

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

FABIANO ARI LOCATELLI

**OTIMIZAÇÃO DA OPERAÇÃO DE USINAS HIDRELÉTRICAS COM APLICAÇÃO
DE PROGRAMAÇÃO DINÂMICA ESTOCÁSTICA EM LINGUAGEM VETORIAL**

CURITIBA

2016

FABIANO ARI LOCATELLI

**OTIMIZAÇÃO DA OPERAÇÃO DE USINAS HIDRELÉTRICAS COM APLICAÇÃO
DE PROGRAMAÇÃO DINÂMICA ESTOCÁSTICA EM LINGUAGEM VETORIAL**

Dissertação apresentada como requisito parcial à obtenção de grau de mestre. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Recursos Hídricos e Ambiental, Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná.

Orientador: Prof. Dr. Marcelo Rodrigues Bessa.

CURITIBA

2016

L811o Locatelli, Fabiano Ari
 Otimização da operação de usinas hidrelétricas com aplicação de
 programação dinâmica estocástica em linguagem vetorial / Fabiano
 Ari Locatelli. – Curitiba, 2016.
 156f. : il. [algumas color.] ; 30 cm.

 Dissertação (mestrado) - Universidade Federal do Paraná, Setor
 de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de
 Recursos Hídricos e Ambiental, 2016.
 Orientador: Marcelo Rodrigues Bessa.

 1. Usinas Hidrelétricas. 2. Markov, Processos de. I. Universidade
 Federal do Paraná. II. Bessa, Marcelo Rodrigues. III. Título.

CDD: 621.3

TERMO DE APROVAÇÃO

Fabiano Ari Locatelli

“Otimização da Operação de Usinas Hidrelétricas com Aplicação de Programação Dinâmica Estocástica em Linguagem Vetorial”

Dissertação aprovada como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre, pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Recursos Hídricos e Ambiental do Setor de Tecnologia da Universidade Federal do Paraná, pela comissão formada pelos professores:

PRESIDENTE:



Marcelo Rodrigues Bessa
Universidade Federal do Paraná
Orientador

MEMBROS:



Odilon Luís Tortelli
Universidade Federal do Paraná



Miriam Rita Moro Mine
Universidade Federal do Paraná



Eloy Kaviski
Universidade Federal do Paraná

Curitiba, 11 de maio de 2016

DEDICATÓRIA

Para Ana e Alexandre.

AGRADECIMENTOS

Ao professor Marcelo Rodrigues Bessa pela paciência com as minhas dificuldades na execução do trabalho e meus limites em compreender os temas, permitindo que esta dissertação se adaptasse. E pela orientação cuidadosa e atenta.

Aos professores Miriam Rita Moro Mine e Eloy Kaviski pela dedicação e generosidade em estudar a dissertação e promover sua correção durante o processo de qualificação.

À Copel, pela oportunidade.

E, finalmente, aos colegas de trabalho, Hugo Mikami, Leandro Andrade Nacif, Márcio Luis Bloot, Klaus de Geus e muitos outros, pelos debates técnicos e pela prontidão em ajudar.

SUMÁRIO

| | |
|---|-------------|
| Lista de Figuras | v |
| Lista de Tabelas | ix |
| Lista de Siglas | xi |
| Lista de Símbolos | xiii |
| Resumo | xv |
| Abstract | xvi |
| Introdução | 1 |
| Objetivos | 4 |
| Objetivo Geral | 4 |
| Objetivos Específicos..... | 4 |
| Justificativa | 5 |
| Organização do Trabalho..... | 6 |
| 1 O Problema do Despacho Econômico | 8 |
| 1.1 Usinas Termelétricas e Sistemas Termelétricos | 9 |
| 1.2 Sistemas Hidrotérmicos..... | 13 |
| 1.2.1 Não-linearidade das Usinas Hidrelétricas..... | 16 |
| 1.3 O Sistema Brasileiro | 19 |
| 1.3.1 Modelos Vigentes | 26 |
| 2 Técnicas de Otimização e Revisão Bibliográfica | 33 |
| 2.1 Programação Linear..... | 33 |
| 2.2 Programação Não-Linear | 37 |
| 2.3 Inteligência Computacional..... | 38 |
| 2.4 Programação Dinâmica | 40 |
| 2.5 Pesquisas Relacionadas Aplicadas ao Sistema Elétrico Brasileiro..... | 45 |
| 2.6 Comentários sobre Linguagens de Programação Vetorial | 50 |
| 3 Processos de Decisão de Markov e Programação Dinâmica | 52 |
| 3.1 Processos de Decisão de Markov (<i>Markov Decision Processes</i>) | 52 |
| 3.2 Componentes do Modelo | 55 |
| 3.3 Funcionamento da Programação Dinâmica..... | 60 |
| 3.4 Programação Dinâmica Estocástica..... | 66 |
| 4 Método Proposto | 70 |
| 4.1 Caracterização das Usinas | 73 |

| | | |
|----------|--|------------|
| 4.1.1 | Queda Líquida..... | 74 |
| 4.1.2 | Função de produção..... | 77 |
| 4.1.3 | Usinas Termelétricas..... | 78 |
| 4.2 | Determinação dos Parâmetros do Processo de Decisão Markoviano..... | 79 |
| 4.3 | Formulação do Problema..... | 87 |
| 4.4 | Programação Vetorial..... | 90 |
| 4.4.1 | Queda Líquida..... | 91 |
| 4.4.2 | Matrizes de Produção..... | 94 |
| 4.4.3 | Balancos Hídricos..... | 95 |
| 4.4.4 | Matrizes de Produção com Usinas a Fio D'água..... | 96 |
| 4.4.5 | Otimização..... | 97 |
| 4.5 | Algoritmos..... | 98 |
| 5 | Estudo de Caso..... | 103 |
| 6 | Resultados..... | 113 |
| 6.1 | MSUI..... | 113 |
| 6.2 | Simulações..... | 115 |
| 6.2.1 | Ano 1935..... | 118 |
| 6.2.2 | Ano 1967..... | 125 |
| 6.2.3 | Ano 1983..... | 129 |
| 6.2.4 | Curvas de Armazenamento..... | 134 |
| 6.3 | Desempenho Computacional..... | 137 |
| 6.4 | Comentários sobre os Resultados da Simulação e o Desempenho Computacional 139 | |
| | Conclusões..... | 145 |
| | Referências..... | 149 |

LISTA DE FIGURAS

| | |
|--|----|
| Figura 1 – Unidade termelétrica típica: caldeira – turbina a vapor – gerador. Adaptado de (WOOD; WOLLENBERG, 1996). | 9 |
| Figura 2 – Relação entre o consumo de combustível e a potência líquida de uma usina termelétrica típica. Adaptado de (ZHU, 2009). | 10 |
| Figura 3 – Processo de Decisão para Sistemas Hidrotérmicos. Adaptado de (SILVA, 2012) e (SOUZA <i>et al.</i> , 2014). | 14 |
| Figura 4 – Critério de Planejamento da Operação. Adaptado de (SOUZA <i>et al.</i> , 2014). | 15 |
| Figura 5 – Curva Colina de uma turbina de Foz do Areia (NACIF, 2013). | 17 |
| Figura 6 – Diagrama sobre uma curva colina de um conjunto turbina-gerador. Adaptado de (FINARDI; SILVA; SAGASTIZÁBAL, 2005). | 18 |
| Figura 7 – Participação percentual das diversas fontes primárias na potência elétrica, em 2006, 2015 e incluindo a expansão outorgada. Adaptado de (PDDE, 2006) e (ANEEL, 2015). | 19 |
| Figura 8 – Média da geração hidrelétrica no mundo para o período de 2010 a 2014 (The World Bank, 2015). | 22 |
| Figura 9 – Mapa do sistema de transmissão no Brasil, com interligações existentes e futuras (ONS, 2015). | 23 |
| Figura 10 – Interligação eletroenergética entre bacias hidrográficas no Brasil existente e futura. Fonte: ONS, (2015). | 24 |
| Figura 11 – Representação da função de custo através de (a) programação dinâmica; (b) programação dinâmica dual (CEPEL, 2013, V. 17.5.3). | 28 |
| Figura 12 – a) Explosão combinatória do número de cenários possíveis (árvore); b) supressão da ramificação dos cenários através do enfoque pente; c) amostragem Monte Carlo necessária para caracterização do espaço de estados no enfoque pente (CEPEL, 2013, V. 17.5.3). | 29 |
| Figura 13 – Esquema de modelos utilizados pelo setor elétrico brasileiro para o planejamento da operação energética. Adaptado de Souza <i>et al.</i> (2014). | 30 |
| Figura 14 – Modelo de decisões sequenciais (PUTERMAN, 2005). | 53 |

| | |
|---|-----|
| Figura 15 – Exemplo de uso da Programação Dinâmica. Baseado em (HILLIER; LIEBERMAN, 2013). | 61 |
| Figura 16 – Exemplo de uso da Programação Dinâmica Estocástica para a transição da etapa 2 para a etapa 3 do mesmo problema do item 3.3. Custo unitário presente de 4 unidades..... | 67 |
| Figura 17 – Exemplo de uso da Programação Dinâmica Estocástica para a transição da etapa 2 para a etapa 3 do mesmo problema do item 3.3. Custo unitário presente de 6 unidades..... | 67 |
| Figura 18 – Exemplo de uso da Programação Dinâmica Estocástica para a transição da etapa 2 para a etapa 3 do mesmo problema do item 3.3. Custo unitário presente de 3 unidades..... | 68 |
| Figura 19 – Fluxograma de processos gerais do modelo, contendo o otimizador e o simulador..... | 72 |
| Figura 20 – Perfil típico de uma usina hidrelétrica (FORTUNATO <i>et al.</i> , 1990). | 73 |
| Figura 21 – Vertedouros em operação na usina de Itaipu (ITAIPU, 2015)..... | 75 |
| Figura 22 – Geração acumulada termelétrica valorada ao custo marginal termelétrico. Adaptado de EPE (2015)..... | 82 |
| Figura 23 – Resposta da equação (4.4) em comparação à geração acumulada termelétrica valorada ao custo marginal termelétrico adaptada de (EPE, 2015)..... | 83 |
| Figura 24 – Processo de Decisão de Markov modelado para o método proposto. ... | 86 |
| Figura 25 – Unidades Hidrográficas no estado do Paraná (SEMA, 2010). | 103 |
| Figura 26 – Usinas construídas sobre o Iguazu (COPEL, 2015)..... | 104 |
| Figura 27 – Curva de permanência das vazões afluentes sintéticas (médias mensais) a Foz do Areia geradas pelo modelo GEVAZP. | 110 |
| Figura 28 – Vazões afluentes incrementais médias mensais do ano de 1935 em m ³ /s. | 118 |
| Figura 29 – Geração média mensal, e suas médias acumuladas, das simulações na usina de Foz do Areia para o ano de 1935 em MWmed. | 119 |
| Figura 30 – Volume inicial armazenado pelas simulações para Foz do Areia no ano de 1935 (o volume final corresponde ao volume inicial do mês seguinte) em %. ... | 120 |
| Figura 31 – Vertimentos médios mensais em Foz do Areia no mês de outubro de 1935 em m ³ /s. | 121 |

| | |
|--|-----|
| Figura 32 – Geração média mensal, e suas médias acumuladas, das simulações na usina de Segredo para o ano de 1935 em MWmed. | 122 |
| Figura 33 – Geração média mensal, e suas médias acumuladas, das simulações na usina de Salto Santiago para o ano de 1935 em MWmed. | 122 |
| Figura 34 – Volume inicial armazenado pelas simulações para Salto Santiago no ano de 1935 (o volume final corresponde ao volume inicial do mês seguinte) em %. ... | 123 |
| Figura 35 – Geração média mensal, e suas médias acumuladas, das simulações na usina de salto Osório para o ano de 1935 em MWmed. | 123 |
| Figura 36 – Geração média mensal, e suas médias acumuladas, das simulações na usina de Salto Caxias para o ano de 1935 em MWmed. | 124 |
| Figura 37 – Vertimentos médios mensais em Salto Santiago no mês de outubro de 1935 em m ³ /s. | 124 |
| Figura 38 – Vazões afluentes incrementais médias mensais do ano de 1967 em m ³ /s. | 125 |
| Figura 39 – Geração média mensal, e suas médias acumuladas, das simulações na usina de Foz do Areia para o ano de 1967 em MWmed. | 125 |
| Figura 40 – Volume inicial armazenado pelas simulações para Foz do Areia no ano de 1967 (o volume final corresponde ao volume inicial do mês seguinte) em %. ... | 126 |
| Figura 41 – Geração média mensal, e suas médias acumuladas, das simulações na usina de Segredo para o ano de 1967 em MWmed. | 126 |
| Figura 42 – Geração média mensal, e suas médias acumuladas, das simulações na usina de Salto Santiago para o ano de 1967 em MWmed. | 127 |
| Figura 43 – Volume inicial armazenado pelas simulações para Salto Santiago no ano de 1967 (o volume final corresponde ao volume inicial do mês seguinte) em %. ... | 127 |
| Figura 44 – Geração média mensal, e suas médias acumuladas, das simulações na usina de salto Osório para o ano de 1967 em MWmed. | 128 |
| Figura 45 – Geração média mensal, e suas médias acumuladas, das simulações na usina de Salto Caxias para o ano de 1967 em MWmed. | 128 |
| Figura 46 – Vazões afluentes incrementais médias mensais do ano de 1983 em m ³ /s. | 130 |
| Figura 47 – Vazões afluentes incrementais médias mensais do ano de 1983 em m ³ /s (nova escala)..... | 130 |

| | |
|--|-----|
| Figura 48 – Armazenamento em Foz do Areia no ano de 1983. | 131 |
| Figura 49 – Armazenamento em Salto Santiago no ano de 1983. | 131 |
| Figura 50 – Vertimento em Foz do Areia no ano de 1983. | 132 |
| Figura 51 – Vertimento em Segredo no ano de 1983. | 132 |
| Figura 52 – Vertimento em Caxias no ano de 1983. | 133 |
| Figura 53 – Evolução dos armazenamentos para o ano de 1988. | 134 |
| Figura 54 – Evolução dos armazenamentos para o ano de 1993. | 135 |
| Figura 55 – Evolução dos armazenamentos para o ano de 1999. | 136 |
| Figura 56 – Evolução dos armazenamentos para o ano de 1985. | 136 |
| Figura 57 – Série de vazões históricas afluentes a Foz do Areia (1931 a 2013)..... | 143 |
| Figura 58 – Série de vazões históricas afluentes a Furnas (1931 a 2013)..... | 143 |

LISTA DE TABELAS

| | |
|---|-----|
| Tabela 1 – Distribuição da potência instalada do sistema interligado pelas regiões do Brasil (ANEEL, 2015). | 20 |
| Tabela 2 – Decisões ótimas e seus custos para o estágio 3..... | 63 |
| Tabela 3 – Decisões ótimas e seus custos para o estágio 2..... | 64 |
| Tabela 4 – Decisão ótima para o estágio 1. | 64 |
| Tabela 5 – Custo esperado para o estágio 2 probabilístico. | 68 |
| Tabela 6 – Configurações iniciais do modelo markoviano. | 85 |
| Tabela 7 – Níveis de montante e volumes máximos e mínimos para as usinas do rio Iguaçu (EPE, 2015). | 105 |
| Tabela 8 – Coeficientes dos polinômios cota-volume (EPE, 2015)..... | 106 |
| Tabela 9 – Coeficientes dos polinômios para os níveis de jusante em função das vazões defluentes (EPE, 2015)..... | 107 |
| Tabela 10 – Coeficientes dos polinômios cota-área (EPE, 2015) | 107 |
| Tabela 11 – Áreas máximas e mínimas dos lagos dos reservatórios (EPE, 2015) . | 107 |
| Tabela 12 – Evaporação líquida mensal em mm (EPE, 2015)..... | 108 |
| Tabela 13 – Coeficiente <i>k</i> calculado com base nas simulações do MSUI ($s^2/m5$).109 | |
| Tabela 14 – Vazões turbinadas máximas nas simulações do MSUI. | 109 |
| Tabela 15 – Potência instalada e rendimento médio ponderado do conjunto turbina-gerador (EPE, 2015). | 109 |
| Tabela 16 – Divisão das vazões afluentes sintéticas (Foz do Areia) em classes de igual extensão a partir do valor máximo. | 111 |
| Tabela 17 – Divisão das vazões afluentes sintéticas (Foz do Areia) em classes de igual extensão para mais de 5% de permanência e classe extra para vazões extremas..... | 111 |
| Tabela 18 – Gerações médias com a série histórica (MWmed)..... | 116 |
| Tabela 19 – Volumes úteis dos reservatórios de regularização e sua conversão em vazão para meses de 30 dias..... | 117 |

| | |
|--|-----|
| Tabela 20 – Média histórica das vazões incrementais. | 118 |
| Tabela 21 – Armazenamento médio em percentual para os dois reservatórios de regularização. | 137 |
| Tabela 22 – Tempo de execução do otimizador em segundos. | 138 |
| Tabela 23 – Memória alocada pelo otimizador em Gigabytes. | 138 |
| Tabela 24 – Coeficientes dos polinômios para extrapolação de tempo de execução em segundos e memória alocada em GB. | 138 |
| Tabela 25 – Extrapolação pelo uso dos polinômios tempo de execução e memória alocada. | 139 |

LISTA DE SIGLAS

| | |
|---|-----|
| ANEEL - Agência Nacional de Energia Elétrica | 26 |
| CCEE - Câmara de Comercialização de Energia Elétrica | 25 |
| CEPEL - Centro de Pesquisas de Energia Elétrica | 26 |
| CMOs - Custos Marginais da Operação..... | 26 |
| CXS - Usina de Salto Caxias..... | 117 |
| DDDP - Programação Dinâmica Discreta Diferencial (Discrete Differential Dynamic Programming) | 42 |
| DP - Programação Dinâmica (Dynamic Programming) | 40 |
| DPSA - Programação Dinâmica por Aproximações Sucessivas (Dynamic Programming Successive Approximations)..... | 42 |
| EPE - A Empresa de Pesquisa Energética | 25 |
| FAR - Usina de Foz do Areia..... | 117 |
| GA - Algoritmos Genéticos (Genetic Algorithms) | 39 |
| LP - Programação Linear (Linear Programming)..... | 33 |
| MDP - Processos de Decisão de Markov (Markov Decision Process) | 53 |
| MLT - Média de Longo Termo | 48 |
| NDP - Programação Dinâmica Neural (Neuro-Dynamic Programming) | 43 |
| NLP - Programação Não Linear (Non Linear Programming) | 37 |
| ONS - Operador Nacional do Sistema Elétrico..... | 21 |
| OSO - Usina de Salto Osório | 117 |
| P&D - Pesquisa e Desenvolvimento..... | 5 |
| PEN - Planejamento Anual da Operação | 46 |
| PLDs - Preços de Liquidação de Diferenças | 26 |
| PMO - Programa Mensal da Operação | 46 |

| | |
|--|-----|
| SDDP - Programação Dinâmica Dual Estocástica (Stochastic Dual Dynamic Programming) | 27 |
| SDP - Programação Dinâmica Estocástica (Stochastic Dynamic Programming) | 41 |
| SGD - Usina de Segredo..... | 117 |
| SIN - Sistema Interligado Nacional..... | 21 |
| SDDP - Programação Dinâmica Estocástica Por Amostras (Sampling Stochastic Dynamic Programming) | 44 |
| STG – Usina de Salto Santiago..... | 117 |

LISTA DE SÍMBOLOS

| | |
|-----------------------------|--|
| $\sum_{u=1}^U g_{hidr,t}^u$ | somatório da produção de energia hidrelétrica em MW médios na etapa t |
| c_p | custo da geração termelétrica na etapa atual, em unidades monetárias |
| $c_{etapa,t}$ | custo termelétrico em valores monetários para cada etapa t |
| $conv$ | fator de conversão de vazão média mensal (m^3/s) para volume mensal (hm^3) |
| $demanda_t$ | demanda de energia em MW médios para a etapa t |
| evp_t^u | volume de água evaporado no reservatório u na etapa t , em hm^3 |
| g | aceleração gravitacional, fixada em $9,81 \text{ m/s}^2$ |
| g_{hidr} | produção hidrelétrica média mensal de uma usina em MW médios |
| $g_{term,t}$ | geração termelétrica complementar, em MW médios, na etapa t |
| h_l | a queda líquida em metros (m) |
| h_p | perda de carga (m), em função da vazão turbinada |
| k | coeficiente (s^2/m^5) para estimativa de perda de carga em função da vazão turbinada |
| n_j | nível de jusante (m), em função polinomial da vazão defluente |
| n_m | o nível de montante (m), em função polinomial do volume |

| | |
|----------------------------|--|
| η_{ger} | rendimento do gerador, função da produção (adimensional) |
| η_{turb} | rendimento da turbina, função da curva colina, e é dependente da vazão turbinada e da queda líquida (adimensional) |
| $q_{defl,t}^{u-1}$ | vazão defluente que provém das usinas imediatamente à montante da usina u em m^3/s |
| $q_{incr,t}^u$ | vazão incremental afluyente à usina u . Esta é a vazão que é afluyente à usina u , sem passar pelas usinas de montante, em m^3/s |
| $q_{max_{turb}}^u$ | vazão turbinável máxima, em m^3/s |
| $q_{turb,t}^u$ | vazão a turbinar na etapa t pela usina u , em m^3/s |
| $q_{vert,t}^u$ | vazão vertida na etapa t pela usina u , em m^3/s |
| t, T | respectivamente, etapa presente e etapa final |
| u | corresponde ao índice da usina hidrelétrica |
| $u - 1$ | índice que agrupa as usinas imediatamente a montante daquela com índice u |
| vol_t^u, vol_{t+1}^u | respectivamente, volume no início e no final da etapa para a usina de índice u , em hm^3 |
| vol_{min}^u, vol_{max}^u | respectivamente, volume mínimo e máximo do reservatório, em hm^3 |

RESUMO

A presente dissertação propõe um método para a otimização da operação de usinas hidrelétricas com o objetivo de atender à demanda de eletricidade ao menor custo da complementação termelétrica. Faz-se uso da Programação Dinâmica Estocástica (*Stochastic Dynamic Programming – SDP*) e a modelagem se dá por meio de um Processo de Decisão de Markov (*Markov Decision Process – MDP*). O intuito é avaliar a aplicação da *SDP* desenvolvida em uma linguagem de programação vetorial, o Matlab[®]. As usinas hidrelétricas são mantidas individuais para que suas características possam ser detalhadas, enquanto a complementação termelétrica é determinada por uma função de custo. O *MDP* tem horizonte finito de sessenta meses. As variáveis de estado são os níveis de reservatório discretizados e as classes de vazões afluentes. As variáveis de decisão são as vazões turbináveis discretizadas. A matriz de transição do *MDP* calcula as probabilidades de que uma determinada classe de vazões afluentes ocorra, dadas as ocorrências das classes no mês anterior. O código foi escrito de modo a usar, sempre que possível, vetores e matrizes, evitando laços, para potencializar as características da linguagem vetorial. São cinco as usinas hidrelétricas consideradas para o estudo de caso, todas em cascata no rio Iguaçu: dois reservatórios e três usinas a fio d'água, sendo que as usinas do rio Jordão, afluente do Iguaçu, não estão incluídas. Produzida como resultado da otimização, uma tabela de decisões é entregue a um simulador, alimentado pela série histórica. Os resultados da simulação são comparados ao simulador MSUI. O otimizador proposto alcançou geração média superior na cascata, deplecionando mais os reservatórios, especialmente o de cabeceira, e reduzindo vertimentos. Como as afluências do rio Iguaçu não são sazonais, o nível médio dos reservatórios é mantido entre 50% e 60%. Por fim, foram realizadas medidas de desempenho computacional, tanto em velocidade de processamento como em alocação de memória. A memória torna-se o fator limitante com relação ao tempo computacional, mostrando que o código usa a capacidade de processamento matricial para acelerar sua execução.

PALAVRAS-CHAVE: programação dinâmica estocástica, otimização da operação de usinas, processos de decisão de Markov, linguagem vetorial, Rio Iguaçu.

ABSTRACT

This dissertation proposes a method for the optimization of hydropower plants operation in order to meet demand at the lowest cost of the complementary thermoelectric production. Makes use of Stochastic Dynamic Programming - *SDP* and modeling is made through a Markov Decision Process - *MDP*. The aim is to evaluate the implementation of the *SDP* in the code written in a vector programming language, Matlab[®]. Hydroelectric plants are kept individual so that their characteristics can be detailed, while the thermal complementation is determined by a cost function. The *MDP* has finite horizon of sixty months, the state variables are the discretized reservoir levels and the inflows classes. The decision variables are the discretized possible turbine flows. The *MDP's* transition matrix calculates the probabilities that a certain class of affluent flows occur, given that certain classes had occurred in the previous month. The code was written to use, whenever possible, vectors and matrixes, avoiding loops in order to enhance the characteristics of the vector programming language. There are five hydroelectric plants considered for the case study, all cascaded on the Iguaçu River: two reservoirs that can regularize their outflow, and three that cannot. The power plants of the Jordão River, Iguaçu affluent, are not included. Produced as a result of optimization, a table of decisions is given to a simulator, running the historical series. The results are compared to MSUI simulator. The proposed optimizer achieved higher average generation in the cascade, more depleted reservoirs, especially the first one in the cascade, and reduced spills. As the affluences of the Iguaçu River are not seasonal, the average level of the reservoirs is maintained between 50% and 60%. Finally, computational performance measurements were performed both in processing speed as memory allocation. The memory becomes the limiting factor prior to the computational time showing that the vectorial code uses the processing capability to accelerate its execution.

KEYWORDS: stochastic dynamic programming, optimization of power plant operation, Markov decision processes, vector language, Iguaçu River.

INTRODUÇÃO

A energia elétrica é produzida a partir de diferentes tipos de usina. A separação em categorias começa pelas diferenças na fonte primária que é convertida pelas usinas em energia elétrica. Termelétricas consomem algum tipo de combustível, em geral fóssil, como o carvão e o gás natural, extraídos de minas ou poços de petróleo, cuja combustão produz os gases ou o calor (que aquece as caldeiras e transforma a água em vapor) necessários. São os gases ou o vapor que movimentam as turbinas. Hidrelétricas utilizam a energia potencial de uma queda de água localizada em um rio, em que o declive natural é aproveitado por intermédio da construção de uma barragem (WOOD; WOLLENBERG, 1996; FORTUNATO *et al.*, 1990). Mais recentes, no que se refere a atingir alguma escala comercial significativa, estão as eólicas, que se valem da energia cinética dos ventos (LAGE; PROCESSI, 2013) e as fotovoltaicas, que aproveitam a radiação solar.

Naturalmente, cada um desses tipos de fonte pode ou não estar restrito a certos locais e determina diferentes características construtivas, com seus custos associados e respectivos impactos sociais e ambientais.

Por se valerem de um recurso que se renova continuamente e, em razão de suas características operativas¹, as hidrelétricas são um dos tipos mais atrativos de empreendimento na composição de um sistema elétrico. No entanto, o número de aproveitamentos hídricos é limitado às quedas de água disponíveis. E, em razão do estágio de desenvolvimento do país ou da região, os melhores aproveitamentos podem já ter sido utilizados, esgotando as possibilidades de novas usinas desse tipo.² As termelétricas ocupam comparativamente pouco espaço e, se a infraestrutura permitir, podem estar bem perto dos centros de carga, o que reduz perdas nas linhas de transmissão e auxilia na manutenção dos parâmetros de qualidade da rede

¹ Diferentemente de outras fontes renováveis, as hidrelétricas, em razão de seus reservatórios, são capazes de controlar sua produção e são por isso utilizadas para acompanhar variações de carga em tempo real e controlar parâmetros elétricos da rede.

² No Brasil, por exemplo, as novas usinas hidrelétricas de grande potencial estão localizadas em regiões mais distantes dos centros de carga, exigindo novas e extensas linhas de transmissão, cujos custos não têm sido completamente associados aos empreendimentos em seus respectivos leilões de energia (ACENDE, 2013).

(sobre este último tópico, ver o item 5 do plano da operação elétrica (ONS, 2013)). Porém, a queima da matéria prima pode ser bastante dispendiosa e há a emissão de resíduos poluentes. É verdade que as eólicas e as solares têm um apelo ecológico (embora seus impactos ao meio ambiente sejam um ponto de discussão em andamento (DREWITT; LANGSTON, 2006)), mas essas unidades sofrem com as dificuldades em controlar a sua produção devido à ampla variabilidade do seu insumo básico, sem que reservatórios possam contê-lo: a ocorrência dos ventos (LAGE; PROCESSI, 2013) e de dias de sol.

Contudo, os resultados da escolha do tipo de usina a instalar em determinado momento e local não se restringem aos econômicos, sociais ou ecológicos. A inclusão ao sistema elétrico também traz consequências para a operação do sistema existente.

Sem bancos de baterias, as eólicas são incapazes de armazenar a eletricidade e suas produções, como se mencionou, estão sujeitas à significativa variação da incidência dos ventos. E as dificuldades não se limitam à operação em tempo real: a estimativa da capacidade de geração dessas usinas no médio e longo prazo precisa considerar as incertezas na previsão eólica no mesmo período e previsões climáticas para períodos superiores a poucos dias são bastante imperfeitas (XIE, 2010). As incertezas tornam-se ainda maiores para as regiões (como as brasileiras) que possuem histórico de medições (imprescindível para a criação de modelos probabilísticos ou geradores de séries sintéticas) extremamente curto (FILHO, 2010). Diferentemente, as termelétricas, presumindo-se que haja combustível suficiente em seus estoques, poderão produzir a energia necessária a qualquer momento. Mas essa disponibilidade tem um custo variável envolvido.

Com reservatórios para armazenar a água, as usinas hidrelétricas são parte fundamental na operação de grandes redes elétricas. Se corretamente dimensionadas, são capazes de regular a produção de energia ao longo dos períodos de estiagem, restringindo a complementação termelétrica mais cara, ao mesmo tempo em que contribuem com o funcionamento estável do sistema de potência por responder rapidamente às variações de carga e de geração intermitente de outras fontes, como a eólica (SILVA, 2012; FORTUNATO *et al.*, 1990).

A operação de usinas hidrelétricas constitui-se em um dos tópicos mais importantes quando se trata de planejar, construir e operar um sistema elétrico de maneira econômica e segura, como o brasileiro. Obter o melhor uso possível da água disponível não tem como resultado apenas o melhor e mais barato aproveitamento dos empreendimentos existentes, como também leva ao correto dimensionamento das futuras instalações de geração e transmissão.

No entanto, essa operação não é assunto elementar, pois está sujeita à incerteza quanto ao recurso necessário: as vazões afluentes aos reservatórios. A vazão dos rios é uma variável aleatória que é dependente de diversos fatores, relacionados à precipitação sobre a bacia hidrográfica de interesse. Sistemas puramente termelétricos são comparativamente fáceis de gerenciar em termos médios (especialmente quando o período das médias, como o mensal, dilui os efeitos das restrições e requisitos de períodos menores, próximos da operação real): basta olhar os custos envolvidos e produzir energia a partir da usina mais barata até a mais cara (supondo, mais uma vez, a disponibilidade de combustível). Para sistemas predominantemente hidrelétricos, é preciso preocupar-se também com o futuro, pois a quantidade de insumo – a água dos rios – pode não ser suficiente. Os reservatórios devem ser esvaziados e reenchidos da maneira mais econômica possível (SILVA, 2012).

O despacho hidrotérmico econômico, especialmente quando há múltiplos reservatórios, não é simples. É imprescindível o uso de ferramentas computacionais e, para tanto, diversas têm sido as abordagens, que vão desde simuladores, usados para testar regras operativas condicionadas a determinadas circunstâncias até otimizadores capazes de apresentar a operação ótima para cada planta a cada possível nível dos reservatórios. Muitas técnicas têm sido aplicadas, com configurações, tamanhos, simplificações e parâmetros distintos. Entre essas, destacam-se a programação linear, a programação não-linear, técnicas heurísticas, a programação dinâmica e a combinação entre estas, em que se busca contornar as limitações inerentes a cada uma das técnicas.

Neste trabalho, pretende-se analisar o uso da programação dinâmica estocástica para a otimização da operação de usinas hidrelétricas em um ambiente de programação vetorial, a linguagem Matlab[®]. O intuito é estudar o uso desse tipo de

linguagem quando aplicada a uma modelagem matricial, com o emprego da técnica da programação dinâmica, mantendo as hidrelétricas individuais. Avalia-se também a extensão de sua aplicabilidade para tal modelagem sem agregação de usinas em subsistemas. O interesse na programação dinâmica está em suas características intrínsecas: trata-se de uma técnica de otimização em malha fechada, adaptativa ao estado. Isto significa, neste caso, que há um ótimo determinado para cada um dos níveis de reservatório e cada uma das classes de vazões afluentes, e não apenas para os estados que pertencem à solução ótima.

Objetivos

Objetivo Geral

Pesquisar e desenvolver um método capaz de otimizar a operação de usinas hidrelétricas dentro de um sistema hidrotérmico, ao mínimo custo esperado, fazendo uso da programação dinâmica estocástica em linguagem de programação vetorial.

Objetivos Específicos

- Desenvolver com programação dinâmica estocástica um otimizador para a operação econômica de um único reservatório, modelado como um processo de decisão de Markov, com discretização mensal e horizonte pluri-anual, com complementação termelétrica e em linguagem vetorial. O código deve ser matricial e escrito em linguagem Matlab[®].
- Desenvolver método para usinas a fio d'água, sem variáveis de estado, a ser incorporada ao modelo com reservatório.
- Expandir o otimizador para usinas em cascata, mantendo o máximo possível da programação vetorial, evitando assim o uso de laços.
- Realizar estudos de caso.

- Analisar a evolução do tempo computacional e avaliar os resultados do uso de linguagens de programação vetorial.

Justificativa

Os montantes de geração das usinas que produzem energia elétrica são determinados em função do ambiente de mercado em que estão inseridas. Há países em que o despacho das usinas para o dia seguinte é determinado por leilões, em que os proprietários ofertam sua energia, seja qual for a fonte originária, a um preço estratégico, e o coordenador central do sistema organiza os lances e determina quais empreendimentos devem produzir energia. No Brasil não há leilões de pré-despacho, e a determinação do despacho é centralizada e determinada por modelos matemáticos. Esses modelos realizam a otimização da operação do sistema hidrotérmico de todo o sistema nacional, de modo a procurar equilibrar a geração presente e a futura. Como não há leilões de pré-despacho, os preços de energia também são resultado dessa modelagem. Assim, além de determinar o quanto cada usina deve produzir, tais *softwares* também determinam os preços, que são importantes não só para as liquidações das diferenças entre contratos e produção, como também servem de referência aos contratos bilaterais entre agentes (sobre regras do mercado brasileiro, ver (CCEE, 2015)).

Métodos alternativos aos vigentes têm sido pesquisados em diversas universidades brasileiras. Especialmente depois do ano de 2008, quando a Agência Nacional de Energia Elétrica instituiu um programa de pesquisa e desenvolvimento (*P&D*) estratégico especialmente para esse fim (ANEEL, 2008). Entre essas pesquisas, inclui-se a do modelo *PHOENIX*, intitulada “Otimização do Despacho Hidrotérmico Através de Algoritmos com Computação de Alto Desempenho”, desenvolvida, em grande parte, em linguagem Matlab[®]. Este trabalho busca estudar o uso da programação dinâmica estocástica na otimização do despacho de usinas hidrelétricas dentro do mesmo ambiente computacional, como parte da pesquisa de modelos alternativos.

O tipo de linguagem de programação a ser utilizado é o vetorial. Linguagens vetoriais são boas ferramentas para implementar algoritmos complexos com grande

volumes de dados. O código tende a ser bastante mais simples e menos propenso a erros do que o escrito em linguagens compiladas, mais eficientes em termos de desempenho computacional.

Organização do Trabalho

O capítulo 1 apresenta o problema em estudo, o do despacho econômico de sistemas elétricos. No horizonte de interesse, os sistemas puramente termelétricos são mais simples, pois as várias restrições da operação real deste tipo de usinas podem ser negligenciadas. O texto começa por esses sistemas puramente termelétricos como introdução aos sistemas hidrotérmicos, mais complicados, com suas não-linearidades intrínsecas. Também se apresenta, neste capítulo, as características gerais do sistema brasileiro, o que ajuda a explicitar sua complexa modelagem em vigor. São também apresentados esses modelos vigentes.

O capítulo 2 concentra-se nas técnicas de otimização que têm sido utilizadas na otimização da utilização de reservatórios hidrelétricos, em diversos países, com as mais diferentes configurações, passando pela programação linear, não-linear, dinâmica, além de alguns breves comentários sobre técnicas heurísticas, bastante em voga em pesquisas recentes, mas que não são objeto de estudo deste trabalho. Uma parte da revisão bibliográfica acompanha a descrição das técnicas. O restante da revisão bibliográfica está sob o item 2.5, que se concentra na variada pesquisa desenvolvida sobre o problema do despacho hidrotérmico brasileiro, particular em suas dimensões e características.

No capítulo 3, descrevem-se os processos de decisão de Markov, *Markov Decision Processes - MDP*. Os componentes do *MDP* são explicitados: épocas, estados, ações, funções de recompensa e a matriz de transição. Sempre que possível, são traçados comentários de como o problema da otimização da operação de usinas hidrelétricas é adaptável a um processo de decisão de Markov. A técnica de otimização que é empregada para resolver o processo de decisão de Markov é a programação dinâmica estocástica. Para seu melhor entendimento, um exemplo de programação dinâmica determinística (mais simples em sua construção do que a estocástica) é desenvolvido no mesmo capítulo, com uma adaptação de uma pequena

parte à programação dinâmica estocástica. Enquanto o exemplo se desenrola, são explicitadas algumas das características fundamentais da programação dinâmica, seus benefícios, dificuldades e consequências.

O capítulo **4** é dedicado a demonstrar como o problema é definido, como foi adaptado ao MDP e sob que premissas. Há um subitem específico sobre a adequação do código à linguagem vetorial, procurando demonstrar como as informações precisam ser agrupadas para o melhor uso da linguagem Matlab[®]. Os algoritmos também são apresentados neste capítulo.

Por fim, o capítulo **5** descreve o estudo de caso, enquanto o capítulo **6** traz os resultados da simulação a partir das decisões determinadas pelo otimizador, assim como o desempenho computacional. Finalmente, apresentam-se as conclusões da dissertação.

1 O PROBLEMA DO DESPACHO ECONÔMICO

O objetivo do despacho econômico é estabelecer a programação da geração das usinas de modo a obter o menor custo da operação de todo o sistema elétrico, respeitando-se as restrições das usinas envolvidas e da carga. Esse despacho econômico é chamado de clássico pois não contempla restrições de segurança, como as limitações operativas de linhas de transmissão que interconectam usinas e carga (ZHU, 2009).

Uma vez que o objetivo da otimização do despacho econômico clássico é encontrar o menor valor de operação que atende à carga, as restrições das unidades produtoras que compõem o sistema elétrico em estudo e suas funções de custo estabelecem as primeiras e mais importantes limitações. No caso das usinas termelétricas, a função de custo de produção abarca essas limitações e pode assumir diferentes formatos, dependendo do grau de detalhamento necessário. Tipicamente, quanto mais curto o horizonte a otimizar e quanto mais fina a discretização (horizontes e discretização são vistos no item 3.2), maior é o número de detalhes considerados.

Neste capítulo, o problema do despacho econômico é descrito para sistemas puramente termelétricos e para sistemas hidrotérmicos. O problema para sistemas termelétricos é usado como introdução ao hidrotérmico, uma vez que a otimização de sistemas termelétricos pode ser mais simples para horizontes plurianuais quando o otimizador trabalha em termos de valores médios mensais. Neste contexto, as mais importantes restrições termelétricas podem ser negligenciadas, o que não poderia ser feito em modelos de pré-despacho, com horizonte semanal ou mensal, e gerações médias horárias ou diárias, pois a operação em tempo real poderá ser muito diferente da prevista por esses modelos. Depois, são listadas as vantagens, dificuldades e particularidades da operação de sistemas energéticos com a presença majoritária de hidrelétricas (hidrotérmicos), para o mesmo tipo de horizonte plurianual e discretização mensal. Por fim, apresenta-se o sistema elétrico brasileiro para demonstrar sua caracterização como sistema hidrotérmico, assim como os modelos utilizados atualmente para sua otimização.

1.1 Usinas Termelétricas e Sistemas Termelétricos

O esquema simplificado da figura 1 retrata uma usina termelétrica típica (há esquemas alternativos), em que uma caldeira aquece a água que produzirá o vapor responsável por girar a turbina que, por sua vez, faz girar o rotor dentro do gerador de energia. O resultado da queima do combustível é a potência elétrica líquida. É possível perceber, pela figura 1, que além dos rendimentos da caldeira, da turbina e do gerador, também há que se considerar a energia utilizada pela própria usina termelétrica para manutenção de seus serviços auxiliares. A caldeira tem como insumo o combustível e como produção o vapor (no esquema simplificado), que é utilizado pelo conjunto turbina-gerador para produção de energia elétrica, sendo que o limite inferior de potência é, em geral, consequência da estabilidade na combustão e de questões de *design* da caldeira. A avaliação da potência líquida resultante deve levar em conta todos esses fatores, levando à relação entre o consumo de combustível da caldeira e a potência líquida do conjunto turbina-gerador: a função de custo. A curva expressa a relação entre o custo total do combustível usado (\$/h), ou seu consumo (MMbtu/h), e a potência gerada (P_G). Essa relação pode ser expressa por uma curva convexa aproximada, como na figura 2, limitada entre a capacidade máxima das máquinas (P_{Gmax}) e às restrições operativas mínimas (P_{Gmin}). Tal aproximação pode ser do tipo polinomial, quadrática ou até uma linearização por partes (WOOD; WOLLENBERG, 1996).

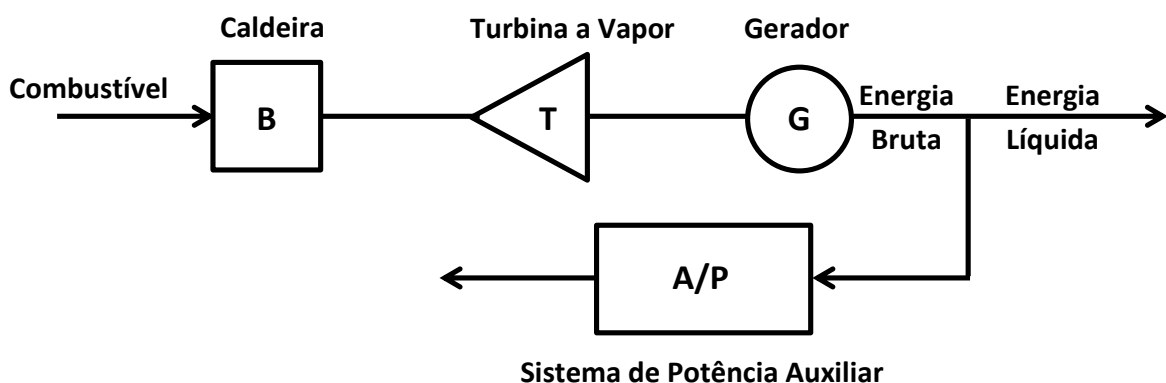


Figura 1 – Unidade termelétrica típica: caldeira – turbina a vapor – gerador. Adaptado de (WOOD; WOLLENBERG, 1996).

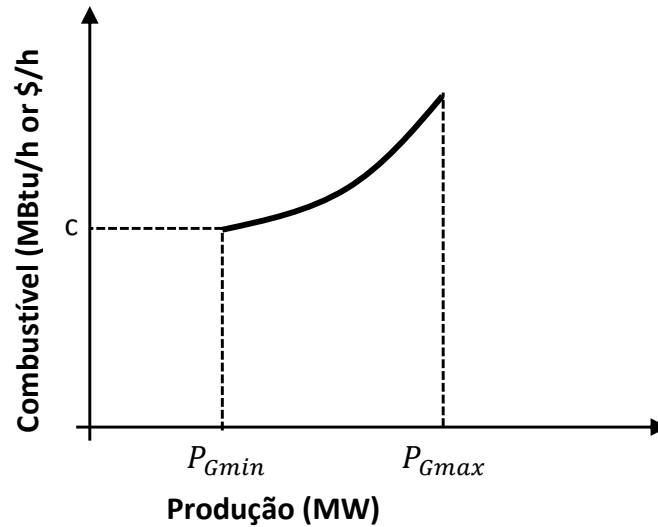


Figura 2 – Relação entre o consumo de combustível e a potência líquida de uma usina termelétrica típica. Adaptado de (ZHU, 2009).

Existem gastos fixos com pessoal, manutenção e prêmios de contratos de combustível, por exemplo, que não estão expressos pela curva da figura 2, pois esta retrata apenas a relação entre consumo de combustível (em termos de dinheiro) e a potência líquida. Sob alguns arranjos financeiros esses custos fixos são incorporados à curva em questão (WOOD; WOLLENBERG, 1996).³ Essa incorporação requer a inclusão de uma medida de risco pois não há certeza sobre os despachos e a usina pode ou não gerar o esperado: as despesas fixas estão sob risco de serem ou não honradas. Quando há contratos de venda de energia, esses custos fixos podem ser tratados separadamente dos custos de operação (CCEE, 2015).⁴

Outras limitações operativas importantes (e suas respectivas despesas associadas) que podem interferir com a função de custo são: as taxas de tomada de carga, ou rampas de carga, que determinam como a potência das máquinas deve evoluir logo depois do acionamento; tempos mínimos de operação e tempos mínimos de desligamento; tempos de resfriamento; etc., além das restrições de geração

³ No Brasil, por exemplo, essa incorporação é tipicamente utilizada por termelétricas sem contrato de venda de energia, as chamadas usinas merchant (ANEEL-NOTÍCIAS, 2015). O sistema brasileiro é do tipo hidrotérmico, mas o equacionamento das despesas das usinas termelétricas precisa ser encontrado em qualquer modalidade de despacho.

⁴ Nesta pesquisa, o interesse recai apenas sobre os custos operativos das usinas termelétricas, uma vez que os instrumentos financeiros necessários ao bom funcionamento dos empreendimentos não são objeto de estudo. O custo de operação recebe o foco da atenção, pois a otimização da operação depende dos custos operativos.

mínima e máxima já mencionadas. (ZHU, 2009; SILVA, 2012). Quando é necessário determinar exatamente quantas unidades cada usina deve despachar, todas essas restrições técnicas devem ser observadas. Problemas desse tipo são agrupados sob o campo conhecido como *Unit Commitment*. Sua solução não é trivial e pode ser resolvida por um campo da otimização conhecido por programação inteira-mista, pois envolve variáveis que são números inteiros (número de máquinas) e funções contínuas, como a função de custo das mesmas usinas (WOOD; WOLLENBERG, 1996).

Quando a discretização é mensal, ou seja, os valores de geração produzidos são médios mensais (ou até mesmo semanais, dependendo do contexto e do grau de aproximação requerido), algumas simplificações podem ser assumidas. Na presente dissertação não é importante, por exemplo, o número de turbinas que são despachadas em cada usina uma vez que, em termos médios mensais, é possível assumir que a quantidade necessária é utilizada de forma ótima (algumas máquinas poderão funcionar por apenas alguns dias dentro do mês, fazendo com que a média mensal eleve-se somente o necessário). Também não são relevantes os tempos de tomada de carga e resfriamento, pelos mesmos motivos. Desse modo, em modelos de longo prazo, em que o interesse reside sobre a capacidade de atendimento médio do sistema⁵, o preço da energia das usinas termelétricas pode ser representado pela curva com o custo variável da operação, como o da figura 2, sem precificação das restrições.

Como consequência, para modelos de longo prazo com discretização mensal representando sistemas puramente termelétricos, restam poucas restrições. Entre elas, o total das potências despachadas p_i deve ser igual à carga p_R , e cada potência p_i deve respeitar os limites operativos da respectiva usina, p_i^{Min} e p_i^{Max} (SILVA, 2012). O problema pode ser expresso pelas equações (1.1).

⁵ E na administração da energia armazenada nos reservatórios sob a incerteza das afluições, para os sistemas hidrotérmicos.

$$\min f_T = f_1(p_1) + f_2(p_2) + \dots + f_N(p_N)$$

$$S.A: \quad p_1 + p_2 + \dots + p_N = p_R \quad (1.1)$$

$$p_i^{Min} \leq p_i \leq p_i^{Max} \quad i = 1, \dots, N$$

em que f_i são as funções de custo de cada uma das usinas termelétricas. E as demais componentes, conforme parágrafo anterior. Composto deste modo, o problema pode ser resolvido por métodos de otimização por cálculo, como o dos multiplicadores de Lagrange. É esperado, contudo, que se mais restrições forem adicionadas, como as capacidades das linhas de transmissão, a resolução torne-se progressivamente mais complicada (WOOD; WOLLENBERG, 1996). Se as curvas de custo forem substituídas por um único custo variável diretamente proporcional à potência, a solução torna-se trivial, pois basta ordenar as termelétricas pelo seu preço até que a demanda esteja completa, a cada etapa (SILVA, 2012).

O sistema puramente termelétrico assim representado tem duas características interessantes: supondo-se a disponibilidade de combustível, a operação de uma usina não interfere na operação das outras, diferentemente do que acontece em uma cascata de usinas hidrelétricas (fenômeno conhecido como acoplamento espacial); assim com o consumo de combustível de uma etapa não impede a continuidade da operação em etapas posteriores, supondo-se, mais uma vez, que há combustível suficiente para o horizonte de estudo, isentando o sistema termelétrico também do acoplamento temporal (SILVA, 2012).

Diferentemente, para as hidrelétricas, o acoplamento temporal é a característica fundamental, uma vez que a água dos reservatórios utilizada em uma etapa poderá não estar disponível nas etapas seguintes, dependendo das afluições que ocorrerem durante o período de estudo. E as usinas em cascata influenciam a operação umas das outras, por meio da defluência ou retenção das águas, condenando-as à consideração obrigatória do acoplamento espacial, como se vê no item 1.2

1.2 Sistemas Hidrotérmicos

Em sistemas com participação majoritária de usinas hidrelétricas, a prioridade da operação recai sobre estas, pois a complementação termelétrica não utiliza a água das chuvas, mas algum tipo de combustível com uma despesa financeira associada. As termelétricas devem operar pelo menor tempo possível e o “combustível” mais barato da chuva deve ser usado tanto quanto se puder. No entanto, a utilização da água dos reservatórios não deve obedecer apenas às necessidades presentes, pois a consequência desta política para o futuro arrisca-se a se tornar financeiramente desastrosa: com reservatórios vazios, as termelétricas têm de ser usadas mais intensamente, aumentando excessivamente o preço da energia elétrica no restante do horizonte. Por outro lado, se a decisão da operação corrente for conservadora em demasia, poupando os reservatórios e consumindo energia termelétrica antecipadamente, o resultado pode ser o desperdício de recursos: chuvas abundantes não poderão ser armazenadas pelos reservatórios, que vertem o excesso, e os insumos termelétricos têm sido pagos e consumidos inutilmente no passado recente. Essa característica determina que a otimização de sistemas hidrotérmicos (mais intensamente para aqueles com predominância hidrelétrica) são acoplados no tempo: a operação do presente deve ser decidida sob a consideração dos prováveis efeitos sobre o futuro (SILVA, 2012; SOUZA *et al.*, 2014). O resumo deste problema pode ser interpretado por meio da figura 3. Na etapa t a decisão quanto ao uso dos reservatórios é tomada. Há duas opções no diagrama: deplecionar os reservatórios ou recuperá-los ao substituir a geração hidrelétrica pela termelétrica. Se os reservatórios são deplecionados e as condições hidrológicas futuras (etapa $t+1$) são favoráveis (“cheia”), o resultado conjunto da operação nas etapas t e $t+1$ é econômico pois a água usada em t é reposta em $t+1$. Por outro lado, se as condições futuras são ruins (“seca”), o resultado não é tão bom: o uso de termelétricas mais caras em $t+1$ é pior do que uma distribuição de termelétricas mais baratas ao longo de t e $t+1$, levando, no caso extremo, ao déficit de energia. A segunda alternativa em que mais termelétricas são usadas e as condições hidrológicas futuras são ruins (“seca”), a operação foi acertada: a preservação dos reservatórios em t evitou o uso de termelétricas ainda mais caras em $t+1$ e a operação final é equilibrada. Do contrário, se a hidrologia futura é abundante (“cheia”), o gasto com termelétricas no presente pode

ter sido inútil e levar ao vertimento de água (e, portanto, de energia barata) (SOUZA *et al.*, 2014).

