

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

EURICO LOURENÇO NICACIO JUNIOR

**ALTERNATIVA PARA DETERMINAÇÃO DE ALTITUDES  
NORMAIS-ORTOMÉTRICAS NA AMAZÔNIA LEGAL BRASILEIRA**

CURITIBA

2017

EURICO LOURENÇO NICACIO JUNIOR

**ALTERNATIVA PARA DETERMINAÇÃO DE ALTITUDES  
NORMAIS-ORTOMÉTRICAS NA AMAZÔNIA LEGAL BRASILEIRA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, do Setor de Ciências da Terra da Universidade Federal do Paraná, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Ciências Geodésicas, área de concentração Geodésia

Orientadora: Prof<sup>a</sup> Regiane Dalazoana, DSc

CURITIBA

2017

---

N582a

Nicacio Junior, Eurico Lourenço

Alternativa para determinação de altitudes normais-ortométricas na Amazônia Legal Brasileira /  
Eurico Lourenço Nicacio Junior. – Curitiba, 2017.  
228 f. : il. color. ; 30 cm.

Dissertação - Universidade Federal do Paraná, Setor de Ciências da Terra, Programa de Pós-  
Graduação em Ciências Geodésicas, 2017.

Orientador: Regiane Dalazoana.

1. Altitude ortométrica. 2. Amazonia Legal Brasileira. 3. Modelo global do geopotencial.  
I. Universidade Federal do Paraná. II. Dalazoana, Regiane. III. Título.

CDD: 526.98

---



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
SETOR CIÊNCIAS DA TERRA  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ  
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO CIÊNCIAS  
GEODÉSICAS

## TERMO DE APROVAÇÃO

Os membros da Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em CIÊNCIAS GEODÉSICAS da Universidade Federal do Paraná foram convocados para realizar a arguição da Dissertação de Mestrado de **EURICO LOURENÇO NICACIO JUNIOR** intitulada: **ALTERNATIVA PARA DETERMINAÇÃO DE ALTITUDES NORMAIS-ORTOMÉTRICAS NA AMAZÔNIA LEGAL BRASILEIRA**, após terem inquirido o aluno e realizado a avaliação do trabalho, são de parecer pela sua APROVAÇÃO no rito de defesa.

A outorga do título de mestre está sujeita à homologação pelo colegiado, ao atendimento de todas as indicações e correções solicitadas pela banca e ao pleno atendimento das demandas regimentais do Programa de Pós-Graduação.

Curitiba, 07 de Dezembro de 2017.

  
REGIANE DALAZOANA

Presidente da Banca Examinadora (UFPR)

  
ANA CRISTINA OLIVEIRA CANCORO DE MATOS

Avaliador Externo (USP)

  
GABRIEL DO NASCIMENTO GUIMARÃES

Avaliador Externo (UFU)

  
SÍLVIO ROGÉRIO CORREIA DE FREITAS

Avaliador Interno (UFPR)



*A meu filho João Paulo e a meus pais Eurico e Inês.*

## AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus, em toda a sua bondade, a meu Pai Xangô, a minha mãe Oxum e a meu Guardião, por toda Força, Fé, Justiça e Caminhos Abertos que me proporcionaram para empreender este trabalho;

À minha família, em especial a meu filho João Paulo, tendo em consideração que sua simples existência serve de combustível para minha obstinação em seguir adiante, e que seu sorriso é, em muitas ocasiões, minha única fonte de felicidade;

A meus pais, Eurico e Inês, por terem sido desde sempre a rocha forte em meu crescimento pessoal e profissional, transmitindo-me valores concretos e conceitos formadores de caráter, bem como me apoiando e incentivando a cada instante;

A meus pais e irmãos de Santo, do Terreiro de Umbanda Guerreiros de Ogum, pela força e companhia constante durante a elaboração deste trabalho, e em especial a meu Pai Will de Ogum, por todo carinho, amor e preocupação que sempre dedicou a mim;

Ao Exército Brasileiro, mais especificamente ao Departamento de Ciência e Tecnologia (DCT) e à Diretoria de Serviço Geográfico (DSG), pela oportunidade de aperfeiçoamento pessoal, acadêmico e profissional, por meio da realização do curso de mestrado em tempo integral em Estabelecimento de Ensino Civil Nacional;

Ao Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas (PPGCG) da Universidade Federal do Paraná (UFPR) e ao Laboratório de Referenciais Geodésicos e Altimetria por Satélites (LARAS);

À orientadora desta dissertação, Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Regiane Dalazoana, pela amizade, pelo apoio, pelos ensinamentos, pela liberdade concedida para realização da pesquisa e pela confiança, sempre conjugando disponibilidade e dedicação na medida exata;

Ao Prof. Dr. Silvio Rogério Correia de Freitas, membro de minha banca de Qualificação e de minha Defesa, pela amizade, pelo constante apoio, pelo auxílio no alinhamento do presente trabalho às expectativas do GT-III do SIRGAS, pelas dúvidas sanadas, pelas valiosas bibliografias disponibilizadas e pelos importantes conhecimentos transmitidos;

À Dr.<sup>a</sup> Ana Cristina Oliveira Cancoro de Matos, membro de minha banca de Qualificação e de minha Defesa, pelas valiosas orientações e sugestões apresentadas, pela disponibilidade para plena avaliação deste trabalho e pelo apoio em sua confecção;

Ao Prof. Dr. Gabriel do Nascimento Guimarães, membro de minha banca de Defesa, pelas valiosas orientações e sugestões apresentadas e pela disponibilidade para plena avaliação deste trabalho;

A todos os professores do Programa de Pós-Graduação que contribuíram com seus ensinamentos, convivência e conselhos, em especial ao amigo e Prof. Dr. Álvaro Machado, ao amigo e Prof. Dr. Jorge Centeno, ao amigo e Prof. Dr. Pedro Faggion, à Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Luciene Delazari, à Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Silvana Camboim e à Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Claudia Robbi;

Ao *International Centre for Global Earth Models* (ICGEM) pelo excelente serviço prestado, disponibilizando os dados dos Modelos Globais, e ao Dr. Franz Barthelmes, pela paciência e disposição mostrados em todas as interações por e-mail;

Ao Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), pela disponibilização do Banco de Dados Geodésicos, em especial à Dr.<sup>a</sup> Sonia Maria Alves Costa e ao Prof. Dr. Roberto Teixeira Luz, pelo apoio, recomendações e amizade, e à Infraestrutura Nacional de Dados Espaciais (INDE), pela disponibilização de seu visualizador *online*;

Ao Maj QEM/Cart Carlos Alberto Pires de Castro Filho, meu supervisor militar, pelas orientações, pelos conselhos e pela amizade, e à Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Heloísa Alves Silva Marques, minha tutora acadêmica, pelo apoio;

Aos amigos, colegas e contemporâneos do PPGCG: Luciana Maria da Silva, Ph.D., Antônio Cagido, M.Sc., Christian Pilapanta Amagua, José Carrión Sánchez, M.Sc., Henry Montecino Castro, M.Sc., Andrea Santacruz Jaramillo, M.Sc., Gabriel Zanetti (grande apreciador da cultura nórdica), Everton Bortolini, João Vitor Meza Bravo, Ph.D, entre outros, pela amizade e pelos bons momentos de estudo e descontração que compartilhamos;

Aos desenvolvedores do ambiente  $\LaTeX$ , da classe  $abnTeX2$ , e em especial ao Prof. Emilio Eiji Kavamura, M.Sc., do Departamento de Expressão Gráfica da UFPR, elaborador do *UFPR-ABN $\TeX$*  - template  $\LaTeX$  utilizado na confecção desta dissertação, por sua grande dedicação nesta empreitada de longos anos, pela grande contribuição à comunidade acadêmica e pelos valorosos conhecimentos transmitidos em curso ministrado;

À secretária do PPGCG, Mônica Kleuser, pela amizade e pela paciência com a qual sempre me atendeu quando precisei;

A todos que, de alguma forma, tenham tornado possível a confecção desta dissertação.

*"If I could prove by logic that you would die in five minutes, I should be sorry you were going to die, but my sorrow would be very much mitigated by pleasure in the proof."*

*(Godfrey Harold Hardy)*

*"Talk is cheap. Show me the code."*

*(Linus Torvalds)*

## RESUMO

O presente trabalho tem por objetivo desenvolver uma metodologia alternativa para predição de altitudes normais-ortométricas ao longo da Amazônia Legal Brasileira, região que impõe dificuldades logístico-operacionais para empreitadas de campo e na qual há considerável precariedade na Rede Altimétrica Fundamental Brasileira (RAFB), evidenciando necessidade de melhoria da rede em questão para um pleno alinhamento às atuais recomendações e esforços para consecução de uma vindoura Rede Internacional de Referência Altimétrica. A estratégia alternativa baseia-se em observações GNSS e na utilização de modelos globais do geopotencial (MGGs); alternativamente, utiliza-se o modelo geoidal nacional MAPGEO2015 para avaliação de empregabilidade. Para tanto, realiza-se uma abordagem com comparação em três variantes distintas: a) utilização dos métodos absoluto e relativo para determinação altimétrica; b) utilização de extratos dos MGGs obtidos em diferentes graus de desenvolvimento e do MAPGEO2015; e c) utilização das funcionais altitude geoidal e anomalia de altitude para modelagem de altitude normal-geoidal. Dados referentes às observações GNSS são extraídos das estações da rede SAT-GPS com coincidência com estações da RAFB, dotadas de informação de altitudes elipsoidal e normal-ortométrica; extratos dos MGG são obtidos ponto-a-ponto para os principais MGGs combinados da atualidade. Tendo em vista a baixa precisão média de dados na área de estudo e sua baixa vinculação com a RAFB, opta-se por adotar uma área-teste - o estado do Paraná - melhor comportada para elaboração e solidificação da estratégia para uma posterior aplicação na área de estudo. Dos estudos realizados na área-teste, verifica-se inquestionável vantagem de utilização do método relativo sobre o absoluto aliado aos MGGs, sendo em média 72% melhores para extratos desenvolvidos até graus 2190 e 720; o MAPGEO2015 figurou como exceção aos resultados, não havendo adequação com a abordagem relativa. Para as outras variáveis analisadas - diferentes funcionais e MGGs - há esperado comportamento não padronizado, havendo apenas sinalização de MGG e funcional que melhor modelam a altitude normal-geoidal na área - denominada configuração ótima. Discute-se, ainda, uma estratégia para validação dos resultados e tratamento de *outliers*. Elaborar-se, então, uma estratégia consolidada, a qual é aplicada à área de estudo. Com esta aplicação, são calculadas altitudes normais-ortométricas de 602 pontos na Amazônia Legal Brasileira, com base no método relativo e na configuração ótima para a região. Após tratamento de *outliers*, verifica-se que tal procedimento produz discrepância média de 13,87 cm em uma área controlável, diferentemente do ocorrido com o uso do método absoluto e o modelo geoidal nacional, o qual produz discrepância média de 36,28 cm para as mesmas estações. Como contribuição adicional, realiza-se uma estimativa para o offset entre os *data* verticais brasileiros com base na metodologia elaborada, auferindo-se afastamento de aproximadamente  $1,32 \pm 0,07 m$ , resultado deveras coerente com as demais determinações já realizadas.

Palavras-chaves: altitudes normais-ortométricas. Amazônia Legal Brasileira. metodologia alternativa. MGGs. método relativo.

## ABSTRACT

The present paper intends to develop an alternative methodology for prediction of normal-orthometric heights through Brazilian Legal Amazon Rain Forest, a region that imposes logistical-operational difficulties for fieldwork and in which there is considerable precariousness in the Brazilian Fundamental Altimetric Network (BFAN), evidencing the need to improve the network in question to fully align with the current recommendations for the achievement of the International Height Reference Frame. An alternative strategy is based on GNSS observations and the use of global geopotential models (GGMs); alternatively, it uses the national geoid model MAPGEO2015 to evaluate employability. To do so, an approach in three different variants is performed: a) use of absolute and relative approaches for altimetric determination; b) use of GGM extracts obtained in different degrees of development and MAPGEO2015; and c) the use of geoid height and height anomaly for normal-geoid height modeling. Data regarding GNSS observations are extracted from the stations of the SAT-GPS network, coinciding with BFAN stations, with information of both ellipsoidal and normal-orthometric heights; GGMs extracts are obtained pointwisely for the main current combined MGGs. Given the low mean accuracy of data in the study area and its low linkage with BFAN, it is chosen to adopt a test area - the state of Paraná - best suited for elaboration and solidification of the strategy for a later application in the area of study. From the studies conducted in the test area, there is an unquestionable advantage of using the relative approach over the absolute one allied to GGMs, with an average of 72% better results for extracts developed up to degrees 2190 and 720; MAPGEO2015 was an exception to such results, presenting no adequacy to the relative approach. For the other analyzed variables - different functional and GGMs - expected non-standardized behavior is achieved, with only MGG and functional signaling for best modeling the normal-geoid height in the area - called optimal configuration. It is discussed a strategy for validating results and treating outliers. A consolidated strategy is then elaborated, which is applied to the study area. With this application, normal-orthometric heights of 602 points are calculated in the Brazilian Legal Amazon Rain Forest, based on the relative method and the optimal configuration for the region. After treatment of outliers, it is verified that this procedure produces an average discrepancy of 13,87 *cm* in a controllable area, unlike the one with the absolute method and the national geoid model, which produces average discrepancy of 36,28 *cm* for the same stations. As an additional contribution, an estimate is made for the offset between the Brazilian vertical *Data* based on the methodology elaborated, resulting in a vertical distance of approximately  $1.32 \pm 0.07$  *m*, a consistent result regarding other determinations already carried out.

Key-words: normal-orthometric heights. Brazilian Legal Amazon Rain Forest. alternative methodology. GGMs. relative method.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIGURA 1 – Deficiências da Rede Vertical Brasileira. . . . .	26
FIGURA 2 – Modelagem altimétrica baseada em altitude elipsoidal e altitude geoidal. . . . .	27
FIGURA 3 – Amazônia Legal Brasileira. . . . .	31
FIGURA 4 – Esboço do Projeto de Integração do Rio São Francisco. . . . .	32
FIGURA 5 – Compilado de obras de Engenharia do Exército Brasileiro na Amazônia Legal. . . . .	33
FIGURA 6 – Altitudes elipsoidal e ortométrica em um datum vertical $j$ . . . . .	53
FIGURA 7 – Dependência de altitudes niveladas do caminho percorrido. . . . .	54
FIGURA 8 – Diferentes altitudes e superfícies de referência. . . . .	58
FIGURA 9 – Representação da altitude normal-ortométrica e sua superfície de referência. . . . .	62
FIGURA 10 – Coordenadas de um ponto P no IHRF. . . . .	64
FIGURA 11 – Proposta de 163 futuras estações do IHRF. . . . .	67
FIGURA 12 – Proposta de locações das estações do IHRF no Brasil. . . . .	68
FIGURA 13 – Estações da RAFB. . . . .	69
FIGURA 14 – Desvio padrão das RRNN após ajustamento da RAFB. . . . .	70
FIGURA 15 – RRNN vinculadas ao DVB-S e ao DVB-I. . . . .	72
FIGURA 16 – RRNN da RAFB/SGB classificadas segundo ano de observação. . . . .	74
FIGURA 17 – Sistema Lagunar de Imaruí, em Santa Catarina, no entorno do DVB-I. . . . .	77
FIGURA 18 – Estações da rede SAT-GPS. . . . .	80
FIGURA 19 – Captura de tela do Visualizador da INDE. . . . .	81
FIGURA 20 – Fontes de dados de anomalia da gravidade em nível global utilizados para elaboração do MGG EGM2008. . . . .	84
FIGURA 21 – Anomalias da gravidade sobre a Península de Yucatán, geradas por: (a) EIGEN-GL04C até grau e ordem 360; e (b) EGM2008 até grau 2190. . . . .	85
FIGURA 22 – Disposição do erro obtidos pelo EGM2008 entre graus 2 e 2159 para a funcional anomalia de altitude sobre a superfície terrestre; e histograma de ocorrência dos referidos erros. . . . .	85
FIGURA 23 – Integração de diferentes fontes de dados para composição do MGG combinado EIGEN-6C4. . . . .	87
FIGURA 24 – Avaliação espectral da diferença entre os modelos EGM2008 e EIGEN-6C4. . . . .	88
FIGURA 25 – Erro estimado para o modelo GGM05C, comparativamente com o modelo EIGEN-6C4, para a funcional altitude geoidal. . . . .	89

FIGURA 26 – Diferenças entre RMS [eixo y] por grau de desenvolvimento [eixo x], em metros, entre as soluções da funcional altitude geoidal do MGG GOCO05C e soluções GNSS/nivelamento, comparativamente aos MGGs EIGEN-6C4 e EGM2008, para as regiões de (a) Austrália, (b) Alemanha, (c) Brasil e (d) Estados Unidos. . . . .	91
FIGURA 27 – Fontes de dados de anomalia da gravidade em nível global utilizados para elaboração do MGG XGM2016. . . . .	92
FIGURA 28 – Diferenças entre RMS por grau de desenvolvimento, em metros, entre as soluções da funcional altitude geoidal do MGG XGM2016 e soluções GNSS/nivelamento, comparativamente aos MGGs EIGEN-6C4, EGM2008 e GOCO05C, para as regiões de (a) Brasil, (b) Austrália, (c) Canadá, (d) Estados Unidos e (e) Japão. . . . .	93
FIGURA 29 – Diferença, em metros, entre valores de altitude geoidal obtidos pelos MGG XGM2016, comparativamente com os valores obtidos pelos MGGs (a) EGM2008, (b) EIGEN-6C4 e (c) GOCO05C. . . . .	95
FIGURA 30 – Aplicação standalone SPGG 2.0 utilizada para obtenção de extratos de MGGs. . . . .	97
FIGURA 31 – Abrangência do modelo de ondulação geoidal nacional MAPGEO2015 . . . . .	98
FIGURA 32 – Comparação entre dados gravimétricos utilizados no cálculo do MAPGEO2010 e MAPGEO2015. . . . .	99
FIGURA 33 – Mapa das diferenças entre GNSS/RN e o MAPGEO2015. . . . .	101
FIGURA 34 – Mapa das diferenças entre o MAPGEO2010 e o MAPGEO2015. . . . .	102
FIGURA 35 – Área de estudo de referência inicial - 154 estações GNSS-RN. . . . .	105
FIGURA 36 – Histogramas das precisões de altitude elipsoidal e normal-ortométrica para a área de estudo inicial. . . . .	107
FIGURA 37 – Área-teste de referência inicial – 32 estações GNSS-RN. . . . .	108
FIGURA 38 – Histogramas das precisões de altitude elipsoidal e normal-ortométrica para a área-teste inicial. . . . .	109
FIGURA 39 – Estações GNSS/RN quanto à presença de informação de precisão altimétrica. . . . .	110
FIGURA 40 – Problemas de não-homogeneidade na área-teste de referência inicial. . . . .	110
FIGURA 41 – Localização das estações na área-teste para análise de MGGs com desenvolvimento até graus (a) 360, (b) 720 e (c) 2190. . . . .	112
FIGURA 42 – Área-teste desejada para determinação de altitudes normais-ortométricas. . . . .	113
FIGURA 43 – Área de estudo de referência final para MGGs desenvolvidos até grau 360, 720 e 2190. . . . .	114
FIGURA 44 – Área de estudo desejada para determinação de altitudes normais-ortométricas. . . . .	114
FIGURA 45 – Vista em perfil da interseção de duas superfícies $S_1$ e $S_2$ ao longo de uma curva $C$ . . . . .	119



FIGURA 46 – Gráfico de diferenças médias, em metros, para método absoluto e relativo por grau de desenvolvimento dos modelos na área-teste. . . . .	128
FIGURA 47 – Coincidências de estações GNSS/RN utilizadas neste trabalho e na validação do MAPGEO2015. . . . .	130
FIGURA 48 – Vetores da determinação altimétrica na área-teste pelo método relativo em função das discrepâncias obtidas. . . . .	133
FIGURA 49 – Gráfico de dispersão entre discrepância na determinação altimétrica e comprimento da linha de base. . . . .	135
FIGURA 50 – Faixas de latitude e longitude no entorno do ponto 6 na área-teste. . . .	136
FIGURA 51 – Análise de discrepâncias para faixa de latitude e longitude ao longo do ponto 6. . . . .	137
FIGURA 52 – Gráficos de desempenho dos modelos na área-teste para funcional anomalia de altitude. . . . .	138
FIGURA 53 – Gráficos de desempenho dos modelos na área-teste para funcional altitude geoidal. . . . .	139
FIGURA 54 – Histograma de fatores $\theta$ ao longo da área-teste desejada controlável. . .	145
FIGURA 55 – Comportamento dos fatores $\theta$ ponto-a-ponto na área-teste desejada controlável. . . . .	146
FIGURA 56 – Histograma de fatores $\theta$ ao longo da área-teste desejada controlável, após remoção de <i>outliers</i> . . . . .	148
FIGURA 57 – Comportamento dos fatores $\theta$ ponto-a-ponto na área-teste desejada controlável, após remoção de <i>outliers</i> . . . . .	149
FIGURA 58 – Área de estudo de referência final apenas para MGGs desenvolvidos até graus 720 e 2190. . . . .	154
FIGURA 59 – Gráfico de diferenças médias, em metros, por modelo, grau de desenvolvimento e funcionais na área de estudo. . . . .	156
FIGURA 60 – Histograma de fatores $\theta$ ao longo da área de estudo desejada controlável. .	160
FIGURA 61 – Diagrama <i>box plot</i> de desempenho de <i>outliers</i> ao longo da área de estudo desejada controlável. . . . .	162
FIGURA 62 – Histograma de fatores $\theta$ ao longo da área de estudo desejada controlável, após remoção de <i>outliers</i> . . . . .	165
FIGURA 63 – Estratégia para estimativa do afastamento entre DVB-S e DVB-I com base na metodologia elaborada. . . . .	168
FIGURA 64 – 18 estações GNSS/RN vinculadas do DVB-S, no estado do Amapá. . . .	169
FIGURA 65 – Modelagem de estações GNSS/RN vinculadas do DVB-S, com envoltória convexa, centroide e ponto $P_0$ . . . . .	170
FIGURA 66 – Histograma de fatores $\theta$ no entorno do DVB-S. . . . .	170
FIGURA 67 – Comportamento dos fatores $\theta$ ponto-a-ponto no entorno do DVB-S sem <i>outliers</i> . . . . .	171

FIGURA 68 – Histograma de fatores $\theta$ no entorno do DVB-S. . . . .	171
FIGURA 69 – Comportamento dos fatores $\theta$ ponto-a-ponto no entorno do DVB-S sem <i>outliers</i> . . . . .	172

## LISTA DE TABELAS

TABELA 1 – Principais MGGs da atualidade . . . . .	47
TABELA 2 – Subdivisões das expansões do campo da gravidade . . . . .	49
TABELA 3 – Subdivisões das expansões empregadas no LARAS . . . . .	49
TABELA 4 – MGGs utilizados no trabalho . . . . .	83
TABELA 5 – Comparação entre o erro de comissão do MGG EGM2008 e seu desempenho real, entre graus 2 e 2159, para a funcional altitude geoidal, calculada sobre cinco áreas da superfície terrestre. . . . .	86
TABELA 6 – Evolução história da família de MGGs EIGEN . . . . .	87
TABELA 7 – RMS entre soluções GPS/nivelamento e valores derivados dos MGGs, em metros, para os modelos empregados na pesquisa em território nacional e global. . . . .	94
TABELA 8 – Extratos dos MGGs obtidos para a pesquisa . . . . .	97
TABELA 9 – Análise estatística entre o MAPGEO2015, MAPGEO2010, EIGEN-6C4 e EGM2008. . . . .	100
TABELA 10 – Análise estatística do MAPGEO2015 por região brasileira. . . . .	101
TABELA 11 – Análise estatística do MAPGEO2010 em comparação com antecessor e MGGs existentes à época. . . . .	102
TABELA 12 – Extrato de estações GNSS-RN da área de estudo. . . . .	106
TABELA 13 – Módulo das diferenças, em metros, entre método absoluto e relativo para MGGs até grau 2190 e funcional anomalia de altitude na área-teste. . . . .	123
TABELA 14 – Módulo das diferenças, em metros, entre método absoluto e relativo para MGGs até grau 719 e 720 e funcional anomalia de altitude na área-teste. . . . .	124
TABELA 15 – Módulo das diferenças, em metros, entre método absoluto e relativo para MGGs até grau 360 e funcional anomalia de altitude na área-teste. . . . .	124
TABELA 16 – Módulo das diferenças, em metros, entre método absoluto e relativo para MGGs até grau 2190 e funcional altitude geoidal na área-teste. . . . .	125
TABELA 17 – Módulo das diferenças, em metros, entre método absoluto e relativo para MGGs até grau 719 e 720 e funcional altitude geoidal na área-teste. . . . .	125
TABELA 18 – Módulo das diferenças, em metros, entre método absoluto e relativo para MGGs até grau 360 e funcional altitude geoidal na área-teste. . . . .	126
TABELA 19 – Resumo de diferenças médias, em metros, para método absoluto e relativo por grau e funcional na área-teste. . . . .	127
TABELA 20 – Análise de diferenças, em metros, obtidas pelo uso do MAPGEO2015 em estações coincidentes e não-coincidentes com pontos de sua validação. . . . .	130

TABELA 21 – Análise de discrepâncias, em metros, obtidas pelo método relativo em função dos comprimentos de linhas de base, em quilômetros. . . . .	133
TABELA 22 – Desempenho das funcionais do geopotencial para modelos em grau 2190.	140
TABELA 23 – Desempenho das funcionais do geopotencial para modelos em grau 720.	141
TABELA 24 – Desempenho das funcionais do geopotencial para modelos em grau 360.	142
TABELA 25 – Desempenhos percentuais das funcionais do geopotencial por grau de desenvolvimento dos modelos. . . . .	143
TABELA 26 – Resultados para o fator $\theta$ na área-teste desejada controlável. . . . .	145
TABELA 27 – Fatores $\theta$ das estações GNSS/RN 94082 e 91114 em todos os testes. . .	147
TABELA 28 – Resultados finais para o fator $\theta$ na área-teste desejada controlável, após remoção de <i>outliers</i> . . . . .	148
TABELA 29 – Comparativo entre metodologia proposta e metodologia tradicional na área-teste. . . . .	149
TABELA 30 – Alterações de valores altimétricos pelo tratamento dado aos <i>outliers</i> . . .	150
TABELA 31 – Fatores $\theta$ das estações GNSS/RN 94082 e 91114 em todos os testes com os novos valores altimétricos. . . . .	151
TABELA 32 – Módulo das diferenças, em metros, entre altitudes normais-ortométricas de referência e calculada, por MGG, grau e funcional. . . . .	155
TABELA 33 – Módulo das diferenças, em metros, entre altitudes normais-ortométricas de referência e calculada, por MGG, grau e funcional sem estações de ramais. . . . .	157
TABELA 34 – Resultados para o fator $\theta$ na área de estudo desejada controlável. . . . .	160
TABELA 35 – Descritivo de desempenho das 22 estações GNSS/RN <i>outliers</i> na área de estudo desejada controlável segundo configuração ótima. . . . .	163
TABELA 36 – Resultados finais para o fator $\theta$ na área de estudo desejada controlável, após remoção de <i>outliers</i> . . . . .	164
TABELA 37 – Comparativo entre metodologia proposta e metodologia tradicional na área de estudo. . . . .	166
TABELA 38 – Autores e valores de <i>off-set</i> entre DVB-I e DVB-S determinados. . . . .	166
TABELA 39 – Resultados finais para o fator $\theta$ no entorno do DVB-S, após remoção de <i>outliers</i> . . . . .	172
TABELA 40 – Estimativa do <i>off-set</i> entre DVB-I e DVB-S. . . . .	173
TABELA 41 – Atualização de autores e valores de <i>off-set</i> entre DVB-I e DVB-S determinados. . . . .	174

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AAGP	Ajustamento Altimétrico Global Preliminar.
ANEEL	Agência Nacional de Energia Elétrica.
BDG	Banco de Dados Geodésicos.
BGI	( <i>Bureau Gravimétrique International</i> ) Escritório Gravimétrico Internacional.
CENSIPAM	Centro Gestor e Operacional do Sistema de Proteção da Amazônia.
CONUS	( <i>Conterminous United States</i> ou <i>Contiguous United States</i> ) Estados Unidos Continentais.
CSR	( <i>Center for Space Research</i> ) Centro para Pesquisas Espaciais.
DTU	( <i>Danmarks Tekniske Universitet</i> ) Universidade Técnica da Dinamarca
DVB-I	Datum Vertical Brasileiro em Imituba.
DVB-S	Datum Vertical Brasileiro em Santana.
GFZ	( <i>Deutsche GeoForschungsZentrum</i> ) Centro Alemão de Pesquisas em Geociências.
GGOS	( <i>Global Geodetic Observing System</i> ) Sistema Geodésico de Observações Globais.
GNSS	( <i>Global Navigation Satellite System</i> ) Sistema de Navegação Global por Satélite.
GPS	( <i>Global Positioning System</i> ) Sistema de Posicionamento Global.
GT-III SIRGAS	Grupo de Trabalho "Datum Vertical" (GT-III) do Projeto SIRGAS.
IAG	( <i>International Association of Geodesy</i> ) Associação Internacional de Geodésia.
IAGS	<i>Inter American Geodetic Survey.</i>
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística.
ICGEM	( <i>International Centre for Global Earth Models</i> ) Centro Internacional para Modelos Terrestres Globais.
IGeS	( <i>International Geoid Service</i> ) Serviço Internacional do Geóide.

IGFS	<i>(International Gravity Field Service)</i> Serviço Internacional do Campo da Gravidade.
IHRF	<i>(International Height Reference Frame)</i> Rede Internacional de Referência Altimétrica.
IHRS	<i>(International Height Reference System)</i> Sistema Internacional de Referência Altimétrico.
INDE	Infraestrutura Nacional de Dados Espaciais.
ISG	<i>(International Service for the Geoid)</i> Serviço Internacional para o Geoide.
ITRS	<i>(International Terrestrial Reference System)</i> Sistema Internacional de Referência Terrestre.
JPL	<i>(NASA Jet Propulsion Laboratory)</i> Laboratório de Propulsão a Jato da NASA.
MDE	Modelo Digital de Elevação.
MDT	Modelo Digital do Terreno.
MGG (s)	Modelo (s) Global (is) do Geopotencial.
NGA	<i>(United States National Geospatial-Intelligence Agency)</i> Agência Nacional de Inteligência Geoespacial dos Estados Unidos.
NMM	Nível Médio dos Mares.
PVCG	Problema de Valor de Contorno da Geodesia.
RAAP	Rede Altimétrica de Alta Precisão.
RAFB	Rede Altimétrica Fundamental Brasileira.
RBMC	Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo.
RN	Referência de Nível.
RRNN	Referências de Nível.
SCGGSA	Sub-Comissão da Gravidade e do Geoide da América do Sul.
SGB	Sistema Geodésico Brasileiro.
SIRGAS	Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas
SRTM	<i>(Shuttle Radar Topography Mission)</i> Missão Topográfica Radar Shuttle

TUM ( *Technische Universität München* ) Universidade Técnica de Munique

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>24</b>
1.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS	24
1.2	PROBLEMA	28
1.3	HIPÓTESE	29
1.4	OBJETIVOS	29
1.4.1	Objetivo Geral	29
1.4.2	Objetivos Específicos	30
1.5	JUSTIFICATIVA	30
1.6	CONTRIBUIÇÕES E ORGANIZAÇÃO	34
1.6.1	Contribuições do trabalho	34
1.6.2	Organização dos capítulos	35
1.6.3	Recursos e Suporte	36
<b>2</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b>	<b>38</b>
2.1	O GEOPOTENCIAL	38
2.1.1	Desenvolvimento do Geopotencial em Harmônicos Esféricos	39
2.1.2	Funcionais do Geopotencial desenvolvidas em Harmônicos Esféricos	41
2.2	MODELOS GLOBAIS DO GEOPOTENCIAL (MGGs)	42
2.2.1	O ICGEM	44
2.2.2	Evolução dos Modelos Globais do Geopotencial	45
2.2.3	Comportamento espectral dos MGGs	48
2.2.4	Considerações sobre o Termo de Grau Zero	49
2.3	SISTEMAS E REDES VERTICAIS DE REFERÊNCIA	52
2.3.1	Tipos de altitudes	52
2.3.1.1	Evolução conceitual	52
2.3.1.2	Altitude dinâmica ( $H^{din}$ )	54
2.3.1.3	Altitude ortométrica ( $H^{Ort}$ )	55
2.3.1.4	Altitude normal ( $H^N$ )	57
2.3.1.5	Altitude normal-ortométrica ( $H^{NOrt}$ )	59
2.3.2	O IHRS	62
2.3.3	Redes Verticais de Referência	64
2.3.3.1	IHRF	64
2.3.3.2	A RAFB/SGB	67
2.3.3.3	RAFB/SGB x IHRF e a problemática da Amazônia Legal Brasileira	71
2.4	MODELAGEM DA ALTITUDE NORMAL-ORTOMÉTRICA	74



2.4.1	Observações GNSS e Funcionais do Geopotencial . . . . .	74
2.4.1.1	Método absoluto . . . . .	75
2.4.1.2	Método relativo . . . . .	75
2.4.2	Observações GNSS e Gravimetria . . . . .	76
2.4.3	Considerações sobre propagação dos erros . . . . .	77
<b>3</b>	<b>MATERIAIS E MÉTODOS . . . . .</b>	<b>79</b>
3.1	METODOLOGIA EMPREGADA . . . . .	79
3.2	DADOS ALTIMÉTRICOS E GNSS . . . . .	79
3.3	MODELOS GLOBAIS DO GEOPOTENCIAL EMPREGADOS . . . . .	82
3.3.1	Escolha dos MGGs . . . . .	82
3.3.2	Breve descrição dos MGGs . . . . .	83
3.3.2.1	EGM2008 . . . . .	83
3.3.2.2	EIGEN-6C4 . . . . .	86
3.3.2.3	GGM05C . . . . .	88
3.3.2.4	GOCO05C . . . . .	89
3.3.2.5	XGM2016 . . . . .	90
3.3.3	Análise prévia dos MGGs . . . . .	94
3.3.4	Obtenção de extratos dos MGGs . . . . .	96
3.4	MODELO GEOIDAL NACIONAL EMPREGADO - MAPGEO2015 . . . . .	98
3.5	COMPATIBILIZAÇÃO DO SISTEMA DE MARÉ PERMANENTE . . . . .	103
3.6	ÁREA DE ESTUDO . . . . .	105
3.6.1	Disponibilidade e qualidade de dados . . . . .	105
3.6.2	Área-teste . . . . .	108
3.6.3	Área de estudo . . . . .	111
3.7	ESTRATÉGIA DE DETERMINAÇÃO DE ALTITUDE NORMAL-ORTOMÉTRICA	113
3.7.1	Comparação entre método relativo e absoluto . . . . .	115
3.7.2	Comparação entre MAPGEO2015 e os MGGs . . . . .	116
3.7.3	Comparação entre uso de altitude geoidal e anomalia de altitude . . . . .	116
3.7.4	Reflexões sobre o ponto $P_0$ . . . . .	117
3.7.5	Determinação de altitude normal-ortométrica em área desejada . . . . .	122
3.8	CRITÉRIOS PARA AVALIAÇÃO DOS RESULTADOS . . . . .	122
3.8.1	Análises de possibilidade e viabilidade da estratégia . . . . .	122
<b>4</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÕES . . . . .</b>	<b>123</b>
4.1	RESULTADOS PARA A ÁREA-TESTE . . . . .	123
4.1.1	Comparação entre método absoluto e relativo . . . . .	123
4.1.2	Estudos sobre o ponto $P_0$ . . . . .	132
4.1.3	Avaliação do desempenho dos MGGs e do MAPGEO2015 . . . . .	137
4.1.4	Avaliação do uso das diferentes funcionais do geopotencial . . . . .	139

4.1.5	Determinação de altitudes normais-ortométricas em área-teste desejada . . .	144
4.1.6	Tratamento para <i>outliers</i> . . . . .	150
4.2	ESTRATÉGIA ALTERNATIVA CONSOLIDADA . . . . .	152
4.3	RESULTADOS PARA A ÁREA DE ESTUDO . . . . .	154
4.3.1	Busca pela configuração ótima . . . . .	155
4.3.2	Análise do desempenho de MGGs e funcionais . . . . .	158
4.3.3	Determinação de altitudes normais-ortométricas em área de estudo desejada .	159
4.4	ESTIMATIVA DO <i>OFF-SET</i> ENTRE DVB-I E DVB-S . . . . .	166
<b>5</b>	<b>CONCLUSÕES . . . . .</b>	<b>175</b>
5.1	CONSIDERAÇÕES GERAIS . . . . .	175
5.2	RECOMENDAÇÕES . . . . .	177
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS . . . . .</b>	<b>179</b>
	<b>APÊNDICES . . . . .</b>	<b>188</b>
	<b>APÊNDICE A METODOLOGIA EMPREGADA . . . . .</b>	<b>189</b>
	<b>APÊNDICE B ANÁLISE ESPECTRAL DOS MODELOS EMPREGADOS EM FUNÇÃO DO GRAU DE DESENVOLVIMENTO EM HARMÔ- NICOS ESFÉRICOS PARA A FUNCIONAL ALTITUDE GE- OIDAL . . . . .</b>	<b>190</b>
	<b>APÊNDICE C GRÁFICOS DE PRECISÕES DE ALTITUDES NORMAIS- ORTOMÉTRICAS E ELIPSOIDAIAS NA ÁREA DE ESTUDO POR PONTO . . . . .</b>	<b>191</b>
	<b>APÊNDICE D GRÁFICOS DE PRECISÕES DE ALTITUDES NORMAIS- ORTOMÉTRICAS E ELIPSOIDAIAS NA ÁREA-TESTE POR PONTO . . . . .</b>	<b>192</b>
	<b>APÊNDICE E ESTAÇÕES GNSS/RN UTILIZADAS NA ÁREA-TESTE, POR GRAU DE DESENVOLVIMENTO DOS MODELOS EMPRE- GADOS . . . . .</b>	<b>193</b>
	<b>APÊNDICE F ESTAÇÕES GNSS/RN UTILIZADAS NA ÁREA DE ESTUDO, POR GRAU DE DESENVOLVIMENTO DOS MODELOS EM- PREGADOS . . . . .</b>	<b>194</b>

APÊNDICE G	DETALHAMENTO DO PROCESSO PRÉ-DEFINIDO “APLICAÇÃO DE ESTRATÉGIA PARA ÁREA-TESTE” . . . . .	198
APÊNDICE H	GRÁFICO DOS MÓDULOS DAS DIFERENÇAS ENTRE AS ALTITUDES NORMAIS-ORTOMÉTRICAS CALCULADAS E DE REFERÊNCIA NA ÁREA-TESTE POR PONTO PELO MÉTODO RELATIVO, PARA FUNCIONAL ANOMALIA DE ALTITUDE E MGGs ATÉ GRAU 2190. . . . .	199
APÊNDICE I	GRÁFICO DOS MÓDULOS DAS DIFERENÇAS ENTRE AS ALTITUDES NORMAIS-ORTOMÉTRICAS CALCULADAS E DE REFERÊNCIA NA ÁREA-TESTE POR PONTO PELO MÉTODO RELATIVO, PARA FUNCIONAL ANOMALIA DE ALTITUDE E MGGs ATÉ GRAU 720. . . . .	200
APÊNDICE J	GRÁFICO DOS MÓDULOS DAS DIFERENÇAS ENTRE AS ALTITUDES NORMAIS-ORTOMÉTRICAS CALCULADAS E DE REFERÊNCIA NA ÁREA-TESTE POR PONTO PELO MÉTODO RELATIVO, PARA FUNCIONAL ANOMALIA DE ALTITUDE E MGGs ATÉ GRAU 360. . . . .	201
APÊNDICE K	GRÁFICO DOS MÓDULOS DAS DIFERENÇAS ENTRE AS ALTITUDES NORMAIS-ORTOMÉTRICAS CALCULADAS E DE REFERÊNCIA NA ÁREA-TESTE POR PONTO PELO MÉTODO RELATIVO, PARA FUNCIONAL ALTITUDE GE- OIDAL E MGGs ATÉ GRAU 2190. . . . .	202
APÊNDICE L	GRÁFICO DOS MÓDULOS DAS DIFERENÇAS ENTRE AS ALTITUDES NORMAIS-ORTOMÉTRICAS CALCULADAS E DE REFERÊNCIA NA ÁREA-TESTE POR PONTO PELO MÉTODO RELATIVO, PARA FUNCIONAL ALTITUDE GE- OIDAL E MGGs ATÉ GRAU 720. . . . .	203
APÊNDICE M	GRÁFICO DOS MÓDULOS DAS DIFERENÇAS ENTRE AS ALTITUDES NORMAIS-ORTOMÉTRICAS CALCULADAS E DE REFERÊNCIA NA ÁREA-TESTE POR PONTO PELO MÉTODO RELATIVO, PARA FUNCIONAL ALTITUDE GE- OIDAL E MGGs ATÉ GRAU 360. . . . .	204
APÊNDICE N	RESULTADOS DA DETERMINAÇÃO DE ALTITUDES NORMAIS- ORTOMÉTRICAS NA ÁREA-TESTE DESEJADA . . . . .	205

APÊNDICE O	ESTRATÉGIA DEFINITIVA CONSOLIDADA PARA DETERMINAÇÃO DE ALTITUDES NORMAIS-ORTOMÉTRICAS .	209
APÊNDICE P	RESULTADOS DA DETERMINAÇÃO DE ALTITUDES NORMAIS-ORTOMÉTRICAS NA ÁREA DE ESTUDO DESEJADA . . .	210
APÊNDICE Q	COMPORTAMENTO DOS FATORES $\theta$ PONTO-A-PONTO NA ÁREA DE ESTUDO DESEJADA CONTROLÁVEL . . . .	227
APÊNDICE R	COMPORTAMENTO DOS FATORES $\theta$ PONTO-A-PONTO NA ÁREA DE ESTUDO DESEJADA CONTROLÁVEL SEM <i>OUTLIERS</i> . . . . .	228

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Conforme já discorrido por renomados geodestas, tais como HOFMANN-WELLENHOF e MORITZ (2006), TORGE e MÜLLER (2012) e GEMAEL (2012), o objetivo primordial da Geodésia é determinar a forma e a dimensão da Terra, bem como do campo da gravidade em seu exterior e suas variações temporais. Entretanto, ao longo das últimas décadas este objetivo tem passado por drásticas mudanças, principalmente devido à evolução das técnicas aplicadas em observações e dos métodos computacionais empregados em seu processamento. Concomitantemente a estes avanços, os problemas clássicos da Geodésia foram expandidos, e sua função primária de medição da superfície terrestre foi ampliada para a detecção dos efeitos de mudanças globais e da geodinâmica (DREWES, 2006).

Este entendimento traz à tona a necessidade de compreensão de entes físicos ligados diretamente à maneira como a superfície terrestre se dispõe e se modifica ao longo do tempo, gerando uma compreensão de como o Sistema Terra se comporta e trazendo consigo a possibilidade de monitorá-lo de modo contínuo. No entanto, para que isto seja possível, não apenas as observações contínuas são necessárias, mas também sua vinculação a um Sistema Geodésico de Referência Global.

Quando se trata de informações altimétricas, conforme preconizado por IAG (2015), a busca pela definição de um Sistema Vertical de Referência Global (do inglês, *International Height Reference System – IHRIS*) deve ser realizada tomando-se como referência uma superfície equipotencial do campo da gravidade, com valor de geopotencial  $W_0 = 62.636.853,4 m^2 s^{-2}$ . Adicionalmente, IAG (2015) determina que as coordenadas verticais primárias para tal sistema de referência sejam definidas com base no número geopotencial  $C_P$ , expresso conforme a equação 1.1, na qual  $W_0$  representa o valor do geopotencial na superfície de referência e  $W_P$  representa o valor do geopotencial no ponto de cálculo.

$$C_P = -\Delta W_P = W_0 - W_P \quad (1.1)$$

Estas considerações supramencionadas são possíveis, na atualidade, devido principalmente a avanços tecnológicos ocorridos nas últimas décadas. Graças ao surgimento de modernas técnicas de análise do campo gravitacional, aliado ao precípua desenvolvimento analítico e matemático segundo formulação adequada, não há mais a dependência de observações de campo ou observações terrestres como fonte única de dados. Um exemplo desta modernização pode ser visualizado nas informações obtidas de missões espaciais, algumas das quais têm por objetivo determinar as perturbações nas órbitas dos satélites. Estas perturbações são induzidas

pelo efeito gravitacional de heterogeneidades de massas relativamente a uma distribuição esférica homogênea, gerando conhecimento das anomalias associadas às feições de longos e médios comprimentos de onda deste campo. Quando associadas ao potencial centrífugo, viabilizam o estabelecimento de Modelos Globais do Geopotencial – MGGs (MELO, 2011).

Os MGGs são gerados a partir de um conjunto de coeficientes do desenvolvimento do potencial gravitacional em série de funções harmônicas esféricas. A expressão fundamental do desenvolvimento do geopotencial em harmônicos esféricos e maiores detalhes sobre o referido desenvolvimento são apresentados em momento oportuno do presente trabalho. Todo esse arcabouço de informações, por fim, propicia a realização de determinações para implantação do IHRS, ao qual as observações altimétricas devem estar vinculadas.

No entanto, tais modificações e avanços não vêm a depor totalmente contra os dados altimétricos já existentes em cada país. A integração entre estes dados já coletados pelos órgãos competentes, visando à adequação à nova modelagem vertical e a eliminação de discrepâncias entre os *data* verticais nacionais e o *datum* vertical global, pode ser realizada conforme a formulação apresentada pela equação 1.2, como adaptado de SANTACRUZ JARAMILLO et al. (2016), expressa em função da diferença entre os números geopotenciais de um ponto de cálculo  $P$  obtidos segundo o datum global ( $C_P$ ) e o datum nacional ( $C_{P_i}$ ).

$$C_P - C_{P_i} = W_0 - W_{0_i} = \delta W_i \cong \overbrace{[W_0 - (U_P + T_P)]}^I - \overbrace{\sum_j g_{m_j} \Delta n_j}^{II} \quad (1.2)$$

Note que o desenvolvimento da diferença de números geopotenciais à esquerda da equação 1.2 culmina na diferença dos termos  $I$  e  $II$ . O termo  $I$  contém a diferença entre o geopotencial de referência  $W_0$  e a soma do esferopotencial  $\Delta U_P$  entre o *datum* local e o potencial perturbador  $T_P$  no mesmo ponto  $P$  – o primeiro é padronizado, como já descrito neste mesmo item; para o segundo, há fácil equacionamento matemático; para o terceiro, busca-se alternativas na atualidade para sua determinação plena - por meio da solução do Problema de Valor de Contorno da Geodesia (PVCG) - em pontos da superfície. Já o termo  $II$  contém o somatório de produtos discretos entre valores médios da gravidade  $g_m$  e desníveis  $\Delta n$ , característicos de conjugação de operações de nivelamento e gravimetria, formando a parte prática da equação. Dessa forma, considerando-se a existência de uma rede de nivelamento com densidade adequada e conjugada com informações de gravimetria ao longo de seu levantamento, é possível unir este conhecimento prático à modelagem matemática teórica cabível e proporcionar o alinhamento com parte das recomendações que buscam a definição do IHRS.

No que diz respeito à integração brasileira a esta tendência mundial, verifica-se carência na união entre prática e teoria. Atualmente, a Rede Altimétrica Fundamental Brasileira (RAFB) - denominada Rede Altimétrica de Alta Precisão (RAAP) <sup>1</sup>, mantida pelo Instituto Brasileiro

<sup>1</sup> A partir deste ponto, denomina-se como Rede Altimétrica Fundamental Brasileira (RAFB) a RAAP sempre

de Geografia e Estatística (IBGE) e vinculada ao Sistema Geodésico Brasileiro (SGB) conta com aproximadamente 69.859 estações de altitude normal-ortométrica conhecidas distribuídas ao longo do território nacional (IBGE, 2011). Todavia, a maneira não uniforme com que se distribui, a inexistência de vínculo de parte da rede com o Datum Vertical Brasileiro em Imituba (DVB-I) e a existência de grande quantidade de ramais, os quais impossibilitam o ajustamento das altitudes – como no caso da Região Amazônica, conforme exibido na figura 1 – trazem à tona um problema maior do que a aparentemente simples conversão e adequação às recomendações do IHRs vindouro: as deficiências atuais da RAFB. É possível verificar que, na Região Amazônica, deve haver um esforço para preenchimento de informações altimétricas, visando a uma melhor solução para o alinhamento ao IHRs.

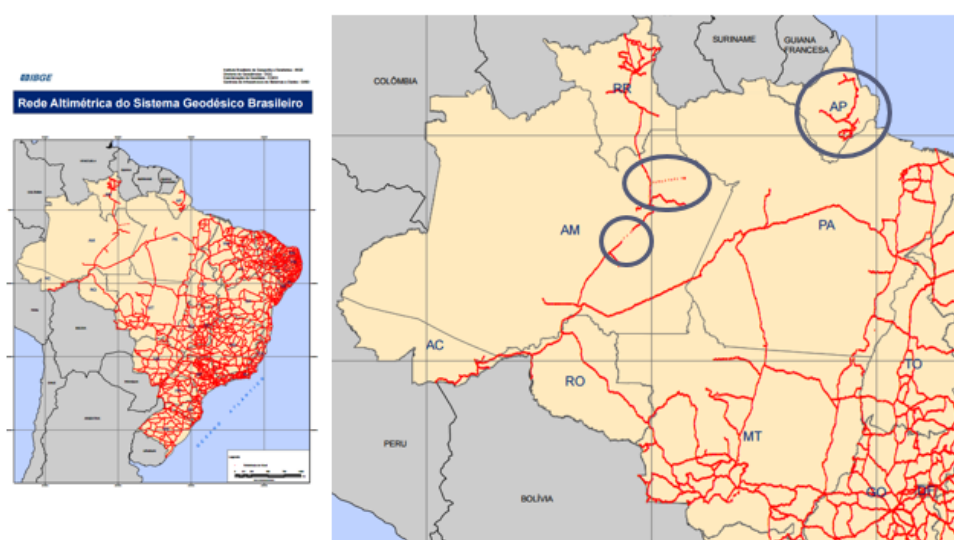


FIGURA 1 – Deficiências da Rede Vertical Brasileira.

Fonte: Adaptado de IBGE (2016).

A visão clássica sugeriria uma densificação de solução de campo conjugando nivelamento e gravimetria nas áreas supracitadas. No entanto, a atual conjuntura econômica de austeridade, aliada aos grandes desgastes logísticos nos quais se incorreria ao se empreender atividade de campo de longa duração na Região Amazônica, cujas peculiaridades são abordadas em tópico cabível neste trabalho, inviabilizam esta linha de raciocínio.

Surge, então, a perspectiva de modelagem das altitudes normais-ortométricas nas regiões de vazio tomando por base altitudes elipsoidais  $h$  – provenientes de observações GNSS (*Global Navigation Satellite System*) discretas – e valores de altitude geoidal <sup>2</sup>  $N$  – provenientes de cálculo de funcionais de MGGs. Esta modelagem baseia-se na resolução da equação 1.3, descrita como método absoluto, e cujos termos já foram definidos para um dado ponto  $P$  (GEMAEL, 2012).

que necessário denominá-la por extenso, para fins de correção de nomenclatura abordada

<sup>2</sup> Para fins de padronização e correção, ao longo do presente trabalho são utilizadas as expressões “altitude geoidal” e “anomalia de altitude” ao invés de “altura geoidal” e “anomalia de altura”.

$$h_P \cong H_P + N_P \Leftrightarrow H_P \cong h_P - N_P \quad (1.3)$$

Uma representação da equação 1.3 é apresentada na porção à esquerda da figura 2, a qual descreve a relação entre as variáveis supramencionadas para o ponto  $P$  em questão.

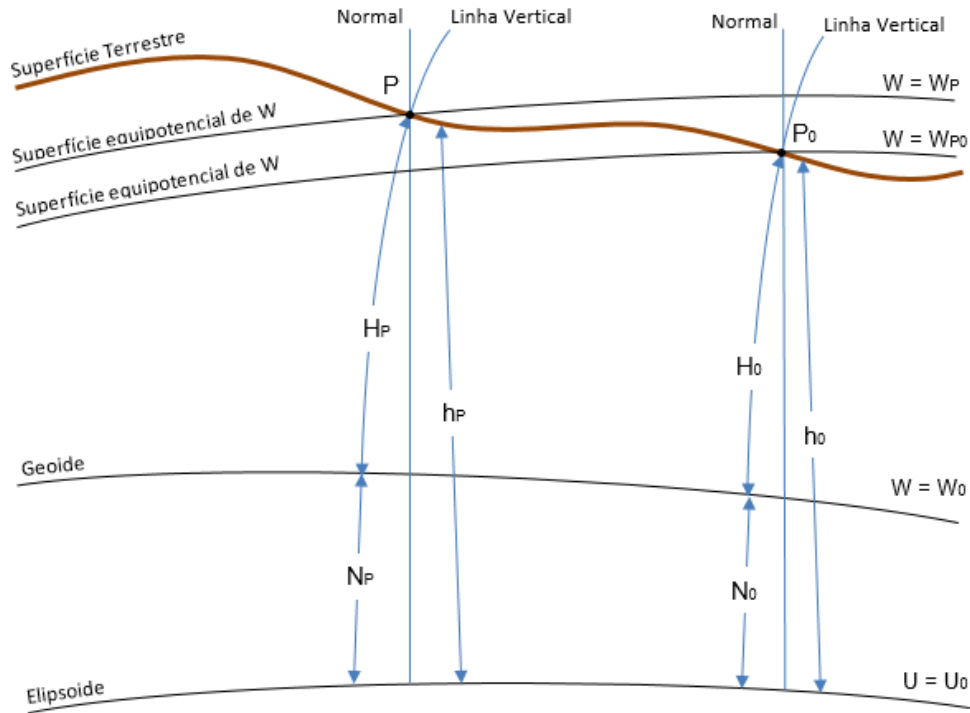


FIGURA 2 – Modelagem altimétrica baseada em altitude elipsoidal e altitude geoidal.

Fonte: O Autor (2017).

Faz-se mister frisar que o uso de informações provenientes de MGGs para determinação de altitudes normais-ortométricas, como proposto, ocorre em forma de artifício físico-matemático para sua predição, e não para sua realização de fato. Isto porque os modelos atuam, neste aspecto, como um auxiliar físico para densificação das altitudes em questão, uma vez que as duas grandezas estão em espaços distintos - as altitudes normais-ortométricas no espaço do esferopotencial, e os MGGs no espaço do geopotencial. Um maior aprofundamento sobre os espaços de ambas as grandezas é apresentado convenientemente ao longo do trabalho.

Todavia, chama-se a atenção para o seguinte fato: tanto os MGGs que dão origem às altitudes geoidais desejadas, quanto outros modelos de ondulação geoidal, como o nacional MAPGEO2015, mantido pelo IBGE, contêm erros inerentes a seu sistema de processamento e a seu modo de obtenção na forma:  $N_P^{modelo} = N_P^{real} + \varepsilon \Rightarrow \varepsilon = N_P^{modelo} - N_P^{real}$ , que variam segundo parâmetros de especificação do modelo (BARTHELMES; KÖHLER, 2016). Para solucionar este problema, ARANA (2000) e FEATHERSTONE (2001) propõe a utilização do método relativo ao invés do método absoluto, o qual se baseia na utilização de um ponto origem  $P_0$  como referência, com altitude nivelada  $H_0$ , altitude elipsoidal  $h_0$  e altitude geoidal  $N_0$



conhecidas e pela abordagem matemática apresentada na equação 1.4. Ainda, a já mencionada figura 2, quando analisada por completo, traz a representação da relação apresentada na equação 1.4.

$$\begin{cases} H_0 = h_0 - N_0^{modelo} = h_0 - N_0^{real} + \varepsilon \\ H_P = h_P - N_P^{modelo} = h_P - N_P^{real} + \varepsilon \end{cases} \Rightarrow H_P = H_0 - h_0 + h_P + N_0 - N_P \quad (1.4)$$

Neste ponto, é cabível realizar uma observação no tocante ao estudo de propagação dos erros. Conforme preconizado por GEMAEL et al. (2016, p.13), todas as observáveis integrantes das equações 1.3 e 1.4 - a saber, as altitudes elipsoidais e normais-ortométricas - estão sujeitas à presença de erros e, conseqüentemente, a propagá-los para a determinação da altitude normal-ortométrica. Destarte, a alternativa que se apresenta visa a dirimir apenas os erros associados aos MGGs em si, sem realizar análises mais aprofundadas sobre demais fontes de erros. Uma abordagem mais detalhada sobre a temática é apresentada no item 2.4.3 do presente trabalho.

Por fim, frisa-se que a alternativa apresentada anteriormente é reforçada por SÁNCHEZ (2016), principalmente sob o aspecto de consecução de sistemas de referência vertical. Segundo esta referência, as atuais técnicas geodésicas, principalmente aquelas apoiadas por posicionamento e navegação satelital, apresentam requisitos de precisão superiores àqueles propiciados pela equação 1.3. Sendo assim, a utilização do método relativo para correlacionar altitude elipsoidal e altitude normal-ortométrica com a altitude geoidal, conforme descrito na equação 1.4 e reescrito na equação 1.5, deve ser utilizado para fins de maior precisão e para a viabilização de modernos e precisos sistemas de referência vertical.

$$H_P = H_0 - h_0 + h_P + N_0 - N_P \Leftrightarrow \Delta H = \Delta h - \Delta N \quad (1.5)$$

Desta forma, a abordagem de determinação de altitude normal-ortométrica pelo método relativo, com o uso de observações GNSS discretas e informações geoidais provenientes de Modelos Globais do Geopotencial, apresenta grande potencial de solução para a densificação da RAFB na região da Amazônia Legal Brasileira e, conseqüentemente, para viabilizar o alinhamento da rede ao IHRs e sua conveniente materialização. Justifica-se, portanto, a realização do presente trabalho, que visa a verificar a possibilidade e a viabilidade da referida abordagem para a área estudada.

## 1.2 PROBLEMA

É possível e viável densificar a altitude normal-ortométrica de pontos pertencentes à Amazônia Legal Brasileira, com uma metodologia alternativa baseada no uso de funcionais derivadas de modelos globais do geopotencial aplicadas de forma relativa?

### 1.3 HIPÓTESE

#### ▪ Hipótese 1

##### – Se

- \* Há disponibilidade de estações GNSS com observações e precisões conhecidas na Amazônia Legal Brasileira;
- \* Há pontos de altitude normal-ortométrica e precisão conhecidas na Amazônia Legal Brasileira;
- \* Há modelos globais do geopotencial com informações disponíveis para o cálculo;

##### – Então

- \* É possível densificar a altitude normal-ortométrica de pontos pertencentes à Amazônia Legal Brasileira, com base no método relativo e em modelos globais do geopotencial.

#### ▪ Hipótese 2

##### – Se

- \* Há confirmação da hipótese 1 na área-teste;
- \* Foram estudados fatores e variações que possam interferir no resultado, tanto para os MGG quanto para a disposição dos pontos sobre a área;
- \* Foram estudados diferentes modelos globais do geopotencial, suas funcionais e sua adaptabilidade à área de estudo é positiva;
- \* Resultados indicam viabilidade e maior acurácia do método relativo com modelos globais do geopotencial ante ao absoluto com modelo geoidal nacional;

##### – Então

- \* É possível e viável densificar a altitude normal-ortométrica de pontos pertencentes à Amazônia Legal Brasileira, com base no método relativo e em modelos globais do geopotencial.

### 1.4 OBJETIVOS

#### 1.4.1 Objetivo Geral

Elaborar uma metodologia alternativa para determinação de altitude normal-ortométrica para localidades onde não é viável obtê-la por meio das técnicas clássicas – tanto por meio de atividades de campo quanto pela forma analítica – em alinhamento com as tecnologias disponíveis para tal e conforme orientações emanadas por órgãos competentes.

#### 1.4.2 Objetivos Específicos

- Desenvolver algoritmo para rápida obtenção de dados de modelos globais do geopotencial ponto-a-ponto;
- Estudar comportamento dos MGG, em comparação com o MAPGEO2015, ao longo da área-teste;
- Estudar o comportamento dos MGG e de suas funcionais ao longo da área de estudo;
- Identificar MGG e características definidoras que mais se adequam à área-teste e à área de estudo;
- Elaborar metodologia para modelagem de altitudes normais-ortométricas na área de estudo, generalizando-a para outras aplicações;
- Realizar estimativa do *offset* de separação vertical entre o *Datum* Vertical Brasileiro em Imbituba (DVB-I) e o *Datum* Vertical Brasileiro em Santana (DVB-S), com base em resoluções provenientes da metodologia elaborada.

#### 1.5 JUSTIFICATIVA

Considerando-se a ampla abordagem realizada com o intuito de contextualizar a realização deste trabalho, incumbe-se a este tópico explicar a escolha da área de estudo. A Amazônia Legal Brasileira representa uma área estratégica de alto interesse para o Exército Brasileiro (EXERCITO BRASILEIRO, 2016). Sua grande riqueza de flora e de fauna, aliadas à sua grande extensão territorial demandam urgente necessidade de conhecê-la a fundo e integrá-la ao restante do território nacional. Conforme exposto na figura 3, trata-se de uma área de cerca de 5 milhões de quilômetros quadrados – correspondendo a aproximadamente 59% do território brasileiro (IPEA, 2016). Atualmente, ela corresponde à área dos Estados da Região Norte (Acre, Amapá, Amazonas, Pará, Rondônia, Roraima e Tocantins), acrescidos da totalidade do Estado de Mato Grosso e dos municípios do Estado do Maranhão situados a oeste do meridiano 44° O (IBGE, 2016).

Apesar dos grandes esforços para realização de seu mapeamento, como por exemplo o Projeto Radiografia da Amazônia (CENSIPAM, 2008), gerador de grande quantidade de informações visuais por meio da aplicação de técnicas de sensoriamento remoto e processamento digital de imagens, a região não possui um direcionamento oficial sobre metodologias que visem à evolução de sua disponibilidade de informações geodésicas. Conforme relatado anteriormente e mostrado na figura 1, a carência de dados cria um vazio de informações que de certa forma inviabiliza o alinhamento a um novo Sistema Vertical de Referência Global – ou Sistema Internacional de Referência Altimétrico, conforme nomenclatura corrente – sendo necessário

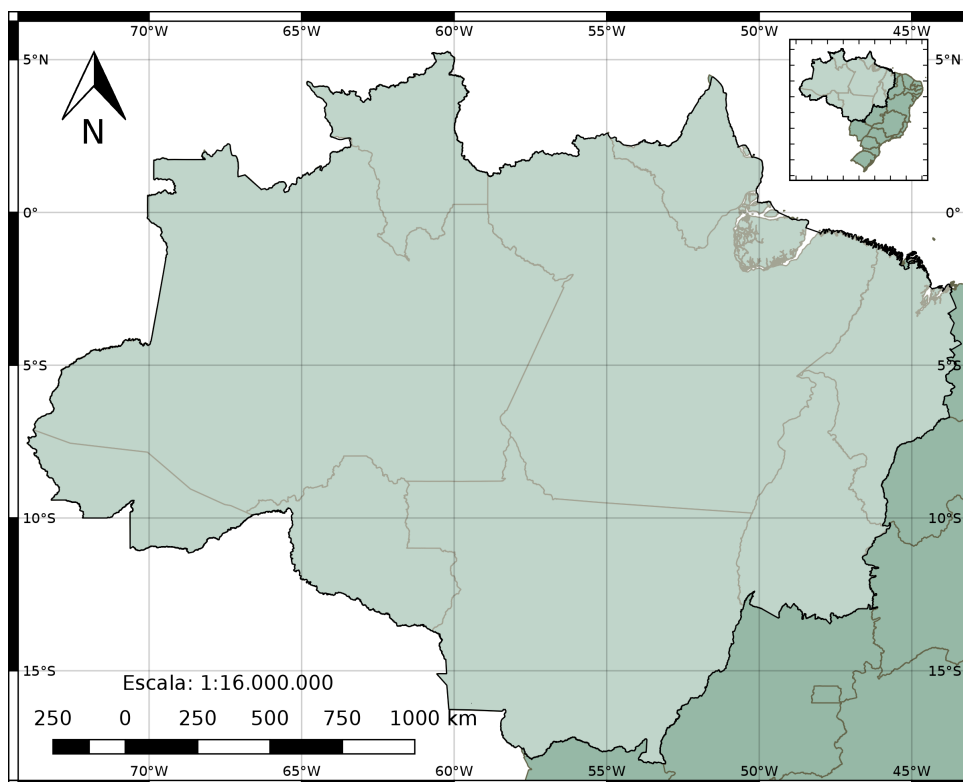


FIGURA 3 – Amazônia Legal Brasileira.

Fonte: O Autor (2017).

idealizar uma maneira de propiciar um preenchimento destas mesmas informações nas áreas cabíveis.

Devido a sua grande extensão e a dificuldades logístico-operacionais impostas pelo terreno, é inviável envidar esforços para realização de exaustivas missões de campo para densificação de informações necessárias, sendo mandatório o desenvolvimento de soluções analíticas e computacionais para tal problema. Além disso, tal medida se faz necessária para que a resolução de problemas prévios esteja alinhada com as atuais determinações e recomendações para manutenção de sistemas verticais, segundo tendências globais.

Um último ponto a ser considerado é referente à necessidade de amplas determinações altimétricas com mínimo significado físico – leia-se altitudes normais-ortométricas, para o atual caso brasileiro – para fins de viabilização de grandes obras de engenharia em todo o seu território. De maneira ampla e abrangente, historicamente o Exército Brasileiro atua em impactantes intervenções de engenharia ao longo de todo o território nacional que dependem diretamente da precípua determinação da grandeza mencionada para pleno alinhamento ao mundo real.

Um exemplo do exposto anteriormente é o trabalho executado para transposição do Rio São Francisco, localizado na região Nordeste do Brasil. Integrante da pasta do Programa de Aceleração do Crescimento (PAC) do Ministério do Planejamento, Desenvolvimento e Gestão

(MP), o Projeto de Integração do Rio São Francisco visa a beneficiar mais de 12 milhões de pessoas ao longo de 390 municípios nos estados de Pernambuco, Ceará, Paraíba e Rio Grande do Norte, os quais na atualidade não contam com pleno abastecimento de água. Devido a grande impacto e perspectivas, este projeto é considerado a maior obra de infraestrutura para abastecimento de água da história do Brasil (EBC, 2015).

De maneira simplificada, a obra, que conta com cooperação do Exército em intervenções pontuais, consiste em fazer com que as águas do Rio São Francisco cheguem a outros reservatórios de forma sustentável, ou seja, sem grandes impactos ambientais. Para tanto, ainda conforme a referência supracitada, a água percorre o trajeto de duas formas: por gravidade, segundo declividade em concordância com desnível normal-ortométrico, ou com a força de estações de bombeamento. Em ambos os casos, o pleno conhecimento de como as altitudes normais-ortométricas se comportam ao longo do caminho a ser percorrido pela obra é fundamental para que recursos públicos sejam empregados de maneira eficaz e eficiente pelo Estado, proporcionando um serviço de qualidade ao cidadão. Um esboço do projeto em questão é apresentado na figura 4.



FIGURA 4 – Esboço do Projeto de Integração do Rio São Francisco.

Fonte: Adaptado de SENADO FEDERAL (2008).

No caso específico da atuação de Organizações Militares de Engenharia do Exército

Brasileiro na região amazônica, são desenvolvidas as seguintes obras de grande porte e de interesse nacional (EXERCITO BRASILEIRO, 2017):

- Restauração e manutenção da BR-364 pelo 5º Batalhão de Engenharia de Construção, em Rondônia;
- Pavimentação de trecho da BR-401 pelo 6º Batalhão de Engenharia de Construção, em Roraima;
- Manutenção da rede de estradas vicinais pelo 7º Batalhão de Engenharia de Construção, no Acre;
- Construção rodoviária e pavimentação de trechos da BR-163 pelo 8º Batalhão de Engenharia de Construção, no Pará;
- Construção de ponte sobre o Rio Xixé pelo 8º Batalhão de Engenharia de Construção, no Pará; entre outras.

Neste âmbito, a figura 5 traz um compilado de atuações do Exército nas obras supramencionadas.



FIGURA 5 – Compilado de obras de Engenharia do Exército Brasileiro na Amazônia Legal.

Fonte: Adaptado de EXÉRCITO BRASILEIRO (2016).

Desta forma, frisa-se a importância e a necessidade de desenvolvimento do presente trabalho, principalmente sob a óptica do Exército Brasileiro, bem como justifica-se sua execução e comprova-se seu alto valor para a sociedade.

## 1.6 CONTRIBUIÇÕES E ORGANIZAÇÃO

### 1.6.1 Contribuições do trabalho

Foi desenvolvida uma ferramenta, em duas versões conforme necessidade, para rápida obtenção de extratos de MGGs ponto-a-ponto com acesso direto ao serviço *web* do ICGEM – *International Centre for Global Earth Models*. Com seu uso, foram obtidos dados necessários para este e para outros trabalhos, de tal maneira que o usuário regular não necessite realizar manipulações matemáticas complexas com os coeficientes do desenvolvimento dos modelos em harmônicos esféricos, tampouco dependa da interação repetitiva com o referido serviço. Esta ferramenta encontra-se disponível para *download* em NICACIO (2016) e pode ser livremente utilizada pela comunidade, principalmente para o público que necessita trabalhar com extratos de modelos globais do geopotencial e não deseja realizar uma manipulação direta de seus coeficientes.

Foi analisado o desempenho do uso do método relativo ante ao método absoluto para predições altimétricas baseadas no uso de MGGs e de altitudes elipsoidais. Esta pode ser considerada a principal contribuição do presente trabalho, tendo em vista que os resultados das análises a ela referentes indicam que a maneira ideal de lidar com os MGGs e suas funcionais é, de fato, com o uso do método relativo, tomadas devidas precauções quanto ao pleno alinhamento com conceitos físicos atinentes.

Foi analisado o desempenho de expoentes MGGs combinados da atualidade em porções específicas do território nacional - a saber, estado do Paraná e Amazônia Legal Brasileira - quanto à adequação para modelagem da altitude normal-geoidal. Esta contribuição fomentou ainda a confecção de artigo acadêmico com abrangência do território nacional em completude.

Foram desenvolvidas especificações e orientações quanto à metodologia alternativa para predição de altitudes normais-ortométricas com base em MGGs e suas funcionais, observações GNSS e uso do método relativo, com vistas a densificar a informação altimétrica na região de carência na Amazônia Legal Brasileira. Estas orientações podem ser expandidas para emprego em todo o território nacional conforme necessidade, desde que conservadas as precauções imperativas descritas ao longo do trabalho. Os estudos demonstraram uma necessidade de revisão em normativas existentes que apontam para o uso do método absoluto como alternativa para o nivelamento geométrico quando da predição de altitudes normais-ortométricas, como aquelas preconizadas por ANEEL (2009, p.23) para pequenas centrais hidrelétricas, e a implementação de normatização para uso dos MGGs.

Por fim, proveu-se uma nova estimativa para o afastamento entre os *data* brasileiros

- DVB-I, em Imbituba-SC, e DVB-S, em Santana-AP, baseado no emprego da metodologia desenvolvida. Seu resultado coerente com as demais estimativas existentes confirmam a correção da metodologia desenvolvida e dos processos empregados, somando-se a estes resultados anteriores como possíveis valores para o *off-set* em questão.

### 1.6.2 Organização dos capítulos

Os aspectos teóricos necessários para discussão do problema de pesquisa e da hipótese supramencionados são abordados no Capítulo 2. Este capítulo é dividido em 4 grandes partes: a primeira delas aborda os principais conceitos físicos relacionados à modelagem do campo da gravidade e, conseqüentemente, do geopotencial e de suas funcionais em harmônicos esféricos. A segunda parte aborda os principais aspectos relacionados aos MGGs, tais como seus conceitos básicos, sua evolução temporal, sua atual disponibilização pelo ICGEM e seu comportamento espectral. A terceira parte deste capítulo realiza uma abordagem sobre Sistemas e Redes Verticais de Referência, revisando previamente os tipos de altitude de interesse deste trabalho, abordando as preconizações e os pressupostos para adoção do IHRF e de sua futura materialização em forma de rede altimétrica - o IHRF (*International Height Reference Frame*) e realizando um comparativo com o atual estado da Rede Vertical Brasileira e as exigências para adequação à primeira. A quarta e última parte expõe detalhes sobre a possibilidade de modelagem da altitude normal-ortométrica com base em observações GNSS discretas e com o uso de funcionais do geopotencial, pelos métodos absoluto e relativo, bem como sobre outras abordagens e sobre precisões e propagação de erros das variáveis envolvidas.

O Capítulo 3, destinado à descrição de Materiais e Métodos, expõe primeiramente a metodologia empregada na pesquisa e os tipos e fontes de dados utilizados no trabalho - a saber, dados de altitude elipsoidal e normal-ortométrica oriundos das estações SAT-GPS e da RABF, e extratos dos principais MGGs combinados da atualidade, cuja seleção baseou-se em estudo de seus RMS no território brasileiro. Na seqüência, é realizada uma discussão sobre o modelo geoidal nacional MAPGEO2015 e sua fundamentação para uso no presente trabalho, bem como sobre a conceituação física e a formulação matemática empregados para compatibilização do sistema de maré permanente das variáveis estudadas. Na seqüência, são detalhados os dados e os procedimentos a eles empregados para a área de estudo - a Amazônia Legal Brasileira - e os motivos para adoção, os dados e procedimentos empregados na área-teste - o estado do Paraná. Por fim, são expostas as expressões utilizadas para comparação entre as três vertentes de trabalho - comparação entre método relativo e absoluto, comparação dentre MAPGEO2015 e MGGs e comparação entre funcionais do geopotencial - juntamente com a expectativa de padrão para adoção de ponto origem  $P_0$  quando da utilização do método relativo.

Os resultados e as discussões encontrados são expostos no Capítulo 4, com o seguinte pressuposto: inicialmente calculam-se e discutem-se os resultados relacionados à área-teste, com o intuito de estudar o comportamento de cada vertente em uma área preliminar e, a partir



desta análise, obter uma metodologia consolidada e realizar sua aplicação na área de estudo de fato. Ao final deste capítulo, por ocasião do sucesso da aplicação da metodologia, ainda é obtida uma estimativa do *offset* de separação vertical entre o *Datum* Vertical Brasileiro em Imituba (DVB-I) e o *Datum* Vertical Brasileiro em Santana (DVB-S), com base em resoluções provenientes da metodologia elaborada.

Finalmente, as conclusões sobre os resultados auferidos e sobre recomendações para possíveis trabalhos futuros são sintetizadas no Capítulo 6, enfatizando os ganhos encontrados no trabalho, bem como as dificuldades encontradas e problemas a serem abordados em investigações posteriores.

### 1.6.3 Recursos e Suporte

Este item descreve, essencialmente, as fontes de recursos físicos, materiais e financeiros fundamentais para realização da presente pesquisa. Sem as cooperações ora apresentadas, as atividades atinentes à confecção deste trabalho seriam deveras dificultadas ou mesmo inviabilizadas, devendo seu alto valor cooperativo ser reconhecido neste ponto.

Em primeiro lugar, ressalta-se como principal órgão de cooperação o Exército Brasileiro, o qual por meio do Departamento de Ciência e Tecnologia e da Diretoria de Serviço Geográfico concedeu ao autor desta pesquisa liberação total de suas atividades laborais diárias para fins de execução da pesquisa em regime de dedicação integral. Esta ação, certamente, foi peça fundamental para o sucesso do tema ora desenvolvido e de outros temas acessórios que contribuíram para a consecução de seus objetivos.

A Universidade Federal do Paraná, mais precisamente o Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, também figurou como peça-chave para a elaboração da pesquisa. Seus recursos materiais e pessoais integrados foram essenciais, desde o provimento de embasamento teórico ímpar ao autor, durante o período de realização de disciplinas e obtenção de créditos, até a disponibilização de instalações e equipamentos adequados às demandas da pesquisa. Ressalta-se, neste ponto, o valoroso apoio do Prof. Dr. Silvio Rogério Correia de Freitas, responsável pelo Laboratório de Referenciais Geodésicos e Altimetria por Satélites (LARAS), no qual a pesquisa foi desenvolvida, e da Prof<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Regiane Dalazoana, orientadora deste trabalho, por precípuas intervenções e pertinentes direcionamentos.

No que diz respeito aos materiais utilizados, à luz do apresentado no capítulo 3, destacam-se os dados obtidos por meio do portal da Infraestrutura Nacional de Dados Espaciais (INDE) em formato *shapefile* e com plenitude de metadados, representando os dados altimétricos e de GNSS utilizados – a saber: a RAFB e a rede SAT-GPS. Conforme relatado anteriormente, a obtenção dos dados essenciais à pesquisa neste formato foi de grande importância para agilizar o processamento e as análises desejadas. Além disso, faz-se mister frisar o importante serviço prestado pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) pela aquisição histórica fundamental, pela manipulação e documentação cabível destas mesmas informações,

possibilitando a atual disponibilização no portal da INDE – note-se a grande quantidade de itens das referências bibliográficas produzidas pelo referido instituto. Além disso, a redundância destas informações no Banco de Dados Geodésicos (BDG) do sítio do próprio IBGE foi bastante útil para fins de comparação e confrontação de informações.

Em se tratando de serviços prestados pelo IBGE, deve-se ressaltar ainda suas atividades de projeto, desenvolvimento e disponibilização do modelo geoidal nacional MAPGEO2015, utilizado em ampla escala nesta pesquisa. Certamente, sua utilização foi de grande valor e enriqueceu as análises realizadas, bem como sua documentação conveniente facilitou o entendimento de seu funcionamento.

Na sequência, deve-se enaltecer o serviço prestado pelo ICGEM, no tocante ao armazenamento, à padronização e à disponibilização de informações dos Modelos Globais do Geopotencial e de seu serviço de cálculo. Apesar da obtenção dos extratos ponto-a-ponto de funcionais dos referidos modelos ter sido realizada com o uso de uma aplicação standalone, esta baseia-se no acesso direto ao serviço mencionado e sem o qual nada teria sido possível. Mais uma vez, ressalta-se o apoio prestado pelo Dr. Franz Barthelmes, o qual constantemente agiu além do dever para com o autor desta obra, tanto ao dirimir dúvidas quanto prover informações adicionais sempre que julgado cabível.

Por fim, mas não menos importante, é pertinente mencionar o basilar serviço prestado pela comunidade OSGeo na elaboração, manutenção e constante melhoria do *software* QGIS, disponibilizado como ferramenta SIG de código aberto e utilizado amplamente para manipulação inicial dos dados e para elaboração das dezenas de mapas e produtos cartográficos constantes no presente texto. Como esta é uma iniciativa livre, com a qual colaboram milhares de indivíduos voluntariamente – tal como o próprio autor deste trabalho – este reconhecimento figura em caráter de justa citação a todos aqueles que, dia após dia, compartilham suas experiências e conhecimentos para a perpetuação de uma ferramenta extremamente útil e sem auferir lucros financeiros, levando adiante o estandarte *open source* e a filosofia do livre acesso à informação.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

### 2.1 O GEOPOTENCIAL

Conforme discorrido na Introdução, o objetivo primordial da Geodésia é determinar a forma e a dimensão da Terra, bem como do campo da gravidade em seu exterior e as variações temporais destes elementos. Contudo, o uso de técnicas modernas de análise do campo gravitacional, aliado ao precípua desenvolvimento analítico e matemático segundo formulação adequada, permite aos geodestas obter valores das mais variadas funcionais a partir do estudo do campo da gravidade. Neste contexto, o pleno entendimento desta grandeza facilita e viabiliza o estudo de grande quantidade de outros entes físicos de interesse da Geodesia.

A gravidade pode ser expressa em termos do gradiente do geopotencial escalar  $W$  conforme expresso na equação 2.1, devido à propriedade não-rotacional ou conservadora de seu campo (HOFMANN-WELLENHOF; MORITZ, 2006, p.44).

$$\vec{g} = \nabla W \quad (2.1)$$

O geopotencial, por sua vez, pode ser expresso conforme a equação 2.2, em função do potencial gravitacional  $V$ , decorrente da atração gravitacional das massas, e do potencial centrífugo  $Q$ , decorrente do movimento de rotação da Terra, segundo coordenadas geocêntricas  $(r, \varphi, \lambda)$ , a saber:  $r$  é a distância do ponto de cálculo ao centro do modelo adotado,  $\varphi$  é a latitude geodésica do ponto de cálculo e  $\lambda$  é a longitude geodésica do ponto de cálculo.

$$W(r, \varphi, \lambda) = V(r, \varphi, \lambda) + Q(r, \varphi, \lambda) \quad (2.2)$$

Parte da teoria do potencial é devida a Laplace e, como discorrido, desempenha papel chave na Geodésia, visto que ela é utilizada como subsídio para o estudo do campo da gravidade e de suas vinculações com o problema da forma da Terra. O potencial de atração causado por uma distribuição contínua de massas  $M$  em um ponto  $P$  externo a si atende à equação de Chasles (GEMAEL, 2012, p.46), exibida na primeira parte da equação 2.3, em função de parâmetros da superfície equipotencial gerada por sua existência. Ainda segundo a referência em tela, no exterior das massas geradoras de potencial atrativo, este potencial atende à equação de Laplace, presente na segunda parte da equação 2.3, visto que ele se apresenta como função harmônica.

$$V_P = \frac{-1}{4\pi} \int_S \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial n} dS \Rightarrow \nabla^2 V(r, \varphi, \lambda) = 0 \quad (2.3)$$

Sendo assim, a solução da equação 2.3 viabiliza a obtenção do geopotencial por meio da equação 2.2, que por sua vez proporciona o entendimento do campo da gravidade e de suas funcionais, fazendo-se cumprir a missão primordial da Geodesia.

