nossas escolhas (LINS, 1999, p.94).

Com certeza a escola que queremos e que desejamos para nós e para os nossos filhos e netos, onde professores e alunos estejam pensando e trabalhando pela vida e pela dignidade, oportunizando a todos, através do conhecimento, um sinal de esperança.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AUTORES. Disponível em <https://www.planalto.gov.br/cd_09/Cat_Autores.htm>. Acesso em 30 dez 2005.

BARBOZA, R.M. **Descobrimdo padrões em mosaicos**. São Paulo: Atual, 1993.

BICUDO, M.A.V. (org.) **Pesquisa em educação matemática: concepção e perspectivas**. São Paulo: IME-USP, 1996.

BICUDO, M. A. V. e GARNICA, A. V. M. **Filosofia da educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

BIEMBENGUT, S. E SILVA, V.C. Ornamentos versus criatividade; uma alternativa para ensinar Geometria Plana e Simetria. In: **A Educação Matemática em revista**, SBEM, nº . 4, p.39-44, 1995.

BONGIOVANNI et al. **Matemática e vida**. Números, medidas e geometria. São Paulo: Ática, 2002.

CALVINO, Í. **Seis propostas para o próximo milênio**. São Paulo: Companhia das Letras, 1999.

CARVALHO, D. L. **Metodologia do ensino da matemática**. São Paulo: Cortez, 1992.

CASTRO A. R. e CARVALHO, A. M. P. (org). **Ensinar a ensinar: didática para a escola fundamental e média**. São Paulo: Pioneira, 2001.

CIFUENTES, **A linguagem visual na matemática**. CD-ROM dos Anais da XI CIAEM – Conferência Inter-Americana de Educação Matemática. Blumenau, 2003.

_____ Fundamentos estéticos da matemática: da habilidade à sensibilidade, In: BICUDO, M. A.V., **Filosofia da educação**: concepções e movimento. Brasília, Ed. Plano, 2003, p.59-79.

CROWE, D. W., THOMPSON, T.M. Os usos modernos da Geometria, In: LINDQUIST, M. M. SHULTE, A., (org.): **Aprendendo e ensinando geometria**. Trad. Hygino Domingues São Paulo: Atual, 1994, p.133 -136.

Currículo Básico para a Escola Pública do Estado do Paraná. Curitiba, Gráfica Oficial do Estado, 1992.

CURY. H. N. **Formação de professores de matemática**: uma visão multifacetada. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2001.

D 'AMBRÓSIO, U. Desafios da educação matemática no novo milênio. **Educação Matemática em Revista**, SBEM, São Paulo, n.11, p.14-17, dez. 2001.

_____ **Educação matemática**: da teoria à prática. São Paulo: Papirus,1996.

ESTUDOS COMPLEMENTARES - AVA 2000: análise da resolução de questões de matemática/Secretaria de Estado da Educação. Diretoria Geral, Núcleo de Informações Educacionais. - Curitiba: SEED/DG, 2002.

EXPRESSARTE. Disponível em
<[http://www.comex.com.mx/ECOMEX/traduccion/contenidos.nsf/\(\\$DocTos\)/3144E DD572B75D4E86256CB0006C70CD?opendocument](http://www.comex.com.mx/ECOMEX/traduccion/contenidos.nsf/($DocTos)/3144E DD572B75D4E86256CB0006C70CD?opendocument)>. Acesso em 30 dez 2005.

FARMER. D. W. **Grupos e simetria**: Um guia prático para descobrir a matemática. Lisboa: Gradiva, 1999.

FERREIRA, S.S.C. **Simetria: fenômeno e metodologia**. Dissertação de Mestrado. Rio Claro, Unesp,1996.

FLICKR – PHOTOS FROM 21GUILHERME. Disponível em <www.flickr.com/photos/21gulherme>. Acesso em 30 dez 2005.

FUNDAÇÃO EDITORA DA UNESP. Disponível em: <<http://www.editoraunesp.com.br>>. Acesso em: 12 mai. 2005.

GATTI, B. A. **Grupo focal na pesquisa em ciências sociais e humanas**. Brasília: Líber Livro Editora, 2005.

GERDES, Paulus. Sobre o despertar do pensamento geométrico. Curitiba. Editora da UFPR, 1992.

IMATICA. A Matemática Interativa na Internet. Disponível em: <www.Matemática.br>. Acesso em: 14 mai. 2005.