Além do acoplamento temporal, sistemas hidrotérmicos também estão acoplados espacialmente. Usinas hidrelétricas são construídas em cascata nos rios e o resultado da operação de cada uma delas afeta a disponibilidade da água para aquelas à jusante. Em algumas vezes, o resultado da operação de uma usina à jusante também influencia hidráulicamente a usina à montante, uma vez que há usinas que têm seu canal de fuga afogado (o canal por onde a água deixa as máquinas é parte integrante do próximo lago, e tem seu nível influenciado por este) (NACIF, 2013).

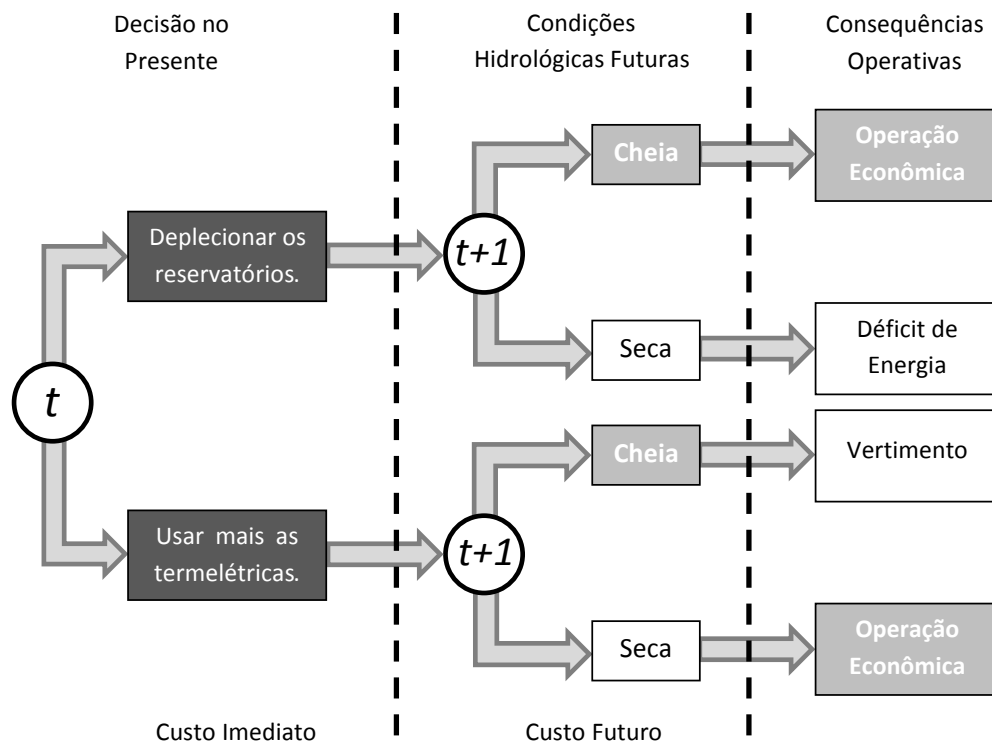


Figura 3 – Processo de Decisão para Sistemas Hidrotérmicos. Adaptado de (SILVA, 2012) e (SOUZA *et al.*, 2014).

Ou seja, a queda de água da usina à montante pode ser reduzida pelo nível do reservatório à jusante. Naturalmente, a operação das usinas à jusante também altera aquela das usinas à montante quando se pensa em termos de otimização da cascata. Reservatórios vazios geram com quedas menores e necessitam, para a mesma produção de energia, de mais água. Assim, com níveis menores à jusante, as usinas mais acima no curso do rio precisam defluir mais água para que a produ-

ção daquelas mais abaixo se mantenha. Todo esse conjunto de circunstâncias deve ser observado quando se procura pelo melhor uso dos reservatórios (NACIF, 2013).

Esse uso pode ser medido pelas funções de custo presente e futuro, como sugeridas na figura 4. O eixo das abcissas representa o volume ao final do período em que a decisão é tomada. Observe-se a função de custo presente. Se a deliberação é a de economizar água e usar as termelétricas, então os dispêndios imediatos são maiores. Para encher os reservatórios, eles atingirão o máximo. Ao mesmo tempo em que a função que descreve os gastos presentes cresce, aquela que retrata os custos futuros decresce, uma vez que os volumes dos reservatórios são explorados ao longo do horizonte. Existe um ponto em que o somatório dessas funções é o mínimo, representado na figura 4 por V^* . O propósito do otimizador é encontrar esse ponto de equilíbrio (SOUZA *et al.*, 2014).

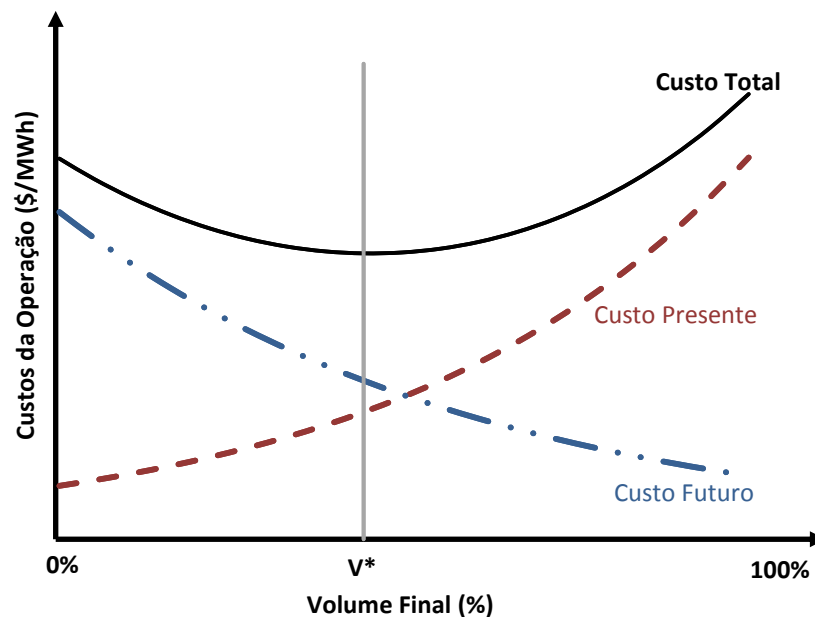


Figura 4 – Critério de Planejamento da Operação. Adaptado de (SOUZA *et al.*, 2014).

Sistemas hidrotérmicos possuem outras características que tornam sua modelagem ainda mais difícil: são sistemas essencialmente estocásticos, uma vez que as afluências às usinas são variáveis aleatórias. O principal insumo para a produção das usinas hidrelétricas depende dos regimes de precipitações, que podem ser extremamente difíceis de prever, acrescentando grandes incertezas ao processo. E dependendo da interconexão entre regiões, uma grande quantidade de usinas hidrelétricas transforma a otimização em um problema de grande porte. Regiões climáti-

cas distintas possuem regimes hidrológicos distintos, acrescentando complexidade ao sistema (FORTUNATO *et al.*, 1990).

Além desses aspectos, a otimização da operação de um sistema hidrotérmico é tipicamente não-linear, o que complica um pouco mais sua modelagem.

1.2.1 Não-linearidade das Usinas Hidrelétricas

A produção de energia de uma usina hidrelétrica é função direta da queda de água e, portanto, do nível do reservatório, que é tipicamente aproximado por polinômios de ordem variada, relacionando o volume ao nível, como representado na equação (1.2) (SOUZA *et al.*, 2014).

$$cota = a_1 + a_2 vol + a_3 vol^2 + a_4 vol^3 + a_5 vol^4 \quad (1.2)$$

Em que *vol* representa o volume em hm³ e a_1, a_2, \dots, a_n são coeficientes do polinômio. O mesmo vale para o nível de jusante, vinculado à vazão defluente (total de água que segue o curso do rio depois da operação da usina hidrelétrica). O total de água vertida (não aproveitada, pois o reservatório está cheio) e/ou turbinada (que moveu as turbinas para produção de energia elétrica) pela usina eleva o nível de jusante por uma aproximação polinomial semelhante à da equação (1.2). O cálculo da queda de água torna-se uma função não-linear dos níveis de montante e jusante (com exceção para turbinas do tipo Pelton, em que a vazão defluente não influencia a queda). Há ainda uma terceira não-linearidade associada à perda de carga. A perda de energia cinética causada pelo atrito da passagem da água em seu caminho é também não-linear e muitas vezes representada como função do quadrado da vazão turbinada. Desse modo, a linearização da função da queda requer diversas simplificações (FORTUNATO *et al.*, 1990; SILVA, 2012).

Outra componente da função de produção que não é linear tem origem no cálculo do rendimento (*efficiency*). A relação entre vazão turbinada, queda líquida (queda de água disponível depois de descontada a perda de carga) e rendimento é uma função normalmente chamada de curva colina (*hill curve*), que recebe esse nome em função de sua aparência, como no exemplo da figura 5. A curva colina

também pode ser representada por um diagrama (*hill diagram*) como o da figura 6. Neste exemplo, de uma máquina diferente daquela da figura 5 (FINARDI; SILVA; SAGASTIZÁBAL, 2005; NACIF, 2013).

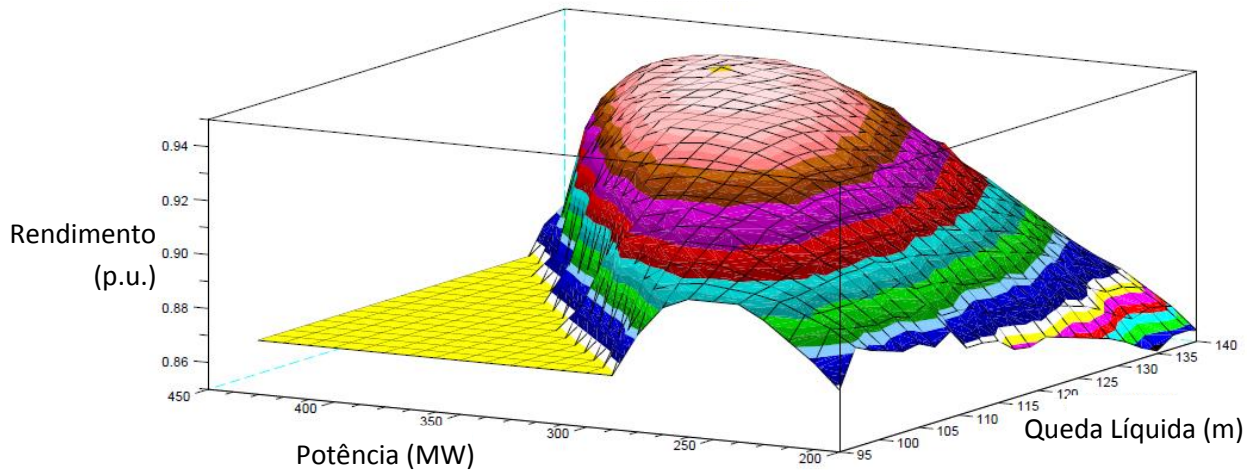


Figura 5 – Curva Colina de uma turbina de Foz do Areia (NACIF, 2013).

Em razão da vazão turbinada e da queda líquida, encontra-se o rendimento obtido no diagrama e que correspondem a certas faixas de potência (linhas azuis). As relações são visivelmente não lineares. Naturalmente, a interpolação entre os pontos das curvas tem também natureza não-linear. No mesmo artigo do qual o diagrama da figura 6 foi extraído (FINARDI; SILVA; SAGASTIZÁBAL, 2005), tem-se o exemplo da interpolação na equação (1.3).

$$\eta = \rho_0 + \rho_1 q + \rho_2 h_l + \rho_3 h_l q + \rho_4 q^2 + \rho_5 h_l^2 \quad (1.3)$$

Em que ρ_0, \dots, ρ_5 são coeficientes, h_l é a queda líquida em metros e q é a vazão em m^3/s .

As usinas eólicas e solares não foram mencionadas na composição dos sistemas elétricos deste item devido às suas características típicas: não há armazenamento de energia nem controle da produção. São usinas que produzem o que é possível (LAGE; PROCESSI, 2013). Desse modo, no horizonte de longo prazo (anos), com etapas mensais, essas plantas não ajudam a complementar a produção sob demanda e não oferecem alternativas ao otimizador. Sua produção, no entanto, deve ser levada em conta em sistemas reais. Sua influência dá-se reduzindo a carga

que deve ser atendida pelo sistema hidrotérmico, adicionando a dificuldade que reside sobre as previsões da incidência do vento e da insolação, bastante incertas, tornando mais complexos os cenários possíveis de carga. Na operação em tempo real, porém, a influência dessas fontes é mais intensa e significativa (XIE, 2010), pois as variações instantâneas de seus insumos são absorvidas pela geração (ou recolhimento de geração) das demais fontes, especialmente das hidrelétricas e sua reserva de carga.

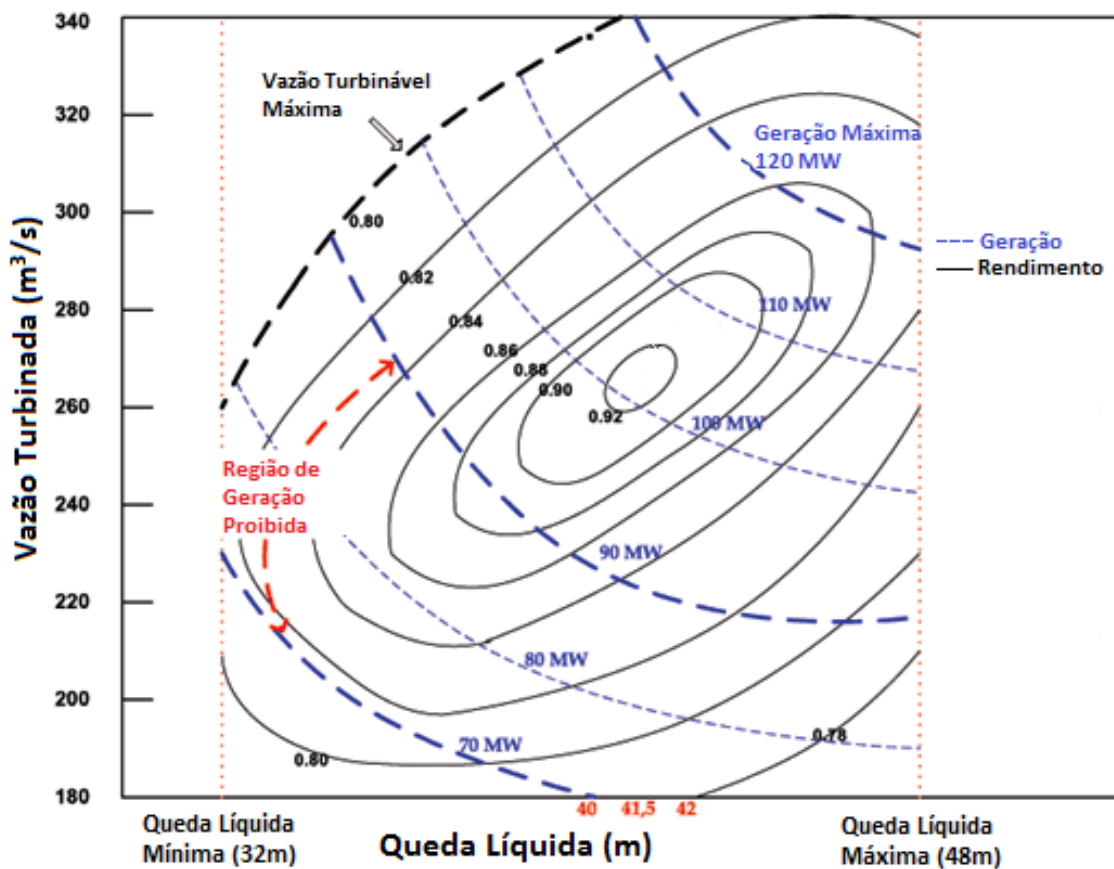


Figura 6 – Diagrama sobre uma curva colina de um conjunto turbina-gerador. Adaptado de (FINARDI; SILVA; SAGASTIZÁBAL, 2005).

A operação de sistemas hidrotérmicos não é, portanto, tarefa simples e requer a consideração de diversos fatores e limitações para que sua solução seja adequada. Um sistema tipicamente hidrotérmico, em que há predominância de hidrelétricas e complementação térmica, é o sistema brasileiro, também chamado de sistema interligado nacional – *SIN*.

1.3 O Sistema Brasileiro

A energia elétrica no Brasil é produzida por um amplo número de usinas movidas por diferentes tipos de fonte primária. A maior parte da potência elétrica está nas hidrelétricas de grande porte com cerca de 61,7% da potência instalada total (além dos 3,5% daquelas classificadas como pequenas centrais hidrelétricas – as PCHs), e nas termelétricas, com 30% (incluindo os 1,4% de nucleares). Quanto às eólicas, sua participação está crescendo e alcançou 4,7% do total. Esses percentuais podem ser observados na figura 7. Tanto nos dados já descritos quanto nos gráficos, foram excluídos dois tipos de usinas com participação percentual combinada menor do que 0,5%: as mini centrais hidrelétricas, também chamadas de CGHs, e as fotovoltaicas. O gráfico do centro trata da composição das fontes em sua participação percentual atual, excluindo-se os dados mencionados acima, enquanto o gráfico da direita inclui também a expansão outorgada, parte já em construção (ANEEL, 2015). Não estão incluídas na expansão eventuais projeções de planejamento.

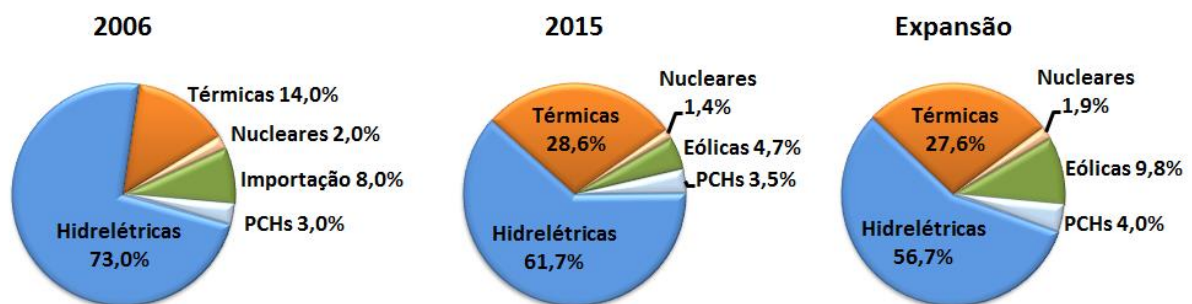


Figura 7 – Participação percentual das diversas fontes primárias na potência elétrica, em 2006, 2015 e incluindo a expansão outorgada. Adaptado de (PDDE, 2006) e (ANEEL, 2015).

As instalações estão distribuídas em todas as regiões do país. A tabela 1 traz a distribuição pelas regiões da potência instalada total de toda a matriz de energia elétrica do sistema brasileiro. E estas regiões estão interligadas por extensas linhas de transmissão, conectando suas capacidades produtivas e, ao mesmo tempo, suas demandas por eletricidade (ANEEL, 2015).

Tabela 1 – Distribuição da potência instalada do sistema interligado pelas regiões do Brasil (ANEEL, 2015).

| Região | Percentual de Potência Instalada |
|---------------|---|
| Norte | 14,50% |
| Nordeste | 19,10% |
| Centro Oeste | 9,10% |
| Sudeste | 35,70% |
| Sul | 21,60% |

A apresentação desses números é muito comum na literatura científica voltada ao setor elétrico brasileiro e tem a intenção de destacar a predominância da produção hidrelétrica. Por se tratar de geradoras de eletricidade que utilizam o “combustível” mais barato, a água dos rios, as hidrelétricas tem sua produção priorizada em relação a fontes mais caras como termelétricas a gás ou carvão. Assim, a energia elétrica proveniente dessas instalações é ainda maior do que sua potência poderia indicar. Por exemplo, nos anos de 2010 a 2011, a produção das usinas hidrelétricas foi responsável por cerca de 80% da energia elétrica produzida no Brasil (The World Bank, 2015). Na figura 8, pode-se comparar o mesmo percentual entre muitos países nos anos de 2005 a 2009⁶ (neste período, a geração hidroelétrica média no Brasil foi de cerca de 83%). Como referência, tome-se o Paraguai, no topo da escala, com 100% de sua geração proveniente da usina Itaipu Binacional. Próximos deste patamar estão a Noruega, alguns países africanos, além de pequenos países na Europa e na Ásia.

Como a maior parte da capacidade produtiva corresponde às hidrelétricas, e seu “combustível” é a água dos rios, a operação eficiente desta fonte de energia é a principal prioridade. É fundamental que os reservatórios sejam operados da forma mais econômica possível, de modo a reduzir o uso de termelétricas.

Muitas incertezas tornam a decisão sobre o nível de geração hidrelétrica bastante complicada. A mais importante diz respeito à previsão das chuvas e das

⁶ Na data da consulta desta referência, a opção “2010-2014” apresentava dados até 2011, razão pela qual adotou-se o período de 2005 a 2009, com dados completos para os países indicados.

afluências, que tem pouca precisão para períodos maiores do que horas ou dias. Tal dificuldade leva ao conhecido dilema do operador: se a operação é por demais conservadora no presente e o futuro revelar-se bastante chuvoso, água é desperdiçada e usinas termelétricas (que precisam pagar pelo combustível) podem ter sido usadas inutilmente; do contrário, se a operação presente for muito otimista (e barata, por consequência), e os meses posteriores mostrarem-se muito mais secos, termelétricas (mais caras do que teria sido necessário sob decisões mais arrazoadas) são ligadas, pois os reservatórios foram deplecionados demais, assim anulando o benefício do primeiro período de geração (SILVA, 2012).

Para enfrentar a imprevisibilidade dos regimes de chuva, algum tipo de abordagem estatística é sempre necessária e o objetivo da operação torna-se equilibrar o uso das águas dos reservatórios do presente até um horizonte futuro a ser determinado, sob alguma medida de risco.

No caso do Brasil, a complexidade do problema é ainda maior, pois hidrelétricas de diferentes bacias estão conectadas ao sistema, somando a imprevisibilidade de seus regimes hidrológicos, assim como sua possível complementariedade. O Sistema Interligado Nacional – SIN⁷ é um sistema de produção hidrotérmico de grandes dimensões, como pode ser observado pela extensão do sistema de transmissão representado na figura 9. Ou, de modo muito similar, como é demonstrado na interligação de bacias da figura 10 (ONS, 2015). Nesta, as linhas de transmissão estão mais simplificadas para explicitar a interconexão entre as bacias hidrográficas, representadas pelas pequenas ovas azuis. Segundo o Operador Nacional do Sistema - ONS (2015), apenas 1,7% da carga do país encontra-se fora do SIN, em pequenos sistemas isolados localizados principalmente na região amazônica.

Aproveitamentos mais recentes, como as usinas hidrelétricas de Jirau e Santo Antônio, no rio Madeira, estão sendo conectadas ao sistema, adicionando novas usinas a fio d'água, localizadas em uma nova bacia hidrográfica.

⁷ O ONS é um órgão governamental brasileiro, cujas atribuições, de acordo com sua página na *internet* são: ser responsável pela coordenação e controle da operação das instalações de geração e transmissão de energia elétrica no Sistema Interligado Nacional (SIN), sob a fiscalização e regulação da Agência Nacional de Energia Elétrica (Aneel)

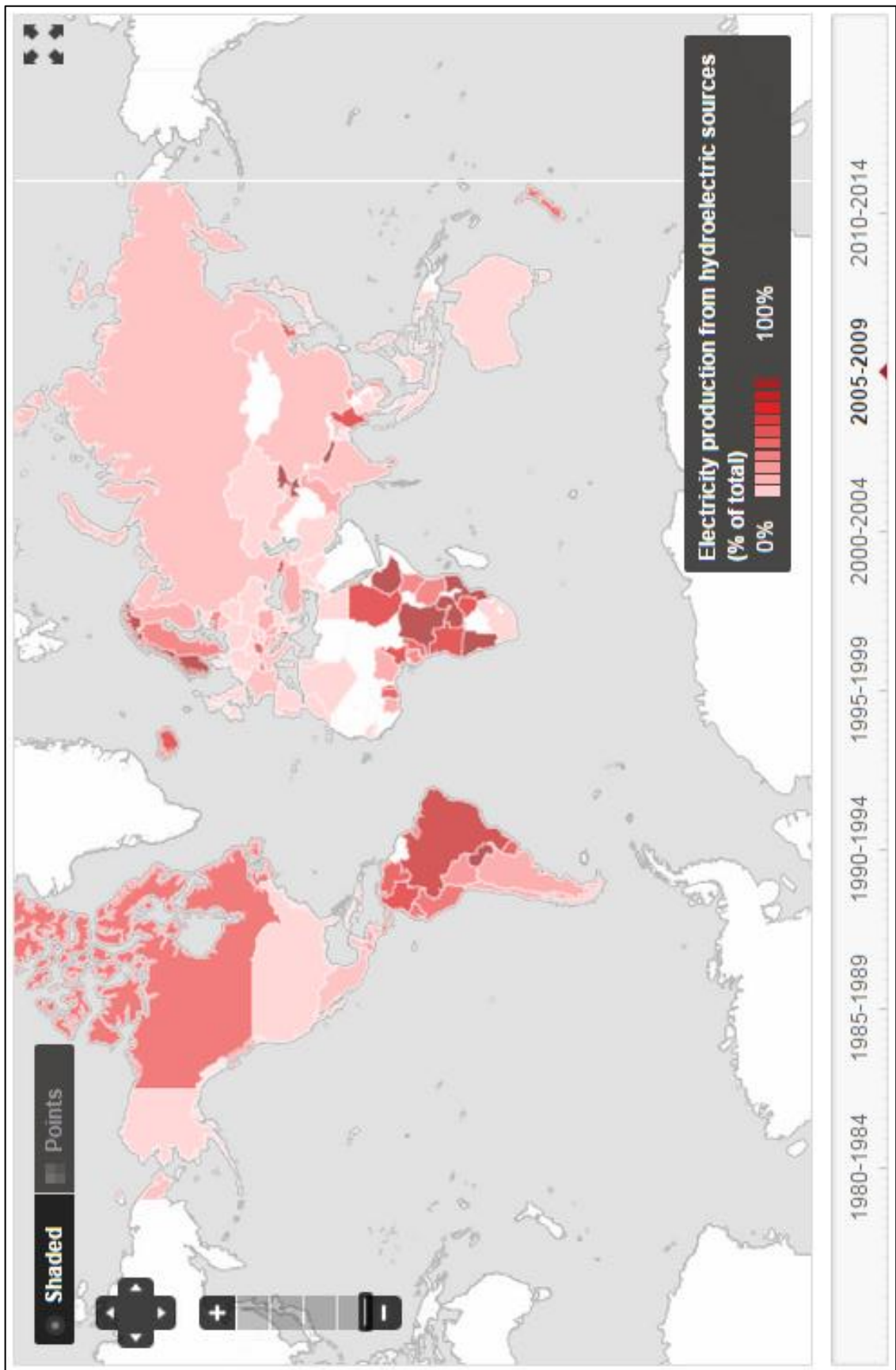


Figura 8 – Média da geração hidrelétrica no mundo para o período de 2010 a 2014 (The World Bank, 2015).

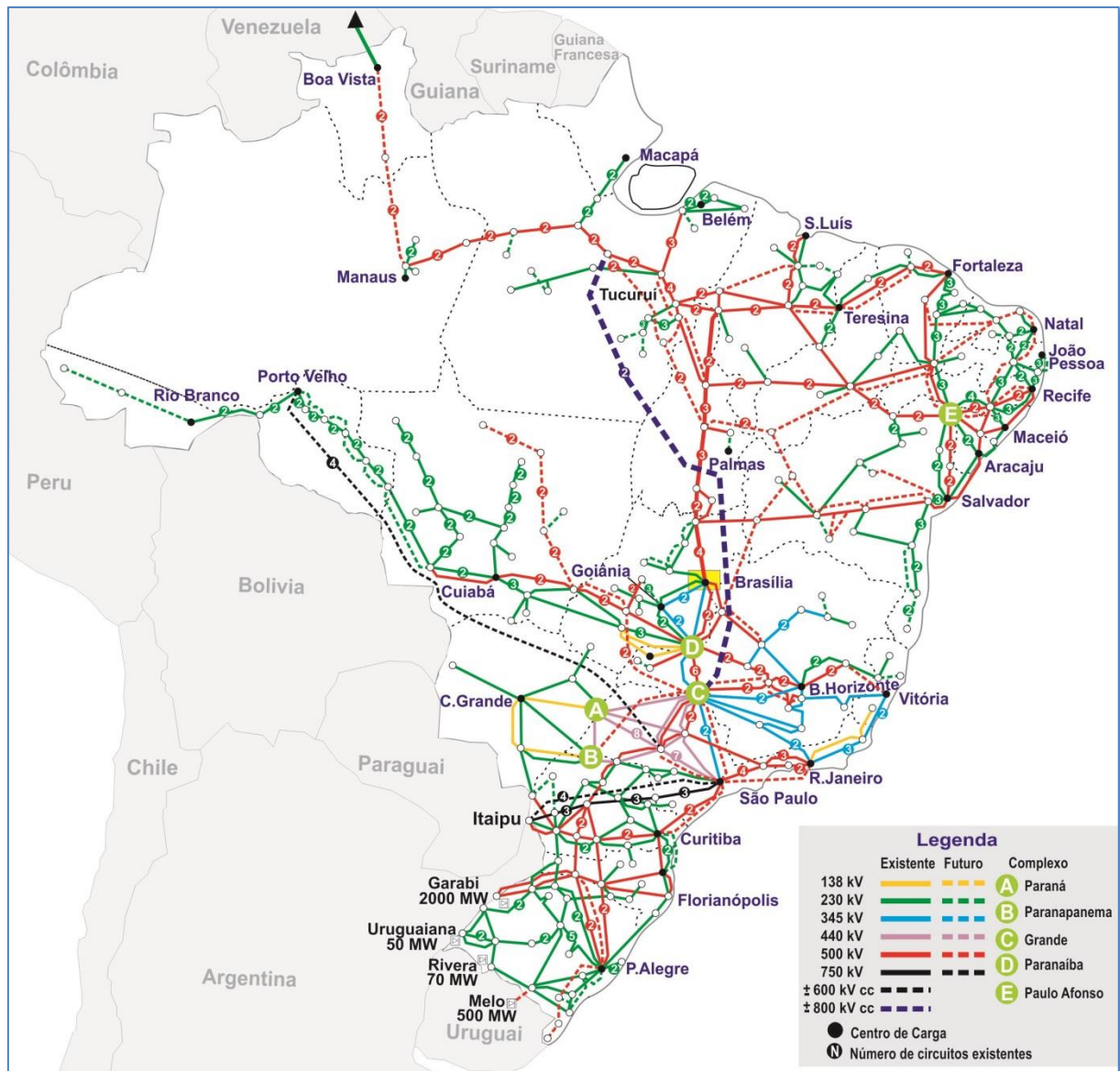


Figura 9 – Mapa do sistema de transmissão no Brasil, com interligações existentes e futuras (ONS, 2015).

Para se ter uma noção das dimensões, note-se que as linhas tracejadas indicando as novas linhas de transmissão necessárias à interligação das usinas do rio Madeira representam mais de 2000 km de extensão.

Ainda que a inclusão de novas usinas seja naturalmente desejável, a maior parte dos reservatórios que têm sido adicionados ao SIN não possui capacidade de regularização significativa, como aquelas em instalação no rio Madeira. Essas são as usinas a fio d'água: se capazes de regularizar suas vazões, não podem fazê-lo por um horizonte maior do que algumas horas ou dias. Portanto, quando o horizonte

de estudo contempla meses ou anos, e as etapas do problemas precisam ser divididas em meses, esses reservatórios são tratados como sem qualquer deplecionamento.

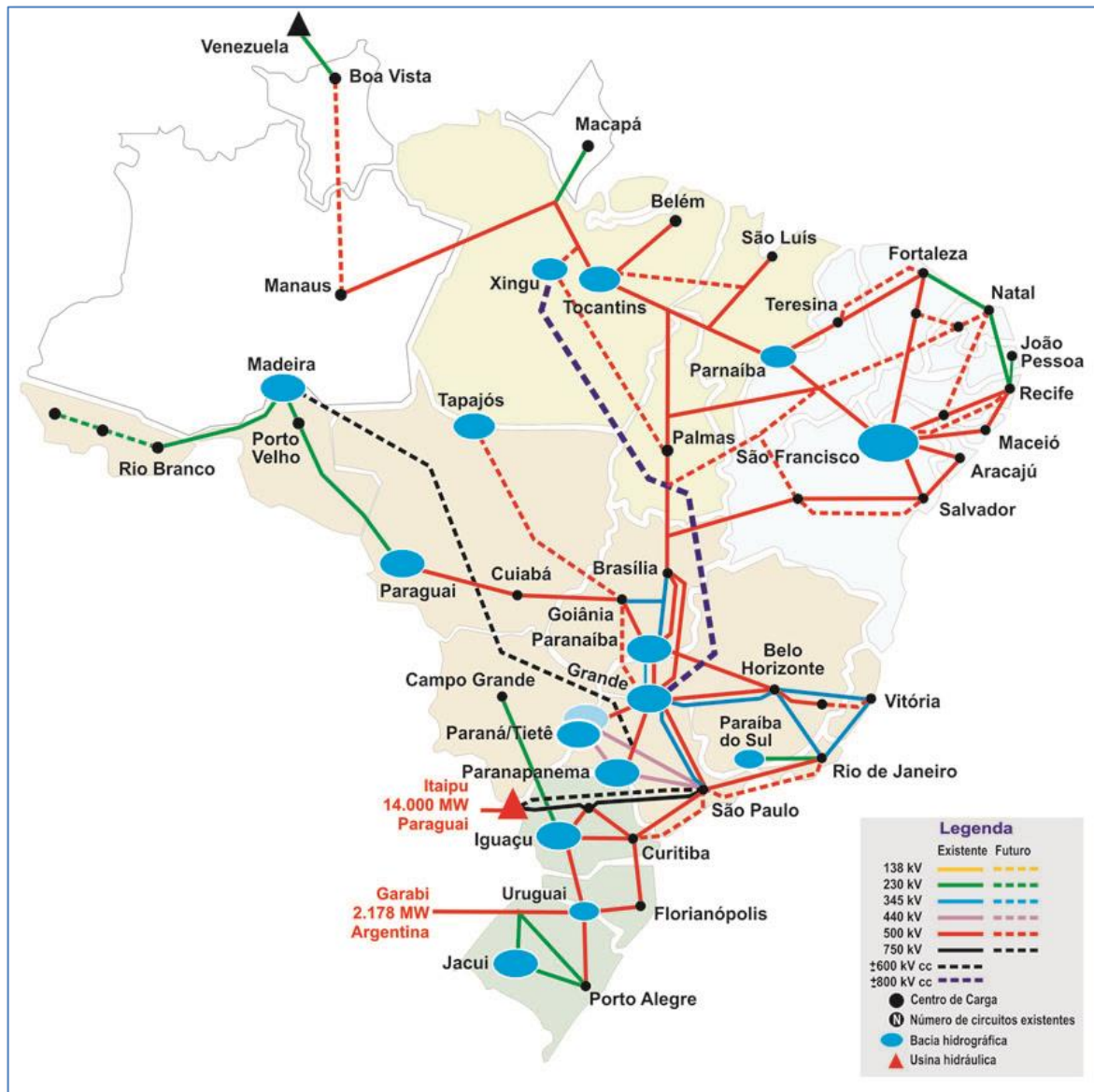


Figura 10 – Interligação eletroenergética entre bacias hidrográficas no Brasil existente e futura. Fonte: ONS, (2015).

Com a inserção desse perfil de usinas hidrelétricas, a operação do sistema interligado torna-se mais complexa, pois os mesmos reservatórios precisam suprir a demanda crescente: usinas a fio d'água não oferecem reserva contra os períodos de estiagem (FIRJAN, 2013). Some-se a esse fato à redução na participação relativa das usinas hidrelétricas de um modo geral, como se pode inferir a partir da expan-

são recente do sistema elétrico brasileiro em potência (figura 7), em que se vê a diminuição relativa de 61,7% em 2015 para 56,7% quando todas as usinas outorgadas até 2015 estiverem concluídas. A redução fica ainda mais evidente quando se compara a matriz energética de 2015 com a de 2006, na mesma figura 7.

Se os sistemas hidrotérmicos precisam planejar o uso de seus estoques de água armazenada, como são decididos os despachos de geração de cada um das usinas, seja qual for sua fonte primária? Em sistemas elétricos em que os preços são formados por leilões, compradores e vendedores fazem ofertas de compra e venda para o dia seguinte (*day-ahead markets*). O Nord Pool é um desses sistemas, que começou na Noruega e hoje inclui os demais países escandinavos e outras regiões da Europa (NORDPOOL, 2015). As ofertas de preço estabelecem quem irá produzir no dia seguinte e cada proprietário deve traçar sua estratégia: se os reservatórios estão baixos, pode ser interessante preservá-los, o que abre espaço para o aumento do valor dos lances e para o despacho de termelétricas mais caras. No Brasil, não há leilões de equilíbrio entre oferta e demanda diários. Os chamados leilões de energia nova produzem contratos de longo prazo, não diretamente vinculados à produção, mas a parâmetros indiretos, calculados por simulação (EPE, 2015; CCEE, 2015)⁸, como a Garantia Física, que representa os limites de contratação do empreendimento. Não há obrigações diretas de geração de energia, nem sequer de geração média, para as usinas contratadas nesse sistema, mas compromisso de disponibilidade operativa medida em horas e de atendimento às ordens de despacho centralizado provenientes do Operador Nacional do Sistema – o ONS. Uma certa parte da capacidade das usinas pode ser comercializada diretamente em contratos bilaterais, mas ainda sem o controle da produção. Como não existem leilões diários para determinar quem deve operar, outros meios são necessários para a obtenção das ordens de despacho que estabelecem a operação de todas as usinas do siste-

⁸ A Empresa de Pesquisa Energética EPE é um órgão governamental brasileiro e tem por finalidade, segundo sua página na *internet*: " Prestar serviços na área de estudos e pesquisas destinadas a subsidiar o planejamento do setor energético, tais como energia elétrica, petróleo e gás natural e seus derivados, carvão mineral, fontes energéticas renováveis e eficiência energética, dentre outras." Do mesmo modo, a Câmara de Comercialização de Energia Elétrica – CCEE faz parte da estrutura governamental do Brasil e é responsável pela contabilização e pela liquidação financeira no mercado de curto prazo de energia. A instituição é incumbida do cálculo e da divulgação do Preço de Liquidação das Diferenças - PLD, utilizado para valorar as operações de compra e venda de energia, segundo informações em sua página na *internet*.

ma, o que é feito por intermédio de modelos matemáticos. Assim que esses modelos são executados, os agentes sabem quem deve produzir ou não para a próxima semana, independentemente de seus contratos. Esses modelos também determinam os preços de energia conhecidos como *PLDs*, ou preços de liquidação de diferenças. Como o nome sugere, estes preços valoram as diferenças de liquidação entre produção e contratos (aqueles que não foram chamados a produzir têm seus custos de produção correntes mais caros do que os preços resultantes dos modelos uma etapa antes do *PLD*, os custos marginais da operação - *CMOs*⁹). Uma vez que a receita não está majoritariamente vinculada à geração efetiva, mas ao atendimento da legislação, há uma infinidade de regras mercadológicas, em constante mutação e ampliação, que tentam regular o funcionamento do sistema (CCEE, 2015). Para se ter uma ideia da grande quantidade de normas em elaboração ou reforma, basta acompanhar o resultado das consultas e audiências públicas da Agência Nacional de Energia Elétrica – *ANEEL*. Estratégias comerciais nesse ambiente são complicadas de se levar a cabo, mas ainda necessárias. Uma abordagem, que dá um bom panorama do funcionamento comercial do setor elétrico brasileiro, pode ser estudada em Bloot (2011).

A seguir, uma descrição sucinta do funcionamento dos referidos modelos que determinam o despacho e os preços.

1.3.1 Modelos Vigentes

Com o intuito de tentar determinar qual é a política ótima de geração proveniente das usina hidrelétricas, de modo a não desperdiçar água, deixando de usá-la, ou não guardá-la o bastante para os períodos de estiagem, quando é necessário gerar (ou gerar mais intensivamente) energia pelas usinas termelétricas, o *ONS* utiliza um conjunto de modelos computacionais desenvolvido pelo Centro de Pesquisas de Energia Elétrica – *CEPEL*, uma empresa do grupo Eletrobrás. Os dois modelos mais importantes nesse intuito são o *Newave* e o *Decomp*.

⁹ Para as termelétricas, o custo da operação sofre atualizações de acordo com o reajuste dos preços de combustível, enquanto para as hidrelétricas, ao nível dos reservatórios.

a) O modelo Newave abrange o horizonte de 5 anos, classificado como médio prazo. Esse modelo aplica a programação dinâmica. A programação dinâmica (tratada nos itens 2.4 e 3.3) é uma técnica de malha fechada, o que significa que a cada estágio (no caso do Newave, a cada mês) há uma decisão ótima (energia a gerar) para cada estado em que os reservatórios possam se encontrar naquele estágio, levando, por consequência e extensão, às decisões de geração para a complementaridade das termelétricas. É uma técnica considerada robusta, mas que sofre com a “maldição” da dimensionalidade, uma vez que o número de combinações de estados possíveis cresce exponencialmente com o número de estados, neste caso, a discretização dos reservatórios (PHOENIX, 2012). A realização da otimização do SIN com a programação dinâmica implica a otimização simultânea e o mapeamento dos estados de mais de uma centena de usinas hidrelétricas. Mesmo que haja a discretização apenas dos reservatórios com capacidade de regularização maior que a mensal, isso ainda implicaria a consideração da combinação de centenas de estados diferentes de dezenas de usinas. É um problema que pode se tornar rapidamente inviável computacionalmente. Para contornar o problema da otimização sob a programação dinâmica do ponto de vista computacional, o problema é simplificado.

A estratégia de simplificação adotada para o Newave foi proposta por Pereira e Pinto (1985) e Pereira (1989), em que se aplica a Programação Dinâmica Dual Estocástica, em inglês, *Stochastic Dual Dynamic Programming – SDDP*. A SDDP aproxima a função de custo, que relaciona o nível dos reservatórios ao custo da energia complementar, pelo cálculo de suas derivadas. A cada iteração da programação dinâmica uma nova derivada é acrescentada, sendo a fundamentação teórica desta abordagem a Decomposição de Benders. A função de custo pode então ser aproximada pelo conjunto de tangentes ou, como também são chamadas, pelos cortes de Benders. Como pode ser visto na figura 11, o número de estados necessários é significativamente reduzido. (Observação: no Newave, não se tratam de retas tangentes, mas de hiperplanos, uma vez que as vazões afluentes são também variáveis de estado).

Além da SDDP, ainda foram necessárias outras simplificações para contornar a “maldição” da dimensionalidade. A primeira consiste no uso da técnica de representação agregada.

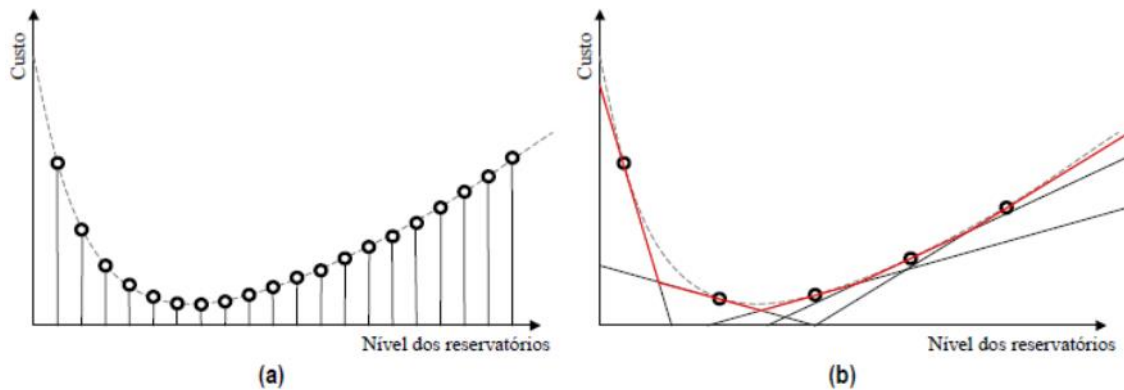


Figura 11 – Representação da função de custo através de (a) programação dinâmica; (b) programação dinâmica dual (CEPEL, 2013, V. 17.5.3).

O *S/N* é dividido em quatro subsistemas: Sudeste / Centro-Oeste, Sul, Nordeste e Norte. As usinas hidrelétricas (as termelétricas permanecem individuais) são agregadas dentro do seu subsistema, por intermédio da produtividade média, que é a medida da produção de potência (MW) para cada unidade de vazão turbinada (m^3/s). Ou seja, são considerados médios: o rendimento dos conjuntos turbina-gerador, a queda líquida (a média é definida como a queda com volume útil a 65%) e a perda de carga. São agregadas também as afluências, valoradas pelas produtividades médias e transformadas em energias afluentes. A principal inexatidão do conceito de agregação para usinas hidrelétricas consiste na suposição implícita de que todos os reservatórios operam, e são deplecionados, em paralelo (FORTUNATO *et al.*, 1990). Agregar as usinas hidrelétricas em um subsistema equivalente é uma simplificação considerável: a afluência média não irá coincidir com a afluência real para todas os postos, de modo que a decisão de operação em paralelo poderá levar as usinas com afluências acima da média a verter, e as usinas com afluências abaixo da média a deplecionar mais do que o fariam na realidade. Em alguns casos, algumas máquinas nem sequer poderiam gerar energia, uma vez que a vazão real não seria suficiente para ultrapassar o limite mínimo do equipamento específico (limitação conhecida como vazão de corte).

Outra simplificação resulta na troca dos cenários em árvore pelos cenários em pente. Na tentativa de evitar a ramificação dos cenários hidrológicos a cada estágio, o que afeta exponencialmente o espaço de estados do problema, adotou-se o cenário em pente, quando os mesmos cenários não se ramificam e seu número é o mesmo em todos os estágios. Para acrescentar valor estatístico aos cenários do tipo

penete, são aplicadas as chamadas aberturas, que são simulações Monte Carlo de possíveis sequências de cada cenário a cada estágio, como representado na figura 12 (CEPEL, 2013, V. 17.5.3).

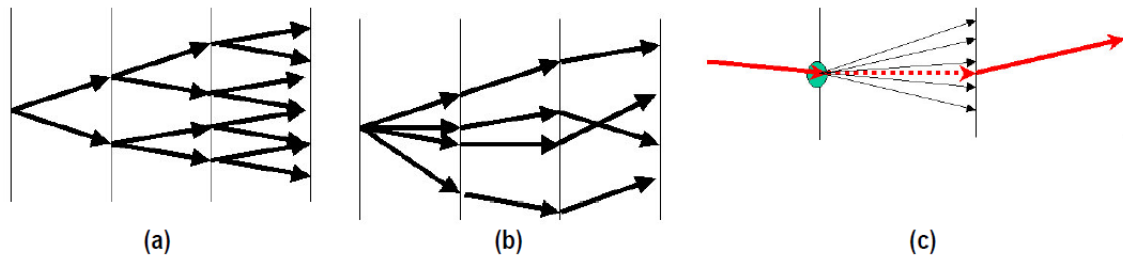


Figura 12 – a) Explosão combinatória do número de cenários possíveis (árvore); b) supressão da ramificação dos cenários através do enfoque pente; c) amostragem Monte Carlo necessária para caracterização do espaço de estados no enfoque pente (CEPEL, 2013, V. 17.5.3).

b) O modelo *Decomp* é a próxima etapa na cadeia de modelos desenvolvida pelo *CEPEL*. Seu horizonte é de apenas dois meses. Depois o segundo mês, o futuro corresponde aos resultados do modelo *Newave*. Como o horizonte é mais curto, o detalhamento é maior. No entanto, a função de custo futuro a partir do terceiro mês corresponde aos resultados produzidos pelo modelo com agregação, como já mencionado. Em termos de aflúncias, o primeiro mês é considerado determinístico, ou seja, há apenas um cenário de vazões. No segundo mês há o enfoque em árvore, o que representa um único estágio com ramificação de cenários antes do acoplamento ao *Newave*. Embora permita um maior detalhamento da operação em razão da representação individual das usinas hidrelétricas (as termelétricas já são representadas individualmente no *Newave*), como restrições operativas locais (exemplos: restrições ambientais de nível de reservatório e de vazão mínima defluente, turbinada ou não) e um maior detalhamento de características elétricas da rede, os resultados do *Decomp* ainda são dependentes da política adotada pelo *Newave*, cujas limitações não permitem os detalhamentos agora descritos (CEPEL, 2013, V.18.3).

Além de estabelecer a política operativa que serve como referência às decisões do *ONS*, esses modelos também determinam o preço a ser utilizado nas liquidações de curto prazo aplicadas, no âmbito da Câmara de Comercialização de Energia Elétrica - *CCEE*, sobre as diferenças entre contratos e geração de cada agente.

Quanto ao grau de detalhamento, esses modelos obedecem a uma lógica semelhante. Como já sugerido, o grau de detalhamento dos parâmetros das usinas depende do horizonte de estudos. Quanto maior o horizonte, mais importância se dá às incertezas hidrológicas e mais simplificada são representadas as usinas hidrelétricas. Do contrário, quanto mais próximo do presente é o horizonte, menos incerta é a previsão de vazões e, portanto, mais capacidade computacional pode ser alocada ao detalhamento das máquinas. Um esquema utilizando os modelos vigentes pode ser analisado na figura 13.

