ADRIANA APARECIDA DAMBROS

O CONHECIMENTO DO DESENVOLVIMENTO HISTÓRICO DOS CONCEITOS MATEMÁTICOS E O ENSINO DE MATEMÁTICA: POSSÍVEIS RELAÇÕES

Tese apresentada como requisito parcial à obtenção do grau de Doutora em Educação, Curso de Pós-Graduação em Educação, Setor de Educação, Universidade Federal do Paraná.

Orientadora: Profa. Dra. Maria Tereza Carneiro Soares

CURITIBA

2006

ADRIANA APARECIDA DAMBROS

O CONHECIMENTO DO DESENVOLVIMENTO HISTÓRICO DOS CONCEITOS MATEMÁTICOS E O ENSINO DE MATEMÁTICA: POSSÍVEIS RELAÇÕES

Tese apresentada como requisito parcial à obtenção do grau de Doutora em Educação, Curso de Pós-Graduação em Educação, Setor de Educação, Universidade Federal do Paraná.

Orientadora: Prof. Dra. Maria Tereza Carneiro Soares

CURITIBA

2006

TERMO DE APROVAÇÃO

ADRIANA APARECIDA DAMBROS

O CONHECIMENTO DO DESENVOLVIMENTO HISTÓRICO DOS CONCEITOS MATEMÁTICOS E O ENSINO DE MATEMÁTICA: POSSÍVEIS RELAÇÕES

Orientadora: Prof. Dra. Maria Tereza Carneiro Soares
Departamento de Educação, UFPR

Prof. Dra. Maria Ângela Miorim
Departamento de Metodologia de Ensino, FE-UNICAMP

Prof. Dra. Circe Mary Silva da Silva Dynnikov
Departamento de Didática e Prática de Ensino, UFES

Prof. Dra. Tânia Maria F. Braga Garcia
Departamento de Educação, UFPR

Prof. Dr. Carlos Roberto Vianna
Departamento de Educação, UFPR

AGRADECIMENTOS

A Deus pela vida e por me fazer capaz de buscar meus sonhos.

À professora Doutora Maria Tereza Carneiro Soares, pela orientação, pelas críticas e sugestões a este trabalho. Minha eterna gratidão por seu apoio, confiança e amizade.

Às professoras que participaram desta pesquisa, em especial àquela que neste trabalho foi chamada de Edna, pela confiança e boa vontade.

Aos professores e colegas do curso de Pós-Graduação em Educação da UFPR pelo apoio e coleguismo.

Aos Professores Doutores Maria Ângela Miorim e Carlos Roberto Vianna pelas valiosas sugestões dadas na banca de qualificação.

A minha família, em especial ao meu marido, pelo carinho, incentivo e paciência.

Enfim, para não ser injusta esquecendo algum amigo, colega de trabalho ou familiar, não mais citarei nomes, mas agradeço, do fundo do coração, todas as manifestações de apoio, incentivo e toda a ajuda prestada.

Dedico o título de doutora à Sofia Helena que, com o consentimento de Deus, me deu o título mais importante: o de mãe.

SUMÁRIO

RESUMO

Este trabalho pretende contribuir para as investigações sobre a história da matemática no ensino de matemática, ao buscar relações que podem ser estabelecidas entre o conhecimento do desenvolvimento histórico de um conceito matemático, pelo professor, e o ensino do mesmo. Nesse intuito, foi realizado um estudo de caso com uma professora das séries iniciais, em que foi estudado, durante diversos encontros, a história do sistema de numeração decimal e analisado, posteriormente, as alterações ocorridas nas aulas dessa professora. Nessa análise foram tomados como referência os estudos de Piaget sobre as relações entre o pensamento científico e a gênese do conhecimento na criança. Concluiu-se que o conhecimento da historicidade do sistema de numeração decimal, pela professora, mudou a sua forma de compreendê-lo e ensiná-lo, transparecendo, principalmente, na consideração que ela passou a demonstrar pelas formas de pensar dos seus alunos.

Palavras-chave: história da matemática, ensino de matemática, sistema de numeração decimal.

ABSTRACT

This research intends to contribute for the investigations about the history of the mathematics in the mathematics teaching, searching for relations that can be established between the knowledge of the historical development of a mathematical concept, for the teacher, and his teaching. In that intention, a case study was accomplished with a teacher of the initial series, in that it was studied, during several encounters, the history of the numeration system decimal and analyzed, later, the alterations happened in that teacher's classes. In that analysis they were taken as reference the studies of Piaget about the relationships between the scientific thought and the genesis of the knowledge in the child. It was ended that the knowledge of the historicity of the numeration system decimal, for the teacher, changed her form of to understand it and to teach it, appearing, mainly, in the consideration that she started to demonstrate for the forms of thinking of their students.

Key-words: mathematics history, mathematics teaching, decimal number system

RESUMEN

Esta investigación se prepone contribuir para las investigaciones sobre la historia de la matemática en la enseñanza de las matemáticas, al buscar las relaciones que se pueden establecer entre el conocimiento del desarrollo histórico de un concepto matemático, para el maestro, y su enseñanza. En esa intención, un estudio de casos era cumplido con maestro de las series iniciales, en eso se estudió, durante varios encuentros, la historia del sistema de la numeración decimal y analizado, después, las alteraciones pasaron en las clases de ese maestro. En ese análisis, se tomaron como la referencia los estudios de Piaget sobre las relaciones entre el pensamiento científico y el génesis del conocimiento en el niño. Fue acabado que el conocimiento de la historicidad del sistema de la numeración decimal, para el maestro, cambió su formulario de entenderlo y enseñarlo, apareciendo, principalmente, en la consideración que ella empezó a demostrar para los formularios de pensar en sus estudiantes.

Palabras-llave: historia de las matemáticas, enseñanza de las matemáticas, sistema de la numeración decimal.

1 INTRODUÇÃO

Reformas educacionais como a Lei de Diretrizes e Bases da Educação (Brasil, 1996), assim como os Parâmetros Curriculares Nacionais para a disciplina Matemática no ensino fundamental (Brasil, 1997), colocam a necessidade de mudanças no perfil do professor de matemática. Este deve ser um profissional que, dentre outras características, ensine aos alunos uma matemática mais humanizada e concebida como uma ciência em construção. Para isso, esses Parâmetros recomendam que os conceitos sejam abordados historicamente, pois, "...o contexto histórico possibilita ver a matemática em sua prática filosófica, científica e social e contribui para a compreensão do lugar que ela tem no mundo." (Brasil, 1997, p. 20).

Existe uma grande diferença entre o profissional exigido pelas diretrizes e parâmetros e o professor que está em sala de aula e mesmo o professor que está sendo formado. Em relação ao conhecimento histórico, alguns trabalhos mostram que o professor não conhece a história dos conteúdos que ensina, como Prado (1990), Souto (1997) e Dambros (2001). Mesmo em sua formação o professor pouco ou nada vê sobre a história dos conceitos que estuda, apesar das Diretrizes Nacionais para o curso de Licenciatura e Bacharelado em Matemática[1] apontarem que a parte comum desses cursos deve conter conteúdos da História e da Filosofia das Ciências e da Matemática. Alguns cursos de Matemática, no Brasil, ofertam a disciplina de História da Matemática em sua grade curricular, por vezes com outras denominações, seja como uma disciplina obrigatória ou optativa (Silva, 2001). Em cursos de formação para professores de séries iniciais esse tipo de estudo histórico é mais raro. Porém, há cursos de especialização e/ou capacitação para séries iniciais, que se propõem a trabalhar com matemática, nos quais um pouco da história dos conteúdos é trabalhada, no entanto, é questionável a forma como é realizado esse trabalho. Em geral, os "estudos em história da matemática" nas séries iniciais limitam-se a narração de pequenos e superficiais trechos da história dos números naturais.

---

[1] Parecer CNE/CES 1302 de 06/11/2001. Publicado no Diário Oficial da União de 05/03/2002.

Foi relevante, para a pesquisadora, a experiência que viveu em seu curso de Licenciatura em Matemática na Universidade Federal de Santa Catarina (1994-1997) quando, ao iniciá-lo, foi informada que a grade curricular havia sido alterada e, dentre muitas mudanças, não mais haveria uma disciplina chamada História da Matemática, assunto sobre o qual a pesquisadora já tinha interesse. Somente ao concluir o curso e escrever uma monografia envolvendo a história da matemática, questionou a coordenadora do curso sobre a exclusão da disciplina. Esta justificou essa exclusão dizendo que era uma disciplina "pouco proveitosa" pela forma como vinha sendo trabalhada ao longo de cada semestre, ou seja, restringia-se ao estudo de alguns trechos do livro *História da Matemática*, de Carl B. Boyer, os quais eram apresentados na forma de seminários pelos alunos. A equipe de professores que reformulou a grade curricular do curso achou que seria melhor se todos os professores, em suas respectivas disciplinas, tratassem da história dos conteúdos que ensinavam. A proposta era interessante, porém, durante o tempo em que a pesquisadora foi aluna nesse curso isso não ocorreu, com exceção da professora de Cálculo Diferencial e Integral, a qual, para tentar colocar em prática essa proposta, utilizava-se de breves referências históricas na introdução aos conteúdos trabalhados. Sendo assim, salvo essas poucas informações das aulas de Cálculo e de estudos motivados por interesses pessoais, pode-se dizer que os alunos do curso, daquela época, quase nada estudaram sobre a história da matemática.

Durante a elaboração do projeto desta atual pesquisa, relembrando esses fatos, dois foram os questionamentos que surgiram para a pesquisadora: o primeiro é sobre o conhecimento histórico dos conteúdos pelos professores do curso de Licenciatura em Matemática; o segundo é sobre a importância que eles delegavam a esse conhecimento, pois, se conheciam algo sobre a história dos conteúdos que ensinavam pareciam não considerar importante que seus alunos, futuros professores, também conhecessem. É claro que é preciso levar em consideração as dificuldades na implementação de uma proposta de se trabalhar a história juntamente com os conteúdos matemáticos, mas, se os professores estivessem convencidos da necessidade desse conhecimento histórico, algumas outras tentativas de colocar a proposta em prática certamente teriam aparecido.

Pensando que essa experiência vivida pela pesquisadora não é única, que fatos semelhantes ocorreram e ainda estão ocorrendo em outras instituições de ensino, reforça-se a idéia de que, o perfil do professor recomendado em documentos oficiais, conforme foi explicitado no primeiro parágrafo deste texto, parece não condizer com o perfil do professor que está sendo formado. Mas, se mudanças nesse perfil são realmente necessárias é preciso evidenciar essa necessidade, não basta apenas recomendá-las. Se há realmente necessidade do conhecimento histórico pelo professor de matemática, de qualquer nível de ensino, é preciso que pesquisas mostrem isso, para que haja um convencimento também do próprio professor.

Na educação matemática, a valorização do estudo da história da matemática, relacionando-a com o ensino da matemática, ganhou força em diversos países. Exemplo disso são os vários trabalhos e eventos realizados tratando do tema, como algumas publicações do IREM (*Institut de Recherche pour l'enseignement des Mathématiques*) na França, e do NCTM (*National Council of Teachers of Mathematics*) nos EUA. Deste último, há o exemplo da coleção publicada no Brasil com o título, "Tópicos de História da Matemática para uso em sala de aula". Merece destaque, também, o grupo internacional HPM (*Internacional Study Group on the Relations Between History and Pedagogy of Mathematics*)[2], criado em 1976, durante o ICME-3, em Karlsruhe, na Alemanha, e filiado a Comissão Internacional de Ensino de Matemática (ICMI). O HPM tem por objetivo discutir a relação entre a história da matemática e o seu ensino e, com esse propósito, promove encontros em diversos lugares do mundo. Uma reunião desse grupo foi realizada no Brasil, em 1994, na cidade de Blumenau.

Também, no Brasil foi criada em 1999 a SBHmat (Sociedade Brasileira de História da Matemática), que além de publicações promove seminários nacionais sobre o tema. Além disso, nos encontros promovidos pela SBEM (Sociedade Brasileira de Educação Matemática), pesquisas e trabalhos são apresentados envolvendo a história da matemática, inclusive no III SIPEM (Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática), havia um grupo de trabalho cujo tema era

[2] O endereço eletrônico do HPM é: http://www.clab.edc.uoc.gr/HPM . Lá, dentre outras informações, pode ser encontrado um texto sobre a história do HPM, escrito por John Fauvel e Florence Fasanelli.

"História da Matemática e Cultura", coordenado pela Professora Circe Mary Silva da Silva.

Miguel e Miorim (2002) apontam três características principais na trajetória que levou à constituição do que eles chamam de "uma prática social autônoma de investigação em História da Matemática no Brasil". A primeira delas seria o surgimento dos primeiros cursos de pós-graduação, onde disciplinas ligadas à filosofia passaram a ser estudadas, o que não era realizado nos cursos de graduação em matemática. A segunda característica seria o movimento brasileiro em torno da etnomatemática, que coloca a necessidade de um projeto de estudo da história da matemática não eurocêntrica. Finalmente, uma terceira característica seria a influência de pesquisadores alemães que orientaram trabalhos de doutorado de pesquisadores brasileiros nas últimas décadas do século XX.

No *"I Encontro Paulista de Educação Matemática"*, realizado em outubro de 1989 na cidade de Campinas/SP, segundo Miguel e Brito (1996), levantou-se a questão da função do estudo da história da matemática na formação do professor de matemática. E, nas discussões sobre esse tema, concordou-se que a simples inclusão da disciplina história da matemática nos cursos de formação de professores não seria suficiente, sem antes uma ampla discussão sobre o papel da mesma na formação desse profissional. Foi apontada a necessidade de se trabalhar a história da matemática intrinsecamente relacionada com as demais disciplinas do curso e não como uma disciplina isolada, devendo-se "imprimir historicidade às disciplinas de conteúdo específico" (ibid, p.49). Essas idéias remetem novamente à proposta do curso de Licenciatura da pesquisadora e aos questionamentos referentes a sua implementação, levantados anteriormente, em especial à necessidade do professor acreditar na importância do conhecimento histórico dos conteúdos.

Freudenthal enfatiza a importância da história da matemática como parte da bagagem intelectual do professor, proporcionando um conhecimento integrado da matemática, "... integrado porque familiar para o professor e uma cornucópia disponível para o ensino, não escondida em gavetas que só são abertas em momentos pré-estabelecidos." (FREUDENTHAL 1981, p.33, tradução nossa)

Dentre as justificativas apresentadas pelos defensores do estudo da história da matemática pelo professor, há uma insistentemente citada: o professor que conhece a história da matemática compreende a matemática como uma ciência em progresso e construção, como uma criação conjunta da humanidade e não como uma ciência pré-existente, um presente acabado de Deus, descoberta por gênios e por isso incontestável. Alguns pesquisadores vão além, alegando que essas duas concepções da matemática, além de poderem ser determinadas pelo conhecimento histórico, influenciam diretamente a prática pedagógica do professor. Ferreira e Rich (2001) em um artigo onde realizam uma extensa revisão bibliográfica sobre autores que escreveram sobre a integração da história da matemática e o ensino de matemática (como Ernest, 1989; Swafford, 1995; Thompson, 1992), afirmam que "As crenças dos professores sobre a natureza da matemática e sobre seu ensino e aprendizagem influenciam intensamente sua prática em sala de aula e consequentemente sua disposição para integrar a história da matemática ao ensino de matemática." (FERREIRA e RICH , 2001, p.70-71, tradução nossa).

Em pesquisa realizada no curso de Mestrado (DAMBROS, 2001) com 22 professores de 1ª série do ensino fundamental, de 10 escolas públicas e privadas de Florianópolis, se obteve alguns resultados que apontam nessa direção. Ao investigar o conhecimento do professor a respeito do sistema de numeração decimal[3] e da história do mesmo, pôde-se avaliar a importância atribuída pelos mesmos ao conhecimento do desenvolvimento histórico desse sistema para o seu ensino.

No estudo referido, os dados foram coletados por meio de entrevistas gravadas. Foi realizado um estudo arqueológico e genealógico (FOUCAULT, 1990 e FOUCAULT, 1997) do discurso dos professores investigados (todos voluntários na pesquisa). Nesses discursos, formações discursivas[4] distintas foram encontradas.

A primeira delas veio de professores que nunca estudaram a história da matemática, não se interessavam por ela e a única parte da mesma, que apenas alguns deles conheciam, era a história do pastor primitivo que contava ovelhas utilizando pedrinhas, encontrada em vários livros didáticos. Esses professores

[3] O sistema de numeração indo-arábico decimal, em alguns momentos deste trabalho, será chamado de sistema de numeração decimal ou, simplesmente, sistema decimal.

[4] Segundo Foucault (1997, p. 43), uma formação discursiva ocorre "No caso em que se puder descrever, entre um certo número de enunciados, semelhante sistema de dispersão, e no caso em que entre os objetos, os tipos de enunciação, os conceitos, as escolhas temáticas, se puder definir uma regularidade (uma ordem, correlações, posições e funcionamentos, transformações)...".

mostraram ter uma visão da matemática como pré-existente, uma descoberta e não criação humana. Para eles a matemática se aprende em qualquer lugar, a qualquer hora, pois, ela está em tudo, ela é a própria quantidade, a própria medida e não uma maneira de expressá-las. Também ressaltaram a importância do que chamaram de “material concreto” (em referência a materiais de manipulação) e a necessidade de resolver muitos exercícios para aprender matemática. Apontaram, como objetivos principais das suas aulas, o desenvolvimento do raciocínio lógico do aluno ou a aquisição, por esse aluno, de ferramentas matemáticas necessárias para a sua vida cotidiana. Esses professores mostraram ter um conhecimento superficial do sistema de numeração decimal e não concebiam a existência de outros sistemas. A história da matemática era vista por eles como um conhecimento a mais, que poderia ser utilizado como motivação no ensino dos números aos alunos, através da narração ou dramatização da história dos pastores primitivos e a contagem por pedrinhas. Finalmente, tais professores acreditavam que a ausência do conhecimento histórico dos conteúdos que ensinavam não tinha nenhuma influência sobre as suas aulas.

Uma segunda formação discursiva apareceu no discurso de dois professores, que disseram estudar a história da matemática, gostar e sentir a necessidade desse estudo. Por acreditar na importância desse conhecimento, tentavam influenciar seus colegas para a realização de um trabalho que fizesse uma abordagem histórica dos conteúdos. Esses professores enfatizaram a importância da escola na aprendizagem da matemática, como sistematizadora desse conhecimento. O sistema de numeração foi considerado por eles como um conteúdo importantíssimo e eles disseram conhecer sua história, conhecer outros sistemas e livros pelos quais poderiam adquirir maiores conhecimentos sobre a história da matemática. Mostraram conceber a matemática como fruto da criação humana. Falaram da importância da interdisciplinaridade, dos conhecimentos prévios do aluno e de, no ensino, partir de problemas relevantes para a vida, além da importância de esclarecer as origens dos conceitos matemáticos. Disseram priorizar a compreensão e não a memorização dos conteúdos e se preocupar com o contexto social e histórico no trabalho com os mesmos. Também, mencionaram a importância de acreditar no que fazem e de estudar para melhorar sempre.

Além das duas formações discursivas, relatadas acima, foi encontrada uma terceira, nos professores que trabalhavam nas mesmas escolas que os professores da segunda formação discursiva. Esta terceira formação se diferenciava da primeira, talvez, por influência das atividades de equipe que eram realizadas nas escolas, ou, também, pelos estudos históricos, liderados pelos professores da segunda formação discursiva. Mas elas foram apresentadas por professores que não estavam muito envolvidos com o estudo da história da matemática e seus conhecimentos nessa área eram superficiais. Acreditavam que a matemática é pré-existente, fruto da descoberta dos homens, ou então que ela pode ser inventada e descoberta ao mesmo tempo, mas não apresentaram argumentos claros para justificar isso. Alguns citaram outros sistemas de numeração porque trabalhavam isso com os alunos, conforme planejamento realizado por todo o grupo de professores; ou então, mesmo trabalhando com os alunos sistemas com outras bases de numeração, só conseguiram citar o romano. Disseram que a história é um conhecimento importante e até necessário, mas não conseguiram justificar essa importância.

Dos resultados do trabalho de pesquisa desenvolvido no mestrado, interessou especialmente, para a atual pesquisa, o que os professores dos três grupos disseram sobre o sistema de numeração decimal, sobre o conhecimento do desenvolvimento histórico do mesmo e sobre o seu ensino.

Além das entrevistas com os professores, também foram realizadas observações das aulas de alguns deles[5], as quais não fizeram parte da pesquisa de mestrado, pois, a análise se restringiu aos discursos dos professores e não a suas práticas. No entanto, para a atual pesquisa, interessa, também, como eles realizavam o ensino do sistema de numeração decimal.

Assim, segundo o relato dos professores e pelas observações realizadas, entendeu-se que os professores da primeira formação discursiva, assim procediam ao ensinar o sistema de numeração decimal: ensinavam os algarismos por meio de agrupamentos de objetos manuseados ou desenhados no quadro, até o número

[5] As observações ocorreram sem nenhum critério pré-estabelecido e foram motivadas por convites de alguns professores. Foram observadas três aulas, com duração entre uma e duas horas cada, de três professores diferentes, sendo dois da primeira formação discursiva e um da segunda. Essas observações não foram registradas por escrito.

nove; em seguida, introduziam o conceito de dezena utilizando o mesmo procedimento, isto é, através de agrupamentos, depois passando para a numeração escrita. Esse procedimento se repetia até o número noventa e nove. O valor posicional era abordado por meio da explicação dos conceitos de unidades e dezenas.

O uso do material chamado por esses professores de “concreto” (tampinhas, palitos de picolé, pedrinhas, etc.) foi apontado como uma grande renovação no ensino da matemática. Mas, analisando a forma como trabalhavam em sala de aula, foi possível concluir que a mudança não foi muito significativa, pois, esses materiais serviam apenas como ilustração para as aulas, ou seja, eram utilizados da mesma maneira que os desenhos de objetos no quadro ou em folhas e, sendo assim a abordagem dos conteúdos não se alterava com o uso deles.

Os professores da segunda e da terceira formação discursiva, que trabalhavam nas mesmas escolas, segundo seus relatos, ao iniciarem o estudo do sistema de numeração decimal, trabalhavam com os alunos a história dos números. Também diziam que o uso da história da matemática não se restringia a isso, pois, faziam com que os alunos conhecessem e trabalhassem com outros sistemas, criando, inclusive, um sistema próprio para a turma, com uma simbologia própria também. Dois professores citaram que os alunos criaram, com a orientação dos mesmos, um sistema de base cinco, usando o desenho de uma mão aberta para indicar o número cinco. Ainda, segundo esses professores, só depois de realizado esse trabalho é que eles partiam para o estudo do sistema decimal, trabalhando com agrupamentos e trocas. Em uma aula assistida pela pesquisadora os alunos realizaram trocas utilizando o material dourado.

Em relação ao conhecimento do sistema de numeração decimal, a pesquisa realizada no mestrado mostrou que a maioria dos professores entrevistados não compreendia que pudesse existir outro sistema de numeração que não fosse esse. Alguns poucos citaram o sistema romano, dizendo que antigamente ensinavam-no aos alunos, mas, deixaram de fazer isso porque ele não mais aparecia nos livros didáticos. A maioria desses professores demonstrou, ainda, um desconhecimento do que é um sistema de numeração, sua estrutura e funcionamento.

A referida pesquisa, também, revelou que a maioria dos professores entrevistados ou desconhecia a história do sistema de numeração decimal ou conhecia apenas a já citada história dos pastores primitivos. Além do desconhecimento de bibliografia sobre história da matemática (90,9% não souberam citar algum livro dessa área), percebeu-se o pouco interesse dos mesmos sobre esse tema, sendo que quando foi abordado em algum curso, foi feito de forma superficial. Não só os professores da primeira formação discursiva demonstraram isso, mas, os da terceira formação também, como pôde ser percebido nas palavras de ambos os grupos (DAMBROS,2001, p. 131):

"Não lembro se estudei. Só o que está nos livros de 1ª série, em desenhos, aquela historinha das pedrinhas , eu conto pra eles."

"Na especialização provavelmente vi, mas não lembro."

"Não. Tu sabe que tem, mas não se interessa."

"Eu lembro que a gente estudou, mas lembrar assim... Eu lembro que a gente até fez um trabalho sobre isso na faculdade."

"Já li alguma coisa. Nunca peguei nenhum [livro de história da matemática] *específico."*

"Eu li, mas não foi agora, foi num cursinho que eu fiz, eu dei uma olhada."

"[...] todo curso que eu ia eles sempre esqueciam das séries iniciais [...] nós nunca pegamos um professor, nesse tempo todo que eu faço [cursos]*, um professor que soubesse explicar esse tipo de coisa. Inclusive até essa parte da história dos números eles dão muito é texto. Eles diziam: 'Olha, então eu vou trazer daqui a dois dias, no final do curso, eu trago um texto explicando isso'. Então a gente lia a mesma história né? Das ovelhinhas, os nós nas cordas, as grafias nas pedras, a mesma história, mas no fim mais nada."*

Em relação à importância do conhecimento da história da matemática, pela análise das suas falas, percebe-se que ela é vista pela maioria desses professores como um conhecimento a mais, que serve apenas para motivar os alunos, uma forma de ilustração para as aulas e cuja falta não acarreta nenhum prejuízo ao ensino. As frases abaixo ajudam a perceber isso (DAMBROS, 2001, p.149):

"Ah! Como um conhecimento a mais sim, mas não que [sua falta] *estivesse me prejudicando, porque eu sempre consegui chegar no objetivo que eu queria."*

"Olha eu acho que se eu conhecesse seria melhor, toda vida, quanto mais conhecimento tu tens, tudo bem. Mas a princípio assim, como, eu não posso te dizer nada, né? Sei lá, o conteúdo de primeira série a gente sabe que é bem fácil."

"Pra faixa etária que trabalho talvez não seja tão importante mas, não tão necessário, mas eu acho que tudo é importante. Acho que tudo que é bagagem, tudo que vem é a mais pras crianças. E o que é a mais sempre ajuda, melhora."

No discurso de dois professores, porém, o conhecimento histórico apareceu não como um complemento cuja ausência não causaria nenhum prejuízo, mas sim, como necessário para o trabalho e o entendimento dos conteúdos. Os professores que atribuíam uma importância maior ao estudo histórico em matemática eram os mesmos que diziam fazer esse tipo de estudo. É o que se pôde perceber, por exemplo, na fala de um dos professores (ibid., p.133):

"Conheço um pouco da história da matemática. Comecei a estudar em função das dificuldades que as crianças apresentavam em sala e aí a paixão por esse assunto foi crescendo. E hoje, na minha pós-graduação, eu estou direcionando para esse assunto, a história da matemática, a história do sistema de numeração decimal e como trabalhar isso".

Como esses mesmos dois professores que estudavam com interesse a história do sistema de numeração decimal eram os que mostraram possuir um conhecimento mais significativo desse conteúdo, isso levou a uma reflexão sobre a possível ligação da aprendizagem conceitual com o conhecimento histórico da evolução desse conceito. De acordo com Piaget e Garcia (1987, p.22) "um conhecimento não poderia estar dissociado do seu contexto histórico (...) a história de uma noção fornece alguma indicação sobre seu significado epistêmico".

Naquela pesquisa, ainda, percebeu-se que não basta apenas conhecer um pouco da história da matemática, ler algumas passagens dela, é preciso compreender a gênese dos conceitos, suas condições de desenvolvimento, suas razões históricas, para que esta venha a influenciar de algum modo o professor.

Dessa forma, a possibilidade de o conhecimento histórico influenciar na prática do professor em sala de aula é uma outra questão que emergiu da pesquisa anterior, já que os professores participantes da mesma, que faziam estudos históricos (segunda formação discursiva), tinham uma maneira diferente de outros (da primeira formação discursiva) de ensinar matemática.

Levando-se em consideração as reflexões suscitadas pela questão acima, buscou-se trabalhos que explicitem uma possível relação entre o conhecimento histórico dos conteúdos e a prática do professor em sala de aula. Nessa investigação, foram encontrados diversos trabalhos defendendo a utilização da história da matemática no ensino, dando sugestões e/ou relatando experiências em sala de aula onde os conteúdos foram trabalhados historicamente. Uma referência importante onde podem ser encontrados alguns desses trabalhos é o periódico canadense *For the Learning of Mathematics* (em especial o vol. 11, n.02, que trata especificamente do tema) e o periódico americano *Mathematics Teacher*, além de outras publicações da área de Educação Matemática, inclusive do Brasil.

Apesar de serem muitas as sugestões e relatos de experiências com a utilização da história na sala de aula, nem todos apresentam um embasamento teórico para justificar seus procedimentos. Os trabalhos mais antigos recorriam ao Princípio Genético para isso, mesmo que indiretamente.

Sobre a influência da história na compreensão de conceitos matemáticos pelos alunos, encontrou-se a pesquisa de Garner (1995), na qual a autora relata um trabalho que realizou com seus alunos na área de cálculo, onde eles deveriam escrever uma composição, de cinco a oito páginas, respondendo algumas questões sobre três tópicos do cálculo, determinados por ela. Para isso, sugeriu uma bibliografia básica e recomendou que os alunos utilizassem outras. Essa pesquisadora entendeu que através das pesquisas históricas, os alunos poderiam aprender cálculo, devendo ser bem orientados para que não escrevessem apenas relatos superficiais ou biografias breves. Analisando o trabalho dos alunos ela concluiu que a compreensão do cálculo foi aumentada com a realização desse trabalho. Para justificar sua conclusão, essa pesquisadora baseou-se na teoria de Sfard (apud GARNER, 1996), que apresentava uma estrutura teórica para descrever o desenvolvimento da compreensão algébrica, fundamentada na idéia de que o desenvolvimento do entender algébrico no indivíduo segue os mesmos passos que podem ser observados no desenvolvimento histórico da álgebra. Sfard foi ainda mais longe, descreveu três fases que caracterizam o desenvolvimento matemático em qualquer área da matemática: interiorização, condensação e reificação. Garner (1996) relatou, ainda, algumas evidências empíricas para a teoria de Sfard, constantes no trabalho de outros pesquisadores e comparou as três fases citadas com as fases da evolução da álgebra apresentadas por Piaget e Garcia (1987): a intraoperacional, a interoperacional e a transoperacional.

Sobre uma possível relação entre a compreensão de conceitos matemáticos e o conhecimento do desenvolvimento histórico desses conceitos pelo professor, encontrou-se o trabalho de Prado (1990), no qual há um relato de que em cursos de formação continuada para professores, ministrados pela autora, os mesmos apresentavam uma grande dificuldade na compreensão do sistema de numeração decimal (inclusive professores Licenciados em Matemática). Modelando historicamente esse sistema, Prado diz que os professores apresentaram uma nova compreensão do mesmo, mas, relataram a impossibilidade de trabalhar historicamente os conteúdos com os alunos, já que, devido ao desconhecimento do assunto, levariam muito tempo para preparar as aulas. Dessa forma, esse trabalho não abordou a questão de uma possível influência, dos estudos feitos, no ensino do sistema decimal pelos professores participantes dos cursos.

Já Souza (2004) cujo trabalho não tem esse objetivo, mas sim o de identificar os valores que sustentam a naturalização do processo de transmissão do cálculo escrito na instituição escolar, após a realização do que chamou de “sessões interativas de investigações” com algumas professoras, envolvendo o estudo de algoritmos antigos de cálculo escrito, se refere à possibilidade desses estudos e reflexões levarem a mudanças na forma de ensinar das professoras, com base no que as professoras lhe disseram. Porém, como não era intenção do trabalho, essa questão não foi explorada no sentido de se fazer uma verificação dessas mudanças em sala de aula.

Sem desconsiderar a importância da compreensão conceitual pelo professor, na presente pesquisa, se quer perceber, também, outras influências que o conhecimento histórico dos conceitos pode ter sobre ele. Dessa forma, considera-se que o conceito estudado pelo professor, sob uma perspectiva histórica, isto é, percebido em seu desenvolvimento histórico, pode influenciar na forma como o professor compreende esse conteúdo, não apenas no aspecto conceitual, mas também conceptual. E, o mais importante, se isso tem relação com a forma como o professor concebe e realiza o ensino desse conteúdo.

Essas reflexões levaram a formulação da questão que se pretende investigar, a qual foi pensada sobre um conteúdo e um professor específico: o sistema de numeração decimal e o professor das séries iniciais.

1.1 QUESTÃO INVESTIGADA

Que relações podem ser encontradas entre o conhecimento do desenvolvimento histórico de um conceito matemático, pelo professor, e o modo como ensina esse conceito aos alunos?

1.2 HIPÓTESES CONSIDERADAS

- O conhecimento do processo histórico do desenvolvimento do sistema de numeração decimal tem relação com a forma como o professor compreende esse conteúdo.
- O conhecimento do processo histórico do desenvolvimento do sistema de numeração decimal tem relação com a forma como o professor organiza a sua prática pedagógica.

1.3 OBJETIVOS

- Investigar possíveis relações entre o conhecimento do desenvolvimento histórico do sistema de numeração decimal e a prática pedagógica de uma professora das séries iniciais.
- Investigar possíveis relações entre o conhecimento do desenvolvimento histórico do sistema de numeração decimal e a forma como uma professora, das séries iniciais, concebe e compreende esse conteúdo.

1.4 APRESENTAÇÃO DO TRABALHO

Iniciou-se o trabalho com a apresentação do conteúdo principal da pesquisa bibliográfica, realizada na tentativa de esclarecer como e porque a história da matemática vem aparecendo no ensino de matemática ao longo dos anos. Estão sendo consideradas duas formas de participação dessa história: a participação explícita e a participação implícita. Para ilustrar a participação implícita da história e pela importância atribuída à obra do francês Alex Claude Clairaut nas discussões sobre a utilização da história da matemática no ensino, apresenta-se uma análise pontual do livro *Éléments de Géométrie*. Também, o Princípio Genético aparece em destaque, pela sua ligação com as formas de participação da história no ensino de matemática. Ainda, na busca de subsídios para análise dos dados encontrados na pesquisa de campo realizada, a Matemática Moderna é abordada, especialmente em relação ao papel da história da matemática durante a sua vigência. Para finalizar o capítulo, apresenta-se algumas razões que justificam ou que são contrárias a utilização da história da matemática no ensino.

No capítulo seguinte que trata da metodologia empregada, explica-se as razões da opção pela pesquisa qualitativa e pelo estudo de caso. São esclarecidos os critérios para escolha das quatro professoras participantes da pesquisa, todas professoras das séries iniciais. As etapas da pesquisa também são descritas bem como os instrumentos de coleta e análise dos dados.

No quarto capítulo, apresenta-se as professoras participantes da primeira etapa, bem como as características de suas respectivas turmas de alunos. Optou-se por não transcrever na íntegra as aulas observadas, destacando-se apenas o que foi considerado mais significativo, ou seja, as situações onde apareceram indícios relacionados ao uso da história dos números e do sistema de numeração. Esses indícios são analisados tentando-se responder como e porque apareceram nessas aulas.

No quinto capítulo, transcreve-se os principais trechos de uma entrevista ocorrida no início da segunda etapa da pesquisa, objetivando esclarecimentos sobre o conhecimento da professora Edna (única professora a participar da segunda e terceira etapas da pesquisa) a respeito do sistema de numeração decimal e do seu desenvolvimento histórico. Essas informações permitiram que se adequasse o planejamento dos encontros para estudos, cuja descrição também aparece neste capítulo. São destacados alguns comentários feitos pela professora Edna, durante esses encontros, que permitiram esclarecer questões importantes sobre as idéias e atitudes dessa professora.

Em seguida, no sexto capítulo, são descritas e analisadas situações observadas em aulas da professora Edna, ocorridas após os encontros para estudos. Procurou-se investigar a participação da história nessas aulas, ou seja, se os indícios anteriormente encontrados permaneceram, sofreram alguma mudança no seu uso, ou outros foram acrescentados. Em especial, a forma de a professora Edna ensinar os conteúdos matemáticos e seu comportamento frente às dúvidas e às dificuldades dos alunos foi analisada, considerando como esses mesmos elementos apareciam na primeira etapa da pesquisa.

Finalmente, realiza-se uma análise da trajetória percorrida, apresentando uma discussão dos resultados encontrados em todas as etapas da pesquisa e confrontando esses resultados com a problemática inicial.

2 A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Ao desenvolver um projeto de pesquisa denominado “O movimento contemporâneo em torno da história da matemática e suas relações com a educação matemática”, Miguel e Miorim (2004) destacam e caracterizam três campos principais de investigação no interior desse movimento: o da história da matemática, o da história da educação matemática e o da história na educação matemática. Considerando essa caracterização, este trabalho situa-se no terceiro campo de investigação, ou seja, da história da matemática na educação matemática, o qual é concebido como um campo de pesquisa que toma como objeto de investigação todos os tipos de participação da história (da matemática, da educação matemática ou da história em sentido amplo) na formação de professores, em livros de matemática, em currículos, etc.

Sobre a relação entre história e matemática, aceita-se aqui que “A matemática tem um lugar na história, e a história tem um lugar na matemática.” (KELLEY , 2000, p. 14). É com as investigações sobre as relações entre o conhecimento da história dos conceitos matemáticos, pelo professor, e o ensino de matemática que este trabalho pretende contribuir mais especificamente. Para iniciá-lo, buscou-se informações sobre esse assunto realizando uma pesquisa bibliográfica a fim de compreender como e porque a história da matemática vem aparecendo no ensino de matemática.

Serão consideradas duas formas de participação da história nesse ensino: uma que será denominada “forma explícita” e outra “forma implícita”. Estes termos aparecem em Ferreira e Rich (2001) que utilizam-se dos mesmos ao defender que a história não deve ser apenas uma ilustração para as aulas, mas sim, que ela deve estar integrada ao currículo de matemática. Definem, então, duas formas de integração da história da matemática no ensino de matemática: a implícita, que eles consideram como um sinalizador do caminho de trabalho a ser seguido e outra, a explícita onde a ênfase é colocada na própria história. Em Miguel e Miorim (2004, p. 44) o termo participação implícita também é utilizado, referindo-se a quando não são feitas referências históricas explícitas e a história é utilizada como “um elemento orientador na elaboração de atividades e situações-problemas, de seleção e sequenciação de tópicos de Matemática em livros didáticos". Considerando essas definições, neste trabalho será considerada como participação explícita da história da matemática no ensino de matemática aquela onde as referências históricas são feitas de forma direta. Como exemplo desse tipo de participação se pode citar os diversos livros didáticos de matemática onde os autores trazem algum tipo de informação histórica, seja como um anexo ou permeando os conteúdos desenvolvidos, além de livros onde aparecem problemas e/ou métodos que são apresentados abordando seu desenvolvimento histórico.

Por outro lado, será considerada como participação implícita da história da matemática aquela onde não são feitas referências históricas, porém, a história aparece de forma indireta, na forma de abordagem e organização dos conteúdos.

O entendimento dessas duas formas de participação da história no ensino será importante para posteriormente realizar a análise de como a história apareceu nas aulas de quatro professoras investigadas e, se os estudos históricos realizados por uma determinada professora influenciaram de alguma forma a sua prática pedagógica.

Um exemplo da forma implícita de participação da história está no livro *Éléments de Géométrie,* do francês Alexis Claude Clairaut (1713-1765), publicado pela primeira vez em 1741. Nessa obra, apesar de ser considerada por diversos pesquisadores como a primeira a fazer uma relação mais direta entre a história da matemática e o ensino de matemática, percebe-se que essa relação não aparece de forma tão explícita ao longo do texto. A presença da história na elaboração da obra é esclarecida no prefácio, quando o autor explica suas intenções.

Clairaut inicia o prefácio se colocando contrário à abordagem da geometria com base nos Elementos de Euclides, dizendo que essa abordagem axiomático-dedutiva dificulta o entendimento dos estudantes:

> Ainda que a geometria seja uma ciência abstrata, é mister todavia confessar que as dificuldades experimentadas pelos que começam a aprendê-la, procedem as mais das vezes da maneira por que é ensinada nos elementos ordinários. Logo no princípio se apresenta ao leitor um grande número de definições, de postulados, de axiomas e princípios preliminares, que só lhe parecem anunciar um estudo árido. As proposições que em seguida vêm, não fixando o espírito sobre objetos mais interessantes, e sendo além disso difíceis de conceber,

acontece comumente que os principiantes se fatigam e se aborrecem antes de terem uma idéia clara do que se lhes queria ensinar. (Clairaut, 1892, p. IX)

Logo adiante o autor explica como entende que a geometria deva ser ensinada:

> Algumas reflexões que fiz sobre a origem da geometria, deram-me a esperança de evitar esses inconvenientes, reunindo as duas vantagens de interessar e esclarecer os principiantes. Pensei que esta ciência, como todas as outras, fora gradualmente formada; que verossimilmente alguma necessidade é que promovera seus primeiros passos, e que estes primeiros passos não podiam estar fora do alcance dos principiantes, visto como por principiantes foram dados.
> Com esta idéia, Propus-me remontar ao que podia ser a fonte da geometria. Tratei de desenvolver-lhe os princípios por um método tão natural que pudesse ser tido como o próprio empregado pelos inventores; fugindo entretanto todas as falsas tentativas que eles naturalmente fizeram. (id.)

Clairaut apresenta, então, sua proposta de estudos, que tem como ponto de partida a medida de terras. É por meio de situações de medidas de terras que ele apresenta as proposições geométricas. Os conteúdos são expostos recorrendo-se à intuição e com base na percepção de fatos. Em diversas situações ele parte da análise de algumas situações como construção de muralhas, de canais, de ruas[6], medições de extensões de parques, de tanques[7], de quantidades de pedras em muros[8], de quantidade de água em um fosso[9], etc., para chegar aos conceitos geométricos.

Como aponta Schubring (2003), este livro é um exemplo de textos do tipo "Pedagogia Mundana", isto é, escritos para um público que não desejava um estudo rigoroso, mas, apenas algum conhecimento em determinada área, como em Geometria. No caso do livro de Clairaut, este foi escrito para uma pessoa em especial:

> [...] não foi concebido para ser usado na escola, mas sim para os propósitos de uma certa marquesa (du Châtelet) que desejava se instruir em um pouco de matemática para o lazer, como passatempo, e de forma alguma para qualquer uso sério [...] Esse fato explica o interesse principal de Clairaut: 'Não espantar os iniciantes' (appllanir les difficultés). (SCHUBRING, 2003, p. 56)

---

[6] Na página 8.
[7] Na página 48.
[8] Na página 131.
[9] Na página 132.

Provavelmente por essa razão, Clairaut se esquivou de questões de rigor, omitindo demonstrações e priorizando a percepção, evitando dificuldades maiores no entendimento dos conceitos geométricos. O autor preferiu tentar uma abordagem diferenciada, segundo ele mesmo explica, tentando seguir o caminho dos inventores, daí sua escolha por iniciar os conceitos abordando medidas de terras:

> “A fim de seguir nesta obra *um caminho semelhante ao dos inventores*, faço com que os principiantes descubram antes de tudo as verdades de que pode depender a simples medida dos terrenos e das distâncias acessíveis, etc. Passo daí a outras investigações, de tal modo análogas as primeiras, que a curiosidade natural a todos os homens os leva nelas se deterem. Justificando depois esta curiosidade por algumas aplicações úteis, chego a ensinar tudo o que de mais interessante apresenta a geometria elementar.” (Clairaut, 1892, p. XI, grifo nosso)

Essa intenção de seguir o caminho dos inventores é explicitada também ao longo do texto, por exemplo, quando ele diz: “Depois de ter medido todos os volumes terminados por planos, vamos procurar o caminho que mais provavelmente foi seguido na medição dos volumes cujas superfícies são curvas.” (ibid., p.165)

Segundo Schubring (2003), apesar da abordagem de Clairaut não fornecer o “caminho real” para facilitar a compreensão da matemática, ele tomou conta do discurso sobre os livros-texto de matemática por, pelo menos, 60 anos, por causa da “palavra-chave” para a metodologia dos mesmos: *la marche des inventeurs,* ou seja, entendia-se que a metodologia desses livros deveria seguir o caminho tomado pelos inventores para fazer as descobertas matemáticas. Ainda, de acordo com Schubring, foi d’Alambert, na sua contribuição para a Encyclopédie[10] quem divulgou o caminho dos inventores como um instrumento metodológico, o qual, por outro lado, posteriormente foi muito criticado e abandonado por autores influentes, como Sylvestre Lacroix (1765-1843).