### 2.1.1 Desenvolvimento do Geopotencial em Harmônicos Esféricos

Consonante (HOFMANN-WELLENHOF; MORITZ, 2006, p.56), a equação 2.3 apresenta solução por meio de seu desenvolvimento em harmônicos esféricos. A teoria deste entendimento e sua interpretação serão omitidos do presente trabalho para fins de brevidade, mas esta pode ser encontrada em completude na referência supracitada. Para o caso particular da modelagem da superfície terrestre, BARTHELMES (2014) propõe que o potencial de atração gravitacional em pontos externos à Terra é dado segundo a equação 2.4, na qual  $r$ ,  $\varphi$  e  $\lambda$  apresentam-se como já discorrido,  $C_{nm}$  e  $S_{nm}$  são coeficientes do desenvolvimento normalizados obtidos a partir de elementos conhecidos do campo da gravidade,  $GM$  é a constante gravitacional geocêntrica,  $R$  é o raio de referência e  $P_{nm}$  representa as funções de Legendre normalizadas associadas com grau  $n$  e ordem  $m$ .

$$V(r, \varphi, \lambda) = \frac{GM}{r} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{R}{r}\right)^n P_{nm}(\text{sen}\varphi)(C_{nm}\cos(m\lambda) + S_{nm}\text{sen}(m\lambda)) \quad (2.4)$$

Sendo assim, aplicando-se a equação 2.4 à equação 2.2, e após algumas manipulações matemáticas para dependência da equação final em relação a quantidades fisicamente conhecidas, a expressão final do desenvolvimento do geopotencial em harmônicos esféricos é dada pela equação 2.5, contando com os momentos de primeira ordem anulados, na qual  $a$  é o semieixo maior do elipsoide associado ao modelo,

$$W(r, \varphi, \lambda) = \frac{GM}{r} \left[ 1 + \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{a}{r}\right)^n (C_{nm}\cos(m\lambda) + S_{nm}\text{sen}(m\lambda))P_{nm}(\text{sen}\varphi) \right] + \frac{1}{3}\omega^2 r^2 [1 - P_{20}\text{sen}\varphi] \quad (2.5)$$

A equação 2.5 apresenta fundamental importância para a compreensão e interpretação da Geodésia segundo conceituação moderna. Primeiramente pois, no contexto de Sistemas Geodésicos de Referência, pode-se afirmar que ela é a expressão definidora de um dado sistema, por possuir implícita ou explicitamente as quatro informações necessárias para defini-lo: a constante gravitacional geocêntrica  $GM$ , o semieixo maior do elipsoide de revolução associado

$a$  e a velocidade angular de rotação  $\omega$ , expressas explicitamente, e o fator dinâmico de forma  $J_2 = -C_{2,0}$ , expresso implicitamente.

Em segundo lugar, a equação 2.5 é, novamente, crucial para a obtenção de expressões puramente matemáticas de tantas funcionais do campo da gravidade quanto se queira. Isto porque a partir do geopotencial pode-se derivar outras grandezas de interesse da Geodesia, como será visto no item que trata de Funcionais do Geopotencial.

Adicionalmente, realizando-se uma análise mais aprofundada sobre a equação 2.5 e sua variabilidade segundo o grau  $n$  e a ordem  $m$  de desenvolvimento do geopotencial, como relatado por GEMAEL (2012, p.123), atenção especial deve ser dada ao significado dos harmônicos de graus zero, um e dois. Desta forma, são realizadas análises sobre cada um deles, adaptadas da referência citada.

O termo de grau zero ( $n = 0, m = 0$ ) é omitido do somatório principal da equação 2.5 pois já está explicitado exteriormente a ela: ele é dado por  $GM/r$  e corresponde ao potencial de uma esfera homogênea de massa  $M$  sobre um ponto distanciado  $r$  de seu centro. Se a Terra satisfizesse tal condição, o restante do desenvolvimento seria nulo, o que demonstra que termos de grau superior ao primeiro representam o afastamento da Terra real em relação a uma esfera homogênea.

Os termos de grau um ( $n = 1, m = 0$  e  $n = 1, m = 1$ ) dividem-se em harmônico superficial zonal ( $n = 1, m = 0$ ) e harmônicos superficiais setoriais ( $n = 1, m = 1$ ). O zonal contribui para que o geopotencial seja maior que o valor médio para pontos no hemisfério norte, o que pode ser interpretado como um aumento de massa no hemisfério norte em contrapartida a uma deficiência no hemisfério sul, ocasionando um deslocamento do centro de massa do corpo terrestre para o norte; levando a origem do referencial cartesiano a coincidir com o centro de massa, este termo desaparece do desenvolvimento. De forma análoga, os setoriais implicam em deslocamento do centro de massa na direção de hemisférios equivalentes a leste e oeste; logo, tomando novamente a origem do referencial coincidente com o centro de massa da Terra, o desequilíbrio fica compensado e estes termos também podem ser omitidos. Desse modo, justifica-se a inexistência de termos de grau um na equação 2.5.

Por fim, os termos de grau dois ( $n = 2, m = 0$ ;  $n = 2, m = 1$  e  $n = 2, m = 2$ ) dividem-se em harmônico superficial zonal ( $n = 2, m = 0$ ), harmônicos superficiais tesserais ( $n = 2, m = 1$ ) e harmônicos superficiais setoriais ( $n = 2, m = 1$ ). O zonal proveniente de  $P_{20} \sin \varphi$  é positivo ao norte do paralelo  $35^\circ$  N e ao sul do  $35^\circ$  S e negativo entre ambos, refletindo em aumento de massas na região equatorial e uma diminuição nas zonas polares, ou seja, traduz o achatamento terrestre, o que justifica a importância geodésica deste coeficiente. Os tesserais provocam, também, compensação do potencial em regiões específicas da Terra, que permitem inferir a não-coincidência entre o eixo de rotação e o eixo principal de inércia do planeta. Os setoriais, por sua vez, permitem deduzir, a partir de análise equivalente, a característica triaxial do modelo.

### 2.1.2 Funcionais do Geopotencial desenvolvidas em Harmônicos Esféricos

Conforme preconizado por BARTHELMES (2013), funcionais do geopotencial são grandezas físicas derivadas da expressão do geopotencial, tais como a própria gravidade real  $\vec{g}$ , a gravidade teórica  $\gamma$ , o potencial perturbador  $T$ , a anomalia da gravidade  $\Delta g$ , a anomalia de altitude  $\zeta$ , a altitude geoidal  $N$ , entre outros. Tradicionalmente, por intermédio de diferentes abordagens do Problema de Valor de Contorno da Geodésia, é possível obter valores das referidas funcionais segundo procedimentos de cálculo diferencial e integral. Por exemplo, GEMAEL (2012, p.145) mostra a fórmula de Stokes, transcrita no presente trabalho na equação 2.6, como forma de modelar a separação geóide-elipsoide em função das anomalias da gravidade. Ela é descrita por uma modelagem segundo uma esfera  $S$  de raio  $R$ , um valor médio teórico da gravidade  $G$  e a integração do produto das anomalias da gravidade  $\Delta g_S$  associadas aos elementos de área  $dS$  pela respectiva função de Stokes  $S(\Psi)$ , a qual depende da distância esférica de cada elemento de área ao ponto de cálculo.

$$N = \frac{1}{4\pi R G} \int_S S(\Psi) \Delta g_S dS \quad (2.6)$$

Todavia, conhecendo-se teoria associada à equação 2.6 (STOKES, 1849), é possível atestar que sua utilização ocorre segundo algumas restrições e dificuldades, destacando-se os seguintes:

- Utilização de uma aproximação esférica da Terra para a obtenção da formulação transcrita na equação 2.6, implicando em desprezar quantidades iguais ou inferiores a 0,003 N (GEMAEL, 2012, p.147);
- Necessidade de dados gravimétricos (especialmente de anomalias da gravidade), e consequentemente, de estações gravimétricas em quantidade e com distribuição geográfica convenientes ao longo de toda a superfície terrestre – caracterizando o problema direto da Teoria do Potencial;
- Pressuposição de coincidência dos centros de massa da Terra e do elipsoide utilizado na modelagem.
- Necessidade de aplicação de reduções, haja visto que a anomalia da gravidade  $\Delta g$  requer o conhecimento do valor da gravidade sobre a superfície do geóide ( $\Delta g = g_{geóide} - \gamma_{elipsoide}$ );
- Assunção da inexistência de massas exteriores ao geóide.

Destarte, para reduzir as limitações ora observadas, uma abordagem válida para a obtenção das funcionais do geopotencial seria por meio da utilização da equação 2.5 e algumas outras relações básicas tradicionais da Geodésia Física para migração do geopotencial para

funcional desejada. Neste contexto, BARTHELMES (2013) traz algumas expressões que são transcritas a seguir.

Considerando inicialmente a funcional altitude geoidal  $N$ , segundo BARTHELMES (2013), para um determinado ponto de coordenadas geodésicas  $(h, \varphi, \lambda)$ , esta pode ser obtida por meio de seu geopotencial  $W(h, \varphi, \lambda)$  e pela aplicação de um procedimento iterativo baseado em  $i$  valores aproximadamente iguais a  $N(\varphi, \lambda)$ , do qual são funções a gravidade teórica do ponto  $\gamma(0, \varphi)$  e o esferopotencial  $U_0$ , como descrito na equação 2.7, caracterizando uma das relações básicas tradicionais mencionadas.

$$N_{i+1}(\varphi, \lambda) = N_i(\varphi, \lambda) + \frac{1}{\gamma(0, \varphi)} [W(N_i, \varphi, \lambda) - U_0] \quad (2.7)$$

Com formulação e manipulação matemáticas adequadas, obtém-se a equação 2.8 para desenvolvimento da altitude geoidal em harmônicos esféricos.

$$N(\varphi, \lambda) = \frac{GM}{r\gamma(r, \varphi)} \sum_{n=0}^{n_{max}} \left(\frac{a}{r}\right)^n (C_{nm}\cos(m\lambda) + S_{nm}\sen(m\lambda))P_{nm}(\sen\varphi) - \frac{2\pi G\rho}{\gamma(r, \varphi)} \left[ a \sum_{n=0}^{n_{max}} \sum_{m=0}^n (C_{nm}\cos(m\lambda) + S_{nm}\sen(m\lambda)) P_{nm}(\sen\varphi) \right]^2 \quad (2.8)$$

Considerando, agora, a funcional anomalia de altitude  $\zeta$ , segundo a mesma referência, para um determinado ponto de coordenadas geodésicas  $(h, \varphi, \lambda)$  e seguindo procedimento iterativo similar, é possível obter a equação 2.9, que denota o desenvolvimento desta funcional em harmônicos esféricos.

$$\zeta(\varphi, \lambda) = \frac{GM}{r\gamma(r, \varphi)} \sum_{n=0}^{n_{max}} \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^n (C_{nm}\cos(m\lambda) + S_{nm}\sen(m\lambda))P_{nm}(\sen\varphi) \quad (2.9)$$

De um modo geral, todas as funcionais do geopotencial podem ser obtidas desta forma. Isto denota uma grande facilidade para sua obtenção e para uma eventual modelagem matemática sobre seus resultados. Atenção especial deve ser dada, ainda, à possibilidade de obtê-las para qualquer ponto da superfície terrestre com coordenadas  $(h, \varphi, \lambda)$  conhecidas, abrindo possibilidade para a realização de uma modelagem global consistente.

## 2.2 MODELOS GLOBAIS DO GEOPOTENCIAL (MGGs)

Os modelos do geopotencial são constituídos por um conjunto de parâmetros terrestres e coeficientes do potencial anômalo expresso em harmônicos esféricos, os quais são determinados a partir de dados obtidos com uso de técnicas terrestres e espaciais (SEEBER, 2003, p.469).

Estes modelos preservam como propriedade básica, como o próprio nome já diz, a capacidade de representação do potencial gravitacional de modo global, donde se derivam valores da gravidade e de suas funcionais.

A popularização do sistema GPS<sup>1</sup> (*Global Positioning System*) nas últimas duas décadas revolucionou as atividades que necessitam de posicionamento em função de sua rapidez e precisão na obtenção de coordenadas. Este fato impulsionou interesse e necessidade por modelos globais adequados e fidedignos para, por exemplo, proporcionar um geóide mais acurado e preciso para aplicações nas áreas de mapeamento e engenharia.

De um modo geral, conforme SANSÒ e SIDERIS (2013, p.261), um MGG consiste de um conjunto de valores numéricos para certos parâmetros, as estatísticas dos erros a eles associados (expressos, por exemplo, por meio de uma matriz variância-covariância) e uma coleção de expressões matemáticas, valores numéricos e algoritmos particulares. Estes dados devem possibilitar ao usuário a realização de duas atividades básicas, a saber: síntese, isto é, cálculo dos valores numéricos de grandezas relacionadas ao potencial da gravidade – as já citadas funcionais do geopotencial – dada a posição do ponto de cálculo; e propagação de erros, isto é, cálculo dos erros esperados para a funcional calculada, inferidos a partir dos erros dos parâmetros definidores do MGG.

Ainda segundo a referência citada, um MGG deve ser capaz de suportar tais cálculos em quaisquer pontos arbitrários, localizados sobre ou acima da superfície terrestre, de maneira precisa e eficiente, caracterizando sua globalidade. Estes aspectos, aliados à consistência interna de informações e à modelagem física precisa, propiciam exatidão e confiabilidade aos resultados fornecidos.

SANSÒ e SIDERIS (2013, p.262) enumeram, ainda, alguns possíveis usos para os MGGs, tanto operacionais quanto científicos, como segue:

- Aplicações na determinação de órbita, necessárias para levantamentos espaciais, como a detecção, o rastreamento e a predição posicional de objetos que orbitam a Terra;
- Aplicações de navegação inercial, utilizadas para determinação de trajetórias de aviões e mísseis;
- Aplicações oceanográficas que requerem a estimativa da Topografia Dinâmica do Oceano (do inglês, *Dynamic Ocean Topography – DOT*) e sua variação, grandezas estas diretamente relacionadas a circulação de correntes oceânicas;
- Cálculos de altitude geoidal, necessários para transformar a altitude elipsoidal em uma elevação referenciada a uma superfície equipotencial;

---

<sup>1</sup> Inicialmente com o sistema GPS e, mais modernamente, com o sistema GNSS.



- Aplicações de prospecção geofísica, nas quais um MGG combinado com informações cabíveis, como dados sísmicos, pode trazer importantes injunções a serem empregadas na determinação de distribuições de massas abaixo da superfície;
- Um único MGG preciso e de alta resolução pode ser utilizado para prover uma superfície de referência para realização de um Datum Vertical Global.

A expressão geral para definição de um MGG é aquela já expressa na equação 2.5, sendo característicos de sua singularidade os coeficientes  $C_{nm}$  e  $S_{nm}$  de seu desenvolvimento. Desde que definido o elipsoide de referência sobre o qual deseja-se obter a modelagem, estes coeficientes são os termos que diferenciam os MGGs e que os tornam únicos segundo algum aspecto. Como já relatado, sua variação ocorre principalmente devido à fonte dos dados para geração do modelo – observações satelitais, gravimétricas, altimétricas ou uma combinação destas, por exemplo.

De maneira conclusiva, em virtude da complexidade de obtenção e manutenção destes modelos, bem como da necessidade de controle e normatização de todas as variáveis relacionadas, tendo em mente o benefício de usuários ao redor do planeta, sua gestão é realizada globalmente pelo ICGEM – *International Centre for Global Earth Models*, que é abordado em detalhes no item a seguir.

### 2.2.1 O ICGEM

O ICGEM – *International Centre for Global Earth Models*, Centro Internacional para Modelos Globais Terrestres – é um dos cinco serviços coordenados pelo IGFS – *International Gravity Field Service*, Serviço Internacional do Campo da Gravidade – subordinados à IAG – *International Association of Geodesy*, Associação Internacional de Geodésia (BARTHELMES; KÖHLER, 2016). Conforme adaptado da referência citada, suas principais atribuições são:

- Coletar e arquivar por longo período os modelos globais do campo da gravidade, incluindo soluções periódicas (por exemplo, modelos mensais GRACE);
- Disponibilizar os modelos na *web* em um formato padronizado e autoexplicativo;
- Disponibilizar, quando possível, *Digital Object Identifiers* (DOI) aos modelos, isto é, ao conjunto de dados dos coeficientes;
- Prover uma visualização interativa dos modelos (altitude geoidal e anomalia da gravidade);
- Disponibilizar uma interface *web* para calcular funcionais do campo da gravidade em *grids* selecionáveis livremente (com filtragem incluída);
- Disponibilizar uma interface *web* para calcular e plotar a variação temporal do campo da gravidade em posições selecionáveis livremente – o *GFZ Grace Gravity Browser*;

- Disponibilizar a teoria e as fórmulas do serviço de cálculo por meio de Relatório Técnico Científico;
- Manter o fórum de discussões ICGEM em formato *web*;
- Prover a comparação dos modelos no domínio espectral;
- Prover a comparação dos modelos com valores geoidais derivados de GNSS/nivelamento;
- Prover a visualização de harmônicos esféricos de superfície em forma de tutorial.

Desta forma, depreende-se que o papel de padronização dos modelos globais do geopotencial é encargo do ICGEM, bem como sua disponibilização aos usuários. Ao longo do presente trabalho, são abordadas formas tradicionais e diferenciadas de acesso aos serviços supracitados, para fins de obtenção de extratos de modelos globais do geopotencial. Todavia, neste ponto, faz-se mister abordar a evolução temporal destes mesmos modelos.

## 2.2.2 Evolução dos Modelos Globais do Geopotencial

Atualmente, o ICGEM disponibiliza 161 modelos de longo período em forma de coeficientes de seu desenvolvimento em harmônicos esféricos acompanhados com suas referências, exceto por 17 modelos mais antigos (BARTHELMES; KÖHLER, 2016). Estes modelos ocorrem, na atualidade, em grande variedade e níveis de complexidade. No entanto, seu surgimento e seu desenvolvimento ocorreram de maneira paulatina, desde simples modelos gravitacionais até os atuais modelos globais do geopotencial. O breve histórico aqui apresentado é adaptado de RAPP (1998).

O primeiro modelo gravitacional para a Terra foi o modelo da Terra Normal, expresso a partir de estudos teóricos realizados por diversos pesquisadores, tais como Clairaut, Pizzetti, Helmert, Somigliana, entre outros, entre os séculos XVII e XIX. Destes estudos, observou-se que as variações da gravidade na superfície limitante de um elipsóide poderiam ser expressas em função de sua latitude. Um exemplo de tal formulação matemática é o Teorema de Clairaut, expresso na equação 2.10, onde  $\gamma$  é a gravidade normal na latitude  $\varphi$ ,  $\gamma_e$  é a gravidade normal equatorial e  $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$  são constantes que dependem de características do elipsoide adotado, como seu eixo maior e seu achatamento, e do valor da gravidade no polo, por exemplo.

$$\gamma = \gamma_e(1 + \beta_1 \text{sen}^2(\varphi) + \beta_2 \text{sen}^2(2\varphi) + \dots) \quad (2.10)$$

Ainda segundo a referência citada, a partir deste ponto, um passo importante foi buscar determinar os parâmetros da fórmula da gravidade usando medições de gravidade distribuídas tão largamente quanto possível. Uma das primeiras determinações no século 20 foi realizada por Helmert em 1901, que utilizou medições referentes a 1603 estações. Conforme

novas medições de gravidade eram adquiridas, diversas estimativas dos parâmetros foram executadas por BOWIE (1917), HEISKANEN (1928a), HEISKANEN (1928b), JEFFREYS (1937), JEFFREYS (1941), JEFFREYS (1948), ZHONGOLOVICH (1952), UOTILA (1952), KAULA (1958), entre outros.

Na sequência histórica, uma importante evolução na modelagem do campo gravitacional foi utilizar o desenvolvimento em harmônicos esféricos de grandezas a ele associadas. Tal abordagem é benéfica pois funções obtidas com este desenvolvimento são capazes de representar valores associados com diferentes comprimentos de onda em função de seu grau e ordem de desenvolvimento.

Em 1937, Dobovskii realizou duas expansões da anomalia da gravidade até o grau 6, com o modelo representado na equação 2.11, onde  $\Delta g$  é a anomalia da gravidade,  $A_{nm}$  e  $B_{nm}$  são coeficientes do desenvolvimento,  $\lambda$  é a longitude do ponto de cálculo,  $P_{nm}$  é a função de Legendre e  $\theta$  é a colatitude geocêntrica do ponto de cálculo.

$$\Delta g(\theta, \lambda) = \sum_{n=0}^M \sum_{m=0}^n (A_{nm} \cos(m\lambda) + B_{nm} \sin(m\lambda)) P_{nm} \cos\theta \quad (2.11)$$

Com o passar do tempo, diferentes estudiosos realizaram novas expansões de funcionais do campo da gravidade sobre ópticas similares a esta, porém ainda com grau de desenvolvimento baixo – ZHONGOLOVICH (1952) desenvolveu anomalias estimadas a partir de 26000 pontos de medição até grau 8 em um *grid* de  $10^\circ \times 10^\circ$ ; UOTILA (1962) descreveu a análise de um *grid* de anomalias de  $1^\circ \times 1^\circ$  desenvolvidas até grau 4 utilizando ajustamento pelo método dos mínimos quadrados; e assim por diante. Todavia, os maiores avanços foram conseguidos com o início da era espacial e com o advento de missões de cujos resultados poderiam ser derivadas informações para melhoria dos modelos.

Com o advento do emprego das técnicas espaciais na Geodésia, desde meados da década de 70, os ganhos em resolução e em qualidade dos MGGs foram altamente impulsionados. Através da contribuição de diversos autores para seus desenvolvimentos, os modelos atuais constituem a técnica de representação do campo da gravidade terrestre com resultados mais homogêneos em nível global (GEMAEL, 2012, p.180).

Alguns dos principais modelos da atualidade encontram-se na tabela 1, adaptada de BARTHELMES e KÖHLER (2016), juntamente com seu ano de disponibilização, o grau/ordem máximo de seu desenvolvimento em harmônicos esféricos, as fontes de dados utilizadas para sua elaboração e a citação de seus idealizadores. A versão completa da tabela em questão pode ser encontrada na referência mencionada.

Em geral, os MGGs modernos são modelos do campo da gravidade baseados, no mínimo, na solução de estimativas de um conjunto de anomalias de gravidade provenientes de observações de órbitas satelitais. Quando cabível ou desejável, a tais informações adiciona-se

TABELA 1 – Principais MGGs da atualidade

Modelo	Ano	Grau/Ordem	Fontes de dados
EIGEN-6S4v2	2016	300	S (GOCE, GRACE, LAGEOS)
GOCO05c	2016	720	S, G, A
GGM05C	2016	360	S (GRACE, GOCE), G, A
EIGEN-6C4	2014	2190	S (GOCE, GRACE, LAGEOS), G, A
GO_CONS_GCF_2_TIM_R5	2014	280	S (GOCE)
EIGEN-6S2	2014	260	S (GOCE, GRACE, LAGEOS)
EGM2008	2008	2190	S (GRACE), G, A

Fonte: Adaptado de BARTHELMES e KÖHLER (2016).

observações gravimétricas, observações sobre a topografia do terreno e de altimetria por satélite (PAVLIS et al., 2012).

Com efeito, como pode ser observado na tabela 1, mais precisamente na coluna “Fontes de dados”, há diferentes indicações com as letras *S*, *G* e *A*. Estas significam que um referido modelo tem em sua formação dados oriundos de satélites, gravimetria e altimetria (quer seja proveniente de Modelos Digitais de Elevação - MDEs, em continentes e regiões costeiras, quer seja proveniente de altimetria por satélites, nos oceanos) respectivamente. De modo geral, no que diz respeito à fonte de dados, FEATHERSTONE (2002) descreve a existência de basicamente três tipos de MGGs:

- (a) Modelo geopotencial global com dados somente de satélite (*satellite-only GGMs*);
- (b) Modelo geopotencial global combinado (*combined GGMs*); e
- (c) Modelo geopotencial global adaptado (*tailored GGMs*).

Os MGGs somente satélite são obtidos a partir de dados oriundos apenas de satélites, sendo derivados exclusivamente da análise do movimento orbital de satélites artificiais por intermédio do rastreo sobre posições conhecidas na superfície terrestre ou por rastreo de satélites em órbitas baixas dedicados à gravimetria, realizado por outros satélites em órbitas baixas ou médias (MELO, 2011). Segundo MÜLLER et al. (2004), modelos somente satélite possuem baixo erro de comissão – erro devido às incertezas na determinação de coeficientes – e médio a elevado erro de omissão – erro associado à parte não modelada devido ao grau de truncamento do desenvolvimento. Atualmente, ainda é possível observar dois subtipos dos MGGs somente satélite: soluções estáticas e soluções temporais (PAVLIS et al., 2012). As soluções estáticas são soluções fixas e permanentes dos dados satelitais para um determinado modelo; soluções temporais são, de fato, séries temporais de modelos somente satélite confeccionadas com resolução mensal, semanal ou de outro tipo possível, processadas por instituições como GFZ (*Deutsche GeoForschungsZentrum* - Centro Alemão de Pesquisas em Geociências), JPL

(NASA Jet Propulsion Laboratory - Laboratório de Propulsão a Jato da NASA) e CSR (Center for Space Research - Centro para Pesquisas Espaciais).

Os MGGs combinados são derivados da combinação de dados de satélite, dados gravimétricos terrestres e oceânicos, dados de levantamentos aerogravimétricos, altimetria por satélites e MDEs (RAPP, 1998), o que propicia o desenvolvimento em harmônicos esféricos até maiores graus e ordens. Devido à atual disponibilidade de modelos com alto grau de desenvolvimento (aspecto a ser abordado no item a seguir) e à sua forma integradora de dados, estes modelos são o foco do presente trabalho.

Por fim, os MGGs adaptados são aqueles que adequam um dado MGG a uma região específica por meio de uma densificação de dados na área em questão, gerando uma maior resolução espectral. Estes modelos apresentam médio a elevado erro de comissão, devido à possível heterogeneidade de bases de dados, e baixo erro de truncamento.

### 2.2.3 Comportamento espectral dos MGGs

Outro aspecto relativo aos MGGs está relacionado com sua resolução espacial, a qual é diretamente ligada ao limiar factível de seu desenvolvimento e, conseqüentemente, a seu comportamento espectral. Os primeiros modelos baseados em dados de satélites e desenvolvidos em expansão de harmônicos esféricos datam, como já mencionado, dos anos 70, e têm resoluções espaciais iguais ou piores que 1500 km (RAPP, 1998). Todavia, conforme também relatado no tópico anterior, na atualidade há modelos como o EGM2008 e o EIGEN-6C4, com resolução espacial de 9 km (PAVLIS et al., 2012).

De maneira mais específica, conforme descrito por SEEBER (2003, p.469), considerando o desenvolvimento teórico do campo gravitacional terrestre em harmônicos esféricos realizado até um grau máximo  $n$  e uma ordem máxima  $m$ , o menor comprimento de onda  $\lambda$  que o soluciona na superfície da Terra é dado pela equação 2.12.

$$\lambda = \frac{360}{n} [^\circ] \quad (2.12)$$

Ainda segundo a referência em tela, em muitos casos, a metade deste comprimento de onda ( $\lambda/2$ ) é considerada como válida. Isto faz com que a equação 2.12 seja aproximadamente igual à equação 2.13, quando considerada a obtenção da resolução espacial  $D$  em quilômetros.

$$\text{Resolução espacial: } D = \frac{20.000}{n} [km] \quad (2.13)$$

A equação 2.12 propicia, ainda, a subdivisão das expansões do campo da gravidade e dos MGGs segundo classes, conforme apresentado na tabela 2 (HIRT; GRUBER; FEATHERSTONE,

TABELA 2 – Subdivisões das expansões do campo da gravidade

Classificação	Longos	Médios	Curtos	Muito curtos
Grau máximo de desenvolvimento $n$	2 a 100	100 a 200	200 a 2190	$> 2190$
Comprimento de onda $\lambda$ , em $km$	$> 400$	400 a 200	200 a 18	$< 18$
Resolução espacial, em $km$	$> 200$	200 a 100	100 a 9	$< 9$

Fonte: Adaptado de HIRT, GRUBER e FEATHERSTONE (2011).

2011), de acordo com seus comprimentos de onda solucionáveis  $\lambda$ , com o grau máximo de desenvolvimento  $n$  e com a resolução espacial.

No entanto, segundo PEREIRA e DE FREITAS (2014), a convenção empregada no Laboratório de Referenciais Geodésicos e Altimetria por Satélites (LARAS) da Universidade Federal do Paraná (UFPR), local onde o presente trabalho foi desenvolvido, é apresentada na tabela 3 em função apenas do grau máximo de desenvolvimento do modelo.

TABELA 3 – Subdivisões das expansões empregadas no LARAS

Subdivisão	Longos	Médios	Curtos
Grau máximo de desenvolvimento $n$	[2, 250)	(250,360)	(360,2160]

Fonte: Adaptado de PEREIRA e DE FREITAS (2014).

Ainda segundo PEREIRA e DE FREITAS (2014), estas convenções são utilizadas para separar efeitos globais (relacionados a longos comprimentos de onda do geopotencial) de efeitos locais (associados a curtos comprimentos de onda) e dos seus intermediários (relativos a médios comprimentos de onda), principalmente quando o objetivo do desenvolvimento é a determinação de quantidades vinculadas ao potencial perturbador. Consonante SEEBER (2003, p.470), os atuais requisitos da Geodésia, da Geofísica e da Oceanografia para modelagem precisa do campo gravitacional terrestre são de resolução equivalente a  $n > 200 \equiv \lambda < 200 km$ , bem como de precisão inferior a  $1 mGal$  para anomalias da gravidade e inferior a  $\pm 1 \dots 2 cm$  para altitude geoidal. Isto caracteriza a tendência global de utilização de MGGs com alto grau de desenvolvimento, caracterizando curtos comprimentos de onda solucionáveis e, por fim, alta resolução espacial.

#### 2.2.4 Considerações sobre o Termo de Grau Zero

De modo complementar ao exposto no item 2.1.1 do presente trabalho, este item visa a abordar especificamente a contribuição e a influência do termo de grau zero do desenvolvimento em harmônicos esféricos dos MGGs, para seu pleno entendimento, interpretação e uso. Conforme preconizado por BARTHELMES e KÖHLER (2016), o significado da expressão “termo de grau zero” não é único, tampouco bem definido. Na atualidade, há basicamente duas formas de raciocínio quanto a seu significado e a sua interpretação: a primeira delas adotada pela NGA – *National Geospatial-Intelligence Agency* – e a segunda adotada pelo próprio ICGEM. A

primeira abordagem sobre a qual se discorre é proveniente de LEMOINE et al. (1998), exceto quando citado em contrário, e representa a linha de raciocínio seguida pela NGA.

Considere-se a definição do potencial perturbador  $T$ , apresentado inicialmente na equação 1.2, como sendo a diferença entre o geopotencial  $W$ , referido à gravidade real  $\vec{g}$ , e o esferopotencial  $U$ , referido à gravidade normal  $\vec{\gamma}$ , todos referentes a um dado ponto de interesse e nos termos da equação 2.14.

$$T(r, \varphi, \lambda) = W(r, \varphi, \lambda) - U(r, \varphi) \quad (2.14)$$

Baseado nesta consideração e na generalização da fórmula de Bruns, pode-se obter a equação 2.15, na qual  $\zeta_P$  é anomalia de altitude em um ponto de interesse  $P$ ,  $\gamma_P$  é a gravidade normal calculada no mesmo ponto e as outras variáveis representam as grandezas já descritas (HOFMANN-WELLENHOF; MORITZ, 2006, p.112).

$$\zeta_P = \frac{T_P - (W_0 - U_0)}{\gamma_P} \quad (2.15)$$

Em 2.15,  $T_P$  pode ainda ser expresso da forma  $T_P = T_0 + T'_P$ , onde  $T_0$  é o termo de grau zero do potencial perturbador e  $T'_P$  é o potencial perturbador sem o termo em questão. Desta forma, tem-se a equação 2.16, na qual  $GM_0$  é a constante gravitacional geocêntrica do elipsoide de referência e  $GM$  é o valor correspondente para a Terra.

$$T_0 = \frac{GM - GM_0}{r} \quad (2.16)$$

Logo, a equação 2.15 pode ser reescrita na forma da equação 2.17.

$$\zeta_P = \zeta_z + \frac{T'_P}{\gamma_P} \quad (2.17)$$

$$\text{onde: } \zeta_z = \frac{GM - GM_0}{r_P \gamma_P} - \frac{(W_0 - U_0)}{\gamma_P} \quad (2.18)$$

O valor de  $\zeta_z$  pode ser determinado desde que sejam conhecidas estimativas para  $GM$  e  $W_0$ . Em algumas aplicações,  $\zeta_z$  é zerado, o que implica que o valor de  $\zeta$  refere-se a um elipsoide onde  $GM = GM_0$  e  $W_0 = U_0$  (LEMOINE et al., 1998).

Diferentemente do apresentado pela referência em tela, onde calculou-se o valor de  $\zeta_z$  tomando como referência o elipsoide WGS84, considere-se agora sua determinação para o elipsoide GRS80.

Para este, tem-se que  $\gamma = 9,797644656 \text{ m s}^{-2}$  é o valor da gravidade normal média da Terra para este elipsoide (MORITZ, 1988). Adicionalmente, para o mesmo elipsoide, HOFMANN-WELLENHOF e MORITZ (2006, p.86) informam que o esferopotencial de referência é  $U_0 = 62.636.860,850 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$ . Por fim, conforme abordado na Introdução, o valor de  $W_0$  definido por IAG (2015) é  $W_0 = 62.636.853,4 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$ . Destarte, realizando-se as substituições matemáticas adequadas na equação 2.18, obtem-se o valor de  $\zeta_z$  conforme equação 2.19.

$$\zeta_z \approx 0,76 \text{ m} \quad (2.19)$$

Nota-se grande diferença para o valor ora obtido e para aquele determinado por LEMOINE et al. (1998). Isto se deve ao fato de terem sido utilizados elipsoides distintos e, principalmente, pelo fato do uso de valores distintos para  $W_0$  - à época, IAG (2015) ainda não havia recomendado a adoção do valor que ora se utiliza.

Esta abordagem vem em complemento ao apresentado ao final do item 2.1.1, no sentido de que, em se tratando de funcionais do geopotencial, o termo de grau zero não possui apenas o significado então apresentado; o uso de  $\zeta_z \approx 0,76 \text{ m}$  permite que os cálculos de anomalias de altitude, por exemplo, estejam referenciados ao elipsoide GRS80. Por fim, LEMOINE et al. (1998) ressalta que este cálculo está sujeito à algumas fontes de erros, sendo razoável associá-lo a um desvio-padrão de  $\pm 10 \text{ cm}$ .

Contudo, BARTHELMES e KÖHLER (2016) descrevem que o significado adotado para o termo de grau zero pelo ICGEM é consideravelmente distinto: para este Centro, a principal diferenciação ocorre na equação 2.18, ao considerar  $GM \neq GM_0$  e  $W_0 = U_0$ . Isto porque, segundo sua interpretação, o esferopotencial no elipsoide de referência é  $U = U_0$  e aproxima o valor real de  $W_0$  tão bem quanto possível no momento em que este sistema de referência é definido. Desta forma, o sistema de referência surge sobre o preceito de que  $W_0 = U_0$ .

O serviço de cálculo do ICGEM leva este aspecto em consideração, zerando a segunda parte da equação 2.18 e, conseqüentemente, calculando as funcionais métricas - altitude geoidal e anomalia de altitude - em relação ao sistema de referência que é selecionado pelo usuário, cumprindo a condição de  $W_0 = U_0$  neste sistema. Sendo assim, ainda referindo-se à equação 2.18, o principal conceito que determina o valor de  $\zeta_z$  é a diferença entre a constante gravitacional geocêntrica  $GM$ , referida à Terra propriamente dita, e à constante relativa ao desenvolvimento do modelo e de seus coeficientes  $GM_0$ .

Ainda segundo a referência em tela, este diferente tratamento dado ao termo de grau zero entre NGA e ICGEM ocasiona discrepâncias nas funcionais do geopotencial obtidas pelo serviço do ICGEM quando comparadas com aquelas providas pelo serviço de cálculo de altitude geoidal da NGA ("NGA EGM96 Geoid Calculator"). A filosofia do ICGEM é não alterar quaisquer coeficientes dos modelos, incluindo o valor de GM do modelo e, portanto, não alterar



os parâmetros de definição do sistema de referência em relação aos quais a funcional deve ser calculada. O usuário tem a opção de incluir o termo de grau zero no serviço *web*, que é calculado com base em valores diferentes de  $GM * C_{00}$  do modelo geopotencial e  $GM$  do potencial normal, isto é, do sistema de referência. Esta última vertente foi a utilizada neste trabalho.

## 2.3 SISTEMAS E REDES VERTICAIS DE REFERÊNCIA

Um próximo ponto importante a ser abordado previamente ao início das discussões do presente trabalho reside nas definições de sistemas e redes verticais de referência existentes ou idealizados na atualidade.

### 2.3.1 Tipos de altitudes

Como o presente trabalho objetiva justamente a propor e avaliar o desempenho de um método para determinação de altitudes, faz-se mister primeiramente expor a evolução do conceito de altitude e algumas definições básicas de seu estado-da-arte. Como não há intenção tampouco espaço suficiente para esgotar o assunto, o leitor interessado pode buscar aprofundamento nos diferentes tipos de altitudes e suas aplicações em JEKELI (2000), bem como revisar sistemas de altitudes em DE FREITAS e BLITZKOW (1999).

#### 2.3.1.1 Evolução conceitual

Conforme preconizado por JEKELI (2000), pontos sobre ou próximos à superfície terrestre comumente são associados a três coordenadas: latitude, longitude e altitude. As duas primeiras referem-se ao elipsoide de revolução adotado e são designadas mais precisamente como latitude geodésica e longitude geodésica. Desta forma, a altitude de um ponto  $P$  qualquer pode ser referida a este elipsoide, tal como a latitude e a longitude o são; desta forma, estabelece-se que a distância entre o elipsoide e o ponto  $P$ , medida ao longo da perpendicular ao elipsoide, é definida como altitude elipsoidal do ponto  $P$  ( $h_P$ ). A figura 6 apresenta uma visualização do exposto anteriormente.

Todavia, ainda consonante à referência supracitada, na maioria das aplicações de agrimensura e de engenharia em geral, a altitude de um ponto deveria estar vinculada a um ente físico ao invés de um ente puramente matemático. Por exemplo, tomando-se a gravidade como este ente físico, durante muito tempo considerou-se suficientemente plausível determinar os desníveis através de operações de nivelamento, de onde são derivadas as altitudes niveladas. Para tanto, é necessário ainda a definição de um ponto de origem – ou *datum* vertical, conforme figura 6 – que classicamente era definido por observações maregráficas, considerando a coincidência do nível médio dos mares (NMM) com o geóide. Realizando-se esta consideração, observa-se na figura citada que as altitudes medidas em relação às superfícies descritas são diferentes.

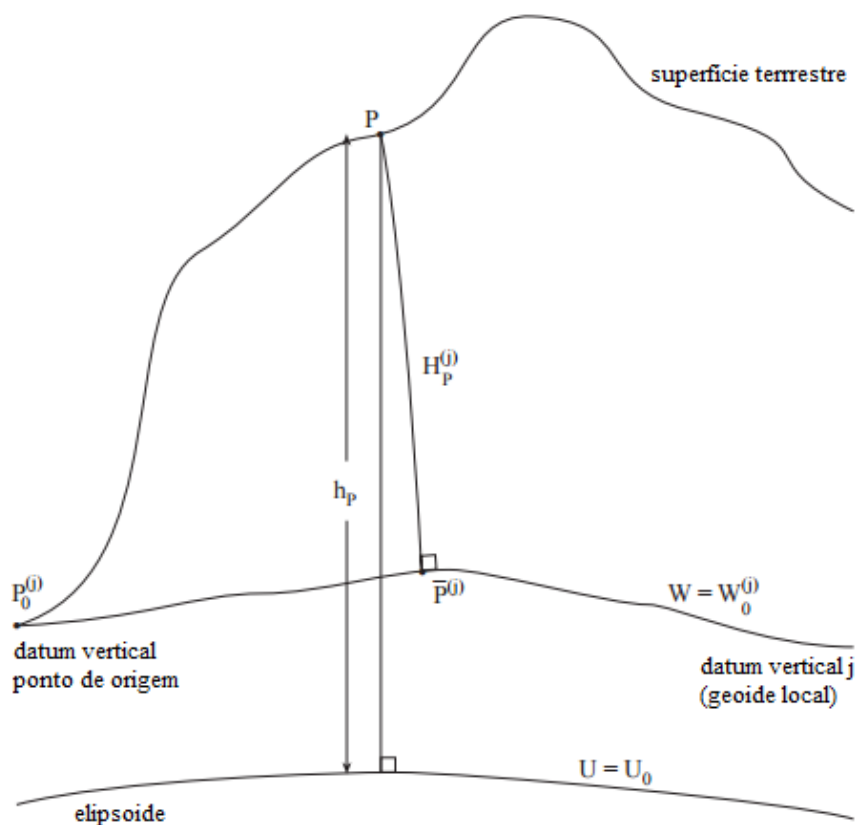


FIGURA 6 – Altitudes elipsoidal e ortométrica em um datum vertical  $j$ .

Fonte: Adaptado de JEKELI (2000)

Adicionalmente, com o passar do tempo, verificou-se que este tipo de operação não é a mais adequada para determinação geodésica de altitudes. Isto porque ela apresenta dependência direta do caminho percorrido durante a operação de nivelamento, visto que não há paralelismo entre as superfícies equipotenciais do campo da gravidade. Conseqüentemente, desníveis fisicamente iguais medidos por caminhos diferentes retornariam resultados diferentes, conforme pode ser visto na figura 7.

Na figura em questão, pode-se observar que há dois desníveis que fisicamente são idênticos, quais sejam: entre o ponto  $A$ , localizado sobre a equipotencial  $W_0$ , e o ponto  $B$ , localizado sobre a equipotencial  $W_5$ ; e entre o ponto  $C$ , também localizado sobre a equipotencial  $W_0$ , e o mesmo ponto  $B$ . Todavia, ao mensurá-los pela prática de nivelamento, obtém-se que  $\Delta n_1 + \Delta n_2 + \Delta n_3 + \Delta n_4 + \Delta n_5 \neq \Delta n_6 + \Delta n_7 + \Delta n_8 + \Delta n_9 + \Delta n_{10}$ .

Desta forma, é bastante plausível tomar como nível de referência vertical uma superfície equipotencial do campo da gravidade terrestre com valor fixo e conhecido de geopotencial ( $W_0$ ), não dependente da prática do nivelamento, mas derivado de conhecimento teórico – físico e matemático – a seu respeito.

Este conceito relacionado ao cálculo da altitude tomando como base a diferença de nível entre o geopotencial da superfície equipotencial que contém um determinado ponto  $P$  ( $W_P$ ) e o



BLITZKOW, 1999). Desta forma, a equação 2.21 assume a forma da equação 2.22.

$$H_P^{din} = \frac{C_P}{\gamma_0} \quad (2.22)$$

Como a gravidade normal refere-se ao elipsoide de referência, tem-se que, para o GRS80 e com o uso de fórmulas clássicas para determinação de gravidade normal, como o Teorema de Clairaut ou a fórmula de Somigliana,  $\gamma_0 = 9,806199203 \text{ ms}^{-2} = 980619,9203 \text{ mGal}$ . Destarte, o que diferencia a altitude dinâmica do número geopotencial no ponto é apenas um fator de escala. No entanto, a altitude dinâmica não possui significado geométrico, apenas físico, uma vez que representa o valor constante sobre uma superfície equipotencial, consonante DE FREITAS e BLITZKOW (1999). Ela constitui o sistema de altitude de mais simples aplicação para as redes altimétricas modernas, mas é mais adequada para modelagens locais ou de pequena extensão; para grandes extensões, podem aparecer distorções acentuadas de escala.

Consonante FERREIRA (2011), é interessante converter os desníveis  $\Delta n$ , tal como apresentados na figura 7, em diferença de altitude dinâmica, adicionando a eles uma correção denominada por HOFMANN-WELLENHOF e MORITZ (2006, p.161) de correção dinâmica  $CD$ . Esta correção, quando aplicada em uma seção de nivelamento entre os pontos  $A$  e  $B$  pode ser descrita consonante equação 2.23, na qual  $\delta n$  é o incremento de nivelamento entre seções.

$$CD_{AB} = \int_A^B \frac{g - \gamma_0}{\gamma_0} dn \doteq \sum_A^B \frac{g - \gamma_0}{\gamma_0} \delta n \quad (2.23)$$

Desta forma, a relação entre desníveis dinâmicos e nivelados é dada conforme equação 2.24.

$$\Delta H_{AB}^{din} = \Delta n_{AB} + CD_{AB} \quad (2.24)$$

### 2.3.1.3 Altitude ortométrica ( $H^{Ort}$ )

Diferentemente da altitude dinâmica, a altitude ortométrica possui interpretação geométrica bem definida. Segundo JEKELI (2000), esta pode ser definida como a distância acima do geoide, ao longo da linha de prumo (*plumb line*), considerada curva uma vez que as superfícies equipotenciais não são paralelas. Sua formulação ocorre segundo equação 2.25, na qual  $g_m$  é o valor médio da gravidade real entre o ponto no geoide e o ponto na superfície física.

$$H_P^{Ort} = \frac{C_P}{g_m} \quad (2.25)$$

O cálculo de  $g_m$  dependeria do conhecimento das densidades de massa da crosta entre o geóide e a superfície física; desta forma, ainda consonante à referência supracitada, pode-se afirmar que a obtenção da altitude ortométrica de forma exata é praticamente impossível. Desta forma, a altitude ortométrica só pode, de forma geral, ser obtida mediante hipóteses simplificativas quanto à composição da crosta terrestre.

No contexto do presente trabalho, são citadas duas hipóteses clássicas para obtenção de altitudes ortométricas: hipótese de Helmert e hipótese de Vignal. O que as diferencia são, conforme relatado, as considerações a serem realizadas para obtenção de  $g_m$  e sua posterior inserção na equação 2.25.

A hipótese de Helmert utiliza para cálculo de  $g_m$  o gradiente de Poincaré-Prey (GEMAEL, 2012, p.216), e resulta em formulação matemática apresentada na equação 2.26. Ela é equivalente a considerar a gravidade média como obtida no ponto com altitude igual à média do desnível bruto e eliminar o platô de Bouguer entre o ponto superficial e o geóide (DE FREITAS; BLITZKOW, 1999).

$$H_P^{Helmert} = \frac{C_P}{g + 0,0424H} \quad (2.26)$$

A hipótese de Vignal, por sua vez, leva em consideração o cálculo da gravidade normal no elipsoide para a latitude do ponto de estudo  $P$ , através do teorema de Clairaut por exemplo, corrigida de uma parcela do desnível bruto entre o ponto superficial e o geóide, adotando formulação conforme equação 2.27. Ela implica, de forma aproximada, a considerar nula a ondulação do geóide para efeitos do cálculo da gravidade média (DE FREITAS; BLITZKOW, 1999).

$$H_P^{Vignal} = \frac{C_P}{\gamma_{\varphi_P} - 0,1543H} \quad (2.27)$$

Similarmente ao executado para altitude dinâmica, pode-se buscar o equacionamento para relacionar altitude niveladas e altitudes ortométricas por meio da adoção de uma correção. Conforme abordado por FERREIRA (2011), a relação entre desníveis ortométricos e nivelados é dada conforme equação 2.28, na qual  $CO$  representa a correção ortométrica,  $A$  e  $B$  são pontos sobre a superfície terrestre e  $A_0$  e  $B_0$  representam suas projeções sobre o geóide. O integrando  $g$  é diferente nas três integrais, equivalendo à posição dos elementos infinitesimais de desnível geométrico  $dn$  ao longo do circuito  $\Gamma$  e altitude ortométrica  $dH^O$  ao longo das linhas de força que passam pelos pontos de interesse A e B.

$$CO_{AB} = \int_A^B \frac{g - \gamma_0}{\gamma_0} dn + \int_{A_0}^A \frac{g - \gamma_0}{\gamma_0} dH^O - \int_{B_0}^B \frac{g - \gamma_0}{\gamma_0} dH^O \quad (2.28)$$

Realizando-se manipulações matemáticas adequadas, a equação 2.28 assume o formato da equação 2.29 (HOFMANN-WELLENHOF; MORITZ, 2006, p.165), na qual  $\bar{g}_A$  e  $\bar{g}_B$  são os valores médios da gravidade ao longo da linha de prumo.

$$CO_{AB} = \sum_A^B \frac{g - \gamma_0}{\gamma} \delta n + \frac{\bar{g}_A - \gamma_0}{\gamma} H_A^O - \frac{\bar{g}_B - \gamma_0}{\gamma} H_B^O \quad (2.29)$$

Por fim, a relação entre desníveis ortométricos e nivelados é dada conforme equação 2.30.

$$\Delta H_{AB}^O = \Delta n_{AB} + CO_{AB} \quad (2.30)$$

#### 2.3.1.4 Altitude normal ( $H^N$ )

Com o objetivo de solucionar o problema de determinar o valor médio da gravidade real ao longo da vertical de um ponto de estudo, em 1945, Molodenskii introduziu o conceito de altitude normal (MOLODENSKII et al., 1962 apud FEATHERSTONE; KUHN, 2006). Ela difere da altitude ortométrica, principalmente, pois dispensa a assunção de hipóteses para determinar o valor da gravidade abaixo da superfície terrestre e por ser desenvolvida no campo de gravidade normal, ou seja, em relação ao elipsoide de nível com potencial normal  $U = U_0$ . A altitude normal utiliza como superfície de referência o teluroide, que é o lugar geométrico não-equipotencial dos pontos Q nos quais o esferopotencial é igual ao geopotencial de seu ponto P equivalente na superfície terrestre ( $U_Q = W_P$ ), conforme disposto na figura 8.

A formulação matemática é similar àquela encontrada na altitude científica, conforme equação 2.21, na qual o valor da gravidade deve ser expresso conforme a equação 2.31, onde  $\gamma'$  é o valor da gravidade normal média entre o elipsoide e o ponto Q sobre o teluroide.

$$g_m = \gamma' = \frac{1}{H^N} \int_0^{H^N} \gamma_P dH^N \quad (2.31)$$

Segundo GEMAEL (2012, p.217), o desenvolvimento da equação 2.31 leva à equação 2.32, a qual permite o cálculo iterativo preciso da altitude normal, na qual  $\gamma$  é a gravidade normal obtida com a fórmula de Somigliana, por exemplo,  $H^N$  é a altitude normal,  $a$  é o semi-eixo maior do elipsoide de referência,  $f$  é o achatamento do elipsoide de referência e  $\varphi$  é a latitude do ponto de estudo e  $m = \omega^2 a^2 b / GM$ , onde  $\omega$  é a velocidade angular da Terra,  $b$  é o semi-eixo menor do elipsoide de referência e  $GM$  é a constante gravitacional geocêntrica. Ressalta-se, ainda, que para o elipsoide de referência GRS80, tem-se  $a = 6.378.137 \text{ m}$ ,  $f = 0,00335281068118$  e  $m = 0,00344978600308$  (HOFMANN-WELLENHOF; MORITZ, 2006, p.86).

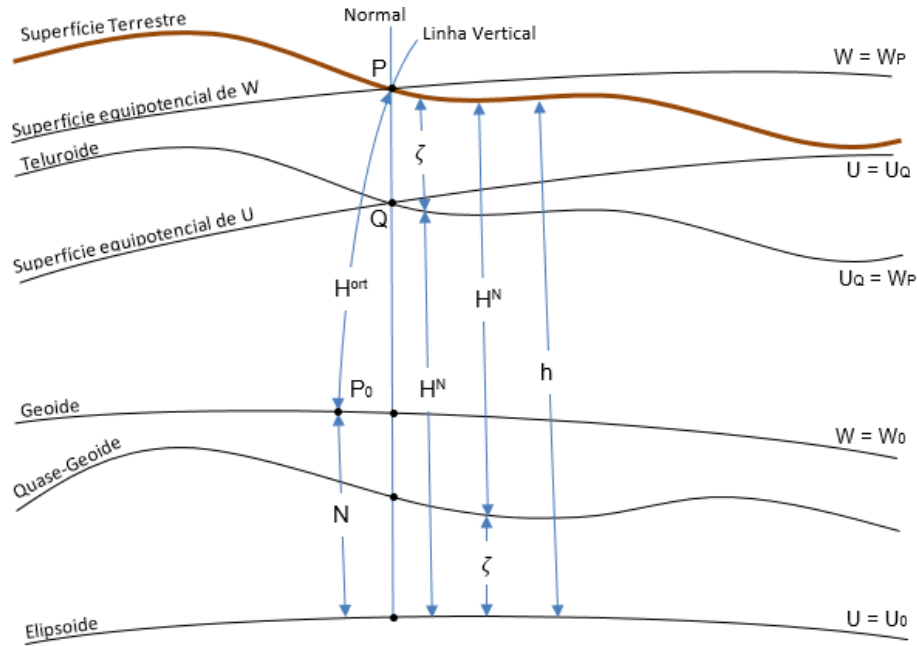


FIGURA 8 – Diferentes altitudes e superfícies de referência.

Fonte: O Autor (2017).

$$\gamma' = \gamma \left[ 1 - (1 + f + m - 2f \operatorname{sen}^2 \varphi) \frac{H^N}{a} + \left( \frac{H^N}{a} \right)^2 \right] \quad (2.32)$$

Com a formulação da altitude normal surge uma nova variável a ser considerada em sua utilização – a anomalia de altitude  $\zeta$ . Ela é dada pelo afastamento entre a superfície terrestre e o teluroide, medido ao longo da normal ao ponto de estudo (JEKELI, 2000). A anomalia de altitude define ainda uma outra superfície denominada quase-geoide, composta pelos afastamentos  $\zeta$ , ponto a ponto, em relação ao elipsoide. Surge, desta igualdade, uma nova relação, descrita na equação 2.33, na qual  $h$  é a altitude elipsoidal.

$$h = H^N + \zeta \quad (2.33)$$

A figura 8 representa um esboço das representações de altitude normal, ortométrica e elipsoidal, bem como sua relação entre as superfícies de referência e demais variáveis envolvidas.

Consonante FERREIRA (2011), também pode-se converter os desníveis  $\Delta n_{AB}$  em diferença de altitude normal, aplicando-lhes uma correção normal  $CN$  nos termos da equação 2.34. Nesta, os pontos  $A_0$  e  $B_0$  são as projeções sobre o elipsoide dos pontos de interesse  $A$  e  $B$  sobre a superfície, bem como os pontos  $A_Q$  e  $B_Q$  são projeções sobre o teluroide, respectivamente. O integrando  $g$  equivale a posição dos elementos infinitesimais de desnível geométrico  $dn$  e o integrando  $\gamma$  ao elemento infinitesimal de altitude normal  $dH^N$ .

$$CN_{AB} = \int_A^B \frac{g - \gamma_0}{\gamma_0} dn + \int_{A_0}^{A_Q} \frac{\gamma - \gamma_0}{\gamma_0} dH^N - \int_{B_0}^{B_Q} \frac{\gamma - \gamma_0}{\gamma_0} dH^N \quad (2.34)$$

Novamente, HOFMANN-WELLENHOF e MORITZ (2006, p.168) apresentam versão simplificada da equação 2.34, nos termos da equação 2.35. Segundo os autores, esta última equivale à equação 2.29, diferindo apenas pela substituição de  $\bar{g}$  por  $\bar{\gamma}$ , sendo esta última a gravidade normal ao longo da linha de prumo, e  $H^O$  por  $H^N$ .

$$CN_{AB} = \sum_A^B \frac{g - \gamma_0}{\gamma_0} \delta n + \frac{\bar{\gamma}_A - \gamma_0}{\gamma_0} H_A^N - \frac{\bar{\gamma}_B - \gamma_0}{\gamma_0} H_B^N \quad (2.35)$$

Desta forma, a relação entre desníveis normais e nivelados é dada conforme equação 2.36.

$$\Delta H_{AB}^N = \Delta n_{AB} + CN_{AB} \quad (2.36)$$

#### 2.3.1.5 Altitude normal-ortométrica ( $H^{NOrt}$ )

Um último tipo de altitude cuja definição é essencial para a boa compreensão deste trabalho é a altitude normal-ortométrica. Apesar de não possuírem significado físico completo como as altitudes apresentadas anteriormente, é de grande importância sua inclusão neste ponto do trabalho, visto que esta é a altitude na qual se encontram as referências de nível (RRNN) da Rede Altimétrica Fundamental Brasileira, segundo IBGE (2011).

Também conhecidas como altitudes pseudo-ortométricas (GEMAEL, 2012, p.211), estas são oriundas das altitudes niveladas, às quais aplica-se uma correção denominada correção normal-ortométrica  $\delta H^{NOrt}$ , a fim de compensar o efeito do não paralelismo das superfícies equipotenciais no desnível de cada seção de nivelamento, como exposto na figura 7, e assim atribuir-lhes um mínimo significado físico (LUZ, 2008). Ainda, segundo FERREIRA (2011), elas são determinadas empregando-se a gravidade normal ao invés da gravidade real, porém, empregando-se a formulação matemática das altitudes ortométricas.

De acordo com HECK (2003 apud FERREIRA, 2011), a altitude normal-ortométrica é dada conforme equação 2.37.

$$H^{NOrt} = \frac{C'_P}{\bar{\gamma}}(\varphi, H^{NOrt}) \quad (2.37)$$

Na equação 2.37,  $C'_P$  é o número esferopotencial dado pela equação 2.38, onde  $U_{ref}$  representa o esferopotencial de referência e  $U_P$  o esferopotencial do ponto de interesse.



$$C' = \int_{P_0}^P \gamma dn = U_{ref} - U_P \quad (2.38)$$

Por fim, tal como realizado com todas as altitudes até este ponto, as altitudes normais-ortométricas também podem ser obtidas aplicando-se a correção normal-ortométrica ( $CNO_{AB}$ ) para os desníveis geométricos  $\Delta n_{AB}$  a fim de transformá-los em desníveis normais-ortométricos  $\Delta H_{AB}^{NOrt}$  tal como equação 2.39. (FERREIRA, 2011)

$$CNO_{AB} = \int_A^B \frac{\gamma - \gamma_0}{\gamma_0} dn + \int_{A_0}^{A_Q} \frac{\gamma - \gamma_0}{\gamma_0} dH^{NOrt} - \int_{B_0}^{B_Q} \frac{\gamma - \gamma_0}{\gamma_0} dH^{NOrt} \quad (2.39)$$

Na equação supramencionada, os pontos  $A$  e  $B$  estão localizados sobre a superfície terrestre e os pontos  $A_0$  e  $B_0$  são suas projeções sobre a superfície de referência para as altitudes normais-ortométricas. O integrando  $\gamma$  é diferente nas três integrais, equivalendo à posição dos elementos infinitesimais de desnível geométrico  $dn$  ao longo do circuito de nivelamento  $\Gamma$  e ao longo da linha de força normal para os respectivos pontos  $A$  e  $B$  em que os elementos infinitesimais de altitude normal-ortométrica  $dH^{NOrt}$  estão dispostos.

HECK (2003 apud FERREIRA, 2011) apresenta, ainda, uma fórmula prática para a correção normal-ortométrica, transcrita na equação 2.40. Nesta,  $f^*$  é uma constante relativa ao “achatamento de gravidade” normal, da forma  $f^* = (\gamma_b - \gamma_a)/\gamma_a$ ,  $\gamma_a$  é a gravidade normal para o equador;  $\gamma_b$  é a gravidade normal para o polo;  $R$  é o raio médio terrestre;  $H_A^{NOrt}$  é a altitude para o ponto de partida ( $A$ );  $\bar{\varphi}$  é a latitude média entre os pontos de interesse  $A$  e  $B$ ;  $\alpha_{AB}$  é o azimute da direção que une os pontos  $A$  e  $B$  e  $\delta s_{AB}$  é a distância horizontal entre os pontos  $A$  e  $B$ . Nota-se, desta expressão, que a dependência da correção normal-ortométrica apenas de informações referentes à latitude caracteriza não isotropia em sua execução.

$$CNO_{AB} = -\frac{f^*}{R} \sum_A^B H_A^{NOrt} \cdot \text{sen}2\bar{\varphi} \cdot \text{cos}\alpha_{AB} \cdot \delta s_{AB} + \dots \quad (2.40)$$

Por sua vez, LUZ (2008) exhibe a expressão para determinação da correção normal-ortométrica  $\delta H^{NOrt} = CNO$ , transcrita na equação 2.41, na qual  $H_m$  é a média das altitudes niveladas dos extremos de uma dada seção de nivelamento,  $\Delta\varphi$  a correspondente diferença de latitudes,  $\varphi_m$  é o valor médio das latitudes e os parâmetros  $\alpha_1 = 0,002644$  e  $\alpha_2 = 0,000007$  são oriundos da fórmula de Helmert para a gravidade normal.

$$\delta H^{NOrt} \approx -2\alpha_1 H_m \Delta\varphi \text{sen}(2\varphi_m) [1 + (\alpha_1 - 2\alpha_2/\alpha_1) \text{cos}(2\varphi_m)] \quad (2.41)$$

Conforme apresentado por GEMAEL (2012, p.213), após aproximações matemáticas e desenvolvimento para fins de compatibilização de unidades, a expressão da correção normal-ortométrica é dada pela equação 2.42, onde  $\Delta\varphi'$  encontra-se em minutos de arco, diferindo de  $\Delta\varphi$  apenas por sua unidade.

$$\delta H^{NOrt} = 1542 \times 10^{-9} H_m \Delta\varphi' \text{ sen}(2\varphi_m) \quad (2.42)$$

Observando-se as equações 2.40 a 2.42, pode-se verificar que a correção normal-ortométrica tem como variável de entrada a latitude média da seção a ser corrigida e, especificamente nas equações 2.41 e 2.42, a diferença de latitude entre o ponto inicial e o ponto final da seção. Deste ponto, depreende-se que esta correção atua de forma não-isostática sobre uma rede vertical, atribuindo-lhe correção em apenas uma direção e omitindo correções na outra - a saber, a longitude. Devido a este aspecto, investigações neste sentido são abordadas quando da aplicação da metodologia ora proposta por este trabalho.

Como o enfoque principal deste trabalho reside na determinação de altitudes normais-ortométricas, em consonância com a RAFB, uma outra observação dever ser feita a seu respeito. Conforme abordado por FERREIRA et al. (2013), o fato do comportamento das altitudes normais-ortométricas não apresentarem um significado completamente físico faz com que estas estejam referidas a uma superfície de referência diferente das discutidas até o momento e ausente da figura 8. Desta forma, tais altitudes não são capazes de suportar a determinação de altitudes físicas pela simples aplicação das equações 1.3 (adequada para trato com altitudes ortométricas) e 2.33 (adequada para trato com altitudes normais).

Em virtude disso, a referência supracitada ainda descreve a dependência entre as altitudes elipsoidais e as altitudes normais-ortométricas aos moldes da equação 2.43, na qual  $\eta$  é por eles denominada como altitude normal-geoidal, em analogia à altitude normal-ortométrica.

$$h = H^{NOrt} + \eta \quad (2.43)$$

Adicionalmente, a figura 9 apresenta a disposição das superfícies de referência já percorridas até agora e superfície de referência a qual esta altitude está vinculada. Esta figura descreve, ainda, a altitude normal-geoidal  $\eta$ .

Para a finalidade deste trabalho, adotou-se a equação 2.43 como padrão para utilização na determinação da altitude normal-ortométrica em sua forma absoluta e em sua forma relativa, conforme será abordado no item 2.3.4. Isto introduziu uma variável adicional a ser considerada no trabalho, tendo em vista que FERREIRA (2011) verificou que, tomadas diferentes aproximações para a separação entre o geoide e o quase-geoide, a altitude normal-geoidal  $\eta$  é levemente melhor modelada pela anomalia de altitude  $\zeta$  do que pela altitude geoidal  $N$ , em um estudo-de-caso

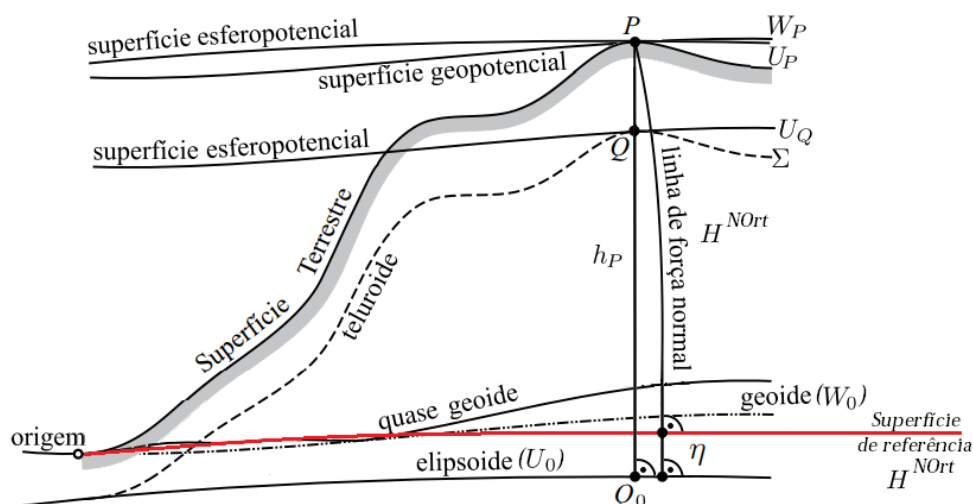


FIGURA 9 – Representação da altitude normal-ortométrica e sua superfície de referência.

Fonte: Adaptado de FERREIRA (2011).

aplicado a estações ao sul do Brasil. No entanto, a discussão mais aprofundada do tratamento dado a esta variável é realizada em momento oportuno.

### 2.3.2 O IHRS

Consonante o preconizado por IAG (2015), o estado da arte das observações geodésicas e de suas aplicações demandam a existência de um sistema de referência geodésico com estabilidade e homogeneidade duradouras em toda a superfície terrestre, juntamente com uma materialização suficientemente precisa para determinar a magnitude dos feitos observados – da ordem de poucos milímetros. Desta forma, um moderno sistema de referência altimétrico deveria ser capaz de detectar, por exemplo, a variação milimétrica anual do nível do mar.

Além disso, SÁNCHEZ et al. (2015) apontam que os atuais sistemas altimétricos apresentam uma série de problemas, tais como:

- Mais de 100 realizações ao redor do mundo;
- Discrepâncias da ordem de decímetro a metro, devido a diferentes *data* verticais, diferentes altitudes físicas e padronização inexistente;
- Consideração de altitudes estáticas;
- Combinação imprecisa de altitudes geométricas -  $|h - H - N| \gg 0$ ;
- Uma a duas ordens de precisão inferiores às necessárias.

Adicionalmente, um moderno sistema altimétrico deve ir ao encontro das preconizações e padronizações para suportar o estabelecimento do GGOS – *Global Geodetic Observing System*

- Sistema Geodésico de Observações Globais. Este sistema integra diferentes técnicas geodésicas, modelos e aproximações justamente para assegurar monitoramento preciso e duradouro de observáveis geodésicas, conforme pressuposto pela IGOS – *International Global Observing Strategy* – Estratégia Internacional de Observação Global – e, por conseguinte, apoiar o monitoramento de ciclos hidrológicos globais, de dinâmica atmosférica e dos oceanos e de desastres naturais (IAG, 2017).

Com este intuito, IAG (2015) determinou a adoção das seguintes convenções para o estabelecimento do IHRS – *International Height Reference System* - Sistema Internacional de Referência Altimétrico – consonante IHDE et al. (2015):

- O nível de referência vertical é uma superfície equipotencial do campo da gravidade da Terra com valor de geopotencial  $W_0$  (no geóide);
- Parâmetros, observações e dados devem estar relacionados com o sistema médio de maré (vide item 3.5);
- A unidade de comprimento é o metro e a unidade de tempo é o segundo (SI);
- As coordenadas verticais são as diferenças  $-\Delta W_P$  entre o potencial do campo da gravidade terrestre  $W_P$ , em pontos  $P$ , e o valor do geopotencial no geóide  $W_0$ ; a diferença de potencial  $-\Delta W_P$  também é designada de número geopotencial  $C_P$ :  $-\Delta W_P = C_P = W_0 - W_P$ ;
- A referência espacial da posição  $P$  para o potencial  $W_P = W(\vec{X})$  está relacionada com as coordenadas  $\vec{X}$  do ITRS - *International Terrestrial Reference System*.

Além destas padronizações, a mesma referência determinou a materialização do valor do potencial na superfície de referência para o IHRS como sendo  $W_0 = 62636853, 4m^2s^{-2}$ .

Neste contexto, a figura 10 busca ilustrar a representação de um determinado ponto  $P$  segundo estas determinações. Segundo SÁNCHEZ et al. (2015), para finalidades práticas, os valores de geopotencial  $W(\vec{X})$  e as posições geocêntricas  $\vec{X}$  são transformadas em coordenadas verticais relativamente a uma referência de nível com componente geométrica e física, como segue:

#### 1) Componente geométrica

- a. Posição  $h(t_0, \vec{X})$ ; Velocidade  $dh(\vec{X})/dt$ ;
- b. Nível convencional - elipsoide (esferopotencial  $U_0$  constante).

#### 2) Componente física

- a. Posição  $C_P(t_0, \vec{X})$ ; Velocidade  $dC_P(\vec{X})/dt$ ;
- b. Nível convencional fixo (geopotencial  $W_0$  constante).

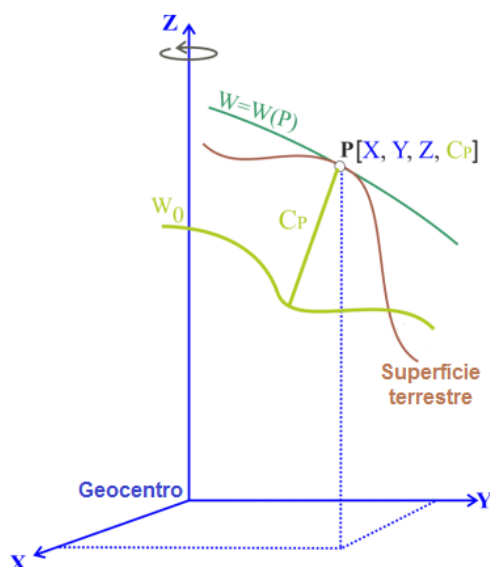


FIGURA 10 – Coordenadas de um ponto P no IHRF.

Fonte: Adaptado de SÁNCHEZ et al. (2017).

### 2.3.3 Redes Verticais de Referência

MUELLER (1985) define que o propósito de uma rede de referência – ou *reference frame*, segundo texto original, é prover meios de materializar um sistema de referência para uma descrição quantitativa de posições e movimentos. Para o caso específico de sistemas de referência verticais, as redes a eles associadas nada mais são que materializações ou realizações físicas de suas coordenadas verticais. Ao longo deste tópico, discute-se sobre a maneira como é ou como pretende-se realizar a materialização nas principais redes verticais abordadas neste trabalho.

#### 2.3.3.1 IHRF

Seguindo o raciocínio que relaciona redes e sistemas de referência, pode-se inferir corretamente que o IHRF nada mais é que a rede que materializaria o IHRF. O uso do futuro do pretérito se deve ao fato de que, até a data de elaboração deste trabalho, não há estações IHRF que materializem o IHRF.

Segundo SÁNCHEZ et al. (2015) e SÁNCHEZ (2016), a principal dificuldade para o estabelecimento de uma realização do IHRF reside no fato que, atualmente, não se pode satisfazer os requisitos já mencionados para o GGOS – uma rede de referência geodésica global com precisão milimétrica, estabilidade e homogeneidade duradouras, remoção de inconsistências relacionadas à geometria terrestre e a seu campo da gravidade, e o esboço de padrões que permitam definição e realização consistentes. Isto porquê uma materialização do IHRF seria similar a uma materialização do ITRS, ou seja, por meio de uma rede global com coordenadas verticais precisas e continuamente monitoradas, apoiada por densificações nacionais e regionais, que implicaria em integração e transformação entre sistemas de alturas existentes.

A mesma referência elencou que, para a materialização do IHRS por meio de estações IHRF, seria necessária a materialização de uma rede com a mesma hierarquia do ITRF, todavia com estações que conjuguem:

- Técnicas de observação geodésicas fundamentais, para tornar factível a conexão entre vetores posição  $\vec{X}$ , potencial gravitacional  $W$ , tempo atômico internacional  $TAI$  e gravidade absoluta  $g$ ;
- Estações de referência com operação contínua, para detectar deformações da rede de referência;
- Estações de referência geométricas com diferentes níveis de densificação, presumidamente com GNSS, para viabilizar acesso ao IHRF também em áreas remotas;
- Marégrafos de referência e redes verticais nacionais, para unificação do *datum* vertical; e
- Estações de referência de gravidade.

Todavia, sob uma óptica mais moderna, IHDE et al. (2017) definem as principais convenções para concretização do IHRF como:

- O valor de referência do geopotencial  $W_0$  é obtido através de melhores estimativas. O procedimento para determinação de  $W_0$  deve ser documentado em convenções e guias para assegurar reprodução e interpretação de mudanças; aceita-se o valor de  $W_0$  obtido por IAG (2015);
- O elemento central do IHRF é um MGG; isto porque a disponibilidade de MGGs de alta resolução, tais como o EGM2008 ou o EIGEN-6C4, possibilita o cálculo direto de  $W(P)$  introduzindo as coordenadas ITRF  $\vec{X}$  de qualquer ponto nas equações de expansão em harmônicos esféricos; segundo RUMMEL et al. (2014 apud IHDE et al., 2017), a precisão média esperada após aplicar um destes modelos é da ordem de  $\pm 4 \text{ cm}$  a  $\pm 6 \text{ cm}$  em regiões bem levantadas, e da ordem de  $\pm 20 \text{ cm}$  a  $\pm 40 \text{ cm}$ , com casos extremos de  $\pm 4 \text{ m}$  em regiões esparsamente levantadas;
- A diferença de potencial  $-\Delta W_P$  em relação ao valor convencionado  $W_0$  deve ser conhecida por meio de uma rede de estações de observações geodésicas de maior precisão, onde as observações possam ser geradas para derivar os elementos definidores no maior nível de qualidade possível, consistentes com outros sistemas e redes de referência;
- A rede de referência IHRF deve seguir a mesma hierarquia da rede de referência ITRF, isto é, uma rede global com densificações nacionais e regionais. Esta rede deve ser disposta juntamente com:

- Marégrafos de referência (*datum* vertical local);
- Principais pontos nodais de redes de nivelamento;
- Pontos limítrofes conectando vizinhanças de *datum* vertical;
- Estações de referência geométricas (ITRF e densificações);
- Observáveis geodésicas fundamentais (conexão entre  $W_0$ , o tempo atômico internacional  $T_{AI}$  e gravidade absoluta).

Além disso, estas estações devem, no mínimo, ser continuamente monitoradas para detecção de deformações na rede de referência; referidas ao ITRS/ITRF para conhecimento preciso de suas coordenadas geométricas; e conectadas por nivelamento com o *datum* vertical local, para conhecer precisamente o valor local do número geopotencial e, conseqüentemente, possibilitar unificação do *datum* vertical.

No contexto de América Latina e Caribe, as discussões e os trabalhos para unificação dos *data* verticais e da adesão ao IHRF são encargo do Grupo de Trabalho “Datum Vertical” (GT-III) do Projeto SIRGAS (Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas), atualmente presidido pelo Prof. Dr. Silvio Rogério Correia de Freitas. Segundo DE FREITAS (2016), desde 1997 o GT-III atua para o estabelecimento de um Sistema Vertical de Referência para o SIRGAS (SVRS). Anualmente, é realizado um *workshop* (*Taller* SIRGAS) com representantes nacionais dos países membros do SIRGAS, renomados geodestas e representantes de outros órgãos de interesse, tais como a IAG, para envidar esforços rumo à adoção de modernas redes verticais, viabilizando uma futura unificação continental e, dentro em breve, uma unificação global.

No que diz respeito à previsão e proposição de estações IHRF em consonância ao apresentado anteriormente, SÁNCHEZ et al. (2017) discorrem que em abril de 2017 foi realizada uma primeira proposta com 163 possíveis localizações de estações, após discussões com especialistas em nível regional e nacional. Estas propostas de estações para o IHRF são apresentadas na figura 11.

Por fim, no tocante aos avanços brasileiros para materialização de estações IHRF, LUZ et al. (2017 apud FREITAS, 2017) informam que a proposta vigente de locações para estações IHRF em solo nacional é aquela apresentada na figura 12. Dados os requisitos apresentados por SÁNCHEZ et al. (2017) para instalação destas estações, principalmente no que diz respeito à disponibilidade de dados de gravimetria terrestre, o IBGE elencou seis estações da RBMC (Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo) localizadas nas cidades de Fortaleza-CE (estação CEFT), Marabá-PA (estação MABA), Brasília-DF (estação BRAZ), Cuiabá-MT (estação CUIB), Presidente Prudente-SP (estação PPTE) e Imbituba-SC (estação IMBT). Obviamente, para a futura instalação destas estações, não basta a infraestrutura existente em cada localidade para manutenção de monitoramento contínuo GNSS; serão necessárias outras ações, instalações e configurações para monitoramento das grandezas sobre as quais se discorreu neste tópico.

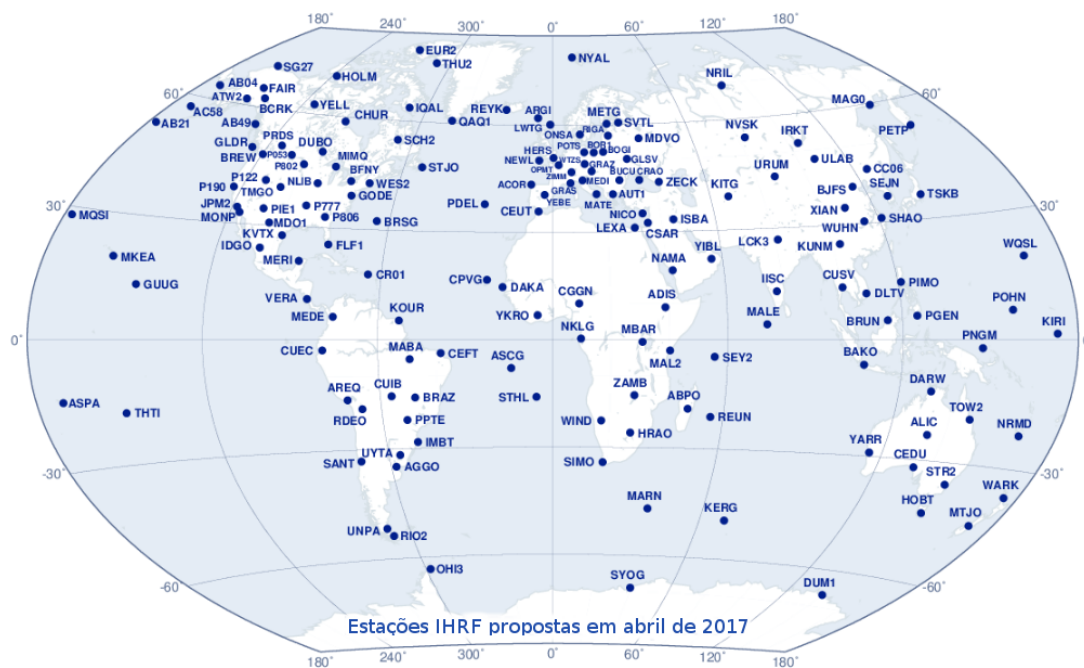


FIGURA 11 – Proposta de 163 futuras estações do IHRF.

Fonte: Adaptado de SÁNCHEZ et al. (2017).

### 2.3.3.2 A RAFB/SGB

A fundamentação teórica a respeito da Rede Altimétrica Fundamental Brasileira foi adaptada de LUZ (2008) e IBGE (2011). Maiores detalhes e aprofundamentos sobre a referida rede podem ser encontrados nas referências em questão.

A RAFB teve seu estabelecimento iniciado no ano de 1945, sob a coordenação do então Conselho Nacional de Geografia (CNG). Nos primeiros anos, foram realizados trabalhos de conexão com as redes de nivelamento implantadas pelo Serviço Geográfico do Exército (SGE, 1950 apud LUZ, 2008) e pelo Instituto Geográfico e Geológico de São Paulo (IGG, 1962 apud LUZ, 2008), principalmente na região Sul do país. Deste ponto, a RAFB progrediu, por meio de altitudes niveladas, em direção ao norte do país, através das regiões litorâneas de maior desenvolvimento econômico e demográfico, chegando também à capital federal Brasília.

A partir da década de 1970 e até meados de 2014, a implantação da RAFB foi direcionada ao interior do país, visando a substituir redes de outras instituições e reconstituir trechos destruídos. Na atualidade, a referida rede conta com 69.859 vértices (INDE, 2016a), materializados por meio de chapas cravadas em estruturas pré-existentes ou por meio de marcos de concreto em formato tronco-piramidal, e distribuídos ao longo do Brasil conforme apresentado na figura 13. Nos anos mais recentes – mais especificamente entre os anos de 2015 e 2016 – a implantação e reocupação de RRNN tem sido realizada pelo IBGE com um enfoque na conexão dos *data* verticais de Santana e Imbituba, na região do Amapá (DE FREITAS et al., 2016). Todavia, como o trabalho em questão ainda está em desenvolvimento, seus produtos não são explorados, tampouco mencionados e utilizados ao longo da presente pesquisa.



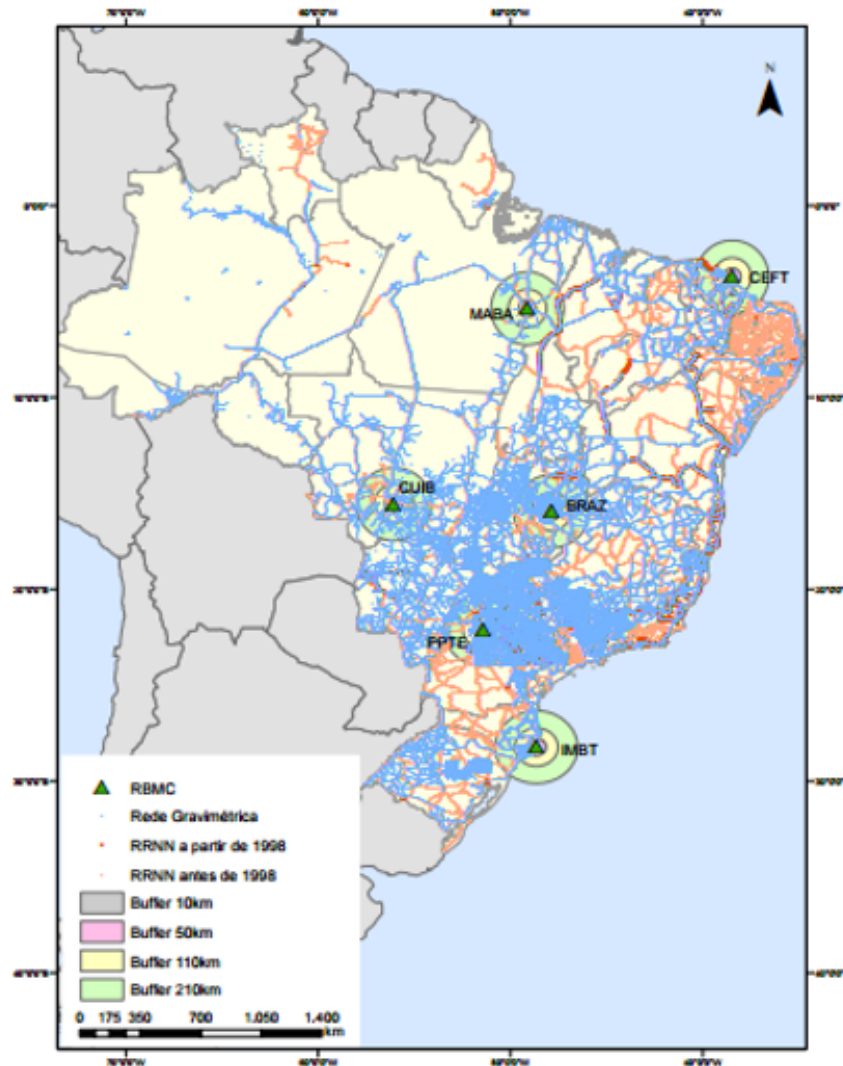


FIGURA 12 – Proposta de locações das estações do IHRF no Brasil.