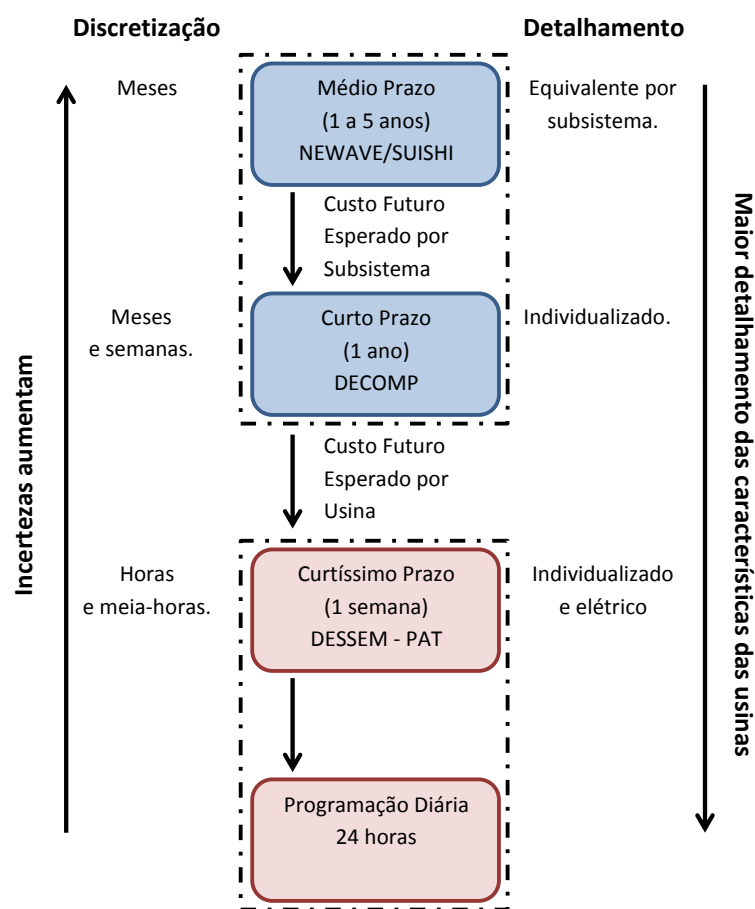


Figura 13 – Esquema de modelos utilizados pelo setor elétrico brasileiro para o planejamento da operação energética. Adaptado de Souza *et al.* (2014).

No esquema, observam-se duas setas que indicam as duas direções opostas referentes ao grau de detalhamento das incertezas sobre as afluências (seta da esquerda) e dos parâmetros individuais das usinas (seta da direita). Modelos de médio prazo, como o Newave, investem no tratamento da estocasticidade das afluências em detrimento dos parâmetros individualizados das usinas hidrelétricas, simplificados pelo procedimento de agregação das usinas. O modelo DESSEM-PAT (em

desenvolvimento pelo *CEPEL*) está do outro lado do esquema. Nele, as incertezas sobre as afluências são menores, pois o horizonte de estudo está muito mais próximo do presente (uma semana). As afluências podem ser tratadas como determinísticas (conhecidas), o que permite que todos os detalhes técnicos das usinas sejam representados individualmente.

c) O Modelo de Simulação a Usinas Individualizadas - *MSUI* funciona apenas com usinas hidrelétricas (sem termelétricas) sob parâmetros médios mensais. Desenvolvido pela Eletrobrás, o modelo segue suas próprias regras operativas e não consulta as decisões ótimas ou os custos futuros produzidos pelo Newave. Trata-se de um modelo de simulação. É utilizado para obter a Energia Firme, geração média no período crítico pré-determinado. Este é um parâmetro auxiliar, mas bastante importante, pois determina diretamente a Garantia Física das usinas hidrelétricas (em conjunto com o Newave). A Garantia Física é o número que estabelece a energia comercializável por um empreendimento no Brasil (ELETROBRÁS, 2008, V. 3.1).

Por ser um modelo de simulação, o *MSUI* é capaz de manter todas as usinas hidrelétricas individualizadas enquanto simula sua operação ao longo de toda a série histórica de vazões, usando um tempo computacional mínimo.

d) Tem-se também o Modelo de Simulação a Usinas Individualizadas para Subsistemas Hidrotérmicos Interligados - *SUISHI*. A partir das funções de custo futuro de um caso do Newave, distribui a geração entre as hidrelétricas individualizadas (e também termelétricas), verifica as restrições e refaz a otimização da operação para sistemas equivalentes com as novas restrições, mas sem alterar as funções de custo originais. Em outras palavras: desagrega a geração hidrelétrica de subsistemas agregados para usinas individuais e, caso a meta não seja possível, redistribui a geração, tendo como consequência, inclusive, o aumento no despacho termelétrico sem, no entanto, modificar a política operativa futura. É usado de modo auxiliar e não determina despachos ou preços para o sistema real. Poderá vir a incorporar a função exercida pelo *MSUI* e substituí-lo.

As escolhas adotadas na elaboração dos modelos Newave e Decomp não são as únicas possíveis. O problema do despacho hidrotérmico vem sendo resolvido com a aplicação de diversas técnicas e suas combinações. Embora muitas vezes

não sejam desenvolvidos para a solução de sistemas tão grandes quanto o *S/N*, tais modelagens visam a atender a diferentes abordagens e objetivos que não estão presentes no Newave e o Decomp.

2 TÉCNICAS DE OTIMIZAÇÃO E REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Para a otimização da operação de usinas hidrelétricas, diversas técnicas têm sido usadas dentro do âmbito da pesquisa operacional. Desde o dimensionamento de um único reservatório, até a otimização da operação de um sistema elétrico inteiro ao longo de horizontes que podem alcançar semanas, meses ou anos. Conforme a capacidade computacional avança, mais abrangentes têm sido os estudos, e mais combinações entre as técnicas vêm surgindo, de modo a mesclar suas potencialidades e contornar suas limitações. Além disso, o progresso tecnológico nos computadores permite também um incremento no grau de detalhamento na representação das características reais das máquinas e equipamentos.

O capítulo começa por apresentar de maneira sucinta as técnicas clássicas utilizadas na otimização da operação de reservatórios, como a programação linear, a não-linear e a programação dinâmica, apresentando exemplos. Cita também, brevemente, técnicas metaheurísticas na seção sobre inteligência computacional. Em seguida, enumera uma pequena amostra das pesquisas que têm sido produzidas na área dentro do Brasil, com o intuito de fornecer alguma direção sobre as linhas específicas seguidas pelas universidades brasileiras. Por fim, há alguns comentários sobre o uso de linguagens de programação vetorial.

2.1 Programação Linear

A programação linear, ou *Linear Programming - LP*, como o próprio nome leva a entender, é uma técnica de otimização para problemas que podem ser expressos por funções lineares. A função objetivo e suas restrições devem ser lineares, como mostrado nas equações (2.1) (DANTZIG; THAPA, 1997), em que os coeficientes c_1, c_2, \dots, c_n são os coeficientes de custo e x_1, x_2, \dots, x_n são as variáveis de decisão. As inequações são as restrições, e os coeficientes b_i são seus requisitos mínimos. Além dessas, ainda há as restrições de não negatividade para as variáveis de decisão.

$$\begin{aligned}
 \text{Min} \quad & c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n = z \\
 \\
 & a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \geq b_1 \\
 & a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \geq b_2 \\
 & \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \\
 & a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \geq b_m
 \end{aligned}
 \tag{2.1}$$

S.A.

A programação linear é uma ferramenta largamente utilizada nas mais variadas áreas do conhecimento e há diferentes programas de computador disponíveis para sua pronta utilização. Esta é, aliás, uma das vantagens da *LP*: a disponibilidade de muitos *softwares* para pronta implementação, alguns de baixo custo. A *LP* é capaz de resolver problemas complexos e de grandes dimensões em tempos razoáveis. Não requer soluções iniciais para começar a funcionar e converge para soluções globais¹⁰ (BAZARAA; JARVIS; SHERALI, 2010; LABADIE, 2004).

O método Simplex, desenvolvido por Dantzig, no fim da década de 1940, é robusto e eficaz. Há a alternativa do método de pontos interiores, desenvolvido por Karmarkar em meados dos anos 1980, que é particularmente atrativo para problemas de larga escala (LABADIE, 2004).

No entanto, no que concerne à operação de sistemas hidrotérmicos, a aplicação da *LP* requer a adoção de simplificações. A começar pela função de custo, que é diretamente vinculada às curvas de custo não-lineares das usinas termelétricas, como a da figura 2. Além dessa, tem-se as não-linearidades das componentes da função de produção das usinas hidrelétricas, descritas no item 1.2.1.

Apesar dessas limitações, a programação linear é utilizada em diferentes abordagens na otimização da operação de reservatórios. A *LP* pode ser aplicada diretamente, em combinação com outras técnicas ou ainda na aproximação de funções não-lineares. Nessa última, as funções não-lineares são aproximadas por partes por funções lineares, e há necessidade de que essas funções originais sejam convexas, sob pena de que o ótimo global não seja atingido (LABADIE, 2004).

¹⁰ Soluções globais são as melhores soluções possíveis para um problema. Há também soluções locais, que são as melhores na região de entorno, mas não no todo.

Modelos *LP* também são usados em conjunto com métodos em que a estocasticidade é tratada implicitamente, os métodos de Monte Carlo, para se obter regras operativas por intermédio de análises regressivas. Um desses modelos foi aplicado a um sistema de 8 reservatórios no norte de Colorado (EUA), obtendo curvas-guia a partir da análise regressiva (HIEW; LABADIE; SCOTT, 1989). Simulações confirmaram os resultados, em razão das boas correlações obtidas. Para outros sistemas, no entanto, essas correlações podem não ser alcançadas (LABADIE, 2004).

Em Yoo (2009) tem-se uma aplicação direta da *LP* para um único reservatório localizado na Coreia do Sul. A função objetivo é maximizar uma combinação linear entre o volume do reservatório e as vazões a defluir. As relações entre níveis de reservatório, vazões e quedas são linearizadas. Há uma análise de sensibilidade para o valor das constantes que representam os pesos da combinação linear. O resultado da operação para um período de 12 meses é apresentado em comparação à capacidade máxima teórica de produção.

Outra aplicação direta da programação linear está em Nikam (2015). No estudo, desenvolveu-se um modelo de otimização para fazer o melhor uso de um reservatório na Índia em conjunto com determinado escoamento subterrâneo. O problema tem múltiplos objetivos, expressos na combinação linear da função objetivo: maximizar o benefício líquido da irrigação e minimizar os custos do uso da água do reservatório e da água subterrânea. Há restrições sobre o tamanho das áreas de cultivo, a capacidade do canal, níveis do reservatório e, naturalmente, sobre o balanço hídrico. A geração de energia é, neste caso, consequência dos resultados da otimização para a irrigação e não é prioritária. A usina é pequena, da ordem de 2MW.

Embora interessante para aplicações pequenas, especialmente por empregar um função com mais de um objetivo, não há avaliações nestes artigos para possíveis implicações e erros quando da adoção de sistemas de grande porte.

A *LP* é empregada em combinação com algoritmos genéticos em Reis (REIS *et al.*, 2005). Nesse estudo, uma técnica *GA-LP* é desenvolvida e comparada com o mesmo padrão de usinas utilizadas por Pereira e Pinto (1985). A função objetivo corresponde à minimização do custo total da operação, e todas suas restrições são li-

nearizadas. À função objetivo foram incluídos parâmetros chamados *cost reduction factors* - *crf*, com a intenção de penalizar o deplecionamento no estágio corrente. Esses fatores são multiplicados por pesos que são obtidos por intermédio do uso de algoritmos genéticos. Os algoritmos genéticos são aplicados sobre o problema de otimização irrestrito. Os fatores *crf* ainda são multiplicados por uma constante g , obtida por análise de sensibilidade. A função objetivo linear é dada por:

$$\min_{\mathbf{u}_t} \mathbf{c}_t^T \cdot \mathbf{u}_t - g \cdot \mathbf{crf}_t^T \cdot \mathbf{v}_{t+1} \quad (2.2)$$

Em que \mathbf{c}_t é o vetor de custos unitários, \mathbf{u}_t é o vetor de decisões (com duas componentes: vazão turbinada e vazão vertida). Os parâmetros *crf* são multiplicados pelo volume restante ao fim do período corrente, \mathbf{v}_{t+1} . Segundo os autores, os parâmetros são úteis pois podem ser empregados na determinação das vazões de turbinamento e vertimento ótimas sem a necessidade de se fixar regras operativas *a priori*, em resposta às predições de afluências futuras. Os resultados encontrados são muito semelhantes àqueles encontrados por Pereira e Pinto (1985), com o uso da programação dinâmica dual estocástica - *Stochastic Dual Dynamic Programming (SDDP)*.

A propósito, a própria *SDDP* utiliza-se da *LP*, uma vez que a otimização dentro de cada etapa, depois da obtenção dos cortes de Benders, é feita utilizando-se esta técnica.

Em resumo, a programação linear tem sido aplicada a pequenos sistemas, em combinação com técnicas metaheurísticas, ou como ferramenta auxiliar em abordagens como a da *SDDP*. No entanto, as metaheurísticas estão fora do escopo desta pesquisa. Também não são elaboradas implementações como a da *SDDP*, baseadas em agregação, pois uma das premissas deste estudo é manter as usinas hidrelétricas individualizadas. Acrescente-se que este trabalho não pretendeu esgotar a pesquisa a respeito dos usos recentes da *LP*. E nada impede, não obstante, que, sendo toleradas as imprecisões devidas às linearizações, um sistema elétrico de grande porte seja todo modelado em programação linear, sabendo-se que o ótimo global pode não ser encontrado para o problema original.

2.2 Programação Não-Linear

Para a aplicação da programação linear, todas as funções envolvidas devem ser lineares ou linearizadas. Há problemas em que a linearização pode levar a resultados com precisão insatisfatória (de acordo com os parâmetros iniciais do problema). Uma abordagem possível é a aplicação direta de técnicas de otimização não linear (*Non-linear programming NLP*). Labadie (2004) apresenta uma lista das técnicas geralmente consideradas as mais poderosas e robustas. São elas:

- Programação linear sucessiva (ou sequencial) – *SLP*;
- Programação quadrática sucessiva (ou sequencial) – *SQP* (ou método do Lagrangeano projetado);
- Método do Lagrangeano aumentado (ou método dos multiplicadores) – *MOM*;
- Método do gradiente reduzido generalizado – *GRG*.

Labadie (2004) cita os estudos de Yeh (1985) e Grygier e Stedinger (1985) que compararam os dois primeiros e o último tipo de algoritmos e concluíram que o melhor desempenho provém da *SLP*, embora não haja garantia de convergência. O apelo dessa técnica reside na linearização das funções não-lineares utilizando-se os dois primeiros termos de uma expansão de Taylor. Há sucessivas linearizações, tomando-se como base os resultados do problema linearizado anterior, com limites reduzidos a cada passo.

Também em Labadie (2004), encontram-se outras análises comparativas. Uma comparação entre o *SQP* e o *GRG* revelou que o método do gradiente reduzido generalizado converge mais rapidamente que o *SQP*, mas com menor precisão (ARNOLD; TATJEWSKI; WOLOCHOWICZ, 1994). Outra comparação, agora entre *SQP* e *SLP*, demonstrou que, embora a *SQP* produza resultados mais precisos, o custo computacional impede o uso dessa técnica para horizontes mais longos (BARROS *et al.*, 2003).

Em todas essas técnicas a estocasticidade é implícita, ou seja, a otimização é determinística sobre uma única série temporal longa ou sobre várias pequenas séries igualmente prováveis. Quando a estocasticidade é explícita, não se presume o conhecimento do futuro para cada série. Do contrário, há probabilidades de distribuição das afluências (e outras variáveis estocásticas). As aplicações com estocasticidade explícita (*Explicit Stochastic Optimization – ESO*) em *NLP* são raras devido ao alto custo computacional (LABADIE, 2004).

Segundo Yeh (1985), as técnicas *NLP* empregam matemática mais complicada (especialmente em relação à *LP*) e é mais difícil adaptar a natureza estocástica das afluências a um problema *NLP*, diferentemente do que acontece com a programação dinâmica.

Além dessas características, a *NLP* é uma família de técnicas *open loop* pois apresenta apenas a solução ótima e os estados ótimos atingidos em cada estágio. Não há política alternativa. Também tem requisitos matemáticos, como a diferenciabilidade das funções. E, dependendo do problema e de sua abordagem, pode não garantir o ótimo global, em razão da falta de convexidade¹¹.

Apesar das dificuldades em ser aplicada a problemas de gerenciamento de recursos hídricos, a *NLP* tem sido desenvolvida como alternativa à programação dinâmica, para contornar as dificuldades da *DP* em relação às dimensões de sistemas com múltiplos reservatórios. Exemplos de pesquisas mais recentes da *NLP* podem ser vistos no item 2.5.

2.3 Inteligência Computacional

Moreno (2012) cita Bonissone et al. (1999) para descrever a definição de Inteligência Computacional - *IC*. Segundo o autor, a *IC* é aplicada quando se quer: “denominar sistemas que exploram a tolerância à imprecisão, incerteza e a verdade

¹¹ Dito de maneira simples, convexidade é a propriedade que permite ao otimizador saber que, tomando a direção de mínimo ou de máximo (a depender do objetivo de minimizar ou maximizar) o mecanismo de busca encontrará o ótimo global.

parcial, além de aproximações para obter soluções robustas a baixo custo e condizentes com a realidade.”

O autor também cita Viot (2010) para separar a Inteligência Computacional em heurísticas e metaheurísticas. As técnicas heurísticas são específicas de um problema, procuram por soluções suficientes a baixo custo computacional, e não garantem a otimalidade. Labadie (2004) afirma que a maioria dos algoritmos não garante sequer o ótimo local, embora possam com frequência atingir ótimos globais em que outros métodos tradicionais falham. As metaheurísticas, segundo Viot (2010), classificam os métodos capazes de solucionar vários tipos problemas e possuem mecanismos internos que evitam os ótimos locais.

As técnicas de IC têm sido pesquisadas como alternativa de melhor desempenho computacional em relação às técnicas mais tradicionais, como as de programação linear, as de programação não-linear e às variações da programação dinâmica.

A IC não é objeto de estudo desta pesquisa, mas, para referência, algumas de suas ramificações são listadas abaixo:

- Algoritmos Genéticos – *Genetic Algorithms (GA)*.
- Colônia de Formigas – *Ant Colony Optimization (ACO)*.
- Recozimento Simulado – *Simulated Annealing (SA)*.
- Enxame de Partículas – *Particle Swarm Optimization (PSO)*.
- Pesquisa Tabu – *Tabu Search*.
- Colônia de Abelhas - *Artificial Bee Colony (ABC)*.

Um exemplo de pesquisa recente estudou a operação ótima de reservatórios sob dois novos algoritmos evolucionários: *imperialist competitive algorithm (ICA)* e *cuckoo optimization algorithm (COA)*. Eles foram comparados à GA e à programação não-linear em um problema teste. Depois, aplicados à operação da usina Karun 4 (HOSSEINI-MOGHARI *et al.*, 2015).

2.4 Programação Dinâmica

A programação dinâmica (ou *dynamic programming – DP*) é uma técnica para solução de processos que são divisíveis em estágios, como tipicamente ocorre com o problema da operação ótima de reservatórios. Cada estágio representa um período de tempo, desde alguns minutos até dias ou meses, em que uma decisão, como a geração de energia a produzir (e a vazão a turbinar) precisa ser determinada de maneira ótima. O método percorre cada um dos estados possíveis para cada estágio, calcula o valor de cada decisão possível, e escolhe a melhor para todos os estados, levando em conta os custos presentes e futuros. Em um primeiro momento, pode parecer uma enumeração exaustiva, mas não é. Todos os estados presentes são percorridos no estágio presente, mas não nos futuros, uma vez que as melhores decisões futuras já foram calculadas em iterações anteriores (o funcionamento da programação dinâmica é explicado em detalhes no capítulo 3.3). Essa é a principal característica da *DP*: cada estágio é um subproblema. Como a *DP* calcula o valor de cada decisão para cada estado e determina a melhor decisão por comparação, dificuldades como a não-convexidade, não-linearidades e eventuais descontinuidades das funções envolvidas são contornadas (LABADIE, 2004; LOUCKS; BEEK, 2005; BERTSEKAS, 2005). Aliás, a adaptação das não-linearidades e da estocasticidade típicas da operação ótima de reservatórios é a principal razão para a popularidade e o sucesso do uso dessa técnica nesse tipo de problema, segundo Yeh (1985).

Uma consequência importante da programação dinâmica é o resultado final de sua otimização para todos os estados, o que faz dessa técnica um método de controle adaptativo (*adaptive control*), ou de *closed-loop* (esses termos provêm da teoria de controle). Se o controle adaptativo é um resultado da otimização, todos os estados de todos os estágios têm registrados na compilação final suas decisões ótimas respectivas. Isso significa que se por alguma razão a trajetória ótima não puder ser seguida, o estado não-ótimo alcançado conhece, a partir daquele estágio, qual a nova decisão ótima possível, de modo que, daquele estágio em diante, a melhor trajetória seja traçada. Note-se que não se trata de retomar a trajetória anterior, mas de, dado um novo estado inicial, fazer as melhores escolhas daquele momento até final do horizonte. Os métodos que empregam *LP* e *NLP* são tipicamente do tipo *open-loop* (BESSA, 1998).

A solução da programação dinâmica passa pelo uso de uma função recursiva, calculada a cada estágio. Essa função $F_t(s_t)$ produz o mínimo custo acumulado até o último período T para cada um dos armazenamentos do vetor s_t dentre todas as decisões de turbinamento do vetor x_t . As etapas são otimizadas do último estágio $t = T$ até o primeiro (nessa direção, geralmente). A função recursiva pode ser descrita como (adaptado de Labadie (2004)):

$$F_t(s_t) = \min_{x_t}(\text{ou } \max) [\alpha_t f_t(s_t, x_t) + F_{t+1}(s_{t+1})] \quad (2.3)$$

Em que: α_t é um fator de desconto e $F_{t+1}(s_{t+1})$ é o valor ótimo da função para o estágio seguinte (que acumula, por extensão, os ótimos dos estágios futuros).

Esta é a programação dinâmica determinística, em que há o conhecimento sobre o futuro de cada uma das séries hidrológicas. Na programação dinâmica determinística o estado ao final da etapa é totalmente determinado pelo estado no início da etapa e pela decisão tomada ao longo da etapa presente. Em outras palavras, sabendo-se em que nível de armazenamento o estado se encontra e, para esse estado, que vazão é turbinada, sabe-se, por consequência, qual é o nível de armazenamento ao fim do estágio.

Para programação dinâmica estocástica, *stochastic dynamic programming*, *SDP*, o estado ao final da etapa não é totalmente determinado pelo estado ao início da mesma etapa e pela decisão tomada. Há uma distribuição de probabilidades de que cada estado final seja atingido para cada combinação de estado inicial e decisão possível. Note-se, porém, que a distribuição de probabilidade, por sua vez, é determinada completamente pelo estado inicial e pela decisão particular em análise (HILLIER; LIEBERMAN, 2013).

Na abordagem estocástica, o conhecimento sobre o futuro hidrológico é probabilístico e a equação (2.3) é adaptada para a minimizar ou maximizar um valor esperado.

O obstáculo preponderante à aplicação da *DP* é uma segunda consequência do controle adaptativo. Por avaliar todos os estados em um estágio, o tamanho da avaliação cresce exponencialmente com o número de variáveis de estado. Se as

variáveis de estado n são discretizadas em m intervalos, cada nova variável de estado incrementa o número de combinações possíveis em m^n vezes. Por exemplo, tomando o reservatório como variável de estado discretizado em 10 intervalos, tem-se 10 avaliações de estado possíveis. Quando um novo reservatório é adicionado ao problema, passa-se a trabalhar com 10^2 combinações, ou 100 possibilidades (LOUCKS; BEEK, 2005).

Varrendo todos os estados possíveis em cada estágio, o procedimento atinge o ótimo global. Porém, como visto, as dimensões do problema crescem exponencialmente com o aumento no número de variáveis de estado (reservatórios, no caso da operação de usinas). Algumas alternativas têm sido usadas na intenção de reduzir a assim chamada “maldição” da dimensionalidade (*curse of dimensionality*). Para a programação dinâmica determinística, algumas técnicas são:

- Discretização em intervalos maiores combinada a técnicas de interpolação;
- Programação Dinâmica por Aproximações Sucessivas (*dynamic programming successive approximations - DPSA*).
- Programação Dinâmica Incremental (*incremental dynamic programming – IDP*) ou Discreta Diferencial (*discrete differential dynamic programming – DDDP*).

O uso de intervalos de discretização maiores tem a intenção de reduzir o número de estados. Mas para que se obtenha uma solução ótima mais próxima do real, interpolações são aplicadas para avaliar os espaços dentro dos intervalos mais espaçados. Técnicas de interpolação mais sofisticadas tem sido estudadas, mas, segundo Labadie, o uso desse método consegue apenas aliviar o problema.

Com aproximações sucessivas, todas as variáveis de estado são mantidas constantes, enquanto uma delas é otimizada. Isso equivale a reduzir o problema a diversos subproblemas de uma variável. Para a operação de reservatórios hidrelétricos, tal abordagem equivale à solução de um reservatório por vez. Em seguida, a operação de algum outro reservatório é otimizada, enquanto o restante não se altera. O processo é repetido até que se atinja o critério de convergência. Para proble-

mas convexos, o método tem garantia de convergência para o ótimo global, mas para problemas não convexos não há certeza de convergência sequer para ótimos locais. E o despacho econômico de sistemas hidrotérmicos não é convexo¹². Além disso, tanto essa técnica quanto a programação dinâmica incremental são bem adaptadas à programação dinâmica determinística, em que se conhece o futuro de cada uma das séries, mas não à estocástica (LABADIE, 2004; LOUCKS; BEEK, 2005).

Ji et al. (2015) propuseram uma alternativa ao método *DPSA*, chamada de *MNDP* (*multilayer nested multidimensional dynamic programming*). O método propõe-se a reduzir o total de memória computacional envolvida, mas aumenta o tempo de processamento necessário. No estudo de caso apresentado, os resultados operacionais são melhores do que aqueles obtidos pela *DPSA*. Segundo os autores, o incremento no tempo computacional pode ser reduzido pelo uso de computação paralela.

A *DDDP* parte de uma solução inicial, e depois busca uma solução melhor dentro de um corredor que limita os estados possíveis. Uma das abordagens na definição dos corredores é começar com intervalos maiores que são reduzidos progressivamente. Esse procedimento reduz o esforço computacional, mas pode conduzir a mínimos locais (SOUZA *et al.*, 2014; NANDALAL; BOGARDI, 2007).

Esses métodos são bastante adequados à *DDP*, mas as tentativas de aplicação desses à *SPD* não tem se mostrado bem sucedidos (LABADIE, 2004). Algumas tratativas ao problema da dimensionalidade sob a *SPD* são listadas a seguir:

Castelletti et al. (2007) aplicaram a programação dinâmica neural, *neurodynamic programming NDP* em comparação à *SDP*. No estudo de caso, o problema resolvido por *SDP* é usado para treinar a rede neural artificial, *artificial neural networks ANNs*, como aproximação da função recursiva. Os resultados mostram que a *NDC* reduziu bastante o tempo computacional, mantendo a precisão. A um custo total aproximadamente igual, o tempo consumido pela modelagem *NDC* foi em torno

¹² Tome-se como exemplo uma função de duas dimensões. Se é possível inserir totalmente um segmento de reta, em todo e qualquer ângulo ou posição, dentro da área delimitada pela função sem excluir nenhum ponto do segmento, a função é dita convexa (HILLIER; LIEBERMAN, 2013).

de 3 vezes menor em comparação à *SDP*. Esta abordagem é bastante promissora, pois além da redução no tempo total, também há diminuição expressiva na memória total necessária. Esta dissertação não abrangeu em sua pesquisa as redes neurais. No entanto, a *NDC* é sugerida para trabalhos futuros.

Cervellera et al. (2006) também aproximaram *SDP* com o uso de redes neurais. A função objetivo é diferente do estudo de Castelletti et al. Naquele, havia multi-objetivos e seus pesos. No estudo de Cervellera et al., o objetivo é determinar os turbinamentos de modo a minimizar o custo associado aos níveis meta dos reservatórios. Eles também estudaram diferentes técnicas de discretização: *orthogonal array (OA) of strength two*, *OA-based Latin hypercubes (OA-LH)*, *low-discrepancy Sobol sequences* e *low-discrepancy Niederreiter-Xing (NX) sequences*. Os autores conseguem igualmente tratar de problemas que não seriam possíveis com a *SDP* aplicada diretamente e sugerem a continuidade do estudo das técnicas de discretização.

Kim et al. (2007) desenvolveram um modelo com múltiplos objetivos para a operação de dois reservatórios na Coreia do Sul. Os 3 objetivos são: a) minimizar secas à jusante dos dois reservatórios em cascata (as vazões defluentes servirão para o abastecimento de água a indústrias, municípios e à irrigação) b) minimizar as distâncias a níveis metas pré-estabelecidos e c) produzir energia. Os pesos para os objetivos foram determinados a partir de a) modelo de programação dinâmica determinística, b) experiência dos operadores e c) preço de energia (aparentemente, não volátil). De todos, o primeiro é prioritário.

Os autores empregam a técnica conhecida como programação dinâmica estocástica por amostras (*sampling stochastic dynamic programming – SSDP*), desenvolvida em um artigo de Kelman et al. (1990). O método substitui o uso de probabilidades de distribuição pelo uso de cenários. Os autores determinam a otimização aplicando cenários baseados nas séries históricas. Depois, fazem atualizações da otimização dado os níveis atuais reais de interesse e novos cenários gerados a partir de um modelo chuva-vazão, a partir das funções de custo geradas pelos cenários históricos. Labadie faz críticas à *SSDP*, argumentando que ela falha em contornar a “maldição” da dimensionalidade, embora reduza a complexidade da modelagem. Mas os autores deste artigo não tecem comentários sobre essa avaliação. Os resul-

tados são comparados a um modelo determinístico que usa como insumo a vazões médias de longo prazo. Não há comparação com dados de operação real, pois um dos reservatórios é relativamente novo. O principal interesse do artigo reside sobre a atualização dos cenários, dadas as condições meteorológicas, e não sobre ganho de tempo computacional da *SSDP* em relação à *SDP*.

Outra tratativa possível provém da combinação de duas técnicas: a agregação de usinas em subsistemas, reduzindo assim o número de estados; e da aproximação da função de custo futuro por suas derivadas, aplicando o método conhecido como cortes de Benders. O modelo vigente utiliza-se deste expediente, como descrito no 1.3.1, assim como outros trabalhos que seguem a mesma filosofia e podem ser lidos no item 2.5 a seguir.

A agregação é eficiente na redução do número de estados, mas há um preço: todas as hidrelétricas sob um mesmo subsistema acabam por ser operadas em paralelo, sem considerar as variações hidrológicas entre elas. O interesse do presente trabalho reside sobre a otimização das usinas hidrelétricas mantidas individuais, sem agregação, em linguagem de programação vetorial. Além disso, já existem um bom número de linhas de pesquisa que mantêm essa composição de técnicas (apresentadas no item 2.5). Sem nenhum tratamento, a “maldição” da dimensionalidade, como batizada por Bellman (HILLIER; LIEBERMAN, 2013), fatalmente limitará a modelagem ora proposta. Trabalhos que se valem da *SDP* puramente são limitados a poucos reservatórios (LABADIE, 2004). Pretende-se, portanto, avaliar a evolução da dimensionalidade dentro de programas vetoriais, e não representar todo o *S/N*.

2.5 Pesquisas Relacionadas Aplicadas ao Sistema Elétrico Brasileiro

Desde a década de 1980, o sistema elétrico brasileiro tem sido progressivamente modelado seguindo a técnica desenvolvida por Pereira e Pinto (1985), a programação dinâmica dual estocástica, *SDDP*, como descrito no item 1.3.1.

Os modelos vigentes são funcionais sob diversas simplificações e têm, na prática, enfrentado problemas em suas políticas operativas aplicadas ao sistema

real. Como consequência, as universidades têm pesquisado alternativas, basicamente em duas linhas: aperfeiçoar os métodos da *SDDP* ou elaboração de novos modelos. Neste subitem, são apresentadas algumas dessas pesquisas.

Na Universidade Federal de Santa Catarina - *UFSC*, Matos (2012) propôs novas técnicas para melhorar a *SDDP*. Os objetivos listados são: analisar técnicas de amostragem alternativas ao método de Monte Carlo; avaliar a qualidade da política de operação; melhorar o desempenho da *SDDP* por meio de estratégias de como percorrer os cenários ao longo do processo iterativo e selecionar cortes de Benders;

O *PEN*, Planejamento Anual da Operação Energética, é um estudo produzido pelo Operador Nacional do Sistema - *ONS* que serve de referência, em tese, para o Programa Mensal da Operação Energética – *PMO*. O *PMO* é repetido mês a mês e produz como resultados o caso base a ser encaminhado ao Decomp que, por sua vez, produzirá a política operativa semanal assim como os Custos Marginais de Operação, *CMOs*, e os Preços de Liquidação de Diferenças, *PLDs*. No entanto, os dois estudos, *PEN* e *PMO*, utilizam o Newave no mesmo horizonte, de 5 anos, sob discretização mensal. Assim, propor mudanças ao método do modelo do *PEN* equivale a mudar o método do modelo do *PMO*, o Newave.

Sobre como percorrer os cenários, Matos (2012) estudou duas estratégias: Um cenário por recursão; Incrementando cenários por recursão. Nas primeiras recursões da *SDDP*, a informação de custo futuro ainda é de baixa qualidade ou inexistente e a recursão regressiva construirá muitos cortes ao mesmo tempo, os quais podem não contribuir significativamente para a construção da função de custo futuro. A primeira estratégia consiste em percorrer um cenário por recursão. Ela foi bastante eficiente no início do processo iterativo, mas perdeu eficiência medida que a qualidade da função de custo futuro aumenta. Na segunda estratégia produziu melhores resultados, inicia-se com um cenário por recursão, mas os cenários por recursão são ampliados conforme o processo evolui.

Matos (2012) também discutiu formas de se selecionar os cortes, sendo aquela de melhor resultado a por nível de dominância: 'Na *SDDP* os cortes são uma aproximação inferior para o custo esperado de operação para os estágios futuros e os cortes dominantes são aqueles que fornecem os maiores valores para o custo

esperado futuro para uma dada decisão.’ Segundo o autor, a estratégia de incrementos de cenários por recursão aliada à técnica de redução de cortes por nível de dominância reduziu o tempo computacional em 16 vezes, sem perda da qualidade da política de operação.

Quanto aos métodos de amostragem, o autor compara outros dois métodos ao de Monte Carlo - *MC*: o Quasi Monte Carlo Aleatório - *QMCA* e *Latin Hypercube Sampling* – *LHS*. Ambos visam reduzir a variância na distribuição dos cenários gerados, sem perder o caráter aleatório. Eles são responsáveis por criar os ruídos que irão compor a árvore de cenários, que são utilizados para geração de séries sintéticas de afluições. Eles também podem ser usados no sorteio de cenários. Através da comparação da extensão do intervalo de confiança calculado para a convergência do problema, o autor aponta uma ligeira vantagem para os métodos *QMCA* e *LHS*, que convergem para intervalos de confiança um pouco menores. A qualidade da política operativa também é verificada pela observância do intervalo de confiança.

São também estudadas duas medidas de risco a serem incorporadas ao modelo: Medida Coerente de Risco (*MCR*) com *Value-at-Risk* (*VaR*) e *MCR* com Mudança na Distribuição de Probabilidade. As duas medidas produziram resultados coerentes: mais água nos reservatórios e mais despacho termelétrico como compensação, resultando em uma operação mais conservadora. O autor recomenda o segundo caso para não muitas iterações. Cabe lembrar que recentemente o Newave incorporou uma medida de risco baseada em *CVaR* (*Condiciona Value at Risk*).

Também na UFSC, em conjunto com a empresa Plan4, está em desenvolvimento o modelo *SPARHTACUS* (PLAN4, 2016). O projeto visa a incorporar em um único modelo características de médio e curto prazo, tipicamente separadas em modelos distintos, tal como se faz no setor elétrico atualmente. O modelo também procurará manter individualizadas as usinas hidrelétricas. A técnica de otimização é também a *SDDP*. O projeto está sob coordenação do prof. Erlon Cristian Finardi.

Um conjunto de pesquisadores da *PUC-Rio* e da Universidade Federal de Juiz de Fora – *UFJF* (DIAS *et al.*, 2010) aplicaram o algoritmo *Convex Hull* para calcular os hiperplanos que aproximam a função de custo futuro dentro da *SDDP*. Esse algoritmo constrói o menor número de hiperplanos necessário. Esse trabalho foi par-

te do desenvolvimento do Modelo de Despacho Hidrotérmico *MDDH*, que continua em desenvolvimento (SOUZA *et al.*, 2014).

Na Unicamp, Zambelli *et al.* (2010) propõem uma comparação entre o modelo Odin, que utiliza otimização não linear a usinas individualizadas com uma vazão determinada, e Newave em conjunto com o Suishi. Como vazão determinística, os autores escolheram a Média de Longo Termo, *MLT*. A otimização não-linear a usinas individualizadas pretende tratar com maior precisão a operação individual de cada usina, pois os polinômios que relacionam cota e volume, as curvas que caracterizam os níveis de jusante, além da curva de custo das termelétricas são representadas por funções não lineares, enquanto dentro do Newave, apesar de aplicar Programação Dinâmica, essas funções são lineares. O modelo Odin produz as decisões de acordo com a *MLT* e evita, assim, o tratamento estocástico das vazões durante a decisão. Os cenários são avaliados com a simulação.

Para um mesmo caso base, o artigo demonstra que a operação do Odin chega ao fim com mais água armazenada, mas gera mais energia com as usinas hidrelétricas e obtém um custo total da operação menor. Segundo os autores, o Odin sai-se melhor porque é capaz de otimizar melhor a operação das usinas em uma mesma cascata, além de antecipar a complementação termelétrica e, assim, evitar o despacho termelétrico ainda mais caro nos períodos secos.

Também na *UFJF*, Ramos (2011) desenvolveu um modelo a usinas individualizadas que utiliza as funções de custo futuro determinadas por um modelo de decisão estratégica, como o Newave, o *MDDH*, mencionado um pouco antes neste mesmo texto. O modelo de Ramos, Modelo Individualizado de Usinas Hidrelétricas - *MIUH*, é um otimizador não-linear, ou seja, é capaz de considerar as funções não lineares das funções de produção das usinas, das curvas cota-volume e de nível de jusante, além de considerar restrições operativas locais. O modelo também é comparado ao Suishi e obtém resultados melhores: custos operacionais menores e maiores energias armazenadas. Segundo o autor, este fato ocorre em razão das 'heurísticas operativas existentes no modelo Suishi que perseguem a operação em paralelo por faixas dos reservatórios'.

No *LACTEC*, em conjunto com a Universidade Federal do Paraná - *UFPR*, o modelo *PHOENIX* teve sua primeira fase concluída. Ele procura determinar a política ótima operativa para o horizonte de cinco anos, discretizado mensalmente, considerando as não-linearidades das funções de produção e dos polinômios representativos das cotas operativas. Diferentemente do modelo *Odin*, o *PHOENIX* é estocástico (implícito). O modelo também busca a representação elétrica do *SIN*, até o nível da linha e das barras. Por iteração, o modelo testa a política energética não-linear no módulo de fluxo de potência ótimo e verifica suas restrições. O *PHOENIX* também aplica técnicas de otimização por Inteligência Artificial para refinar a otimização não-linear. Por fim, segue-se uma nova etapa de otimização, desta vez multi-objetivo, em que se obtém não apenas uma única solução, mas uma carteira de soluções (*PHOENIX*, 2012). Na continuação da pesquisa, a otimização energética buscará a redução da discretização mensal para semanal e diária, usando técnicas de programação dinâmica estocástica ou de otimização não-linear, entre outros objetivos. Dentro do *Phoenix*, Marcilio (2014) desenvolveu um método para determinar despachos hidrotérmicos para o Sistema Interligado Nacional. O detalhamento das usinas hidrelétricas e termelétricas foi possível pela implementação de técnicas não-lineares, Lagrangeano Aumentado e Gradiente Espectral Projetado, considerando a rede elétrica representada até o nível das barras.

As linhas de pesquisa caminham na direção do maior detalhamento na otimização da operação energética do *SIN*. Nas linhas que buscam melhorar o desempenho das otimizações por *SDDP*, o objetivo final é reduzir o tempo computacional para que o número de detalhes incluídos possa aumentar. Nas modelagens que aplicam técnicas diferentes da *SDDP*, sendo a mais comum a otimização não-linear, o objetivo é construir modelos a usinas individualizadas capazes de encontrar uma política ótima que represente o *SIN* em toda a sua complexidade. Essas são pesquisas relativamente recentes para o Sistema Interligado Nacional, que estão se desenvolvendo com o aumento contínuo da capacidade computacional e a expansão do próprio *SIN*.

Neste trabalho pretende-se seguir uma linha ligeiramente diferente. Também se usará a programação dinâmica estocástica, mas não a dual. Dentro de um processo de decisão de Markov, a *SPD* fará a otimização da operação de usinas hidrelétricas, como apresentado no capítulo seguinte.

2.6 Comentários sobre Linguagens de Programação Vetorial

Linguagens de programação como Matlab[®] são do tipo interpretadas. Requerem um programa adicional capaz de interpretar o código e transcrevê-lo para que possa ser executado pelas máquinas. Linguagens compiladas, como o C++, produzem programas que são executados diretamente pelos computadores, eliminando a necessidade do programa intérprete. São, portanto, mais rápidas. Entretanto, linguagens interpretadas são mais fáceis de utilizar, corrigir e menos propensas a erros. Quando especializadas em implementações científicas, como as linguagens vetoriais, há um série de funções específicas para diversos campos, incluindo ferramentas de otimização. Além disso, são desenvolvidas por especialistas nas respectivas áreas de aplicação e por profissionais de programação. Por esses motivos, são consideradas excelentes linguagens para demonstrações e construção de protótipos (CHAPMAN, 2008).

Comparativos de performance das linguagens de programação apontam para a maior eficiência (tempo de execução) das linguagens compiladas, especialmente do C++. Um exemplo está no artigo *A Comparison of Programming Languages in Economics* (ARUOBA; VILLAVARDE, 2014). O problema escolhido para teste, segundo os próprios autores, não é o mais adequado para linguagens vetoriais. Os testes também foram executados sem que o código final fosse adaptado ao melhor desempenho de cada linguagem o que, no caso das vetoriais, levaria a um procedimento conhecido como vetorização (ver item 4.4). Neste estudo, o Matlab[®] foi cerca de 10 vezes mais lento do que o C++. Utilizando-se de recursos como *Mex File*, em que partes da programação são transferidas ao C++, a execução tornou-se 1,64 vezes mais lenta.

A intenção de aplicar uma linguagem como o Matlab[®] está na tentativa de se construir um algoritmo funcional e confiável antes de uma pesquisa voltada ao desempenho. O intuito está, portanto, em construir uma base funcional e confiável que possa mais tarde ser adaptada. Adaptações possíveis incluem a programação em paralelo com o uso de *clusters*, dentro do próprio Matlab[®], a transposição de parte do código para linguagens mais eficientes como o C++, ou ainda a aplicação e teste de outras linguagens vetoriais, especialmente as mais recentes, como a linguagem

Julia (que obteve 2,64 de tempo de execução no artigo de Aruoba e Villaverde), desenvolvidas para contornar dificuldades ou combinar qualidades das demais.

3 PROCESSOS DE DECISÃO DE MARKOV E PROGRAMAÇÃO DINÂMICA

Os Processos de Decisão de Markov são o modelo base sobre o qual é desenvolvido o método proposto. Os *Markov Decision Processes* – MDPs são cadeias de Markov sobre as quais o observador exerce uma ação de modo a melhorar seus resultados em relação a um objetivo predeterminado. Já uma cadeia de Markov é um processo estocástico em que vale a propriedade markoviana. Estes conceitos são descritos a seguir. São também explorados os elementos constituintes de um MDP, o que servirá de orientação para a modelagem do sistema hidrotérmico que se pretende otimizar (capítulo 4).

Em seguida, trata-se do funcionamento da Programação Dinâmica por meio de um exemplo, em que se pretende mostrar como essa técnica é utilizada para resolução do MDP.

3.1 Processos de Decisão de Markov (*Markov Decision Processes*)

Um processo estocástico pode ser definido como um conjunto de variáveis aleatórias indexadas. Por exemplo, um conjunto de variáveis aleatórias $\{X_t\}$ que tenha os índices t percorrendo certo conjunto T , por sua vez formado, em geral, por inteiros não negativos (HILLIER; LIEBERMAN, 2013). É comum que t seja um índice temporal, como no registro das precipitações médias diárias de uma estação pluviométrica, fazendo com que a sequência de valores X_t represente a evolução da ocorrência da chuva conforme se passam os dias contados por t .

As cadeias de Markov, ou processos de Markov, são um tipo particular de processo estocástico. Nelas, o processo estocástico é restrito pela propriedade markoviana, que delimita as distribuições de probabilidade das possíveis realizações de X_t , da seguinte forma: a probabilidade condicional da ocorrência de qualquer estado no futuro (índice $t + 1$) depende apenas do estado presente (em t), e não das realizações passadas ($t - 1, t - 2, \dots$). (HILLIER; LIEBERMAN, 2013; WHITE; WHITE, 1989). Matematicamente, a propriedade markoviana é expressa por:

$$P\{X_{t+1} = j | X_0 = k_0, \dots, X_{t-1} = k_{t-1}, X_t = i\} = P\{X_{t+1} = j | X_t = i\} \quad (3.1)$$

Tome-se como exemplo o estado de deterioração de uma máquina qualquer, avaliado no início de cada semana. Se esse estado a ser analisado para a próxima semana puder ser inferido unicamente (ainda que por meio de uma função de probabilidades) a partir da observação da condição atual, ou seja, no início da semana, então os dados semanais sobre o desgaste do equipamento são uma cadeia de Markov. Mas se as perspectivas sobre os danos na próxima semana também dependerem do modo como o desgaste evoluiu ao longo das semanas anteriores, ou seja, do histórico de desgaste, o processo perde a propriedade markoviana (WHITE; WHITE, 1989).

Para compreender como as cadeias de Markov evoluem para um *Markov Decision Process – MDP*, ou processo de decisão de Markov, observe-se como funciona um modelo de decisão sequencial.

Imagine-se que a cada época (índice t), ou estágio, uma decisão deva ser tomada, e que o decisor disponha de todas as informações necessárias para tanto. Quando a decisão é escolhida, o sistema passa a outro estado, talvez diferente, no próximo estágio e, ao mesmo tempo, uma recompensa (ou um custo) é gerada como consequência da decisão e do estado. A cada época uma nova ação deve ser executada e uma nova recompensa é recebida (ou um custo é incorrido), criando-se uma sequência de decisões e recompensas (PUTERMAN, 2005). A figura 14 ilustra o modelo.

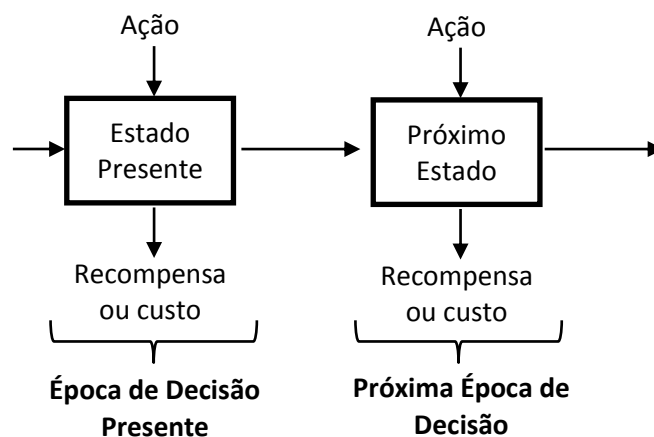


Figura 14 – Modelo de decisões sequenciais (PUTERMAN, 2005).

Ações são determinadas a partir de uma regra de decisão (*decision rule*), que pode estar vinculada ao estado presente. Na operação de usinas hidrelétricas, uma regra poderia ser: turbine-se o máximo quando o reservatório está cheio e o mínimo quando estiver abaixo da metade, no intuito de recuperar o nível de água. A recompensa ou, neste caso, a despesa seria aquela resultante do uso de outras fontes de energia, como as usinas termelétricas, para complementar a redução na produção hidrelétrica enquanto os reservatórios se recuperam.

O conjunto de regras para todos os estágios forma uma política (*policy*). O objetivo do problema de decisão sequencial é encontrar a política que provê o maior resultado para todo o conjunto de recompensas (ou o menor, no caso de importâncias a pagar).

Quando as ações possíveis, as recompensas e as probabilidades de transição (pois é possível que o próximo estado não seja definido completamente pelo estado atual e a ação tomada) sejam funções apenas do estado corrente e da ação determinada pela regra de decisão para o estado corrente, sem dependência de estados ou ações passadas, temos um problema de decisão sequencial markoviano, ou *Markov decision process – MDP* (HILLIER; LIEBERMAN, 2013; PUTERMAN, 2005).

Segundo White (1989) a interferência causada pelas ações em uma cadeia de Markov transforma-a em uma cadeia controlada, e os seguintes itens devem ser adicionados a uma cadeia controlada de Markov para que tenhamos um *MDP*:

- A extensão do horizonte de planejamento;
- Uma estrutura de recompensa ou custo;
- Um critério ou medida de performance (por exemplo: o valor esperado do prêmio descontado total);
- Um padrão de informações (o que o decisor sabe na época da decisão).

Essa abordagem fornece uma aproximação diferente ao *MDP*. Sobre um processo estocástico que respeita a propriedade markoviana, escolhemos ações para interferir em seu andamento, transformando-o em uma cadeia controlada. Mas

para avaliar se as ações foram benéficas ou não precisamos de uma medida de desempenho, como o valor esperado do custo de todos os estágios do horizonte de interesse. De acordo com essa medida, podemos alterar as regras de decisão de modo a melhorar seu desempenho e obter, assim, um conjunto de decisões (ou política) ótimo.

Ações possíveis para o exemplo da manutenção de um equipamento são: não fazer nada e esperar a quebra; consertá-lo; substituí-lo antes de quebrar. Todas essas ações têm gastos associados, incluindo aqueles referentes aos lucros cessantes.

3.2 Componentes do Modelo

Um modelo *MDP* pode ser descrito a partir de seus conjuntos constituintes (PUTERMAN, 2005):

- O conjunto das épocas de decisão e seus intervalos de tempo;
- Dos estados possíveis;
- Das ações possíveis;
- Dos custos ou recompensas (benefícios) que dependem da ação ou da ação e do estado;
- Da matriz de probabilidades de transição que depende da ação e, naturalmente, dos estados possíveis.

Dito de outro modo, o *MDP* constitui-se do espaço de estados, do espaço de ações, da dinâmica do processo (que dita sob que regra o modelo passa de um estado a outro conforme se passam os estágios) e da função de recompensa ou custo (BUŞONIU *et al.*, 2010). Nos parágrafos seguintes, são descritas em maiores detalhes as partes características dos processos de decisão de Markov.

a) Épocas e Intervalos de Tempo

No que diz respeito ao tempo, a evolução do processo estocástico deve ser pensada em dois aspectos: o horizonte até quando as decisões são tomadas e os momentos em que o estado é observado para cada decisão. O horizonte pode ser infinito, finito ou até ter um comprimento aleatório. O intervalo entre épocas de decisão pode ser regular, irregular ou randômico. Quando o horizonte é finito, o conjunto de épocas de decisão é $T = \{1, 2, \dots, N\}$, para um N inteiro, e quando infinito, $T = \{1, 2, \dots\}$, com elementos t que são normalmente referenciados como “tempo t ”.

Para o horizonte finito, pode-se adotar a convenção de que não há decisão a se fazer no tempo final N . Nessa época, a função de recompensa ou custo refere-se apenas ao estado inicial desse último estágio. Em geral, as ações ocorrem no início de cada estágio t (PUTERMAN, 2005; WHITE; WHITE, 1989).