Dessa forma, é na tentativa de seguir o caminho dos inventores que a história da matemática participa efetivamente da obra de Clairaut. São raras as vezes em que alguma referência histórica aparece diretamente ao longo do texto,

[10] [...] *Encyclopédie ou Dictionnaire raisonné des Sciences, des Arts et des Métiers*, publicada por Diderot e d’Alambert entre 1751 e 1780, foi determinante para divulgar o pensamento do iluminismo não só na França mas em toda a Europa. (SCHUBRING, 2003, p. 5)

mais especificamente, isso ocorre em seis ocasiões, como ao explicar a origem da palavra geometria e o porquê de partir das medidas de terras para chegar aos conceitos geométricos

> [...] e é efetivamente daí que provem essa ciência, pois que geometria significa *medida de terreno*. Pretendem alguns autores que os egípcios, vendo os limites de suas herdades continuamente destruídos pelas cheias do Nilo, lançaram os primeiros fundamentos da geometria, procurando meios de se certificarem exatamente da situação, da superfície e configuração de seus domínios.
> Entretanto, mesmo que não nos louvemos nesses autores, impossível é duvidar que desde tempos remotos houvessem os homens procurado processos para medir e partilhar suas terras. Querendo depois aperfeiçoar tais processos, as investigações particulares os conduziram pouco a pouco a investigações gerais. Por fim, tendo intentado conhecer a relação exata de toda sorte de grandezas, formaram uma ciência com um objeto muito mais vasto que o proposto a princípio, a qual entretanto conservaram o nome que primitivamente lhe tinham dado. (Clairaut, 1892, p. X, grifo do autor).

Por essas poucas e superficiais referências históricas percebe-se que a participação da história na forma explícita pouca importância tem na obra. É na participação implícita da história da matemática que reside a importância do livro de Clairaut quando se quer entender a relação entre história e ensino de matemática.

Ainda, sobre a relação história e ensino de matemática, Prado(1990) e Miguel (1993) apontam que no final do século XIX e início do século XX, alguns importantes trabalhos, que a consideravam, começaram a surgir. Dois importantes matemáticos que defenderam a utilização da história da matemática no ensino de matemática foram Félix Klein (1849-1925), e Poincaré (1854-1912). Ambos defendiam ser importante respeitar, no ensino, a ordem da construção histórica dos conceitos matemáticos.

Também, em comum, esses dois matemáticos utilizavam-se do “Princípio Genético” para justificar o recurso à história. Muitos outros autores e pesquisadores também o fizeram. Dessa forma, é importante destacá-lo para entender sua influência na educação matemática.

2.1 O PRINCÍPIO GENÉTICO COMO JUSTIFICATIVA PARA A UTILIZAÇÃO DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

O Princípio Genético foi baseado nas idéias de Ernest Haeckel (1834-1919), defensor da teoria da evolução natural de Charles Darwin (1809-1882). Haeckel, em seus estudos, buscou reconstituir o ciclo completo de evolução dos seres vivos desde os animais unicelulares até o homem. Baseado nesses estudos e nas idéias de Darwin, passou a defender que um embrião, ao se desenvolver, passa por todos os estágios evolutivos de seus ancestrais. Haeckel colocava o homem no alto da cadeia genealógica, considerando o progresso humano como uma conseqüência da evolução. Foi na obra "Os Enigmas do Universo" que ele expôs essas idéias condensando-as na chamada "lei biogenética fundamental", a qual, dizia que os seres vivos, ao longo do processo individual de desenvolvimento (ontogênese), recapitulam estágios do desenvolvimento da espécie (filogênese).

A falta de consistência dessa lei foi apontada por renomados embriólogos (FERREIRA, 2003). Apesar disso, ela permaneceu inabalada e se popularizou, inspirando pesquisas em diferentes áreas, as quais não tinham relação direta com a embriologia, pois, para leigos no assunto, como os matemáticos e professores de matemática, ela pode parecer lógica. A própria pesquisadora ao deparar-se com ela em 1997, ao realizar seu trabalho de conclusão do curso de Licenciatura em Matemática, encantou-se e a considerou uma excelente justificativa para a importância dos estudos históricos em matemática.

A lei biogenética transportada para o ensino, ficou conhecida como "princípio genético" e pode ser entendida da seguinte forma: "o aprendizado efetivo requer que cada aprendiz refaça os principais passos na evolução histórica do assunto estudado." (BYERS,1982, p.2). Assim, na educação matemática ela foi utilizada por muitos para justificar "cientificamente" a necessidade dos estudos históricos em matemática. Há que se considerar que à época em que o princípio genético foi elaborado havia a forte influência do positivismo. Como bem lembram Miguel e Miorim (2004, p.79): "É clara a origem positivista desse princípio, uma vez que ele nada mais é que uma extensão da lei dos três estados"[11], além do que "autores buscavam o princípio genético influenciados pelo positivismo da época.", ou seja, devido às idéias do positivismo eles entendiam que deviam respaldar cientificamente suas idéias e o princípio genético parecia servir perfeitamente a isso.

No Brasil, uma figura a se destacar e que foi influenciada por esse princípio é Euclides Roxo (1890-1950). Roxo foi professor de matemática, diretor do Colégio Pedro II de 1925 a 1935 e autor de diversos trabalhos, dentre os quais a coleção de livros de matemática: "Curso de Matemática Elementar" de 1929, considerada "pioneira e precursora, no quadro de ensino de Matemática do Brasil na época." (DASSIE et al., 2002, p.11). O princípio genético aparece nos escritos de Roxo por meio dos trabalhos de Klein e Poincaré, na sua defesa pelo uso do "método histórico" no ensino. Como catedrático do colégio D.Pedro II, autor de livros textos de matemática e de diversos artigos, além de ter ocupado outros cargos "que evidenciavam sua participação política" (ROCHA, 2003), Roxo pode exercer uma certa influência na educação brasileira da época[12].

O Imperial Colégio de D. Pedro II foi criado em 1837, com o intuito de servir de modelo para as escolas secundárias do país. Segundo Valente (1999), as condições de ingresso nesse colégio é que praticamente definiam o que se deveria entender por escolarização primária em matemática, a qual consistia em contar e ter conhecimento das quatro operações fundamentais da aritmética. O ensino nesse colégio servia como referência para os livros didáticos. Porém, a visão recapitulacionista, de que o ensino deveria passar pelas principais etapas do desenvolvimento histórico da matemática, acabou influenciando, apenas superficialmente o ensino da matemática da época, restringindo-se, quase que exclusivamente, ao acréscimo de trechos sobre a história da matemática em alguns livros.

[11] Referindo-se a lei dos três estados de Auguste Conte, segundo a qual o progresso do conhecimento humano passa por três etapas: a teológica (onde o homem busca explicação para os acontecimentos no sobrenatural), a metafísica (onde o homem recorre a entidades e idéias abstratas para explicação de fatos) e a positiva (onde o homem supera as etapas anteriores, atingindo a ciência, verificando e comprovando as leis que se originam da experiência). (JAPIASSÚ ; MARCONDES, 1996)

[12] Um exemplo dessa influência foi a Reforma Francisco Campos, proposta por Roxo e homologada pelo decreto n. 18564 de 15 de janeiro de 1929, a qual unificou o ensino da Aritmética, da Álgebra e da Geometria em uma única disciplina, a Matemática.

Assim, em documentos oficiais brasileiros, segundo apontam Miguel e Miorim (2004), foi com o “Movimento da Escola Nova” para o ensino secundário[13] na década de 1930, que a importância da história da matemática apareceu, talvez pela primeira vez. Nesses documentos, a história teria uma função motivadora, com o propósito de despertar o interesse dos alunos, através de curiosidades históricas, problemas clássicos e biografias de matemáticos e não como intencionava Roxo, servindo de guia no ensino, de modo a fazer o estudante trilhar o caminho de seus antepassados. E qual seria esse caminho segundo Roxo? Seria aquele que apresentasse:

> “... uma Matemática mais intuitiva e, pode-se até dizer, mais experimental, até que fosse atingida a maturidade necessária ao desenvolvimento do método dedutivo. Afinal de contas, foi esse o percurso percorrido pelas civilizações, até se chegar à forma pela qual a Matemática ganhou ‘status’ de uma ciência independente” (DASSIE et al., 2002, p. 28).

Porém, conforme afirmam Miguel e Miorim (2004), apesar das intenções de Roxo, explicitadas na sua defesa do método histórico, escrita no prefácio do volume I de sua coleção de livros textos, há uma impossibilidade de constatar a presença desse método em sua obra. A história da matemática aparece. No entanto influenciando a abordagem dos conteúdos, priorizando a intuição para só depois chegar ao método dedutivo. Entende-se, então, que a coleção de livros *Curso Elementar de Matemática* de Euclides Roxo, pode ser considerada um exemplo de participação implícita da história da matemática no ensino de matemática.

Silva (2001) aponta alguns outros livros de autores brasileiros que também faziam referência à história da matemática, como: *Curso Elementar de Matemática - Aritmética*, de Aarão Reis e Luciano Reis (1884); *Curso Elementar de Matemática - Álgebra*, de Aarão Reis (1902) e, ainda, um livro para cursos superiores: *Elementos de Álgebra*, de Luiz Henrique Jaci Monteiro, publicado na década de 1960. Especificamente de história da matemática, o primeiro livro publicado no Brasil foi uma obra sobre o Papiro de Rhind, por Eugênio Raja Gabaglia, em 1899. Silva destaca também o livro de Hélio Carvalho d’Oliveira

[13] O ensino secundário corresponde hoje as quatro últimas séries do fundamental e as três séries no ensino médio.

Fontes, chamado: *No Passado da Matemática* (1968), por ser o único livro de história da matemática de um autor brasileiro que apresenta a matemática indígena de tribos brasileiras.

Os livros citados no parágrafo anterior, não específicos de história da matemática, traziam a história apenas de forma explícita, isto é, através de referências históricas. A história não influenciava na abordagem dos conteúdos, como acontecia no livro de Leopoldo Nachbin, *Introdução à Álgebra*, de 1971, onde a história aparecia, como ele intencionava: "procurei ser intuitivo, informal, correto e claro [...] procurando imitar a ordem histórica no que ela tem de bom, como se o leitor estivesse redescobrindo a matemática." (NACHBIN apud SILVA, 2001, p.144). Para isso ele tece comentários esclarecedores de definições ao longo do texto e faz, em cada capítulo, um resumo da evolução da teoria a ser desenvolvida. Dessa forma, pela descrição do livro feita por Silva (2001), os dois tipos de participação da história podem ser identificados, com predominância da forma explícita.

Apesar dos autores brasileiros dos livros mencionados anteriormente não se referirem diretamente ao princípio genético, ele se fazia presente indiretamente, pois, os mesmos utilizavam-se das obras de outros como Poincaré e Klein, que defendiam esse princípio. Logo, não se pode concordar totalmente com Prado (1990) quando esta observa a ausência desse princípio nas obras escritas entre o início do século XX e os anos sessenta do mesmo século. Para justificar essa ausência ela diz que o ensino de história da matemática foi praticamente esquecido nessa época, pois, esse período é marcado por forte desenvolvimento tecnológico e armamentista, entre as duas Guerras e por uma preocupação no aprimoramento da tecnologia, após a Segunda Guerra Mundial e ainda que, assim, os organizadores dos programas de ensino relegaram a segundo plano o estudo das ciências humanas em prol do estudo das ciências naturais e da matemática.

Certamente a história da matemática foi "relegada a segundo plano" nessa época, mas, não se pode falar em uma "ausência" da mesma, já que fazia-se referência a ela, mesmo que superficialmente, em obras importantes.

Prado (1990) e Miguel (1993) apontam, além de Klein, Poincaré e Kline, outros pesquisadores matemáticos como Struik, Byers, Grattan-Guinnes, Jones, René Thom e Polya, que viam no “princípio genético” uma maneira de “fundamentar cientificamente” a defesa da utilização da história da matemática no ensino.

Por outro lado, diversos autores, principalmente em décadas mais recentes, criticaram o paralelismo estabelecido entre ontogênese e filogênese aplicado ao ensino de matemática, pois, além da inconsistência da teoria que lhe deu origem, o desenvolvimento histórico dos conceitos é muito menos simples e linear do que essa analogia supõe, como defendeu Fauvel (1991). Por sua vez, Brolezzi (1991, p.216) alerta que “Se tomarmos esse paralelismo ontofilogenético literalmente, ele pode conduzir a absurdos, pois, não existe um princípio claro que determine a evolução da Matemática como um todo.”. Byers (1982) também alertou que o princípio genético não deve ser aplicado literalmente no ensino de matemática e exemplificou isso dizendo que jamais seria sugerido que uma criança devesse ignorar o conceito de zero até completar os estudos da geometria grega, onde esse conceito não aparece. Já Miguel e Miorim (2004) lembram que não se deve negar a existência de vínculos entre a filogênese e a ontogênese, mas sim, negar o determinismo de um em relação ao outro.

Após os anos sessenta o princípio genético voltou a ganhar força. Prado (1990) cita Polya e Morris Kline como exemplos de autores que defenderam-no nessa época. Ela mesma utiliza-se deste princípio para fundamentar um modelo para a educação matemática baseado na ordem histórica em que o conhecimento foi produzido. Já Morris Kline, na sua crítica a abordagem dedutiva da matemática, lança mão do Princípio Genético, dizendo ter ele se tornado “parte e porção da cultura de toda gente” e que “o ensino na matemática, como em tudo o mais, deve seguir esta lei, pelo menos no geral.” (Kline, 1976, p.59)

Kline estabeleceu uma relação entre os obstáculos históricos, encontrados na construção histórica de um conceito matemático, e os obstáculos cognitivos, encontrados na aprendizagem do mesmo conceito pelo aluno. Para superar essas dificuldades, defende que a ordem histórica deve ser seguida no ensino:

> Ao formar a matemática construtivamente, o princípio genético é sumamente útil como guia. Este princípio diz que a ordem histórica é geralmente a ordem certa e que as dificuldades experimentadas pelos próprios matemáticos são justamente as dificuldades que os estudantes experimentarão. Números irracionais,

> números negativos e números complexos são espinhos atravessados na garganta dos melhores matemáticos. Podemos, pois, ter certeza que os estudantes vão ter dificuldades com esses números. Por conseguinte, devemos estar preparados para essas dificuldades específicas e auxiliá-los a vencê-las, e podemos ser guiados até certo ponto pelo modo que os matemáticos foram convencidos a aceitar e trabalhar com esses números. (ibid., p. 189)

Por tudo o que foi dito, conclui-se que o Princípio Genético foi muito importante no processo de valorização dos estudos históricos em matemática. Trabalhos significativos surgiram relacionando o ensino da matemática e a história da matemática, utilizando esse Princípio como justificativa. A inconsistência científica do mesmo não invalida várias contribuições desses trabalhos à educação matemática.

Dentre as muitas situações onde o Princípio Genético foi utilizado, aponta-se as críticas feitas por Kline (1976) ao *Movimento da Matemática Moderna*. Este Movimento influenciou fortemente o ensino de matemática em diversos países. Para entender o papel atribuído a história da matemática no período em que ele se intensificou, se faz necessário entendê-lo melhor.

2.2 A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NO ENSINO DA MATEMÁTICA MODERNA

Na década de 1950, em diversos países, era discurso corrente que a matemática ensinada nas escolas era antiquada demais, pois, havia sido criada antes de 1700. O currículo de matemática recebia diversas críticas, dentre as quais a de não oferecer nenhum tipo de motivação aos estudantes, possuindo tópicos ultrapassados, os quais não fazia mais sentido ensinar. No livro "*O Fracasso da Matemática Moderna*", publicado em 1973 nos EUA e em 1976 no Brasil, o autor, Morris Kline, antes de "atacar" a matemática moderna e anunciar seu fracasso, teceu críticas ao currículo tradicional de matemática de seu país, dizendo, por exemplo, que ele "resulta francamente em um único tipo de aprendizagem: a memorização" (Kline, 1976, p.22).

As propostas que surgiram para resolver esses e outros problemas no ensino de matemática concentraram-se na reforma curricular. Acreditava-se que era preciso "modernizar" o currículo, aproximando-o das pesquisas que matemáticos de renome estavam ou haviam desenvolvido, como Cantor (1845-1918) e Hilbert (1862-1943). Isso tudo sob a influência do desenvolvimento científico e tecnológico do durante e do pós-Segunda Guerra Mundial e também sob a influência do estruturalismo antropológico[14], que era o pensamento dominante da época, e que "Dominava as artes, a literatura e a ciência" (Prado, 1990, p. 36).

O Movimento da Matemática Moderna teve como principais idealizadores e divulgadores um grupo de matemáticos que usava o pseudônimo de Nicolas Bourbaki. Este grupo surgiu em meados de 1930, na França, publicando notas, críticas e artigos no *Comptes Rendus* da Academia de Ciências de Paris e em outros periódicos. "Defendiam a abstração e o ensino de uma matemática estruturalista e recorreram às teorias de Jean Piaget para defender essa idéia porque, segundo Piaget, o ensino deve ser feito de acordo com as 'estruturas da inteligência'." (VITTI, 1998, p.9). Entre os matemáticos ilustres do grupo estavam: Andre Weil, Jean Dieudonné, Claude Chevalley, Henri Cartan, Samuel Eilenberg e Laurent Schwartz.

A reforma proposta pelo grupo Bourbaki visava a unidade na matemática usando a teoria dos conjuntos de forma a "reconstruir" vários ramos da matemática, ou seja, a matemática passou a ser entendida por meio de estruturas e teorias algébricas (espaços vetoriais, grupos, anéis). Na obra "Elementos de Matemática", que contém mais de 30 volumes, o grupo Bourbaki procura fazer uma algebrização sistemática de toda a matemática. A partir de simples estruturas básicas, se constroem estruturas cada vez mais complexas. O formalismo ganhou destaque e "não são importantes os elementos com que se opera, como também não é necessário a transferência da operação [...] toda a atenção está voltada para as *relações* entre os objetos." (FUCHS, 1970, p. 179, grifo do autor).

Assim, para o ensino da matemática, o grupo Bourbaki propôs um sistema dedutivo para a apresentação dos conteúdos, seguindo uma organização estrutural e sistemática, utilizando-se dos axiomas.

---

[14] O estruturalismo considera a noção de estrutura fundamental como conceito teórico e metodológico. O termo estruturalismo antropológico se originou dos trabalhos de Lévi-Strauss, que aplicou o método estruturalista em pesquisas antropológicas de sociedades indígenas (inclusive brasileira). (JAPIASSÚ e MARCONDES, 2001)

> [...] acreditamos que a evolução interna da matemática aprimorou, malgrado as aparências, a unidade de suas diversas partes e nela criou uma espécie de núcleo central mais coerente do que jamais o fora. O essencial dessa evolução consistiu numa sistematização das relações existentes entre as diversas teorias matemáticas, e se resume numa certa tendência que é geralmente conhecida sob denominação de 'método axiomático'. (BOURBAKI, 1959, p.3)

A base de toda essa reforma era a *teoria de conjuntos*. A teoria de conjuntos desenvolveu-se no século XIX, com o surgimento de vários paradoxos que questionavam a intuição e desencadearam a chamada *crise dos fundamentos da matemática* (LORENZO, 1998). Foram dois os matemáticos que mais contribuíram para o desenvolvimento dessa teoria: George Cantor (1845-1918) e Julius W.R. Dedekind (1831-1936). Segundo a teoria de conjuntos toda a matemática pode ser construída pela linguagem de conjuntos. O primeiro passo para isso é um processo de rigorização, realizado na tentativa de reduzir toda a matemática ao conceito de número, isto é, constroem-se os reais através dos racionais, os irracionais como limite dos racionais, os racionais através dos inteiros e os inteiros por meio dos naturais. Esse processo chamou-se aritmetização da análise e ocorreu ao longo do século XIX.

A teoria de conjunto ganhou tamanha importância que na época originou uma espécie de paradigma na matemática: o conjuntivismo. Pensava-se que todos os problemas poderiam ser solucionados por meio de conjuntos. Atualmente é sabido que essa teoria não consegue dar conta de diversos problemas em diferentes áreas. Porém, as contribuições da mesma para a ciência são inquestionáveis, servindo de base para a construção de diversas outras teorias.

Um fator importante na divulgação e fortalecimento do Movimento da Matemática Moderna foi a criação do CIEAEM (Comissão Internacional para o Estudo e Melhoria do Ensino de Matemática), em 1950, cuja primeira reunião foi presidida por Jean Piaget e Gustave Choquet e da qual também fizeram parte: Zoltan Paul Dienes, Emma Castelnuovo, Jean Dieudonné, Ewart W. Beth, Caleb Gattegno e Georges G. Papy, dentre outros. A influência dos membros dessa comissão nos rumos do ensino de matemática foi determinante.

A primeira publicação coletiva do grupo: *L'Enseignement des Mathématiques*[15] foi realizada em 1955 e no prefácio do livro os próprios autores apontam o grupo como uma equipe poderosa por sua diversidade de especialistas:

> A Comissão reúne as necessárias especialidades e é uma conseqüência da convicção de que a equipe mais poderosa que pode constituir-se hoje para abordar estes problemas deve ser integrada pelos que têm demonstrado com seus trabalhos uma preocupação que se refere, ao mesmo tempo, a vários campos: matemática e psicologia; história da matemática, como história das realizações mentais de determinadas relações; pedagogia, como atividade que engloba o mundo das relações matemáticas com as técnicas de transmissão e a consideração dos obstáculos de aprendizagem, etc. (PIAGET et al, 1968, p. XI, tradução nossa)

Os membros do CIEAEM defendiam que era preciso modernizar o ensino de matemática, como pode ser visto nas palavras de um de seus membros:

> Peço desculpas por pensar que não me inspira confiança um ensino do tipo histórico. Me inclino a crer que nosso ensino é atualmente, em ampla medida, demasiado histórico, e que de fato a concepção de matemática que transmite é precisamente a que foi contemporânea aos conhecimentos que pretende ensinar. (LICHNEROWICZ , 1968, p.59, tradução nossa)[16]

Um dos grandes "respaldos" utilizados pelo grupo Bourbaki para as idéias de modernização do ensino se encontrava nos estudos realizados sobre o desenvolvimento mental da criança, cujo maior expoente era Jean Piaget. Piaget apontava uma correspondência entre as estruturas lógicas elementares da criança e as três grandes estruturas da matemática, estas últimas definidas por Bourbaki como sendo: as estruturas algébricas (grupos) as estruturas de ordem (rede) e as estruturas topológicas (baseadas nas noções de proximidade, continuidade e limite).

> Não é exagerado, portanto, sustentar que as estruturas operatórias da inteligência em formação manifestam, desde o princípio, a presença dos três grandes tipos de organização que correspondem ao que serão, em matemática, as estruturas algébricas, as estruturas de ordem e as estruturas topológicas. (PIAGET et al, 1968, p.21, tradução nossa)

[15] A edição analisada pela pesquisadora foi a 3ª edição espanhola, de 1968.

[16] Nessa citação entende-se o termo "ensino histórico" no sentido de ensino da matemática não contemporânea.

Assim, Piaget entendia que essa correspondência deveria ser considerada no ensino da matemática, pois, "se o edifício da matemática repousa sobre estruturas, que correspondem, por outro lado, as estruturas da inteligência, é necessário basear a didática matemática na organização progressiva destas estruturas operatórias" (ibid., p.27, tradução nossa)

Outro membro do CIEAEM, resumiu o trabalho por fazer do professor como sendo: "a síntese real entre os descobrimentos feitos pelos matemáticos sobre estruturas primitivas fundamentais e as verificadas pelos psicólogos sobre estruturas do pensamento." (GATTEGNO, 1968, p. 181, tradução nossa)

Buscando "modernizar" o ensino de matemática, nas décadas de 50 e 60, diversos países incorporaram as reformas propostas por Bourbaki. Inclusive os E.U.A., que viram na matemática moderna a solução para o "atraso tecnológico" em relação ao seu maior rival político da época: a antiga União Soviética, a qual havia lançado, em 1957, o seu primeiro Sputinik (KLINE, 1976). A reformulação do currículo de matemática foi considerada indispensável para a formação, com urgência, de novos matemáticos: "A divulgação da Matemática Moderna ocorrerá por acreditar-se que a ênfase na estrutura leve à considerável economia de pensamento e, portanto de racionalização de tempo no ensino de matemática." (PIRES, 2003, p.434)

A matemática moderna chegou também ao Brasil, por intermédio dos E.U.A., conforme explica Pires (2003, p.435): " ...a partir do momento que se estabelecem as relações de dependência com os países industrializados, particularmente E.U.A., graças à chegada do capital estrangeiro e, mais notadamente, a partir da presidência de Juscelino Kubitscheck". Dessa forma, foram estabelecidos acordos de cooperação educacional, decorrentes de outros de cooperação econômica. Também, pesquisadores que iam até a Europa fazer seus doutorados, passaram a ir até os E.U.A. (D'AMBRÓSIO, 2003).

Um exemplo dessa ligação de dependência educacional com os E.U.A. são os livros publicados pela McGraw-Hill, cuja adoção foi obrigatória em todos os níveis de ensino (PIRES, 2003). Até hoje se pode perceber que esses textos ainda são amplamente adotados nas universidades, para isso basta uma rápida pesquisa na bibliografia de programas de disciplinas de matemática, que estão disponíveis para visualização na Internet.

Outro fato que pode ter contribuído para a divulgação da matemática moderna no Brasil foi a vinda, após a II Guerra Mundial, de matemáticos europeus como Jean Dieudonné e André Weil. Ambos do Grupo Bourbaki.

Dessa forma, a reforma curricular colocada em prática nos EUA também foi adotada no Brasil. Em vários estados brasileiros foram formados grupos de ensino de matemática, como o G.E.E.M. de São Paulo, o G.E.P.E.M. do Rio de Janeiro, o G.E.M.P.A. do Rio Grande do Sul, o N.E.D.E.M. no Paraná e um grupo de professores da UFBA, coordenado por Omar Catunda, que atuava no Setor de Matemática do CECIBA (Centro de Ensino de Ciências da Bahia). Do G.E.E.M faziam parte alguns matemáticos e autores de livros de renome, como Benedito Castrucci, Jacy Monteiro, Ruy M. Barbosa, Oswaldo Sangiorgi, Irineu Bicudo e Carlos A. Calioli. Esses autores lançaram seus livros didáticos onde incluíram elementos da matemática moderna. Assim:

> Os livros didáticos, os cursos e publicações preliminares do próprio G.E.E.M., algumas publicações da série Professor, lançadas pelo G.E.E.M. espalharam pelo país a *matemática moderna*, ou, a rigor, a *modernização do ensino de matemática*, tal como ela vinha sendo advogada na Europa e E.U.A [...]. (PIRES, 2003, p.438, grifos do autor)

E como a história da matemática aparecia no ensino da matemática moderna? Analisando alguns livros didáticos de matemática da época, pertencentes ao acervo de bibliotecas da cidade onde a pesquisa de campo deste trabalho foi realizada, identificou-se a presença da história da matemática nos mesmos. Abaixo estão relacionados alguns exemplos:

- *Matemática 1 – Curso Moderno para cursos ginasiais (*SANGIORGI, 1964): Refere-se à contagem com pedras pelos pastores primitivos e à numeração Inca. Fala, brevemente, de numerais antigos e da origem do termo "algarismo". Apresenta sistemas de numeração antigos (egípcio, babilônico e romano) e contagem em outras bases.

- *Estudo Dirigido de Matemática (*BRASIL, 1964): Na introdução, escrita por Lauro O. Lima, enfatiza a importância do professor conhecer a história da matemática.

- *Matemática Moderna na Escola Elementar* (TOLEDO, 1970): Cita a correspondência que os pastores primitivos faziam com as pedras e a contagem com quipos pelos Incas.

- *Biblioteca da Matemática Moderna* (OLIVEIRA; SILVA, 1971): No prefácio os autores se identificam como integrantes do Movimento da Matemática Moderna e iniciam o livro com um resumo histórico (sete páginas) partindo da matemática dos babilônios e gregos até a matemática do século XIX. Ao trabalharem contagem e numeração, se referem àquela realizada pelo homem primitivo, por correspondência com pedrinhas. Apresentam sistemas de numeração antigos.

- *Curso Completo de Matemática Moderna para o Ensino Primário – Metodologia e Didática* (FERREIRA; CARVALHO, [197-?]): Apresenta numerais antigos (etruscos, babilônios, egípcios, gregos, romanos, maias, chineses). Menciona o matemático muçulmano Al-Kowarismi.

- *Biblioteca da Matemática Moderna – Curso Integrado* (CAVALCANTE, [197-?]): Refere-se, resumidamente, a alguns sistemas de numeração antigos. Na introdução aos números, refere-se à contagem por correspondência com pedrinhas, feita pelo homem primitivo.

- *Matemática – Curso Supletivo – Madureza Ginasial – 1º Grau* (MOTEJUNAS, [197-?]): Se refere à contagem de ovelhas com pedrinhas, feita pelo pastor primitivo.

Assim, durante a vigência da matemática moderna, alguns autores brasileiros também incluíam referências históricas em seus livros. Duas razões podem ser apontadas para isso. A primeira seria por acreditarem que os elementos históricos serviam como “ilustração” para os livros, de forma a despertar o interesse do aluno, como autores de épocas anteriores também o fizeram. Outra seria por influência dos trabalhos teóricos, como os de Piaget, que defendiam a utilização da história da matemática para estabelecer comparações entre o desenvolvimento histórico de um conceito e a aprendizagem desse conceito pelo aluno. Assim, defendiam que "...a criança tem que passar por um processo construtivo similar aos de nossos 'ancestrais', ao menos em parte, para que compreenda a matemática moderna" (KAMII, 1999, p.40)

Esta última razão determinou também algumas formas de participação implícita da história da matemática. Por exemplo, em um dos livros didáticos analisados - *Matemática Moderna na Escola Elementar (*TOLEDO, 1970)[17] - no primeiro volume, a autora justifica que inicia os conteúdos pela contagem utilizando correspondência termo a termo, por esta ter sido a etapa inicial da contagem para o homem. Ela também enuncia o princípio genético. Da mesma forma outros autores também iniciam o trabalho com números apresentando a correspondência termo a termo, exemplificando com a contagem dos pastores primitivos, para chegar ao conceito de número e numeral, como no livro: *Matemática Moderna - 5º Grau e Admissão* (CARVALHO, 1965)[18] .

Em vários livros didáticos o conteúdo sistema de numeração decimal aparecia precedido de outros sistemas de numeração, alguns em outras bases, para que o aluno pudesse passar por um processo semelhante ao de construção histórica do atual sistema. A intenção era que a criança criasse as estruturas mentais necessárias para a aprendizagem do mesmo

No livro *Psicogênese e História das Ciências*, Piaget e Garcia (1987) apresentam um modelo para o relacionamento entre o desenvolvimento individual e o desenvolvimento histórico que inclui a definição de um padrão para esse relacionamento e uma explicação para a existência desse padrão. A hipótese defendida é que o crescimento do conhecimento está baseado em *instrumentos* que são comuns para ambos os domínios, individual e histórico. Esses autores também identificam *processos* que resultam da ação desses instrumentos e *mecanismos de passagem* que sintetizam esses processos.

[17] A coleção com cinco volumes, um para cada série primária e mais um complementar, segundo a autora, era destinada ao professor primário, aos futuros professores e a pais e familiares dos alunos.
[18] A autora (Henriqueta Carvalho) era membro do G.E.E.M.

Esses instrumentos de construção do conhecimento são as *abstrações* e as *generalizações*. É a análise do papel das abstrações e generalizações no desenvolvimento do conhecimento que revela fatores que são comuns aos domínios histórico e psicogenético. Os dois mecanismos comuns que sintetizam esses processos, apontados por Piaget e Garcia são o mecanismo geral de *equilibração* e a transição de uma concepção intraoperacional (análise das propriedades inerentes aos objetos), para uma interoperacional (análise das propriedades inerentes às relações que podem ser estabelecidas entre os objetos e às transformações de um objeto em outro) e então para uma concepção transoperacional (construção e análise das estruturas inerentes a sistemas abstratos).

As idéias de Piaget, de que a construção do conhecimento no plano psicogenético e no plano filogenético se dá de uma mesma forma (por abstração reflexiva e generalização completiva), levadas para a educação matemática, embasaram a idéia de que aprender matemática é uma reconstrução individual (psicogênese) do conhecimento matemático historicamente construído (filogênese). Assim, pode-se entender que o Princípio Genético esteve presente nas idéias de Piaget, porém, não como uma correspondência termo a termo, de forma a admitir que a ontogênese recapitula a filogênese em todas as suas etapas.

Assim entendido pode-se perceber que o princípio genético esteve presente, também, na Matemática Moderna. Os livros didáticos mencionados anteriormente deixam transparecer isso, até de forma explícita, como no já citado livro de Toledo (1976).

Um outro conceito que serviu para justificar a importância da história da matemática no ensino de matemática, especialmente após a década de 80 do século passado, foi o de obstáculo epistemológico.

Pesquisadores como Kline (1976) defenderam que a história da matemática auxilia a compreensão de alguns dos erros mais freqüentes cometidos pelos alunos, pois, estes apresentam maiores dificuldades em alguns tópicos do conteúdo matemático. Essas dificuldades em certos conceitos matemáticos foram relacionadas a dificuldades que a comunidade matemática teve para aceitar aquele mesmo conceito. Ou seja, os erros foram atribuídos a dificuldades intrínsecas ao próprio conhecimento. Kelley (2000) cita como exemplo o zero, os números negativos e os complexos, os quais quer-se que os alunos aceitem em pouquíssimo tempo, enquanto que a comunidade matemática levou muitos anos para isso. Aceitando essa relação, aparece a importância de o professor conhecer as etapas principais do pensamento científico, pois elas “permitem compreender melhor as reações dos nossos alunos face aos conhecimentos que nós pretendemos fazê-los adquirir, quer se trate de erros, bloqueios ou dúvidas.” (MARTINS, 1986, p. 03).

A hipótese de que a causa da inércia de certos conhecimentos estaria no próprio conhecimento foi levantada inicialmente por Bachelard (2001). No livro “*A formação do espírito científico*”, publicado pela primeira vez em 1938, ele apresentou sua concepção de que o desenvolvimento do pensamento científico se processa na superação de obstáculos, os “obstáculos epistemológicos”:

> Quando se procuram as condições psicológicas dos progressos da ciência, logo se chega à convicção de que é *em termos de obstáculos que o problema do conhecimento científico deve ser colocado*. E não se trata de considerar obstáculos externos, como a complexidade e a fugacidade dos fenômenos, nem de incriminar a fragilidade dos sentidos e do espírito humano: é no âmago do próprio ato de conhecer que aparecem, por uma espécie de imperativo funcional, lentidões e conflitos. É aí que mostraremos causas da estagnação e até de regressão, detectaremos causas da inércia às quais daremos o nome de obstáculos epistemológicos. (BACHELARD, 2001, p.17, grifo do autor)

Como explica Igliori (1999), Brousseau, em 1976, fez a ligação da teoria dos obstáculos epistemológicos com a resistência de um saber mal adaptado, relacionando com os erros dos alunos em alguns tópicos da matemática. Isso muda a concepção de erro cometido pelos alunos, já que esses erros escondem outros tipos de dificuldades que devem ser considerados. Esse autor distingue três tipos de obstáculos que se apresentam no ensino da matemática: os de origem ontogênica, que são limitações das capacidades cognitivas (neuropsicológicas), os de origem didática, que dependem das escolhas realizadas no sistema de ensino e, por fim, os de origem epistemológicas, que são constitutivas de determinado conhecimento e podem ser encontrados na história do mesmo.

A busca de um paralelismo, mecanismos comuns ou etapas comuns entre a construção histórica das idéias e o plano psicogenético, para levantar contribuições ao plano pedagógico, não foi a única preocupação dos pesquisadores que defenderam o uso da história da matemática no ensino de matemática, nas últimas décadas. A importância da análise epistemológica da matemática apareceu, também, relacionada a outros aspectos. Alguns deles estão descritos na próxima seção.

2.3 OUTRAS CONSIDERAÇÕES SOBRE A IMPORTÂNCIA DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NO ENSINO

Uma outra forma de entender a importância da história da matemática para o ensino de matemática, surge das pesquisas que relacionam a epistemologia, a filosofia, a história da matemática e a educação matemática, e que buscam ver na matemática, não apenas o seu produto final, mas também o seu processo de criação, e não apenas nas suas relações internas, também em todas as suas relações externas. A matemática, concebida desse modo, revelaria toda a sua força social e cultural, levando o professor à compreensão de que o seu trabalho com matemática em sala de aula não é neutro. Pelo contrário, o conhecimento matemático pode ser uma agente de transformação individual e consequentemente social. Segundo Prado (1990, p. 33) "... isso mostraria ao aluno que a matemática é uma ciência com função social e que, ao dominar matemática tanto quanto lhe seja possível, ele pode de algum modo contribuir para a melhoria das condições de vida da sociedade a que pertence, modificando-a". Silva (2001, p.130) também se refere à função da história como desmistificadora da matemática, pois "Estudar a história da matemática permite entender melhor as relações do homem com o conhecimento matemático dentro de um certo contexto cultural.". Nessa perspectiva, o conhecimento em história da matemática estaria contribuindo para o alcance dos fins maiores da educação, que seria a formação do cidadão crítico, consciente de ser co-responsável pela sua história individual e da sociedade onde vive.

No entanto, a matemática aparece, nos currículos escolares, dissociada de outras áreas e de suas características humanas. É difícil enxergá-la como um produto humano, pois, da forma como é mostrada, não deixa emergir o processo de seu desenvolvimento. Professores e alunos vêem os conceitos apenas em seus aspectos técnicos. A beleza da matemática, tão propagada por muitos matemáticos, não é sentida pela grande maioria dos alunos e professores, cujo "temor" os impede de ver beleza em algo que causa tanta aversão. Outros, para os quais essa aversão não existe, até conseguem ver beleza na matemática, porém, uma beleza imponente, por parecer inquestionável e desprovida do seu caráter humano. Como alerta Bidwell O recurso à história da matemática pode auxiliar para que se adquira uma outra visão dos elementos matemáticos:

> Em sala de aula, nós muitas vezes tratamos a matemática como se estivéssemos numa ilha. Nós viajamos para essa ilha uma vez ao dia pela matemática e encontramos nela um estudo que é puro, limpo, logicamente sólido e que tem linhas claras e não cantos sujos. Estudantes pensam que a matemática é fechada, morta, sem emoção, totalmente pronta. (...) Incluindo isto [a história da matemática] nós podemos resgatar estudantes da ilha da matemática e recolocá-los na terra firme da vida que contém uma matemática aberta, viva, cheia de emoção e sempre interessante." (BIDWELL, 1993, p.461, tradução nossa)

O trecho acima mostra uma visão extremamente otimista da história da matemática como motivadora da aprendizagem. Mesmo não acreditando que a história tenha um "poder mágico" e que basta acrescentá-la ao currículo para que os problemas de aprendizagem matemática se resolvam, acredita-se que pela história da matemática conceitos podem ganhar significado como instrumentos que permitem compreender, descrever e modificar a realidade. Por exemplo, olhando para a criação e desenvolvimento dos sistemas de numeração, percebe-se o quanto esses sistemas influenciaram no desenvolvimento dos povos da época, já que permitiram a contagem dos dias e das estações do ano, o que teve influência direta sobre a agricultura, atividade da qual os povos da época dependiam fundamentalmente. Mas, essa influência foi mútua, isto é, esse desenvolvimento dos povos também determinou o aprimoramento dos sistemas de numeração.

Não se pode deixar de destacar aqui a Etnomatemática, como se pode perceber nas colocações feitas por Ubiratan D'Ambrósio ao escrever uma introdução para o livro de Gerdes (1991, p.01):

> Etnomatemática é a arte ou técnica de explicar, de conhecer, de entender nos diversos contextos culturais. Nessa concepção, nos aproximamos de uma teoria do conhecimento ou como é modernamente chamada, uma teoria de cognição. Somos assim levados a identificar técnicas ou mesmo habilidades e práticas utilizadas por distintos grupos culturais na sua busca de explicar, de conhecer, de entender o mundo que os cerca, a realidade a eles sensível, e de manejar essa realidade em seu benefício e no benefício de seu grupo (...) Etnomatemática e História das Ciências aparecem muito próximas nesse programa.

Mais do que a sua aplicação direta ao ensino, em atividades inspiradas na história da matemática, interessa neste trabalho a importância que o conhecimento histórico tem para o professor de matemática não só como um conteúdo de ensino, mas em todas as suas dimensões.

Quando se olha para os livros didáticos e para as pequenas resenhas históricas que algumas vezes eles trazem, tem-se a impressão de que as teorias matemáticas foram sendo descobertas por grandes gênios da humanidade, individualmente, em momentos de grande inspiração. Todo o processo de investigação científica, as contribuições de inúmeras pessoas, a relação com outras áreas do conhecimento, bem como outros fatores determinantes e determinados pela matemática, como o contexto sócio-cultural, histórico e político, não são levados em consideração. Dessa forma, defende-se que o verdadeiro processo de criação e desenvolvimento de um conceito científico só pode ser compreendido através de um estudo mais adequado da história da matemática.

Uma questão importante, então, refere-se à adequação dos textos históricos ao propósito da formação adequada do professor. A história da matemática para o professor deveria ser escrita num enfoque diferente daquela da visão dos matemáticos. Em geral, a história escrita para os matemáticos é a história que Lakatos (1978) chama de "destilada" ou "racional". Esta história mostra o desenvolvimento da matemática apenas internamente a essa ciência, não são levados em conta fatores do contexto externo, como o social e o cultural. A matemática aparece como progredindo por si mesma, motivada apenas por razões de ordem interna a esse conhecimento. Esta não parece ser a história adequada para estudo dos professores de matemática.

Os textos de história da matemática, escritos para professores de matemática, podem levar em conta outros fatores externos à matemática, como o contexto sócio-cultural onde os conceitos foram desenvolvidos. Ou seja, a história da matemática deve aparecer intrinsecamente ligada a outras histórias.

A história dos sistemas de numeração se contada assim, pode contribuir para que o professor adquira uma outra visão desse conhecimento, permitindo-lhe uma maior autonomia diante dele, para que questione regras, métodos e técnicas, veja outras possibilidades e não apenas as siga cegamente e as repasse aos seus alunos para que façam o mesmo.

Em relação ao aluno, duas são as finalidades principais da utilização da história da matemática no ensino de matemática, como apontam Miguel e Miorim (2002), a primeira delas é contribuir para que o estudante compreenda os conteúdos matemáticos e a outra é ajudar o estudante a construir, por intermédio do conhecimento histórico em matemática, valores e atitudes.

Devido à primeira dessas finalidades, em muitas pesquisas que estudam a utilização da história da matemática no ensino e que defendem que esta não deve ser apenas uma forma de ilustração das aulas, dá-se ênfase na necessidade de que essa história não seja estudada como um tópico, mas esteja integrada ao currículo de matemática. Segundo Ferreira e Rich (2001) essa integração pode se dar de duas formas, implícita (na forma de um sinalizador do caminho de trabalho a ser seguido) ou explicitamente (colocando-se a ênfase na história), como já apresentado anteriormente neste trabalho. Em Fauvel (1991) essa idéia também aparece quando ele alerta que há uma diferença entre ensinar história da matemática e utilizar a história para ensinar matemática.

São diversos os trabalhos publicados sugerindo atividades a serem realizadas em sala de aula que façam a integração da história da matemática com o conteúdo matemático. Como exemplo, cita-se os trabalhos de: Duarte (1987) sobre o ensino do sistema de numeração decimal na alfabetização de adultos; Ernest (1998) sobre frações; Grattan-Guiness (1999) propondo o uso da “história satírica”, isto é, de problemas análogos aos da história, para crianças, levando-as à descobertas que a humanidade já fez; Rubenstein e Schwartz (2000) sobre o estudo etimológico de termos matemáticos; Brito e Carvalho, (2001) sobre geometria; Ferreira (2001) sobre o laboratório de história da matemática. Estes e outros trabalhos envolvem recursos como: problemas históricos, biografias, técnicas e métodos históricos, uso de fontes (documentos) originais, análise de trabalhos artísticos de várias civilizações, etc. Eles mostram como os estudos em história da matemática podem ter aplicações diretas em sala de aula:

> Conhecer a história da matemática permite tentativas de por de pé situações didáticas mais pertinentes para conseguir aprendizagens, graças ao conhecimento que se pode ter sobre a origem da noção a ensinar, sobre o tipo de problema que ela visava resolver, as dificuldades que surgiram e o modo como foram superadas. (Martins, 1999, p. 04)

Fauvel (1991) sugere uma lista de modos de usar história na sala de aula de matemática:

→ Mencione anedotas de matemáticos do passado.

→ Faça introduções históricas a conceitos que são novos aos alunos.

→ Encoraje os alunos a buscar entender os problemas históricos para os quais os conceitos que eles estão aprendendo são respostas.

→ Dê lições de "história da matemática".

→ Invente, em sala de aula ou como lição de casa, exercícios usando textos matemáticos do passado.

→ Dirija atividades dramáticas que reflitam a interação matemática.

→ Encoraje a criação de cartazes ou outros projetos com um tema histórico.

→ Desenvolva projetos sobre atividades matemáticas locais no passado.

→ Use exemplos críticos do passado para ilustrar técnicas ou métodos.

→ Explore visões de concepções falsas/erros/alternativas do passado para ajudar a entender e solucionar as dificuldades dos estudantes de hoje.

→ Invente uma abordagem pedagógica para um tópico com base em seu desenvolvimento histórico.

→ Faça a ordenação e estruturação dos tópicos do programa baseando-se em informações históricas.

O mesmo autor apresenta, também, uma série de razões para usar história em educação matemática .