Fonte: Adaptado de LUZ et al. (2017 apud FREITAS, 2017).

Segundo IBGE (2011), entre os anos de 1945 e 1975, foram realizados oito ajustamentos da RAFB (1948, 1952, 1959, 1962, 1963, 1966, 1970 e 1975), de tal forma que apenas os três primeiros consideraram todas as estações da rede. A partir do quarto ajustamento, devido a limitações técnicas e computacionais frente à grande quantidade de dados, o ajustamento foi realizado em blocos constituídos pelas novas linhas, à época, tomando como referência estações cujas altitudes tivessem sido calculadas nos blocos anteriores, caracterizando assim o conjunto como um ajustamento particionado. Ainda segundo IBGE (2011), em 1988, uma nova abordagem para o ajustamento da rede, baseada na óptica de sub-redes de macro-circuitos formados por linhas principais e internas de nivelamento foi adotada, visando a evitar que as propagações de erros causassem distorções excessivas à rede, além de contornar as limitações computacionais existentes. O particionamento considerado no Ajustamento Altimétrico Global Preliminar (AAGP) implicou na definição de uma rede principal, constituída por 38 estações nodais interligadas por 56 linhas principais, incluindo a RN 4X, conectada ao marégrafo de

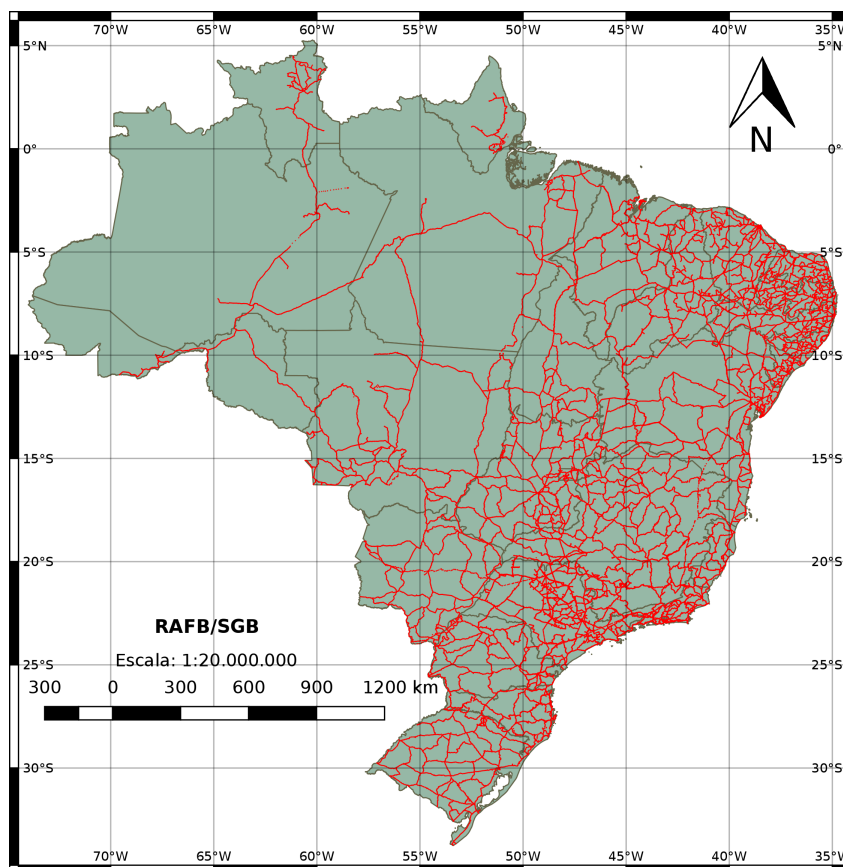


FIGURA 13 – Estações da RAFB.

Fonte: O Autor (2017).

Imbituba. Esta RN foi estabelecida em 1946, e incluída na rede de controle local do marégrafo em 1952, quando os relatórios de inspeção do IAGS (*Inter American Geodetic Survey*) relataram sua destruição. A estação foi, então, reconstruída e os nivelamentos do IAGS registraram sua nova posição.

A data de referência do cálculo do AAGP é 01/12/1992, no qual foram englobadas aproximadamente 43.079 RRNN. A partir desta data, foram realizados ajustamentos isolados, isto é, ajustamentos limitados a linhas por linhas, oriundas de medições posteriores ao AAGP ou nele não incluídas por motivos diversos, além da incorporação das altitudes de RRNN provenientes de ramais (linhas de nivelamento que não formam circuito, cujos desníveis não podem ser ajustados), totalizando 11.527 RRNN até 2004.

No ano de 2005, teve início um novo reajustamento simultâneo, isto é, com todos os dados processados em um único sistema de equações, devido à existência de quantidade significativa de estações não incluídas no último ajustamento global. Para tal feito, foi utilizado o *software* canadense denominado GHOST (*Geodetic adjustment using Helmert blocking Of Space and Terrestrial data*), desenvolvido pela *Geodetic Survey Division (GSD)* do *Natural Resources Canada (NRCan)*, que permite o ajustamento simultâneo de grandes redes geodésicas tridimensionais (BEATTIE, 1987) através de dois métodos diferentes: o método padrão, para

redes de porte médio e menores, até, aproximadamente, 15.000 observações (como por exemplo o ajustamento das linhas principais dos macro-circuitos); e o método de divisão por blocos de Helmert, para grandes redes (como por exemplo o ajustamento com todas as observações da RAFB).

Devido à grande complexidade do procedimento e ao grande volume de dados, este ajustamento foi dividido em três etapas principais e perdurou desde 2005 até 2011. Por ocasião deste ajustamento, os desníveis foram corrigidos do efeito sistemático causado pelo não-paralelismo das superfícies equipotenciais do campo da gravidade normal, causado principalmente pela falta de combinação de observações de gravidade com nivelamento. Apenas o uso desta correção permitiu reduzir em aproximadamente 2 *cm* os desvios padrão final das estações e culminou com as atuais altitudes normais-ortométricas da RAFB. Ao final dos trabalhos de ajustamento, foram integrados ao BDG 69.859 valores de altitudes normais-ortométricas, referentes às estações constantes da rede à época do ajustamento. A figura 14 apresenta o desvio padrão médio obtido para as estações após o ajustamento da RAFB.

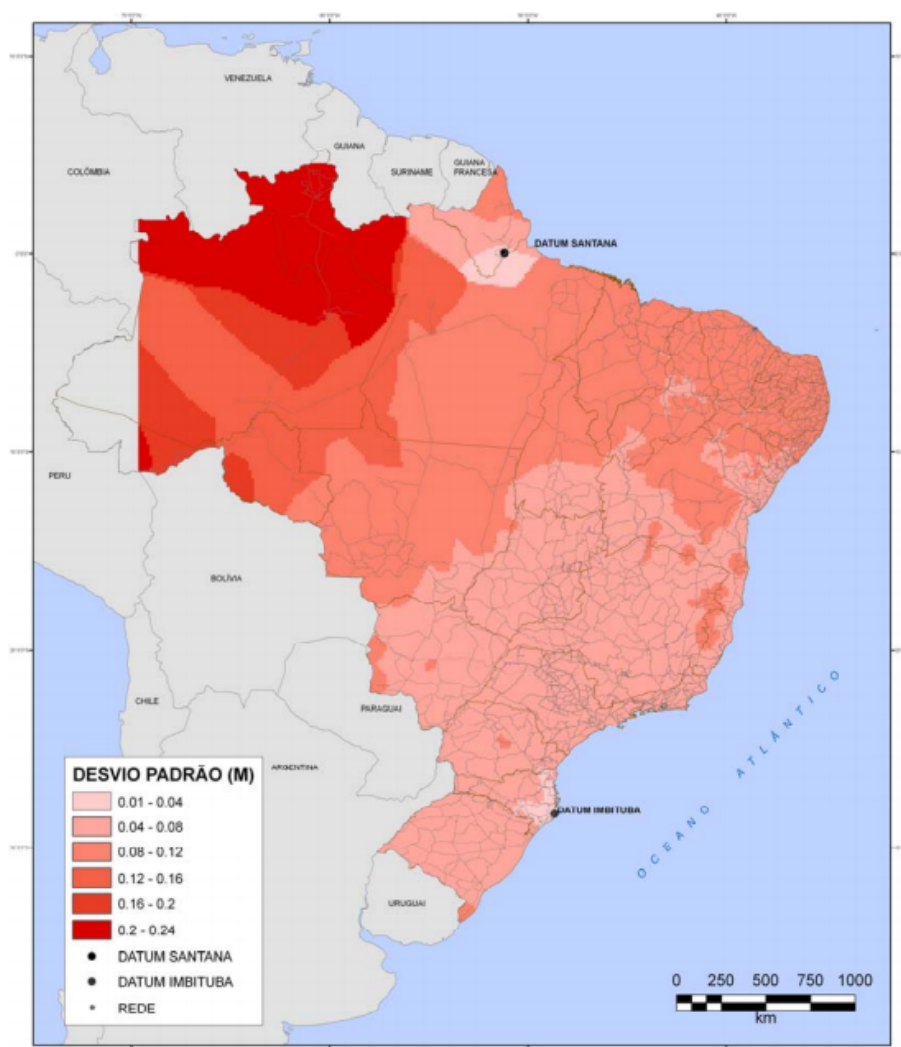


FIGURA 14 – Desvio padrão das RRNN após ajustamento da RAFB.

Fonte: IBGE (2011).

Um último aspecto relevante a ser considerado ao discorrer sobre a RAFB é referente ao *datum* vertical ao qual ela se refere. Desde o ano de 1946 e até o ano de 1959, as altitudes da RAFB eram referidas provisoriamente ao datum de Torres, no Rio Grande do Sul (RS), materializado pela altitude da RN 3L em relação ao nível médio dos mares (NMM) obtido de observações maregráficas no período de fevereiro de 1919 a fevereiro de 1920. Apesar de ter sido estabelecida em junho de 1946, a RN da RAFB em Imbituba, RN 4X, passou a receber grande destaque apenas em 1959, por ocasião do terceiro ajustamento da RAFB. Munido de informações maregráficas obtidas em cooperação com o IAGS entre os anos de 1949 e 1957, o IBGE definiu então o *Datum* Vertical Brasileiro em Imbituba (DVB-I), em Santa Catarina, referente à mesma RN 4X.

Além do DVB-I, parte das altitudes da RAFB encontra-se vinculada ou referida ao *Datum* Vertical Brasileiro em Santana (DVB-S), com características de datum local, no Amapá. Isto porque não há vinculação física entre a porção da rede localizada ao norte do Rio Amazonas e o restante da RAFB, devido principalmente à largura do Rio Amazonas no trecho de transposição. Desta forma, é impossível transportar as altitudes da RAFB originada no Sul do Brasil com a técnica de nivelamento geométrico, mesmo com o uso da técnica de travessia de rio do IBGE (FERREIRA, 2011). Desta forma, através de observações do nível médio do mar no Porto de Santana, entre os anos de 1957 e 1958, estabeleceu-se o DVB-S, ao qual, atualmente, há aproximadamente 472 RRNN vinculadas (INDE, 2016a). A figura 15 traz uma representação destas estações.

Na atualidade, grande quantidade de trabalhos já abordaram o tema e, inclusive, propuseram técnicas e soluções viáveis para a conexão dos *data*, já incluindo estimativas para o *off-set* entre os segmentos. Dentre os principais, cita-se DE FREITAS et al. (2016), MOREIRA (2015) e CASTRO (2011). Neste trabalho, uma abordagem similar é realizada apenas como objetivo específico, para fins de validação final da metodologia desenvolvida, no item 4.4.

### 2.3.3.3 RAFB/SGB x IHRF e a problemática da Amazônia Legal Brasileira

Analisando-se os dois subitens anteriores, pode-se verificar que há uma grande diferença entre o atual estado da RAFB/SGB e as expectativas e demandas para adesão ao preconizado pelo IHRS. Neste sentido, novamente, algumas pesquisas já foram executadas com a intenção de adequar a RAFB ao IHRF – muitas delas, no entanto, tendo sido executadas antes da definição do IHRS e dos pressupostos para sua materialização por meio do IHRF. Neste contexto, o próprio trabalho de LUZ (2008) objetivou a buscar estratégias para modernização da componente vertical do SGB, viabilizando alinhamento ao esperado pelo GT-III do SIRGAS à época, com a obtenção de números geopotenciais nas RRNN por meio da integração de valores de gravidade, altimetria por satélites e observações maregráficas a suas observações altimétricas.

Na atualidade, uma das principais alternativas para a conexão e compatibilização de

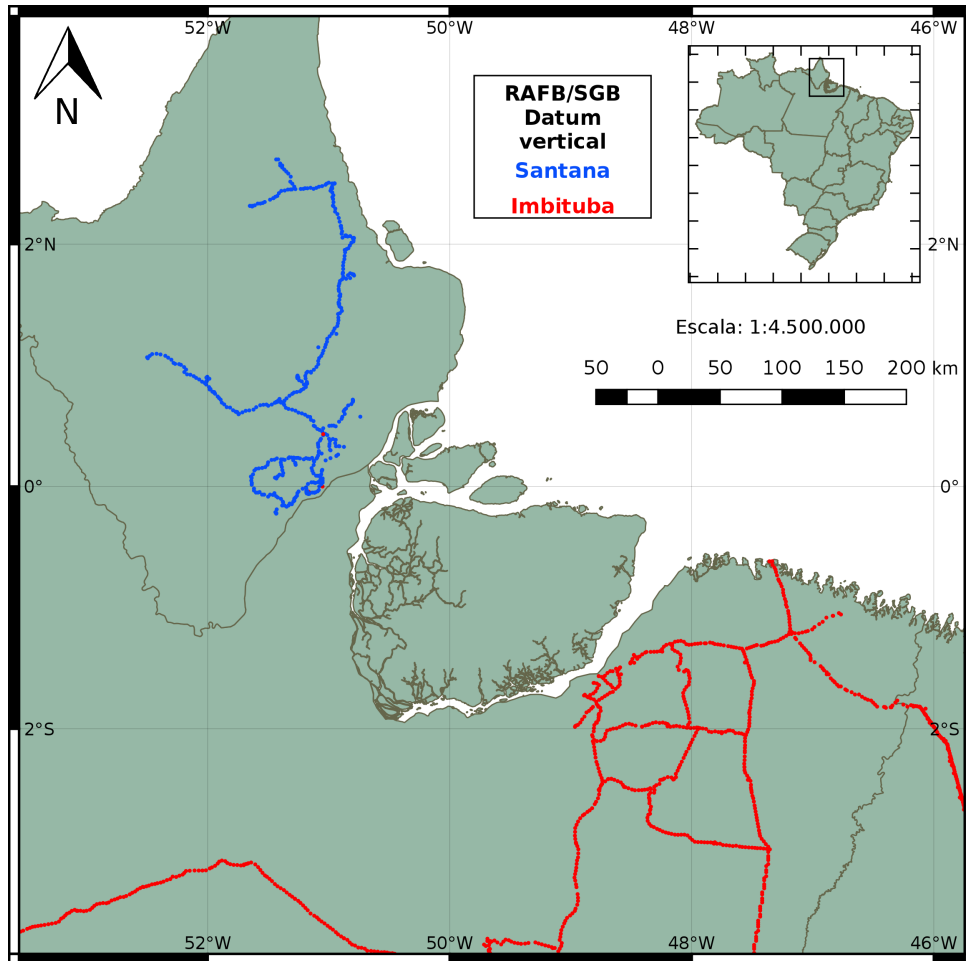


FIGURA 15 – RRNN vinculadas ao DVB-S e ao DVB-I.

Fonte: O Autor (2017).

redes verticais heterogêneas – como é o caso das redes vinculadas ao DVB-S e ao DVB-I da RFB, e, indo além, da relação entre RFB e IHRF – baseia-se na solução do Problema de Valor de Contorno da Geodesia na forma fixada no espaço do geopotencial, conforme discorrido por SANTACRUZ JARAMILLO et al. (2016). Segundo esta referência e MOREIRA (2015), uma abordagem atual para este problema baseia-se na determinação da discrepância entre o *datum* local, com geopotencial  $W_i$  e o *datum* global, com geopotencial  $W_0$ , em termos dos números geopotenciais, na forma da equação 2.44, na qual  $C_P$  e  $C_i$  são, respectivamente, os números geopotenciais com caráter global e local.

$$C_P - C_i = W_0 - W_i = \delta W \quad (2.44)$$

MOREIRA (2015) elenca, ainda, as etapas necessárias para a comparação entre  $C_P$  e  $C_i$  em seu contexto de estudo – relacionando DVB-S e DVB-I, as quais são omitidas do presente trabalho. Todavia, um desenvolvimento matemático da equação 2.44 pode, facilmente, levar à equação 1.2 deste trabalho, transcrita a seguir para fins de comodidade do leitor.

$$C_P - C_{P_i} = W_0 - W_{0_i} = \delta W_i \cong \overbrace{[W_0 - (U_P + T_P)]}^I - \overbrace{\sum_j g_{m_j} \Delta n_j}^{II} \quad (1.2)$$

Observando a porção mais à direita da igualdade da equação 2, verifica-se que ela é composta por duas partes, a saber: parte *I* e parte *II*. A parte *I* contém a diferença entre o geopotencial de referência  $W_0$  e a soma do esferopotencial  $\Delta U_P$  entre o *datum* local e o potencial perturbador  $T_P$  no mesmo ponto  $P$  – o primeiro é padronizado, como já descrito neste mesmo item; para o segundo, há fácil equacionamento matemático; para o terceiro, busca-se alternativas na atualidade para sua determinação plena – por meio da solução do Problema de Valor de Contorno da Geodesia (PVCG) – em pontos da superfície. Já a parte *II* contém o somatório de produtos discretos entre valores médios da gravidade  $g_m$  e desníveis  $\Delta n$ , característicos de conjugação de operações de nivelamento e gravimetria, formando a parte prática da equação. Dessa forma, considerando-se a existência de uma rede de nivelamento com densidade adequada e conjugada com informações de gravimetria ao longo de seu levantamento, é possível unir este conhecimento prático à modelagem matemática teórica cabível e proporcionar o alinhamento com diretrizes que buscam a materialização do IHRF.

No entanto, SANTACRUZ JARAMILLO e DE FREITAS (2014) preconizam que o desenvolvimento sugerido acima seja realizado com a observação primordial de, entre outros aspectos, existência de diferenças de nível obtidas com nivelamento geométrico e referidas a um datum vertical local, no espaço do geopotencial. Isto não ocorre de forma homogênea ao longo de todo o território brasileiro – vide figuras 1 e 13 do presente trabalho. Em todo o Brasil, há problemas de maior densidade de informações em determinadas regiões e há verdadeiros vazios altimétricos em outras áreas – como na região Amazônica. Desta forma, antes de prosseguir com buscas para alinhamento da RAFB/SGB ao IHRF, uma boa aproximação seria compatibilizar e homogeneizar as informações da primeira.

Além do problema de não-homogeneidade de informações altimétricas na RAFB, pode-se vislumbrar um problema ainda maior: grande heterogeneidade temporal na determinação altimétrica das RRNN da RAFB (LUZ, 2008). Neste contexto, a figura 16 exhibe as estações da RAFB segundo classificações quinzenárias de determinação altimétrica. Pode-se perceber que há, na mesma rede, valores de altimetria pertencentes à mesma rede mensurados na década de 1940 e na década de 2010 – ou seja, com 70 anos ou mais de diferença – não tendo sido levados em consideração os movimentos da crosta terrestre para sua atualização. Sendo assim, mesmo as estações já existentes podem e devem passar por uma atualização altimétrica para fins de alinhamento com o IHRF.

Com esta finalidade, a visão clássica sugeriria uma densificação de atividades de campo conjugando nivelamento e gravimetria nas áreas de vazio altimétrico, bem como a revisita de

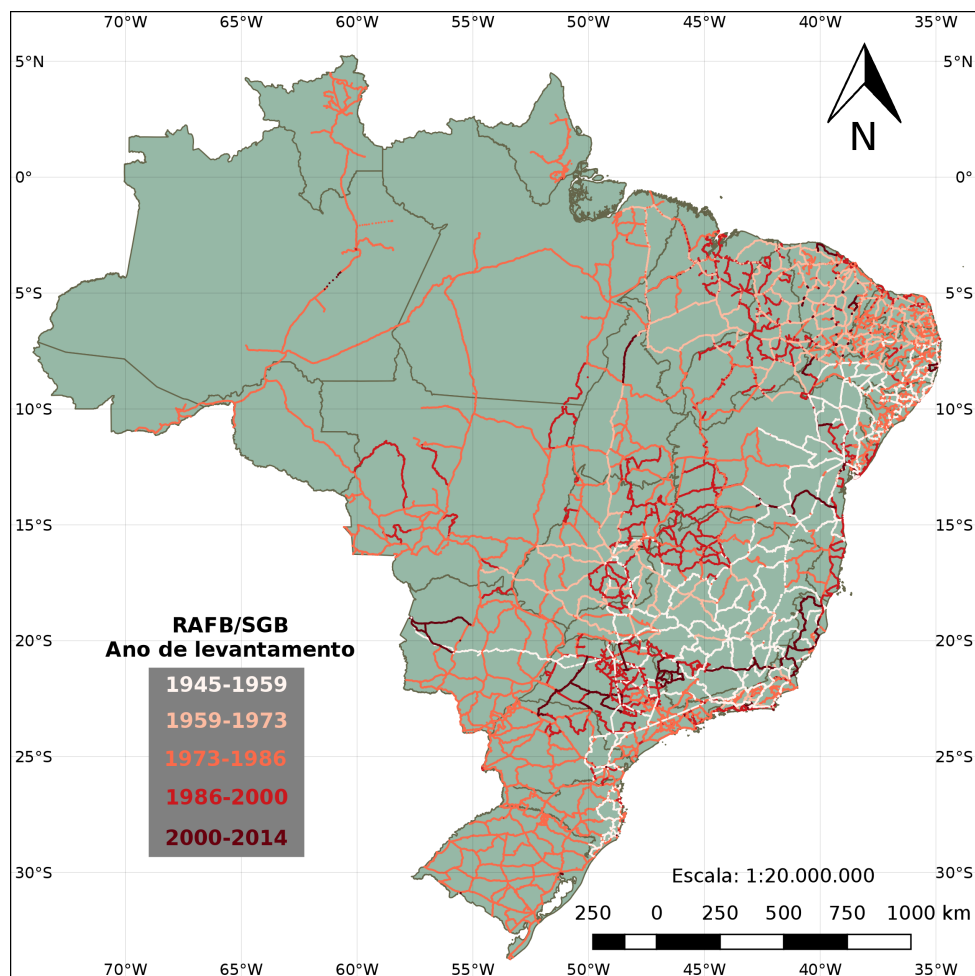


FIGURA 16 – RRNN da RAFB/SGB classificadas segundo ano de observação.

Fonte: O Autor (2017).

estações para atualização de valores. No entanto, a atual conjuntura econômica de austeridade, aliada aos grandes desgastes logísticos nos quais se incorreria ao se empreender tamanha atividade de campo inviabilizam esta linha de raciocínio. Surge, então, a necessidade de buscar alternativas analíticas para a solução deste problema.

## 2.4 MODELAGEM DA ALTITUDE NORMAL-ORTOMÉTRICA

### 2.4.1 Observações GNSS e Funcionais do Geopotencial

Dentre as técnicas utilizadas para modelagem de altitude geoidal conhecidas e amplamente utilizadas, destaca-se aquela proveniente da conjugação de informações oriundas de observações GNSS e informações oriundas de operações de nivelamento, tal como discorrido por GEMAEL (2012, p.18). Novamente, ao longo dos anos diversos autores utilizaram tal técnica para de fato modelar altitudes geoidais, tais como IHDE (1995) e SÁNCHEZ (2013), ou mesmo para densificar informações geoidais já existentes, como SOYCAN (2014).

Todavia, do ponto de vista prático, sabida a relação existente entre altitudes niveladas,

elipsoidais (oriundas de observações GNSS) e geoidais, o conhecimento de quaisquer duas informações permite determinar a terceira. De um modo análogo, à luz do observado por FERREIRA et al. (2011) e já discorrido nos itens prévios deste trabalho, sabida a relação existente entre altitude elipsoidal  $h$ , altitude normal-ortométrica  $H^{NOrt}$  e a altitude normal-geoidal  $\eta$ , o conhecimento de quaisquer duas informações permite determinar a terceira.

Com esta ideia central, propõe-se determinar a altitude normal-ortométrica a partir de altitudes elipsoidais e da melhor escolha entre anomalia de altitude e altitude geoidal provenientes de MGGs.

#### 2.4.1.1 Método absoluto

Classicamente, a modelagem que relaciona as três altitudes, baseia-se na resolução da equação 1.3, descrita por GEMAEL (2012) como método absoluto. Ela diz que, para um dado ponto, a altitude elipsoidal é aproximadamente igual à soma entre a altitude ortométrica e a altitude geoidal. Logo, observa-se que a altitude ortométrica pode ser obtida, para um mesmo ponto, com a diferença entre a altitude elipsoidal e a altitude geoidal daquele mesmo ponto (vide figuras 6 e 8). Analogamente, a altitude normal-ortométrica pode ser obtida como a diferença entre a altitude elipsoidal e a altitude normal-geoidal de um dado ponto de cálculo, conforme descrito na equação 2.45.

$$h_P \cong H_P^{NOrt} + \eta_P \Leftrightarrow H_P^{NOrt} \cong h_P - \eta_P \quad (2.45)$$

No entanto, conforme abordado no item a seguir, esta modelagem apresenta problemas e restrições que devem ser levados em consideração e, se possível, remediados.

#### 2.4.1.2 Método relativo

Conforme discorrido por BARTHELMES e KÖHLER (2016), modelos para funcionais do geopotencial, como os MGGs ou mesmo como o modelo geoidal nacional MAPGEO2015, contêm erros inerentes ao sistema de processamento e a seu modo de obtenção da forma  $N_P^{modelo} = N_P^{real} + \varepsilon \Rightarrow \varepsilon = N_P^{modelo} - N_P^{real}$ , tomando como exemplo a funcional altitude geoidal, os quais variam segundo parâmetros de especificação de cada modelo. Estes erros, consequentemente, afetam os valores finais obtidos para qualquer grandeza calculada – neste caso específico, a altitude normal-ortométrica. Para solucionar este problema, ARANA (2000) e FEATHERSTONE (2001) propõe a utilização do método relativo em substituição ao método absoluto, o qual se baseia, no contexto deste trabalho, na utilização de um ponto origem  $P_0$  como referência, com altitude normal-ortométrica  $H_0$ , altitude elipsoidal  $h_0$  e altitude normal-geoidal  $\eta_0$  conhecidas e pela abordagem matemática já apresentada na equação 1.4, transcrita nos termos anteriores na equação 2.46.



$$\begin{cases} H_0^{NOrt} = h_0 - \eta_0^{modelo} = h_0 - \eta_0^{real} + \varepsilon \\ H_P^{NOrt} = h_P - \eta_P^{modelo} = h_P - \eta_P^{real} + \varepsilon \end{cases} \Rightarrow H_P^{NOrt} = H_0^{NOrt} - h_0 + h_P + \eta_0 - \eta_P \quad (2.46)$$

Conforme já tratado, a alternativa apresentada anteriormente é reforçada mais modernamente por SÁNCHEZ (2016), principalmente sob o aspecto de consecução de sistemas de referência vertical. Segundo esta referência, as atuais técnicas geodésicas, principalmente aquelas apoiadas por posicionamento e navegação satelital, apresentam requisitos de precisão superiores àqueles propiciados pela equação 1.3. Sendo assim, a utilização do método relativo para correlacionar altitudes elipsoidal e ortométrica com a altitude geoidal, conforme descrito na equação 2.46 e reescrito na equação 2.47, pode ser utilizado como modelagem alternativa.

$$H_P^{NOrt} = H_0^{NOrt} - h_0 + h_P + \eta_0 - \eta_P \Rightarrow \Delta H^{NOrt} = \Delta h - \Delta \eta \quad (2.47)$$

#### 2.4.2 Observações GNSS e Gravimetria

Apesar de não explorada no presente trabalho, esta abordagem para modelagem altimétrica deve ser mencionada, tendo em vista encontrar-se no estado-da-arte do tema.

A técnica em questão foi utilizada por FERREIRA (2008) para fins de análise da componente anômala do geopotencial na região do DVB-I com base no Sistema Lagunar de Imaruí-SC. O autor em questão realizou uma densificação de levantamentos gravimétricos apoiado com posicionamento GPS em uma área de 1° por 1°, aliado a observações do nível do mar e das lagoas costeiras, com o intuito de melhor entender a influência das massas anômalas no DVB-I. A área por ele estudada e onde estas atividades foram desenvolvidas é apresentada na figura 17.

A partir da série de observações gravimétricas associadas com posicionamento GPS, o autor foi capaz de testar os dados gravimétricos oriundos de MGGs empregados ( $W_0$ ) em termos do melhor ajuste à região do DVB. Adicionalmente, com informações GPS/Nivelamento, foi possível inferir o comportamento do quase-geóide local na região de estudos. Assim, foi desenvolvida uma análise da contribuição do corpo d'água lagunar como uma distribuição de massas anômalas e, uma vez implantada uma malha altimétrica no entorno do sistema lagunar, pode ser analisado, de forma objetiva, o potencial anômalo. Como principal contribuição, o referido autor obteve o valor do afastamento vertical e a diferença de potencial para o DVB em relação a um geopotencial de referência global  $W_0$ .

Na atualidade, o emprego desta técnica, novamente aliada a outras, é uma das principais expectativas de solução do PVCG na forma fixada, para fins de determinação do potencial perturbador em pontos da superfície terrestre.

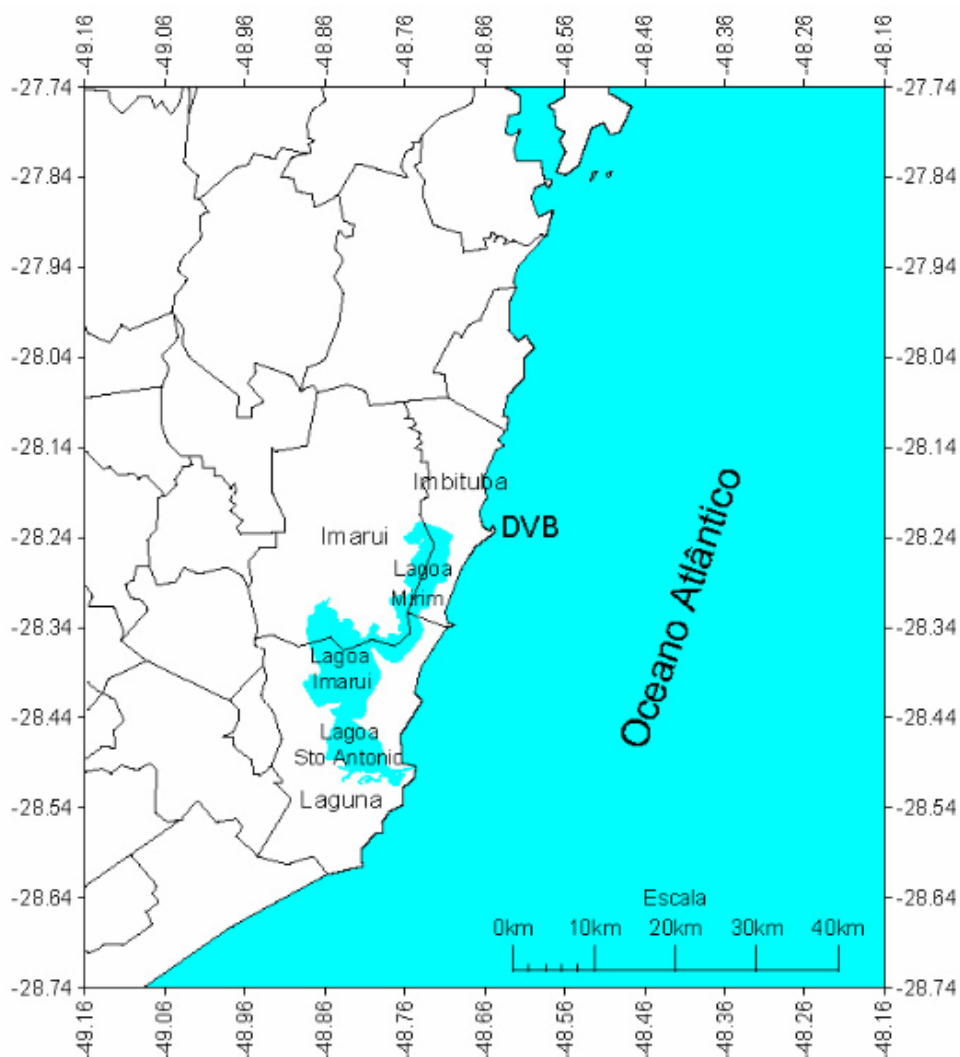


FIGURA 17 – Sistema Lagunar de Imaruá, em Santa Catarina, no entorno do DVB-I.

Fonte: FERREIRA (2008).

### 2.4.3 Considerações sobre propagação dos erros

Conforme brevemente abordado na Introdução, é cabível abordar e analisar os possíveis erros associados a todas as variáveis englobadas pelas equações 2.45 e 2.46. Tal como discorrido por GEMAEL et al. (2016, p.13), todas as observações conduzidas pelo homem se caracterizam pela inevitável presença dos erros de medidas. Estes erros não decorrem apenas de falhas humanas, mas também da imperfeição do equipamento e da influência das condições ambientais nas quais se processa a mensuração.

Por exemplo, considere-se uma determinada grandeza  $X$  sobre a qual se deseja realizar observações. Na impossibilidade de obtenção do verdadeiro valor da referida grandeza e dos erros presentes (GHILANI, 2010, p.18), a equação 2.48 é verdadeira, onde  $x$  é uma estimativa adotada como valor-padrão para a grandeza  $X$ ,  $l$  é o valor auferido em uma observação desta grandeza e  $\varepsilon$  é a representação do resíduo, ou seja, o erro inicialmente desconhecido que somado à observação produz o valor escolhido  $x$ .

$$x = l + \varepsilon \quad (2.48)$$

Do exposto, depreende-se que não é possível obter o verdadeiro valor da grandeza observada, estando esta sempre associada a erros. Consequentemente, demanda-se a existência de técnicas para sanar esta problemática e viabilizar a melhor representação possível da realidade.

Para o caso das grandezas observadas de interesse deste trabalho - a saber, a altitude normal-ortométrica  $H$ , oriunda de altitude nivelada, e a altitude elipsoidal  $h$ , oriunda de observações GNSS, a redundância nas medições e o consequente ajustamento das observações, sendo em conjunto como no caso da RAFB ou individualmente como na rede SAT-GPS, auxilia a otimizar a ocorrência destes erros, mas não os elimina de fato. Sendo assim, tomando-se como exemplo a equação 2.46 e os conceitos apresentados, cada uma das seis variáveis inseridas em sua representação apresenta modelagem conforme equação 2.48.

Tal como descrito no item 2.4.1.2, um dos intuitos da elaboração da presente metodologia é justamente explorar os benefícios do uso do método relativo associado às funcionais do geopotencial em determinações altimétricas. Ainda, conforme apresentado no item anterior, o uso do método em tela visa a minimizar erros associados somente ao valor da funcional do geopotencial - como descrito, erros da forma  $N_P^{modelo} = N_P^{real} + \varepsilon \Rightarrow \varepsilon = N_P^{modelo} - N_P^{real}$ , restando ainda os erros associados às outras variáveis. Estes erros, no escopo do presente trabalho, não são diretamente inseridos na metodologia para estudos de propagação de erros, sendo apenas considerados em momentos oportunos de seu desenvolvimento.

Destarte, esclarece-se esta característica das variáveis envolvidas na determinação de altitudes normais-ortométricas e, ainda, vislumbra-se a necessidade de estudo de propagação dos erros sobre as mesmas em trabalhos com escopo pertinente.

### 3 MATERIAIS E MÉTODOS

#### 3.1 METODOLOGIA EMPREGADA

A metodologia empregada para a solução do problema ora exposto seguiu os passos dispostos no apêndice A. Ao longo deste capítulo, cada passo será descrito e as decisões e orientações tomadas em cada um serão plenamente justificadas.

De uma maneira deveras simplista, ela se baseia na observação do comportamento das três variáveis envolvidas nas equações 2.45 e 2.47 – a saber: altitude normal-ortométrica, altitude elipsoidal e altitude normal-geoidal – em pontos de referência, na determinação de um padrão a ser seguido para sua utilização e na utilização de fato de tais relações em pontos desejados para obtenção da primeira variável.

Todavia, recomenda-se ao leitor a breve análise visual do apêndice citado antes do prosseguimento na leitura, para fins de uma melhor compreensão.

Ressalta-se, ainda, que os dois primeiros processos da metodologia – “Revisão de literatura e estado-da-arte” e “Definição de estratégia para solução” já foram percorridos nos dois primeiros capítulos deste texto. Ênfase especial é dada à definição e aquisição de dados, à determinação da área de estudo e da área-teste e, principalmente o processo predefinido “Aplicação de estratégia”, a ser detalhado no subitem 3.7 – Estratégia para determinação de altitude normal-ortométrica.

#### 3.2 DADOS ALTIMÉTRICOS E GNSS

Em decorrência do exposto no capítulo 2, mais especificamente das conclusões que levaram à consecução e adoção da equação 2.47 no presente trabalho, e do exposto brevemente no item 3.1, faz-se mister ressaltar mais uma vez que para a determinação da altitude normal-ortométrica em um dado ponto, é necessário primeiramente analisar o comportamento simultâneo das três variáveis – altitude normal-ortométrica, altitude elipsoidal e altitude normal-geoidal – em pontos de referência. Este item descreve como foi realizada a obtenção de altitude normal-ortométrica e altitude elipsoidal.

Conforme percorrido por IBGE (2017), o SGB (Sistema Geodésico Brasileiro) é composto fundamentalmente pelas redes vertical, horizontal e gravimétrica. Com o advento das tecnologias espaciais de posicionamento e apoio, estas redes abrangem na atualidade todo o território nacional.

No que diz respeito à rede planimétrica, uma de suas vertentes, na atualidade, é a rede geodésica composta por estações SAT-GPS, ou seja, estações cujas coordenadas foram determinadas por meio de rastreamento e obtenção de informações da constelação GPS.

Ainda segundo a referência citada, a rede SAT-GPS fornece um referencial com abrangência nacional para usuários que precisem de informações posicionais para diversos fins, como apoio ao mapeamento, demarcação de unidades político-administrativas, obras de engenharia, regulamentação fundiária, posicionamento de plataformas de prospecção de petróleo, delimitação de regiões de pesquisas geofísicas, entre outros. Além de informações planimétricas, as estações GNSS fornecem também coordenadas altimétricas referenciadas ao elipsoide – as altitudes elipsoidais. Atualmente a rede SAT-GPS conta com 2964 estações (INDE, 2016b), as quais são exibidas na figura 18, com destaque para as estações do Paraná, em laranja, da Amazônia Legal, em verde, e o restante da rede, em amarelo.

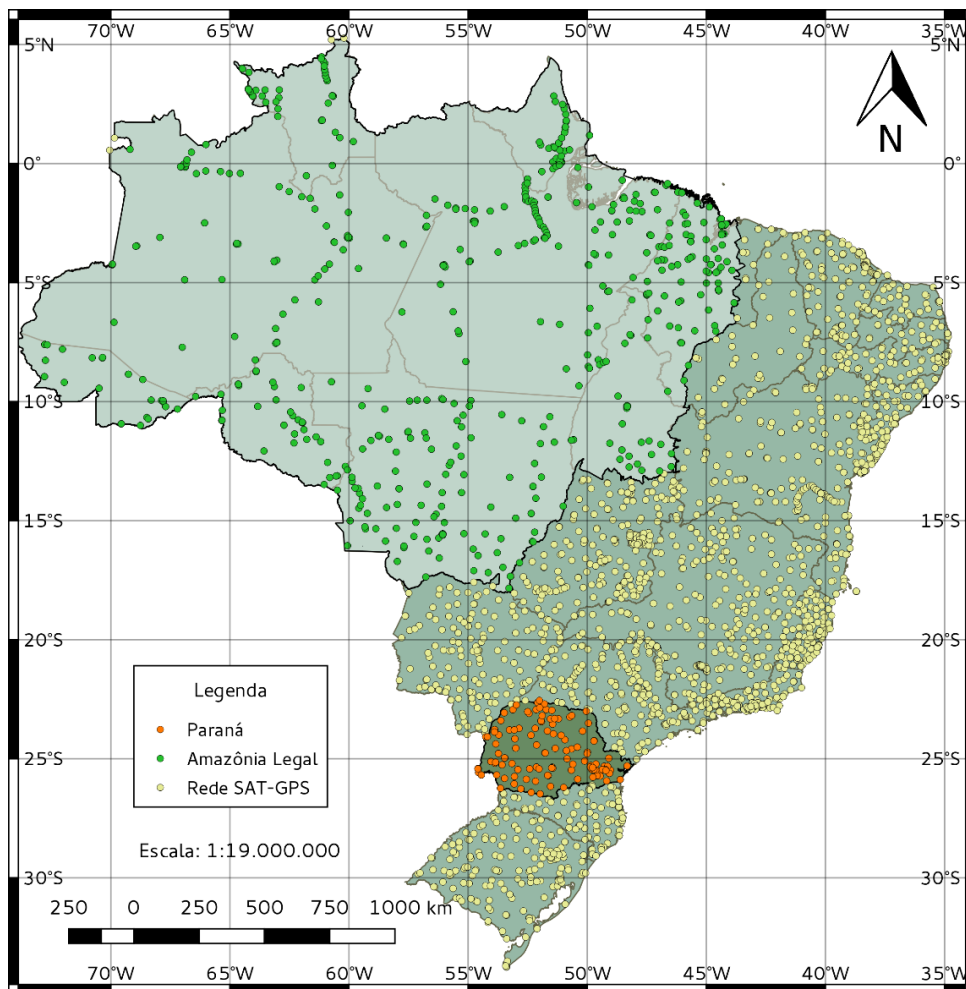


FIGURA 18 – Estações da rede SAT-GPS.

Fonte: O Autor (2017).

A obtenção das informações das estações SAT-GPS pode ser realizada, na atualidade, por duas formas principais. A primeira delas é por meio do acesso ao Banco de Dados Geodésicos no sítio do IBGE, onde o usuário pode acessar o relatório de uma determinada estação SAT-GPS em formato *pdf*, com sua descrição detalhada e suas eventuais conexões com outras redes, tais como a RAFB e a rede gravimétrica.

A segunda maneira de obtenção das informações das estações SAT-GPS e, de maneira similar, de todas as redes que compõem o SGB é por meio de acesso ao sítio da INDE – Infraestrutura Nacional de Dados Espaciais, organização governamental vinculada ao Ministério do Planejamento, Desenvolvimento e Gestão do Governo Federal responsável por, entre outras atribuições, promover o ordenamento na geração, no armazenamento, no acesso, no compartilhamento, na disseminação e no uso dos dados geoespaciais de origem federal, estadual, distrital e municipal, em proveito do desenvolvimento do País (BRASIL, 2008). No sítio em questão, é disponibilizado uma ferramenta web denominada “*Visualizador da INDE*”, para visualização e download de dados geoespaciais oriundos de autarquias competentes em todas as esferas – inclusive as redes geodésicas nacionais providas e mantidas pelo IBGE. Uma captura de tela do referido visualizador é ilustrada na figura 19.

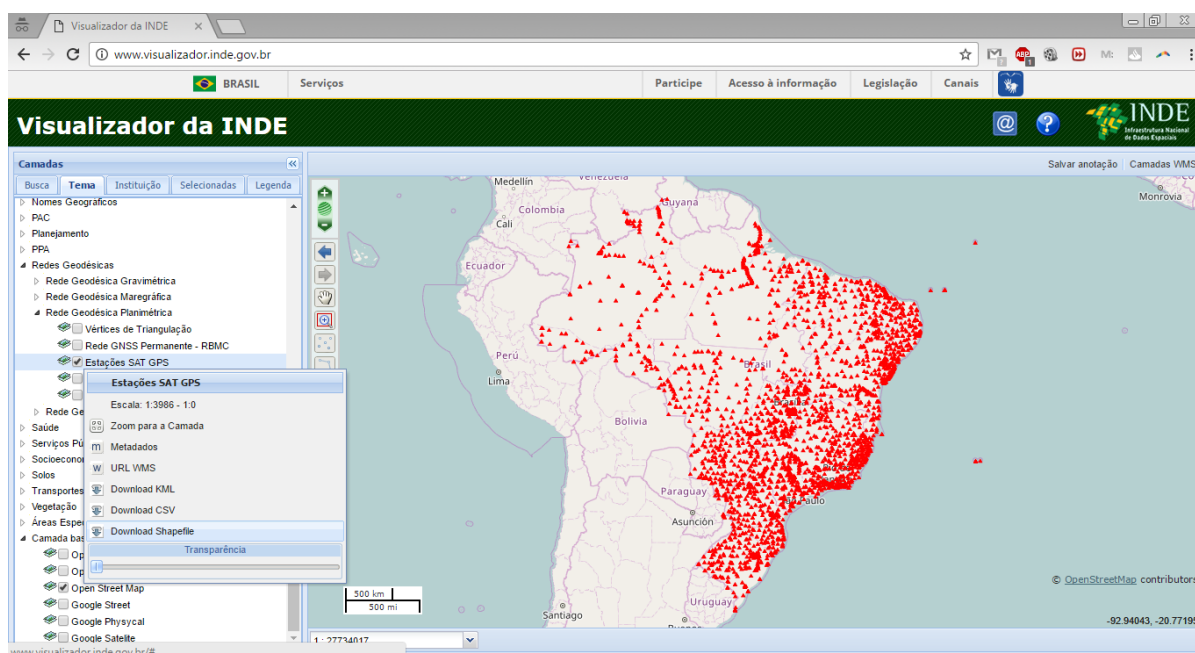


FIGURA 19 – Captura de tela do Visualizador da INDE.

Fonte: INDE (2016c)

Optou-se por realizar o acesso às informações geoespaciais por meio do Visualizador da INDE ao invés dos relatórios das estações após identificar plena igualdade de informações em ambos, principalmente por ser possível realizar o *download* das referidas informações em formato *shapefile*, tal como pode ser visto na figura 19. Quando da obtenção dos arquivos vetoriais, cada estação representada por um ponto tem sua correspondente instância na tabela de atributos. Nesta instância, estão presentes informações como nome da estação, coordenadas geodésicas em formato grau decimal e sexagesimal, altitude elipsoidal, precisões das referidas coordenadas e altitude, data de realização da medição, entre outras.

Esta característica possibilitou integração com ferramentas de geoprocessamento, como o *software* QGIS, a realização de operações espaciais com os dados, como recorte e interseção conforme necessário, e a fácil exportação das informações *shapefile* para outros

formatos, em vistas de integrá-las a algoritmos desenvolvidos pelo autor. Além disso, como última característica importante, ressalta-se a eliminação de eventuais erros de digitação em que poderia incorrer ao transcrever as informações do arquivo *pdf* para outro tipo de arquivo.

Para a obtenção de dados da RAFB, também foi utilizado o Visualizador da INDE, com operação similar e visando a alcançar as vantagens já citadas. Uma visualização da RAFB foi apresentada na figura 13.

É importante ressaltar que, dada a forma de obtenção das informações GNSS, não foram realizadas investigações quanto ao processamento que levou à obtenção destas coordenadas, tampouco ao ajustamento da rede. Utilizou-se as coordenadas e as precisões prontas para geração e validação da metodologia, com vistas a uma posterior aplicação em pontos de maior precisão, se for o caso.

Um detalhamento sobre quantos e quais pontos foram utilizados no desenvolvimento da pesquisa é fornecido no item 3.6.

### 3.3 MODELOS GLOBAIS DO GEOPOTENCIAL EMPREGADOS

Conforme abordado no capítulo 2 e expresso de maneira direta nas equações 2.45 e 2.47, o uso de MGGs é fundamental para geração da funcional do geopotencial na obtenção dos valores de altitude normal-ortométrica em um dado ponto – quer esta funcional seja a altitude geoidal ou a anomalia de altitude. Mais do que isso, para o presente trabalho, o emprego dos MGGs vem como grande parâmetro de comparação da metodologia, conforme descrito no item 3.7.1: objetiva-se a comparar desempenho de modelos em diferentes graus de desenvolvimento com o modelo geoidal nacional adotado correntemente no Brasil – o MAPGEO2015.

#### 3.3.1 Escolha dos MGGs

O primeiro modelo baseado não apenas na solução de estimativas de um conjunto de anomalias de gravidade provenientes de observações de órbitas satelitais, mas também provido de observações gravimétricas, observações sobre a topografia do terreno e de altimetria por satélite foi o EGM2008 (PAVLIS et al., 2012). Este modelo foi considerado revolucionário à época de sua elaboração e lançamento, devido à grande quantidade de informações utilizadas para geração dos coeficientes de seu desenvolvimento em harmônicos esféricos e, conseqüentemente, de seu possível desenvolvimento até grau 2159, sendo completado em zonais até grau 2190 .

Levando em consideração esta mesma característica, foram selecionados para emprego no presente trabalho modelos combinados – ou seja, que integram informações gravitacionais derivadas de estudo de órbitas satelitais, informações de gravimetria terrestre e informações de altimetria por satélite – com possibilidades compatíveis com as do modelo EGM2008, principalmente no que diz respeito ao alto grau de desenvolvimento e à alta resolução espacial. A lista e as características dos modelos utilizados encontram-se na tabela 4.

TABELA 4 – MGGs utilizados no trabalho

Modelo	Ano	Grau/Ordem	Fontes de dados
XGM2016	2017	719	S(GOCO05s), G, A
GOCO05C	2016	720	S, G, A
GGM05C	2016	360	S (GRACE, GOCE), G, A
EIGEN-6C4	2014	2190	S (GOCE, GRACE, LAGEOS), G, A
EGM2008	2008	2190	S (GRACE), G, A

Fonte: Adaptado de BARTHELMES e KÖHLER (2016).

Reforça-se que, além das justificativas ora apresentadas, embasa-se esta escolha com resultados e desempenhos positivos para modelos combinados, em especial o próprio EGM2008, em estudos ao longo de todo o planeta, tais como Arábia Saudita (AL-GHAMDI; DAWOD, 2014), Alemanha (VOIGT; DENKER, 2015), Polônia (GODAH et al., 2015), América do Sul (MATOS et al., 2015), África (ABD-ELMOTAAL, 2015) e, nacionalmente, na Amazônia oriental (MOREIRA, 2015).

### 3.3.2 Breve descrição dos MGGs

#### 3.3.2.1 EGM2008

O MGG EGM2008, acrônimo para *Earth Gravitational Model 2008*, foi considerado um marco na evolução histórica do desenvolvimento de modelos globais do geopotencial em harmônicos esféricos (PAVLIS et al., 2012). Isto não apenas porque foi o primeiro modelo em que é possível desenvolvimento em harmônicos até grau superior a 2000, mas também devido à considerável melhoria em acurácia apresentada ante aos demais modelos existentes à época e, até mesmo, a seu antecessor – o EGM96. PAVLIS et al. (2012) frisam que, em relação ao EGM96, o EGM2008 apresentou uma melhoria de seis vezes em resolução e de três a seis vezes em acurácia, dependendo da quantidade de informações gravitacionais e da localização da área.

Ainda conforme a referência, seu desenvolvimento teve início no ano 2000, quando a NGA idealizou desenvolver um novo e mais completo modelo gravitacional para substituir o já obsoleto EGM96 e aportar uma esperada grande quantidade de dados gravitacionais precisos da então vindoura missão gravitacional GRACE, a ser lançada em março de 2002. Sua meta de precisão era de um RMS global de 15 centímetros na determinação da altitude geoidal.

Para tanto, o EGM2008 foi desenvolvido em um ajustamento pelos mínimos quadrados em termos de harmônicos elipsoidais que combinou o modelo ITG-GRACE03S, o qual estava disponível até grau e ordem 180 juntamente com sua matriz variância-covariância, com informações gravitacionais extraídas de um *grid* global  $5' \times 5'$  de anomalias da gravidade. Este conjunto global foi formado com a união de dados terrestres, aerotransportados e valores derivados de altimetria por satélite. Em certas áreas os dados de anomalia de gravidade disponíveis só podiam ser utilizados em baixa resolução, seu conteúdo espectral era suplementado



com informações gravitacionais obtidas de um banco de dados topográfico detalhado global (PAVLIS et al., 2012).

A figura 20 apresenta as fontes de dados utilizadas para elaboração do EGM2008, conforme disposição geográfica no planeta.

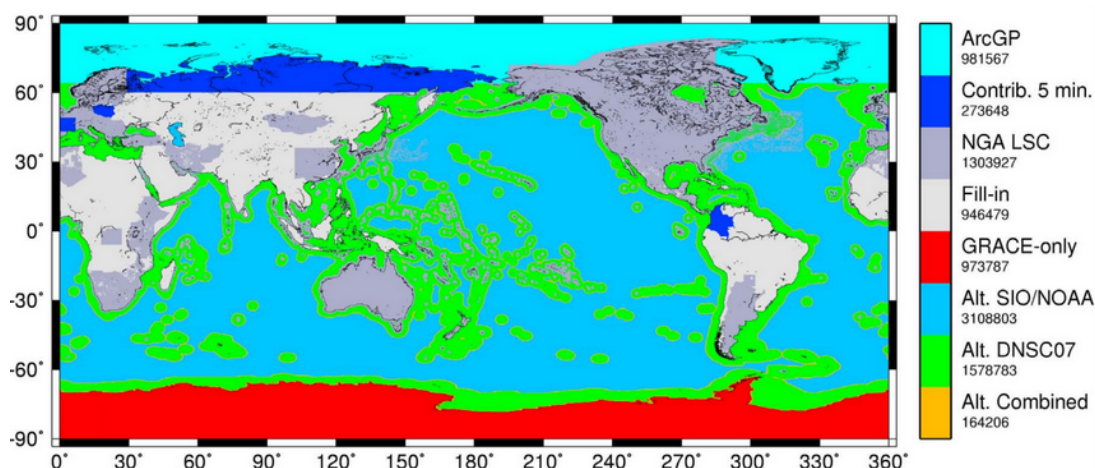


FIGURA 20 – Fontes de dados de anomalia da gravidade em nível global utilizados para elaboração do MGG EGM2008.

Fonte: PAVLIS et al. (2012)

Após a realização de cálculos, lançamentos e avaliações intermediárias, em 2008 foi lançada a versão final do EGM2008, desenvolvida até grau e ordem 2159 e completada até 2190. Ainda segundo a referência, em áreas cobertas com dados gravimétricos de alta qualidade (ex.: EUA, Europa, Austrália), as discrepâncias entre altitudes geoidais calculadas com o EGM2008 e calculadas por meio de dados GNSS/Nivelamento independentes são da ordem de  $\pm 5$  a  $\pm 10$  cm. Estes resultados são comparáveis, e em certas ocasiões até melhores que, resultados obtidos utilizando modelos geoidais regionais detalhados.

Para fins de comparação entre as potencialidades do modelo EGM2008 e de outros existentes à época, a figura 21 traz a anomalia da gravidade, em *mGal*, na Península de Yucatán gerada pelo modelo EIGEN-GL04C com grau e ordem 360, à esquerda, e pelo modelo EGM2008 com grau 2190, à direita. Adicionalmente, a figura 22 apresenta os resultados obtidos a partir da propagação de erros para anomalia de altitudes sobre a superfície terrestre, bem como um histograma que denota a ocorrência dos erros em questão. Consonante PAVLIS et al. (2012), a estimativa de erro em questão implica erros na funcional que variam de  $\pm 3$  cm a  $\pm 102$  cm, com um valor de RMS global para erros propagados de aproximadamente  $\pm 11$  cm.

Por fim, PAVLIS et al. (2012) apresenta ainda uma tabela com o valor do RMS para os erros de comissão  $\mathcal{CE}$ , ou seja, erros devidos às incertezas na determinação dos coeficientes do desenvolvimento em harmônicos esféricos, comparativamente com erros advindos de comparações realizadas com dados independentes (sempre que disponível), os quais demonstram o desempenho real do modelo. Esta comparação é realizada tomando por base a funcional

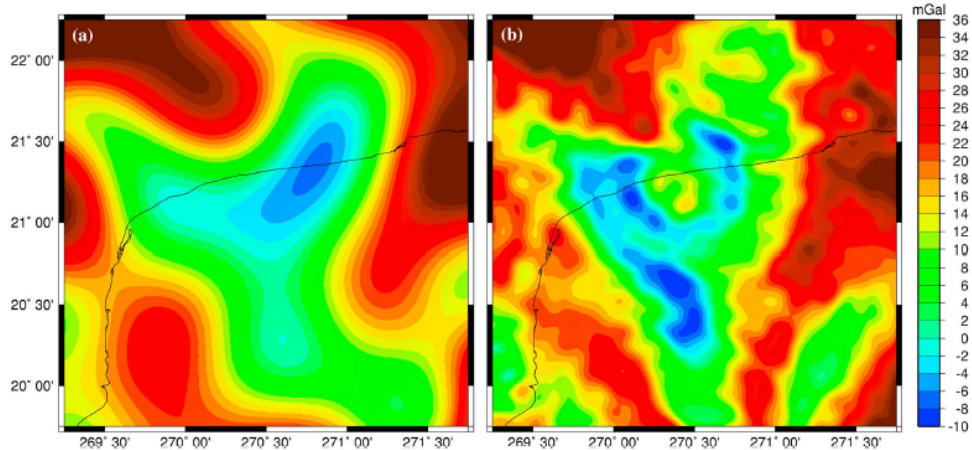


FIGURA 21 – Anomalias da gravidade sobre a Península de Yucatán, geradas por: (a) EIGEN-GL04C até grau e ordem 360; e (b) EGM2008 até grau 2190.

Fonte: PAVLIS et al. (2012).

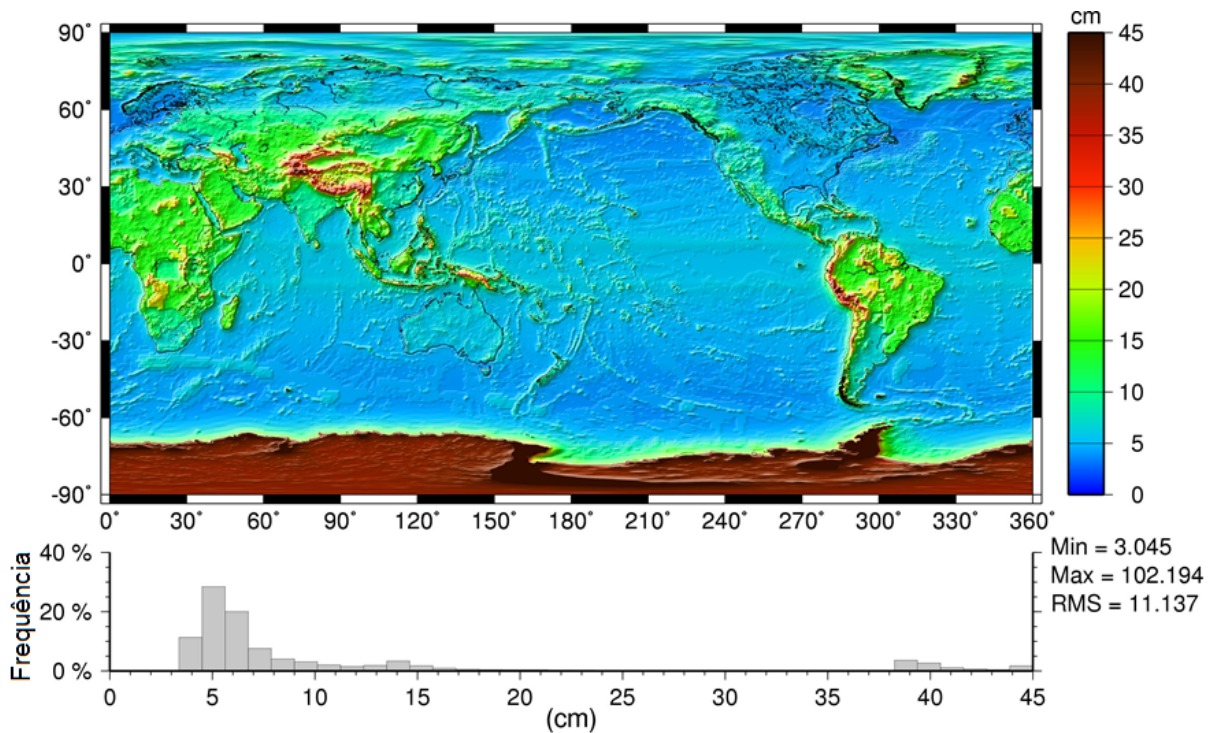


FIGURA 22 – Disposição do erro obtidos pelo EGM2008 entre graus 2 e 2159 para a funcional anomalia de altitude sobre a superfície terrestre; e histograma de ocorrência dos referidos erros.

Fonte: Adaptado de PAVLIS et al. (2012).

altitude geoidal e o desenvolvimento entre graus 2 e 2159, conforme disposição em cinco regiões da superfície terrestre. Uma extrato é exibido na tabela 5; nesta, a sigla CONUS, acrônimo inglês para *Contiguous United States* representa a área dos Estados Unidos Continentais.

Os autores supramencionados reforçam ainda que, quando da comparação entre estimativas de erro de comissão e desempenho real do modelo, deve-se lembrar da existência

TABELA 5 – Comparação entre o erro de comissão do MGG EGM2008 e seu desempenho real, entre graus 2 e 2159, para a funcional altitude geoidal, calculada sobre cinco áreas da superfície terrestre.

Região	RMS $\mathcal{CE}_N$ (cm)	RMS $\sigma_N$ (cm)
Áreas oceânicas entre latitude $\pm 66^\circ$	5,8	5,2
CONUS	5,9	4,8
Áreas continentais	18,3	10,3
Áreas oceânicas	6,1	-
Globalmente	11,1	-

Fonte: Adaptado de PAVLIS et al. (2012).

de erros de omissão no modelo, ou seja, erros associados à parte não modelada devido ao grau de truncamento do desenvolvimento, e de possíveis erros associados utilizados nos testes de desempenho do modelo. Por fim, frisam que o valor de  $\sigma_N = \pm 10,3 \text{ cm}$  para o RMS da discrepância em áreas continentais reflete a distribuição geográfica dos dados GPS/nivelamento usados nos testes, ao passo que o RMS do erro de comissão  $\mathcal{CE}_N = \pm 18,3 \text{ cm}$  inclui todas as áreas da Terra, como por exemplo a Antártica, donde não se possui quaisquer dados GPS/nivelamento, justificando-se assim seu resultado acentuadamente superior ao desempenho do modelo em si.

### 3.3.2.2 EIGEN-6C4

Conforme abordado por FÖRSTE et al. (2014), o EIGEN-6C4 é um modelo global estático combinado do campo da gravidade terrestre que pode ser desenvolvido até grau e ordem 2190. Ele foi elaborado conjuntamente pelo GFZ Potsdam (Centro de Pesquisa Alemão de Geociências, em Potsdam, Alemanha) e pelo GRGS Toulouse (Grupo de Pesquisa de Geodésia Espacial, em Toulouse, França).

Sua nomenclatura é um acrônimo para “*European Improved Gravity model of the Earth by New techniques*”, ou seja, um modelo europeu de gravidade terrestre melhorado por novas técnicas. O índice 4 ao final de seu nome justifica-se por ele ser a quarta e mais recente versão de uma família de modelos EIGEN combinados – também existindo uma família equivalente de modelos somente satélite – cuja evolução histórica conta com diferentes técnicas, dados históricos e possibilidades de desenvolvimento em harmônicos esféricos, conforme apresentado na tabela 6.

Ainda segundo FÖRSTE et al. (2014), o EIGEN-6C4 é composto por:

- Dados SLR das missões LAGEOS-1 e 2 entre 1985 e 2010, possibilitando desenvolvimento até grau e ordem 2 a 30;
- Dados GPS-SST da missão GRACE entre fevereiro de 2003 e dezembro de 2012, possibilitando desenvolvimento até grau e ordem 175;

TABELA 6 – Evolução história da família de MGGs EIGEN

Modelo	Ano	Grau Máx	Referência
EIGEN-6C	2011	1920	FÖRSTE et al. (2011)
EIGEN-6C2	2012	1949	FÖRSTE et al. (2012)
EIGEN-6C3	2013	1949	FÖRSTE et al. (2013)
EIGEN-6C4	2014	2190	FÖRSTE et al. (2014)

Fonte: Adaptado de FÖRSTE et al. (2014).

- Dados GOCE tridimensionais sobre o gradiente da gravidade do satélite, entre 1º de novembro de 2009 e 20 de outubro de 2013, com seus respectivos pesos baseados em RMS dos resíduos e filtrados, permitindo desenvolvimento até grau e ordem 300;
- Dados terrestres, compostos por um *grid* global de anomalias da gravidade de  $2' \times 2'$  DTU (do dinamarquês, *Danmarks Tekniske Universitet*, ou Universidade Técnica da Dinamarca, centro de pesquisa e processamento que desenvolveu modelagem homônima), oriundo de informações de altimetria satelital sobre os oceanos, e dados do EGM2008 sobre os continentes, possibilitando desenvolvimento inicial até grau e ordem 370 e a utilização de uma solução bloco diagonal similar à descrita por PAVLIS et al. (2012) que viabiliza desenvolvimento até grau e ordem 2190.

Uma representação visual dos dados listados anteriormente e sua contribuição para o desenvolvimento do modelo EIGEN-6C4 é apresentada na figura 23.

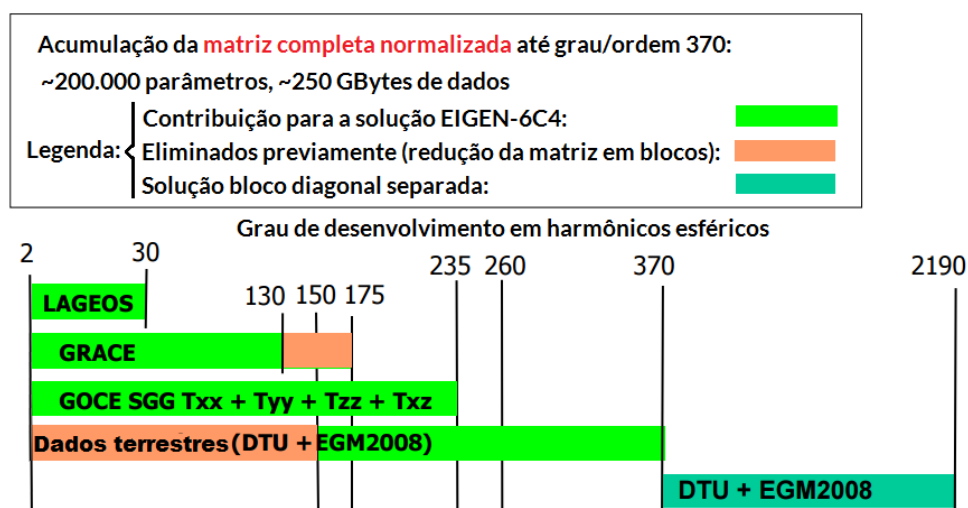


FIGURA 23 – Integração de diferentes fontes de dados para composição do MGG combinado EIGEN-6C4.

Fonte: Adaptado de FÖRSTE et al. (2014).

Ainda consonante à referência, ressalta-se que dado sua forma de obtenção sobre os continentes, este modelo apresenta em geral resultados bastante coerentes e compatíveis com o modelo EGM2008 nestas regiões. A figura 24, por exemplo, mostra uma avaliação espectral

comparativa entre o EGM2008, traçado em preto, e o modelo EIGEN-6C4, traçando sua diferença em azul. Observa-se que, para grau de desenvolvimento superior a aproximadamente 360, a diferença entre os resultados já é de ordem submilimétrica e, inclusive, compatível com o próprio erro formal do modelo EIGEN-6C4 até grau aproximado 1100; além disso, para o gráfico em tela, esta diferença apresenta-se como nula para grau superior a 1600.

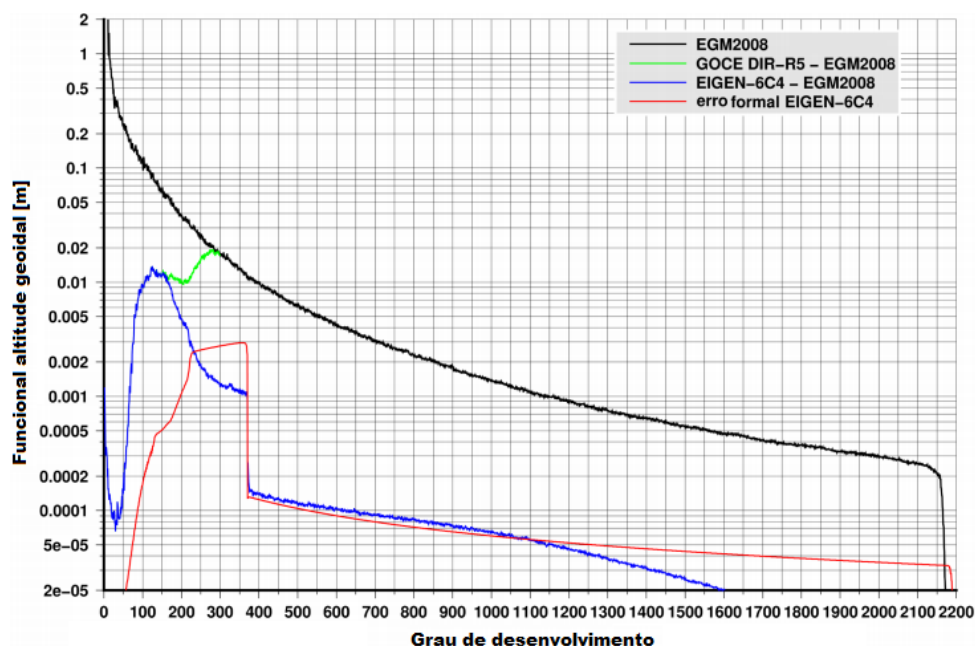


FIGURA 24 – Avaliação espectral da diferença entre os modelos EGM2008 e EIGEN-6C4.

Fonte: Adaptado de FÖRSTE et al. (2014).

### 3.3.2.3 GGM05C

Tal como descrito por RIES et al. (2016) e de maneira similar ao ocorrido com o EIGEN-6C4, o modelo GGM05C, acrônimo para “*Global Gravity Model*” é o quinto de uma família de modelos globais do geopotencial combinados, existindo também versões equivalentes para modelos somente-satélite – com resultados de uma ou mais missões gravitacionais. Trata-se de um modelo gravitacional sem restrições, completo até grau e ordem 360 e composto por dados GRACE, GOCE e dados de gravidade terrestre (RIES et al., 2016).

Ainda segundo a referência em tela, e tal qual o modelo EIGEN-6C4, os dados terrestres utilizados no modelo GGM05C são compostos por um grid global de anomalias da gravidade de  $2' \times 2'$  DTU. Todavia, sua matriz variância-covariância inicial foi derivada de soluções anteriores da mesma família – mais especificamente o modelo GGM03C.

A figura 25 ilustra as estatísticas de erro por graus do modelo GGM05C, considerando-se a funcional altitude geoidal. Também são expressos erros estimados – por grau e acumulados – e comparados ao longo do espectro de graus possíveis do modelo EIGEN-6C4. Observa-se uma diferença significativa nos graus médios, a qual está relacionada com a diferenciação



realizada em favor de dados GOCE e em detrimento de dados GRACE para sua modelagem. Acima do grau 240, as diferenças são menores do que o erro estimado, o que provavelmente é devido a ambos os modelos usarem informações de gravidade terrestre muito semelhantes.

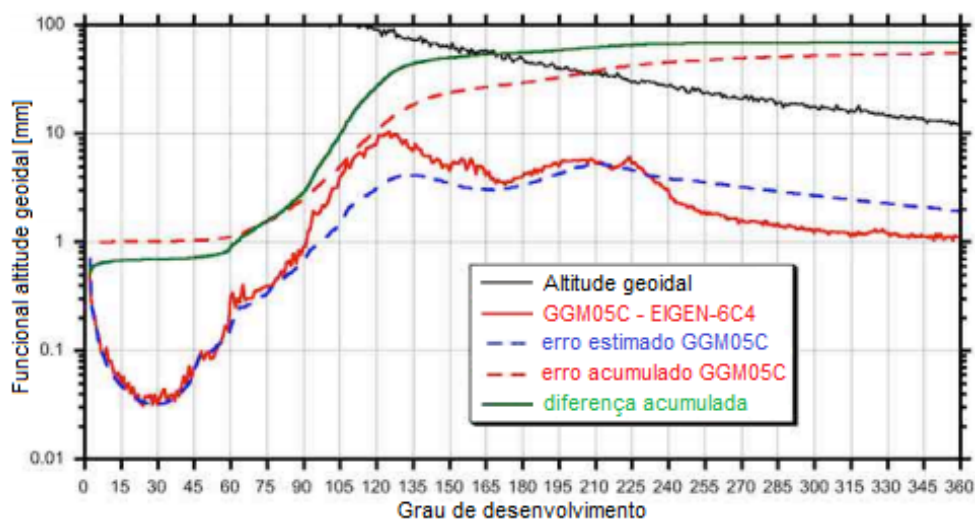


FIGURA 25 – Erro estimado para o modelo GGM05C, comparativamente com o modelo EIGEN-6C4, para a funcional altitude geoidal.

Fonte: Adaptado de RIES et al. (2016).

#### 3.3.2.4 GOCO05C

Dentre todos os MGGs listados até o momento e utilizados na presente pesquisa, o GOCO05C integra o grupo de modelos mais recentes – tendo surgido, inclusive, durante a elaboração do trabalho. Acrônimo para “*Gravity Observation Combination*”, este MGG também combina informações de modelos gravimétricos somente-satélite e um *set* global de dados de anomalia da gravidade, desenvolvível até grau e ordem 720. No entanto, diferentemente dos anteriores, este apresenta algumas características que o tornam único (FECHER et al., 2017):

- Trata-se do primeiro modelo combinado totalmente independente do EGM2008, ou seja, que não compartilha tampouco usa soluções do modelo EGM2008 em sua elaboração e formação; além disso, este é o primeiro modelo combinado que contém dados de todo o período da missão GOCE, adicionalmente a aproximadamente 10 anos de dados da missão GRACE e informações orbitais adicionais de satélites de órbitas baixas e soluções SLR;
- Trata-se, novamente, do primeiro modelo que faz uso de ponderação por localização durante a utilização de soluções de missões gravimétricas, aerotransportadas e terrestres, ou seja, utiliza pesos maiores para os dados de maior qualidade em determinadas regiões em detrimento de dados de qualidade inferior, caracterizando uma modelagem estocástica realística e um esquema de ponderação sob medida para os melhores casos;

- Em decorrência da ponderação, o modelo lida com alta correlação entre todos os parâmetros gravitacionais, sendo seu sistema de equações normais completo de tamanho aproximado de 2 terabytes, demandando rigor em solução por aplicação de meios computacionais de alta-performance.

Ainda segundo a referência supracitada e em decorrência dos fatores mencionados, resultados mostram que as informações adicionais da missão GOCE são altamente benéficas em áreas observadas de maneira insuficiente, e que seu esquema de ponderação de dados individuais proporciona melhoria significativa na consistência espacial e espectral do modelo.

FECHER et al. (2017) ressaltam, ainda, que atenção especial deve ser dada aos resultados gerados para a América do Sul, onde dados de anomalia de gravidade providos pela NGA foram utilizados com resolução espacial mínima de  $15' \times 15'$ . Esta é uma abordagem deveras diferenciada e que tornou desnecessário o preenchimento posterior de anomalias da gravidade nesta região, tal como realizado nos modelos EGM2008 e EIGEN-6C4, e consequentes melhores resultados na mesma.

Na figura 26, são exibidos os gráficos que demonstram ganhos do modelo GOCO05C no que diz respeito ao erro quadrático médio entre suas soluções de altitude geoidal e aquelas provenientes de GNSS/nivelamento, comparativamente com os MGGs EGM2008 e EIGEN-6C4, para as regiões da Austrália, da Alemanha, do Brasil e dos Estados Unidos.

Nos gráficos da figura em questão, observa-se que o erro quadrático médio do MGG EGM2008 está constante - isto porque, para a análise desenvolvida, ele foi considerado em seu grau máximo de desenvolvimento (2190). Nota-se ainda que, da análise da figura 26 para o caso do Brasil [c] e para grau de desenvolvimento próximo a 700, tem-se resultados do GOCO05C levemente melhores que os resultados do EIGEN-6C4 e ambos consideravelmente melhores que os resultados do EGM2008 em seu grau máximo. Entretanto, uma análise sobre a Austrália [a] e Alemanha [b] indicam que o MGG apresenta desempenho levemente aquém em relação ao EIGEN-6C4 e ao EGM2008 em seu grau máximo, respectivamente: há discrepâncias em ambas as situações da ordem de um centímetro.

### 3.3.2.5 XGM2016

O último modelo global do geopotencial a ser abordado é o XGM2016 - acrônimo para *Experimental Gravity Field Model 2016*. De acordo com PAIL et al. (2016), em dezembro de 2015 a NGA anunciou publicamente que deu início aos trabalhos para substituição do EGM2008. Este novo modelo, o EGM2020, está com lançamento previsto para final de 2019 e, tal qual seu antecessor EGM2008, será uma expansão do geopotencial e de suas funcionais em harmônicos esféricos até grau 2190 e ordem 2159, por intermédio de parcerias nacionais e internacionais da agência citada, principalmente com a Universidade Técnica de Munique

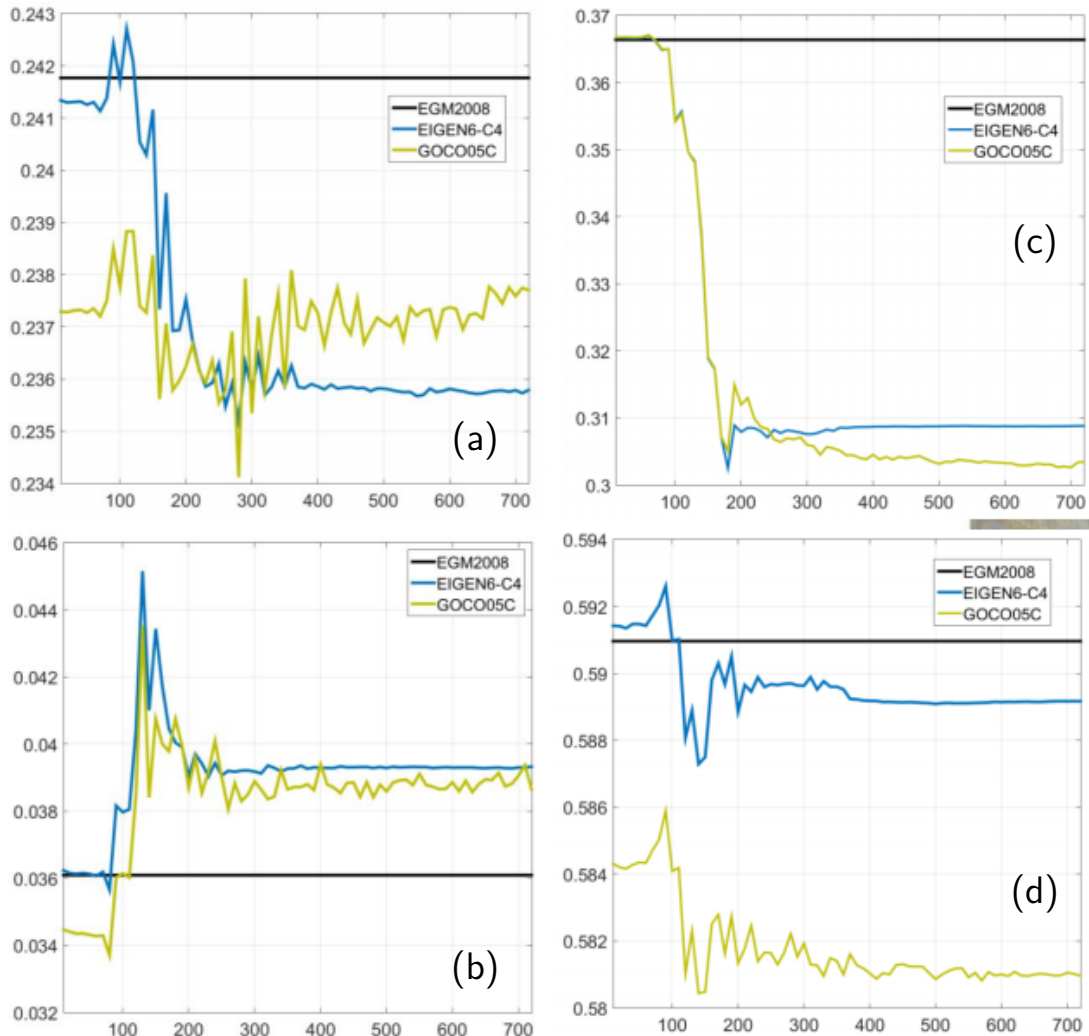


FIGURA 26 – Diferenças entre RMS [eixo y] por grau de desenvolvimento [eixo x], em metros, entre as soluções da funcional altitude geoidal do MGG GOCO05C e soluções GNSS/nivelamento, comparativamente aos MGGs EIGEN-6C4 e EGM2008, para as regiões de (a) Austrália, (b) Alemanha, (c) Brasil e (d) Estados Unidos.

Fonte: FECHER et al. (2016)

(TUM, do alemão *Technische Universität München*), fazendo uso otimizado de novas fontes de dados e metodologias.

Para esta finalidade, PAIL et al. (2016) relatam que a NGA forneceu à Universidade um novo *grid* global  $15' \times 15'$  de anomalias de gravidade “terrestres”, conforme nomenclatura do próprio autor, o qual incorpora a maioria dos novos dados altimétricos e terrestres levantados pela agência, bem como beneficiando a Universidade com novos procedimentos para processar estes dados. Neste estágio intermediário, a TUM forneceu à NGA uma avaliação independente deste novo *grid* de dados, em termos de adequação para suportar um EGM melhorado. Um resultado desse esforço é, justamente, a disponibilização do modelo XGM2016, que é passível de desenvolvimento até grau 719, relacionado à máxima resolução suportada pelo *grid*  $15' \times 15'$ .



Tal como o GOCO05C, dois pontos significantes do XGM2016 devem ser destacados: o primeiro é a combinação otimizada dos novos dados terrestres com plenitude de informações das últimas missões gravitacionais - a saber, 11 anos de dados GRACE (2002-2013) e o período completo da missão GOCE (2009-2013) - oriundas do MGG GOCO05S; esta combinação é baseada em um sistema de equações completamente normalizadas até o grau máximo da expansão ( $n = 719$ ); a segunda é uma estratégia de ponderação regionalmente dependente, permitindo consideração de acurácia individual em cada célula de dados altimétricos e terrestres, de tal forma que a transição entre dados inferidos de satélite para dados terrestres e altimétricos possa ser modelada individualmente em cada célula. Além disso, os modelos estocásticos para a base de dados terrestres e altimétricos são formados por comparações com soluções somente satélite no intervalo de comprimento de onda longo a médio.

