

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

CLEVERSON GONÇALVES DOS SANTOS

UMA PROPOSTA DE MODELAGEM MATEMÁTICA PARA UM PROBLEMA DE  
ROTEIRIZAÇÃO PERIÓDICA EM ARCOS CAPACITADOS COM MÚLTIPLAS  
TAREFAS

CURITIBA

2016

CLEVERSON GONÇALVES DOS SANTOS

UMA PROPOSTA DE MODELAGEM MATEMÁTICA PARA UM PROBLEMA DE  
ROTEIRIZAÇÃO PERIÓDICA EM ARCOS CAPACITADOS COM MÚLTIPLAS  
TAREFAS

Tese apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Doutor em Métodos Numéricos em Engenharia, pelo Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, Setor de Tecnologia e Setor de Ciências Exatas, Universidade Federal do Paraná.

Orientador: Dr. Cassius Tadeu Scarpin

CURITIBA

2016

---

S237p

Santos, Cleverson Gonçalves dos

Uma proposta de modelagem matemática para um problema de roteirização periódica em arcos capacitados com múltiplas tarefas / Cleverson Gonçalves dos Santos. – Curitiba, 2016.

99 f. : il. color. ; 30 cm.

Tese - Universidade Federal do Paraná, Setor de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, 2016.

Orientador: Cassius Tadeu Scarpin .

Bibliografia: p. 94-99.

1. Auscultação - Instrumentação. 2. Barragem. 3. Barragens e açudes - Segurança. I. Universidade Federal do Paraná. II. Scarpin, Cassius Tadeu. III. Título.

CDD: 627.80289

---

À minha esposa que, durante todo este tempo, foi paciente e compreensiva, confiando e acreditando em mim.



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ  
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO  
Setor CIÊNCIAS EXATAS  
Programa de Pós Graduação em MÉTODOS NUMÉRICOS EM  
ENGENHARIA  
Código CAPES: 40001016030P0

### TERMO DE APROVAÇÃO

Os membros da Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em MÉTODOS NUMÉRICOS EM ENGENHARIA da Universidade Federal do Paraná foram convocados para realizar a arguição da Tese de Doutorado de **CLEVERSON GONCALVES DOS SANTOS**, intitulada: "**UMA PROPOSTA DE MODELAGEM MATEMÁTICA PARA UM PROBLEMA DE ROTEIRIZAÇÃO PERIÓDICA EM ARCOS CAPACITADOS COM MÚLTIPLAS TAREFAS**", após terem inquirido o aluno e realizado a avaliação do trabalho, são de parecer pela sua

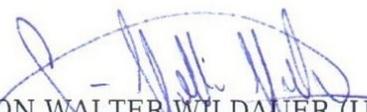
APROVAÇÃO.

Curitiba, 23 de Março de 2016.

  
Prof CASSIUS TADEU SCARPIN (UFPR)  
(Presidente da Banca Examinadora)

  
Prof ARINEI CARLOS LINDBECK DA SILVA (UFPR)

  
Prof CELSO CARNIERI (UFPR)

  
Prof EGON WALTER WILDAUER (UFPR)

  
Prof JULIO EDUARDO ARCE (UFPR)

  
Prof THIAGO ANDRE GUIMARAES (UFPR)

## AGRADECIMENTOS

À Universidade Federal do Paraná (UFPR), ao Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, especialmente a meu orientador Cassius Tadeu Scarpin, pelo apoio e incentivo na elaboração desta tese.

À professora Liliana Madalena Gramani, ao professor Anselmo Chaves Neto, coordenadores do Dinter, por acreditar neste projeto, e, portanto, no projeto de cada um dos doutorandos.

À ITAIPU, por apoiar e incentivar o desenvolvimento da pesquisa na região. Por apoiar a abertura da turma Dinter.

À Universidade Estadual do Oeste do Paraná (UNIOESTE), que viabilizou e apoiou a abertura do Dinter.

Ao Centro de Estudos Avançados em Segurança de Barragens (CEASB), que sempre esteve à frente de proporcionar linhas de pesquisas aos doutorandos.

Ao Parque Tecnológico de Itaipu (PTI), por proporcionar a formação de um ambiente favorável para a inovação, a pesquisa e o desenvolvimento científico e tecnológico, sendo parceiro também na abertura da turma Dinter.

À Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), pelo incentivo, permitindo a qualificação de seu corpo docente.

Ao colega Geraldo Carvalho Brito Junior, peça fundamental para que a turma Dinter fosse realidade. Doutor Geraldo, muito obrigado pela confiança.

Aos colegas da turma Dinter, em especial aos colegas de trabalho que, juntos, buscamos superar nossas dificuldades, Tásia Hickmann, Samuel Bellido Rodrigues, Jairo Marlon Correa, Levi Lopes Teixeira e Lucas da Silva Ribeiro.

À minha “irmã” Eliete Nascimento Pereira. Pessoa amável, de uma família encantadora. Fico muito gratificado por tê-la conhecido e compartilhar de histórias maravilhosas.

Aos professores do PPGMNE, pelos ensinamentos.

À Deus, por me dar conhecimentos necessários para realizar meus objetivos.

À minha mãe, pelo dom da vida.

À minha filha, Sara Bernardo dos Santos que, mesmo sem saber exatamente a dificuldade de realizar este trabalho, sempre esteve ao meu lado, mesmo nas horas de nervosismo diante das tarefas a serem cumpridas. De uma forma ou outra, seu apoio foi incondicional, ouvindo meus murmúrios e me consolando com seu carinho, algo que só uma verdadeira amiga pode oferecer.

À minha filha, Maisa Fernanda dos Santos, que a pouco (12/09/2015) chegou na família trazendo seu amor incondicional e seu pedido constante de atenção, que por um longo período de tempo vez com que eu deixasse de dedicar ao trabalho de tese para dedicar aos seus cuidados, mesmo sem que soubesse esse pedido foi fundamental para eu

aprender e não esquecer de dar o amor necessário a minha família. Minha linda filha cada sorriso que compartilhou comigo quando esteve em meu colo trouxe somente energias positivas para mim. Papai será eternamente agradecido por vir no momento certo. Te amo.

À minha querida esposa, a quem devo agradecer imensamente, pois sempre acreditou e confiou em mim. Soube ser compreensiva, soube aconselhar, soube ajudar, mesmo não sabendo o que fazer, soube, com muita propriedade, ser parceira.

Cleverson Gonçalves dos Santos.

Eu acredito que, quando morrer, irei apodrecer e nada do meu ego sobreviverá. Mas me recuso a tremer de terror diante da minha aniquilação. A felicidade não é menos felicidade porque deve chegar a um fim, nem o pensamento e o amor perdem seu valor porque não são eternos.

Bertrand Arthur William Russell.

## RESUMO

Considerando o grande número de acidentes e incidentes ocorridos em barragens nos últimos anos, fez-se necessário o desenvolvimento de políticas relacionadas à segurança de barragens. A segurança de uma barragem exige um esforço significativo para se evitar algum tipo de dano. Uma das estratégias está relacionada ao plano de instrumentação e monitoramento das barragens. O monitoramento exige, da equipe técnica, a leitura dos dados dos instrumentos de auscultação a fim de acompanhamento periódico da barragem, isto é, a equipe percorre as galerias regularmente coletando os dados dos instrumentos de auscultação respeitando a periodicidade de cada instrumento. Percebeu-se que o plano de monitoramento da barragem pode ser modelado através de um problema de programação matemática, mais precisamente, por um problema de roteirização periódica em arcos capacitados (PCARP). O PCARP é considerado uma generalização do clássico problema de roteirização em arcos capacitados (CARP) devido a duas características: período de planejamento maior que uma unidade de tempo, de modo que os veículos fazem diversas viagens e as frequências de visitas estão associadas aos arcos a serem servidos ao longo do horizonte de planejamento. Para o problema de monitoramento de barragem, a frequência de visitas ao longo do horizonte de tempo não está associada ao arco, mas ao instrumento do qual se pretende coletar os dados. A proposta apresenta um novo problema de roteirização periódica em arcos capacitados com múltiplas tarefas, e a formulação de um modelo matemático. As principais características apresentadas são: Múltiplas tarefas a serem realizadas em cada arco e frequências distintas para realizar cada uma das tarefas; frota heterogênea, posto que a leitura só possa ocorrer se o leitorista possuir o aparelho adequado para coleta dos dados; flexibilidade de mais de um leitorista passar por um mesmo arco em um mesmo dia. O modelo matemático foi implementado e exemplos didáticos foram gerados aleatoriamente para validar o modelo proposto. Para avaliar a proposta na perspectiva da segurança de barragens, com a finalidade de padronizar as leituras e a determinação de itinerários fixos, foi realizada uma aplicação no trecho “A” da hidrelétrica de ITAIPU.

**Palavras-chaves:** Instrumentação de Auscultação. Monitoramento de Barragem. Segurança de Barragem.

## ABSTRACT

Considering the large number of accidents and incidents in dams in recent years, it was necessary to the development of policies related to dam safety. The safety of a dam requires a significant effort to avoid any harm. One of the strategies is related to instrumentation and monitoring plan of the dams. Monitoring requires the crew to read the data of sounding instruments to dam periodic monitoring, that is, the team goes through the galleries regularly collecting data from auscultation instruments respecting the periodicity of each instrument. It was noticed that the dam monitoring plan can be modeled through a mathematical programming problem, more precisely, the problem of monitoring was made by a Periodic Capacitated Arc Routing Problem (PCARP). The PCARP is considered as a generalization of the classic capacitated arc routing problem (CARP) due to two characteristics: planning period longer than a time unit, so that several vehicles are traveling and the frequency of visits associated arcs to be served over the planning horizon. To the dam monitoring problem the frequency of visits over the time horizon is not associated with the arc, but the instrument which is intended to collect the data. The proposal presents a new problem of periodic routing in capacitated arcs with multiple tasks and the formulation of an accurate mathematical model. The main features are presented: Multiple tasks to be performed for each distinct arc and frequency to perform each task, heterogeneous fleet, since the reading can only occur if the meter reader has the instrumentation to collect data, flexibility of more than one meter reader going through the same arc on the same day. To evaluate the proposal in view of dam safety with standardized the purpose of reads and the determination of fixed itineraries was carried out an application in the stretch A of the ITAIPU hydroelectric.

**Key-words:** Auscultation Instrumentation. Dam Monitoring. Dam Safety.

## LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 – POSSÍVEIS INSTRUMENTOS NA GALERIA . . . . .	23
FIGURA 2 – RELAÇÃO INSTRUMENTO $\times$ ANOMALIA . . . . .	26
FIGURA 3 – INSTRUMENTAÇÃO TÍPICA DA BARRAGEM DE GRAVIDADE ALIVIADA . . . . .	28
FIGURA 4 – CARACTERIZAÇÃO PLANA DAS GALERIAS . . . . .	29
FIGURA 5 – CARACTERIZAÇÃO DAS 7 PONTES NUM GRAFO POR EU- LER . . . . .	33
FIGURA 6 – UMA CLASSIFICAÇÃO DO PCARP . . . . .	51
FIGURA 7 – CLASSIFICAÇÃO DE PROBLEMA DE ROTEAMENTO PERIÓ- DICO EM ARCOS . . . . .	51
FIGURA 8 – SUB-HORIZONTES DE TEMPOS ASSOCIADOS A CLASSES DE ARCOS . . . . .	52
FIGURA 9 – RESTRIÇÃO 4.14 PARA $Q$ COM DOIS NÓS . . . . .	67
FIGURA 10 – RESTRIÇÃO 4.14 PARA $Q$ COM CINCO NÓS . . . . .	67
FIGURA 11 – COMPARAÇÃO 1 . . . . .	77
FIGURA 12 – COMPARAÇÃO 2 . . . . .	77
FIGURA 13 – ROTA PARA O PROBLEMA $GRP1$ . . . . .	80
FIGURA 14 – ROTA PARA O PROBLEMA $GRP5$ . . . . .	80
FIGURA 15 – PLANTA VERTEDOURO . . . . .	81
FIGURA 16 – MAQUETE PARA O GRAFO DO VERTEDOURO . . . . .	81
FIGURA 17 – GRAFO VERTEDOURO . . . . .	82
FIGURA 18 – CONVERGÊNCIA DO PROBLEMA Itai1 APLICAÇÃO ITAIPU	90
FIGURA 19 – CONVERGÊNCIA DO PROBLEMA Itai2 APLICAÇÃO ITAIPU	90
FIGURA 20 – CONVERGÊNCIA DO PROBLEMA Itai3 APLICAÇÃO ITAIPU	91
FIGURA 21 – CONVERGÊNCIA DO PROBLEMA Itai4 APLICAÇÃO ITAIPU	91