→ Ajuda a aumentar motivação para aprender.
→ Humaniza a matemática.
→ O desenvolvimento histórico ajuda organizar a apresentação de tópicos no currículo.
→ Mostrar como os conceitos se desenvolveram ajuda os alunos na sua compreensão.
→ Os alunos percebem as mudanças da matemática.
→ Comparações entre o antigo e o moderno estabelecem valores para as técnicas modernas.
→ Ajuda a desenvolver uma abordagem multicultural.
→ Provê oportunidades para investigação.
→ Os obstáculos do passado, no desenvolvimento da matemática, ajudam a explicar o que os alunos de hoje acham difícil.
→ Os alunos se confortam ao perceber que eles não são os únicos com problemas.
→ Encoraja estudantes mais rápidos para que olhem mais adiante.
→ Ajuda explicar o papel da matemática na sociedade.
→ Faz a matemática menos amedrontadora.
→ A exploração da história ajuda a sustentar seu próprio interesse e excitação em matemática.
→ Provê oportunidades para transcender o currículo, trabalhando com outros professores ou assuntos.

Poderiam ser acrescentados outros argumentos aos apresentados acima como, por exemplo, os que foram apontados por Miguel (1993). Trabalhos interessantes existem explorando alguns desses argumentos e muito poderia ser dito sobre eles (ou sobre outros não mencionados).

Existem, porém, argumentos contrários a utilização da história da matemática no ensino. Miguel (1993) fez um estudo de alguns desses argumentos, os quais estão descritos abaixo.

- Um ensino atrelado à história contribui para aumentar a defasagem existente entre a matemática da escola elementar e secundária da matemática universitária. É preciso ensinar uma matemática mais contemporânea.

O argumento acima foi utilizado por Andre Lichnerowicz nos anos 50, quando estava se iniciando o movimento da matemática moderna. O próprio Lichnerowicz foi membro do CIEAEM e apresentou esse argumento na primeira publicação coletiva do grupo, já mencionada em páginas anteriores.

- Algumas das melhores partes da matemática do passado estão mortas, ao menos no sentido estilístico. Portanto, o aluno não precisa entender Newton para aprender cálculo.

Este argumento foi utilizado pelo matemático de Harvard, Edwin E. Moise, na década de 60, também para justificar adoção de abordagems atualizadas da matemática no ensino.

- Ausência de literatura disponível e adequada sobre história da matemática anterior aos dois últimos séculos.

Argumento apontado por Grattan-Guinness, em 1973, com base no fato de que o que é usualmente ensinado nas escolas é desse período.

- Os manuscritos e publicações matemáticas se referem unicamente a resultados, ocultando a forma de sua produção. A reconstituição de aspectos ligados a ela é um processo extremamente complexo.

Foi Byers quem apontou este argumento. Porém, Miguel (1993) lembra que ele não pode ser encarado como um impedimento, mas como um estímulo a investigações nessa área.

- A história é um elemento que dificulta o estudo. O caminho histórico é muito mais difícil.

Byers e Grattan-Guinness defenderam esse ponto de vista. Porém, Grattan-Guinness acrescentou que, usando um caminho histórico, o que se perderia em tempo e energia se ganharia em significado e sentido.

- As crianças possuem pouco ou nenhum sentido do progresso histórico.

Argumento também apontado por Grattan-Guinness. Miguel (1993) ao discorrer sobre esse argumento, concluiu que a intervenção pedagógica é necessária para a construção do pensamento histórico e que isso deve ser feito na escola elementar.

Defende-se que nenhum desses argumentos, ou qualquer outro, não citado aqui, invalida a importância dos estudos em história da matemática pelo professor. Isso por tudo o que foi dito anteriormente, em especial por se ter como hipótese que um entendimento histórico do conteúdo a ensinar contribui para a autonomia do professor, na organização da sua prática pedagógica.

3 A DESCRIÇÃO DO CAMINHO ESCOLHIDO

Esta investigação busca estudar as relações entre o conhecimento histórico do sistema de numeração decimal e o modo como o professor compreende esse conteúdo escolar e organiza o ensino do mesmo. Pela natureza desta pesquisa e a maneira que se pretendeu conduzi-la, optou-se por uma *pesquisa qualitativa*. Dentro desse enfoque, entendeu-se que o *estudo de caso* seria a metodologia mais adequada para tratar do problema proposto. Tendo-se em mente que não foi desejada a generalização dos resultados obtidos, já que isso não faz sentido nesse tipo de estudo, pretendeu-se acrescentar elementos enriquecedores as pesquisas sobre história da matemática no ensino.

Inicialmente, foi realizada uma investigação com quatro professoras, de forma a conseguir elementos que permitissem planejar e organizar com objetividade o estudo de caso que foi desenvolvido com uma professora, bem como selecionar e analisar com mais clareza os dados obtidos.

Segundo Bruyne et al (1991, p.224) “O estudo de caso reúne informações tão numerosas e tão detalhadas quanto possível com vistas a apreender a totalidade de uma situação”. Ainda, segundo a concepção desses autores, as informações apresentadas pelo campo empírico de investigação são transformadas em *dados* quando, dessas informações, seleciona-se o que é pertinente à problemática tratada. Esses dados, quando confrontados com a hipótese teórica que norteia a investigação, são considerados, então, como *fatos.*

Assim, foram considerados como *dados* desta pesquisa, as informações coletadas referentes à compreensão e ao ensino do sistema de numeração decimal, bem como o conhecimento da evolução histórica desse conceito, pela professora das séries iniciais investigada. Também, foram considerados como *dados* a forma da professora ensinar conceitos relacionados ao sistema de numeração decimal e o uso, de forma implícita ou explícita, de elementos ligados ao desenvolvimento histórico desses conceitos. Após a realização de estudos históricos pela professora, foram considerados como *dados* da pesquisa alterações na prática pedagógica da professora, em relação ao modo como ensina o conteúdo matemático. Esses dados foram confrontados com a hipótese de que o conhecimento histórico dos conteúdos tem relação com a forma do professor compreendê-los e organizar seu ensino.

3.1 A ESCOLHA DOS PARTICIPANTES

Para escolha dos professores participantes da pesquisa definiu-se que estes deveriam estar trabalhando nas séries iniciais do ensino fundamental, em alguma escola do oeste do Paraná. Justifica-se a escolha das séries iniciais devido ao problema investigado envolver o sistema de numeração decimal, pois, o ensino de matemática nessas séries gira em torno desse conteúdo. Quanto à escolha da região onde se desenvolveu a pesquisa, se justifica apenas por estar localizada onde a pesquisadora reside, facilitando a locomoção até o campo de investigação.

3.2 AS CARACTERÍSTICAS DAS PARTICIPANTES

Em 02/06/2003, esteve-se em uma Instituição de Ensino Superior, de uma cidade do oeste do Paraná, que possui o curso de Graduação: Normal Superior Séries Iniciais. Após autorização da coordenação de curso, conversou-se rapidamente com uma, das duas turmas desse curso. Foi explicado que se estava desenvolvendo uma pesquisa sobre o ensino de matemática nas séries iniciais para a qual seria necessário acompanhar o trabalho de algumas professoras desse nível. Duas professoras de primeira série demonstraram interesse em colaborar, porém, após a primeira conversa realizada na escola municipal onde cada uma delas trabalhava, apenas uma concordou em participar da pesquisa.

O contato inicial com outras três professoras, de primeira, segunda e terceira série, foi feito em 08/11/2003, por intermédio da coordenadora das séries iniciais da escola particular onde elas trabalhavam, denominada, na presente investigação, Colégio Santa Catarina. Todas elas concordaram em participar da pesquisa. Esta escola foi escolhida por conveniência e nela uma das professoras que concordou em participar da pesquisa estava fazendo um curso de pós-graduação em nível de especialização.

Portanto, da primeira etapa da pesquisa participaram quatro professoras, duas de primeira série, uma de segunda série e uma de terceira série, que nessa investigação são denominadas, respectivamente, Edna, Joana, Sofia e Inês.

Professora Edna:

Após contato inicial com a professora, realizado na instituição de ensino superior em que a mesma estudava e, com autorização da direção da escola municipal onde esta trabalhava, foram iniciadas as observações das aulas de matemática em 30/06/2003 e encerradas em 20 /10/2003.

A professora Edna trabalhava em uma primeira série. Ao todo foram observadas 13 aulas, cada uma com duração de 1,5h ou de 2,25h. A matemática era trabalhada duas vezes por semana, nas segundas-feiras (15h45min as 7h15min) e quintas-feiras (13h15min as 15h30min).

Professora Inês:

Após o contato com a coordenadora das séries iniciais do Colégio Santa Catarina[19], conversou-se com a primeira das três professoras indicadas por ela. A mesma trabalhava em uma terceira série.

A coordenadora explicou que ela havia indicado essa professora, para participar da pesquisa, porque a mesma estava fazendo um trabalho muito bom em matemática. Relatou que a professora levou os alunos para o supermercado, que compraram ingredientes para um bolo, o qual foi feito posteriormente. Falou que estava "sempre cobrando o uso do concreto pelas professoras". Segundo ela: "tem que trabalhar no concreto". Disse ter feito uma campanha de recolhimento de tampinhas para que as professoras utilizassem esse material nas aulas.

A coordenadora também comentou que gostaria de ver as observações feitas das aulas, para acompanhar mais de perto o trabalho das professoras[20].

[19] Nome fictício atribuído pela pesquisadora.

[20] Apenas as professoras observadas leram as anotações, já em 2004. A coordenadora não procurou e nem foi procurada pela pesquisadora para conversar sobre as observações. Ela deixou o colégio no final de 2003.

As observações das aulas de matemática dessa professora iniciaram em 16/09/2003 e se encerraram em 23/11/2003. Foram observadas oito aulas, com durações variadas (de 55 minutos a 2 horas).

Professora Joana:

A segunda professora indicada pela coordenadora do Colégio Santa Catarina foi uma professora de primeira série. A coordenadora justificou essa indicação dizendo que gostaria que a pesquisadora observasse essa professora, pois, ela tinha um grande número de alunos (35 alunos).

As observações das aulas dessa professora iniciaram em 16/09/2003 e se encerraram em 20/11/2003. Foram observadas 10 aulas, com durações variadas, sendo que a aula mais breve durou 15 minutos e a mais longa durou 2 horas. Vale destacar que essa professora trabalhava com matemática todos os dias.

Professora Sofia:

Foi perguntado para a coordenadora do Colégio Santa Catarina se não haveria uma professora de segunda série, na parte da manhã, que estaria interessada em participar da pesquisa. Esta informou que apenas a professora Sofia trabalhava com essa série no período matutino. A pesquisadora conversou com essa professora e ela concordou em participar.

As observações das aulas da professora Sofia iniciaram em 30/09/2003 e se encerraram em 28/10/2003. Foram observadas sete aulas com durações variadas de 1h a 2h40min.

É importante ressaltar que, nos contatos iniciais, na definição dos sujeitos da pesquisa, nenhuma informação foi levantada a respeito do conhecimento dos professores sobre a história da matemática. Esse tema sequer foi mencionado nesses primeiros contatos, para que não houvesse possibilidade dessa informação interferir, de alguma forma, nas aulas observadas nessa primeira etapa.

No início da segunda etapa da pesquisa, após uma devolução das observações de aulas para as quatro professoras, decidiu-se restringir o número de participantes, devido ao tempo destinado a pesquisa e ao número excessivo de dados. Considerou-se que essa restrição não interferiria no alcance dos objetivos. Dessa forma, optou-se por trabalhar apenas com as duas professoras de primeira série, sendo que, por motivo particulares, uma delas não concluiu essa etapa da pesquisa. Assim, apenas uma professora participou das três etapas da pesquisa.

3.3 ETAPAS DA PESQUISA

Primeira etapa:

Objetivou uma aproximação entre a pesquisadora e as professoras investigadas, o levantamento de informações importantes sobre elas e sobre suas aulas. As informações foram coletadas em conversas informais, questionário escrito e observações de aulas. As primeiras aproximações, por meio de conversas informais com a coordenadora do curso *Normal Superior - Séries Iniciais* de uma Instituição de ensino superior e com a coordenadora do *Colégio Santa Catarina*, possibilitaram os contatos iniciais com as professoras que aceitaram participar da pesquisa.

Após esse primeiro contato, onde ocorreram conversas informais com as professoras, mas, não foram esclarecidos os objetivos da pesquisa, foram iniciadas as observações de aulas. Observou-se, nessa etapa, 13 aulas de matemática da professora de primeira série que participou de todas as etapas da pesquisa (Edna), 10 aulas de matemática da professora de primeira série que não concluiu a segunda etapa da pesquisa (Joana), 7 aulas de matemática da professora de segunda série (Sofia) e 8 aulas de matemática da professora de terceira série (Inês). As datas das observações das aulas foram sendo combinadas no decorrer do trabalho e ocorreram no período de junho a novembro de 2003.

Na primeira sessão de observação de aulas foi entregue um questionário[21], que visava a obtenção de algumas informações pessoais e profissionais das professoras. O mesmo foi respondido na ausência da pesquisadora e devolvido a ela no decorrer das outras sessões.

[21] No CD de anexos, no arquivo: *ANEXO 2 – Questionário*.

Concomitantemente com as observações de aulas, para complementar as informações obtidas, foram observados materiais utilizados pelas professoras em suas práticas pedagógicas, ou seja, livro didático adotado pela escola municipal, apostilas adotadas pelo colégio particular, programas de matemática que constavam no Projeto Político Pedagógico da escola municipal, programas de matemática que constavam nas apostilas adotadas pelo colégio particular, além de outros materiais utilizados pelas professoras investigadas, tais como folhas mimeografadas de exercícios.

Após essa primeira etapa da pesquisa, fez-se uma descrição e análise dos dados coletados, o que serviu para orientar os procedimentos das etapas seguintes.

<u>Segunda etapa</u>:

Em março de 2004 voltou-se a entrar em contato com as quatro professoras, expondo, em conversas informais, os dados que haviam sido coletados. Com apenas duas dessas professoras (Edna e Joana) foi realizada uma entrevista semi-estruturada. O objetivo da entrevista foi investigar o conhecimento de cada uma delas sobre o sistema de numeração decimal e sobre o seu desenvolvimento histórico. Após a realização das entrevistas, iniciou-se uma série de encontros semanais da pesquisadora com cada uma das duas professoras. Nesses encontros foram feitos estudos sobre o desenvolvimento histórico do sistema de numeração decimal, através de leitura e discussão de textos escolhidos pela pesquisadora sobre esse tema. Esses encontros foram sendo marcados de acordo com a disponibilidade de horários das professoras. Foram realizados 16 encontros com a professora Edna e apenas 4 com a professora Joana. Como o trabalho com a professora Joana foi interrompido no início dessa segunda etapa, apenas a entrevista e encontros realizados com a professora Edna foram considerados nesta pesquisa trabalho.

<u>Terceira etapa</u>.

Em agosto de 2004, voltou-se à sala de aula para acompanhar a prática pedagógica da professora Edna, com o objetivo de observar possíveis relações entre os estudos históricos realizados com a pesquisadora e a sua prática pedagógica, em relação ao ensino do sistema de numeração decimal. Foram observadas quatro aulas de matemática, sendo uma no mês de agosto, duas no mês de setembro (no início e no final desse mês) e uma no mês de novembro, de acordo com cronograma estabelecido por conveniência da professora.

Após essas observações, em dezembro de 2004, foi realizada outra entrevista semi-estruturada, com objetivo de buscar, na fala da professora, indícios de relação entre os estudos históricos por ela realizados, sua compreensão do sistema de numeração decimal e a forma como considerava que deveria ocorrer o ensino desse conteúdo.

3.4 AS INFORMAÇÕES: FORMAS DE COLETA E ANÁLISE

Conversas informais, questionário escrito, entrevista, observação de aulas e do campo de pesquisa, análise documental, *encontros de estudo*, foram modos de recolher informações sobre o objeto em estudo.

As conversas informais ocorreram ao longo de todo o trabalho e serviram para aproximar mais a pesquisadora das professoras investigadas, propiciando o conhecimento mútuo e a coleta de informações que serviram para complementar os dados obtidos com outros instrumentos, como, por exemplo, o questionário.

Concordando com Oliveira (1990, p.47) em que o questionário "limita necessariamente a expressão dos indivíduos às questões que lhe são propostas e pode inibir outros aspectos inerentes ao assunto", este instrumento foi adotado apenas para obtenção de informações pessoais e profissionais sobre os sujeitos investigados, importantes para a realização das etapas posteriores da pesquisa.

Quanto às observações das aulas de matemática, estas foram realizadas em dois momentos, antes e depois dos encontros para estudos históricos e se entendeu que a pesquisadora poderia ser considerada *observadora participante*. Robson (1997) classifica esse tipo de observador em quatro grupos: o participante completo; o participante como observador; o participante marginal; o observador como participante. As observações realizadas nesta investigação estão situadas no último grupo (o observador como participante), em que o observador é definido por esse autor através de uma citação de Gold (apud ROBSON, 1997, p. 198) dizendo que

"O observador participante é alguém que não toma parte das atividades, mas cujo *status* como pesquisador é conhecido pelos participantes.". Sobre esse conceito Robson faz uma ressalva dizendo que o pesquisador, estando no grupo, tem uma função dentro desse grupo, não podendo ser considerado como não participante nas atividades.

Durante as observações foram realizadas anotações que, logo após o término de cada aula observada, foram organizadas na forma de relatório escrito. Embora apenas os relatórios referentes à observação das aulas da professora que participou de todas as etapas tenham sido tomados como resultados da pesquisa e, portanto, objeto de análise e discussão, os demais relatórios, decorrentes da primeira etapa, foram analisados e considerados como ponto de apoio para a organização dos procedimentos das outras etapas da pesquisa.

A análise documental, realizada na primeira e terceira etapas, também se mostrou bastante necessária para o entendimento das decisões tomadas pelas professoras em suas práticas pedagógicas. Foram analisados os materiais escritos utilizados em sala de aula pelas quatro professoras, durante as observações realizadas na primeira etapa, e também os materiais utilizados pela única professora investigada na terceira etapa.

Outro instrumento adotado na coleta de dados foi a entrevista semi-estruturada, que é o tipo de entrevista "...onde o entrevistador formula um conjunto de questões com antecedência, mas é livre para modificar sua ordem baseado em sua percepção do que se mostra mais apropriado no contexto da 'conversação', pode mudar o modo como estão escritas, dar explicações, deixar de lado questões particulares que se mostrem não apropriadas a um entrevistado ou incluir questões adicionais." (ROBSON, 1997, p.228). Este instrumento foi utilizado em dois momentos da pesquisa, antes e após os estudos históricos, ou seja, na primeira e terceira etapas da pesquisa.

As entrevistas foram gravadas em fita cassete e depois transcritas. A primeira delas seguiu um roteiro formulado com base na problemática investigada[22]. Com base no roteiro da primeira entrevista e nos resultados dos demais instrumentos empregados, foram elencados alguns pontos que constituíram

[22] No CD de anexos, no arquivo: *ANEXO 3 – Roteiro para entrevista.*

assuntos para o roteiro da segunda entrevista[23]. Durante a realização das entrevistas, foram observadas as reações dos professores às perguntas e às respostas.

Nos encontros de estudos da pesquisadora com uma das professoras, sobre o desenvolvimento histórico do sistema de numeração decimal, foi lido e discutido material bibliográfico escolhido pela pesquisadora. Em todos esses encontros foram realizadas anotações e gravações em fita cassete, posteriormente organizadas em relatório escrito[24].

Nas três etapas da pesquisa, foram buscados indícios de:

- utilização, explícita ou implícita, de elementos da história dos conteúdos matemáticos nas aulas observadas e nos materiais utilizados nessas aulas.
- relações entre o conhecimento do desenvolvimento histórico do sistema de numeração decimal e a compreensão da sua estrutura e funcionamento, pelas professoras investigadas.
- relações entre o conhecimento do desenvolvimento histórico do sistema de numeração decimal e a prática pedagógica das mesmas professoras.

Na primeira etapa, na caracterização das quatro professoras, foram destacadas as informações que diziam respeito à formação profissional e prática docente, obtidas em conversas informais, questionário, observações de aulas e análise de materiais utilizados por elas. Outras informações, consideradas importantes, foram as relacionadas às características dos alunos e das escolas onde as mesmas trabalhavam.

Ao final da primeira etapa da investigação, realizou-se uma descrição de situações encontradas nas aulas de matemática observadas, onde as professoras usavam elementos do desenvolvimento histórico do sistema de numeração decimal. Em seguida fez-se uma análise e discussão dos dados coletados, buscando entender as razões do aparecimento dos mesmos nessas aulas.

---

[23] A transcrição da entrevista se encontra do CD de anexos, no arquivo: *ANEXO 4 – Segunda etapa da pesquisa – entrevista e encontros para estudos.*

[24] A transcrição dos encontros se encontra do CD de anexos, no arquivo: *ANEXO 4 – Segunda etapa da pesquisa – entrevista e encontros para estudos.*

Dessa forma, na primeira etapa, foram objetos de análise: o modo como as professoras ensinavam conceitos relacionados ao sistema de numeração decimal; o aparecimento de indícios relacionados à história dos números e sistemas de numeração, nas aulas observadas e nos materiais utilizados nessas aulas.

Na segunda etapa de investigação, foram objetos de análise: o conhecimento que a professora Edna manifestou sobre o sistema de numeração decimal e sobre a história do mesmo; o comportamento da professora Edna durante os encontros de estudo frente aos conteúdos trabalhados no material estudado; as suas reflexões explicitadas nos seus questionamentos e comentários durante os encontros.

Finalmente, a terceira etapa da pesquisa, a análise dos relatórios das observações das aulas, centrou-se na forma como a professora explicou e propôs atividades sobre o sistema de numeração decimal e buscou-se indícios de relação com os estudos históricos realizados na segunda etapa. Na análise da entrevista, priorizou-se as falas em que a professora manifestou alteração na sua compreensão do sistema de numeração decimal e teceu considerações sobre como entendia que deveria ser o ensino desse conteúdo, referenciada pelos estudos históricos realizados.

4 A HISTÓRIA DO SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL NO ENSINO ESCOLAR: ALGUNS INDÍCIOS

4.1 AS PROFESSORAS E SEUS MODOS DE ENSINAR

Professora Edna:

Tinha 40 anos e trabalhava em uma escola pública municipal. Além do antigo curso colegial, concluiu o curso de magistério[25] em 1984. Iniciou seu curso superior (Normal Superior Séries Iniciais) em agosto de 2002, cursou dois semestres, trancou a matrícula, retornando em 2004. Segundo ela, seu objetivo ao procurar uma graduação era "obter mais conhecimentos para ajudar os alunos". Trabalhou em classes multi-seriadas por três anos, com educação infantil por sete anos, com terceira série por um ano, e estava, na ocasião das observações, trabalhando com primeira série há um ano e meio. Também já havia trabalhado com primeira série, por um ano, em 1989 (além da experiência mencionada com alunos de primeira série em classes multi-seriadas). Em relação a cursos de capacitação, afirmou ter feito os cursos organizados pela Prefeitura Municipal, mas, nunca na área de matemática, por não terem sido ofertados. Disse que tinha preferência por ensinar português e que conhecia os Parâmetros Curriculares Nacionais. Apontou como principais dificuldades no ensino de matemática o fato dos alunos não estudarem em casa, a estrutura familiar do aluno, além do número excessivo de alunos na sua turma (31 alunos em 2003). Considerou que conhecia bem os conteúdos matemáticos que ensinava e que os alunos tinham uma dificuldade maior em aprender "a relação entre número e quantidade", não explicitando o que ela entendia por essa relação. É interessante notar que essa professora apontou dificuldades apenas nos alunos, não nela própria ou em sua forma de ensinar.

Os alunos da professora Edna eram de classe financeira baixa. Seus pais, em geral, trabalhavam fora durante todo o dia, e eles, muitas vezes, ficavam com

[25] Realizado pelo Programa HAPRONT (Habilitação do Professor Não Titulado), através de um convênio entre a Prefeitura Municipal da cidade onde a professora residia na época e um colégio estadual de Curitiba. Segundo a Professora Edna, o curso foi realizado por módulos e ela apenas comparecia para prestar as provas referentes a cada módulo.

outras pessoas ou sozinhos em casa. Muitos desses pais eram operários de uma grande indústria frigorífica da cidade.

A professora Edna trabalhava matemática duas vezes por semana, nas segundas-feiras (após o recreio) e nas quintas-feiras (antes do recreio).

Em 2003, adotou como livro texto: *Novo Tempo: Matemática –1ª série -1º grau*[26]. Afirmou não ter participado da seleção desse livro, pois, a escolha era feita a cada três anos.

Nas aulas da professora Edna, observadas na primeira etapa da pesquisa, as atividades realizadas foram: exercícios no livro texto, exercícios passados no quadro, copiados e resolvidos no caderno pelos alunos, exercícios entregues em folhas mimeografadas. Estes últimos ela disse que copiava de livros, inventava, ou pegava de outros professores. Em nenhuma das aulas observadas os alunos realizaram trabalhos em grupos ou utilizaram algum material de manipulação. Edna disse que não gostava de usar material de manipulação porque, com ele, "as crianças fazem muita bagunça".

A professora, em geral, começava suas aulas corrigindo a tarefa deixada na aula anterior, resolvia tudo no quadro e a maioria dos alunos apenas copiava. Poucos traziam a tarefa feita.

Quanto aos conteúdos matemáticos trabalhados a professora esclareceu que seguia o livro texto, que os conteúdos estavam definidos no Projeto Político Pedagógico da Escola, mas que ela participou da elaboração, em 2000, apenas do Programa curricular da pré-escola. Afirmou que o Programa da primeira série estava embasado nos Parâmetros Curriculares Nacionais e em Programas anteriores utilizados na escola.

Durante as aulas observadas, muitos alunos não realizavam as atividades, ficando apenas pintando ou conversando. Também, muitos copiavam

---

[26] IMENES, L.M.O.; JAKUBOVIC, J. ; LELLIS, M. *Novo Tempo : Matemática – 1ª série -1º grau*. São Paulo: Scipione, 2001.
Em 2004 a professora Edna adotou o livro: SOARES, E. S.. *Matemática com o Sarquis - Livro 1*. Belo Horizonte: Formato Editorial, 2002. Essa professora, juntamente com as demais professoras de 1ª série da escola, havia escolhido outro livro (o qual ela não lembrou do nome ou do autor), mas, a secretaria municipal de educação enviou o livro que foi escolhido pela maioria das escolas municipais. A professora Edna disse ter gostado do livro enviado e justificou dizendo que "o livro do professor não traz as respostas prontas e a gente tem que pensar mais pra responder".

dos colegas ou esperavam a professora corrigir no quadro para então copiar as respostas. Alguns alunos eram agressivos entre si, mas não o eram com a professora. Ela demonstrava afeto por eles e vice-versa. Na saída da aula os alunos sempre a beijavam.

Constantemente, durante as aulas, Edna elevava bastante o tom de voz com os alunos, pedindo silêncio. Os alunos estavam sempre agitados, interrompiam a professora a todo o momento para que ela apontasse seus lápis e saiam de seus lugares para conversar com os colegas. Demonstravam dificuldade em encontrar as páginas no livro, por exemplo, se a professora pedia para abrir na página 89, escrevendo esse número no quadro, e um aluno abria na página 53, ele ficava folheando para frente e para trás, até a professora chegar na sua carteira e abrir para ele, ou, até ele encontrar onde havia parado na aula anterior.

Segundo a professora, seus alunos iniciavam o ano sem saber ler ou escrever, apenas reconhecendo as letras e os números de um a nove. Na primeira série, Edna disse que trabalhava a escrita numérica até 99 e operações de adição e subtração de números até a ordem das dezenas. Nas aulas observadas as adições trabalhadas tinham parcelas com números de um algarismo (Ex: 3+4, 1+4, 5+2, etc.). A grande maioria dos alunos recorria aos dedos para fazer esses cálculos.

Professora Joana:

Tinha 25 anos e trabalhava em uma primeira série de uma escola particular. Fez curso de magistério e era formada em Pedagogia desde 1999. Disse que "sempre quis ser professora" e que "hoje um curso superior é pouco, o nível de escolaridade é muito importante para o crescimento pessoal e social do indivíduo".

Já havia trabalhado durante um ano na quarta série do ensino fundamental e durante oito anos com turmas de primeira série do ensino fundamental. Estava na mesma escola há nove anos, mas, paralelamente, já havia trabalhado em outra durante um ano. Também fez dois cursos de especialização (Educação Infantil e Psicopedagogia), em 2000 e em 2002. Disse fazer cursos de atualização oferecidos pela escola e pelas universidades locais, porém, que nunca teve oportunidade de fazer na área de matemática. Alegou utilizar vários materiais que a escola possuía, como ábaco, material dourado e blocos lógicos. Dentre as disciplinas que gostava de ensinar disse ter preferência por matemática, que não encontrava nenhuma dificuldade para isso e que conhecia bem os conteúdos matemáticos que ensinava. Afirmou que os achava simples e justificou dizendo: “trabalho a introdução das operações e os números até 999 e, com material concreto, os alunos também acham [fácil]”. Apontou que seus alunos apresentavam maiores dificuldades na “interpretação de problemas e sentenças matemáticas”.

A turma de primeira série, na qual foram feitas as observações, era composta de 35 alunos cujos pais, em geral, tinham uma boa condição financeira. Devido ao número de alunos, a professora Joana contava com uma professora auxiliar, que estava sempre presente nas aulas, ajudando na correção das apostilas e cadernos e na preparação de materiais.

Durante as aulas observadas, a professora utilizou a apostila adotada pela escola, seguindo as atividades da mesma, as quais incluíam o uso do material dourado, medidas de diversos locais da escola, de objetos e de pessoas (utilizando o metro, objetos e partes do corpo). Também realizou atividades que não foram propostas na apostila, como visita a um supermercado para identificar as unidades de medidas de produtos e visita a uma farmácia para medir a massa corporal dos alunos. A professora disse gostar muito da apostila, devido “apresentar os conteúdos sempre inseridos em uma estória”.

Joana usava quase sempre o mesmo tom de voz. Os alunos faziam silêncio para ouvi-la. Poucas vezes precisou chamar a atenção de alguns alunos para que prestassem atenção ao que ela dizia.

Os alunos, na sua maioria, somavam e subtraiam com facilidade números na ordem das centenas (sem reserva). Alguns já faziam operações com reserva e escreviam números não inteiros, na forma decimal. A professora Joana disse que eles aprendiam em casa, com os pais, os quais lhe perguntavam se podiam ensinar isso aos seus filhos e ela autorizava. Inclusive, informou que muitos pais compravam o material dourado para ajudar seus filhos em casa.

A professora Joana constantemente cobrava a organização dos materiais dos alunos. Justificou a cobrança dizendo que “se eles são organizados ‘fora’ eles também são organizados ‘dentro’, no pensamento”.

Durante a realização das atividades alguns alunos apresentaram dúvidas. Muitas vezes esses alunos só copiavam do colega. Devido ao grande número de alunos a professora não conseguia atender a todos que solicitavam sua atenção. Nas aulas observadas, a professora auxiliar não ajudou nessa função, apenas ficou corrigindo cadernos e apostilas e organizando materiais.

Quanto aos conteúdos que trabalhava, a professora Joana afirmou que seguia o que estava determinado na apostila, sendo que “no Jardim III os números eram trabalhados até o 99 e na primeira série até 999”. Ressaltou que sempre utilizou algum tipo de “material concreto” com os alunos e, que em anos anteriores a apostila trazia atividades com o ábaco, então, naquela época, cada aluno tinha o seu.

Os alunos participavam de diversas atividades no “contra-turno” da escola, como aulas de Filosofia, Música, Judô, Artes e de um Programa chamado PEI (Programa de Enriquecimento Instrumental)[27]. Este último era aplicado pela coordenadora pedagógica do Colégio. Além dela, a professora Joana também fez os três primeiros níveis do curso, necessários para tornar-se Instrutora do Programa.

Em várias ocasiões, durante as aulas observadas, a professora desafiou os alunos dizendo que eles estavam errados, quando estavam certos, ou dando respostas erradas e esperando pela reação dos alunos. Disse gostar do “barulho” que os alunos faziam quando isso acontecia.

Os alunos que terminavam a atividade, durante a aula, iam até um tapete no final da sala, onde haviam diversas almofadas espalhadas e uma pequena estante com livros de literatura infantil e joguinhos de quebra-cabeça. Eles ficavam sentados no tapete conversando ou pegavam algum material da estante para ler ou brincar.

[27] Criado por Reuven Feuerstein, psicólogo e educador romeno, radicado em Israel, que acredita que a inteligência é modificável, não fixa. Foi projetado para aumentar as habilidades cognitivas necessárias para o pensamento independente. Tanto a professora Joana quanto a coordenadora pedagógica da escola foram até Brasília, patrocinadas pelo Colégio, para participar de um treinamento, a fim de tornarem-se instrutoras desse Programa. O treinamento foi realizado por um instrutor de Israel. A última parte do treinamento foi realizada na Espanha e apenas a coordenadora pedagógica participou.

Professora Sofia:

Tinha 29 anos. No ensino médio havia feito o curso Técnico em Contabilidade e o curso de Magistério. Este último incompleto e iniciado juntamente com o curso de Pedagogia, o qual foi concluído em 2001. Disse ter escolhido o curso de Pedagogia por "falta de opção" e complementou que com o transcorrer do curso acabou se identificando muito com ele. Considerou importante ter um curso superior, pois, "a oportunidade de estar em uma faculdade, convivendo com vários tipos de pessoas nos dá a oportunidade de abrir a mente e enxergar novos horizontes. Ou até mesmo de olhar de maneira diferente para o que já temos".

Sofia era professora há três anos, sendo aquele seu primeiro ano no Colégio Santa Catarina e em uma segunda série. Anteriormente ela havia trabalhado em outra cidade com educação infantil. Não havia feito cursos de pós-graduação, mas, disse que fazia cursos de aperfeiçoamento oferecidos pelo colégio, além de outros "por conta". Também disse que nunca participou de cursos na área de matemática.

Em suas aulas seguiu a apostila adotada pelo colégio, mas mencionou que utilizava outros livros de apoio para reforçar o conteúdo e buscar "atividades e exercícios dinâmicos", além de jogos na Internet.

Assumiu que tinha dificuldades para ensinar matemática e apontou como alguns dos fatores que contribuíam para essa dificuldade: os alunos não estudarem em casa, os problemas de comportamento em sala de aula, a estrutura familiar do aluno e a falta de formação adequada do professor.

Considerou a divisão de números naturais como sendo o conteúdo que os alunos têm maior dificuldade em aprender na segunda série. Escreveu que "conhecer o conteúdo não quer dizer que se saiba repassá-lo. Às vezes tenho dificuldade em repassar o que sei".

Todas as atividades realizadas durante as aulas observadas, com exceção das provas, constavam na apostila adotada.

Professora Inês:

Tinha 22 anos, fez curso de Magistério e Pedagogia, este último concluído em 2002. Disse ter cursado magistério devido "ter grande facilidade de comunicação, e também por ser um desafio transmitir conhecimentos". Era professora há quatro anos, já tendo trabalhado com educação infantil, terceira e quarta série. Estava há três anos no Colégio Santa Catarina, onde trabalhava com uma turma de terceira série. Estava concluindo um curso de especialização em Psicopedagogia. Disse que fazia cursos de capacitação oferecidos pela escola, que se referiam, basicamente, a utilização da apostila. Alegou que utilizava materiais didáticos da escola, mas não citou quais materiais utilizava.

Inês, no questionário escrito, disse não ter preferência por ensinar nenhuma disciplina, pois, "se identificava com todas", que conhecia bem os conteúdos matemáticos e não tinha dificuldades em ensiná-los. Porém, na primeira conversa com a pesquisadora essa professora falou sobre a dificuldade dos alunos gostarem de matemática. Afirmou que sempre comentava com eles que a matemática está em todos os lugares, no sapato deles, nas roupas deles, etc., e que eles diziam: "Pare professora, pare!". Disse, também, que teria sido melhor se a pesquisadora tivesse ido até a escola antes, pois ela estava "trabalhando mais no concreto", já que era começo do bimestre e, que naquela ocasião ela estava trabalhando mais no quadro. Apontou a tabuada como sendo o conteúdo em que os seus alunos têm maior dificuldade na terceira série e afirmou que ela "é a base".

Durante as aulas observadas a professora trabalhou com as atividades da apostila e incluiu algumas outras. Trabalhou com a representação decimal de números fracionários e operações com números decimais. Das oito aulas assistidas, em três foram realizadas provas escritas.

A professora Inês falava sempre num tom de voz agressivo com seus alunos, parecendo estar constantemente zangada. Interrompia o que estava falando, ou fazendo, para chamar a atenção dos alunos que, em geral, estavam agitados e conversando. Nas conversas com a pesquisadora demonstrou muita vontade de aprender, de fazer novos cursos, inclusive um curso de Mestrado. Apontou o fator financeiro como o principal impedimento para isso.

Algumas atividades realizadas foram bastante interessantes, porém, o fato dos alunos conversarem muito e de a professora interromper constantemente para chamar sua atenção, pareceu fazer com que eles se desinteressassem pela atividade, tornando-a pouco proveitosa.

4.2 A BUSCA DE INDÍCIOS LIGADOS AO DESENVOLVIMENTO HISTÓRICO DO SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL

De posse do material coletado nas observações de aulas, buscou-se, nesse material, indícios relacionados ao desenvolvimento histórico do sistema de numeração decimal. A análise dos mesmos fornecerá elementos importantes para a realização do estudo de caso, na próxima etapa da pesquisa.

I) Correspondência termo a termo[28]:

A correspondência termo a termo apareceu, nas aulas observadas, em dois tipos de situações principais. Uma envolvendo um conjunto usado para contar (risquinhos, bolinhas, dedos) e um conjunto que é contado (quilos, pombinhas, balas, flores, etc). Outra envolvendo uma equiparação entre duas coleções (de flores, garrafas, quadrados, anos, etc). O objetivo principal do uso desse tipo de correspondência foi a realização de adições e subtrações. Apenas em uma situação observada o objetivo não foi comparar quantidades, mas sim, comparar o valor absoluto de dois números.

A seguir são descritas algumas situações que exemplificam o uso da correspondência termo a termo pelas professoras observadas e por seus alunos.

a) Uso de marcas (risquinhos ou bolinhas) na representação de quantidades:

1ª situação:
Professora Edna (p. 5)[29]
Edna: Vamos fazer um risquinho para cada quilo?
Ela desenhou os risquinhos no quadro dizendo:

[28] Neste trabalho considerou-se correspondência termo a termo tanto a correspondência entre elementos de conjuntos com quantidades diferentes de elementos quanto a correspondência entre conjuntos com quantidades iguais de elementos.

[29] A numeração das páginas refere-se ao material em que estão descritas as observações. O mesmo se encontra no CD de anexos, no arquivo: “ANEXO 1 – Primeira etapa da pesquisa”.

Edna: Um risquinho um quilo, dois risquinhos dois quilos, três risquinhos três quilos (até desenhar todos os risquinhos).

No quadro estava representado:

6 QUILOS | 3 QUILOS
|||||| | |||

Edna: Vamos juntar tudo e ver quantos quilos ele está carregando? Quantos quilos?

AA[30]: Nove

A professora escreveu no quadro: 9 QUILOS

Edna: Agora escrevam isso no livro.

<u>2ª situação:</u>

Professora Edna (p. 23)

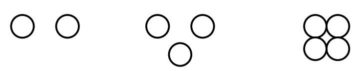
Edna: Agora quem estiver quietinho vai resolver no quadro.

A professora escreveu no quadro:

3+2+4= ______ 2+5+1 = ______ 3+2+1= _______

Chamou dois alunos. Os dois foram até o quadro e ficaram olhando, sem resolver. Ela ajudou cada um contando nos dedos. Chamou mais três alunos e escreveu outros exemplos no quadro. Um dos alunos desenhou bolinhas para representar cada número:

2 + 3 + 4 = 9



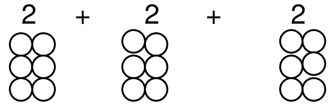
Uma outra aluna começou a contar nos dedos e não conseguiu resolver. Então a professora disse que era para fazer bolinhas e contar, como o colega fez. Ela fez e escreveu o resultado corretamente. O terceiro aluno resolveu o seu exemplo sem contar nos dedos e sem desenhar.

<u>3ª situação:</u>

Professora Edna (p. 23)

A professora colocou mais três exemplos no quadro e chamou mais três alunos. Um deles (Ademir) desenhou bolinhas abaixo dos números:

2 + 2 + 2 =



---

30 AA= Apenas alguns alunos

Edna: Pra que tanta bolinha? Que número é esse (apontou o 2).

Ademir: Dois.

Edna: Então apaga essas (apagou quatro bolinhas de cada grupo de seis bolinhas que ele desenhou) e conta quanta bolinha tem.

Ele contou, em silêncio, apontando com o dedo e escreveu ao lado: “6” . Um outro aluno, Alan, ficou olhando para o seu exercício no quadro sem resolver. Olhou para o lado, para o que o aluno Ademir estava fazendo, e começou a fazer bolinhas também, abaixo dos números:

1 + 1 + 1 =
○ ○ ○

Continuou olhando para o quadro e parecia confuso. Então, desenhou mais bolinhas:

1 + 1 + 1 =
○○ ○○ ○○

A professora falou para esse aluno:

Edna: Um mais um mais um é quanto?

A professora apagou três bolinhas, uma bolinha abaixo de cada número. O aluno, apontando cada uma das bolinhas restantes, disse:

Alan: Um um um.

Edna: Não é um um um. É um, mais um, mais um. Conta quanto dá?

Ele contou, apontando as bolinhas e colocou o resultado: “3” .

<u>4ª situação:</u>

Professora Edna (p.36)

Edna: Eu vou fazer um risquinho para cada pombinha (fez sete risquinhos no quadro contando em voz alta, acompanhada de alguns alunos). Seis pombinhas vão voar (apagou seis risquinhos, também contando em voz alta acompanhada dos mesmos alunos). Quantas pombas vão ficar?

A[31]: Uma

<u>5ª situação:</u>

Professora Edna (p.54)

A professora escreveu no quadro: 11 – 4 = _______

Edna: Aqui será que vocês terão que pegar dedo emprestado do vizinho, ou tirar o sapato. para usar os dedos dos pés? (Os alunos começaram a rir e fazer comentários). Não! É só fazer na memória! Quanto mais vocês treinarem a memória, melhor vai ser quando vocês estiverem na terceira ou quarta séries. Se não dá pra fazer com os dedos das mãos, vocês podem também usar palitinhos.

Bruno: Dá pra fazer risquinho na carteira.

Edna: Riscar a carteira não! Usem um caderno ou folha velha. Mas o melhor é fazer na memória. Senão quando vocês chegarem na quarta série, sabem quantos risquinhos vocês têm que fazer? 200!

Os alunos mostraram espanto rindo e falando: “Meu Deus!”, “Nossa!”. A professora desenhou no quadro:

| | | | | | | | | | |

P: Eu tenho onze risquinhos, tiro quatro. Fica quanto? Vamos contar aqui (enquanto contava, riscava): um, dois, três, quatro.

No quadro: $\cancel{|}\,\cancel{|}\,\cancel{|}\,\cancel{|}$ | | | | | | |

Edna: Fica quanto?

AA: Sete.

<u>**6ª situação:**</u>

Professora Edna (p. 43)

A professora fez nove risquinhos no quadro, contando cada risquinho em voz alta e dizendo que cada risquinho era uma bala. Ao dizer que ia chupar só uma, rabiscou um dos risquinhos:

$\cancel{|}$ | | | | | | | |

Na primeira situação descrita a professora Edna utilizou risquinhos para resolver uma situação de soma que estava no livro texto[32], onde aparecia um menino carregando duas sacolas, em cada uma estava escrito “6 QUILOS” e “3 QUILOS” respectivamente. Ela utilizou o mesmo recurso para resolver diversos outros exercícios desse livro, tanto de soma quanto de subtração, como os que aparecem nas demais situações acima. O próprio livro texto sugere o uso desses recursos para

[31] A maioria dos alunos.

realizar essas operações[33]. Na quinta situação, onde uma operação envolvia um número maior que dez, a professora chamou a atenção dos alunos para a importância de “treinar a memória”, referindo-se ao cálculo mental, pois, segundo ela, com números maiores se torna difícil fazer risquinhos ou usar os dedos. Citou o número 200 como exemplo de um número muito grande, onde eles teriam que fazer muitos risquinhos e os alunos mostraram espanto, demonstrando que, para eles, esse número deveria ser “muito grande” mesmo.