Ainda segundo a referência em tela, quando de seu lançamento ainda não havia sido realizada a validação do MGG XGM2016; entretanto, previa-se a inclusão de métricas internas a partir do ajuste final, demonstrando o benefício dos dados GOCE. Para a validação externa, estimava-se a inclusão de comparações com soluções GPS/nivelamento em regiões continentais e melhorias na modelagem da topografia dinâmica dos oceanos, em comparação com modelos independentes e dados para velocidades da corrente oceânica, bem como comparações com outros modelos existentes, como o próprio EGM2008.

A figura 27 apresenta as diferentes fontes de dados de anomalia da gravidade, em nível global, utilizadas para elaboração do XGM2016. Comparativamente com a figura 20, que descreve mesmo atributo do MGG EGM2008, claramente verifica-se os ganhos em densidade e qualidade de pontos utilizados no modelo mais recente em detrimento do mais antigo, principalmente no que diz respeito à diminuição de uso de preenchimento (“*Fill-in*”).

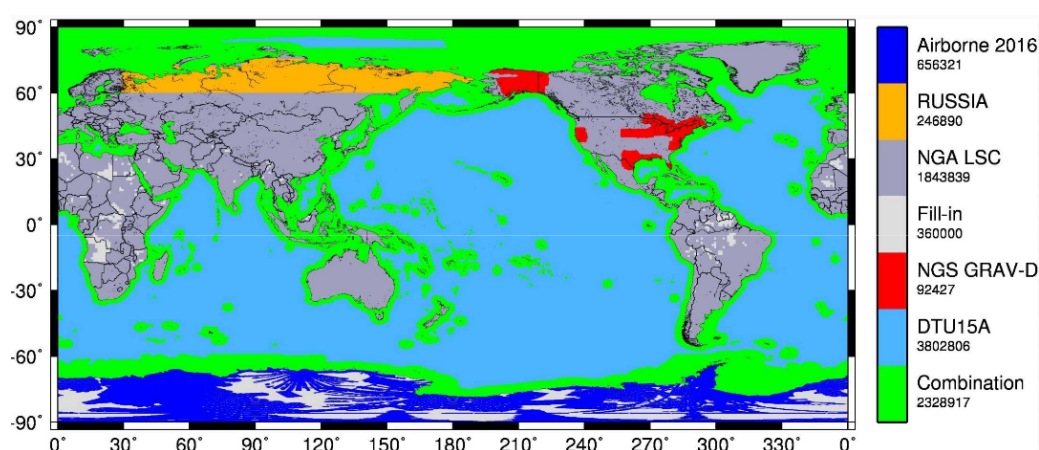


FIGURA 27 – Fontes de dados de anomalia da gravidade em nível global utilizadas para elaboração do MGG XGM2016.

Fonte: PAIL et al. (2016)

Analogamente ao apresentado para o MGG GOCO05C, a figura 28 mostra os ganhos do modelo XGM2016 no que diz respeito ao erro quadrático médio entre suas soluções de

altitude geoidal e aquelas oriundas de GNSS/nivelamento, comparativamente com os MGGs EGM2008, EIGEN-6C4 e GOCO05C, para as regiões de Brasil, Austrália, Canadá, Estados Unidos e Japão. Nestas figuras, novamente o erro quadrático médio do MGG EGM2008 foi mantido constante, sendo considerado em seu grau máximo de desenvolvimento (2190).

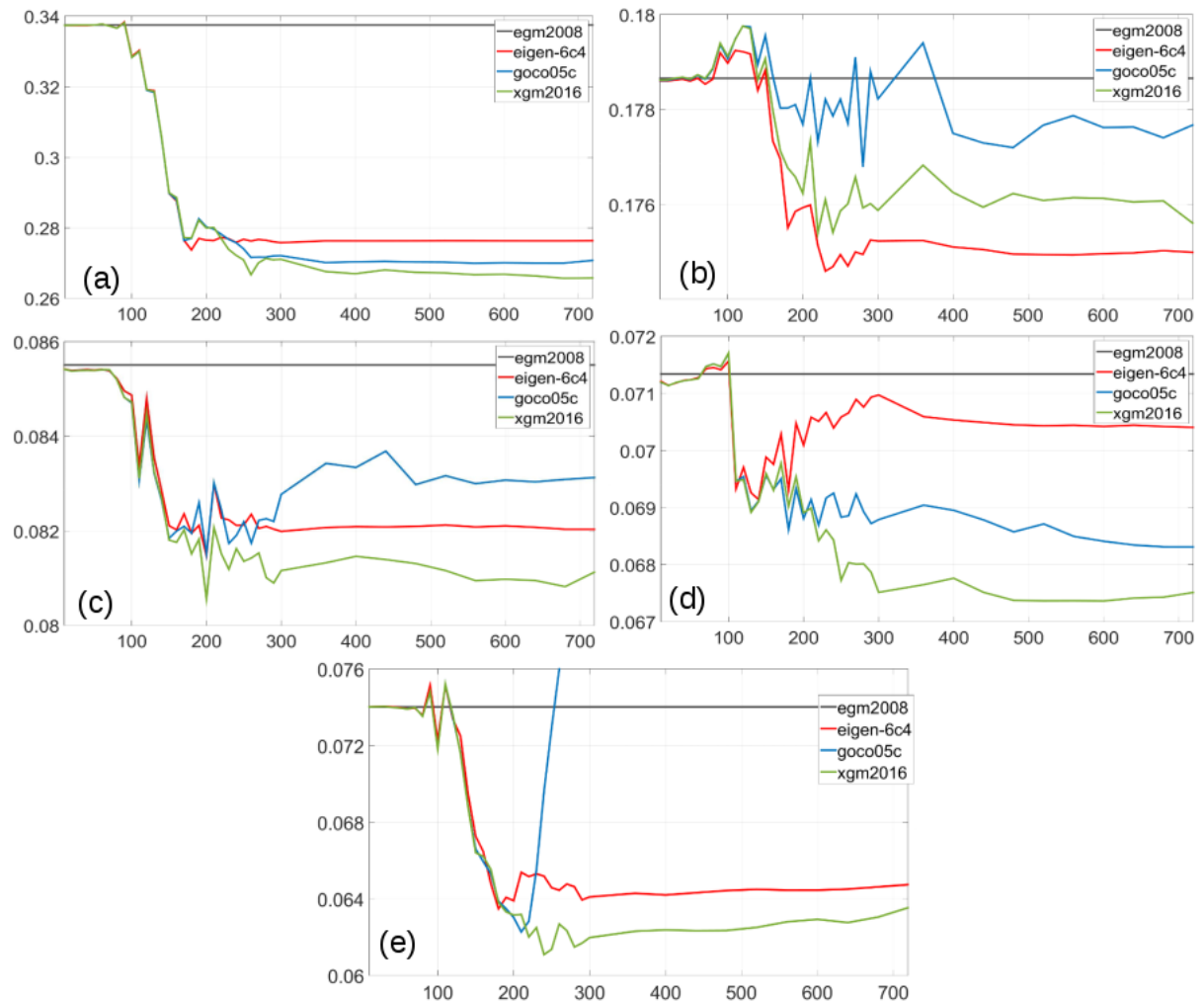


FIGURA 28 – Diferenças entre RMS por grau de desenvolvimento, em metros, entre as soluções da funcional altitude geoidal do MGG XGM2016 e soluções GNSS/nivelamento, comparativamente aos MGGs EIGEN-6C4, EGM2008 e GOCO05C, para as regiões de (a) Brasil, (b) Austrália, (c) Canadá, (d) Estados Unidos e (e) Japão.

Fonte: PAIL et al. (2016)

Nos gráficos do MGG XGM2016, observa-se que para o caso do Brasil [a] e para grau de desenvolvimento próximo a 700, tem-se resultados do XGM2016 levemente melhores que os resultados do GOCO05C e do EIGEN-6C4, ambos melhores que os resultados do EGM2008 em seu grau máximo - ganhos superiores a 6 centímetros. Os resultados para este modelo também são favoráveis nas áreas do Canadá, Estados Unidos e Japão; uma análise sobre a Austrália [b], contudo, indica que o MGG fica em desvantagem milimétrica em relação ao EIGEN-6C4 naquela região.

Por fim, a figura 29 apresenta a diferença métrica entre valores de altitude geoidal obtidos pelos MGG XGM2016 comparativamente com os valores obtidos pelos MGGs EGM2008, EIGEN-6C4 e GOCO05C. Nestas figuras, observa-se grande densidade de discrepâncias na América do Sul e, em especial, na região da Amazônia Brasileira, principalmente para os dois primeiros; entretanto, na comparação entre o XGM2016 e o GOCO05C, apesar de ocorrerem diferenças em território nacional, estas são mais amenas que as anteriores.

### 3.3.3 Análise prévia dos MGGs

Para fins de realização de uma análise prévia dos MGGs apresentados na tabela 4 e descritos ao longo dos últimos subitens, inicialmente apresenta-se, na tabela 7, uma versão adaptada daquela apresentada por BARTHELMES e KÖHLER (2016), contendo uma comparação entre RMS de soluções GPS/nivelamento e anomalias de altitude derivadas dos MGGs, com foco nos resultados obtidos para o Brasil e globalmente. As soluções GPS/nivelamento foram modeladas com o uso do método absoluto, conforme descrito no item 2.4.1.1 do presente trabalho. Adicionalmente, a referência citada ainda frisa a existência de erros de omissão nos modelos, ocasionando parte das discrepâncias evidenciadas.

TABELA 7 – RMS entre soluções GPS/nivelamento e valores derivados dos MGGs, em metros, para os modelos empregados na pesquisa em território nacional e global.

Modelo	Grau Máx	RMS (m)	
		Brasil	Global
XGM2016	719	0,4400	0,2489
GOCO05C	720	0,4450	0,2541
GGM05C	360	0,4610	0,3055
EIGEN-6C4	2190	0,4460	0,2361
EGM2008	2190	0,4600	0,2397

Fonte: Adaptado de BARTHELMES e KÖHLER (2016).

A título de informação, os valores apresentados para os RMS dos MGGs escolhidos para a pesquisa são, a rigor, os menores valores obtidos para o território brasileiro dentre todos os outros MGGs combinados disponíveis no sítio do ICGEM, excetuando-se versões anteriores de modelos utilizados. Por exemplo, o MGG EIGEN-6C3 possui um RMS nacional de 0,4470 m, estando à frente dos modelos GGM05C e EGM2008; entretanto, o EIGEN-6C3 não foi inserido na pesquisa, tendo-se optado pelo uso do modelo mais moderno EIGEN-6C4.

Ainda referindo-se à tabela 7, verifica-se um sensível melhor desempenho do MGG XGM2016, com RMS de 0,4400 m e do MGG GOCO05C, com RMS de 0,4450 m, diferenciando-se entre si por 5 mm na média nacional. Na sequência, apresentam-se os modelos EIGEN-6C4, com RMS de 0,4460 m, discrepante da melhor solução média por 6 mm, e EGM2008, com RMS 0,4600 m. Por fim, o modelo GGM05C, com RMS nacional de 0,4610 m.



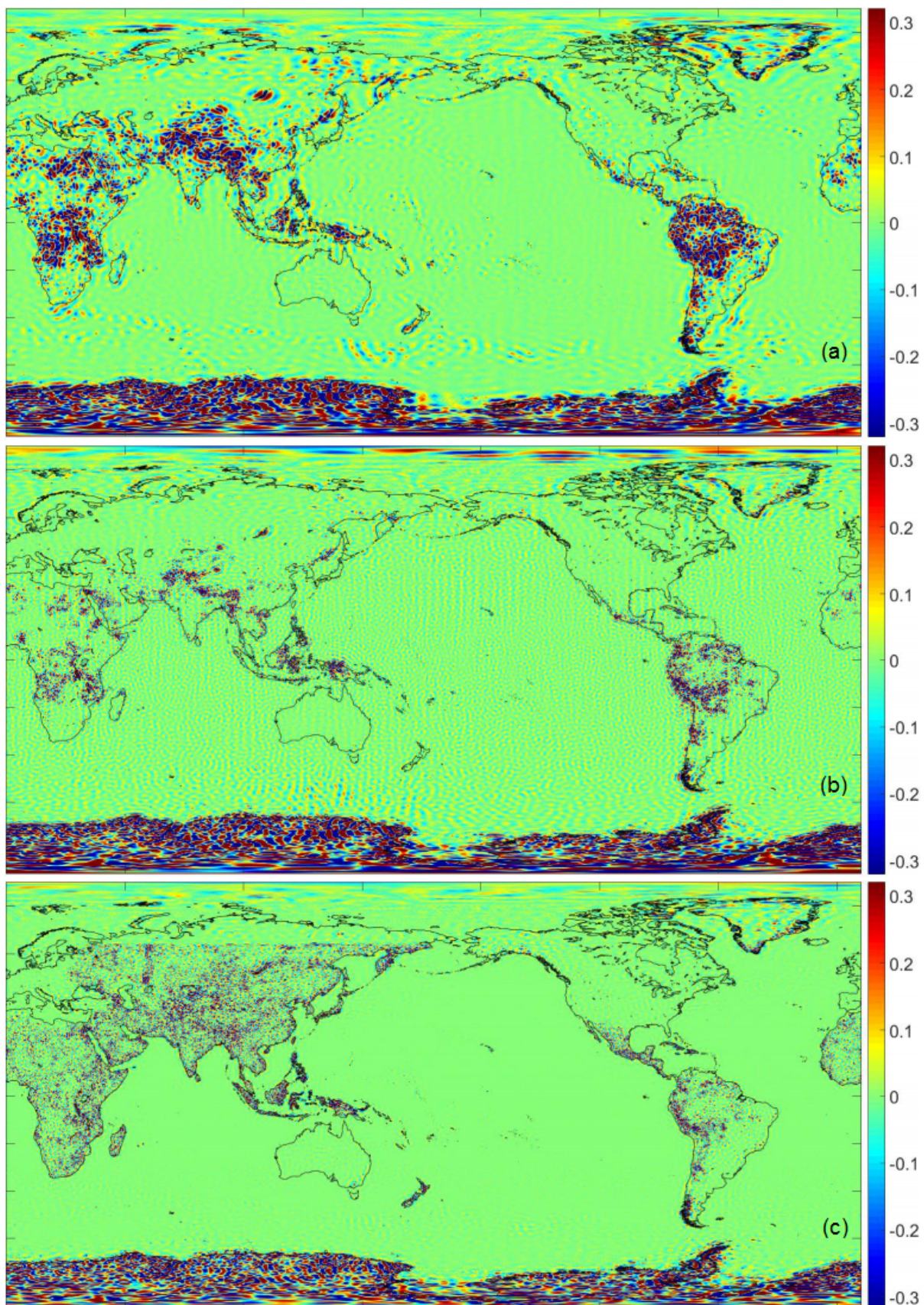


FIGURA 29 – Diferença, em metros, entre valores de altitude geoidal obtidos pelos MGG XGM2016, comparativamente com os valores obtidos pelos MGGs (a) EGM2008, (b) EIGEN-6C4 e (c) GOCO05C.

Fonte: Adaptado de PAIL et al. (2016).

Esta disposição traz a expectativa de melhor desempenho dos MGGs combinados modernos - a saber, XGM2016 e GOCO05C - em detrimento dos mais antigos - a saber, e em ordem esperada, EIGEN-6C4, EGM2008 e GGM05C. Esta expectativa, no entanto, pode ser confirmada ou refutada, tendo em vista que um valor médio nacional pode não representar fidedignamente áreas seletas em seu interior, dependendo da disposição e dos parâmetros definidores dos pontos de aplicação dos modelos. Adicionalmente, o uso do método relativo no presente trabalho, em detrimento do método absoluto empregado para confecção da tabela 7 pode alterar esta ordenação e trazer a tona um melhor desempenho não esperado, dada a mitigação de erros sistemáticos por ele imposta.

Por fim, uma última análise é desenvolvida, nos termos de comparação entre a potência do sinal e os erros associados aos coeficientes do desenvolvimento em harmônicos esféricos  $C_{nm}$  e  $S_{nm}$ , conforme regrado nos itens 2.1.1 e 2.1.2 do presente trabalho, pelo domínio espectral de graus de desenvolvimento possíveis de cada modelo. Esta comparação foi realizada através da análise dos coeficientes e dos desvios-padrão individualmente para cada modelo, adotando como parâmetro norteador a regra de Kaula e o estudo dos erros de omissão (SANSÒ; SIDERIS, 2013, p.156) analogamente ao apresentado nas figuras 24, 25, 26 e 28, e posteriormente de forma integrada, contemplando todos os modelos utilizados neste trabalho. O gráfico final deste processamento é apresentado no apêndice B ao texto.

### 3.3.4 Obtenção de extratos dos MGGs

Para a obtenção de extratos de funcionais dos MGGs, optou-se por uma abordagem ponto-a-ponto em detrimento de uma geração em grade e posterior interpolação, a fim de preservar a precisão e as características de cada modelo. Para tanto, e tendo em vista abreviar o tempo de obtenção e o número de interações diretas com o serviço de cálculo no sítio do ICGEM, foi desenvolvida a ferramenta SPGG – *Single Point GEM [Global Earth Models] Generator*, uma aplicação standalone capaz de gerar extratos dos modelos globais do geopotencial de forma pontual, utilizando uma lista de pontos elaborada e formatada pelo usuário e com a interação direta com o serviço *web* do ICGEM (NICACIO, 2016).

Esta ferramenta encontra-se disponível para *download* em NICACIO (2016) e pode ser livremente utilizada pela comunidade, principalmente para o público que necessita trabalhar com extratos de modelos globais do geopotencial e não deseja realizar uma manipulação direta de seus coeficientes. Devido a alterações realizadas no serviço de cálculo do ICGEM em maio de 2017, foi necessária a adaptação da aplicação e a disponibilização de sua segunda versão - SPGG 2.0. Esta versão atualizada foi utilizada para obter extratos dos MGGs a partir da data em questão; uma captura de sua tela principal é apresentada na figura 30.

Conforme discorrido por (NICACIO; DALAZOANA, 2016), como tal abordagem mostra-se idêntica e retorna exatamente os mesmos resultados, para todos os casos, do que a abordagem por inserção direta de pontos no serviço *web* do ICGEM, não há perda de precisão

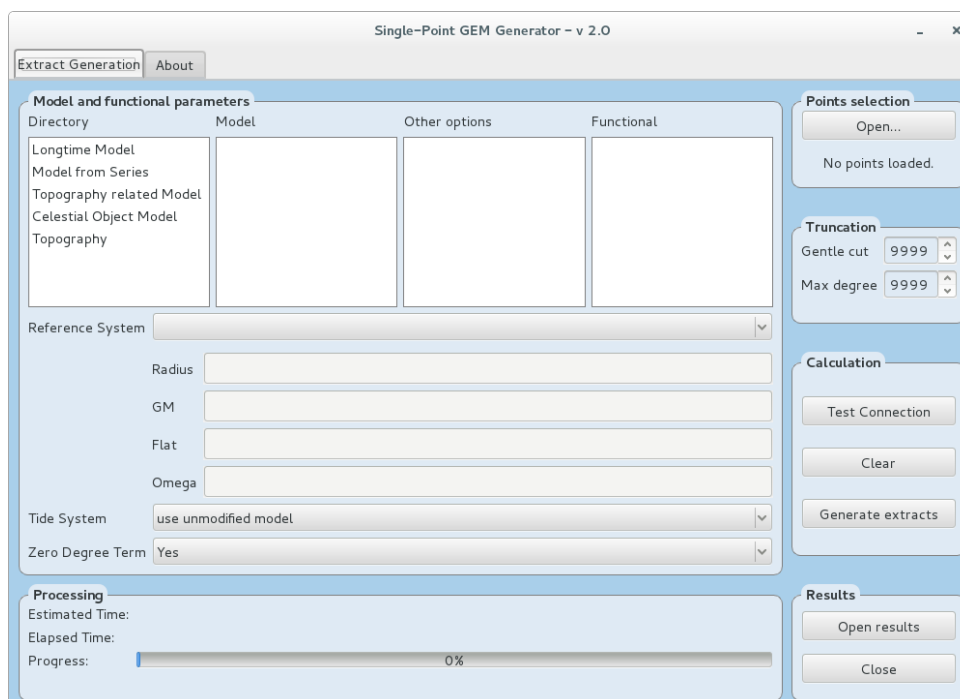


FIGURA 30 – Aplicação standalone SPGG 2.0 utilizada para obtenção de extratos de MGGs.

Fonte: NICACIO e DALAZOANA (2016)

ou de qualidade nos resultados obtidos. Destarte, utilizando-se a ferramenta em questão e considerando-se os diferentes graus máximos de desenvolvimento dos modelos empregados, seus extratos foram obtidos nos graus máximos e para as funcionais apresentadas na tabela 8.

TABELA 8 – Extratos dos MGGs obtidos para a pesquisa

Modelo	Graus de desenvolvimento			Funcionais	Sistema de maré
XGM2016	-	719	360	Altitude Geoidal ( $N$ ) e Anomalia de Altitude ( $\zeta$ )	Sistema de maré média - <i>mean tide</i> (vide item 3.5)
GOCO05C	-	720	360		
GGM05C	-	-	360		
EIGEN-6C4	2190	720	360		
EGM2008	2190	720	360		

Fonte: O Autor (2017).

Quando da análise dos extratos das funcionais dos MGGs, para fins de praticidade, considerou-se insignificante a diferença de grau e ordem máximos do MGG XGM2016 (719) e os graus e ordens de obtenção de extratos dos demais modelos (720). Destarte, para a finalidade ora exposta, a comparação entre resultados provenientes de desenvolvimento até grau 720 integram os resultados de grau 719 do XGM2016.



### 3.4 MODELO GEOIDAL NACIONAL EMPREGADO - MAPGEO2015

O MAPGEO2015 é o modelo geoidal nacional elaborado em conjunto pelo IBGE e pela EPUSP – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, fruto de mais de uma década de cooperação e de melhorias de versões anteriores – a saber: MAPGEO92, MAPGEO2004 e MAPGEO2010. Trata-se de um modelo de ondulação geoidal disponibilizado juntamente com um sistema de interpolação que possibilita aos usuários a obtenção de altitude geoidal em um ponto ou em um conjunto de pontos do território nacional a partir de suas coordenadas. Sua abrangência cobre a área compreendida pelas latitudes 6° N e 35° S e pelas longitudes 75° W e 30° W, referenciadas ao SIRGAS 2000, conforme apresentado na figura 31 (IBGE, 2015). Alternativamente, os dados referentes ao MAPGEO2015 podem ser obtidos em forma de *grid* através do sítio do Serviço Internacional para o Geoide (do inglês, *International Service for the Geoid* – ISG).

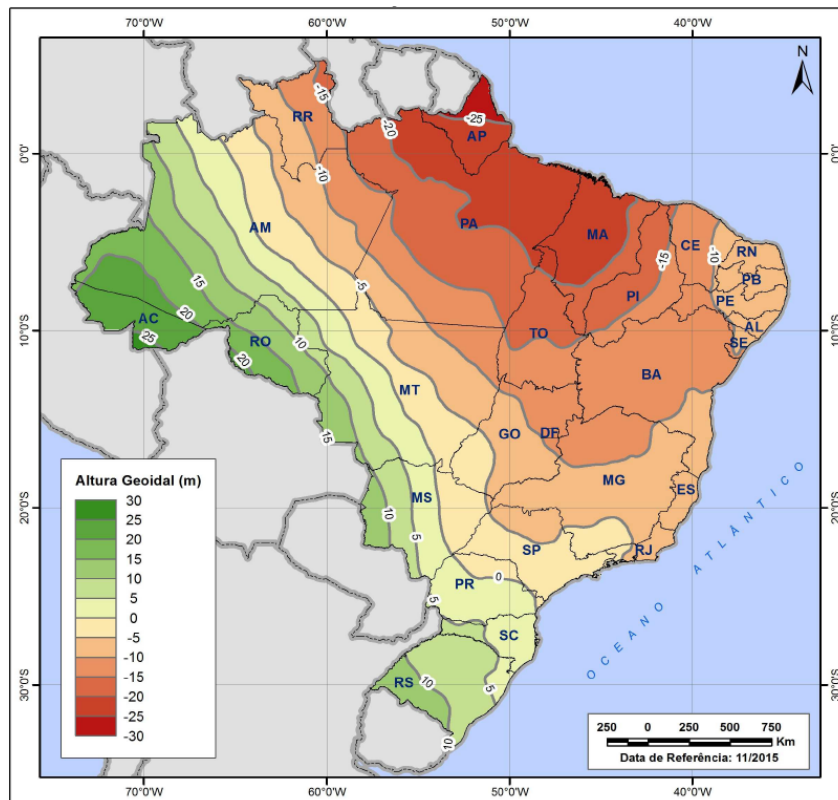


FIGURA 31 – Abrangência do modelo de ondulação geoidal nacional MAPGEO2015

Fonte: IBGE (2015)

Conforme discorrido por BLITZKOW et al. (2016), sua obtenção exigiu a disponibilidade de informações, principalmente gravimétricas, no território nacional e em sua vizinhança. Tais dados, ao longo dos últimos anos, tiveram sua densidade e sua qualidade aumentadas em decorrência de melhorias na cobertura através de novos levantamentos e pela adoção de processos diferenciados de validação. Neste âmbito, a Sub-Comissão da Gravidade e do Geoide da América do Sul (SCGGSA) tem contribuído para dinamizar este esforço contando, para

isso, com o apoio da IAG por intermédio do ISG, antigo *International Geoid Service* - IGeS). Com isso, algumas dezenas de milhares de novas estações gravimétricas têm sido coletadas na Argentina, no Brasil, no Chile, no Paraguai e no Uruguai. Um exemplo disto é o caso do Brasil: desde sua versão anterior, o MAPGEO2010, foram inseridas 18.485 novas observações gravimétricas para cálculo do modelo geoidal, conforme apresentado na figura 32.



FIGURA 32 – Comparação entre dados gravimétricos utilizados no cálculo do MAPGEO2010 e MAPGEO2015.

Fonte: IBGE (2015)

Segundo IBGE (2015), todas essas novas informações gravimétricas foram validadas utilizando um software desenvolvido no BGI (*Bureau Gravimétrique International*) e, a estes foi unido o MDT (Modelo Digital de Terreno) SAM3s\_v2, aos moldes de sua versão anterior, o qual baseia-se no SRTM (*Shuttle Radar Topography Mission*) e que contribui com valores de altitude utilizados para o cálculo da anomalia de gravidade de Bouguer completa, do efeito topográfico direto, do efeito topográfico indireto primário e do efeito topográfico indireto secundário e do efeito atmosférico direto. Gerou-se, com isso, uma grade de  $5' \times 5'$  de anomalias ar livre médias, e esta foi completada na região oceânica com as anomalias derivadas do modelo de altimetria por satélite DTU10. Ainda, a componente de curto comprimento de onda foi estimada através do uso da transformada rápida de Fourier modificada (FFT - *Fast Fourier*



*Transform*). Na sequência, utilizou-se o MGG EIGEN-6C4 desenvolvido até grau 200 como referência para remover as componentes de longos e médios comprimentos de onda da anomalia de Helmert e para repor no final as mesmas componentes na altitude geoidal, técnica esta denominada "*remove-calculate-restore*". Por fim, nas regiões que dispunham de cobertura gravimétrica suficiente foi utilizada a metodologia de Redes Neurais Artificiais (RNA) para a obtenção das anomalias de Helmert em pequenas áreas sem informação gravimétrica.

No que diz respeito a sua avaliação, segundo BLITZKOW et al. (2016), o MAPGEO2015 foi avaliado utilizando como referência as altitudes geoidais obtidas pela diferença entre as altitudes normais-ortométricas oriundas do nivelamento geométrico de 592 RRNN em conexão com pontos SAT e as respectivas altitudes elipsoidais referidas ao SIRGAS2000 obtidas por técnica GNSS. Adicionalmente, o MAPGEO2015 foi comparado com seu antecessor MAPGEO2010 nas mesmas RRNN e aos MGGs EIGEN-6C4 e EGM2008, estes dois desenvolvidos até grau 2190, com vistas de análise de melhorias alcançadas. Para esta comparação, foram obtidos os valores estatísticos dispostos na tabela 9.

TABELA 9 – Análise estatística entre o MAPGEO2015, MAPGEO2010, EIGEN-6C4 e EGM2008.

GNSS/RN	Média	RMS	Diferença Máxima (m)	Diferença Mínima (m)
MAPGEO2015	0,00	0,17	0,49	-0,49
MAPGEO2010	-0,03	0,21	0,90	-0,75
EIGEN-6C4	0,05	0,19	0,74	-1,01
EGM2008	0,04	0,27	2,49	-2,85

Fonte: BLITZKOW et al. (2016).

A figura 33 ilustra as diferenças entre as observações GNSS/RN e as altitudes geoidais obtidas a partir do MAPGEO2015, estando as 592 RRNN supracitadas representadas em forma de pontos pretos. A figura 34, por sua vez, ilustra as diferenças entre o MAPGEO2015 e seu antecessor, o MAPGEO2010. Observa-se, nesta última, que as maiores diferenças estão localizadas na região norte e nordeste em áreas com grandes vazios de gravimetria terrestre. Nestas áreas, as diferenças são influenciadas pelos MGGs adotados para cada modelo. BLITZKOW et al. (2016) afirmam que o MAPGEO2015, ao adotar o MGG EIGEN-6C4, está com informação dos longos e médios comprimentos de onda mais precisos devido aos dados da missão GOCE.

IBGE (2015) apresenta, ainda, uma avaliação das discrepâncias realizada separadamente em cada uma das cinco regiões geográficas do Brasil relativamente ao número de conexões entre estações SAT e RRNN, transcrita na tabela 10.

Como relatado por BLITZKOW et al. (2016), observa-se que a soma das médias por região da tabela 10 ( $-0,09 m$ ) é diferente da média nacional ( $0,00 m$ ). Os autores cogitaram, então, a possibilidade de distorções sistemáticas nas distintas regiões do país e realizaram análises estatísticas sobre os resultados encontrados, verificando evidências da presença destas

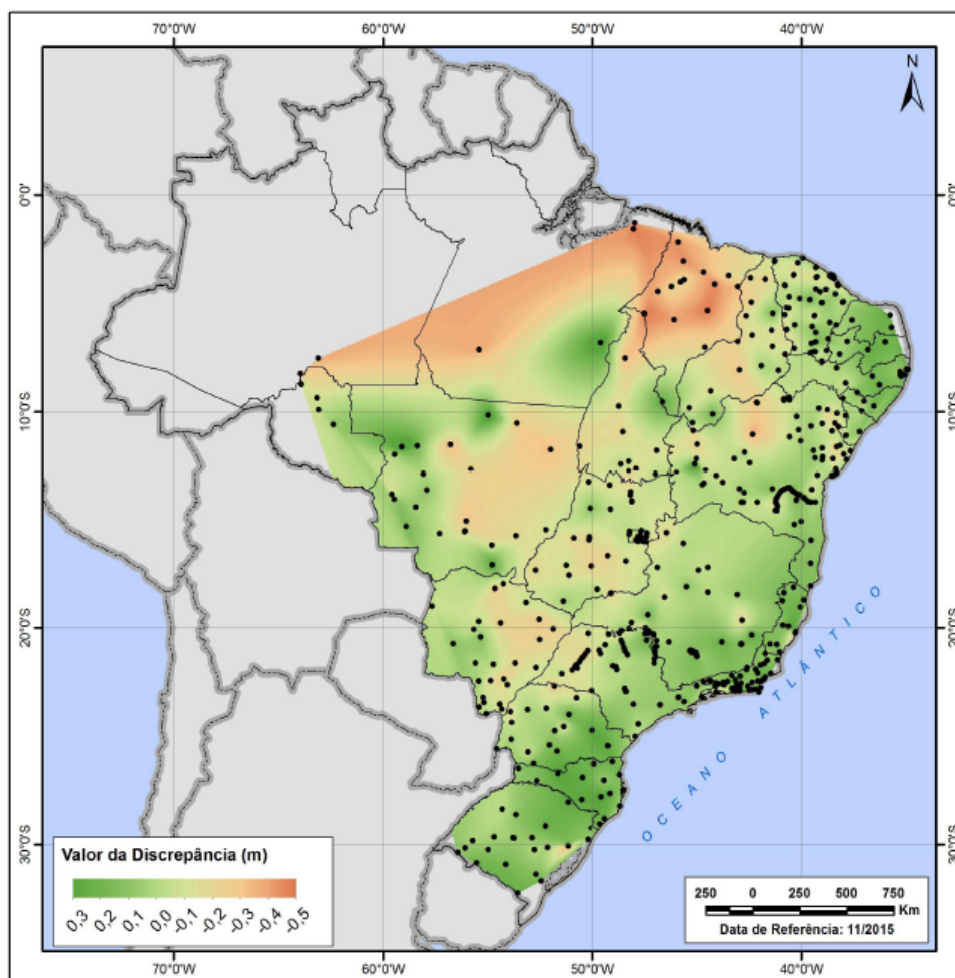


FIGURA 33 – Mapa das diferenças entre GNSS/RN e o MAPGEO2015.

Fonte: IBGE (2015)

TABELA 10 – Análise estatística do MAPGEO2015 por região brasileira.

	Norte	Nordeste	Centro-Oeste	Sudeste	Sul
Nº de conexões	21	229	94	188	64
Média (m)	-0,14	-0,04	-0,08	0,06	0,11
RMS	0,25	0,17	0,16	0,15	0,18
Máximo (m)	0,39	0,47	0,49	0,46	0,33
Mínimo (m)	-0,48	-0,49	0,34	-0,28	-0,41

Fonte: IBGE (2015).

distorções. Justificaram, então, a existência dessas distorções sistemáticas nas distintas regiões do país podem estar relacionadas com a precisão do nivelamento geométrico e da altitude elipsoidal, bem como pela densidade e precisão das informações gravimétricas em cada caso. Sinalizaram, ainda, que a existência de grandes vazios gravimétricos nas regiões norte e nordeste também pode ter contribuído para este resultado.

Por fim, os autores supramencionados avaliaram a discrepância relativa dos modelos

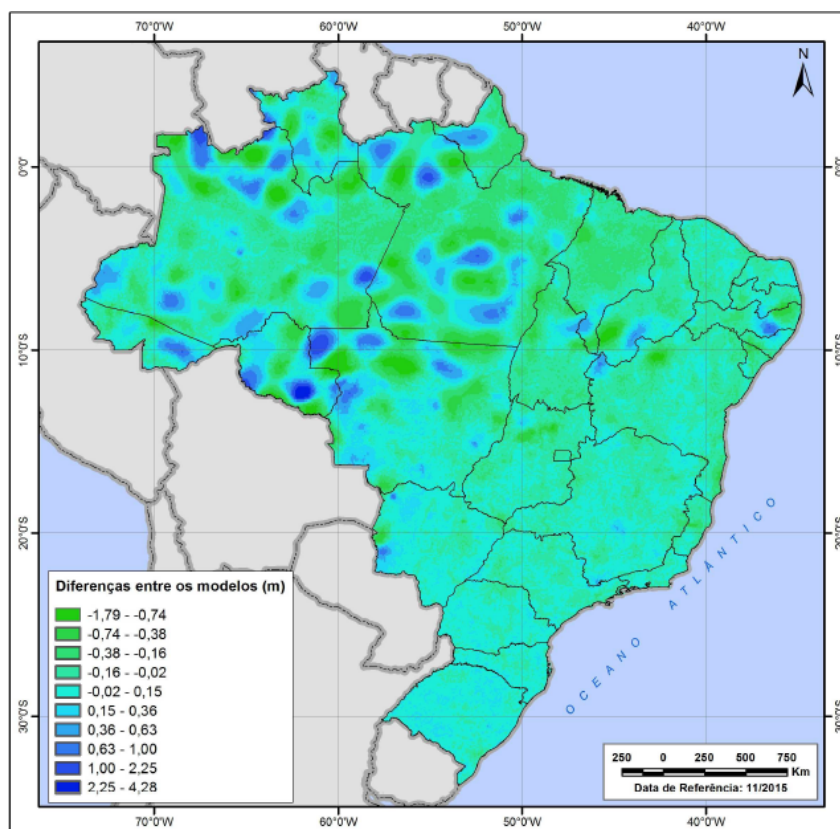


FIGURA 34 – Mapa das diferenças entre o MAPGEO2010 e o MAPGEO2015.

Fonte: IBGE (2015)

MAPGEO2010 e MAPGEO20105, através de 126 pares de pontos com distâncias entre 20 e 50 km dentre os 592 pontos GNSS/nivelamento, estando a maioria destes localizada nas regiões sul e sudeste do país. Os limites de distância foram definidos porque abaixo de 20 km as variações das altitudes geoidais são pequenas e não permitem um bom juízo da diferença, e acima de 50 km, a variação tende a não ser linear. O resultado desta análise é apresentado na tabela 11, na qual, novamente, os resultados referentes ao EIGEN-6C4 e ao EGM2008 são referentes a extratos desenvolvidos até grau 2190.

TABELA 11 – Análise estatística do MAPGEO2010 em comparação com antecessor e MGGs existentes à época.

	Média (cm/km)	Acurácia relativa (cm/km)	Máxima Discrepância Positiva (cm/km)	Mínima Dis- crepância Negativa (cm/km)
MAPGEO2015	0,06	0,44	1,86	-1,28
MAPGEO2010	0,04	0,45	2,02	-1,41
EIGEN-6C4	0,06	0,47	1,53	-1,21
EGM2008	0,03	0,53	1,73	-1,72

Fonte: Adaptado de BLITZKOW et al. (2016).

Ainda segundo BLITZKOW et al. (2016), o importante no estudo apresentado na tabela 11 é o resultado da acurácia relativa do modelo: o MAPGEO2015 apresenta uma pequena melhora em relação ao MAPGEO2010 (0,01 cm/km). Isso mostra uma boa consistência entre os modelos em termos relativos. A discrepância relativa apresenta o valor de 4,4 mm/km para o MAPGEO2015, que é um resultado melhor relativamente aos MGGs.

Uma última observação concernente à família de modelos geoidais MAPGEO é a perspectiva para disponibilização do novo modelo, o MAPGEO2018, conforme apontado por FORTES et al. (2015). A elaboração deste modelo vindouro caracteriza uma revisão metodológica das quatro versões anteriores, bem como será brindado por maior quantidade de informações gravimétricas provenientes de gravimetria terrestre e de aerogravimetria - esta última, em maior densidade na região da Amazônia. Segundo a referência em tela, há a expectativa de inserção de aproximadamente 47 milhões de pontos gravimétricos ao MAPGEO2018 em todo o território nacional comparativamente com o MAPGEO2015, o que viabilizará ganho em acurácia na determinação da altitude geoidal.

Apesar de, claramente, uma análise do exposto demonstrar que o MAPGEO2015 apresenta melhorias significativas em relação ao MAPGEO2010, conforme depreendido das tabelas 9 e 11, adequando-se com precisão centimétrica ao território nacional, segundo tabela 10, e em média apresenta diferença nula com valores reais, segundo tabela 9, sua utilização neste trabalho se dá em forma de avaliação e comparação com os MGGs atuais. Isto porque trabalhos anteriores, tais como MELO (2011) e JAMUR et al. (2010), demonstram baixa aderência do modelo geoidal nacional em determinadas regiões do país, em detrimento de uso de MGGs. Adicionalmente, a carência de outros trabalhos acadêmicos empregando e avaliando o uso do MAPGEO2015 estimulam seu uso no presente trabalho.

### 3.5 COMPATIBILIZAÇÃO DO SISTEMA DE MARÉ PERMANENTE

Segundo EKMAN (1989), os fenômenos geodinâmicos de caráter permanente ou secular desempenham um papel significativo durante a definição de sistemas altimétricos e gravimétricos. Quando se lida com marés terrestres, uma parte considerável de seus efeitos não varia periodicamente com o tempo, mas possui caráter permanente. Esta maré permanente, baixa em regiões polares e alta em regiões equatoriais, é consequência da interação gravitacional da Terra com a Lua e o Sol, e produz deformações na crosta e variações no geopotencial.

Conforme preconizado por MÄKINEN e IHDE (2006), para tratar dos efeitos de maré permanente no geopotencial e na forma da Terra, há três conceitos que devem ser considerados, caracterizando três distintos sistemas de maré permanente:

- *non-tidal* ou *tide-free* – sistema sem maré ou livre de maré – sistema no qual as deformações permanentes são eliminadas da forma da Terra; para as quantidades relacionadas

ao potencial, como gravidade e geóide, tanto o potencial gerador de maré quanto o potencial de deformação da Terra, ou efeito indireto, são eliminados;

- *mean-tide* – sistema de maré média – o efeito permanente não é removido da forma da Terra, ou seja, não é efetuada nenhuma correção; portanto, a forma corresponde à média de longo prazo sob o efeito da força de maré;
- *zero-tide* – sistema de maré zero – o potencial gerador de maré é eliminado mas mantém-se seu efeito indireto, ou seja, o potencial de deformação permanente da Terra.

A referência supracitada ainda discorre que, na atualidade, utiliza-se sistema livre de maré (*tide-free*) para posicionamento tridimensional GNSS, uma vez que a parte permanente da deformação de maré não é considerada. Em contrapartida, FERREIRA et al. (2013) relatam que as altitudes normais-ortométricas da RAFB são referidas ao sistema de maré média, (*mean-tide*), uma vez que não são considerados efeitos de maré nas operações de nivelamento e, conseqüentemente, não são realizadas correções. Desta forma, para que se possa relacionar as grandezas oriundas de posicionamento GNSS e operação de nivelamento, é necessário compatibilizá-las no que diz respeito ao sistema de maré.

IAG (1983) recomenda que, quando da realização de compatibilização do sistema de maré terrestre, seja utilizado o sistema *zero-tide*. Todavia, sem perda de generalidade, como o intuito da compatibilização é apenas levar todas as variáveis envolvidas para um mesmo sistema, optou-se por utilizar a formulação indicada por TENZER et al. (2011) e apresentada na equação 3.1, de forma a transformar as altitudes elipsoidais inicialmente no sistema *tide-free* para o sistema *mean-tide*. Tal decisão foi tomada com vistas a manter inalterados os valores das altitudes normais-ortométricas, utilizados como referência comparativa para os resultados obtidos no trabalho. Na equação em questão,  $k = 0,3$  e  $h = 0,6$  são os números de Love relativos à maré e  $\Psi$  é a latitude geocêntrica do ponto de cálculo.

$$h_{mean-tide} = h_{tide-free} - \left\{ (1 + k - h) \left[ -0,198 \left( \frac{3}{2} \text{sen}^2 \Psi - \frac{1}{2} \right) \right] \right\} \quad (3.1)$$

Apesar da referência supracitada discorrer sobre o uso da equação 3.1 apenas para altitudes normais, ortométricas e normais-ortométricas, testes foram realizados pelo autor e comprovam sua plena aplicação para a transformação de sistema de maré permanente também para altitudes elipsoidais. Além disso, neste ponto deve-se fazer uma observação: como a obtenção dos extratos dos MGGs tem como entrada o sistema de maré desejado para o resultado final, tal como visto no subitem anterior, para compatibilizar esta grandeza basta obtê-la no sistema desejado, não sendo necessário submetê-la a qualquer formulação.

### 3.6 ÁREA DE ESTUDO

Conforme já abordado no capítulo 1, a área de estudo do presente trabalho é a Amazônia Legal Brasileira. Tal como apresentado na figura 3, trata-se de uma área de cerca de 5 milhões de quilômetros quadrados – correspondendo a aproximadamente 59% do território brasileiro (IPEA, 2016) e que, atualmente, corresponde à área dos Estados da Região Norte (Acre, Amapá, Amazonas, Pará, Rondônia, Roraima e Tocantins), acrescidos da totalidade do Estado de Mato Grosso e dos municípios do Estado do Maranhão situados a oeste do meridiano 44° O (IBGE, 2016). Todavia, neste item, esta área é abordada no que diz respeito à disponibilidade de dados para utilização na presente pesquisa.

#### 3.6.1 Disponibilidade e qualidade de dados

No que diz respeito à existência de estações que atendam aos pressupostos apresentados no item 3.2, a área de estudo conta com 154 estações SAT-GPS que possuem conexão com a RAFB – doravante denominadas estações GNSS-RN, distribuídas de forma não-homogênea, conforme figura 35.

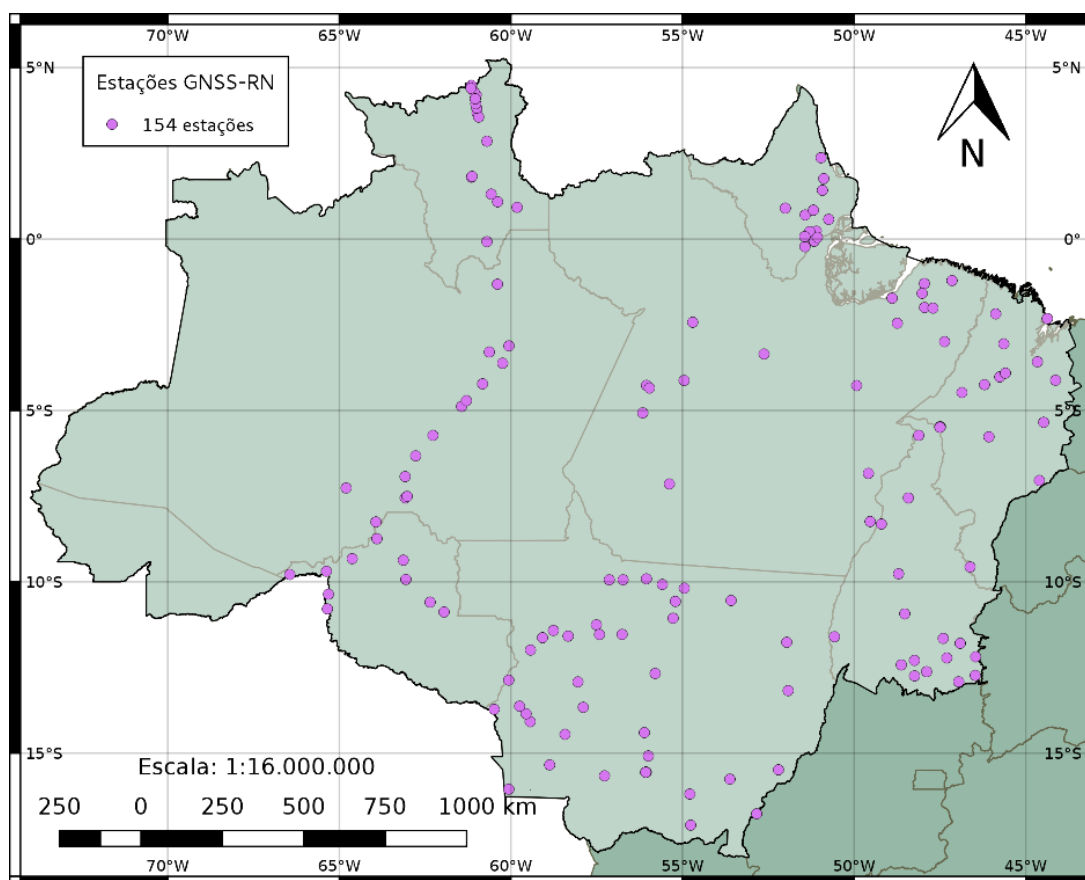


FIGURA 35 – Área de estudo de referência inicial - 154 estações GNSS-RN.

Fonte: O Autor (2017).

A tabela 12 apresenta um extrato das informações de cada estação GNSS-RN da área

de estudo. Para as tabelas em questão, são descritas apenas as informações fundamentais para realização deste trabalho, havendo ainda outras disponíveis e omitidas. Ainda, reforça-se que as coordenadas e altitudes elipsoidais apresentadas referem-se ao elipsoide GRS80, condizente com o sistema de referência SIRGAS2000.

TABELA 12 – Extrato de estações GNSS-RN da área de estudo.

Est GNSS/RN	Latitude Geodésica (°)	Longitude Geodésica (°)	Altitude elipsoidal (m)	Desvio-padrão alt. elipsoidal (m)	Altitude normal-ortométrica (m)	Desvio-padrão alt. normal-ortométrica (m)
90009	-10,87923597	-61,94581786	172,621	0,010	159,2515	0 (*)
90012	-8,740543944	-63,90328608	97,220	0,014	85,2713	0,15
90124	4,482448944	-61,14823422	922,852	0,066	938,8323	0 (*)
90204	0,051433556	-51,06938844	-6,377	0,114	16,4758	0,02
90295	-12,67283933	-55,79434469	319,193	0,018	322,0270	0,11
90404	-10,18520169	-54,94585939	283,022	0,019	292,5947	0,10

Fonte: O Autor (2017).

Neste ponto, é deveras relevante realizar uma análise sobre as precisões das altitudes elipsoidais e normais-ortométricas das estações GNSS-RN. Observe que, para as seis estações selecionadas no extrato da tabela 12, duas possuem desvio-padrão de altitude normal-ortométrica nulo, realçado com um asterico (\*), e uma possui desvio-padrão de altitude elipsoidal consideravelmente superior às demais. O desvio-padrão nulo para as altitudes normais-ortométricas foi atribuído aos pontos que, segundo relatório de estação geodésica e tabela de atributos de arquivo vetorial, pertençam a ramais de nivelamento, isto é, linhas de nivelamento geométrico que não formam circuito. Em decorrência disto, tais pontos não integraram o ajustamento da RAFB, não possuem valor definido para precisão e suas altitudes normais-ortométricas são calculadas mediante simples transporte. Já o alto desvio-padrão de altitude elipsoidal ocorre devido ao fato da estação em questão – estação SAT-GPS 90204 – não estar mais materializada, de tal forma que sua altitude elipsoidal foi medida por meio de rastreamento GNSS em 11/11/1993 e sua última visita ocorreu em 15/04/2000 (INDE, 2016a). Desta forma, sua precisão é compatível com equipamentos disponíveis à época, mas incompatível com as atuais demandas de precisão da Geodesia.

Para que se tenha uma ideia global da dimensão de pontos GPS-RN da área de estudo acometidos pela nulidade de precisão de altitude normal-ortométrica ou por valores demasiadamente grandes para precisão de altitude elipsoidal, é apresentada a figura 36, com histogramas para viabilizar a análise destas precisões conforme sua ocorrência em intervalos. No apêndice C deste trabalho, são apresentados gráficos que descrevem o comportamento destas duas características ponto a ponto ao longo da área de estudo.

Uma análise dos gráficos da figura 36 claramente mostra que o caso visualizado para

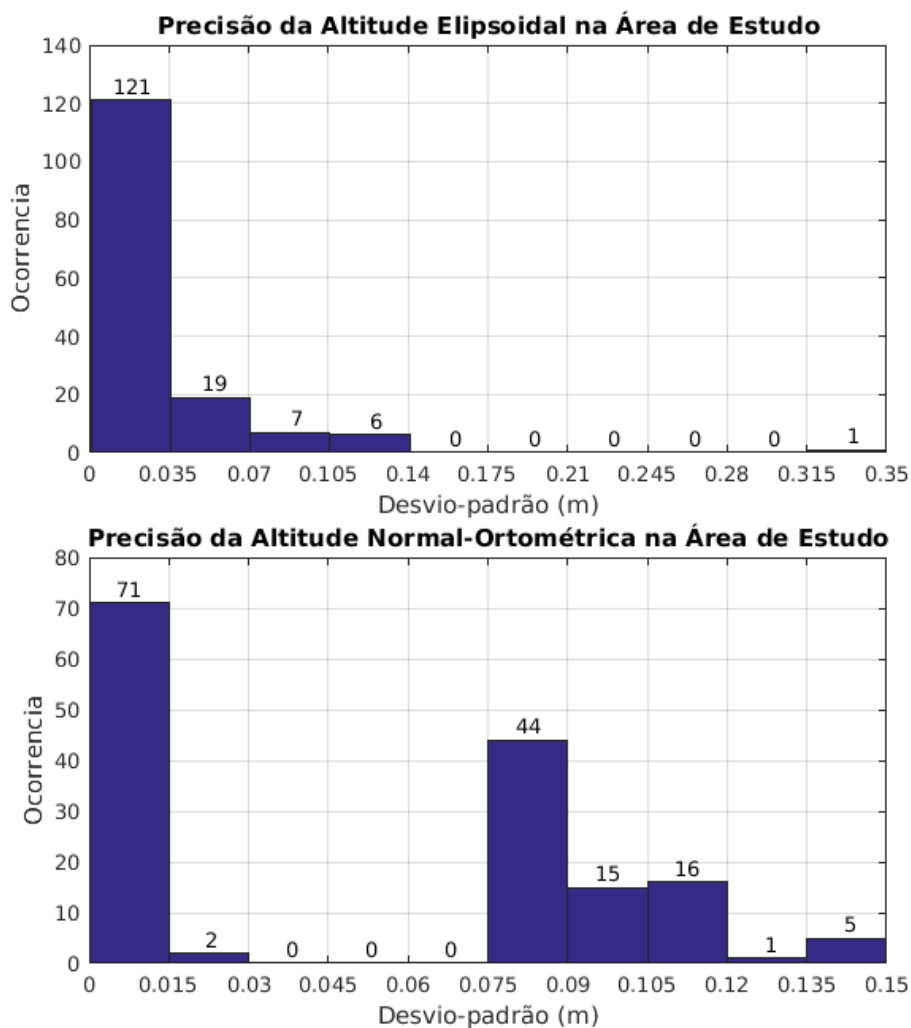


FIGURA 36 – Histogramas das precisões de altitude elipsoidal e normal-ortométrica para a área de estudo inicial.

Fonte: O Autor (2017).

a precisão incomum de altitude elipsoidal é pontual, não ocorrendo com outros pontos da área de estudo – com efeito, todos os demais 153 pontos apresentam precisão inferior a 0,14 metro, dos quais 121 pontos apresentam precisão inferior a 0,035 metro. Todavia, para a precisão da altitude normal-ortométrica, verifica-se que a nulidade oriunda da pertinência dos pontos a ramais, estatisticamente imprecisos quando comparados a pontos ajustados que integram a RAFB, é um problema que afeta  $71/154 = 46,1\%$  dos dados. Considerando o foco principal deste trabalho, dados com esta natureza poderiam gerar resultados não-condizentes com a realidade e, conseqüentemente, a consecução de uma metodologia alternativa incorreta para determinação de altitude normal-ortométrica. Desta forma, surgiu a necessidade de trabalhar a estratégia previamente em uma área-teste melhor comportada para posterior utilização na área de estudo.



### 3.6.2 Área-teste

Levando-se em consideração as limitações citadas anteriormente para a área de estudo, selecionou-se como área-teste o estado do Paraná, segundo os critérios levantados no item 3.6.1. Todavia, conforme será abordado no item 3.7, o desenvolvimento da estratégia demanda a existência de uma área de referência e de uma área desejada. A área de referência é aquela em cujos pontos são conhecidos os valores de altitude elipsoidal e altitude normal-ortométrica, sendo possível comparar os valores calculados para esta última com seus valores reais; já a área desejada é composta por pontos nos quais se conhece apenas o valor da altitude elipsoidal, desejando-se obter o valor da altitude normal-ortométrica conforme melhor configuração obtida na área de referência.

Neste sentido, a área-teste de referência contava inicialmente com 32 estações GNSS/RN, distribuídas de forma não-homogênea, conforme figura 37.

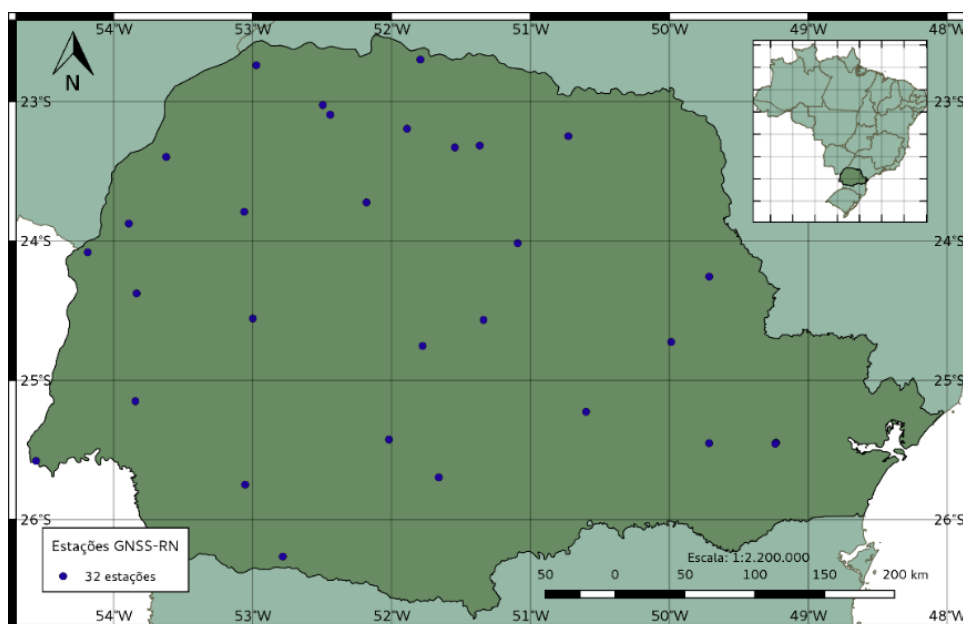


FIGURA 37 – Área-teste de referência inicial – 32 estações GNSS-RN.

Fonte: O Autor (2017).

Para os 32 pontos GNSS-RN supracitados, a figura 38 apresenta os histogramas similares aos apresentados para a área de estudo, ao passo que o apêndice D apresenta esta propriedade ponto-a-ponto para a área-teste.

Uma análise dos gráficos da figura 38 mostra que tal qual a área de estudo, a área-teste apresenta um ponto com precisão de altitude elipsoidal incomum e 6 pontos com precisão de altitude normal-ortométrica nula, sendo estes justificados da mesma forma – pertinência a ramais, estatisticamente imprecisos quando comparados a pontos ajustados que integram a RAFB. No entanto, esta situação ocorre em  $6/32 = 18,75\%$  dos dados, um percentual consideravelmente inferior ao encontrado na área de estudo. Desta forma, diferentemente do

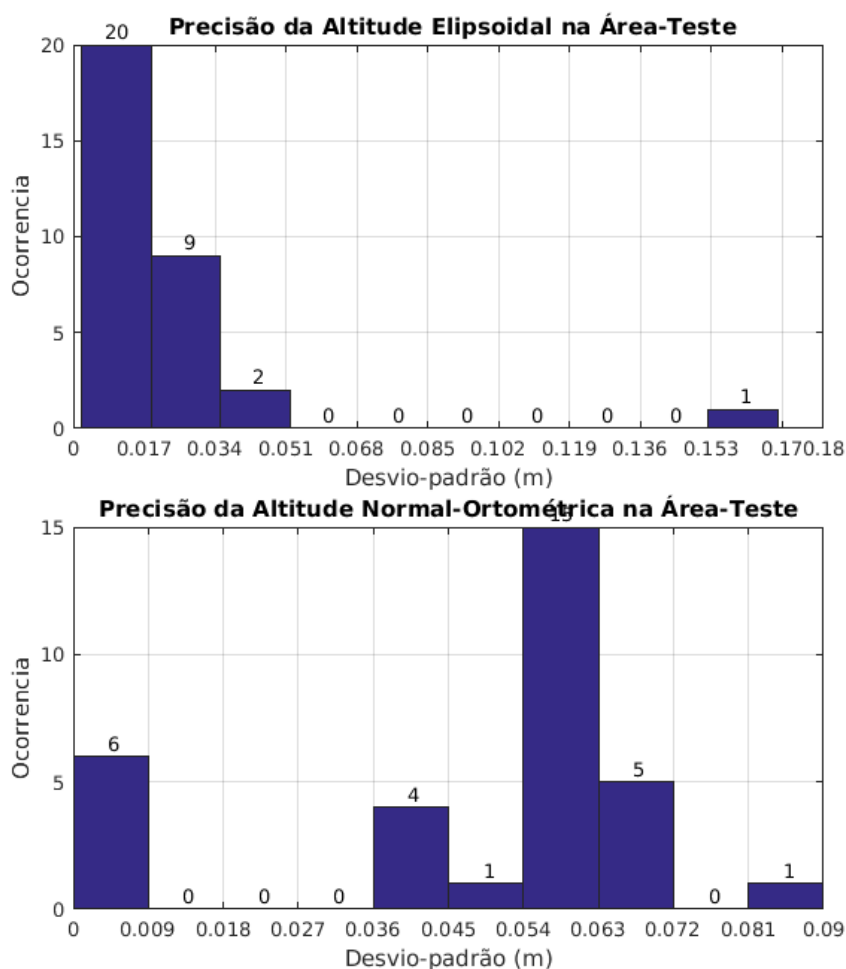


FIGURA 38 – Histogramas das precisões de altitude elipsoidal e normal-ortométrica para a área-teste inicial.

Fonte: O Autor (2017).

executado para a área de estudo, não será adotada uma área-teste diferenciada sem pontos com precisão de altitude normal-ortométrica nula, principalmente por esta ser uma característica que ocorre em grande escala por todo o Brasil.

Note, no mapa da figura 39, que em todos os estados brasileiros há estações GNSS/RN pertencentes apenas a ramais da RAFB e, conseqüentemente, sem informação de precisão altimétrica, chegando a um total de 183 estações desta forma dentre 1017 estações GNSS/RN existentes no Brasil -  $183/1017 \cong 18\%$ . Desta forma, a área-teste não foi substituída por dois principais aspectos: o primeiro por apresentar um percentual de estações GNSS/RN sem informação de precisão altimétrica bastante próximo da totalidade brasileira; e o segundo por ficar evidente a necessidade de investigação sobre qual deve ser o tratamento dado a modelagens em tais pontos com a metodologia que ora se desenvolve – leia-se: tais pontos devem ser mantidos ou removidos quando da modelagem da altitude normal-ortométrica.

Entretanto, na figura 37, pode-se verificar que apesar da área-teste de referência inicial apresentar boa distribuição de pontos, ela é não-homogênea, conforme realçado na figura 40.

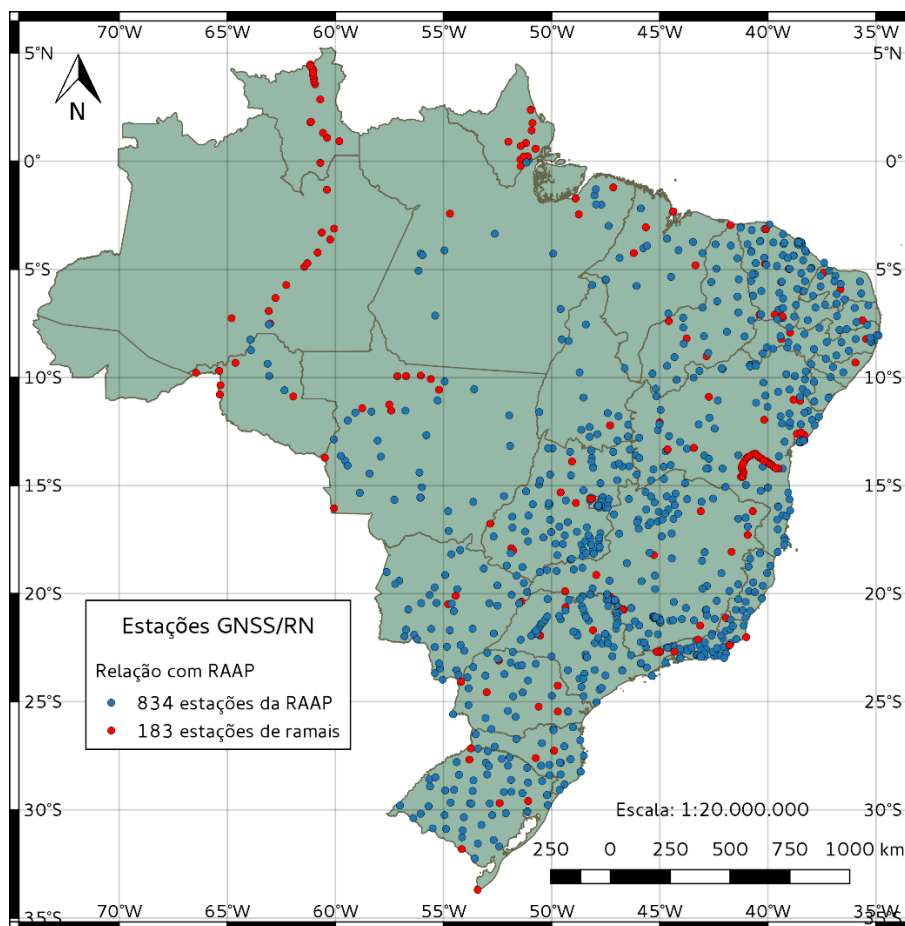


FIGURA 39 – Estações GNSS/RN quanto à presença de informação de precisão altimétrica.

Fonte: O Autor (2017).

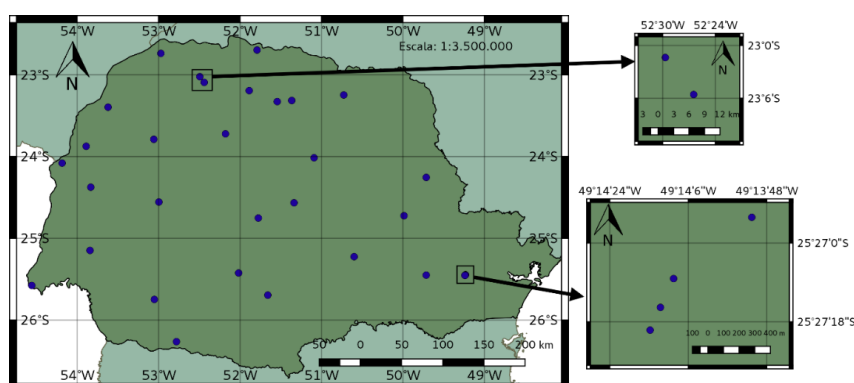


FIGURA 40 – Problemas de não-homogeneidade na área-teste de referência inicial.

Fonte: O Autor (2017).

Isto, para fins de elaboração da estratégia e da pesquisa como um todo, representa um problema, visto que a inferência de padrão de comportamento dos MGGs por área seria afetada pela maior concentração de pontos em uma porção da área-teste em detrimento de áreas menos concentradas, os quais gerariam uma tendência (*bias*) ao resultado final e poderia até mesmo invalidá-lo. Desta forma, optou-se por utilizar os critérios de identificação e eliminação

de estações GNSS/RN descritos a seguir:

- Para identificação de estações a serem eliminadas, baseou-se num critério de mútuas distâncias, tomado o limite de máxima distância coerente relativo à resolução espacial do MGG. Estas distâncias foram obtidas para cada par de pontos por meio do processo iterativo inverso proposto por VINCENY (1975) e implementado no *software* MATLAB, segundo proposto por DINIZ e NICACIO (2009)
- Para eliminação de estações, optou-se por suprimir aquelas dotadas de menor precisão altimétrica em regiões com maior concentração de estações, com vistas a manter na análise e nos cálculos futuros os pontos mais precisos.

Para exemplificar, tome-se como exemplo a obtenção de extratos de MGG com grau máximo de desenvolvimento 720, cujas resoluções seriam da ordem de  $20.000/720 \cong 27,78 \text{ km}$ , conforme descrito na equação 2.13. Assim, estações GNSS/RN que distem menos de  $27,78 \text{ km}$  entre si devem ser eliminadas, com exclusão daquelas que possuem menores precisões.

Destarte, seguindo estes critérios, a área-teste de referência final utilizada no presente trabalho, para cada grau de desenvolvimento, é apresentada na figura 41. Para esta área, foram utilizados 22 pontos para modelos desenvolvidos até grau 360, 27 pontos para modelos desenvolvidos até grau 720 e 29 pontos para modelos até grau 2190. Adicionalmente, o apêndice E traz uma tabela com a identificação das estações utilizadas na obtenção de extratos de MGGs desenvolvidos até graus 360, 720 e 2190, com código de identificação e coordenadas, à luz do descrito na tabela 8.

Ainda, conforme brevemente introduzido no início deste item, além da área de referência é necessário adotar uma área desejada, ou seja, uma área para a qual serão calculados os valores de altitude normal-ortométrica. A rigor, tal seleção não é obrigatória previamente, visto que após a aplicação da metodologia, esta possibilita determinação dos valores de altitude normal-ortométrica para quaisquer pontos que se queira, tomadas as condições do item 2.3.4. Todavia, para a região da área-teste, foram selecionadas todas as 127 estações da rede SAT-GPS disponíveis, das quais se conhecem coordenadas e altitude elipsoidal com boa precisão. Estas estações são apresentadas na figura 42.

### 3.6.3 Área de estudo

Utilizando o mesmo princípio de identificação e eliminação de estações apresentado no item anterior, a área de estudo de referência final utilizada no presente trabalho, para cada grau de desenvolvimento, é apresentada na figura 43. Para a área de estudo, entretanto, foi necessário ainda eliminar as estações vinculadas ao DVB-S, para compatibilizar e homogeneizar as informações altimétricas. Posteriormente, por ocasião de abordagem oportuna, estes pontos serão utilizados.

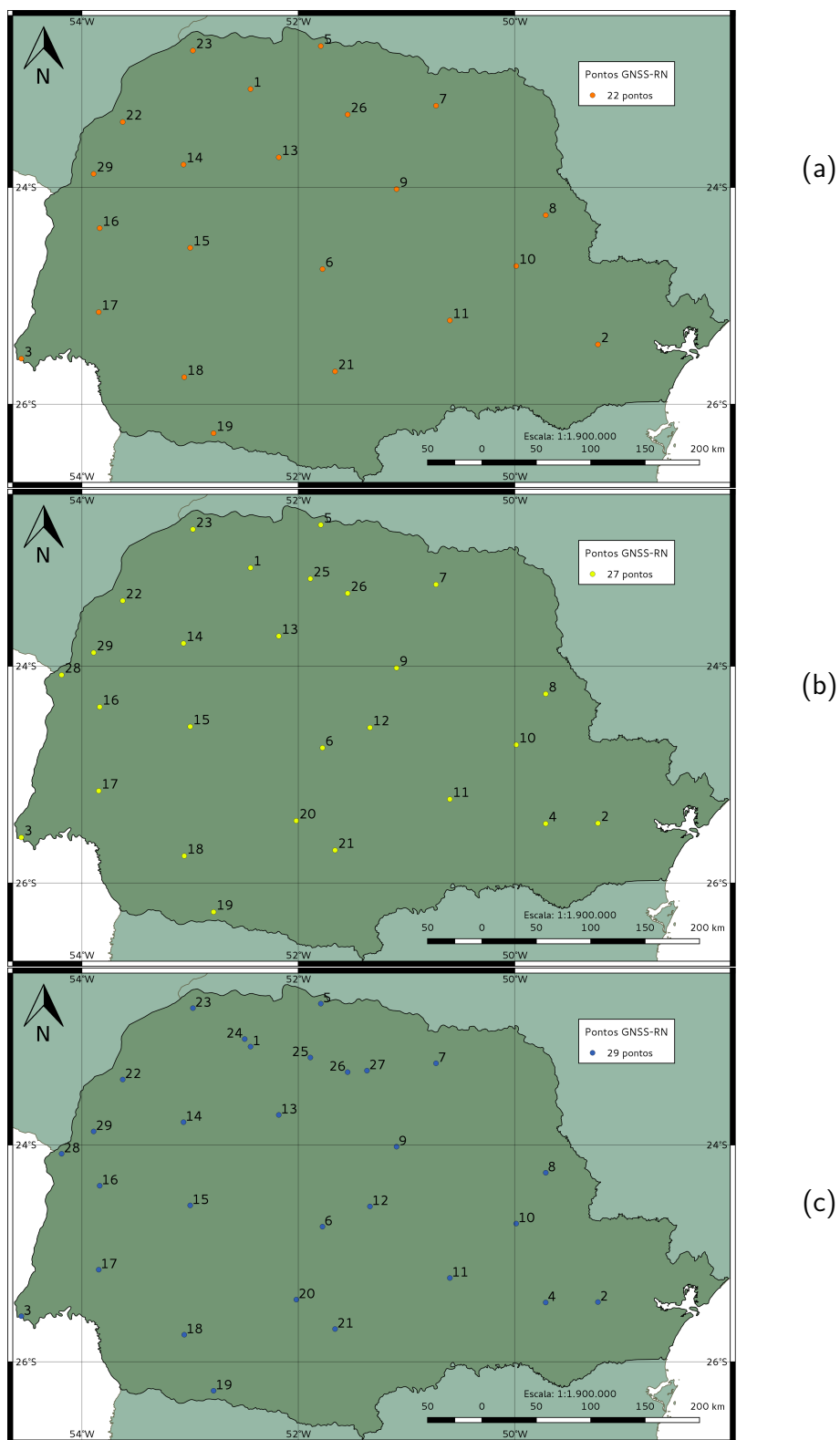


FIGURA 41 – Localização das estações na área-teste para análise de MGGs com desenvolvimento até graus (a) 360, (b) 720 e (c) 2190.

Fonte: O Autor (2017).

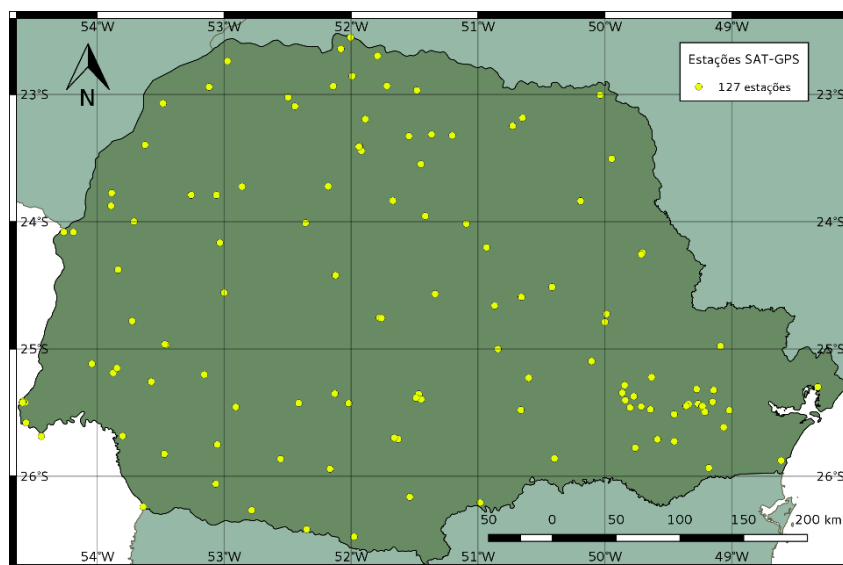


FIGURA 42 – Área-teste desejada para determinação de altitudes normais-ortométricas.

Fonte: O Autor (2017).

No total, são 94 pontos para modelos desenvolvidos até grau 360, 114 pontos para modelos desenvolvidos até grau 720 e 122 pontos para modelos desenvolvidos até grau 2190. De forma idêntica, o apêndice F traz uma tabela com a identificação das estações utilizadas na obtenção destes extratos de MGGs desenvolvidos até graus 360, 720 e 2190, com código de identificação e coordenadas, à luz do descrito na tabela 8.

Por fim, a área desejada na região de estudo foi novamente composta por todos os 602 pontos da rede SAT-GPS da Amazônia Legal Brasileira. Estes pontos são apresentados na figura 44.

### 3.7 ESTRATÉGIA DE DETERMINAÇÃO DE ALTITUDE NORMAL-ORTOMÉTRICA

A estratégia para determinação de altitude normal-ortométrica consiste no processo pré-definido da metodologia desta pesquisa, exibido no apêndice G e descrito no presente item.

Tomada uma dada área de aplicação, com pontos cujas características são compatíveis com aquelas apresentadas no item 3.6, primeiramente foram adquiridos e compilados os dados de funcionais do geopotencial – anomalia de altitude e altitude geoidal, conforme discorrido no item 2.3.1.6 – segundo diferentes modelos geoidais combinados e em diferentes graus de desenvolvimento, sempre que possível, para viabilizar a escolha de resultado mais adequado. Para fins de aplicação na presente pesquisa, foram adquiridos extratos das estações GNSS/RN da área-teste segundo os MGGs presentes na tabela 8 e segundo o MAPGEO2015. É importante frisar mais uma vez que estas estações devem contar valores de altitude normal-ortométrica, altitude elipsoidal e coordenadas com precisão compatível com as correntes exigências precisacionais da Geodesia, visto que os primeiros servem como valor de base comparativa para os resultados

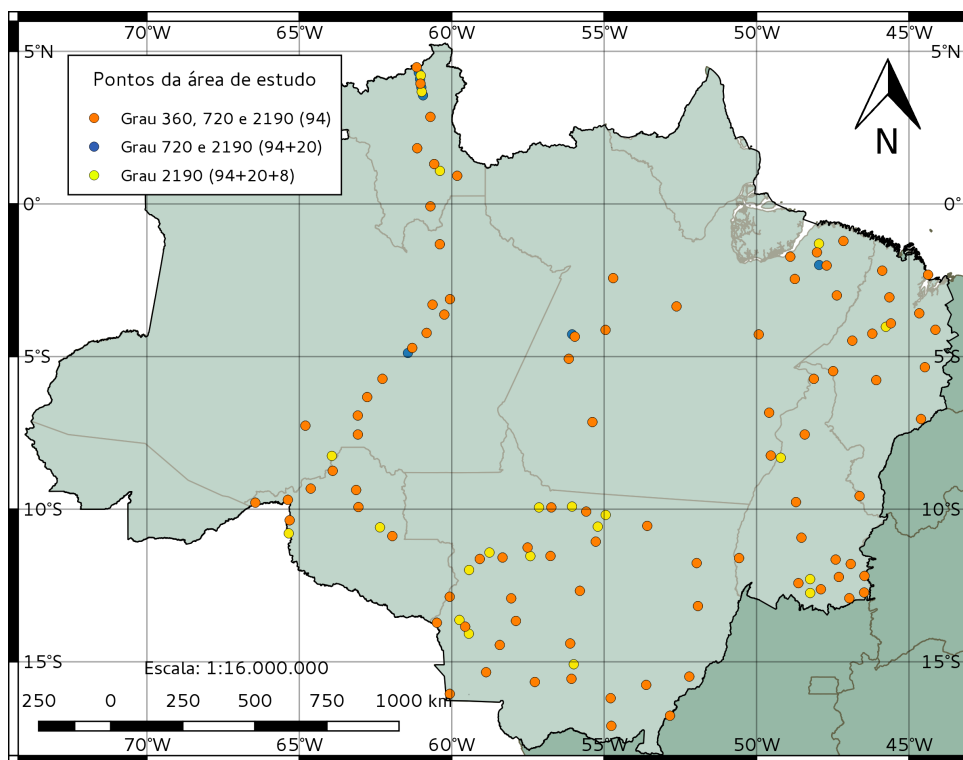


FIGURA 43 – Área de estudo de referência final para MGGs desenvolvidos até grau 360, 720 e 2190.

Fonte: O Autor (2017).

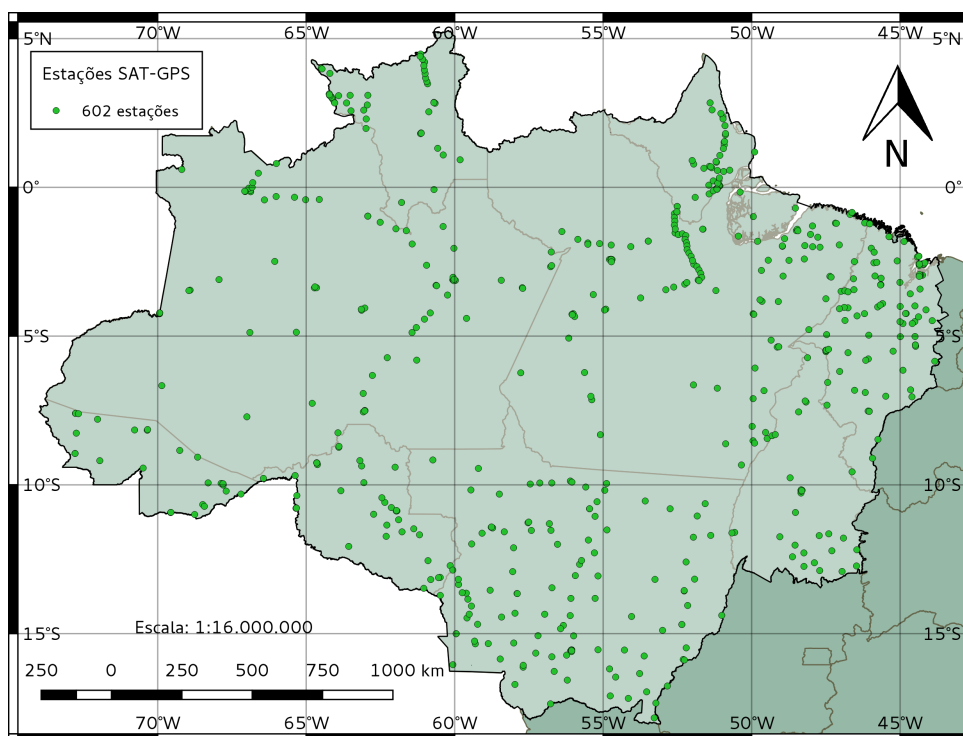


FIGURA 44 – Área de estudo desejada para determinação de altitudes normais-ortométricas.

Fonte: O Autor (2017).

advindos da metodologia e os últimos são informações utilizadas justamente para obtenção dos extratos e do próprio valor de altitude normal-ortométrica.

Como próximo passo, deve-se proceder aos cálculos de compatibilização de sistema de maré permanente, à luz do exposto no item 3.5. Novamente, deve-se frisar que no presente trabalho compatibilizaram-se os diferentes sistemas de maré para o sistema *mean-tide*, com o objetivo de manter inalterados os valores base de altitude normal-ortométrica, caracteristicamente configurados neste sistema.

Na sequência, realizou-se o cálculo da altitude normal-ortométrica propriamente dita para estes pontos, considerando-se as seguintes vertentes de cálculo:

- Cálculo pelo método absoluto e pelo método relativo, sob a óptica do exposto no item 2.3.1 e por intermédio das equações 2.45 e 2.46;
- Cálculo com as diferentes funcionais do geopotencial, conforme o já mencionado item 2.3.1.6;
- Cálculo com os diferentes modelos geoidais, segundo a já mencionada tabela 8.

Seguindo o exposto no processo pré-definido, estando em posse das altitudes normais-ortométricas calculadas, procedeu-se a comparação dos melhores resultados dentro de cada vertente de cálculo, conforme descrito mais detalhadamente nos itens a seguir.

### 3.7.1 Comparação entre método relativo e absoluto

Para comparar os resultados advindos da utilização de método absoluto e relativo na determinação de altitude normal-ortométrica, para cada ponto de cálculo determinou-se seus valores à luz das expressões já descritas nas equações 2.45 e 2.46, nos termos da minimização apresentada na expressão 3.2.

$$\begin{cases} H_P^{NOrt}{}_{rel} \\ H_P^{NOrt}{}_{abs} \end{cases} \Rightarrow \min ||H_P^{NOrt}{}_{ref} - H_P^{NOrt}{}_{calc}|| \quad (3.2)$$

Em suma, para cada ponto, foram comparados os valores absolutos das diferenças entre as altitudes normais-ortométricas de referência ( $H_P^{NOrt}{}_{ref}$ ) e as altitudes normais-ortométricas calculadas ( $H_P^{NOrt}{}_{calc}$ ). A escolha do método de melhor desempenho se deu, portanto, naquele que minimizou esta relação para aquele ponto.