KOLODY, H. **Sinfonia da vida**. Rezende, T.H. (org). Curitiba: Posigraf, 1997, p.39

LIBLIK, A. M. P, **Cultura científica e cultura humanística**: uma possível mediação por meio da imagem. Tese de doutorado. USP. SP 2001.

LINS, R. C. Por que discutir teoria do conhecimento é relevante para a Educação Matemática. In: BICUDO, M. A. V. (org) **Pesquisa em educação matemática: concepções & Perspectivas**. São Paulo: UNESP, 1999. p. 75 - 94.

LOPES, M. L. L; NASSER, L. **Geometria**: na era da imagem e do movimento. Rio de Janeiro: UFRJ, 1996.

LORENZATO, S. Por que não ensinar Geometria? In: **A educação Matemática em revista**, SBEM, nº . 4, p.3-4, 1995.

MABUCHI, S. T. **Transformações geométricas** - a trajetória de um conteúdo não incorporado às práticas escolares. Dissertação de Mestrado, São Paulo: PUC/SP, 2000.

MACHADO, N. J. **Epistemologia e Didática**: concepções de conhecimento e inteligência e prática docente. 3ª edição, São Paulo: Cortez, 1999.

MEGA, E. **Ensino/aprendizagem da rotação na 5ª série**: um estudo comparativo em relação ao material utilizado. Dissertação de Mestrado, São Paulo: PUC-SP, 2001.

MINISTERIO DE MEDIO AMBIENTE. Disponível em <www.mma.es/parques/lared/caldera>. Acesso em 30 dez 2005.

MIORIM, M. Â. **Introdução à historia da educação matemática**. São Paulo: Atual Editora, 1998.

MURARI, C. Espelhos, caleidoscópios, simetrias, jogos e softwares educacionais no ensino e aprendizagem de geometria. In: BICUDO, M. A. V; BORBA, M. (org) **Educação matemática**: pesquisa e movimento. São Paulo: Cortez, 2004, p.198-212.

OCHI, F.H. et ali **O uso de quadriculados no ensino da geometria**. São Paulo: IME-USP, 1997.

PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS, Volume três - Matemática. Brasília: MEC, 1997.

PATTERN. *Lesson 7 Art part. Escher*. Disponível em: <www.dartmouth.edu/symmetrywork45.gif>. Acesso em: 25 ago. 2005.

PONTE, J. P. *et al.* **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

RIPPLINGER, H. M. G. Simetria: o homem na busca da ordem e da regularidade. In: **Revista PRO-MAT PARANÁ**, Curitiba: n. 1, dez.1998, p. 20-22.

Revista Agulha de ouro, Editora Nova Cultural, Ano 6 nº . 64, nov./2001. p. 45- 49

Revista Crochê dos Açores, São Paulo, Editora Abril, 1998. p. 5

ROHDE, G. **Simetria**. São Paulo: Hemus, 1982.

TANCREDI, M. S.P., et al. Os cadernos dos alunos e a aprendizagem da matemática. In: **Educação matemática em revista**. SBEM, ano 08, n. 11, dez./2001, p.26-33.

TUDO DE BOM. Disponível em <www.posso_ficar_aqui.blogspot.com.br>. Acesso em 30 dez. 2005.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ. Departamento de Matemática. Disponível em: <www.dma.uem.br/simetrias>. Acesso em: 15 jun. 2005.

VALENTE, W., A disciplina Matemática: etapas históricas de um saber escolar no Brasil. In: OLIVEIRA, M.A.T., RANZI, S. M. F., (organizadores) **Histórias das disciplinas escolares no Brasil: contribuições para o debate**. Bragança Paulista, EDUSF, 2003. p. 217-233

WEYL, H. **Simetria**. Trad. Victor Baranauskas - São Paulo: Edusp, 1997.

ANEXOS

RELATÓRIO DA FITA DE VÍDEO GRUPO FOCAL COM OS PROFESSORES

O grupo focal foi realizado na sala dos professores da escola, contando com a participação de quatro professores de Matemática do ano de 2004 e ainda a pesquisadora, além da pessoa que estava operando a câmara de vídeo. O horário foi no intervalo das aulas da tarde com as aulas do período noturno. Estávamos sentados ao redor da mesa. O início dos trabalhos deu-se com a pesquisadora expondo os objetivos da realização do grupo focal.