Os intervalos de discretização e os horizontes dos problemas de otimização da operação de usinas hidrelétricas variam conforme o propósito do estudo. Para problemas de operação de curtíssimo prazo (tempo real), o horizonte pode ser de alguns dias e o intervalo entre uma decisão e outra de uma hora, meia hora ou até alguns minutos. Para estudos de viabilidade econômico-financeira com o intuito de avaliar a implementação de um novo projeto hidrelétrico, o horizonte é de alguns anos e o intervalo, de um mês, pois o interesse maior reside sobre a capacidade média de geração e não sobre os detalhes técnicos da capacidade de atendimento à carga da operação real.

b) Ações e Estados

A situação presente de um dado sistema pode ser representada por alguns números que descrevem suas propriedades neste dado instante. Um sistema de transporte de carga por trens, por exemplo, pode ser representado pelo número de trens que estão em movimento, a massa total da carga que transportam, suas posições e velocidades. Esses números podem ser usados para representar o estado do sistema: são as variáveis de estado. Se todas são conhecidas e determináveis, o

estado é dito especificado. As variáveis de estado são tudo o de que se precisa para descrever o sistema em um dado instante (HOWARD, 1971).

Para o *MDP*, espaços de estado contínuo não se adequam muito bem. Assim, em processos de decisão de Markov o espaço de estados contínuo é frequentemente discretizado. A discretização dividirá o espaço de estados em intervalos suficientes à precisão que se deseja. Quanto mais divisões forem acrescentadas, maior o número de estados possível e maior, também, é o esforço computacional. Como se vê adiante, determinadas técnicas de otimização, como a programação dinâmica, respondem exponencialmente, em termos de velocidade computacional, ao aumento do número de estados possíveis. O volume de um reservatório é uma variável de estado contínua e deve ser discretizado quando adaptado a um *MDP* (PUTERMAN, 2005).

A cada estágio (época) uma ação deve ser escolhida de um conjunto de ações, que pode depender do estado presente. A escolha pode ser determinística ou randômica, caso em que há uma probabilidade associada de que determinada ação seja escolhida.

Se for necessário que as ações sejam executadas apenas quando necessário, é possível inserir esta circunstância sob o modelo geral com a inclusão de uma decisão de “não intervir” (PUTERMAN, 2005).

Em se tratando da operação de reservatórios de usinas hidrelétricas, o espaço de estados discretizado, como mencionado acima, pode corresponder ao volume de água armazenada dividido em intervalos, conforme as diretrizes do estudo. As ações podem ser a vazão a turbinar (e conseqüente energia a produzir) como também a vazão a verter (LAMOND; BOUKHTOUTA, 1996). Assim, em conjunto com a afluência que chega ao reservatório (e sua distribuição de probabilidades, pois sua previsão é incerta), as decisões determinam a passagem do sistema de um estado a outro estado (a manutenção do mesmo estado é uma das possibilidades) a ser considerado no início do estágio (época) seguinte. Outra possibilidade inclui as classes de vazões afluentes como variáveis de estado, em combinação com os níveis de reservatório.

Os conjuntos de estados e ações são denominados S e A.

c) Recompensas ou Custos Imediatos

Quando uma ação $a \in A$ é escolhida, duas coisas acontecem: há uma recompensa imediata e o sistema transita para um estado no estágio seguinte. O que se recebe a cada estágio (em termos de receita ou desembolso) é definido por uma função, que pode depender da ação tomada, do estado presente ou de ambos. Neste caso, temos uma função $r_t(s, a)$ com $s \in S$ e $a \in A$. A recompensa pode ser (PUTERMAN, 2005):

- Um valor único recebido em um tempo fixo ou aleatório antes da próxima época de decisão;
- Um valor acumulado continuamente ao longo do período corrente;
- Uma quantidade aleatória que depende no estado do sistema no estágio subsequente ou
- Uma combinação destes.

Em termos práticos, não há diferença entre uma função que retorne receitas ou custos, pois o problema pode ser adaptado de modo conveniente: maximizar lucros é o mesmo que, em termos de esforço computacional e técnicas necessárias, minimizar dispêndios (KALLENBERG, 2009).

Uma função de custos para a operação de reservatórios de usinas hidrelétricas certamente dependerá da decisão de quanta água turbinar, pois o que as hidrelétricas não puderem produzir é entregue por outras fontes com seus preços respectivos.

d) Transição

Para estabelecer como um *MDP* evolui de um estágio a outro, utiliza-se uma função de transição, que dependerá da natureza do problema. No exemplo de interesse deste trabalho, a função de transição é a equação de balanço hídrico: dado o

nível atual do reservatório, a afluência do período e as decisões de turbinamento e vertimento, o nível do reservatório no estágio seguinte poderá ser estabelecido.

Se essa função conduzir, de acordo com o estado s_t do estágio corrente e a ação a_t , a um único estado s_{t+1} , a transição é determinística. Mas se houver aleatoriedade em algum de seus dados de entrada, a transição é probabilística e é composta uma matriz de transição. Dependendo do estado presente $s_t = i$ e da ação a , determinamos a probabilidade de que um certo estado $s_{t+1} = j$ seja atingido no estágio seguinte por: $p(j|i, a)$ (KALLENBERG, 2009), ou simplesmente por p_{ij} .

Como descrito anteriormente, no início deste capítulo, as probabilidades de transição de um *MDP* adequam-se à propriedade markoviana, como expresso pela equação (3.1). E como cada uma das possibilidades de transição é uma probabilidade, cada uma delas deve respeitar a requisição de que:

$$0 \leq p_{ij} \leq 1 \quad 1 \leq i, j \leq S \quad (3.2)$$

Sendo S o número de estados possíveis. Note-se que o estado presente pode ser novamente ocupado no estágio seguinte. Como necessariamente o sistema deve ocupar um estado no próximo estágio, então:

$$\sum_{i=1}^S p_{ij} = 1 \quad i = 1, 2, \dots, S \quad (3.3)$$

Portanto, a matriz de transição que descreve um processo de decisão de Markov é uma matriz $S \times S$, tal que:

$$\mathbf{P} = \{p_{ij}\} = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & \dots & p_{1S} \\ p_{21} & p_{22} & \dots & p_{2S} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ p_{S1} & p_{S2} & \dots & p_{SS} \end{pmatrix} \quad (3.4)$$

3.3 Funcionamento da Programação Dinâmica

A programação dinâmica é uma técnica para a solução de problemas de otimização em que há uma sequência de decisões que se relacionam ao longo das etapas. A decisão a cada etapa leva a consequências para as etapas seguintes e deve, portanto, ser tomada pensando-se essas consequências (conhecidas ou estimadas). Os processos de decisão de Markov são problemas de otimização em etapas inter-relacionadas e nesse item é visto como a programação dinâmica, ou simplesmente *DP (Dynamic Programming)*, é uma técnica que se ajusta bem aos *Markov Decision Processes*.

Ao contrário do que possa sugerir o seu nome, a programação dinâmica não é uma linguagem de computador. A palavra programação está relacionada à pesquisa operacional¹³ e funciona como sinônimo de planejamento, tendo sido usada anteriormente para a programação linear, ou *LP (Linear Programming)*. Para Richard Bellman, que inicialmente formulou a Programação Dinâmica, a *DP* é uma Teoria para Processos de Decisão em Múltiplos Estágios (*Theory of Multistage Decision Processes*). A razão para a escolha deveu-se à necessidade de se angariar fundos para pesquisa, pois o nome adotado tem conotação mais prática do que “teoria” (HILLIER; LIEBERMAN, 2013; BESSA, 1998)

De fato, a relação com a *LP* não vai muito além da nomenclatura e do fato de ambas serem técnicas de otimização. Pois a programação linear possui formulações matemáticas bem definidas, como a do método Simplex. Se a função a otimizar assim como todas suas restrições forem lineares (e guardadas determinadas propriedades matemáticas), o Simplex utiliza sua abordagem padrão e encontra o ótimo da função, do mesmo modo como o faria a qualquer problema adaptado à sua modelagem. Como resultado, há programas de computador capazes de encontrar a solução, bastando ao usuário que entre com os coeficientes das equações lineares.

¹³ O termo “pesquisa operacional” tem origem militar. Durante a segunda guerra, os comandos militares de Estados Unidos e Grã-Bretanha reuniram um grande número de cientistas com o intuito de, em face às necessidades e à escassez de recursos da guerra, encontrar o melhor uso para os recursos disponíveis para as diversas operações. A missão dos cientistas seria, portanto, realizar pesquisas sobre operações militares (HILLIER; LIEBERMAN, 2013).

Até mesmo *softwares* de planilhas eletrônicas já contam com os seus *solvers* que aplicam a *LP*.

A programação dinâmica é uma técnica e não há formulação padrão. Cada problema deve ser adaptado e há a necessidade de se compreender a filosofia geral do problema e da *DP* para determinar se o objeto de estudo é ou não adaptável. É preciso que se tenha alguma experiência e prática com exemplos da aplicação da *DP* e, como dito por Hillier e Lieberman (2013), usar de certa engenhosidade. Felizmente, muitos problemas de gerenciamento e planejamento de recursos hídricos, como o planejamento da operação, enquadram-se bem à abordagem da *DP* (LOUCKS; BEEK, 2005).

Uma maneira de introduzir a programação dinâmica é pensar na sua primeira característica mais fundamental: para que a *DP* possa encontrar uma solução, o problema maior precisa ser divisível em subproblemas. Esses são então resolvidos e seus resultados são utilizados nos subproblemas seguintes, e assim por diante. O conjunto de soluções menores levará, ao fim do processo, à solução ótima global. Acompanhe-se o exemplo da figura 15.

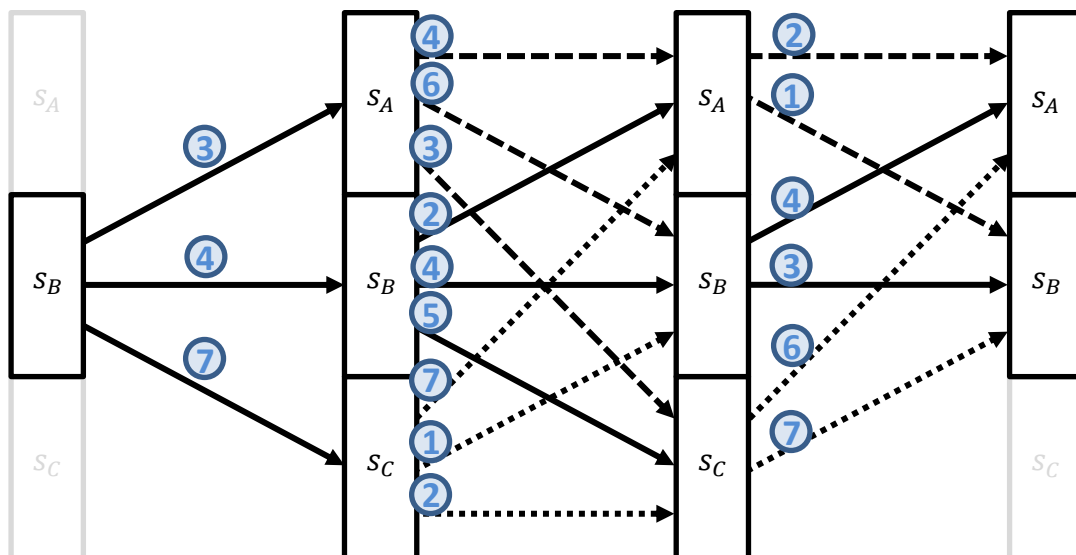


Figura 15 – Exemplo de uso da Programação Dinâmica. Baseado em (HILLIER; LIEBERMAN, 2013).

Neste exemplo, os estados possíveis são três, s_A , s_B e s_C . Para otimização da operação hidrelétrica, os estados possíveis podem se referir ao volume do(s) reser-

vatório(s). Pensando-se em um único reservatório, podem refletir a condição de armazenamento como sendo s_A para cheio, s_B para metade do volume útil e s_C para vazio. Note-se que há um estágio inicial determinado no início do estágio 1, o estado s_A . Há também a restrição de que o estado final seja s_A ou s_B . Cada estágio representa uma etapa e, para sistemas energéticos, algum intervalo de tempo: dias, semanas, meses, etc.. São quatro, sendo que o último é o estágio final e não há decisão a ser tomada. Nos demais, uma decisão deve ser tomada. Essa decisão levará ao novo estado no estágio seguinte. Cada ação incorre em um custo, representado pelos números circulares. No que se refere à operação hidrotérmica, os custos podem representar a complementação termelétrica necessária, além de alguma estimativa para o preço a pagar pela insuficiência no atendimento. Nesta exemplificação, no entanto, os números são aleatórios.

É preciso observar que as ações adotadas levam a um único estado no estágio seguinte. Também é possível que essa relação seja probabilística, ou seja, que a ação do presente estágio determine o estado seguinte por meio de uma distribuição de probabilidades, caso em que o uso da programação dinâmica estocástica é mais adequado. Este exercício, por questões de simplicidade, apresenta a *DP* determinística. Em seguida, parte do exemplo é estendido à *DP* estocástica.

O menor subproblema corresponde ao estágio 3, quando resta apenas uma decisão a tomar. Se o estado s_A é o estado corrente, a melhor decisão é a ação que leva ao estado s_B no próximo estágio (o final), pois seu custo é de apenas 1 (uma) unidade, enquanto a alternativa acarreta o dispêndio de 2 (duas) unidades. Do mesmo modo, se o estado corrente é s_B , a melhor decisão é aquela que mantém o estado s_B para o próximo estágio, levando ao gasto financeiro de 3 (três) unidades. O mesmo vale para s_C como estado presente, o que conduz ao estado final de s_A ao custo de 6 (seis) unidades.

Assim, a cada etapa $n \leq 3$, sendo $n \in N$ e $N = (1, 2, 3, 4)$, uma decisão x_n precisa ser tomada. A função f_n representa o custo a cada iteração, e depende do estado corrente e da ação. Se x_n^* representa a decisão que produz o menor valor de f_n , então f_n^* representa a função de custo em seu valor mínimo, como na equação (3.5).

$$f_n^* = \min_{x_n} f_n(s, x_n) = f_n(s, x_n^*) \quad (3.5)$$

Para o subproblema que acabou de ser resolvido, pode-se montar uma tabela de soluções. Na tabela 2 vê-se os resultados para cada um dos estados do estágio 3: o menor custo obtido, assim como o estado correspondente para o estágio 4 dada a decisão ótima x_3^* .

Agora, retrocede-se para o estágio 2. Nessa etapa, a decisão deve levar em conta também o custo futuro associado ao estado de destino no estágio 3. Se o estado presente no estágio 2 é s_A , então o menor custo de transição é de 3 (três) unidades, o que leva o sistema ao estado s_C na etapa 3. O custo mínimo (ótimo) de s_C no terceiro estágio é de 6 (seis) unidades, como se pode ver pela tabela 2. Se o custo da transição presente puder ser chamado por c_{ij} , em que i representa o estado atual e j o próximo estado, então:

$$c_{AC} + f_3^*(s_C) = 3 + 6 = 9 \quad (3.6)$$

Tabela 2 – Decisões ótimas e seus custos para o estágio 3.

| s | $f_3^*(s)$ | x_3^* |
|-------|------------|---------|
| s_A | 1 | s_B |
| s_B | 3 | s_B |
| s_C | 6 | s_A |

Mas, se tomamos o gasto presente de 4 (quatro) unidades, a transição levará o sistema ao estado s_A , que tem o valor ótimo de 1 (uma) unidade (tabela 2). Então o total é de:

$$c_{AA} + f_3^*(s_A) = 4 + 1 = 5 \quad (3.7)$$

Resultado inferior àquele obtido na (3.6). Assim, não basta escolher o menor valor a pagar da próxima transição, mas também contar com as despesas incorridas

daquele estágio em diante. O cálculo que leva ao menor valor total para todos os estados no estágio 2 pode ser visto na tabela 3.

Tabela 3 – Decisões ótimas e seus custos para o estágio 2.

| s | $c_{iA} + f_3^*(s_A)$ | $c_{iB} + f_3^*(s_B)$ | $c_{iC} + f_3^*(s_C)$ | $f_2^*(s)$ | x_2^* |
|-------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|------------|---------|
| s_A | $4+1 = 5$ | $6+3 = 9$ | $3+6 = 9$ | 5 | s_A |
| s_B | $2+1 = 3$ | $4+3 = 7$ | $5+6 = 11$ | 3 | s_A |
| s_C | $7+1 = 8$ | $1+3 = 4$ | $2+6 = 8$ | 4 | s_B |

Para o estágio 1, temos apenas um estado presente, o estado inicial s_B . A tabela 4 resume os cálculos para este estágio.

Tabela 4 – Decisão ótima para o estágio 1.

| s | $c_{iA} + f_2^*(s_A)$ | $c_{iB} + f_2^*(s_B)$ | $c_{iC} + f_2^*(s_C)$ | $f_1^*(s)$ | x_1^* |
|-------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|------------|---------|
| s_B | $3+5 = 8$ | $4+3 = 7$ | $7+4 = 11$ | 7 | s_B |

Se a decisão ótima para o primeiro estágio nos conduz ao estado s_B no início do segundo estágio, então apenas precisamos consultar a tabela 3 para descobrir que a melhor escolha a partir de s_B transfere o sistema ao estado s_A para o início da terceira etapa. Continuando o raciocínio até o último estágio, a solução ótima segue a sequência:

$$s_B \xrightarrow{n=1} s_B \xrightarrow{n=2} s_A \xrightarrow{n=3} s_A \xrightarrow{n=4}$$

Naturalmente, o problema da figura 15 poderia também ser solucionado por enumeração exaustiva. São 18 combinações possíveis. Pelo uso da *DP*, foram 12 somas registradas na tabela 3 e na tabela 4, além das 3 comparações representadas pela tabela 2, totalizando 15 operações. Quase não há diferença e a enumeração não parece mais tão exaustiva. Afinal, 18 operações são pouco mais do que 15 e, com um pouco de organização e paciência, a resolução é possível. Contudo, das 15 operações da *DP*, 3 foram comparações simples entre escalares. E 12 foram somas de duas parcelas. Na enumeração, são 18 somas de 4 parcelas. Acrescentan-

do-se etapas ao problema, a diferença no total de operações aumenta, e as parcelas da enumeração também, enquanto na abordagem da *DP*, mais problemas do mesmo tamanho são acrescentados. A solução por enumeração exaustiva cresce exponencialmente conforme o número de **etapas** se estende, enquanto a solução da *DP* cresce linearmente. Imagine-se que uma nova etapa seja incluída entre os estágios 2 e 3, em que todos os níveis são possíveis. São agora 18 x 3 combinações a enumerar, ou 54 somas de 5 parcelas. Para a *DP*, trata-se de outra tabela 3, ou mais 9 operações de soma, totalizando 21 somas de duas parcelas e 3 comparações simples, em um total de 24 operações.

O conjunto de decisões X_n que leva ao montante mínimo total determina que, dadas as restrições do problema, o reservatório não passa pelo estado s_C em nenhum dos estágios. Mas as circunstâncias reais da operação podem impedir que a decisão ótima seja tomada em certo estágio, fazendo com o que o estado final daquela etapa não seja o melhor. Felizmente, a *DP* não calcula apenas a melhor decisão, mas também o registro das melhores decisões por estado, como a resolução do problema demonstrou. Essa é a propriedade conhecida como controle adaptativo ou *closed-loop*. Se, no estágio 2, estamos acidentalmente no estado s_C , consultamos a tabela 3 e verificamos que o melhor caminho a seguir, *a partir daquele ponto*, é tomar a decisão que conduz o sistema ao estado s_B no início do estágio 3, retomando o caminho ótimo de onde é possível. Então, a partir do estágio 2 em s_B , as melhores decisões são:

$$\begin{array}{ccccc} s_C & \rightarrow & s_B & \rightarrow & s_B \\ n=2 & & n=3 & & n=4 \end{array}$$

A programação dinâmica aplica uma formulação recursiva: dados os resultados ótimos da etapa anterior, calculam-se os ótimos desta etapa. Tipicamente, a direção de cálculo progride do último estágio para o primeiro, chamada de *backwards* (há casos em que o oposto é verdadeira, e se avança na direção oposta, ou *forwards*). Sua formulação geral pode ser expressa como na equação (2.3) na página 41.

Para que a função recursiva funcione, é necessário que o princípio da otimalidade seja verdadeiro. Esse princípio determina que, não importa o que tenha se passado em estágios anteriores, desta etapa em diante o ótimo pode ser encontrado

para todos os estados. Essa propriedade, que tem como característica a “falta de memória”, corresponde à mesma propriedade markoviana, discutida no capítulo 3. Some-se a isso que a programação dinâmica discreta (estados e decisões divididas em intervalos discretos) encaixa-se perfeitamente no modelo markoviano, tornando esta técnica muito adequada para a solução de processos de decisão de Markov.

3.4 Programação Dinâmica Estocástica

O exemplo descrito no item anterior é determinístico: na operação de usinas hidrelétricas, seria o mesmo que dizer que se conhecem as afluências futuras. Cada série de afluências é determinada e, dado certo nível de reservatório e certa vazão turbinada, sabe-se exatamente para qual estado o sistema irá ao final da etapa. No entanto, no presente estudo, a estocasticidade das vazões é tratada explicitamente, ou seja, há uma probabilidade de que ocorram determinadas afluências, fazendo com que o resultado final da otimização dependa dos valores esperados dos custos futuros da operação. A equação (2.3) passa a ser escrita como:

$$F_t(s_t) = \min_{x_t}(\text{ou max}) [\alpha_t \cdot f_t(s_t, x_t) + \sum_{s_{t+1}=1}^S p_{s_{t+1}} F_{t+1}(s_{t+1})] \quad (3.8)$$

Em que $p_{s_{t+1}}$ é a probabilidade de que, dado estado inicial s_t e decisão x_t , o estado final seja s_{t+1} .

O procedimento de execução da programação dinâmica estocástica é o mesmo que para a determinística, exceto pelo fato de que os custos futuros são agora valores esperados, cujas probabilidades são dadas no processo de decisão de Markov pela Matriz de Probabilidades de Transição ou, simplesmente, pela Matriz de Transição.

Tome-se uma adaptação do exemplo desenvolvido para a programação dinâmica determinística. Assume-se que a etapa dois é probabilística, enquanto as demais continuam determinísticas. Agora uma determinada decisão não conduz com certeza a um certo estado ao final da etapa dois, mas há probabilidades de que a

transição ocorra para cada um dos estados futuros, como indicado nas figura 16, figura 17 e figura 18, para o estado inicial s_A . Ainda estão presentes as três decisões possíveis com seus custos associados imediatos de 4, 6 e 3 unidades partindo do estado s_A , mas o estado final depende das probabilidades indicadas nas figuras. Partindo-se dos estados s_B e s_C também há probabilidades, mas estas não estão demonstradas nas imagens por simplicidade e facilidade visual. Sabemos, da tabela 2, quais são as decisões ótimas e seus custos para a etapa 3 (que continua determinística) e que também estão representados nas figuras.

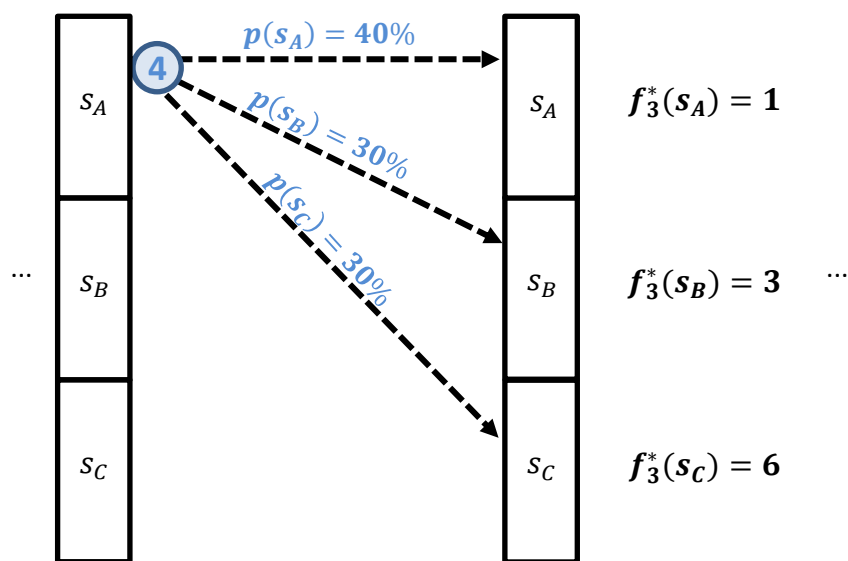


Figura 16 – Exemplo de uso da Programação Dinâmica Estocástica para a transição da etapa 2 para a etapa 3 do mesmo problema do item 3.3. Custo unitário presente de 4 unidades.

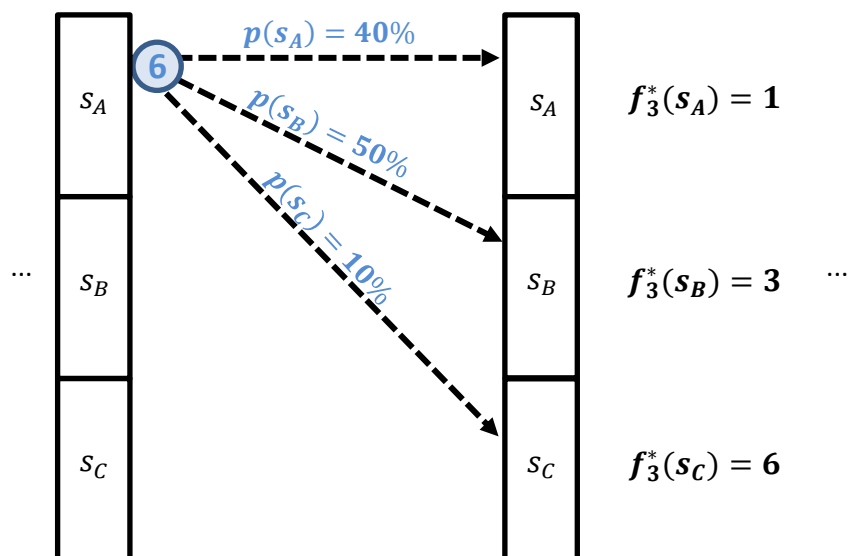


Figura 17 – Exemplo de uso da Programação Dinâmica Estocástica para a transição da etapa 2 para a etapa 3 do mesmo problema do item 3.3. Custo unitário presente de 6 unidades.

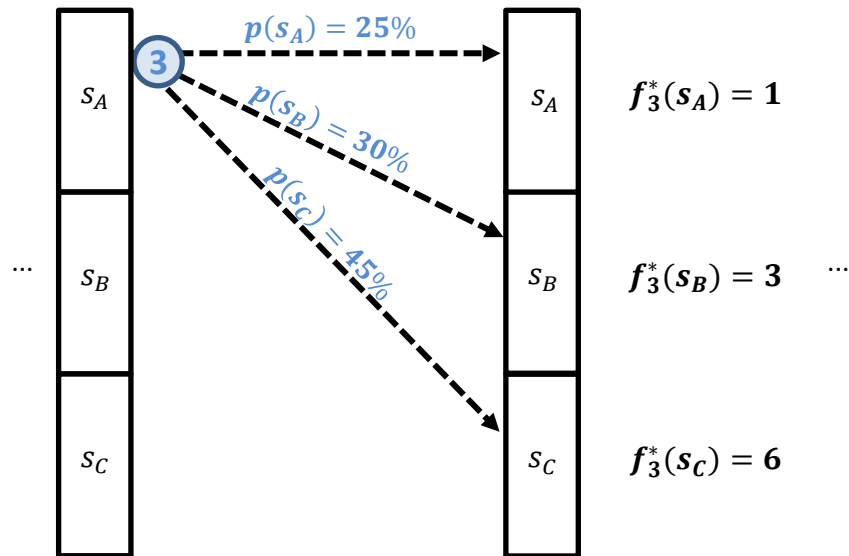


Figura 18 – Exemplo de uso da Programação Dinâmica Estocástica para a transição da etapa 2 para a etapa 3 do mesmo problema do item 3.3. Custo unitário presente de 3 unidades.

Note-se que, ainda que a maior probabilidade de transição recaia sobre o mesmo estado futuro determinístico, ainda há possibilidades de que o sistema termine em um estado diferente daquele previsto pela transição determinística. Na tabela 5, os custos imediatos de 4, 6 e 3 unidades são identificados como possibilidades 1, 2 e 3 respectivamente e os custos esperados, partindo-se apenas do estado s_A , são calculados como o custo presente associado a cada alternativa e o valor esperado do custo ao final da etapa.

Tabela 5 – Custo esperado para o estágio 2 probabilístico.

| s | $c_{A1} + \sum_{s=A}^{s=C} p_s f_3^*(s)$ | $c_{A2} + \sum_{s=A}^{s=C} p_s f_3^*(s)$ | $c_{A3} + \sum_{s=A}^{s=C} p_s f_3^*(s)$ |
|-------|--|--|--|
| s_A | $4+(1*0,4+3*0,3+6*0,3) = 7,1$ | $6+(1*0,4+3*0,5+6*0,1) = 8,5$ | $3+(1*0,25+3*0,3+6*0,45) = 6,85$ |

Compare-se este resultado ao da tabela 3, partindo-se apenas do estado s_A . Embora a maior probabilidade de transição recaia, para cada alternativa, sobre o mesmo estado final do exemplo determinístico, o menor custo esperado total indica agora o custo imediato de 3 unidades, ou alternativa 3, como o mais econômico, ao invés da alternativa 1 e seu custo imediato de 4 unidades.

Observe-se que não é possível indicar qual será o estado ao final da etapa dois, ainda que, tomando-se a alternativa 3 como decisão presente, há 45% de que

a etapa três inicie-se no estado s_c , tal como o problema determinístico. É claro que, na aplicação dessas decisões ao sistema real, o estado final, depois de tomada a decisão, será conhecido ao longo da etapa pela observação da realização do evento probabilístico. Assim, na etapa seguinte, será conhecido o estado inicial do sistema.

No próximo capítulo são detalhadas as escolhas e premissas para que o modelo proposto torne-se um processo de decisão de Markov, a caracterização das usinas e alguns dos processos para sua adequação às linguagens vetoriais.

4 MÉTODO PROPOSTO

A caracterização das usinas hidrelétricas faz-se com a definição das equações que regem seu funcionamento: função de produção, cálculo de queda e perda de carga, etc., detalhadas neste capítulo. Também se descreve a operação da complementação termelétrica. Depois, faz-se a determinação da função objetivo e de suas restrições, baseadas no custo da complementação termelétrica e nos limites das hidrelétricas respectivamente.

A escolha dos parâmetros que integrarão o Processo de Decisão de Markov – MDP (*Markov Decision Process*) desenvolve-se em seguida. São determinados o horizonte de estudo de 60 meses, a duração mensal das etapas, as vazões a turbinar como variáveis de decisão e vazões afluentes e níveis de reservatórios como variáveis de estado. Além disso, é estabelecida a função de custo da complementação termelétrica. Por fim, define-se a matriz de transição em função dos estados e decisões possíveis.

Na segunda parte deste capítulo, apresentam-se a adaptação do modelo à linguagem vetorial e os métodos desenvolvidos para tratar a modelagem de modo matricial, reduzindo o número de laços nas linhas de programação.

Sempre que se refere a modelo (ou otimizador), este texto remete ao modelo de otimização, que encontrará as decisões ótimas do processo de decisão de Markov a partir da programação dinâmica. O produto deste modelo é uma tabela de decisões, para cada combinação de variáveis de estado. As decisões são testadas por um simulador. O simulador usará os mesmos dados e modelará as usinas hidrelétricas da mesma maneira que o otimizador. A diferença reside no fato de que o simulador é construído para simular a operação da série histórica de vazões, sem estocasticidade. De acordo com os níveis iniciais em cada etapa e com as vazões afluentes do mês anterior, o simulador irá consultar a tabela de decisões e proceder de acordo, sem conhecimento da vazão do mês corrente, com uma única exceção. O simulador recebeu uma regra operativa corretiva: se há vazão vertida no mês e a vazão turbinada é inferior à máxima, corrige-se a vazão turbinada, de modo a evitar os vertimentos. Essa correção é bastante razoável do ponto de vista da prática da

operação: ao longo do mês, não faz sentido manter uma vazão turbinada inferior quando, mantida a vazão afluyente elevada, há vertimento ao fim do mês. O modelo que será utilização como parâmetro, o MSUI, descrito no item 6.1, também aplica a mesma regra corretiva.

O fluxograma da figura 19 descreve os processos principais do modelo, contendo otimizador e simulador. Os dados das usinas são obtidos da mesma fonte de dados do modelo MSUI e não estão detalhados no fluxograma, uma vez que são usados em diversos processos. São dados que descrevem os reservatórios, a capacidade das usinas hidrelétricas e seus parâmetros de produtividade e são usados sempre que necessário pelos processos representados pelos retângulos em verde. O mesmo se dá com a definição dos dados de otimização: número de discretizações das variáveis de estado, das variáveis de decisão, das classes de vazões afluentes, etc.. Os dados discriminados pelos paralelogramos são as séries de vazões afluentes sintéticas, necessárias ao otimizador, e as séries de vazões históricas, utilizadas pelo simulador.

As séries sintéticas são necessárias para a construção das matrizes de probabilidade condicionada das classes de vazões afluentes no mês presente, dadas as ocorrências de classes no mês anterior. Em conjunto com as matrizes de balanços hídricos possíveis, produzem as matrizes de transição do modelo de decisão de Markov. O funcionamento destes procedimentos é explicado neste capítulo.

O outro braço (o primeiro está no parágrafo anterior) que alimenta o otimizador provém da montagem das matrizes de custo total. Elas dependem das matrizes de produção das usinas a fio d'água e das usinas de regularização, além dos custos futuros. Os custos futuros são obtidos das etapas previamente otimizadas. Uma vez que o custo ótimo da presente etapa é obtido para todas as variáveis de estado, o conjunto de custos ótimos é armazenado para o uso das próximas etapas a serem otimizadas. Todos esses procedimentos são descritos neste capítulo.

O produto do otimizador é uma tabela de decisões, que indica quanto as usinas deverão produzir para cada combinação de variáveis de estado. Essa tabela será lida, mas não modificada, pelo simulador ao simular a operação das séries históricas de vazões afluentes.

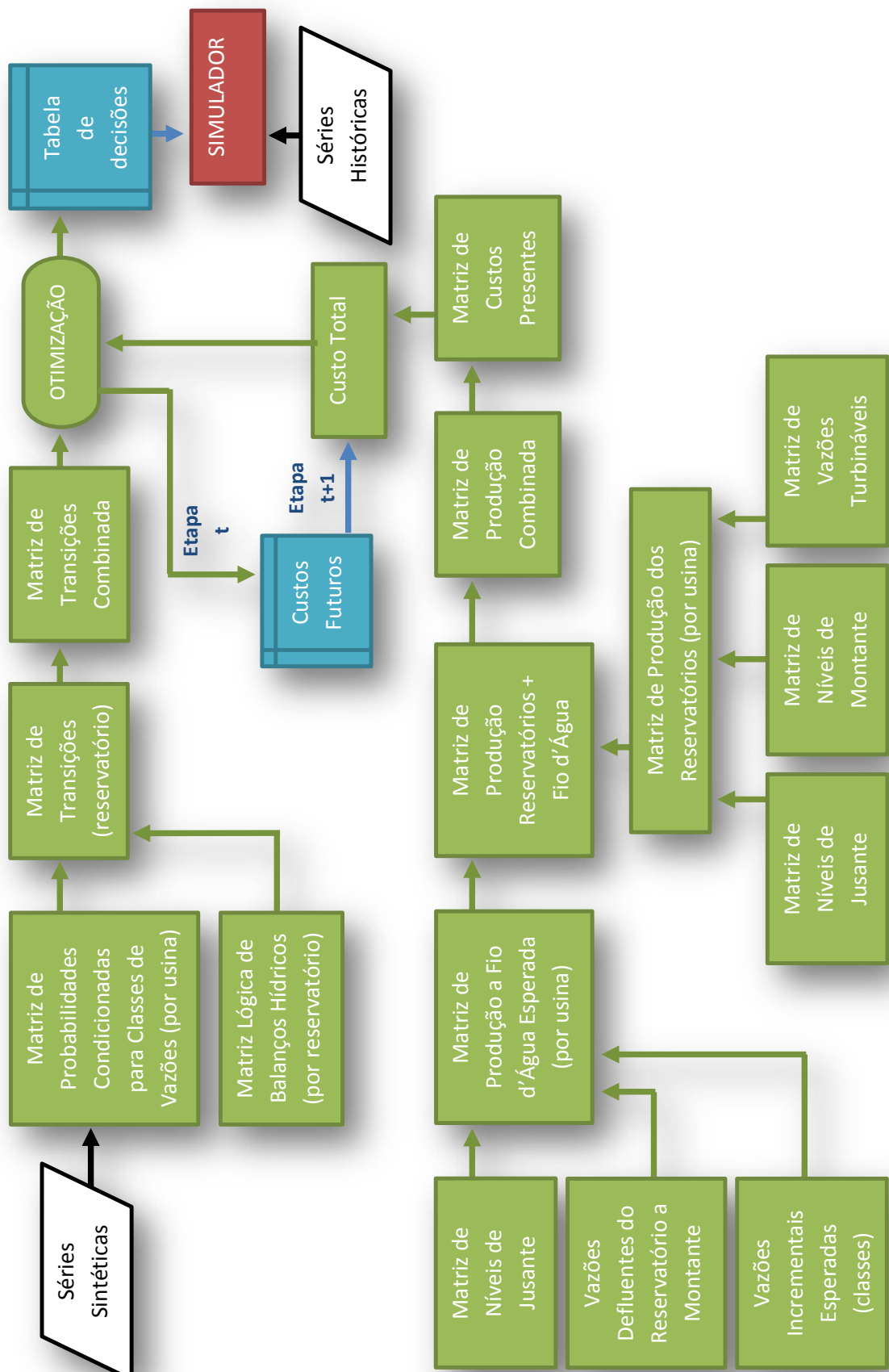


Figura 19 – Fluxograma de processos gerais do modelo, contendo o otimizador e o simulador.

4.1 Caracterização das Usinas

Para aproveitar a energia potencial das quedas de água dos rios, barragens são construídas em trechos do curso em que a queda natural é mais acentuada. As águas represadas elevam-se até o nível previsto pelo projeto da usina e o lago do reservatório é formado. Um esquema simplificado de uma usina hidrelétrica está na figura 20. A elevação do reservatório é chamada nível de montante, enquanto na região em que a água deixa a casa de força, pelo canal de fuga, tem-se o nível de jusante. Da diferença dos dois extrai-se a queda bruta. Da barragem, a água é conduzida pela tomada de água e pelo conduto forçado até a casa de força, onde está o conjunto turbina-gerador, que transformará a energia cinética em elétrica. No esquema da figura 20, a casa de força está localizada ao pé da barragem, mas há arranjos construtivos em que a casa de força está mais distante, em um ponto ainda mais baixo da curva do rio, aumentando a queda de água.

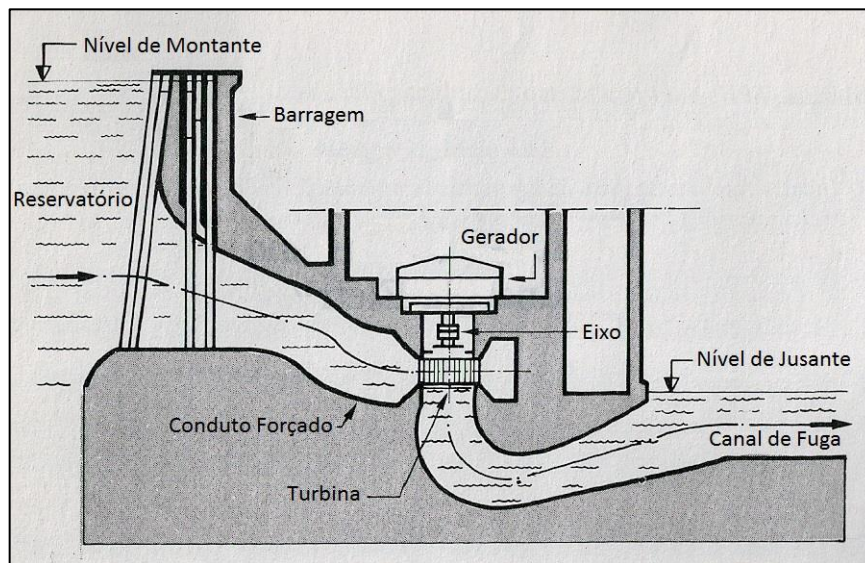


Figura 20 – Perfil típico de uma usina hidrelétrica (FORTUNATO *et al.*, 1990).

Os reservatórios são classificados em dois tipos quanto à sua capacidade de regularização: a fio d'água, também chamados de compensação, e os de acumulação ou de regularização. Os reservatórios a fio d'água são do tipo de compensação, enquanto os de regularização podem usar seu estoque por mais de um mês, ou muitos meses, em razão de seu dimensionamento (intra ou plurianuais). Os de acumulação ou regularização são importantes para armazenar os excedentes em épocas

de cheia e propiciar afluências maiores à cascata nos períodos de estiagem (SILVA, 2012; FORTUNATO *et al.*, 1990).

Como as etapas do modelo são mensais, os benefícios da regularização dos reservatórios a fio d'água não são perceptíveis. Por esse motivo, esse tipo de reservatório é modelado como se seu nível de montante não pudesse variar, mantendo-o fixo. A variação dos reservatórios a fio d'água é importante para intervalos intradiários ou semanais em que se precisa atender ao perfil de carga (a demanda por energia é variável ao longo do dia), para aproveitamento do volume de chuva que cai diretamente sobre o reservatório, entre outras razões. Modelos de curto e curtíssimo prazo, como os de pré-despacho, que procuram otimizar a geração das hidrelétricas dentro de pequenos intervalos, como de meia-hora, para o dia seguinte, precisam levar em conta esses reservatórios menores. Um exemplo de uma dessas aplicações é desenvolvido em Nacif (2013).

Os parâmetros das usinas hidrelétricas são determinados como descrito a seguir:

4.1.1 Queda líquida.

A queda líquida corresponde à diferença entre os níveis de montante e jusante, reduzida de perdas de energia cinética ocorridas no percurso da água do reservatório até a casa de força. O nível de montante é aproximado por uma função não-linear do reservatório. Em geral, essa função é um único polinômio, tal como aquele apresentado na equação (1.2). O nível de jusante depende da vazão defluente, que é composta pela soma da vazão turbinada e da eventual vazão vertida. Esse cálculo também se dá, em geral, pelo intermédio de uma aproximação polinomial. As funções são não-lineares pois a área do lago e a região do canal de fuga estão sobre o leito do rio e, acima deste, sobre a região ao redor, cuja topografia não é geometricamente conveniente para um relação linear entre o volume de água e os níveis.

O nível de montante está limitado a um valor mínimo, associado à tomada de água e aos limites operativos mínimos das turbinas; e a um limite máximo da bar-

ragem, a partir do qual as comportas dos vertedouros são abertas para que o excesso de água possa deixar o reservatório sem passar por cima da barragem, o que poderia prejudicar a integridade desta.

Na figura 21, tem-se uma vista panorâmica da usina Itaipu e seu lago. À esquerda está o vertedouro com suas comportas abertas, vertendo grande volume de água. No centro da imagem, observa-se os numerosos condutos forçados (tubos quase verticais), parcialmente à sombra, que conduzem a vazão até as vinte unidades geradoras.

A perspectiva da foto pode enganar os olhos: a queda bruta nominal tem 120m, e o comprimento da barragem, 7919m. A potência total da usina é de 14.000 MW (ITAIPU, 2015).



Figura 21 – Vertedouros em operação na usina de Itaipu (ITAIPU, 2015).

O nível de jusante depende, como descrito, das vazões turbinada e vertida, se houver. Há casos, porém, em que o lago reservatório a jusante alcança o canal de fuga da usina a montante. Esse efeito é chamado de remanso e afeta os resultados obtidos pela função que representa o canal de fuga. Neste caso, uma alternativa é usar mais de uma função de aproximação. No modelo que se propõe, a maioria das usinas que causam remanso são usinas a fio d'água e têm seu nível fixado. Assim, apenas uma curva é usada para representar o nível do canal de fuga. A única exceção é Salto Santiago, que tem nível de montante variável e afoga a usina de Segredo. Para fins de simplificação de programação, o otimizador enxergará a usina de Segredo sem afogamento. Tal premissa é razoável, uma vez que o resultado da

otimização tende a deplecionar bastante o reservatório de Salto Santiago, desafogando Segredo (como se pode ver pela análise da operação nos anos de 1935 e 1967 no capítulo 6). No entanto, o simulador irá calcular o nível de jusante de Segredo do mesmo modo como o modelo MSUI o faz: o nível de jusante é o maior entre o resultado do polinômio e o nível de Santiago.

Um exemplo de múltiplas funções para o nível de jusante está em Nacif (2013), quando usinas consideradas como a fio d'água no presente estudo tornam-se reservatórios de regularização, uma vez que os intervalos a regularizar são tão pequenos quanto metade de uma hora, e o nível de montante desses reservatórios pode variar.

O último componente da queda líquida é a perda de energia cinética que ocorre na condução da água até as turbinas. Essas perdas também são chamadas de perdas hidráulicas, ou de carga, e são frequentemente expressas em metros para que sejam descontadas da queda bruta, dando origem à queda líquida. Segundo Fortunato et al. (1990), as perdas de carga podem ser estimadas pela expressão:

$$h_p = k \cdot (q_{turb})^2, \quad (4.1)$$

Em que:

h_p – é a perda de carga em metros (m);

k – coeficiente (s^2/m^5);

q_{turb} – corresponde à vazão turbinada em m^3/s .

A equação da queda líquida pode então ser expressa por:

$$h_l(n_m, n_j, h_p) = n_m(vol) - n_j(q_{defl}) - h_p(q_{turb}) \quad (4.2)$$

Em que:

h_l – é a queda líquida em metros (m);

n_m – é o nível de montante (m) em função polinomial do volume;

vol – volume armazenado (hm^3);

n_j – nível de jusante (m), em função polinomial da vazão defluente;

q_{defl} – vazão defluente (m^3/s), soma das vazões vertidas e turbinadas;

h_p – perda de carga (m), em função da vazão turbinada (equação (4.1)).

4.1.2 Função de produção

A função de produção determina a geração média mensal das usinas hidrelétricas, em MW médios. A geração depende, é claro, da vazão que passa pelas turbinas. Mas também da queda líquida (uma vez que a fonte é a energia potencial da água no reservatório) e dos rendimentos das turbinas e dos geradores. A equação que descreve esta função é (FORTUNATO *et al.*, 1990):

$$g_{hidr} = q_{turb} \cdot h_l(n_m, n_j, h_p(q_{turb})) \cdot \eta_{ger} \cdot \eta_{turb}(q_{turb}, h_l) \cdot g \cdot 10^{-3}, \quad (4.3)$$

Em que:

g_{hidr} - é a produção hidrelétrica média mensal de uma usina em MW médios;

q_{turb} – é a variável de decisão, a vazão turbinada média mensal em m^3/s ;

h_l – queda líquida em metros, conforme equação (4.2);

n_m – é o nível de montante (m) em função polinomial do volume;

n_j – nível de jusante (m), em função polinomial da vazão defluente;

h_p – perda de carga (m), em função da vazão turbinada (equação (4.1));

η_{ger} – rendimento do gerador, função da produção. Em razão da variação ser tipicamente pequena, neste modelo o rendimento do gerador é considerado uma constante (adimensional);

η_{turb} – rendimento da turbina, função da curva colina, e é dependente da vazão turbinada e da queda líquida (adimensional);

g – aceleração gravitacional, fixada em 9,81 m/s².

No modelo de otimização que se propõe, há uma simplificação sobre a equação (4.3). Trata-se do rendimento da turbina, que é representado por um valor médio que, em composição com o rendimento médio do gerador, dará origem a um único valor médio estimado de rendimento do conjunto turbina-gerador. Todos os modelos vigentes do setor elétrico trabalham com esse parâmetro médio. Representar a curva colina computacionalmente não é um problema, uma vez que as usinas hidrelétricas estão representadas individualmente e funções de interpolação estão disponíveis em diversas linguagens de programação. A razão da escolha de se manter esse tipo de representação está na dificuldade de se definir um valor variável médio mensal. Por exemplo, suponha-se que a vazão a se turbinar em um determinado mês seja relativamente baixa, de 40% da máxima. Seria errado admitir que durante todo um mês as máquinas produziram a 40% de sua capacidade (supondo tal percentual factível fisicamente), atuando em uma faixa operativa muito ruim, quando é muito mais racional, do ponto de vista energético, produzir ao máximo em 40% do tempo e, portanto, em uma região de melhor rendimento da curva colina, e permanecer desligada durante os outros 60% do mês. A vazão turbinada média seria a mesma, mas o resultado final da produção alcançaria patamares distintos. Observe-se, a título de exemplo, a curva colina da figura 5, na página 17, em que o rendimento decai rapidamente com a potência. Além dessa limitação, existem também as possibilidades de combinações de máquinas que, com a mesma vazão, produzem em rendimentos combinados diferentes.

No entanto, as usinas estão modeladas individualmente e eventuais aperfeiçoamentos sobre a representação dos rendimentos poderão ser incorporados.

4.1.3 Usinas Termelétricas

Usinas termelétricas não são representadas individualmente. Essa representação é importante quando se deseja determinar também o despacho individual de

cada termelétrica. Neste modelo, o interesse recai apenas sobre a otimização da operação das hidrelétricas, em que as termelétricas tem função de complementação. Portanto, a complementação termelétrica é representada por uma única função de custo, tal como apresentada na equação (4.4). Nos casos em que as termelétricas são individuais, há um conjunto de restrições que precisa ser respeitado, além do custo unitário individual.

4.2 Determinação dos Parâmetros do Processo de Decisão Markoviano

Horizonte e etapas.

Com o objetivo de avaliar a operação hidrelétrica de médio prazo, os modelos vigentes limitam-se a um horizonte de cinco anos discretizado em etapas mensais. A intenção é estudar o efeito das incertezas das vazões sobre a capacidade operativa do sistema ao longo dos anos e seus custos correspondentes. Restrições operativas são tratadas com mais detalhes em modelos de curto prazo, com horizontes mais curtos e etapas menores, de dias ou semanas. Assim, conforme o horizonte é reduzido, a incerteza sobre as vazões diminui e o interesse sobre o detalhamento das restrições de operação aumenta. Esta é a estratégia descrita no item 1.3.1. Este estudo também pretende avaliar a operação hidrelétrica de médio prazo, de modo que adotará a mesma estratégia dos modelos vigentes.¹⁴ Portanto, o processo de decisão de Markov tem um horizonte de 60 meses, sendo cada um dos meses uma etapa.

Variáveis de decisão.

A meta do otimizador é obter a melhor operação de usinas hidrelétricas de modo a fazer o uso mais econômico da complementação termelétrica. Logo, a variável de decisão é a produção hidrelétrica. Mas a produção hidrelétrica é função, entre outros parâmetros, da queda de água disponível, que pode mudar (e tipicamente o

¹⁴ Há frequentes debates sobre a real capacidade de regularização das vazões do sistema elétrico brasileiro. Estudos recentes indicam que esta capacidade tem decaído progressivamente (FIRJAN, 2013), o que pode ser intuído pela redução contínua na participação hidrelétrica, como se vê na Figura 7. Esses debates também questionam a real necessidade da otimização sobre um horizonte de 5 anos.

faz) ao longo do mês justamente em função do uso da água do reservatório. Assim, ter como variável de decisão a energia elétrica a produzir leva a um processo iterativo que tem, como consequência, um código mais complexo a um custo computacional mais elevado. Uma estratégia mais adequada consiste na adoção da vazão a turbinar como variável de decisão, em que se tem a produção hidrelétrica como consequência.

Variáveis de estado.