## LISTA DE QUADROS

QUADRO 1 – COMBINAÇÃO PERMITIDA NO HORIZONTE DE 5 DIAS . . .	71
QUADRO 2 – COMBINAÇÃO PERMITIDA PARA COMPARAÇÃO DE MO- DELOS . . . . .	78
QUADRO 3 – INSTRUMENTOS DA CALHA DO VERTEDOURO . . . . .	82
QUADRO 4 – INSTRUMENTOS NA RAMPA DO VERTEDOURO À JUSANTE	83
QUADRO 5 – INSTRUMENTOS NA RAMPA DO VERTEDOURO À JUSANTE E À MONTANTE . . . . .	87
QUADRO 6 – COMBINAÇÕES PERMITIDAS TAREFAS EM JANEIRO . . . .	88

## LISTA DE TABELAS

TABELA 1 – DESCRIÇÃO DOS ÍNDICES, PARÂMETROS E VARIÁVEIS DO MODELO MATEMÁTICO . . . . .	63
TABELA 2 – RESULTADOS COMPUTACIONAIS PARA O PRIMEIRO GRUPO DE PROBLEMAS . . . . .	73
TABELA 3 – RESULTADOS COMPUTACIONAIS PARA O SEGUNDO GRUPO DE PROBLEMAS . . . . .	74
TABELA 4 – RESULTADOS COMPUTACIONAIS PARA SEGUNDA PARTE DO TERCEIRO GRUPO DE PROBLEMAS . . . . .	75
TABELA 5 – RESULTADOS COMPUTACIONAIS PARA O QUARTO GRUPO DE PROBLEMAS . . . . .	75
TABELA 6 – TEMPO COMPUTACIONAL DA MELHOR SOLUÇÃO DOS PROBLEMAS <i>GRP1</i> e <i>GRP2</i> . . . . .	76
TABELA 7 – COMPARAÇÃO 1: ENTRE MODELO PROPOSTO E MODELO DA LITERATURA . . . . .	79
TABELA 8 – COMPARAÇÃO 2: ENTRE MODELO PROPOSTO E MODELO DA LITERATURA . . . . .	79
TABELA 9 – COMPARAÇÃO 1 COM O MODELO PROPOSTO . . . . .	79
TABELA 10 – COMPARAÇÃO 2 COM O MODELO PROPOSTO . . . . .	80
TABELA 11 – INSTRUMENTOS NA GALERIA DE DRENAGEM . . . . .	83
TABELA 12 – APLICAÇÃO NO TRECHO “A” DE ITAIPU . . . . .	89

## LISTA DE ABREVIATURA E SIGLAS

VRP	Vehicle Routing Problem (Problema de Roteirização de Veículo)
PCARP	Periodic Capacitated Arc Routing Problem (Problema de Roteirização Periódico em Arcos Capacitados)
PCARP-I	Periodic Capacitated Arc Routing Problem With Irregular Services (Problema de Roteirização Periódico em Arcos Capacitados com Serviço Irregular)
CARP	Capacitated Arc Routing Problem (Problema de Roteirização em Arcos Capacitados)
AM	Memetic Algorithm (Algoritmo Memético)
PVRP	Periodic Vehicle Routing Problem (Problema de Roteirização de Veículo Periódico)
OCARP	Open Capacitated Arc Routing Problem (Problema de Roteirização em Arcos Capacitados Abertos)
GRASP	Greedy Randomized Adaptive Search Procedure (Pesquisa Aleratória com Procedimento Guloso Adaptável)
PO	Pesquisa Operacional
PCC	Problema do Carteiro Chinês
PCCO	Problema do Carteiro Chinês Orientado
PCCM	Problema do Carteiro Chinês Misto
ARP	Arc Routing Problem (Problema de Roteirização em Arcos)

## LISTA DE SÍMBOLOS E VARIÁVEIS

$c_{ij}$	custo atribuído ao arco $(i, j)$
$d_{ij}$	distância entre os nós $i$ e $j$ (simétrico)
$\gamma_t$	tempo para leitura do instrumento do tipo da tarefa $t$
$q_{i,j,t}$	quantidade de instrumento do tipo da tarefa $t$ instalado na aresta $(i, j)$
$V_{m,v}$	velocidade média de caminhada do leitorista $v$
$P_{t,v}$	peso do aparelho de leitura do instrumento do tipo da tarefa $t$ em relação ao leitorista $v$
$W_v^C$	capacidade de carregamento de aparelho pelo leitorista $v$
$A_{p_t}$	quantidade de aparelho de leitura do instrumento do tipo da tarefa $t$
$T$	número total de tarefas distintas
$W_v^T$	capacidade de tempo de trabalho do leitorista $v$
$ E $	número de arcos que compõem um grafo
$x_{v,d,i,j}$	variável de passagem pelo arco $(i, j)$ no dia $d$ pelo leitorista $v$
$l_{i,j,v,t,d}$	variável de designação da tarefa $t$ da aresta $(i, j)$ para o leitorista $v$
$z_{v,d,t}$	variável que conta o número de aparelhos utilizado
$w_{i,j,d,t}$	variável que determina se o arco $(i, j)$ foi visitado
$m_{i,j,\psi,t}$	variável que determina se a tarefa $t$ foi executada
$S_{v,d}$	variável que conta (soma) o número de leitorista
$f_{i,j}$	frequência de visita no arco $(i, j)$
$f_t$	frequência de execução para a tarefa $t$ ;
$\psi$	índice para o conjunto de combinações permitidas para cada tarefa
$k$	índice para o conjunto de combinações permitidas para cada arco ou aresta

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>17</b>
1.1	OBJETIVOS	20
1.1.1	Objetivo Geral	20
1.1.2	Objetivos Específicos	20
1.2	JUSTIFICATIVA	20
1.3	LIMITAÇÕES	21
1.4	ESTRUTURA DO TRABALHO	21
<b>2</b>	<b>DESCRIÇÃO DO PROBLEMA DE LEITURAS DE INSTRUMENTAÇÃO</b>	<b>23</b>
2.1	MOTIVAÇÕES DO ESTUDO	25
2.1.1	Segurança de Barragem	26
2.1.1.1	Instrumentação	27
2.1.1.2	Monitoramento	29
2.1.2	Automação da Instrumentação	30
2.2	PROBLEMA MOTIVADOR PARA APLICAR NA SEGURANÇA DE BARRAGEM	31
2.3	CARACTERIZAÇÃO DO PROBLEMA TEÓRICO	32
2.3.1	Problema de Roterização em Arcos	34
2.3.1.1	O Problema do Carteiro Chinês Não Orientado	34
2.3.1.2	O Problema do Carteiro Chinês Orientado (PCCO)	35
2.3.1.3	O Problema do Carteiro Chinês Misto (PCCM)	37
2.3.1.4	Problema de Roteirização em Arcos Capacitados (CARP)	38
<b>3</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b>	<b>41</b>
3.1	PROBLEMAS DE ROTEIRIZAÇÃO DE VEÍCULOS	41
3.2	PROBLEMAS DE ROTEIRIZAÇÃO PERIÓDICA DE VEÍCULOS	41
3.2.1	Roteirização Periódica em Nós	42
3.2.2	Roteirização Periódica em Arcos	45
3.3	CLASSIFICAÇÃO DE ROTEIRIZAÇÃO PERIÓDICA	49
3.3.1	Roteirização Periódica Com Serviço Irregular	52
3.4	MODELAGENS PCARPs PROPOSTAS NA LITERATURA	54
3.4.1	Primeiro Modelo PCARP	55
3.4.2	Segundo Modelo PCARP	57
3.4.3	Terceiro Modelo PCARP	58
3.4.4	Quarto Modelo PCARP	60
<b>4</b>	<b>MODELAGEM PROPOSTA</b>	<b>63</b>
4.1	CARACTERÍSTICAS DO MODELO PROPOSTO	67

4.2	CARACTERIZAÇÃO DO PROBLEMA PCARP PROPOSTO . . . . .	68
<b>5</b>	<b>IMPLEMENTAÇÃO E RESULTADOS . . . . .</b>	<b>70</b>
5.1	GERAÇÃO DOS EXEMPLOS . . . . .	70
5.2	RESULTADOS COMPUTACIONAIS . . . . .	72
5.3	COMPARAÇÃO COM MODELO DA LITERATURA . . . . .	76
5.4	APLICAÇÃO NO TRECHO A - USINA DE ITAIPU . . . . .	81
<b>6</b>	<b>CONCLUSÃO . . . . .</b>	<b>93</b>
	<b>REFERÊNCIAS . . . . .</b>	<b>95</b>

## 1 INTRODUÇÃO

O problema de roteirização periódica de veículos tem seus preceitos no Problema de Roteirização de Veículos (VRP). Em linhas gerais, o problema de roteirização de veículos pode ser definido como o atendimento de nós de demanda geograficamente dispersos, sendo que, para cada ligação entre um par de nós, há distâncias e custos associados. De modo a atendê-los, utiliza-se uma frota de veículos disponíveis que partem e retornam a um depósito central. O objetivo é determinar o conjunto de rotas de menor custo que atenda às necessidades dos nós, respeitando restrições operacionais tais como capacidade dos veículos, duração das rotas, janelas de tempo e duração da jornada de trabalho, entre outros, sendo o planejamento realizado em uma única unidade de tempo (WU, 2007).

Os problemas de roteirização periódica de veículos têm como característica um período de planejamento maior que uma unidade de tempo. Cada nó exige um número de visitas ao longo do período de planejamento. Cada cliente pode exigir um número de visitas durante esse período. Se um cliente requer  $\omega$  visitas durante o período, então essas visitas só podem ocorrer com um determinado número de combinações de  $\omega$ -dias admissíveis. Por exemplo, se um cliente requer duas visitas durante o período (supondo um período de 5 dias), as combinações permitidas para as visitas podem ser segunda-feira e sexta-feira, segunda-feira e quinta-feira, terça-feira e sexta-feira, não permitindo outras combinações (CHRISTOFILDES; BEASLEY, 1984a).

Antes de receber a denominação de roteirização periódica, o problema era considerado como designação (*assignment*) de dias de visitas, conforme denominação de Beltrami e Bodin (1974) que estudaram o problema de coleta de lixo municipal da cidade de Nova Iorque, produzido por grandes instituições, tais como escolas e hospitais.

O problema de roteirização periódico em arcos que se diferencia do anterior, posto que o atendimento seja ao longo de arcos ao invés de nós, tem por objetivo determinar um circuito de custo mínimo em um subconjunto de arcos de um grafo, podendo o circuito ter ou não restrições operacionais. Algumas variações para problemas de roteirização periódica em arcos podem estar associados a problemas do carteiro rural (GHIANI *et al.*, 2005); problemas em arcos capacitados (KANSOU; YASSINE, 2009).

Goldbarg e Luna (2000) afirmam que, nesse sentido, os problemas de roteamento em geral podem ser classificados em duas formas: Roteamento em Grafos e Roteamento de Veículos propriamente ditos. A classe geral dos problemas de roteamento em grafos seria constituída pelas subclasses: Problema de Roteamento em Nós e Problema de Roteamento em Arcos.

Os problemas de roteamento de veículos estão entre os mais complexos da área de otimização combinatória. Pelo grande número de variáveis, diversidade de restrições e

objetivos apresentados impõem uma cuidadosa taxonomia<sup>1</sup> para melhor entendimento do problema.

Para o contexto, será aplicada e desenvolvida uma extensão do problema de roteamento periódico em arcos capacitados no estudo de segurança de barragem.