Na segunda situação a professora colocou algumas adições no quadro, com três parcelas de um algarismo cada, cuja soma era menor que dez. Alguns alunos, chamados ao quadro, conseguiram resolver utilizando bolinhas ou com ajuda dos dedos. Dois deles, porém, pareceram não entender como utilizar o recurso do desenho das bolinhas, isto é, não conseguiram relacionar esses desenhos com a operação que estava descrita no quadro e que deveria ser resolvida. Isso pode ser decorrência da forma como os exemplos eram abordados, com a professora Edna lendo o enunciado dos exercícios no livro e ela mesma resolvendo no quadro, mostrando dedos ou desenhando risquinhos, antes que os alunos tivessem oportunidade de fazê-lo . A impressão que se tinha era de que muitos alunos não prestavam atenção na operação, apenas contavam os dedos que a professora mostrava ou os riscos e bolinhas que ela desenhava no quadro e apontava. Muitos alunos ficavam fazendo outras atividades durante as aulas, como pintar e conversar com os colegas. Nas segunda, terceira e quinta situações descritas, a professora colocou no quadro algumas operações descontextualizadas, mas, mesmo quando as operações estavam dentro de um contexto, como os problemas que apareciam no livro, este contexto era pouco explorado. O próprio autor do livro didático adotado, no manual pedagógico anexo ao livro do professor, sugeria que os problemas descritos fossem explorados ao máximo, questionando as crianças sobre seu entendimento, relacionando com outros problemas e com outras disciplinas. A professora Edna não agiu dessa forma nas aulas observadas.

[32] IMENES, L.M.O.; JAKUBOVIC, J. ; LELLIS, M. *Novo Tempo : Matemática – 1ª série -1º grau*. 2ª ed. São Paulo: Scipione, 2001, p. 87.

[33] Como na página 103 onde o autor do livro sugere o uso de bolinhas e na página 104, onde sugere o uso de risquinhos. Em ambos os casos são mostrados exemplos seguidos de exercícios.

b) Uso dos dedos das mãos:

Uma estratégia de resolução de adições e subtrações bastante utilizada pela professora Edna e por seus alunos foi o uso dos dedos das mãos. Esse recurso também foi usado por outros professores e alunos observados.

<u>1ª situação:</u>

Professora Edna (p. 22):

Edna: Três mais dois é quanto? (Mostrou três dedos em uma mão e dois em outra).

AA: Cinco

Edna: Eu tenho cinco dedos nessa mão, mais quatro é quanto? (Mostrou cinco dedos em uma mão e quatro em outra)

AA: Nove.

<u>2ª situação:</u>

Professora Edna (p. 41):

Edna: Eliane: três mais dois?

Eliane (contou nos dedos): cinco.

Edna: Só a Tatiane. Quatro mais dois?

Tatiane (contou nos dedos): Seis

Edna: Luis Fernando. Um mais três?

Luis Fernando (contou nos dedos, demorando um pouco): Quatro.

Edna: Só a Maíra. Dois mais três?

Maíra (contou nos dedos): Cinco.

Edna: Só o Bruno. Três mais três?

Bruno: Seis.

Edna: Ademir. Quatro mais três?

Ademir (contou nos dedos): Sete.

<u>3ª situação:</u>

Professora Edna (p. 52):

Dois alunos foram até ela e perguntaram quanto era quatro menos zero. Ela mostrou quatro dedos e disse:

Edna: Eu não escondo nem um dedo. Quantos dedos fica? Quatro!

Da mesma forma, foi questionando alguns alunos sobre as operações do quadro, perguntando quanto era sete menos dois, nove menos seis e sete menos zero. Alguns alunos faziam como a professora, levantavam os dedos e iam baixando. Então diziam a resposta para a ela. Ela repetia, com seus dedos, o procedimento dos alunos. Passava nas carteiras de alguns outros alunos e também repetia o procedimento para eles.

<u>4ª situação:</u>

Professora Inês (p. 168):

Um aluno estava no quadro resolvendo a seguinte soma:

$$\begin{array}{r} 40{,}50 \\ +\ 45{,}30 \\ \underline{48{,}60} \end{array}$$

(...) O aluno recomeçou a fazer com a ajuda da professora que perguntou:

Inês: Cinco mais três mais seis?

O aluno após contar nos dedos disse que era 14 e escreveu 4 na soma.

Inês: Vai um aqui. Um mais cinco mais oito?

O aluno foi contando nos dedos, respondendo e escrevendo os resultados no quadro.

<u>5ª situação:</u>

Professora Inês (p. 190):

A professora chamou mais cinco alunos e saiu com eles (...) A professora voltou com os alunos, eles começaram a fazer a brincadeira com os colegas. Alguns fizeram com a pesquisadora. Para adivinhar o número alguns alunos fizeram a soma mentalmente, outros contaram nos dedos e outros, ainda, escreveram na mão. Alguns não acertaram o número.

(...)

Inês: Quando vocês forem fazer a brincadeira não pode somar nos dedos, senão não parece mágica (...).

<u>6ª situação:</u>

Professora Edna (p. 23):

Edna: Quanto é quatro mais três? (Mostrou quatro dedos em uma das mãos) Aqui eu tenho quatro, não preciso contar esses dedos, já sei que é quatro. Então quatro (mostrou a mão e levantou a outra) cinco, seis, sete (mostrou com os dedos da outra mão).

Pelas situações descritas é possível perceber o quanto o recurso aos dedos das mãos era utilizado pelos alunos e professores na resolução de operações aritméticas. Inclusive, em diversas páginas do livro didático adotado pela professora Edna, sugere-se o uso desse recurso.

Na sexta situação apareceu uma questão sobre a qual a professora Edna havia comentado com a pesquisadora, em uma conversa informal. Ela disse, na ocasião, que os alunos não entendiam que ao somar, por exemplo, cinco mais dois, e mostrar cinco dedos em uma mão e dois em outra, não era preciso iniciar a contagem do um, bastava começar do cinco e contar os outros dois dedos restantes. Ela afirmou que insistia nisso, mas, segundo ela, os alunos não conseguiam entender. Ou seja, o que a professora relata, é que parece faltar a noção de inclusão hierárquica do número em algumas crianças.

c) Uso para comparação entre dois conjuntos:

<u>**1ª situação**</u>

Professora Edna (p. 32)

Edna: Agora o outro desenho. Quantas flores o rapaz tem a mais que a moça?

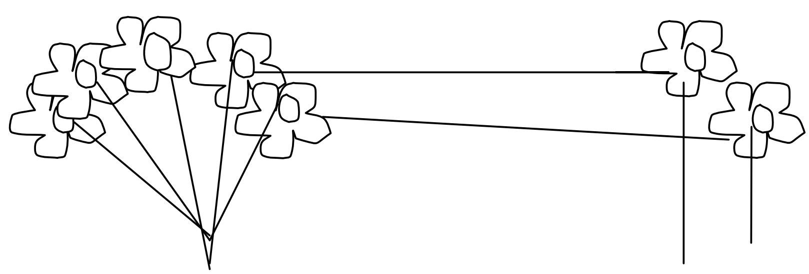
AA: Cinco.

A professora desenhou as flores no quadro.

(...)

A professora passou a fazer correspondência, ligando as flores e dizendo:

Edna: Essa aqui ele tem, ela tem. Essa ele tem, ela também.



Edna: Quantas ele tem a mais?

A: Três.

Edna: No outro. Quantas garrafas o palhaço tem a mais que a bailarina?

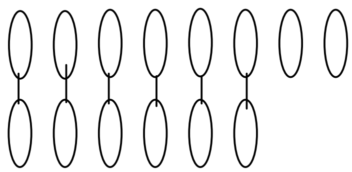
A: Seis.

Edna: Vamos desenhar. As garrafas do palhaço: um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito. Agora as da bailarina: um, dois, três, quatro, cinco, seis. (Contava, em coro com os alunos, enquanto desenhava no quadro.)

(...)

Ligando as garrafas (fazendo correspondência) a professora dizia:

Edna: Essa aqui o palhaço tem e a bailarina também, esse ele tem ela tem, esse ele tem ela tem, ...



Edna: Quantas o palhaço tem a mais?

AA: Duas.

A professora chamou a atenção de alunos que estavam conversando. Alguns alunos lhe perguntaram onde deveriam escrever o número dois. Ela apontou no livro. Outros alunos perguntaram se a resposta era dois e ela confirmou.

<u>2ª situação</u>

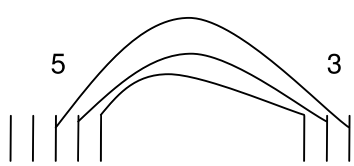
Professora Edna (p. 33)

Edna: Agora na outra página[34] (virou a página do livro e aguardou alguns instantes). Quantos anos ela tem a mais que ele? Vamos fazer um risquinho para cada ano.

Fez risquinhos no quadro, contando em voz alta ao desenhá-los, acompanhada dos alunos:

5 3

Edna: Agora eu faço: um ano dele e um ano dela, um ano dele e um ano dela, um ano dele e um ano dela (enquanto falava unia os risquinhos)



[34] Página 106 do livro didático adotado.

Alisson: Sobrou dois.

Edna: Então, quantos anos ele tem a mais que ela?

A: Dois.

Edna: Qual a diferença de idade entre eles?

A: Dois.

Edna: Então escrevam.

Fábio: É pra escrever dois aqui também? (Apontando, no livro, o espaço destinado para a resposta à última pergunta feita pela professora).

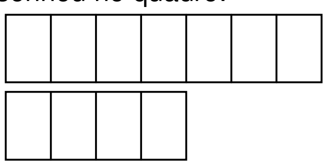
Edna: Sim

<u>3ª situação</u>

Professora Edna (pg. 35)

Edna: Na outra folha. (Esperou alguns instantes) Aqui tem sete quadradinhos, embaixo tem quatro.

Desenhou no quadro:



Edna: Faço esse com esse, esse com esse, esse com esse, esse com esse (falava apontando um quadradinho do grupo de sete e um do grupo de quatro, de cada vez). Quanto tem a mais aqui? (Apontava o grupo de sete).

AA: Três.

No livro havia mais quatro exemplos como o anterior. Para resolvê-los a professora agiu da mesma forma, desenhando os quadradinhos no quadro, fazendo a correspondência e perguntando aos alunos. Os alunos acompanhavam, a maioria muito distraidamente, escrevendo as respostas no livro. Muitos conversavam e a professora, por diversas vezes, interrompeu para repreender algum aluno.

Nas três situações descritas acima a professora Edna resolveu os problemas no quadro, antes que os alunos tentassem fazê-lo, e usou a correspondência termo a termo entre figuras para isso.

Em relação à estratégia utilizada pela professora, observando os alunos, novamente teve-se a impressão de que eles não estavam pensando sobre o problema, mas sim, apenas realizando uma contagem (dos objetos desenhados que sobraram na relação termo a termo realizada no quadro).

Em uma conversa informal, a professora Edna explicou para a pesquisadora que os alunos não conseguiam resolver sozinhos os problemas que apareciam no livro didático, por isso ela resolvia no quadro e, ainda segundo ela, "ligando os desenhos parece que fica mais fácil o aluno entender".

d) Uso para comparação de números:

Em uma situação observada na aula da professora Edna, esta estava explicando aos alunos um exercício do livro didático, no qual havia alguns números que deveriam ser colocados em ordem crescente. Para comparar o número 9 com o número 12, a professora fez 2 conjuntos de risquinhos no quadro e realizou uma correspondência entre eles:

Prof. Edna (p. 47)

Edna: Agora na outra página. Observem os números que têm lá. Que números têm lá?

Alisson: 12, 3, 2, 13, 9, 17.

A professora foi copiando no quadro os números ditos pelo aluno:

12 3 2 13

7 9

Edna: Vocês viram que têm aqueles números soltos. Agora ali embaixo diz assim: escreva de novo esses números, mas do menor para o maior.

A estagiária parou de reproduzir folhas no mimeógrafo e sentou sobre uma carteira no fundo da sala (ao lado do mimeógrafo).

Edna: Qual desses números aqui é o número menor? (Apontou os números no quadro)

AA: O dois.

Edna: É o dois? Não é o três?

Alex: É o um.

Edna: Tem um aqui? (Falou com voz zangada)

Edna: Caio, por que o dois é menor?

Vários alunos começaram a falar mostrando três dedos em uma mão e dois dedos na outra. A professora fez um X no número dois no quadro e o copiou abaixo dos outros.

2					

Em seguida, copiou o número três ao lado do número dois e disse:

Edna: O dois e o três eu já coloquei lá (fez um X no três). Agora o sete e o nove, qual é o menor?

AA: Sete.

A professora fez um X no sete e o copiou ao lado do três.

Edna: Depois qual é o menor: 9, 12 ou 13?

AA: Nove.

Edna: Por quê?

AA: Porque é menor!

Edna: Porque o 12 tem 3 a mais que o 9. Vamos fazer risquinhos.

Fez os risquinhos contando em voz alta, acompanhada dos alunos:

| | | | | | | | | | | | |

| | | | | | | | |

Edna: Vamos fazer associações. Este com este, este com este, ... (foi falando e unindo um risquinho do grupo de cima com um do grupo de baixo). Então o 12 é maior. Tem 3 a mais que o 9. Então fica assim (completou no quadro):

2	3	7	9	12	13

II) <u>Contagem por agrupamentos</u>

Nas aulas da professora Inês foi observada uma situação onde utilizou-se contagem por agrupamentos, quando uma aluna usou os dedos das mãos para resolver as multiplicações ditadas pela professora. Essa aluna usou os dedos de uma das mãos para contar unidades até formar um grupo e, os dedos da outra mão para contar quantos grupos havia formado.

Nas aulas da professora Sofia, também observou-se apenas uma situação de contagem por agrupamentos (de dez elementos), que foi sugerida por ela para facilitar uma representação de quantidades de moedas. Alguns alunos utilizaram essa estratégia, no exercício que estava sendo feito, antes da sugestão da professora.

Nas aulas da professora Joana, um aluno, ao realizar uma divisão (20÷ 5) contou formando grupos de cinco. Também, em outras ocasiões, a professora Joana utilizou o material dourado, o qual está estruturado para o trabalho com agrupamentos de dez. Inclusive ela disponibilizou esse material quando os alunos tinham dificuldades em realizar determinada operação (na ordem das centenas). A apostila adotada pela professora incluía um jogo de material dourado individual para cada aluno e sugeria diversas atividades com ele.

1ª situação:

Professora Inês (p. 191)

Inês: Agora vocês coloquem a número cinco, tabuada. Vou falar e vocês vão colocar a resposta. Vamos lá. Primeira, nove vezes oito.

Alguns alunos olharam para a tabuada que estava na parede, antes de escrever a resposta.

Inês: Oito vezes oito. Eu vou falar duas vezes, não é pra ninguém dizer a resposta. Seis vezes sete (repetiu três vezes). Quarta, sete vezes nove (repetiu três vezes). Próxima, cinco vezes seis (repetiu três vezes). Próxima, nove vezes quatro (repetiu três vezes). Oito vezes seis (repetiu três vezes). O último, dez vezes cinco.

A aluna que estava sentada na frente da pesquisadora utilizou os dedos para fazer os cálculos da seguinte forma, por exemplo, ao fazer seis vezes sete, ela utilizou uma das mãos para contar de sete em sete e utilizou a outra para contar quantas vezes ela já havia contado um grupo de sete.

2ª situação:

Professora Joana (p. 91)

Um aluno estava no quadro resolvendo a operação: 20÷5. Ele então desenhou vinte bolinhas e escreveu “=4” ao lado delas.

Joana: Explique como você fez.

O aluno apontou as bolinhas e começou a contar:

Anderson: Um, dois, três, quatro, cinco. Deu um. Um, dois, três, quatro, cinco. Deu dois. Um, dois, três, quatro, cinco. Deu três. Um, dois, três, quatro, cinco. Deu quatro.

<u>3ª situação:</u>

<u>Professora Sofia (p. 123)</u>

A professora continuou a ler na apostila:

Sofia: Represente, por meio de desenhos, quantas moedinhas de um centavo são necessárias para formar uma moedinha de dez centavos. Represente, por meio de desenhos, quantas moedinhas de um centavo são necessárias para formar uma moedinha de cinqüenta centavos.

Interrompeu a leitura e falou para os alunos:

Sofia: Como é que fica mais fácil desenhar 50? Fazendo 5 filinhas de 10!

Foi até o quadro e desenhou, contando em voz alta de um a dez por duas vezes:

○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○

○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○

A professora esperou os alunos desenharem, enquanto passava nas carteiras. Pegou a apostila de uma aluna, que desenhou 5 fileiras de 10 moedas e mostrou para a turma.

<u>4ª situação:</u>

Professora Joana (p. 71)

A professora usou o mesmo procedimento e escreveu, abaixo do 100 o número 101. Quase todos os alunos mostraram rapidamente os quadradinhos correspondentes no material dourado. Alguns poucos observaram antes o que os outros fizeram para só então mostrar. Alguns alunos falaram alto que haviam terminado, ficaram em pé para mostrar. A sala ficou bastante barulhenta. Com voz calma a professora disse:

Joana: Não precisa gritar, a professora não é surda.

Dirigiu-se a cada uma das filas repetindo

Joana: Vocês não pegaram dezenas? Então estão errados!

Os alunos protestaram dizendo que não, que estavam certos. A professora perguntou a um aluno para explicar porque eles não estavam errados.

Gustavo: Porque se eu pegar uma dezena, uma centena e uma unidade vai ficar 111.

Joana: Está bem, essa vocês venceram.

Os alunos comemoraram gritando: Eeeeeeehhh!

A professora escreveu outro número no quadro: 102

Os alunos rapidamente levantaram uma centena e duas unidades, no material dourado. A professora olhou e confirmou que eles estavam certos e escreveu outro número:

11

Ela perguntou:

Joana: Como é esse número?

Vários alunos responderam que o número tinha uma dezena e uma unidade. E levantaram as peças correspondentes.

Joana: E se eu fizer isso.

Escreveu um zero à direita no número: 110 .

Vários alunos levantaram a centena e a dezena. Ela escreveu: "1"

Joana: Por enquanto é o quê?

AA: Centena.

Joana: É o quê?

A: Unidade.

Ela, então, completou o número escrevendo: "121". Começou a andar entre as carteiras, disse para alguns que estavam certos, questionou outros perguntando quantas dezenas colocaram, quantas unidades e quantas centenas.

Joana: Agora eu vou colocar um super, hiper, muito, muito difícil.

Escreveu: 342

Alguns alunos rapidamente levantaram o dedo dizendo que terminaram.

Joana: A fila do Felipe. Quantas centenas vocês pegaram:

Os alunos da fila disseram: "três".

Joana: Vamos contar.

Pegou as três centenas da carteira do primeiro aluno da fila, que ele havia separado e, mostrando uma por uma, contou com os alunos: 100, 200, 300.

Joana: E dezenas?

A: Quatro.

A professora levantou as dezenas, da carteira do primeiro aluno da fila seguinte, e mostrou uma por uma, enquanto os alunos contaram: 10, 20, 30, 40.

Dirigiu-se a fila ao lado, levantou duas unidades e contou em voz alta:

Joana: 100, 200.

A: Nãooooo!

Joana: Cada um desses aqui não vale 100?

A: Nãoooooo!

Joana: Claro que vale!

A: Não!

Joana: Vale quanto?

A: Uma unidade.

Joana: Ah! Tá bom! Então é um, dois. (Falou mostrando os quadrinhos)

Joana: Guardem o joguinho. Guardem primeiro a centena pra não rasgar o saquinho.

<u>5ª situação</u>

Professora Joana (p. 73)

A professora começou a correção no quadro. Foi escrevendo e pronunciando cada número em voz alta.

100 – cem

101 – cento e um

102 – cento e dois

110 – cento e dez

121 – cento e vinte e um

342 – trezentos e quarenta e dois

Apontando para o número 121 disse:

Joana: Se eu tivesse três centenas ao invés de uma como seria?

AA: Trezentos e vinte e um.

Joana: E se eu tivesse quatro centenas?

A: Quatrocentos e vinte e um.

Joana: Se eu tivesse cinco centenas?

A: Quinhentos e vinte e um.

<u>3ª situação:</u>

Professora Joana (p. 75)

Rafael: Depois do 309? (Perguntou olhando para a professora e esperou alguns instantes. A professora estava conversando com outro aluno) Vira 340 depois do 309? (Perguntou falando alto e olhando para os colegas).

A professora foi até a sua mesa, pegou um pacotinho, abriu e colocou material dourado sobre a carteira de Rafael. Os dois manipularam o material. Ela contou apontando o material, ele fez a mesma coisa. Ela fez perguntas olhando para ele. Ele contou no material dourado e respondeu. A professora e o aluno falaram baixo, impossibilitando o registro.

A professora continuou passando nas carteiras. Na carteira da aluna Isabela, ela entregou material dourado também e ficou conversando com a aluna, manipulando o material.

(...)

Joana: De 301 vai para?

AA: 302

Joana: O que mudou? A centena mudou?

A: Não.

Joana: A dezena?

A: Não

Joana: Até chegar ao nove, quando eu tenho 309 mais um, eu vou ter 300 mais uma?(Falou mostrando no material dourado três centenas e uma dezena)

A: Dezena

Joana: Se vocês já sabem fazer os numerais até 100 depois só vai mudar a centena. A Isabela fez no joguinho, ficou mais fácil no joguinho?

A aluna balançou a cabeça afirmativamente.

Joana: Só não pode esquecer que no joguinho do material dourado tem uma regrinha. Qual é a regrinha?

Júlio (rapidamente): Nunca dez!

Joana: Quando eu junto dez o que eu faço?

AA: Troco por outro.

III) A grafia dos números:

Ao tentar explicar a grafia dos números, a professora Edna mostrou a sua crença em uma única possibilidade de grafia, pois, segundo ela, qualquer outra estaria errada.

Professora Edna (p. 7)

Edna: Escrevam o 5 lá. Agora a outra página. (Colocou o livro sobre a mesa). Nós temos algumas regras em matemática e em português. O que são regras? São coisas que precisam ser cumpridas. Por exemplo, para escrever papai em português nós escrevemos PAPAI (escreveu a palavra no quadro). Vamos supor que para a Maíra fosse assim

(escreveu AAAAI) e para o Adrian (escreveu OOOOO). Então no português existe uma regra que diz que para escrever papai deve escrever assim (apontou a palavra PAPAI no quadro). De outra forma está o quê?
A: Errado.
Edna: Está errado. Na matemática também, para escrever os números nós usamos esses símbolos aqui. (Apontou acima do quadro pequenos cartazes com os algarismos). A matemática é mais simples que o português, só tem dez símbolos. Olha lá quantos símbolos tem o português (apontou os cartazes com as letras do alfabeto). Então sempre tem que ter uma regra para escrever do jeito certo. Se não tá errado. Já viraram a página?

IV) <u>Número zero</u>:

Nas aulas observadas, os alunos mostraram algumas dificuldades em operar com o zero.

<u>1ª situação</u>
Professora Edna (p. 29)
Luiz Fernando: Quanto dá essa continha?
Apontou na folha:

$$\begin{array}{r} O \\ + \underline{O} \end{array}$$

Edna: Quanto é zero mais zero?
Ademir (Estava ao lado e respondeu rapidamente): Oito.
Edna: Quanto é zero mais zero Ademir?
Ademir: Oito.
Edna: Zero mais zero.
Ademir: É oito professora!
Edna: Como Oito? Zero mais zero. Se eu tenho zero balas nessa mão (mostrou a mão fechada) pegue zero balas.
Ademir fez de conta que pegou algo da mão da professora.
Edna: Dá pra pegar? Não dá! Quanto é nada mais nada? É nada! Zero mais zero é zero!

O que se pode deduzir da situação acima é que o aluno estava juntando os dois zeros, ou melhor, juntando as duas “bolinhas”, uma acima da outra, formando assim o número oito. Ou seja, ele não estava pensando na operação aritmética que deveria ser feita.

Em uma segunda situação, descrita abaixo, outro aluno também mostrou dificuldades em operar com o zero.

2ª situação
Professora Edna (p. 43)
Edna: Aqui eu tenho oito balas. Vamos fazer um risquinho para cada bala (fez os risquinhos no quadro). Oito menos zero dá quanto?
Bruno: Zero
Edna: Como? Se eu tenho oito reais no meu bolso, gasto zero, não gasto nada. Com quanto eu fico?
AA: Oito.

Um outro exemplo ilustrativo da dificuldade em operar com o zero ocorreu após o término das observações das aulas, já em 2004[35]. Na ocasião a pesquisadora estava conversando com a professora Edna na sala de professores da escola onde esta trabalhava, quando entrou outra professora, que será aqui chamada de Márcia, a qual trabalhava também em uma primeira série daquela escola, além de trabalhar com turmas de "reforço". Ela pediu cartolina para Edna, mostrando alguns cartõezinhos de um jogo do livro texto, que queria trabalhar com os alunos, segundo ela "apenas na aula de reforço, pois, com a turma normal não dá, são muitos alunos". A professora Edna abriu o livro didático[36], apontou duas perguntas e questionou Márcia sobre como ela havia trabalhado aquelas questões com os alunos. As perguntas eram:

NA SUA OPINIÃO, QUAL É O MAIOR NÚMERO QUE EXISTE?
E O MENOR?

A professora Márcia respondeu da seguinte forma:

[35] Esta situação ocorreu no início da segunda etapa, que será tratada no próximo capítulo. Porém, optou-se por descrevê-la aqui, por ser pertinente ao assunto abordado nesta parte do trabalho.

[36] SOARES, Eduardo Sarquis. *Matemática com o Sarquis - Livro 1*. Belo Horizonte: Formato Editorial, 2002, p. 12.
(Este livro foi adotado em 2004).

Márcia: Eu perguntei pra eles e eles me falaram vários pro maior, pro menor eu expliquei que é o um.
Edna: O menor não é o zero?!!
Márcia: Não, na minha opinião não. Não tem número e numeral? O numeral serve pra representar um número. O zero não representa nada. Zero não é nada, não vale nada. O menor número é o um! Como que eu vou dizer que o zero é menor se ele não vale nada?

IV) Algoritmos escolares:

Nas aulas observadas apenas os algoritmos escolares convencionais foram usados para resolver problemas e operações. Várias vezes, apenas a solução de operações foi solicitada, com valores descontextualizados de qualquer situação. Na resolução de operações com "empréstimo" ou "reserva", as professoras usavam as palavras "vai um", sem mencionar que o "um" era uma dezena, por exemplo.

Não foram observados alunos resolvendo operações com algoritmos diferenciados dos tradicionais, explicados pelas professoras. A tabuada foi bastante cobrada pela professora Inês (terceira série) que a apontou, no questionário escrito, como sendo o que os seus alunos apresentam maior dificuldade na aprendizagem da matemática. Essa professora justificou a importância da tabuada por ela ser "a base".

No ensino dos números decimais, durante as aulas observadas da professora Inês, esta mostrou muita preocupação em que os alunos aplicassem corretamente os algoritmos escolares convencionais. Por diversas vezes repetiu a expressão: "vírgula embaixo de vírgula" e, na divisão por potências de dez, enfatizou que "a vírgula deve andar de acordo com o número de casas do denominador". Nessas aulas ela não mencionou a razão desses procedimentos. O nome do lugar ocupado por cada algarismo também foi enfatizado bastante, sendo feitos diversos exercícios de leitura e escrita de números na forma decimal.

1ª situação
Professora Inês (p. 164)
Inês: A avaliação está bem fácil. Eu pedi para vocês estudarem bastante o quê?

AA: Tabuada

Inês: Por quê?

AA: Porque vai cair na prova.

Inês: Sim, mas porque eu preciso dela pra tudo. Quando eu vou fazer o “determine” a conta do “D”, eu preciso da tabuada. Quando eu vou fazer divisão, eu preciso da tabuada.

<u>2ª situação</u>

Professora Inês (p. 191)

Inês: Agora vocês coloquem a número cinco, tabuada. Vou falar e vocês vão colocar a resposta. Vamos lá. Primeira, nove vezes oito.

<u>3ª situação</u>

Professora Inês (p.188)

A professora perguntou para a aluna:

Inês: Quantas casas têm que andar?

A aluna respondeu “uma”.

(...)

Inês: Por que três casas?

O aluno respondeu que era porque tinha três zeros, apontando o 1000 no denominador.

<u>4ª situação</u>

Professora Inês (p.172)

Inês: Essa primeira conta está certa?

AA: Sim.

A professora fez um sinal de certo ao lado da operação.

Inês: E a segunda?

AA: Não

Inês: Por quê?

AA: É vírgula embaixo de vírgula.

No quadro o aluno resolveu da seguinte forma:

$$\begin{array}{r} 0{,}7 \\ +\underline{0{,}8} \\ 11{,}5 \end{array}$$

<u>5ª situação:</u>

Professora Edna (p. 38)

A professora escreveu no quadro:

3 - VAMOS SOMAR:

$$\begin{array}{r} 3 \\ +\ 1 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 7 \\ +\ 1 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ +\ 2 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 5 \\ +\ 3 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 5 \\ +\ 5 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 0 \\ +\ 0 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 7 \\ +\ 3 \\ \hline \end{array}$$

<u>6ª situação:</u>

Professora Joana (p.79)

A professora escreveu no quadro:

Resolva com atenção as operações:

$$\begin{array}{r} 321 \\ +\ 12 \\ 10 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 436 \\ +\ 12 \\ 10 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 521 \\ -\ 310 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 821 \\ -\ 123 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 929 \\ -\ 129 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 329 \\ -\ 318 \\ \hline \end{array}$$

<u>7ª situação</u>

Professora Sofia (p. 118)

Sofia: Isso, eu não posso ir direto lá no milhar e emprestar. Começa a fazer da esquerda para a direita. (Apontou para a primeira operação) Milhar emprestou pra centena, quanto ficou aqui? (Apontou para o 2 do número 2003).

AA: Um

A professora fez:

$$\begin{array}{r} 1 \\ \cancel{2}003 \\ -\ 1995 \\ \hline \end{array}$$

Sofia: A centena vai emprestar para a dezena. Vai emprestar um e quanto fica valendo?

AA: Nove

$$\begin{array}{r} 1\,9 \\ -\ \cancel{2}\cancel{0}03 \\ \underline{1995} \end{array}$$

Sofia: A dezena vai emprestar para a unidade. Também fica nove.

$$\begin{array}{r} 1\,9\,9 \\ -\ \cancel{2}\cancel{0}\cancel{0}3 \\ \underline{1995} \end{array}$$

Sofia: Então, 13 menos 5?

AA: Oito.

<u>8ª situação:</u>

Professora Inês (p.168)

O aluno recomeçou a fazer com a ajuda da professora que perguntou: Cinco mais três mais seis? O aluno após contar nos dedos disse que era 14 e escreveu 4 na soma

Inês: Vai um aqui. Um mais cinco mais oito?

IV) <u>Referências históricas no material didático adotado</u>

No livro didático adotado pela professora Edna não havia nenhuma referência à história dos conteúdos abordados. Nas apostilas adotadas pelas demais professoras havia referências históricas em relação às medidas de comprimento e em relação a moedas. No trabalho com medidas de comprimento as professora Joana e Inês, conforme sugestão da apostila, realizaram atividades utilizando objetos e partes do corpo para realizar medidas, para só depois usar o metro, seus múltiplos e submúltiplos.

<u>1ª situação:</u>

<u>Professora Joana (p.94)</u>

Joana: (...) Você vai medir com o seu lápis, com canudinho, com palmos, régua, cúbito e com passos. Lembra que eu expliquei o cúbito ontem? Quando usar a régua não importa o tamanho dela, se é pequena ou grande, vão usar a sua régua. Vocês vão levar régua, o barbante de hoje, lápis, um canudinho, que eu vou entregar, e a apostila também.

<u>2ª situação</u>

<u>Professora Inês (p. 184)</u>

Inês: Gustavo, venha aqui e meça em palmos quanto mede esse barbante.

O aluno foi, a professora explicou como medir em palmos. Ele mediu e disse:

Gustavo: Dá sete.

A professora escreveu abaixo do barbante: 7 *palmos.*

4.3 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS INDÍCIOS ENCONTRADOS

Alguns pesquisadores, como Piaget e Garcia (1987) buscaram estabelecer relações, não lineares, entre a forma como o conhecimento foi construído historicamente e a forma como ele é construído pela criança na sua aprendizagem, isto é, buscaram relações entre a sociogênese e a psicogênese do conhecimento. Assim, na construção histórica dos conceitos e na construção dos conceitos pela criança, apontam algumas características que seriam comuns a esses processos. Dentro dessa perspectiva pode-se considerar que, ao procurar compreender o sistema de numeração decimal a criança organiza e reorganiza "coisas" como há milhares de anos atrás.

Historicamente, com base em autores como: Dantzig (1970), Struik (1970), Ifrah (1989), Caraça (1989), Gundlach (1993) e Ifrah (1999), pode-se pensar, de forma geral, em alguns processos pelos quais o sistema de numeração passou até chegar a sua forma atual. Por exemplo:

- A contagem era realizada fazendo-se correspondência biunívoca entre objetos.
- Contava-se utilizando marcas (símbolos), uma para cada objeto.
- Contava-se por agrupamentos e foram criados símbolos diferentes para cada grupo de objetos. Surgiram os primeiros sistemas de numeração, os quais eram puramente aditivos.

- Criação do princípio posicional (sistemas posicionais) e com isso, criou-se também o zero, inicialmente apenas como um “porta-lugar”.
- Reunião, pelos hindus, de várias características no mesmo sistema de numeração: princípio posicional, base dez, nove símbolos para representar todos os números. Surgiu, assim, o sistema hoje utilizado.
- Criação dos algoritmos para realização das operações aritméticas.

Com os processos apontados acima, não se quer descrever uma evolução linear, pois, povos diferentes apresentavam características diferentes nos seus sistemas de numeração e também, em uma mesma região, sistemas diferentes coexistiram. E ainda, mesmo com o sistema de numeração atual já sendo utilizado pelos hindus, outros povos utilizavam outros sistemas com características semelhantes ou, até, bastante diferentes. Também, a adoção do sistema de numeração hindu por outros povos, como os do ocidente, não ocorreu imediatamente. Muitos acontecimentos históricos e características culturais contribuíram de forma positiva ou negativa para essa adoção.

Indícios dos processos pelos quais o sistema de numeração passou, englobando desde o surgimento da necessidade de contar e a utilização da correspondência termo-a-termo para essa contagem, até a criação dos algoritmos operatórios hoje utilizados, apareceram nas aulas observadas, em situações que foram descritas anteriormente. Neste momento tentar-se-á analisar o porquê do aparecimento dos mesmos.

Dentre os indícios do uso de elementos ligados à história da criação dos números, encontrados nas aulas observadas, destaca-se a **correspondência termo a termo**, por ter aparecido em muitas situações nas aulas da professora Edna, constando também do livro didático adotado. Para entender as razões da forte presença desse conceito é preciso compreendê-lo melhor.

Analisando historicamente, percebe-se que a correspondência termo a termo teve um papel fundamental no desenvolvimento da matemática. Esse conceito já era usado intuitivamente na pré-história do homem, quando a variação de quantidades levou a necessidade de se fazer um controle das mesmas. Assim, fazia-se o controle de quantidades através da correspondência com objetos (como pedras) e marcas em cascas de árvores, em ossos, etc.

O conceito de correspondência biunívoca está intimamente ligado com a criação do conceito de número natural. Mais especificamente, como esclarece Gerdes (1989), entre muitos outros, está relacionado com o processo de abstração que levou a essa criação:

> A propriedade que é comum a todos os conjuntos cujos elementos podem ser postos numa correspondência biunívoca com as asas de um pássaro, é o número indicado pelo número dois (dizendo-se, muitas vezes, abreviadamente o número dois). Assim é um número (natural) a propriedade que é comum a todos os conjuntos cujos elementos se podem corresponder biunivocamente. (GERDES, 1989, p.42)

A correspondência termo a termo pode aparecer no ensino de matemática ligada a uma proposta de utilização da história da matemática nesse ensino, por exemplo, na tentativa de seguir os passos do homem na construção do conceito de número. Assim, estaria se levando em consideração o problema que gerou o processo de criação, ou seja, o problema de controlar quantidades, o qual poderia ser "modelado" pelas crianças, até que elas chegassem ao conceito abstrato de número.

Não foi com esse enfoque que o conceito de correspondência termo a termo apareceu nas aulas observadas e no material didático utilizado. A justificativa dada pela professora Edna e pelo autor do livro didático adotado é que esse recurso facilita a compreensão das operações de adição e subtração. No questionário escrito, Edna citou como a maior dificuldade que os alunos têm na aprendizagem da matemática de primeira série "a compreensão da relação entre número e quantidade". Em conversas informais, ela disse que para superar essas dificuldades dos alunos ela representava os números através de risquinhos e bolinhas e pedia que os alunos também fizessem, pois, conforme suas palavras: "ligando os desenhos parece que fica mais fácil o aluno entender."

Analisando o livro didático adotado por essa professora e também outros livros de primeira série, percebe-se a presença da correspondência termo a termo em várias das suas páginas e em diferentes situações. Nos livros atuais ela aparece como um recurso na realização de operações e no entendimento do conceito de número. Em livros um pouco mais antigos, mais propriamente da época da Matemática Moderna, quando esse conceito começou a ser ensinado na escola, ela aparece de forma muito mais intensa. Como exemplo disso cita-se os livros de matemática, destinados ao ensino primário, dos seguintes autores: Osório e Porto (1965), Carvalho (1965), Cavalcante (1967), Toledo (1970), Oliveira e Silva (1971), Averbuch (1973), Carvalho e Ferreira (197-?), Cavalcante (197-?); Motejunas(197-?). Da mesma forma, analisando livros destinados a outros níveis de ensino, como o ginasial, percebe-se que a correspondência biunívoca também recebia destaque, como em Sangiorgi (1964) e Di Pierro Neto (1971).

Para compreender as razões de se "ensinar" correspondência biunívoca, é preciso retornar à teoria de conjuntos, a qual serviu de base para o Movimento da Matemática Moderna. Na teoria de conjuntos a noção de correspondência biunívoca é primordial. De acordo com a definição atribuída a Adolf Fraenkel, um importante pesquisador dessa teoria, tem-se que:

> Deve-se tomar um elemento do conjunto M de cada vez e associá-lo a um elemento do conjunto N. Assim, cada elemento do conjunto M possui um único 'parceiro' em N. A essa operação mental de 'formação de pares' executada gradualmente entre os elementos de M e de N, o matemático dá o nome de correspondência biunívoca. (FUCHS, 1970, p.112)

Fuchs (1970) enfatiza que só pode ser realizada correspondência biunívoca entre conjuntos com o mesmo número de elementos. Foi Cantor quem teve a idéia de não limitar essa correspondência a elementos de conjuntos finitos, mas, aplicá-la também a conjuntos que possuem um número infinito de elementos. Isso possibilitou a definição de potência de conjuntos[37] e definiu-se que um conjunto infinito é enumerável se, e somente se, está em correspondência biunívoca com o conjunto dos números naturais.

Através das idéias de Cantor era possível provar, por exemplo, que o número de elementos do conjunto dos inteiros é o mesmo que o número de

[37] Dois conjuntos têm a mesma potência se seus elementos estão em correspondência biunívoca.

elementos do conjunto dos naturais, ou que o número de elementos do conjunto dos racionais é igual ao dos inteiros. Assim, tentando resolver o "problema do infinito", Cantor chegou a sua "Aritmética Transfinita" na qual utilizava-se não só da idéia de infinito potencial, mas também da idéia de infinito atual.[38]

Com a rápida menção feita a alguns dos conceitos da Teoria de Conjuntos, a qual teve e tem enorme importância para o desenvolvimento de diversas outras teorias científicas, percebe-se quanto a noção de correspondência biunívoca foi fundamental para o desenvolvimento desses conceitos. Dessa forma, os matemáticos apropriaram-se de um conceito antigo, presente nos primórdios da criação dos números e dos sistemas de numeração, e este passou a ser um elemento fundamental para o desenvolvimento da teoria de conjuntos. Por sua vez, da teoria de conjuntos, ou seja, da esfera científica ele passou a ser um conteúdo ensinado e utilizado no ensino da matemática moderna.

Os livros da época da matemática moderna utilizavam fartamente a idéia de correspondência biunívoca para ensinar conceitos da teoria de conjuntos, desde os básicos como a idéia de quantidade e a linguagem de conjuntos, até os mais elaborados e ensinados em cursos universitários.

Parece, então, que não se pode atribuir o ensino ou o uso desse conceito em sala de aula, a uma tentativa dos professores de modelar historicamente o ensino dos números de modo a seguir os passos da humanidade, como sugere o Princípio Genético, ou na tentativa de estabelecer relações entre o desenvolvimento histórico do conceito de número e a aprendizagem desse conceito pela criança, conforme as idéias de Piaget. A prioridade dos professores na época de vigência da Matemática Moderna era "ensinar" essa nova matemática, que, no primário, basicamente se restringia a linguagem de conjuntos.

Em alguns livros didáticos brasileiros da época, o Princípio Genético até era mencionado, como em Brasil (1964) e Toledo (1970). Também, eram vários os que traziam referências históricas, quase sempre superficiais, como em Sangiorgi (1964), Carvalho (1965), Di Pierro Neto (1971), Cavalcante (197-?) e Ferreira e

---

[38] Como não se quer realizar aqui uma explanação sobre esses conceitos, sugere-se a leitura de : LORENZO, J. *La Matemática: De sus Fundamentos y Crisis*. Madri: Editorial Tecnos S.A, 1998.

Carvalho(197-?). No caso desses livros, os autores apenas citavam e/ou explicavam brevemente alguns sistemas de numeração antigos. Outros autores delegavam um número maior de páginas a história da matemática, como em Oliveira e Silva (1971), que iniciavam o livro apresentando um “resumo histórico da matemática” (em sete páginas). Ainda, como exemplo de onde a história da matemática era mencionada, tem-se a introdução do livro de Brasil (1964), onde Lauro Oliveira Lima recomendava fortemente o estudo da história da matemática pelos professores. Porém, o que mais se fazia presente nos livros da época, relacionado à história dos conteúdos, era a história dos pastores primitivos que contavam suas ovelhas utilizando pedrinhas.

Na verdade, é possível observar um padrão em todos esse livros, na forma de abordagem dos números naturais e das operações aritméticas. Padrão esse também recomendado por dois livros americanos que foram traduzidos para professores brasileiros: Petronia (1968) e Osório e Porto (1965).

Acredita-se, assim, que as referências históricas que aparecem nos livros de autores brasileiros, na época de vigência da Matemática Moderna, foram colocados como forma de “ilustração” dos conteúdos. E, que a forma de abordagem dos conteúdos utilizando-se da correspondência termo a termo para chegar ao conceito de quantidade e introduzir os números, apenas seguia um padrão da época, trazido para o Brasil.

No entanto, nas raízes dessas propostas, percebe-se as influências das idéias de Piaget, que foram traduzidas para o ensino por pesquisadores como G. Papy e sua esposa Fredérique Papy[39]. A tentativa era usar a história não no sentido de seguir os passos dos antepassados, como sugere o princípio genético, mas de criar situações onde a criança sentisse a necessidade de contar para, então, construir o conceito de número.

Não se pode supor que todos os professores e autores brasileiros apenas se restringissem a copiar e/ou traduzir livros estrangeiros. Muitos estavam a par das

---

[39] Esses dois pesquisadores faziam parte do Centro Belga de Pedagogia, cuja produção influenciou o ensino de matemática em diversos países. Realizaram um trabalho entre os anos de 1958 e 1973 buscando renovar o ensino de matemática desde a pré-escola até a universidade e estabeleceram um programa de formação de professores para realizar essa reforma (ALVARADO, 2002)

idéias por trás das propostas de ensino, principalmente por conta dos grupos de estudos formados e dos congressos que começaram a ser realizados. Por exemplo, em alguns livros didáticos como em Liberman, Sanchez e Carvalho (1978) e Ferreira e Carvalho (197-?), aparece uma significativa bibliografia, com autores estrangeiros importantes, como o já mencionado G. Papy. Este último, inclusive, esteve no Brasil participando do V Congresso Nacional de Ensino de Matemática, realizado em 1966. Ainda, no 1º Congresso Nacional de Ensino de Matemática, realizado em 1955 em Salvador-BA, uma das idéias discutidas foi a importância de se considerar elementos da história da matemática no ensino (MIORIM, 1998). Também, no segundo Congresso, em 1957, as professoras Odila Barros Xavier e Aurora U.P. Azevedo, apresentaram a proposta de um programa de matemática no qual os números seriam estudados através da sua evolução histórica, com justificativas baseadas em Piaget e Gattegno (id.).

Portanto, a utilização da história da matemática, com fins de modelar o ensino, esteve presente nas idéias de alguns pesquisadores e se traduziu na forma de abordagem dos números naturais e das operações, iniciando com a correspondência biunívoca. Outra tentativa pode ser vista quando alguns autores trabalham com outros sistemas de numeração e em outras bases, para chegar ao sistema de numeração decimal. Nesse caso o objetivo era a construção de estruturas mentais necessárias a compreensão do sistema de numeração decimal, conforme mencionado no capítulo anterior. Porém, não foi com esses objetivos que esses elementos foram utilizados pela maioria dos professores em sala de aula. Conforme já foi dito, era preciso ensinar a nova matemática e a correspondência termo a termo, por exemplo, fazia parte dela.