Moderadora: *Uma conversa, o dia de hoje é uma conversa por que a gente vai conversar? Por que a Heliane quer conversar com os professores de Matemática? Porque eu fiz um... dei uma olhada digamos, nos cadernos de Matemática dos alunos do ano de 2004 e também os diários de classe dos professores, né. E o meu trabalho de mestrado é olhar a simetria. Então eu olhei especificamente o conteúdo de simetria. Então o que a gente vai conversar hoje é sobre isso, Eu não vim aqui pra impor, contrapor nem pra discutir, mas sim ter uma conversa com os professores sobre simetria, Nosso objetivo é esse quero que vocês se sintam bem à vontade pra expor suas idéias as sua práticas o que vocês vem fazendo perguntar alguma coisa.*

Minha função é de facilitadora, moderadora, né de suscitar as discussões e suscitando o grupo não fique mudo, mas vá se colocando, se posicionando. Então eu gostaria, para que a gente pudesse registrar depois, o seu nome, a formação e o tempo de trabalho na disciplina.

A seguir cada professor apresentou-se, falando seu nome, o tempo de trabalho na disciplina e ainda a sua formação superior.

Professor A: *trabalho com Matemática há 12 anos, formação superior em Ciências.*

Moderador: *E a professora (disse o nome da professora) tem outra formação...*

Professora A: *e também a parte Teológica. Gosta de muito do mundo moda (risos) e vou fazer vestibular para Moda.*

Professor B: *Professor... (disse seu nome e sobrenome). Professor de Matemática dando aula de Matemática, há 15 anos, minha formação é em Ciências com habilitação em Matemática, e também em Educação Física. E trabalho no magistério já, como professor, há 30 anos.*

Professor C: (risos) (disse seu nome completo) *É o segundo ano que estou começando na área de Matemática. Estou fazendo faculdade no terceiro ano do curso de matemática com ênfase em informática.*

Professor D: (disse seu nome), *Minha formação, também é na área de Ciências, trabalho há cinco anos. E estamos aí...(risos)*

Moderadora: *E fazendo outro curso?*

Professora D: *primeiro ano do curso de Direito.*

Iniciamos com a pergunta do que vem à mente deles quando se fala em simetria e, a partir disso percebemos, que aparentemente, aos poucos, a conversa fluiu de forma satisfatória.

Moderador: *O assunto nosso seria a simetria, né, o olhar da simetria no caderno do aluno, do livro didático, O que vocês, por exemplo, quando falam a palavra simetria, quando pensam sobre simetria, o que vem na cabeça de vocês o que conhecem, o que trabalham, o que tem no livro.. O que eu olhei? Eu olhei se o conteúdo simetria está presente, tem simetria no caderno do aluno? Tem. Então foi isso que eu olhei. Em 2004 usaram o livro do Bongiovani. O assunto simetria o que teríamos a dizer? Lembram algumas coisas, o que trabalharam? Alguma coisa que pudéssemos começar a falar sobre simetria.*

Um dos comentários da **professora A** foi de que:

“Ministrar esse conteúdo de simetria me parece que a princípio fácil, só que não é isso que a gente constata a medida que a gente vai trabalhando com os alunos. Porque parece que é difícil eles entenderem a palavra a simetria que dá para falar de simetria só a partir de um eixo. E tem que se levar em consideração esse eixo, e eles se confundem um pouco, por que quando dá a impressão que é simétrico, né e eles não chegam a verificar mesmo o que é essa distância entre, do eixo.(pausa)

Moderadora: *E você poderia falar do seu trabalho com simetria:*

Professora A: *A simetria encima da arte, trabalhar com faixas decorativas, assim perceber nos quadros, nas figuras, o que é simétrico e o que não é simétrico, então tá bastante relacionado com a parte da Educação Artística, mesmo”.*

Professora A: *“Usei bastante o livro do, do... (não lembrou do nome).*

Moderadora: *Imenes?*

Professora A: *Imenes.*

Moderadora: *Encontrei esse conteúdo mais na quinta série. Esse conteúdo aparece em outras séries? Bem, nesse assunto hoje, vocês viram isso, esse conteúdo quando falamos da simetria, vamos ver esses conteúdos aonde?*

O **professor B** levantou com aparente franqueza sua situação e comentou:

“Eu, eu vou ser sincero, não me lembro de ter estudado na faculdade. Não me lembro específico isso aí. Mas aí pra ser bem sincero, também assim, olha... A gente tem essa formação, mas o padrão é ciências você sempre era obrigado a pegar aulas de Ciências, você lembra? Às vezes pegava aulas de Matemática muito difícil pegava mais Física, o que sobrava, né a gente sempre ia catando, catando as aulas pra formar para fechar às quarenta horas e Matemática mesmo para ser sincero eu quase não trabalhei mais é Física, Educação Física Enfim e eu não me lembro de ter trabalhado com alunos esse conteúdo se pegar os cadernos dos alunos, não trabalhei especificamente a simetria”.