Esta comparação entre método absoluto e relativo fomenta, ainda, uma nova decisão: em optando pelo método relativo, nos termos das equações 2.46 e 2.47, como deve ser realizada a escolha do ponto  $P_0$ ? Para responder a este questionamento, o item 3.7.4 explora de modo mais detalhado como se deu a busca por um padrão para  $P_0$  em cada conjunto de pontos utilizado neste trabalho.



### 3.7.2 Comparação entre MAPGEO2015 e os MGGs

A comparação entre os MGGs e o MAPGEO2015 se deu pela utilização de suas funcionais em diferentes graus de desenvolvimento, conforme tabela 8, para cálculo da altitude normal-ortométrica e sua posterior comparação com os valores de referência, visando a minimizar sua diferença. A expressão 3.3 exprime o procedimento descrito, na qual cada equação considera a utilização de um dado modelo global do geopotencial desenvolvido até certo grau de desenvolvimento segundo o método relativo.

$$\left\{ \begin{array}{l} [H_P^{NOrt}]_{MAPGEO2015} \\ [H_P^{NOrt}]_{EGM2008} \\ [H_P^{NOrt}]_{EIGEN-6C4} \\ [H_P^{NOrt}]_{GGM05C} \\ [H_P^{NOrt}]_{GOCO05C} \\ [H_P^{NOrt}]_{XGM2016} \end{array} \right. \Rightarrow \min ||H_P^{NOrt}_{ref} - |H_P^{NOrt}_{calc}|| \quad (3.3)$$

Novamente, a definição de melhor desempenho se deu para aquele MGG, em seu respectivo grau de desenvolvimento, que minimizou esta relação para um dado ponto de cálculo.

### 3.7.3 Comparação entre uso de altitude geoidal e anomalia de altitude

Por fim, a terceira comparação realizada neste trabalho se deu à luz do já citado trabalho FERREIRA et al. (2013). Como descrito, a utilização de altitudes normais-ortométricas implica na adoção de uma superfície de referência diferente dos usuais geóide e quase-geóide. Por conseguinte, a funcional que denota a dependência aproximada entre a altitude normal-ortométrica e a altitude elipsoidal é denominada pela referência supracitada como altitude normal-geoidal, podendo ser melhor descrita como a altitude geoidal  $N$  ou pela anomalia de altitude  $\zeta$ , dependendo da área de estudo.

Em seu trabalho original, FERREIRA et al. (2013) descrevem que para um conjunto de estações da região sul do Brasil, na qual está inserida a área-teste do corrente trabalho, a altitude normal-geoidal é melhor representada pela anomalia de altitude do que pela altitude geoidal, segundo uma leve vantagem de 56% sobre 44%. Sendo assim, a comparação sobre as funcionais foi realizada nos termos da expressão 3.4, que novamente descreve uma comparação realizada para um dado modelo global do geopotencial desenvolvido até certo grau de desenvolvimento segundo o método relativo. Mais uma vez, a minimização da diferença entre as altitudes calculada e de referência foi o critério para definição de solução ótima para esta comparação.

$$\left\{ \begin{array}{l} H_P^{NOrt}_N = H_0^{NOrt} - h_0 + h_P + N_0 - N_P \\ H_P^{NOrt}_\zeta = H_0^{NOrt} - h_0 + h_P + \zeta_0 - \zeta_P \end{array} \right. \Rightarrow \min ||H_P^{NOrt}_{ref} - |H_P^{NOrt}_{calc}|| \quad (3.4)$$

Faz-se mister ressaltar, ainda, que as comparações ora descritas não foram realizadas de maneira isolada, isto é, não foram realizadas de forma sequencial. Estas comparações foram realizadas simultaneamente para cada ponto, buscando verificar a configuração capaz de minimizar a diferença entre as altitudes calculadas e as altitudes de referência. Desta forma, foi possível identificar, para um dado ponto, qual a solução ótima para as três condições a seguir:

- Escolha entre o método absoluto ou o método relativo;
- Escolha de MGG e respectivo grau de desenvolvimento que melhor se adequa à área de referência;
- Escolha da funcional que melhor represente a área desejada.

#### 3.7.4 Reflexões sobre o ponto $P_0$

Como o foco central do presente trabalho é propor uma alternativa para determinação da altitude normal-ortométrica, um ponto deveras importante é entender como a escolha do ponto de referência afeta as expressões 3.2 a 3.4, bem como buscar por um padrão que viabilize uma solução ideal em todas as ocasiões. Isto porque, conforme indicado na Introdução, trabalhos anteriores indicam um melhor desempenho do método relativo em relação ao absoluto e, desta forma, deve-se compreender seu funcionamento por completo.

Intuitivamente, previamente à realização de cálculos, buscou-se inferir possíveis fatores que alterem esta determinação. Neste contexto, tome-se um conjunto de  $n + 1$  pontos de uma dada área de referência, um dos quais é o ponto  $P_0$  ou ponto de origem, e os demais  $n$  pontos são aqueles para os quais se determine a altitude normal-ortométrica pelo método relativo. Proporcione-se, pois, uma comparação entre altitudes normais-ortométricas reais e calculadas, aos moldes da equação 2.46. Desta forma, tem-se a expressão 3.5.

$$\begin{cases} H_1^{NOrt} = H_0^{NOrt} - h_0 + h_1 + \eta_0 - \eta_1 \\ H_2^{NOrt} = H_0^{NOrt} - h_0 + h_2 + \eta_0 - \eta_2 \\ \vdots \\ H_n^{NOrt} = H_0^{NOrt} - h_0 + h_n + \eta_0 - \eta_n \end{cases} \quad (3.5)$$

Como para cada ponto  $i$  da área de referência a altitude normal-ortométrica real é conhecida, pode-se obter um fator  $\theta$  definido como sendo o módulo da diferença entre os módulos da altitude normal-ortométrica real ou de referência e da altitude normal-ortométrica calculada, ou seja,  $\theta_i = ||H_i^{NOrt}_{ref}| - |H_i^{NOrt}_{calc}||$ . Sendo assim, para o conjunto de pontos, é válida a expressão 3.6.

$$\begin{cases} \theta_1 = ||H_1^{NOrt}_{ref}| - |H_1^{NOrt}_{calc}|| \\ \theta_2 = ||H_2^{NOrt}_{ref}| - |H_2^{NOrt}_{calc}|| \\ \vdots \\ \theta_n = ||H_n^{NOrt}_{ref}| - |H_n^{NOrt}_{calc}|| \end{cases} \quad (3.6)$$

A busca primária por um padrão para o ponto  $P_0$ , portanto, deve ser tal que minimize a média dos fatores individuais  $\theta_i$ , conforme expressão 3.7.

$$P_0 \Rightarrow \text{mín}(\theta_m) \quad (3.7)$$

$$\text{onde } \theta_m = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \theta_i$$

Entretanto, deve-se levar em consideração as restrições físicas e matemáticas da utilização do método relativo e, conseqüentemente da adoção do ponto  $P_0$ . As primeiras devem estar alinhadas com os atuais pressupostos para estabelecimento do IHRS/IHRF e, indo além, ao esperado para suportar o GGOS; as segundas devem deixar claro que tipo de assunção é realizada quando da aplicação do método em tela.

Partindo da discussão das restrições com cunho matemático, deve-se primeiramente diferenciar os cálculos desenvolvidos no presente trabalho daqueles propostos por BLITZKOW et al. (2016). Para aqueles autores, ao serem realizados os cálculos referentes ao método relativo para a validação do MAPGEO2015, foi necessário lançar mão de distâncias mútuas entre pontos utilizados variando entre 20 km e 50 km - segundo eles, abaixo de 20 km as variações de altitude geoidal são pequenas e não permitem um bom juízo da diferenças, ao passo que acima de 50 km a variação tende a não ser linear. Entretanto, estes limitantes não são cabíveis ao presente trabalho pois não há interesse em realizar uma modelagem contínua do comportamento geoidal como aquela por eles realizada, mas sim utilizar este artifício para densificar pontualmente - leia-se, de forma discreta - valores de altitude normal-ortométrica.

Para avaliar esta abordagem, tome-se como exemplo genérico a existência de duas superfícies arbitrárias  $S_1$  e  $S_2$ , as quais se interceptam de forma parcial segundo uma curva  $C_1$ . Sejam estas superfícies suficientemente distintas para que esta interseção seja bidimensional, e seja esta curva de interseção com comprimento suficiente para que não seja necessária a assunção de variação linear das superfícies. Uma vista em perfil de uma interseção como a proposta, para possibilitar uma visualização desta situação, é apresentada na figura 45. Nesta, são observados ainda os pontos  $P_0$  e  $P_i$  pertencentes à curva de interseção e ressaltados pelo plano de corte em perfil. Observa-se ainda que não há representação da curva de interseção, sendo esta substituída por um segmento de reta  $C$  que une os pontos  $P_0$  e  $P_i$ .

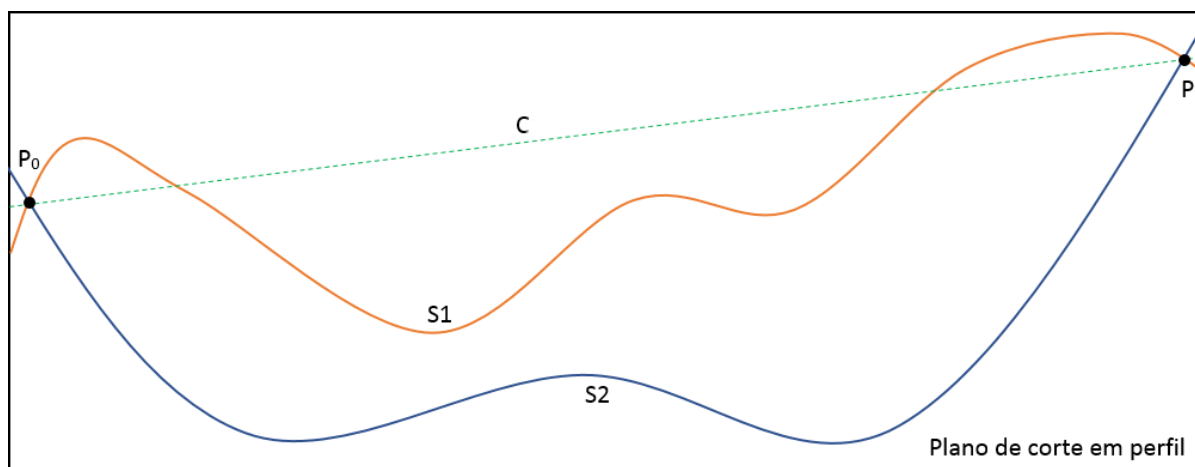


FIGURA 45 – Vista em perfil da interseção de duas superfícies  $S_1$  e  $S_2$  ao longo de uma curva  $C$ .

Fonte: O Autor (2017).

Observe que, para fins de realizar uma modelagem contínua do modo como estas superfícies se interceptam, realmente seria necessário assumir ou delimitar um trecho no qual sua variação seja aproximadamente linear e coerente com a curva  $C_1$ ; esta situação não ocorre com os pontos  $P_0$  e  $P_i$ . Todavia, para uma modelagem discreta, onde se deseja apenas inferir e analisar propriedades atinentes exclusivamente aos dois pontos em questão, a utilização de uma modelagem linear para representar a união entre estes dois pontos por meio do segmento  $C$  é plenamente cabível, dado que estes preservam informações de ambas as superfícies que integram e, adicionalmente, do segmento de reta que os une.

A utilização do método relativo como proposto no presente trabalho apresenta, matematicamente, abordagem equivalente: quando da subtração entre as duas equações que integram a equação 2.46, há de fato a suposição de alinhamento entre os dois pontos  $P_0$  e  $P_i$  segundo um segmento de reta - uma modelagem linear. Entretanto, esta modelagem não tem por finalidade compreender ou analisar a maneira como as altitudes normais-ortométricas se comportam entre ambos os pontos, mas sim fazer uso deste artifício matemático para eliminar erros nas variáveis que determinam um dos pontos. Não há, portanto, necessidade de consideração de comportamento linear do geoide, ou do quase-geoide, ou de nenhuma outra superfície ora estudada, para utilização em plenitude do método relativo, estando este livre de limitações matemáticas.

Uma outra possível limitação matemática para a modelagem pelo método relativo ocorre conforme descrito por VANICEK e KRAKIWSKY (1986, p.99), quando estes autores descrevem como o desvio-padrão  $\sigma$  de uma altitude física  $H$  se propaga ao longo de uma distância  $S$ , em quilômetros, em relação a um ponto de origem. Esta formulação ocorre como exposto na equação 3.8.

$$\sigma_H = 1,8 \times 10^{-3} S^{\frac{2}{3}} [mm] \quad (3.8)$$

Todavia, a mesma referência afirma que esta modelagem apresenta um viés empírico, sendo inferida a partir de NASA (1973 apud VANICEK; KRAKIWSKY, 1986) no tocante à rede altimétrica norte-americana à época da publicação; deve-se, portanto, verificar sua extensibilidade à RAFB, em particular à área de estudo, de forma conjugada com estudos sobre propagação dos erros, como abordado no item 2.4.3. Sua aplicabilidade ao presente trabalho, portanto, fica condicionada a este procedimento e proposta para estudos futuros, sendo bem substituída, no momento, pelo estudo das discrepâncias entre valores calculados e valores de referência, nos termos apresentados nos itens 3.7.1 a 3.7.3.

Na sequência, considere-se os limitantes estritamente físicos para a utilização do método relativo. O primeiro limitante está relacionado com a posição em que o eventual ponto  $P_0$  se encontra dentro de um conjunto de pontos ao qual pertença. Considerando-se a necessidade de uniformidade nos comprimentos das linhas de base utilizadas para cálculo pelo método relativo, a posição ideal para sua escolha seria a mais próxima do centro da região estudada (DE FREITAS, 2017)<sup>1</sup>. Isto porque a coexistência de linhas de base demasiadamente grandes e linhas de base consideravelmente pequenas podem ocasionar a existência de imprecisões na modelagem.

Para que houvesse total alinhamento com os conceitos físicos cabíveis a esta consideração, seria necessário o conhecimento da distribuição das massas sob a superfície terrestre em quaisquer áreas onde se desejasse realizar o cálculo de altitudes normais-ortométricas pelo método relativo, possibilitando a obtenção do centro de gravidade desta, ou seja, seu baricentro. Como para a finalidade do trabalho que ora se desenvolve não são levadas em consideração características da crosta terrestre que possam definir a forma como as massas se distribuem sob sua superfície, considera-se como boa aproximação inicial para o baricentro a adoção do centro geométrico - leia-se centroide - da área estudada. Os resultados obtidos pela utilização do ponto mais próximo do centroide da área como  $P_0$  são comparados com aqueles que satisfazem a equação 3.7; esta condição, entretanto, carece de estudos posteriores mais aprofundados para refinamento.

O último limitante físico a ser considerado para o método relativo diz respeito à distância máxima entre dois pontos para que seja possível inferir ou calcular características de um a partir de características do outro. Conforme abordado neste mesmo item, matematicamente não há limite para esta determinação; entretanto, deve-se buscar a plenitude de significado físico para os resultados alcançados.

Neste âmbito, pode-se citar como estado-da-arte desta área de conhecimento os requisitos referentes à existência de dados terrestres relacionados com o campo da gravidade

<sup>1</sup> DE FREITAS, S.R.C. Comunicação pessoal. Curitiba, 2017. Diálogo sobre o tema.

em locais onde se almeja a futura instalação de estações IHRF. Mais especificamente, SÁNCHEZ et al. (2017) afirmam que dados de gravimetria terrestre de pontos até uma distância máxima de  $210\text{ km}$  em relação ao ponto onde se deseja materializar a estação devem ser considerados nos cálculos e nas determinações cabíveis. Como embasamento para este requisito, SÁNCHEZ et al. (2016) ressaltam que esta consideração tem como objetivo o cumprimento das orientações de trato com dados gravimétricos emanadas pelo *GGOS Bureau for Networks and Observations* - o Escritório para Redes e Observações do GGOS - para modelagem do campo da gravidade em alta resolução e para viabilizar a futura consecução de seu objetivo quanto à precisão - a saber, a determinação de um sistema vertical expresso em termos de números geopotenciais com acurácia global de  $1 \times 10^{-2} m^2 s^{-2}$ .

Entretanto, esta abordagem está fora do escopo do presente trabalho, principalmente por ser aplicável, tal como citado, à extensão bidimensional máxima para consideração de relevância de dados oriundos de técnicas gravimétricas terrestres, estando estes no espaço do geopotencial. As informações oriundas de observações terrestres deste trabalho são a altitude normal-geoidal e a altitude elipsoidal, estando ambas no espaço do esferopotencial. Destarte, não há arcabouço teórico que suporte esta transição de justificativa entre os espaços.

Por fim, ressalta-se que, obviamente, existem fundamentação e justificativa plausíveis que limitem o uso do método relativo em casos extremos - por exemplo, para evitar alguma situação extrema em que o ponto  $P_0$  e os demais pontos encontrem-se demasiadamente distantes. Entretanto, tal como discutido, estas não são abordadas no presente trabalho, sendo indicadas, inclusive, como recomendações e perspectivas para trabalhos futuros. Dentro do contexto do presente trabalho, trabalha-se com grandes distâncias para utilização do método relativo, principalmente na Amazônia Legal Brasileira, dada a escassez de informações geodésicas em seu território. Mesmo com esta abordagem, são estudados os efeitos e a possível relação entre as discrepâncias e a distância para a determinação e o único fator alcançado como limitante para homogeneidade na modelagem - o uso de  $P_0$  próximo ao centro da área - é respeitado.

Desta forma, estas indicações mostram os primeiros passos para analisar o comportamento de pontos de referência  $P_0$  para utilização do método relativo. Parte-se, portanto do objetivo de posicioná-lo de forma centrada na área de aplicação, estudando efeitos às discrepâncias relacionados com as distâncias entre este e os demais pontos.

Obviamente, após a realização de todos os cálculos indicados nos itens anteriores, a consecução de uma escolha conveniente de  $P_0$  é trivial, devendo o resultado final não somente satisfazer a expressão 3.7, mas possuir coerência física e matemática com a realidade. Entretanto, o intuito é buscar indícios e comprovações empírico-matemáticas que possibilitem a escolha mais adequada de  $P_0$  anteriormente à realização dos cálculos completos.

### 3.7.5 Determinação de altitude normal-ortométrica em área desejada

Como última etapa da metodologia alternativa ora desenvolvida, conhecendo-se as três variáveis descritas ao final do item 3.7.3 e o padrão ótimo para definição do ponto de referência  $P_0$ , caso se opte por utilizar o método relativo, propõe-se calcular os valores de altitude normal-ortométrica em pontos nos quais só se conheça os valores de altitude elipsoidal. Para tanto, é necessário compilar informações básicas, como coordenadas e valores das referidas altitudes, e obter os extratos ponto-a-ponto do MGG que melhor se adequem, no grau de desenvolvimento com melhor desempenho para a área e segundo a funcional do geopotencial que melhor represente a área desejada.

Esta fase final nada mais é que replicação dos passos anteriores sem a necessidade das análises intermediárias, uma vez que seus condicionantes já são conhecidos, levando-se em consideração as limitações físicas e matemáticas impostas pelo modelo. Os resultados finais serão altitudes normais-ortométricas calculadas para pontos nos quais se conhece apenas as altitudes elipsoidais, segundo uma metodologia que as otimize.

## 3.8 CRITÉRIOS PARA AVALIAÇÃO DOS RESULTADOS

### 3.8.1 Análises de possibilidade e viabilidade da estratégia

As análises de possibilidade e viabilidade da metodologia ora proposta ocorrerão, separadamente, em dois aspectos. Conforme descrito no capítulo 1, a possibilidade de emprego da metodologia está condicionada à simples disponibilidade de dados na área desejada – para o presente trabalho, a área de estudo – em quantidade suficiente para aplicação da metodologia alternativa para determinação de altitudes normais-ortométricas. Já a viabilidade da metodologia está condicionada aos resultados finais obtidos por seu emprego, mas precisamente no que diz respeito às precisões obtidas para as altitudes normais-ortométricas calculadas.

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

### 4.1 RESULTADOS PARA A ÁREA-TESTE

Neste item, são descritos os resultados encontrados com a aplicação dos procedimentos apresentados no capítulo 3 para os pontos da área-teste. Neste contexto, são abordados primeiramente as comparações entre os resultados obtidos por meio do método absoluto e do método relativo, dentro das condicionantes expostas no item 3.7.1. Na sequência, ainda fruto desta discussão, são realizados estudos sobre a adoção do ponto  $P_0$  no tocante à sua utilização no método relativo, tal como abordado no item 3.7.4. Posteriormente, compara-se o desempenho dos diferentes MGGs e do MAPGEO2015, como regrado no item 3.7.2. Por fim, compara-se as diferentes funcionais do geopotencial quanto à adequação para modelagem da altitude normal-ortométrica, como discorrido no item 3.7.3.

#### 4.1.1 Comparação entre método absoluto e relativo

As comparações apresentadas neste item atendem às especificações previstas nos itens 3.7.1 e 3.7.4. Para este último, teve-se como resolução a adoção do ponto  $P_0$  mais próximo do centro da área-teste: o ponto 6, apresentado na figura 41.

As tabelas 13 a 15 apresentam os módulos das diferenças entre os resultados obtidos pela determinação das altitudes normais-ortométricas para MGGs desenvolvidos até grau 2190, 720 e 360, respectivamente, utilizando a funcional anomalia de altitude ( $\zeta$ ) pelos métodos absoluto e relativo comparativamente aos valores de referência, conforme regrado pela equação 3.2 ( $||H_P^{NOrt_{ref}}| - |H_P^{NOrt_{calc}}||$ ). Cada tabela está relacionada com um gráfico de valores obtidos para a mencionada diferença, por meio do método relativo, em cada ponto – apêndices H a J. Os resultados para o método absoluto foram omitidos dos gráficos, sendo alvo de estudo ao final da exposição por grau de desenvolvimento.

TABELA 13 – Módulo das diferenças, em metros, entre método absoluto e relativo para MGGs até grau 2190 e funcional anomalia de altitude na área-teste.

Modelo	Método	Diferença Máxima (m)	Diferença Média (m)	Diferença Mínima (m)	Diferença percentual absoluto/relativo
EGM2008	Absoluto	0,6181	0,3866	0,1557	66,57%
	Relativo	0,4930	0,1292	0,0171	

Continua na próxima página



Modelo	Método	Diferença Máxima (m)	Diferença Média (m)	Diferença Mínima (m)	Diferença percentual absoluto/relativo
EIGEN-6C4	Absoluto	0,5474	0,3545	0,1076	70,94%
	Relativo	0,4343	0,1030	0,0192	

Fonte: O Autor (2017).

TABELA 14 – Módulo das diferenças, em metros, entre método absoluto e relativo para MGGs até grau 719 e 720 e funcional anomalia de altitude na área-teste.

Modelo	Método	Diferença Máxima (m)	Diferença Média (m)	Diferença Mínima (m)	Diferença percentual absoluto/relativo
EGM2008	Absoluto	0,6502	0,3912	0,1556	70,72%
	Relativo	0,5303	0,1145	0,0060	
EIGEN-6C4	Absoluto	0,5790	0,3572	0,1121	71,69%
	Relativo	0,4718	0,1011	0,0155	
GOCO05C	Absoluto	0,6016	0,3787	0,1327	76,12%
	Relativo	0,5213	0,0904	0,0015	
XGM2016	Absoluto	0,5889	0,3689	0,1157	74,59%
	Relativo	0,5091	0,0937	0,0036	

Fonte: O Autor (2017).

TABELA 15 – Módulo das diferenças, em metros, entre método absoluto e relativo para MGGs até grau 360 e funcional anomalia de altitude na área-teste.

Modelo	Método	Diferença Máxima (m)	Diferença Média (m)	Diferença Mínima (m)	Diferença percentual absoluto/relativo
EGM2008	Absoluto	0,6400	0,4303	0,0189	54,87%
	Relativo	0,6385	0,1942	0,0146	
EIGEN-6C4	Absoluto	0,6888	0,4004	0,0554	39,55%
	Relativo	0,5825	0,2421	0,0107	

Continua na próxima página

Modelo	Método	Diferença Máxima (m)	Diferença Média (m)	Diferença Mínima (m)	Diferença percentual absoluto/ relativo
GOCO05C	Absoluto	0,7328	0,4134	0,0093	44,88%
	Relativo	0,6228	0,2279	0,0018	
XGM2016	Absoluto	0,6845	0,4071	0,0537	36,93%
	Relativo	0,6081	0,2568	0,0227	
GGM05C	Absoluto	0,7307	0,4110	0,0411	52,11%
	Relativo	0,5519	0,1969	0,0261	

Fonte: O Autor (2017).

As tabelas 16 a 18 apresentam resultados equivalentes aos anteriores, utilizando, contudo, a funcional altitude geoidal ( $N$ ). Novamente, cada tabela está relacionada com um gráfico de valores obtidos para a mencionada diferença, por meio do método relativo, em cada ponto – apêndices K a M.

TABELA 16 – Módulo das diferenças, em metros, entre método absoluto e relativo para MGGs até grau 2190 e funcional altitude geoidal na área-teste.

Modelo	Método	Diferença Máxima (m)	Diferença Média (m)	Diferença Mínima (m)	Diferença percentual absoluto/ relativo
MAPGEO2015 (*)	Absoluto	0,5304	0,1568	0,0022	-10,24%
	Relativo	0,5873	0,1729	0,0406	
EGM2008	Absoluto	0,6810	0,4260	0,1353	72,99%
	Relativo	0,5313	0,1151	0,0126	
EIGEN-6C4	Absoluto	0,6091	0,3936	0,0588	72,07%
	Relativo	0,4717	0,1099	0,0057	

Fonte: O Autor (2017).

TABELA 17 – Módulo das diferenças, em metros, entre método absoluto e relativo para MGGs até grau 719 e 720 e funcional altitude geoidal na área-teste.

Modelo	Método	Diferença Máxima (m)	Diferença Média (m)	Diferença Mínima (m)	Diferença percentual absoluto/ relativo
MAPGEO2015 (*)	Absoluto	0,5304	0,1619	0,0022	-8,27%

Continua na próxima página

Modelo	Método	Diferença Máxima (m)	Diferença Média (m)	Diferença Mínima (m)	Diferença percentual absoluto/ relativo
	Relativo	0,5873	0,1753	0,0406	
EGM2008	Absoluto	0,6996	0,4313	0,1414	73,85%
	Relativo	0,5721	0,1128	0,0047	
EIGEN-6C4	Absoluto	0,6271	0,3970	0,0649	70,68%
	Relativo	0,5125	0,1164	0,0096	
GOCO05C	Absoluto	0,6526	0,4190	0,0855	72,45%
	Relativo	0,5645	0,1154	0,0028	
XGM2016	Absoluto	0,6360	0,4089	0,0677	71,01%
	Relativo	0,5486	0,1185	0,0017	

Fonte: O Autor (2017).

TABELA 18 – Módulo das diferenças, em metros, entre método absoluto e relativo para MGGs até grau 360 e funcional altitude geoidal na área-teste.

Modelo	Método	Diferença Máxima (m)	Diferença Média (m)	Diferença Mínima (m)	Diferença percentual absoluto/ relativo
MAPGEO2015 (*)	Absoluto	0,5304	0,1601	0,0022	-8,65%
	Relativo	0,5873	0,1739	0,0406	
EGM2008	Absoluto	0,7037	0,4701	0,0280	50,31%
	Relativo	0,6757	0,2336	0,0018	
EIGEN-6C4	Absoluto	0,7470	0,4417	0,1033	36,00%
	Relativo	0,6188	0,2827	0,0249	
GOCO05C	Absoluto	0,7932	0,4552	0,0558	41,18%
	Relativo	0,6601	0,2677	0,0231	
XGM2016	Absoluto	0,7464	0,4477	0,1015	33,30%
	Relativo	0,6448	0,2987	0,0037	
GGM05C	Absoluto	0,7908	0,4525	0,0889	48,23%
	Relativo	0,5869	0,2343	0,0048	

Fonte: O Autor (2017).

A tabela 19, por fim, resume o desempenho do módulo do valor médio da diferença entre o resultado do método absoluto e do método relativo em relação a valor de referência

para cada modelo e grau de desenvolvimento, ou seja, o fator  $\theta_m$  em ambos os casos.

TABELA 19 – Resumo de diferenças médias, em metros, para método absoluto e relativo por grau e funcional na área-teste.

Modelo	Grau	$\theta_m$ (m)			
		Funcional anomalia de altitude ( $\zeta$ )		Funcional altitude geoidal ( $N$ )	
		Método absoluto	Método relativo	Método absoluto	Método relativo
MAPGEO2015 (*)	2190 (*)	-	-	0,1568	0,1729
	720 (*)	-	-	0,1619	0,1753
	360 (*)	-	-	0,1601	0,1739
EGM2008	2190	0,3866	0,1292	0,4260	0,1151
	720	0,3912	0,1145	0,4313	0,1128
	360	0,4303	0,1942	0,4701	0,2336
EIGEN-6C4	2190	0,3545	0,1030	0,3936	0,1099
	720	0,3572	0,1011	0,3970	0,1164
	360	0,4004	0,2421	0,4417	0,2827
GOCO05C	720	0,3787	0,0904	0,4190	0,1154
	360	0,4134	0,2279	0,4552	0,2677
XGM2016	719	0,3689	0,0937	0,4089	0,1185
	360	0,4071	0,2568	0,4477	0,2987
GGM05C	360	0,4110	0,1969	0,4525	0,2343

Fonte: O Autor (2017).

Adicionalmente à tabela 19, a figura 46 traz um gráfico completo das diferenças médias, em metros, para o método absoluto e para o método relativo por grau de desenvolvimento dos modelos na área teste. Neste gráfico, as discrepâncias obtidas por meio do método relativo são representadas por linhas contínuas, ao passo que aquelas obtidas pelo método absoluto são representadas por linhas tracejadas. Na legenda do gráfico, estão destacados no retângulo magenta as representações obtidas pela funcional altitude geoidal e no retângulo ciano aquelas obtidas pela funcional anomalia de altitude.

Uma observação no tocante às tabelas 16 a 19 e ao gráfico da figura 46 é: quando da aplicação do modelo geoidal nacional MAPGEO2015, não há possibilidade ou mesmo coerência em raciocinar com seu desenvolvimento em diferentes graus, visto que este não configura um modelo global do geopotencial clássico, cujas funcionais são obtidas a partir da expansão do geopotencial em termos de harmônicos esféricos. Desta forma, as linhas com asterisco nas referidas tabelas estão relacionadas à utilização do MAPGEO2015 de maneira clássica sobre os

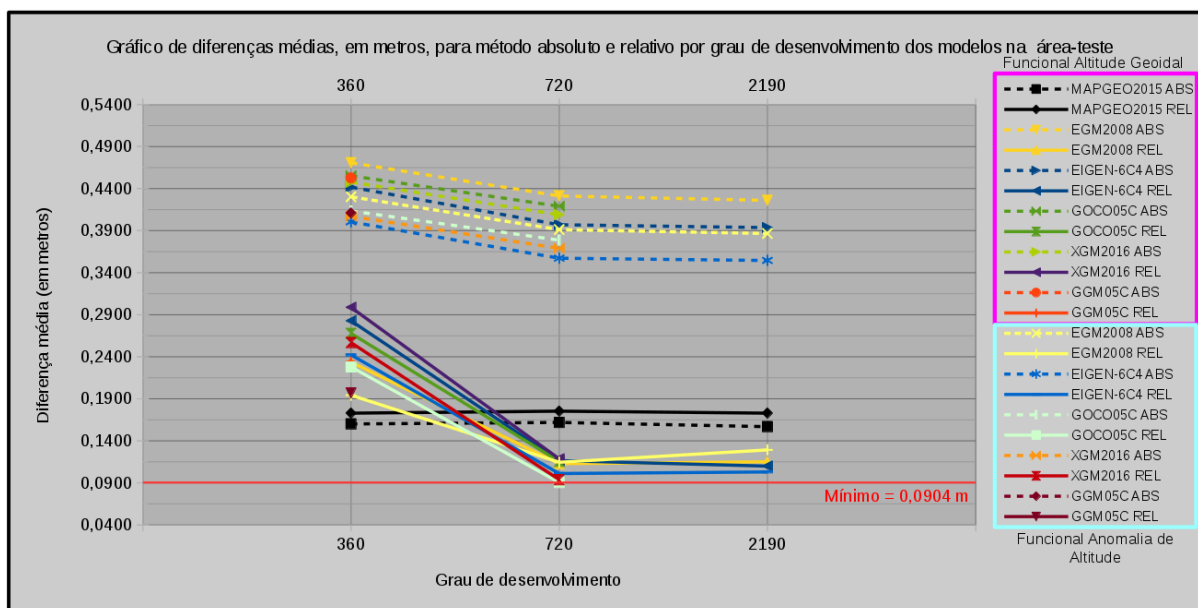


FIGURA 46 – Gráfico de diferenças médias, em metros, para método absoluto e relativo por grau de desenvolvimento dos modelos na área-teste.

Fonte: O Autor (2017).

conjuntos de pontos utilizados nos testes para modelos com grau de desenvolvimento 2190, 720 e 360, conforme figura 41 e apêndice E.

Das tabelas dispostas anteriormente, principalmente da própria tabela 19 e da figura 46, pode-se verificar que o desempenho do uso do método relativo é deveras superior ao uso do método absoluto para os MGGs. Isto porque, conforme discorrido nos capítulos 1 e 2, este procedimento remove erros sistemáticos inerentes ao processo de geração de um determinado modelo. Pela análise das últimas colunas das tabelas 13 a 18, pode-se atestar que independentemente da funcional empregada ou do grau de desenvolvimento de obtenção dos extratos dos modelos, é perceptível uma melhoria média superior a 70% nas determinações de altitude normal-ortométrica pelo método relativo em detrimento do método absoluto para graus de desenvolvimento 720 e 2190, havendo grande consistência entre os resultados dos modelos e variações médias menores que 5 *cm*. A melhoria ainda ocorre para o grau de desenvolvimento 360, mas em menor escala; justifica-se este fato principalmente pelos erros de omissão da modelagem, provenientes de seu truncamento em grau baixo.

Observando ainda as tabelas 13 a 18, pode-se ainda atestar que os valores mínimos obtidos para as diferenças médias entre altitudes normais-ortométricas calculadas pelo método relativo e as altitudes normais-ortométricas de referência não são nulos. Isto evidencia que, para fins de análise estatística, é eliminado o caso de determinação do ponto de referência  $P_0$ . Para a análise dos valores máximos destas diferenças, em todos os casos pode-se verificar que estes são inferiores aos valores máximos obtidos pelo método absoluto, excetuando-se desta constatação os resultados obtidos com o uso do MAPGEO2015.

Destacam-se, neste ponto, as melhorias impostas ao MGG GOCO05C em grau de desenvolvimento 720 e funcional anomalia de altitude: para o conjunto de 27 pontos utilizados na primeira análise, conforme a tabela 19, há uma diferença média de  $37,87\text{ cm}$  entre altitudes normais-ortométricas calculadas pelo método absoluto em relação às altitudes normais-ortométricas de referência, ao passo que esta diferença média é de apenas  $9,04\text{ cm}$  pelo uso do método relativo - representando uma melhoria percentual de  $76,12\%$ . Este resultado foi destacado em vermelho no gráfico da figura 46 como representando o menor valor de discrepância dentre todas as variações testadas neste trabalho.

Uma exceção a todo este raciocínio deve ser feita quando se aborda o modelo geoidal nacional MAPGEO2015. Conforme análise das últimas colunas das tabelas 16 a 18, que representam os resultados obtidos para a funcional altitude geoidal, verifica-se que os resultados por ele fornecidos não provêm melhorias às determinações, mas sim impõem decréscimo na qualidade pelo uso do método relativo, sendo estes da ordem de  $-10,24\%$ ,  $-8,27\%$  e  $-8,65\%$  para os conjuntos de 29, 27 e 22 pontos, respectivamente. Esta mesma situação pode ser atestada verificando as linhas pretas tracejada e contínua no gráfico da figura 46, sendo este o único modelo que apresenta, para todos os testes realizados, resultados pelo método absoluto melhores que resultados pelo método relativo.

Associou-se este fato à quantidade e distribuição heterogênea de pontos utilizados para obtenção deste modelo, bem como a existência de um interpolador próprio embutido na ferramenta, a qual viabiliza o cálculo de altitudes geoidais em quaisquer localidades baseado em valores de controle (IBGE, 2015). A existência deste método, um método de interpolação bilinear (MATOS, 2017)<sup>1</sup>, insere nos valores finais fornecidos pela aplicação erros não-sistemáticos no âmbito do modelo em si, mas dependentes do método de interpolação utilizado. Desta forma, estes erros não puderam ser removidos pelo simples uso do método relativo, podendo o comportamento verificado ser considerado aleatório e dependente do *set* de pontos empregados.

Ainda para este modelo, é possível verificar nas mesmas tabelas que o valores mínimos da diferença média para os três *sets* de pontos são iguais a  $0,0022\text{ m} = 2,2\text{ mm}$ , ocorrendo no ponto 14 da figura 41, e que os valores máximos da diferença média para os três *sets* de pontos são iguais a  $0,5304\text{ m} = 530,4\text{ mm}$ , ocorrendo no ponto 26 da mesma figura. Estes resultados vão de encontro aos apresentados por BLITZKOW et al. (2016) e transcritos na tabela 9, demandando investigação para validação do trabalho ora executado.

Realizando-se um comparativo da posição deste ponto com os pontos exibidos na figura 33, os quais foram utilizados para a validação do MAPGEO2015, pode-se expandir esta análise para todos os pontos de coincidência entre pontos utilizados para validação do MAPGEO2015 e as estações GNSS/RN utilizadas na área-teste deste trabalho, no *set* de 29 pontos para grau de desenvolvimento 2190, conforme exibido no mapa da figura 47. Nesta, as estações GNSS/RN em laranja representam os 17 pontos utilizados em ambos os trabalhos e

<sup>1</sup> MATOS, A. C. O. C. Comunicação pessoal. Curitiba, 2017. Diálogo sobre o tema.

as estações em verde claro representam os 12 pontos utilizados unicamente neste trabalho.

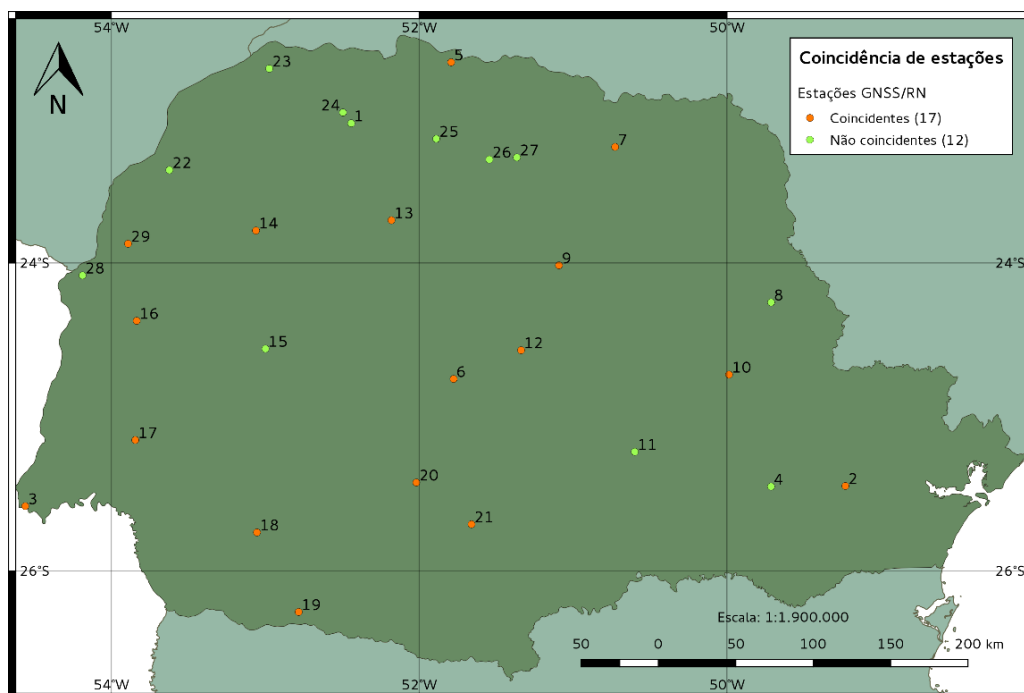


FIGURA 47 – Coincidências de estações GNSS/RN utilizadas neste trabalho e na validação do MAPGEO2015.

Fonte: O Autor (2017).

Observando-se separadamente as médias dos módulos das diferenças obtidas com o uso do MAPGEO2015 para as estações coincidentes com sua validação e para estações não coincidentes, pode-se gerar a tabela 20. Para esta tabela, utilizou-se uma formulação que trata as discrepâncias reais, independentemente do sinal, e em módulo, considerando apenas seus valores absolutos por ponto.

TABELA 20 – Análise de diferenças, em metros, obtidas pelo uso do MAPGEO2015 em estações coincidentes e não-coincidentes com pontos de sua validação.

Pontos	Método	Abordagem	Diferença Máxima (m)	Diferença Média (m)	Diferença Mínima (m)
Coincidentes (17)	Absoluto	Valores reais	0,2678	-0,0020	-0,2582
		Valores absolutos	0,2677	0,1387	0,0025
	Relativo	Valores reais	0,1118	-0,1579	-0,4140

Continua na próxima página

Pontos	Método	Abordagem	Diferença Máxima (m)	Diferença Média (m)	Diferença Mínima (m)
		Valores absolutos	0,4140	0,1788	0,0012
Não-coincidentes (12)	Absoluto	Valores reais	0,5304	0,0575	-0,3106
		Valores absolutos	0,5304	0,1825	0,0048
	Relativo	Valores reais	0,3745	-0,0984	-0,4665
		Valores absolutos	0,4665	0,1634	0,0032

Fonte: O Autor (2017).

Atentando para a tabela 20, é notório que o resultado médio obtido considerando valores reais, o uso do método absoluto e em estações coincidentes com pontos de validação do MAPGEO2015 (aproximadamente igual a  $2,0\text{ mm}$ ) é uma ordem de grandeza melhor do que o resultado equivalente em estações não-coincidentes (aproximadamente igual a  $57,5\text{ mm}$ ), sendo ambos ainda substancialmente melhores que todos os outros resultados médios com outras combinações possíveis e apresentadas na mesma tabela.

Uma última observação sobre o MAPGEO2015 reside nos dados da tabela 10 apresentada no capítulo anterior. Nesta tabela, são apresentadas as diferenças máximas e mínimas, considerando valores reais, para os pontos de validação do modelo, em relação ao uso do método absoluto para relacionar altitude normal-ortométrica, altitude elipsoidal e altitude geoidal, nos termos da equação 1.3. Para estas diferenças, considerando a região Sul do Brasil, na qual a área-teste está inserida, IBGE (2015) aponta uma discrepância máxima e mínima de  $0,33\text{ m}$  e  $-0,41\text{ m}$ , respectivamente. Todavia, considerando-se o emprego de estações da área-teste não-coincidentes com os pontos de validação e também pertencentes à região Sul, utilizando o mesmo procedimento adotado para a validação, conforme tabela 20, obtém-se discrepância máxima e mínima de  $0,5304\text{ m}$  e  $-0,3106\text{ m}$ , respectivamente.

Justifica-se o fato do valor mínimo de discrepância obtida nas estações GNSS/RN deste trabalho e não-coincidentes com os pontos de validação do MAPGEO2015 ser superior ao valor obtido quando de sua validação porque a amostra de 29 pontos utilizada para cálculo corresponde a uma fração das 60 conexões de toda a região Sul utilizadas para validação. Desta forma, as conexões dos outros estados da região Sul provavelmente apresentam discrepância mínima menor do que para a área-teste.

Todavia, a discrepância máxima obtida para estações não-coincidentes com pontos



de validação ( $0,5304\text{ m}$ ) é maior do que a estimada durante a validação para toda a região Sul do Brasil e maior, inclusive, do que a discrepância máxima nacional do modelo ( $0,49\text{ m}$ ), conforme tabela 9. Desta forma, atesta-se que os valores informados por IBGE (2015) para discrepâncias máxima e mínima, regional ou nacional, aplicam-se somente aos pontos utilizados em sua validação, os quais foram “*selecionados através de criterioso estudo realizado na Rede Altimétrica Brasileira*” (IBGE, 2015).

Regressando à análise global dos módulos das diferenças médias expressos na tabela 19, extensível às informações presentes nas tabelas 13 a 18, atesta-se que, quando do uso de MGGs, independentemente de grau de desenvolvimento, funcional ou modelo, a utilização do método relativo sempre traz maior acurácia do que o método absoluto. Para o modelo geoidal nacional MAPGEO2015, entretanto, esta afirmação não é verdadeira, tendo respostas variadas de acordo com o conjunto de pontos calculados. Contudo, conforme a última coluna da tabela 19, a acurácia média obtida com o uso dos MGGs segundo o método relativo é sempre superior, nas condições testadas, ao uso do MAPGEO2015 segundo o método absoluto. Maior aprofundamento sobre o resultado ponto-a-ponto por modelo é realizado no item 4.1.3 deste trabalho.

Desta forma, pode-se afirmar que o uso do método relativo na determinação altimétrica, quando aliado ao uso dos MGGs para geração das funcionais do geopotencial cabíveis, sempre traz melhores resultados que o uso do método absoluto com os mesmos modelos. Indo além, este procedimento é melhor, inclusive, do que o uso do próprio modelo geoidal nacional MAPGEO2015. Esta é a primeira e principal conclusão deste trabalho, sendo inserida na metodologia que se propõe elaborar.

#### 4.1.2 Estudos sobre o ponto $P_0$

Em aprofundamento à análise dos resultados apresentados no item 4.1.1, este item tem a intenção de verificar os efeitos da adoção do ponto  $P_0$  sobre a modelagem dos demais pontos de cada *set*, verificando demais possibilidades para tal feito e analisando as discrepâncias obtidas de forma pontual. Para esta análise, utiliza-se como base os resultados obtidos para a área-teste com o uso do MGG GOCO05C, funcional anomalia de altitude, grau 720, devido a seu melhor desempenho ante às demais configurações utilizadas. Adicionalmente, frisa-se que os padrões e resultados ora apresentados também foram observados em todos os outros resultados obtidos, sendo os demais omitidos do presente trabalho apenas para fins de brevidade.

Neste âmbito, a figura 48 traz uma representação das 26 linhas de base utilizadas para determinação das altitudes normais-ortométricas pelo método relativo para a configuração descrita, utilizando-se como ponto  $P_0$  o ponto 6, tal como já descrito, para que se pudesse homogeneizar seus comprimentos. Nesta figura, cada linha apresenta a nomenclatura do tipo "L 6\_X", que denota a linha que liga o ponto 6 ao ponto X. Adicionalmente, esta mesma figura apresenta a variação das discrepâncias ( $||H_P^{NOrt_{ref}} - H_P^{NOrt_{calc}}||$ ) obtidas para cada

ponto, em função da cor em que cada vetor está representado.

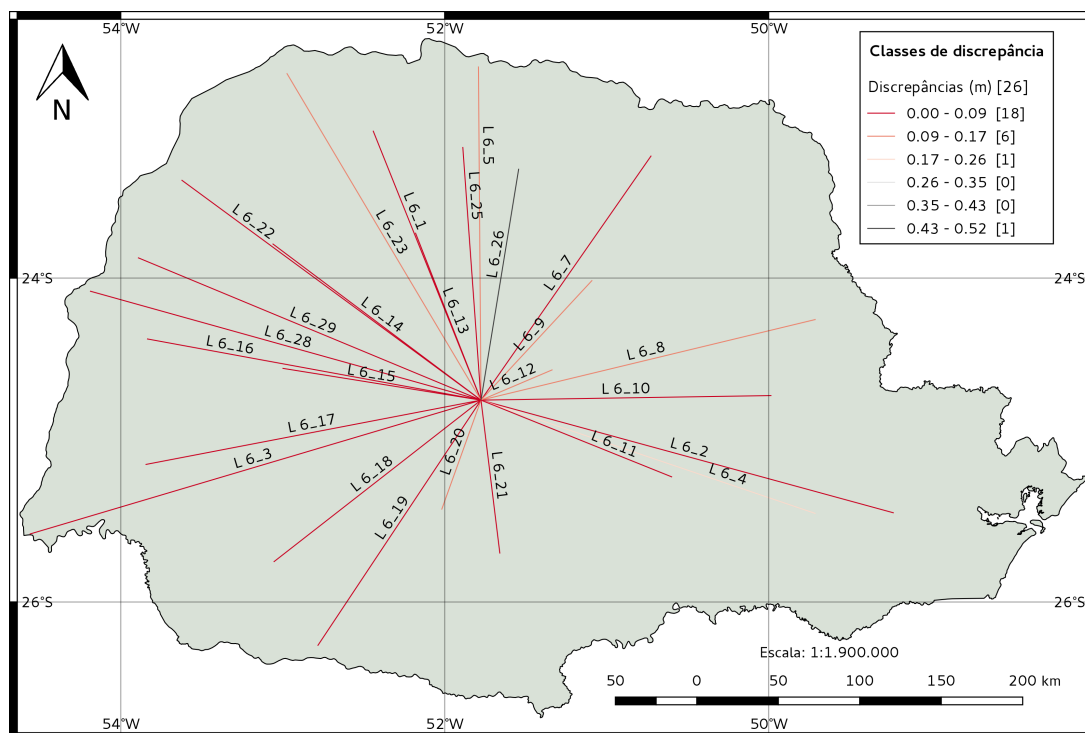


FIGURA 48 – Vetores da determinação altimétrica na área-teste pelo método relativo em função das discrepâncias obtidas.

Fonte: O Autor (2017).

De forma a complementar as informações presentes na figura supracitada, a tabela 21 apresenta, para esta mesma configuração, as distâncias entre ponto  $P_0$  e ponto de determinação, interpretadas como o comprimento da linha de base, e o módulo das discrepâncias obtidas para cada uma destas linhas de base.

TABELA 21 – Análise de discrepâncias, em metros, obtidas pelo método relativo em função dos comprimentos de linhas de base, em quilômetros.

Ponto $P_0$	Ponto final	Discrepância (m)	Distância (km)
6	1	0,0692	199,0994
	2	0,0596	293,7150
	3	0,0170	323,1581
	4	0,2131	242,4310
	5	0,1487	228,9506
	7	0,0056	204,3739
	8	0,0954	236,2235
	9	0,1445	112,0205

Continua na próxima página

Ponto $P_0$	Ponto final	Discrepância (m)	Distância (km)
	10	0,0477	199,2639
	11	0,0850	141,2171
	12	0,1343	53,0583
	13	0,0663	123,2230
	14	0,0015	178,7241
	15	0,0599	137,8105
	16	0,0509	233,0114
	17	0,0287	234,3816
	18	0,0863	180,3730
	19	0,0861	202,3331
	20	0,0910	79,5867
	21	0,0657	105,8757
	22	0,0799	255,0457
	23	0,0935	260,9661
	25	0,0736	174,0737
	26	0,5213	160,7652
	28	0,0604	278,6163
	29	0,0568	254,9028
	Mínimo	0,0015	53,0583
	Médio	0,0904	195,8923
	Máximo	0,5213	323,1581

Fonte: O Autor (2017).

Interpretando-se de maneira conjugada a figura 48 e a tabela 21, percebe-se que, por exemplo, a menor discrepância obtida é igual a  $0,0015\text{ m}$ , ocorrendo na linha de base que une os pontos 6 e 14, cujo comprimento é de  $178,7241\text{ km}$ ; com comprimento similar, a linha de base que une os pontos 6 e 25 ( $174,0737\text{ km}$ ) proporciona discrepância de  $0,0736\text{ m}$ , e a linha de base que une os pontos 6 e 18 ( $180,3730\text{ km}$ ) proporciona discrepância de  $0,0863\text{ m}$ . Adicionalmente, observando-se o outro extremo da discrepância, seu valor máximo -  $0,5213\text{ m}$  - é definido pela linha de base que une os pontos 6 e 26 ( $160,7652\text{ km}$ ); entretanto, este alto valor de discrepância está, provavelmente, relacionado a características intrínsecas ao ponto 26, sendo este aspecto discutido no item 4.1.5.

Por fim, ainda da análise supramencionada, tomem-se as linhas de base que unem os pontos 6 e 12 e os pontos 6 e 20: as duas possuem os menores comprimentos dentre todos os obtidos - respectivamente  $53,0583\text{ km}$  e  $79,5867\text{ km}$ , respectivamente. Estas compreendem discrepâncias de  $0,1343\text{ m}$  e  $0,0910\text{ m}$ , respectivamente, sendo ambas consideravelmente distintas ante à proximidade entre os comprimentos das linhas de base. Tomem-se, ainda, as

linhas de base que unem os pontos 6 e 3 e os pontos 6 e 2: as duas possuem os maiores comprimentos dentre todos os obtidos - respectivamente  $323,1581\text{ km}$  e  $293,7150\text{ km}$ , respectivamente. Estas levam a discrepâncias de  $0,0170\text{ m}$  e  $0,0596\text{ m}$ , respectivamente, sendo ambas novamente consideravelmente distintas ante à proximidade entre os comprimentos das linhas de base.

Neste sentido, a figura 49 traz um gráfico de dispersão relacionando, para cada ponto, o módulo da diferença  $||H_P^{NOrt_{ref}} - H_P^{NOrt_{calc}}||$ , em metros, e a distância entre este o o ponto  $P_0$ , ou seja, o comprimento da linha de base na determinação. Nesta figura, verifica-se que há uma tendência global de diminuição das discrepâncias com o aumento do comprimento da linha de base, conforme descrito pela linha de tendência em roxo. Esta tendência se mantém com a modelagem segundo outras formas de regressão, tal como geométrica e logarítmica, entretanto não representa fidedignamente a realidade: note que, por exemplo, os pontos 4 e 5, com distâncias até o ponto 6 superiores a  $225\text{ km}$  apresentam mais do que o dobro da discrepância quando comparados aos pontos 21 e 23, com distâncias ao ponto 6 inferiores a  $125\text{ km}$ . O ponto 26, que dista aproximadamente  $161\text{ km}$  do ponto 6, apresenta a maior discrepância e não é representado na figura 49.

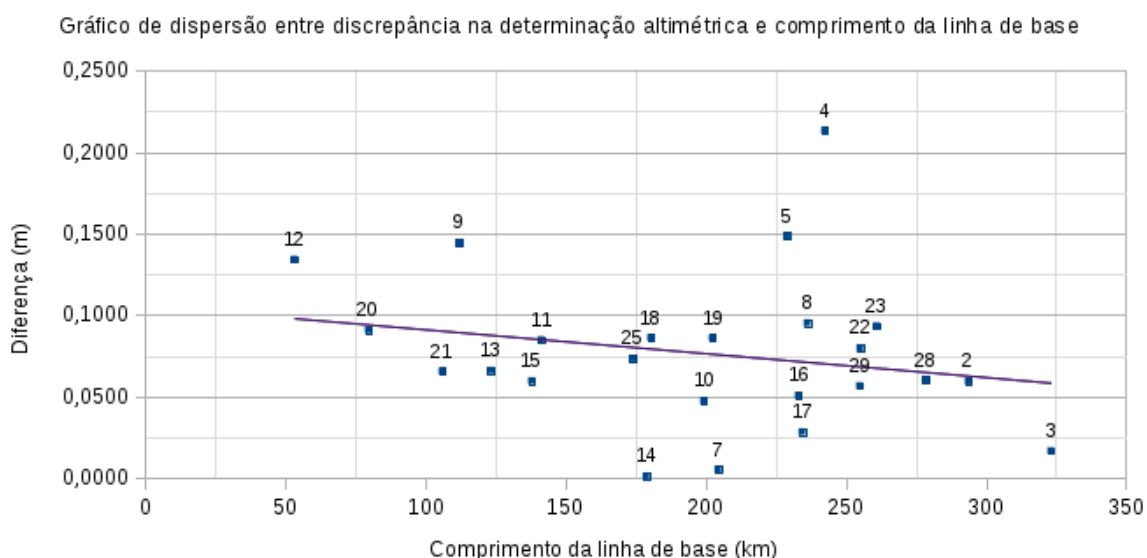


FIGURA 49 – Gráfico de dispersão entre discrepância na determinação altimétrica e comprimento da linha de base.

Fonte: O Autor (2017).

A título de informação, para esta configuração, o cálculo do coeficiente de correlação linear de Pearson ( $\rho$ ) resulta em aproximadamente  $\rho \cong -0,2153$ , indicando correlação negativa fraca entre as variáveis. Desta forma, pode-se verificar que não há correlação entre o comprimento da linha de base e a discrepância obtida pela determinação altimétrica utilizando-se o método relativo. Conclui-se, ainda, que há leve atenuação das discrepâncias obtidas com o aumento da distância. Tais conclusões ratificam as considerações matemáticas abordadas

no item 3.7.4 sobre as reflexões para o adoção do ponto  $P_0$  no tocante à extensibilidade do método relativo enquanto uma determinação discreta.

Serão analisados, na sequência, os efeitos em latitude e em longitude da aplicação do método relativo para a determinação da altitude normal-ortométrica. Esta análise tem por objetivo verificar se as diferenças entre valores calculados e valores de referência obtidos possuem algum tipo de padrão dentro de uma mesma faixa de longitudes ou latitudes, mantendo o caráter anisotrópico das correções normais-ortométricas aplicadas às altitudes niveladas, tal como discorrido no item 2.3.1.5.

Para a análise em questão, tome-se a figura 50, a qual difere da figura 48 pela inclusão de uma faixa de  $\pm 0,5^\circ$  em latitude ao longo do ponto 6, representada em vermelho, e de uma faixa de  $\pm 0,5^\circ$  em longitude ao longo do ponto 6, representada em verde.

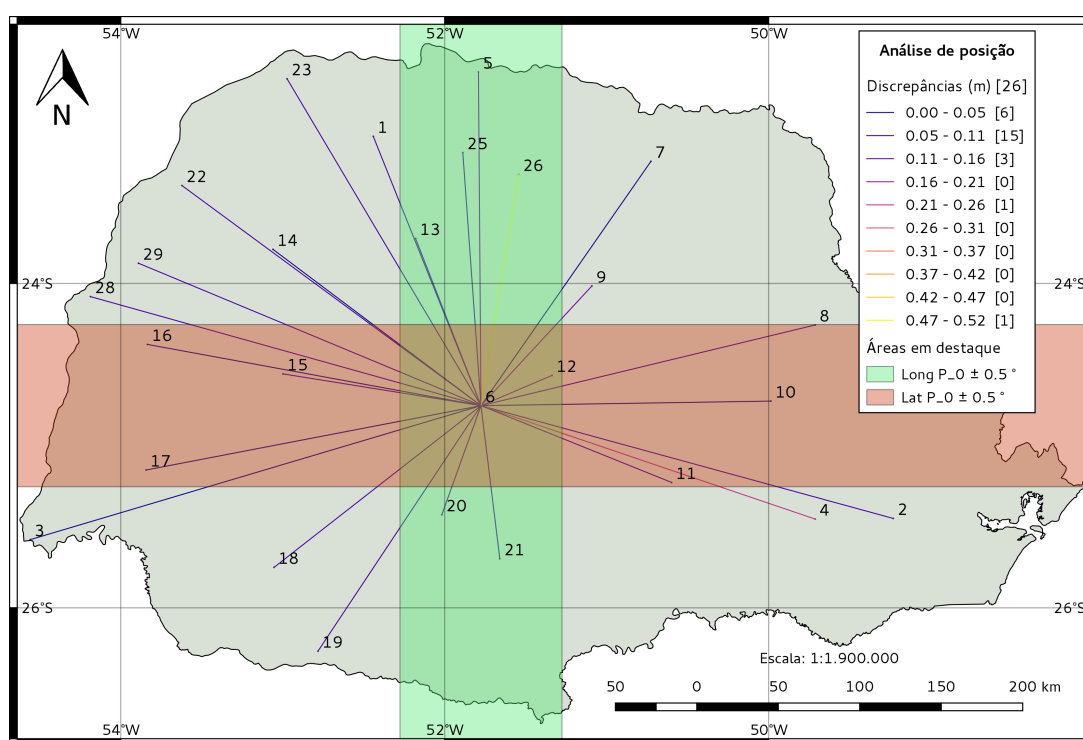


FIGURA 50 – Faixas de latitude e longitude no entorno do ponto 6 na área-teste.

Fonte: O Autor (2017).

Pode-se verificar que integram a mesma faixa de  $\pm 0,5^\circ$  em latitude ao longo do ponto 6 as linhas de base que unem o ponto 6 aos pontos 8, 10, 11, 12, 15, 16 e 17; de modo similar, pode-se verificar que integram a mesma faixa de  $\pm 0,5^\circ$  em longitude ao longo do ponto 6 as linhas de base que unem este ponto aos pontos 5, 12, 13, 20, 21, 25 e 26. Exclua-se, da análise ora realizada, o ponto 26, dado seu comportamento anômalo que, conforme já informado, é discutido no item 4.1.5. Em resumo aos valores apresentados na tabela 21 e sob as particularidades da figura 50, apresenta-se o gráfico da figura 51.

Nota-se, no gráfico em questão, que os pontos dispostos ao longo da faixa de latitude

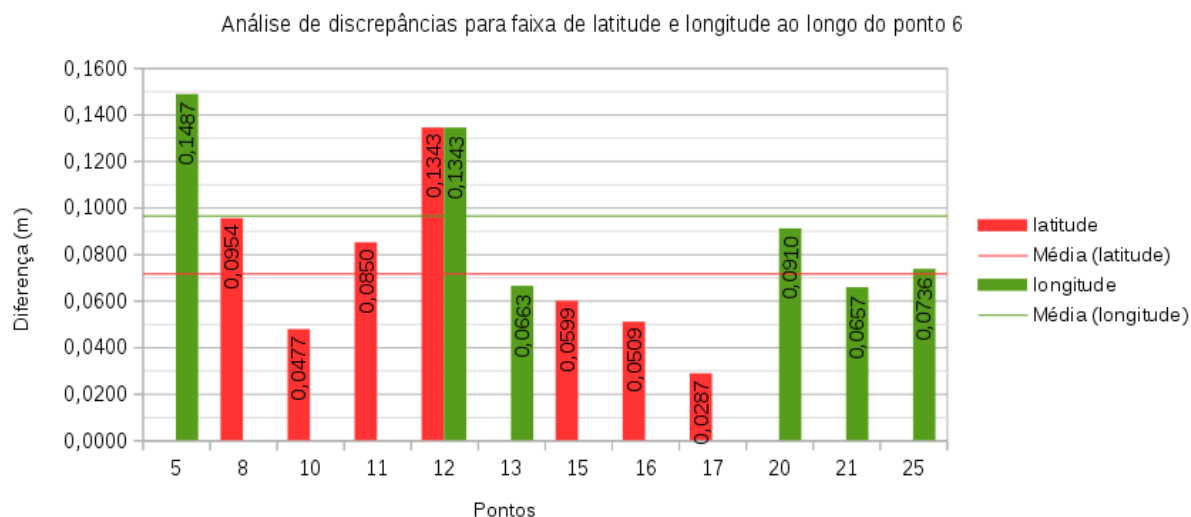


FIGURA 51 – Análise de discrepâncias para faixa de latitude e longitude ao longo do ponto 6.

Fonte: O Autor (2017).

em torno do ponto  $P_0$  apresentam discrepância média inferior aos pontos dispostos ao longo da faixa de longitude: para os primeiros, a linha em vermelho indica diferença média de  $0,0789\text{ m}$ ; para os últimos, a linha em verde indica diferença média de  $0,0966\text{ m}$ . Entretanto, este fato não permite completa inferência sobre manutenção de característica anisotrópica associada a determinação da altitude normal-ortométrica. Observe que, por exemplo, para a determinação do ponto 12, o qual está inserido tanto na faixa latitudinal quanto na faixa longitudinal, ocorre a mais alta discrepância para a primeira faixa e a segunda mais alta para a segunda faixa. Adicionalmente, este padrão não foi observado nas demais configurações utilizadas para a área-teste e omitidas do presente trabalho, sendo em algumas situações observada maior diferença média em latitude que em longitude.

#### 4.1.3 Avaliação do desempenho dos MGGs e do MAPGEO2015

No que diz respeito ao desempenho dos MGGs e o MAPGEO2015 para a área-teste sob a óptica de aderência a um modelo específico, os resultados foram deveras diversificados. Em geral, para cada configuração de modelo, grau e funcional, cada ponto de um determinado set foi melhor representado por um modelo específico de maneira não padronizada, estando pontos próximos muitas vezes melhor representados por diferentes modelos.

Este resultado corresponde às expectativas iniciais, tendo em vista dois principais fatores: primeiramente, as diferentes e variadas fontes de informações para geração de cada modelo, conforme discorrido ao longo dos itens 3.3 e 3.4 deste trabalho; em segundo lugar, devido ao fato da adequação à representação ter como referência altitudes normais-ortométricas, as quais não são referidas a uma superfície de referência clássica ou mesmo matematicamente bem comportada, tal como apresentado no item 2.3.1.5. Desta maneira, sua obtenção não

pode ser perfeitamente modelada por nenhuma das funcionais do geopotencial utilizadas ou pelos modelos que a geram, devendo-se buscar a situação de melhor adequação.

Neste sentido, as figuras 52 e 53 apresentam gráficos de melhor adequação dos pontos da área-teste aos diferentes modelos, divididos segundo o grau de desenvolvimento, empregados para o cálculo das altitudes normais-ortométricas e utilizando as funcionais anomalia de altitude e altitude geoidal, respectivamente. Estes gráficos representam apenas a melhor aderência possível, dentre as possibilidades existentes de modelos disponíveis. Entretanto, eles possuem um caráter mais ilustrativo e não podem ser utilizados para verificar qual configuração é melhor aplicada para obter as altitudes na área – para tanto, é necessário analisar o desempenho dos modelos segundo as menores discrepâncias  $\theta_m$ , nos termos da expressão 3.3.

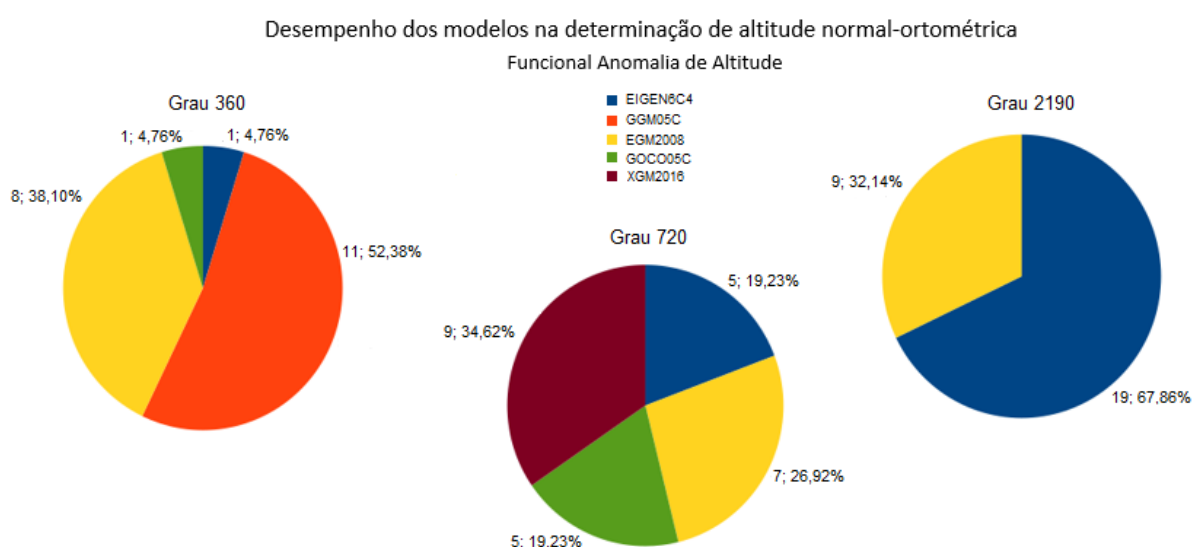


FIGURA 52 – Gráficos de desempenho dos modelos na área-teste para funcional anomalia de altitude.

Fonte: O Autor (2017).

No tocante a esta abordagem, a tabela 19 provê os resultados dos valores  $\theta_m$  mínimos por modelo. Verifica-se, por meio de sua análise, que o menor valor  $\theta_m$  foi obtido com o uso do MGG GOCO05C, em grau de desenvolvimento 720 e segundo a funcional anomalia de altitude ( $\theta_m = 0,0904 m = 9,04 cm$ ). Contudo, como este resultado não pode ser generalizado devido aos aspectos anteriormente mencionados, esta análise de adequação deve integrar a metodologia ora proposta.

A principal conclusão no que diz respeito ao desempenho dos MGGs e do MAPGEO2015 está relacionada aos graus de desenvolvimento em que seus extratos foram obtidos para o presente trabalho. Conjugando os resultados já apresentados na figura 46 com a adequação percentual dos modelos em cada configuração, apresentada nas figuras 52 e 53, pode-se atestar que o erro de omissão para extratos de modelos desenvolvidos até grau 360 fazem com que estes sejam menos adequados que o próprio MAPGEO2015 para modelagem da área-teste, sendo todos estes menos adequados que os extratos desenvolvidos até grau 720 e 2190. Desta forma, pode-se afirmar que a obtenção dos modelos para fins de determinação da altitude

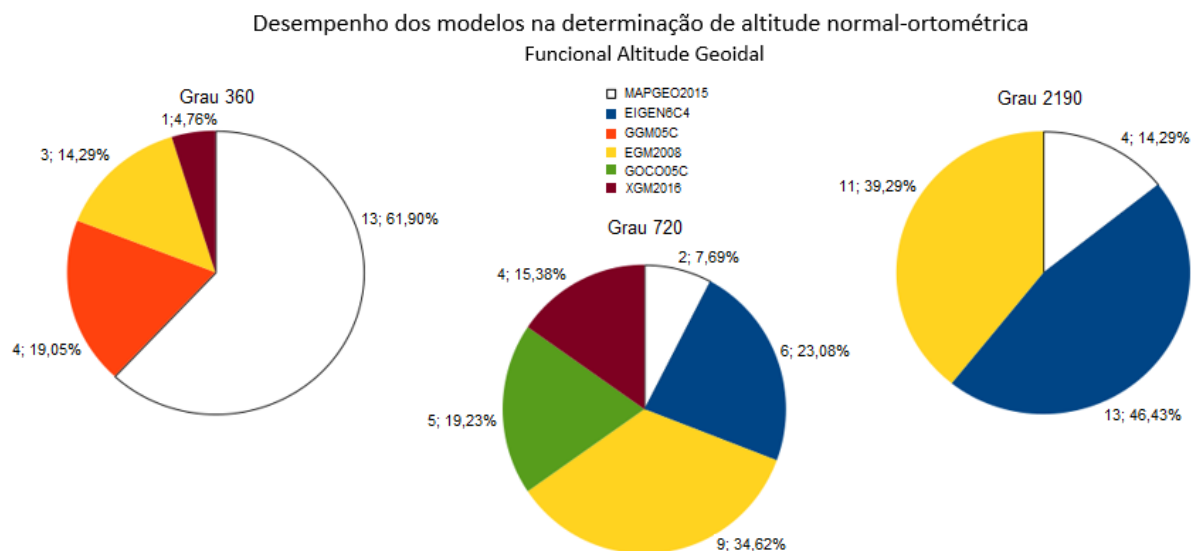


FIGURA 53 – Gráficos de desempenho dos modelos na área-teste para funcional altitude geoidal.

Fonte: O Autor (2017).

normal-ortométrica na área de estudo pode ser realizada apenas nestes dois últimos graus de desenvolvimento - 720 e 2190.

No que diz respeito à área-teste desejada, para fins de emprego no cálculo de altitudes normais-ortométricas nela contidas, deve ser empregada a combinação que gerou o  $\theta_m$  ideal mínima para o set de pontos utilizado - MGG GOCO05C, em grau de desenvolvimento 720, funcional anomalia de altitude, com emprego do método relativo e adoção de ponto  $P_0$  tão próximo de seu centroide quanto possível - neste caso, o ponto 6, conforme figura 41 e apêndice E. As discrepâncias mínima, média e máxima para esta configuração encontram-se na tabela 14. Esta combinação é denominada doravante de configuração ótima.

Destarte, para fins de inserção na metodologia, deve-se analisar os resultados obtidos pelos MGGs combinados ora utilizados e cujos extratos foram desenvolvidos até graus 720 e 2190, e realizar a escolha do modelo e da combinação que gere o  $\theta_m$  ideal.

#### 4.1.4 Avaliação do uso das diferentes funcionais do geopotencial

Para fins de complementação e comparação com o disposto por FERREIRA et al. (2013), resta avaliar os resultados oriundos do emprego de diferentes funcionais do geopotencial para determinação de altitudes normais-ortométricas, sob a óptica do apresentado no item 2.3.1.5. Conforme discutido pela referência citada, estudos realizados em sua publicação para uma área que contém a área-teste do presente trabalho, a altitude normal-geoidal  $\eta$  é levemente melhor modelada pela anomalia de altitude  $\zeta$  do que pela altitude geoidal  $N$  – vide item 3.7.3.

Os testes novamente foram divididos segundo graus de desenvolvimento e modelos empregados, utilizando desta vez critério de menor fator  $\theta_i$  para cada ponto considerando a comparação entre o fator obtido pelo cálculo com ambas as funcionais com todas as



combinações possíveis. As tabelas 22 a 24 apresentam os resultados por ponto para modelos desenvolvidos até grau 2190, 720 e 360, respectivamente.

TABELA 22 – Desempenho das funcionais do geopotencial para modelos em grau 2190.

Id	Funcional anomalia de altitude		Funcional altitude geoidal		Melhor funcional
	Menor $\theta_i$ (m)	Modelo	Menor $\theta_i$ (m)	Modelo	
1	0,0352	EIGEN6C4	0,0126	EGM2008	Altitude Geoidal
2	0,0561	EIGEN6C4	0,0066	EIGEN6C4	Altitude Geoidal
3	0,0418	EIGEN6C4	0,0259	EGM2008	Altitude Geoidal
4	0,2207	EIGEN6C4	0,1963	EIGEN6C4	Altitude Geoidal
5	0,1023	EIGEN6C4	0,1656	EIGEN6C4	Anomalia de Altitude
7	0,0207	EGM2008	0,0256	EGM2008	Anomalia de Altitude
8	0,1109	EIGEN6C4	0,0719	MAPGEO	Altitude Geoidal
9	0,1355	EGM2008	0,1141	EGM2008	Altitude Geoidal
10	0,1789	EIGEN6C4	0,1405	EIGEN6C4	Altitude Geoidal
11	0,1997	EIGEN6C4	0,1749	EIGEN6C4	Altitude Geoidal
12	0,1490	EIGEN6C4	0,1818	EIGEN6C4	Anomalia de Altitude
13	0,0864	EGM2008	0,0305	EGM2008	Altitude Geoidal
14	0,0540	EIGEN6C4	0,0057	EIGEN6C4	Altitude Geoidal
15	0,1013	EGM2008	0,0508	EGM2008	Altitude Geoidal
16	0,0221	EIGEN6C4	0,0383	EGM2008	Anomalia de Altitude
17	0,0357	EGM2008	0,0059	EIGEN6C4	Altitude Geoidal
18	0,1341	EGM2008	0,1499	MAPGEO	Anomalia de Altitude
19	0,0883	EIGEN6C4	0,0659	MAPGEO	Altitude Geoidal
20	0,1287	EIGEN6C4	0,0494	MAPGEO	Altitude Geoidal
21	0,1068	EIGEN6C4	0,1200	EIGEN6C4	Anomalia de Altitude
22	0,0192	EIGEN6C4	0,0866	EIGEN6C4	Anomalia de Altitude
23	0,0708	EIGEN6C4	0,0257	EGM2008	Altitude Geoidal
24	0,0314	EIGEN6C4	0,0285	EGM2008	Altitude Geoidal
25	0,0272	EIGEN6C4	0,0773	EIGEN6C4	Anomalia de Altitude
26	0,4343	EIGEN6C4	0,4717	EIGEN6C4	Anomalia de Altitude
27	0,0171	EGM2008	0,0229	EIGEN6C4	Anomalia de Altitude
28	0,0404	EGM2008	0,0337	EGM2008	Altitude Geoidal
29	0,0478	EGM2008	0,0199	EGM2008	Altitude Geoidal

Fonte: O Autor (2017).

TABELA 23 – Desempenho das funcionais do geopotencial para modelos em grau 720.

Id	Funcional anomalia de altitude		Funcional altitude geoidal		Melhor funcional
	Menor $\theta_i$ (m)	Modelo	Menor $\theta_i$ (m)	Modelo	
1	0,0371	EGM2008	0,0209	EGM2008	Altitude Geoidal
2	0,0399	EIGEN6C4	0,0047	EGM2008	Altitude Geoidal
3	0,0060	EGM2008	0,0833	EGM2008	Anomalia de Altitude
4	0,1954	XGM2016	0,1551	XGM2016	Altitude Geoidal
5	0,1487	GOCO05C	0,2165	GOCO05C	Anomalia de Altitude
7	0,0036	XGM2016	0,0096	EIGEN6C4	Anomalia de Altitude
8	0,0916	EIGEN6C4	0,0719	MAPGEO	Altitude Geoidal
9	0,1132	EGM2008	0,0891	EGM2008	Altitude Geoidal
10	0,310	XGM2016	0,0037	XGM2016	Altitude Geoidal
11	0,0291	XGM2016	0,0052	XGM2016	Altitude Geoidal
12	0,1343	GOCO05C	0,1617	GOCO05C	Anomalia de Altitude
13	0,0559	XGM2016	0,0017	XGM2016	Altitude Geoidal
14	0,0015	GOCO05C	0,0277	EIGEN6C4	Anomalia de Altitude
15	0,0580	XGM2016	0,0028	GOCO05C	Altitude Geoidal
16	0,0091	EGM2008	0,0608	EGM2008	Anomalia de Altitude
17	0,0212	EGM2008	0,0139	EIGEN6C4	Altitude Geoidal
18	0,0863	GOCO05C	0,1277	GOCO05C	Anomalia de Altitude
19	0,0861	GOCO05C	0,0604	GOCO05C	Altitude Geoidal
20	0,0778	XGM2016	0,0494	MAPGEO	Altitude Geoidal
21	0,0507	EIGEN6C4	0,0665	EIGEN6C4	Anomalia de Altitude
22	0,0340	XGM2016	0,0672	EGM2008	Anomalia de Altitude
23	0,0480	EGM2008	0,0208	EGM2008	Altitude Geoidal
25	0,0506	EIGEN6C4	0,1015	EIGEN6C4	Anomalia de Altitude
26	0,4718	EIGEN6C4	0,5125	EIGEN6C4	Anomalia de Altitude
28	0,0088	EGM2008	0,0658	EGM2008	Anomalia de Altitude
29	0,0376	XGM2016	0,0150	EGM2008	Altitude Geoidal

Fonte: O Autor (2017).

TABELA 24 – Desempenho das funcionais do geopotencial para modelos em grau 360.

Id	Funcional anomalia de altitude		Funcional altitude geoidal		Melhor funcional
	Menor $\theta_i$ (m)	Modelo	Menor $\theta_i$ (m)	Modelo	
1	0,2025	EGM2008	0,0403	MAPGEO	Anomalia de Altitude
2	0,0967	GGM05C	0,0035	GGM05C	Anomalia de Altitude
3	0,2483	GGM05C	0,0131	MAPGEO	Altitude Geoidal
5	0,3609	GGM05C	0,1954	MAPGEO	Altitude Geoidal
7	0,0762	GGM05C	0,0361	GGM05C	Anomalia de Altitude
8	0,0559	EGM2008	0,0088	MAPGEO	Anomalia de Altitude
9	0,0146	EGM2008	0,2076	XGM2016	Altitude Geoidal
10	0,0997	EGM2008	0,0206	EGM2008	Anomalia de Altitude
11	0,0018	GOCO05C	0,2047	EGM2008	Anomalia de Altitude
13	0,2786	GGM05C	0,0655	MAPGEO	Altitude Geoidal
14	0,1998	EGM2008	0,0429	MAPGEO	Altitude Geoidal
15	0,1728	GGM05C	0,0031	MAPGEO	Altitude Geoidal
16	0,1792	GGM05C	0,0206	MAPGEO	Anomalia de Altitude
17	0,1409	EIGEN6C4	0,0035	MAPGEO	Altitude Geoidal
18	0,3184	GGM05C	0,0523	MAPGEO	Altitude Geoidal
19	0,0950	GGM05C	0,0256	MAPGEO	Altitude Geoidal
21	0,0586	GGM05C	0,0128	GGM05C	Altitude Geoidal
22	0,0312	EGM2008	0,0588	EGM2008	Anomalia de Altitude
23	0,1378	EGM2008	0,0179	MAPGEO	Anomalia de Altitude
26	0,5519	GGM05C	0,3438	GGM05C	Anomalia de Altitude
29	0,2556	EGM2008	0,1043	MAPGEO	Anomalia de Altitude

Fonte: O Autor (2017).

Considerando apenas o fator de melhor adequação das funcionais e baseado nos resultados das tabelas 22 a 24, pode-se obter a tabela 25, que apresenta os percentuais dos melhores desempenhos das diferentes funcionais para representação da altitude normal-geoidal segundo os diferentes graus de desenvolvimento. Consequentemente, esta comparação abrange diferentes variações dos modelos e diferentes *sets* de pontos.

TABELA 25 – Desempenhos percentuais das funcionais do geopotencial por grau de desenvolvimento dos modelos.

	Adequação percentual	
	Anomalia de Altitude	Altitude Geoidal
2190	35,71%	64,29%
720	46,15%	53,85%
360	52,38%	47,62%
Média	44,75%	55,25%

Fonte: O Autor (2017).

Observando-se a tabela 25, pode-se verificar que, em média, a anomalia de altitude teve desempenho inferior ao desempenho da altitude geoidal para modelagem da altitude normal-geoidal, quando verificadas ponto-a-ponto na área-teste. Em média, 55,25% dos pontos foram melhor modelados pela altitude geoidal, comparativamente com 44,75% pela anomalia de altitude. Este padrão foi mantido para extratos dos MGGs desenvolvidos até graus 2190 e 720, invertendo-se apenas para grau 360, reflexo do desempenho positivo do MGG GGM05C em seu grau máximo de desenvolvimento para esta funcional, tal como o gráfico mais à esquerda da figura 52.

Este resultado vai de encontro aos resultados obtidos por FERREIRA et al. (2013) para uma melhor modelagem da altitude normal-geoidal em uma área que engloba a área-teste. Justifica-se este padrão por dois motivos principais: o primeiro deles em decorrência da área estudada outrora apenas englobar a área que ora se estuda, não havendo total equivalência entre ambas; o segundo deles pelo uso do método absoluto pela referência citada, diferentemente do método relativo ora apresentado.