Hoje, a correspondência termo a termo ainda se faz presente no ensino, como se pôde verificar nas aulas observadas. Pelo menos em relação à professora Edna, seu conhecimento histórico pareceu ser muito superficial para que ela tentasse justificar a utilização da mesma pela tentativa de seguir um caminho histórico, ou seja, utilizando intencionalmente a história da matemática. Em entrevista posterior as observações das aulas, ela afirmou que, sobre a história da criação e desenvolvimento dos números, conhecia apenas a história do pastor primitivo e a contagem das ovelhinhas por pedrinhas. Abaixo transcreve-se um trecho da entrevista[40] onde ela fala sobre isso:

Pe[41]: *O que você conhece sobre a história dos números?*

Edna: *Eu ouvi falar agora, esses dias, na faculdade. Antes não existiam, eram por pedras, por pedrinhas. Os camponeses iam recolher as ovelhas, cada ovelha que passava colocava uma pedrinha.... Daí quando ia recolher cada ovelha que passava tirava uma pedrinha. Se sobrava pedrinha era porque tava faltando ovelha né? Aí ficava complicado, daí foi inventado os números, os símbolos... E cada um ter o seu símbolo fica difícil, né? Número um pra uns é de um jeito, pra outros é de outro, daí então unificou todos os símbolos iguais. Daí ... eu sei assim ... agora da onde que veio? Da ... Arábia?*

(...)

Edna: *(...) Foi a professora de estatística, ela contou só uma historinha assim, bem curtinha.*

Pe: *Você já tinha ouvido essa historinha, ou lido, em outro lugar?*

Edna: *Já, já.*

Pe: *E é a única coisa que você conhece sobre a história da matemática? Você sabe mais alguma coisa?*

Edna: *É, sim. Quase nada (sorriu). Mas na realidade aconteceu mesmo na balsa aqui de Guaíra, né?*

Pe: *Como assim?*

Edna: *O Saldanha[42] ali que era o dono da balsa, ele também não sabia e ele tinha balsa. Então pra ele ver se os funcionários dele não tava "dando nó nele", passando ele pra trás, ele ficava escondidinho colocando pedrinha, quantos carros que iam. Então iam dez carros ele colocava dez pedrinhas ali. E no final da tarde quando o funcionário ia prestar conta ele pegava as pedrinhas. Se não batesse o dinheiro com as pedrinhas ele via que tinha alguma coisa errada ... e ele não sabia matemática .... bem na realidade aqui!*

Pe: *Que interessante. Eu não sabia dessa história.*

Edna: *É, bem igual a ovelhinha. (Riu.)*

---

[40] Entrevista realizada em 09/03/2004. A transcrição completa esta no CD de anexos, no arquivo: *ANEXO 4 – Segunda etapa da pesquisa – entrevista e encontros para estudos.*

[41] Pe= Pesquisadora

[42]Nome fictício, atribuído pela pesquisadora.

Conclui-se que, apesar de ter chegado ao ensino das séries iniciais pela teoria de conjuntos, hoje, a correspondência termo a termo é utilizada pelos autores de livros didáticos e professores na tentativa de facilitar o entendimento de certos problemas pela "visualização" da relação entre quantidades. Porém, se não compreendido o processo, essa visualização pode atrapalhar na medida em que a criança passa apenas a "contar o que sobra" da ligação de figuras, sem se preocupar em pensar sobre o problema que a ilustração tenta traduzir. Por exemplo, em todos os problemas onde era necessário comparar quantidades, a professora Edna utilizou-se desse recurso e os alunos acompanhavam as resoluções feitas pela professora no quadro, contando o que ela apontava.

Em relação ao uso da correspondência termo a termo para comparação entre conjuntos, Schliemann (1999) relata uma pesquisa realizada para avaliar as expressões "a mais" e "a menos" no contexto da resolução de problemas. Um problema similar aos colocados pela professora Edna, foi exposto para algumas crianças. Da análise das respostas das crianças a algumas perguntas formuladas, a pesquisadora concluiu que "A compreensão dessas expressões como indicando uma relação ou uma comparação entre duas coisas parece depender da aquisição da capacidade de usar da lógica que é adquirida no estágio das operações concretas" (ibid., p.72).

Kamii (2003) ao falar sobre exercícios onde se faz correspondência entre conjuntos ligando figuras diz que esse tipo de recurso é inútil porque a criança não aprende a fazer julgamentos quantitativos fazendo linhas num papel:

> As crianças não aprendem conceitos numéricos com desenhos. Tampouco aprendem conceitos numéricos meramente pela manipulação de objetos. Elas constroem esses conceitos pela abstração reflexiva à medida em que atuam (mentalmente) sobre os objetos. (ibid., p.58)

Concorda-se com Kamii que é preciso pensar sobre o problema e que se a criança já construiu a lógica da correspondência termo a termo, não é preciso de desenhos.

Piaget e Szeminska (1971) ao descreverem o caminho que a criança percorre para construir a noção de número, afirmam que todas passam por três estágios, os quais possuem as seguintes características:

1º estágio: ao comparar dois conjuntos de objetos, não estabelecem uma equivalência durável por falta de composição das relações em jogo. Há predomínio das relações perceptivas.

2º estágio: estabelece uma correspondência termo a termo, que não se mantém diante de uma modificação espacial na disposição de um conjunto.

3º estágio: Predomina a correspondência termo a termo sobre a percepção. Só depois do 3º estágio é que a criança estará apta a aprender as operações aritméticas ensinadas na escola.

Sinclair (1989), ao pesquisar sobre as produções de notações na criança aponta algumas semelhanças entre essas produções. Descreveu seis grandes categorias de notações utilizadas por crianças de três a seis anos para separar objetos colocados, por ela, sobre uma mesa. São as seguintes categorias:

⇨ Grafismos isolados (barras, ganchos ou linhas onduladas).
⇨ Uma só figura.
⇨ Correspondência termo a termo (para cada objeto uma grafia):
  - Grafismos icônicos (para cada objeto uma figura semelhante ao objeto)
  - Grafismos abstratos
⇨ Aparecimento dos algarismos (é utilizado um algarismo para cada objeto)
  - Utilização do cardinal.
  - O cardinal acompanhado do nome do objeto

As descrições desses pesquisadores nos remetem ás relações estabelecidas entre filogênese e a ontogênese da construção do conceito de número e de suas notações. Nesses estudos a correspondência termo a termo apareceu como uma etapa importante da construção do número pela criança. Olhando para a história, encontramos o mesmo tipo de correspondência e o uso de grafismos repetidos no início da criação dos sistemas de numeração.

A professora Edna ao ser questionada sobre o conhecimento de pesquisas, como as acima mencionadas, disse que nunca leu nada a respeito, que já ouviu falar em Piaget e nos estágios de desenvolvimento da criança, porém, que não sabia muita coisa sobre isso. Novamente enfatizou que usava a correspondência termo a termo porque considerava que assim as crianças "entendem melhor os problemas".

Em relação ao **uso dos dedos** das mãos, sabe-se que este é um antigo e muito difundido instrumento de contagem e cálculo. Devido a sua praticidade é utilizado por adultos e crianças. Desde pequenas as crianças são estimuladas a esse uso, como quando são ensinadas a mostrar, com os dedinhos, a idade que têm. Ao crescer e necessitar efetuar cálculos, também são estimuladas a realizá-los com os dedos.

Nas aulas observadas, principalmente da professora Edna, os alunos utilizaram muito esse recurso, até para operações bem simples (como 3+1, 2+2, etc). Inclusive, essa professora ao realizar somas e subtrações, resolvia com seus dedos, mostrando para os alunos.

Uma das preocupações reveladas pela professora Edna para pesquisadora, foi o fato de seus alunos contarem todos os dedos levantados e não alguns dedos a partir de alguma quantidade.

Nunes e Bryant (1987) dizem que as crianças passam da etapa de contar tudo para contar em seqüência, quando elas começam a combinar uma unidade maior com uma menor, isto é, quando elas já compreendem o princípio aditivo que está por trás do sistema de numeração. Para esses autores é esse princípio, mais do que a contagem, que fará as crianças compreenderem o sistema de numeração. Sugerem, para isso, que as crianças trabalhem com problemas de adição simples desde os cinco anos e que se apresente a elas não só situações de adição de montantes visíveis, ou seja, com objetos concretos, o que leva a contagem, mas também com montantes invisíveis, onde as crianças utilizarão o valor cardinal do número.

Os alunos da professora Edna, de forma geral, resolviam adições sempre pela contagem, seja de risquinhos, seja de dedos. Questiona-se se eles entendiam o princípio aditivo ou estavam apenas “contando”.

O uso desses recursos de contagem, assim como foram importantes para a criação dos sistemas de numeração, também são importantes para que a criança, num primeiro momento, possa agir e refletir sobre os objetos contados. Entretanto a contagem deve dar lugar, gradualmente, a outras estratégias que possibilitem a generalização de procedimentos de adição e subtração.

Questionada sobre o uso dos dedos, a professora Edna disse que era uma forma de fazer os alunos entenderem os cálculos, porque “vendo as quantidades nos dedos eles conseguem fazer as contas, só na cabeça muitos não conseguem.” Ela ainda disse que sempre deixava que os alunos contassem nos dedos, mas muitos faziam isso escondendo as mãos embaixo da carteira. Sobre o uso dos dedos na história da criação dos números essa professora disse nada saber. O livro didático por ela utilizado recomendava, no “manual pedagógico” anexo ao livro do professor, o uso dos dedos em alguns cálculos. A professora disse que não havia lido esse manual.

Dessa forma, conclui-se que os dedos das mãos eram utilizados nas aulas por sua praticidade e por ser um hábito bastante difundido e incentivado desde muito cedo nas crianças. Ou seja, a intenção desse uso não era motivada pela história dos números e dos sistemas de numeração.

Na história dos sistemas de numeração surgiram situações em que houve a necessidade de calcular por agrupamentos, isto quando a visualização de quantidades não podia ser feita de forma tão direta. Essa contagem por agrupamentos é que embasa a idéia de sistema de numeração.

Em relação ao ensino dos princípios do sistema de numeração decimal, muitos autores sugerem que se trabalhe com **agrupamentos** a fim de que as crianças possam entender esses princípios. É o que faz, por exemplo, Bednarz (1996) que aponta a habilidade de formar e desfazer grupos como um dos suportes para essa compreensão. Para essa autora, trabalhar com a representação escrita convencional só tem valor quando a criança a compreende como resultado de agrupamentos e transformações feitas sobre agrupamentos.

A professora Joana, no ensino do sistema de numeração decimal, em uma entrevista posterior às observações, disse ter utilizado o material dourado naquele ano, pois, ele acompanhava a apostila adotada (cada aluno tinha o seu) e a mesma trazia atividades com esse material. Em anos posteriores a apostila trazia o ábaco. Ela afirmou usar outros tipos de materiais também. Sobre o objetivo de usar material de manipulação no ensino do sistema de numeração ela disse:

Edna: *[...] quando você fala dezenas, unidades, eles não têm noção. Eles precisam pegar e ver que dez pecinhas de unidades soltas, se você colocar pertinho daquela da dezena vai dar uma dezena. Então, a quantidade solta de uma dezena é a mesma coisa que uma barrinha daquela que é uma dezena. Então, dez unidades soltas se você juntar ela vira uma dezena. Por isso você conta de dez em dez. Dez, vinte, trinta, quarenta [...].*

O material dourado, utilizado nas aulas observadas da professora Joana, foi desenvolvido para que o aluno possa visualizar o princípio decimal do sistema de numeração. Ou seja, ele apresenta o sistema de numeração decimal de forma pronta, não foi concebido para trabalhar a construção histórica desse sistema.

A professora Sofia, em uma situação de aula, sugeriu que se representassem moedas desenhando em grupos de dez, para melhor organizar e visualizar a quantidade determinada. Inclusive a apostila da professora, que trazia a resolução dos exercícios, apresentava dessa forma os desenhos das moedas. É claro que a escolha de grupos de dez elementos se deve a base decimal do sistema de numeração.

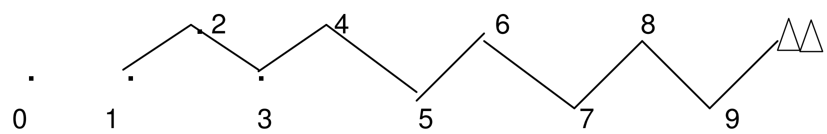
Ao trabalhar o sistema de numeração decimal com seus alunos, a professora Edna não realizou nenhum trabalho com agrupamentos, seja com desenhos ou com materiais de manipulação. Em conversas informais e na entrevista após as observações das suas aulas, disse que não trabalhava com nenhum material de manipulação com os alunos, pois, “dá muita bagunça”.

Para entender como ela ensinava o sistema de numeração decimal relata-se algumas situações observadas em suas aulas, onde ela tentou explicar o conceito de unidade e dezena.

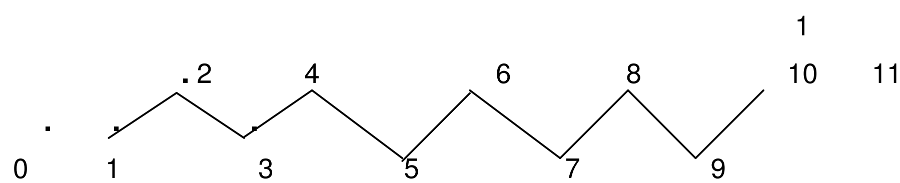
1ª situação

Professora Edna (p. 15)

Edna: Os números vão aumentando de um em um. Só que o nosso número é um número no sistema decimal. Por que decimal? Quem é que sabe? (Ninguém respondeu) Porque olhem esses símbolos, têm até o nove (escreveu os algarismos de quatro a nove, continuando o que estava no quadro). Mas quando chegar no dez poderia ser assim. (Desenhou dois triângulos para representar o número dez).



Edna: Mas não, o que nós fazemos, nós pegamos o um que está aqui (apontou para o número "1" no quadro) e o zero (apontou para o "0") e fazem o dez. Então quando chega no dez, nós não temos um número diferente para o dez, nós temos esses mesmos números aqui ó (apontou o "1" e o "0", apagou os dois triângulos e escreveu:"10"). E o onze? Quem inventou os números não inventou um número diferente pro dez e pro onze. Ele faz assim para o onze: eu pego o dez aqui (apontou o "10" no quadro) que é uma dezena e uma unidade (escreveu "1" acima do "10"), que dá o onze (escreveu "11" ao lado de "10").



Edna: O 12 é uma dezena (apontou o "10") e duas unidades (apontou o "2" e escreveu "12" abaixo do "11"). E o 13 é uma dezena (apontou o "10") e 3 unidades (apontou o "3" e escreveu "13" abaixo do "12"). Uma unidade pode ser um sapato, uma roupa, um brinquedo, tudo é uma unidade.... E o 14 é uma dezena e 4 unidades (falou a última frase acompanhada de alguns alunos).

A professora repetiu o mesmo procedimento falando em voz alta com os alunos até o número 19.

(...)

Edna: Quando eu chegar no 19 mais 1 eu vou ficar com 20. E o 20 o que é? É uma dezena mais uma dezena. Então quando eu chegar aqui (apontou o 19) como que é? É 20 (Escreveu 20 abaixo do 19). .... E o 21? É duas dezenas e uma unidade (escreveu 21 ao lado do 11). E o 22? É duas dezenas e duas unidades (algumas crianças começaram a falar acompanhando a professora)

A professora continuou falando e escrevendo até o 29.

(...)

Alisson: Professora agora dá a folha (referindo-se a folha com atividades que a professora havia dito anteriormente que distribuiria).

Edna: Alisson! Você tem que entender isso aqui, não é só a folhinha! Aqui (apontou o 29) eu tenho duas dezenas. E se eu colocar mais uma dezena eu vou ficar com quanto?

Os alunos não falaram e ela respondeu

Edna: Três dezenas!

Diante da longa explicação os alunos pareciam confusos e dispersos. Ela própria confundiu unidade e dezena ao final de sua explicação. Em seguida, ela distribuiu uma folha em que estavam escritos alguns números e ao lado de cada um havia uma linha em branco. Foi até o quadro explicar o que os alunos deveriam fazer:

2ª situação

Professora Edna (p.27)

Edna: Como é formado o número onze?

Hámila: É o número dez, depois o um e depois o um de novo.

No momento em que Hámila estava falando, outra aluna foi até a professora e perguntou alguma coisa em voz baixa, a professora disse que era hora de prestar atenção.

Edna: Como é formado o número onze? Aqui eu tenho uma dezena e uma unidade (apontou para o “11”). Até o nove eu escrevo um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito, nove. Depois do nove eu tenho nove mais um, que eu escrevo dez (escreveu “10” no quadro). O onze é dez mais um. Então eu escrevi ali (referindo-se a folha), uma dezena e uma unidade.

Foi falando e completando no quadro:

11 – 1 DEZENA E 1 UNIDADE
13 – 1 DEZENA E 3 UNIDADES
15 – 1 DEZENA E 5 UNIDADES
16 – 1 DEZENA E 6 UNIDADES
12 – 1 DEZENA E 2 UNIDADES
17 – 1 DEZENA E 7 UNIDADES
24 – 2 DEZENAS E 4 UNIDADES
29 – 2 DEZENAS E 9 UNIDADES

Os alunos copiaram do quadro. Quando acabaram mostraram para professora e colaram no caderno.

Na situação acima os alunos limitaram-se a copiar o que a professora havia escrito no quadro. Diante das suas explicações, a professora voltou a se confundir, como mostra a situação que segue.

3ª situação:

Professora Edna (p. 18)

Edna: Eu chego no 29 mais uma dezena, é quanto? Três dezenas (escreveu "30" no quadro).

Alguns alunos demonstraram não estar entendendo as explicações da professora, como mostra a situação abaixo:

4ª situação:

Professora Edna(p. 26)

Edna: Vocês vão pintar só uma dezena.

Os alunos conversaram entre si discutindo o que é para fazer.

Hámila: É pra pintar quanto professora? Um?

Edna: Quanto é uma dezena?

Hámila: É que eu não entendo essa história de dezena.

Edna: Uma dezena é dez Hámila. Você vai pintar dez.

Hámila: Tudo dez professora?

Edna: É.

A professora saiu da sala. Eliane, sentada próxima à pesquisadora, pintou uma flor e parou. Ficou olhando para a folha mimeografada parecendo não saber o que fazer. Então, olhou para frente, onde os alunos Jean e Maurício estavam conversando:

Jean: É pra pintar dez!

Maurício: Que dez o que!

Jean: Uma dezena é dez! Pode perguntar pra professora.

Maurício sentou e começou a contar os desenhos. Eliane voltou a pintar.

O sistema de numeração decimal pode ser considerado, dentro de uma perspectiva histórico-cultural, como um conhecimento que foi sendo construído historicamente por vários povos de diferentes culturas. Por outro lado, ele também pode ser considerado como um conhecimento necessário à vida escolar e em sociedade, isto é, pode ser encarado como um objeto a ser ensinado e aprendido. Considerando-o na primeira perspectiva, temos um conhecimento criado coletivamente, sendo aperfeiçoado ao longo de milhares de anos e chegando a forma atual. Considerando-o como um objeto de ensino, temos um conhecimento que se apresenta à criança na sua forma pronta (não acabada, pois todo conhecimento evolui), ou seja, a criança precisa se apropriar de um conhecimento que está posto, com o qual ela tem contato desde que começa a querer saber o que se passa a sua volta.

As duas professoras de primeira série observadas (Edna e Joana) procuraram ensinar o sistema de numeração decimal de acordo com a segunda perspectiva, isto é, como um conhecimento pronto, do qual a criança precisa se apropriar.

Outro ponto a ser destacado e que foi observado em algumas situações, foi a dificuldade em lidar com o zero.

Algumas pesquisas buscaram relacionar as dificuldades que os matemáticos antigos apresentaram em alguns conceitos, com o fato dos alunos também terem dificuldades em operar com eles. Um exemplo disso é o zero, pois, não é simples compreender que um símbolo que representa a ausência de quantidades, quando colocado ao lado de um outro algarismo multiplica o valor do número, representado por esse algarismo, por 10. Em uma pesquisa realizada com crianças sobre o que elas pensam sobre o valor do zero, Zunino (1995) lança algumas questões a esse respeito ao apontar que "... o zero utilizado no âmbito do sistema posicional formula problemas específicos cuja natureza é necessário pesquisar com maior profundidade." (ibid., p.154)

Essa dificuldade apareceu, também, entre os professores. No exemplo colocado na descrição das observações (página 82), a professora Márcia expressou a sua concepção de que o zero não é um número, apenas um numeral, ou seja, um símbolo que serve apenas para representar um "lugar vazio", como quando foi criado há milhares de anos atrás. Esse é um exemplo ilustrativo de que mesmo adultos, ainda hoje, podem apresentar dificuldades com o zero. É compreensível, portanto, que as crianças também possam apresentar.

Uma ênfase grande foi dada aos **algoritmos** convencionais escolares, à memorização e à tabuada (pela professora Inês).

Esse tipo de ensino preocupa quando aos alunos resta apenas decorar e repetir procedimentos, sem precisar refletir sobre as razões desses procedimentos. Sem compreender que os procedimentos são realizados de determinada forma devido às propriedades que regem o sistema de numeração e devido a convenções histórica e socialmente criadas. Carraher mostra preocupação com o ensino de regras sem compreensão:

> Além da insistência na memorização da tabuada, a escola ensina à criança 'regras' para resolver certos problemas complexos que envolvem 'vai um' ou 'empréstimo'. A escola tenta sistematizar estas regras para que a criança resolva com lápis e papel operações que ela deveria compreender e resolver mentalmente antes de preocupar-se com o lápis e o papel. (CARRAHER, 1995, p.66)

Gomes (2001) em um estudo sobre a "Aritmética de Condorcet" lembra que já no século XVIII Condorcet defendia que o saber aritmético poderia contribuir para a autonomia do homem, desde que houvesse compreensão das razões de todos os procedimentos e não apenas repetição e memorização.

Na época da Matemática Moderna uma bandeira levantada pelos defensores da mesma era o *ensino com compreensão*. Os professores que continuavam obrigando seus alunos a memorizarem a tabuada eram considerados antiquados. Em lugar da memorização, defendia-se que o professor deveria criar situações para que o aluno compreendesse a tabuada e assim, quando precisasse dela, conseguiria encontrar o resultado procurado. Por outro lado, outros professores diziam que isso demandaria um tempo muito grande nos cálculos, desnecessário com a memorização da tabuada. Até hoje professores apresentam dúvidas sobre se devem ou não obrigar seus alunos a decorarem a tabuada.

A pesquisadora entende que não existe problema em memorizar a tabuada, desde que essa memorização seja precedida de um trabalho de compreensão.

Em relação a compreensão dos algoritmos, a história mostra que os hoje utilizados não são únicos, outros foram criados e mesmo os atuais sofreram uma evolução. Inclusive é possível criar outros desde que se respeite os princípios do sistema de numeração. Esses princípios são “camuflados” devido ao aprimoramento dos algoritmos, que possibilitou a economia de tempo e de registro.

No ensino dos números decimais, durante as aulas observadas da professora Inês, ela mostrou preocupação em que os alunos aplicassem corretamente os algoritmos ensinados, não explicou razões de alguns procedimentos. O nome do lugar ocupado por cada algarismo também foi enfatizado bastante, sendo feitos diversos exercícios de leitura e escrita de números decimais. Zunino (1995) alerta que essa prática não é suficiente para que os alunos compreendam o significado dos números decimais e sugere que se parta do conhecimento que a criança já possui sobre o dinheiro e se estabeleçam relações desses números com seu emprego no sistema de medidas.

Observando as aulas das professoras a impressão que se tinha era de que elas não concebiam a existência de outros algoritmos operatórios senão os que elas ensinavam. Em relação à professora Edna, essa hipótese foi comprovada quando deu-se seqüência ao trabalho nas etapas posteriores (segunda e terceira). O mesmo não pôde ser feito com as demais professoras, as quais não continuaram nesta pesquisa.

Finalmente, em relação às referências históricas encontradas nas apostilas adotadas pela professora Joana, Sofia e Inês, estas apareceram no início de determinados conteúdos e eram bastante superficiais. Tem-se aí um exemplo de participação explícita da história da matemática nas aulas. Porém, nas aulas das professoras Joana e Inês, as apostilas também traziam uma participação implícita da história da matemática. Ao trabalhar com medidas de comprimento, seguindo as atividades sugeridas, os alunos realizaram várias medidas com diferentes objetos e partes do corpo, comparando seus resultados com os de seus colegas, para perceber a necessidade de uma padronização dessas medidas. Em seguida, foi apresentado o conceito de metro, para a primeira e terceira séries, e o de múltiplos e submúltiplos do metro, para a terceira série.

5 A HISTÓRIA DO SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL NO ENSINO: DOS FRAGMENTOS AOS CONCEITOS

No capítulo anterior apresentou-se uma tentativa de compreender como e porque elementos da história do sistema de numeração apareceram nas aulas das professoras investigadas, além de uma análise do papel desses elementos no ensino desse sistema. Essa compreensão foi importante para a elaboração do estudo de caso que será apresentado neste capítulo e para orientar o levantamento dos dados necessários à discussão da problemática.

Dessa forma, destaca-se agora alguns pontos do trabalho realizado com a professora Edna, isto é, da entrevista e dos encontros para estudos[43].

5.1 OS DIZERES DA PROFESSORA

A entrevista objetivou investigar o que a professora Edna conhecia sobre a história dos números e dos sistemas de numeração. Durante as observações das aulas foi possível ter uma idéia sobre essa questão, mas só após a realização da entrevista e no decorrer dos encontros para estudos é que isso se tornou mais claro.

Nessa entrevista, quando questionada sobre a história dos números, a professora Edna mencionou a história da contagem de ovelhas com pedrinhas realizada pelo homem primitivo:

Edna: *Eu ouvi falar agora, esses dias, na faculdade. Antes não existiam* [os números], *eram por pedras, por pedrinhas. Os camponeses iam recolher as ovelhas, cada ovelha que passava colocava uma pedrinha.... Daí quando ia recolher cada ovelha que passava tirava uma pedrinha. Se sobrava pedrinha era porque tava faltando ovelha né? Aí ficava complicado, daí foi inventado os números, os símbolos... E cada um ter o seu símbolo fica difícil, né? Número um pra uns é de um jeito, pra outros é de outro, daí então unificou todos os símbolos iguais. Daí ... eu sei assim ... agora da onde que veio? Da ... Arábia?*

[43] No CD de anexos está transcrita a entrevista realizada e há um relato mais detalhado dos encontros para estudos, no arquivo: *ANEXO 4 – Segunda etapa da pesquisa – entrevista e encontros para estudos.*

Em sua fala, Edna mostra o pouco e vago conhecimento que possui sobre a história dos números, ou seja, um conhecimento de quem "ouviu falar" em algum momento, como ela mesma explica:

Edna: *Foi a professora de estatística, ela contou só uma historinha assim, bem curtinha*.

Mais adiante na entrevista, ela afirmou que já tinha visto essa história em algum outro lugar, o que é compreensível já que a mesma está relatada em vários livros didáticos. Edna relacionou essa história com um fato que diz ser verdadeiro e ter ocorrido em uma cidade próxima, onde o proprietário de uma balsa, que fazia a travessia de automóveis em um rio, utilizava-se também de pedras, fazendo-as corresponder aos automóveis transportados nessa balsa, para realizar a contagem dos mesmos.

Ainda, na entrevista, quando questionada sobre as características do sistema de numeração decimal, Edna disse:

Edna: *Ah! É um sistema de numeração decimal porque a cada dez ... daí é trocado né? Daí você junta dez dezenas, daí você troca por uma ... por isso então a cada dez ... assim ... números ele é trocado então de-ci-mal .... então a cada dez ...Não sei (dá risada).*

Ouvindo essa explicação não há como não relacionar com o modo confuso como a professora explicou aos alunos os conceitos de unidade e dezena e a formação dos números, conforme já foi relatado no capítulo anterior. Não tendo clareza das características do sistema de numeração decimal a professora tentou explicá-las, atribuindo à falta de atenção e interesse dos alunos o não entendimento de suas explicações. Isto é, para ela, os alunos não entendiam porque não queriam, já que ela havia explicado.

Sobre o conhecimento de outros sistemas de numeração, Edna citou o romano. Porém, é preciso enfatizar que momentos antes da entrevista, em uma conversa sobre o zero, a pesquisadora havia falado brevemente desse sistema. Ao ser questionada sobre a existência de outros sistemas de numeração, ela mencionou os números fracionários:

***Pe*[44]*:** Você sabe se existe algum outro sistema de numeração diferente deste que nós usamos?*

***Edna:** Um outro ... decimal?*

***Pe.** Pode ser, mas não o que nós usamos. Algum outro.*

***Edna:** Ah, o romano eu acho.*

***Pe:** Você já trabalhou esse sistema com os alunos?*

***Edna:** Bem difícil. Na primeira série não tem. Em outras séries tem bem pouquinha coisa, quase não se trabalha.*

***Pe:** Esse é o único sistema de numeração que você lembra?*

***Edna:** É... se usa outros?... Fracionários?*

Novamente Edna demonstrou não ter clareza sobre o que é um sistema de numeração.

Quando questionada sobre a contagem das horas, Edna mostrou sua "indignação" com as dificuldades da matemática:

***Pe:** E as horas. Como é que nós contamos as horas?*

***Edna:** De doze em doze.*

***Pe:** Quantos minutos têm uma hora?*

***Edna:** Sessenta, é que no relógio a gente olha de doze em doze.*

***Pe:** Quantos segundos têm um minuto?*

***Edna:** Sessenta... Mas daí um dia tem 24 horas... Por isso que a matemática eu acho ela difícil. Porque de 24 em 24 horas que muda a hora, então você vai contar a hora, mas a hora é tão fracionada ali, daí minutos, segundos ... Daí eu acho a matemática complicada. Ela é exata, tudo bem, ela é exata, mas ela tem muitos caminhos. Eu acho que o português é complicado? É. O "s" lá tem som de "z" ? Tem, mas por quê? Vai ter algumas regrinhas, e a matemática eu acho que não é bem assim. .... Então eu acho que ela tem muito, assim, elementos sabe? Que nem, assim, fração. Divide assim, nossa, infinito! Não é que divide só até dez! Não é que se divide só até onze! Não! E vai dividindo, e vai dividindo, e vai... eu acho que ela é assim ... extensa, você entende? Não sei...*

Esse trecho mostra o desabafo da professora que, sentindo-se pressionada pela pesquisadora a dar uma resposta, a qual parecia não saber, atribuiu à matemática a dificuldade encontrada. É interessante lembrar aqui de uma

[44] Pe = Pesquisadora

resposta da professora no questionário escrito, aplicado na primeira etapa da pesquisa, quando atribuiu as dificuldades do ensino de matemática exclusivamente aos alunos e não mencionou dificuldades em ensinar. Inclusive, na ocasião, disse que conhecia bem os conteúdos matemáticos que ensinava.

A impressão que a pesquisadora tinha da professora, até aquele momento, era que ela não tinha consciência da superficialidade do seu conhecimento em matemática.

Ainda com o objetivo de verificar se a professora conhecia mais alguma coisa sobre a história dos conteúdos matemáticos que ensinava, a pesquisadora perguntou sobre o ábaco:

Pe: *(...) Você já ouviu falar em ábaco?*

Edna: *Já*

Pe: *E o que é o ábaco?*

Edna: *Ah, o ábaco é um....o quê que eu vou dizer ... um brinquedo, um aparelho, alguma coisa assim pra contar. Você conta ... Separar assim num canto.*

Pe: *Você já usou alguma vez?*

Edna: *Já. Eu fiz um quando eu tava no pré, eu fiz com aqueles rolinhos de papel higiênico. Eu peguei passei um fio e coloquei. Daí eles contavam até 10, daí iam montando, 10 e 1 dava 11.*

Pe: *Você usava com uma fileira só, ou com fileiras diferentes pra unidades, dezenas...*

Edna: *Não, no pré eu usava só uma fileira, só pra eles contar.*

Pe: *Foi a única vez que você usou?*

Edna: *Foi*

Pe: *Você sabe mais alguma coisa sobre o ábaco?*

Edna: *Acho que não.*

Pe: *Por exemplo, que ele era utilizado para fazer cálculos ao invés dos cálculos escritos no papel.*

Edna: *Na escola?*

Pe: *E em outros lugares.*

Edna: *Não ... não sei.*

A professora não mostrou familiaridade com o funcionamento do ábaco. Para ela o ábaco era um recurso metodológico para realização de contagens, não um instrumento, historicamente produzido, para a realização de cálculos. Isso também ficou claro em uma outra ocasião, em um dos encontros para estudos, quando estava na sala utilizada para reforço escolar e haviam vários materiais amontoados sobre um armário.

> *[...] Edna apontou para um ábaco que estava sobre um armário e perguntou se aquilo era um ábaco. A pesquisadora o pegou e perguntou se Edna entendia como ele funcionava. Ela respondeu que não. Então a pesquisadora explicou, leram um trecho no livro onde falava desses instrumentos de cálculo e comentaram sobre a sua importância, antigamente, nos cálculos matemáticos.*

As observações realizadas na primeira etapa da pesquisa, complementadas com essa rápida entrevista, forneceram indicadores das dificuldades que a professora Edna manifestava em relação ao entendimento dos conteúdos que ensinava e, também, sobre o seu desconhecimento do desenvolvimento histórico dos mesmos.

Considerando essas evidências, iniciou-se uma série de encontros, entre a pesquisadora e a professora, nos quais foram realizados alguns estudos. Antes de iniciar esses encontros, foram esclarecidos, para a professora Edna, os objetivos da pesquisa e o desenvolvimento de cada etapa, para que a professora entendesse o que aconteceria e pudesse optar por continuar participando ou não.

5.2 OS ESTUDOS REALIZADOS

No total ocorreram 16 encontros, sendo 4 encontros com 3,5h de duração, 3 com 3 horas de duração, 1 com 1,5h de duração e 9 com duração de 45 minutos[45].

Uma das dificuldades desses encontros foi a não existência de um local adequado para isso. Os encontros foram realizados em diversos locais da escola: na

[45] Esses encontros de 45 minutos ocorreram no período em que a professora estava trabalhando durante todo o dia e estudando a noite. Sobrando apenas os horários de aulas de educação física ou biblioteca dos seus alunos, as quais eram ministradas por outros professores.

sala de aula da professora (quando os alunos se dirigiam para a biblioteca ou educação física, se não estivesse chovendo), na sala dos professores, quando não estava acontecendo uma aula sobre “hortas” para os alunos (não havia nenhuma outra sala para dar essa aula), na sala da diretora e na sala de reforço escolar. Em todos esses lugares, a entrada e a saída de pessoas era constante, sempre ocorrendo diversas interrupções.

Esses encontros foram realizados na escola a pedido da professora, face à disponibilidade de horários da mesma (folgas durante as aulas de educação física e biblioteca) e à facilidade da professora em ir até lá, já que a escola ficava próxima a sua casa. Dessa forma, quando os encontros eram realizados pela manhã, a professora não perdia muito tempo com o deslocamento e também não se atrasava para almoçar com suas filhas e voltar à escola para trabalhar no período da tarde.

Uma outra dificuldade inicial foi a não leitura prévia, pela professora, dos textos escolhidos pela pesquisadora. Edna alegava falta de tempo. Para contornar esse problema as leituras passaram a ser feitas durante os encontros.

A pesquisadora procurou elaborar um roteiro de trabalho onde a história dos números e dos sistemas de numeração fosse apresentada como uma construção coletiva de muitos povos, intimamente ligada à cultura e à história desses povos. Foram selecionados alguns textos relativamente “curtos” e que apresentavam a história próxima a essa perspectiva.

Entendendo que só a leitura e discussão não seriam suficientes, várias atividades (exercícios) foram realizadas para facilitar a compreensão e, também, para que a professora Edna percebe-se e manifestasse suas dúvidas e idéias a respeito do que estava sendo estudado. A maioria dessas atividades constava dos textos selecionados.

Inicialmente a pesquisadora entregou um livro bastante simples para a professora ler: *A jaçanã (Trambaiolli Neto, 1998)*. Este livro é destinado a crianças a partir da quinta série e trata de sistemas de numeração dentro do contexto de uma história de aventura, onde crianças devem desvendar um enigma. O texto foi escolhido por ser uma leitura simples e como forma de introduzir a história dos números, tentando despertar o interesse da professora e suscitar algumas questões. Porém, isso não ocorreu. A professora não leu o livro.

Assim, no primeiro encontro de estudo, a pesquisadora apenas mostrou as observações das aulas da professora, realizadas no final do ano anterior, aproveitando para esclarecer algumas questões sobre a prática da mesma. Sobre a história dos números, a pesquisadora falou rapidamente sobre a criação do conceito abstrato de número, quando a professora mencionou que seus alunos representavam o número seis com tampinhas, mas na hora de representar com outro material, por exemplo, com canudinhos, não conseguiam. Também Edna abriu o livro que a pesquisadora emprestou, em uma página onde havia uma cruz suástica[46] e perguntou se aquilo era um sistema de numeração, novamente reforçando a idéia da pesquisadora de que a professora não sabia o que era um sistema de numeração.

Como a professora havia ficado uma semana com o livro e o mesmo não havia despertado seu interesse, de modo o objetivar mais os estudos a pesquisadora emprestou outro livro: *Sistemas de numeração ao longo da história (Bianchini,E; Paccola, H., 1997).* O mesmo foi escolhido, para iniciar os estudos, também por ser de uma linguagem bastante simples, com poucas páginas, porém, mais objetivo nos assuntos que seriam estudados.

No encontro seguinte (aproximadamente um mês depois, já que a professora alegou falta de tempo por causa das atividades da páscoa na escola e das provas na faculdade) a professora não só deixou de ler o livro emprestado como não o levou consigo, alegando que havia emprestado para algumas colegas de faculdade, de outro período, que teriam que fazer um trabalho. Nesse encontro Edna fez várias perguntas para a pesquisadora tentando receber algumas orientações sobre como deveria trabalhar determinados conteúdos e atividades do livro didático. Mostrou alguns materiais da escola (material dourado e réguas operatórias) perguntando como eles deveriam ser usados.

A pesquisadora procurou ouvir a professora, devolvendo alguns questionamentos para que ela mesma tentasse responder. Disse que se ela quisesse poderia encontrar atividades com materiais de manipulação em diversos livros e revistas que havia na biblioteca da escola e/ou da faculdade onde a professora estudava. Novamente enfatizou que a pesquisa que ela estava

[46] Símbolo nazista.

realizando tinha outro objetivo naquele momento, que era realizar os estudos históricos. Pediu que a professora levasse o livro emprestado no próximo encontro. Para garantir que os textos escolhidos fossem lidos, a pesquisadora decidiu que eles seriam lidos durante os encontros.

Foi só no encontro seguinte que os estudos históricos se iniciaram de forma efetiva. A professora começou a ler o livro escolhido em voz alta. Foram feitas pausas para comentários e para responder, na medida do possível, as perguntas da professora. À medida que a leitura progredia a professora parecia demonstrar mais interesse pelo assunto, fazendo cada vez mais perguntas. Ao final da manhã a professora disse que não havia sentido o tempo passar. Dessa forma, estudou-se sobre os primórdios da criação dos números, sobre o sistema de numeração egípcio, mesopotâmico e romano. Os exercícios recomendados no livro também foram realizados, dando destaque à comparação entre os sistemas estudados.

A professora chegou no encontro seguinte dizendo que havia terminado de ler livro e perguntando porque ele não trazia o sistema de numeração japonês, já que era um povo tão adiantado. Mesmo com a professora tendo lido o livro, a pesquisadora decidiu reler no encontro, pois, avaliou que o encontro anterior, onde esse método havia sido utilizado, foi bastante produtivo. Assim, a leitura desse pequeno livro foi concluído com o estudo do sistema de numeração chinês, do maia, do binário e do indo-arábico. Da mesma forma que no encontro anterior, foram realizados exercícios propostos no livro e dado ênfase à comparação entre os sistemas. Também foi conversado sobre o ábaco e sobre o zero. Pelos comentários feitos pela professora, a pesquisadora concluiu que a dúvida sobre o que era um sistema de numeração haviam sido esclarecida. Outra questão importante foi o interesse da professora, expresso por meio de perguntas sobre a vida e a cultura dos povos mencionados nesses estudos. Ainda, como a professora Edna havia se referido, no encontro anterior, a algumas reuniões que os professores teriam em que seriam “repassados os PCNs”, a pesquisadora mostrou alguns trechos, nos PCNs, que referem-se à importância do estudo da história da matemática.

No encontro seguinte a professora comentou que não havia gostado das reuniões sobre os PCNs e que não se lembrava de quase nada do que havia sido tratado, pois, estavam trabalhando com teoria e ela precisava de coisas práticas.

Disse que o que ficou marcado era que as pessoas que estavam orientando os trabalhos disseram que os professores “não sabiam nada, não sabiam matemática e não sabiam ensinar matemática” [47].

Após essa conversa foi iniciada a leitura e discussão de um texto do livro *Antropologia dos números: Significados social, histórico e cultural (Iran Abreu Mendes, 2003)*. Foi estudado da página 37 até a 46. A atividade sugerida no livro também foi realizada, porém, a professora apresentou bastante dificuldade nessa tarefa.

Em outro dia se complementou esse estudo com as páginas 47 a 65 e realizando as atividades sugeridas para essa parte.

Posteriormente, já em outro encontro, foi estudado um texto escrito pela pesquisadora, que continha uma síntese do que havia sido estudado até aquele momento e acrescentava algumas outras informações, principalmente sobre o sistema de numeração indo-arábico decimal.[48] Durante esse estudo a professora comentou que, anteriormente aos estudos que estavam sendo feitos, não imaginava a existência de outros sistemas de numeração.

Edna: *Eu não tinha essa idéia, nunca me questionei da onde que veio, porque que veio... eu aprendi assim, pra mim existia só ele, nunca existiram outros, nem nunca me passou pela cabeça, como se chegou até aqui.*

Ainda sobre o texto estudado, ao ler a frase de Russell: “Devem ter se passados muitos séculos até que o homem viesse a descobrir que um par de dias e um par de aves são ambos exemplos do número dois”, a professora comentou:

Edna: *Como a Tainá, pra ela o “T” de Tainá não é o mesmo “T” de outras palavras.*

Outra bibliografia utilizada nesses encontros foi *História da Equação de 2º grau (Oscar Guelli, 1993*), em que apenas as páginas 9,10, 17 e 18 foram lidas. Estes trechos falavam sobre quanto os escribas estudavam para resolver alguns

[47] Falou isso mostrando indignação na voz, não concordando com essa afirmação.
[48] No CD de anexos, no arquivo: *Anexo 7 – Texto sobre a história do Sistema de Numeração Decimal*

problemas de cálculo na antiguidade e foi trabalhado porque a professora Edna manifestou curiosidade a respeito desse assunto.

Também foi utilizado o livro *História Universal dos algarismos (George Ifrah, 1997),* do qual foram estudadas as páginas 1 a 5 e 416 a 436, que tratavam da escrita dos algarismos indo-arábicos e do ábaco.

Em um dos encontros para estudo, a pesquisadora mostrou as anotações realizadas das aulas da professora no ano anterior, onde ela explicava os conceitos de unidade, dezena e como os números eram escritos, já relatado nas páginas 98 a 101. A pesquisadora perguntou o que ela achava, naquele momento, da aula dada no ano anterior. Edna pensou e respondeu, apontando para as anotações:

Edna: *Aqui a maioria, com certeza não entendeu. Agora eu ... e no dia ali eu percebi que tava muito complicado ficar ali repetindo. É cansativo, que nem eu ali me confundi no falar, eles também se confundiram no entender e no fazer.... Agora, o que aconteceu com a adição ali, trabalhando ali no concreto com material dourado, vamos juntar só as unidades, só as dezenas e registrando, falando, perguntando pra eles, foram quatro só que não entenderam! Quatro! Eu fiquei feliz, assim.... Foi o caso da Tália que 11 + 11 deu 4, ela contou 1+1+1+1, como eu já tinha te falado. Foi o caso do William também, né. Foi um ou dois e aqui não (apontando para a folha com as observações), aqui foi a maioria, se teve um ou dois que pegou assim...*

Após o estudo da história da criação e desenvolvimento do sistema de numeração decimal, passou-se a estudar alguns algoritmos operatórios antigos. Para esse fim utilizou-se o livro *Explorando as Operações Aritméticas com Recursos da História da Matemática (Circe M.S.S.. Dynnikov, 2003*) e muitos exercícios foram realizados, com a professora, utilizando esses algoritmos antigos, sempre comentado e comparando-os. Em certo momento, a seguinte operação foi escrita pela pesquisadora, em uma folha de papel que estava sobre a mesa:

$$\begin{array}{r} 149 \\ \underline{-45} \end{array}$$

Algum tempo depois a professora perguntou:

Edna: *Quando empresta do quatro, está emprestando uma dezena, mas e quando empresta do um, é uma dezena ou uma centena?*

Essa pergunta mostrou que o algoritmo tradicional, apesar de sempre usado por ela, era usado de forma mecânica, sem um entendimento claro do processo.