Entende-se por barragem uma estrutura construída no caminho das águas e destinada a retê-la para os mais diversos fins, como abastecimento de água, energia hidrelétrica, irrigação, controle das enchentes e da erosão, canalização dos rios, turismo, etc. As barragens podem ser classificadas em barragens de concreto e barragens de aterro. As barragens de aterro são construídas de material pouco resistente quando comparadas com as de concreto, sendo comuns para as barragens de terra e barragens de enrocamento. Cada um desses tipos de barragens tem características de construção diferentes, solicitações diversas e desempenho distintos (FILHO, 2006).

A segurança de barragens constitui um motivo de preocupação para a sociedade, uma vez que existem riscos potenciais a que ficam sujeitas às pessoas e bens instalados nas cidades ou vales a jusante (rio abaixo), mesmo que haja possibilidade, embora remota, de ocorrência de rupturas dessas obras. O processo natural de envelhecimento das obras, ou da tendência, frequentemente verificada, para a ocupação das cidades ou vales a jusante das barragens, bem como o aumento da percepção do risco associado a este tipo de estruturas, conduzem a maiores exigências de segurança de barragens. Isto se traduz, principalmente, pelo estabelecimento e cumprimento de normas de operação e de programas de inspeção, observação, auscultação (monitoração) e manutenção (HÍDRICOS, 2008).

De acordo com Filho (2006), no Brasil, ocorreram alguns acidentes nos últimos anos; a maioria deles envolvendo barragens com dimensões pequenas, não gerando grandes consequências a jusante. Entretanto, a ruptura, no dia 17 de junho do ano de 2004, da barragem de concreto tipo gravidade de Camará, com 50 m de altura máxima, localizada nas proximidades de Campina Grande, na Paraíba, provocou cerca de 9 mortes e grandes danos à cidade de Alagoa Grande com 600 pessoas desabrigadas e, aproximadamente, 200 casas destruídas, mesmo situadas há alguns quilômetros da jusante.

Segundo Silveira (2006), embora a barragem de Camará tivesse sido construída sobre uma junta muito alterada da rocha, localizada a cerca de 4 m de profundidade, a qual foi a causadora da ruptura, não teve os devidos cuidados na fase de projeto, como receber qualquer tipo de instrumentação.

No Brasil (2010) foi aprovada a Lei nº 12.334, na área de segurança de barragens, que obriga todo proprietário de barragem (detentor do poder administrativo da barragem) a instalar alguns instrumentos de controle e realizar inspeções periódicas de campo para a detecção de eventuais anomalias em seu comportamento.

---

<sup>1</sup> Ciência que lida com a descrição e classificação dos organismos, individualmente ou em grupo. Ciência ou técnica de classificação

Outro acidente de grande impacto ocorreu em 05 de novembro de 2015 na cidade de Bento Rodrigues, em Mariana, região central de Minas Gerais, quando do rompimento de duas barragens de rejeitos da mineradora Samarco. A lama e rejeito mineral atingiu vários municípios entre Minas Gerais e o Espírito Santo<sup>2</sup>. A lama deixou um rastro de prejuízos materiais, ambientais além de vidas humanas.

Os acidentes e incidentes que podem ocorrer em uma barragem estão associados a um grande número de anomalias que podem ser observadas e, para isso, exige o estabelecimento de uma sistemática de priorização e descentralização das ações de manutenção. Um lacônico histórico de acidentes e incidente com barragens pode ser encontrado em Carmo (2014). Em Teixeira (2013) pode-se encontrar alguns números relativos aos mais diversos acidentes e incidentes ocorridos em todo o mundo envolvendo barragens.

O objetivo de uma avaliação de segurança é determinar as condições relativas à segurança estrutural e operacional de uma barragem. A avaliação deve identificar os problemas e recomendar tanto os reparos corretivos, restrições operacionais e/ou modificações quanto às análises e os estudos para determinar as soluções. Neste sentido, um esforço contínuo exige do proprietário da barragem vistorias e avaliações periódicas para garantir a segurança durante toda a existência da estrutura. A vistoria é uma observação abrangente dos elementos físicos e visíveis da barragem e das suas estruturas associadas.

Como podem ser verificadas em Secretaria de Infra-Estrutura Hídrica (2002), as ações de segurança consistem, basicamente, em inspeções de rotina e periódicas, leitura e análise da instrumentação, avaliação do potencial de risco, manutenção preventiva e corretiva dos equipamentos hidromecânicos e treinamentos. As obras devem ser inspecionadas e observadas durante todo seu período operacional, de modo a permitir o controle das suas condições de segurança e operacionalidade.

Neste sentido, o monitoramento da instrumentação das barragens permite detectar, em tempo útil, o desenvolvimento de um eventual cenário de deterioração e detecção de alguma anomalia, permitindo tomar medidas corretivas apropriadas, de modo a evitar o desenvolvimento desse cenário ou, pelo menos, reduzir as suas consequências. Desta forma, para que seja efetiva a segurança de barragens, é necessário um planejamento bem estruturado para, tanto no início da obra bem como ao longo de sua vida útil (tempo de operacionalidade estimado pelos engenheiros responsáveis), serem evitados acidentes.

Seguindo o princípio de um desenvolvimento eficaz para o planejamento de monitorização das instrumentações de auscultação instaladas ao longo de uma barragem, este trabalho procura contribuir com uma metodologia para o planejamento de monitoramento dos instrumentos de auscultação para a segurança de barragens, principalmente no que concerne às inspeções periódicas e padronização das leituras. Para tanto foi desenvolvido um modelo de programação linear caracterizado por um problema de roteirização perió-

<sup>2</sup> <<http://epoca.globo.com/tempo/filtro/noticia/2015/11/ministerio-publico-diz-que-houve-negligencia-no-rompimento-de-barragem-em-mariana.html>>

dica em arcos capacitados com múltiplas tarefas, associado ao problema de segurança de barragens.

## 1.1 OBJETIVOS

Nesta seção serão apresentados os objetivos deste trabalho.

### 1.1.1 Objetivo Geral

Propor um modelo matemático de programação linear para resolver o problema de roteirização periódica em arcos capacitados com múltiplos leituristas, múltiplas tarefas em cada aresta, podendo existir frequências de visitas diferentes nas arestas em razão das tarefas a serem executadas na barragem.

### 1.1.2 Objetivos Específicos

Para alcançar o objetivo geral, são propostos os objetivos específicos, como segue:

- propor um modelo matemático para o problema de roteirização periódica em arcos capacitados inspirado no problema de segurança de barragens;
- avaliar o modelo matemático proposto por meio dos exemplos gerados aleatoriamente;
- comparar o modelo com uma única tarefa com o de múltiplas tarefas;
- aplicar modelo proposto ao trecho *A* da barragem da hidrelétrica de ITAIPU.

## 1.2 JUSTIFICATIVA

O Problema de Roteamento Periódico em Arcos Capacitados (PCARP) foi introduzido na literatura por Lacomme, Prins e Ramdane-Chérif (2002), após outros problemas de roteamento em arcos. Ainda há, uma grande área para ser explorada, justificando o estudo de novos métodos de solução para este problema e suas extensões, bem como modelos matemáticos para suas extensões.

Em nosso melhor conhecimento, os trabalhos de roteamento periódico em arcos capacitados encontrados na literatura têm por característica, frota homogênea. Em todos eles, a demanda de cada arco está associada em atender uma única tarefa para cada unidade de tempo, e a frequência de visitas fica associada a esta única tarefa, tais como em Chu, Labadi e Prins (2004), Lacomme, Prins e Ramdane-Chérif (2005), Chu, Labadi e Prins (2005), Chu, Labadi e Prins (2006), Kansou e Yassine (2009), Mei, Tang e Yao (2011), Monroy, Amaya e Langevin (2013), Batista e Scarpin (2014).

Neste sentido, o problema estudado neste trabalho difere dos trabalhos encontrados, pois tem como característica frota heterogênea, posto que o atendimento de cada tarefa exija condições específicas para sua execução, a demanda de cada aresta está associada às tarefas a serem efetuadas e muda de acordo com a frequência de visita para atender cada uma das tarefas.

Constatou-se, que o PCARP da forma combinada de frota heterogênea com múltiplas tarefas em cada um dos arcos associados a frequências distintas para realização de cada uma das tarefas não foi ainda, estudado na literatura. Neste sentido, a pesquisa acerca, das condições apresentadas, se justificam através de uma nova abordagem de problemas de roteirização periódica em arcos capacitados.

### 1.3 LIMITAÇÕES

O PCARP até o momento possui pouca abrangência de variações. Dessa forma, os exemplos estudados foram gerados aleatoriamente para se avaliar o modelo matemático proposto.

O modelo matemático, conforme proposto, pode exigir muito tempo computacional para problemas de grande porte, sendo assim a determinação de uma solução factível ou até mesmo solução ótima (de custo mínimo) com a utilização de software comercial são difíceis de serem obtidas, então a determinação de solução factível ou solução ótima fica limitado a problema de ordem pequena. Tais condições podem estar associadas ao número de arcos a serem visitadas ao longo do horizonte de planejamento; ou do número de tarefas a serem executadas em cada um dos arcos; ou do número de leituristas; ou das combinações permitidas para cada uma das tarefas a serem executadas, satisfazendo a periodicidade de cada leitura dos instrumentos de auscultação, conforme exigência do proprietário da barragem; ou do horizonte de planejamento. Considerando as condições anteriores uma aplicação prática do modelo proposto fica limitada a um bloco da barragem da hidrelétrica de ITAIPU, ao invés de toda a barragem, no qual se teve a inspiração para o problema real abordado.

Dada as grandes variações para uma aplicação prática do problema, este trabalho é dedicado, principalmente, ao âmbito teórico do problema.

### 1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO

O capítulo seguinte apresenta a descrição do problema de roteirização periódica em arcos capacitados o qual se aplica a uma situação de monitoramento de barragens. São apresentados os aspectos do problema real associado à segurança de barragens e as condições típicas de instrumentação e monitoramento da barragem, a fim de detectar alguma anomalia. Segue com uma seção caracterizando o problema no âmbito teórico, com apresentação dos primeiros modelos matemáticos envolvendo roteirização em arcos.

No capítulo três tem-se um lacônico da revisão bibliográfica em que se apresentam os precursores do desenvolvimento da pesquisa relacionada à roteirização periódica. No primeiro momento, aborda-se o que é definido como problema de roteirização e, em seguida, é feita a apresentação de alguns trabalhos relacionados ao problema de roteirização periódica em nós. Não obstante, considerando o tema, a seção seguinte do capítulo apresenta os trabalhos encontrados na literatura a cerca de problemas de roteirização periódica em arcos. Uma seção do capítulo é dedicada para apresentar os modelos matemáticos encontrados na literatura para problemas de roteirização periódica em arcos capacitados.

No capítulo quatro é apresentada a modelagem matemática proposta para o problema de roteirização periódica em arcos capacitados com múltiplas tarefas. Uma abordagem sobre as características da modelagem proposta em relação aos modelos encontrados na literatura também é feita neste capítulo.

No capítulo cinco são apresentados os resultados computacionais obtidos. Neste capítulo foram realizados testes computacionais em problemas gerados aleatoriamente, buscando uma variação nos seguintes parâmetros:

- números de nós e números de arcos;
- números de tarefas;
- número de leituristas;
- número de tarefas distintas que podem ser executadas por um leiturista ao percorrer a aresta.

Comparações também foram realizadas com o modelo proposto e com o modelo proposto por Chu, Labadi e Prins (2004) para uma única tarefa. Uma aplicação em um determinado trecho da barragem da hidrelétrica de ITAIPU também está presente neste capítulo.

No capítulo seis é dedicado em apresentar as conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

## 2 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA DE LEITURAS DE INSTRUMENTAÇÃO

O PCARP é entendido como uma generalização do problema de roteirização em arcos capacitados, que consiste em alocar arcos a veículos de maneira que os roteiros otimizem os custos. Isso também ocorre em problemas de roteirização periódica, no entanto, cada arco requer uma determinada frequência de visitas ao longo do período de planejamento e, conseqüentemente, além da alocação a veículos, há necessidade de alocar os arcos em dias de período, respeitando a frequência de visitas requeridas.

O problema de roteirização periódica em arcos capacitados proposto tem inspiração no estudo de otimização de rotas para os leituristas da Barragem da Hidrelétrica de ITAIPU.