O recurso escasso que precisa ser utilizado da melhor maneira possível é a água dos reservatórios. Os volumes de água armazenada, discretizados, são adotados como as variáveis de estado, em combinação com as classes de vazões afluentes possíveis. São, portanto, dois grupos de variáveis de estado: volumes discretizados e classes de vazões afluentes. Cada um desses estados é caracterizado pela média entre os seus extremos. Para os reservatórios há níveis adicionais que estendem o vetor de armazenamento: estados para representar o vertimento e um estado negativo para representar o reservatório vazio. No início de cada etapa, a cota do reservatório é a máxima para os estados com vertimento, enquanto para o vazio, é zero.

Há um caráter punitivo para o estado que representa o reservatório vazio. Seu volume é negativo e, portanto, impossível na prática. Mas na modelagem as transições para este estado são permitidas. No entanto, toda geração hidrelétrica que leva à transição para o estado negativo é impossível e, portanto, anulada. Os custos associados a este estado adicional são, assim, os máximos.

A divisão das vazões afluentes se dá pela determinação de classes de igual extensão. Essa divisão abrange 95% das vazões, extraídas da curva de permanência das séries de vazões sintéticas (são duas mil séries sintéticas, como é descrito no capítulo 5). As demais vazões são representadas por uma classe extra. O objetivo desta separação é produzir classes de igual extensão que sejam representativas. Uma divisão uniforme a partir da vazão máxima resultaria em classes com médias muito elevadas, compostas por poucos elementos e poucas classes com médias menores e muitos elementos.

Função de custo.

O custo da operação corresponde ao valor da complementação termelétrica. Quando a representação das termelétricas é detalhada, a função de custo pode ser obtida a partir do empilhamento dos custos das usinas termelétricas da configuração. No presente caso, o interesse maior recai sobre a operação das hidrelétricas, de maneira que a complementação termelétrica é aproximada por uma função quadrática. Essa representação simplificada não reflete os custos reais de um sistema termelétrico verdadeiro, mas é significativa na obtenção da geração ótima hidrelétrica, pois o custo da utilização de usinas termelétricas cresce de modo exponencial (aproximadamente) também em sistemas reais. Tomando, por exemplo, os dados do caso base composto pela Empresa de Pesquisa Energética para o leilão de energia nova A-5 de 2005 (lê-se “a menos cinco”), o empilhamento da geração termelétrica do Sistema Interligado Nacional – *SIN* resulta nos valores expressos na figura 22.

Neste gráfico, a potência das usinas termelétricas do *SIN* foi somada por ordem do custo unitário e depois valorada, em seu todo, ao custo marginal (último custo unitário). Note-se como o valor da geração termelétrica total cresce exponencialmente conforme a necessidade de potência eleva-se.

Substituindo os custos reais, nesta dissertação é aplicada a função proposta por Carneiro e Soares (1991):

$$c_p = \frac{1}{2} g_{term}^2 \quad (4.4)$$

em que:

c_p - custo da geração termelétrica na etapa atual, em unidades monetárias;

g_{term} - geração termelétrica em MWmed (MW médios em um mês).

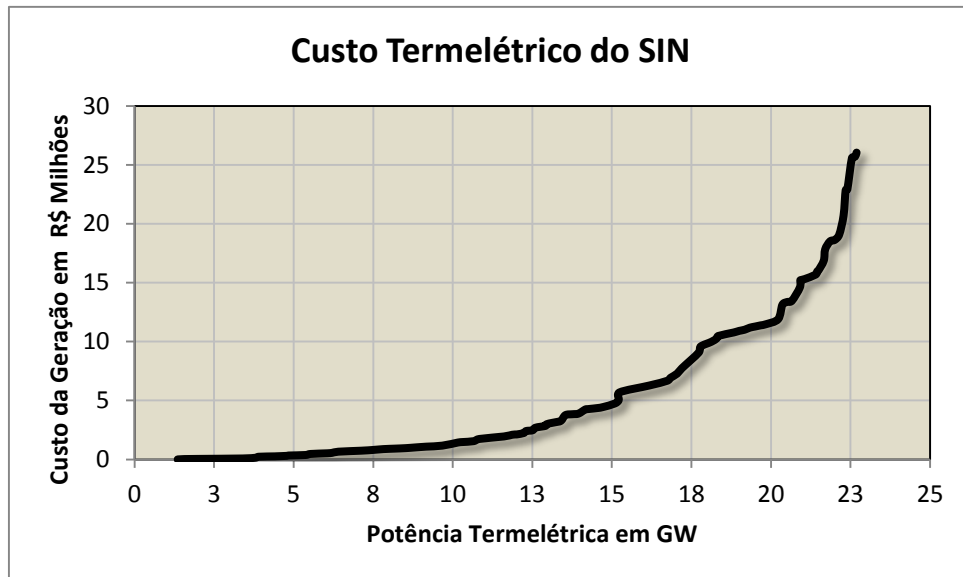


Figura 22 – Geração acumulada termelétrica valorada ao custo marginal termelétrico. Adaptado de EPE (2015).

A ideia dessa função é fazer com que o custo marginal de uso das usinas termelétricas seja estimado pelo próprio montante da geração termelétrica (exceto, naturalmente, pela unidade). A taxa de variação ou o custo marginal, a derivada da equação (4.4), é o valor marginal do próximo MW necessário e coincide com a potência em uso. A aplicação desta função resulta em custos marginais mais severos do que aqueles provenientes de uma aproximação da curva da figura 22, mas funciona como punição ao mau uso da capacidade das hidrelétricas, incentivando sua otimização. Além disso, o sistema em estudo é pequeno (capítulo 5) (menos de 10% da potência hidrelétrica do sistema elétrico brasileiro) e precisa de respostas rápidas quando são usados os primeiros MW de complementação termelétrica, de modo a produzir diferenças significativas entre os custos causados pela ausência de geração de pequenos montantes de energia hidrelétrica. A resposta dada pela equação (4.4) à mesma faixa de geração termelétrica da figura 22 pode ser vista na figura 23.

A equação (4.4) é a função de custos para a etapa presente. O somatório descontado dos resultados da aplicação desta mesma equação às etapas seguintes traduz-se na função de custos futuros. A soma das duas funções a cada etapa, custos presentes e custos futuros, é a função a minimizar (os custos futuros do último estágio são nulos).

Matriz de transição.

A matriz de transição de cada usina representará as probabilidades de que, dada determinada decisão de vazão a turbinar, o estado presente transite a um determinado estado futuro, a cada classe de vazões afluentes. A composição da matriz de transição de uma usina hidrelétrica se dá em duas etapas, como descrito em seguida.

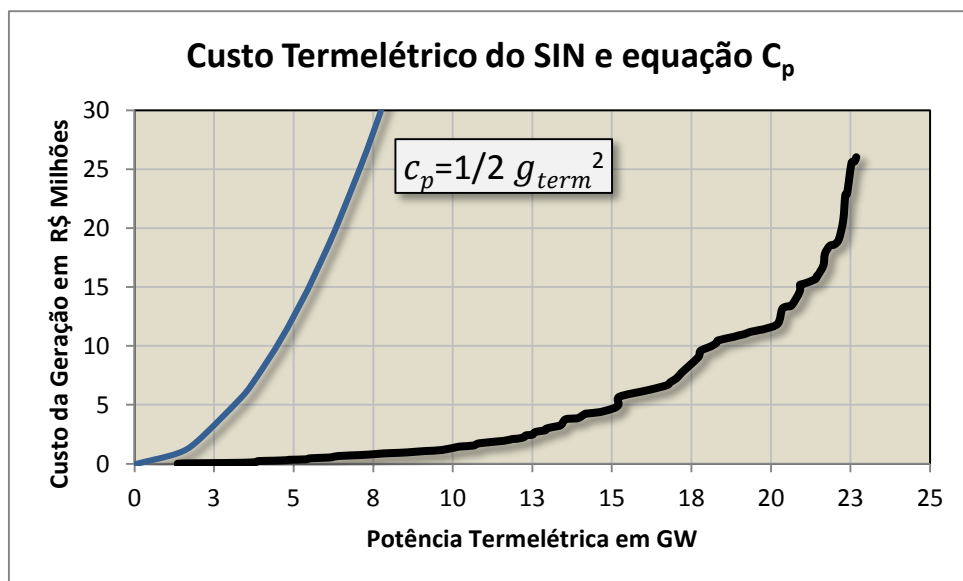


Figura 23 – Resposta da equação (4.4) em comparação à geração acumulada termelétrica valorada ao custo marginal termelétrico adaptada de (EPE, 2015).

Na primeira, as vazões afluentes são divididas em classes. Então, são contadas as séries que ocorreram em cada classe na etapa anterior. Para as séries que ocorreram em cada classe na etapa anterior, são contadas aquelas que ocorrem em cada classe presente. Assim, são contabilizadas as probabilidades condicionadas das ocorrências das classes de vazões afluentes, dadas as ocorrências de cada uma das classes na etapa progressiva. Há uma matriz dessas para cada mês.

Na segunda etapa, são calculados todos os balanços hídricos possíveis para cada reservatório de regularização. Para cada nível de reservatório inicial, para cada nível de reservatório final, para cada decisão possível e para cada classe de afluições (além de cada defluência do reservatório de regularização de montante, se houver), o conteúdo da matriz de balanços hídricos é preenchido com um 0 (zero) ou 1 (um). Se o total de água (nível inicial somado à afluição e subtraído da vazão turbinada da decisão) levar o reservatório ao nível final correspondente, a célula recebe

1. Do contrário, 0. Depois, esta matriz é ampliada em uma dimensão, correspondente às classes de etapa anterior.

Finalmente, as probabilidades condicionadas de cada uma das classes de afluições são atribuídas à matriz lógica de balanços hídricos. Tem-se assim, uma matriz de balanços hídricos possíveis, cada um com uma determinada chance condicionada de acontecer.

Dentro do otimizador é construída uma matriz de mesmas dimensões à qual são atribuídos os valores da complementação termelétrica de cada balanço possível: cada balanço tem uma combinação de geração das usinas hidrelétricas, que subtraindo-se da demanda mensal, dá origem às necessidades de complementação termelétrica. A matriz dos custos da complementação termelétrica é a matriz de custos presentes, ou custos da etapa presente. A essa matriz são somados, posteriormente, os valores esperados dos custos futuros correspondentes a cada combinação de níveis de armazenamento final. Tratam-se de valores esperados pois dependem das probabilidades de se transitar para cada estado futuro.

Considerações

Quanto à discretização de estados e decisões: as otimizações começam com intervalos arbitrados de níveis de reservatório, classes de vazões afluentes e decisões possíveis, para cada usina. Em seguida, é avaliada a possibilidade (tempo computacional) da ampliação no número de intervalos discretizados. A tabela 6 faz um resumo das características de modelagem.

O esquema da figura 24 tenta resumir o Processo de Decisão de Markov sob as características adotadas. Neste exemplo são quatro classes de vazões afluentes, sendo uma delas destacada para representar vazões extremas. Essas classes são um dos conjuntos de variáveis de estado e são combinadas com cada um dos possíveis níveis de reservatório, o outro conjunto de variáveis de estado. Nesta exemplificação são sete níveis, sendo que cinco deles são o volume útil discretizado. Um estado inferior, representado pela descrição “-1”, não é possível fisicamente, pois se trata de um nível negativo de armazenamento. Esse estado está presente para acomodar decisões que violam o balanço hídrico do reservatório. Há também um nível superior “+1”, incluído para que se possam calcular vertimentos. É claro que há

diferentes graus de vertimento, mas nesse esquema apenas um estado foi incluído para que se pudesse demonstrar o conceito envolvido.

Tabela 6 – Configurações iniciais do modelo markoviano.

| Característica | Determinação |
|---------------------|--|
| Etapa | Mês. |
| Horizonte | Cinco anos. |
| Variáveis de Estado | São duas: a) armazenamentos discretizados, com estados extras para reservatório vazio e vertimentos e b) classes de vazões afluentes. |
| Decisões | Vazões a turbinar discretizadas. |
| Função de custo | Complementação termelétrica ($c_p = 1/2g_{term}^2$) |
| Matriz de transição | Probabilidade de transição a cada armazenamento futuro, para cada armazenamento inicial, dada certa decisão tomada e classe de vazão afluente. |

Esses níveis extras de reservatório não resultam em volumes de água irreais. O estado de volume “negativo” tem cota de montante igual a zero, enquanto o estado com vertimento tem nível de reservatório igual ao máximo. O efeito do estado de volume “negativo” é anular a decisão que levou o reservatório a tal condição.

Para fins de balanço hídrico, a correção necessária para que a decisão que utiliza mais vazão do que a disponível passe a turbinar apenas o disponível é representada pelas discretizações inferiores. Por exemplo, digamos que a decisão de turbinamento máximo leva à transição para o volume “negativo”. A produção desta decisão é zerada, pois a transição correspondente é irreal. As decisões factíveis podem ser alcançadas pelas discretizações anteriores da vazão turbinada (com valores inferiores à máxima). No esquema da Figura 24, são onze decisões possíveis: desde o turbinamento máximo há reduções de 10%. A décima primeira decisão possível é o turbinamento nulo.

Assim, se turbinar o máximo utiliza água além daquela disponível, as decisões que precisam de vazões menores podem não transitar a tal condição extrema. No limite, a decisão de turbinamento nulo certamente não o faz.

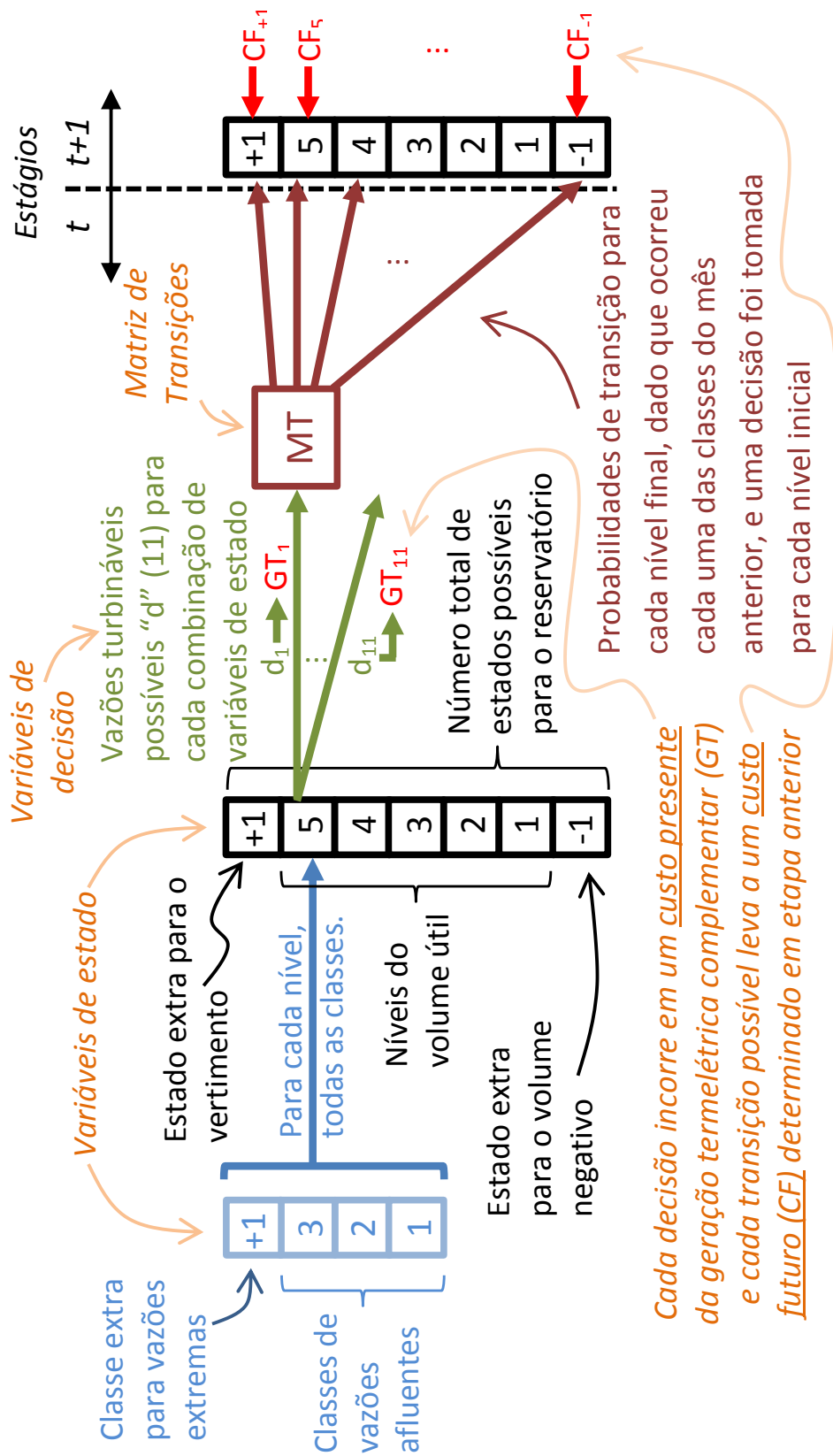


Figura 24 – Processo de Decisão de Markov modelado para o método proposto.

A criação do nível de reservatório “negativo” é importante para que a matriz de produção possa ser calculada para todas as possibilidades de níveis de reservatório e também de turbinamento de uma só vez, incluindo aquelas em que algum reservatório é esvaziado. Células da matriz de produção que levam ao nível “negativo” usaram mais água do que o disponível e terão sua produção anulada. E não apenas a geração do reservatório que infringiu o balanço hídrico, mas também de todo o sistema hídrico, pois foi a combinação das decisões das usinas que levou à violação. Assim, a complementação termelétrica é máxima e tem-se um caráter punitivo ao esvaziamento.

Como mencionado, são onze decisões possíveis para cada combinação de variáveis de estado. Cada decisão tem como consequência uma necessidade diferente de complementação termelétrica (GT, no esquema) com seu custo associado. Esse custo é calculado pela equação (4.4). Cada decisão (em cada nível inicial e cada classe) leva a uma diferente matriz de transições, que conduz a possibilidades de transição para níveis de reservatório finais. Todos os níveis finais têm custos associados (a complementação termelétrica daquele estágio em diante – CF, no esquema) calculados em etapa anterior.

Assim, cada decisão leva a um custo total esperado e a decisão escolhida é aquela que conduz ao menor custo total esperado para cada combinação de variáveis de estado.

4.3 Formulação do Problema

As usinas hidrelétricas não são modeladas com um custo operativo associado¹⁵, pois seus gastos com manutenção são considerados como distribuídos ao longo do tempo, sem relação com a produção. Assim, os únicos custos provenientes da operação de um sistema hidrotérmico são aqueles derivados da complementação termelétrica. O objetivo da otimização de usinas hidrelétricas no horizonte de sessenta meses, em valores de produção médios mensais, é reduzir o custo total da

¹⁵ Em modelos de otimização para a operação diária, o custo de parada e partida é uma informação relevante (NACIF, 2013).

complementação termelétrica média mensal em todo o período. O valor mínimo da função custo total c_{total} é:

$$c_{total} = \min \sum_{t=1}^T c_{etapa,t} (g_{term,t}), \quad (4.5)$$

Em que:

$c_{etapa,t}$ – é custo termelétrico em valores monetários (\$), função de $g_{term,t}$ e calculado conforme equação (4.4), para cada etapa t ;

$g_{term,t}$ – geração termelétrica complementar, em MW médios, na etapa t , calculada conforme (4.6);

t, T – respectivamente, etapa presente e etapa final.

Sujeita às restrições:

$$g_{term,t} = \max((demanda_t - \sum_{u=1}^U g_{hidr,t}^u), 0), \quad (4.6)$$

$$vol_{t+1}^u = vol_t^u + (q_{incr,t}^u + q_{defl,t}^{u-1} - q_{turb,t}^u - q_{vert,t}^u) \cdot conv - evp_t^u, \quad (4.7)$$

$$0 \leq q_{turb}^u \leq q_{max_{turb}^u}, \quad (4.8)$$

$$vol_{min}^u \leq vol^u \leq vol_{max}^u, \quad (4.9)$$

Em que:

u – corresponde ao índice da usina hidrelétrica;

$u - 1$ – índice que agrupa as usinas imediatamente a montante daquela com índice u ;

$demanda_t$ – demanda de energia em MW médios para a etapa t ;

$g_{term,t}$ -- geração termelétrica complementar, em MW médios, na etapa t , calculada conforme (4.6);

$\sum_{u=1}^U g_{hidr,t}^u$ – somatório da produção de energia hidrelétrica em MW médios. A produção de cada usina é calculada de acordo com equação (4.3);

vol_t^u, vol_{t+1}^u – respectivamente, volume no início e no final da etapa para a usina de índice u , em hm^3 ;

$q_{incr,t}^u$ – vazão incremental afluyente à usina u . Esta é a vazão que é afluyente à usina u , sem passar pelas usinas de montante, em m^3/s ;

$q_{defl,t}^{u-1}$ – vazão defluyente que provém das usinas imediatamente à montante da usina u em m^3/s ;

$q_{turb,t}^u$ – vazão a turbinar na etapa t pela usina u , em m^3/s ;

$q_{vert,t}^u$ – vazão vertida na etapa t pela usina u , em m^3/s ;

$conv$ – fator de conversão de vazão média mensal (m^3/s) para volume mensal (hm^3);

evp_t^u – volume de água evaporado no reservatório u na etapa t , em hm^3 ;

$q_{max_{turb}}^u$ – vazão turbinável máxima, em m^3/s . Não há limite inferior porque se considera que, dada uma média de turbinamento baixa, dentro do mês nenhum turbinamento é inferior à restrição de operação mínima da turbina, pois vazões turbinadas maiores em menores períodos de tempo levam à mesma média mensal;

vol_{min}^u, vol_{max}^u – respectivamente, volume mínimo e máximo do reservatório.

A necessidade de complementação térmica é determinada pela demanda mensal e pela produção das hidrelétricas. Naturalmente, as restrições físicas limitam as usinas e seus reservatórios: não se pode turbinar mais do que o máximo ou utili-

zar água que não está armazenada nem afluindo, assim como não é possível estocar água além da capacidade limite.

A equação (4.7) é chamada de equação de balanço hídrico. Ela permite o cálculo do volume final armazenado no aproveitamento hidrelétrico e dos volumes vertidos. No balanço, o total de água afluente (volume incremental somado ao volume defluente das usinas à montante) reduzido dos volumes vertidos, turbinados e perdidos (por evaporação, por exemplo) leva ao resultado líquido do volume armazenado ao fim do período. Em outras palavras, o volume afluente deve ser igual ao volume defluente somado ao volume perdido.

Formatado como um processo de decisão de Markov, o problema é resolvido por intermédio da programação dinâmica discreta estocástica. O termo “discreta” refere-se à discretização das variáveis de estado e de decisão. Enquanto “estocástica” significa que a incerteza referente às vazões é tratada explicitamente, ou seja, por intermédio de probabilidades (para mais detalhes, ver item 3.3).

4.4 Programação Vetorial

O objetivo deste subitem é descrever algumas das adaptações necessárias do modelo proposto ao uso da linguagem vetorial Matlab[®]. Esse tipo de linguagem exige técnicas de programação específicas e atenção especial deve ser dada à álgebra linear. A intenção deste texto é demonstrar como os dados, cálculos e resultados precisam ser organizados matricialmente, sob o menor número de laços (*loops*) possível, pois linguagens como a Matlab[®] são especializadas no cálculo vetorial, e bastante ineficientes com laços. Tal procedimento de se transformar um programa tradicional em matricial é chamado de vetorização (*vectorization*) (ZARANEK *et al.*, 2013).

São descritos os procedimentos para um único reservatório. Procedimentos específicos são então aplicados para combinar as matrizes construídas para usinas individuais.

4.4.1 Queda Líquida

a) Níveis de Montante Médios

Cada nível associado a cada volume pode ser calculado conforme a equação (1.2). No modelo proposto, no entanto, os níveis de montante são calculados de uma vez para todos os níveis possíveis em uma única linha de código. Para tal, é preciso que se construam anteriormente matrizes que contenham todas as combinações possíveis dos dados necessários. No que concerne ao nível de montante, são os volumes iniciais e finais de cada etapa, pois o volume armazenado, em razão das afluências e da operação do reservatório, pode ser diferente ao final da etapa do que foi no começo da mesma.

Desse modo, o nível de montante é aproximado por uma média entre a cota inicial e a cota final do reservatório, dando forma a uma matriz contendo um valor médio correspondendo a cada volume inicial e volume final possível de cada etapa.

Na construção do processo de decisão markoviano, cria-se um vetor que contém os valores discretizados do volume útil do reservatório (contando também com os níveis “extras”, conforme item 4.2). Aqui, o vetor com os valores de montante para cada discretização de volume é copiado (sem o uso de laços, mas por meios de funções internas do *software* Matlab[®]) até se tornar uma matriz quadrada de dimensões *número de discretizações do volume* \times *número de discretizações do volume*, formando uma coleção de “número de discretizações de volume” vezes do vetor discretizado do volume útil. Instrução semelhante monta outras matrizes quadradas para os expoentes do polinômio da equação (1.2) e para os coeficientes do mesmo polinômio. A matriz quadrada *volumes* \times *volumes* é elevada elemento a elemento¹⁶ ao valor da matriz de expoentes para em seguida ser multiplicada, também elemento a elemento, pelos coeficientes polinomiais. O resultado é então somado linha a linha e tem-se assim um vetor com os níveis de montante NM em metros para todos os

¹⁶ Isto é, cada elemento de uma matriz fará a operação matemática correspondente com o mesmo elemento da segunda matriz, para todos os pares. A multiplicação elemento a elemento de \mathbf{A} e \mathbf{B} resulta na multiplicação do elemento \mathbf{a}_{ij} pelo respectivo elemento \mathbf{b}_{ij} . Não se trata de produto vetorial. Do mesmo modo, $\mathbf{A}.\mathbf{B}$ significa reproduzir a operação exponencial para cada par $\mathbf{a}_{ij}.\mathbf{b}_{ij}$.

volumes discretizados. Finalmente, o vetor é replicado “*número de discretizações do volume*” vezes até compor uma matriz quadrada outra vez.

O próximo passo é somar esta matriz NM à sua transposta, de modo que a matriz $NMmed$, com os níveis médios de montante para cada estado inicial e final, é obtida em uma única linha por:

$$NMmed = (NM + NM^T)/2 \quad (4.10)$$

Em que:

$NMmed$ – é uma matriz quadrada de dimensões “*número de discretizações do volume*” contendo o nível médio de montante para cada volume inicial e combinado a cada um dos volumes finais.

NM – é uma matriz quadrada de dimensões “*número de discretizações do volume*” contendo os níveis de montante para cada volume discretizado, replicado em colunas.

O nível de montante para os estados com vertimento corresponde ao nível máximo do reservatório, assim como a zero, para o nível com “volume negativo” (ver item 4.2).

b) Cálculo da Matriz de Vazões Defluentes e dos Níveis de Jusante.

Uma vez que todos os volumes discretizados, incluindo aqueles que representam o vertimento, são conhecidos, é possível determinar todas as combinações de vazões defluentes.

O vetor de vertimentos é resultado das diferenças positivas entre o vetor de volumes discretizados e o volume de armazenamento máximo da usina (uma constante), anulando-se valores negativos (para estados com vertimento, a diferença é positiva). Já o vetor de vazões turbináveis é o resultado da discretização do espaço de ações (variável de decisão). Diferentemente do nível de montante, não há média

a ser calculada, pois a vazão turbinada de cada etapa é tomada como um valor médio.

Tratam-se de vetores de dimensões diferentes. O vetor de volume discretizado tem dimensão de *número de discretizações do volume*, enquanto o de vazões turbináveis tem dimensão de *número de decisões possíveis (ações)*. A matriz de vazões defluentes (em m³/s) tem, portanto, dimensões de *número de discretizações do volume x número de decisões possíveis (ações)* e resulta da combinação dos vetores (depois que o vetor de volume discretizado é convertido em vetor de vazões), em que ambos são replicados até formarem matrizes (neste caso, não necessariamente quadradas). E uma delas é transposta, para que todas as possibilidades sejam cruzadas.

Os vetores de expoentes e de coeficientes dos polinômios da curva chave do canal de fuga são copiados até formarem matrizes, de modo muito similar ao feito no item a). Ao fim das operações, o resultado é uma matriz de níveis de jusantes (em metros) de dimensões *número de discretizações do volume x número de decisões possíveis (ações)*.

A composição desta matriz, para fins de praticidade, já traz embutida a informação da perda de carga (em metros), pois esta é função das vazões turbinadas.

c) Matriz de Quedas Líquidas

Como o nível de montante depende dos volumes inicial e final do reservatório, e o de jusante é função do nível final (possíveis vertimentos) e da decisão tomada (vazões turbinadas), a matriz de quedas líquidas tem três dimensões: *número de discretizações do volume (iniciais) x número de discretizações do volume (finais) x decisões possíveis*. Utilizando funções internas do Matlab[®] (especializadas), as duas matrizes são expandidas para a dimensão final, de modo que a matriz de quedas líquidas é:

$$Hl = NMmed - NJ \quad (4.11)$$

Em que NJ é a matriz de níveis de jusante com dimensões iniciais *número de discretizações do volume x número de decisões possíveis (ações)*, redimensionada, tal como $NMed$ (da equação (4.10)) para ter as mesmas dimensões de HL . A matriz de quedas HL (*número de discretizações do volume x número de discretizações do volume x decisões possíveis*) já é líquida, pois a matriz NJ traz em si a informação das perdas de carga.

4.4.2 Matrizes de Produção

A matriz de produção da usina hidrelétrica deve conter os resultados para cada uma das combinações possíveis da equação (4.3). Em termos de programação vetorial, a matriz de produção depende da matriz de quedas líquidas e do vetor de decisões possíveis. Assim, tem a dimensão da maior delas, pois a dimensão do vetor de decisões possíveis já está presente. Cada reservatório de regularização possui uma matriz de produção com as mesmas dimensões de HL (*número de discretizações do volume x número de discretizações do volume x decisões possíveis*). Neste ponto, não se verifica se há água disponível no reservatório de regularização (as usinas a fio d'água têm método específico descrito no item 4.4.4) para todas essas combinações de volumes iniciais e finais. Essa conferência é feita na composição das matrizes de balanço hídrico. A matriz em discussão apenas contém os cálculos da geração média produzida por cada uma das decisões de vazão turbinada, condicionada a cada nível inicial e final do reservatório (e, por extensão, ao nível de jusante). Exceção são as combinações de produção que conduzem ao nível de reservatório "negativo" descrito no item 4.2. Neste caso, sabemos que há uso de água além da disponível pois o reservatório termina em volume negativo, o que não é possível fisicamente. Logo, a produção destes células deve ser igual a zero.

Mais adiante, no item 4.4.4, descreve-se a combinação das matrizes individuais de produção em uma única matriz de produção combinada. Na matriz de produção combinada, se algum dos reservatórios é conduzido ao volume negativo, toda a produção do sistema é zerada, pois a combinação de produções conduziu o sistema a um estado impossível.

4.4.3 Balanços Hídricos

Os balanços hídricos são calculados pela combinação de todos os vetores envolvidos. Cada combinação específica respeita a equação (4.7). Todos os vetores são expandidos utilizando-se funções do *software* Matlab[®] de modo a terem a mesma dimensão. O conjunto de todos os balanços possíveis para uma única usina é obtido como:

$$Vol_{inicial} - Vol_{final} - D - Vol_{evap} + Classes_{afl} \xrightarrow{\text{mais próximo de}} \mathbf{0} \xrightarrow{\text{verdadeiro}} \mathbf{BH} \quad (4.12)$$

em que:

BH é uma matriz lógica em que estão registradas as combinações do balanço hídrico que são possíveis (verdadeiros), e que tem dimensões *número de discretizações do volume x número de discretizações do volume x decisões possíveis x número de classes de vazões afluentes x meses*. Os balanços verdadeiros são aqueles mais próximos de zero para cada conjunto de decisões (qual das decisões, para cada volume inicial e vazão afluente, leva a um balanço possível). Quanto maior a discretização, menores as distâncias ao zero;

Vol_{inicial}: matriz que contém cópias do vetor de discretizações do volume útil inicial em hm³. Trata-se de vol_t^u na equação (4.7);

Vol_{final}: matriz que contém cópias do vetor de discretizações do volume útil final em hm³. Trata-se de vol_{t+1}^u e $q_{vert,t}^u$ na equação (4.7). Contém também informação da evaporação, como explicado abaixo;

D: matriz que contém cópias do vetor de decisões possíveis já em volume (hm³);

Classes_{afl}: matriz composta de cópias do vetor de classes de vazões afluentes, convertidas em volume (hm³). Trata-se de $q_{incr,t}^u$ na equação (4.7).

Vol_{evap}: volume evaporado, calculado a partir da cota média entre nível inicial e final do reservatório. Trata-se de evp_t^u na equação (4.7).

A evaporação é função da área do lago, que é função do volume. Desse modo, compõe-se uma evaporação média para cada nível inicial e final por intermédio de um polinômio chamado cota-área.

Finalmente, quando há reservatórios de acumulação a montante, uma dimensão é adicionada para $q_{defl,t}^{u-1}$ (na equação (4.7)), as vazões defluentes de montante, em volume (hm^3).

4.4.4 Matrizes de Produção com Usinas a Fio D'água.

Uma vez que as usinas a fio d'água são modeladas sem capacidade de regularização, não há o que decidir quanto à vazão a turbinar: o que não for turbinado, é vertido. Logo, não há variáveis de decisão para as usinas a fio d'água. Toda a vazão afluente deve passar pelas turbinas sempre que possível.

Para cada uma das classes de vazões relativas ao mês anterior, calcula-se o valor esperado da vazão incremental na etapa presente. Compõe-se então uma matriz para as possibilidades de vazão afluente: classes de vazão incremental, vazão turbinada do reservatório de montante e para cada nível final do reservatório de montante (o que traz a informação da vazão vertida).

Para reduzir o tamanho final dos problemas, não são combinadas as possibilidades de vazões afluentes entre as usinas de regularização e usinas a fio d'água. Assume-se que, por estarem em cascata, a ocorrência das classes coincide.

A matriz de produção a fio d'água tem dimensões *número de classes de vazões afluentes* \times *número de discretizações do volume* \times *decisões possíveis*, enquanto a matriz de produção de usinas de regularização tem dimensões *número de discretizações do volume* \times *número de discretizações do volume* \times *decisões possíveis*. As duas matrizes são transformadas para terem as mesmas dimensões e seus valores são somados dando origem a uma matriz de produção total (para uma usina de regularização e usinas a fio d'água a jusante) de dimensões: *número de discretizações do volume* \times *número de discretizações do volume* \times *decisões possíveis* \times *número de classes de vazões afluentes*.

4.4.5 Otimização

As matrizes de balanço hídrico são ampliadas ainda um vez, adicionando-se a dimensão das classes do mês anterior. A cada elemento da nova matriz de balanços hídricos é atribuída a chance condicionada de ocorrência das classes de vazões afluentes correspondentes. Essas probabilidades são somadas na direção da dimensão das classes da etapa presente. Tem-se novamente uma matriz de dimensões: *número de discretizações do volume x número de discretizações do volume x decisões possíveis x número de classes de vazões afluentes (mês anterior) x meses*. Mas agora, ao invés de valores lógicos indicando os balanços verdadeiros, cada balanço hídrico possível tem uma probabilidade de acontecer, dadas as classes de vazões do mês anterior.

As matrizes de balanços hídricos das usinas de regularização são então combinadas em uma só para que todas possibilidades estejam cobertas, utilizando procedimentos que produzem cópias dessas matrizes e ampliam suas dimensões.

Por exemplo, tomem-se dois reservatórios discretizados em 7 intervalos, afluências separadas em 5 classes e o número de 10 decisões possíveis (além dos 12 meses do ano). Cada usina de regularização tem uma coleção de balanços hídricos possíveis de dimensões (a matriz de balanços é chamada BH): balanços hídricos da usina 1 $\rightarrow BH_{usina_1}(7, 7, 10, 5, 12)$.

Cada conjunto de balanços é replicado sem laços, utilizando os recursos do *Matlab*[®], de modo que as dimensões se ampliam para: balanços hídricos da usina 1 $\rightarrow BH_{usina_1}(49, 49, 100, 25, 12)$.

Estes são então combinados aos balanços da usina de regularização 2, por exemplo. O mesmo procedimento é conduzido para as matrizes de produção total de cada usina de regularização (que já contam com as produções de usinas a fio d'água a jusante). As ampliações das matrizes são levadas a cabo de modo a garantir que todas as possibilidades de valores combinados são efetuadas. Chamam-se a essas matrizes de “balanços hídricos do sistema” e “produção total do sistema”.

A complementação termelétrica é de obtenção simples. Trata-se da subtração da carga a se atender mensalmente pela produção hidrelétrica. Tem, por isso, as mesmas dimensões da matriz de produção total do sistema. Do mesmo modo, a matriz de custos presentes é obtida pelo cálculo do custo da complementação termelétrica para cada elemento da matriz de complementação termelétrica pela equação (4.5).

A essa matriz são somados os valores esperados dos custos futuros (uma vez que os estados futuros dos reservatórios são probabilísticos), dando origem à matriz de custos totais.

A otimização encontra o mínimo em uma única linha de programação, ao fazer uso da função *min* aplicada sobre a multiplicação ponto a ponto da matriz de custos totais e da matriz de balanços hídricos totais.

4.5 Algoritmos

Sempre que alguma ação é indicada para uma usina, subentende-se que é repetida para as demais e os resultados são agrupados em matrizes de dimensões maiores. Por exemplo, no item A (Entrada dos dados), cada usina tem um vetor para o polinômio “cota-volume”. Tem-se uma matriz de polinômios “cota-volume” quando os vetores individuais são agrupados.

Não são indicadas linhas de código que resultam das boas práticas de programação em linguagem vetorial como: pré-alocação de memória, limpeza de memória, etc.

A) *Entrada dos dados.*

- 1 Criar vetores com as constantes dos polinômios “cota-volume”, “cota-área” e “nível de jusante-vazão defluente” e para os valores de evapotranspiração média mensal.
- 2 Criar escalares com as constantes, como: volume útil, vazão turbinável máxima, potência instalada, rendimento médio.
- 3 Criar a matriz com as afluições. Dimensões: séries x meses.

B) Determinar os números da otimização e de discretização das variáveis.

- 4 Criar escalares para os números: de séries e meses a partir da matriz de afluições, de estados em que o reservatório é dividido, de estados para representar o vertimento, de discretizações para a variável de decisão: a vazão turbinável, de classes para as vazões afluentes, e o horizonte.

C) Discretização

- 5 Criar o vetor do volume útil: volume útil discretizado, mais estados superiores (vertimento) e inferior (vazio).
- 6 Criar o vetor de decisões: vazão turbinável máxima discretizada.
- 7 Criar os vetores de classes de vazões afluentes, incluindo a classes que representa vazões com baixa permanência.

D) Matriz de transições

- 8 Para cada uma das usinas
 - 9 Para cada classe
 - 10 Criar matriz lógica para a matriz de vazões afluentes que pertencem (“verdadeiro”) ou não à classe
 - 11 Fim do laço interno
 - 12 Para cada classe
 - 13 Criar matriz lógica para as matrizes de vazões afluentes que pertencem a cada uma das classes no mês anterior e que pertencem à classe no mês presente
 - 14 Fim do segundo laço interno
 - 15 Contar quantas vazões pertencem a cada uma das classes
 - 16 Contar quantas vazões pertencem a cada uma das classes, dado que pertenceram a cada uma das classes do mês anterior.
 - 17 Calcular (divisão) a proporção de cada uma das ocorrências condicionadas
 - 18 Fim do laço externo

E) Cálculo da matriz de vazões defluentes.

- 19 Calcular o vetor do volume vertido. Os estados superiores tem seu volume extra transformado em vertimento.

- 20 Transformar o vetor “Vertimentos” em matriz, por repetição em “número de decisões” vezes.
- 21 Transformar o vetor “Vazões Turbináveis”, que é o vetor discretizado das possibilidades de turbinamento, em matriz. Transpor esta matriz.
- 22 Somar “Vertimentos” com “Vazões Turbináveis”. Resultado: uma matriz de vazões defluentes com todas as combinações de vertimento e turbinamento. Vazões Defluentes tem dimensões estados x decisões.

F) Cálculo dos níveis de jusante.

- 23 Calcular o nível de jusante para todas as possibilidades de defluência simultaneamente.

G) Produção das usinas a fio d’água.

- 24 Para cada uma das usinas a fio d’água
 - 25 Identifica-se qual o reservatório de montante
 - 26 Calcula-se a matriz de vazões esperadas, de acordo com a matriz de transições
 - 27 Para cada defluência possível do reservatório a montante
 - 28 Para cada classe de vazões incrementais
 - 29 Calcular a queda líquida
 - 30 Calcular a geração esperada
 - 31 Fim do laço interno
 - 32 Fim do laço intermediário
- 33 Fim do laço externo

H) Cálculo dos balanços hídricos.

- 34 Redimensionar todos os vetores e matrizes presentes no balanço hídrico de modo a terem a mesma dimensão: volumes iniciais e finais possíveis, decisões possíveis, evaporações, classes de decisões possíveis, vazões defluentes do reservatório de montante (não há para o reservatório de cabeceira).
- 35 Somar essas matrizes redimensionadas dando origem à matriz de balanços hídricos possíveis.
- 36 Os balanços mais próximos de zero são identificados como “verdadeiros”. Os demais, como falsos.

- 37 Atribuir aos balanços verdadeiros as chances de ocorrência da classe de vazões afluentes.
- 38 Combinar todas as possibilidades de balanços hídricos dos reservatórios, dando origem a uma única matriz contendo todas as combinações .

I) Cálculo do nível de montante médio.

- 39 Calcular o vetor “Nível de Montante”. Dimensão: estados.
- 40 Transformar o vetor “Nível de Montante” em matriz, copiando-se o vetor “número de estados” vezes. Dimensão: estados x estados.
- 41 Somar a matriz “Nível de Montante” à sua transposta e dividi-la por 2 para produzir a uma nova matriz “Nível de Montante Médio” com dimensões estados iniciais x finais, em que o conteúdo é o nível de montante médio para todas as combinações de estados iniciais e finais.

J) Variáveis da otimização.

- 42 Criar constantes para: demanda, fator de desconto, fator de penalidade.

K) Matriz de produção.

- 43 Cálculo da produção para a queda líquida correspondente a todos os possíveis níveis iniciais e finais do reservatório e a todas as decisões possíveis de turbinamento.
- 44 Somar a produção de cada usina a fio d’água à produção de seu reservatório correspondente em todas as combinações possíveis.
- 45 Criar a matriz de produção total que combina todas as possibilidades das matrizes de produção.

L) Matriz de complementação termelétrica e de custos presentes.

- 46 Criar a matriz de geração térmica. É o resultado da subtração da demanda pela matriz de produção, limitada a zero.
- 47 Criar a matriz de custos presentes: matriz de geração térmica ao quadrado (ponto a ponto) multiplicada pelo coeficiente de custo. As duas matrizes têm dimensões estados x estados x decisões.

M) Variáveis de Otimização

- 48 Determinar as variáveis de otimização, como o custo das termelétricas, o fator de desconto (1% ao mês) e a carga (o dobro do conjunto de potências instaladas).

N) Otimização

- 49 Para cada mês (etapa), faça:
- 50 Extrair a matriz de custo futuro da etapa seguinte (zero para o último mês do horizonte).
- 51 Calcular a matriz de complementação termelétrica e, por consequência, a matriz de custos presentes para cada uma das possibilidades da matriz de balanços hídricos combinados.
- 52 Criar matriz de custo total a partir da soma das matrizes de custo presente e futuro.
- 53 Multiplicar a matriz de custo total ponto a ponto pela matriz de transição de probabilidades (balanços hídricos possíveis).
- 54 Criar a matriz de custo ponderado a partir da soma das dimensões da coluna da matriz de custo total para cada decisão.
- 55 Encontrar o menor valor para cada combinação de níveis iniciais dos reservatórios e de classes afluentes.
- 56 Guardar os valores mínimos, assim como os índices. São dois vetores: valores mínimos e decisões ótimas.
- 57 Atualizar a matriz de custo futuro para o mês corrente a partir dos custos mínimos.
- 58 Fim do laço.

5 ESTUDO DE CASO

A seguir são apresentados os dados usados tanto no modelo proposto quanto no MSUI, modelo vigente no setor elétrico e aplicado aqui para fornecer simulação alternativa para comparação. O modelo proposto é composto de um otimizador e um simulador. O MSUI não possui otimizador e segue regras operativas próprias, não importadas de outros modelos. A única diferença nos dados está nas séries de vazões. O otimizador enxerga classes de vazões com probabilidades condicionadas de ocorrência. O simulador e o MSUI trabalham com a série histórica de vazões.

O estudo de caso é composto pelas usinas em operação no rio Iguaçu. Formado pelo encontro dos rios Iraí e Atuba no município de Curitiba, na divisa com o município de Pinhais, o rio Iguaçu capta água da bacia hidrográfica que leva seu nome: Bacia do Iguaçu, de aproximadamente 70.800 km², contando as áreas do Brasil e da Argentina. No estado do Paraná, são 54.820,4 km². O rio Iguaçu corta o sul do estado do Paraná, e sua bacia está dividida em três Unidades Hidrográficas de Gestão de Recursos Hídricos: Baixo Iguaçu, Médio Iguaçu e Alto Iguaçu, esta última agrupada à Bacia do Ribeira, como se pode ver pela figura 25 (SEMA, 2010).



Figura 25 – Unidades Hidrográficas no estado do Paraná (SEMA, 2010).

A razão para escolha deste estudo de caso, as usinas do Iguaçu, deve-se unicamente ao interesse do presente trabalho nesta cascata, pois três delas são usinas cujas concessões são administradas pela empresa à qual o pesquisador está vinculado. Conforme se vê no capítulo 6, esta cascata possui características hidrológicas particulares. Como trabalho futuro, sugere-se, ao final, estudos de caso alternativos, com regimes hidrológicos diferentes.

São cinco usinas construídas no rio Iguaçu (de montante para jusante): GBM – Governador Bento Munhoz (também conhecida como Foz do Areia), GNB – Governador Ney Braga (ou Segredo), Salto Santiago, Salto Osório e GJR – Governador José Richa (ou Salto Caxias). A cascata contará com mais uma hidrelétrica, pois a UHE Baixo Iguaçu, a jusante de Salto Caxias, está em construção. A localização das usinas sobre o rio pode ser vista na figura 26.



Figura 26 – Usinas construídas sobre o Iguaçu (COPEL, 2015).

Três destas usinas estão sob concessão da Companhia Paranaense de Energia, Copel: Foz do Areia, Segredo e Salto Caxias. E duas estão concedidas à Tractebel Energia: Salto Santiago e Salto Osório. Não são incorporadas neste estudo de caso as usinas do rio Jordão nem as pequenas centrais hidrelétricas dos rios Chopim e Cavernoso.

Hidrelétricas com capacidade de regularização superior a um mês são consideradas usinas com a propriedade de deplecionar seus reservatórios. Enquanto aquelas que podem regularizar suas vazões por alguns dias ou um número de se-

manas inferior a um mês são consideradas como usinas a fio d'água e têm seu nível mantido constante. Essas definições aplicam-se a estudos como este, em que se utilizam vazões afluentes médias mensais (ver capítulo 4). Regularizações intramensais não influenciam a regularização do rio mais do que a média mensal das vazões afluentes.

Na prática operativa, todos os reservatórios têm variações em seus níveis e os deplecionamentos das usinas que são chamadas de a fio d'água são importantes para o atendimento das variações das cargas ao longo do dia e para absorver variações de vazões incrementais (como chuvas diretas sobre o reservatório). As usinas de regularização são Foz do Areia e Salto Santiago. As outras três, são a fio d'água.

Os dados referentes aos níveis de reservatórios e volumes máximos e mínimos foram extraídos do caso que serviu como base aos modelos vigentes MSUI e Newave para o leilão de energia nova A-5 (lê-se “a menos cinco”) de 2015 disponível na página da Empresa de Pesquisa Energética (EPE, 2015). Essas informações estão listadas na tabela 7. A única alteração refere-se ao nível mínimo de Segredo, diferente do máximo no caso base consultado, mas aqui mantidos iguais em 607 m.

Tabela 7 – Níveis de montante e volumes máximos e mínimos para as usinas do rio Iguaçu (EPE, 2015).

| Característica | Usinas | | | | |
|----------------------------------|--------------|--------------|---------|------------|------------|
| | Foz do Areia | Sl. Santiago | Segredo | Sl. Osório | Sl. Caxias |
| Nível de montante máximo (m) | 742 | 506 | 607 | 397 | 325 |
| Nível de montante mínimo (m) | 700 | 481 | 607 | 397 | 325 |
| Volume máximo (hm ³) | 5779 | 6775 | 2950 | 1124 | 3573 |
| Volume mínimo (hm ³) | 1974 | 2662 | 2950 | 1124 | 3573 |

Os níveis de reservatório são obtidos, para os reservatórios de regularização, por intermédio dos polinômios cota-volume. Neles, a informação de entrada é o volume em hm³ e o resultado é o nível em metros. Os coeficientes dos polinômios, também extraídos do caso base A-5 (EPE, 2015) são apresentados na tabela 8. O polinômio é da forma da equação (1.2) na página 16.

Tabela 8 – Coeficientes dos polinômios cota-volume (EPE, 2015)

| Usina | a0 | a1 | a2 | a3 | a4 |
|----------------|----------|----------|-----------|----------|-----------|
| Foz do Areia | 6,51E+02 | 3,50E-02 | -6,50E-06 | 7,78E-10 | -3,95E-14 |
| Salto Santiago | 4,48E+02 | 1,82E-02 | -2,87E-06 | 3,00E-10 | -1,27E-14 |

De modo semelhante são calculados os níveis de jusante. Mas nesse caso, para todas as usinas. Os coeficientes dos polinômios estão dispostos na tabela 9. Entra-se com a vazão defluente em m³/s e o resultado é o nível de jusante em metros. O polinômio é da forma:

$$n_j = a_1 + a_2 q_{defl} + a_3 q_{defl}^2 + a_4 q_{defl}^3 + a_5 q_{defl}^4 \quad (5.1)$$

Em que q_{defl} representa a vazão defluente em m³/s e a_1, a_2, \dots, a_n são coeficientes do polinômio. A partir dos níveis calculados pelos polinômios cota-volume é possível obter o valor da área média ocupada pelo espelho d'água do reservatório ao longo de uma etapa de otimização, por intermédio dos polinômios chamados de cota-área. A partir da cota média da etapa (metros), obtém-se a área média do lago em km². Os coeficientes desses polinômios estão na tabela 10, para Foz do Areia e Salto Santiago. Para as demais, considerada das a fio d'água, o nível do reservatório não varia e, por consequência, também são constantes suas áreas superficiais. As áreas máximas e mínimas estão dispostas na tabela 11. O polinômio cota-área é da forma:

$$\acute{a}rea = a_1 + a_2 cota + a_3 cota^2 + a_4 cota^3 + a_5 cota^4 \quad (5.2)$$

Em que $cota$ representa nível de reservatório em metros e a_1, a_2, \dots, a_n são coeficientes do polinômio. Com a área média da etapa, é possível calcular o volume evaporado médio da superfície dos lagos. Essa estimativa é alcançada pela multiplicação da área média pelo valor estimado da evaporação líquida do mês. A evaporação líquida é a diferença entre a evaporação real do reservatório e a evapotranspiração real do local antes da implementação do reservatório (ONS, 2006). A evapotranspiração é a evaporação total, constituindo-se da soma da evaporação do solo e da transpiração da vegetação (VIESSMAN *et al.*, 1977). Como a evaporação líquida

é a diferença entre totais de evaporação antes e depois da implementação da usina, eventualmente valores negativos podem acontecer. As estimativas de evaporação média mensal em milímetros estão dispostas na tabela 12. Os números negativos de outubro, novembro e dezembro indicam que a implementação dos reservatórios pode ter reduzido a evaporação total dos locais nesses meses mas, neste trabalho, não se faz nenhuma avaliação técnica destas informações.