Em outra ocasião, após o estudo de alguns algoritmos antigos, ocorreu o seguinte diálogo:

Pe: *No ano passado você só trabalhou com adições de números da ordem de unidades. Por quê?*

Após alguns segundos em silêncio, a professora respondeu:

Edna: *Porque eu acho que eu não tinha tanta segurança assim... Eu não pensava neles, eu pensava em mim. Eu pensava assim: "Ah! Eu vou colocar lá 25 mais ...é , vamos supor, 25 mais 23 lá (escreveu em um papel)*

$$\begin{array}{r} 2\ 3 \\ +\underline{2\ 5} \end{array}$$

Edna: *E... eu, como que eu vou ensinar? Eu não tinha como ensinar, né. Eu poderia até fazer essa continha só que eu ia separar em duas (fez um traço separando o 2 do 3 no número 23 e o 2 do 5 no número 25 e riu), é isso que eu iria fazer (falou rindo).*

$$\begin{array}{r|l} 2 & 3 \\ +\ \underline{2} & \underline{5} \end{array}$$

Edna: *O ano passado eu ia falar assim: "Esse daqui você sabe fazer (aponta o 3 e o 5) é uma continha, só esse aqui é duas continhas dessa (aponta o 3 e o 5 e , em seguida o 2 e o 2), eu não ia explicar... Eles iam fazer? Iam. Mas só que você não tá usando as palavras certas e quando chegasse na segunda, na terceira série, a professora ia falar as palavras certas, aí eles iam ... iam se perder lá no meio do caminho.*

Um outro comentário, feito pela professora, durante os estudos dos algoritmos foi o seguinte:

Edna: *Dá certo se a gente começar da esquerda pra direita, e nós queremos que os alunos façam como a gente faz, porque a gente aprendeu assim e quer ensinar só assim. Se a gente souber trabalhar direitinho com as dezenas, as centenas, as unidades, vai dar certo.*

No mesmo encontro Edna também disse que antes não sabia que havia vários algoritmos e que cada aluno até podia criar o seu, desde que respeitasse os princípios do sistema decimal.

Durante os estudos, a professora Edna continuou a questionar a pesquisadora pedindo auxílio em algumas questões, especialmente como deveria trabalhar determinada página do livro didático ou determinado conteúdo, como na passagem descrita abaixo:

Edna questionou a pesquisadora sobre como ela achava que deveria trabalhar adição. A pesquisadora perguntou:

Pe: *O que você trabalhou até agora.*

Edna: *Trabalhei assim foi os números né, os nomes, pra escrever os números, o antecessor o sucessor, comparação, esse tipo de coisa, mas assim, com o cálculo assim, 1+1, 2+2, isso não fiz nada ainda.*

Enfatizou que no ano anterior os alunos estavam bem, que ela perguntou para a orientadora pedagógica até onde ir, se podia trabalhar recurso e reserva. A orientadora havia dito que se eles estivessem dominando bem outras coisas ela podia trabalhar. Disse que eles estavam bem, mas não quis trabalhar porque depois viriam as férias e eles poderiam confundir tudo, portanto, era melhor deixar para a professora da segunda série trabalhar. Contou que resolveu fazer uma atividade com material dourado (cada aluno com o seu material):

Edna: *Eu falava: pegue uma unidade, eles pegavam. Agora peguem duas unidades, eles pegavam, ... daí chegava no nove e eu dizia: mas agora tem que pegar dez, essas unidades são pequenininhas, vão cair, será que não tem um jeito mais fácil pra trocar, pra juntar, pra eu mexer com elas? Pode trocar por uma dessas professora (falava levantando um braço imitando os alunos). E uma dessas o que que é? É uma dezena. Então tudo bem, vamos colocar as dez pra ver se dá mesmo uma dezena. Eles compararam, colocaram ali certinho. Então vamos trocar, fica mais fácil. Daí trocamos por dez. Tô vendo só uma barrinha, daí eu coloco o "um" na casinha da onde, da unidade ou da dezena. Tem mais alguma unidade? Não, então o que eu coloco na casinha da unidade? O zero. Então que número que formou?*

Dez. Aí eu falei, falei, falei, falei,..Daí eles fizeram bastante .... assim sabe. Daí eu oralmente assim disse: agora então formem pra mim o número 44. É quatro desses e quatro desse (falou imitando as crianças). Tinham uns que ficavam olhando o outro, meio perdido, daí eu auxiliava. Aí eles formaram vários, 55, 69, eu ia falando os números e eles iam formando. Depois que eles formavam eu perguntava, quantos vocês estão vendo de dezena, quanto de unidade? Daí eu registrava no quadro, no lugar da dezena. (Desenhou em um papel)

D	*U*
	1
	2
	3
	4
	5
	6
	7
	8
	9
1	*0*

Edna: *Só que na sala não dá, eles ficam muito.....antes eu deixei eles brincar bastante com o material. Depois também eu deixei eles brincando. Uns continuaram a fazer os números, outros foram fazer casinhas.*

Edna mostrou um estêncil com outras atividades que trabalharia, onde apareciam algumas peças do material dourado, desenhadas e havia um espaço pra que eles escrevessem o número que as peças estavam representado. A professora ainda falou que alguns alunos eram muitos rápidos, outros não faziam as atividades.

Apesar da professora relatar algumas tentativas que fazia para mudar a forma como trabalhava o sistema de numeração decimal em sala de aula, como a que foi descrita acima e outras nas quais utilizou-se de canudinhos e dinheirinho, ao ser questionada sobre o que já havia trabalhado de matemática com os alunos, até o mês de julho, ela respondeu que não havia trabalhado quase nada e que nem havia começado a trabalhar as operações aritméticas.

No início dos encontros a pesquisadora pensou que a professora pudesse desistir de participar da pesquisa, já que insistia em dizer que os professores precisavam de "coisas práticas" e não de "teoria". Também porque insistia em pedir orientações à pesquisadora sobre como trabalhar determinado conteúdo, as quais não foram dadas. Com o decorrer dos encontros a professora foi demonstrando mais interesse pelos assuntos abordados, o que se traduzia nos seus comentários e questionamentos.

A professora não concluiu essa etapa de estudos como uma profunda conhecedora da história dos sistemas de numeração, também, nem a pesquisadora é. O material e tempo utilizados não foram suficientes para isso, mas, não se pretendia que fossem. O que se queria era estudar a história do sistema de numeração decimal de uma forma que ela tivesse um significado maior para a professora, diferente dos pequenos e superficiais relatos históricos encontrados em diversos livros didáticos, dos quais a professora até já havia tomado conhecimento, em algum momento anterior aos estudos. Para isso os fatos históricos foram relacionados ao contexto sócio-cultural em que ocorreram. Assim, para fazer comentários, esclarecer dúvidas e levantar questionamentos, a pesquisadora utilizou outras leituras que não foram apresentadas para a professora, dentre elas pode-se citar Struik (1970), Caraça (1989), Gerdes (1989), Joseph (1991) e Serres (1994).

A falta de um local adequado e os constantes cancelamentos dos encontros, pela professora, também fizeram com que os estudos não transcorressem conforme planejamento inicial. Apesar disso considera-se que foram válidos, servindo aos objetivos propostos. Ao conhecer o desenvolvimento histórico dos números e do sistema de numeração decimal, Edna percebeu que não conhecia bem os conteúdos matemáticos que ensinava, passando a olhar de outra forma para os mesmos. Nos encontros fazia a relação dos temas abordados com o seu modo de ensinar e passou a comentar sobre as dificuldades dos alunos em aprender, o que antes ela alegava ser por falta de atenção. Também, apontou para a possibilidade dos alunos pensarem de forma diferente da dela sobre um determinado problema e que isso deveria ser levado em consideração.

No início a pesquisadora respondeu perguntas que a professora nunca havia pensado em fazer, como ela mesma relatou, nunca teve interesse na história dos números. Com o decorrer dos estudos a curiosidade e interesse da professora foram aumentando e a satisfação dela era bastante visível durante os encontros. Contudo, uma preocupação a acompanhava e foi manifestada em certo momento, quando desabafou dizendo que estava com medo de não saber como colocar em prática o que estava aprendendo.

Findada essa etapa da pesquisa, a pesquisadora voltou para a sala de aula, para verificar se e como os estudos e reflexões da professora estavam refletindo na sua prática.

6 O SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL COMO OBJETO DE ENSINO: SABERES DA/NA PRÁTICA ESCOLAR

Após os encontros para estudos sobre a história do sistema de numeração decimal, a pesquisadora voltou a observar as aulas da professora Edna e, posteriormente, realizou mais uma entrevista com a mesma.

Foram observadas apenas quatro aulas, cada uma com duração aproximada de duas horas. Esse número restrito foi considerado suficiente porque a pesquisadora já conhecia o sujeito e o campo investigados.

As duas primeiras observações ocorreram durante a mesma semana. Já as duas outras ocorreram em intervalos maiores de tempo. Assim, a terceira observação ocorreu 26 dias após a segunda, enquanto que a quarta ocorreu 52 dias após a terceira. Da mesma forma, a entrevista foi realizada cerca de 3,5 meses após o término dos encontros para estudos e cerca de um mês após a última observação de aula. Esse intervalo foi considerado interessante, pois, permitiu que se pudesse analisar a professora em diferentes momentos e, se as alterações na sua prática mantinham-se após esse tempo de afastamento da pesquisadora.

6.1 O QUE FOI OBSERVADO

A seguir descreve-se uma série de situações ocorridas nas aulas observadas na terceira etapa da pesquisa. Através delas é possível entender como a professora ensinava matemática para os alunos após a realização dos encontros para estudos.

Nas duas primeiras aulas observadas, a professora trabalhou exclusivamente com um material que ela chamava de "dinheirinho", o qual consistia de imitações, em tamanho menor, de cédulas de reais de diferentes valores.

<u>1ª situação</u> **<u>Aula do dia 30/08 (p. 3)[49]</u>**

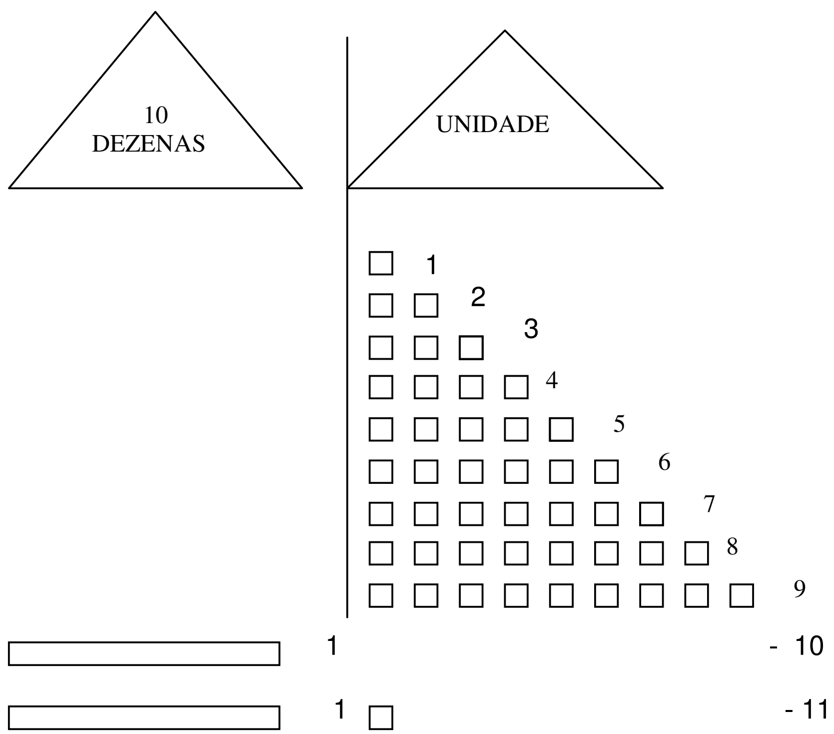
[49] O número de página refere-se à paginação do material que se encontra no CD de anexos, no arquivo: *ANEXO 5 – Terceira etapa da pesquisa- Observações de aulas.*

A professora apresentou a pesquisadora para a turma. Disse que sairia só para pegar o material dourado e já voltaria. Os alunos começaram a falar que não queriam o material dourado, queriam o "dinheirinho". A professora disse que eles não sabiam o que iriam fazer com o material dourado e que eles aprenderiam a diminuir. Os alunos continuaram a pedir o dinheirinho. Depois de algum tempo a professora disse:

Edna: Tá bom, nós vamos fazer no dinheirinho o que a gente ia fazer no material dourado. Nós vamos ter que diminuir no dinheirinho. Daí nós não vamos fazer só o que vocês querem, nem só o que a professora quer. Vamos fazer um pouquinho do que cada um quer.

Edna saiu da sala. Os alunos conversavam, mas não saíram de seus lugares. Mais tarde, Edna disse que achava que essa turma se comportava melhor que a do ano anterior porque eles fizeram um acordo. Isto é, juntos determinaram regras que foram escritas em um cartaz e colocado na parede, no início do ano. Também disse que sempre relembrava essas regras para os alunos.

Na direita do quadro de giz estava um cartaz, com o seguinte conteúdo:



(Esse cartaz trazia a representação dos números até o 22)

Já na primeira aula observada constatou-se que a professora passou a utilizar materiais de manipulação com os alunos, conforme ela mesma havia comentado no decorrer dos encontros para estudos. O cartaz que estava na sala de aula, parcialmente reproduzido acima, mostra uma preocupação com os conceitos de unidade e dezena e uma tentativa de abordá-los com apoio em outras estratégias além da explicação oral. Essa preocupação também se evidenciou em outros momentos, como os descritos nas próximas situações:

<u>2ª situação</u>
<u>Aula do dia 01/09 (p. 21)</u>

Edna: Não importa se aqui eu tenho mais notinhas (mostrou as notas de um real). Olha, eu tenho dez separadinhas. Mas o valor é o mesmo que tudo aqui junto! (Mostrou a nota de dez reais)... É o mesmo que daqui tudo junto. É a mesma coisa, lembra que a professora falou? Olha aqui ó (apontou, em um cartaz ao lado do quadro, onde estava escrito “uma dezena” e desenhado uma barrinha). Esse daqui tá tudo junto. E esse daqui ó (mostrou a cédula de dez reais), vale dez. Mas se eu pegar as unidades aqui separadas (apontou o lado das unidades do cartaz, onde estavam desenhados quadradinhos), dez unidades têm o mesmo tanto que uma dezena. Então dez aqui ó (mostrou a nota de dez reais), vale quanto? Vale dez, vale uma? Dezena! Tem alguma unidade aqui junto? Não, não tem unidade. Tem uma dezena, vale dez. Tá tudo junto, tudo grudadinho aqui assim ó. Tá? E por que que a gente faz assim separado? (Mostrou as notas de um real.) Pra facilitar o troco, porque é mais fácil. Às vezes a gente precisa né? Por que se tiver tudo só dez, só dez, só dez assim tudo junto? Ia ficar difícil, então a gente separa pra ficar mais fácil.

<u>3ª situação</u>
<u>Aula do dia 27/09 (p. 40)</u>

Na carteira do aluno Giovani a professora explicou como escrever os números 30 e 31. Para isso ela riscou a carteira do aluno, com giz, desenhando três barrinhas de dezenas, como no material dourado. Perguntou ao aluno quantas dezenas e quantas unidades tinham. Ele respondeu, ela disse que então o 30 se escreve com o 3 e o 0. Desenhou um quadradinho, que representa uma unidade do material dourado, na carteira e repetiu as perguntas para explicar como escrever o 31.

A professora ainda tentava fazer com que os alunos entendessem o princípio posicional e os conceitos de unidades e dezenas através de suas explicações. Porém, nessas últimas aulas observadas, ela também buscou realizar atividades com materiais de manipulação, visando esse ensino.

Na resolução de operações aritméticas, a professora expressou sua preocupação em fazer os alunos somarem “unidades com unidades” , “dezenas com dezenas” e “centenas com centenas”. Isso pode ser visto na situação seguinte, onde o algoritmo da adição foi enfatizado. Outro fato que chamou a atenção da pesquisadora, na situação descrita a seguir, é a menção ao número 200, não como um número “muito grande”, como no ano anterior, e com o qual os alunos só teriam contato em séries posteriores, mas como o resultado de uma soma que eles teriam condições de fazer.

4ª situação

Aula do dia 01/09 (p. 27)

Edna: Pegaram 100 reais? Deixa eu ver quem pegou 100 reais.

Os alunos levantaram a nota de 100 reais.

Edna: Agora peguem mais 100 reais.

Os alunos pegaram outra nota de 100 reais

Edna: Vocês ficaram com quanto?

Jean: Duzentos.

AA: Duzentos.

Edna: Quanto?

A: Duzentos.

Edna: Por que que 100 mais 100 a gente fica com 200?

Mateus: Dez mais dez dá vinte.

Jean: Porque um mais um dá dois.

AA: Porque sim

Edna: Porque sim, porque sim, porque sim.

Jean: Porque um mais um dá dois, zero mais zero, zero, zero mais zero, zero.

Edna: Vocês concordam com o Jean, que o Jean falou assim eu tenho 100 reais, mais 100 reais dá duzentos porque um mais um é dois, zero mais zero é zero, zero mais zero é zero?

Alguns alunos disseram que não, Edna perguntou: “Por que não?”. Eles então disseram que concordavam. Ela riu e comentou que eles mudavam rápido de opinião.

A professora escreveu no quadro:

1 0 0
\+ <u>1 0 0</u>

Edna: Lembra que eu falei que pra somar tem que ficar unidade embaixo de unidade, dezena embaixo de dezena e aqui nós temos centena embaixo de centena?

Enquanto falou completou no quadro:

C D U
1 0 0
\+ <u>1 0 0</u>

Edna: O 100 é uma centena. Então ó, o zero aqui é a unidade (apontou no quadro), esse outro zero aqui é a dezena (apontou no quadro), tem zero dezena, e o 100 eu tenho uma centena. Tá? Então agora eu vou somar ó. Eu vou juntar. Zero mais zero? (Apontou no quadro).

AA: Zero.

Edna: Zero unidade mais zero unidade? Zero unidade (escreveu o zero na soma). Zero dezena com zero dezena?

AA: Zero.

Edna: Zero dezena.

Edna: E agora aqui, uma centena mais uma centena?

AA: Duas

Edna: Duas centenas. Ficou quanto aqui?

Camile: Vinte.

Edna: Du...?

AA: Zentos.

No quadro:

C D U
1 0 0
\+ <u>1 0 0</u>
2 0 0

Edna: Então é só somar. Zero mais zero, zero mais zero, um mais um.

A professora questionou os alunos sobre a resposta dada a uma pergunta, mas valorizou uma resposta como se fosse a única possível. Ao fazer isso ela não deixou espaço para que alunos pudessem se manifestar sobre outras formas de somar, diferentes do algoritmo tradicional.

Nas duas primeiras aulas observadas, logo após a distribuição das caixinhas com o dinheirinho, a professora aproveitou as situações onde os alunos tinham poucas notas de determinados valores para propor atividades de trocas:

5ª situação

Aula do dia 30/08 (p. 4)

Edna olhou as cédulas na carteira de um aluno e perguntou:

Edna: Cadê as notas de um real?

Ele respondeu que não tinha nenhuma. A professora disse.

Edna: A Thaísa tem. O que que dá pra fazer?

O aluno não respondeu nada. Os demais alunos estavam agitados, mexendo nas suas cédulas ou conversando. Havia bastante barulho na sala.

A professora pediu silêncio e os alunos, aos poucos, fizeram. Edna falou:

Edna: Pessoal, nós temos um problema pra resolver. O Leandro separou o dinheirinho dele. Ele não tem nenhuma nota de um real. O que ele pode fazer?

Ninguém respondeu. Edna repetiu a pergunta e como ninguém respondeu novamente ela disse:

Edna: A Thaísa tem bastante nota de um real.

Interrompeu a explicação para chamar a atenção de dois alunos, dizendo que eles sabiam que não podiam conversar quando a professora estava falando.

Edna: Nós temos um problema pra resolver. O Leandro não tem notas de um real. A Thaísa tem bastante notas de um real. O que que pode ser feito?

Pedro: Dividir.

Lúcia: Empresta da Thaísa.

Jean: Se emprestar tem que devolver.

Edna: Não, emprestar não. Dá pra fazer uma troca. O mesmo tanto que o Leandro tem daí nós vamos? Fazer o quê?

AA[50]: Trocar

Edna: Mas como? Vai pegar o que pra trocar com o quê?

André: Duas notas de dois reais.

---

[50] AA= Apenas alguns alunos.

Edna: Duas notas de dois reais. Nesse dinheirinho não tem nota de dois reais. Ele tem nota do quê? Quanto que você tem Leandro? Notas de quanto? Qual o valor que você tem?

Ele olhou para as notas, mas, não respondeu. Edna se aproximou da carteira do aluno e perguntou:

Edna: Quais as notas que você tem?

Leandro: De 100, 50, 10 e 5.

Edna: Ele tem notas de 100, de 50, de 10 e de 5. Como nós vamos fazer essa troca? Como que ele vai fazer essa troca com a Thaísa?

André: De cinco.

Edna: De cinco? Só de cinco? Então pega uma nota de cinco reais (falou para Leandro) e venha aqui fazer a troca. Chega ali pra Thaísa e fala: "Thaísa, você troca uma nota de cinco reais pra mim? Por nota de um real! Porque a Thaísa pode trocar ó. A Thaísa também tem uma nota de cinco reais. Se a Thaísa pegar essa nota de cinco reais, dá pra ele, houve alguma troca? Resolveu o problema?

AA: Não.

Edna: Não. Ele precisa do quê? Ele não tem o que lá que tá faltando?

AA: Um real

Edna: Tá faltando nota de?

A[51]: Um real

Edna: Um real. Mas será que só cinco reais vai resolver o problema dele? Vai, mas não muito né? Ele ia precisar de pelo menos dez notas de um real né? Então pega lá Leandro uma nota de dez reais e vem aqui que a Thaísa vai fazer a troca pra você.

<u>6ª situação</u>

<u>Aula do dia 30/08 (p. 9)</u>

Edna: Ó! Vamos resolver outra situação aqui.... (começou a falar pausadamente) O Andrei não tem notas de cinco reais. Ele não tem nem uma nota de cinco reais. Ele quer ter notas de cinco reais. O André tem. Ele quer trocar aqui ó 20 reais (pegou as notas do aluno e mostrou). Duas notas de dez dá quanto?

AA: 20.

Edna: 20 o quê?

AA: Reais.

Edna: 20 reais.

Chamou a atenção de um aluno que estava conversando, depois continuou.

Edna: 20 reais. Dá quantas notas de cinco?

Alguns responderam cinco, outros disseram dez. A maioria não respondeu.

Edna: Dez notas de cinco?

Karen: 20

Edna: 20 notas? De cinco?... Vamos ver ó se 20 notas de cinco vai dar 20 reais.

Pegou notas de cinco reais da carteira de uma aluna.

Edna: Vamos contar 20 aqui ó. Uma.

Foi trocando, uma por uma as notas de mãos e as crianças foram contando em voz alta.

A: Duas, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12.

Pegou mais notas da carteira de outro aluno dizendo:

Edna: Vou pegar mais emprestado aqui, já te devolvo. Quantas?

Continuou a passar as notas, trocando-as de mão, uma por uma, com os braços levantados.

A: 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20.

Devolveu as notas que sobraram ao aluno e perguntou para todos:

Edna: Será que essa troca aqui tá certa? Ali eu tenho 20 reais (apontou para a mão de Andrei). Aqui eu tenho 20 notas de 5 reais. Será que tá certo?

Dois alunos disseram que sim.

Edna: Aqui eu tenho quanto? (Levantou as 20 notas de 5) Quanto que vale essas notas?

AA: Cinco

Edna: Cinco o quê?

A: Reais.

Edna: Cinco reais. Cinco notas de um real. Presta atenção Mateus! Agora se eu tenho uma nota de cinco reais, mais uma nota de cinco reais eu fico com quanto?

Separou duas notas de cinco reais e as mostrou em uma das mãos. Três alunos responderam: "dez reais".

Edna: Dez reais. Agora se eu pego mais cinco reais, eu vou ficar com quanto?

Dois alunos disseram: "15".

Edna: Com quantos?

AA: 15.

---

[51] A = A maioria dos alunos

Edna: 5, 10, 15. Quinze reais. Agora se eu pego mais cinco reais (passou mais cinco reais para a outra mão) vou ficar com quanto Mateus?

Três alunos responderam 20, dois disseram 5, os demais não disseram nada.

Edna: Será que eu preciso de 20 notas pra trocar ali Mateus?

Jean: O quê? Da onde?

Edna: Pra trocar 20 reais. Quantas notas de cinco que eu preciso pra trocar 20 reais? (Levantou a mão com as quatro notas de cinco)

AA: Quatro.

Edna: Aqui eu tenho cinco reais (mostrou uma nota de cinco). Aqui eu tenho mais cinco reais (mostrou outra nota). Dá quanto?

AA: Dez.

Edna: Eu posso trocar por essa daqui ó (Pegou uma nota de dez e mostrou aos alunos, segurando em uma das mãos as duas notas de cinco e na outra a nota de dez).... Agora tem mais dez reais ali (apontou para a mão de Andrei), quantas notas de cinco reais eu vou precisar pra trocar?

Gabriela: Duas

Edna: Cinco reais, mais cinco reais, dá quantos reais?

AA: Dez.

Edna: Dez.

A professora deu as quatro notas de cinco reais para Andrei e as duas notas de dez para o André.

Edna: Tá certa essa troca agora?

Gabriele: Tá.

Edna: Ah?

AA: Tá.

Edna: Então não é tudo que a gente vai trocar, se é dez reais não vou trocar por dez notas de dez reais. Vejam lá, dez reais, eu posso trocar por dez notas de um real.... Então tá. Agora cada um vai fazer a troca ali ó. Todo mundo agora tem nota de um real.

Essas situações descritas mostram que a professora questionava muito os alunos e procurava ouvir as respostas. Diante das respostas erradas ela procurava criar outras situações que auxiliassem os alunos a pensar. Porém, algumas vezes, diante de respostas erradas a professora apenas limitava-se a corrigi-las, ou diante da não resposta dos alunos ela mesma respondia.

A comparação entre cédulas de valores diferentes foi bastante enfatizada pela professora, como pôde ser vista no exemplo anterior e nos próximos. Os alunos demonstravam gostar de manusear as imitações de cédulas de reais.

<u>7ª situação</u>
<u>Aula do dia 30/08 (p. 5)</u>

Edna: Entenderam? .... Talía ... eu vou lá na loja e vou comprar uma boneca. A boneca custa dez reais. Dez reais. Se eu levasse esse dinheiro , não é de verdade né, nós estamos brincando. Se eu levar todo esse dinheiro aqui de um real, eu consigo comprar a boneca?
AA: Sim.
Edna: Consigo? Aqui tem quanto?
AA: Dez.
Edna: Dez o quê?
A: Reais
Edna: Agora se eu levar só essa aqui (mostrou com uma mão a cédula de dez reais), só uma, ó aqui eu tenho bastante (mostrou as cédulas de um real com a outra mão). Se eu levar só essa uma aqui eu consigo comprar a boneca?
AA: Sim.
Edna: Por quê? Vale tanto quanto esse? (Levantou as duas mão com as notas) Esse é dez reais e esse é dez reais também? Mesmo tendo bastante dinheirinho aqui? (Levantou mais a mão com as notas de um real).
Joice: Ali também tem dez reais.

<u>8ª situação</u>
<u>Aula do dia 01/09 (p. 25)</u>

Edna: Agora eu quero que vocês peguem, de duas formas diferentes ... de duas formas diferentes pra mim ... e ninguém fala nada. Só peguem e coloquem em cima da carteira. De duas maneiras diferentes eu quero que vocês peguem cem reais.

Os alunos começaram a mexer em suas cédulas e conversar entre si. Uma aluna, sentada em frente à pesquisadora, separou uma nota de 100 e, em seguida, contou dez notas de dez reais e as separou também, contando-as, em voz alta, de dez em dez. Outra aluna pegou duas notas de 100 reais. Outro aluno contou dez notas de 50 reais e separou mais uma de 100 reais. Ainda, um outro aluno separou uma nota de 100, 5 notas de 10 reais e uma de 50 reais. A professora passou nas carteiras e olhou como os alunos estavam fazendo. Vários deles repetiram o que viram outros colegas fazerem. Alguns reclamaram para a professora que tinham poucas notas de dez reais.

A professora procurou envolver todos os alunos nas atividades e os que ela disse terem maiores dificuldades na aprendizagem, foram os mais chamados por ela para responder perguntas. Ao passar entre as carteiras ela também ficou um tempo maior conversando com esses alunos.

Em outros problemas propostos pela professora, os alunos deveriam determinar o troco diante de simulações de situações de compra. Com isso a professora pretendeu trabalhar problemas de subtração, que era o objetivo exposto no início da primeira aula observada.

9ª situação

Aula do dia 30/08 (p. 12)

Edna: O Talía, você vai vender esse carimbo pra Tainá, tá? Esse carimbo aqui, ele custa um real. Ele não tá carimbando direito, daí você vai vender ele por um real. Tá bom? Então ó, ela tem cinco reais. Ela vai comprar isso daqui (mostrou o carimbo).... Vai sobrar troco ou não vai? Isso aqui custa um real.... Ô Pessoal! (Chamou a atenção dos alunos, pois, muitos estavam conversando). Joice!

Pediu para a aluna Talía dar o carimbo para Tainá e disse:

Edna: Agora, Tainá, pega o dinheiro dela e devolve o troco. Quanto de troco você vai devolver?

Tainá: Não dá.

Edna pegou notas de um real da carteira de outro aluno e perguntou para a Tainá:

Edna: Você vai ter que pegar e dar um jeito de dar o troco. Ó, ela tem cinco reais. Você vai ficar com um real dela (pegou uma nota de cinco reais e lhe deu cinco notas de um real, após contar rapidamente e em silêncio), quanto que você vai dar de troco pra ela?

Tainá: Cinco.

Edna: Então isso aqui não custa nada? (Mostrou o carimbo)

Chamou a atenção novamente de alunos que estavam conversando. Para um deles acrescentou:

Edna: O Jean! Ajuda aqui a Talía. Ela vai comprar o carimbo dela (apontou para Tainá). O carimbo custa um real. A Tainá vai dar cinco reais pra ela pra comprar o carimbo. Vai sobrar troco?

AA: Vai

Edna: Vai ou não vai pessoal?

A: Vai.

Edna: Ela tem cinco reais. O carimbo custa quanto?

AA: Um real.

Edna: Um real

Elói: Vai sobrar quatro.

Edna: Ela tem que voltar troco. Volta quanto de troco?

AA: Quatro.

Edna: Quanto?

A: Quatro.

André: Cinco.

Edna: Por quê?

André: É cinco.

Olhando para André falou:

Edna: Então o carimbo não vale nada. Paga cinco reais e devolve cinco reais e o carimbo não vale nada? Devolve quanto?

Alguns alunos disseram quatro, outros disseram ora um, ora quatro e ora cinco, parecendo não prestar atenção no que diziam, apenas querendo falar alto.

Jean: O carimbo vale um, cinco menos um dá quatro.

Edna: Ah, então de cinco reais, o carimbo vale um. Eu pego cinco reais e eu tiro um real. Daí sobra quanto?

Jean: Quatro

Edna: Isso! Entendeu? (Perguntou para Talía).

<u>10ª situação</u>

<u>Aula do dia 30/08 (p. 12)</u>

Edna: Agora todo mundo vai fazer aqui ó (pegou uma agenda que foi oferecida por uma aluna) .... Peguem 50 reaaaais! 50 reais! Porque essa agenda é toda brilhosa, é colorida, tem ursinho....

Vários alunos pediram para comprar a agenda.

Edna: Todo mundo agora... ninguém vai vir aqui na frente, todo mundo vai fazer ali na carteira e eu vou ver... Essa agenda custa 20 reais.

Amanda: Meu Deus!

Edna: Vocês têm 50 ali. Quanto que você vão receber de troco? Façam lá na carteira de vocês.

Marcos: É 20 reais.

Edna: Essa aqui (mostra a agenda) é 20 reais, vocês têm 50, eu mandei pegar 50. De 50 reais vocês vão tirar 20. Quanto que vai ficar?

Gabriele: 10.

Edna: Só?... Essa daqui (mostrou a agenda) custa 20 reais, quanto que eu preciso até chegar no 50?

Gabriele: 30! 30! 30!

Edna: Joice, vale quanto essa agenda? Qual o preço dela?

A aluna nada disse.

Edna: Qual o preço dela Joice? .... Eu não falei que era 20? Então qual é preço dela Joice?

A aluna não respondeu e ficou com a cabeça baixa. Alguns alunos disseram ser 20.

<u>11ª situação</u>

<u>Aula do dia 01/09 (p. 21)</u>

Edna: Agora ... eu quero ... que vocês peguem ... com esses dez reais vocês vão comprar ali no Mercadão um chocolate.... Só que o chocolate, custa um real. Como é que vocês vão fazer?

Alguns alunos levantaram uma nota de um real e disseram “um real”.

Edna: Não, mas eu falei pra vocês pegarem dez reais assim ó (mostrou uma nota de dez reais). Agora como que vocês vão fazer pra tirar um real daqui?

Jean: Paga um real.

Edna: Mas daqui não vai dar pra tirar, o que que vocês precisam fazer?

Heitor: Rasga o zero.

Edna: (Olha para a pesquisadora e sorri) É uma boa, rasga o zero, mas dá pra rasgar o zero?

AA: Não.

Amanda: Ele dá o troco.

Edna: Mas não é ele, é vocês. Vocês que tão comprando aqui. Fazem como? E daí como que vocês vão fazer.
Jean: Daí dá dez e volta nove.
Edna: Tá eu dou dez, ele me volta nove e o chocolate né? Não pode deixar o chocolate lá. Mas tem outra maneira, pra ficar mais fácil.

No caso acima ela queria que eles pensassem em uma situação onde deveriam levar dez notas de um real para o supermercado para pagar um chocolate que custava um real. Os alunos apresentaram outras soluções, como levar uma nota de dez reais e o vendedor dar o troco, ou levar apenas um real. A professora considerou as suas soluções, porém, insistiu para que os alunos pensassem nos problemas exatamente como ela estava pensando.

A contagem por agrupamentos também foi uma estratégia utilizada pela professora, aproveitando o material com que estavam trabalhando.

12ª situação
Aula do dia 30/08 (p. 8)

Edna: Dez notas de dez reais.... Agora não vamos contar as notas, vamos contar o dinheiro. (Pegou as notas da mão do Felipe). Aqui ... schhhhhh! .. pessoal!
Chamou a atenção de duas alunas pedindo para que prestassem atenção.
Edna: Ó! O Felipe trocou com a Thaísa cem reais. Ele contou assim ó ... as notas. Uma, duas, três quatro, cinco, seis, sete, oito, nove, dez. (Contou trocando as notas de mão) Dez notas. Tá certo?
AA: Tá
Edna: Tá, são dez notas. Mas quanto de dinheiro? Pra contar o dinheiro como é que nós vamos contar?
Começou a contar novamente trocando as notas de mãos:
Edna: Dez reais, mais dez reais dá quanto?
AA: 20
Edna: 20 ... (e continuou a trocar as notas de mão)
AA: 30, 40, 50

Edna: 50 reais, 60 reais, 70 reais, 80 reais, 90 reais, 100 reais.

Após o 50, poucos alunos acompanharam a professora contando em voz alta. Desses alunos alguns erraram, trocando os números.

Edna: Então eu tenho 10 notas e tenho 100? Reeeaaaiiis. Né Elói?

O aluno estava virado para trás, conversando com o colega.

Edna: Deixa eu escutar a conversa do Elói . O que você tá falando mesmo?(Falou com voz zangada).

Elói: Na panificadora a "muiê" tava contando um monte de dinheiro.

Edna: É? E como que ela contava?

Elói: Contando igual que tu tá contando aí.

Edna: É? Por que será que ela contava assim?... É mais rápido né?... Agora todo mundo já tem nota de um real, nota de cinco, nota de dez.

13ª situação

Aula do dia 01/09 (p. 27)

Edna: Eu posso aqui com notas de 5 reais aqui juntar 100? Vamos contar então? Aqui eu tenho 5 (mostrou uma nota de 5 reais), mais 5?

AA: 10

Edna: Mais 5

Dois alunos respondem 15.

Edna: 15. Mais 5?

AA: 20.

Edna: 20. Tália! Mais 5?

AA: 25

Edna continuou separando as notas nas mãos, mas, ela mesma foi contando em voz alta, de cinco em cinco, até 100.

14ª situação

Aula do dia 01/09 (p. 29)

Edna: A gente faz assim ó, bem legal (contou notas de 10 reais), 10, 20, 30, (bateram na porta, a professora foi até lá) 40, 50.

A professora conversou com uma funcionária que estava à porta. Em seguida recomeçou:

Edna: Vamos começar de novo, 10 (alguns alunos começaram a contar com ela), 20, 30, 40, 50, (alguns alunos erraram ao contar), 60, 70, 80, 90, 100. Nós contamos de dez em dez. Dez reais, mais dez reais, mais dez reais, são? Ó dez mais dez são vinte, mais dez? Trinta. Trinta com mais dez? Quarenta. Quarenta com mais dez? Cinqüenta.

A professora continuou a falar até chegar ao 80. Poucos alunos a acompanham respondendo as interrogações.

Edna: Oitenta com mais 10?

Os alunos dão várias respostas.

Edna: Depois do oito vem o quê?

AA: Nove.

Edna: Então, depois do oitenta vem o quê?

AA: Noventa.

Edna: Noventa com mais dez. Depois do 90 vem ... do nove vem o quê?

Alguns alunos dizem 10, outros 100.

Edna: Noventa com dez, cem. Né Talía?

Chamou a atenção da aluna Talía dizendo que ela não havia prestado atenção em nada do que ela havia dito e depois iriam dizer que era a professora que não ensinava. Chamou a atenção também do aluno Elói, dizendo que ele só ficava mexendo nas notas mas não fazia o que ela dizia.

Edna: Agora então ó ... desses 100 reais aqui ó, desses 100 (mostrou 100 reais em notas de 10) vou tirar 50 reais. Eu tenho 100, vou tirar 50 reais. Tira lá.

Os alunos começaram a separar cinco notas, contando de dez em dez. A professora passou nas carteiras ajudando alguns alunos. Perguntou a eles quanto deviam tirar e ajudou a contar de dez em dez.

A professora utilizou o mesmo material "dinheirinho" durante as duas primeiras aulas observadas pela pesquisadora. Nas atividades propostas por ela os alunos trabalharam com agrupamentos, trocas e realizaram operações de adição e subtração. As atividades eram realizadas individualmente, mas, os alunos conversavam entre si para resolver os problemas propostos. Essas conversas não eram incentivadas pela professora, que sempre pedia silêncio, não importando sobre o que os alunos estavam conversando. Também, não foram realizados registros escritos, pelos alunos, nessas atividades.

Na terceira aula observada foram realizados exercícios do livro didático adotado, sobre o calendário.

<u>15ª situação</u>

<u>Aula do dia 27/09 (p. 34)</u>

Pegou o livro nas mãos e disse:

Edna: Em que ano nos estamos? Podem escrever lá.

No livro estava escrito:

1 ■ EM QUE ANO ESTAMOS? ....

Alguns alunos escreveram, outros olharam o que os colegas estavam fazendo antes de escreverem. A professora passou nas carteiras, se o aluno não havia feito ou havia feito errado, ela pedia que lesse a pergunta do livro e questionava o que ele deveria escrever ou onde deveria escrever. Em seguida chamou a atenção para a atividade seguinte do livro.

Edna: Depois, embaixo ali do ano em que nós estamos, cada um lê com a memória agora.

Alguns alunos leram com voz baixa, a maioria ficou olhando para trás ou para os lados, parecendo distraídos ou conversando. A professora esperou por algum tempo.

No livro estava escrito:

ESCOLHA DOIS MESES DO ANO. EM SEGUIDA, PREENCHA OS QUADROS ABAIXO COM OS NÚMEROS DOS DIAS DE CADA MÊS QUE VOCÊ ESCOLHEU.

ANO .... MÊS ....

DOMINGO	SEGUNDA-FEIRA	TERÇA-FEIRA	QUARTA-FEIRA	QUINTA-FEIRA	SEXTA-FEIRA	SÁBADO

ANO .... MÊS ....

DOMINGO	SEGUNDA-FEIRA	TERÇA-FEIRA	QUARTA-FEIRA	QUINTA-FEIRA	SEXTA-FEIRA	SÁBADO

Edna: Prestem atenção que eu vou ler de novo pra vocês verem se leram certo.

Ela leu pausadamente. Em seguida disse:

Edna: Então é assim ó. Vocês escolheram dois meses, um mês é esse aqui em cima e outro e esse aqui embaixo (apontou mostrando no seu livro). Então, que ano que nós estamos.

AA: 2004

Edna: Então, ano 2004 (apontou mostrando no seu livro). Que mês, qual mês que vocês vão escolher? Escolham algum mês que vocês mais gostam. Pode já ter passado e pode não ter passado ainda. Ah eu vou escolher dezembro! (Apontou no calendário fixado na porta). Porque dezembro tem natal! Tudo bem, querem escolher, escolhe. Ah, eu vou pegar....novembro porque é o aniversário do meu pai! Pode escolher. Ah, eu vou pegar outubro porque é meu aniversário!

Nessa atividade, que ocupou toda a aula de matemática daquele dia, muitos alunos apenas se limitaram a copiar os números em seqüência iniciando no lugar apontado pela professora no livro. Havia um calendário na sala, fixado na porta. Alguns alunos foram até ele para observá-lo antes e durante a realização do exercício.

Na quarta aula observada a professora trabalhou algumas atividades que, segundo ela falou em sala, os alunos não haviam entendido na aula anterior (não observada). Para que os alunos resolvessem as operações que foram propostas, a professora disponibilizou palitinhos e canudinhos. Alguns preferiram usar os dedos. Poucos resolveram sem nenhum desses recursos.

<u>16ª situação</u>

<u>Aula do dia 17/11 (p. 43)</u>

A professora escreveu no quadro:

1- COMPLETE O QUE FALTA

Alguns alunos leram em voz alta. A professora continuou a escrever:

3 + . . . = 10
. . .+ 4 = 10

Jéssica: Professora, antes você fez diferente!

A aluna levantou,foi até o quadro, apontou e disse:

Jéssica: Você fez três pontinhos mais três pontinhos, igual a dez.

Edna: Mas é que ontem vocês reclamaram que tava muito difícil, então eu tô fazendo mais fácil, tô colocando um número já!

A aluna sentou e a professora continuou a escrever:

5 + . . . = 10	15 – . . . = 10
1 + . . . = 10	20 – . . . = 10
. . . + 8 = 10	12 – . . . = 10
	. . . – 3 = 10
	. . .– 1 = 10

Enquanto ela escrevia um aluno começou a dizer as respostas em voz alta. A professora disse para ele fazer silêncio.

A professora passou nas carteiras olhando o caderno e comentou sorrindo para a pesquisadora:

Edna: Têm alunos que nem fazem os pontinhos, já tão fazendo direto.

Ela foi até o quadro e começou a escrever outro exercício. Uma aluna comentou que aquele era legal. Outra aluna pediu para a professora esperar um pouco. A professora não esperou e terminou de escrever:

2 – VAMOS FAZER AS SEQUÊNCIAS

1 – 3 – 5 – 7 – . . . . – . . . . – . . . . – . . . . – . . . . – . . . . – 21

2 – 7 – 12 – . . . . – . . . . – 27 – 32

2 – 8 – 12 – . . . . – 40

Uma aluna foi até o quadro, apontou a segunda operação do primeiro exercício dizendo que não sabia fazer aquele. A professora apontou o número quatro dizendo:

Edna: Você pega o quatro e vê quanto falta pra chegar no dez.

Um outro aluno disse que não entendeu como fazer a segunda parte do primeiro exercício (as subtrações).

Edna: Você tem que ver (apontou no quadro), 15 menos quanto dá 10? Quer palitinhos?

O aluno disse que sim. Outros alunos também disseram que queriam. A professora entregou canudinhos de refrigerante para alguns alunos e palitinhos de madeira para outros.

17ª situação

Aula do dia 17/11 (p. 44)

Na carteira de um aluno a professora pediu que ele separasse oito palitos e em seguida lhe perguntou:

Edna: Mais quanto pra ficar dez?

O aluno separou mais dois palitos e escreveu em seu caderno. Em seguida a professora separou quatro palitos e disse:

Edna: Agora você tem quatro, pra chegar até dez falta quanto?

O aluno separou mais seis palitos e respondeu com voz demonstrando entusiasmo.

A professora foi até sua mesa. Alguns alunos foram até ela com palitos ou canudinhos. Ela lhes perguntava quantos palitinhos tinham e quantos precisam colocar ou tirar para ficar com dez.

Paola: Professora, eu só tenho dezenove palitos, não dá pra fazer o do vinte! (Referindo-se ao sétimo exercício da primeira atividade).

Edna: Pede um palito emprestado de alguém.