Moderadora: *poderíamos dizer você não trabalhou esse conteúdo, não tem problema. E o que você acha, considera esse assunto é importante? Por que é importante, onde ele aparece em que situações, o que é simetria, ajuda ou atrapalha digamos assim existem situações do dia a dia, a vida real, algumas coisas que poderíamos dizer como exemplo que ajudaria, no caso.*

Pausa e risos por parte dos professores A,B,C, D.

Professora A: *Nas construções...*

Professor B: *A gente trabalha isso com os alunos em Desenho Geométrico, mas não na, no desenho ele faz isso, a gente faz a gente vê as construções, mostra tudo isso aí mas não falando especificamente isso...*

Moderadora: *Então você faz isso... Mas não fala que o nome disso é...*

Professor B: *Então, mas...*

Moderadora: *Então no Desenho Geométrico, se você desenha uma figura, constrói um quadrado e ele fica “torto”, como você descobre isso só de olhar? Então a questão da simetria é presente?*

Professora A: *Em alguns casos, é fundamental se não for não vai funcionar exemplo: navio, avião. O avião se não for simétrico não voa, o navio se não for simétrico...(deixou a frase sem complemento).*

A **professora C** lembrou que trabalhou os números opostos ou simétricos na reta numerada e disse:

“A questão que a gente comenta bastante a respeito dos números inteiros, né, e os números naturais sempre que a gente relaciona a simetria na reta numérica, né então se coloca o ponto cinco e o menos cinco, a questão da distância eles são simétricos. Então sempre assim a parte que eu trabalhei mais foi a parte, a questão da reta numérica com os alunos.

(Pausa)

E então andei olhando o conteúdo de simetria, mas é pouco livro que traz assim o conteúdo propriamente dito (pausa).Então a gente trabalha é como o professor disse não simetria propriamente dita, mas está envolvendo.

Então o que foi interessante esse ano tinha uma questão na prova da Olimpíada da Matemática que envolvia simetria, aí o aluno perguntou:- professora, o que é simetria? Aí eu retomei com ele na reta, ó lembra quando a professora falava simétrico por causa disso e disso... Dá pra perceber mas trabalhar os eixos...

Pela fala da professora podemos constatar que o assunto encontrado na sexta série sobre números opostos ou simétricos, provavelmente tenha sido trabalhado por ela em sala de aula. A professora C lembrou de um fato que aconteceu no Brasil que foi a Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas - 1ª Fase em 16/08/2005 era composta de 20 questões de Matemática, onde as questões de número 2 e 14 tratavam sobre simetria. O que pode, a princípio, denotar a importância do conteúdo a ser trabalhado em sala de aula.

Outro recorte da fala da **professora C:**

“Eu me acho pouco conhecedora do assunto, me lembro vagamente (risos) das aulas da professora... Lá da sétima série que a gente fazia no papel aqueles né, as faixas decorativas, as gaitinhas, então tudo é simétrico uma figurinha pra

ela se encaixar. Tenho bastante trabalhinho no meu caderno nosso de sétima série foi assim... é uma coisa que esses dias tava olhando. Vi num livro, ah vou trabalhar aonde fazia pintura assim, construindo simétricos, os pouquinhos a gente vai pegando, mas é pouca coisa. Teria que me aprofundar mais no assunto”.

Complementou dizendo que recordava da sua vida escolar, na sétima série, a sua professora, e isso deve fazer em torno de 10 anos, trabalhou com recortes e dobraduras, segundo ela fazendo “gaitas” no papel, fazendo faixas, e também trabalhou com pinturas, ela lembra que isso está anotado em seu caderno de Matemática.

Professor B: *Em Física, Heliane, em Física a noção de gravidade alguma coisa, mas não falando, falando eixos,*

Moderadora: *do equilíbrio...*

Professor B: *É do equilíbrio, na Matemática a gente fala, como a (nome da professora) falou nos números simétricos assim...*

Moderadora: *Quando trabalha assim, você lembra de alguma coisa que poderia usar como simetria quando você mostra a parábola, tem alguma noção, alguma coisa...*

Professora D: *Tem.*

Monossílabos, sem condições de transcrição.