Será considerado como instrumento, o local onde deverá ser realizada a coleta de certo tipo de leitura em um ambiente de monitoramento que busca identificar algum tipo de anomalia, isto é, uma galeria pode possuir vários instrumentos de um mesmo tipo, basta para isso a galeria possuir vários locais nos quais sejam admissíveis a detecção de alguma anomalia, por exemplo, escorregamento.

A FIGURA 1 mostra duas situações, em cada uma delas existem três tipos de instrumentos distintos, na primeira situação, cada instrumento possui mais de um ponto de coleta de dados numa mesma galeria; na segunda situação, cada instrumento possui um único ponto de coleta de dados numa mesma galeria.



FIGURA 1 – POSSÍVEIS INSTRUMENTOS NA GALERIA  
FONTE: O autor (2016)

É possível ao leiturista quando percorrer uma galeria coletar os dados de todos os instrumentos de tipos distintos, isto é, conforme mostra a FIGURA 1 na primeira situação é possível coletar os dados dos instrumentos relacionados ao escorregamento, ao recalque diferencial e ao deslizamento, totalizando 10 leituras, enquanto na segunda situação seriam 3 leituras (escorregamento, recalque diferencial e deslizamento). Como também pode percorrer em determinada galeria a coleta os dados de todos instrumentos de um único tipo, por exemplo, na FIGURA 1 na primeira situação caso o leiturista tenha

que coletar os dados somente do escorregamento, deverá coletar quatro leituras em pontos distintos da mesma galeria, enquanto na situação dois somente em um ponto, uma única leitura.

Será considerado aparelho de mediação a ferramenta utilizada para a coleta da leitura de um determinado instrumento. Fica subentendido que ao utilizar a referência instrumento, se refere ao local onde deverá ocorrer a coleta, enquanto aparelho a ferramenta utilizada para a coleta. Assim, se o leiturista utilizar o aparelho do tipo 1, significa que, ao leiturista, é permitido coletar os dados referentes ao instrumento de tipo 1 e, reciprocamente.

A proposta está baseada no modelo proposto por Chu, Labadi e Prins (2005) no qual fazem um conjunto de combinações para os possíveis dias de visitas. Será feita uma adaptação para atender às especificidades de cada instrumento, uma vez que foi observado que alguns instrumentos seguem frequência de leitura diferenciada.

A frequência das leituras para cada um dos instrumentos de um mesmo tipo, sua localização geográfica e quantidade de demanda (total de instrumentos instalado em cada galeria) são conhecidos a priori. Como o problema é a leitura dos instrumentos instalados ao longo de cada galeria, os leituristas partem e retornam a um escritório ao final do turno de trabalho.

Cada vez que um leiturista percorre uma galeria para coletar os dados de um determinado instrumento, obrigatoriamente, o leiturista coleta a demanda requisitada referente aos instrumentos que foram designados naquele dia completamente, isto é, todos os pontos de coletas em uma mesma galeria. Cada leiturista deve passar pelo menos uma vez na galeria a que foi designado. Os dados de um tipo de instrumento em uma galeria devem ser coletados por um único leiturista, contudo, não há impedimento de que outro leiturista passe pela mesma galeria no mesmo dia para coleta de dados de outro tipo de instrumento.

A característica do leiturista é heterogênea por duas razões, primeiro posto que os aparelhos utilizados para a leitura exijam treinamentos específicos, devido isso, pode existir grupos de leituristas que podem ou não manipular determinados aparelhos. Segundo, cada leitura deve ser realizada pelo leiturista que possui o aparelho de acordo com o instrumento a ter os dados coletados no dia em que ocorre a leitura, implicando na não homogeneidade. A quantidade de leiturista é definida a priori.

A programação dos roteiros varia de acordo com as galerias que serão visitadas em cada dia, portanto, os roteiros podem mudar a cada dia bem como o número de leituristas requeridos para aquele dia. O custo total é baseado na distância total percorrida durante o período planejamento por todos os leituristas. Então, o resultado que conseguir minimizar a distância percorrida no período de planejamento é o melhor resultado para o problema. Esta estratégia além de minimizar a distância total percorrida por todos os leituristas ao longo do horizonte de planejamento, padroniza as leituras e fixam os

itinerários, satisfazendo assim as condições impostas pela legislação em vigência dada pela Lei nº 12.334.

Para resolver o problema de padronização das leituras dos instrumentos de auscultação otimizando também a distância total percorrida (custo) ao longo do horizonte de planejamento, deseja seguir os seguintes passos: atribuir as melhores combinações permitidas de dias para o atendimento de cada tarefa (coleta dos dados dos instrumentos), de acordo com a frequência de leitura de cada um dos instrumentos; definir os roteiros de cada dia dentro do período de planejamento.

## 2.1 MOTIVAÇÕES DO ESTUDO

Diante dos recentes acidentes em barragens ocorridos nos últimos anos, houve a necessidade de discussão e formulação de modelos de gestão de segurança de barragens, envolvendo as entidades reguladoras, licenciadoras, fiscalizadoras, bem como as empresas exploradoras e comunidades potencialmente afetadas.

Acidentes ou incidentes podem estar associados à falta de compromisso das empresas com procedimentos de gestão, de planejamento de longo prazo, de projeto de engenharia adequado, ausência de supervisão especializada, inexistência de manual de operação, improviso da equipe de operação, falta de inspeções e avaliações periódicas de segurança, que podem gerar fatos catastróficos (MEDEIROS; PINTO, 2014).

Afirma Medeiros e Pinto (2014) que, enquanto se buscar por culpados (erro humano), as falhas nunca serão conhecidas ou, até mesmo, a origem do ciclo vicioso no sistema. As vulnerabilidades dos estudos, projetos e procedimentos construtivos, também não serão conhecidos. Portanto, deve-se focar nos gatilhos latentes dos problemas e na organização técnico-administrativa do empreendimento como um todo.

A análise de risco é um plano de gestão de segurança de barragens o qual tem por objetivo principal avaliar o risco de ruptura de uma barragem com avaliação do risco para as populações e bens a jusante da barragem, para aplicação nos seguintes domínios: avaliação de soluções de projeto e dimensionamento alternativos; verificação dos regulamentos e normas de segurança; estabelecimento de sistemas de proteção das populações, nomeadamente no que respeita à definição dos planos de emergência e à garantia de níveis de risco aceitáveis; desenvolvimento de metodologias de implementação de sistemas integrados de defesa não estrutural; obtenção de instrumentos de apoio à decisão que promovam a percepção pública dos riscos e a partilha de responsabilidades da sociedade (ALMEIDA, 2001).

Considerando o plano de gestão de segurança de uma Usina Hidrelétrica, percebeu-se a aplicabilidade dos problemas de roteirização periódica em arcos capacitados para formação de rotas para a monitorização dos instrumentos de auscultação instalados ao longo da barragem da Usina.

A formação de rotas determina os espaçamentos entre as leituras de cada um

dos instrumentos dentro de um horizonte de planejamento, otimizando o serviço a ser executado pela equipe técnica de leitura dos instrumentos.

O trabalho de leitura consiste em criar um conjunto de dados dos instrumentos, satisfazendo condições determinadas pelo proprietário da barragem, verificando as normas de segurança determinadas pela legislação em vigor dada pela Lei já mencionada. Por outro lado, permite criar banco de dados satisfazendo algumas questões para estudos estatísticos relativos a algum tipo de anomalia que se deseja estudar, tais como confiabilidade da estrutura e estudo de correlação entre anomalias.

A FIGURA 2 mostra a relação que pode existir entre um determinado instrumento instalado numa barragem com a anomalia a ser detectada pelo instrumento. Por exemplo, para detecção do escorregamento, são necessários sinais nos pêndulos diretos (concreto), pêndulos invertidos, extensômetros, piezômetros e medidores de juntas (fundações). Para detecção do recalque diferencial, são necessários sinais nos pêndulos diretos, clinômetros, medidores de junta (concreto) e pêndulos invertidos (fundações) (SILVEIRA, 2003).

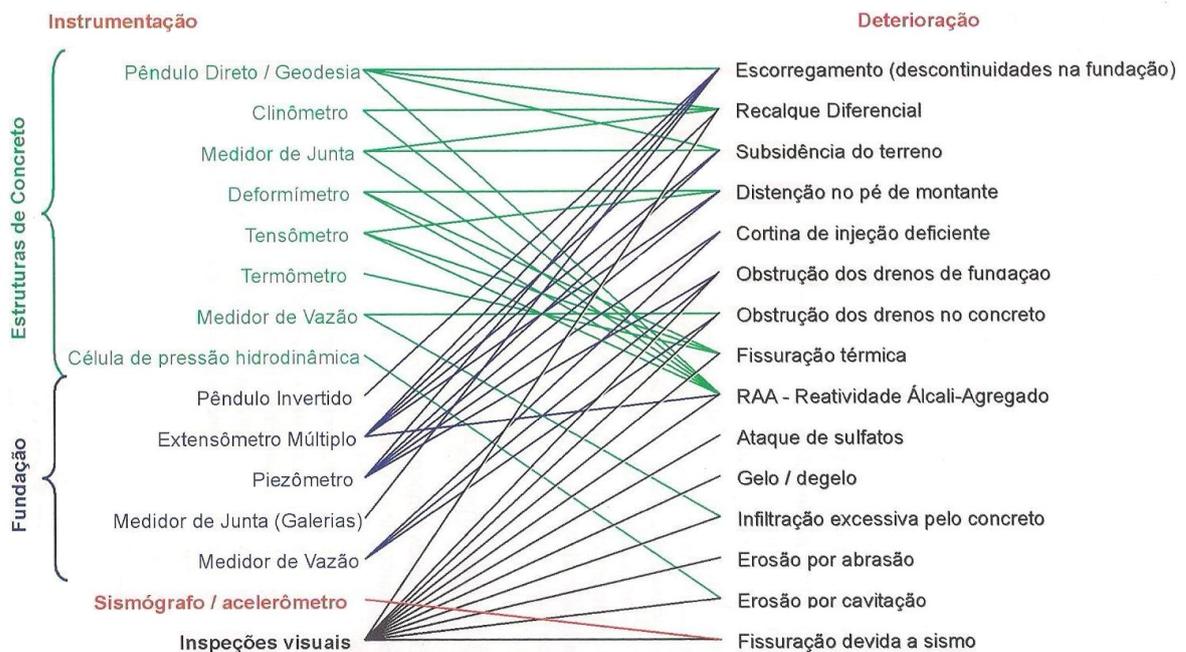


FIGURA 2 – RELAÇÃO INSTRUMENTO × ANOMALIA  
FONTE: (SILVEIRA, 2003)

### 2.1.1 Segurança de Barragem

A segurança de uma barragem envolve muitos fatores, sendo que cada barragem tem suas particularidades, em virtude do tipo de estrutura e finalidade a que ela se destina. Existe, portanto, um local de instalação e um tipo de instrumento melhor adequado para que as condições de segurança possam ser avaliadas. Tal processo se efetiva através de monitoramento continuado, que consiste na obtenção de dados fornecidos pelos

instrumentos instalados e das relações e análises estatísticas dos mesmos. Dessa forma, pode-se proporcionar economia durante sua construção, e na continuidade durante a fase de operação, e reavaliação das hipóteses de projeto, das técnicas de cálculo e conclusões sobre a segurança da barragem.

A população em geral raramente pensa na possibilidade remota de que a barragem possa falhar, mas desfruta de seus benefícios. No entanto, a perspectiva remota de falha é um motivo de preocupação para os engenheiros e a comunidade científica em geral.

De acordo com o boletim *Dam Safety* n° 154, o objetivo fundamental da segurança de barragens é proteger as pessoas, os bens e o ambiente do prejudicial efeito da falha de operação ou falha de barragens e reservatórios, e, além disso, o objetivo de proteger pessoas, bens e o ambiente contra os efeitos da falha da represa tem que ser alcançado sem limitar indevidamente os benefícios criados pela operação de barragens e reservatórios.

Segundo Celeri<sup>1</sup> (1995 citado por Matos (2002)) algumas razões para o uso de instrumentação numa barragem são: verificação do projeto, em que o principal objetivo é o de certificar-se de que, além de ser seguro, é também o mais econômico; verificação da conveniência de novas técnicas de construção; diagnóstico da natureza específica de algum evento adverso para uma prevenção de ocorrência futura; verificação contínua de uma performance satisfatória; razões preditivas; razões legais e pesquisas para o estado da arte.