A aluna pediu a uma colega, que lhe deu. Em seguida separou dez palitos, contou os que sobraram e escreveu no caderno.

<u>18ª situação</u>

<u>Aula do dia 17/11 (p. 45)</u>

A professora saiu da sala de aula. Uma aluna explicou para outra:

Pâmela: Quatro pra chegar no dez (começou a levantar os dedos e contar), cinco, seis, sete, oito, nove, dez. Dá seis.

<u>19ª situação</u>

<u>Aula do dia 17/11 (p. 47)</u>

Edna: Agora me ajuda Gustavo (apontou para a segunda seqüência). Eu tenho dois. Quantos números eu vou precisar aqui pra chegar no sete?

No quadro a professora fez:

2 | | | | | 7

O aluno contou os risquinhos em voz alta.

Edna: Então a seqüência vai ser de cinco em cinco.. Então sete mais cinco é doze. E doze mais cinco é quanto? (Perguntou olhando para o aluno Gustavo).

O aluno contou com os dedos embaixo da carteira.

Edna: Pode colocar a mão em cima da carteira, não tem problema.

Gustavo: 17.

A professora escreveu dezessete no quadro, no espaço do exercício.

Edna: 17 mais 5?

Gustavo: (Após contar nos dedos) 22.

Edna: 22 mais 5?

Gustavo: (Após contar nos dedos) 27.

Edna: 27 mais 5?

Gustavo: (Após contar nos dedos) 32.

Edna: 32 mais 5?

Gustavo: (Após contar nos dedos) 37.

Edna: 37 mais 5?

Gustavo: (Após contar nos dedos) 42.

Diante das dificuldades dos alunos, a professora não foi até o quadro e resolveu todo o exercício, como fez nas aulas observadas na primeira etapa. Disponibilizou palitinhos para que os alunos manuseassem. Porém, ao responder as perguntas dos alunos ela acabava dizendo a sua forma de entender a resolução de exercício, não deixando espaço para que o aluno que perguntou fizesse a sua interpretação do problema.

Também, ao escrever uma seqüência de cinco, um aluno utilizou os dedos das mãos para realizar o cálculo, contando sempre a partir de um número anterior. Uma preocupação expressa pela professora, na etapa anterior da pesquisa, era que muitos alunos não conseguiam fazer isso.

Para finalizar a aula, a professora passou dois problemas no quadro, criados por ela, para que os alunos resolvessem.

20ª situação

Aula do dia 17/11 (p. 48)

A professora escreveu no quadro:

3 – MATHEUS ENCHEU 15 BALÕES PARA SEU ANIVERSÁRIO.
MAS 12 BALÕES ESTOURARAM. QUANTOS SOBRARAM?

R=

Alguns alunos foram lendo, em voz alta, o que a professora escrevia.

Edna: Pode fazer o desenho, mas eu quero a resposta embaixo, sobraram ...

Alguns alunos que terminaram levaram o caderno até a professora, para mostrar o que haviam feito. Para um aluno a professora disse que ele não deveria ter somado.

Edna: Ele tinha 15 balões, se estourou ficou com mais ou com menos?

O aluno respondeu que era menos. Pegou o caderno e voltou para sua carteira. Uma aluna perguntou se podia desenhar só três balões. A professora respondeu que depois ela não entenderia. A professora escreveu no quadro:

4 – TAINÁ TEM 23 BALAS. 11 BALAS SÃO DE CHOCOLATE. QUANTAS BALAS SÃO DE MORANGO?

R=

15:04h – A professora saiu da sala e voltou em seguida. Os alunos continuaram a mostrar os cadernos para ela. Vários alunos foram até ela mostrando os cadernos e dizendo não saber o que fazer. Outros somaram 23 com 11. Edna falou para toda a turma que no primeiro problema eles deveriam desenhar 15 balões e riscar 12. Sobre o segundo problema ela disse:

Edna: Ela tem 23 balas, se 11 são de chocolate, quantos sobraram pra ser de morango?

A professora escreveu no quadro:

$$\begin{array}{r} - \; 23 \\ \underline{11} \end{array}$$

Outros alunos foram até ela e mostraram o caderno. A professora disse a alguns que estava faltando colocar a resposta. Passou entre as carteiras observando o caderno dos alunos. A aluna Pâmela foi até a professora e lhe disse que não entendeu o segundo problema. A professora falou dirigindo-se a todos:

Edna: Lembram do problema dos peixinhos que dizia que oito eram azuis e pedia quantos eram vermelhos? Esse problema é igual, só que é com balas de morango e chocolate.

A professora desenhou 23 balas no quadro e pediu para a aluna Pâmela contar. Ela contou. A professora pintou 11 balas com giz azul e pediu para todos contarem quantas sobraram. Os alunos contaram em coro.

Edna: Quantas são de morango?

AA: 12.

A professora pintou 12 balas com giz vermelho e escreveu a resposta, falando em voz alta enquanto escrevia:

R= 12 BALAS SÃO DE MORANGO

Edna: Ou eu posso fazer aquela continha: eu tenho 23 balas, 11 são de chocolate, quantas são de morango?

Falou mostrando a conta no quadro:

Edna: Então eu faço 23 menos 11, dá 12.

Escreveu 12 na continha.

Nesses problemas, diante das dificuldades dos alunos a professora determinou como deveriam ser resolvidos (desenhando e riscando balões, desenhando e pintando balas). Também, a professora pareceu não entender que o segundo problema estava mal formulado. Por, fim ela acabou resolvendo no quadro e os alunos contaram os desenhos apontados pela professora para dar as respostas.

6.2 ALGUNS ESCLARECIMENTOS PELA PROFESSORA EDNA

Na entrevista realizada na última etapa da pesquisa, após os estudos em história da matemática e as observações de aula, ao ser questionada sobre as características do sistema de numeração decimal, a professora mostrou mais clareza sobre as mesmas. Também, mostrou preocupação por considerar que o entendimento dessas características não é muito simples para o aluno.

Pe*[52]*: *Edna, eu gostaria que você falasse um pouco sobre o sistema de numeração decimal.*
Edna*: Mas ... falar assim ... como que ele é?*
Pe: *Isso. Quais as características dele.*
Edna *(Após pensar um pouco): O sistema de numeração, o nosso sistema, ele ... é muito complicado. Em vista assim, agora né que eu vi os outros, que eu não sabia dos outros, então ele se torna mais fácil. Mas ele é complicado pra criança entender. Então eu achava que era tão simples né? O onze o que era o onze? É o um e o um. O doze é o um e o dois. Daí eu ia mudando só, né?... Então eu achava que era a coisa mais normal, mais fácil. Meu Deus, toda a criança sabe o que é 1, 2, 3 , 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 (falou os números bem rápido). Falar é fácil, mas pra ela entender é difícil, muito difícil, e eu acho assim. Eeee.... eu queria assim que a criança aprendesse rapidinho. Falasse uma, duas vezes, pegou e tinha que pegar. E só falando também, só falando: "Ó uma dezena é isso". Cadê mostrar a dezena, não mostrava, eu só falava, eu só ... né? Então agora ... eu sei, espero, tenho mais paciência pra criança aprender, assimilar. E antes não, eu fazia e já queria o resultado. Eu falava uma duas vezes tinha que aprender né. E se aprendeu, aprendeu, se não aprendeu vamo embora também.*
Pe: *E se a criança não aprendia? Você achava que ela não aprendia por que?*
Edna: *Eu não pensava nem na criança e nem em mim. Eu pensava: "Ah, eu falei, não aprendeu porque ela não quis, então vamo pra frente". Eu pensava assim, que nem o Giovani, se vê né? Eu achava "O Giovani não vai". Daí ele começava lá: "Dez mais dez". Aí vai contar até chegar no 20. Eu pensava "não precisa, é tão fácil, 10 mais 10 é 20!". Aí ele tinha que contar e eu não pensava assim, eu achava que a criança tinha que saber. Eu não esperava ela raciocinar e as vezes eu falava assim "Dez mais dez", ao invés de eu esperar ela fazer o cálculo dela, antes dela fazer esse cálculo eu falava: "E um mais um? Dois. Então 10 mais 10 é 20". O que que tem a ver, não tem nada a ver, se um mais um é dois,*

[52] Pesquisadora

então 10 mais 10 é 20, mas e o raciocínio dele? Esse é o meu! Eu tenho que aprender o dele, não o meu. Quer dizer, como que ele pensa, como que ele faz. Dá esse tempo pra ele! E eu não, eu às vezes eu falava antes, eu já ia falando.

Pe: *Se ele não respondia você achava que ele não queria aprender, como você falou antes?*

Edna: *É, eu achava que ele não aprendeu porque ele não queria, não tem vontade, não quer aprender.*

Pe: *A pergunta que eu havia feito antes era sobre as características do sistema de numeração, você pode falar algumas.*

Edna: *Ah, é .... A base dez .... Tem o valor posicional... Tem o zero, que é o filhinho caçula. Que foi a dificuldade quando ... qual que é o número maior e o número menor, que a Márcia falou que o menor não era o zero, era o um.*

Pe: *É mesmo. A Márcia disse que zero não é número.*

Edna: *E ele é.*

Essas reflexões da professora Edna foram feitas, também, sobre aulas recentes, como no exemplo que ela citou do aluno Giovani, a qual foi descrita pela pesquisadora nas últimas observações de aulas. Isso mostra uma atitude questionadora, da mesma, sobre o seu modo de ensinar.

Em relação à atitude da professora respondendo suas próprias perguntas, sem dar chance aos alunos de fazerem isso, continuou a ocorrer em algumas situações das últimas aulas observadas. Mas, na entrevista foi possível perceber que ela está ciente desse seu comportamento e que está preocupada em tentar entender a forma de raciocinar do aluno frente a um determinado problema, sem tentar impor a sua maneira de fazê-lo. No trecho da entrevista transcrito abaixo se pode perceber isso:

Edna: *Os de 2004 pensam muito mais do que os outros. Quando eu coloco um probleminha eles entendem. Porque eles "Professora, mas isso daqui como que é?" "Vamos ler de novo". E antes não, eu já falava "Ó. você pega esse mais esse".*

Pe: *Você dava a resposta.*

Edna: *Eu dava. Ah! Era tão mais fácil (riu)! Pra ficar lendo tudo de novo. "Você entendeu?" Eu não fazia essas perguntas. "Como que você fez?" Agora eu sei que é muito importante* *essa pergunta: “Por que que fez isso? Por que que deu isso? Como que você fez isso? Por quê?” Eu não fazia essas perguntas.*

Pe: *Se você fizer isso vai estar procurando entender o quê?*

Edna: *O raciocínio dele. “Mas porque que deu isso Dona Talía?” “Uai! Um mais um, mais um, mais um”. Onze mais onze o dela deu quatro. E eu ... errado .... porque... errou! Nem queria saber da onde saiu aquele quatro, sabe. “Mas Talía, como que você fez isso aqui?” “Ah professora! Um mais um mais um mais um.” . “Ah é Dona Talía, não é assim!Você lembra da unidade? Qual que é a unidade aqui?”. E ela sabia. “Qual que é a unidade?” “Aqui.” “E a outra unidade?” “Aqui”. “Então pode misturar?Não pode. Você pode pôr o cachorro na casa do gato, o gato na casa da galinha? Não pode. Então a unidade também não pode ir no lugar da dezena, nem a dezena no lugar da unidade. Então tem que pagar unidade com unidade, dezena com dezena.” Daí eu disse então: “Onze mais onze vai dar quanto?” Daí eu fiz junto com ela. Daí ela foi sabe. Mas só que daí ela ia assim, ela ia do mais fácil, se ..... tinha lá ... vinte e cinco mais quatorze (escreveu essa soma em um papel). Aqui (mostrou no papel) o cinco mais quatro tava mais complicado pra ela, ela pegava aqui o cinco mais um. Era mais fácil pra ela raciocinar. Então ela pegava aqui (mostrou no papel) cinco mais um. Sabe? E aqui dois mais quatro ela pegava daqui (mostrou no papel)*

Pe: *Ela somava na diagonal.*

Edna: *Na diagonal, ela ia pra onde o raciocínio dela era mais .... que ela não precisava raciocinar tanto. Se dois mais um era mais fácil, pra que ficar somando lá três mais cinco? Sabe? Quatro mais cinco? O número é maior, eu tenho que pensar mais, eu vou daqui que é mais fácil (apontou o papel e riu).*

Em outro trecho da entrevista a professora falou do seu conhecimento do conteúdo e continuou falando da importância de considerar a forma de pensar dos alunos. É preciso recordar que, no questionário escrito, aplicado no início da primeira etapa da pesquisa, a professora disse que conhecia bem o conteúdo de matemática de primeira série e não tinha dificuldades em ensiná-lo.

Pe: *Outra coisa que eu te perguntei no questionário era se você conhecia bem os conteúdos de matemática que ensinava. Você respondeu que sim. O que você me diz agora.*

Edna: *Não conhecia não. Não conhecia não.*

Pe: *Você lembra dessa pergunta?*

Edna: *Lembro. Na época eu achava que conhecia, mas agora eu acho que não conhecia. Agora eu tô conhecendo um pouquinho mais, sabe. Agora nós já vimos juntas, eu já* *procurei também mais na faculdade agora também. Agora sei que eu sei um pouquinho mais do que sabia. E o conteúdo, de primeira né, é o que vem nos livros ali. É fácil, o que vem no livro, pro teu conhecimento ali é fácil. Mas como você trabalhar aquilo pra criança é muito difícil! Porque eu achava assim, é fácil pra mim, é fácil pra criança. Que nem aquela pergunta de português que eu coloquei assim, o cachorrinho é grande ou é pequeno? É muito fácil! Tá ali ó, ca-chor-ri-nho (enfatizou as duas últimas sílabas da palavra). É muito fácil pra mim, pra criança não é. Ela ficou em dúvida: "Mas eu não vi o cachorrinho!" E agora? Pra mim era muito fácil, pra criança não é, ela entra em conflito. Eu achava que não, que a criança entende muito fácil, mas não é, pra algumas talvez seja, pra outras é muito difícil. E eu não achava assim, eu achava tudo fácil. A criança não aprendia porque não queria aprender, porque ficava bagunçando, porque não queria aprender, sabe? Então eu dominava o conteúdo? Aquele ali, mas eu não conhecia não. Agora eu sei que não conheço.*

Um outro fato que chamou a atenção da pesquisadora foi que no mês de julho a professora disse, durante os encontros para estudos, que havia trabalhado pouco com matemática naquele ano. Na entrevista a professora foi questionada sobre isso, conforme aparece no relato abaixo:

Pe: *Você lembra que logo antes das férias eu te perguntei o que você já tinha trabalhado de matemática com os alunos. Você respondeu que "não tinha trabalhado quase nada". Por que quase nada?*

Edna: *Porque a gente se ocupa muito com ... Na primeira série a gente se preocupa muito em ler e escrever. Ler e escrever, então, a gente fica muito em cima da alfabetização assim, do ler e escrever. A matemática, a ciências, a história ... Não é só a matemática não, a gente vai deixando pra trabalhar mais depois ... no segundo semestre.*

Pe: *Você sempre fez isso?*

Edna: *Sempre. Mas nesse ano até que tinha trabalhado bastante! (Falou rindo). Nos outros anos eu tinha trabalhado menos ainda! ... No primeiro bimestre é só alfabetização mesmo. A gente não trabalha outra disciplina nenhuma. Daí, não é só eu da primeira série, todos os professores fazem isso, ao menos aqui. A gente começa a trabalhar um pouco no segundo bimestre ou só no segundo semestre a matemática.*

Pe: *Eu pensei que você não estivesse trabalhando, também, porque nós estávamos fazendo estudos teóricos e, em um encontro, você demonstrou preocupação em não "saber* *aplicar" o que estávamos estudando. Daí me ocorreu que você estivesse um pouco insegura em trabalhar com matemática.*

Edna: *Mas eu tava esperando você me dar algumas atividades práticas (falou rindo). Eu ainda comentei com as outras: "Se a Adriana passar alguma coisa diferente pra mim eu passo pra vocês" (Riu).*

Pe: *Então, pra decepção geral eu não passei nenhuma "atividade prática".*

Edna: *Depois eu entendi o que você queria.*

Pe: *Nós vimos bastante teoria. Eu lembro que quando vocês estavam estudando os PCNs, você reclamou porque só estavam vendo teoria, não viram nada prático. Você disse que era de prática que vocês estavam precisando.*

Edna: *Mas, se você tem a teoria, a prática os teus alunos vão mostrar pra você, o que eles estão precisando, o que eles estão necessitando. Agora você tem lá uma .... um modelinho lá, uma atividade, muito legal, novinho, mas não é aquilo que os teus alunos tão precisando. Você tem que conhecer os alunos, ver, depois você faz. Você ali ó, você trabalha no caderno, no livro, monta atividades, tem tanto material. Tem gente que diz "Ai nunca tem material pra matemática, difícil material pra matemática! O que que eu vou trabalhar?" Mas, é tão fácil, tem tanta coisa ali ó, um carrinho, um palitinho, caixa de fósforo, né? É muito fácil. Antes eu achava tudo muito complicado, nossa, aquela coisa!*

Pe: *Você tinha muita insegurança?*

Edna: *Aha! Nossa! Eu trabalhava só continha. Achava tão legal trabalhar continha. A continha pela continha assim, o cálculo pelo cálculo. Vinte dois mais dez, treze mais quinze... Era tão fácil, tão gostoso.*

Pe: *Para os alunos também?*

Edna: *Pra eles também, é que eles não aprendem nada. Pra eles, eles gostam, tinha um em cima do outro, rapidinho.*

A professora deixou bem claro o que esperava da pesquisadora, no início do trabalho: que ela lhe desse algumas atividades práticas, "coisas diferentes. Por fim, ela disse ter entendido o objetivo da pesquisa, referindo-se, inclusive a importância dos estudos teóricos.

Na entrevista a pesquisadora resolveu questionar sobre as regras em matemática, porque nas duas primeiras etapas da pesquisa havia ficado claro que, para a professora, essas regras sempre existiram na forma como estão.

Pe: *O que são regras em matemática? Como surgiram as regras?*

Edna: *Como assim?*

Pe: *Você lembra de uma aula, no ano passado, onde você estava falando sobre regras em português e em matemática. Disse que em português não se pode escrever a palavra papai de qualquer forma, existe uma regra para isso e que em matemática também existem regras. Então, o que são essas regras em matemática, de onde elas vieram?*

Edna: *Ah! As regras foi pela necessidade, não foi?... Eu acho que foi pela necessidade e ... pra ... que o pessoal sentia né? Eles precisavam, as pessoas, eles precisavam de alguma coisa pra ... diferenciar ... vamos supor, na base 10 é uma regra, o valor posicional é outra, o que que define que isso (apontou para o algarismo 1 do número 13 que estava escrito em um papel sobre a mesa) aqui seja 10 ou seja 1, isso é uma regra.... E você pode trabalhar também, não mudar a regra, mas trabalhar de forma diferente e ... conforme for, se sentir necessidade daqui 100 anos, 200 anos já não é mais valor posicional, já é outro, não é mais base 10. Pode ser né? Tomara que não (riu)!*

Pe: *Será que o nosso sistema vai mudar tanto assim?*

Edna: *Acho que os outros vão mudar e pegar o nosso.... Então, regras eu acho que é um meio de formar ... uma condicionalidade, eu acho.*

Pe: *Eu perguntei isso porque na cabeça de muitas pessoas, o sistema de numeração funciona de determinada forma porque é assim e pronto, é como se ele sempre tivesse existido dessa forma, foi um presente pronto de Deus e não existe outra possibilidade. Você também pensava assim?*

Edna: *Pensava. Eu nunca tinha pensado, assim, como que apareceu o sistema de numeração, eu achava assim, ele tá aí, tá pronto ... e pronto. Mas nem de Deus eu achava, bom, tá aí! Tá aí porque tá aí! Apareceu não sei como. É bom, temos que aprender, temos que ensinar e pronto e ... vamo embora! Vamo em frente que atrás vem gente. Eu pensava assim, eu nunca tinha parado pra pensar como que surgiu. Os símbolos, assim, tá, num cursinho a gente ia lá, um cursinho lá de um dia, meio dia lá, ah é por causa dos ângulos, o um tem um ângulo, o dois tem dois ângulos, não sei o que, não sei o que. Eu tinha ouvido um pouquinho aqui, outro pouquinho ali, mas nunca tinha parado pra pensar assim, porque desses ângulos? Quem? Será que é? Será que não é? Sabe, ia passando assim.... Mas a necessidade que faz o sapo pular né? (Riu) Ele não pula porque quer. Ele precisa, então ... alguém fez isso.*

Nas palavras anteriores a professora mostra que apenas algumas informações históricas descontextualizadas, repassadas superficialmente, não são suficientes para levar a uma reflexão sobre o conteúdo matemático. Ou seja, essas informações com as quais a professora tomou contato “num cursinho” ou em outros lugares, parecem não ter influência na forma da professora pensar no conteúdo e no seu ensino.

Outro fator que chamou atenção na fala da professora é a possibilidade de mudança das regras em matemática. Segundo ela, assim como elas foram criadas por determinadas necessidades, outras necessidades podem levar a mudanças.

Em relação ao uso do material de manipulação, a pesquisadora também solicitou um esclarecimento da professora, como está transcrito abaixo:

Pe: *Você lembra que naquele questionário escrito, logo nos nossos primeiros encontros no ano passado, você respondeu que não usava material de manipulação porque dava muita bagunça. Realmente, em 2003 eu não observei nenhuma aula onde você tivesse utilizado. Já em 2004 você utilizou. O que mudou?*

Edna: *Não deu bagunça (riu).*

Pe: *Por que você resolveu usar? O que mudou?*

Edna: *Ah eu resolvi mudar assim ... (riu) ... não, na verdade não é o material que dava bagunça, é eu que não tinha segurança com o material. Eu não tinha segurança com o material, como que eu ia trabalhar com o material se eu mesma não conhecia bem o material? Sabia lá das unidades, das dezenas, mas só isso! Material dourado a barra ... a placa é a centena, a barra a dezena .... o ... próprio cubinho lá é uma unidade, mas e daí, só isso pro aluno era muito pouco! O material eu conhecia, mas só isso, pro meu aluno era pouco. Eu ia dá isso pra ele, falar isso? Ia dá bagunça porque eles iam querer mais e eu não ia poder ... ali é ....instigar mais eles a conhecer o material. O quê que o material poderia trabalhar eu não sabia! Daí o quê que eles iam fazer? Começar a brincar e bagunçar. Mas desde quando eu tenho assim um objetivo definido, assim, vamo trabalhar o sistema isso, vamo trabalhar formação do número. Uma unidade e uma dezena, uma unidade e duas dezenas, vamo construir. Aí todos constroem, porque ali eu tô dando regras, daí eles vão construindo. Agora, dá o material se eu não sei o quê que eu quero do material, aí dá bagunça. Esse era o meu medo (riu). Eu trabalhei em grupos também e não deu tanta bagunça.*

Pe: *E valeu a pena?*

Edna: *Valeu.*

Sobre as dificuldades na aprendizagem dos conteúdos matemáticos, Edna se referiu às dificuldades no entendimento, pelo aluno, do valor posicional do sistema de numeração decimal. Mencionou que antes ela não percebia essas dificuldades porque, ela própria, não tinha um conhecimento adequado das características desse sistema.

Pe: *Mas, a maior dificuldade em termos de conteúdo?*

Edna: *Em termos de conteúdo eu acho assim que é a compreensão dos números.*

Pe: *Como assim?*

Edna: *Como assim ... bem isso, o sistema assim posicional, por que que o um não é mais um. Em determinada hora já não é mais um, é o dez. Por que disso? Eu acho que ... bom isso é maturidade deles, eles não tão preparados ainda pra isso.*

Pe: *Você lembra o que você havia respondido no ano passado?*

Edna: *Não.*

Pe: *Você disse que era a relação número-quantidade.*

Edna: *Mas não é isso. Isso é fácil! (Riu) Quer dizer, fácil assim, porque desde o pré a gente vem trabalhando. Um é uma maça, é uma bola, é uma boneca, é uma estrela. Desenhe uma estrela. Você vai lá e .... agora chega na 1ª o um não é mais só um, uma maça. Já é diferente.*

Pe: *Mas, por que você respondeu que é a relação número quantidade.*

Edna: *Eu acho que eu não sabia mesmo, eu achava que era só aquilo ali. Nem eu tinha essa noção. Porque eu achava assim tão fácil, sei lá, que eu nunca tinha pensado, eu, no sistema de numeração eu achava que não tinha dificuldade.*

Pe: *No material que você me mostrou do reforço, eu percebi que as psicopedagogas trabalharam em matemática apenas com essa relação número-quantidade. Outras atividades envolvendo a compreensão dos princípios do sistema de numeração não foram trabalhadas.*[53]

Edna: *É. Acho que é porque elas dizem que os alunos estão bem em matemática.*

Pe: *E você concorda.*

Edna: *Não. Alguns não. Esses que precisam do reforço não.*

---

[53] Os alunos que apresentavam maiores dificuldades, eram acompanhados por alunas que estavam fazendo estágio em Psicopedagogia (Especialização). Esse acompanhamento durou o ano todo. Cada aluno possuía uma pasta onde todas as atividades produzidas por eles foram colocadas. Dentre essas atividades, apenas quatro eram de matemática e todas elas sobre a relação número quantidade. As demais atividades eram de português.

A professora demonstrou, ainda, insegurança ao dizer que seguia o livro didático porque tinha medo de trabalhar algo que a criança não tivesse condições de aprender. Nessas palavras nota-se que ela já teve contato com a teoria de Piaget sobre os estágios de desenvolvimento humano.

Pe: *Mas você não precisa fazer apenas atividades no livro.*
Edna: *É o que eu fazia ... os problemas. Ele deu* [o autor do livro didático] *as idéias ali e eu trabalhei bastante no quadro. Passava no quadro e eles copiavam. Daí, trabalhei outras coisas que não estavam no livro.*
Pe: *Mas sempre seguindo as orientações, a seqüência ...*
Edna: *O raciocínio do livro.*
Pe: *As ...*
Edna [interrompendo a pesquisadora]: *Por insegurança Adriana! Vai que eu vou passar uma atividade ali que não seja bem aquilo, que esteja fora, muito difícil, alguma coisa assim. Aí fica lá massacrando a criança e não tá na idade etária pra ele aprender e depois tu fica lá frustrada também. "Ah, eu não consegui!" Claro, não tá na hora ainda.*

Em relação ao trabalho na primeira série só com números até 99 e somas de números pequenos, a professora atribuiu isso a acomodação dos professores e julgou que seus alunos têm condições de lidar com números maiores.

Pe: *No ano passado eu só acompanhei algumas aulas, mas eu só vi você fazendo adição com números menores que dez. Cinco mais três, dois mais sete...*
Edna: *O ano passado eu só fiz isso?*
Pe: *Não sei além das aulas que eu assisti!*
Edna: *Não, mas eu mudei bastante esse ano. Lembra que você tinha comentado que eu nunca tinha mencionado mais de 100. Nossa que medo de falar mais de 100. Agora eu já falo.*
Pe: *Mas no ano passado você trabalhou com adições de números maiores que dez?*
Edna: *Eu trabalhei. Bem pouquinho, mas eu trabalhei. Esse ano eu já trabalhei bem mais.*
Pe: *Você chegou ao 100 esse ano?*
Edna: *Sim, a escrita sim. Esse ano eu até falei em recurso e reserva. Eu dei como tarefa de casa. Daí o pai "Ai professora, esse aqui ele não sabia fazer, você explicou?" "Não, não expliquei". Daí o pai tinha ajudado e ele fez certinho. Daí eu expliquei pra eles, expliquei o*

recurso, a reserva, que não era um "Olha deu dez, dez o que que é? É dezena". Então daí coloquei o dez do lado. "Tem uma dezena e zero unidades. Pode ficar dezena na casinha da unidade? Não. Então o que que vai, uma dezena vai no lugar da dezena e o zero que é unidade vai ficar no lugar da casinha da unidade". Daí dei só uma explicação assim. "Mas isto vocês vão ver na 2ª série" Riu]. *Lavei as mãos!*

Pe: *Ainda sobre números maiores, lembra que um dia você viu minhas anotações das aulas de uma outra professora e você se espantou porque ela estava pedindo para os alunos escreverem números como 369, 306, na primeira série. Aí eu lhe perguntei se os teus alunos seriam capazes de escrever. Você respondeu que sim, desde que você trabalhasse.*

Edna: *Mas sabe o que que é, comodismo né.* [Riu] *Ninguém cobra adição, não cobra nada. Porque ficar ali ... só se mudarem então falarem vamos fazer e é pra fazer. Eu acho que isso aí os professores se acomodaram sabe. Eu acho que se pegar ainda os PCNs ou o PPP vai ter lá que pode trabalhar centenas, com certeza. Mas os professores falaram "Não, primeira série vai ficar até 100".*

(...)

Edna: *(...) E você sabe que isso aí já foi questionado uma vez, pra gente levar uma aula de pré, eu dava aula no pré, uma aula de pré sobre o sistema de numeração. E eu levei sabe o quê? A galinha do vizinho, bota um, bota dois, bota três... Aquela música. Eu achei que a minha aula tava fantástica, sabe? Eu fiz o cartaz, um ovo, uma bolinha, o número um. Eu achando que a minha aula tava ... era pra apresentar num curso que tinha. Eu levei a galinha, eu achei que ia tirar nota ... o máximo. Quando cheguei lá, quebrei o nariz:* (Falou como que imitando a voz de outra pessoa) *"Não, porque pra alfabetizar não precisa isso daqui, um, dois, três. A criança tem a data de nascimento, a placa do carro, o ano e não sei o que, o número do telefone, começa do um, dois? Não, pode alfabetizar a criança nos números partindo de 2000, 3000, o número que ele quiser" Mas aquilo me magoou tanto (*riu). *E eu fiquei tão ... "Mas não pode, tava tão bonitinha a minha galinha". Aí eu fiz o cartaz ali também, um, dois, três. Aí quando veio a Andréia repassar os PCNs nas férias, ela viu o cartaz e disse que aquilo ali deixava o aluno muito restrito.*

Pe: *Como era esse cartaz?*

Edna: *Ah eu fiz assim um era um quadradinho, dois eram dois coraçãozinho, assim sabe. Aí eu arranquei. Criticaram eu arranquei.*

Pe: *Mas, por que deixa o aluno restrito?*

Edna: *Porque não deixa o aluno pensar, tipo assim, vou começar já com números altos. Mas, pra começar ... alguns alunos, é sempre assim, pra alguns alunos, ele precisa, ele vai ele consegue ir se você trabalhar ... partir do ano de 2004. "Que ano que nós estamos?*

2004". Partir dali, 2000, o que é 2000, 1000, uma centena de milhar, ele vai embora, ele consegue. Mas tem aqueles um que não consegue, que precisa daquilo ali escrito, que ele não tem estímulo nenhum em casa, que ele não tem ajuda nenhuma. Você precisa dos dois cartazes. Você precisa trabalhar das duas maneiras. Precisa da galinha amarelinha lá, bota um, bota dois, um mais um dá quanto, dois. Mas têm aqueles um lá que tem estímulo em casa que a irmã tá na quinta, tá na sexta, e ele ta lá junto, o pai tá trabalhando e ele tá lá. Esse faz, mas têm aqueles um que precisa daquilo, então é o que eu penso, todo método tem um lado bom mas tem o seu lado negativo, você não pode jogar tudo fora de um método e pegar tudinho seguir aquele outro a risca, que você vai falhar em alguma criança, porque nem todas as crianças pensam iguais.

Pe: *Então, se você pensa assim, por que arrancou o cartaz?*

Edna: *De boba (*riu).

Em relação a possíveis influências dos estudos históricos realizados, na sua prática em sala de aula, a professora Edna assim se expressou:

Pe: *E especificamente os estudos sobre a história do sistema de numeração. No que você considera que influenciou?*

Edna: *Ah influenciou que ... a gente tem que ... que ser valorizado porque não foi fácil. Como que não foi fácil pra surgir não é fácil pro aluno aprender também. E que daí aprendi bastante, as vezes o teu ... o que você aprendeu você não passa, fica pra você, mas você tem segurança no que você tá passando. Nem tudo o que eu aprendi eu posso falar e passar né? Mas eu sei ... como trabalhar.*

Pe: *E sobre o que você pensa da matemática, mudou alguma coisa?*

Edna: *Matemática eu pensava assim né. Ah! Matemática é somar e números. Eu tinha que ensinar o número e somar, só isso. Matemática é muito mais que isso. Tem o raciocínio, tem ali tanta coisa né? Muito além do que número e ... somar. E somar ainda era assim aquelas continhas (riu), tão bonitinha ... mas só a continha pela continha.*

A forma restritiva como a professora entendia que deveria trabalhar as operações aritméticas se traduziu no comentário abaixo:

Edna: *O ano passado eu não fazia de jeito nenhum . "Onde já se viu 12+3. Se eu tenho a unidade e dezena em cima eu tenho que ter unidade e dezena embaixo! A continha fica mais bonitinha! Senão fica feio esteticamente. Tem que fazer a continha redondinha,* *unidade e dezena em cima, unidade e dezena embaixo". Eu pensava assim. Cabecinha pequena né?(Riu)*

6.3 ALGUNS PONTOS A DESTACAR

Ao retornar a sala de aula para observações e ao entrevistar a professora Edna, após os encontros para estudos, alguns aspectos evidenciados por suas palavras e em sua prática precisam ser levados em consideração, para que se possa entender algumas idéias da professora e como essas ideais influenciaram suas aulas. Assim, na terceira etapa da pesquisa a professora Edna:

- mostrou uma melhor compreensão das características do sistema de numeração decimal;
- preocupou-se com o entendimento, pelos alunos, dessas características;
- utilizou materiais de manipulação, em suas aulas, na tentativa de facilitar esse entendimento;
- preocupou-se com a forma de pensar do aluno e com as diferenças individuais;
- algumas vezes tentou não resolver e/ou não responder pelos alunos, as questões que eram propostas sobre o conteúdo.

Esses aspectos mostram um diferencial significativo nas idéias e na prática da professora, em relação à primeira etapa da pesquisa. Porém, antes de atribuir essas mudanças exclusivamente aos estudos históricos realizados, é preciso levar em consideração que entre a primeira entrevista (09/03/2004) e a segunda entrevista (15/12/2004) passaram-se cerca de nove meses. Nesse período a professora teve aulas em seu curso de graduação (Normal Superior - Séries Iniciais)[54], onde teve contato com diversos conteúdos e pessoas. Também, na escola onde trabalhava, conviveu com outros professores. Ou seja, esses são alguns, dentre muitos outros fatores, que também podem ter influenciado a

[54] No segundo semestre de 2004 a professora cursou uma disciplina chamada "Fundamentos Teóricos e Metodológicos de Matemática".

professora para que ela repensasse e mudasse a sua prática. Porém, não se tem dúvidas de que os estudos históricos realizados tiveram sua parcela de influência, e esta foi significativa. Isso pôde ser avaliado, pela pesquisadora, pelas conversas que ocorriam durante os encontros para estudos, quando a professora Edna ia expondo suas idéias.

Em relação aos materiais de manipulação, a professora Edna utilizou o material dourado e o dinheirinho com o objetivo principal de tentar explicar os conceitos de unidades e dezenas. Aliás, a preocupação com entendimento desses conceitos, pelos alunos, apareceu em diversos momentos durantes essas aulas. Operações aritméticas também foram realizadas utilizando o dinheirinho.

Os canudinhos e palitinhos foram utilizados como materiais de contagem, para a resolução de operações aritméticas.

A pesquisadora esqueceu de perguntar para a professora como ela preparou essas aulas com os materiais. É claro que ela teve contato com alguma informação sobre atividades com os mesmos, que a inspiraram para elaborar as suas atividades. No entanto, ao longo das aulas observadas, parecia que a professora tinha apenas a idéia do que queria trabalhar e que os problemas não foram determinados previamente. Eles iam sendo propostos à medida que a aula ia transcorrendo.

Talvez esses materiais não tenham sido utilizados da melhor maneira, ou a professora não tenha conduzido adequadamente todas as atividades, mas, o que chamou a atenção foi a atitude dela, tentando “inovar” as suas aulas de alguma forma, preocupando-se em criar situações para que o entendimento do valor posicional dos números ocorresse.

Anteriormente, parecia que a professora não tinha um motivo suficientemente forte para que se “aventurasse” no uso de materiais de manipulação. Ela tinha uma forma de trabalhar os números e, aparentemente, estava satisfeita com essa forma. Mas, talvez fosse só aparentemente mesmo, pois, do contrário, provavelmente ela não tivesse aceitado trabalhar com a pesquisadora, na busca de “atividades novas”, como ela estava esperando que fossem repassadas.

Segundo ela mesma relata, era a insegurança que fazia com que ela não utilizasse desses materiais, porém, a partir de certo momento, ela julgou que eles seriam necessários e foi em busca de como poderia fazê-lo. Em nenhum momento a pesquisadora disse a ela como utilizar esses materiais ou mesmo que ela deveria utilizá-los.

Também, numa primeira análise da última aula, pode-se pensar que nada mudou em relação às aulas do ano anterior. Porém, é preciso levar em conta que existe uma grande diferença entre a professora resolver uma operação no quadro, escrevendo risquinhos ou fazendo ligações para que os alunos simplesmente contem o que sobrou e os próprios alunos realizarem essa atividade, seja também desenhando risquinhos, outros desenhos, ou usando palitos. Pois, nesse segundo caso, eles não estão realizando só uma contagem do que é apontado pela professora. Na última aula observada, ambos os casos ocorreram. A diferença, no segundo caso, é que a professora deu um tempo para que os alunos tentassem resolver, antes dela mesma o fazer.

Novamente enfatiza-se que essas estratégias de resolução podem levantar muitos questionamentos, mas, não se trata aqui de discuti-las, apenas de apontá-las.

Ainda em relação a sua prática, a professora falou que se questionava sobre sua forma de ensinar e que deveria prestar mais atenção a como os alunos raciocinam, sem querer impor sua forma de fazê-lo. Em algumas situações, durante as aulas, foi possível perceber a professora questionando e prestando atenção ao que os alunos diziam. Na primeira etapa da pesquisa, Edna atribuía as dificuldades na aprendizagem da matemática aos próprios alunos, mais propriamente, a falta de interesse dos mesmos.

Em certo momento da entrevista a professora demonstrou que tem opiniões próprias sobre a importância de se considerar as diferenças individuais. Porém, também demonstrou insegurança para seguir suas idéias.

Apesar de ter estudado a história do desenvolvimento do sistema decimal, a professora Edna não fez referências explícitas a nenhum elemento histórico nas aulas observadas. No entanto, considera-se que houve uma participação implícita desses elementos, pois, após esses estudos a professora modificou a abordagem do sistema de numeração decimal, preocupando-se em fazer com que os alunos trabalhassem com agrupamentos e trocas para compreender os conceitos de unidade e dezena e o valor posicional dos números.

7 ALGUNS DESTAQUES NA DISCUSSÃO DO QUE FOI ENCONTRADO

Retomando a questão central desta pesquisa, isto é, a investigação da existência de possíveis relações entre o conhecimento da história do sistema de numeração decimal e o seu ensino por uma professora das séries iniciais, neste momento, faz-se uma análise da trajetória percorrida buscando elementos que contribuam para uma tentativa de resposta.

Este trabalho começou com um levantamento de como a história da matemática vem aparecendo no ensino de matemática ao longo dos anos. Foram consideradas duas formas de participação dessa história no ensino: a explícita e a implícita. A participação explícita foi definida como aquela em que as referências históricas são feitas de forma direta, enquanto que a implícita foi definida como aquela em que não são feitas referências históricas, porém, a história aparece de forma indireta, na forma de abordagem e organização dos conteúdos.

O princípio genético foi destacado por sua ligação com essas formas de participação da história no ensino, especialmente com a implícita. A própria professora Edna, ao estudar o desenvolvimento histórico dos sistemas de numeração, estabeleceu comparações entre esse desenvolvimento e a aprendizagem dos alunos, isto é, supôs a existência de vínculos entre a filogênese e a ontogênese, como quando disse:

"Como que não foi fácil pra surgir não é fácil pro aluno aprender também."

Nas investigações iniciais deste trabalho, envolvendo a prática de quatro professoras, foram encontrados alguns elementos da história do sistema de numeração decimal nas aulas das mesmas. São eles: a correspondência termo a termo no ensino do conceito de número e na resolução de problemas aritméticos, o uso dos dedos das mãos na realização de contagens e cálculos, o zero como um símbolo sem valor de número, a contagem por agrupamentos e algumas referências históricas nas apostilas didáticas adotadas. Na busca de uma explicação para o aparecimento desses indícios é que foi necessário um retorno à época da Matemática Moderna e o estabelecimento de relações entre as idéias de Piaget e o princípio genético para entender as razões do aparecimento desses elementos nas aulas de matemática daquela época.

Sobre a participação explícita da história da matemática nas aulas das quatro professoras investigadas, concluiu-se que as referências históricas que constavam da apostila de segunda série (Prof. Sofia), sobre a história do dinheiro, faziam parte da introdução ao conteúdo e não afetavam a abordagem do mesmo. Já nas aulas sobre medidas de comprimento, das professoras Joana e Inês, também houve esse tipo de participação da história, na forma de referências históricas que constavam das apostilas. Porém, a participação implícita também foi percebida, visto que os alunos realizaram várias medidas com diferentes objetos e partes do corpo e fizeram comparações entre os resultados encontrados por eles e por seus colegas, para perceber a necessidade de uma padronização das medidas. Foi apresentado, em seguida, o conceito de metro (primeira e terceira séries) e de seus múltiplos e submúltiplos (terceira série). Todas essas atividades constavam das apostilas adotadas.

Nas aulas referidas acima, a participação implícita da história da matemática foi bem mais significativa do que a participação explícita. Aliás, esta última foi bastante superficial. Porém, acredita-se que ela também seja importante, pois, se devidamente aprofundada, com ela o conteúdo pode ganhar "um enquadramento mais vasto e uma vizinhança conexa" (SERRES, 1989, p. 8).

Na primeira etapa da pesquisa, ao procurar investigar como as quatro professoras participantes, ensinavam conceitos relacionados ao sistema de numeração decimal e, também, ao verificar o aparecimento de indícios relacionados à história do mesmo, entendeu-se que essas professoras ensinavam esse sistema como um conhecimento pronto, sem levar em consideração questões relacionadas ao seu desenvolvimento histórico. Portanto, o trabalho com agrupamentos e o uso dos dedos das mãos, durante as aulas observadas nessa primeira etapa, não foram motivados por razões ligadas a tentativa de usar a história da matemática no ensino. Já a correspondência termo a termo, que começou a ser amplamente utilizada em sala de aula no ensino da Matemática Moderna, tem, nas raízes de sua proposta de utilização, razões ligadas a intenção de utilizar a história da matemática para modelar o ensino dos números. Isso com base nas idéias de Piaget, que fazia uso do estudo histórico do pensamento científico para tentar compreender a gênese do conhecimento na criança.

Concluiu-se que, apesar de ter entrado no ensino com base em uma proposta de seguir os passos da humanidade na criação dos números, a utilização da correspondência termo a termo, no ensino dos números e das operações, ganhou força na época da Matemática Moderna, devido a necessidade de ensinar a teoria de conjuntos aos alunos. Ficou claro, no entanto, que a professora Edna recorria a essa estratégia para tentar facilitar o entendimento de certos cálculos pela visualização direta. Também, o autor do livro didático adotado por ela, sugeria que fosse feita correspondência entre elementos de conjuntos como estratégia de resolução de problemas, pelos mesmos motivos.

Nas segunda e terceira séries, a ênfase nas aulas de matemática observadas, foi dada aos algoritmos escolares convencionais. As regrinhas de cálculos foram recitadas, por professores e alunos, porém, nessas aulas, as mesmas não foram explicadas ou justificadas. Também, não foram utilizados ou cogitada a existência de algoritmos escritos diferentes dos tradicionais.

Kamii (1999) por considerar que o conhecimento lógico-matemático deve ser construído individualmente pela criança, por meio de seu próprio raciocínio e, que para que possa compreender os algoritmos atuais ela deve passar por um processo construtivo semelhante aos nossos ancestrais, defende que a criança deve inventar seus próprios procedimentos de cálculo. Assim, considera prejudicial o ensino dos algoritmos tradicionais de cálculo e chega a afirma que os mesmos deveriam ser abolidos das séries iniciais.

Não se concorda com Kamii a respeito dessa exclusão, por entender que a criança nas séries iniciais tem condições de compreender os princípios do sistema de numeração decimal e, como os algoritmos são baseados nesse princípio, então, ela também tem condições de compreendê-los. Dessa forma, entende-se que as dificuldades apresentadas no entendimento e utilização dos algoritmos estão intimamente ligadas com o entendimento do próprio sistema. Se os princípios do sistema estão claros para a criança, a aprendizagem do algoritmo não apresentará maiores dificuldades.