Tabela 9 – Coeficientes dos polinômios para os níveis de jusante em função das vazões defluentes (EPE, 2015)

| Usina | a0 | a1 | a2 | a3 | a4 |
|----------------|----------|----------|-----------|-----------|-----------|
| Foz do Areia | 6,02E+02 | 1,11E-03 | 4,21E-07 | -8,31E-11 | 4,76E-15 |
| Salto Santiago | 3,94E+02 | 2,11E-03 | -7,92E-08 | 2,35E-12 | -2,71E-17 |
| Segredo | 4,90E+02 | 6,08E-05 | 2,92E-07 | -2,32E-11 | 4,56E-16 |
| Salto Osório | 3,22E+02 | 2,28E-03 | -1,40E-07 | 3,84E-12 | -5,36E-17 |
| Salto Caxias | 2,58E+02 | 6,21E-04 | -1,72E-08 | 2,28E-13 | 1,22E-20 |

Tabela 10 – Coeficientes dos polinômios cota-área (EPE, 2015)

| Usina | a0 | a1 | a2 | a3 | a4 |
|----------------|-----------|-----------|-----------|----------|----------|
| Foz do Areia | 1,23E+04 | -3,59E+01 | 2,63E-02 | 0,00E+00 | 0,00E+00 |
| Salto Santiago | -9,87E+03 | 5,44E+01 | -9,16E-02 | 2,07E-05 | 5,05E-08 |

Tabela 11 – Áreas máximas e mínimas dos lagos dos reservatórios (EPE, 2015)

| Característica | Usinas | | | | |
|--|--------------|---------------|---------|-------------|-------------|
| | Foz do Areia | Slt. Santiago | Segredo | Slt. Osório | Slt. Caxias |
| Área máxima do lago (km ²) | 55,9 | 122,9 | 80,7 | 56 | 141,4 |
| Área mínima do lago (km ²) | 141,9 | 208,2 | 80,7 | 56 | 141,4 |

Como se vê no capítulo 6, a tabela de decisões produzida pela otimização é testada por meio de um simulador, cujos resultados são comparados com os do modelo MSUI. Uma vez que o MSUI é usado para comparação, os resultados da simulação do modelo MSUI servem como base para a obtenção de alguns parâmetros que não estão disponíveis no cadastro de dados de entrada do próprio MSUI ou do Newave. Um desses parâmetros é o coeficiente de perda de carga. O MSUI e outros modelos vigentes no setor elétrico valem-se da perda de carga média, que é uma estimativa da energia média que é perdida pela passagem da água desde a tomada

d'água, passando pelos condutos forçados e turbinas, até o canal de fuga. Trata-se de um único parâmetro medido em metros e válido para todos os meses e todas as vazões turbináveis.

Tabela 12 – Evaporação líquida mensal em **mm** (EPE, 2015)

| | jan | fev | mar | abr | mai | jun | jul | ago | set | out | nov | dez |
|----------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Foz do Areia | 6 | 26 | 54 | 76 | 77 | 67 | 47 | 34 | 15 | -13 | -16 | -5 |
| Slt. Santiago | 2 | 21 | 41 | 61 | 63 | 56 | 39 | 30 | 7 | -17 | -19 | -10 |
| Segredo | 8 | 27 | 54 | 76 | 79 | 67 | 47 | 33 | 18 | -12 | -17 | -6 |
| Slt. Osório | 9 | 27 | 51 | 69 | 75 | 63 | 43 | 30 | 18 | -15 | -19 | -8 |
| Slt. Caxias | 5 | 26 | 49 | 65 | 72 | 61 | 41 | 30 | 17 | -18 | -26 | -15 |

Neste estudo, pretende-se obter estimativas de perda de carga proporcionais à vazão turbinada no mês, como na equação (4.1) (página 76). Para isso, são necessários os coeficientes de perda de carga. Para manter a coerência com o modelo de referência, os coeficientes foram obtidos do seguinte método. Foram realizadas duas simulações com o modelo MSUI (que utiliza séries históricas de vazões), uma delas sem a perda de carga média (perda igual a zero). Depois, em uma planilha eletrônica, foram calculados os coeficientes '*k*' que, multiplicados pelo quadrado da vazão turbinada média mensal do próprio MSUI (simulado sem perdas médias), resultaram nas mesmas gerações médias da simulação com perda de carga média. Os coeficientes obtidos estão listados na tabela 13.

Procedeu-se de modo similar com a vazão turbinada máxima. A vazão turbinável máxima do modelo proposto corresponde à máxima vazão turbinada na simulação do MSUI com a série histórica de vazões. Tais vazões são aquelas da tabela 14.

A potência instalada pode ser retirada do mesmo cadastro de dados dos polinômios, os arquivos de entrada dos modelos MSUI e Newave (EPE, 2015). O mesmo vale para o rendimento médio ponderado, que é utilizado em lugar da curva colina, conforme descrito no item 4.1. As duas informações estão listadas na tabela 15.

Tabela 13 – Coeficiente k calculado com base nas simulações do MSUI (s^2/m^5).

| | Coeficiente k |
|-----------------------|-----------------|
| Foz do Areia | 2,2074E-06 |
| Salto Santiago | 8,9164E-07 |
| Segredo | 2,3282E-06 |
| Salto Osório | 7,5131E-07 |
| Salto Caxias | 2,4081E-07 |

Tabela 14 – Vazões turbinadas máximas nas simulações do MSUI.

| | Vazão (m^3/s) |
|-----------------------|-------------------|
| Foz do Areia | 1366 |
| Salto Santiago | 1516 |
| Segredo | 1269 |
| Salto Osório | 1785 |
| Salto Caxias | 2099 |

Tabela 15 – Potência instalada e rendimento médio ponderado do conjunto turbina-gerador (EPE, 2015).

| Característica | Usinas | | | | |
|-----------------------------------|--------------|--------------|---------|------------|------------|
| | Foz do Areia | Sl. Santiago | Segredo | Sl. Osório | Sl. Caxias |
| Potência instalada (MW) | 1676 | 1420 | 1260 | 1078 | 1240 |
| Rendimento médio ponderado | 0,92 | 0,936 | 0,92 | 0,9 | 0,92 |

As duas mil séries de vazões sintéticas afluentes foram criadas pelo modelo GEVAZP, também desenvolvido e mantido pelo CEPEL. A partir da série histórica de vazões naturais, o *software* utiliza-se de modelos autorregressivos periódicos e produz as séries sintéticas (CEPEL, 2015). O aumento no número de séries é importante para dar maior relevância às probabilidades calculadas para as matrizes de transição do modelo markoviano, uma vez que as séries sintéticas representam extrapolações possíveis não presentes na série histórica. As séries de vazões naturais históricas para as cinco usinas foram extraídas do relatório “Atualização de Séries Históricas de Vazões – Período 1931 a 2014” produzido pelo ONS e disponível na página do órgão na internet (ONS, 2015b), mesma fonte dos modelos vigentes do setor elétrico.

Não foram considerados usos consuntivos, tanto no MSUI quanto no modelo proposto, pois representam apenas retiradas de água das vazões (reduções de vazões afluentes) e não se tratam de parâmetros necessários à análise comparativa da otimização proposta (embora sejam importantes no dimensionamento da água disponível para operação real).

As séries sintéticas de vazões produzidas pelo modelo GEVAZP para a usina de Foz do Areia foram organizadas em uma curva de permanência que pode ser vista na figura 27.

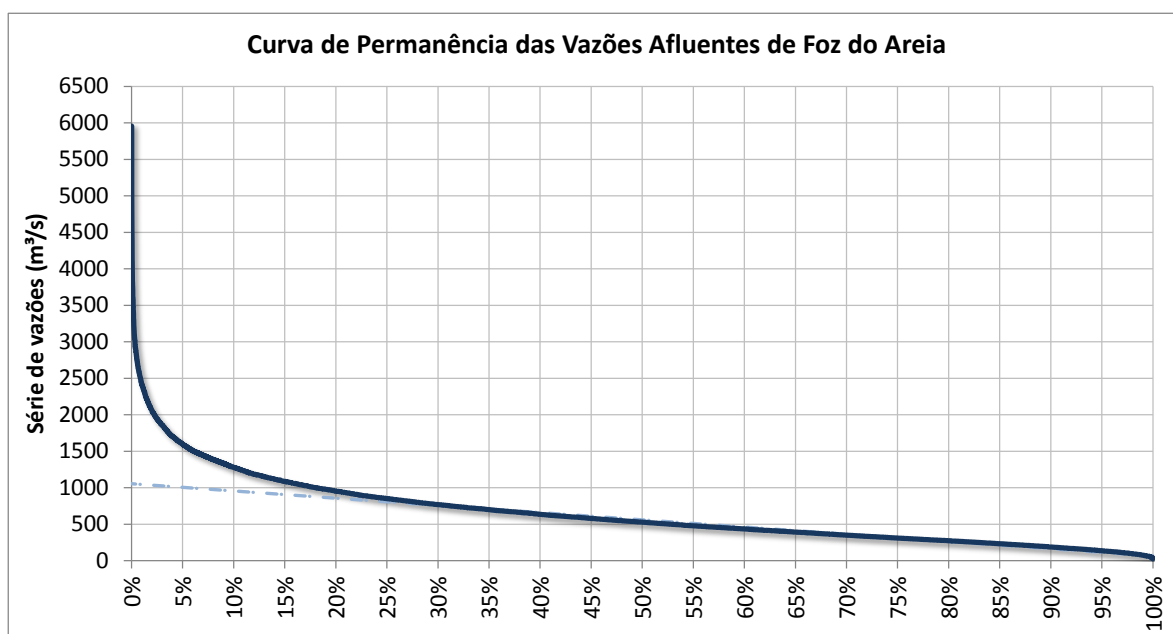


Figura 27 – Curva de permanência das vazões afluentes sintéticas (médias mensais) a Foz do Areia geradas pelo modelo GEVAZP.

Para a classificação das vazões afluentes em classes é importante observar que há vazões extremamente altas com permanência relativamente pequena. Assim, dividir as vazões em classes igualmente espaçadas a partir dos extremos pode criar classes vazias ou praticamente vazias. Além disso, se o número de classes for pequeno, é possível que uma das classes concentre praticamente todas as vazões, enquanto outras têm representatividade muito pequena. Observe-se, na tabela 16, o resultado da divisão em seis classes iguais a partir da maior vazão sintética de 5957,7 m³/s. A primeira classe concentra aproximadamente 83% das ocorrências, enquanto há três com frequência menor do que 1%.

Tabela 16 – Divisão das vazões afluentes sintéticas (Foz do Areia) em classes de igual extensão a partir do valor máximo.

| Limite Inferior | Limite Superior | Número de Ocorrências | Frequência |
|-----------------|-----------------|-----------------------|------------|
| 5000 | 6000 | 3 | 0,01% |
| 4000 | 5000 | 12 | 0,05% |
| 3000 | 4000 | 63 | 0,26% |
| 2000 | 3000 | 457 | 1,90% |
| 1000 | 2000 | 3815 | 15,90% |
| 0 | 1000 | 19650 | 81,88% |

A alternativa adotada neste trabalho consiste em separar as vazões extremas em uma classe próxima. O critério adotado dividiu em classes iguais as vazões com mais de 5% de permanência, agrupando as demais em uma única classe extra. Essa divisão de classes, para as mesmas séries sintéticas de Foz do Areia, está na tabela 17.

Tabela 17 – Divisão das vazões afluentes sintéticas (Foz do Areia) em classes de igual extensão para mais de 5% de permanência e classe extra para vazões extremas.

| Limite Inferior | Limite Superior | Número de Ocorrências | Frequência |
|-----------------|-----------------|-----------------------|------------|
| 1500 | 6000 | 1470 | 6,13% |
| 1200 | 1500 | 1327 | 5,53% |
| 900 | 1200 | 2580 | 10,75% |
| 600 | 900 | 4991 | 20,80% |
| 300 | 600 | 7988 | 33,28% |
| 0 | 300 | 5644 | 23,52% |

Cada uma das classes é representada pelo valor médio dos seus extremos, não pela vazão média nem pela mediana. A representação das classes define o modo como o otimizador enxergará as chances de ocorrência das classes, dada a realização das classes em etapas anteriores. Mas o simulador não precisará dessas divisões em classes. O simulador trabalhará sobre a série histórica de vazões e lerá, da tabela de decisões fornecida pelo otimizador, a informação sobre a vazão a turbinar.. A divisão em classes da tabela 17 não altera a quantidade total de água dispo-

nível para produção calculada pelo simulador, mas interfere na sensibilidade do otimizador em prever vazões afluentes.

Note-se que esses são critérios arbitrários que interferem no modo como o otimizador tomará suas decisões. Alternativa de divisão de classes são interessantes e podem ser avaliadas. No entanto, não se fazem estudos de sensibilidade neste trabalho pelas razões descritas no item 6.4.

A propósito, as séries de vazões incrementais utilizadas pelo MSUI e pelo simulador não contam com as vazões do rio Jordão. A série de vazões incrementais de Salto Santiago é calculada como a diferença entre as séries naturais de Santiago e de Foz do Areia.

Por fim, sobre as taxas de indisponibilidade. Elas substituem eventuais paradas de máquina por parâmetros de redução média de potência. A taxa de indisponibilidade forçada (TEIF) e a taxa de indisponibilidade programada (IP) representam valores médios de paradas que reduzem a disponibilidade de potência mensal das usinas. Sua inclusão, do mesmo modo que os usos consuntivos, é importante para o planejamento da operação real dos reservatórios, mas não interfere nas decisões do otimizador ou na operação do MSUI. Portanto, essas taxas não são consideradas.

6 RESULTADOS

Na apresentação dos resultados são colocadas lado a lado as simulações do modelo MSUI e do simulador que segue a tabela de decisões obtida pelo otimizador proposto. Tanto o simulador quanto o MSUI seguem regras operativas e têm como afluências a série histórica. A regra do simulador provém do otimizador, enquanto o MSUI obedece a regras internas. Inicialmente, apresenta-se uma explanação sobre o funcionamento do modelo MSUI. A razão sobre a escolha do MSUI como comparativo para análise do otimizador/simulador reside no fato de que o MSUI não é um otimizador (embora tome medidas corretivas), mas um simulador sem regras específicas para cada reservatório, pois não há informações a respeito das consequências futuras da operação. Assim, um otimizador, que determinará regras de operação particulares por usina de regularização, deveria, em tese, encontrar soluções melhores em média. Sugere-se, para trabalhos futuros, o comparativo a outros modelos, ou conjuntos de modelos, de otimização e simulação, como o conjunto formado por Newave e SUIHI (ver 1.3.1).

Os anos escolhidos para análise foram considerados representativos das características gerais do otimizador/simulador. O ano de 1935 contém as condições em que as escolhas determinadas pelo otimizador às usinas do rio Iguaçu obtêm bons resultados. Já o ano de 1967 representa aqueles anos cujas características hidrológicas dificultam a construção de uma política operativa eficiente, dado que o otimizador procura equilibrar custos futuros e presentes sem conhecimento das vazões afluentes futuras. O ano de 1983 foi adicionado por possuir uma série hidrológica atípica do rio Iguaçu, com vazões afluentes bastante elevadas.

6.1 MSUI

O MSUI depleciona os reservatórios em paralelo, respeitando faixas operativas. A cada mês, há um limite de esvaziamento que depende das faixas operativas, determinado como (ELETROBRÁS, 2008, V. 3.1):

$$rck = \frac{ve(i) - vmin(i)}{n} \quad (6.1)$$

em que:

rck é o limite de esvaziamento;

$ve(i)$ é o volume inicial da etapa;

$vmin(i)$ é o volume mínimo;

i corresponde ao índice da usina;

n é o número de faixas. O valor padrão é de 20 faixas.

A vazão que pode ser defluída é então definida por :

$$storch = \frac{ve(i) - rck}{conv(m)} \quad (6.2)$$

em que:

$storch$ é a vazão de esvaziamento;

$conv$ converte volumes em vazões;

m é o mês.

Essa vazão pode ser redefinida de acordo com avaliações da operação das demais usinas. Se houver vertimento em usinas a jusante, o reservatório de regularização pode reduzir sua vazão defluente. São também respeitadas restrições de vazão mínima, caso em que a vazão $storch$ pode ser ampliada.

No cálculo de energia firme, que é a função ativa atualmente no MSUI (havia outros tipos de simulação em sua origem), não há carga predefinida. Pelo contrário, a carga média atendida é o resultado da simulação e corresponde à geração média de um período determinado (06/1949 a 11/1956). No entanto, o MSUI simula a operação para toda a série histórica e são essas informações que são utilizadas.

6.2 Simulações

A simulação do MSUI utilizou como caso base o do leilão de energia nova A - 5 de 2015. O período histórico de vazões vai de janeiro de 1931 a dezembro de 2013. As modificações foram feitas como descritas no capítulo 5:

- não há índices de indisponibilidade;
- não há usos consuntivos;
- a operação do rio Jordão não interfere na operação do rio Iguaçu.
- nível mínimo igual ao máximo para a usina de Segredo;

Além dessas, uma alteração adicional precisou ser feita: a evaporação. Os cálculos de volume evaporado pelo simulador e pelo MSUI produziram números diferentes. As razões dessas diferenças não foram encontradas. A remoção da evaporação não prejudica a análise comparativa do otimizador e do simulador propostos, pois, como se vê na tabela 21, as decisões ótimas obtidas tendem a manter os reservatórios de regularização mais vazios do que nas simulações do MSUI. Como consequência, as áreas da superfície dos lagos são, em média, menores e levariam, portanto, a evaporações menores.

As tabelas de decisão do otimizador foram alcançadas sob as seguintes discretizações:

- 11 níveis de reservatório, sendo um nível extra para representar o vertimento e um nível extra para representar o reservatório vazio.
- 6 classes de vazões, tomadas pelo valor médio entre os extremos da classe, sendo uma classe mais extensa para representar as vazões mais extremas.
- 10 decisões possíveis de vazões turbináveis por usina de regularização.

Em combinação, tem-se:

- 121 possibilidades de níveis de reservatório de regularização (são dois);

- 36 combinações de classes de vazões afluentes;
- 121 níveis multiplicados pelas 36 classes levam a 4356 variáveis de estado por etapa;
- 100 possibilidades de decisões a cada um dos 60 meses do horizonte de otimização, totalizando 100^{60} combinações¹⁷ de decisões possíveis ao longo do horizonte para cada uma das 4356 variáveis de estado no início da primeira etapa.

Observe-se que o otimizador trabalha em um horizonte de sessenta meses, mas as simulações cobrem um período contínuo de 996 meses. A tabela de decisões consultada corresponde ao primeiro ano do horizonte do otimizador.

Os dados são apresentados em acompanhamento a alguns dos 83 anos da série histórica que foram considerados representativos, além dos resultados médios da simulação de todo o histórico.

Na tabela 18 estão dispostas as gerações médias da simulação com as vazões históricas. Na última linha apresentam-se as diferenças de geração por usina, assim como na coluna à direita, os totais e a diferença entre os totais. A geração média produto das decisões do otimizador executadas pelo simulador é superior em 1,6%.

Tabela 18 – Gerações médias com a série histórica (MWmed).

| | Foz do Areia | Segredo | Salto Santiago | Salto Osório | Salto Caxias | Total |
|------------------|-------------------------|----------------|---------------------------|-------------------------|-------------------------|---------------|
| MSUI | 729,1 | 668,2 | 842,5 | 581,7 | 695,1 | 3516,6 |
| Simulador | 686,7 | 708,4 | 838,1 | 610,7 | 729,5 | 3573,4 |
| Diferença | -42,5 | 40,2 | -4,3 | 29,0 | 34,4 | 56,8 |

¹⁷ É claro, a programação dinâmica não enumera exaustivamente tantas combinações, mas resolve subproblemas de uma etapa (ver 3.3).

Como resultado da otimização, as gerações nos dois reservatórios de regularização reduziram-se, mais na usina de cabeceira, Foz do Areia, e foram superiores nas usinas a fio d'água.

É importante ter em mente o tamanho dos reservatórios de regularização em termos de vazão para que se possa ter sensibilidade em razão das vazões turbináveis e das vazões afluentes. Em um mês de 30 dias, os dois reservatórios de regularização são capazes de defluir, até o esvaziamento de seus volumes úteis, vazões próximas das mostradas na tabela 19. Como descrito no capítulo 5, as vazões turbináveis máximas de Foz do Areia e Salto Santiago usadas neste estudo são de 1366 m³/s e 1516 m³/s. Esses números estão muito próximos daqueles da segunda linha na tabela 19. Isso significa que, sem afluência, as vazões turbináveis máximas estão muito próximas de esvaziar completamente seus reservatórios respectivos em um mês de 30 dias. De modo semelhante, vazões da ordem de 1500 m³/s podem reencher quase completamente os reservatórios se não houver turbinamento. Essa explicação é importante para que seja mais fácil perceber as consequências para os reservatórios em meses de pouca afluência e muita vazão turbinada, assim como os efeitos de vazões afluentes elevadas.

Tabela 19 – Volumes úteis dos reservatórios de regularização e sua conversão em vazão para meses de 30 dias.

| | Foz do Areia | Salto Santiago |
|---|---------------------|-----------------------|
| Volume útil (hm ³) | 3805 | 4113 |
| Volume em Vazão (m ³ /s) | 1468 | 1587 |
| Vazão Turbinável Máxima (m ³ /s) | 1366 | 1516 |

Para fins de economia de espaço, muitos gráficos trarão siglas em lugar do nome das usinas. São elas: FAR para Foz do Areia, STG para Salto Santiago, SGD para Segredo, OSO para Salto Osório e CXS para Salto Caxias.

Nos gráficos das vazões afluentes são sempre apresentadas as vazões incrementais no lugar das vazões naturais. As incrementais são calculadas em relação ao reservatório de regularização a montante. As incrementais de Santiago e Segredo são relacionadas a Foz do Areia, e as incrementais de Osório e Caxias, a Santiago. Como se tratam de usinas em cascata, é esperado que as afluentes tracem per-

fis semelhantes. Os gráficos com as afluições incrementais também trazem informações sobre a média histórica para cada mês dessas mesmas vazões incrementais, também apresentadas na tabela 20.

Tabela 20 – Média histórica das vazões incrementais.

| | jan | fev | mar | abr | mai | jun | jul | ago | set | out | nov | dez |
|------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| FAR | 596,6 | 673,9 | 602,2 | 482,9 | 584,6 | 685,1 | 728,0 | 620,2 | 731,4 | 923,2 | 688,0 | 575,1 |
| SGD | 177,1 | 187,1 | 164,8 | 159,4 | 197,3 | 237,7 | 223,0 | 183,5 | 210,4 | 267,8 | 222,1 | 179,8 |
| STG | 288,8 | 308,3 | 254,1 | 274,2 | 363,6 | 441,5 | 407,1 | 316,4 | 378,9 | 502,8 | 382,0 | 292,6 |
| OSO | 36,5 | 40,7 | 37,5 | 35,0 | 47,8 | 55,6 | 52,1 | 43,4 | 45,3 | 73,9 | 57,8 | 41,8 |
| CXS | 257,1 | 283,0 | 245,1 | 264,2 | 376,4 | 448,3 | 388,6 | 327,7 | 357,0 | 509,0 | 391,5 | 292,1 |

6.2.1 Ano 1935.

As vazões afluentes para o ano de 1935 (figura 28) superam a média histórica no período que vai de agosto a novembro, sendo que a vazão em outubro é bastante elevada. Há meses de vazões bastante modestas, como maio.

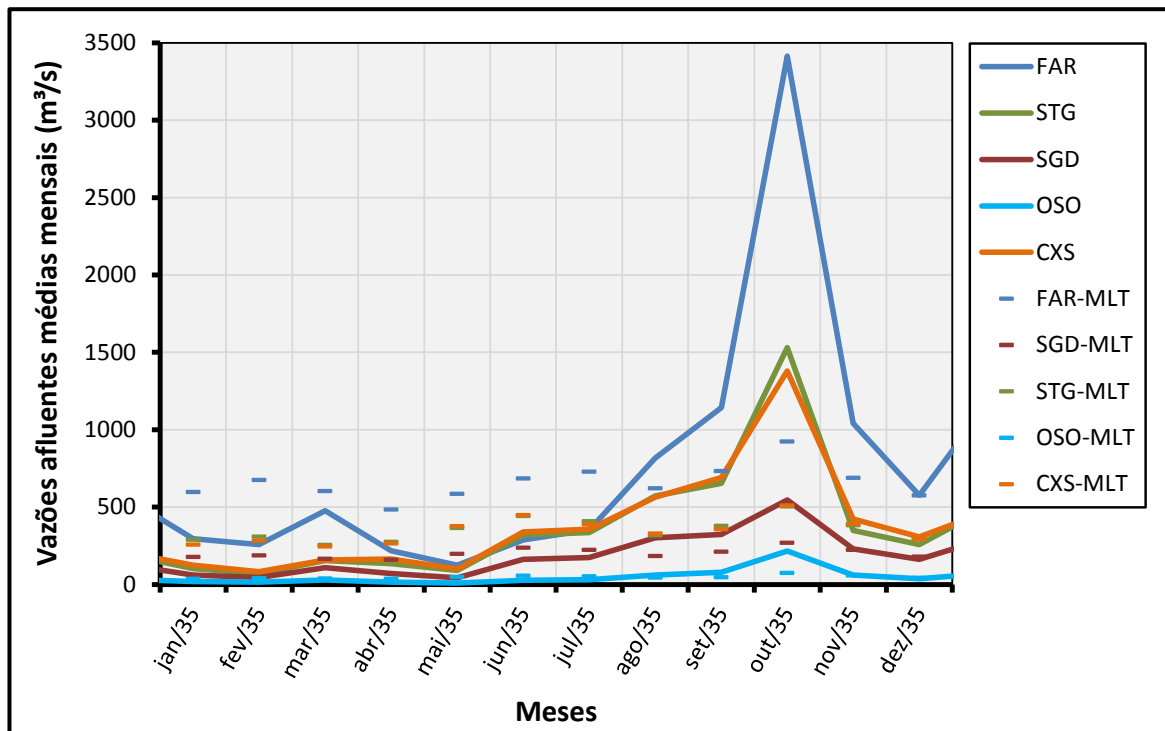


Figura 28 – Vazões afluentes incrementais médias mensais do ano de 1935 em m³/s.

A produção decorrente das decisões para o ano de 1935 está na figura 29. São duas curvas que acompanham a geração média mensal dos dois modelos, e dois conjuntos de pontos (losangos para o simulador, traços para o MSUI) que trazem a informação da geração média acumulada desde janeiro do ano em questão, sendo que o valor em dezembro é a geração média do ano. As linhas tracejadas são resultados do MSUI, as linhas cheias, do otimizador/simulador. As decisões de vazões a turbinar interferem nos volumes armazenados, que estão demonstrados na figura 30. Tratam-se dos volumes iniciais de cada mês. O volume final corresponde ao volume inicial do mês seguinte. As vazões afluentes do primeiro semestre são ruins, enquanto há uma cheia no segundo semestre. Nem o otimizador nem o simulador sabem disso.

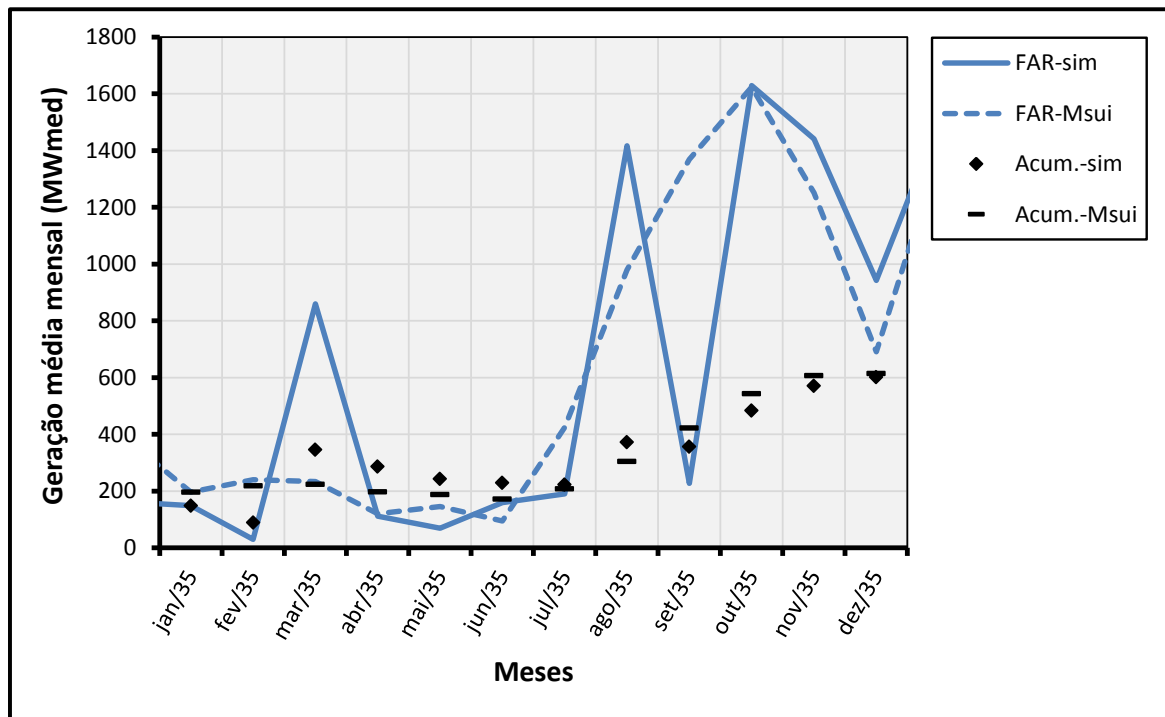


Figura 29 – Geração média mensal, e suas médias acumuladas, das simulações na usina de Foz do Areia para o ano de 1935 em MWmed.

O otimizador calculou suas decisões com base na matriz de transferência. Essa matriz traduz as chances de que determinado volume final seja alcançado, dadas as possibilidades de afluências do mês corrente, que estão condicionadas, por sua vez, às vazões ocorridas no mês anterior. Assim, o simulador não tem qualquer informação sobre a vazão do mês corrente, e apenas segue a decisão avaliada pelo otimizador.

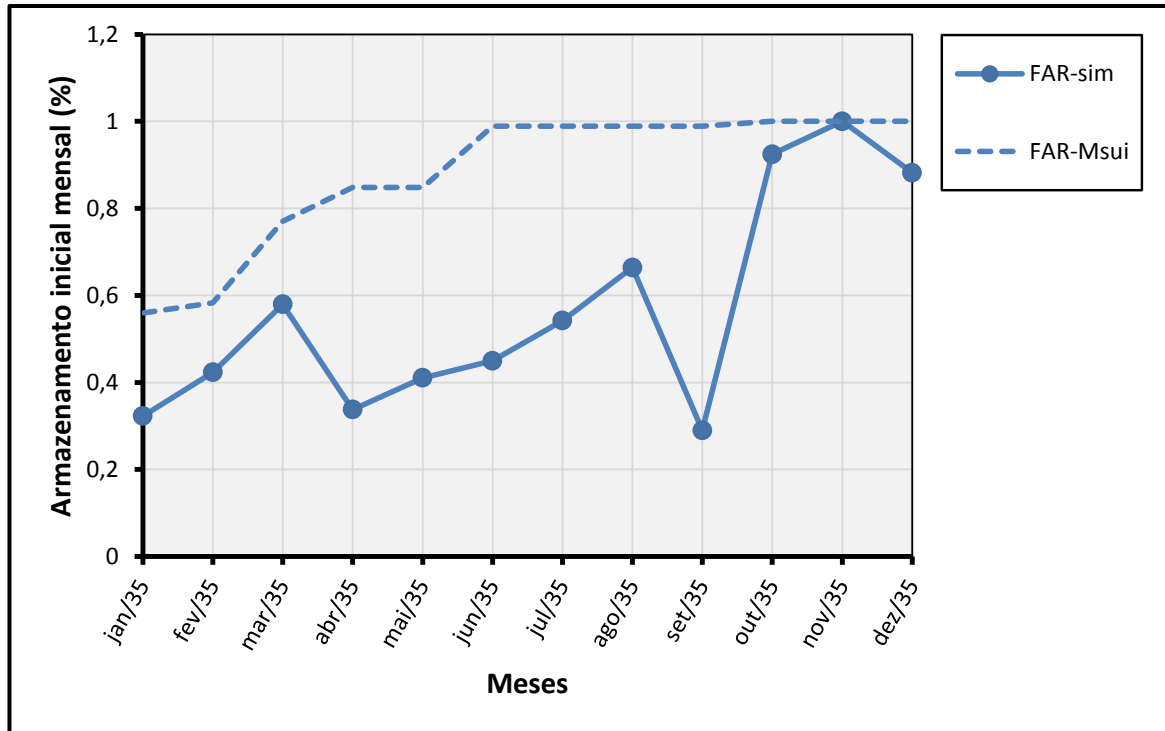


Figura 30 – Volume inicial armazenado pelas simulações para Foz do Areia no ano de 1935 (o volume final corresponde ao volume inicial do mês seguinte) em %.

O ano de 1935 começa com armazenamento baixo e, conforme vazões também baixas acontecem nos primeiros meses, a produção é recolhida em Foz do Areia. No mês de março, com o reservatório um pouco mais cheio, o modelo recuperou a produção deficitária do início do semestre nessa usina, mas a vazão afluyente do próprio março não é tão boa, e o nível volta a cair, levando outra vez a reduções na produção em Foz do Areia. A produção inferior em setembro conduz à recuperação do nível do lago, mas dificulta a reação do modelo que falha em evitar o vertimento de outubro, como se vê na figura 31. Ambos os modelos não conseguem evitar ou reduzir o vertimento nesse mês.

Neste ano de 1935, a produção do MSUI tende a acompanhar a curva do volume armazenado. A produção aumenta rapidamente com o aumento da afluência, pois o nível do lago está em seu máximo desde junho e a regra operativa que predomina é evitar vertimentos.

A operação do otimizador/simulador não parece bem sucedida para a usina de Foz do Areia pois, apesar das oscilações intensas na vazão turbinada, a geração

média anual (valor de dezembro) foi praticamente a mesma obtida pelo MSUI, como indica a figura 29.

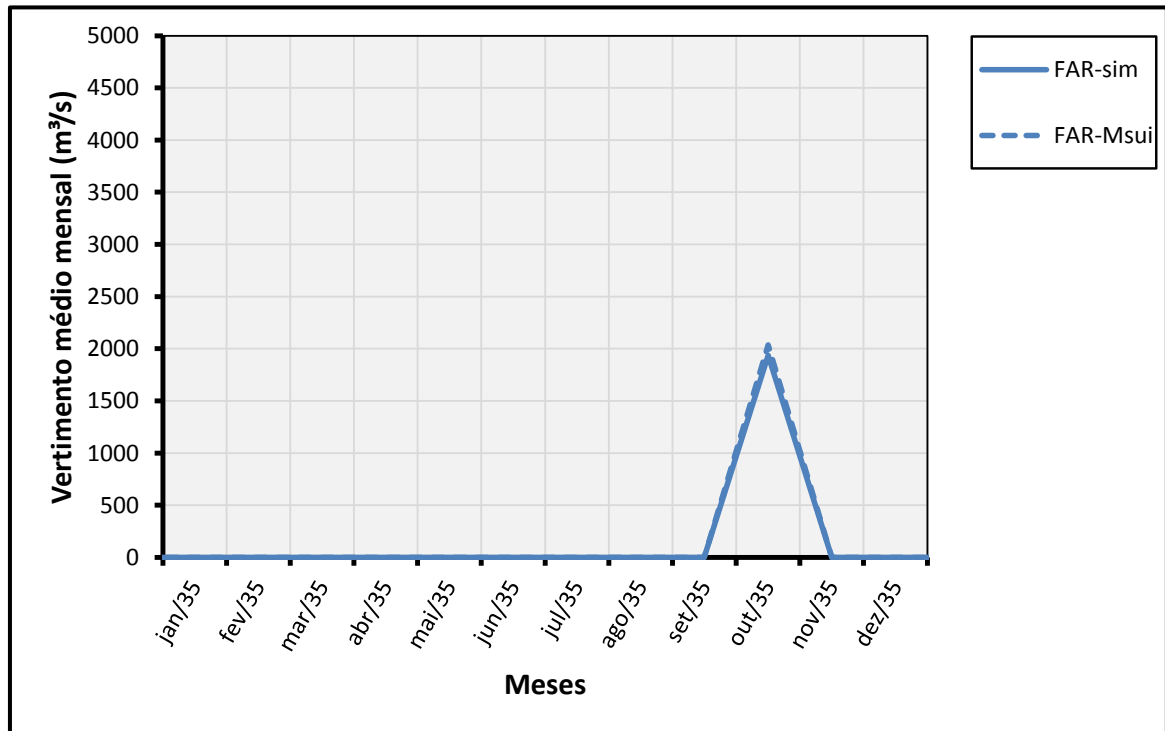


Figura 31 – Vertimentos médios mensais em Foz do Areia no mês de outubro de 1935 em m³/s.

Entretanto, as escolhas fazem sentido quando se observa o que ocorreu ao reservatório de Salto Santiago, além da produção um pouco superior em Segredo, graças à vazão turbinada em Foz do Areia em março como se vê na figura 32. A geração média e o armazenamento no ano para a usina hidrelétrica de Salto Santiago podem ser vistos na figura 33 e na figura 34. Em seguida, estão os gráficos com a energia produzida por Salto Osório e Salto Caxias, respectivamente na figura 35 e na figura 36. O nível do reservatório de Salto Santiago começa o ano em condições semelhantes a Foz do Areia para o simulador. A produção nessa usina, e por consequência em Osório e Caxias, é intensificada nos meses de janeiro e fevereiro, mas praticamente anulada com a defluência de Foz do Areia em março. O reservatório então se recupera, como se vê pelo volume inicial em abril. A partir desse mês, o nível de Santiago é mantido perto de 40%, quando as vazões de setembro, outubro e novembro, conseguem reencher o volume útil. Repete-se a decisão de Foz do Areia de reduzir o turbinamento em setembro, ainda que não tão intensamente. Neste caso, no entanto, a estratégia funciona e o vertimento é evitado em parte, como

se vê na figura 37. Com exceção da produção em setembro, a geração média de Salto Osório e de Caxias mantêm-se em um nível um pouco maior do que no MSUI.

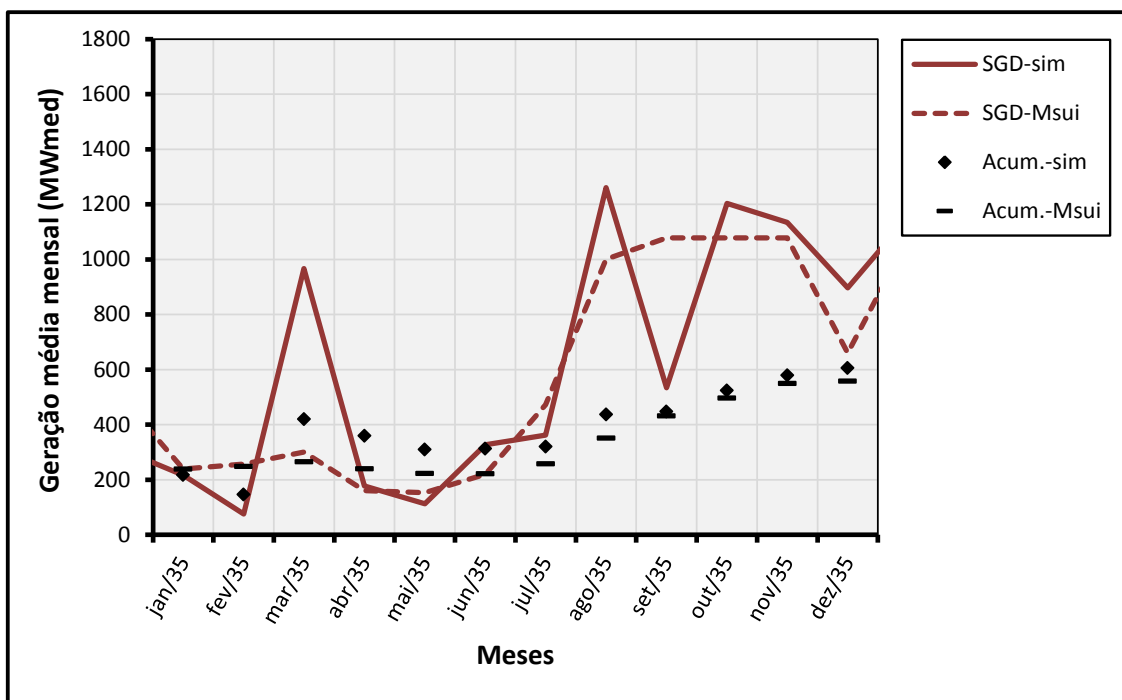


Figura 32 – Geração média mensal, e suas médias acumuladas, das simulações na usina de Segredo para o ano de 1935 em MWmed.

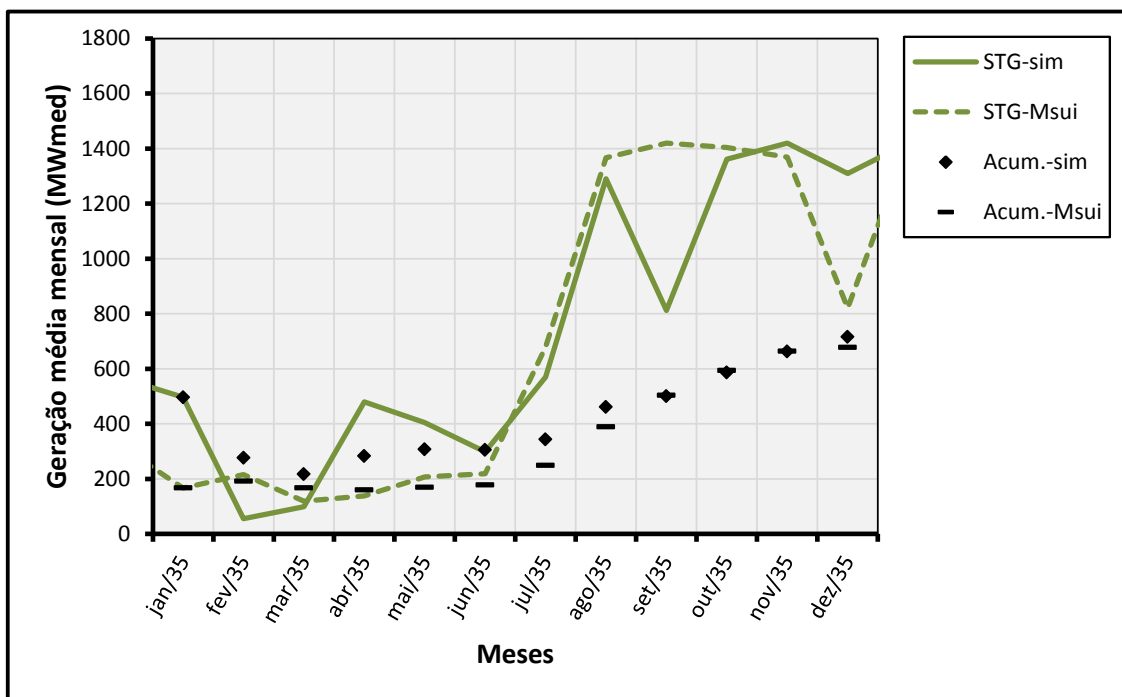


Figura 33 – Geração média mensal, e suas médias acumuladas, das simulações na usina de Salto Santiago para o ano de 1935 em MWmed.

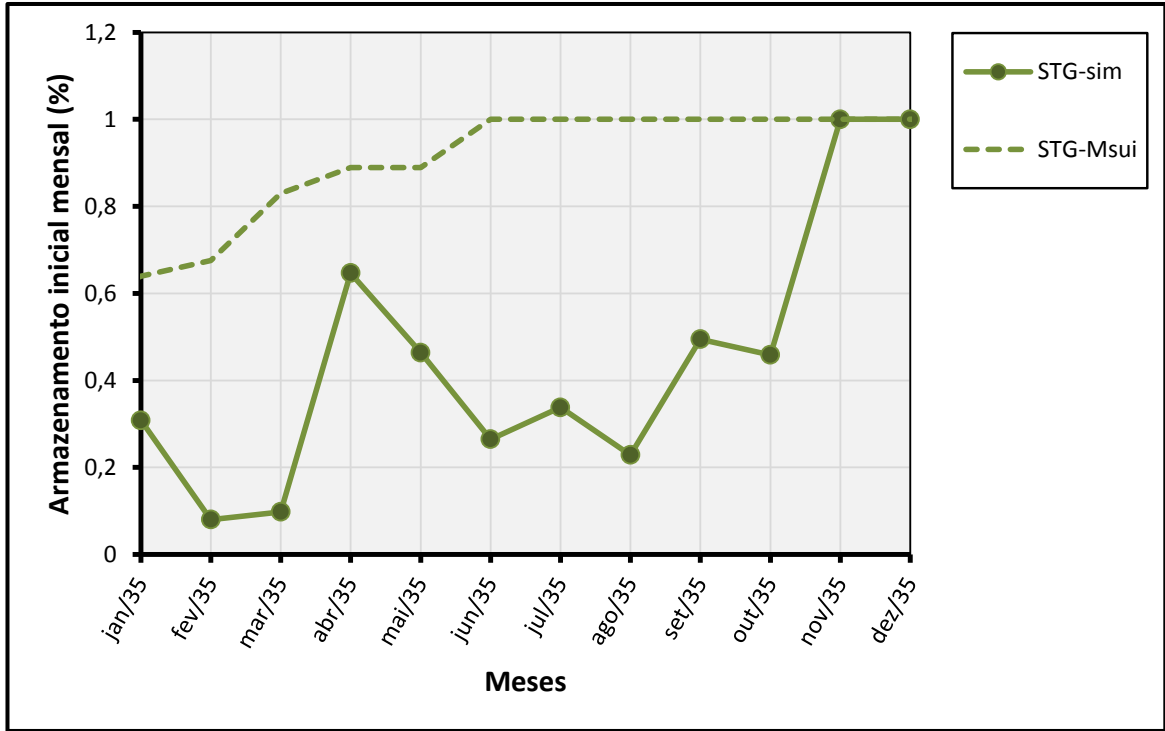


Figura 34 – Volume inicial armazenado pelas simulações para Salto Santiago no ano de 1935 (o volume final corresponde ao volume inicial do mês seguinte) em %.

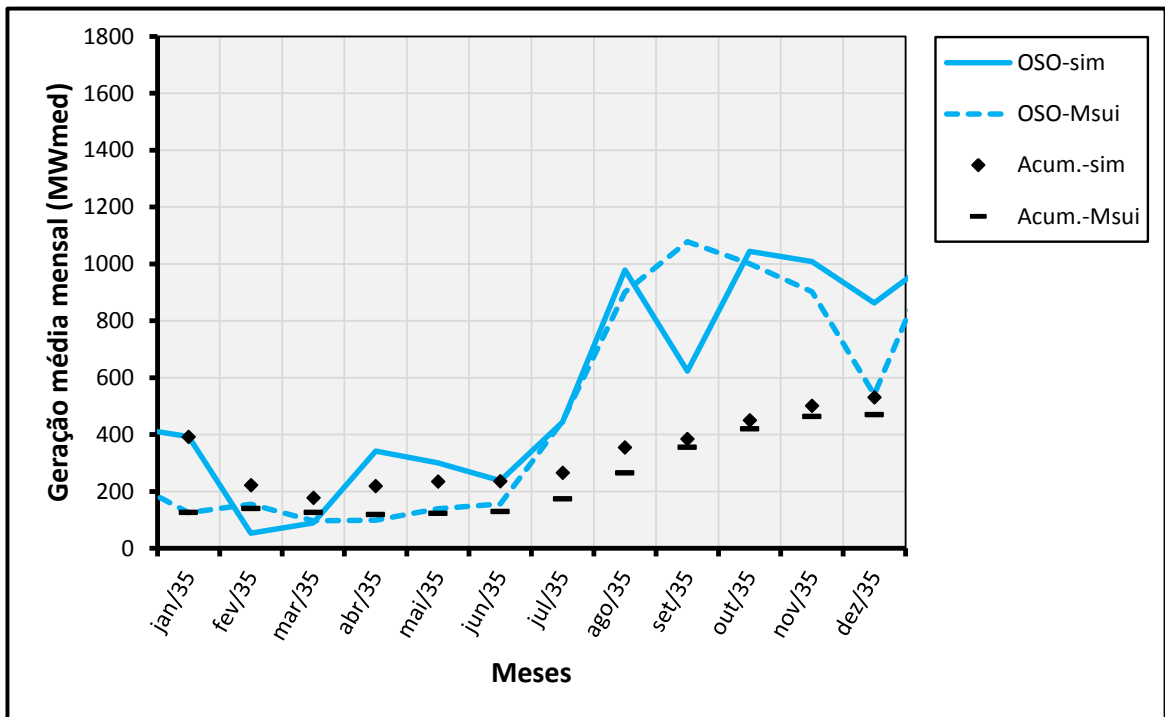


Figura 35 – Geração média mensal, e suas médias acumuladas, das simulações na usina de salto Osório para o ano de 1935 em MWmed.

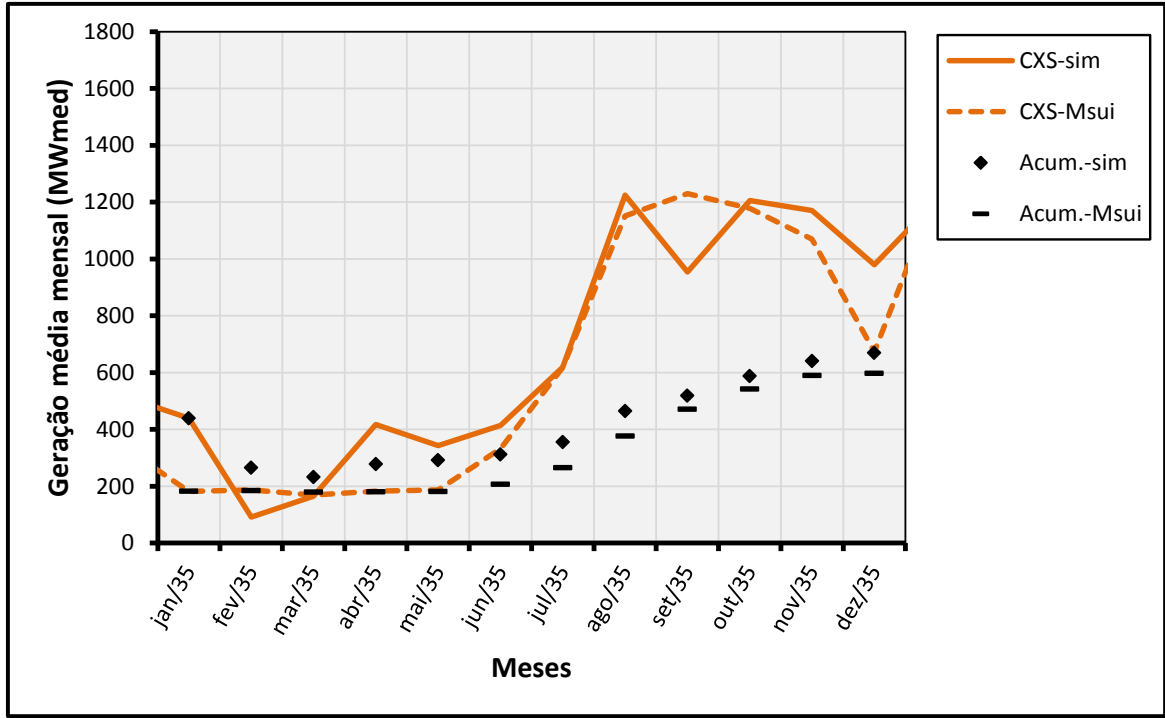


Figura 36 – Geração média mensal, e suas médias acumuladas, das simulações na usina de Salto Caxias para o ano de 1935 em MWmed.