#### 2.1.1.1 Instrumentação

Um programa de instrumentação para monitorar o comportamento das estruturas mais importantes de concreto, os maciços de aterro e suas fundações, devem ser planejados e executados.

Segundo o manual de instrumentação de barragens da U.S. Army Corps of Engineers (2004), a determinação do número, tipo e localização dos instrumentos requeridos por uma barragem pode efetivamente ocorrer pela combinação de experiência, bom senso e intuição. As barragens representam situações únicas e requerem soluções individuais para suas necessidades quanto à instrumentação. Os objetivos principais de um plano de instrumentação geotécnica devem ser agrupados, segundo o mesmo manual, em quatro categorias: avaliações analíticas; previsão do desempenho futuro; avaliações legais; desenvolvimento e verificação de projetos futuros (MACHADO, 2007).

Segundo Dunnicliff (1988), a instrumentação geotécnica não se limita somente à capacidade dos instrumentos de medida, mas também com as capacidades das pessoas envolvidas. Isto é, a prática da instrumentação não se restringe apenas à seleção de instrumentos, sendo, na verdade, um processo que começa com a definição do objetivo e termina com a análise rigorosa dos dados coletados. Cada passo neste processo é relevante para o

---

<sup>1</sup> CELERI, A. Monitoring instrumentation and safety dams. *River and Dam Engineering*, Brazil, v. 2, 1995.

sucesso do programa de instrumentação.

Tem-se assim por objetivo que um programa de instrumentação deve elaborar as diretrizes básicas do monitoramento. Neste plano, devem estar incluídas as justificativas para a instrumentação adotada, a seleção dos tipos de instrumentos necessários, as especificações dos equipamentos, os valores de controle e o projeto de instrumentação.

A FIGURA 3 apresenta um esquema de instrumentos instalados na barragem do bloco de gravidade aliviada na barragem de ITAIPU. Para a coleta de dados dos instrumentos, técnicos de leitura (leituristas), devem percorrer as galerias existentes em cada um dos blocos. Sendo assim, se faz necessário uma caracterização das galerias, isto é, determinar caminhos dos quais possam ser percorridos e os instrumentos instalados ao longo desses caminhos. Como o trabalho a ser realizado não proíbe a passagem dos técnicos em qualquer dos sentidos das galerias, segue que a caracterização do percurso é não direcionado.

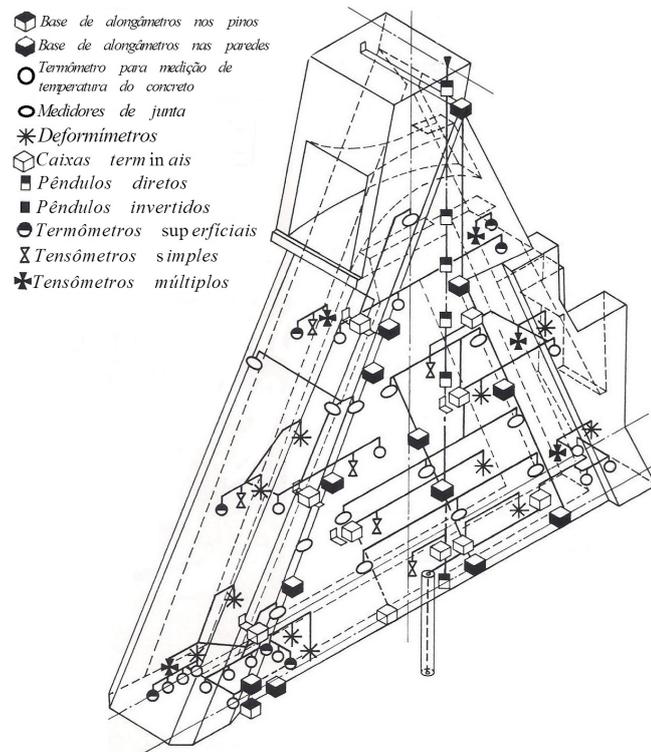


FIGURA 3 – INSTRUMENTAÇÃO TÍPICA DA BARRAGEM DE GRAVIDADE ALIVIADA  
 FONTE: (ITAIPU, 2009)

A FIGURA 4 é uma representação plana (ou planificada) das galerias do bloco de gravidade aliviada, considerando o esquema de instrumentação típica da barragem de gravidade aliviada mostrada na FIGURA 3. Tal representação requer informações das demandas existentes para cada instrumento instalado ao longo de cada galeria e as distâncias a serem percorridas. Cada um dos pontos representam os cruzamentos existentes entre as galerias no bloco de gravidade aliviada. Com uma definição detalhada das galerias, é possível determinar um plano tático e operacional para coleta de dados dos instrumentos

da barragem.

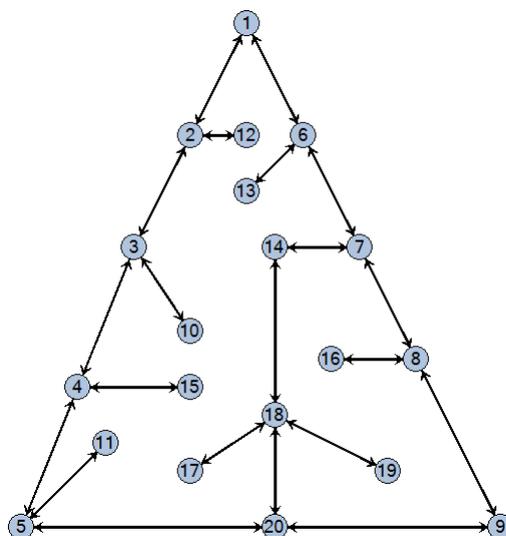


FIGURA 4 – CARACTERIZAÇÃO PLANA DAS GALERIAS  
 FONTE: O Autor (2016)

#### 2.1.1.2 Monitoramento

Condições adequadas de segurança de uma barragem não dependem apenas de um bom projeto de instrumentação de auscultação. Este deve ser complementado com inspeções visuais periódicas de campo, que têm por objetivo detectar deteriorações em potencial e alertar sobre condições que podem comprometer a segurança das estruturas associadas da barragem (SECRETARIA DE INFRA-ESTRUTURA HÍDRICA, 2002).

Algumas mudanças na integridade de barragem podem ser detectadas somente por inspeções visuais, assim, um técnico treinado ou acostumado a esse tipo de inspeção fará suas observações sobre eventuais problemas. Essas observações são anotadas e transmitidas para que se tomem todas as medidas corretivas ou se implante um sistema de observação baseado em instrumentação.

No Simpósio sobre Instrumentação de Barragens (1996), foi discutido que uma análise criteriosa dos dados fornecidos pela instrumentação de auscultação da barragem forma a mais importante e eficiente ferramenta para avaliação do comportamento das estruturas do barramento. As inspeções podem ser divididas em cinco tipos: rotineiras, periódicas, formais, especiais e de emergência (SIMPÓSIO SOBRE INSTRUMENTAÇÃO DE BARRAGENS, 2, 1996).

As inspeções de rotina devem ser realizadas em período de tempo curto, não mais de uma semana, pois alguns fenômenos que podem ocorrer nas barragens, dependendo do estágio de deterioração, levam a danos extremamente rápidos.

As inspeções periódicas devem ser realizadas em datas específicas, por equipe ou terceiros devidamente treinados para realização da tarefa.

As inspeções formais devem ser realizadas com frequência anual e com participação de engenheiro e geólogo. Essa inspeção deve ser minuciosa e consubstanciada em relatórios técnicos, através de uma lista de pontos essenciais, preparados para essa finalidade. As ocorrências encontradas devem ser relatadas e evidencializadas em relatórios fotográficos.

As inspeções especiais devem ser realizadas a cada 5 à 10 anos, dependendo do potencial de ruptura e da velocidade de alteamento do barramento. Essa inspeção deve ser realizada por consultores e especialista em barragens com largo conhecimento técnico, científico e do comportamento, se possível, do passado da barragem, e, para segurança do empreendimento, por profissionais independentes.

Inspeções emergenciais consistem na inspeção da barragem, parte dela, ou de estruturas anexas, devido à ocorrência de algum evento ou anomalia, muitas vezes repentino, que possam colocar em perigo a situação das estruturas ou da área a jusante do barramento. Podemos classificar esses eventos como épocas de grandes precipitações ou sismos.

Em ITAIPU o projeto inicial, foi adotado o critério da leitura periférica da instrumentação, em vez da leitura centralizada e automática, pois a leitura periférica permite os técnicos visitarem rotineiramente toda a barragem, assegurando, assim, a observação das estruturas, fundações e dos próprios instrumentos.

### 2.1.2 Automação da Instrumentação

O plano de instrumentação pode ser manual ou automatizado. O sucesso de um plano de instrumentação automatizado pode não ser uma tarefa tão simples, conforme a experiência dos americanos consubstanciada na publicação *U.S Committee on Large Dams* 1995 <sup>2</sup>, nos 20 anos de experiência na área relataram uma série de insucessos obtidos. Contudo, contribuíram com uma quantidade significativa de recomendações na automação para novas barragens, de modo a garantir melhores resultados (SILVEIRA, 2006).

Para Piasentin (2003), nos últimos anos o interesse aumentou no sentido de monitoramento das grandes barragens por sistemas sofisticados dotados de capacidade de leituras remotas e automáticas. Posto o crescente avanço tecnológico e a grande variedade de equipamentos eletrônicos disponíveis a preços mais acessíveis, obtendo um sistema que possa monitorar rapidamente as estruturas com o mínimo de pessoal, com leituras contínuas e imediatas em qualquer momento. Entretanto, ressalta que as inspeções *in situ* e a observação visual das estruturas e suas fundações continuam sendo uma ferramenta importante e indispensável para manter os níveis de segurança adequados, contudo apresenta algumas limitações quanto a automação de toda instrumentação em uma barragem.

Automatizar a instrumentação pode ser viável quando se tem um risco envolvido e não se deseja a presença de um leitorista ou técnico da tarefa no local, ou ainda quando

<sup>2</sup> *General Guidelines and Current U. S. Practice in Automated Performance Monitoring of Dams*

se trata de tarefa repetitiva, para o qual um instrumento automatizado sirva com melhor desempenho que um leitorista ou técnico.

Para grandes barragens, o plano de instrumentação automatizado pode tornar-se viável, contudo, não exime as inspeções visuais, conforme já mencionado. Considerando que as inspeções visuais devem ocorrer e o fato de leitura manual existir, impõe uma possibilidade das inspeções visuais ocorrerem concomitantemente no momento das leituras de rotina não automatizadas.

## 2.2 PROBLEMA MOTIVADOR PARA APLICAR NA SEGURANÇA DE BARRAGEM

Muitas são as situações nas quais podem ser empregadas às técnicas de roteirização periódica em arcos capacitados. A literatura apresenta algumas aplicações práticas para o problema de roteirização periódica e suas extensões. Alguns problemas encontrados tratam sobre:

- coleta de peças automobilísticas (WU, 2007);
- coleta de lixo industrial (TEIXEIRA; ANTUNES; SOUSA, 2004);

para problemas de atendimento em nós e

- coleta de lixo residencial (CHU; LABADI; PRINS, 2004);
- limpeza de ruas (LACOMME; PRINS; RAMDANE-CHÉRIF, 2002);
- entrega postal (GHIANI *et al.*, 2005);
- leitura de medidor residencial (ASSAD; GOLDEN, 1995);
- controle de neve ou gelo (MONROY; AMAYA; LANGEVIN, 2013);
- inspeção de trilhos de Trem (BATISTA; SCARPIN, 2014);

para problemas de atendimentos em arcos.

O problema de roteirização periódica em arcos capacitados estudado considera um ambiente de monitoramento de instrumentação com foco em segurança de barragens. Então considerando um horizonte  $H$  de tempo discreto de dias e, para cada galeria  $u$  existe uma quantidade de tarefas distintas, onde  $t \in \{1, 2, \dots, T\}$  tarefas, onde  $T$  é o número máximo de tarefas a ser executada em toda barragem, cada tarefa possui uma frequência a cada  $f_t$  dias para ser executada, e, no máximo, uma vez ao dia. Para cada tarefa, é considerado um conjunto de combinações permitidas dos dias para os quais a tarefa possa ser realizada, isto é, se a galeria  $u$  possui as tarefas  $1, 2, 3, \dots, T$  então cada uma das tarefas deverão ser realizada conforme o conjunto das combinações permitidas  $comb(t)$

que são os possíveis dias para execução da tarefa dentro do horizonte de planejamento, satisfazendo tais frequências.