Zunino (1995) diverge das idéias de Kamii quando não prega a exclusão dos algoritmos convencionais, visto que como são socialmente utilizados e válidos, devem ser ensinados. Porém, entende que estes não devem ser impostos como únicos possíveis, isto é, respeitando as idéias das crianças sobre as operações e os modos de representá-las: "...a história dos sistemas de numeração mostra que tampouco os adultos têm tido sempre as mesmas idéias sobre como representar as operações." (ZUNINO, 1995, p.53).

Dessa forma, considerando essas idéias de Zunino, entende-se que por meio do estudo histórico do sistema de numeração decimal, incluindo o estudo de algoritmos antigos, o professor consegue entender com mais facilidade que os algoritmos escolares tradicionais não são únicos, que não existe uma só maneira de pensar um determinado cálculo e que, por isso, é preciso valorizar a forma de raciocinar de cada aluno.

Ao contrário de Kamii, não se considera que seja preciso passar por processos similares aos de nossos ancestrais para a compreensão dos algoritmos ou dos princípios do sistema de numeração decimal, pois, reprisar o passado não é condição necessária ou suficiente para a aprendizagem de um determinado conceito. Ao propor problemas com origem histórica para que as crianças resolvam, elas não irão reviver o passado, já que se está vivendo em outra realidade, em outro tempo e contexto. As crianças estarão submetidas a variáveis bem diferentes daquelas a que estavam submetidos as pessoas que participaram do desenvolvimento de determinado conceito. Mas, ao propor problemas com origem histórica o professor poderá levantar questionamentos que levem a criança a pensar sobre determinados conceitos como, por exemplo, a base decimal do nosso sistema de numeração. Assim, considera-se que os alunos das séries iniciais não precisam conhecer a história dos conteúdos que aprende, porém, é importante que o professor tenha esse conhecimento.

Segundo Kamii (1999, p.40), "... conhecer os paralelos entre a construção da humanidade e a construção da criança é importante, pois, ajuda-nos a compreender melhor tanto a natureza do conhecimento lógico-matemático como os conceitos numéricos." Essas conclusões foram baseadas nas idéias de Piaget que defendia que as normas elaboradas pelo sujeito epistêmico, ao longo de sua gênese, tem relação com as normas inerentes ao pensamento científico. Em Piaget e Garcia (1978) os autores utilizam-se do pensamento científico para tentar compreender melhor a gênese do conhecimento na criança.

Nas aulas da professora Edna, na terceira etapa da pesquisa, alguns dos indícios do uso da história da matemática, encontrados na primeira etapa, também estavam presentes. Ou seja, foram utilizadas marcas (risquinhos) para representar números, fez-se correspondência termo a termo entre conjuntos, contagem e cálculo nos dedos das mãos. Com os estudos históricos a professora Edna teve oportunidade de estudar como esses elementos fizeram parte da história do sistema de numeração decimal. Ao utilizar-se dos mesmos nas aulas, ela não fez referências explícitas a essa história.

O único elemento que não esteve presente nas aulas da professora Edna na primeira etapa da pesquisa (apesar de ter estado nas aulas de outros professores) e que foi bastante utilizado por ela nas aulas observadas na terceira etapa, foi a contagem por agrupamentos.

Entendeu-se que o trabalho com agrupamentos realizado pela professora Edna, foi motivado, pelo menos em parte, pelos estudos históricos realizados por ela. A professora pensou ser importante que os alunos trabalhassem com grupos de dez elementos para entender o princípio decimal do sistema. Utilizou canudinhos, que os alunos separaram em feixes de dez elementos (em aula não observada pela pesquisadora, apenas comentada pela professora e realizada antes da conclusão dos encontros para estudos), trabalhou com material dourado e com dinheirinho.

Na primeira etapa da pesquisa, a professora Edna possuía uma visão bastante limitada dos conteúdos matemáticos e do seu ensino. Suas aulas se resumiam em atividades do livro didático, que ela lia, explicava e resolvia no quadro, sem dar oportunidade aos alunos para que pensassem sobre as mesmas. Fazia perguntas aos alunos, mas, ela mesma respondia ou quando os alunos o faziam, geralmente não se interessava pelas respostas. O conteúdo consistia basicamente na escrita dos números e operações de soma e subtração de números pequenos (geralmente de números menores que dez). Edna julgava que conhecia bem o conteúdo e atribuía os problemas na aprendizagem aos próprios alunos, mais especificamente, à falta de atenção e interesse dos mesmos, pois, como ela mesma dizia: “Ah! Eu falei. Não aprendeu porque não quis, então vamos pra frente”. A professora seguia um modelo tradicional de ensino, no qual, conforme explica David Carraher (1999, p.16), “a responsabilidade do educador seria no sentido de ‘falar sobre’; a responsabilidade de aprender seria do aluno.”. O valor posicional dos números era ensinado por meio de explicações longas e confusas sobre os conceitos de unidade e dezena e sobre a escrita dos números.

Edna costumava se preocupar com suas aulas apenas quando estava na escola, quando saia dizia esquecer do trabalho. Disse que resolveu fazer um curso de graduação porque queria aprender mais, depois, revelou que só estava fazendo porque mais tarde a prefeitura exigiria e quem não tivesse acabaria demitido. Não estava empolgada com esse curso, tanto que acabou trancando-o durante um semestre sem realmente necessitar fazê-lo. Não possuía o hábito de estudo. No início dos encontros para estudo ela não leu nada do que foi combinado, sempre alegando falta de tempo. Nesses encontros a professora esperava que a pesquisadora lhe repassasse algumas atividades prontas, para serem aplicadas em suas aulas. Aos poucos, durante os estudos históricos, a professora foi se envolvendo com os mesmos, o que ficava claro nos seus comentários e questionamentos. Fazia relação de alguns tópicos estudados com situações ocorridas em sala de aula. Começou a questionar sua prática, no início perguntando para a pesquisadora como poderia trabalhar determinado conteúdo[55]. Aos poucos ela mesma foi encontrando suas próprias respostas, como no dia em que questionou como poderia fazer para que o aluno, ao trabalhar determinada operação envolvendo dezenas (por exemplo 13 +14), não pensasse nos números como unidades separadas (o 13 como 1 e 3), já que, anteriormente ela sugeria isso aos alunos para facilitar o cálculo. Após perguntar e pensar um pouco, ela mesma disse que talvez apresentando a “conta deitada e não armada” os alunos “enxergassem o número todo”.

No último encontro para estudos Edna fez o seguinte comentário:

[55] A pesquisadora não respondeu essas perguntas, pois, não era seu objetivo.

"Hoje eu dou aula a noite inteira! Penso como vou trabalhar, como vou fazer pro Willian entender. Apesar de que ele melhorou bastante. Não é que eu chego aqui dou aula e vou embora, como eu fazia antes."

Esse comentário resume a mudança que se processou na professora Edna e que a estava fazendo refletir sobre sua prática.

Estudando o desenvolvimento histórico do sistema de numeração a professora passou a ter uma compreensão muito mais ampla desse conteúdo, percebendo esse conceito como um processo. Ao mesmo tempo que isso acontecia, ela começou a questionar sua forma de ensiná-lo aos alunos. A certeza de que conhecia bem o mesmo e que, com suas explicações, o aluno também poderia entender facilmente como os números são formados, foi abalada. Começou a pensar mais no aluno e que este poderia ter dificuldades para entender o valor posicional dos números. Para tentar fazer com que os alunos entendessem os conceitos de unidades e dezenas e o valor posicional, Edna foi por um caminho tentando explicar esses conceitos aos alunos, realizando atividades que envolviam materiais de manipulação.

Na criação do sistema de numeração decimal as regularidades do mesmo são conseqüências da posicionalidade. Considerando que a criança precisa compreender as regularidades do sistema e não as causas que lhe deram origem, Lerner (1996) propõe que se trabalhe com atividades que permitam que a criança primeiro perceba as regularidades na numeração escrita, para só depois compreender a posicionalidade.

Já Kamii (1995) tem outra opinião. Com base em Piaget, ela aponta para a importância de não se apresentar aos alunos o sistema de numeração como algo pronto e acabado, mas, fazer com que os alunos passem, mesmo que de forma resumida, por processos construtivos similares aos de nossos ancestrais, para que construa esse conhecimento.

No entanto, ambas concordam que as características do sistema de numeração decimal não devem ser explicadas pelo professor. A este cabe apenas criar condições para que as crianças criem/descubram essas características.

Antes dos estudos históricos a professora Edna explicava a formação dos números e os conceitos de unidades e dezenas de forma muito confusa e a maioria dos alunos não entendia o que ela dizia. Após os estudos históricos Edna continuou com essas explicações. Porém, ciente das dificuldades dos alunos, buscou apoio em materiais de manipulação, como o material dourado e o dinheirinho. Ao término do ano letivo, Edna demonstrou satisfação com as “mudanças” realizadas em suas aulas. Principalmente porque a maioria dos alunos pareceu entender os conceitos de unidade e dezena, além de conseguir escrever e identificar números “grandes” e realizar cálculos que em anos anteriores não tinha coragem de propor.

É claro que, qualquer especialista em educação matemática poderia levantar inúmeras críticas a forma como a professora conduziu suas aulas. Porém, o que se quer valorizar é a mudança significativa que estava se processando nas idéias da professora, fazendo com que ela adotasse uma postura menos passiva diante do conteúdo, mais disposta a “correr riscos”, questionando sua prática e tentando outras, sem esperar que estas lhe fossem repassadas de forma pronta.

Além dos estudos históricos outros fatores deveriam estar influenciando a professora para a mudança que estava se processando, como, por exemplo, os estudos realizados no curso de graduação e a convivência com diferentes profissionais da educação. Porém, acredita-se na importância dos estudos históricos realizados, pois, foi possível acompanhar, a cada encontro que se realizava, um envolvimento cada vez maior da professora com esses estudos, expressos por seus questionamentos, comentários e atitudes.

Por tudo o que foi pesquisado e pensado, entendeu-se que um conhecimento adequado do sistema de numeração decimal, o qual necessariamente inclui o conhecimento do desenvolvimento histórico do mesmo, é fundamental para que o professor possa pensar no seu ensino com mais autonomia. Assim concorda-se com Fiorentini (1995) em que a forma como conhecemos e concebemos os conteúdos de ensino tem fortes implicações no modo como os exploramos em sala de aula.

8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

É relativamente fácil encontrar pessoas que são simpáticas ao estudo e a utilização da história da matemática no ensino de matemática. Porém, apesar de todos os discursos favoráveis e das recomendações em documentos oficiais do governo, pouquíssimas são as ações no sentido de efetivar o estudo da história da matemática pelos professores de todos os níveis.

Autores como Freudenthal (1981) insistem na importância do conhecimento histórico para que o professor tenha uma visão da matemática como um conhecimento humanizado e em construção. Outros, como Ferreira e Rich (2001) e Fiorentini (1995) referem-se à influência do conhecimento histórico na prática do professor. Essas idéias, que expressam a crença de um tal relacionamento entre o conhecimento histórico dos conteúdos matemáticos e a concepção e o ensino de matemática do professor, estão presente em diversos outros trabalhos. Por acreditar na relevância das mesmas é que se entende a necessidade da realização de investigações que contribuam para que sejam comprovadas ou invalidadas. É nesse intuito que este trabalho foi pensado e executado.

Ao planejar este trabalho tinha-se a hipótese de que os estudos históricos iriam influenciar na prática da professora. Não se sabia exatamente como, mas, imaginava-se que a professora fosse tentar utilizar, de alguma forma, o que aprendeu nas suas aulas. O que se constatou foi uma mudança muito mais significativa, na forma dela conceber os conceitos matemáticos pela compreensão da sua historicidade.

No decorrer de encontros para estudos sobre a história do sistema de numeração decimal, foi possível constatar que os mesmos contribuíram significativamente para que a professora investigada iniciasse um processo de reflexão sobre o conteúdo e a forma como ensinava, bem como sobre as dificuldades dos alunos na aprendizagem do mesmo. Isso se manifestou nos questionamentos e apontamentos que a professora fazia e, principalmente, isso se refletiu em sala de aula, com a professora buscando alternativas para ensinar conceitos que antes ela considerava ser natural que os alunos, caso quisessem, entendessem apenas através de suas explicações.

A professora investigada não "revolucionou" sua forma de ensinar, mas tomou algumas atitudes que mostraram o início de um processo de mudança, em que ela se mostrou mais preocupada com suas aulas e principalmente com o entendimento do conteúdo pelos alunos. Acredita-se que isso se deve, em grande parte, a um novo olhar que ela lançou sobre esse conteúdo, a partir do estudo da história do mesmo. As considerações que fazia relacionando a história estudada com a aprendizagem dos alunos, a preocupação com o entendimento dos alunos, com a forma de pensar dos alunos, revelada após os estudos históricos, são indícios dessa mudança na professora.

Entende-se que o conhecimento histórico não é condição necessária e nem suficiente para a aprendizagem de determinado conteúdo. Pelo menos não da maneira que se espera em um ensino tradicional e onde a importância dos conteúdos está definida por sua aplicação direta ou como "base" para outros conteúdos. Essa aprendizagem que se caracteriza pelo acúmulo de informações e repetição de regras e procedimentos, não é suficiente para quem espera mais da educação matemática, onde a importância da mesma não reside apenas no ensino do conteúdo matemático em si. Nesse sentido é preciso que a matemática seja entendida de uma forma muito mais completa e o conhecimento da história da matemática é o caminho para isso, pois:

> [...] pelo estudo da matemática do passado, podemos perceber como a matemática de hoje insere-se na produção cultural humana e alcançar uma compreensão mais significativa do seu papel, de seus conceitos e de suas teorias, uma vez que a matemática do passado e atual engendram-se e fundamentam-se mutuamente. (MIGUEL e BRITO, 1996, p.56)

Assim, acredita-se que o conhecimento histórico seja primordial para o ensino dos conteúdos matemáticos, ou seja, o professor precisa ter essa visão adquirida pelo conhecimento histórico, para planejar o ensino de forma a contemplar outros objetivos pedagógicos, relativos à formação do cidadão, os quais não condizem com o ensino de uma matemática estanque.

No caso específico da professora deste trabalho, considera-se que o conhecimento histórico, adquirido apenas com os encontros para estudos, era insuficiente para que ela chegasse ao ponto colocado no parágrafo anterior. Mas, um passo importante foi dado na medida em que ela, percebendo os conceitos como criações históricas, passou a olhar o conteúdo de forma mais “cuidadosa”, já que antes ela o considerava muito natural e não pensava sobre sua origem.

Este trabalho não teve, nem poderia ter, a intenção de encerrar a questão sobre a relação entre o conhecimento histórico dos conteúdos e o seu ensino pelo professor. No entanto faz algumas considerações de relevância nesse sentido, ao mostrar que um estudo mais adequado da história da matemática, não restrito ao repasse de informações históricas, influenciou na forma como a professora investigada concebia o sistema de numeração decimal e efetivava o seu ensino.

Dessa forma esta pesquisa vem corroborar as idéias de que o professor de qualquer nível precisa conhecer a história dos conteúdos matemáticos que ensina.

Para finalizar, aponta-se algumas questões suscitadas por este trabalho e que precisam ser melhor exploradas. A primeira se refere a outras pesquisas que também evidenciem as relações entre o conhecimento histórico dos conteúdos pelo professor e a sua prática pedagógica. A segunda refere-se ao aprofundamento e ampliação dos estudos sobre o que restou da matemática moderna no ensino das séries iniciais, pois, aqui se fez apenas uma análise restrita e pontual. Uma terceira questão refere-se ao esclarecimento mais aprofundado da influência das idéias de Piaget na determinação dos conteúdos matemáticos das séries iniciais e da forma de tratá-los desde a época da matemática moderna.

Mudam-se os tempos, mudam-se as vontades,
muda-se o ser, muda-se a confiança;
todo o mundo é composto de mudança,
tomando sempre novas qualidades.
Luís de Camões

9 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALVARADO, M. J. A. **La teoría de conjuntos en la formación de maestros: facetas y factores condicionantes del estudio de una teoría matemática.** Tese (Doutorado) Departamento de Didática da Matemática – Universidade de Granada, Espanha, 2002.

AVERBUCH, A. et al. **Curso Moderno de Matemática para o ensino de 1º grau.** 2ª ed. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1973.

BACCARO, N. **Matemática para o Supletivo** – Curso Moderno – Primeiro Grau. 7ª ed. São Paulo: Ed. Ática, 1971.

BACHELARD, G. **A formação do espírito científico:** Contribuição para uma psicanálise do conhecimento. Trad. Estela dos Santos Abreu. Rio de Janeiro: Contraponto Editora Ltda. 2001.

BASSO, Z.G.; GREIN, M. **Enciclopédia ilustrada para o ensino fundamental** – 1ª a 4ª séries do 1º grau - Iniciação as Ciência – Matemática. Curitiba: Editora Educacional Brasileira S.A., 197?. v. III.

BIANCHINI, E; PACCOLA, H. **Sistemas de Numeração ao Longo da História**. São Paulo: Ed. Moderna, 1997.

BYERS, V. Porque Estudar História da Matemática? Trad. Maria Q. Amoroso Anastácio e Eduardo Sebastiani Ferreira. In. **Inst. J. Math. Educ. Sci. Technol**, v. 13, n. 1, 1982, p. 59-66.

BEDNARZ, N. Interações Sociais e Construção de um Sistema de Números no Ensino Fundamental. In: GARNIER, C.; BEDNARZ, N.; ULANOVSKAYA, I. **Após Vygotsky e Piaget**: perspectiva social e construtivista: escola russa e ocidental. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996. cap. 2 , 1996. p. 47-60.

BIDWELL, J.K. Humanize your classroom white the history of mathematics. In: **Mathematics Teacher** . Reston – Va: NCTM, v.86, n. 6, setembro de 1993, p. 461-464.

BOURBAKI, N. A Arquitetura das Matemáticas. Trad. Ulysses Carneiro. In: **Anuário da Sociedade Paranaense de Matemática**. Curitiba: Sociedade Paranaense de Matemática. Vol. 1, 1959, p. 1-17.

BOYER, C. B. **História da Matemática**. Trad. Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blücher, 1974.

BRASIL, L.A.S. **Estudo Dirigido de Matemática**. São Paulo: Editora Fundo de Cultura, 1964.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Brasília:MEC Disponível em <http://portal.mec.gov.br/arquivos/pdf/ldb.pdf.> Acesso em 10 abr 2005.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática** - 1º e 2º ciclos. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BROLEZZI, A. C. **A arte de contar: uma introdução ao estudo do valor didático da História da Matemática.** Dissertação (Mestrado em Educação)-Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1991.

BRITO, A.J.; CARVALHO, D. L**. Geometria e outras metrias**. Natal: Editora da SBHMat, 2001. (Série Textos de História da Matemática, v.II)

BRUYNE, P.; HERMAN, J.; SCHOUTHEETE, M. **Dinâmica da Pesquisa em Ciências Sociais**. Trad. Ruth Joffily. Rio de Janeiro: Livraria Francisco Alves Editora. 1991.

CARAÇA, B. J. **Conceitos Fundamentais de Matemática**. Lisboa: Livraria Sá da Costa Editora, 1989.

CARRAHER, D. W. Educação tradicional e Educação Moderna. In**:** CARRAHER, T.N. (org). **Aprender Pensando**-Contribuições da Psicologia Cognitiva para a Educação, 13ª ed. Petrópolis: Editora Vozes, 1999, p.11-30.

CARRAHER, T.N. O desenvolvimento mental e o sistema de numeração decimal. In**:** CARRAHER, T.N. (org). **Aprender Pensando** - Contribuições da Psicologia Cognitiva para a Educação, 13ª ed. Petrópolis: Editora Vozes, 1999, p.51-68.

CARVALHO, H. de. **Matemática Moderna** – 5º grau e Admissão. São Paulo: IBEP, 1965.

CARVALHO, H. de; FERREIRA, T. **Curso Completo de Matemática Moderna para o Ensino Primário**– Metodologia e Didática – 1º ano. São Paulo: Phoenix edições, [197?].

CAVALCANTE, L. G. **Ensino Moderno de Matemática** - 4º e 5º ano primário. São Paulo: FTD, 1967.

CAVALCANTE, L. G. **Biblioteca da Matemática Moderna** – Curso Integrado. São Paulo: Editora Formar, [197?]. (Coleção: Biblioteca da Matemática Moderna).

CLAIRAUT, A.C. **Elementos de Geometria**. Trad. José Feliciano. São Paulo: Empreza Bibliópola-Editora, 1882.

DAMBROS, A. A. **O valor didático da história da matemática**. Trabalho de conclusão de curso (Licenciatura em Matemática)- Centro de Ciências Físicas e Matemáticas, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 1997.

DAMBROS, A.A. **A Educação Matemática e o Professor das Séries Iniciais** – A importância dos estudos históricos no trabalho com o sistema de numeração decimal. Dissertação (Mestrado em Educação) -Centro de Educação, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2001.

D'AMBROSIO, U. A Transferência de conhecimento matemático para a América Latina: um estudo da dinâmica cultural. In. V SEMINÁRIO NACIONAL DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, 2003, Rio Claro. **Anais**. Rio ClaroUNESP/SBHMat, 2003, p.1-17.

DANTZIG, T. **Número: A linguagem da ciência**. Rio de janeiro: Zahar, 1970.

DARSIE, M.P.D.; CARVALHO, A.M.P. Reflexão na constituição dos conhecimentos profissionais dos professores de matemática em um curso de formação inicial. **Zetetiké:** Revista do Círculo de Estudos, Memória e Pesquisa em Educação Matemática, Campinas: UNICAMP, vol.6, n. 10, 1998. p. 57 a 86.

DASSIE, B.A.; CARVALHO, J.B.P.; ROCHA, J.L. Uma coleção revolucionária. **História e Educação Matemática**: Revista da Sociedade Brasileira de História da matemática, Rio Claro: SBHMat, vol.2, n.2, jun/dez-2001 e jan/fev-2002. p. 9-29.

DI PIERRO NETTO, S (coord.). **O Trabalho Dirigido no Ensino de Matemática** – 1º volume. São Paulo: Ed. Saraiva, 1971.

DUARTE, N. **A Relação entre o Lógico e o Histórico no Ensino da Matemática Elementar**. Dissertação (Mestrado em Educação) – Centro de Educação e Ciências Humanas, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 1987.

DYNNIKOV, C. M. S. da S. **Explorando as Operações Aritméticas com Recursos da História da Matemática**. Rio Claro: SBHMat, 2003. (Coleção História da Matemática para Professores).

ERNEST, P. The history of mathematics in the classromm. In: **Mathematics in School.** Vol. 27, n. 4, 1998. p. 26-31.

FAUVEL, J. Using History in Mathematics Education. **For the Learning of Mathematics.** Vol. 11. n.2, jun de 1991.

FERREIRA, E. S. **Laboratório de História da Matemática**. Natal: Ed. SBHMAT, 2001. (Série Textos de História da Matemática, vol VII).

FERREIRA, R.A.T.; RICH, B.S. Integrating history of mathematics into the mathematics classroom. **Quadrante** – Revista Teórica de Investigação. Lisboa: APM, Vol 10, n. 2, 2001.

FERREIRA , R. Teoria da evolução das espécies por seleção natural não está completa em todos os detalhes, mas vai muito bem. **Jornal da Ciência** (SBPC), 17 fev. 2003. Disponível em: <http://www.jornaldaciencia.org.br/Detalhe.jsp?id=7934> Acesso em 30 dez. 2005.

FIORENTINI, D. Alguns modos de ver e conceber o ensino de matemática no Brasil*.* **Zetetiké**: Revista do Círculo de Estudos, Memória e Pesquisa em Educação Matemática, n. 4, Campinas: UNICAMP, 1995, p. 01-37

FIORENTINI, D.; SOUZA Jr., A.J. de ; MELO, G.F.A. de. Saberes docentes: um desafio para acadêmicos e práticos*.* In: *GERALDI, C.G.; FORENTINI, D.; PEREIRA, E.M.de A. (orgs.).* **Cartografias do Trabalho Docente:** Professor(a) - Pesquisador(a). Campinas: Mercado das Letras, 1998. p. 307-335.

FOUCAULT, M. **Microfísica do Poder**. Rio de janeiro: Graal, 1990.

_____________. **A Arqueologia do Saber**. Trad. Luiz F. B. Neves, 5ª ed., Rio de Janeiro: Forense Universitária, 1997.

FREUDENTHAL, H. Should a mathematics teacher know something about the history of mathematics?. In: **For the Learning of Mathematics**. Vol.2, n.1. Canadá, Quebec: FML Publishing Association. Jul. 1981.

FUCHS, W.R. **A Matemática Moderna**. Trad. Marianna Arnsdorff e José Manasterski. São Paulo: Ed. Polígono, 1970.

GARNER, M. **Historical Essays in Calculus and Precalculus**: Teaching Mathematics Through History. Emory University-Division of Educational Studies. Interface '95, Atlanta, October, 1995. Disponível em:
< http://www.aug.edu/dvskel/Garner2SU97.htm> Acesso em: 06 jun. 2003.

GARNER, M. **The Importance of History in Mathematics Teaching and Learning**. Emory University -Division of Educational Studies. Interface '96, Atlanta, October, 1996. Disponível em:< http://www.aug.edu/dvskel/Garner1SU97.htm> Acesso em 06 jun. 2003.

GATTEGNO, C. La Pedagogia de las matemáticas. In. PIAGET, J. et al. **La Enseñanza de las matematicas**. 3ª ed, Madrid: Editions Delachaus & Niestlé, S.A, 1968. p. 133-181.(Coleção: Psicologia y Educacion).

GERDES, P. Sobre a origem histórica do conceito de número. In. **Bolema,** Rio Claro: UNESP, n.1, 1989, p.35-49.

__________. **Etnomatemática: Cultura, Matemática, Educação** – Colectânea de textos. Maputo-Moçambique: Instituto Superior Pedagógico, 1991.

GOMES, M. L. M. A Aritmética de Condorcet: Um livro didático do século XVIII. In. IV SEMINÁRIO NACIONAL DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, 2001, Natal. **Anais**. Rio Claro: SBHMat, 2001. p.310-318.

GRATTAN-GUINESS, I. Alguns aspectos negligenciados na compreensão e ensino de números e sistemas numéricos. Trad. Arlete de J. Brito, Wilson Pereira de Jesus, Antonio Miguel. **Zetetiké,** vol 7, nº 11, Campinas: UNICAMP-FE-CEMPEM, 1999, p.09-27.

GUELLI, O. **Contando a História da Matemática**. São Paulo: Ed. Ática, 1993

GUNDLACH, B. H. Números e Numerais. In: **Tópicos de História da Matemática para uso em sala de aula**. Trad. Hygino Domingues. São Paulo: Atual. 1993.

IFRAH, G. **Os números - A história de uma grande invenção.** Trad. Stella Maria de Freitas Senra. Rio de Janeiro: Globo, 1989.

IFRAH, G. **História Universal dos Algarismos: a história dos homens contada pelos números e pelo cálculo.** Volume 2. Trad. Alberto Muñoz e Ana Beatriz Katinsky. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1997.

IGLIORI, S. B. C. A Noção de "Obstáculo Epistemológico" e a Educação Matemática. In. MACHADO, S. D.A. (org). **Educação Matemática: Uma Introdução**. São Paulo: EDUC, 1999. p.89-113.

IMENES, L.M.O.; JAKUBOVIC, J. ; LELLIS, M. **Novo Tempo: Matemática** – 1ª série- 1º grau. São Paulo: Scipione, 2001.

JAPIASSÚ, H. ; MARCONDES, D. **Dicionário Básico de Filosofia**. 3ª ed. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editor, 1996.

KAMII, C. **A criança e o número:** Implicações educacionais da teoria de Piaget para atuação junto a escolares de 4 a 6 anos. Trad. Regina A. de Assis.31ª ed. Campinas, SP: Papirus, 2003.

KAMII, C.; LIVINGSTON, S. J. **Desvendando a Aritmética: Implicações da Teoria de Piaget.** 5ª ed. Campinas: Papirus, 1999.

KELLEY, L. A Mathematical History Tour. In: **Mathematics Teacher** . Reston–Va: NCTM, vol. 94, n. 1, janeiro de 2000, p. 14-17.

KLINE, M. **O Fracasso da matemática Moderna**. São Paulo: Ibrasa, 1976.

LAKATOS, I. **Pruebas y Refutaciones: la lógica del descubrimiento matemático**. Madrid: Alianza. 1978.

LERNER, D.; SADOVSKY, P. O sistema de numeração: um problema didático. In. PARRA, C.; SAIZ,I. (org.) **Didática da Matemática - Reflexões Psicopedagógicas**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996. p. 73-155.

LICHNEROWICZ, A. Introducción del espíritu del álgebra moderna en el álgebra y la geometría elementales. In. PIAGET, J. et al. **La Enseñanza de las matematicas**. 3ª ed, Madrid: Editions Delachaus & Niestlé, S.A, 1968. p.58-70 (Coleção: Psicologia y Educacion).

LIBERMAN, M.P.; SANCHEZ, L.B.; FRANCHI, A. **Curso Moderno de Matemática para o ensino de 1º grau** – Guia do Professor. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1974.

LORENZO, J. **La Matemática: De sus Fundamentos y Crisis**. Madri: Editorial Tecnos S.A, 1998.

MARSHALL, G.L.; RICH, B.S. The role of history in mathematics class. In: *Mathematics Teacher* . Reston – Va: NCTM, vol.93, n. 8, novembro de 2000. p. 704-706

MARTINS. A. **História da Matemática no Ensino da Matemáticas**. 1986. Disponível em: <http:/ www.mat.uc.pt/~jaimecs/mhist.htm> Acessso em 05 de out de 2000.

MENDES, I. A**. O uso da História no ensino de Matemática:** Reflexões Teóricas e Experiências. Belém: EDUEPA, 2001 (Série Educação I)

MIGUEL, A. **Três Estudos Sobre História e Educação Matemática.,** 274 f. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação - Departamento de metodologia do Ensino, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1993.

MIGUEL, A.; BRITO, A. J. A História da Matemática na formação do professor de matemática. In. **História e Educação Matemática**, Campinas: Papirus, 1996, p. 47-61. (Cadernos CEDES n^{o} 40)

_____________________. A prática social de investigação em história da matemática: algumas considerações teórico-metodológicas. In. VII EBRAPEM, **Anais**, Campinas: UNICAMP, 2002.

MIORIM, M.A. **Introdução à História da Educação Matemática**. São Paulo: Atual. 1998.

MOREY, B. ; MENDES, I. A. *A Formação de Professores de Matemática a partir da História da Matemática*. In: I SPHEM, **Anais:** Diálogos Temáticos 1: Formação de professores e livro didático, 2005, p. 29-33. Disponível em <http://www.ime.usp.br/~sphem/documentos/sphem-tematicos-1.pdf> Acesso em 10 mai. 2006.

MOTEJUNAS, P. R. **Matemática** – Curso Supletivo – Madureza Ginasial – 1º Grau, [197?].

NOVA ENCICLOPÉDIA BARSA. São Paulo: Encyclopaedia Britannica do Brasil Publicações, 1999. Vol 7, p. 298.

NUNES, T.; BRYANT, P. **Crianças fazendo Matemática**. Trad. Sandra Costa. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

OLIVEIRA, D.C. **A questão metodológica nos estudos de representação social:** Uma revisão dos métodos e técnicas de coleta e de análise de dados nos estudos de representação social. São Paulo: USP, 1999. (mimeo)

OLIVEIRA, A. M.; SILVA, A. **Biblioteca da Matemática Moderna***.* Tomo 1, 4ª ed, São Paulo: Lisa Livros Irradiantes S.A., 1971. (Coleção: Lisa-Biblioteca da Matemática Moderna)

OSÓRIO, N.C.; PORTO, R.A. **Matemática na Escola Primária**. Rio de janeiro: Ao Livro Técnico S.A., 1965.

PETRONIA, M. **Que é Matemática Moderna.** Trad. Maria Lúcia Freire Esteves Peres. Rio de janeiro: Ao Livro Técnico S.A., 1968.

PEIXOTO, V. **Aritmética e Geometria** – 2º ano primário. São Paulo: Edições Melhoramentos, 1959.

PESSÔA, P. **Problemas de Aritmética**. 3ª ed. São Paulo: J.OZON – Editor, 1966.

PIAGET, J. Las estructuras Matemáticas y Las Estructuras Operatorias de La Inteligencia. In. PIAGET, J. et al. **La Enseñanza de las matematicas**. 3ª ed, Madrid: Editions Delachaus & Niestlé, S.A, 1968. p.58-70 (Coleção: Psicologia y Educacion).

PIAGET, J.; GARCIA, R. **Psicogênese e História das Ciências**. Publicações Dom Quixote, Lisboa, 1987.

PIAGET, J.; SZEMINSKA, A. **Gênese do Número na Criança***.* Rio de Janeiro: Zahar Editora, 1971.

PIRES, R.C. A Presença da Matemática Moderna nas Escolas de São Paulo: Uma Interpretação. In. V SEMINÁRIO NACIONAL DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, 2003, Natal. **Anais**. Rio Claro: SBHMat, 2003, p. 431-440.

PORTO, R. **Ver, Sentir, Descobrir a Aritmética**. Rio de janeiro: Editora Nacional de Direito, [196?].

PRADO, E.L.B. **História da Matemática: Um estudo de seus significados em Educação Matemática**. Dissertação (Mestrado em Educação), Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1990.

REUNIÃO DO GRUPO INTERNACIONAL DE ESTUDOS SOBRE RELAÇÕES ENTRE HISTÓRIA E PEDAGOGIA DA MATEMÁTICA. **Anais,** Blumenau, Brasil, HPM, 1994.

ROBSON, C. **Real world research: resource for social scientists and practitioner-research.** London, Oxford: Blackwell Publisher Ltda, 1997.

ROCHA, J. I. da. Um debate sobre o ensino de matemática. In. V SEMINÁRIO NACIONAL DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, 2003, Natal. **Anais**. Rio Claro: SBHMat, 2003, p. 319-329.

SANGIORGI, O. **Curso Moderno para Cursos Ginasiais**. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1964.

SERRES, M. (org.). **Elementos para uma História das Ciências** – Da Babilônia à Idade Média. Trad. Rui Pacheco, Magda Figueiredo, V.1, Lisboa, Portugal: Terramar, 1995.

SCHLIEMANN, A. D. As Operações Concretas e a resolução de Problemas de matemática. In: CARRAHER, T. N. (org). **Aprender Pensando: Contribuições da Psicologia Cognitiva para a Educação.** 13ª ed. Petrópolis: Editora Vozes, 1999. Pg. 69-80.

SCHUBRING, G. **Análise Histórica de Livros de Matemática** – Notas de aula. Trad. Maria Laura Magalhães Gomes. Campinas, SP: Autores Associados, 2003.

SILVA, C. M. A história da matemática e os cursos de formação de professores. In: **Formação de professores de matemática: uma visão multifacetada**. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2001. p.129-165.

SINCLAIR, H. (org.) **A produção de Notações na Criança: linguagem, número, ritmo e melodias.** São Paulo: Cortez Editora, 1989.

SOARES, E. S. **Matemática com o Sarquis** - Livro 1. Belo Horizonte: Formato Editorial, 2002

SOUTO, R. M. A**. História e ensino da Matemática: um estudo sobre as concepções do professor do ensino fundamental.** Dissertação (Mestrado em Educação) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual de São Paulo, Campinas, 1997.

STRUIK, D.J. **História concisa das Matemáticas**. Lisboa: Gradiva, 1982.

TRAMBAIOLI NETO, E. **A Jaçanã**. São Paulo: FTD, 1998.(Série: O contador de Histórias e outras histórias da Matemática).

TOLEDO, M.C.A. **Matemática Moderna na Escola Elementar**, São Paulo: Lisa Editora Irradiantes S.A., 1970.

VALENTE, W.R. **Uma história da matemática Escolar no Brasil:** 1730-1930, São Paulo: Annablume: FAPESP, 1999.

VITTI, C.M. **Movimento da Matemática Moderna: Memória, Vaias e Aplausos**. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação. Piracicaba: Universidade Metodista de Piracicaba, 1998.

ZUNINO, D. L. **A Matemática na Escola: Aqui e Agora**. 2ª ed. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.

10 BIBLIOGRAFIA CONSULTADA

AUSUBEL, D.P.; NOVAK, J.D. & HANESIAN, H. **Psicologia Educacional**. Trad. E. Nick et al. 2ª ed. Rio de janeiro: Interamericana, 1980.

BARRY, D. T. Mathematics in Search o History. In: **Mathematics Teacher.** Reston–Va: NCTM, vol. 93, n. 8, novembro de 2000, p. 647-650.

BECKER, F. **A Epistemologia do Professor**. Petrópolis: Vozes, 1997

BICUDO, I. Sobre a História da Matemática. In: **Boletim de Educação Matemática.** Especial nº 2, Rio Claro: UNESP, 1992, p. 7-17

BICUDO, M. A. V. (org.). **Pesquisa em Educação Matemática: Concepções & Perspectivas**. São Paulo: Editora UNESP, 1999.

BRANDT, C.F. O que se valoriza na matemática escolar: refletindo sobre as mudanças necessárias. In: **Olhar de Professor**. Ponta Grossa: UEPG, 1(1), out. 1998. p. 75-90.

CARRAHER, T.N..; CARRAHER, D.W ; SCHLIEMANN, A.D. (1988*).* **Na Vida, Dez. Na Escola, Zero.** São Paulo: Ed. Cortez.

CENTURIÓN, M. **Números e operações**. São Paulo: Scipione, 1994.

CHEVALLARD, Y. **La Transposition Didactique: du savoir savant au savoir enseigné.** Paris: La Pensée Sauvage, 1991.

CYRINO, M.C.C.T. **Levantamento e análise de material bibliográfico de referência na formação do professor de 1ª a 4ª séries do ensino fundamental**. Dissertação (Mestrado em Educação), IGCE-UNESP, Rio Claro, 1997.

CURY, H. N. **As concepções de matemática dos professores e suas formas de considerar os erros dos alunos.** Porto Alegre: FE-UFRGS, 1994.Tese (Doutorado em Educação)

CRUSIUS, M. F. (org.) **Sistemas de numeração e operações em diversas bases.** Passo Fundo: Editora da UPF, [198?].

D'AMBROSIO, U. Reflexões sobre História, Filosofia e Matemática. In: **Boletim de Educação Matemática.** Especial n^o 2, Rio Claro: UNESP, 1992. p. 42-60.

_____________.História da Matemática e Educação. In. **História e Educação Matemática**. n^o 40, Campinas: Ed. Papirus, 1996. p. 07-17. (Cadernos CEDES)

DANILUK, O. S. **Alfabetização matemática- o cotidiano da vida escolar**. 3. ed. Caxias do Sul: EDUCS, 1991.

DAVIS, P.; HERSH, R. **A Experiência Matemática**. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1985.

FAUVEL, J.; MAANEN, J. van. **The role of the history of mathematics in the teaching an learning of mathematics-Discussion Document for a ICMI Study**. Disponível em: <http://athena.mat.ufrgs.br/~portosil/hist2000.html>. Acesso em 20 out. 2000.

FERREIRA, E. S. et al. O Curso da História da Matemática na Formalização de Conceitos. **Boletim de Educação Matemática**. Especial n^o 2, UNESP, Rio Claro, 1992, p. 26-41.

_____________. **História e Educação Matemática** (Apresentação), n^o 40, Campinas: Ed. Papirus, 1996. *p. 5.* (Cadernos Cedes)

FERREIRA, M. F. L. **História da Matemática X Ensino da Matemática**. Dissertação (Mestrado em Educação) Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1995.

FONSECA, M.C.F.R. O Caráter Evocativo da Matemática e suas Possibilidades Educativas**. Zetetiké**, vol.7, n. 11, Campinas: CEMPEM-FE/UNICAMP, 1999. p.51-65.

GRATTAN-GUINESS, I. O que foi e o que deveria ser o Cálculo? Trad: Frederico da Silva Reis. In: **Zetetiké,** vol 5, nº 7, Campinas: UNICAMP-FE-CEMPEM, 1997, p. 69-94.

HAGUETTE, T. M.F. **Metodologias qualitativas na sociologia**. Petrópolis: Vozes, 1990.

JOSEPH, G.G. Eurocentrismo em matemática: a dimensão histórica. Trad. Dione L de Carvalho In: KEITEL, C. et all. **Mathematics, Educations, and Society** (Comunicações e documentos apresentados no programa especial deste nome no ICME VII. Paris: UNESC, Division of Science Technical na Environmental Education, doc. series n. 35, 1989, p. 32-35. (mimeo)

JOSEPH, G. G. **The Crest of the Peacock** – Non European Roots of Mathematics. Middlesex, England: Penguin Books, 1991.

LINTZ, R. G. **História da Matemática**. Vol. 1, Blumenau: Editora FURB, 1999.

MACHADO, S.D.A. (org.). **Educação Matemática:** Uma Introdução. São Paulo: EDUC, 1999.

MACHADO, N. J. **Matemática e Realidade**. 2ª ed. São Paulo: Cortez - Editores Associados, 1989.

MEHRTENS, H.; ROS, H.; SCHNEIDER, I. Social History of Nineteenth Century Mathematics. Boston, USA: Birkhauser, 1981.

MENDONÇA, M. C. D.. A intensidade dos algoritmos nas séries iniciais: uma imposição sócio-histórico-estrutural ou uma opção valiosa? **Zetetiké,** vol 4, nº 7, Campinas: UNICAMP-FE-CEMPEM, 1997. p. 55-76.

MIGUEL, A. **Contribuição crítica à discussão acerca da participação da história e da epistemologia da matemática na investigação em educação matemática**. Campinas: UNICAMP, 2002. (mimeo)

MIGUEL, A.; MIORIM, M. A. **O ensino da matemática no primeiro grau**. São Paulo: Atual, 1986.

MIGUEL, A.; BRITO, A. J. **História na Educação Matemática–Propostas e Desafios.** Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2004. (Coleção Tendências em Educação Matemática)

MOREY, B. ; MENDES, I. A. A Formação de Professores de Matemática a partir da História da Matemática. Diálogos Temáticos 1: Formação de professores e livro didático, I SPHEM, 2005, p. 29-33. **Anais.** DisponibilIzado em http://www.ime.usp.br/~sphem/documentos/sphem-tematicos-1.pdf

MORON, C. F. As atitudes e as concepções dos professores de educação infantil com relação a matemática. In: **Zetetiké,** vol.7, n. 11, Campinas: CEMPEM-FE/UNICAMP, 1999, p. 87- 102.

MORETTI, M. T. **Dos sistemas de numeração às operações básicas com números naturais.** Florianópolis: Editora da UFSC, 1999.

NOBRE, S.. Alguns "porquês" na História da Matemática e suas contribuições para a Educação Matemática. In. **História e Educação Matemática**, Campinas: Papirus, 1996, p. 29-35. (Cadernos CEDES nº 40)

OTTE, M. **Concepção de História da Matemática**. Boletim de Educação Matemática. Especial nº 2, UNESP, p. 104-113, Rio Claro, 1992.

PAIS, L. C. **Didática da Matemática: Uma análise da influência francesa**. Belo Horizonte: Ed. Autêntica, 2001. (Coleção Tendências em Educação Matemática)

PARRA, G.; SAIZ I. (org.) **Didática da Matemática - Reflexões Psicopedagógicas**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

PIAGET, J. **Desenvolvimento e aprendizagem**. Trad. adaptada de conferência transcrita no *Journal of Research in Science Teaching, 11(3), 1964. P.176-186*. (mimeo)

ROXO, E. A Matemática e o Curso Secundário. In. **Revista História & Educação Matemática**. Rio Claro: SBHMat, vol. 2, n. 2, jun/dez 2001 – jan/dez 2002. p.39-60.

RUBESNTEIN, R.N.; SCHWARTZ, R.K. Word Histories: Melding Mathematics and Meanings. In: *Mathematics Teacher* . Reston–Va: NCTM, vol. 93, n. 8, novembro de 2000, p. 664-669.

RUSSELL, B. **Introdução à Filosofia Matemática**. Rio de Janeiro: Zahar, 3ª edição, 1974.

SCHUBRING, Gert. Desenvolvimento histórico do conceito e do processo de aprendizagem, a partir de recentes concepções matemático-didáticas (erro, obstáculos, transposição). Trad. Pedro Georgem. In: **Zetetiké,** vol.6, n. 10, CEMPEM-FE/UNICAMP, Campinas, 1998, pg. 09 a 34.

SOUZA, E. da S. **A prática social do cálculo escrito na formação de professores:** a história como possibilidade de pensar questões do presente. Tese (Doutorado em Educação)-Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, 2004.

SZTAJN, Paola. **Buscando um perfil da população: Quais as crenças dos professores de matemática?** Zetetiké, vol.6, n. 10, Campinas: CEMPEM-FE/UNICAMP, 1998, p.87-103.

TOLEDO, Marília; TOLEDO, Mauro. **Didática da Matemática: como dois e dois - a construção da Matemática**. São Paulo: FTD, 1997

WILSON, P.S.; CHAUVOT, J.B. Who? How? What? A strategy for using history to teach mathematics. In: **Mathematics Teacher**. Reston–Va: NCTM, vol. 93, n. 8, novembro de 2000, p. 642-645.