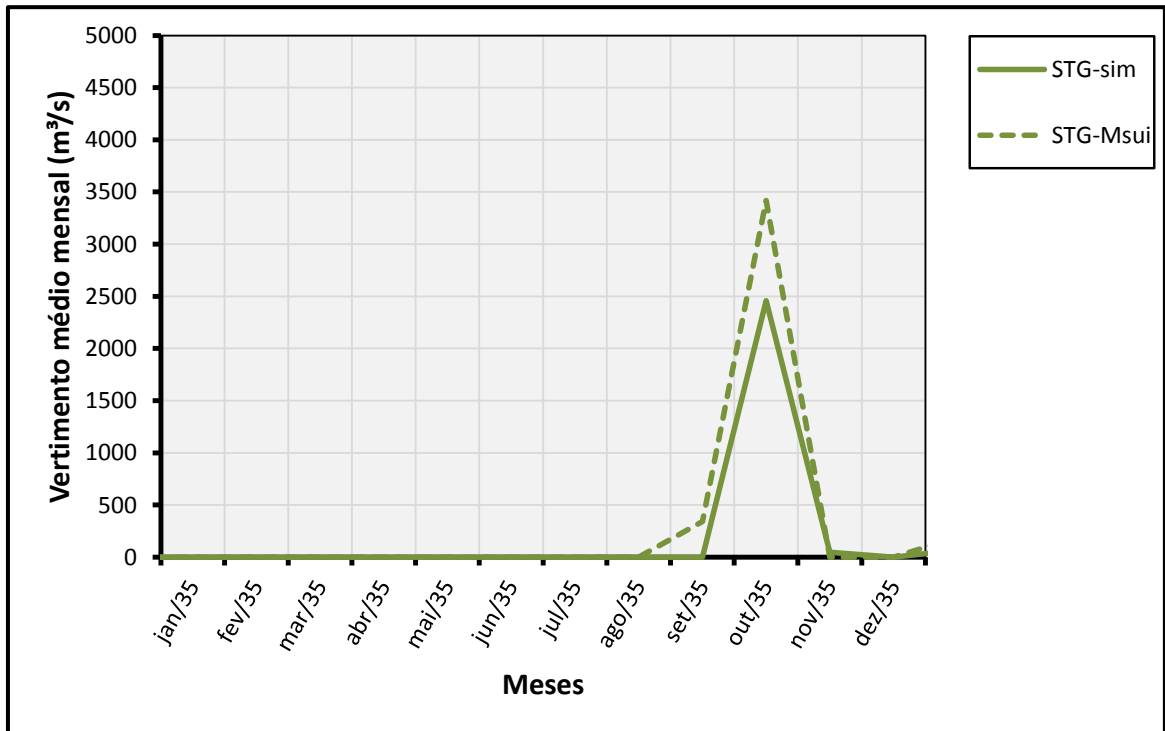


Figura 37 – Vertimentos médios mensais em Salto Santiago no mês de outubro de 1935 em m³/s.

6.2.2 Ano 1967.

Para este ano, todos os gráficos são listados primeiro, antes das análises.

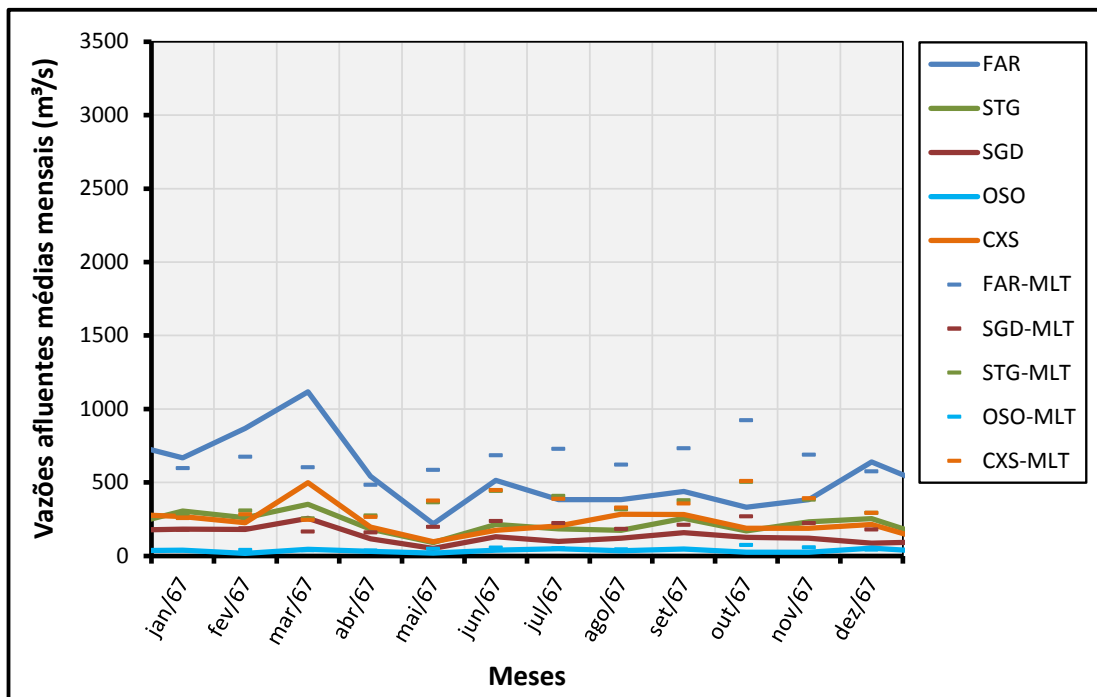


Figura 38 – Vazões afluentes incrementais médias mensais do ano de 1967 em m³/s.

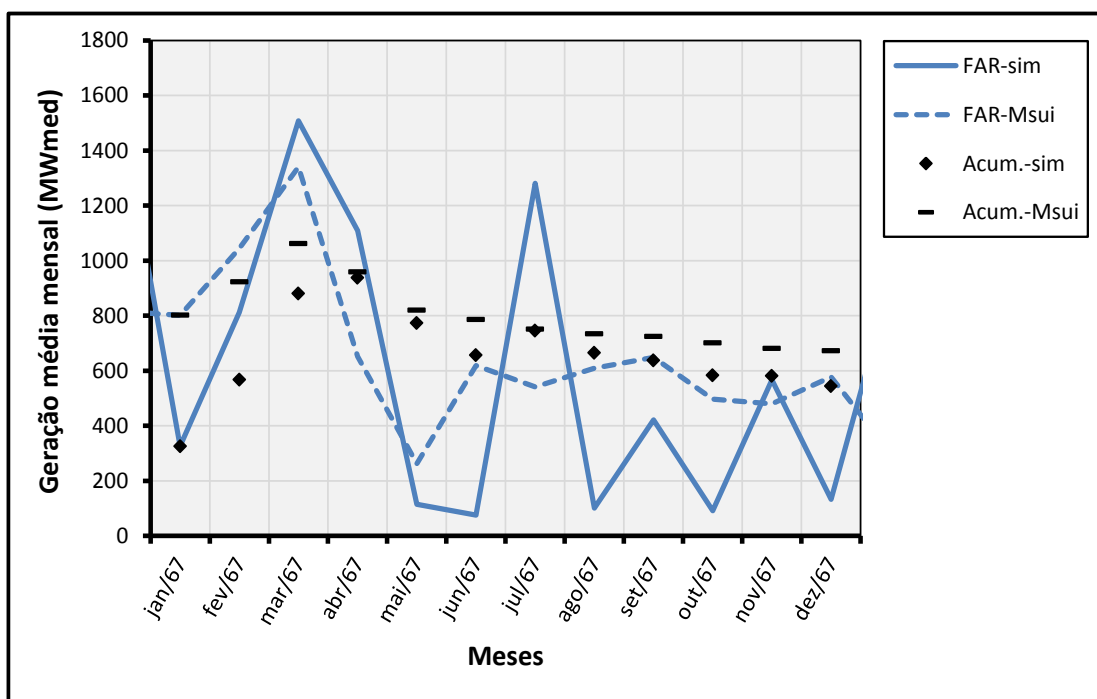


Figura 39 – Geração média mensal, e suas médias acumuladas, das simulações na usina de Foz do Areia para o ano de 1967 em MWmed.

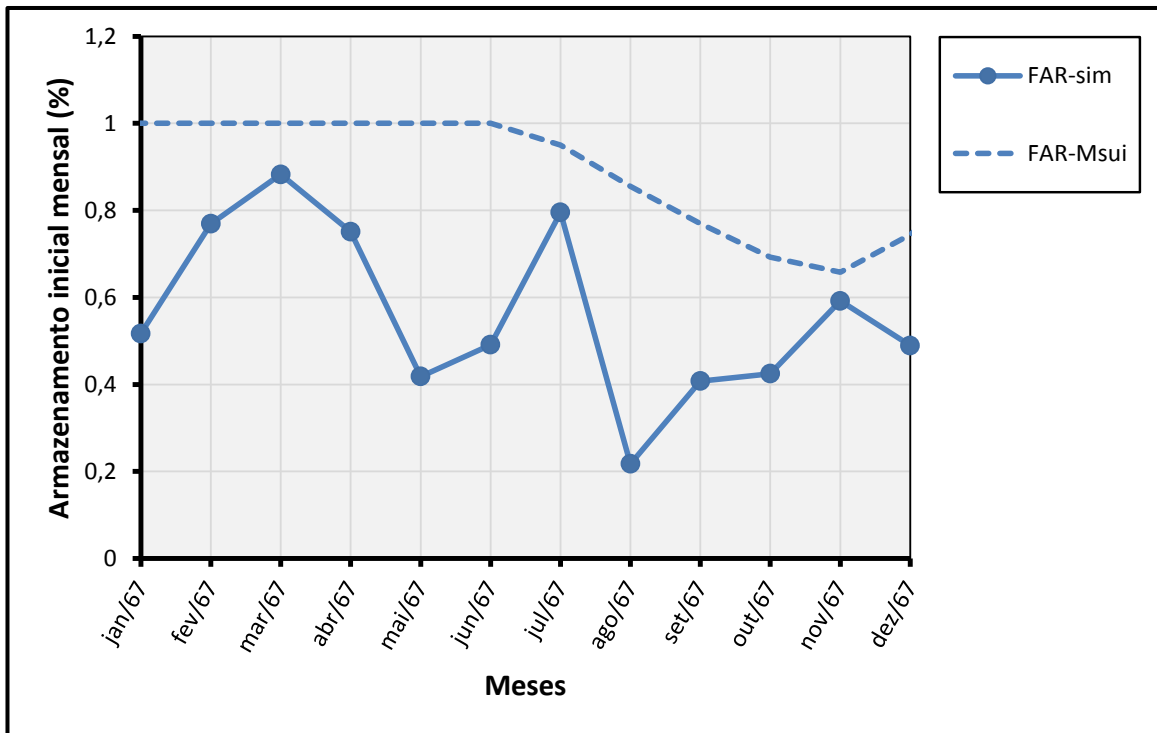


Figura 40 – Volume inicial armazenado pelas simulações para Foz do Areia no ano de 1967 (o volume final corresponde ao volume inicial do mês seguinte) em %.

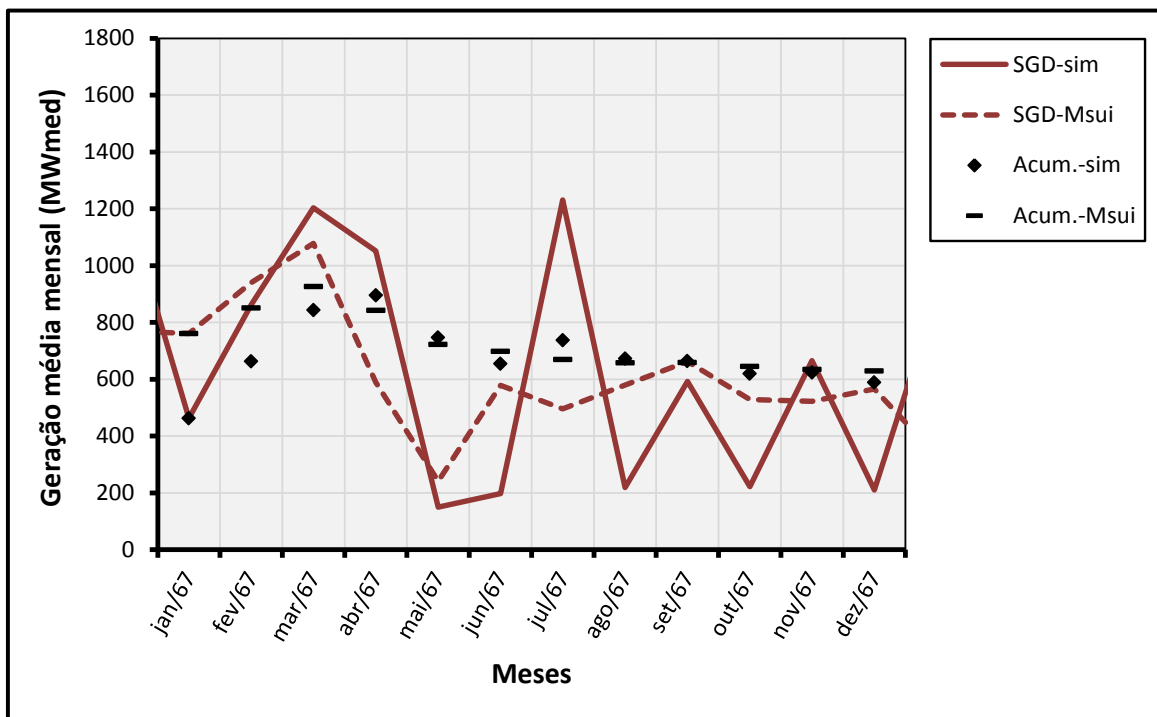


Figura 41 – Geração média mensal, e suas médias acumuladas, das simulações na usina de Segredo para o ano de 1967 em MW/med.

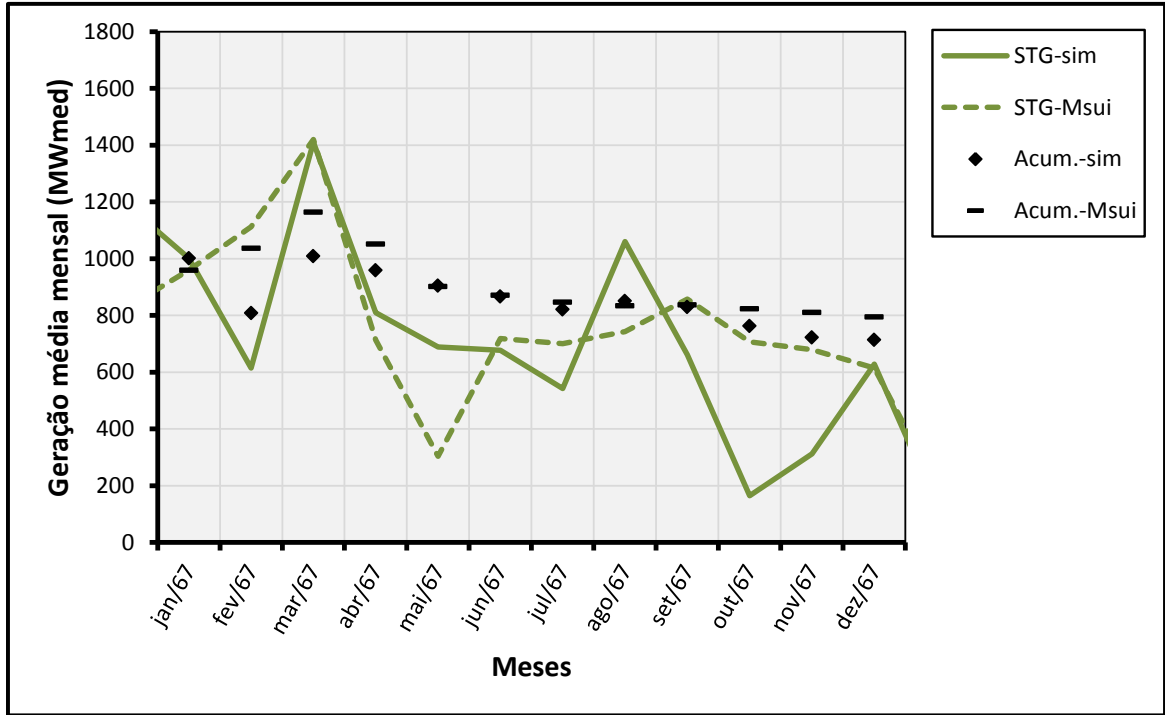


Figura 42 – Geração média mensal, e suas médias acumuladas, das simulações na usina de Salto Santiago para o ano de 1967 em MWmed.

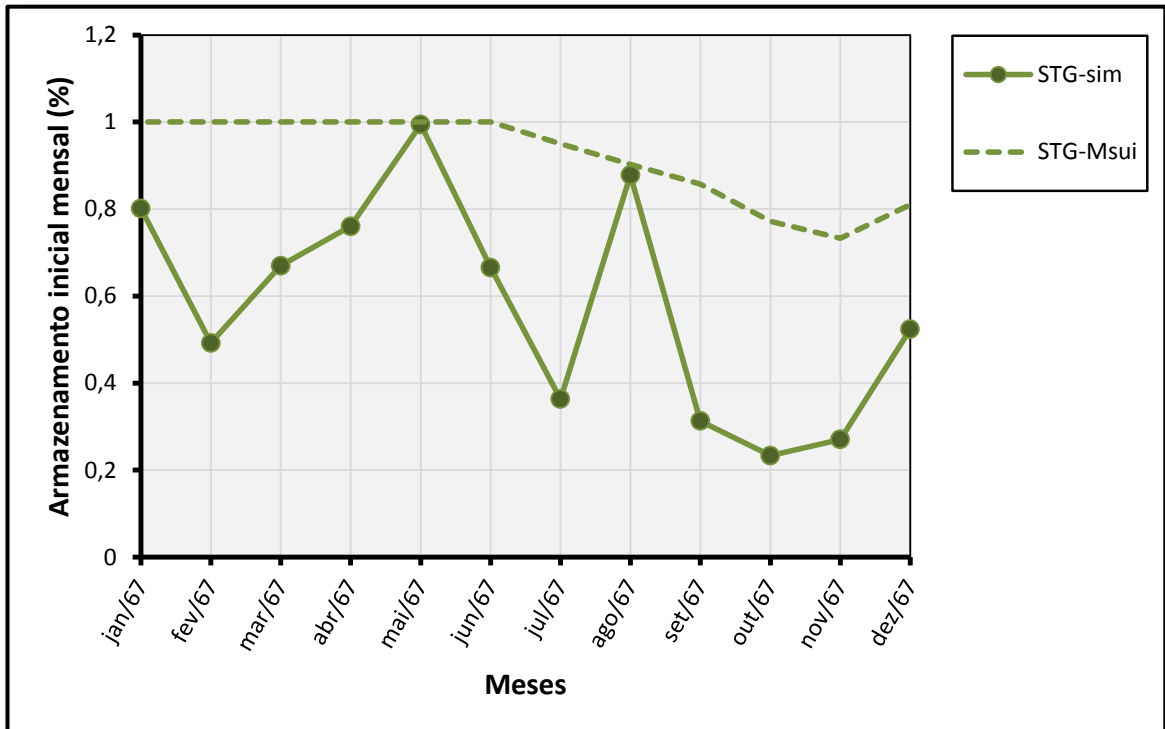


Figura 43 – Volume inicial armazenado pelas simulações para Salto Santiago no ano de 1967 (o volume final corresponde ao volume inicial do mês seguinte) em %.

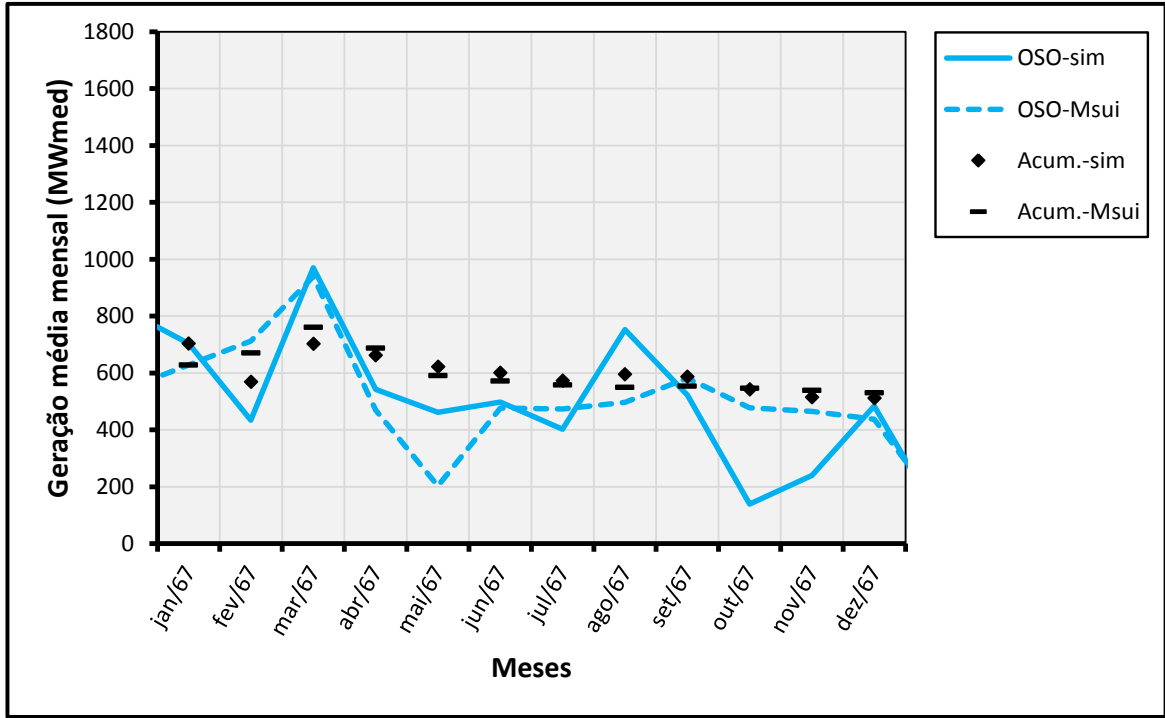


Figura 44 – Geração média mensal, e suas médias acumuladas, das simulações na usina de salto Osório para o ano de 1967 em MWmed.

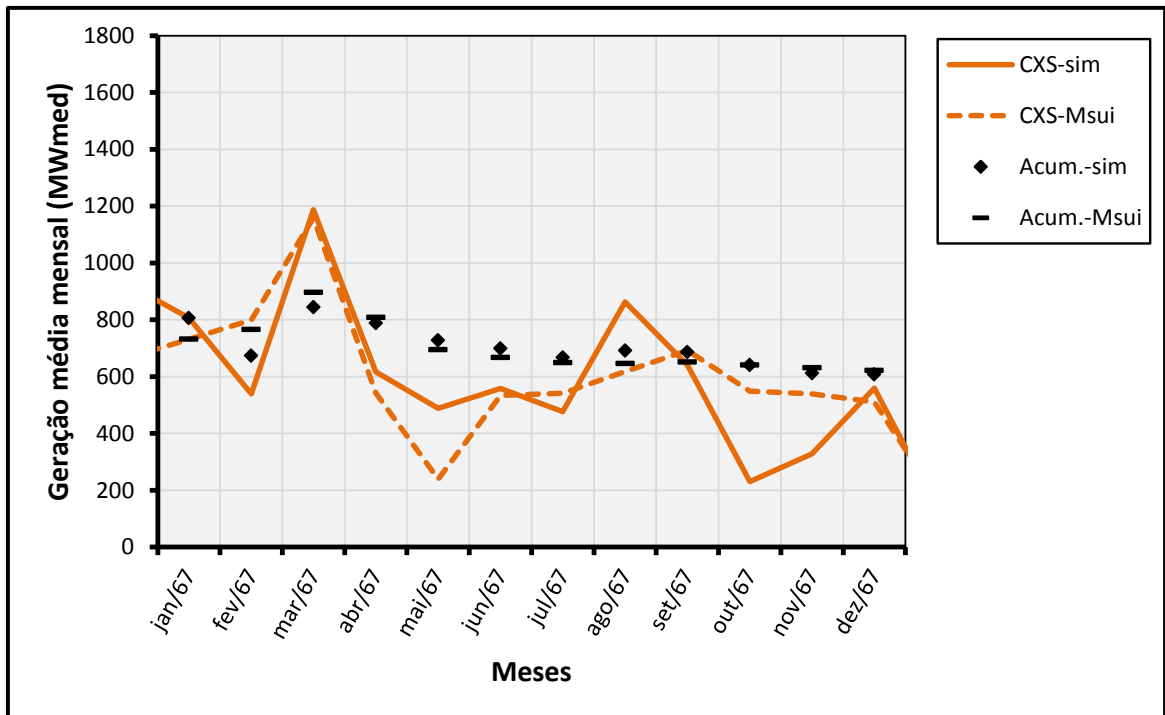


Figura 45 – Geração média mensal, e suas médias acumuladas, das simulações na usina de Salto Caxias para o ano de 1967 em MWmed.

Na figura 38 vê-se que as afluições são favoráveis até abril. Depois, são ruins até dezembro, quando voltam à média (note-se a mudança de escala em relação ao gráfico da figura 28).

Foz do Areia começa o ano com aproximadamente 50% do volume útil (figura 40), enquanto Santiago está em condição melhor, perto de 80% (figura 43). Assim, Foz do Areia tem sua produção reduzida em janeiro (figura 39), enquanto Santiago (figura 42), Osório (figura 44) e Caxias (figura 45) geram mais. O reservatório de Foz do Areia recupera-se nos meses seguintes e sua produção encontra a média do MSUI em Abril, assim como Segredo (figura 41).

A partir de maio, as vazões afluentes são bastante menores do que a média, e os níveis de armazenamento são mantidos mais baixos: Foz do Areia oscila em torno de 50%, e o reservatório de Santiago é mais usado nos últimos meses. Ao fim, a geração média de Segredo é um pouco inferior à do MSUI, enquanto em Caxias e Osório os valores empatam. O resultado da operação do ano de 1967 é ruim porque a operação dos reservatórios faz com que a produção das usinas de Foz do Areia e Santiago se dê em quedas menores, turbinando mais e causando mais perdas de carga.

6.2.3 Ano 1983.

A cheia do ano de 1983 é uma das maiores do rio Iguaçu. Para se ter uma percepção visual do volume de água, observem-se as vazões afluentes deste ano em um gráfico, na figura 46, com a mesma escala das vazões afluentes do ano de 1967 (figura 38). Em seguida, na figura 47, estão as mesmas vazões em nova escala. A média mensal em julho passou dos 5000 m³/s, o suficiente para encher o reservatório de Foz do Areia três vezes, do mínimo ao máximo. Além de julho, as vazões afluentes incrementais estiveram acima da média histórica para a maioria dos meses em todas as usinas.

Os demais gráficos são apresentados a seguir.

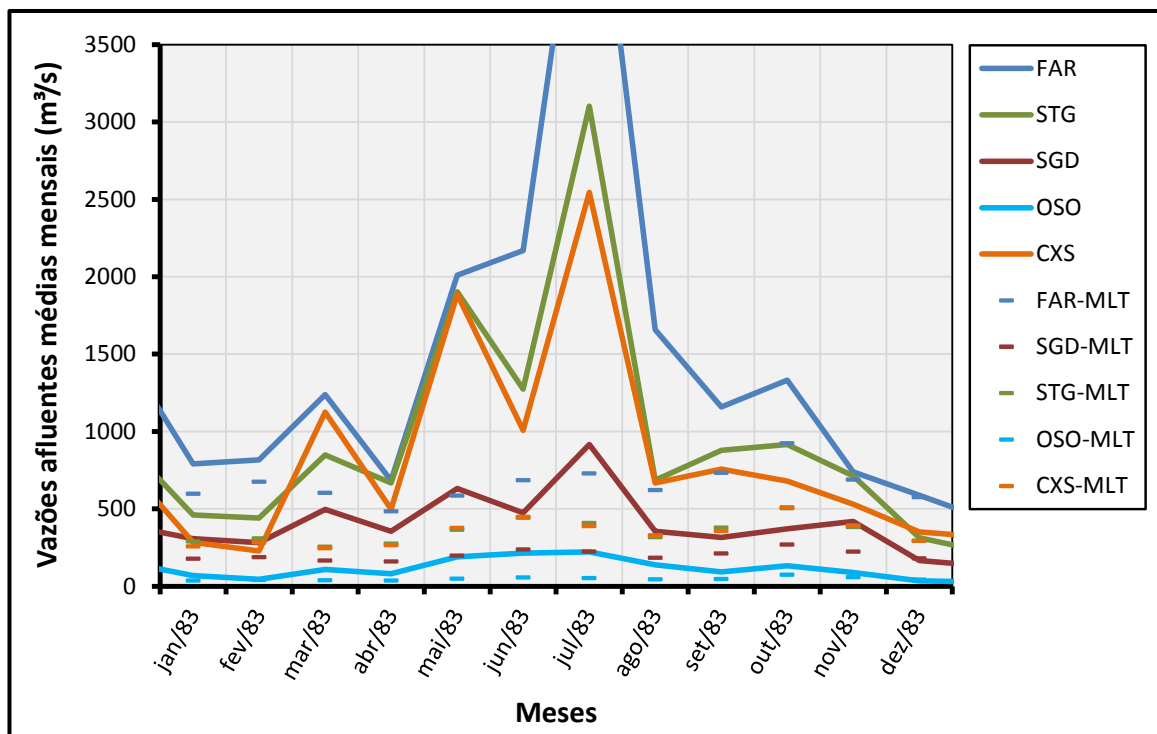


Figura 46 – Vazões afluentes incrementais médias mensais do ano de 1983 em m³/s.

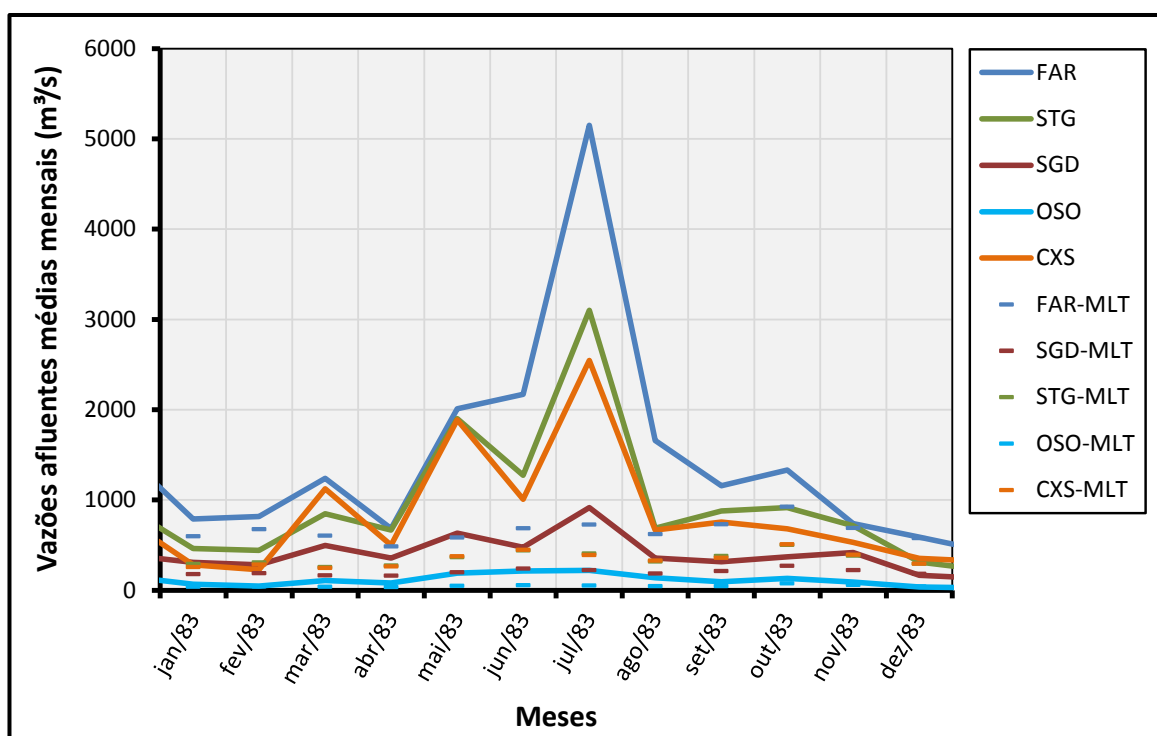


Figura 47 – Vazões afluentes incrementais médias mensais do ano de 1983 em m³/s (nova escala).

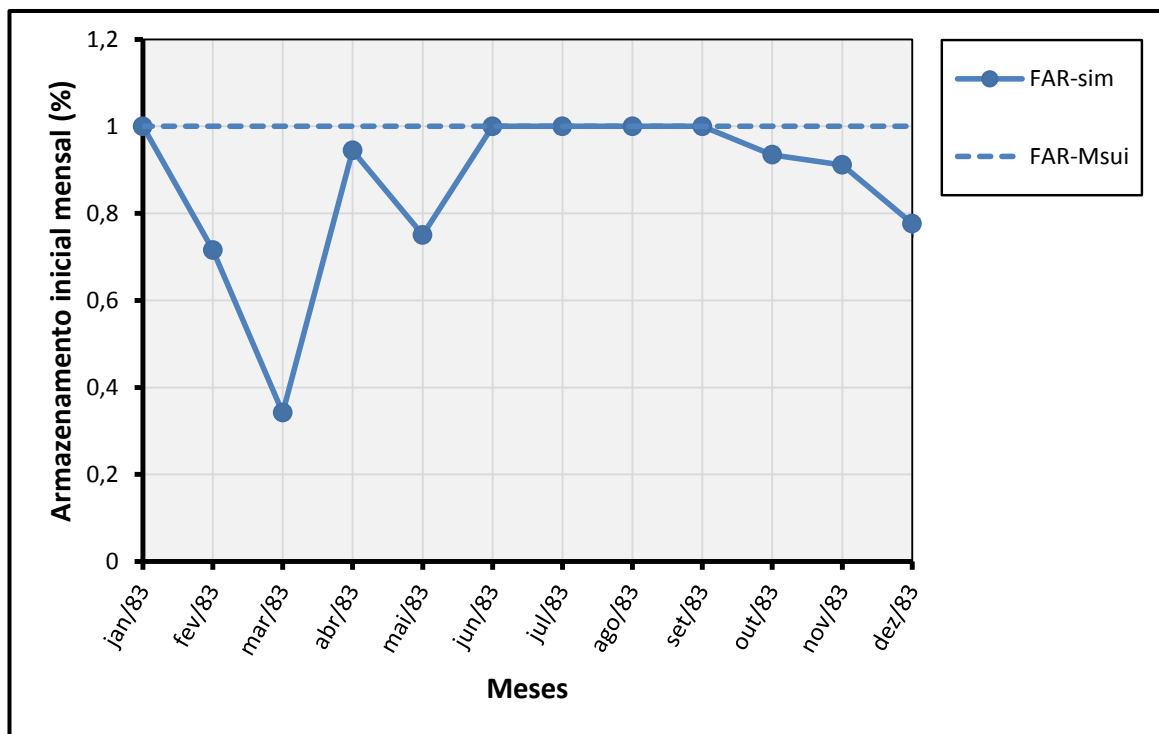


Figura 48 – Armazenamento em Foz do Areia no ano de 1983.

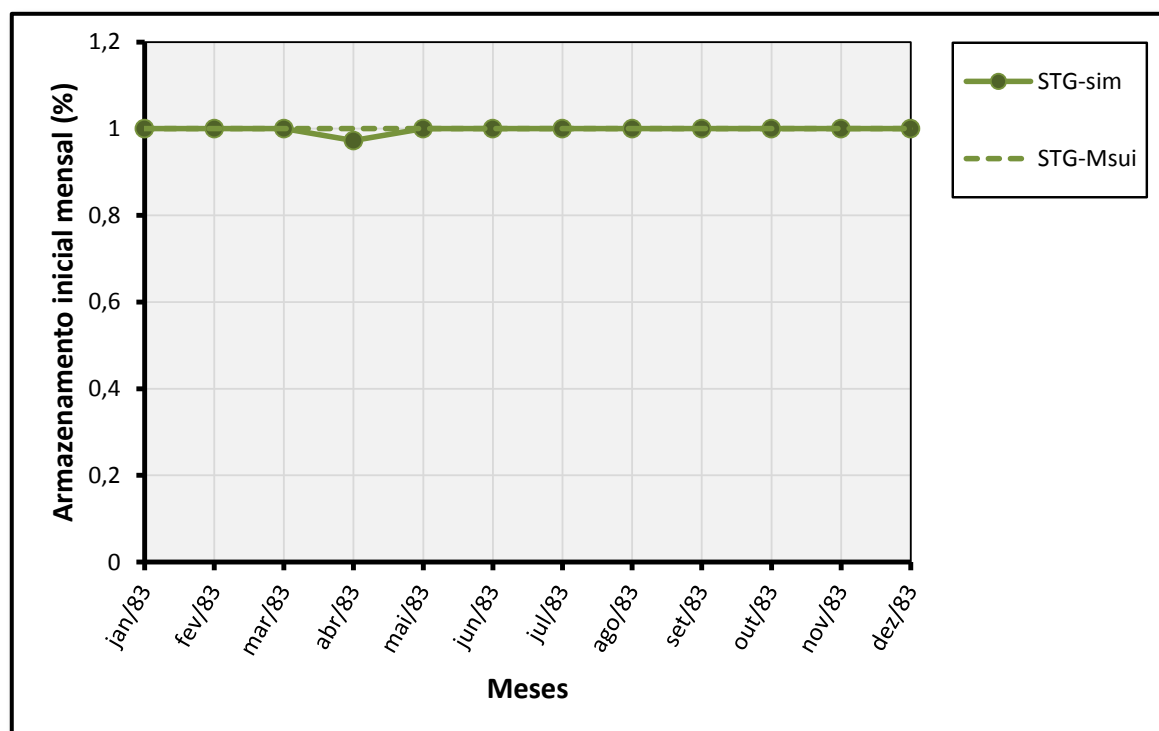


Figura 49 – Armazenamento em Salto Santiago no ano de 1983.

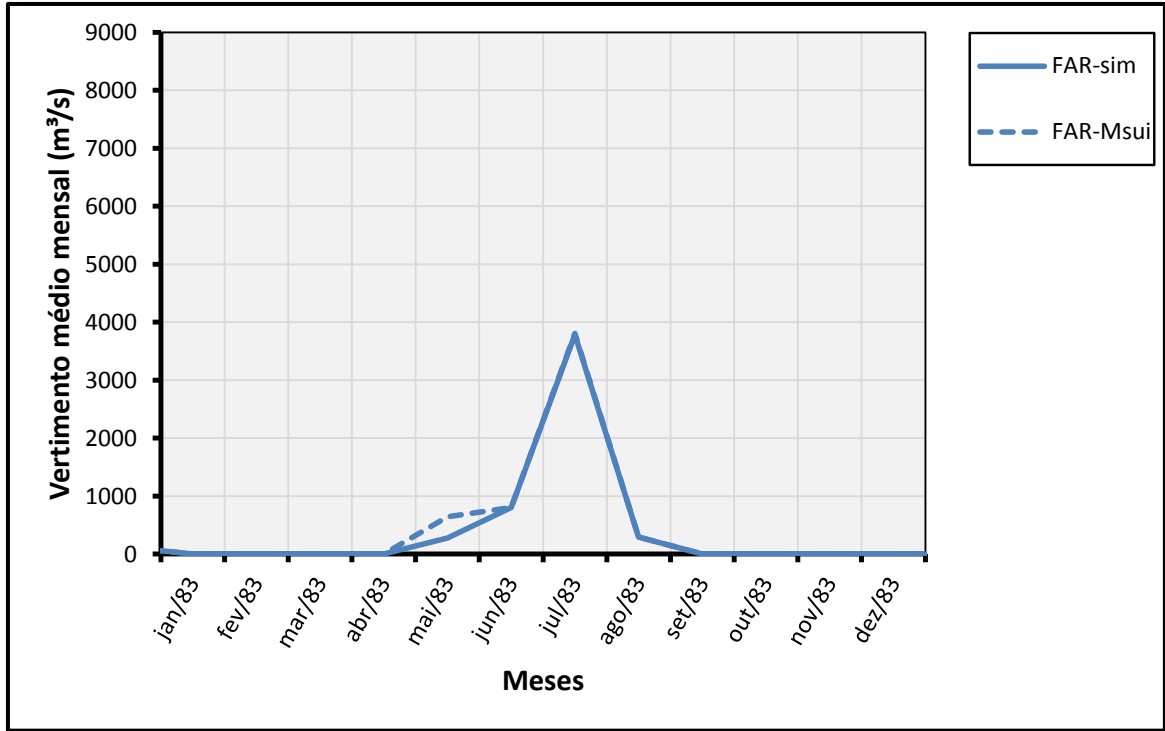


Figura 50 – Vertimento em Foz do Areia no ano de 1983.

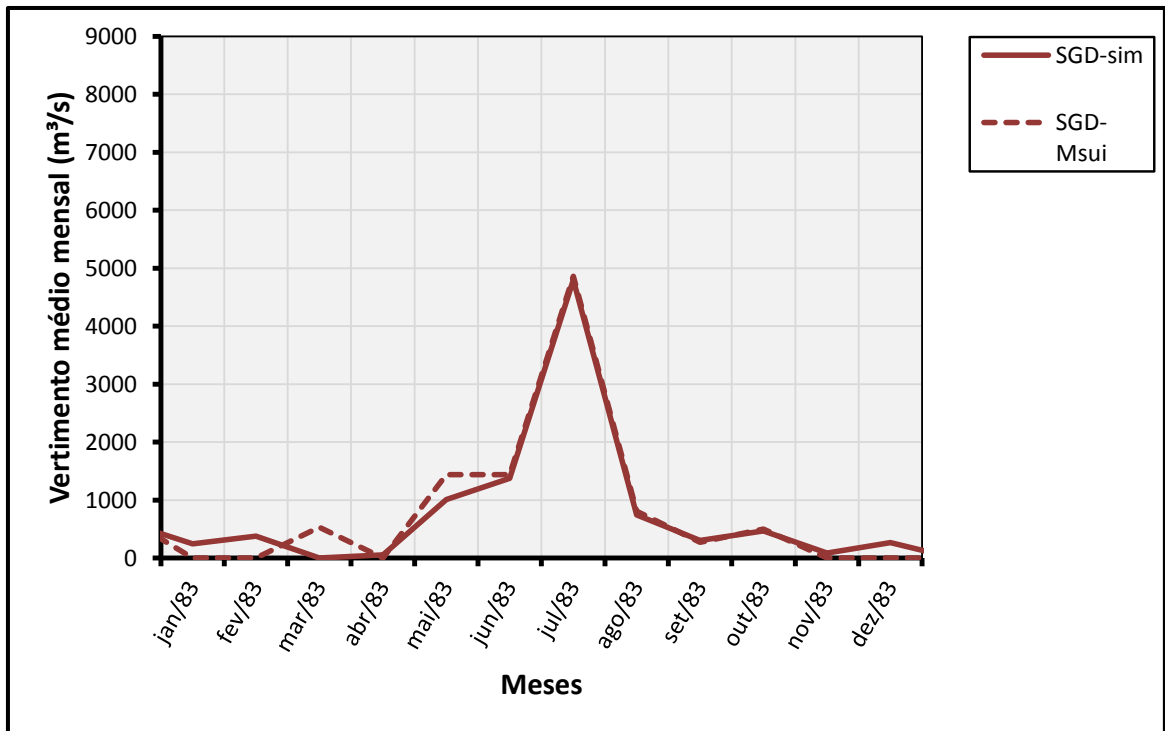


Figura 51 – Vertimento em Segredo no ano de 1983.

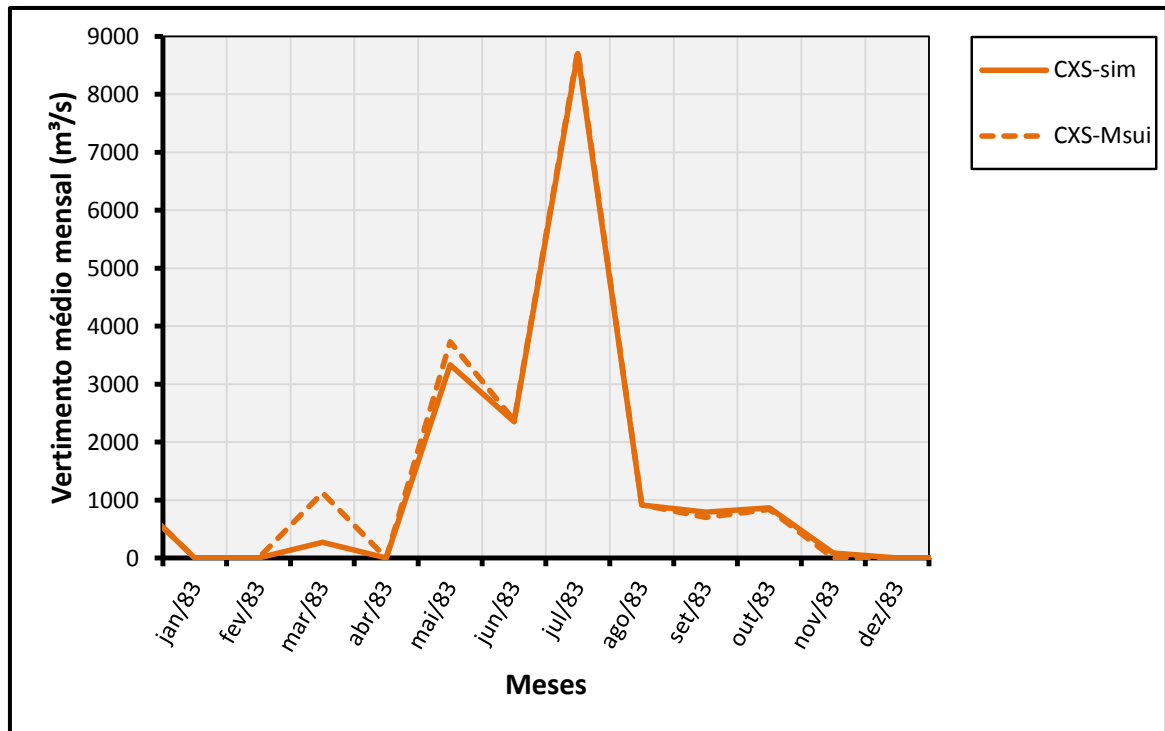


Figura 52 – Vertimento em Caxias no ano de 1983.

Foz do Areia intensifica sua geração nos meses de janeiro e fevereiro o que, apesar das boas afluições, consegue reduzir o volume útil a menos de 40% (figura 48). Como medida corretiva, a geração em março é reduzida e o nível é restaurado. A produção em abril é cautelosa e, por isso, em maio o vertimento evitado é apenas parcial (Figura 50). Como as vazões são abundantes, em julho, agosto e setembro nenhuma vazão vertida é evitada pois o reservatório já está cheio no fim de maio. Em razão da operação de Foz do Areia, Santiago não tem margem de manobra e seu nível permanece constante, com exceção da pequena redução em abril. A redução de vertimento propaga-se de Foz do Areia para Osório e Caxias, com perfis muito semelhantes representados pela figura 52. Já a curva de vertimentos de Segredo apresenta reduções e aumentos de vazões vertidas que se cancelam. A geração média é maior em todas as usinas. Apresentam-se apenas as curvas de geração média de Foz do Areia e Santiago, pois as curvas de Segredo, Osório e Caxias são muito próximas à de Santiago, com a intensificação de produção em janeiro e fevereiro, e redução em março, seguindo a tendência de Foz do Areia.

6.2.4 Curvas de Armazenamento.

Esta seção traz alguns gráficos com a evolução dos armazenamentos percentuais dos dois reservatórios de regularização, no intuito de somar mais avaliações sobre o impacto das decisões sobre os reservatórios. São quatro curvas, com os armazenamentos do MSUI e do simulador separados como antes: linhas tracejadas para o MSUI, linhas cheias para o simulador. Adicionalmente, os gráficos contêm a vazão afluyente a Foz do Areia em m^3/s , em formato de área, informação descrita pelo eixo vertical secundário. Apenas a vazão afluyente à Foz do Areia está presente pois a vazão afluyente natural incremental de Santiago segue perfil muito semelhante, uma vez que as usinas estão em cascata. Na figura 53 está a evolução dos armazenamentos ao longo do ano de 1988.

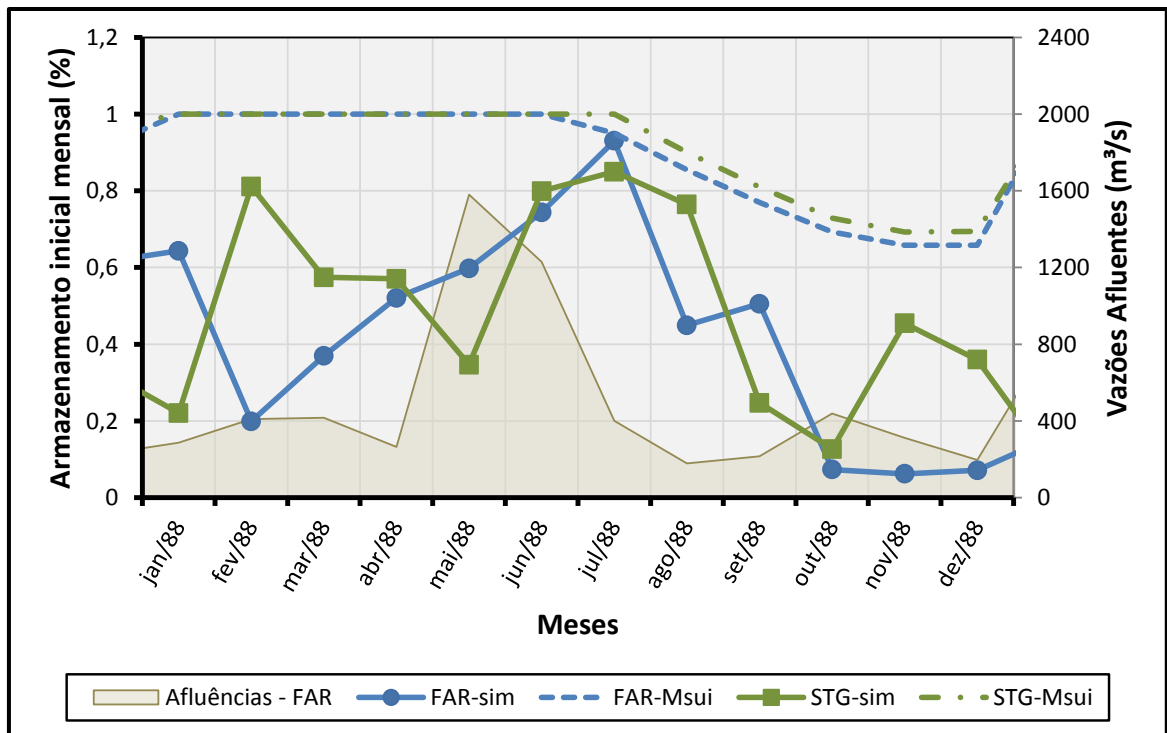


Figura 53 – Evolução dos armazenamentos para o ano de 1988.