Por fim, faz-se mister destacar o desempenho das funcionais com o uso da combinação ótima para a área-teste – MGG GOCO05C, em grau de desenvolvimento 720, utilizando-se como ponto  $P_0$  aquele localizado mais próximo do centro da área - o ponto com “Id” 6, à luz do exposto nas tabelas 14 e 17. Realizando-se análise similar à apresentada nas tabelas 22 a 25, verifica-se que, dos 27 pontos do *set*, 17 são melhor modelados pela anomalia de altitude (totalizando aproximadamente 65,38% do *set*) e 9 pontos são melhor modelados pela altitude geoidal (correspondendo a aproximadamente 34,62% do *set*).

De um modo geral, os resultados obtidos não invalidam os trabalhos desenvolvidos pela referência supramencionada, tampouco mostram-se como incorretos. Conforme relatado anteriormente, o desempenho das diferentes funcionais depende diretamente da área escolhida e, ainda mais, dos pontos escolhidos para o cálculo, tendo em vista que, para a altitude normal-geoidal  $\eta$ , a melhor adequação se dá pela anomalia de altitude  $\zeta$  do que pela altitude geoidal  $N$  na configuração ótima. Ainda como já descrito, como a área-teste do presente

trabalho está inserida na área estudada por FERREIRA et al. (2013), é compreensível e aceitável um comportamento diferente para uma porção específica do total de pontos. Além disso, para aquele trabalho, utiliza-se o método absoluto e não o relativo. Desta forma, justifica-se a plausível diferença entre os resultados obtidos entre ambos os trabalhos e, pelo exposto ao longo de todo o presente texto.

Logo, para fins de emprego no cálculo de altitudes normais-ortométricas na área-teste desejada, deve ser empregada a funcional anomalia de altitude, devido a seu melhor desempenho na configuração ótima (65,38% mais adequada). Todavia, dadas as exceções e observações anotadas ao longo do presente item, para inserção na metodologia, deve-se analisar a coerência dos resultados obtidos entre ambas as funcionais conforme tabela 22 a 25, e os cálculos realizados para obtenção da configuração ótima, conforme item anterior.

#### 4.1.5 Determinação de altitudes normais-ortométricas em área-teste desejada

Atentando para a porção final da estratégia apresentada no apêndice G, observa-se que todo o trabalho realizado até o momento tem por objetivo observar o comportamento dos métodos, modelos e funcionais ao longo da área-teste de referência quando da determinação de altitudes normais-ortométricas, visando a expandir este padrão a pontos de uma área-teste desejada, na qual se deseja determinar as altitudes normais-ortométricas. Desta forma, a etapa final de manipulação da área-teste é, justamente, calcular as altitudes normais-ortométricas em pontos onde não se possui valores de referência para comparação.

Conforme descrito no item 3.6.2, a área-teste desejada é composta pelas 127 estações SAT-GPS representadas na figura 42, pertencentes e no entorno da área-teste de referência. Este cálculo, conforme apresentado nos itens anteriores, baseou-se no uso dos seguintes parâmetros:

- Utilização do método relativo para cálculo de altitudes normais-ortométricas, conforme equação 2.46;
- Utilização do padrão para escolha de  $P_0$  aquele mais próximo da aproximação inicial para o baricentro da área por meio de seu centroide - para a área-teste desejada, permanece o uso do ponto com "Id" 6, como preconizado na figura 41 e no apêndice E;
- Utilização da configuração ótima para a área conforme resultante do item 4.1.3, ou seja: MGG GOCO05C, em grau de desenvolvimento 720, com a funcional anomalia de altitude.

Desta forma, mais uma vez foi realizada a obtenção das informações posicionais (coordenadas geodésicas e altitude elipsoidal) dos pontos com o uso de INDE (2016b), identicamente ao realizado no item 3.2, e dos extratos do MGG escolhido com o uso da aplicação SPGG, tal como descrito no item 3.3.4. A compatibilização do sistema de maré permanente também foi realizada para estes pontos, consonante ao exposto no item 3.5.

Os resultados para cada ponto são apresentados, na íntegra, no apêndice N ao presente trabalho. Como, para a área-teste desejada, há ainda 32 pontos GNSS/RN, já apresentados na figura 37 e sobre os quais se discorre no item 3.6.2, ainda é possível controlar parcialmente os resultados obtidos pela aplicação da estratégia. Esta porção de pontos é doravante denominada área-teste desejada controlável. Desta forma, a tabela 26 traz um resumo dos fatores  $\theta$  em suas vertentes máxima, média e mínima para a área-teste desejada controlável, analisando conjuntamente sua variância e seu desvio padrão.

TABELA 26 – Resultados para o fator  $\theta$  na área-teste desejada controlável.

	$\theta$ (m)	$\sigma_{\theta}^2$ ( $m^2$ )	$\sigma_{\theta}$ (m)
Máximo	0,5213	0,0085	0,0923
Médio	0,0812		
Mínimo	0,0005		

Fonte: O Autor (2017).

Por fim, as figuras 54 e 55 mostram, respectivamente, o histograma dos fatores  $\theta$  na área-teste desejada controlável e sua ocorrência ponto-a-ponto ao longo da área-teste desejada controlável.

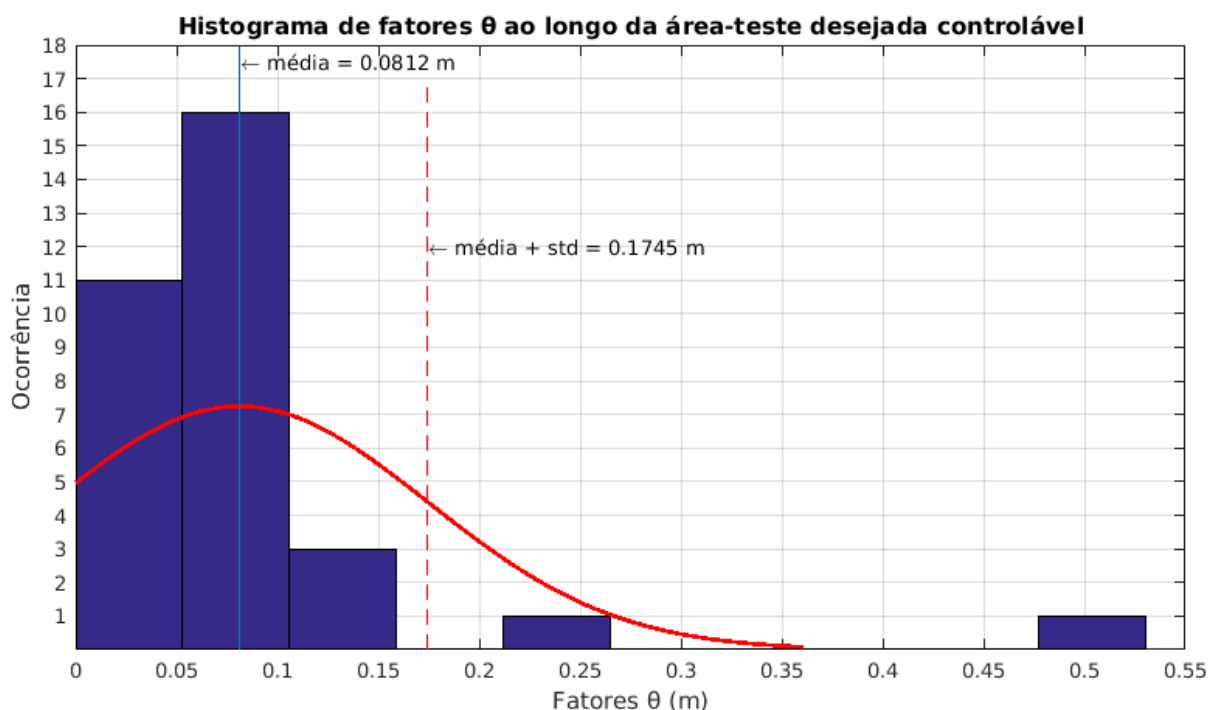


FIGURA 54 – Histograma de fatores  $\theta$  ao longo da área-teste desejada controlável.

Fonte: O Autor (2017).

Uma análise da tabela 26 e das figuras 54 e 55 atesta o excelente desempenho da aplicação do método, produzindo diferenças médias entre altitude normal-ortométrica calculada

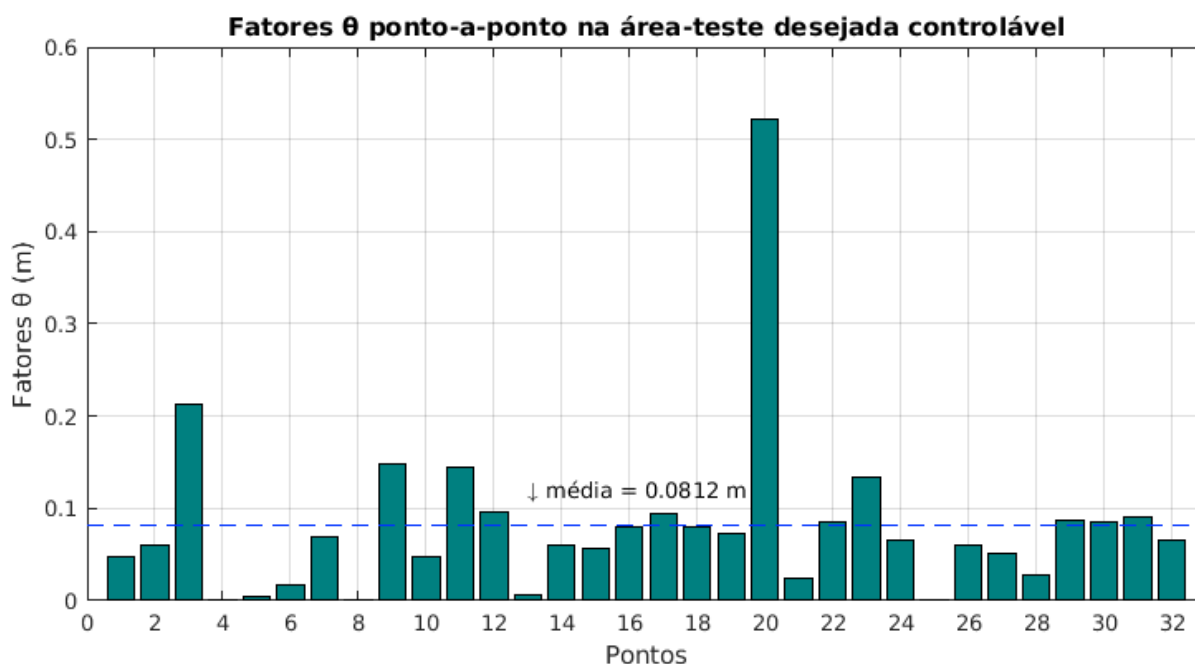


FIGURA 55 – Comportamento dos fatores  $\theta$  ponto-a-ponto na área-teste desejada controlável.

Fonte: O Autor (2017).

e de referência de aproximadamente 8,1 cm. Entretanto, é possível observar no histograma da figura 54 a existência de 2 pontos cujos fatores  $\theta$  destoam do restante – a saber, estações GNSS/RN 94082 ( $\theta = 0,5213\text{ m}$ ) e 91114 ( $\theta = 0,2131\text{ m}$ ). Conforme IBGE (2017), ambas apresentam ano de medição de altitude normal-ortométrica 1988, a primeira possui ano de medição de altitude elipsoidal 2016 e a segunda 2005. A mesma fonte informa que a estação 91114 pertence a um ramal, não tendo participado dos ajustamentos da RAFB.

Conforme apêndice E, a estação 94082 participou de todos os testes realizados neste trabalho sob “Id” 26 para modelos desenvolvidos até grau 2190, 720 e 360; já a estação 91114 participou dos testes realizados para modelos desenvolvidos até grau 2190 e 720 sob “Id” 4, tendo sido eliminada das obtenções de grau 360 devido a suas características de posição e precisão, à luz do apresentado no item 3.6.2.

Observando-se os gráficos presentes em apêndice, verifica-se que, particularmente, a estação 94082 apresenta resultados deveras aquém dos demais pontos de seu set em cada configuração, para todas as obtenções. Isto também ocorre em escala considerável para a estação 91114. A tabela 27 exhibe estes fatos numericamente através do desempenho do fator  $\theta$  destas estações por modelo, grau e funcional, com destaque para a configuração ótima e para a média dos fatores obtidos para as estações.

TABELA 27 – Fatores  $\theta$  das estações GNSS/RN 94082 e 91114 em todos os testes.

Modelo	Grau	Func	Fator $\theta$ (m)	
			Est 91114	Est 94082
EGM2008	2190	$\zeta$	0,3082	0,4930
		$N$	0,2851	0,5313
	720	$\zeta$	0,3074	0,5303
		$N$	0,2689	0,5721
	360	$\zeta$	-	0,6386
		$N$	-	0,6757
EIGEN-6C4	2190	$\zeta$	0,2207	0,4343
		$N$	0,1963	0,4717
	720	$\zeta$	0,2193	0,4718
		$N$	0,1794	0,5125
	360	$\zeta$	-	0,5825
		$N$	-	0,6188
GOCO05C	720	$\zeta$	0,2131	0,5213
		$N$	0,1736	0,5645
	360	$\zeta$	-	0,6228
		$N$	-	0,6601
XGM2016	719	$\zeta$	0,1954	0,5091
		$N$	0,1551	0,5486
	360	$\zeta$	-	0,6081
		$N$	-	0,6448
GGM05C	360	$\zeta$	-	0,5519
		$N$	-	0,5869
Fator $\theta$ máximo para cada Est			0,3082	0,6757
Fator $\theta$ médio para cada Est			0,2269	0,5614
Fator $\theta$ mínimo para cada Est			0,1551	0,4717

Fonte: O Autor (2017).

Os elevados fatores  $\theta$  médios para as estações 91114 e 94082 – respectivamente 22,69 cm e 56,14 cm – em configurações nas quais pontos de seus sets geraram fatores  $\theta_m$  deveras inferiores, conforme tabela 19, indicam a possível existência de inconsistência nas determinações de campo das estações. Conforme já relatado, para estação 91114, pode-se associar esta incoerência à sua não-pertinência à RAFB, mas sim a um ramal não ajustado. Já para a estação 94082, não há fatos em quaisquer referências que indiquem justificativa para seu mau comportamento. Para fins de validação da metodologia ora proposta, considerou-se os dois pontos como sendo *outliers*, ou seja, como pontos não usuais que não aparentam possuir o padrão de variabilidade produzido pelas demais observações (JOHNSON; WICHERN, 2007,



p.187); destarte, estes valores foram removidos da avaliação final, e são abordados com maior detalhamento no item 4.1.6. Desta forma, analogamente à tabela 26, à figura 54 e à figura 55, foram geradas a tabela 28, a figura 56 e a figura 57, sendo suas equivalentes após a remoção dos *outliers*.

TABELA 28 – Resultados finais para o fator  $\theta$  na área-teste desejada controlável, após remoção de *outliers*.

	$\theta$ (m)	$\sigma_{\theta}^2$ ( $m^2$ )	$\sigma_{\theta}$ (m)
Máximo	0,1487	0,0015	0,0393
Médio	0,0621		
Mínimo	0,0005		

Fonte: O Autor (2017).

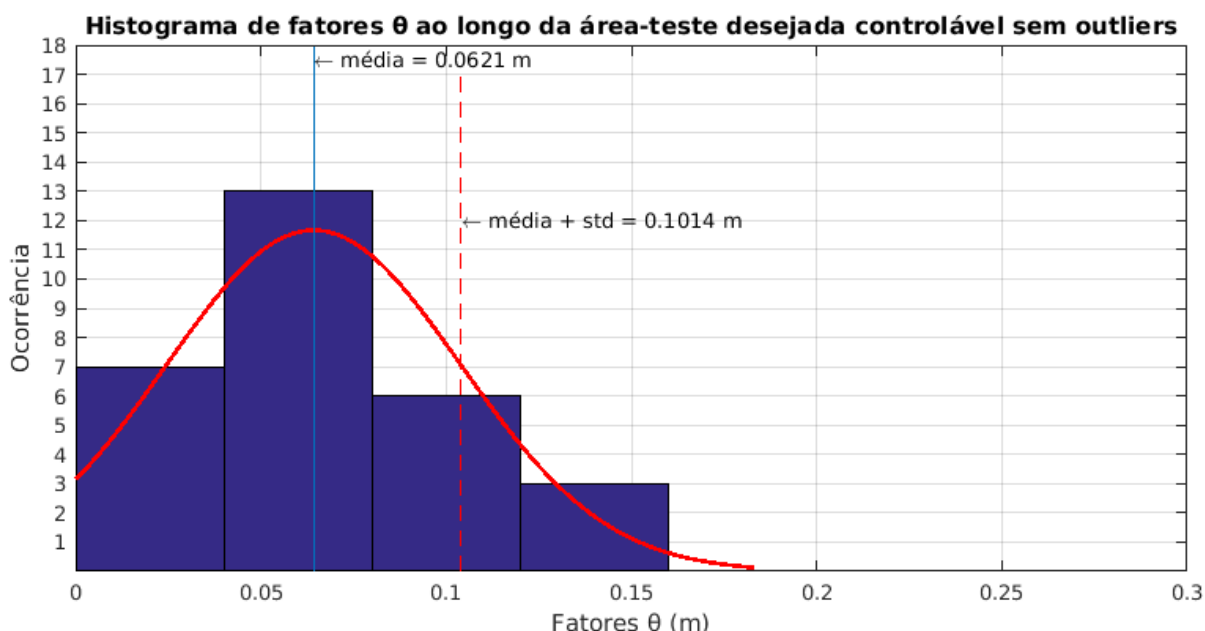


FIGURA 56 – Histograma de fatores  $\theta$  ao longo da área-teste desejada controlável, após remoção de *outliers*.

Fonte: O Autor (2017).

Uma nova consideração deve ser feita sobre o impacto de um fator  $\theta_m = 0,0621\text{ m}$  para determinações de altitude normal-ortométrica em que se priorize a precisão das determinações. Uma análise dos gráficos apresentados no apêndice D aponta que, desconsiderando-se estações GNSS/RN que integram ramais, a precisão média da altitude normal-ortométrica na área-teste controlável é de aproximadamente  $\sigma_{H_{ref}^{NOrt}} = 0,0596\text{ m} \cong 6\text{ cm}$ . Sendo assim, um fator  $\theta_m$  como o encontrado introduz imprecisão equivalente àquela pré-existente, não afetando negativamente as estatísticas de dados altimétricos.

Por fim, há de se atestar os ganhos em precisão para os resultados finais ante à maneira tradicional de obtenção de altitudes normais-ortométricas – com o uso do método

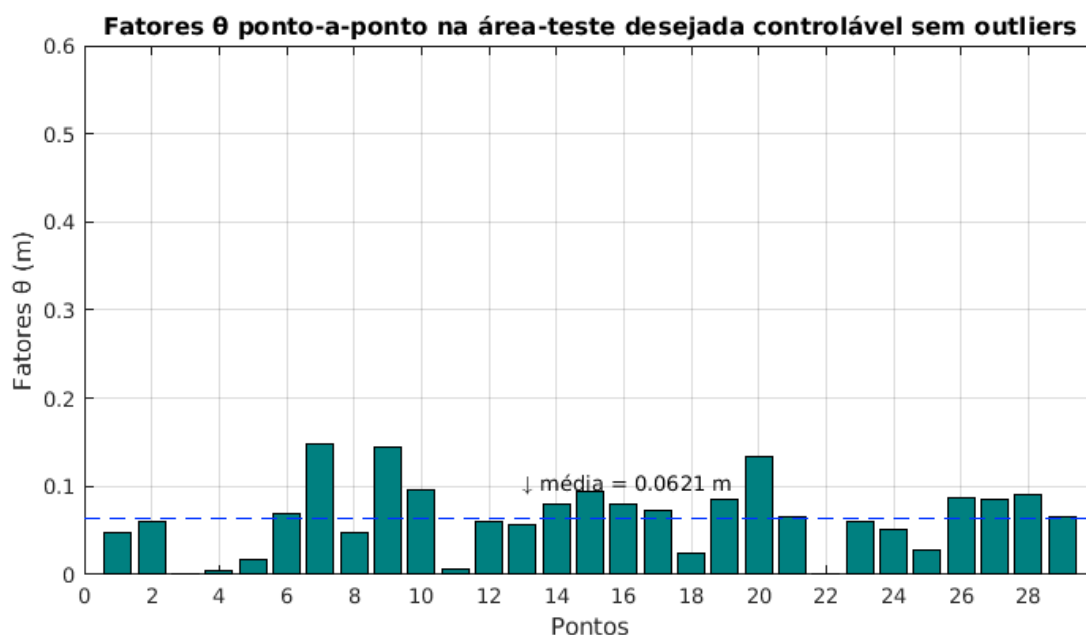


FIGURA 57 – Comportamento dos fatores  $\theta$  ponto-a-ponto na área-teste desejada controlável, após remoção de *outliers*.

Fonte: O Autor (2017).

absoluto e do modelo geoidal MAPGEO2015. Realizando-se o cálculo pelo método tradicional para fins de comparação e em complemento ao informado na tabela 28, pode-se gerar a tabela 29, que compara justamente estas duas maneiras de determinar altitudes normais-ortométricas.

TABELA 29 – Comparativo entre metodologia proposta e metodologia tradicional na área-teste.

	Método alternativo (método relativo, MGGs, funcionais)			Método tradicional (método absoluto, MAPGEO2015)		
	$\theta$ (m)	$\sigma_{\theta}^2$ ( $m^2$ )	$\sigma_{\theta}$ (m)	$\theta$ (m)	$\sigma_{\theta}^2$ ( $m^2$ )	$\sigma_{\theta}$ (m)
Máximo	0,1487	0,0015	0,0393	0,5304	0,0118	0,1085
Médio	0,0621			0,1678		
Mínimo	0,0005			0,0022		

Fonte: O Autor (2017).

Sendo assim, os ganhos da aplicação da metodologia ora proposta são reais e de grande significância para a aplicação da estratégia alternativa, sendo em média superiores a 10 centímetros para a área-teste. Estes resultados apontam no sentido de refinamento da metodologia utilizada, elaboração de uma metodologia consolidada e sua precípua aplicação na área de estudo.

#### 4.1.6 Tratamento para *outliers*

Tal como abordado brevemente, JOHNSON e WICHERN (2007, p.187) definem *outliers* como pontos que não aparentam possuir o padrão de variabilidade produzido pelas demais observações em uma dada população. Quando da avaliação das altitudes normais-ortométricas calculadas por meio da área-teste desejada controlável, verificou-se que dois resultados, referentes às estações 91114 e 94082, destoavam consideravelmente do restante da amostra. Esta verificação ocorreu segundo uma análise visual primária, método este recomendado pela referência em tela para identificação de *outliers* sempre que possível.

Entretanto, apenas removê-lo da avaliação final não é suficiente para fins de modelagem de altitudes normais-ortométricas. Conforme abordado no item 4.1.5, estes resultados aquém do esperado ante ao resultado global do *set* ao qual pertencem podem ser indicativo de uma inconsistência nas determinações de campo ou em algum processo posterior que tenha gerado esta incompatibilidade. Sendo assim, pode-se encarar estes *outliers* como sendo pontos dos quais não se conhece os valores de altitudes normais-ortométricas e, conseqüentemente, deseja-se calcular por meio da aplicação da configuração ótima segundo os processos utilizados para todos os demais pontos.

Em optando-se por esta alternativa, ignora-se eventuais efeitos causados por imprecisões nas determinações de altitudes elipsoidais e associa-se a discrepância verificada aos valores de altitudes normais-ortométricas até então conhecidas para estes pontos. Julgou-se deveras cabível tal análise, tendo em vista que as altitudes normais-ortométricas são o foco principal do presente trabalho e que os histogramas já apresentados na figura 38 apontam neste sentido.

Sendo assim, passou-se a adotar as altitudes normais-ortométricas calculadas pela estratégia que ora se propõe como sendo as altitudes das estações *outliers* em detrimento das existentes anteriormente. Para estas duas estações, as alterações nos valores altimétricos ocorrem conforme apresentado na tabela 30, sendo a diferença entre ambos igual ao valor  $\theta$  calculado para cada ponto.

TABELA 30 – Alterações de valores altimétricos pelo tratamento dado aos *outliers*.

Estação	Altitude normal-ortométrica de referência (m)	Altitude normal-ortométrica calculada (m)	$\theta$ (m)
91114	1145,2409	1145,4540	0,2131
94082	725,0643	724,5430	0,5213

Fonte: O Autor (2017).

Apesar das diferenças serem consideravelmente altas - aproximadamente 21,3 *cm* e 52,1 *cm* - a adoção das altitudes normais-ortométricas calculadas em detrimento daquelas tomadas como referência culminam em uma melhor modelagem em todas as outras configurações. A tabela 31, por exemplo, representa uma adaptação da tabela 27 exprimindo os

valores dos fatores  $\theta$  para cada configuração, considerando-se como valores altimétricos de referência aqueles calculados por meio da configuração ótima para estas duas estações. Note que na tabela em questão foram removidos os resultados nulos dos valores  $\theta$  das estações para a configuração ótima, sendo substituídos por traços (—).

TABELA 31 – Fatores  $\theta$  das estações GNSS/RN 94082 e 91114 em todos os testes com os novos valores altimétricos.

Modelo	Grau	Func	Fator $\theta$ (m)	
			Est 91114	Est 94082
EGM2008	2190	$\zeta$	0,0951	0,0283
		$N$	0,0720	0,0100
	720	$\zeta$	0,0943	0,0090
		$N$	0,0558	0,0508
	360	$\zeta$	—	0,1172
		$N$	—	0,1544
EIGEN-6C4	2190	$\zeta$	0,0076	0,0870
		$N$	0,0168	0,0496
	720	$\zeta$	0,0062	0,0496
		$N$	0,0337	0,0088
	360	$\zeta$	—	0,0612
		$N$	—	0,0975
GOCO05C	720	$\zeta$	—	—
		$N$	0,0395	0,0432
	360	$\zeta$	—	0,1015
		$N$	—	0,1388
XGM2016	719	$\zeta$	0,0177	0,0121
		$N$	0,0580	0,0273
	360	$\zeta$	—	0,0868
		$N$	—	0,1235
GGM05C	360	$\zeta$	—	0,0306
		$N$	—	0,0656
Fator $\theta$ máximo para cada Est			0,0951	0,1544
Fator $\theta$ médio para cada Est			0,0452	0,0644
Fator $\theta$ mínimo para cada Est			0,0062	0,0088

Fonte: O Autor (2017).

Da tabela 31, pode-se observar que os fatores  $\theta$  para cada estação e cada configuração tomando-se como novos valores altimétricos aqueles calculados com a configuração ótima geram resultados deveras positivos em todas as demais configurações. Note que, por exemplo, as tendências observadas para todos os demais pontos foi mantida segundo esta nova adoção e que os resultados de fator  $\theta$  médio em todas as configurações -  $0,0452 m$  para a estação 91114 e  $0,0644 m$  para a estação 94082 - estariam posicionados em até 1 desvio padrão de distância do fator  $\theta$  médio obtido para a configuração ótima, ou seja  $\theta_m - \sigma = 0,228 < 0,0452 < 0,0644 < 0,1014 = \theta_m + \sigma$ .

Desta forma, depreende-se que a adoção de altitudes normais-ortométricas calculadas como sendo novas altitudes em estações verificadas como *outliers*, nas quais os valores altimétricos de referência geram comportamento fora do padrão médio observado no *set* em todas as configurações, é deveras positiva. Esta adoção significa aceitar que as altitudes de referência originais foram determinadas com inconsistências ou segundo a interferência de erros de alguma espécie e que as novas altitudes calculadas são mais adequadas.

Entretanto, para este caso específico, a verificação da existência de *outliers* ocorreu de maneira facilitada segundo uma análise visual primária, conforme apontado como viável por JOHNSON e WICHERN (2007). Entretanto, em casos mais complexos, a mesma referência aponta que deve-se usar método e formulação estatística coerente para sua identificação.

Sendo assim, o tratamento de *outliers* tal como exposto integrará a estratégia alternativa consolidada a ser aplicada na área de estudo.

## 4.2 ESTRATÉGIA ALTERNATIVA CONSOLIDADA

Conforme discorrido ao longo do item 4.1, auferidos os principais resultados da aplicação da metodologia, mais precisamente do processo pré-definido “Aplicação de Estratégia para área-teste” exibido no apêndice A e detalhado no apêndice G, urge a definição de sua versão consolidada e final. Isto porque para aplicação na área de estudo e em outras áreas que porventura demandarem tal uso, seu funcionamento não apenas eficaz, mas também eficiente, deve ser priorizado.

Dentre as principais conclusões advindas dos resultados da área-teste, pode-se listar os seguintes:

- O uso do método relativo é comprovadamente mais adequado que o método absoluto para manipulação dos MGGs, tal como retratado no item 4.1.1. Como o presente trabalho tem por fim empregar tais modelos, considera-se que seu emprego deve ser realizado sempre por meio do método relativo, motivo pelo qual este integra a estratégia definitiva;
- A partir de todo o conjunto de pontos disponíveis em uma determinada área, deve ser mantida a seleção e priorização de pontos para homogeneização de dados, segundo

diferentes graus de desenvolvimento dos extratos dos MGGs e suas resoluções espaciais, como apresentado no item 3.6.2;

- Em virtude de seu desempenho aquém do esperado e de sua inadequação para uso segundo os pressupostos do método relativo, ainda consonante ao item 4.1.1, a funcional altitude geoidal obtida por meio do modelo geoidal nacional MAPGEO2015 será descartada da estratégia consolidada;
- Quando da utilização do método relativo, deverá ser adotado o ponto  $P_0$  mais próximo do centro da área estudada, como aproximação primária para seu baricentro, haja visto que esta consideração demonstra-se suficientemente eficaz para o princípio que ora se propõe, como padronizado no item 3.7.4 e confirmado nos itens 4.1.1 e 4.1.2;
- Quando da obtenção de extratos dos MGGs serão utilizados os modelos EGM2008, EIGEN-6C4, GOCO05C e XGM2016, segundo grau de desenvolvimento 720 e 2190 - exceção feita ao MGG XGM2016, para o qual será utilizado seu grau máximo 719 - em virtude destes originarem funcionais do geopotencial que melhor representam a altitude normal-geoidal, conforme discutido nos itens 4.1.1 e 4.1.3 e representado parcialmente na tabela 8;
- Ainda quando da obtenção de extratos dos MGGs, serão consideradas as funcionais anomalia de altitude e altitude geoidal, vislumbrando a modelagem da altitude normal-geoidal, conforme conclusão do item 4.1.4;
- A escolha da configuração ótima se dará para o MGG, o grau de desenvolvimento e a funcional que minimizarem o fator  $\theta_m$ , conforme item 4.1.3;
- Após a determinação das altitudes normais-ortométricas em área desejada, deverá ser realizada uma validação dos resultados em uma área desejada controlável, composta por todas as estações utilizadas na escolha da configuração ótima e por aquelas eliminadas por ocasião da priorização apontada no segundo item desta lista;
- Por ocasião desta validação, valores identificados como *outliers* e que tenham mantido este comportamento em todas as configurações terão sua altitude normal-ortométrica de referência original substituída pela altitude normal-ortométrica calculada pela configuração ótima.

Desta forma, consolida-se a estratégia final para determinação de altitudes normais-ortométricas baseada nestas conclusões, conforme apresentado no apêndice O. Esta é a estratégia aplicada aos pontos da área de estudo deste trabalho, consonante ao processo pré-definido “Aplicação de estratégia para área de estudo” do apêndice A.

Uma observação quanto à estratégia consolidada reside em sua flexibilidade sobre os MGGs empregados para o cálculo das funcionais. Tendo em vista seu franco estágio de

desenvolvimento e a perspectiva para futuro surgimento de modelos que revolucionarão a modelagem do campo da gravidade, tal como o vindouro EGM2020, prezou-se por não associar nomes e graus fixos de modelos para fins de manutenção desta característica. Esta vertente traz ainda consigo a possibilidade de combinação de MGGs conforme conveniência para buscar uma melhor modelagem da altitude normal-geoidal.

### 4.3 RESULTADOS PARA A ÁREA DE ESTUDO

Após deliberações convenientes e geração da estratégia consolidada, resta aplicar-lhe aos pontos sobre os quais se discorreu no item 3.6.3. Como houve conveniente descarte dos extratos dos modelos desenvolvidos até grau 360, a figura 43 perde efeito e é substituída pela figura 58, apenas com as 114 estações GNSS/RN do set de pontos utilizado para extratos desenvolvidos até grau 720 e as 122 estações GNSS/RN do set de pontos utilizado para extratos desenvolvidos até grau 2190.

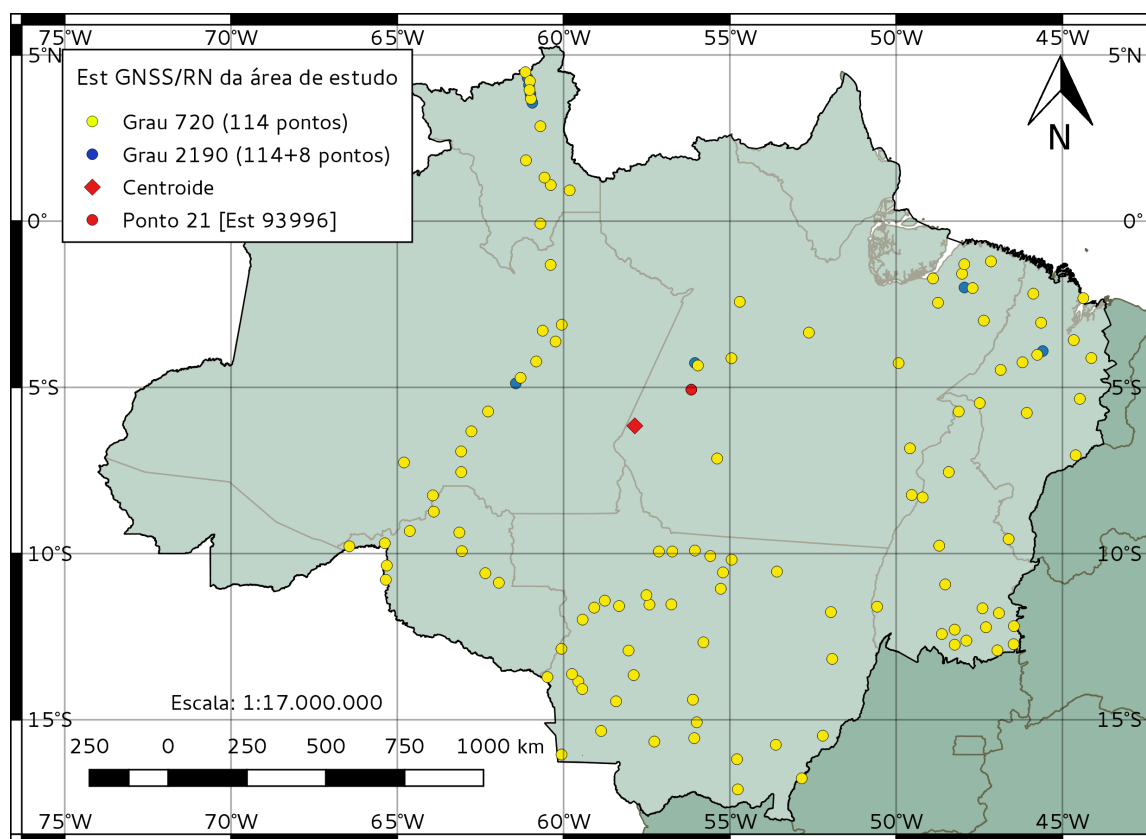


FIGURA 58 – Área de estudo de referência final apenas para MGGs desenvolvidos até graus 720 e 2190.

Fonte: O Autor (2017).

Analogamente a esta assunção, abordando agora o apêndice F, desconsidere-se a última coluna de sua tabela, a qual discorre sobre pontos utilizados para MGGs desenvolvidos até grau 360, por motivo idêntico aos já apresentados anteriormente. Note, ainda, que quando da sobreposição das duas feições na figura 58, só é possível verificar a existência dos primeiros

114 pontos em amarelo e dos 8 pontos adicionais em azul. Nesta mesma figura, verifica-se, ainda, o centroide da área de estudo identificado por um losango vermelho e o ponto com “Id” 21 (estação 93996 da rede SAT-GPS), conforme apêndice F, representado com um círculo vermelho, sendo o ponto do *set* mais próximo de seu centroide, sendo adotado como  $P_0$  para cálculos pelo método relativo.

A obtenção e o processamento dos extratos dos MGGs ocorreram tal como apresentado no item 3.3.4; a compatibilização dos sistemas de maré permanente ocorreu tal como discorrido no item 3.5. A escolha do ponto  $P_0$  ocorreu tal como discutido no item 3.7.4 e comprovado no item 4.1.2. As comparações para definição da configuração ótima foram regradadas tal como discorrido no item 3.7.2 e executado nos itens 4.1.1 e 4.1.3, à luz principalmente da conjugação das expressões 3.3, 3.6 e 3.7. Destas considerações, passou-se para a análise de desempenho dos MGGs e pela busca pela configuração ótima para modelagem das altitudes normais-geoidais e, conseqüentemente, da determinação das altitudes normais-ortométricas.

#### 4.3.1 Busca pela configuração ótima

Conforme visto anteriormente, a configuração ótima é aquela que minimiza o fator  $\theta_m$  do *set* de pontos ao qual pertence, após profícua seleção de ponto  $P_0$  e determinações altimétricas pelo método relativo comparadas com valores de referência. Neste sentido, a tabela 32 apresenta o resumo dos fatores  $\theta$  máximo, médio e mínimo, juntamente com os respectivos RMS de cada *set* para cada conjunto de MGG, grau de desenvolvimento e funcional empregada para o cálculo.

TABELA 32 – Módulo das diferenças, em metros, entre altitudes normais-ortométricas de referência e calculada, por MGG, grau e funcional.

Modelo	Grau	Funcional	Diferença Máxima (m)	Diferença Média (m)	Diferença Mínima (m)	RMS
EGM2008	2190	N	2,6997	0,3865	0,0059	0,4335
		$\zeta$	2,7219	0,3828	0,0071	0,4361
	720	N	2,7387	0,3872	0,0034	0,4295
		$\zeta$	2,7203	0,3838	0,0001	0,4311
EIGEN6C4	2190	N	1,0546	0,2955	0,0208	0,2382
		$\zeta$	1,0540	0,2974	0,0076	0,2428
	720	N	1,0213	0,2935	0,0047	0,2317
		$\zeta$	1,0200	0,2954	0,0095	0,2347
GOCO05C	720	N	1,0288	0,2232	0,0003	0,1823
		$\zeta$	1,0253	0,2216	0,0002	0,1834

Continua na próxima página



Modelo	Grau	Funcional	Diferença Máxima (m)	Diferença Média (m)	Diferença Mínima (m)	RMS
XGM2016	719	N	0,9380	0,2164	0,0026	0,1803
		$\zeta$	0,9348	0,2160	0,0009	0,1801

Fonte: O Autor (2017).

De maneira análoga à realizada no item 4.1.1 por intermédio da figura 46, a figura 59 apresenta um gráfico das discrepâncias médias, em metros, para as determinações altimétricas realizadas, segundo diferentes modelos, graus de desenvolvimento e funcionais.

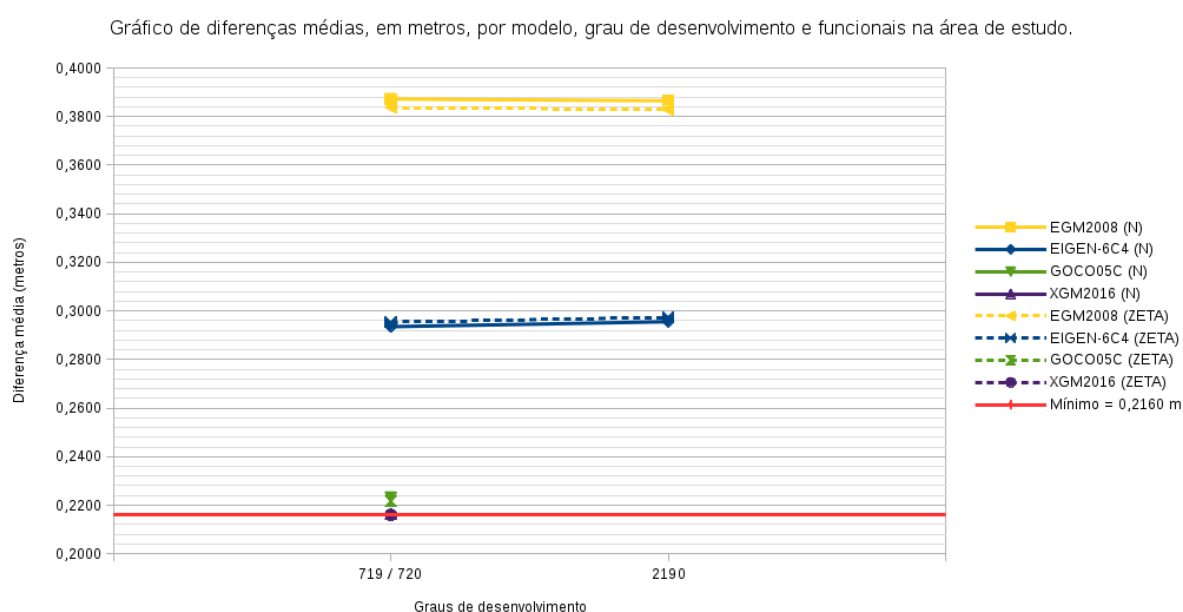


FIGURA 59 – Gráfico de diferenças médias, em metros, por modelo, grau de desenvolvimento e funcionais na área de estudo.

Fonte: O Autor (2017).

Da interpretação dos dados da tabela 32 e do gráfico da figura 59 verifica-se que a configuração que minimizou o fator  $\theta_m$  foi o emprego do MGG XGM2016, grau de desenvolvimento 719, funcional anomalia de altitude, a qual proporcionou discrepância média  $\theta_m = 0,2160 m$ . Este mesmo valor de discrepância, ainda na figura em questão, é frisado em forma de uma linha vermelha na porção inferior do gráfico.

Entretanto, ao realizar-se uma comparação entre os valores  $\theta_m$  para a área-teste e para a área de estudo *a priori*, ou seja, previamente à identificação e remoção de *outliers* da modelagem, verifica-se que a segunda é pouco mais do que duas vezes maior do que a primeira ( $[\theta_m]^{área-teste} = 0,0904 m < 0,2160 m = [\theta_m]^{área de estudo}$ ). Recordando-se da discussão apresentada no item 3.6.1 acerca da disponibilidade e da qualidade de dados na área de estudo, pode-se relacionar este resultado com a baixa qualidade das informações altimétricas na região.

A título de análise, pode-se diferenciar as estações GNSS/RN da área de estudo que são diretamente vinculadas à RAFB daquelas que pertencem a ramais de nivelamento. Dando maior enfoque à Amazônia Legal Brasileira sobre as informações apresentadas na figura 39, tem-se que, das 122 estações pertencentes ao conjunto de pontos para modelos desenvolvidos até grau 2190, apenas 70 estão vinculadas à RAFB, sendo as outras 52 relacionadas a ramais da rede; analogamente, das 114 estações utilizadas para modelos desenvolvidos até grau 720, 68 estão vinculadas à RAFB e 46 pertencem a ramais.

Caso somente as estações vinculadas à RAFB tivessem sido utilizadas no cálculo das estatísticas apresentadas na tabela 32, obter-se-ia a tabela 33.

TABELA 33 – Módulo das diferenças, em metros, entre altitudes normais-ortométricas de referência e calculada, por MGG, grau e funcional sem estações de ramais.

Modelo	Grau	Funcional	Diferença Máxima (m)	Diferença Média (m)	Diferença Mínima (m)	RMS
EGM2008	2190	N	2,6997	0,3531	0,0059	0,4852
		ζ	2,7219	0,3488	0,0071	0,4860
	720	N	2,7387	0,3605	0,0034	0,4695
		ζ	2,7203	0,3568	0,0001	0,4695
EIGEN6C4	2190	N	0,9362	0,2264	0,0208	0,1937
		ζ	0,9593	0,2273	0,0076	0,2003
	720	N	0,8830	0,2448	0,0047	0,1999
		ζ	0,9012	0,2461	0,0095	0,2036
GOCO05C	720	N	1,0288	0,2178	0,0003	0,1945
		ζ	1,0253	0,2155	0,0002	0,1951
XGM2016	719	N	0,9380	0,1977	0,0026	0,1779
		ζ	0,9348	0,1981	0,0009	0,1767

Fonte: O Autor (2017).

De uma análise comparativa entre as tabelas 32 e 33, pode-se verificar que exclusão das estações pertencentes a ramais da RAFB ocasiona melhoria média de 3,4 *cm*, sendo esta de 0,5 *cm* no menor caso (MGG GOCO05C, grau 720, funcional altitude geoidal) e 7,0 *cm* no maior caso (MGG EIGEN-6C4, grau 2190, funcional anomalia de altitude). Entretanto, a remoção de estações para geração de correta estatística será baseada no processo “Validação e tratamento de *outliers*” da metodologia consolidada, a qual tem resultados ainda mais positivos, conforme será abordado no item 4.3.3.

Adicionalmente, atentando-se para a figura 14 já apresentada anteriormente, pode-se verificar que o desvio padrão das altitudes normais-ortométricas na área de estudo varia entre 0,16 *m* e 0,24 *m*, diferentemente da área-teste, onde tal valor varia entre 0,04 *m* e 0,12 *m*.

Desta forma, a discrepância média encontrada para a área de estudo *a priori*, ou seja, antes da eliminação dos *outliers* é deveras satisfatória ante à disponibilidade de dados na região.

Portanto, ratifica-se a caracterização como configuração ótima para a área de estudo aquela apresentada pelo MGG XGM2016, em grau de desenvolvimento 719 e segundo a funcional anomalia de altitude. Esta configuração deverá ser utilizada para determinação das altitudes normais-ortométricas, tal como realizado na área-teste e descrito no item 4.1.5.

#### 4.3.2 Análise do desempenho de MGGs e funcionais

Antes de avançar para o próximo passo da estratégia consolidada, o qual seria determinar, de fato, as altitudes normais-ortométricas em uma área desejada, é cabível realizar uma observação sobre a análise do desempenho dos MGGs e das funcionais empregadas ao longo da área de estudo. Neste ponto, não é realizada uma análise específica e detalhada sob estas ópticas para a área de estudo, tendo em vista que na área-teste confirmou-se o caráter diversificado e não padronizado da aderência das diferentes configurações à realidade. Em contrapartida, é realizada uma análise mais generalista neste mesmo sentido, visando a atender objetivo específico com mesmo teor definido previamente.

Realça-se, primeiramente do comportamento excepcionalmente negativo do MGG EGM2008 sob as funcionais e graus utilizados. Nota-se, das linhas amarelas da figura 59, e da tabela 32, que as discrepâncias médias fornecidas por este modelo variam entre  $0,3828\ m$  e  $0,3872\ m$ , sendo estas quase o dobro do valor  $\theta_m$  proporcionado pela configuração ótima. Ainda, com este MGG, foi possível observar discrepâncias máximas em torno de  $2,70\ m$ , valores estes quase três vezes superiores à discrepância máxima também da configuração ótima. Este rendimento aquém do esperado pode estar relacionado com a utilização de dados de preenchimento ("*fill-in*") em sua elaboração, tal como mostrado na figura 20, ocasionando imprecisão na modelagem de pontos na região estudada.

Para o MGG EIGEN-6C4, evolutivamente superior ao EGM2008, é notório seu melhor desempenho para modelagem na área de estudo. Esta visualização é constatada nas linhas azuis da figura 59 e novamente da tabela 32, da qual se depreende que os fatores  $\theta_m$  providos por este modelo são cerca de  $10\ cm$  inferiores aos do EGM2008. Além disto, dado as melhorias que o EIGEN-6C4 impõe ao EGM2008, principalmente no tocante a este ter utilizado dados do GOCE e de todo o período da missão GRACE em sua elaboração, além das melhorias no modelo DTU empregado, as diferenças máximas foram reduzidas a menos da metade em todas as configurações, resultando em uma média aproximada de  $1,03\ m$ . Entretanto, este valor ainda é deveras acentuado, e justificado pela existência de complemento da faixa do espectro de curtos comprimentos de onda do MGG EIGEN-6C4 com soluções do próprio EGM2008 (ver figura 23).

Entretanto, o comportamento excepcionalmente positivo ficou a cargo dos MGGs GOCO05C e XGM2016. Os dois modelos, desenvolvidos até graus 720 e 719, respectivamente,

auferiram os menores fatores  $\theta_m$ , diferindo entre si milimetricamente. A menor discrepância, tal como já apresentado, ocorreu com o emprego do MGG XGM2016, grau de desenvolvimento 719, funcional anomalia de altitude ( $\theta_m = 0, 2160 m$ ). Este resultado vem em confirmação a dois fatores: o primeiro deles atestando o melhor desempenho dos modelos cujo desenvolvimento baseou-se em um sistema de ponderação de melhores soluções individuais e aplicadas regionalmente, tal como abordado nos itens 3.3.2.4 e 3.3.2.5; e o segundo fator está associado com a melhor completude de informações na geração do MGG XGM2016, conforme apresentado na figura 27 em detrimento da figura 20.

Faz-se mister frisar, ainda, que o desempenho dos dois MGGs mais modernos ocorreu mesmo com os erros de omissão que estes modelos apresentam a partir de seus graus máximos de desenvolvimento ( $n_{max}^{GOCO05C} = 720$  e  $n_{max}^{XGM2016} = 719$ ), até o grau máximo de desenvolvimento dos modelos mais antigos ( $n_{max}^{EGM2008} = n_{max}^{EIGEN6C4} = 2190$ ). Isto faz com que haja expectativas extremamente positivas de continuidade no desenvolvimento de modelos combinados de alta resolução dotados de mesma tecnologia que os modelos destaque deste trabalho. Indo além, tal como abordado no item 3.3.3, o vindouro MGG EGM2020, projetado para ser a evolução do XGM2016, capaz de desenvolvimento até grau 2190, apresenta-se como principal perspectiva neste âmbito.

Desta forma, cumpre-se o papel da plena análise de desempenho com esta breve discussão e com o provimento da configuração ótima já apresentada, recomendando-a para modelagens similares em toda a área abrangida.

#### 4.3.3 Determinação de altitudes normais-ortométricas em área de estudo desejada

Tal como realizado para a área-teste, e em prosseguimento às ações previstas no apêndice O, procedeu-se o cálculo das altitudes normais-ortométricas nas 602 estações SAT-GPS da área de estudo desejada, consonante à figura 44. A obtenção das coordenadas geodésicas e das altitudes elipsoidais dos pontos foi realizada com o uso de INDE (2016b), os extratos do MGG escolhido foram calculados com o uso da aplicação SPGG, e a compatibilização do sistema de maré permanente também foi realizada para estes pontos, tudo conforme já apresentado no item 4.1.5. Os resultados para cada ponto são apresentados, na íntegra, no apêndice P ao presente trabalho.

Como para a área-teste verificou-se a importância e a necessidade de realização de validação dos resultados e tratamento de eventuais *outliers*, procedeu-se esta abordagem. Para tal feito, utilizou-se um total de 136 estações GNSS/RN, formando a área de estudo desejada controlável, as quais contemplam as 154 estações GNSS/RN iniciais possíveis menos 18 estações de mesmo tipo vinculadas ao DVB-S. Para estas últimas, o tratamento é apresentado no item 4.4.

Neste contexto, a tabela 34 traz um resumo dos fatores  $\theta$  *a priori* em suas vertentes máxima, média e mínima para a área de estudo desejada controlável, analisando conjuntamente

sua variância e seu desvio padrão. Adicionalmente, as figuras 60 e o apêndice Q apresentam o histograma dos fatores  $\theta$  na área de estudo desejada controlável e este resultado expresso ponto-a-ponto, respectivamente.

TABELA 34 – Resultados para o fator  $\theta$  na área de estudo desejada controlável.

	$\theta$ (m)	$\sigma_{\theta}^2$ ( $m^2$ )	$\sigma_{\theta}$ (m)
Máximo	0,9301	0,0336	0,1833
Médio	0,2063		
Mínimo	0,0006		

Fonte: O Autor (2017).

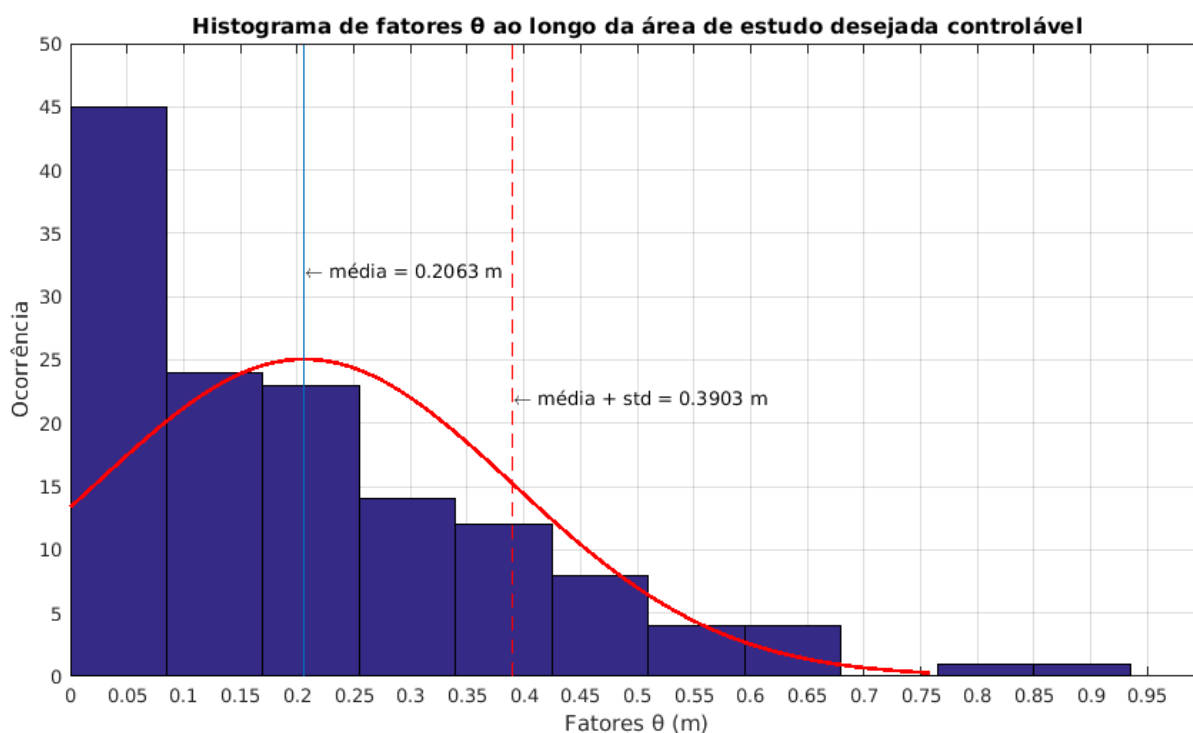


FIGURA 60 – Histograma de fatores  $\theta$  ao longo da área de estudo desejada controlável.

Fonte: O Autor (2017).

Da análise da tabela e da figura supramencionadas, pode-se verificar primeiramente que, quando da inserção das estações adicionais para validação da determinação altimétrica realizada, houve uma diminuição de aproximadamente 1 centímetro do fator  $\theta_m$  em relação ao *set* de pontos usado para obtenção da configuração ótima: a discrepância média foi reduzida de 0,2160 m para 0,2063 m. Essa diminuição ocorre em decorrência da resposta positiva da modelagem das 22 estações GNSS/RN adicionais com o emprego da configuração ótima, confirmando sua idealidade para modelagem da altitude normal-geoidal na região.

Todavia, deve-se notar ainda que, tal como ocorrido e já discutido para a área-teste, há pontos cuja discrepância destoa da média para o *set* de pontos de validação e

para a configuração utilizada. Desta forma, deve-se novamente identificar e tratar os *outliers*. Entretanto, diferentemente do adotado na área-teste, uma simples verificação visual não é capaz de diferenciar os comportamentos mais destoantes ponto-a-ponto, a partir de uma análise do apêndice Q. Faz-se necessário, então, padronizar a partir de qual discrepância os pontos podem ser considerados como *outliers*.

Com esta finalidade, bibliografias na área, tais como JOHNSON e WICHERN (2007, p.192) e AGGARWAL (2017, p.11), recomendam que sejam considerados como *outliers* valores que distem até três ou dois desvios-padrão da média da distribuição e que representam divergências do restante da população. Todavia, indo além daquilo proposto por estes autores, nos estudos realizados neste trabalho verificou-se que, considerando-se todas as variáveis envolvidas e, principalmente, a não adequação de pontos a todos os MGGs empregados para representação da altitude normal-geoidal, é possível identificar pontos tidos como *outliers* já a partir de um desvio padrão de distância da média da distribuição. Apesar dessa redução refletir em um menor intervalo de confiança ao resultado original, ela impacta em uma maior coesão e um menor espalhamento dos dados em relação à média para o resultado final.

Em outras palavras, para os fins a que este trabalho se propõe, não se deve apenas buscar estatisticamente resultados divergentes, mas também verificar o significado físico-matemático da sinalização como *outlier*, qual seja a inadequação para representação por meio de um conjunto de configurações distintas que bem representaram boa parte dos outros pontos do *set*. Desta forma, recomenda-se que quando a simples análise visual não for capaz de prover a identificação dos *outliers*, esta possa ser apoiada por uma análise de pontos cujo fator  $\theta$  diste mais do que um desvio padrão a partir da média ( $\theta_m + \sigma$ ) para a configuração ótima e correlacioná-lo com o desempenho nas demais configurações para confirmação de sua posição como *outlier*. Este padrão poderia ser aplicado à área-teste gerando resultado idêntico aos encontrados, e é utilizado para fins de análise da área de estudo.

Utilizando-se este critério e atentando-se para o gráfico presente no apêndice Q e para o histograma da figura 60, pode-se verificar a existência de 24 estações GNSS/RN cujo fator  $\theta$  é maior do que a discrepância média mais um desvio padrão ( $\theta_m + \sigma = 0,3903 m$ ). Destas 24 estações, duas não integraram os testes para escolha da configuração ótima - a saber, estação 91172 ( $\theta = 0,6698 m$ ) e estação 92645 ( $\theta = 0,4392 m$ ). As duas estações em questão localizam-se nos municípios de Cacará e Pacaraima, no estado de Roraima, e fazem parte de ramais de nivelamento, ou seja, uma linha de nivelamento geométrico que não forma circuito, cujos desníveis, portanto, não podem ser ajustados.

Conforme discutido nos itens 2.3.3.2 e 3.6, a determinação das altitudes de estações com estas características é realizada mediante simples transporte, sem as estimativas de desvio-padrão, estando sujeito a imprecisões. Além disso, INDE (2016a) informa que a RN de partida dos ramais que contêm estas estações pertencem a uma parte da RFB cuja falta de alternativas para estabelecimento de circuitos na Região Amazônica leva à impossibilidade

de aplicação de controles de qualidade usuais. Infere-se, portanto, que o mal comportamento destas estações quando da aplicação da configuração ótima pode estar novamente relacionada com incorreções na determinação altimétrica, devendo ser aplicado a estas o tratamento de *outliers* apresentado no item 4.1.6.

Abordando na sequência as 22 estações GNSS/RN restantes, para fins de conjugar maior detalhamento e brevidade, a figura 61 apresenta ainda um diagrama *box plot* de como, em média, estas 22 estações se comportaram com todas as configurações utilizadas no presente trabalho. Em uma primeira análise, segundo apresentado na figura em tela, observa-se que de fato os 22 pontos apresentam modelagem prejudicada por todas as configurações utilizadas. Nesta figura, foi inserida uma linha tracejada em azul indicando o fator  $\theta_m$  auferido na configuração ótima *a priori* para trazer plena noção do afastamento médio - representado pelas linhas vermelhas dentro de cada *box*. Note que os valores de discrepância obtidos em cada uma das estações pela configuração ótima são apresentados em forma de traço verde claro no interior de cada *box*.

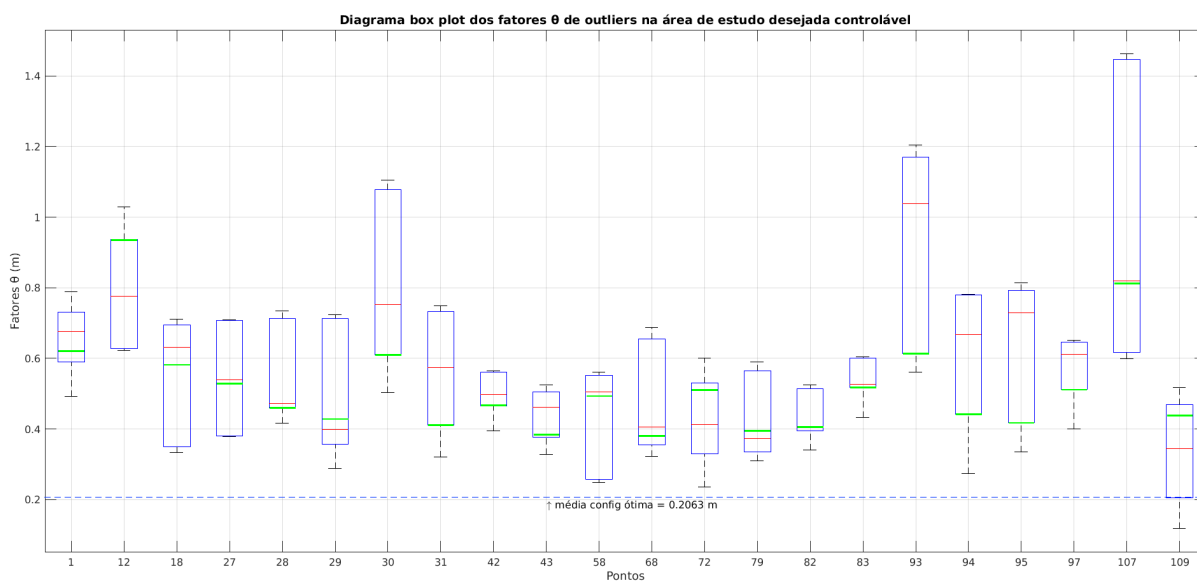


FIGURA 61 – Diagrama *box plot* de desempenho de *outliers* ao longo da área de estudo desejada controlável.

Fonte: O Autor (2017).

Adicionalmente, a tabela 35 apresenta sua identificação na rede SAT-GPS, o “Id” de cada estação utilizado neste trabalho, o fator  $\theta$  de cada uma segundo a configuração ótima, sua localização, data de medição e a afirmativa ou negativa de sua pertinência a um ramal de nivelamento; as estações foram, ainda, organizadas em ordem decrescente de discrepância.

TABELA 35 – Descritivo de desempenho das 22 estações GNSS/RN *outliers* na área de estudo desejada controlável segundo configuração ótima.

Estação	Id	$\theta$ (m)	Localização	Data de medição	Ramal?
90448	12	0,9301	Sapucaia/PA	07/04/1979	Não
90404	107	0,8228	Matupá/MT	22/07/1980	Sim
95008	30	0,6099	Caracaraí/RR	19/04/1977	Sim
92833	93	0,6097	Tapauá/AM	01/10/1975	Sim
90124	1	0,5977	Pacaraima/RR	15/06/1977	Sim
91171	18	0,5812	Boa Vista/RR	07/05/1977	Sim
95005	27	0,5283	Rorainópolis/RR	25/02/1977	Sim
92642	83	0,5213	Pacaraima/RR	25/05/1977	Sim
92809	58	0,5134	Alta Floresta/MT	14/08/1980	Sim
92837	97	0,5098	Beruri/AM	03/08/2013	Sim
92821	72	0,4903	Arrais/TO	12/03/1979	Não
92643	42	0,4726	Pacaraima/RR	26/05/1977	Sim
95006	28	0,4608	Rorainópolis/RR	14/03/1977	Sim
91334	109	0,4541	Nova Monte Verde/MT	21/08/1980	Sim
92834	94	0,4389	Tapauá/AM	08/04/1975	Sim
95007	29	0,4287	Caracaraí/RR	17/03/1977	Sim
92722	68	0,4219	Itiquira/MT	03/03/1975	Não
92835	95	0,4155	Manicoré/AM	03/08/2013	Sim
95009	31	0,4129	São João da Baliza/RR	23/08/1977	Sim
92641	82	0,4064	Amajari/RR	23/05/1977	Sim
92638	79	0,3947	Amajari/RR	16/05/1977	Sim
92644	43	0,3941	Pacaraima/RR	28/05/1977	Sim

Fonte: O Autor (2017).

Analisando-se a tabela supramencionada, nota-se uma sequência de padrões que justificam o mal desempenho observado. Primeiramente, verifica-se que 19 das 22 estações ( $19/22 \cong 86,4\%$ ) pertencem a ramais da RAFB; novamente, depara-se com pontos nos quais não há vinculação com a RAFB, tampouco pertinência a ajustamentos da rede ou mesmo aplicação de controles de qualidade usuais. Para pontos nestas condições, INDE (2016a) recomenda ainda que, quando da manipulação de estações com estas características especialmente localizadas na Amazônia, deve-se adotar cuidados adicionais, tais como a validação dos respectivos desníveis com renivelamento. A validação que ora se propõe cumpre este papel, subentendendo incorreção em sua determinação e, conforme proposto no item 4.1.6, sua eventual substituição por altitudes normais-ortométricas determinadas pela estratégia elaborada.



Um outro aspecto deveras relevante em cada uma das estações da tabela 35 diz respeito à longa data em que suas altitudes foram determinadas por transporte: em média, a determinação ocorreu aproximadamente 40 anos atrás da elaboração desta metodologia. As baixas possibilidades de precisão de equipamentos, aliados à técnica primitiva e a procedimentos arcaicos podem de fato ter levado o procedimento de transporte não controlado - leia-se, sem o controle adequado via vinculação ao restante da rede - a determinações imprecisas e errôneas. Isto ratifica a substituição proposta no parágrafo anterior e depõe em desfavor das informações altimétricas destas estações. Adicionalmente, as 3 estações restantes que não pertencem a ramais mas que também não foram bem representadas por quaisquer configurações adotadas - estações 90448 ("Id" 12), 92821 ("Id" 72) e 92722 ("Id" 68) - também podem ter sofrido esta interferência, ocasionando inclusive o destaque negativo para desempenho na configuração ótima e em todas as configurações para a estação 90448:  $\theta = 0,9301 m$  para o primeiro caso e  $\theta = 0,7944 m$  para o último.

No que diz respeito à localização, o destaque negativo ocorreu para as estações presentes no estado de Roraima: 12 estações testadas das 16 estações GNSS/RN do estado ( $19/22 = 75\%$ ) apresentaram-se como *outliers* na configuração ótima e em todas as demais configurações. Todas estas apresentam-se como pertencentes a ramais, trazendo caráter questionável às determinações altimétricas realizadas em todo o estado em questão.

Por fim, verifica-se que o padrão inicial de identificação e análise de *outliers* baseado em observações localizadas a partir de um desvio-padrão de afastamento em relação à média da distribuição foi deveras positivo. Este critério foi capaz de identificar 24 estações em uma população de 154 estações que apresentam comportamento aquém do esperado e consideravelmente discrepante das outras. Deve-se proceder, tal como discutido no item 4.2: valores identificados como *outliers* e que tenham mantido este comportamento em todas as configurações terão sua altitude normal-ortométrica de referência original substituída pela altitude normal-ortométrica calculada pela configuração ótima.

Destarte, após a eliminação dos *outliers*, uma nova validação da área de estudo desejada controlável foi realizada sobre as 112 estações GNSS/RN restantes após a remoção de *outliers*. Desta validação, foram originadas a tabela 36 e a figura 62, análogas à tabela 34 e à figura 60, diferenciando-se pela remoção de *outliers*, e o apêndice R, análogo ao apêndice Q e diferenciando-se no mesmo quesito.

TABELA 36 – Resultados finais para o fator  $\theta$  na área de estudo desejada controlável, após remoção de *outliers*.

	$\theta$ (m)	$\sigma_{\theta}^2$ ( $m^2$ )	$\sigma_{\theta}$ (m)
Máximo	0,3665	0,0112	0,1057
Médio	0,1387		

Continua na próxima página

	$\theta$ (m)	$\sigma_{\theta}^2$ (m <sup>2</sup> )	$\sigma_{\theta}$ (m)
Mínimo	0,0006		

Fonte: O Autor (2017).

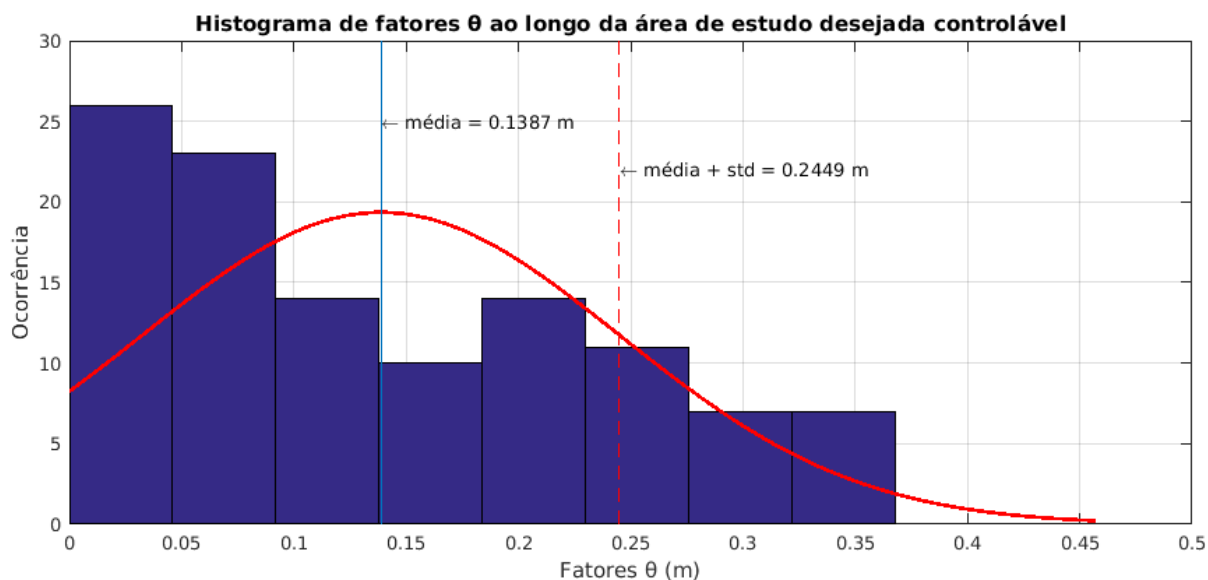


FIGURA 62 – Histograma de fatores  $\theta$  ao longo da área de estudo desejada controlável, após remoção de *outliers*.

Fonte: O Autor (2017).

De uma interpretação da tabela 36, verifica-se o bom desempenho da estratégia consolidada e, de modo geral, da metodologia alternativa para determinação de altitudes normais-ortométricas na área de estudo. Apesar dos resultados aquém daqueles apresentados para a área-teste na tabela 28, isto está intimamente relacionado com a disponibilidade e com a qualidade das informações altimétricas pré-existentes em ambas as regiões. Tal como discorrido no item 4.3.1 e apresentado na figura 14, reforça-se que as precisões das altitudes normais-ortométricas na área de estudo variam entre 0,16 m e 0,24 m, diferentemente da área-teste, onde tal valor varia entre 0,04 m e 0,12 m. Desta forma, a discrepância média encontrada para a área de estudo após a remoção de *outliers* é deveras satisfatória ante à disponibilidade de dados na região, sendo até mesmo inferior às imprecisões das determinações pré-existentes e provenientes de atividades de campo. Discussões e constatações com este teor são realizadas no item 5.1 do presente trabalho.

Por fim, tal como realizado para a área-teste, proceda-se o comparativo entre precisões de determinação por meio da metodologia alternativa que ora se propõe à maneira tradicional de obtenção de altitudes normais-ortométricas – com o uso do método absoluto e do modelo geoidal MAPGEO2015. Realizando-se o cálculo pelo método tradicional sobre as mesmas 112 estações GNSS/RN para fins de comparação e em complemento ao informado na tabela 36, pode-se gerar a tabela 37, que compara justamente estas duas maneiras de determinar altitudes normais-ortométricas.

TABELA 37 – Comparativo entre metodologia proposta e metodologia tradicional na área de estudo.

	Método alternativo (método relativo, MGGs, funcionais)			Método tradicional (método absoluto, MAPGEO2015)		
	$\theta$ (m)	$\sigma_{\theta}^2$ ( $m^2$ )	$\sigma_{\theta}$ (m)	$\theta$ (m)	$\sigma_{\theta}^2$ ( $m^2$ )	$\sigma_{\theta}$ (m)
Máximo	0,3665	0,0112	0,1057	0,9029	0,0468	0,2164
Médio	0,1387			0,3628		
Mínimo	0,0006			0,0244		

Fonte: O Autor (2017).

Sendo assim, novamente atesta-se que os ganhos da aplicação da metodologia ora proposta são reais e de grande significância para a aplicação da estratégia alternativa. Estes resultados confirmam a superioridade da metodologia e da estratégia consolidada utilizadas, proporcionando ganhos superiores a 20 centímetros para determinações altimétricas na complexa Região Amazônica.

#### 4.4 ESTIMATIVA DO *OFF-SET* ENTRE DVB-I E DVB-S

Conforme abordado no item 2.3.3.2, há na RAFB dois *data* aos quais as altitudes das RRNN estão referenciadas: o DVB-S, em Santana-Amapá, e o DVB-I, em Imbituba-Santa Catarina; o primeiro deles está convenientemente localizado no interior da área de estudo deste trabalho. Até o momento de confecção deste trabalho, dados da RAFB estão disponíveis para livre acesso à comunidade, havendo uma porção de suas informações altimétricas - mais precisamente 472 RRNN - vinculada ao DVB-S e a porção restante ao DVB-I.

Ainda conforme discorrido, na atualidade, relevantes trabalhos já abordaram o tema de vinculação científica entre ambos e, inclusive, propuseram técnicas e soluções viáveis para a conexão dos *data*, já incluindo estimativas para o afastamento vertical (*off-set*) entre os segmentos mencionados. Dentre os principais trabalhos que calcularam especificamente o afastamento em questão, ressalta-se DE FREITAS et al. (2016), MOREIRA (2015) e CASTRO (2011). A tabela 38 mostra os valores de *off-set* encontrados pelos autores supramencionados.

TABELA 38 – Autores e valores de *off-set* entre DVB-I e DVB-S determinados.

Autor	<i>Off-set</i> (m)
DE FREITAS et al. (2016)	1,416 m $\pm$ 0,12 m
MOREIRA (2015)	1,300 m $\pm$ 0,11 m
CASTRO e DE FREITAS (2014)	1,301 m a 1,420 m
CASTRO (2011)	1,320 m ou 1,430 m

Fonte: O Autor (2017).

No contexto deste trabalho, objetiva-se a prover uma estimativa métrica para o *off-set* de separação entre ambos os *data*. Tal como sinalizado por FERREIRA (2011), qualquer inferência realizada sobre o afastamento entre os *data* deve levar em consideração fatores físicos, e não apenas matemáticos, sobre as altitudes a eles referidas.

Considera-se, pois, conforme abordado na Introdução, que os MGGs são o artifício físico utilizado para dar significado físico a esta estimativa, uma vez que eles são o auxiliar físico utilizado para densificação das altitudes normais-ortométricas, relacionando duas grandezas que estão em espaços distintos - as altitudes normais-ortométricas no espaço do esferopotencial, e os MGGs no espaço do geopotencial. A via tomada por este trabalho aproxima-se, portanto, ao que MORITZ (1980 apud FERREIRA, 2011, p.221) denomina abordagem operacional, baseando suas predições em observações realizadas sobre a superfície terrestre.

Neste sentido, o presente trabalho não tem interesse em questionar resultados anteriores, mas sim em ratificá-los por meio da metodologia ora proposta, enquanto ratifica a si próprio como alternativa coerente para determinações altimétricas. Obviamente, sua viabilidade parece distante quando comparado com os rigorosos procedimentos matemáticos adotados por CASTRO (2011) e MOREIRA (2015), mas esta se torna deveras evidente principalmente pela proximidade com a abordagem realizada por DE FREITAS et al. (2016), apenas aperfeiçoando-a pelo uso do método relativo em detrimento do método absoluto e pela aplicação de MGG comprovadamente mais adequado à área ao invés da simbiose entre coeficientes definidores de dois modelos distintos. Desta forma, o procedimento que se desenvolve neste ponto não vem em forma de validação dos valores encontrados anteriormente, mas sim como validação e possibilidade da metodologia ora descrita para determinações altimétricas, mesmo com as imprecisões e prováveis incorreções mencionadas.

Posto isso, considere-se neste momento a existência das 18 estações GNSS/RN cuja altitude normal-ortométrica está vinculada ao DVB-S, as quais foram removidas dos estudos desenvolvidos até o momento à luz das justificativas apresentadas no item 3.6.3. Sendo o ponto  $P_i$  um destes pontos, considere-se sua determinação altimétrica a partir de um ponto  $P_0$  cuja altitude normal-ortométrica está referida ao DVB-I. Para este cenário, pode-se obter a figura 63, simplificando-se as superfícies de referência, as denominações e definições altimétricas, visando a sua melhor compreensão, bem como exagerando-se as dimensões para abrangência de todas as variáveis e feições de interesse.

Na figura em questão, pode-se observar a existência de dois pontos  $P_0$ , cada um dos quais com altitudes normais-ortométricas conhecidas e referidas a um dos *data* brasileiros: o ponto  $P_0^{DVB-S}$  é uma das 18 estações GNSS/RN mencionadas acima e vinculadas ao DVB-S; o ponto  $P_0^{DVB-I}$  é uma das demais estações GNSS/RN utilizadas para determinações altimétricas na Amazônia Legal Brasileira, estando referido ao DVB-I. Para os procedimentos ora adotados, considera-se que  $P_0^{DVB-I}$  é o próprio ponto com "Id" 21 (estação 93996 da rede SAT-GPS), utilizado para cálculos na área de estudo, dado a seu bom desempenho para a finalidade em

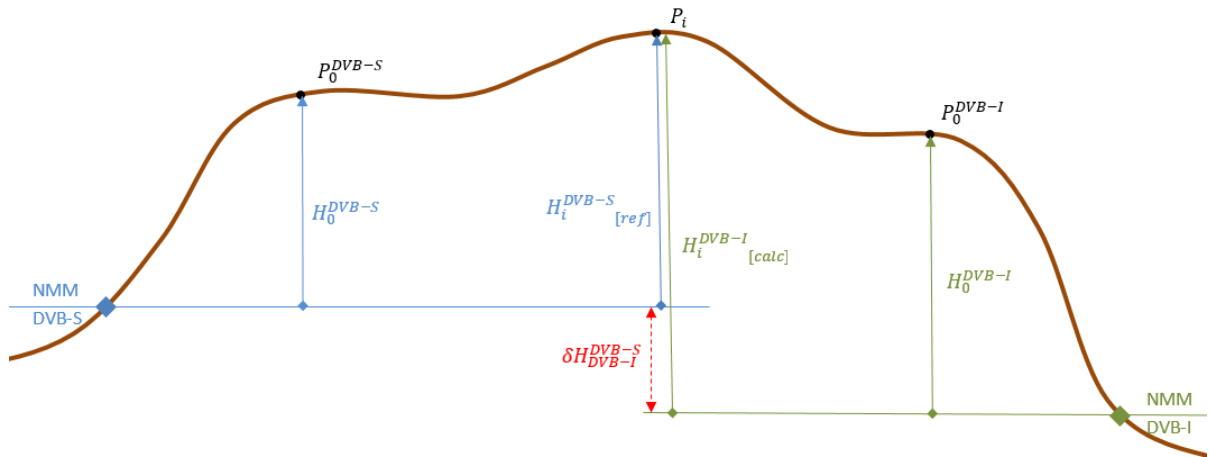


FIGURA 63 – Estratégia para estimativa do afastamento entre DVB-S e DVB-I com base na metodologia elaborada.

Fonte: O Autor (2017).

questão e dada a não observação de influência negativa à determinação altimétrica com o aumento da distância.

Ainda da figura, seja  $P_i$  outra estação GNSS/RN vinculada ao DVB-S, para a qual se conhece sua altitude normal-ortométrica também referida a este *datum* ( $H_i^{DVB-S}_{[ref]}$ ). Ignorando-se inicialmente este conhecimento, pode-se calcular a altitude normal-ortométrica desta mesma estação em relação ao DVB-I tomando-se como origem o ponto  $P_0^{DVB-I}$ , obtendo-se pois a altitude normal-ortométrica do ponto  $P_i$  em relação ao DVB-I ( $H_i^{DVB-I}_{[calc]}$ ).

Em teoria, a diferença entre as altitudes de referência, vinculada a um *datum*, e calculada, vinculada ao outro *datum* seria igual ao *off-set* entre ambos ( $\delta H_{DVB-S}^{DVB-I}$ ). Todavia, dadas as aproximações e simplificações realizadas, bem como a necessidade de confirmação de consistência nas informações altimétricas existentes em cada estação empregada, considera-se que o afastamento entre os *data* é dado pela média entre as discrepâncias obtidas para cada estação que comprovadamente sejam bem modeladas pela configuração ótima na área, considerando-se as altitudes de referência e calculadas, conforme regrado na equação 4.1, na qual considera-se que  $k \leq 18$  estações GNSS/RN tenham comportamento coerente segundo modelagem pela configuração ótima já verificada na área.

$$\left\{ \begin{array}{l} \delta H_1 = H_1^{DVB-S}_{[ref]} - H_1^{DVB-I}_{[calc]} \\ \delta H_2 = H_2^{DVB-S}_{[ref]} - H_2^{DVB-I}_{[calc]} \\ \vdots \\ \delta H_k = H_k^{DVB-S}_{[ref]} - H_k^{DVB-I}_{[calc]} \end{array} \right. \Rightarrow \delta H_{DVB-S}^{DVB-I} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k \delta H_i \quad (4.1)$$

Desta forma, o primeiro passo para estimar o afastamento entre os *data* é verificar quais das 18 estações GNSS/RN vinculadas ao DVB-S possuem coerência quando modeladas segundo a configuração ótima já verificada para a Amazônia Legal Brasileira - MGG XGM2016,

grau 719, funcional anomalia de altitude. A figura 64 apresenta uma visualização estas estações, bem como da presença do próprio DVB-S.