O PCARP, como proposto na literatura, pressupõe um horizonte  $H$  de tempo discreto de dias e para cada aresta  $u$  uma frequência  $f(u)$  (note que aqui a frequência depende do arco que representa uma tarefa, enquanto o problema proposto depende da tarefa e em cada galeria pode existir mais de uma) de visitas, isto é, as visitas podem ocorrer  $f(u)$  vezes ao longo do horizonte de planejamento ou a cada  $f(u)$  dias ao longo do horizonte. Contudo, podem existir problemas que não possuem tais características, principalmente, quando em cada arco existem várias tarefas a serem executadas e cada uma delas com frequências distintas. Assim, para se definir o número de visitas na galeria ao longo do horizonte de planejamento requer uma estratégia diferenciada em relação aos trabalhos encontrados na literatura.

As combinações permitidas estão associadas aos possíveis dias de atendimento de cada tarefa. Essas combinações não retratam o número de visitas na galeria ao longo do horizonte de planejamento, mas permitem determinar um número mínimo de visitas obrigatórias na galeria ao longo do horizonte de planejamento.

Dadas as combinações permitidas para as tarefas 1 e 2 distintas na mesma galeria, existe a possibilidade das duas tarefas serem realizadas num mesmo dia de atendimento por um mesmo leitorista, para isso que as combinações permitidas devam possuir dias em comum, como também pode não ocorrer para um mesmo leitorista, isto é, outro leitorista pode executar uma das tarefas que deve ser realizada no mesmo dia.

### 2.3 CARACTERIZAÇÃO DO PROBLEMA TEÓRICO

O problema de roteirização periódica em arcos capacitados possui fundamentos na teoria de grafos. Conforme Ore (1990), a teoria dos grafos começou a partir do desejo de Euler em resolver o problema da ponte de Königsberg. De acordo com Assad e Golden (1995), Euler atribui a origem da teoria dos grafos ao clássico problema das sete pontes que atravessam o Rio Pregel em Königsberg, publicado por ele em 1736.

O problema das 7 pontes consiste em saber se um indivíduo pode, a partir de um determinado ponto, passar em cada uma das sete pontes exatamente uma vez e voltar ao ponto de origem.

A FIGURA 5 mostra um mapa do trecho da cidade de Königsberg, mostrando o rio Pregel e as sete pontes. Euler equacionou o problema a ser resolvido com o seguinte questionamento: É possível percorrer o diagrama a partir de qualquer um dos pontos  $A$ ,  $B$ ,  $C$  ou  $D$ , usando os arcos apenas uma vez, e voltar ao ponto de início? A resposta é não.

O problema poderia ser resolvido por tentativa e erro, contudo, Euler desenvolveu um mecanismo melhor, a questão geral de quando existe um caminho de Euler em um grafo qualquer (ASSAD; GOLDEN, 1995).

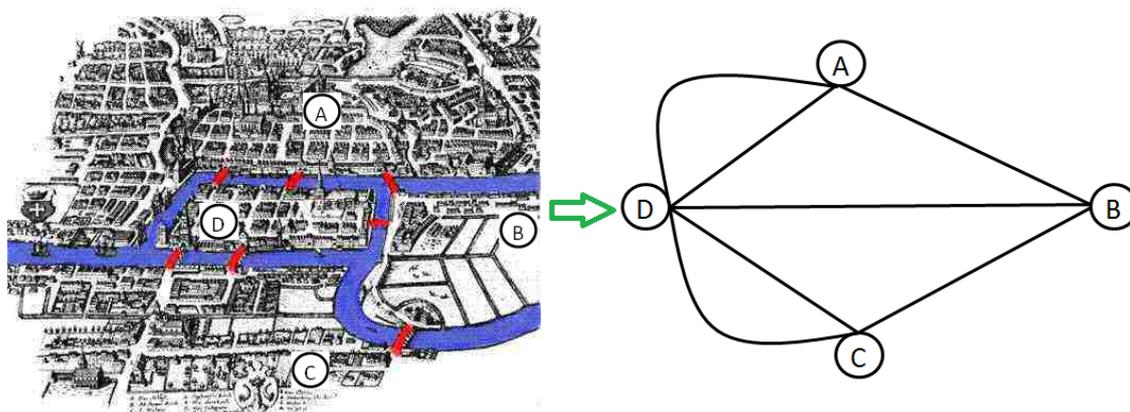


FIGURA 5 – CARACTERIZAÇÃO DAS 7 PONTES NUM GRAFO POR EULER  
 FONTE: (GOMES *et al.*, 2009) - Modificado pelo autor (2016)

Um caminho fechado que percorre todos os arcos de um grafo somente uma vez, foi denominado de caminho ou roteiro de Euler. Um grafo que consiste de um caminho fechado de Euler é um grafo de Euler (NETTO, 2001).

Em 1962, é publicado, pelo matemático chinês Meiko Guan, um trabalho tratando do problema de roteirização em arcos. Guan, que durante a revolução cultural chinesa havia trabalhado por um período de tempo em uma agência dos correios, levantou o problema de se determinar um percurso de extensão mínima para um carteiro que, partindo de uma agência deve atravessar pelo menos uma vez cada segmento de via em uma área de atendimento, concluindo seu trajeto no ponto de partida. Esta é a origem do Problema do Carteiro Chinês (PCC) (EISELT; GENDREAU; LAPORTE, 1995a).

A década de 1970 foi marcada por grande avanço no desenvolvimento de modelos matemáticos destinados à resolução dos problemas de roteirização em arcos. Edmonds e Johnson (1973) publicaram um trabalho no qual foram estabelecidos os principais algoritmos de solução do PCC em redes representadas por grafos não orientados, orientados e mistos.

Posteriormente, Orloff (1974), propõe o problema do carteiro rural (PCR), cuja diferença em relação ao PCC reside no fato de nem todos os segmentos de uma rede de atendimento terem demanda por serviço, o que não obriga seu percurso. A denominação adotada para este problema é derivada da semelhança existente com o tipo de percurso realizado por um carteiro em uma zona rural.

A FIGURA 4 apresentada na página 29 é um grafo não direcionado. O conjunto de galerias por onde os leituristas devem percorrer para coletar os dados dos instrumentos formam um grafo, as galerias serão consideradas arcos e cada cruzamento entre uma galeria e outra são os nós.

### 2.3.1 Problema de Roterização em Arcos

Nesta seção, são apresentadas algumas formulações em programação matemática para os primeiros problemas de roteirização em arcos originados do problema do carteiro chinês. O Problema do Carteiro Chinês (PCC) pode ser definido em grafos não orientados, orientados e mistos.

#### 2.3.1.1 O Problema do Carteiro Chinês Não Orientado

No caso não orientado, o problema mais simples de ser tratado ocorre quando todos os vértices de  $G$  são de grau par, sendo que o ciclo de Euler nele existente representa a solução ótima. O problema resume-se, então, à determinação da sequência em que os segmentos de  $G$  devem ser percorridos.

De acordo com Araújo (2003) uma formulação para o PCC não orientado é dada da seguinte forma.

$$\min Z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \quad (2.1)$$

Sujeito as seguintes restrições

$$\sum_{j=1}^n x_{ji} - \sum_{j=1}^n x_{ij} = 0 \quad i = 1, 2, \dots, n' \quad (2.2)$$

$$x_{ij} + x_{ji} \geq 1 \quad \text{para todo } (i, j) \in A \quad (2.3)$$

$$x_{i,j} \geq 0 \quad \text{inteiro} \quad (2.4)$$

onde:

$x_{i,j}$  é o número de vezes que a aresta  $(i, j)$  é percorrida.

$c_{i,j}$  é o custo associado para percorrer a aresta  $(i, j)$ .

No modelo matemático apresentado acima, a restrição 2.2 garante a continuidade do percurso, a restrição 2.3 que nenhuma aresta deixará de ser percorrida e a restrição 2.4 a não negatividade e integralidade da solução a ser obtida.

Quando um grafo não orientado e conexo possuir vértices de grau ímpar, a solução do PCC será obtida através da transformação de  $G$  em um grafo aumentado  $G'$  no qual todos os vértices terão grau par. Será possível determinar, então, um ciclo de Euler cujo percurso ocioso seja mínimo. O grafo  $G'$  é obtido a partir da adição em  $G$  de cópias de algumas arestas de  $E$  a mínimo custo. Uma vez que todo grafo conexo possui sempre um número par de vértices de grau ímpar, a determinação de  $G'$  pode ser feita com a adição de arestas em  $G$  que liguem justamente os vértices de grau ímpar (EISELT; GENDREAU; LAPORTE, 1995a).

Uma solução viável para o PCC se origina, portanto, dos  $r$  caminhos que conectam os  $r$  pares vértices de grau ímpar. O problema se reduz na determinação dos melhores  $r$  caminhos que representam o mínimo custo (BODIN *et al.*, 1983).

Pode-se formular o PCC em um grafo conexo não orientado como um problema de programação linear inteira o qual busca a construção de  $G'$ . Para isto, a variável  $x_{ij}$  é definida como o número de cópias de  $e_{ij}$  ( $i < j$ ) necessárias para aumentar  $G$ . Sejam também  $\delta_i$  o conjunto das arestas incidentes no vértice  $n_i$  e  $V_0 \subset V$  o conjunto dos vértices de grau ímpar em  $V$ .

Eiselt, Gendreau e Laporte (1995a) apresentaram a seguinte formulação para o PCC não orientado dada da seguinte forma.

$$\min Z = \sum_{e_{ij} \in E} c_{ij} x_{ij} \quad (2.5)$$

Sujeito as seguintes restrições

$$\sum_{e_{ij} \in E} x_{ij} \equiv \begin{cases} 1(\text{mod } 2) & \text{se } v_i \in V_0 \\ 0(\text{mod } 2) & \text{se } v_i \in V \setminus V_0 \end{cases} \quad (2.6)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad e_{ij} \in E \quad (2.7)$$

A restrição 2.6 garante que se o vértice for de grau ímpar deverá ser construída uma cópia da aresta com o vértice  $v_i$  com outro vértice  $v_j$  sem considerar arestas paralelas, caso o vértice seja de grau par e não incida em um vértice de grau ímpar não é realizada uma cópia da aresta. A restrição 2.7 garante a integridade das variáveis.

Edmonds e Johnson (1973) mostraram que a construção dos  $r$  melhores caminhos entre os vértices de grau ímpar pode ser feita a partir da resolução de um problema de emparelhamento perfeito de peso mínimo. Dado  $R_T = (V_0, F')$  um grafo completo formado a partir do grafo original  $G$ , onde  $F' = \{(n_i, n_j) \text{ tal que } n_i, n_j \in V_0, i < j\}$  e o coeficiente de custo de cada elemento de  $F'$  corresponde ao caminho mínimo entre  $n_i$  e  $n_j$ . O grafo  $G'$  é obtido, então, a partir da adição a  $G$  dos caminhos mínimos que correspondem à solução ótima do problema de emparelhamento perfeito.

### 2.3.1.2 O Problema do Carteiro Chinês Orientado (PCCO)

A condição necessária e suficiente para a existência de um circuito euleriano num grafo orientado é que, além de ser fortemente conexo, o grafo deve ser simétrico, isto é, para cada vértice o grau de entrada deve ser igual ao grau de saída. Quando, em alguns vértices, o número de arcos de entrada diverge do número de arcos de saída, o grafo não é unicursal, e, para torná-lo assim, é necessário acréscimo de cópias apropriadas de alguns arcos (GOLDBARG; LUNA, 2000).