Moderadora: *Quando você dobra as partes se sobrepõe...*

A **professora C** lembrou:

“Nos sólidos de rotação, (fez um movimento, como um giro, com as mãos) a gente vê isso”... A professora C com este simples gesto nos reportou aos sólidos de revolução, ou seja, os sólidos formados pela rotação de figuras planas.

Professora D: *Ah! A Geometria...*

Moderadora: *Isso! Viu parece que não fez nada, mas quando a gente vai lembrando ... Uma coisa que tenho consciência do trabalho que eu fiz foi assim eu olhei o caderno e o caderno não dá o movimento. Mas quando o professor pegou fez esse movimento com as mãos (gizou o livro) ele mostrou a rotação, o aluno não anotou esse movimento, mas o professor oralmente com um gesto, ele fez ele ensinou, ele demonstrou a rotação. Aquilo que a (nome) falou. Na Física a gente não fala o termo, a propriedade, mas a gente de certa forma trás. Mas que bom*

que você (nome), lembrou de algumas aulas de Matemática... E a questão do livro também é bem pertinente que a (nome da professora). E quando a (nome) coloca não é todo o livro que tem, que traz o...Me faz lembrar um pouquinho agora a congruência dos triângulos . Se você lembrar da congruência dos triângulos, então o que a gente encontra a gente gira, a gente vira e o triângulo aparece.

Professor B: *Na Olimpíada de Matemática tinha umas questões assim sobre isso, sobre simetria.*

Moderadora: *A gente tem dificuldades, a gente não conhece o assunto. Eu queria dizer assim digamos que a gente propusesse trabalhar algumas coisas que a gente estudou, pesquisou.*

Meu compromisso de devolver para escola aquele pouco que eu sei eu tenho que devolver, então...

Professora A: *Quero lembrar o livro do Dante...*

Moderadora: *A (nome da professora) lembrou da simetria e a arte, será que a Matemática pode mostrar esse lado assim, da simetria e a arte?*

Professora C: *Acho que pode. Tem aquela fita lá. A Matemática e a Música, Matemática e a Arte, tudo. Mas as pessoas, a gente não consegue enxergar...*

Moderadora: *Qual fita? De vídeo?*

Professora C: *Não... Donald no país da Matemática.*

Moderadora: *Ah! Sim.*

Professora A: *Tem bastante coisa a ser trabalhada, tem muita coisa pra ser estudada. Bem lembrado. Ela fala lá também quando o pato Donald quer entrar no pentágono, aí ele não consegue, ele coloca a simetria, o corpo humano é simétrico, e diz que:*

“nem todos podem ser simetricamente perfeitos”. (risos)

Professora C: *Simetria perfeita.*

Moderadora: *(fazendo gesto, passando a mão pelo rosto no sentido vertical). As pessoas as duas partes exatamente iguais a simetria bilateral não só no corpo humano, mas também os animais.*

Professora A: *Como o passarinho iria voar se ele tivesse somente uma asa?*

Professora D: *Quando você falou da Matemática e a arte, eu lembrei da confecção de mosaicos, né*

Moderadora: *Isso, bem lembrado.*

Professora D: Onde você aplica bastante simetria, tem que tá um bem ó com o outro, né senão... (fez um gesto com a mão, mexendo para os lados)

Professora C: É importante comentar mais sobre simetria, senão o aluno sai da escola.

Moderadora: Quem sabe a gente não explore tudo... Mas temos esse compromisso da Geometria e a Simetria vem associada a beleza, a perfeição.

A gente precisa ver.

Professora A: As faixas decorativas, as dobraduras, outras disciplinas e a interação da simetria com várias outras disciplinas, não só da matemática, mas também outras como Arte, Arquitetura, Física, A Biologia, que a gente está falando do corpo humano, todos os animais possuem a simetria bilateral, as plantas muito mais. A própria natureza, os galhos, as flores, esse contato das crianças com essa parte é bem útil, bem eficaz. Até motivador, acho...

Moderadora: Vocês lembram se no ano passado, no planejamento tinham o assunto Simetria...

Professor B: Tinha sim.

Moderadora: Quantas eram as aulas de Matemática?

Professor B: Eram três.

Moderadora: Só? E tinha Desenho Geométrico?

Professora C: Sim. Duas aulas.

Moderadora: Ah! Então eram cinco aulas.

Professor B: E agora é só quatro.

Moderadora: E quem era professor de desenho Geométrico ano passado?