Em Janeiro, o armazenamento de Santiago está baixo. O nível de Foz do Areia é utilizado para recuperar o nível de Santiago. A maior vazão afluyente de maio é aproveitada para recuperar os níveis. Em seguida, os reservatórios são outra vez deplecionados. Mas com as vazões modestas do segundo semestre, Foz do Areia permanece em nível baixo, enquanto Santiago tem alguma recuperação, até 40%.

Observe-se agora o que acontece ao longo do ano de 1993, na figura 54. Os volumes são usados ao longo do ano, oscilando entre 20 e 80% na maior parte do ano, com exceção do reenchimento de Santiago em junho. Em outubro, com vazão afluente mais intensa, Santiago é reenchido e Foz do Areia retorna a 80%, depois dos 20% de outubro.

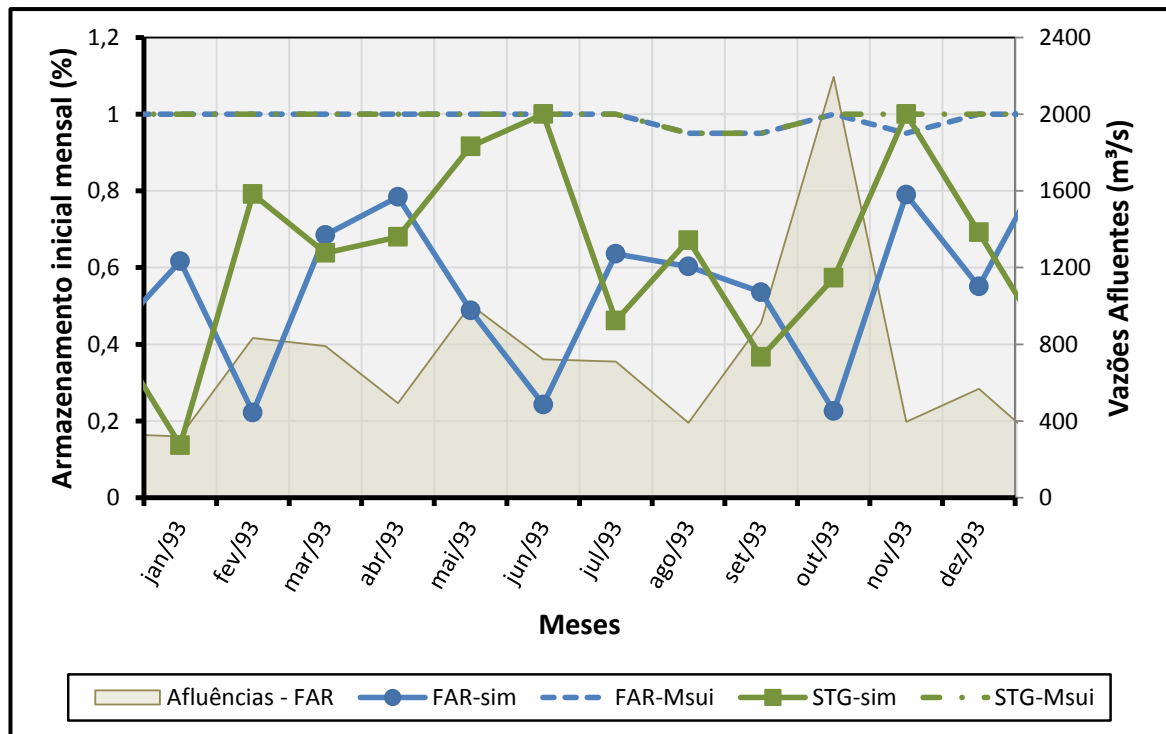


Figura 54 – Evolução dos armazenamentos para o ano de 1993.

Os níveis estão melhores no início de 1999 (figura 55). As vazões iniciais, até abril, são similares às de 1993. Mas como não há reservatório a recuperar, os dois são mantidos em oscilação entre 60% e 80% a maior parte do tempo até a vazão mais abundante de julho, quando os níveis voltam ao máximo. Depois, Foz do Areia é esvaziado, enquanto Santiago sustenta-se por mais alguns meses em nível mais alto.

Já o resultado da operação do ano de 1985 (Figura 56) reflete o comportamento da otimização quando afluências muito baixas acontecem por meses seguidos, como de julho de 1985 até dezembro. Há um esforço de recuperação do nível de Salto Santiago a partir de agosto, mas o reservatório de Foz do Areia não se recupera, permanecendo em níveis muito baixos, chegando a zero em novembro.

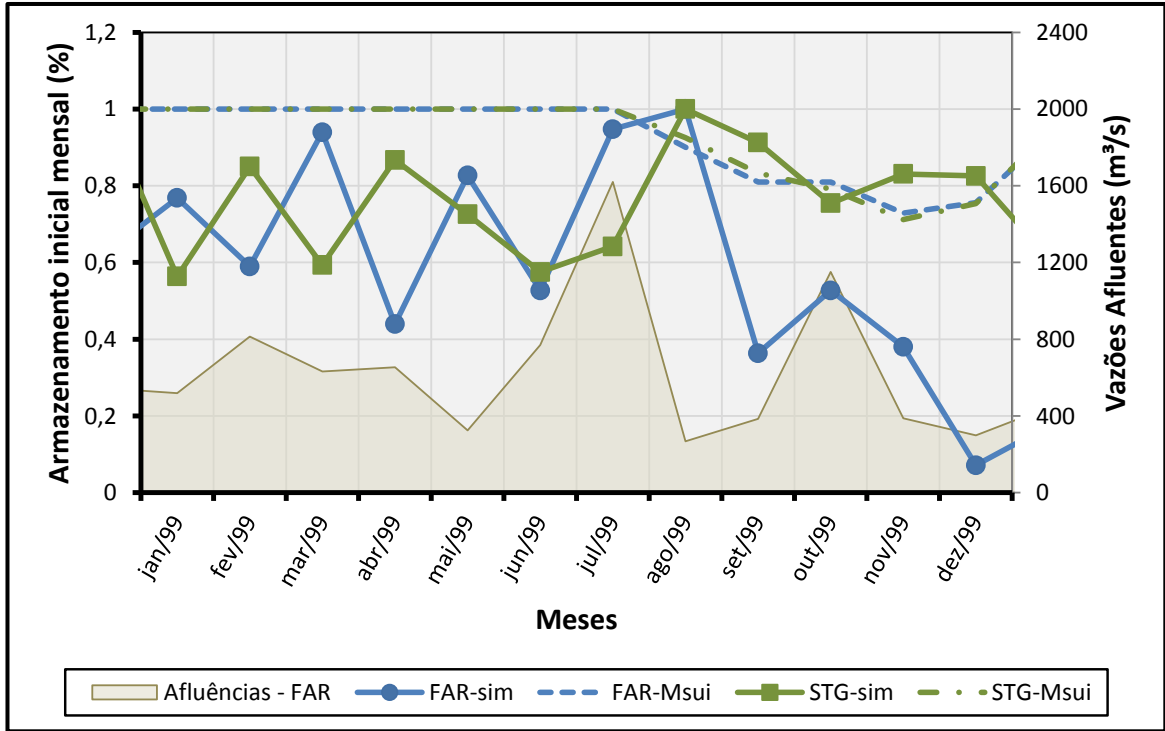


Figura 55 – Evolução dos armazenamentos para o ano de 1999.

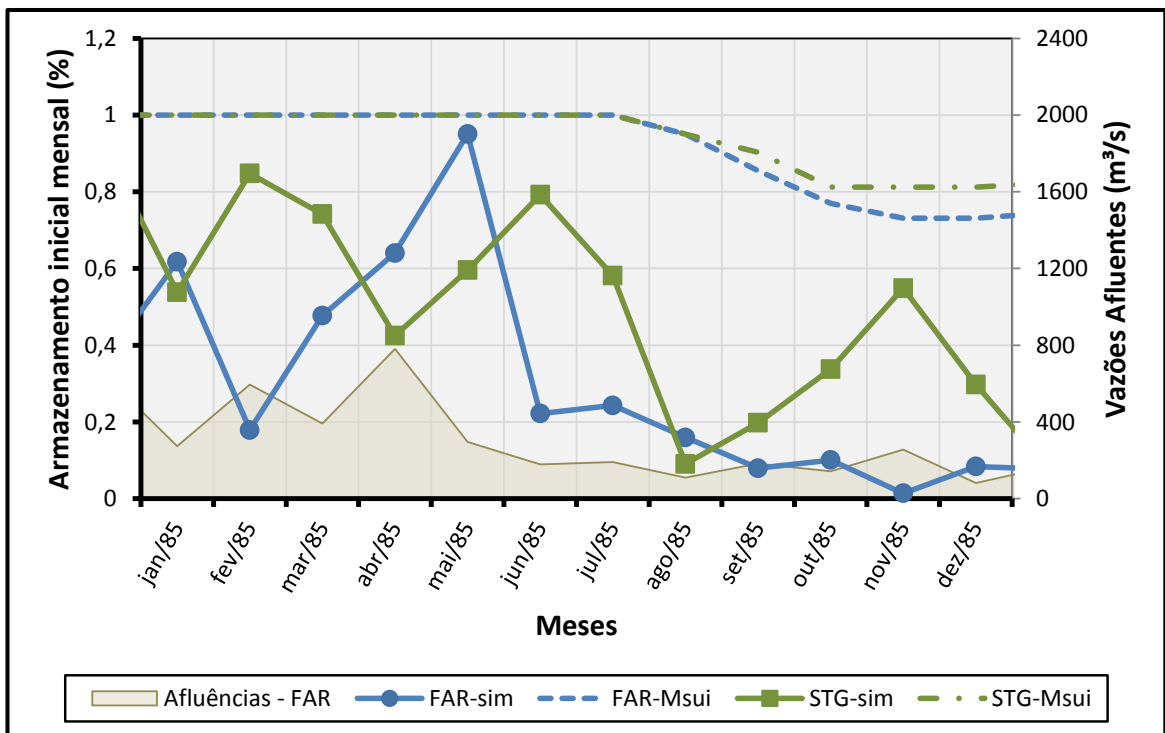


Figura 56 – Evolução dos armazenamentos para o ano de 1985.

O armazenamento médio da série histórica é apresentado na tabela 21.

Tabela 21 – Armazenamento médio em percentual para os dois reservatórios de regularização.

| | Foz do Areia | Santiago |
|-----------|--------------|----------|
| Simulador | 0,54 | 0,58 |
| MSUI | 0,91 | 0,93 |

Note-se que o MSUI mantém os níveis bastante elevados, quase cheios. Já o simulador, ao executar as decisões do otimizador, procura usar muito mais os volumes úteis disponíveis. A redução de vertimentos alcança um percentual próximo de 28%.

6.3 Desempenho Computacional

O otimizador foi executado em um *notebook* com processador Intel i5-2410M 2.3 GHz e 4 GB de memória RAM. O sistema operacional é o *Windows 10*® e a versão do Matlab® é a 2015b. As medidas de performance do otimizador foram registradas por meio do *software Performance Monitor* do próprio *Windows 10*. Neste programa é possível registrar, a intervalos não menores do que um segundo, a alocação de *bytes* por aplicativo.

Os tempos e as medidas de memória foram tomadas em uma única sessão do *Windows*, sem nenhuma outra tarefa sendo executada simultaneamente. São medidas para 10 decisões possíveis e 6 classes de vazões afluentes, mesmos valores das simulações do 6.2. A dimensão a variar é o número de discretizações totais do volume dos reservatórios. O número de níveis na tabela 22 e tabela 23 corresponde ao número de divisões do volume útil somado a dois estados extras: um para o vertimento e um para o volume vazio. Na tabela 22 estão listadas cinco medidas de tempo de execução, além da média e do desvio padrão amostral.

Na tabela 23 estão dispostas as medidas de memória alocada em Giga-bytes, assim como a média e o desvio padrão amostral das medidas. A primeira linha corresponde à ausência de discretização do reservatório, com os dois níveis extras, um para o vertimento, outro para o reservatório vertendo. O sistema operacional e o próprio Matlab® deixam disponíveis apenas entre 1,9 e 2,1 GB de Memória

RAM disponível, razão pela qual a tabela é interrompida quando o total de níveis atinge 7.

Tabela 22 – Tempo de execução do otimizador em segundos.

| | | medidas | | | | | média | desvio |
|---------------|---|---------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | | |
| níveis totais | 3 | 37,9 | 37,4 | 37,4 | 37,9 | 38,3 | 37,8 | 0,4 |
| | 4 | 44,9 | 45,0 | 44,9 | 45,2 | 46,1 | 45,2 | 0,5 |
| | 5 | 59,5 | 56,7 | 57,2 | 57,9 | 59,4 | 58,1 | 1,3 |
| | 6 | 92,3 | 94,5 | 94,7 | 95,5 | 96,0 | 94,6 | 1,4 |
| | 7 | 161,8 | 162,0 | 164,5 | 166,3 | 166,3 | 164,2 | 2,2 |

Tabela 23 – Memória alocada pelo otimizador em Gigabytes.

| | | medidas | | | | | média | desvio |
|---------------|---|---------|------|------|------|------|-------|--------|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | | |
| níveis totais | 3 | 0,05 | 0,05 | 0,04 | 0,05 | 0,06 | 0,05 | 0,008 |
| | 4 | 0,19 | 0,14 | 0,14 | 0,18 | 0,18 | 0,17 | 0,024 |
| | 5 | 0,45 | 0,45 | 0,46 | 0,44 | 0,44 | 0,45 | 0,007 |
| | 6 | 0,91 | 0,91 | 0,91 | 0,90 | 0,91 | 0,91 | 0,003 |
| | 7 | 1,68 | 1,67 | 1,68 | 1,69 | 1,68 | 1,68 | 0,005 |

A partir dessas medições, foram ajustados polinômios do 3º grau (ambos com $R^2 = 0,9999$), para extrapolação. Com esses polinômios, pôde-se extrapolar as necessidades de tempo e memória RAM para execução de um maior número de discretizações. Os coeficientes dos polinômios estão na tabela 24.

Tabela 24 – Coeficientes dos polinômios para extrapolação de tempo de execução em segundos e memória alocada em GB.

| | a0 | a1 | a2 | a3 |
|---------|--------|-------|--------|------|
| Tempo | -76,80 | 89,41 | -23,96 | 2,30 |
| Memória | -0,27 | 0,24 | -0,08 | 0,01 |

Os resultados da extrapolação estão demonstrados na Tabela 25.

Tabela 25 – Extrapolação pelo uso dos polinômios tempo de execução e memória alocada.

| | níveis de reservatório | | | | | | | | | |
|-------|------------------------|------|------|-----|------|------|------|------|------|-------|
| | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 | 45 | 50 | 100 |
| horas | 0,2 | 1,0 | 2,9 | 6,4 | 12,0 | 20,1 | 31,2 | 45,9 | 64,5 | 575,1 |
| GB | 6,5 | 27,3 | 72,3 | 151 | 273 | 447 | 684 | 992 | 1380 | 11799 |

Note-se que para 15 níveis de reservatório para duas usinas, a memória RAM necessária é superior à que possuem praticamente todos os *notebooks* disponíveis comercialmente neste ano de 2016. Algumas medidas para redução no uso de memória foram testadas e outras implementadas, de acordo com as recomendações da documentação do Matlab[®] (MATHWORKS, 2016):

- As matrizes são carregadas apenas quando do seu uso, sendo apagadas em seguida.
- As matrizes são pré-alocadas na memória, evitando o seu redimensionamento quando da alteração ou inserção de novos valores. Poupa-se tempo de processamento e uso de memória para registro de matrizes temporárias.
- Redução do tipo *double* para *single*.
- Teste de matrizes para armazenamento como matrizes esparsas. Infelizmente este recurso está disponível apenas para matrizes do tipo *double*. O uso do tipo *single* economizou mais memória.

6.4 Comentários sobre os Resultados da Simulação e o Desempenho Computacional

A estratégia geral do otimizador é sacrificar a produção das usinas nos reservatórios de regularização, especialmente na usina de cabeceira, Foz do Areia, para ganhar geração nas usinas a fio d'água a jusante. Observem-se os resultados da tabela 18. A redução é da ordem de 5,8% de geração média nesta usina. Em Salto Santiago não se perde tanta produção, em razão da defluência de Foz do Areia, e a diminuição é de apenas 0,5%. O ganho das usinas a fio d'água é da ordem de 6%

para Segredo, de 5% para Salto Osório e de outros 5% para Salto Caxias. A maior frequência de quedas inferiores é determinante para a menor geração de Foz do Areia em comparação à do MSUI, conforme demonstra a tabela 21. Foz do Areia também mantém mais frequentemente suas vazões turbinadas a baixas quedas. Vê-se como nos últimos meses de 1985 (figura 56) o armazenamento é mantido baixo em Foz do Areia, enquanto o de Santiago recupera-se lentamente, mesmo com baixas vazões afluentes. Em outros momentos, a produção da usina de cabeceira sobe intensamente, quando a queda melhora e a vazão turbinada ajuda a recuperar o reservatório de Salto Santiago, como em março de 1935 (figura 29). O reservatório de Santiago também é bastante deplecionado para ajudar a manter a geração termelétrica menor e é usado para compensar níveis muito baixos em Foz do Areia, como em maio e junho de 67 (figura 42 e figura 43), quando mantém uma produção mais intensa e auxilia na recuperação do nível naquela. No entanto, é, em média, mantido a níveis maiores do que Foz do Areia (tabela 21). Essa é uma operação acertada, pois a produtividade da água da cabeceira é a maior da cascata. A vazão defluente da cabeceira passa por todas as usinas e produz energia de acordo com a queda dessas. A produção é menor em Foz do Areia, mas leva a ganhos na cascata, enquanto a geração média de Salto Santiago consegue manter-se praticamente estável e auxilia no aumento da geração média de Salto Osório e Salto Caxias.

Observe-se que o resultado da simulação com a série histórica (tabela 18) não indica que os resultados da otimização serão positivos apenas depois dos 83 anos do histórico. Na prática operativa, há conhecimento da hidrologia recente ocorrida e séries hidrológicas sintéticas baseadas nesse conhecimento são produzidas, aumentando as chances, em tese, de acerto das previsões de vazões e, por extensão, das matrizes de transição, além da atualização periódica dos resultados reais da operação. A escolha de se comparar o modelo proposto ao MSUI tem como consequência a não atualização da geração de séries sintéticas. Para estudos dessa natureza, sugere-se em trabalhos futuros a comparação a conjuntos de modelos que também fazem leitura de séries hidrológicas geradas a partir de tendências hidrológicas recentes, como o Newave (otimizador) e o SUIHI (Simulador). Ver item 1.3.1.

Quanto ao armazenamento, o comportamento geral do MSUI parece ser o de manter os níveis próximos dos máximos o maior tempo possível, turbinando a afluência excedente. Os dois reservatórios de regularização são mantidos acima dos

90% de armazenamento. O otimizador tomou decisões que levaram o simulador a manter entre 50% e 60% de armazenamento dos reservatórios em média (tabela 21).

Observe-se o que acontece ao armazenamento de Foz do Areia no ano de 1935 (figura 30): o nível é administrado em torno de 50% enquanto as vazões afluentes estão abaixo da média no primeiro semestre. Em maio, atinge 60% e há otimismo na produção que, por levar o volume armazenado a 40%, precisa ser reduzida em seguida. O nível irá se recuperar no segundo semestre, com maiores vazões. Padrão semelhante conduz os níveis de Salto Santiago, neste ano atingindo patamares mínimos piores do que Foz do Areia.

Nesse ponto, é interessante lembrar como a incerteza das vazões é modelada. A probabilidade de ocorrência conta as chances de ocorrência das vazões em um dado mês, dadas classes de vazões do mês anterior. O simulador não tem informações sobre a vazão do mês corrente. Portanto, a decisão está tomada quando a vazão afluente ao mês presente ainda está por ser conhecida, com única exceção para meses com vertimento. Se há vertimento no final do mês corrente, o simulador pode aumentar a vazão turbinada quando esta não está no máximo. Essa regra é razoável do ponto de vista da operação real, uma vez que não é esperado manter turbinamentos inferiores enquanto a vazão afluente cresce e vê-se que levará a vertimentos ao fim do mês.¹⁸ Os resultados do MSUI, modelo de comparação, indicam que suas regras conhecem a vazão do mês e, portanto, também evitam tais vertimentos.

O otimizador tenta utilizar a água armazenada, corrigindo-se sempre que as cotas dos reservatórios caem demais. Em alguns anos, como em 1985 (figura 56), o risco corrido põe o reservatório de Foz do Areia em dificuldades no segundo semestre: depois que os níveis caem, não conseguem se recuperar naquele ano. Em outros, como 1999 (figura 55), a estratégia é parcialmente bem sucedida: Santiago mantêm-se a mais de 80% depois de julho, ainda que Foz do Areia tenha sido esva-

¹⁸ No entanto, essa regra evita mais vertimentos do que seria possível em algumas situações práticas. Por exemplo, a chuva intensa pode vir a ocorrer apenas na última semana do mês, momento em que a vazão turbinada será elevada, e não no começo do mês.

ziada em dezembro. Quando as afluições são abundantes, como no ano de 1983, compensa arriscar e usar os volumes de água, ainda que seja impossível impedir o vertimento de tanta afluição. De resto, o uso dos reservatórios assemelha-se ao que aconteceu ao ano de 1993 (figura 54). O percentual de volume útil oscila próximo de 50 ou 60%, reduzindo-se em meses específicos para em seguida serem poupados, até que se recuperam com afluições um pouco melhores.

De modo geral, as decisões procuram manter os reservatórios em níveis intermediários, evitando vertimentos e o esvaziamento total dos volumes úteis. Essa tratativa é consequência da ausência de sazonalidade das vazões afluentes, conforme descrito a seguir. Por mais que a matriz de transições forneça a probabilidade condicionada de ocorrência das classes de vazões, as previsões são bastantes difíceis. Havendo uma sazonalidade presente, seria de se esperar que os reservatórios fossem reenchidos nos meses de maiores afluições, e deplecionados nos demais. Como não há vazões sazonais a esperar, os níveis são mantidos em oscilação na região mediana dos volumes.

As vazões históricas afluentes a Foz do Areia, de 1931 a 2013, estão sobrepostas umas às outras na figura 57. Note-se que não é possível perceber um período característico de vazões afluentes mais ou menos intensas, ou seja, de períodos de cheia e de seca. As vazões do rio Iguaçu, como de outros rios do sul do Brasil, não possui por isso sazonalidade bem definida. Compare-se, por exemplo, com as vazões naturais afluentes à usina de Furnas, no rio Grande, empilhadas na figura 58.

Por fim, lembra-se que o modelo proposto tomou as decisões apresentadas com base em séries sintéticas geradas sem tendência hidrológica. Embora possa fornecer orientação sobre consequências da operação em regime permanente (horizonte), para aplicação em decisões de curto prazo seria interessante que a matriz de transições trabalhasse com séries de vazões sintéticas que houvessem recebido informação da situação hidrológica corrente, ao menos do primeiro mês realizado. Otimizações com tais séries poderiam então ser comparadas às obtidas por modelos de otimização e simulação que também utilizam-se de vazões sintéticas com informação de tendência hidrológica, como está sugerido para trabalhos futuros nas conclusões.

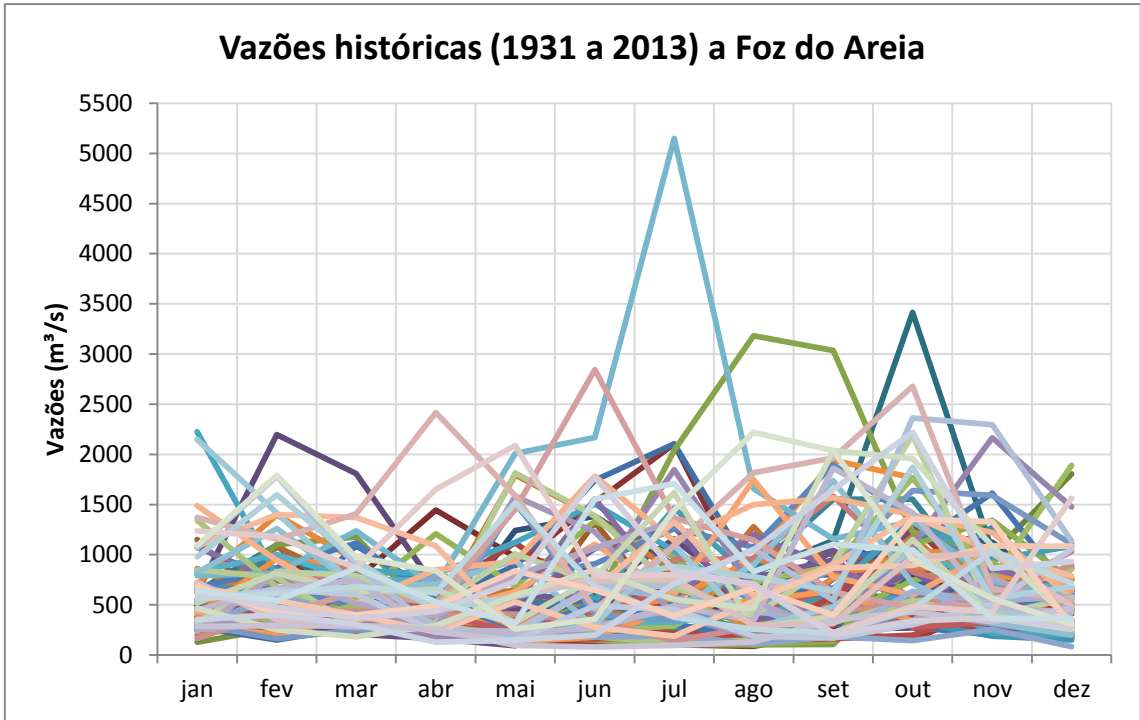


Figura 57 – Série de vazões históricas afluentes a Foz do Areia (1931 a 2013).

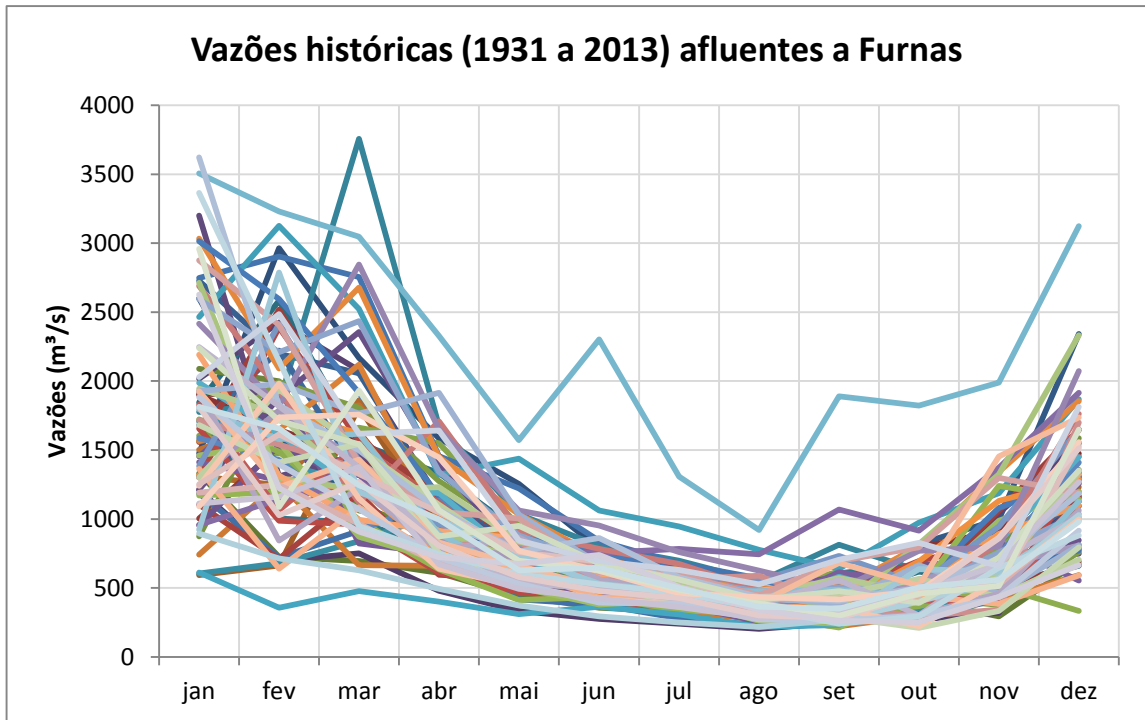


Figura 58 – Série de vazões históricas afluentes a Furnas (1931 a 2013).

Desempenho Computacional e Divisão de Classes de Vazões Afluentes

A técnica de programação voltada a vetores e matrizes, evitando laços, deve ser usada ao máximo para melhorar a velocidade de processamento de linguagens de programação como o Matlab[®]. No entanto, no modelo proposto as matrizes precisam de grandes quantidades de memória alocada. De acordo com as projeções na tabela 25, apenas 10 níveis (dadas 10 decisões possíveis e 6 classes de vazões afluentes) são possíveis para cada um dos dois reservatórios 8GB de memória RAM. No computador usado para esta trabalho, havia apenas 4GB de memória disponível, sendo pelo menos a metade ocupada pelo sistema operacional e pelo próprio Matlab[®]. Mais estados foram possíveis graças ao uso da memória virtual (*hard drive*) com significativo impacto no tempo de processamento.

Os limites computacionais na capacidade de se dividir as vazões afluentes em classes é a razão pela qual não se realizou estudo de sensibilidade para encontrar a melhor divisão neste estágio de Desenvolvimento. Trabalhos futuros que reduzam o uso de memória e que possibilitem maior discretização de classes tornarão este estudo de sensibilidade mais significativo.

CONCLUSÕES

O método foi obtido por intermédio de dois tipos de matrizes: de transição e de produção. A matriz de balanços hídricos reúne todas as combinações de variáveis de estado iniciais e finais e de variáveis de decisão, indicando, primeiramente, quais são os balanços verdadeiros, ou seja, dado um certo nível inicial de reservatório e certa classe de aflúncias (considerado perdas como a evaporação e a de carga) a qual nível final conduz cada uma das decisões possíveis ao fim da etapa. Em seguida, são atribuídos a esses balanços hídricos as probabilidades condicionadas de que as classes de vazões ocorram na etapa corrente, dado que ocorreram, cada uma delas, no mês anterior. O valor esperado da ocorrência das classes presentes transforma a matriz de balanços hídricos na matriz de transição. O segundo tipo é a matriz de produção, que registra todas as possibilidades de produção para cada combinação de níveis iniciais, finais e decisões (consideradas as perdas). O método inclui a definição de níveis de reservatório além do volume útil: discretizações para representar os vertimentos e uma discretização para volumes negativos, presente para indicar produções que utilizaram mais água do que a disponível. Produções que conduziram ao estado negativo são anuladas. Decisões factíveis são representadas por discretizações inferiores da variável de decisão, sendo o turbinamento nulo o limite. A complementação termelétrica da matriz de produção leva ao custo presente que, somado ao custo futuro, determina o custo total. O custo estimado total depende desta e da matriz de transição. O melhor custo é o menor custo total e a decisão correspondente é registrada para cada variável de estado. O cálculo para cada etapa é realizado pela programação dinâmica estocástica e a modelagem se dá como um processo de decisão de Markov, por intermédio, principalmente, da matriz de transição. Todo o código é escrito em linguagem vetorial, neste caso o Matlab®, sem o uso de laços de programação.

O método para usinas a fio d'água dá-se pela admissão de que as classes de vazões afluentes não são combinadas com aquelas das usinas de regularização. Desse modo, a produção das usinas a fio d'água é somada à produção das usinas de regularização, de acordo com as vazões defluentes destas, uma vez que não há variáveis de decisão para as usinas a fio d'água.

A expansão para mais usinas de regularização é obtida pela combinação das matrizes de transição e de produção dos grupos de usinas de regularização e suas correspondentes usinas a fio d'água. As combinações são obtidas por meio das funções internas do Matlab©, sem o uso de laços.

O estudo de caso consistiu nas usinas do hidrelétricas do rio Iguaçu, sem as usinas do rio Jordão. São duas usinas de regularização e três usinas a fio d'água formando, portanto, dois grupos individuais de matrizes de transição e produção. A tabela de decisões foi testada por um simulador a partir das séries históricas de vazões e seus resultados comparados ao do simulador MSUI. Para os níveis de discretização de 11 níveis por reservatório, 6 classes de vazões afluentes e 10 decisões possíveis, a geração média do modelo proposto obteve ganho de cerca de 1,6% na cascata, por intermédio da redução da produção das usinas de regularização, especialmente a de cabeceira, e incremento nas usinas a fio d'água. Os níveis médios de volume útil são mantidos entre 50% e 60%, enquanto níveis superiores a 90% são atingidos pelo MSUI. Tais níveis são consequência da característica errática das vazões do rio Iguaçu. A estratégia consiste em manter níveis próximos do médio para evitar que súbitas vazões afluentes sejam vertidas e, ao mesmo tempo, impedir que os reservatórios esvaziem-se.

O otimizador foi executado em um *notebook* com processador Intel i5-2410M 2.3 GHz e 4 GB de memória RAM, com o Matlab© 2015b em Windows 10. Para 10 decisões possíveis e 6 classes de vazões afluentes, as discretizações de nível de reservatório máximas foram de 7 por usina de regularização. Acima desse valor, a memória RAM do *notebook* é excedida. Tabelas de extrapolação revelam que 15 graus de discretização excedem a memória RAM da maioria dos *notebooks* comerciais disponíveis. Sugere-se, nos trabalhos futuros, técnicas de transferência de uso de memória RAM para memória em disco e aplicação de programação em paralelo em *cluster* para possibilitar o aumento do grau de discretização.

Sugestão para trabalhos futuros

- Implementar o modelo com diferentes discretizações. Semanal para o primeiro mês, com vazões determinísticas para a primeira semana. E séries sintéticas geradas a partir da influência das vazões afluentes ocorri-

das nos últimos meses (tendência hidrológica) para as semanas e meses seguintes.

- Estudar a inclusão de regras operativas factíveis na operação real que possam corrigir previsões muito cautelosas ou arrojadas.
- Introduzir simplificações para operação em cascata para que o número de discretizações possa ser ampliado. Por exemplo, considerar as usinas de regularização dentro da mesma classe de vazões afluentes e assim reduzir a dimensão dessas classes na matriz de balanços hídricos pela eliminação de suas combinações.
- Realizar outros estudos de caso, especialmente em cascatas com regimes hidrológicos marcadamente sazonais.
- Comparar o otimizador/simulador proposto com outros modelos de otimização e simulação, como o conjunto formado por Newave e SUIHI. Os parâmetros de otimização seriam diferentes. Nesse estudo será possível incorporar a tendência hidrológica às matrizes de transição.
- Um dos recursos do Matlab[®] permite o acesso mais rápido a variáveis armazenadas em disco por meio de mapeamento. Trata-se da função *matfile*. Discos do tipo *SSD (Solid State Drive)* são mais rápidos do que os tradicionais *HDD (Hard Disk Drive)* e podem ter papel muito importante na redução do uso de Memória RAM.
- As etapas do código que mais consomem memória são aquelas que promovem a junção das diversas matrizes que descrevem os reservatórios individualmente. Transpor essas etapas para linguagens como o C++ pode reduzir o pico de alocação de memória e acessá-las por meio das funções conhecidas pelo Matlab[®] como MEX files.
- Perfis de rendimento, para que valores de rendimento médio diferentes possam ser aplicados para diferentes vazões médias mensais a turbinar.
- Estudar as técnicas de programação em paralelo para *cluster* para tratamento do tempo computacional. No presente trabalho, nenhum proveito

foi obtido de técnicas de paralelização disponíveis para uma única estação de trabalho.

REFERÊNCIAS

ACENDE. Instituto Acende Brasil. **White Paper nº 7 - Leilões no Setor Elétrico Brasileiro**: Análises e Recomendações, 2013. Acesso em: Setembro 2015.

ANEEL. Agência Nacional de Energia Elétrica. **Projeto Estratégico**: “Modelo de Otimização do Despacho Hidrotérmico”, 2008. Disponível em: <<http://www.aneel.gov.br/>>. Acesso em: setembro 2015.

ANEEL. Agência Nacional de Energia Elétrica. **Informações Técnicas, Banco de Informações de Geração**, 2015. Disponível em: <<http://www.aneel.gov.br/>>. Acesso em: Junho 2015.

ANEEL-NOTÍCIAS. Agência Nacional de Energia Elétrica. **Newsaneel**, 2015. Disponível em: <<http://newsaneel.com.br/impresso/imprimir/noticia/739641>>. Acesso em: 21 outubro 2015.

ARNOLD, E.; TATJEWSKI, P.; WOLOCHOWICZ, P. Two methods for large-scale nonlinear optimization and their comparison on a case study of hydropower optimization. **J. Optim. Theory Appl.**, v. 81, p. 221-248, 1994.

ARUOBA, S. B.; VILLAVERDE, J. F. A Comparison of Programming Languages in Economics. **National Bureau of Economic Research**, Cambridge, Junho 2014.

BARROS, M.; TSAI, F.; YANG, S.-L.; YEH, W. Optimization of large-scale hydropower system operations. **J. Water Resour. Plan. Manage.**, v. 129(3), p. 178-188, 2003.

BAZARAA, M. S.; JARVIS, J. J.; SHERALI, H. D. **Linear Programming and Network Flows**. 4ª. ed. [S.l.]: John Wiley and Sons, 2010.

BERTSEKAS, D. P. **Dynamic Programming and Optimal Control**. 3. ed. Massachusetts: Athena Scientific, v. 1, 2005.

BESSA, M. R. Optimization of The Operation of Multireservoir Systems: A Great Lake Case Study. **Doctor of Philosophy in Systems Design Engineering**, University of Ontario, 1998.

BLOOT, M. L. Utilização do Método de Carteiras de Markowitz na Estratégia de Venda de Energia. **Dissertação de Mestrado**, Universidade Federal do Paraná - UFPR, 2011.

BONISSONE, P.; CHEN, Y.-T.; GOEBEL, K.; KHEDKAR, P. Hybrid soft computing systems: industrial and commercial applications. **Proceedings of the IEEE**, v. 87-9, p. 1641-1667, setembro 1999.

BUŞONIU, L.; BABUSKA, R.; SCHUTTER, B. D.; ERNST, D. **Reinforcement learning and dynamic programming using function approximators**. Boca Raton, FL: CRC Press, 2010.

CARNEIRO, A. A. F. M.; SOARES, S. Optimal Operation of Reservoirs for Electric Generation. **IEEE Transactions on Power Delivery**, v. 6, n. 3, julho 1991.

CASTELLETTI, A.; RIGO, D. D.; RIZZOLI, A. E.; SONCINI-SESSA, R.; WEBER, E. Neuro-dynamic programming for designing water reservoir network management policies. **Control Engineering Practice**, v. 15, p. 1031-1038, 2007.

CCEE. Câmara de Comercialização de Energia Elétrica. **Regras de Mercado**, 2015. Disponível em: <www.ccee.org.br>. Acesso em: sete,brp 2015.

CEPEL. **Modelo Newave**. Manual de Referência: Centro de Pesquisas de Energia Elétrica, 2013, V. 17.5.3.

CEPEL. **Modelo Decomp**. Manual de Referência: Centro de Pesquisas de Energia Elétrica, 2013, V.18.3.

CEPEL. Otimização energética e meio ambiente/ programas computacionais. **CEPEL**, 2015. Acesso em: outubro 2015.

CERVELLERA, C.; C.P.CHEN, V.; WEN, A. Optimization of a large-scale water reservoir network by stochastic dynamic programming with efficient state space discretization. **European Journal of Operational Research**, p. 1139-1151, 2006. ISSN 171.

CHAPMAN, S. J. **Matlab Programming for Engineers**. 4ª. ed. [S.l.]: Cengage, 2008.

COPEL. Copel. **Monitoramento Hidrológico**, 2015. Disponível em: <<https://www.copel.com/mhbweb/paginas/monitoramento.jsf>>. Acesso em: outubro 2015.

DANTZIG, G. B.; THAPA, M. N. **Linear Programming**. [S.l.]: Springer, v. 1, 1997.

DIAS, B. H.; MARCATO, A. L. M.; SOUZA, R. C.; SOARES, M. P.; JUNIOR, I. C. S.; OLIVEIRA, E. J. D.; BRANDI, R. B. S.; RAMOS, T. P. Stochastic Dynamic Programming Applied to Hydrothermal Power Systems Operation Planning Based on the Convex Hull Algorithm. **Mathematical Problems in Engineering**, v. 2010, 2010.

DREWITT, A. L.; LANGSTON, R. H. W. Assessing the impacts of wind farms on birds. **British Ornithologists' Union**, p. 29-42, 2006.

ELETROBRÁS. **Modelo MSUI**. Manual de Metodologia: Centro de Pesquisas de Energia Elétrica, 2008, V. 3.1.

EPE. Leilões/Leilão de Energia A-5 2015. **Empresa de Pesquisa Energética**, 2015. Disponível em: <www.epe.gov.br>. Acesso em: Setembro 2015.

FILHO, G. B. D. S. **Modelagem Estocástica da Geração Eólica para Estudos Energéticos**. Agência de Cooperação Técnica Alemã - GTZ e Empresa de Pesquisa Energética - EPE. [S.l.]. 2010.

FINARDI, E. C.; SILVA, E. L. D.; SAGASTIZÁBAL,. Solving the unit commitment problem of hydropower plants via Lagrangian Relaxation and Sequential Quadratic Programming. **Computational & Applied Mathematics**, v. 24, 2005.

FIRJAN. **A Expansão das Usinas a Fio d'Água e o Declínio da Capacidade de Regularização do Sistema Elétrico Brasileiro**. Diretoria de Desenvolvimento Econômico e Associativo. Rio de Janeiro. 2013.

FORTUNATO, L. A. M.; ARAPIPE NETO, T. A.; ALBUQUERQUE, J. C. R.; PEREIRA, M. V. F. **Introdução ao Planejamento da Expansão e Operação de Sistemas de Produção de Energia Elétrica**. Niterói: Universidade Federal Fluminense, EDUFF, 1990.

GRYGIER, J.; STEDINGER, J. Algorithms for optimizing hydropower system operation. **Water Resources Research**, v. 21-1, p. 1-10, 1985.

HIEW, K.; LABADIE, J.; SCOTT, J. Optimal operational analysis of the Colorado-Big Thompson project. **Computerized decision support systems for water managers**, ASCE, p. 632-646, 1989.

HILLIER, F. S.; LIEBERMAN, G. J. **Introdução à Pesquisa Operacional**. Tradução de Ariovaldo Griesi. 9ª. ed. Porto Alegre: McGrawHill, 2013.

HOSSEINI-MOGHARI, S.-M.; MOROVATI, R.; MOGHADAS, ; ARAGHINEJAD, S. Optimum Operation of Reservoir Using Two Evolutionary Algorithms: Imperialist Competitive Algorithm (ICA) and Cuckoo Optimization Algorithm (COA). **Water Resour Management**, 2015.

HOWARD, R. A. **Dynamic Probabilistic Systems**. New York, London, Sydney, Toronto: John Wiley & Sons, v. Volume I: Markov Models, 1971.

ITAIPU. Energia. **Itaipu Binacional**, 2015. Disponível em: <www.itaipu.gov.br>. Acesso em: setembro 2015.

JI, C.; JIANG, Z.; SUN, P.; ZHANG, Y.; WANG, L. Research and Application of Multidimensional Dynamic Programming in Cascade Reservoirs Based on Multilayer Nested Structure. **J.Water.Resour.Plann.Manage**, v. 141, 2015.

KALLENBERG, L. **Markov Decision Processes**. Leiden: University of Leiden, 2009.

KELMAN, J.; STEDINGER, J. R.; COOPER, L. A.; HSU, E.; YUAN, S. Q. Sampling stochastic dynamic programming applied to reservoir operation. **Water Resour. Res.**, v. 26-3, p. 447-454, 1990.

KIM, Y.-O.; EUM, H.-I.; LEE, E.-G.; KO, I. H. Optimizing Operational Policies of a Korean Multireservoir System Using Sampling Stochastic Dynamic Programming with Ensemble Streamflow Prediction. **Journal of Water Resources Planning and Management**, January 2007.

LABADIE, J. W. Optimal Operation of Multireservoir Systems: State-of-the-Art Review. **Journal of Water Resources Planning and Management**, v. 130, n^o2, Março 2004.

LAGE, E. S.; PROCESSI, L. D. Panorama do setor de energia eólica. **Revista do BNDES**, 39, p. 183-206, 2013.

LAMOND, B. F.; BOUKHTOUTA, A. Optimizing Long-term Hydro-power Production Using Markov Decision Processes. **International Transactions in Operational Researchs - Int. Trans. Opl. Res.**, Great Britain, v. 3, n. 3/4, p. 223-241, 1996.

LOUCKS, D. P.; BEEK, E. V. **Water Resources Systems Planning and Management**. Italy: Unite Nations Educational, 2005.

MARCILIO, D. C. Otimização do Despacho Hidrotémico Utilizando o Método de Lagrangeano Aumentado com Gradiente Espectral Projetado. **Tese de Doutorado**, Universidade Federal do Paraná - UFPR, 2014.

MATHWORKS. Strategies for Efficient Use of Memory. **Mathworks**, 2016. Disponível em: <http://www.mathworks.com/help/matlab/matlab_prog/strategies-for-efficient-use-of-memory.html>. Acesso em: janeiro 2016.

MATOS, V. L. Um Modelo para o Planejamento Anual da Operação Energética Considerando Técnicas Avançadas de Otimização Estocástica. **Tese de Doutorado**, Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC, 2012.

MORENO, S. R. Otimização do Planejamento Diário de Geração em Usinas Hidrelétricas. **Dissertação de Mestrado**, Universidade Federal do Paraná - UFPR, 2012.

NACIF, L. A. Modelagem Econômica para a Tomada de Decisões na Programação Diária da Operação de Usinas Hidrelétricas. **Dissertação de Mestrado**, Universidade Federal do Paraná - UFPR, 2013.

NANDALAL, K. D. W.; BOGARDI, J. J. **Dynamic Programming Based Operation of Reservoirs**. [S.l.]: Cambridge University Press, 2007.

NIKAM, N. G.; REGULWAR, D. G. Optimal Operation of Multipurpose Reservoir for Irrigation Planning with Conjunctive Use of Surface and Groundwater. **Journal of Water Resource and Protection**, p. 636-646, Junho 2015.

NORDPOOL. Day-ahead market. **Nord Pool Spot**, 2015. Disponível em: <www.nordpoolspot.com>. Acesso em: setembro 2015.

ONS. **Evaporações Líquidas nas Usinas Hidrelétricas**. ONS. [S.l.]. 2006.

ONS. **Plano da Operação Elétrica 2014/2015**. Operador Nacional do Sistema. [S.l.]. 2013.

ONS. Operador Nacional do Sistema Elétrico. **Conheça o sistema**, 2015. Disponível em: <<http://www.ons.org.br>>. Acesso em: Agosto 2015.

ONS. **Atualização de Séries Históricas de Vazões – período de 1931 a 2014**. ONS. Rio de Janeiro. 2015b.

PDDE. Plano Nacional de Expansão de Energia Elétrica 2006 - 2015. **Ministério de Minas e Energia**, RJ, 2006.

PEREIRA, M. V. F. Optimal stochastic operations scheduling of large hydroelectric systems. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, Kidlington, v. v.11, n3, p. 161-169, jul 1989.

PEREIRA, M. V. F.; PINTO, L. M. V. G. Stochastic optimization of a multi-reservoir hydroelectric system: a decomposition approach. **Water Resources Research**, v. 21-6, p. 779-792, 1985.

PHOENIX. **Otimização do Despacho Hidrotérmico Através de Algoritmos com Computação de Alto Desempenho**. Curitiba: Relatório Final do projeto de pesquisa e desenvolvimento entregue à ANEEL, 2012.

PLAN4. Plan4 Engenharia. **Projeto Sparhtacus**, 2016. Disponível em: <<http://plan4.com.br/servicos/pesquisa-desenvolvimento/sparhtacus>>. Acesso em: Janeiro 2016.

PUTERMAN, M. L. **Markov Decision Processes**. British Columbia: Wiley-Interscience, 2005.

RAMOS, T. P. Modelo Individualizado de Usinas Hidrelétricas Baseado em Técnicas de Programação Não Linear Integrado com o Modelo de Decisão Estratégica. **Dissertação de Mestrado**, Universidade Federal de Juiz de Fora - UFJF, 2011.

REIS, L. F. R.; WALTERS, G. A.; SAVIC, D.; CHAUDHRY, F. H. Multi-Reservoir Operation Planning Using Hybrid Genetic Algorithm and Linear Programming (GA-LP): An Alternative Stochastic Approach. **Water Resources Management**, v. 19, p. 831-848, 2005.

SEMA. **Bacias Hidrográficas do Paraná**. Secretaria do Estado do Meio Ambiente e Recursos Hídricos. Curitiba. 2010.

SILVA, E. L. **Formação de Preços em Mercados de Energia Elétrica**. 2ª. ed. Florianópolis: Edição do Autor, 2012.

SOUZA, R. C.; OLIVEIRA, F. C.; FERREIRA, P. C.; MARCATO, A. L. M.; DIAS, B. H.; BRANDI, R. S.; RAMOS, T. P. **Planejamento da Operação de Sistemas Hidrotérmicos no Brasil**. Rio de Janeiro: PUC Rio, 2014.

THE World Bank. **Electricity production from hydroelectric sources (% of total)**, 2015. Disponível em: <<http://data.worldbank.org>>. Acesso em: Junho 2015.

VISSMAN, W.; KNAPP, J. W.; LEWIS, G. L.; HARBAUGH, T. E. **Introduction do Hydrology**. [S.l.]: Harper & Row, 1977.

VIOT, J. Otimização por Enxame de Partículas com Congregação Passiva Seletiva. **Tese de Doutorado**, Universidade Federal do Rio de Janeiro - UFRJ/COPPE, 2010.

WHITE, C. C.; WHITE, D. J. Markov Decision Processes. **European Journal of Operational Research**, North-Holland, n. 39, p. 1-16, 1989.

WOOD, A. J.; WOLLENBERG, B. F. **Power Generation, Operation and Control**. 2ª. ed. New York, Chichester, Brisbane, Toronto, Singapore: John Wiley & Sons, 1996.

XIE, L. Wind Integration in Power Systems: Operational Challenges and Possible Solutions. **Proceedings of the IEEE**, v. 99, p. 214-232, 2010.

YEH, W. W.-G. Reservoir management and operations models: A state-of-the-art review. **Water Resources Research**, v. 21-12, p. 1797-1818, 1985.

YOO, J.-H. Maximization of hydropower generation through the application of a linear programming model. **Journal of Hydrology**, n. 376, p. 182-187, 2009.

ZAMBELLI, M.; TOSCANO, A.; SOARES FILHO, S.; DOS SANTOS, E.; NOGUEIRA, L. Newave versus Odin. Comparação entre Modelo Estocástico e Determinístico no Planejamento da Operação Energética do Sistema Interligado Nacional. **XVIII Congresso Brasileiro de Automática**, 2010.

ZARANEK, S. W.; CHOU, B.; SHARM, G.; ZARRINKOUB, H. Accelerating MATLAB Algorithms and Applications. **Mathworks**, v. Disponível na página Mathworks, 2013.

ZHU, J. **Optimization of Power System Operation**. United States of America: John Wiley & Sons, 2009.