Wang e Wen (2002) propuseram uma formulação matemática para o PCCO dada por:

$$\min Z = \sum_{(i,j) \in A} c_{ij} x_{ij} \quad (2.8)$$

Sujeito às seguintes restrições

$$\sum_{(i,j) \in A} x_{ij} = \sum_{(i,j) \in A} x_{ji} \quad \text{para todo } i \in V \quad (2.9)$$

$$x_{ij} \geq 1 \quad \text{para todo } (i,j) \in A \quad (2.10)$$

$$x_{i,j} \in \mathbb{Z}^+ \quad (2.11)$$

A variável  $x_{ij}$  contabiliza o número de vezes que o arco  $(i,j)$  é percorrido. A equação 2.8 é a função objetivo que consiste em minimizar os custos  $c_{ij}$  associados a cada arco. A restrição 2.9 garante a continuidade do fluxo. A restrição 2.10 garante que cada arco deverá ser percorrido pelo menos uma vez. A restrição 2.11 garante a integridade da variável.

Sobre a complexidade dos modelos matemáticos 2.1 e 2.8. Estes modelos requerem uma solução inteira, uma vez que o número de vezes que o carteiro deve percorrer um arco deve ser necessariamente um valor inteiro. Na literatura de Pesquisa Operacional é conhecido que problemas de programação inteira ou inteira mista (que resultam em soluções inteiras) tem um custo computacional alto. De acordo com Budnick, MCleavey e Mojena (1988), um modelo de programação inteira com algumas centenas de variáveis causam grande ansiedade nos analistas computacionais, enquanto que um modelo de programação linear simples com algumas milhares de variáveis é facilmente resolvido.

O modelo matemático 2.8, teoricamente deve ser modelado com inteiros. Contudo, ambos podem não possuir estas características. As razões para isto advêm de duas propriedades matemáticas importantes. A primeira delas, denominada na literatura de propriedade da integralidade de fluxos em rede, declara que se modelos de fluxo de custo mínimo, com valores da matriz de restrições (esta matriz é também chamada de matriz de incidência nó-arco e é representada pela letra  $A$  no modelo matemático 2.1) inteiros, possuir soluções ótimas, estas soluções serão inteiras (RARDIN, 1998).

A segunda propriedade é a chamada unimodularidade total. De acordo com esta propriedade, uma matriz é totalmente unimodular se os determinantes em cada uma de suas submatrizes quadradas tiverem valor -1, 0 ou 1 (AHUJA; MAGNANTI; ORLIN, 1993).

Rardin (1998) afirma que se uma matriz for totalmente unimodular, pela regra de Cramer, não haverá valores não inteiros nas restrições e daí passa a ser válida a propriedade da integralidade. Assim, se a matriz de restrições em um problema de fluxo de custo mínimo for totalmente unimodular e este problema tiver solução esta será necessariamente inteira, não necessitando de um modelo de programação inteira para resolver tal problema, simplificando computacionalmente a resolução. É exatamente isto que ocorre nos modelos matemáticos 2.1 e 2.8 mostrados anteriormente. A matriz de restrições para um grafo direcionado é totalmente unimodular e, portanto, estes problemas são mais facilmente resolvíveis computacionalmente. Deve-se salientar que o mesmo não ocorre no caso dos grafos mistos, conforme afirmam Ahuja, Magnanti e Orlin (1993), o que faz com que esta

classe de problemas deva ser resolvida com a utilização de programação linear inteira, a qual traz uma complexidade computacional muito maior. Mais detalhes sobre estas duas propriedades pode ser encontrado nas obras citadas.

### 2.3.1.3 O Problema do Carteiro Chinês Misto (PCCM)

Nos grafos mistos, um ciclo de Euler corresponde a um percurso em que os arcos e as arestas são percorridos exatamente uma vez. Esse tipo de percurso é determinado em um grafo misto, se este for fortemente conexo e tiver todos os seus vértices com grau par e simétricos. A condição de simetria estabelece que, em um vértice, o número de arcos chegando deve ser igual ao número de arcos partindo. Se todas essas condições forem satisfeitas, o grafo é dito equilibrado, sendo possível obter a solução ótima para o PCC.

Se um grafo misto não for equilibrado, mas mantém a condição de fortemente conexo, a determinação de um ciclo dependerá da construção de um grafo aumentado  $G'$ , no qual alguns arcos e algumas arestas são replicados a custo mínimo. O percurso assim definido corresponderá a um ciclo de carteiro. Papadimitriou (1976) demonstrou que o PCC em grafos mistos não equilibrados é um problema *NP-hard* (não Polinomial difícil).

Christofides *et al.* (1984b), ao propor o modelo de programação linear inteira, definem  $A_k^+ = \{(n_i, n_j) \in A \text{ tal que } n_i = n_k\}$  e  $A_k^- = \{(n_i, n_j) \in A \text{ tal que } n_j = n_k\}$  e  $V_K$  o conjunto de todos os vértices  $n_k$  ligados por uma aresta. Seja também  $x_{ij}$  o número adicional das vezes que o arco  $(n_i, n_j)$  é utilizado na solução ótima, e  $y_{ij}$  o número total das vezes que a aresta  $(n_i, n_j)$  é percorrida de  $n_i$  para  $n_j$ . Considere  $p_k$  uma constante binária igual a 1, se, e somente se, o grau do vértice  $n_k$  é ímpar e  $z_k$  uma variável inteira. Então, a formulação é a seguinte:

$$\min Z = \sum_{(v_i, v_j) \in A} c_{ij}(1 + x_{ij}) + \sum_{(n_i, n_j) \in E} c_{ij}(y_{ij} + y_{ji}) \quad (2.12)$$

Sujeito as seguintes restrições

$$\sum_{(n_i, n_j) \in A_k^+} (1 + x_{ij}) - \sum_{(n_i, n_j) \in A_k^-} (1 + x_{ij}) + \sum_{n_j \in N_k} y_{kj} - \sum_{n_j \in N_k} y_{jk} = 0 \quad \forall n_k \in V \quad (2.13)$$

$$\sum_{(n_i, n_j) \in A_k^+} x_{ij} + \sum_{(n_i, n_j) \in A_k^-} x_{ij} + \sum_{n_j \in N_k} (y_{kj} + y_{jk} - 1) = 2z_k + p_k \quad \forall n_k \in V \quad (2.14)$$

$$y_{ij} + y_{ji} \geq 1 \quad (2.15)$$

$$z_k, x_{ij}, y_{ij}, y_{ji} \geq 0 \quad \text{inteiros} \quad (2.16)$$

O problema pode ser resolvido por intermédio de um algoritmo enumerativo, no qual dois diferentes limites inferiores são calculados em cada nó da árvore de pesquisa. O primeiro limite é obtido pela relaxação da restrição 2.13 numa maneira lagrangeana, seguida da solução de um emparelhamento perfeito de custo mínimo. O segundo é obtido

pela Relaxação Lagrangeana da restrição 2.16 e resolvendo um problema de fluxo de custo mínimo.

Sherafat (2004), apresenta uma taxonomia para os problemas de roteirização em arcos (ARP) e alguns modelos exatos para o problema do carteiro chinês misto, propondo uma metodologia heurística para determinar boas soluções para esse tipo de problema.

Gondran e Minoux (1985) apresentam aspectos conceituais dos problemas de roteirização em arcos não capacitados e capacitados e as variações do problema do carteiro chinês. Eiselt, Gendreau e Laporte (1995a) desenvolveram modelos exatos para problemas do carteiro chinês orientado, não orientado e misto e suas variações, e também métodos heurísticos para resolver tais problemas. Eiselt, Gendreau e Laporte (1995b) fazem uma abordagem por modelos matemáticos para o problema do carteiro rural e suas variações, e desenvolvem métodos heurísticos para resolver problemas com tais características.

Araújo (2003) apresenta várias versões para problemas de roteirização em arcos e desenvolve um algoritmo para buscar soluções para problemas de roteirização em arcos capacitados.

#### 2.3.1.4 Problema de Roteirização em Arcos Capacitados (CARP)

Golden e Wong (1981) introduziram o problema de roteirização em arcos capacitados (CARP), o qual consiste em uma generalização do problema de roteirização em arcos cujo modelo pode levar em consideração restrições de cunho operacional. Essas restrições podem ser o limite de carregamento das unidades de trabalho (veículos, equipamentos ou pessoas) e o tempo máximo de duração das jornadas de trabalho, além de outras situações mais específicas como janelas de tempo e frotas ou equipes heterogêneas. Uma descrição, de maneira mais efetiva, a realidade operacional dos serviços modelados como problemas de roteirização em arcos em todas as suas variações.

A definição do CARP é feita a partir de uma rede de atendimento representada por um grafo conexo dado por  $G(V, E_R \cup A_R \subset A)$ , onde  $E_R$  são os arestas com demanda e  $A_R$  os arcos com demanda. A cada segmento da rede são associados: um coeficiente  $c_{ij} > 0$  referente ao custo de seu percurso; e um coeficiente  $q_{ij} \geq 0$  quantificando a demanda (em unidades relacionadas a tempo, peso ou volume) por serviço existente. Seja ainda  $n_D \in V$  o vértice que representa o depósito, ou seja a base operacional a partir da qual são despachadas as unidades de trabalho alocadas ao atendimento das demandas em  $G$ . Cada unidade de trabalho possui uma capacidade máxima dada por  $W$ .

O CARP consiste na determinação de um conjunto de rotas de custo mínimo, nas quais os segmentos com demanda por serviço são percorridos pelo menos uma vez e cuja demanda total não exceda a capacidade  $W$  de uma unidade de trabalho. Os roteiros devem ser definidos de modo que: cada um dos segmentos de  $G$  com demanda sejam atendidos por, exatamente, uma unidade de trabalho; a demanda existente em um segmento não exceda a capacidade  $W$  de uma unidade de trabalho; e o custo total de atendimento de

$G$  seja mínimo.

Golden e Wong (1981) apresentaram a seguinte formulação de programação inteira para o CARP.

$$\min Z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{p=1}^k c_{ij} x_{ij}^p \quad (2.17)$$

Sujeito às seguintes restrições

$$\sum_{k=1}^n x_{ki}^p - \sum_{k=1}^n x_{ik}^p = 0 \quad \begin{cases} i = 1, \dots, n \\ p = 1, \dots, K \end{cases} \quad (2.18)$$

$$\sum_{p=1}^K (l_{ij}^p + l_{ji}^p) = \left\lceil \frac{q_{ij}}{W} \right\rceil \quad \begin{cases} e_{ij} \in E_R \text{ ou} \\ a_{ij} \in A_R \end{cases} \quad (2.19)$$

$$x_{ij}^p \geq l_{ij}^p \quad \begin{cases} e_{ij} \in E_R \text{ ou} \\ a_{ij} \in A_R \\ p = 1, 2, \dots, K \end{cases} \quad (2.20)$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n l_{ij}^p q_{ij} \leq W \quad p = 1, 2, \dots, K \quad (2.21)$$

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i \in \tilde{Q}} \sum_{j \in \tilde{Q}} x_{ij}^p - n^2 y_{1\tilde{q}}^p &\leq |\tilde{Q}| - 1 \\ \sum_{i \in \tilde{Q}} \sum_{j \notin \tilde{Q}} x_{ij}^p + 2y_{2\tilde{q}}^p &\geq 1 \\ y_{1\tilde{q}}^p + y_{2\tilde{q}}^p &\leq 1 \\ y_{1\tilde{q}}^p, y_{2\tilde{q}}^p &\in \{0, 1\} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \forall p = 1, 2, \dots, K \\ \tilde{q} = 1, 2, \dots, 2^{n-1} - 1 \\ \text{para todo subconjunto} \\ \text{não vazio } \tilde{Q} \subset \{2, \dots, n\} \end{aligned} \quad (2.22)$$

$$x_{ij}^p, l_{ij}^p \in \{0, 1\} \quad \begin{cases} p = 1, 2, \dots, K \\ e_{i,j} \in E \end{cases} \quad (2.23)$$

onde:  $K$  é o número de unidades de trabalho;

$x_{ij}^p$  é uma variável binária que assume o valor 1 se o segmento compreendido entre  $n_i$  e  $n_j$  é percorrido pela unidade  $p$  e 0 caso contrário;

$l_{ij}^p$  é uma variável binária que assume o valor 1 se a unidade  $p$  atende o segmento compreendido entre  $n_i$  e  $n_j$  e 0 caso contrário.

No modelo matemático apresentado, a restrição 2.18 garante a continuidade do percurso; a restrição 2.19 estabelece que cada segmento com demanda positiva seja atendido exatamente uma vez.