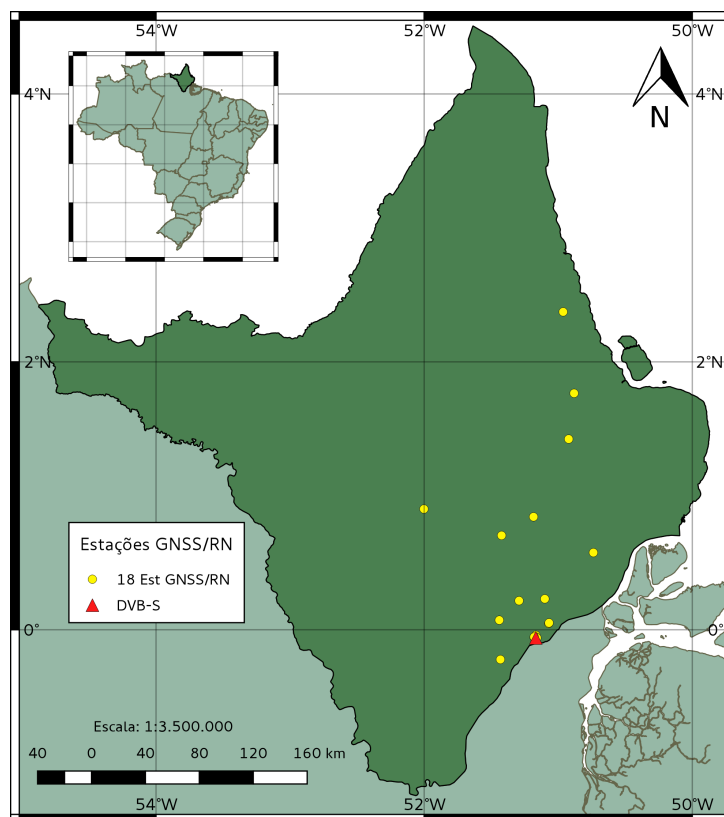


FIGURA 64 – 18 estações GNSS/RN vinculadas do DVB-S, no estado do Amapá.

Fonte: O Autor (2017).

A partir de uma análise da figura 64, pode-se verificar que novamente ocorre a distribuição não homogênea dos dados na área de interesse. Entretanto, como não se está buscando o entendimento de como um padrão se desenvolve sobre os pontos, não há necessidade de realizar o procedimento para identificação e seleção das estações apresentado no item 3.6.2 deste trabalho. Portanto, apenas a eliminação de *outliers* mostra-se suficiente para atender as necessidades deste trabalho.

Adicionalmente, diferentemente da área de estudo, a Amazônia Legal Brasileira, e da área-teste, o estado do Paraná, esta nova área composta por estações GNSS/RN vinculadas ao DVB-S não é estritamente delimitada. Portanto, para a obtenção de seu centroide, a ser utilizado novamente como aproximação primária para o baricentro da área, foi necessário realizar uma operação geoespacial para obtenção de uma envoltória convexa para as estações, calculando posteriormente seu centroide e, por fim, marcando como  $P_0$  o ponto que mais se aproxima deste centroide. Neste contexto, a figura 65 mostra esta envoltória convexa, o centroide da área e o ponto  $P_0^{DVB-S}$  que mais se aproxima deste - estação GNSS/RN 96091.

Realizando-se o cálculo das altitudes normais-ortométricas destas estações pelo método relativo e com o uso da configuração ótima, obtém-se fatores  $\theta$  a priori conforme apresentado

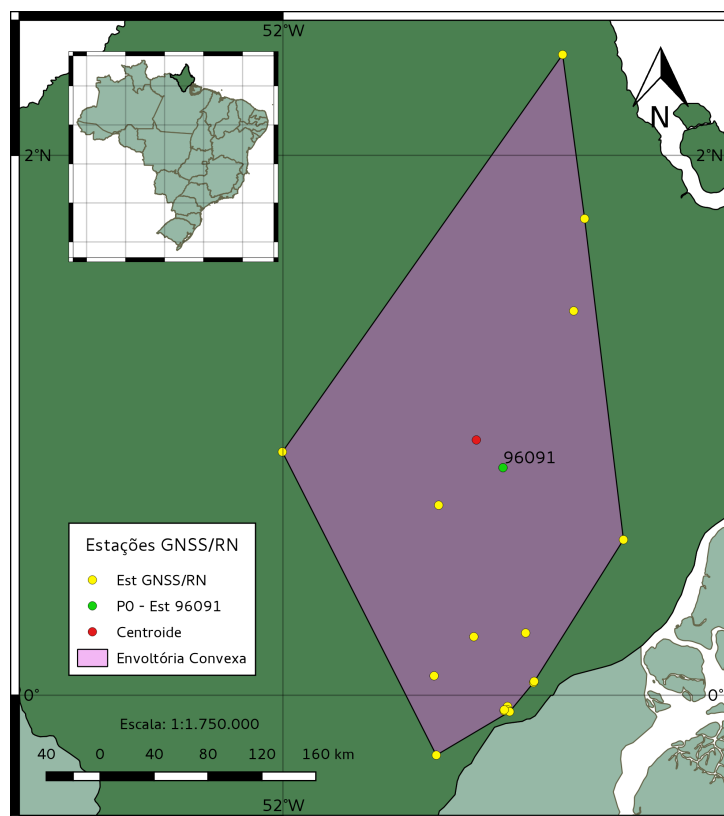


FIGURA 65 – Modelagem de estações GNSS/RN vinculadas do DVB-S, com envoltória convexa, centroide e ponto  $P_0$ .

Fonte: O Autor (2017).

nas figuras 66 e 67, respectivamente na forma de histograma e análise ponto-a-ponto.

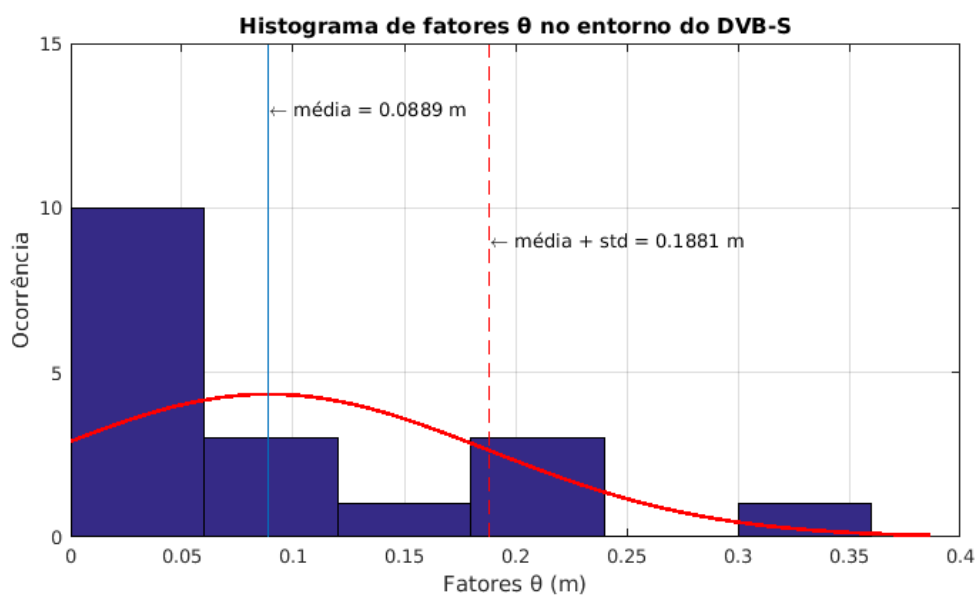


FIGURA 66 – Histograma de fatores  $\theta$  no entorno do DVB-S.

Fonte: O Autor (2017).

Utilizando-se o mesmo critério para eliminação de *outliers*, verifica-se nas figuras 66 e

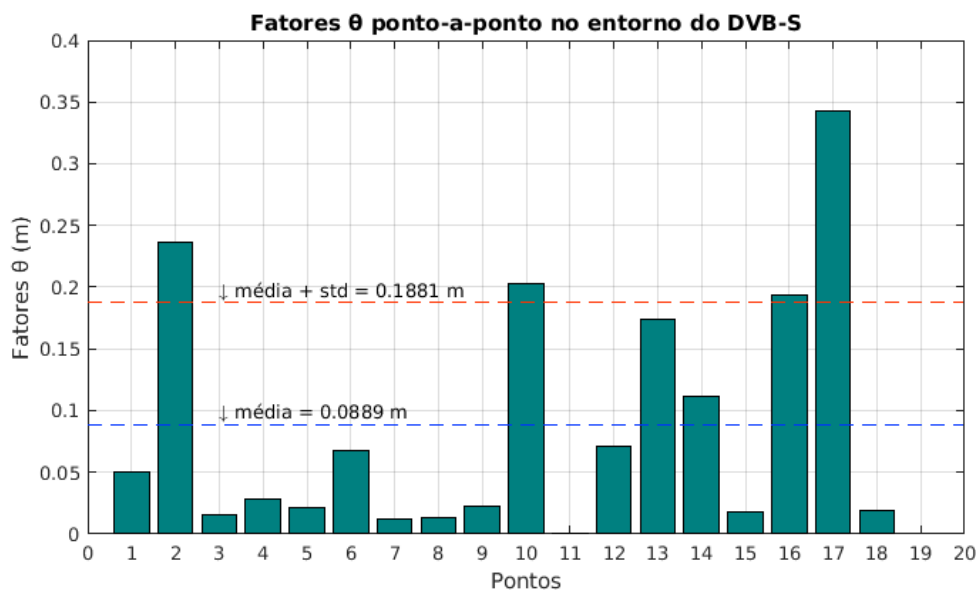


FIGURA 67 – Comportamento dos fatores  $\theta$  ponto-a-ponto no entorno do DVB-S sem *outliers*.

Fonte: O Autor (2017).

67 a existência de 4 estações GNSS/RN cujo comportamento diferiu das demais, estando seus fatores  $\theta$  acima da média acrescida de um desvio-padrão. As estações com este desempenho aquém do esperado, em outras palavras os *outliers*, são as estações GNSS/RN 90444, 96090, 96070 e 96098. Após sua eliminação, tem-se as 14 estações GNSS/RN que são bem comportadas ante à modelagem proposta. Neste sentido, as figuras 68 e 69 apresentam, novamente, a análise dos fatores  $\theta$  sob as ópticas de histograma e ponto-a-ponto.

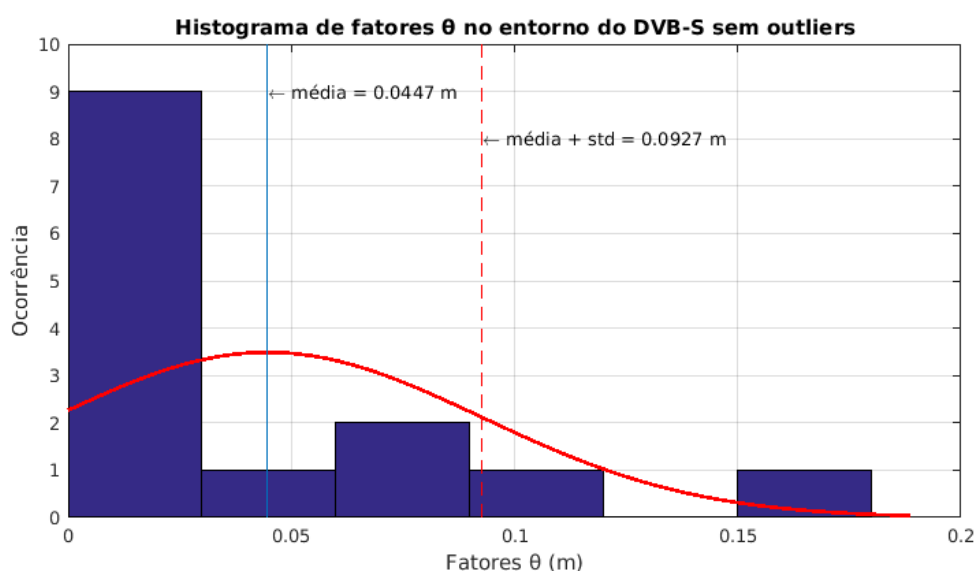


FIGURA 68 – Histograma de fatores  $\theta$  no entorno do DVB-S.

Fonte: O Autor (2017).

Nota-se, principalmente na figura 68, a persistência de uma estação cuja modelagem ainda está aquém da esperada para o set de pontos considerados. Trata-se da estação 96094,



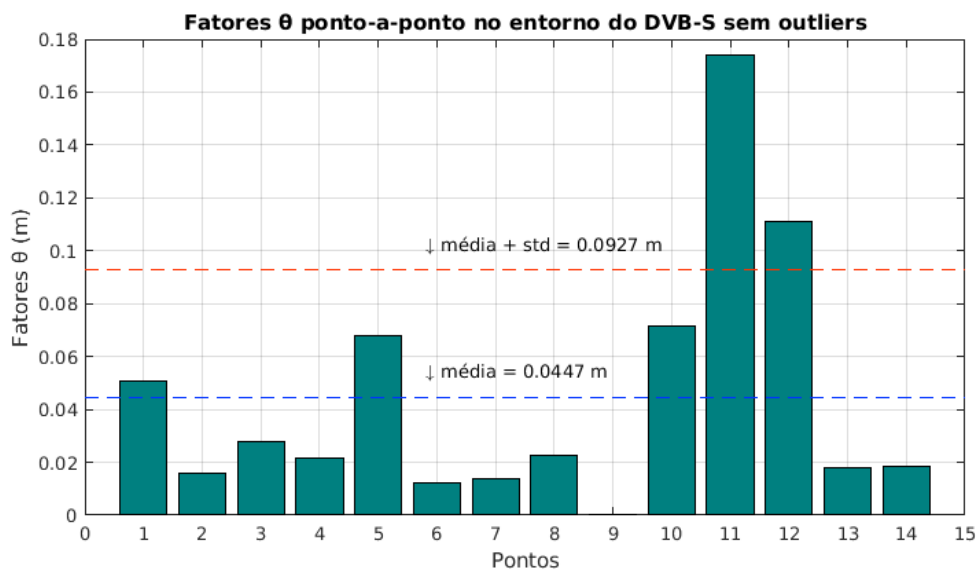


FIGURA 69 – Comportamento dos fatores  $\theta$  ponto-a-ponto no entorno do DVB-S sem *outliers*.

Fonte: O Autor (2017).

identificada como ponto 13 no gráfico da figura 67. Esta estação permaneceu pouco abaixo do critério utilizado para eliminação de *outliers* -  $\theta = 0,1740\text{ m}$  ante a  $\theta_m + \sigma = 0,1881\text{ m}$ . Apesar de poder ser encarada como discrepante e digna de eliminação, ela foi preservada para fins de alinhamento à metodologia proposta. Além disso, a título de informação, a tabela 39 traz um resumo dos fatores  $\theta$  em suas vertentes máxima, média e mínima para o *set* analisando após a remoção de *outliers*, juntamente com sua variância e seu desvio padrão.

TABELA 39 – Resultados finais para o fator  $\theta$  no entorno do DVB-S, após remoção de *outliers*.

	$\theta$ (m)	$\sigma_{\theta}^2$ ( $m^2$ )	$\sigma_{\theta}$ (m)
Máximo	0,1740	0,0021	0,0480
Médio	0,0447		
Mínimo	0,0012		

Fonte: O Autor (2017).

Sendo assim, tendo sido analisado o comportamento das estações GNSS/RN vinculadas ao DVB-S quanto à aplicação da metodologia proposta e após a providencial eliminação dos *outliers*, resta agora realizar o cálculo das altitudes normais-ortométricas destes 14 pontos tomando-se como base um ponto  $P_0$  vinculado ao DVB-I. Como descrito no início deste item, adota-se para  $P_0^{DVB-I}$  o próprio ponto com "Id" 21 (estação 93996 da rede SAT-GPS) no item 4.3, utilizado para cálculos na área de estudo, dado a seu bom desempenho para a finalidade em questão e dada a não observação de influência negativa à determinação altimétrica com o aumento da distância.

Após estes cálculos fortuítos, apresenta-se de forma resumida a tabela 40, que contém para cada ponto  $P_i$  os valores altimétricos de referência  $H_i^{DVB-S}_{[ref]}$  e os valores altimétricos calculados em relação ao DVB-I ( $H_i^{DVB-I}_{[calc]}$ ). Adicionalmente, para cada ponto, já é apresentado o valor de  $(\delta H_i)$ , qual seja a diferença entre as altitudes de referência, vinculada a um *datum*, e calculada, vinculada ao outro *datum*, para aquele ponto. Tal como apresentado na equação 4.1, a média destes valores seria igual ao *off-set* entre ambos - o valor  $\delta H_{DVB-I}^{DVB-S}$ .

TABELA 40 – Estimativa do *off-set* entre DVB-I e DVB-S.

Estação	$H^{DVB-S}_{[ref]}$ (m)	$H^{DVB-I}_{[calc]}$ (m)	$\delta H$ (m)
90204	16,4758	17,8419	1,3661
91215	7,5068	8,8378	1,3310
91240	8,5313	9,8744	1,3431
91241	12,8364	14,1733	1,3369
91575	5,3775	6,7605	1,3830
91577	28,3276	29,6553	1,3277
96088	3,8474	5,1763	1,3289
96089	31,2162	32,5541	1,3379
96091	53,1113	54,4266	1,3153
96092	29,2457	30,6324	1,3867
96094	15,9062	17,0475	1,1413
96095	17,3906	18,5948	1,2042
96096	14,3393	15,6364	1,2971
99619	8,8578	10,1917	1,3339
$\delta H_{DVB-I}^{DVB-S}$			1,3166

Fonte: O Autor (2017).

Desta forma, a partir dos resultados expressos na tabela 40, verifica-se que o *off-set* entre o DVB-I e o DVB-S é da ordem de  $1,3166\text{ m} \cong \mathbf{1,32\text{ m}}$ , estando o DVB-I localizado abaixo do DVB-S. O desvio-padrão dos dados é de  $0,0667\text{ m} \cong 0,07\text{ m}$ . Ainda atentando-se para a tabela, verifica-se que há duas estações - 96094 e 96095 - que proveram  $\delta H$  consideravelmente discrepantes em relação aos demais. Em removendo estas discrepâncias, o *off-set* calculado passa a ser da ordem de  $1,34 \pm 0,03\text{ m}$ .

O resultado encontrado é deveras coerente com os apresentados na tabela 38, estando especialmente próximos às determinações realizadas por CASTRO (2011), CASTRO e DE FREITAS (2014) e MOREIRA (2015). A discrepância em relação ao resultado apresentado por DE FREITAS et al. (2016) pode estar relacionada, tal como já apresentado, com o fato

daqueles autores terem usado o método absoluto e a combinação de MGGs, ao invés do método relativo e da configuração ótima; além disso, ressalta-se que o valor ora encontrado é menor do que um desvio-padrão de diferença em relação ao valor obtido por aqueles autores, sendo uma discrepância aceitável.

Por fim, frisa-se novamente que o resultado encontrado não vem em forma de validação dos valores encontrados anteriormente, mas sim como validação e possibilidade da metodologia ora descrita para determinações altimétricas, mesmo com as imprecisões e prováveis incorreções nas determinações altimétricas cabíveis. Completa-se, pois, a tabela 38 com a estimativa ora encontrada, dando origem à tabela 41.

TABELA 41 – Atualização de autores e valores de *off-set* entre DVB-I e DVB-S determinados.

Autor	<i>Off-set</i> (m)
NICACIO (2017)	1,320 m $\pm$ 0,07 m
DE FREITAS et al. (2016)	1,416 m $\pm$ 0,12 m
MOREIRA (2015)	1,300 m $\pm$ 0,11 m
CASTRO e DE FREITAS (2014)	1,301 m a 1,420 m
CASTRO (2011)	1,320 m ou 1,430 m

Fonte: O Autor (2017).

## 5 CONCLUSÕES

### 5.1 CONSIDERAÇÕES GERAIS

O presente trabalho teve por objetivo elaborar e propor uma estratégia alternativa para determinação de altitudes normais-ortométricas na Amazônia Legal Brasileira, baseada em observações GNSS e na utilização de modelos globais do geopotencial (MGGs). Para tanto, buscou-se realizar uma abordagem com uso e comparação em três variantes distintas: a) utilização dos métodos absoluto e relativo para obtenção da altitude normal-ortométrica, estando o segundo condicionado à escolha de um ponto de referência  $P_0$ ; b) utilização de extratos dos MGGs obtidos em diferentes graus de desenvolvimento e do modelo geoidal nacional MAPGEO2015; e c) utilização das funcionais altitude geoidal e anomalia de altitude para modelagem de altitude normal-geoidal.

Dados referentes às observações GNSS foram extraídos das estações da rede SAT-GPS com coincidência com estações da Rede Altimétrica Fundamental Brasileira (RAFB), denominadas estações GNSS/RN. Dados referentes aos extratos dos MGGs foram obtidos ponto-a-ponto por meio de uma aplicação *standalone* que realiza acesso direto ao serviço de cálculo do *International Centre for Global Earth Models* (ICGEM), para os MGGs EGM2008, EIGEN-6C4, GGM05C, GOCO05C e XGM2016, em graus 2190, 720, 719 e 360, conforme possibilidades de cada modelo.

Tendo em vista a baixa qualidade dos dados na área de estudo – entenda-se, baixa precisão média e baixa vinculação com a RAFB – optou-se por adotar uma área-teste melhor comportada para elaboração e solidificação da estratégia para uma posterior aplicação na área de estudo. A área-teste passou por priorização e seleção de pontos que integraram os cálculos baseado na coerência de menores distâncias mútuas entre as estações frente às resoluções espaciais de cada grau de desenvolvimento dos modelos. Foram então gerados 3 *sets* de estações GNSS/RN com 29, 27 e 22 pontos para estudos com modelos desenvolvidos em grau 2190, 720/719 e 360, respectivamente.

Além disso, observou-se a necessidade de adoção de um padrão para escolha de  $P_0$ , o ponto de referência para cálculos pelo método relativo, baseado em pressupostos físico-matemáticos. Utilizou-se, para tanto, a condicionante de adotar o ponto mais próximo ao centroide da área, como aproximação inicial para seu baricentro. Este procedimento homogeneizou os comprimentos das linhas de base e trouxe resultados satisfatórios.

Após cálculos na área-teste, atestou-se primariamente que a utilização do método relativo produz resultados, em média, 70% melhores do que pelo uso do método absoluto com os MGGs. Este padrão não foi observado com o uso do MAPGEO2015, tendo seu desempenho sido aquém dos MGGs em ambos os casos e mostrando sua inviabilidade para uso segundo

o método relativo. Verificou-se, ainda, que os extratos de MGGs desenvolvidos até grau 360 apresentavam erros de omissão e de comissão, conforme o caso, que produziam resultados insatisfatórios. Realizou-se ainda estudos sobre dependência das discrepâncias encontradas em relação ao comprimento da linha de base e em relação a faixas de latitude e longitude ao redor de  $P_0$ , tendo seus resultados mostrado que não há correlação entre estas variáveis. Outros estudos mostraram que o desempenho dos MGGs e das funcionais também ocorreram, tal como esperado, de forma heterogênea e não padronizada.

Obteve-se, como configuração ótima para a área-teste, o uso do MGG GOCO05C desenvolvido em grau 720 e com a funcional anomalia de altitude. Com esta configuração ótima, calculou-se altitudes normais-ortométricas em 127 pontos da área-teste onde somente se conhecia altitudes elipsoidais. Ainda na área-teste, foi desenvolvido um procedimento para identificação e tratamento de estações *outliers*, ou seja, cuja modelagem não tenha sido positiva em nenhuma configuração, ante a bom desempenho de todas as demais estações.

Analisando todas as estações GNSS/RN existentes - em um *set* denominado área-teste desejada controlável - verificou-se que esta produziu discrepância média, após remoção de *outliers*,  $\theta_m = 6,21cm$ , diferença esta aproximadamente 10 centímetros inferior à que seria obtida pelo uso da metodologia convencional para tal cálculo - com o método absoluto e com o uso do MAPGEO2015. Além disso, esta discrepância é de mesma ordem de grandeza dos desvios-padrão das altitudes normais-ortométricas da área. Estes resultados depuseram em favor da metodologia e em relação a seu avanço para área de estudo.

Após estudos e deliberações cabíveis, partiu-se para os procedimentos na área de estudo. Inicialmente, verificou-se a existência de 154 estações GNSS/RN na região; destas, duas foram eliminadas por incompletude de dados e dezoito foram por estarem vinculadas ao DVB-S. As estações restantes passaram novamente por processo de priorização e eliminação, restando 114 estações para aplicação em extratos de MGGs desenvolvidos até grau 720/719 e 122 estações até grau 2190. Analogamente, adotou-se como ponto  $P_0$  aquele mais próximo do centroide da área e procedeu-se a busca pela configuração ótima, tendo sido verificado o desempenho ímpar do MGG XGM2016, em grau 719, segundo a funcional anomalia de altitude.

Novamente, calculou-se as altitudes normais-ortométricas de 602 estações onde somente se conhecia altitudes elipsoidais, pelo emprego do método relativo e da configuração ótima. Após aperfeiçoamento do processo de identificação e eliminação de *outliers* e sua consequente execução, obteve-se estatísticas na área de estudo desejada controlável indicando discrepância média  $\theta_m = 13,87cm$ , diferença esta mais de 20 centímetros inferior à que seria obtida pelo uso da metodologia convencional para tal cálculo - com o método absoluto e com o uso do MAPGEO2015. Esta discrepância é até mesmo inferior aos desvios-padrão das altitudes normais-ortométricas na área de estudo.

Por fim, verificou-se a possibilidade de utilizar a metodologia desenvolvida para realizar uma estimativa do *off-set* entre o DVB-I e o DVB-S, baseado no uso das 18 estações GNSS/RN

vinculadas ao DVB-S, previamente eliminadas da metodologia, pelo uso do método relativo, da configuração ótima e de ponto  $P_0$  vinculado ao DVB-I. Após remoção de *outliers* e realização de cálculos matemáticos cabíveis, obteve-se a estimativa de afastamento entre os *data* de aproximadamente  $1,320 \pm 0,07m$ , resultado deveras coerente com as demais determinações já realizadas.

Como principal contribuição do presente trabalho, faz-se mister frisar o resultado ímpar obtido para uso do método relativo quando comparado com o método absoluto. O primeiro mostrou-se, inquestionavelmente, como mais adequado para uso combinado com os MGGs, sendo tal abordagem mais produtiva que o uso do tradicional método relativo aliado ao MAPGEO2015. Através da ampla divulgação dos resultados ora alcançados, espera-se viabilizar aos geodestas possibilidade de pleno alinhamento com as recomendações da IAG e consecução de resultados mais acurados com o uso da metodologia desenvolvida.

Adicionalmente, reforça-se que a metodologia desenvolvida e aplicada em pontos da Amazônia Legal Brasileira possibilitou a predição de altitudes normais-ortométricas em 602 estações SAT-GPS; excluindo-se 154 estações GNSS/RN, tem-se valores estimados de altitude normal-ortométrica em 448 novos pontos da complexa região, dos quais não há sequer previsão de determinação direta por meio de atividades de campo. As predições mostraram-se oportunas para trazer à tona novamente a problemática da RAFB na região, com vistas a solucioná-la, quer seja com auxílio da metodologia desenvolvida ou de outra considerada mais cabível, visando a sua completa conversão e adequação às recomendações da IAG e aos pressupostos do IHRS/IHRF, sempre sob a óptica das preconizações do GT-III SIRGAS. Portanto, fica comprovada a importância dos resultados auferidos em níveis nacional e internacional.

Uma última observação reside na relação existente entre as discrepâncias médias obtidas em cada situação e as precisões das informações altimétricas empregadas nos cálculos pela estratégia elaborada. Verificou-se, comparando resultados da área-teste com a área de estudo, que os desvios-padrão dos dados empregados para cálculo está diretamente ligado com as discrepâncias médias obtidas em cada situação. Desta forma, melhores resultados são conseqüentemente obtidos em regiões nas quais se possui informações altimétricas mais acuradas.

## 5.2 RECOMENDAÇÕES

Figuram como recomendações para trabalhos futuros, em rito de expansão dos resultados ora alcançados, os seguintes:

- Realização de estudos sobre amplitude máxima - leia-se distância máxima entre ponto  $P_0$  e pontos  $P_i$  - plausível para utilização da metodologia alternativa ora proposta, tal como indicado no item 3.7.4;

- Realização de estudos sobre influência da adoção do centroide da área de aplicação como aproximação primária para seu baricentro, visando a homogeneizar os comprimentos das linhas de base, bem como sobre buscando melhores aproximações, tal como também discutido no item 3.7.4; amplitude máxima - leia-se distância máxima entre ponto  $P_0$  e pontos  $P_i$  - plausível para utilização da metodologia alternativa ora proposta, tal como indicado no item 3.7.4;
- Realização dos cálculos referentes à propagação de erros, tal como indicado no item 3.7.3;
- Análise da viabilidade de utilização de técnicas de combinação de MGGs, segundo estratégia espectral ou simbiose de coeficientes, para o cálculo das funcionais do geopotencial para obtenção de resultados ainda mais acurados, como desenvolvido por DE FREITAS et al. (2016).

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABD-ELMOTAAL, H. A. Validation of GOCE Models in South Africa. **Newton's Bulletin, Assessment of GOCE Geopotential Models**, v. 5, p. 149–162, 2015. Citado na página 83.
- AGGARWAL, C. C. **Outlier Analysis**. 2. ed. [S.l.]: Springer International Publishing, 2017. ISBN 978-3-319-47577-6, 978-3-319-47578-3. Citado na página 161.
- AL-GHAMDI, K. A.; DAWOD, G. M. Accuracy Assessment of Global Geopotential Models for GIS and Geomatics Applications in Makkah Metropolitan Area. In: **The 9th National GIS Symposium in Saudi Arabia**. Saudi Arabia: [s.n.], 2014. Citado na página 83.
- ANEEL. **Diretrizes para elaboração de serviços de Cartografia e Topografia, relativos a estudos e projetos de aproveitamento hidrelétricos**. Superintendência de Gestão e Estudos Hidroenergéticos – SGH, 2009. Citado na página 34.
- ARANA, J. M. **O uso do GPS na elaboração da carta geoidal**. Tese (Doutorado em Ciências Geodésicas) — Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Setor de Ciências da Terra, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2000. Citado 2 vezes nas páginas 27 e 75.
- BARTHELMES, F. **Definition of Functionals of the Geopotential and Their Calculation from Spherical Harmonic Models**. Scientific Technical Report STR09/02. Helmholtz-Zentrum Potsdam, GFZ German Research Centre for Geosciences, 2013. Citado 2 vezes nas páginas 41 e 42.
- BARTHELMES, F. Global Models. In: GRAFAREND, E. (Ed.). **Encyclopedia of Geodesy**. Stuttgart: Springer International Publishing, 2014. p. 1–9. Citado na página 39.
- BARTHELMES, F.; KÖHLER, W. International Centre for Global Earth Models (ICGEM). In: DREWES H.; KUGLITSCH, F.; ADAM, J. (Ed.). **The Geodesists Handbook 2016**. [S.l.]: Journal of Geodesy, 2016. v. 90, cap. 10, p. 907–1205. Citado 10 vezes nas páginas 27, 44, 45, 46, 47, 49, 51, 75, 83 e 94.
- BEATTIE, D. S. **Program GHOST User Documentation**. Geodetic Survey of Canada, Ottawa., 1987. Citado na página 69.
- BLITZKOW, D. et al. MAPGEO2015: O novo modelo de ondulação geoidal do Brasil. **Revista Brasileira de Cartografia**, v. 68, n. 10, p. 1873–1884, 2016. Citado 6 vezes nas páginas 98, 100, 102, 103, 118 e 129.
- BOWIE, W. **Geodesy: Investigations of Gravity and Isostasy**. Special publication n. 40. Washington DC: US Government Printing Office, 1917. Citado na página 46.
- BRASIL. **Decreto n. 6666, de 27 de novembro de 2008**.: Institui, no âmbito do Poder Executivo federal, a Infraestrutura Nacional de Dados Espaciais - INDE, e dá outras providências. Brasília, DF, 2008. Diário Oficial [da] República Federativa do Brasil, Seção 1, pt. 1, p. 57. Citado na página 81.



CASTRO, H. D. M.; DE FREITAS, S. R. C. Strategies for Connecting Imbituba and Santana Brazilian Datums Based on Satellite Gravimetry and Residual Terrain Model. In: RIZOS, P. W. C. (Ed.). **Earth on the Edge: Science for a Sustainable Planet**. Berlin: Springer, 2014. v. 139, p. 543–550. Citado 3 vezes nas páginas 166, 173 e 174.

CASTRO, H. M. **Proposta de Alternativas para conexão dos Data Verticais Brasileiros de Imbituba e Santana**. Dissertação (Mestrado em Ciências Geodésicas) — Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Setor de Ciências da Terra, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2011. Citado 5 vezes nas páginas 71, 166, 167, 173 e 174.

CENSIPAM. **Projeto Cartografia da Amazônia: Documento de referência**. Brasil, 2008. Disponível em: <<http://www.dsg.eb.mil.br/images/stories/arquivos/2008-02-27>>. Acesso em: 15 setembro 2016. Citado na página 30.

DE FREITAS, S. R. C. Perspectivas de actividades de SIRGAS – GT III en vista del IHRS/IHRF. In: **Symposium SIRGAS 2016**. Quito, Ecuador: [s.n.], 2016. Citado na página 66.

DE FREITAS, S. R. C.; BLITZKOW, D. **Altitudes e Geopotencial**. IGeS Bulletin n.º 9 – International Geoid Service, p. 47 – 62, Milan, 1999. Citado 4 vezes nas páginas 52, 54, 55 e 56.

DE FREITAS, S. R. C. et al. Connection of the two segments of the Brazilian Vertical Reference Network. In: **1st Joint Comission 2 and International Symposium on Gravity, Geoid and Height Systems 2016**. Thessaloniki, Grécia: [s.n.], 2016. Citado 7 vezes nas páginas 67, 71, 166, 167, 173, 174 e 178.

DINIZ, F. C.; NICACIO, E. L. **Determinação de interseção de linhas geodésicas**. Rio de Janeiro, 2009. Citado na página 111.

DREWES, H. The changing objectives in geodetic research. **Zeitschrift für Geodäsie, Geo-Information und Landmanagement**, v. 131, n. 5, p. 1–7, 2006. Citado na página 24.

EBC. **Transposição do São Francisco usa gravidade e bombeamento para levar água a 12 milhões**. 2015. Disponível em: <<http://www.ebc.com.br/tecnologia/2015/09/saiba-como-funciona-obra-de-transposicao-do-rio-sao-francisco>>. Acesso em: 19 julho 2017. Citado na página 32.

EKMAN, M. Impacts of Geodynamic Phenomena on Systems for Height and Gravity. **Bull. Géod.**, v. 63, p. 281–296, 1989. Citado na página 103.

EXERCITO BRASILEIRO. **Amazônia**. 2016. Disponível em: <<http://www.eb.mil.br/amazonia>>. Acesso em: 15 setembro 2016. Citado na página 30.

EXERCITO BRASILEIRO. **Andamento das obras**. 2017. Disponível em: <<http://www.doc.eb.mil.br/home.php?pg=allObras>>. Acesso em: 08 fevereiro 2017. Citado na página 33.

EXÉRCITO BRASILEIRO. **Exército Brasileiro - www.eb.mil.br**. 2016. Disponível em: <<https://www.flickr.com/photos/exercitooficial/collections>>. Acesso em: 19 julho 2017. Citado na página 33.

FEATHERSTONE, W. E. Absolute and relative testing of gravimetric geoid models using Global Positioning System and orthometric height data. **Computers & Geosciences**, v. 27, n. 7, p. 807–814, 2001. Citado 2 vezes nas páginas 27 e 75.

FEATHERSTONE, W. E. Expected contributions of dedicated satellite gravity field missions to regional geoid determination with some examples from Australia. **Journal of Geospatial Engineering**, v. 4, p. 2–19, 2002. Citado na página 47.

FEATHERSTONE, W. E.; KUHN, M. Height Systems and Vertical Datums: a review in the Australian Context. **Spatial Science**, v. 1, n. 51, p. 21–41, 2006. Citado na página 57.

FECHER, T. et al. The combined gravity field model GOCO05c. In: **EGU General Assembly**. Vienna, Austria: [s.n.], 2016. Citado na página 91.

FECHER, T. et al. GOCO05c: A New Combined Gravity Field Model Based on Full Normal Equations and Regionally Varying Weighting. **Surveys in Geophysics**, v. 38, 2017. Citado 2 vezes nas páginas 89 e 90.

FERREIRA, V. G. **Análise da Componente Anômala do Geopotencial no Datum Vertical Brasileiro com base no Sistema Lagunar de Imaruí, SC**. Dissertação (Mestrado em Ciências Geodésicas) — Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Setor de Ciências da Terra, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2008. Citado 2 vezes nas páginas 76 e 77.

FERREIRA, V. G. **Solução do tipo Brovar para o Segundo Problema de Valor de Contorno da Geodésia com vistas à modernização de sistemas de altitudes**. Tese (Doutorado em Ciências Geodésicas) — Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Setor de Ciências da Terra, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2011. Citado 9 vezes nas páginas 55, 56, 58, 59, 60, 61, 62, 71 e 167.

FERREIRA, V. G. et al. A separação entre o geóide e o quase-geóide: uma análise no contexto brasileiro. **Revista Brasileira de Cartografia**, v. 63, p. 39–50, 2011. Citado na página 75.

FERREIRA, V. G. et al. Validation of GOCE gravity field models using GPS-leveling data and EGM08: a case study in Brazil. **Journal of Geodetic Science**, v. 3, n. 3, p. 209–218, 2013. Citado 6 vezes nas páginas 61, 104, 116, 139, 143 e 144.

FORTES, L. et al. Passado, Presente e Futuro das Atividades Geodésicas no Brasil em Apoio ao SIRGAS. In: **Symposium SIRGAS 2015**. Santo Domingo, Republica Dominicana: [s.n.], 2015. Citado na página 103.

FREITAS, S. R. C. D. Contribuições da Geodesia para o desenvolvimento de Sistema de Observação da Terra – GGRS/IHRS. In: **IV Simpósio Brasileiro de Geomática e II Jornadas Lusófonas sobre Ciências e Tecnologias de Informação Geográfica**. Presidente Prudente, Brasil: [s.n.], 2017. Citado 2 vezes nas páginas 66 e 68.

FÖRSTE, C. et al. **EIGEN-6C4 The latest combined global gravity field model including GOCE data up to degree and order 2190 of GFZ Potsdam and GRGS Toulouse**. GFZ Data Services, 2014. Citado 3 vezes nas páginas 86, 87 e 88.

FÖRSTE, C. et al. A new release of EIGEN-6C. In: **AGU 2012 Fall Meeting**. San Francisco, USA: [s.n.], 2012. Citado na página 87.

FÖRSTE, C. et al. EIGEN-6 - A new combined global gravity field model including GOCE data from the collaboration of GFZ-Potsdam and GRGS Toulouse. In: **EGU General Assembly 2011**. Vienna, Austria: [s.n.], 2011. Citado na página 87.

FÖRSTE, C. et al. EIGEN-6C3 - The latest Combined Global Gravity Field Model incl. GOCE data up to d/o 1949 of GFZ Potsdam and GRGS Toulouse. In: **AGU 2013 Fall Meeting**. San Francisco, USA: [s.n.], 2013. Citado na página 87.

GEMAEL, C. **Introdução à Geodésia Física**. New. Curitiba: Editora UFPR, 2012. Citado 12 vezes nas páginas 24, 26, 38, 40, 41, 46, 56, 57, 59, 61, 74 e 75.

GEMAEL, C. et al. **Introdução ao Ajustamento de Observações - Aplicações Geodésicas**. 2nd. ed. Curitiba: Editora UFPR, 2016. Citado 2 vezes nas páginas 28 e 77.

GHILANI, C. D. **Adjustment Computations - Spatial Data Analysis**. 5th. ed. Hoboken, New Jersey: John Wiley and Sons Inc., 2010. Citado na página 77.

GODAH, W. et al. On the accuracy assessment of the consecutive releases of GOCE-based GGMs over the area of Poland. **Newton's Bulletin, Assessment of GOCE Geopotential Models**, v. 5, p. 49–62, 2015. Citado na página 83.

HECK, B. **Rechenverfahren un auswertemodelle der landesvermessung**. 3rd. ed. Karlsruhe: Wichman, 2003. Citado 2 vezes nas páginas 59 e 60.

HEISKANEN, W. Ist die Erde ein dreiachsiges Ellipsoid? **Gerlands Beiträge zur Geophysik**, v. 19, p. 356–377, 1928. Citado na página 46.

HEISKANEN, W. A. The Columbus Geoid. **EOS, Transactions, American Geophysical Union**, v. 38, p. 841–848, 1928. Citado na página 46.

HIRT, C.; GRUBER, T.; FEATHERSTONE, W. E. Evaluation of the first GOCE static gravity field models using terrestrial gravity, vertical deflections and EGM2008 quasigeoid heights. **Journal of Geodesy**, v. 85, p. 723–740, 2011. Citado na página 49.

HOFMANN-WELLENHOF, B.; MORITZ, H. **Physical Geodesy**. 2nd. ed. Graz, Austria: Springer-Verlag Wien, 2006. Citado 8 vezes nas páginas 24, 38, 39, 50, 51, 55, 57 e 59.

IAG. Resolution No. 16. In: **XVIII General Assembly of the IUGG**. Hamburg, Alemanha: [s.n.], 1983. Citado na página 104.

IAG. **Resolution (No. 1) for the definition and realization of an International Height Reference System (IHR)**. München, Alemanha, 2015. Citado 6 vezes nas páginas 24, 51, 54, 62, 63 e 65.

IAG. **The Global Geodetic Observing System (GGOS)**. 2017. Disponível em: <<http://www.ggos.org/>>. Acesso em: 15 fevereiro 2017. Citado na página 63.

IBGE. **Ajustamento Simultâneo da Rede Altimétrica de Alta Precisão do Sistema Geodésico Brasileiro**. Rio de Janeiro, 2011. Citado 5 vezes nas páginas 26, 59, 67, 68 e 70.

IBGE. **Relatório de Desenvolvimento do MAPGEO2015**. Rio de Janeiro, 2015. Citado 8 vezes nas páginas 98, 99, 100, 101, 102, 129, 131 e 132.

IBGE. **Áreas Especiais**. 2016. Disponível em: <<http://www.ibge.gov.br/home/geociencias/geografia/amazonialegal.shtm?c=2>>. Acesso em: 15 setembro 2016. Citado 3 vezes nas páginas 26, 30 e 105.

IBGE. **SGB – Sistema Geodésico Brasileiro**. 2017. Disponível em: <[http://www.ibge.gov.br/home/geociencias/geodesia/default\\_sgb\\_int.shtm](http://www.ibge.gov.br/home/geociencias/geodesia/default_sgb_int.shtm)>. Acesso em: 19 março 2017. Citado 2 vezes nas páginas 79 e 146.

IGG. **Nivelamento Geral do Estado – Altitudes de Precisão**. Instituto Geográfico e Geológico, Secretaria de Agricultura do Estado de São Paulo, São Paulo, 1962. Citado na página 67.

IHDE, J. Geoid Determination by GPS and Levelling. In: H., S.; I., M. (Ed.). **Gravity and Geoid. International Association of Geodesy Symposia**. Berlin, Heidelberg: Springer, 1995. Citado na página 74.

IHDE, J. et al. **Report of the Ad-hoc Group on an International Height Reference System (IHR)**. IAG Reports 2011-2015 (Travaux de l'IAG, vol. 39), 2015. Citado na página 63.

IHDE, J. et al. Definition and Proposed Realization of the International Height Reference System (IHR). **Surveys in Geophysics**, v. 3, p. 1–22, 2017. Citado 2 vezes nas páginas 54 e 65.

INDE. **Informações digitais de dados altimétricos - Referência de Nível (BDG\_RN)**. 2016. Visualizador da INDE. Base de Dados em formato *shapefile*. Disponível em: <<http://www.visualizador.inde.gov.br/>>. Acesso em: 18 agosto 2016. Citado 5 vezes nas páginas 67, 71, 106, 161 e 163.

INDE. **Informações digitais de dados plani-altimétricos - GPS (SAT\_GPS)**. 2016. Visualizador da INDE. Base de Dados em formato *shapefile*. Disponível em: <<http://www.visualizador.inde.gov.br/>>. Acesso em: 18 agosto 2016. Citado 3 vezes nas páginas 80, 144 e 159.

INDE. **Visualizador da INDE**. 2016. Disponível em: <<http://www.visualizador.inde.gov.br/>>. Acesso em: 6 agosto 2016. Citado na página 81.

IPEA. **Amazônia Legal**. 2016. Disponível em: <[http://www.ipea.gov.br/desafios/index.php?option=com\\_content&id=2154:catid=28&Itemid=23](http://www.ipea.gov.br/desafios/index.php?option=com_content&id=2154:catid=28&Itemid=23)>. Acesso em: 15 setembro 2016. Citado 2 vezes nas páginas 30 e 105.

JAMUR, K. P. et al. Avaliação dos Modelos do Campo da Gravidade Terrestre advindos da Missão GOCE – Gravity Field and Steady-State Ocean Circulation Explorer. In: **Reunião Anual SIRGAS 2010**. Lima, Peru: [s.n.], 2010. Boletín Informativo n°15 SIRGAS Reporte 2009-2010. Citado na página 103.

JEFFREYS, H. The density distributions of the inner planets. **Mon. Not. R. Astron. Soc., Geophys. Suppl.**, n. 4, p. 62–71, 1937. Citado na página 46.

JEFFREYS, H. The determination of the Earth's gravitational field. **Mon. Not. R. Astron. Soc., Geophys. Suppl.**, v. 1, n. 5, p. 1–22, 1941. Citado na página 46.

JEFFREYS, H. The figures of the Earth and moon. **Mon. Not. R. Astron. Soc., Geophys. Suppl.**, v. 7, n. 5, p. 219–247, 1948. Citado na página 46.

JEKELI, C. **Heights, the Geopotential, and Vertical Datums**. Report n.º 459. Geodetic Science and Surveying, Department of Civil and Environmental Engineering and Geodetic Science. The Ohio State University – Columbus, Ohio, 2000. Citado 4 vezes nas páginas 52, 53, 55 e 58.

JOHNSON, R. A.; WICHERN, D. W. **Applied Multivariate Statistical Analysis**. 6th. ed. [S.l.]: Pearson - Prentice Hall, 2007. ISBN 9780131877153. Citado 4 vezes nas páginas 147, 150, 152 e 161.

KAULA, W. M. Gravity formulas utilizing correlation with elevation. **EOS, Transactions, American Geophysical Union**, v. 6, n. 39, p. 1027–1033, 1958. Citado na página 46.

LEMOINE, F. G. et al. **The Development of the Joint NASA GSFC and the National Imagery and Mapping Agency (NIMA) Geopotential Model EGM96**. Goddard Space Flight Center, Greenbelt, Maryland 20771, 1998. Citado 2 vezes nas páginas 50 e 51.

LUZ, R. T. **Estratégias para modernização da componente vertical do Sistema Geodésico Brasileiro e sua integração ao SIRGAS**. Tese (Doutorado em Ciências Geodésicas) — Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Setor de Ciências da Terra, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2008. Citado 5 vezes nas páginas 59, 60, 67, 71 e 73.

LUZ, R. T. et al. **Proposta de locações para estações IHRF**. IBGE, Rio de Janeiro, Brasil, 2017. Citado 2 vezes nas páginas 66 e 68.

MATOS, A. C. O. C. et al. Evaluation of Recent GOCE Geopotential Models in South America. **Newton's Bulletin, Assessment of GOCE Geopotential Models**, v. 5, p. 83–104, 2015. Citado na página 83.

MELO, L. F. S. **Avaliação de modelos globais do geopotencial para os estados do Maranhão e Piauí**. Dissertação (Mestrado em Ciências Geodésicas) — Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Setor de Ciências da Terra, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2011. Citado 3 vezes nas páginas 25, 47 e 103.

MOLODENSKII, M. et al. **Methods for Study of the External Gravitational field and Figure of the Earth**. Israeli Program for Scientific Translations, Jerusalem, 1962. Citado na página 57.

MOREIRA, R. M. **Conexão de Sistemas Verticais de Referência Locais ao Sistema Geodésico Brasileiro com base em um Sistema Vertical de Referência Global**. Tese (Doutorado em Ciências Geodésicas) — Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Setor de Ciências da Terra, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2015. Citado 7 vezes nas páginas 71, 72, 83, 166, 167, 173 e 174.

MORITZ, H. **Advanced Physical Geodesy**. 1. ed. [S.l.]: Herbert Wichmann Verlag, 1980. Citado na página 167.

MORITZ, H. Geodetic reference system 1980. **Bulletin Geodesique**, v. 62, n. 3, p. 348–358, 1988. Citado na página 51.

MUELLER, I. I. Reference Coordinate Systems and Frames: concepts and realization. **Journal of Geodesy**, v. 85, p. 181–188, 1985. Citado na página 64.

MÄKINEN, J.; IHDE, J. The permanent tide in height systems. In: **IAG/FIG Symposium "Geodetic Reference Frames" GRF2006**. Munich: [s.n.], 2006. Citado na página 103.

MÜLLER, J. et al. Computation of calibration gradients and methods for in orbit validation of gradiometer GOCE data. In: **Proceedings of the Second International GOCE User Workshop "GOCE, The Geoid and Oceanography"**. Frascati, Italy. ESA SP-569, European Space Agency, Noordwijk, Países Baixos: [s.n.], 2004. Citado na página 47.

NASA. **National Aeronautics and Space Administration directory of observation station locations**. Goddard Space Flight Center, Greenbelt, Estados Unidos, 1973. Citado na página 120.

NICACIO, E. L. **SPGG – Single Point GEM Generator**. [S.l.], 2016. Disponível em: <<http://www.cienciasgeodesicas.ufpr.br/spgg>>. Acesso em: 6 dezembro 2016. Citado 2 vezes nas páginas 34 e 96.

NICACIO, E. L.; DALAZOANA, R. Análisis de extractos de Modelos Globales de Geopotencial generados punto-a-punto a partir de una aplicación standalone. In: **Symposium SIRGAS 2016**. Quito, Ecuador: [s.n.], 2016. Citado 2 vezes nas páginas 96 e 97.

PAIL, R. et al. The Experimental Gravity Field Model XGM2016. In: **1st Joint Comission 2 and International Symposium on Gravity, Geoid and Height Systems 2016**. Thessaloniki, Grécia: [s.n.], 2016. Citado 5 vezes nas páginas 90, 91, 92, 93 e 95.

PAVLIS, N. K. et al. The development and evaluation of the Earth Gravitational Model 2008 (EGM2008). **Journal of Geophysical Research**, v. 117, n. B04406, p. 1–38, 2012. Citado 8 vezes nas páginas 47, 48, 82, 83, 84, 85, 86 e 87.

PEREIRA, R. A. D.; DE FREITAS, S. R. C. Indicativos da possibilidade da divisão do espectro geopotencial com base no desenvolvimento da altura geoidal em um único ponto a partir de wavelets. **Revista Brasileira de Cartografia**, v. 66, n. 3, p. 463–471, 2014. Citado na página 49.

RAPP, R. H. Past and future developments in Geopotential Modeling. In: FORSBERG; FEISSEL; DIETRICH (Ed.). **Geodesy on the Move**. Berlin-New York: Springer-Verlag, 1998. p. 58–78. Citado 2 vezes nas páginas 45 e 48.

RIES, J. et al. **The Combined Global Gravity Model GGM05C**. GFZ Data Services, 2016. Citado 2 vezes nas páginas 88 e 89.

RUMMEL, R. et al. **STSE-GOCE+, height system unification with GOCE**. Doc. No. GO-HSU-PL-002, issue 1, 2014. Citado na página 65.

SANSÒ, F.; SIDERIS, M. G. S. Geoid Determination – Theory and Methods. In: **Lecture Notes in Earth System Sciences**. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2013. v. 110. Citado 2 vezes nas páginas 43 e 96.

SANTACRUZ JARAMILLO, A. G.; DE FREITAS, S. R. C. Towards a Vertical Reference Frame for South America in View of the GGOS Specifications. In: **3rd International Gravity Field Service (IGFS) General Assembly**. Shanghai, China: [s.n.], 2014. Citado na página 73.

SANTACRUZ JARAMILLO, A. G. et al. Estrategias para la conexión de redes verticales heterogéneas con base en el PVCG en la forma fija. In: **Symposium SIRGAS 2016**. Quito, Ecuador: [s.n.], 2016. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 72.

SEEBER, G. **Satellite Geodesy: foundations, methods and applications**. 2nd. ed. Berlin-New York: Walter de Gruyter, 2003. Citado 3 vezes nas páginas 42, 48 e 49.

SENADO FEDERAL. **O que é o projeto de transposição do Rio São Francisco**. 2008. Disponível em: <<http://www12.senado.leg.br/noticias/materias/2008/02/14/o-que-e-o-projeto-de-transposicao-do-rio-sao-francisco>>. Acesso em: 19 julho 2017. Citado na página 32.

SGE. **Altitudes Provisórias das RN Instaladas pela Antiga Comissão da Carta Geral do Brasil e pelo Serviço Geográfico do Exército**. Separata do Anuário 1949 do SGE, Serviço Geográfico do Exército, Rio de Janeiro, 1950. Citado na página 67.

SOYCAN, M. Improving EGM2008 by GPS and leveling data at local scale. **Boletim de Ciências Geodésicas**, v. 20, n. 1, p. 3–18, 2014. Citado na página 74.

STOKES, G. G. On the variation of gravity on the surface of the Earth. **Mathematical and Physical Papers, Phylosophical Society Cambridge**, v. 2, p. 131–171, 1849. Citado na página 41.

SÁNCHEZ, J. L. C. **Generación de una malla de ondulaciones geoidales por el método GPS/nivelación y redes neuronales artificiales a partir de datos dispersos**. Dissertação (Mestrado em Geomática) — Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas de la Universidad Nacional de La Plata, La Plata, Argentina, 2013. Citado na página 74.

SÁNCHEZ, L. Sistemas de referencia vertical. In: **Taller SIRGAS en Sistemas Verticales de Referencia 2016**. Quito, Ecuador: [s.n.], 2016. Citado 3 vezes nas páginas 28, 64 e 76.

SÁNCHEZ, L. et al. Establishment of an International Height Reference System in the frame of GGOS. In: **Symposium SIRGAS 2015**. Santo Domingo, Republica Dominicana: [s.n.], 2015. Citado 3 vezes nas páginas 62, 63 e 64.

SÁNCHEZ, L. et al. Strategy for the Realization of the International Height Reference System (IHR). In: **Symposium SIRGAS 2016**. Quito, Ecuador: [s.n.], 2016. Citado na página 121.

SÁNCHEZ, L. et al. Towards a first realization of the International Height Reference System (IHR). In: **European Geosciences Union General Assembly 2017**. Vienna, Austria: [s.n.], 2017. Citado 4 vezes nas páginas 64, 66, 67 e 121.

TENZER, R. et al. Assessment of the LVD offsets for the normal-orthometric heights and different permanent tide systems—a case study of New Zealand. **Appl. Geomat.**, v. 3, n. 1, p. 1–8, 2011. Citado na página 104.

TORGE, W.; MÜLLER, J. **Physical Geodesy**. 4th. ed. Berlin-Boston: Walter de Gruyter, 2012. Citado 2 vezes nas páginas 24 e 54.

UOTILA, U. A. Determination of the shape of the geoid. **Pub. Inst. Geod. Photogr. Cart.**, The Ohio State University, Columbus, OH, n. 7, p. 90–97, 1952. Citado na página 46.

UOTILA, U. A. Harmonic analysis of worldwide gravity material. **Annalis Academiae Fennicae, Ser. A, 111, Geologica-Geographica**, n. 60, p. 1–17, 1962. Citado na página 46.

VANICEK, P.; KRAKIWSKY, E. J. **Geodesy The Concepts**. 2nd. ed. [S.l.]: Elsevier Science Publisher, 1986. ISBN 0444877754. Citado 2 vezes nas páginas 119 e 120.

VINCENY, T. Direct and inverse solutions of geodesics on the ellipsoid with application of nested equations. **Survey Review**, XXIII, n. 176, p. 88–93, 1975. Citado na página 111.

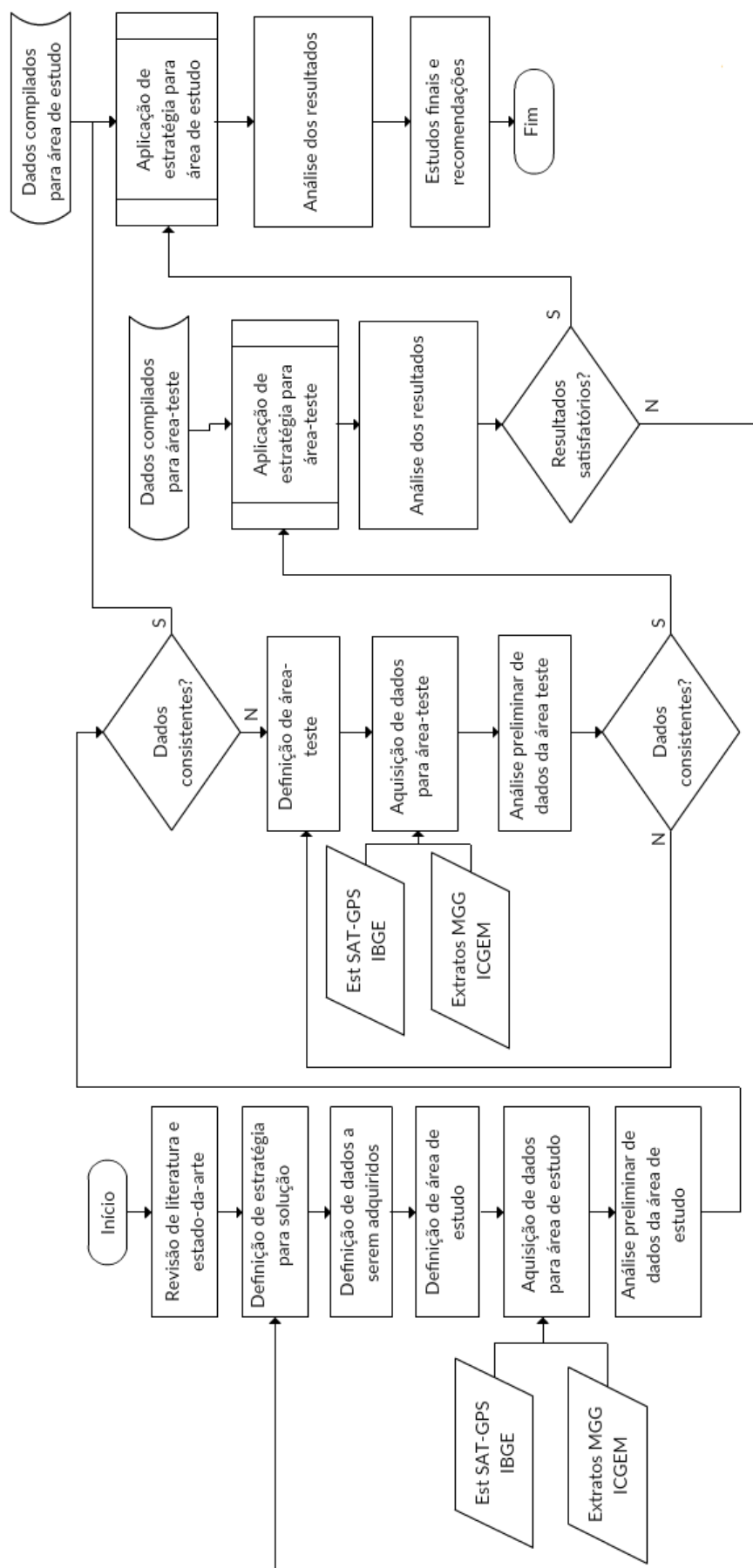
VOIGT, C.; DENKER, H. Validation of GOCE Gravity Field Models in Germany. **Newton's Bulletin, Assessment of GOCE Geopotential Models**, v. 5, p. 37–48, 2015. Citado na página 83.

ZHONGOLOVICH, I. D. The external gravitational field of the Earth and the fundamental constants related to it. **Acad. Sci. Publ. Inst. Teor. Astron.**, Leningrad, p. 219–247, 1952. Citado na página 46.

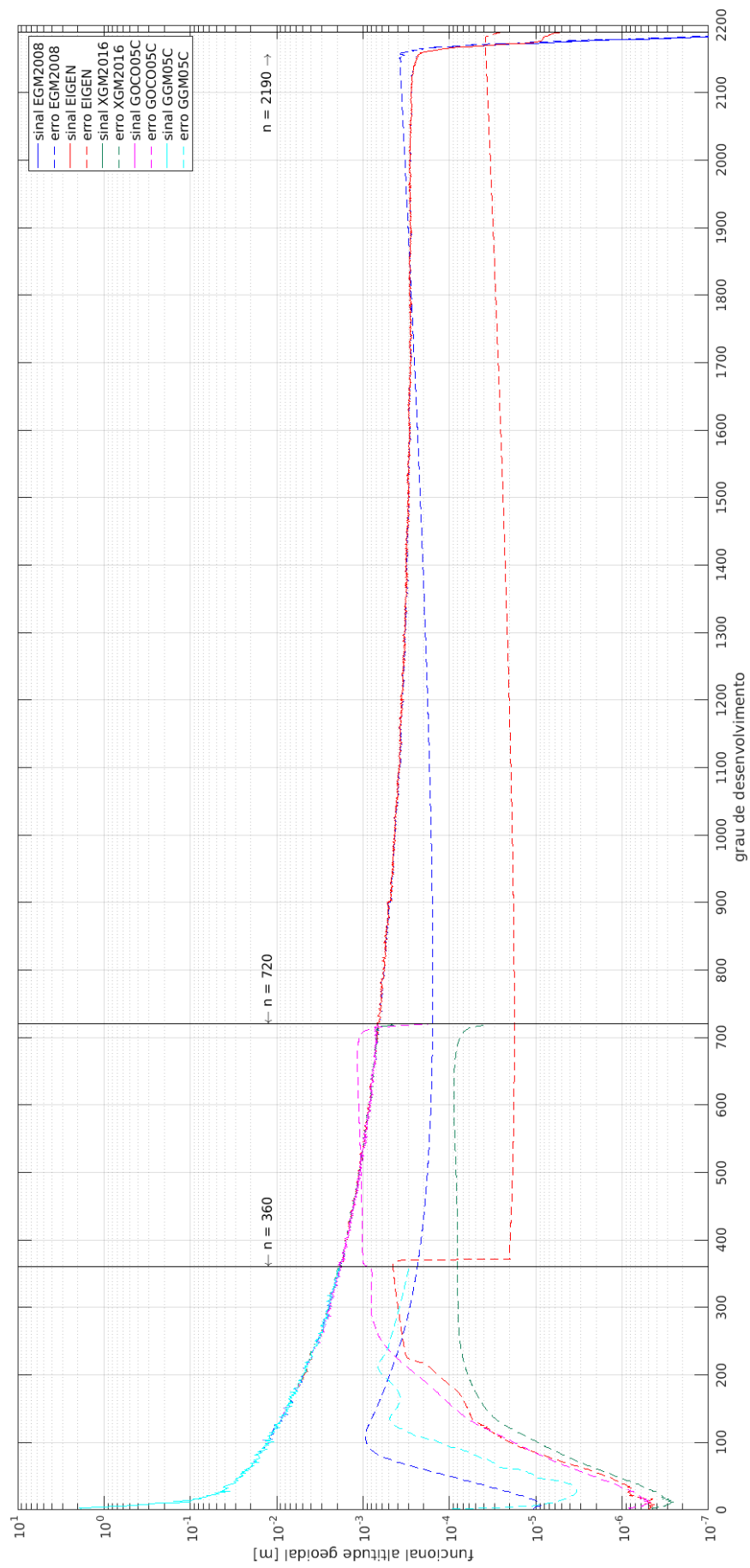


## APÊNDICES

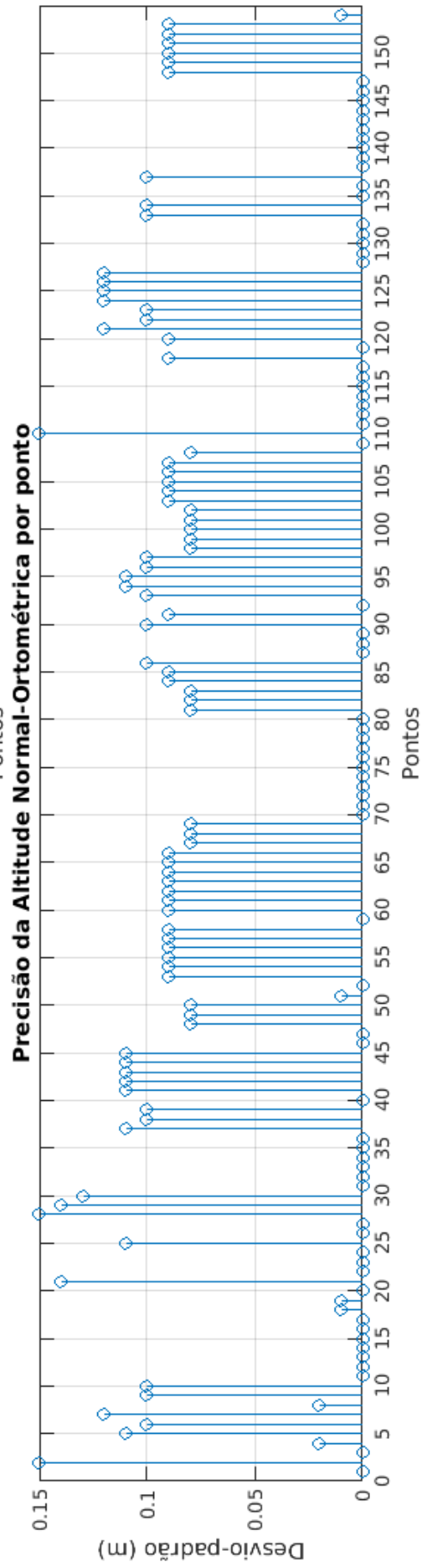
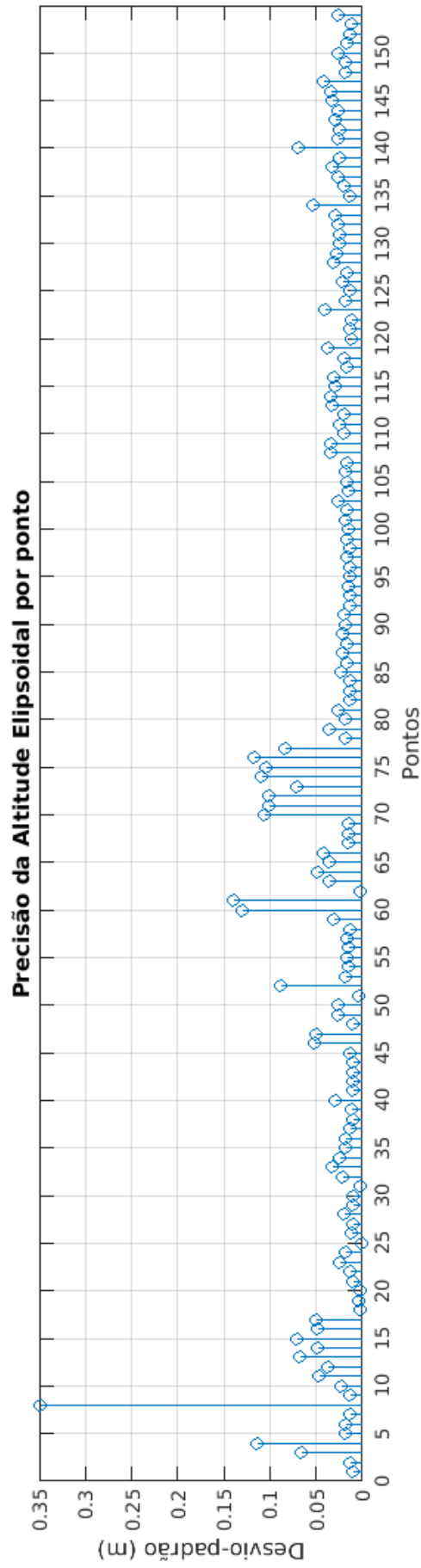
## APÊNDICE A – METODOLOGIA EMPREGADA



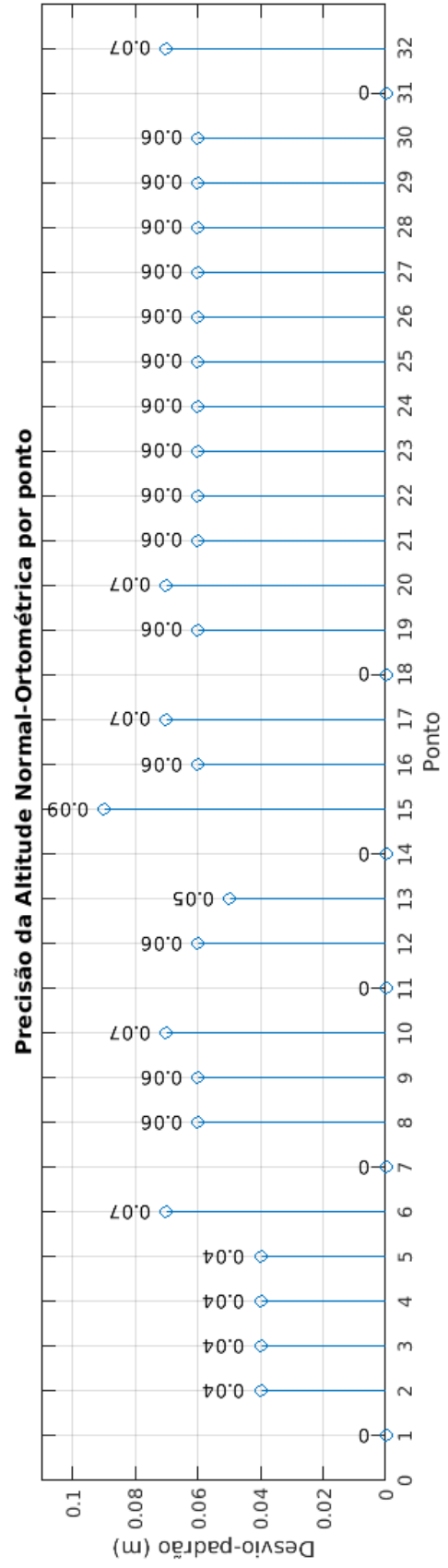
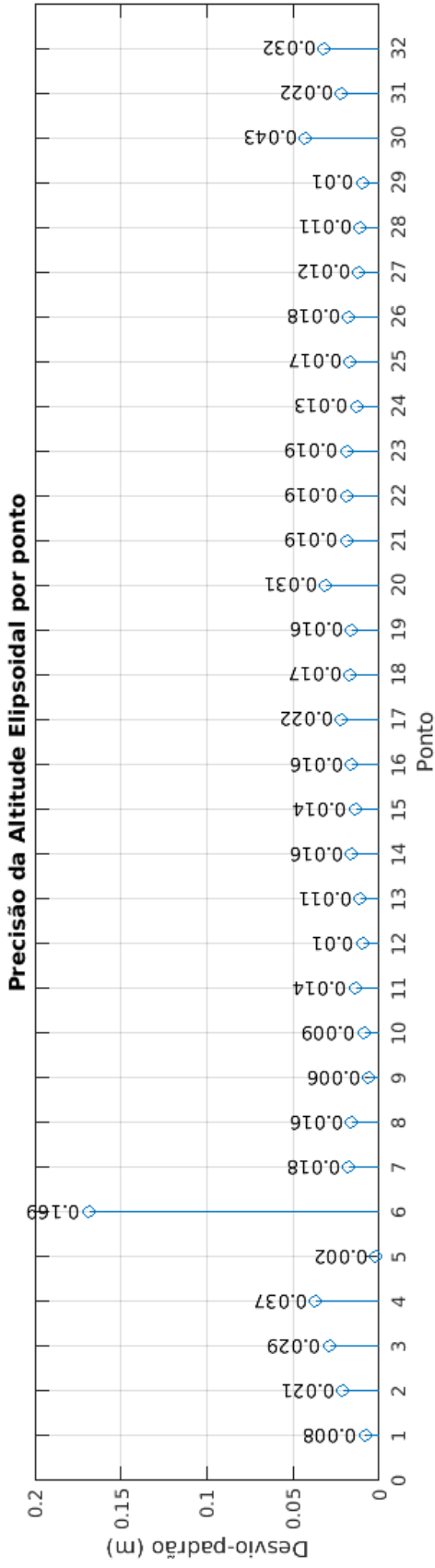
# APÊNDICE B – ANÁLISE ESPECTRAL DOS MODELOS EMPREGADOS EM FUNÇÃO DO GRAU DE DESENVOLVIMENTO EM HARMÔNICOS ESFÉRICOS PARA A FUNCIONAL ALTITUDE GEOIDAL



APÊNDICE C – GRÁFICOS DE PRECISÕES DE ALTITUDES NORMAIS- ORTOMÉTRICAS E ELIPSOIDAIS NA ÁREA DE ESTUDO POR PONTO



APÊNDICE D – GRÁFICOS DE PRECISÕES DE ALTITUDES NORMAIS- ORTOMÉTRICAS E ELIPSOIDAIS NA ÁREA-TESTE POR PONTO



APÊNDICE E – ESTAÇÕES GNSS/RN UTILIZADAS NA ÁREA-TESTE, POR GRAU DE DESENVOLVIMENTO DOS MODELOS EMPREGADOS

Estação	Latitude (°)	Longitude (°)	Altitude elipsoidal (m)	Id	Utilizada neste grau de desenvolvimento dos MGGs?		
					2190	720	360
91650	-23,09272175	-52,44120333	467,495	1	Sim	Sim	Sim
91105	-25,44836858	-49,23095481	925,765	2	Sim	Sim	Sim
91582	-25,57910217	-54,55912944	185,023	3	Sim	Sim	Sim
91114	-25,45213178	-49,71363581	1149,698	4	Sim	Sim	Não
91795	-22,69638653	-51,79193336	375,726	5	Sim	Sim	Sim
91743	-24,75302392	-51,77616731	894,896	6	Sim	Sim	Sim
93999	-23,24646978	-50,72692783	396,114	7	Sim	Sim	Sim
93962	-24,25569286	-49,71323728	836,262	8	Sim	Sim	Sim
93961	-24,01536589	-51,09170006	1011,977	9	Sim	Sim	Sim
92700	-24,72493669	-49,98636986	1041,746	10	Sim	Sim	Sim
96146	-25,22658139	-50,59929650	879,153	11	Sim	Sim	Sim
96147	-24,56654928	-51,33752842	537,333	12	Sim	Sim	Não
96148	-23,72239144	-52,18001400	373,219	13	Sim	Sim	Sim
96149	-23,78937044	-53,06030958	471,050	14	Sim	Sim	Sim
96150	-24,55707736	-52,99853442	486,950	15	Sim	Sim	Sim
96151	-24,37552928	-53,83502347	384,635	16	Sim	Sim	Sim
96152	-25,14990814	-53,84390800	676,829	17	Sim	Sim	Sim
96153	-25,74984417	-53,05357886	514,300	18	Sim	Sim	Sim
96154	-26,26653378	-52,78260592	694,388	19	Sim	Sim	Sim
96155	-25,42582553	-52,01798644	773,504	20	Sim	Sim	Não
96156	-25,69699781	-51,65997731	1056,850	21	Sim	Sim	Sim
94078	-23,39611342	-53,62224406	362,887	22	Sim	Sim	Sim
94079	-22,73759369	-52,97357050	308,626	23	Sim	Sim	Sim
94080	-23,02266411	-52,49502475	454,907	24	Sim	Não	Não
94081	-23,19332825	-51,88842728	504,470	25	Sim	Sim	Não
94082	-23,32766756	-51,54376494	722,311	26	Sim	Sim	Sim
94083	-23,31432386	-51,36531508	743,741	27	Sim	Não	Não
94049	-24,08081597	-54,18706069	273,153	28	Sim	Sim	Não
94050	-23,87490194	-53,89093139	379,521	29	Sim	Sim	Sim
Total por grau de desenvolvimento dos MGGs					29	27	22

APÊNDICE F – ESTAÇÕES GNSS/RN UTILIZADAS NA ÁREA DE ESTUDO, POR GRAU DE DESENVOLVIMENTO DOS MODELOS EMPREGADOS

Estação	Latitude (°)	Longitude (°)	Altitude elipsoidal (m)	Id	Utilizada neste grau de desenvolvimento dos MGGs?		
					2190	720	360
90124	4,4824489444	-61,1482342222	922,852	1	Sim	Sim	Sim
90009	-10,8792359722	-61,9458178611	172,621	2	Sim	Sim	Sim
90295	-12,6728393333	-55,7943446944	319,193	3	Sim	Sim	Sim
90012	-8,7405439444	-63,9032860833	97,22	4	Sim	Sim	Sim
91286	-9,3681219722	-63,1341945833	132,867	5	Sim	Sim	Sim
91287	-10,5925629167	-62,35279825	259,664	6	Sim	Sim	Não
91242	-9,9286930556	-63,0588030833	131,324	7	Sim	Sim	Sim
91245	-9,3228945833	-64,6239921389	133,122	8	Sim	Sim	Sim
91246	-10,7903054722	-65,34555275	151,789	9	Sim	Sim	Não
91247	-9,7844634167	-66,4411903611	162,877	10	Sim	Sim	Sim
91255	-13,8465853889	-59,5563607222	645,808	11	Sim	Sim	Sim
90448	-6,8353307222	-49,5828738056	200,259	12	Sim	Sim	Sim
91158	-2,3154023889	-44,3691719167	19,244	13	Sim	Sim	Sim
91300	-3,1161504444	-60,0560306944	40,161	14	Sim	Sim	Sim
91283	-9,6912745556	-65,3747470833	118,213	15	Sim	Sim	Sim
91284	-10,3610482222	-65,3160174722	162,623	16	Sim	Sim	Sim
91285	-8,2512706667	-63,9312162778	91,095	17	Sim	Sim	Não
91171	2,8559679444	-60,6975809167	64,799	18	Sim	Sim	Sim
90828	-4,2468168889	-46,1990480556	268,005	19	Sim	Sim	Sim
93995	-8,2397426667	-49,5300429722	178,519	20	Sim	Sim	Sim
93996	-5,0696679722	-56,1574619444	91,003	21	Sim	Sim	Sim
93997	-1,5825503889	-48,0163631944	3,042	22	Sim	Sim	Sim
93998	-2,9925036111	-47,3632709444	51,122	23	Sim	Sim	Sim
90609	-1,2975176667	-47,9498164167	19,941	24	Sim	Sim	Não
90411	-7,1424018889	-55,3822311389	208,574	25	Sim	Sim	Sim
90889	-4,8818032222	-61,4369289444	33,797	26	Sim	Não	Não
95005	-0,0747168611	-60,6971390833	34,906	27	Sim	Sim	Sim
95006	1,0875092222	-60,3855151944	63,658	28	Sim	Sim	Não
95007	1,3115567778	-60,5732685	58,541	29	Sim	Sim	Sim
95008	1,8295084167	-61,1318196667	39,165	30	Sim	Sim	Sim

Continua na próxima página

Estação	Latitude (°)	Longitude (°)	Altitude elipsoidal (m)	Id	Utilizada neste grau de desenvolvimento dos MGGs?		
					2190	720	360
95009	0,9261501111	-59,8183014167	113,604	31	Sim	Sim	Sim
92206	-3,0563557778	-45,6384215	35,658	32	Sim	Sim	Sim
93261	-4,1188443889	-44,1276044444	10,096	33	Sim	Sim	Sim
93693	-2,4263539722	-54,7013489722	9,112	34	Sim	Sim	Sim
95000	-3,3537094167	-52,6230181389	138,922	35	Sim	Sim	Sim
95001	-4,1247235	-54,9517692778	97,655	36	Sim	Sim	Sim
95002	-4,2676743889	-56,0493242778	7,956	37	Sim	Não	Não
95003	-4,3439913056	-55,9608505556	18,297	38	Sim	Sim	Sim
92567	-4,0217065	-45,7544523889	18,397	39	Sim	Sim	Não
92568	-3,9093154722	-45,5897663056	8,81	40	Sim	Não	Sim
92583	-15,555263	-56,0698665556	237,443	41	Sim	Sim	Sim
92643	4,2108583056	-61,0127385833	153,349	42	Sim	Sim	Não
92644	4,3053206389	-61,0804728333	334,806	43	Sim	Não	Não
92615	-12,2898136944	-48,2392581111	275,035	44	Sim	Sim	Não
92616	-12,6213724722	-47,8861538333	253,616	45	Sim	Sim	Sim
92617	-12,7437271667	-48,2374296389	253,685	46	Sim	Sim	Não
93239	-1,7248839167	-48,8896399444	-18,365	47	Sim	Sim	Sim
92684	-3,2953632778	-60,6279734444	33,374	48	Sim	Sim	Sim
92802	-15,7553216944	-53,6179384444	607,358	49	Sim	Sim	Sim
92803	-15,4825400833	-52,2031307222	314,148	50	Sim	Sim	Sim
92804	-13,1714680278	-51,92011475	327,832	51	Sim	Sim	Sim
92805	-11,7626085833	-51,9614578889	349,278	52	Sim	Sim	Sim
92806	-10,5446818333	-53,5831037778	323,324	53	Sim	Sim	Sim
92807	-16,76457725	-52,8376416111	437,255	54	Sim	Sim	Sim
92690	-7,2609416111	-64,7990473333	73,529	55	Sim	Sim	Sim
92691	-1,3165295833	-60,3897338333	52,545	56	Sim	Sim	Sim
92808	-10,5694516389	-55,2060640833	288,614	57	Sim	Sim	Não
92809	-9,9395448056	-56,7301907778	288,744	58	Sim	Sim	Sim
92810	-14,3976704167	-56,11029375	486,041	59	Sim	Sim	Sim
92811	-15,0780090556	-55,99485925	418,466	60	Sim	Sim	Não
92812	-16,0484687222	-60,0615945278	235,864	61	Sim	Sim	Sim
92813	-15,3391685278	-58,8698258611	379,356	62	Sim	Sim	Sim
92814	-11,9887645	-59,4279202778	404,088	63	Sim	Sim	Não
92815	-12,91912025	-58,0465096667	481,374	64	Sim	Sim	Sim