Professor B: Eu. Trabalhei mais construções, assim.

Professora C: Eu também tinha uma sétima série. Trabalhei mosaico assim.

Moderadora: E o ponto médio, a própria circunferência, o giro, o ângulo, a rotação, a translação, a reflexão, eles estão implícitos, na verdade. Fica na retaguarda do espetáculo, mas é importante também.

Moderadora: E a questão metodológica, do encaminhamento dos conteúdos de simetria, é importante?

Professora A: Uma pasta, uma dobradura, uma reta numerada, é importante, usar outros recursos, eu não sei, acho que a gente aprende, mas não sabe fazer sempre as relações enquanto você não conseguir outras, é porque você não

entendeu bem. O aluno também quando ele começa a fazer ligações você pode dizer que ele tá aprendendo, né.

Professora C: *è uma questão de diversificar as aulas, na sétima série por exemplos polinômios, monômios, enche, né...*

(Fizeram comentários sobre esse ano de 2005, alguns acontecimentos em sala de aula. Os professores comentaram sobre as suas dificuldades ao trabalharem com os alunos em sala de aula).

Professor B: *A gente já conversou sobre isso na reformulação dos conteúdos, por que a gente sempre trabalhou equações de segundo grau sempre na oitava, por quê? E a álgebra, na sétima, polinômios?*

Professora A: *E agora com a mudança da grade, a preocupação deve ser com o próprio conteúdo, tentar focar o que é prioritário, onde e quando e com que intensidade, se não vamos se perder, se com cinco aulas não dava conta, imagine agora com quatro, quer dizer é uma aula a menos...*

(Neste momento, na escola estava-se discutindo a carga horária e a grade das disciplinas, ano 2005).

Professora A: *Sabe o que falta pra nós, professores, é um planejamento coletivo. Sei, assim, eu percebo parece que há uma preocupação exagerada, dos dias letivos e não se faz uma reunião. Vem pra casa e vai embora, a gente não se fala o que o outro tá trabalhando, as experiências que deram certo o que deu errado e que você não conseguiu, e que você fica se martirizando que não deu certo. São questões que precisam ser revistas mesmo. Planejar mesmo. Replanejar. Vai mais alguma aula, mas aquilo que você colhe é mais completo.*

Professora C: *A questão também é a seguinte, nós duas (indicando a professora D) somos contratadas, então a gente pega o bonde andando, o planejamento pronto. Aí também tem essa questão, quando a gente entra já tem semanas de aula então tem que correr atrás do prejuízo.*

Professor B: *É que a escola não para pra esses momentos. Acha uma perda de tempo e não é. O professor na sala de aula, as carteiras, tudo ali, certinho, não houve uma mudança ainda. Os alunos não podem estar conversando, o aluno andando no pátio, pesquisando, o professor deixou os alunos fazendo isso, (bagunça) falta domínio.*

As professoras relataram suas experiências sobre uma aula de oficina do ano 2003, foi na quinta e sexta série, uma aula semanal, como não tem relação com o que comentamos, não transcrevemos.

Professora C: *Deve haver uma reformulação, do diferente...*

Professora C: *O que você colocou é criar uma expectativa para a próxima aula... E nem sempre a gente consegue isso...*

Professor B: Os alunos falam: *“aí de novo...”, “porque você não ficou em casa hoje, professor?”*

Professora C: *Gosto muito da parte da história da Matemática.*

(pausa). Até contava pros alunos do Teorema de Pitágoras, sobre as cordas, os nós, pois eles não tinham medidas. Muitas vezes falo aos meus alunos, tá esse conteúdo não fomos nós que inventamos agora. Tinha gente que se utilizava esse conhecimento. Colocar uma utilidade, uma Matemática mais prática pro aluno, de que adianta seno, cosseno, tangente pro aluno se ele não sabe onde vai usar...

O **professor D** foi o mais silencioso, apenas pequenos gestos e monossílabos, e ainda lembrando dos mosaicos. Os professores comentaram sobre os livros didáticos que alguns exercícios se repetem em vários deles.

Professora C: *É muito raro encontrar um livro de história da Matemática. (pausa)*

Na escola não tem nem O Homem que calculava, eu nunca achei pelo menos. O aluno até por uma questão de quem gosta de ler, não tem muita opção.

Concluimos o grupo focal com uma proposição dos professores de trabalhar como grupo de estudos o assunto simetria, enfocando uma metodologia e o conteúdo (necessidade de definições), conforme disse um professor “começar do começo”.