Continua na próxima página

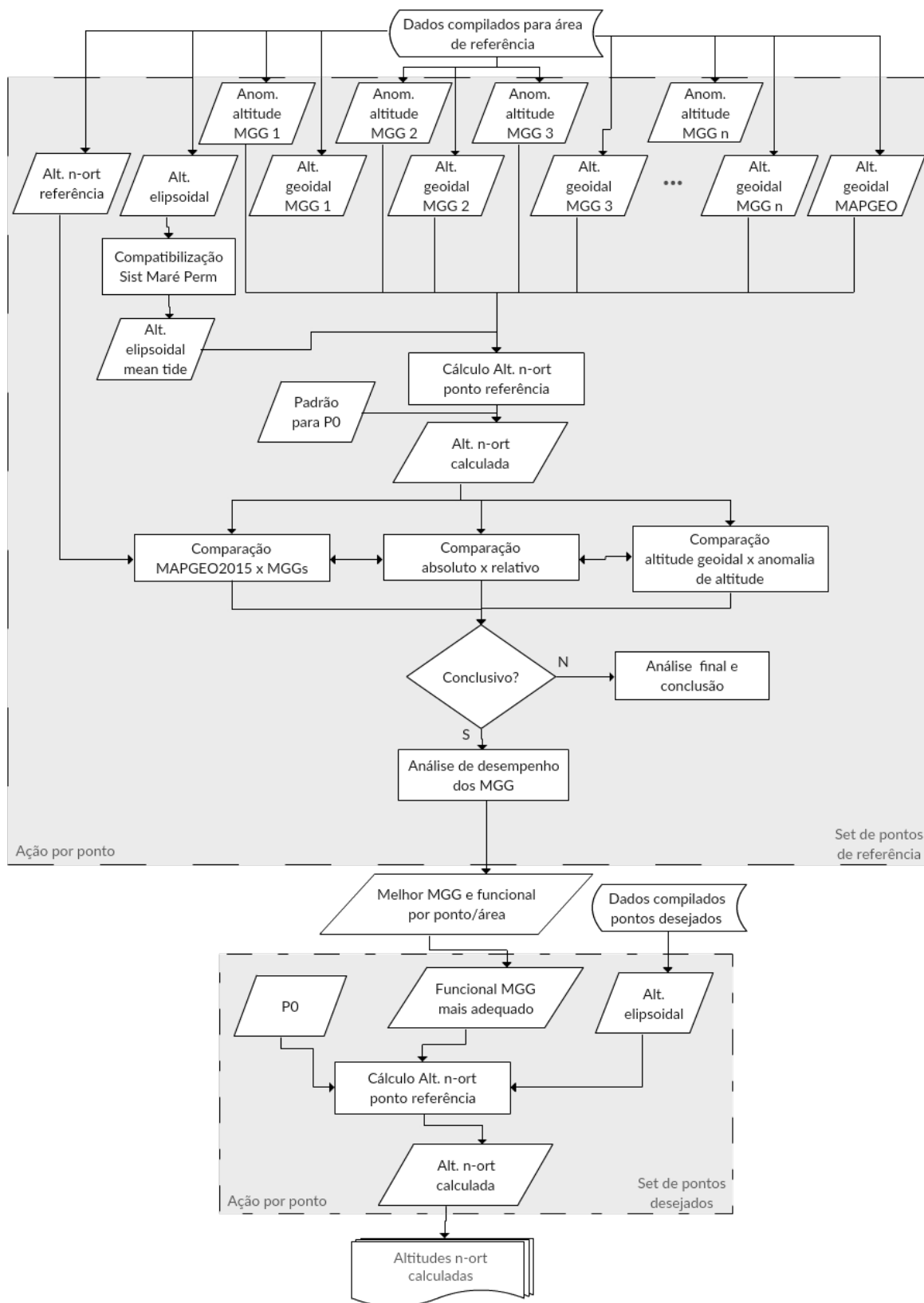


Estação	Latitude (°)	Longitude (°)	Altitude elipsoidal (m)	Id	Utilizada neste grau de desenvolvimento dos MGGs?		
					2190	720	360
92816	-14,4472217222	-58,4211914167	727,158	65	Sim	Sim	Sim
96543	-5,3457438889	-44,4752223056	102,007	66	Sim	Sim	Sim
96544	-7,0430843889	-44,6002541111	239,921	67	Sim	Sim	Sim
92722	-17,0971804444	-54,7608169722	477,443	68	Sim	Sim	Sim
92817	-15,6589788333	-57,27045875	210,809	69	Sim	Sim	Sim
92818	-16,1901133056	-54,7846319444	293,573	70	Sim	Sim	Sim
92820	-12,4210016111	-48,6240230556	284,32	71	Sim	Sim	Sim
92821	-12,9143030278	-46,9537748889	731,301	72	Sim	Sim	Sim
92822	-11,7925663056	-46,9062940556	404,508	73	Sim	Sim	Sim
92823	-10,9311899167	-48,5230495278	236,485	74	Sim	Sim	Sim
92824	-9,56549975	-46,6165730833	433,747	75	Sim	Sim	Sim
92825	-9,7648505556	-48,7034962222	319,87	76	Sim	Sim	Sim
92826	-8,312089	-49,2029983333	158,488	77	Sim	Sim	Não
92827	-5,7273930278	-48,1173495278	104,666	78	Sim	Sim	Sim
92638	3,5604694444	-60,9391539444	78,094	79	Sim	Não	Não
92639	3,6794941944	-60,9823233889	72,486	80	Sim	Sim	Não
92640	3,8225451944	-60,9958348889	83,988	81	Sim	Não	Não
92641	3,946373	-61,0236636944	100,084	82	Sim	Sim	Sim
92642	4,09322	-61,0390556389	114,063	83	Sim	Não	Não
92166	-5,4745876667	-47,4845661944	160,628	84	Sim	Sim	Sim
96546	-5,7687041389	-46,0704395278	188,416	85	Sim	Sim	Sim
96547	-4,4751654444	-46,8550948056	138,972	86	Sim	Sim	Sim
96548	-2,1824225278	-45,8730145833	38,012	87	Sim	Sim	Sim
96549	-3,57963125	-44,6581793611	-13,557	88	Sim	Sim	Sim
92828	-7,5502669444	-48,4164368611	245,422	89	Sim	Sim	Sim
92829	-11,6001819722	-50,5704364444	172,615	90	Sim	Sim	Sim
92831	-7,5503047222	-63,0775949444	66,353	91	Sim	Sim	Sim
92832	-6,9289125556	-63,0808000556	55,022	92	Sim	Sim	Sim
92833	-6,32399575	-62,7720486111	60,473	93	Sim	Sim	Sim
92834	-5,7266165278	-62,270741	53,714	94	Sim	Sim	Sim
92835	-4,7131757778	-61,2933324722	17,274	95	Sim	Sim	Sim
92836	-3,6213646389	-60,2411539167	18,728	96	Sim	Sim	Sim
92837	-4,2220353056	-60,8222394444	21,191	97	Sim	Sim	Sim
96069	-2,4551183889	-48,7407425278	-3,874	98	Sim	Sim	Sim

Continua na próxima página

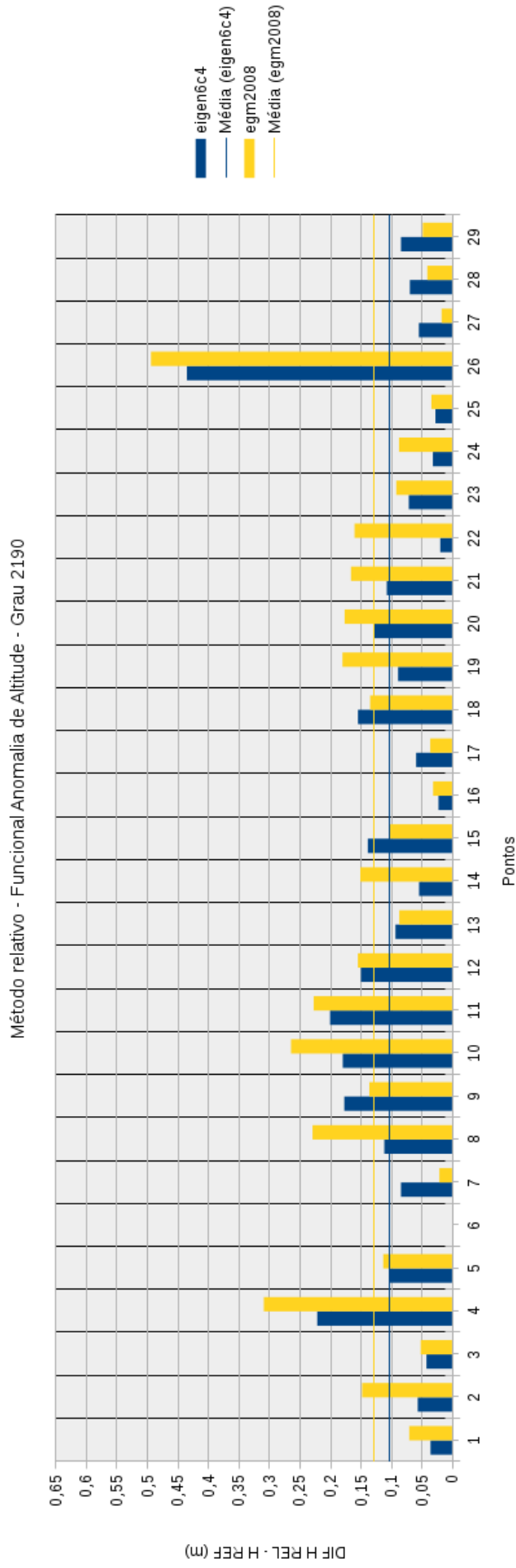
Estação	Latitude (°)	Longitude (°)	Altitude elipsoidal (m)	Id	Utilizada neste grau de desenvolvimento dos MGGs?		
					2190	720	360
96072	-1,21113625	-47,1464998611	9,779	99	Sim	Sim	Sim
96073	-4,2721533333	-49,9251109444	65,849	100	Sim	Sim	Sim
95034	-2,0137408333	-47,6981027778	19,557	101	Sim	Sim	Sim
95037	-1,9968782778	-47,94489025	22,392	102	Sim	Não	Não
91391	-12,2186188889	-47,2968241111	383,555	103	Sim	Sim	Sim
91392	-11,6484419167	-47,4016012222	333,628	104	Sim	Sim	Sim
91393	-12,1842216389	-46,4560713611	516,37	105	Sim	Sim	Sim
91394	-12,7287279444	-46,4671767222	418,377	106	Sim	Sim	Sim
90404	-10,1852016944	-54,9458593889	283,022	107	Sim	Sim	Não
91333	-10,0758202778	-55,5863491111	242,34	108	Sim	Sim	Sim
91334	-9,9403053611	-57,1338801944	264,576	109	Sim	Sim	Não
91335	-9,9113690556	-56,05107875	292,48	110	Sim	Sim	Não
91337	-11,5355113889	-57,4182386389	255,994	111	Sim	Sim	Não
91339	-11,2537183889	-57,5083308056	290,018	112	Sim	Sim	Sim
91340	-11,5322438056	-56,7579635278	308,86	113	Sim	Sim	Sim
91342	-11,0604318611	-55,2727926667	269,713	114	Sim	Sim	Sim
91343	-13,6589473056	-57,8914344167	575,618	115	Sim	Sim	Sim
91344	-11,4179683889	-58,7598790833	355,207	116	Sim	Sim	Não
91345	-11,5810036944	-58,3305605833	281,742	117	Sim	Sim	Sim
91346	-11,6283396944	-59,0777418333	376,359	118	Sim	Sim	Sim
91347	-13,6271376389	-59,7459814444	681,949	119	Sim	Sim	Não
91348	-14,0771718056	-59,436271	656,875	120	Sim	Sim	Não
91349	-12,8670893056	-60,06366725	601,744	121	Sim	Sim	Sim
91350	-13,7180915	-60,4856904444	213,242	122	Sim	Sim	Sim
Total por grau de desenvolvimento dos MGGs					122	114	94

## APÊNDICE G – DETALHAMENTO DO PROCESSO PRÉ-DEFINIDO “APLICAÇÃO DE ESTRATÉGIA PARA ÁREA-TESTE”

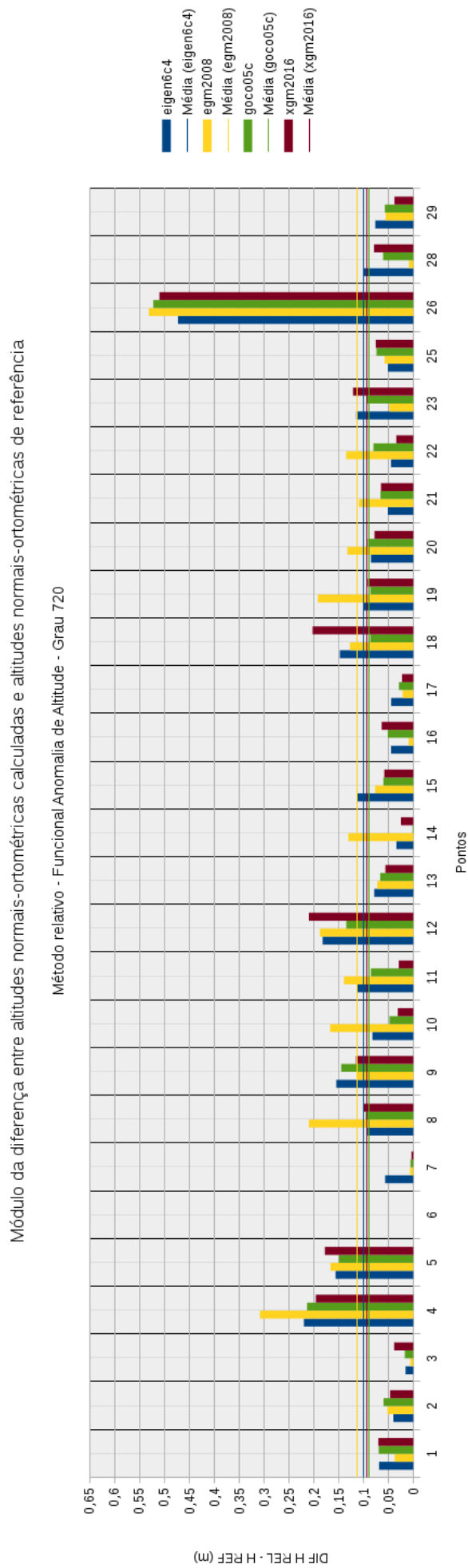


APÊNDICE H – GRÁFICO DOS MÓDULOS DAS DIFERENÇAS ENTRE AS ALTITUDES NORMAIS-ORTOMÉTRICAS CALCULADAS E DE REFERÊNCIA NA ÁREA-TESTE POR PONTO PELO MÉTODO RELATIVO, PARA FUNCIONAL ANOMALIA DE ALTITUDE E MGGs ATÉ GRAU 2190.

Módulo da diferença entre altitudes normais-ortométricas calculadas e altitudes normais-ortométricas de referência

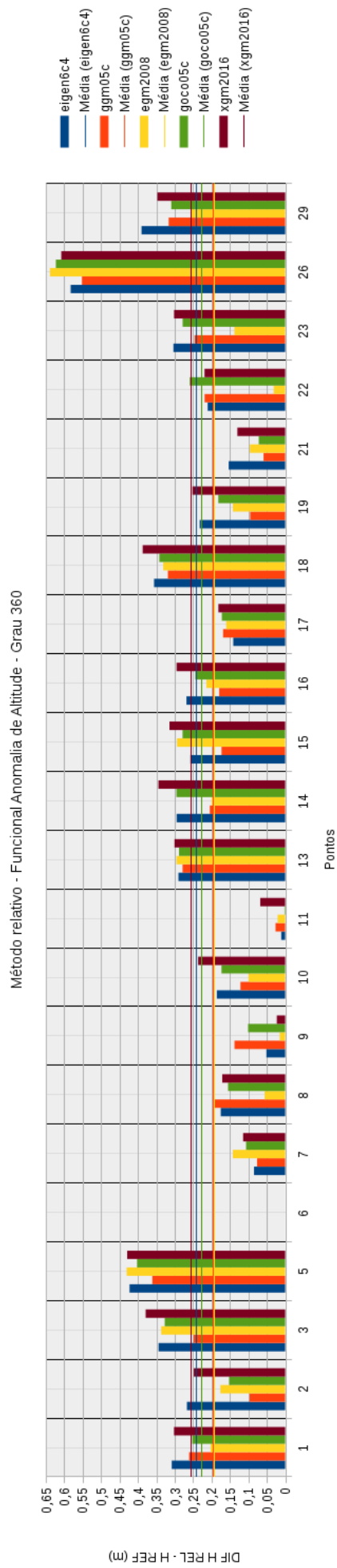


APÊNDICE I – GRÁFICO DOS MÓDULOS DAS DIFERENÇAS ENTRE AS ALTITUDES NORMAIS-ORTOMÉTRICAS CALCULADAS E DE REFERÊNCIA NA ÁREA-TESTE POR PONTO PELO MÉTODO RELATIVO, PARA FUNCIONAL ANOMALIA DE ALTITUDE E MGGs ATÉ GRAU 720.



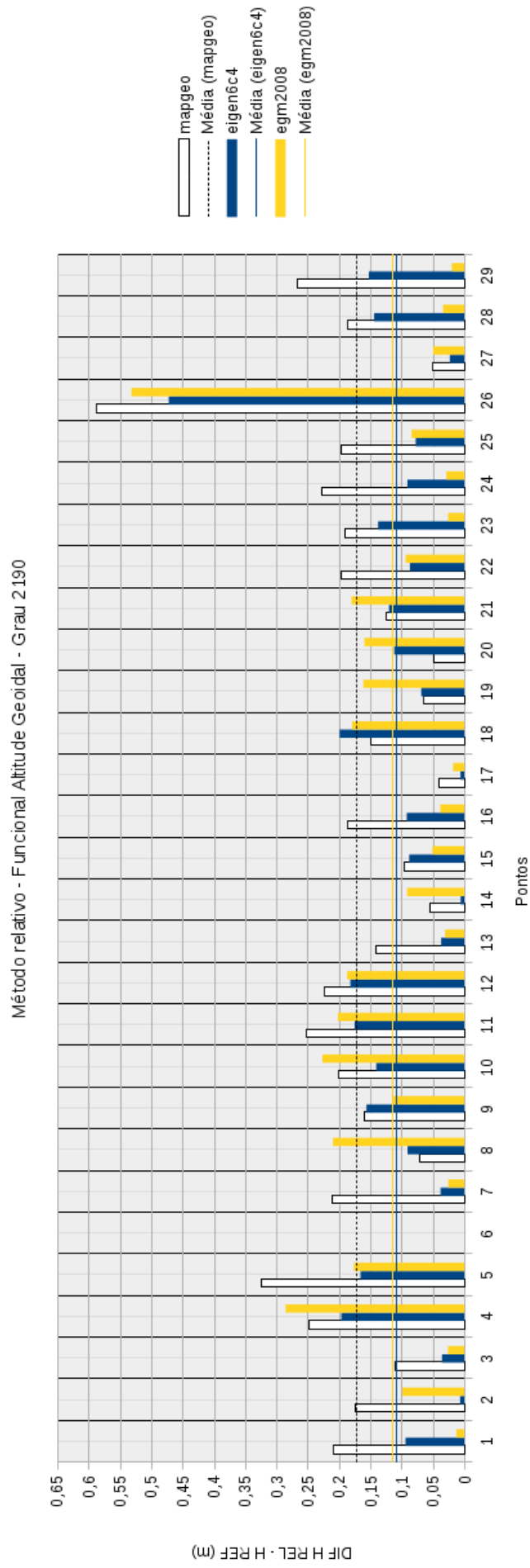
APÊNDICE J – GRÁFICO DOS MÓDULOS DAS DIFERENÇAS ENTRE AS ALTITUDES NORMAIS-ORTOMÉTRICAS CALCULADAS E DE REFERÊNCIA NA ÁREA-TESTE POR PONTO PELO MÉTODO RELATIVO, PARA FUNCIONAL ANOMALIA DE ALTITUDE E MGGs ATÉ GRAU 360.

Módulo da diferença entre altitudes normais-ortométricas calculadas e altitudes normais-ortométricas de referência



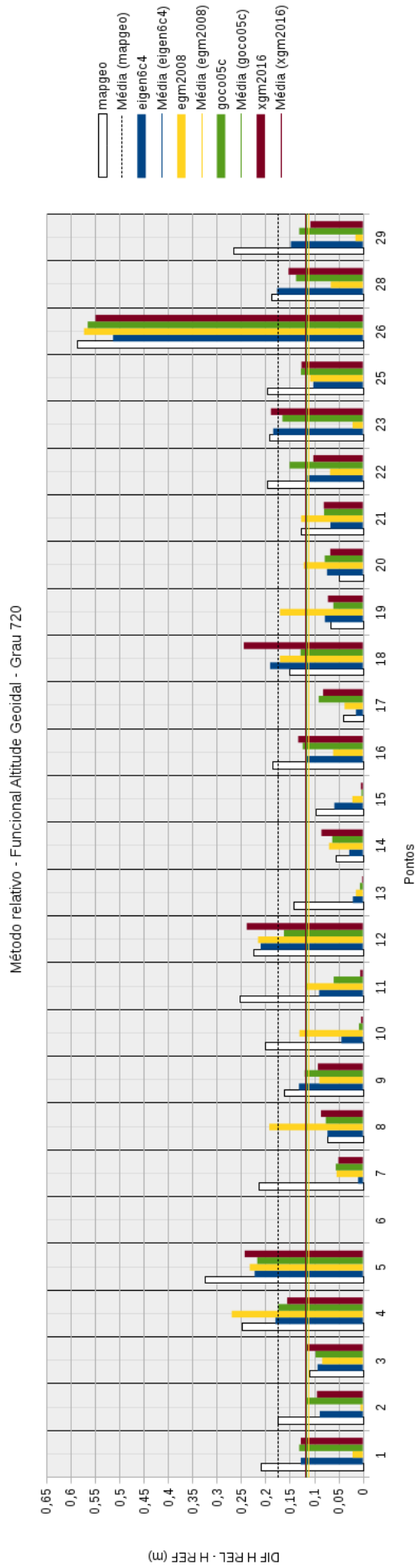
APÊNDICE K – GRÁFICO DOS MÓDULOS DAS DIFERENÇAS ENTRE AS ALTITUDES NORMAIS-ORTOMÉTRICAS CALCULADAS E DE REFERÊNCIA NA ÁREA-TESTE POR PONTO PELO MÉTODO RELATIVO, PARA FUNCIONAL ALTITUDE GEOIDAL E MGGs ATÉ GRAU 2190.

Módulo da diferença entre altitudes normais-ortométricas calculadas e altitudes normais-ortométricas de referência



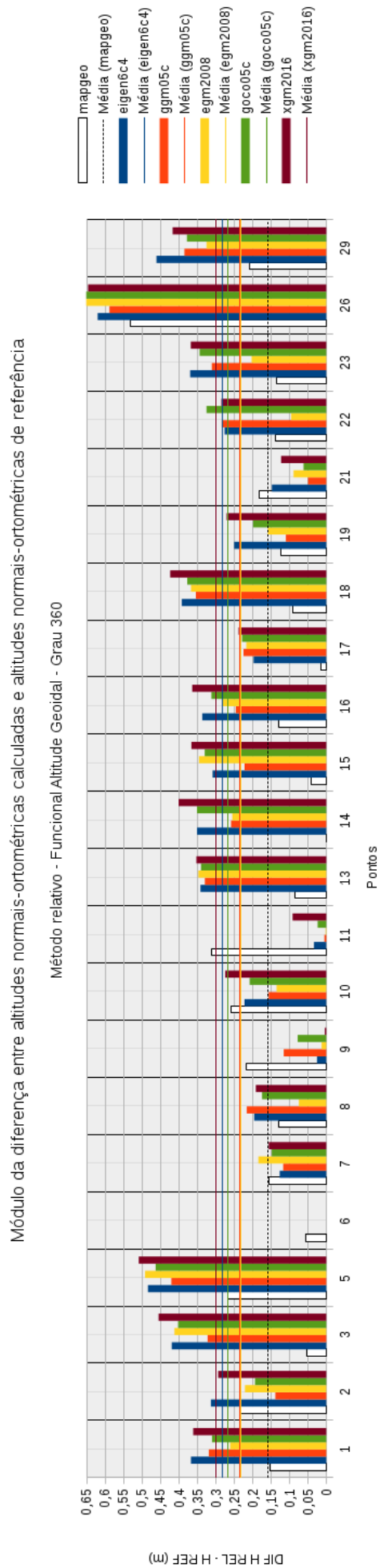
APÊNDICE L – GRÁFICO DOS MÓDULOS DAS DIFERENÇAS ENTRE AS ALTITUDES NORMAIS-ORTOMÉTRICAS CALCULADAS E DE REFERÊNCIA NA ÁREA-TESTE POR PONTO PELO MÉTODO RELATIVO, PARA FUNCIONAL ALTITUDE GEOIDAL E MGGs ATÉ GRAU 720.

Módulo da diferença entre altitudes normais-ortométricas calculadas e altitudes normais-ortométricas de referência





APÊNDICE M – GRÁFICO DOS MÓDULOS DAS DIFERENÇAS ENTRE AS ALTITUDES NORMAIS-ORTOMÉTRICAS CALCULADAS E DE REFERÊNCIA NA ÁREA-TESTE POR PONTO PELO MÉTODO RELATIVO, PARA FUNCIONAL ALTITUDE GEOIDAL E MGGs ATÉ GRAU 360.



APÊNDICE N – RESULTADOS DA DETERMINAÇÃO DE ALTITUDES  
NORMAIS-ORTOMÉTRICAS NA ÁREA-TESTE DESEJADA

Estação	Latitude (°)	Longitude (°)	Alt Elipsoidal (m)	Alt Normal- Ortométrica Calculada (m)
91103	-25,45552883	-49,23743039	911,134	907,1413
91104	-25,44845289	-49,23468772	911,05	907,0585
91105	-25,44836858	-49,23095481	925,765	921,7825
91106	-25,41507433	-49,15132028	940,4	936,635
91107	-25,48084283	-49,01947508	1008,979	1005,9211
91108	-25,61405728	-49,06412733	1001,96	998,6922
91109	-25,724726	-49,4529045	988,96	985,1033
91110	-25,7094505	-49,58613608	1023,7	1019,6653
91111	-25,31544472	-49,27755697	1049,57	1045,563
91112	-25,22087842	-49,63167294	883,003	879,0878
91113	-25,47411831	-49,64122778	1201,46	1197,2178
91114	-25,45213178	-49,71363581	1149,698	1145,454
91115	-25,28346603	-49,84471397	1074,205	1070,0164
91116	-25,40161211	-49,83951364	1020,487	1016,2551
91117	-25,34471031	-49,86346744	989,77	985,5476
91118	-25,37184289	-49,77208183	1132,132	1127,9271
91119	-25,32252492	-49,14267258	988,06	984,351
91120	-25,51280214	-49,45437228	991,24	987,0839
91121	-25,43026539	-49,26620592	1011,056	1007,0048
91123	-25,45225867	-49,23593608	913,689	909,6975
91124	-25,45408667	-49,23677144	911,184	907,1917
91125	-25,35068644	-52,12710081	912,24	909,229
91502	-26,20602086	-50,98280111	768,439	763,231
91503	-23,40587233	-51,93350628	540,819	542,8763
91506	-23,40478078	-51,93461386	534,253	536,3107
91553	-25,46044642	-49,80234667	1058,902	1054,6568
91557	-22,55126269	-52,00401456	288,648	291,975
91578	-25,41995758	-54,56867417	231,391	226,2151
91580	-25,40892656	-54,58121639	230,683	225,4763
91581	-25,41345581	-54,58670303	185,549	180,3285
91582	-25,57910217	-54,55912944	185,023	179,7888

Continua na próxima página

Estação	Latitude (°)	Longitude (°)	Alt Elipsoidal (m)	Alt Normal- Ortométrica Calculada (m)
91583	-25,18663925	-53,87288458	679,229	675,1133
91642	-25,43341636	-49,34065428	952,712	948,566
91643	-25,09538667	-50,10513781	912,408	908,2196
91644	-24,24189092	-49,704822	915,007	913,5692
91645	-23,50528044	-49,94635931	512,712	515,8194
91646	-24,20168786	-50,93253661	766,09	765,4429
91647	-23,32271267	-51,20215014	583,51	586,5946
91648	-23,40587889	-51,93349322	541,851	543,9083
91649	-24,42065633	-52,12247833	578,356	578,0114
91650	-23,09272175	-52,44120333	467,495	469,2808
91651	-24,16469153	-53,03294933	447,512	446,6855
91652	-23,06900264	-53,48013914	327,86	328,6386
91653	-24,08106214	-54,26178489	234,031	230,9827
91654	-24,77996478	-53,72468131	472,113	468,4372
91655	-26,05936522	-53,06534269	652,655	648,7109
91656	-25,42457192	-52,41213572	881,235	878,5676
91657	-26,416542	-52,34933489	974,091	968,2453
91658	-25,35460047	-51,46630669	1066,569	1062,3602
91659	-26,16224161	-51,53731153	894,391	888,3638
91660	-25,86010406	-50,39740044	791,724	787,6745
91743	-24,75302392	-51,77616731	894,896	893,0858
91792	-22,93169786	-51,71729917	534,94	538,0285
91793	-22,93543044	-52,1400965	438,788	441,1678
91794	-22,64194839	-52,0797305	402,841	405,9144
91795	-22,69638653	-51,79193336	375,726	379,2163
91880	-25,68468078	-54,43958889	209,701	204,7074
92700	-24,72493669	-49,98636986	1041,746	1037,6022
92748	-23,18392503	-50,64815525	677,164	681,4282
92753	-23,54708917	-51,44964414	869,246	871,0081
93624	-24,96538725	-53,45499122	789,819	786,3313
93646	-25,44745622	-49,35929064	960,15	955,9955
93647	-25,39483478	-51,44648864	1152,562	1148,2219
93658	-24,59060878	-50,65751372	1023,714	1021,1763
93660	-23,95503803	-51,41556725	809,617	810,574
93664	-23,44278917	-51,91789578	524,544	526,5779
93801	-25,42067842	-54,58829317	183,546	178,3202

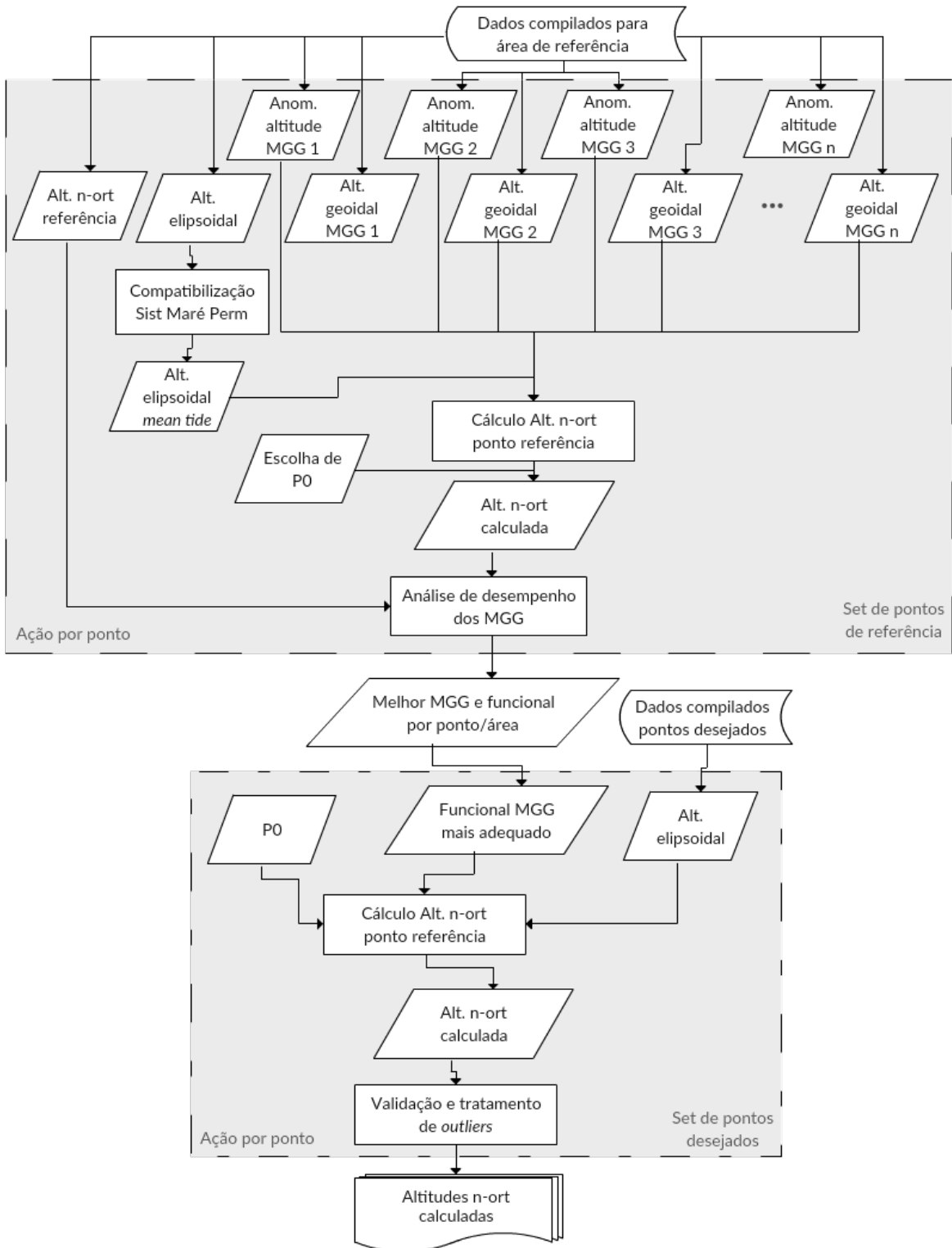
Continua na próxima página

Estação	Latitude (°)	Longitude (°)	Alt Elipsoidal (m)	Alt Normal- Ortométrica Calculada (m)
93873	-25,49462392	-49,21162981	892,854	888,9482
93961	-24,01536589	-51,09170006	1011,977	1012,0181
93962	-24,25569286	-49,71323728	836,262	834,7039
93970	-25,44836858	-49,23095478	925,807	921,8245
93999	-23,24646978	-50,72692783	396,114	400,107
94049	-24,08081597	-54,18706069	273,153	270,3179
94050	-23,87490194	-53,89093139	379,521	377,7784
94078	-23,39611342	-53,62224406	362,887	362,71
94079	-22,73759369	-52,9735705	308,626	310,3891
94080	-23,02266411	-52,49502475	454,907	456,7308
94081	-23,19332825	-51,88842728	504,47	506,8585
94082	-23,32766756	-51,54376494	722,311	724,543
94083	-23,31432386	-51,36531508	743,741	746,3155
96001	-26,23967156	-53,63754792	720,556	715,5193
96002	-23,00288292	-50,03668831	438,876	444,047
96003	-24,00935533	-52,35762839	566,776	567,2786
96004	-25,68311322	-53,79902411	387,268	383,4875
96005	-24,78812486	-50,00008131	991,798	987,5676
96006	-25,20019533	-53,15515419	703,94	701,1342
96007	-25,86373389	-52,55522994	714,809	711,2257
96008	-22,85638156	-51,99055383	381,614	384,3835
96010	-25,29857931	-48,32311047	4,366	5,2939
96011	-25,87598789	-48,61076703	5,783	5,8645
96012	-23,83655997	-50,19123825	822,866	824,1828
96013	-23,99808747	-53,71019528	351,369	349,6649
96014	-25,47904472	-50,66261203	847,404	843,2038
96015	-25,000421	-50,84290097	837,929	834,8666
96016	-23,83399647	-51,66964081	521,855	523,5625
96017	-25,77552561	-49,76073311	882,906	878,7482
96018	-25,25566889	-53,57405411	594,898	591,4211
96019	-22,94059439	-53,1182795	427,62	428,8094
96020	-25,94118289	-52,16533203	904,259	899,6901
96021	-22,96678378	-51,48059525	581,129	584,6045
96022	-26,47407067	-51,97609744	1104,711	1097,8085
96023	-25,70708656	-51,62939156	1083,474	1078,5457
96024	-24,75742936	-51,75966222	908,14	906,3131

Continua na próxima página

Estação	Latitude (°)	Longitude (°)	Alt Elipsoidal (m)	Alt Normal- Ortométrica Calculada (m)
96025	-25,45505358	-52,90733492	577,98	575,5736
96026	-25,11637911	-54,04160161	558,226	553,9293
96027	-24,65986536	-50,86875636	953,446	951,1062
96028	-25,82358681	-53,47009933	502,236	498,6398
96029	-23,77382331	-53,88522653	361,183	359,6794
96030	-23,72387267	-52,85799356	481,188	481,4217
96031	-24,51336039	-50,41588319	723,684	720,8007
96032	-25,93290053	-49,18108817	939,127	935,4601
96033	-24,97662819	-49,08911214	834,437	831,7885
96034	-23,78972683	-53,25863381	401,185	400,7261
96048	-23,40968828	-51,93842422	543,365	545,4152
96049	-25,38399833	-51,48757781	1043,161	1038,9129
96146	-25,22658139	-50,5992965	879,153	875,2555
96147	-24,56654928	-51,33752842	537,333	536,5028
96148	-23,72239144	-52,180014	373,219	375,004
96149	-23,78937044	-53,06030958	471,05	470,8634
96150	-24,55707736	-52,99853442	486,95	485,6368
96151	-24,37552928	-53,83502347	384,635	381,8291
96152	-25,14990814	-53,843908	676,829	672,7018
96153	-25,74984417	-53,05357886	514,3	511,3862
96154	-26,26653378	-52,78260592	694,388	689,7222
96155	-25,42582553	-52,01798644	773,504	770,1873
96156	-25,69699781	-51,65997731	1056,85	1052,0019
96165	-24,96275472	-53,46632919	777,326	773,8164

APÊNDICE O – ESTRATÉGIA DEFINITIVA CONSOLIDADA PARA DETERMINAÇÃO DE ALTITUDES NORMAIS-ORTOMÉTRICAS



APÊNDICE P – RESULTADOS DA DETERMINAÇÃO DE ALTITUDES  
NORMAIS-ORTOMÉTRICAS NA ÁREA DE ESTUDO DESEJADA

Estação	Latitude (°)	Longitude (°)	Alt Elipsoidal (m)	Alt Normal- Ortométrica Calculada (m)
90002	-10,7759158889	-65,3342109444	168,666	145,4670
90009	-10,8792359722	-61,9458178611	172,621	159,1662
90012	-8,7405439444	-63,9032860833	97,220	85,1697
90044	-3,1291226667	-59,9752563889	78,353	90,4657
90045	-3,3000228056	-60,6207219167	47,774	58,1037
90103	2,8268045556	-60,6601644444	96,881	112,2247
90115	-1,4543159444	-48,4923980833	73,175	98,7451
90124	4,4824489444	-61,1482342222	922,852	938,2346
90136	-8,16534525	-70,3536181944	188,633	164,0865
90138	-7,59914025	-72,7725016389	216,386	193,4854
90170	2,5391798056	-60,8719978056	81,011	95,1472
90201	-1,8689872778	-55,5157394167	71,820	93,9718
90204	0,0514335556	-51,0693884444	-6,377	17,8411
90270	-9,6910475833	-65,3748089722	118,201	100,1583
90295	-12,6728393333	-55,7943446944	319,193	321,9844
90297	-5,8098405	-61,2791602222	41,408	45,6557
90404	-10,1852016944	-54,9458593889	283,022	293,4175
90411	-7,1424018889	-55,3822311389	208,574	224,2011
90431	-1,3941641667	-61,9797233889	17,524	25,4398
90444	0,0468745556	-51,0713581944	-8,139	16,0800
90448	-6,8353307222	-49,5828738056	200,259	222,7646
90457	-2,6199763889	-60,9470878056	23,512	34,0529
90599	-1,9833614167	-48,9616916389	-2,665	22,5684
90604	-2,4505573333	-49,4394772778	4,455	28,9433
90609	-1,2975176667	-47,9498164167	19,941	45,6570
90638	2,83649875	-63,6418403889	884,533	890,8315
90766	-15,5687156944	-56,0734020556	245,807	243,7268
90828	-4,2468168889	-46,1990480556	268,005	295,6522
90866	-14,3512627778	-59,5101406667	726,297	712,0995
90889	-4,8818032222	-61,4369289444	33,797	39,8831
90927	-4,131789	-63,1354989167	40,828	46,4845

Continua na próxima página

Estação	Latitude (°)	Longitude (°)	Alt Elipsoidal (m)	Alt Normal- Ortométrica Calculada (m)
90935	-1,4580814167	-61,6311971111	18,767	27,6776
90942	-14,6896775556	-59,2282708611	761,567	748,0283
91016	-4,5797250833	-44,9034448889	12,356	39,1151
91154	-2,3199255556	-44,3691719722	15,445	40,8777
91158	-2,3154023889	-44,3691719167	19,244	44,6585
91159	-2,3379031944	-44,4167781944	46,922	72,6000
91160	-3,1098707222	-60,0395764722	67,674	79,6673
91161	-3,1154310556	-60,0565906389	43,183	55,1274
91162	-3,1153891111	-60,0560071389	31,930	43,8761
91163	-3,1168827222	-60,0545954444	29,777	41,7242
91164	-3,1200982778	-60,0436008333	68,088	80,0551
91165	-3,1055641389	-60,0617277778	72,609	84,5558
91170	-2,3176638889	-44,3680480556	16,158	41,5775
91171	2,8559679444	-60,6975809167	64,799	80,0624
91172	1,8054318056	-61,1506178611	37,473	49,1332
91173	-0,1505338333	-66,8712515	52,474	48,7630
91174	-0,1046374722	-66,8777225833	67,274	63,5974
91175	-0,0274216944	-66,9348122222	81,195	77,4066
91176	0,0008712778	-66,8220318611	63,495	60,0889
91177	0,1576663333	-66,8012783056	76,238	73,0235
91178	-2,3385247222	-44,4040982222	31,791	57,4234
91179	-14,8939231389	-52,9988086389	363,928	369,6324
91180	-14,0579516944	-52,1540681667	442,418	452,0137
91181	-9,8737668889	-56,1057881389	282,471	289,9274
91182	-11,7021329444	-51,3769083333	252,205	265,8236
91183	-16,9608556389	-53,5354149722	812,417	814,4669
91184	-17,8371905833	-53,2806406944	872,243	874,5827
91185	-15,0725751111	-57,1941998611	184,231	180,4927
91186	-15,8729844167	-52,3020381667	358,928	364,1983
91187	-16,1323823333	-57,6942831944	143,725	135,0705
91188	-14,42817775	-54,0428081944	460,291	465,5505
91189	-11,0496595	-51,8318653333	209,337	222,7522
91190	-13,5703732778	-52,2713422778	389,755	398,7040
91191	-11,5175229444	-54,8729705	342,982	353,4361
91192	-14,3904230556	-51,00456425	239,668	248,8669
91193	-10,8065486389	-55,4589321944	319,231	329,7381

Continua na próxima página



Estação	Latitude (°)	Longitude (°)	Alt Elipsoidal (m)	Alt Normal- Ortométrica Calculada (m)
91194	-10,6346577222	-51,5644142778	220,025	233,2625
91195	-15,7822693889	-56,727833	444,900	441,1629
91196	-13,1805702778	-53,2542907778	361,259	369,5379
91197	-9,9563610278	-54,8852937778	282,508	293,4450
91198	-16,3459109444	-53,7713867778	522,862	525,6066
91199	-13,0534091944	-55,9377588611	388,082	390,7632
91201	-14,7273259444	-56,3400976667	224,707	224,2410
91202	-14,3519093889	-56,9690549444	337,763	334,3971
91203	-13,81897025	-56,0861424167	447,246	448,1609
91204	-13,06508075	-55,1736931944	430,195	434,0321
91205	-14,6972384167	-52,3492054167	298,066	304,9588
91206	-15,5450283889	-55,1728266667	745,315	744,5135
91207	-15,5552848889	-54,2826539444	626,909	629,3988
91208	-12,5955459722	-52,2076692778	341,478	351,8392
91209	-16,4646587222	-54,5788567222	285,536	286,2423
91210	-13,4622004722	-56,7240984444	375,550	373,7601
91211	-10,8056735278	-52,7452640556	326,979	339,4240
91212	-12,2884525	-55,29417325	375,356	380,9651
91213	-17,1814538333	-54,1523916111	557,076	557,7536
91214	-15,3190842222	-58,0111143611	193,385	184,4957
91215	-0,0573427222	-51,1806468056	-15,506	8,8370
91216	-10,1743317778	-59,4540096389	234,238	233,0456
91217	-12,1180554722	-58,0162505833	311,707	307,1709
91218	-13,6559296667	-57,8999535556	575,625	568,8577
91219	-9,4497444167	-59,2012665833	155,548	154,7834
91220	-14,3177020278	-57,9688459444	576,875	568,8029
91221	-11,2756122222	-57,5314475	251,836	253,9766
91222	-11,449144	-58,7234888889	325,575	321,2539
91223	-10,3131534722	-58,49618425	231,849	233,3302
91224	-14,4774473611	-59,5857409444	247,326	233,2465
91225	-9,97504075	-57,4552430833	297,778	302,3789
91226	-9,1655404444	-60,7356165556	108,415	103,2610
91227	-16,2737073889	-56,6496516389	191,376	185,3228
91228	-15,2554110556	-59,3307556667	317,173	303,1722
91229	-15,8568774722	-58,4664938333	184,563	172,6068
91230	-17,3647981667	-56,7736721111	112,607	103,7203

Continua na próxima página

Estação	Latitude (°)	Longitude (°)	Alt Elipsoidal (m)	Alt Normal- Ortométrica Calculada (m)
91231	-13,8181875556	-55,2710405278	495,261	498,8995
91232	-13,1768752778	-59,8768228333	589,728	577,1012
91233	-13,5454325	-58,8066716111	585,775	574,7471
91234	-11,3070572778	-56,8117542222	329,396	334,9211
91235	-15,0069928333	-59,9500975278	216,269	200,4858
91236	-12,0009657222	-56,5367843056	380,229	381,8927
91240	-0,05421575	-51,1802089167	-14,470	9,8737
91241	-0,0412608889	-51,1679334444	-10,163	14,1725
91242	-9,9286930556	-63,0588030833	131,324	117,1342
91245	-9,3228945833	-64,6239921389	133,122	119,0669
91246	-10,7903054722	-65,34555275	151,789	128,5082
91247	-9,7844634167	-66,4411903611	162,877	141,3132
91248	-10,0105237778	-67,797604	182,389	157,2728
91249	-10,9273780556	-69,5589323611	324,935	295,9457
91250	-10,7251511667	-68,4300086389	258,016	230,4690
91251	-9,9655171389	-67,8023699722	171,351	146,3019
91254	-13,3516525833	-59,8689503333	637,603	624,6038
91255	-13,8465853889	-59,5563607222	645,808	631,6903
91256	-13,6426451389	-59,6100115833	670,925	657,3054
91257	-15,3466419722	-59,3054859444	675,503	661,3517
91266	-9,9537082778	-67,8658603889	180,691	155,5492
91267	-10,2115160278	-67,6964831944	232,134	206,5789
91268	-10,3119710278	-67,1972029167	163,213	138,2414
91269	-9,9355957222	-68,3040031944	230,135	204,2140
91270	-10,6652558056	-68,485568	209,691	182,2348
91271	-10,9990533889	-68,7583372222	223,007	195,0264
91272	-10,9353258333	-69,5661693333	311,162	282,1508
91273	-9,4381726667	-70,4921341111	244,770	217,8768
91274	-9,0716555278	-68,6583221389	160,740	135,9672
91275	-8,8459113611	-69,2598574722	186,469	161,1714
91276	-8,1423258889	-70,3432278333	186,197	161,6913
91277	-9,1897230278	-71,9521801389	294,926	269,5801
91278	-8,1577514722	-70,7801616389	218,831	193,4777
91279	-7,7971824167	-72,027533	211,703	188,4451
91280	-7,5979132778	-72,7682844444	218,227	195,3179
91281	-8,2642865278	-72,7435690833	230,221	207,0150

Continua na próxima página

Estação	Latitude (°)	Longitude (°)	Alt Elipsoidal (m)	Alt Normal- Ortométrica Calculada (m)
91282	-8,9461976111	-72,78548775	259,162	234,9031
91283	-9,6912745556	-65,3747470833	118,213	100,1691
91284	-10,3610482222	-65,3160174722	162,623	140,5673
91285	-8,2512706667	-63,9312162778	91,095	80,0558
91286	-9,3681219722	-63,1341945833	132,867	120,4216
91287	-10,5925629167	-62,35279825	259,664	245,4817
91300	-3,1161504444	-60,0560306944	40,161	52,1057
91333	-10,0758202778	-55,5863491111	242,340	251,1535
91334	-9,9403053611	-57,1338801944	264,576	269,5415
91335	-9,9113690556	-56,05107875	292,480	300,0161
91337	-11,5355113889	-57,4182386389	255,994	256,5985
91339	-11,2537183889	-57,5083308056	290,018	292,4376
91340	-11,5322438056	-56,7579635278	308,860	313,0054
91342	-11,0604318611	-55,2727926667	269,713	280,5791
91343	-13,6589473056	-57,8914344167	575,618	568,8746
91344	-11,4179683889	-58,7598790833	355,207	351,0158
91345	-11,5810036944	-58,3305605833	281,742	277,7773
91346	-11,6283396944	-59,0777418333	376,359	369,4085
91347	-13,6271376389	-59,7459814444	681,949	668,3481
91348	-14,0771718056	-59,436271	656,875	642,4883
91349	-12,8670893056	-60,06366725	601,744	588,6678
91350	-13,7180915	-60,4856904444	213,242	197,7354
91354	-10,19965075	-48,3112982222	272,737	290,3675
91391	-12,2186188889	-47,2968241111	383,555	401,8912
91392	-11,6484419167	-47,4016012222	333,628	350,8186
91393	-12,1842216389	-46,4560713611	516,370	533,1466
91394	-12,7287279444	-46,4671767222	418,377	434,9700
91575	-0,0608743889	-51,1601337222	-17,562	6,7598
91576	1,1871219444	-49,8984823056	-23,498	3,9733
91577	0,23061825	-51,1008748889	5,155	29,6546
92151	-4,00524325	-44,9970286389	-4,373	23,1998
92152	-4,5155635833	-44,5044323333	19,925	45,9903
92153	-5,0146863056	-44,4966491667	72,277	97,7017
92154	-4,5180974722	-45,0030828889	19,912	46,8707
92155	-5,0211313056	-44,9922445	51,475	77,7462
92156	-3,9863978611	-44,4996537778	5,406	31,7967

Continua na próxima página

Estação	Latitude (°)	Longitude (°)	Alt Elipsoidal (m)	Alt Normal- Ortométrica Calculada (m)
92157	-4,3543001389	-44,3796465833	92,882	118,7554
92158	-5,4922497778	-47,4958125	96,431	121,5310
92159	-5,4918805278	-47,4983280833	95,204	120,2994
92160	-5,4898646667	-47,4980773333	95,549	120,6439
92161	-5,4902264722	-47,4956034444	97,469	122,5684
92162	-5,4765063889	-47,4995911944	148,748	173,8317
92163	-5,4919099167	-47,49067475	116,604	141,7120
92164	-5,5260150556	-47,495339	146,306	171,4152
92165	-5,4917662222	-47,4972345833	105,008	130,1049
92166	-5,4745876667	-47,4845661944	160,628	185,7353
92200	-3,2786490556	-45,6474350833	34,556	62,9457
92201	-2,5378281667	-45,8808480833	23,114	49,9613
92202	-2,4966328611	-46,5398294444	15,169	39,8998
92203	-3,0733408611	-46,5692983611	49,190	76,4484
92204	-2,9799605	-45,8448331111	8,722	36,1703
92205	-3,2688423333	-45,6518053889	27,278	55,6485
92206	-3,0563557778	-45,6384215	35,658	63,6345
92451	-5,4438323889	-47,4096743611	148,822	174,0165
92452	-5,5584939444	-46,7534852222	225,812	251,9196
92453	-4,9705243611	-46,0538300556	94,320	121,1157
92454	-5,8164541667	-46,1570166944	206,514	232,8030
92455	-6,1491629722	-44,9031385	218,347	242,3894
92456	-5,5081311667	-45,2339164444	129,386	155,0594
92457	-5,3029268056	-44,4857655	86,751	111,6123
92458	-4,5793428889	-44,5893967222	8,756	34,8930
92459	-4,2430493056	-44,7953276667	-5,154	21,8119
92461	-4,48265225	-43,917735	32,637	57,3482
92462	-3,1963761667	-45,0054698056	-13,118	14,5574
92463	-2,5383632222	-44,1662696944	14,943	40,0647
92464	-2,9547608056	-44,2436211111	-6,098	18,8492
92466	-3,4191294167	-44,3277921111	12,810	39,0083
92472	-5,8467429167	-43,8310036389	207,239	230,2127
92473	-6,8085823611	-44,6450213889	275,621	298,5816
92474	-7,0224176389	-45,4818825833	210,791	234,4992
92475	-6,8226033611	-46,5323604722	313,978	338,6502
92476	-6,5598136667	-47,4384989444	148,071	172,5479

Continua na próxima página

Estação	Latitude (°)	Longitude (°)	Alt Elipsoidal (m)	Alt Normal- Ortométrica Calculada (m)
92477	-7,3223063333	-47,4618121944	146,074	169,9797
92478	-7,5218838056	-46,0759468056	241,060	265,3486
92479	-8,4755276389	-45,7460799167	223,641	245,3270
92480	-9,10855625	-45,93187175	263,222	284,0260
92481	-4,9513387778	-47,4736324167	250,392	275,2859
92482	-4,3214228611	-46,4494223056	152,084	179,5683
92483	-3,9589936389	-45,6688040278	21,441	49,6754
92484	-3,2844874444	-45,6543465556	15,624	44,0143
92485	-2,5237820556	-45,7832836667	0,530	27,7981
92486	-2,4739272778	-45,0976265	-5,913	22,6277
92487	-1,8214364167	-44,8662354722	-1,793	23,4098
92488	-1,6615469444	-45,3727559444	21,562	46,9863
92489	-2,0474482222	-45,9688458889	9,862	36,1248
92490	-1,2277844444	-46,0221770556	4,230	28,2803
92491	-5,2979348889	-44,485684	102,998	127,8635
92492	-6,1901423889	-47,0347140556	162,119	187,4908
92504	-15,6075476667	-56,0636956389	186,856	184,6519
92507	4,006356	-64,4951335833	750,826	756,8095
92509	2,8555560833	-64,0526423889	1460,930	1465,2688
92513	2,9658588889	-64,1077310278	1313,780	1317,9338
92514	2,9811135556	-64,1174898333	1385,370	1389,5220
92515	3,0504895278	-64,1681761389	1237,720	1241,9294
92517	2,8353531389	-64,0420600556	1375,520	1379,8972
92521	3,0400028611	-64,1561982778	1349,700	1353,8975
92522	3,0610627778	-64,1747506944	1311,340	1315,5887
92524	3,02573275	-64,1445836944	1333,080	1337,2524
92527	3,0738542222	-64,1927726111	1249,070	1253,3639
92528	3,1120626111	-64,218845	1361,120	1365,6072
92529	3,0960606667	-64,2187318889	1488,290	1492,7239
92531	3,1321645556	-64,2259002778	1330,320	1334,9055
92533	3,1449666389	-64,2231233611	1424,950	1429,5965
92545	-10,1849166944	-48,3337678056	248,107	265,8198
92546	-10,2149060556	-48,3338531667	232,039	249,7022
92547	-10,1843073056	-48,3009604444	276,142	293,7703
92553	-0,1292324167	-67,0707547222	84,087	79,7566
92554	0,5995388056	-69,1925828333	121,185	110,9808

Continua na próxima página

Estação	Latitude (°)	Longitude (°)	Alt Elipsoidal (m)	Alt Normal- Ortométrica Calculada (m)
92555	-4,2200080556	-69,934097	96,628	78,6010
92559	-15,7271551111	-56,2305549167	253,219	250,2058
92560	-3,4972752222	-46,9872539444	52,885	80,1689
92561	-3,4781838333	-46,8566012778	46,595	74,1998
92562	-3,5136347778	-46,7509875833	97,756	125,5400
92563	-3,4396654444	-46,5533886667	72,846	100,8881
92564	-4,0515005	-46,7536516111	73,926	101,0384
92565	-4,0372309444	-46,8802532222	260,386	287,2855
92566	-4,0810642222	-47,0412880833	118,015	144,6270
92567	-4,0217065	-45,7544523889	18,397	46,4976
92568	-3,9093154722	-45,5897663056	8,810	37,1859
92583	-15,555263	-56,0698665556	237,443	235,4153
92584	-15,5508491111	-56,0558675556	252,937	250,9418
92585	-15,5527195556	-56,0733710833	269,630	267,6067
92586	-15,55429525	-56,0688300556	224,893	222,8701
92587	-15,5550094167	-56,0706384167	228,210	226,1823
92588	-15,5559584722	-56,0702852222	232,563	230,5323
92589	2,7697836389	-62,9436527222	233,369	242,5904
92590	2,5954979444	-63,0625666667	273,735	282,3555
92591	3,0925727222	-63,5226108056	453,155	460,1302
92592	2,5719822222	-63,4918145	918,039	924,7466
92593	1,9794142222	-62,9871026944	301,150	309,7684
92594	2,2980364444	-62,9795205556	377,168	385,8742
92595	3,0811491389	-63,9102291111	921,172	926,5303
92597	3,0941521389	-62,9245938889	356,335	365,7572
92600	3,9812527222	-64,4681221944	762,428	768,4845
92601	3,8303141389	-64,2027325556	744,070	750,5608
92614	-12,0290738611	-48,5370607222	227,675	242,7212
92615	-12,2898136944	-48,2392581111	275,035	290,4504
92616	-12,6213724722	-47,8861538333	253,616	270,3926
92617	-12,7437271667	-48,2374296389	253,685	268,7974
92618	-12,88464525	-47,7060647778	276,875	294,3445
92637	3,4802516667	-60,91292875	59,235	75,4147
92638	3,5604694444	-60,9391539444	78,094	94,3835
92639	3,6794941944	-60,9823233889	72,486	88,9448
92640	3,8225451944	-60,9958348889	83,988	100,7374

Continua na próxima página

Estação	Latitude (°)	Longitude (°)	Alt Elipsoidal (m)	Alt Normal- Ortométrica Calculada (m)
92641	3,946373	-61,0236636944	100,084	117,0575
92642	4,09322	-61,0390556389	114,063	131,2615
92643	4,2108583056	-61,0127385833	153,349	170,5395
92644	4,3053206389	-61,0804728333	334,806	351,4951
92645	4,4059219444	-61,1642438056	445,058	460,8901
92676	0,4756978889	-66,6137684722	84,683	82,5847
92677	-0,4224823889	-66,4074824722	47,740	44,9311
92678	-0,3086318056	-66,01444	49,244	47,5098
92679	-0,3347005833	-65,3948357778	40,100	39,8078
92680	-0,4169005833	-65,0205998333	33,608	34,0171
92681	-0,4080275	-64,5606075833	30,051	31,6115
92682	-0,9688173611	-62,9265409167	24,756	31,4077
92683	-1,17493925	-62,5098417778	23,557	31,0212
92684	-3,2953632778	-60,6279734444	33,374	43,6918
92685	-1,9050076389	-61,4319971667	6,872	16,2533
92686	-3,3792066389	-64,7237901389	53,303	52,4941
92687	-4,2508283611	-69,938656	97,642	79,5995
92688	-4,8805525278	-66,8975943889	95,606	84,0907
92689	-6,6668226667	-69,8645861667	148,149	125,3895
92690	-7,2609416111	-64,7990473333	73,529	64,7582
92691	-1,3165295833	-60,3897338333	52,545	64,0809
92692	-2,0497665556	-60,0264671944	51,292	63,6433
92694	-4,4053333889	-59,6015536111	24,661	33,1853
92696	-3,3743549167	-57,7238955278	8,142	21,3478
92697	-2,6693289167	-56,7699068889	8,007	24,2993
92714	-1,4049808333	-51,6467489167	-14,033	10,7590
92715	-1,7541040833	-52,2399380833	-18,314	6,0893
92716	-1,5327053611	-52,5774561944	-18,460	6,0417
92717	-1,8087237778	-53,4811825833	-14,745	8,1931
92718	-16,0678428889	-57,6907453889	136,378	127,9723
92719	-16,7120516667	-57,9711026111	119,373	108,2412
92720	-2,4161699167	-54,7379149722	-7,114	13,5731
92721	-16,5675315278	-56,2066575278	128,771	123,1405
92722	-17,0971804444	-54,7608169722	477,443	475,8707
92726	-4,2350493611	-69,9439061389	95,527	77,4824
92727	-3,4569215278	-68,9117697222	76,206	62,3363

Continua na próxima página

Estação	Latitude (°)	Longitude (°)	Alt Elipsoidal (m)	Alt Normal- Ortométrica Calculada (m)
92728	-3,1018127222	-67,9370753333	62,854	53,6429
92729	-2,4907617222	-66,0597610278	55,461	50,2884
92730	-3,3748481667	-64,6533845	36,520	36,0498
92731	-4,0577624722	-63,0281338056	24,784	30,7758
92732	-3,3079698611	-60,6104006944	14,656	25,0006
92733	-3,1367997778	-60,0276589444	12,043	24,0211
92734	1,8209316944	-61,12444325	37,096	48,8850
92735	-0,5095429722	-61,7887901111	22,660	31,1856
92754	-11,858228	-55,4965794444	370,761	379,1791
92802	-15,7553216944	-53,6179384444	607,358	610,7887
92803	-15,4825400833	-52,2031307222	314,148	319,4968
92804	-13,1714680278	-51,92011475	327,832	337,0600
92805	-11,7626085833	-51,9614578889	349,278	361,4457
92806	-10,5446818333	-53,5831037778	323,324	335,4680
92807	-16,76457725	-52,8376416111	437,255	441,1802
92808	-10,5694516389	-55,2060640833	288,614	298,5702
92809	-9,9395448056	-56,7301907778	288,744	294,4066
92810	-14,3976704167	-56,11029375	486,041	485,9752
92811	-15,0780090556	-55,99485925	418,466	417,9300
92812	-16,0484687222	-60,0615945278	235,864	218,0141
92813	-15,3391685278	-58,8698258611	379,356	366,4862
92814	-11,9887645	-59,4279202778	404,088	394,4320
92815	-12,91912025	-58,0465096667	481,374	474,9498
92816	-14,4472217222	-58,4211914167	727,158	716,2195
92817	-15,6589788333	-57,27045875	210,809	205,5930
92818	-16,1901133056	-54,7846319444	293,573	293,9728
92820	-12,4210016111	-48,6240230556	284,320	298,6564
92821	-12,9143030278	-46,9537748889	731,301	749,2648
92822	-11,7925663056	-46,9062940556	404,508	422,0503
92823	-10,9311899167	-48,5230495278	236,485	253,0703
92824	-9,56549975	-46,6165730833	433,747	454,0848
92825	-9,7648505556	-48,7034962222	319,870	338,8510
92826	-8,312089	-49,2029983333	158,488	181,8748
92827	-5,7273930278	-48,1173495278	104,666	129,1895
92828	-7,5502669444	-48,4164368611	245,422	268,4967
92829	-11,6001819722	-50,5704364444	172,615	190,2510

Continua na próxima página



Estação	Latitude (°)	Longitude (°)	Alt Elipsoidal (m)	Alt Normal- Ortométrica Calculada (m)
92830	-7,50617625	-63,0207813333	64,242	57,4315
92831	-7,5503047222	-63,0775949444	66,353	59,2204
92832	-6,9289125556	-63,0808000556	55,022	51,0978
92833	-6,32399575	-62,7720486111	60,473	59,3212
92834	-5,7266165278	-62,270741	53,714	55,7588
92835	-4,7131757778	-61,2933324722	17,274	23,6831
92836	-3,6213646389	-60,2411539167	18,728	28,9476
92837	-4,2220353056	-60,8222394444	21,191	28,0348
92857	-4,4314169444	-61,0184055556	29,921	36,6572
93239	-1,7248839167	-48,8896399444	-18,365	6,6965
93240	-10,1710535278	-48,3306790833	256,554	274,2814
93241	-11,74670625	-49,0490985833	272,589	288,5801
93261	-4,1188443889	-44,1276044444	10,096	35,2507
93620	-1,4087954722	-48,4625496111	9,079	34,6956
93626	-7,527177	-46,0400052222	240,851	265,1196
93629	-2,5832858889	-44,2098241389	20,919	46,1786
93630	0,0466857778	-51,0973367778	-4,222	20,0448
93648	0,7999593611	-66,0074776944	2995,300	2994,3878
93677	-0,884744	-52,5987301667	182,438	206,9440
93686	-4,2484335556	-56,0082793889	12,255	32,2017
93692	-15,5906004167	-56,0967833611	213,071	210,8766
93693	-2,4263539722	-54,7013489722	9,112	29,7765
93705	0,6580465833	-51,3455855278	55,716	81,0395
93706	0,5314639167	-50,9428952222	-10,362	14,8337
93707	1,5143910556	-50,9258009444	-12,098	15,9702
93770	-3,0229196667	-60,0550166389	93,890	105,9755
93775	-8,4459289167	-49,4756692778	228,824	251,5262
93776	-8,5194515	-49,9525376389	192,082	212,8232
93777	-8,5988873611	-49,9012372778	194,631	215,5119
93778	-10,17186875	-48,3302618611	245,804	263,5290
93780	-8,7093365833	-63,8963197778	119,590	107,6294
93789	-10,2781244167	-48,3357854167	248,347	265,9024
93797	-8,9493161667	-72,7853854167	244,557	220,2922
93810	-1,4866593889	-56,3895413333	23,805	44,5285
93812	-0,0472475	-51,1867685833	-14,126	10,2261
93813	0,7803048056	-51,9501219167	52,422	78,6693

Continua na próxima página

Estação	Latitude (°)	Longitude (°)	Alt Elipsoidal (m)	Alt Normal- Ortométrica Calculada (m)
93820	-8,3159958056	-55,0940370833	239,496	252,7465
93821	-7,0260388333	-55,4134266667	215,990	231,8481
93822	-6,2260799444	-55,6265307222	217,484	234,4247
93823	-6,2351752222	-57,7746428611	93,516	103,4965
93824	-3,6061519167	-55,3322660556	-3,988	15,4042
93825	-3,7181992222	-53,7386885278	131,684	154,3797
93826	-3,4431132778	-52,889036	111,294	135,8974
93827	-3,2550154167	-52,2500146111	85,129	109,9012
93828	-3,4703244722	-51,2025057222	54,594	78,2522
93829	-2,5868575833	-51,9483779444	-4,399	18,5857
93830	-1,8914716667	-55,1197043889	3,113	26,3666
93831	-2,4254165278	-54,7881955	39,984	60,5643
93832	-2,1745429167	-56,7468884167	0,642	17,5658
93833	-1,7484577222	-55,8519740833	44,586	66,0020
93834	-1,9148345	-55,5156340556	19,459	41,4432
93835	-1,9400696389	-54,7288006111	12,710	36,1787
93836	-1,9939593611	-54,0687547778	58,716	81,1760
93837	-1,8084811667	-53,4815553056	-13,940	8,9977
93838	-1,5311527778	-52,5751571667	1,453	25,9581
93839	-1,4075328889	-51,6382753333	-12,641	12,1428
93840	-1,6398233333	-50,4453691111	-13,907	10,2788
93841	-0,1599057778	-50,3892716111	-20,859	4,5000
93842	-0,9851933889	-49,9428068889	-20,694	4,8479
93843	-1,8130600833	-49,7988272222	-20,555	3,8635
93844	-0,6996793611	-48,5236798889	-16,025	10,1521
93845	-1,9693804722	-48,9654786111	-18,630	6,5830
93846	-1,9582830556	-48,2077192778	11,198	37,1319
93847	-2,4094768056	-48,2247903333	20,293	47,2231
93848	-1,6777586389	-47,7705350278	-21,430	3,9346
93849	-1,20310675	-47,1776438333	-3,377	21,8757
93850	-1,1968256111	-46,1905828333	3,703	27,9356
93851	-1,9360106389	-47,0463051667	28,427	52,9731
93852	-6,0760058889	-49,8854456944	140,936	160,8813
93853	-3,7458407222	-47,4981914722	102,215	127,9045
93854	-2,9844014722	-48,9397046389	27,964	52,6373
93855	-2,7933390278	-49,6694391111	8,028	31,8059

Continua na próxima página

Estação	Latitude (°)	Longitude (°)	Alt Elipsoidal (m)	Alt Normal- Ortométrica Calculada (m)
93856	-3,7809868611	-49,7168748056	219,249	243,8220
93857	-3,8393570833	-49,1004788056	58,243	83,8326
93858	-4,2508602778	-49,9490838611	82,366	106,1499
93859	-4,784719	-48,0712942222	205,523	229,8131
93860	-5,1386892222	-49,3434358889	66,916	90,1966
93861	-5,3716477778	-49,1360646111	82,461	106,2028
93862	-3,0183824444	-47,3216736111	107,924	134,3703
93863	-6,6418844722	-51,9580726667	185,011	205,4147
93864	-7,1036656389	-49,9497478056	236,859	257,5872
93865	-8,0369633889	-49,9822563611	185,817	207,0113
93866	-8,6214022222	-50,8741101389	245,957	263,1631
93867	-9,3343924722	-50,3428051667	160,467	178,8137
93868	-8,3500005833	-49,3088796944	174,833	198,0315
93871	-4,0959209722	-54,91089425	122,029	142,9864
93872	-6,7535240556	-51,1552425833	305,859	324,9156
93875	-11,7337098611	-62,3078393333	315,530	297,5014
93876	-10,9901941111	-62,7297608056	295,665	279,3564
93877	-11,5820246944	-61,7739363056	265,832	249,9800
93878	-12,0717744444	-63,5688481111	185,698	163,9240
93879	-10,1993961389	-63,8331519167	189,059	171,8731
93880	-11,3546273056	-62,285288	219,809	203,4771
93881	-9,1864386944	-63,1934800556	110,394	98,1132
93882	-11,47979525	-61,3784161944	198,248	184,2683
93883	-13,1133326111	-60,4879326389	402,849	387,4882
93884	-10,8814936944	-61,9688008333	186,831	173,3038
93885	-12,7182612778	-60,1517963333	598,767	585,4394
93886	-10,765097	-62,1329033889	196,406	182,6342
93887	-12,5507363611	-60,8990261944	365,825	350,5437
93888	-13,1861835	-60,8067770556	272,864	256,8436
93889	-11,6815229444	-61,1845644722	210,975	196,9206
93890	-10,4358560556	-62,4518127778	169,492	155,3079
93891	-13,4806784444	-61,0421530833	189,286	172,9394
93892	-11,1757835556	-61,8892203056	206,300	191,8748
93910	2,8451823333	-60,7011149167	69,478	84,7145
93911	-9,9654590556	-67,8028116389	172,625	147,5753
93912	-7,6111626667	-72,6721101667	236,028	212,9401

Continua na próxima página

Estação	Latitude (°)	Longitude (°)	Alt Elipsoidal (m)	Alt Normal- Ortométrica Calculada (m)
93913	-0,1438544722	-67,0577810556	94,886	90,5831
93914	-5,3623786667	-49,1222976667	79,817	103,6241
93950	-2,5934594722	-44,2124789167	18,984	44,2463
93952	-3,8329380278	-49,6500676111	54,715	79,4490
93964	-10,8639008889	-61,9597153889	182,881	169,4303
93965	-15,8899712222	-52,2647315278	322,831	328,1475
93980	-10,7842431944	-65,3306075556	157,783	134,5751
93990	-7,5032466389	-63,0285161667	68,960	62,1528
93995	-8,2397426667	-49,5300429722	178,519	201,3005
93996	-5,0696679722	-56,1574619444	91,003	108,7160
93997	-1,5825503889	-48,0163631944	3,042	28,6655
93998	-2,9925036111	-47,3632709444	51,122	77,5457
95000	-3,3537094167	-52,6230181389	138,922	163,7270
95001	-4,1247235	-54,9517692778	97,655	118,5978
95002	-4,2676743889	-56,0493242778	7,956	27,7886
95003	-4,3439913056	-55,9608505556	18,297	38,1828
95005	-0,0747168611	-60,6971390833	34,906	45,9973
95006	1,0875092222	-60,3855151944	63,658	77,0953
95007	1,3115567778	-60,5732685	58,541	71,7769
95008	1,8295084167	-61,1318196667	39,165	50,9202
95009	0,9261501111	-59,8183014167	113,604	128,9620
95010	-2,5047347778	-54,7219721111	130,893	151,0654
95011	-1,4608083333	-48,4414070556	-17,875	7,7030
95012	-2,6312241667	-56,7343360833	9,673	26,0314
95013	-5,3606420833	-49,0843134167	82,481	106,4140
95014	-2,4279679722	-54,7289012222	23,972	44,5944
95015	-0,3376451944	-51,9006879167	51,922	76,4585
95018	-0,1148459444	-51,2900102778	-11,496	12,8720
95019	0,1365346389	-51,1403716944	-2,164	22,2504
95020	0,3180536944	-51,0858763056	5,447	30,0986
95021	0,5662297222	-51,1515076944	37,295	62,4107
95022	0,6397434167	-51,60821875	52,253	77,7639
95023	0,6912547778	-51,374544	58,334	83,7422
95024	0,8661266667	-51,1982069167	9,249	34,9274
95025	1,3013823333	-50,9504946389	8,887	36,1891
95026	1,0735071944	-51,0697598333	27,810	54,0462

Continua na próxima página

Estação	Latitude (°)	Longitude (°)	Alt Elipsoidal (m)	Alt Normal- Ortométrica Calculada (m)
95027	1,5403588333	-50,9119954444	-9,837	18,3217
95028	1,8075671944	-50,87802825	-6,401	22,3359
95029	2,072198	-50,89710075	-10,774	18,3656
95030	2,3018385556	-50,96174025	-6,830	22,7625
95031	2,8413308333	-51,3985315556	11,626	42,1267
95032	2,6039996111	-51,3324455278	42,071	71,9996
95033	2,4834308611	-51,03331075	-13,945	16,0243
95034	-2,0137408333	-47,6981027778	19,557	45,1387
95037	-1,9968782778	-47,94489025	22,392	48,2974
96040	-10,8038652222	-55,4562631667	307,194	317,6928
96047	-13,1222765833	-60,5439104444	451,704	436,1245
96050	-11,6192803333	-50,6635068333	181,846	199,1457
96054	-17,3393244167	-53,2243914167	749,455	751,8917
96069	-2,4551183889	-48,7407425278	-3,874	22,6617
96072	-1,21113625	-47,1464998611	9,779	35,0495
96073	-4,2721533333	-49,9251109444	65,849	89,6558
96088	0,0719051389	-51,4401293333	-19,379	5,1754
96089	0,2168213889	-51,2929428889	7,910	32,5533
96090	-0,2219593056	-51,4318977778	-14,946	9,3676
96091	0,8430156667	-51,1848259167	28,789	54,4261
96092	1,4237010278	-50,9227804722	2,842	30,6318
96094	1,7653781111	-50,8823247222	-11,621	17,0474
96095	2,3731952222	-50,9638185833	-11,171	18,5950
96096	0,5761098056	-50,73837775	-9,839	15,6357
96097	0,7040195833	-51,4231330556	53,936	79,4016
96098	0,9014429444	-52,0023363611	123,580	150,0768
96100	-0,0602575	-51,1674700556	-11,074	13,2555
96121	-14,8387698333	-56,4329174722	194,281	193,5466
96128	-11,4487447222	-58,7235846111	328,242	323,9236
96129	-4,2235261111	-69,9354961944	102,869	84,8392
96131	-3,0918420833	-60,0181570556	27,356	39,4325
96141	-15,0064269167	-59,9515554444	219,622	203,8357
96142	-11,4273312222	-58,7693174722	363,771	359,4797
96143	-12,5452349444	-55,7274130278	391,651	394,9384
96144	-13,555827	-52,2713567778	423,210	432,1429
96163	-4,0978111944	-63,1450775833	37,813	43,4781

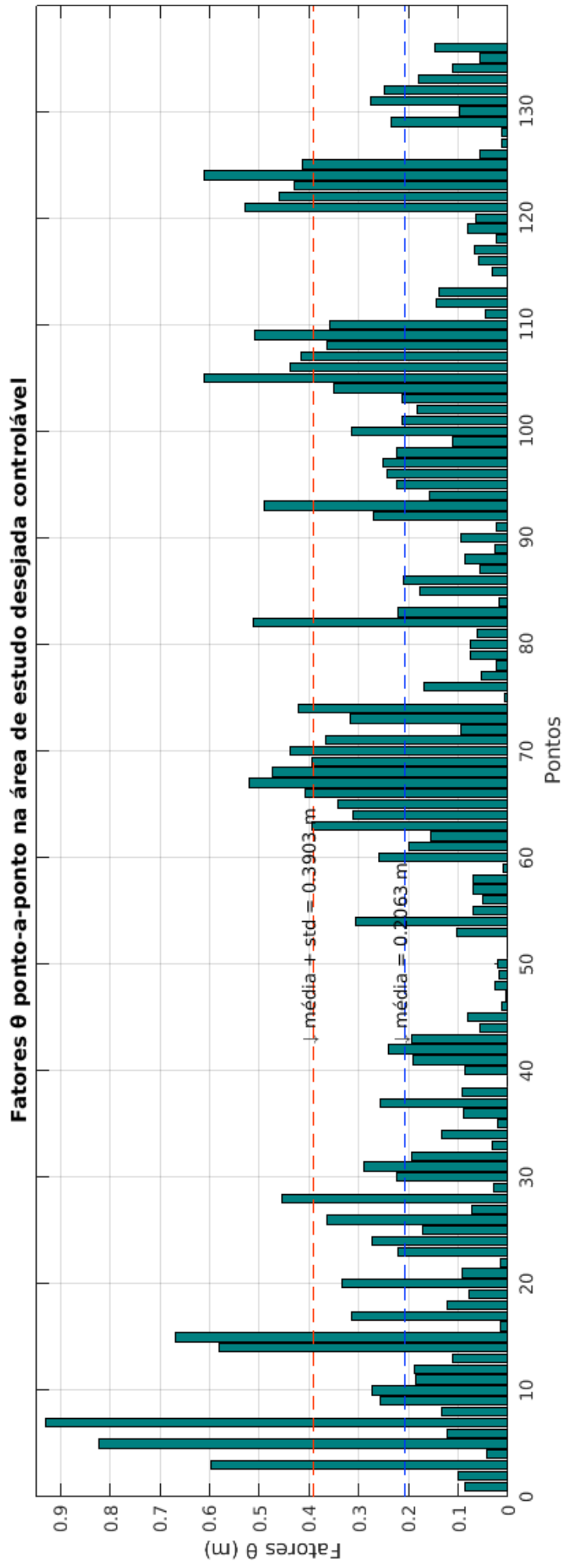
Continua na próxima página

Estação	Latitude (°)	Longitude (°)	Alt Elipsoidal (m)	Alt Normal- Ortométrica Calculada (m)
96164	-3,1253707222	-58,4310646944	12,501	28,0369
96170	-4,8719893056	-65,3339789167	75,875	68,0615
96173	-3,3456903611	-64,7066500833	45,786	45,1046
96179	-0,8220013333	-52,5155930833	35,915	60,5839
96180	-7,5167495556	-63,0284013333	69,709	62,8300
96182	-0,9692888056	-62,9262786389	34,803	41,4550
96264	-0,0595135556	-51,1664973056	-12,791	11,5377
96265	-1,0136634444	-52,6016743333	4,197	28,5379
96266	-1,1397072222	-52,5860863333	20,349	44,6186
96267	-1,2726847222	-52,6025916944	35,510	59,8190
96268	-1,4024841389	-52,5718695278	2,511	27,0066
96269	-1,5912776111	-52,4679284444	-19,878	4,6991
96270	-1,56307125	-52,3311770278	-20,062	4,6648
96271	-1,6224768056	-52,2149924444	-20,397	4,3078
96272	-1,753994	-52,2401846389	-18,790	5,6135
96273	-1,8648989722	-52,1941270833	-15,986	8,1155
96274	-1,9704886667	-52,1778972778	-17,683	6,1148
96275	-2,0968952778	-52,1721898611	-18,376	5,1209
96276	-2,2110436944	-52,10975025	-15,870	7,4867
96277	-2,3222166111	-52,0374919167	-13,127	10,1155
96278	-2,46009025	-51,9913214722	-12,040	11,0311
96279	-2,66545	-51,8404413056	32,626	55,5588
96280	-2,7809337778	-51,7736427778	53,362	76,3382
96281	-2,89951225	-51,71151125	23,102	46,1648
96282	-3,0267290278	-51,6809636111	39,082	62,3423
96283	-3,1174251667	-51,8002434444	28,718	52,4003
96284	-3,1389941111	-51,7713551389	98,439	122,1324
96543	-5,3457438889	-44,4752223056	102,007	126,8034
96544	-7,0430843889	-44,6002541111	239,921	262,8546
96545	-6,8974150833	-46,1726958611	422,708	447,1925
96546	-5,7687041389	-46,0704395278	188,416	214,7066
96547	-4,4751654444	-46,8550948056	138,972	165,8846
96548	-2,1824225278	-45,8730145833	38,012	64,8923
96549	-3,57963125	-44,6581793611	-13,557	13,7856
96551	-7,5338151389	-46,0397171111	226,896	251,1511
96561	-4,2409592222	-44,8157225556	6,592	33,5934

Continua na próxima página

Estação	Latitude (°)	Longitude (°)	Alt Elipsoidal (m)	Alt Normal- Ortométrica Calculada (m)
99500	-0,8219678056	-52,5156586389	28,584	53,2531
99506	-0,9112900278	-46,6840499444	-21,376	3,9853
99507	-0,8414326389	-46,6190461667	-20,969	4,1404
99510	-3,2009831111	-52,1813074167	162,536	187,0953
99515	-2,9610116667	-44,3029726389	7,873	32,9924
99516	-2,6282550556	-44,3566593333	-20,037	5,6929
99530	-4,28765675	-56,0363558056	9,167	28,9995
99546	-0,6437487778	-52,5058951667	7,361	32,0545
99547	-0,6428999167	-52,5063435556	2,368	27,0615
99548	-2,9556343333	-44,3347023333	13,196	38,4111
99559	-11,70848825	-47,7236151389	307,861	324,6263
99562	-2,93058275	-44,3493193889	-16,543	8,7258
99565	-9,4086289722	-62,0062026944	140,503	131,1462
99566	-2,573134	-44,3641241389	-10,725	15,0736
99567	-2,5825193611	-44,3451935278	-8,476	17,2564
99568	-2,9937417222	-44,3541193889	-19,250	6,0345
99579	-7,7149016944	-66,9989013056	141,639	124,4951
99580	-3,4722384722	-68,9501491389	106,618	92,5551
99581	-7,2187473333	-48,1676028056	182,231	205,8003
99582	-7,1825815833	-48,1964389722	227,289	250,8762
99605	-3,3966602222	-57,7085891667	19,557	32,6965
99609	-9,2678613333	-64,6378107778	100,068	86,1471
99610	-9,2594081389	-64,6469111667	104,118	90,1957
99611	-9,2661431111	-64,6443582222	95,837	81,9034
99612	-14,6975331389	-52,3492083889	298,990	305,8816
99615	-15,5793094167	-56,05975	222,440	220,3414
99617	-0,0613814167	-51,1679541389	-17,780	6,5497
99618	-0,0595851389	-51,1664823333	-16,440	7,8887
99619	-0,0544623056	-51,1672668333	-14,140	10,1909
99620	-0,0616115556	-51,1673431944	-17,760	6,5690
99621	-0,0531536667	-51,1799055556	-13,540	10,8037

APÊNDICE Q – COMPORTAMENTO DOS FATORES  $\theta$  PONTO-A-PONTO NA ÁREA DE ESTUDO DESEJADA CONTROLÁVEL





APÊNDICE R – COMPORTAMENTO DOS FATORES  $\theta$  PONTO-A-PONTO NA ÁREA DE ESTUDO DESEJADA CONTROLÁVEL SEM OUTLIERS