A restrição 2.20 garante que cada um dos segmentos da rede possa ser atendido pela unidade de trabalho  $p$  somente se esta atravessar tal segmento.

A restrição 2.21 assegura a não violação da capacidade  $W$  de cada unidade de trabalho.

A restrição 2.22 proíbe a construção de sub-roteiros ilegais (ou seja, pequenos roteiros desconexos do roteiro principal). Por fim, a restrição 2.23 garante a integralidade da solução.

Neste trabalho será desenvolvido um modelo matemático para um problema de roteirização em arcos capacitados, neste modelo é considerado além da capacidade, o período de planejamento e a realização de múltiplas tarefas das quais possuem frequências distintas ao longo do horizonte de planejamento.

### 3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O objetivo deste capítulo é apresentar os trabalhos científicos encontrados na literatura correlacionados ao tema. Os textos auxiliaram na compreensão do problema proposto, no conhecimento de estratégias de solução já abordados com o objetivo de buscar uma solução para o problema de roteirização periódica. O capítulo também tem razões pela busca de trabalhos que possam caracterizar o tema como algo inovador ainda não estudado na literatura.

#### 3.1 PROBLEMAS DE ROTEIRIZAÇÃO DE VEÍCULOS

A literatura apresenta duas classes de problemas de roteamento de veículos: roteamento em nó e roteamento em arco. Os problemas de roteamento em nó consistem em encontrar uma ou várias rotas para visitar alguns ou todos os nós de uma rede que representam os locais a serem visitados. Os problemas de roteamento em arcos têm por objetivo determinar uma ou muitas rotas para atender alguns ou todos os arcos ou arestas de uma rede (MONROY; AMAYA; LANGEVIN, 2013).

Os conceitos da roteirização periódica são fundamentados nos conceitos de roteirização de veículos, que é conhecido na literatura como *Vehicle Routing Problem (VRP)*. A roteirização de veículos pode ser definida como o atendimento de nós de demanda geograficamente dispersos, sendo que, para cada ligação entre um par de nós, há uma distância e custo associados. Para atendê-los, uma frota de veículo é disponibilizada que parte e deve retornar a um depósito central. O objetivo é determinar o conjunto de rotas de menor custo que atenda às necessidades dos nós, respeitando as restrições operacionais como capacidade dos veículos, duração das rotas, janelas de tempo e duração da jornada de trabalho, entre outros (WU, 2007).

De acordo com Karp (1975), o problema do caixeiro viajante é NP-Difícil, assim como os problemas de roteirização de veículos, isto é, à medida que o tamanho do problema aumenta, o esforço computacional para resolvê-lo cresce de maneira exponencial.

#### 3.2 PROBLEMAS DE ROTEIRIZAÇÃO PERIÓDICA DE VEÍCULOS

O problema de roteirização periódica de veículos (PVRP) é um caso geral de roteirização de veículos, expandido a um período de planejamento, no qual os locais a serem visitados requerem um nível de serviço dada uma determinada frequência de visitas dentro desse mesmo período. Dessa forma, é necessário determinar também quais são os melhores dias de visitas, no qual será considerado o impacto na roteirização.

### 3.2.1 Roteirização Periódica em Nós

Alguns trabalhos encontrados na literatura envolvendo problemas de roteirização periódica em nós são apresentados neste item.

Beltrami e Bodin (1974) foram os pioneiros no estudo da periodicidade para o problema de roteirização, quando estudaram o problema da coleta de lixo municipal na cidade de Nova Iorque, produzido por grandes instituições, como escolas e hospitais. Perceberam que havia vantagens em visitar os pontos diversas vezes ao dia ou em um determinado período de tempo maior que um dia. Antes, porém, o problema era tratado como um problema de designação, após essa percepção dos autores, o problema passou a ser tratado como problema de roteirização periódica.

Russel e Igo (1979) também estudaram este problema e desenvolveram heurísticas para designar clientes a dias da semana com a finalidade de minimizar distância total percorrida.

Um dos primeiros artigos que adota a denominação de problema de roteirização periódica de veículos é o de Christofides e Beasley (1984a), que caracterizaram o problema e apresentaram um modelo matemático completo para um caso genérico. Os autores, após discussão do modelo matemático, concluíram que o problema é muito complexo, pois envolve um número muito grande de variáveis. Então, propuseram duas relaxações do problema de roteirização de veículos que transformam em subproblemas de roteirização diárias em um problema de mediana e um problema de caixeiro viajante.

Tan e Beasley (1984), a partir da formulação de Fisher e Jaikumar (1981) de um problema de roteirização com designação de pontos para os veículos, propõem uma extensão da formulação matemática e comprovam que o problema de roteirização periódica é muito complexo para se resolver através de métodos exatos. Após uma relaxação de programação linear, com troca de uma das restrições na formulação, a roteirização de cada dia do período de planejamento é feita através do método de designação de Fisher e Jaikumar (1981), em que um ponto-semente é alocado para cada veículo, e, em seguida, são inseridos os demais pontos. A escolha dos pontos-sementes pode ser feita através de uma regra automática. Depois de decidir os pontos-semente para cada veículo, a escolha dos dias a serem associados a esses pontos é feita através da análise da matriz contribuição, que é definida como o menor valor de acréscimo de distância ao inserir um determinado ponto em um roteiro, sendo que essa distância é considerada como o total viajado, ida e volta do depósito até o ponto-semente, passando pelo ponto a ser inserido. A fim de melhorar a solução, é necessário repetir o processo de escolha da semente e de montagem da matriz de contribuição por diversas vezes.

Russel e Gribbin (1991) propõem uma abordagem multifase para solucionar o PVRP. Na primeira fase, combinações são associadas a clientes utilizando uma aproximação que encontra um ponto semente em cada dia do período de planejamento. A combinação alocada é determinada de acordo com a soma das distâncias dos clientes aos

pontos sementes de cada dia da combinação. Na segunda fase, o procedimento de troca proposto em Christofides e Beasley (1984a) é utilizado buscando refinar a solução corrente pela troca das combinações às quais os clientes estão associados. Por fim, na última fase, um método de programação inteira é aplicado para tentar melhorar a solução.

Chao, Golden e Wasil (1995) propõem uma heurística para resolver o problema do caixeiro viajante periódico, com um algoritmo que busca equilibrar o número de clientes que são designados em cada dia no período, de modo a obter uma solução inicial, e, depois, executar a fase de melhoria.

Cordeau, Gendreau e Laporte (1997) desenvolveram estratégia em busca tabu para resolver três problemas conhecidos da literatura, roteirização periódica, caixeiro viajante periódico e roteirização de veículos com múltiplos depósitos. A contribuição do trabalho foi a comprovação de que o problema dos múltiplos depósitos pode ser formulado como um caso especial de roteirização periódica.

Vianna, Ochi e Drummond (1999) propuseram uma metaheurística híbrida paralela para o problema de roteirização periódica que se baseia em algoritmo genético paralelo, *scatter search* e uma heurística de busca local, utilizando o modelo da ilha na qual a população de cromossomos é repartida em várias subpopulações, sendo que a frequência de migração entre subpopulações dos cromossomos é baixa, somente executada quando há necessidade.

Shih e Chang (2001) estudaram o problema de coleta de resíduos infectocontagiosos de hospitais de Taiwan. A estratégia de solução utilizada consiste em uma heurística de duas fases: a primeira utiliza a heurística *space filling curve mapping*, o que se dá por particionamento ótimo por programação dinâmica e melhoria  $2 - opt$ ; a segunda fase emprega um modelo de programação inteira mista para balancear a carga de trabalho diária das rotas obtidas pela minimização da máxima distância viajada por dia.

Baptista, Oliveira e Zúquete (2002) propõem uma nova formulação matemática a partir da proposta de Christofides e Beasley (1984a), a qual adaptou para um problema real de coleta de papel reciclável na cidade de Almada, em Portugal. Nessa formulação, o que diferenciou foi o tamanho do período, no caso um mês, a frota não era uma variável, e a frequência de visitas de cada ponto se torna uma variável de decisão, posto que o volume de papel a ser coletado varia de um período para o outro, inviabilizando uma previsão de demanda.

Teixeira, Antunes e Sousa (2004) também estudaram o problema de coleta de resíduos recicláveis, diferenciando do problema anterior de Baptista, Oliveira e Zúquete (2002) que, nesta situação, envolvia três tipos distintos de resíduos e que devem ser coletados separadamente. A proposta heurística também se baseia em Christofides e Beasley (1984a). O número de depósitos a serem visitados, bem como os tipos de resíduos a serem coletados é constante, ou seja, as rotas e a designação de dias não necessitam ser alteradas. Não foi apresentado um modelo de programação linear para o problema.

Neste trabalho, será tratado um problema cuja formulação busca atender várias tarefas a serem realizadas num mesmo arco, isto é, a coleta de dados de vários tipos distintos de instrumentos instalados ao longo do arco, diferenciando do problema estudado por Teixeira, Antunes e Sousa (2004) que trata em nó. Outra diferença importante entre o trabalho anterior e o proposto figura no fato de que uma ou mais tarefas podem ser realizadas por um mesmo leitorista.

Dentre os trabalhos encontrados, este foi o único em roteirização periódica que trata de roteirização que busca atender mais de uma tarefa em um único nó.

Galvão (2004) também estudou um problema de roteirização periódica em nós, que envolvia a coleta de resíduos de biomassa de madeira para fins energéticos num contexto real. O problema foi dividido em duas partes: seleção dos fornecedores e dimensionamento; programação da frota em cada dia do período de planejamento, respeitando a restrição de jornada de trabalho.

Brugiolo (2005) estudou um problema de roteirização periódica de unidades móveis de pistoneio. Na busca de propor uma heurística para seu problema, encontrou inspiração na heurística proposta por Bertazzi, Paletta e Speranza (2004) para resolver um problema do caixeiro viajante periódico. Observando tal heurística, foi verificada a existência de um algoritmo heurístico construtivo embutindo de etapas de refinamento durante a construção da solução dada por Paletta (2002), portanto uma versão randomizada deste algoritmo acoplado a uma busca local é então proposta para ser utilizada no algoritmo GRASP. Também formulou um modelo matemático de programação linear e, diante de um conjunto de instâncias testes, fez comparações com os resultados exatos e com a utilização do algoritmo proposto, onde conclui que sua estratégia chegava à solução ótima com um tempo muito inferior ao modelo matemático. Os resultados computacionais obtidos para instâncias da literatura analisadas mostraram que o GRASP proposto consegue, em média, soluções muito próximas às do algoritmo original, mas exigindo tempos computacionais muito menores.

Tortelly e Ochi (2006), ao estudarem um problema de roteirização periódica propuseram uma metaheurística híbrida conceituada no GRASP e busca tabu. A diferença está na forma como se constrói a solução inicial, embora apresente duas formas para essa construção, ambas utilizando GRASP, contudo, com utilização ou não de filtro para manter apenas soluções melhores ao invés de construir as soluções sem critério algum.

Alegre, Laguna e Pacheco (2007) estudaram um problema de coleta de materiais para uma indústria automobilística em pontos geograficamente dispersos. O diferencial neste estudo também está vinculado ao período de planejamento (90 dias). A estratégia foi uma heurística de duas fases, sendo a primeira destinada à designação dos dias de visita e a segunda, para roteirizar.

Wu (2007) estudou um problema de roteirização periódica de veículos numa indústria automobilística, onde se utiliza um sistema de coleta que se baseia em roteirização

periódica, com a finalidade de reduzir o estoque de peças. Propôs um modelo matemático de programação linear e três estratégias de solução heurística distintas, uma baseou no equilíbrio de esforços para a designação das combinações permitidas; outra, em algoritmos genéticos e a terceira é um método baseado no GRASP. Comparou suas estratégias com instâncias da literatura, podendo concluir que são viáveis e adequadas, embora não tenha superado os resultados existentes, contudo próximos, justificado pelas características de cada problema.

### 3.2.2 Roteirização Periódica em Arcos

O problema de roteirização periódica em arcos capacitados (PCARP), diferenciando dos problemas anteriores, em que o atendimento é ao longo dos arcos é objeto de nossa revisão de literatura nesta seção.

Lacomme, Prins e Ramdane-Chérif (2002) definem o PCARP considerando uma rede  $G = (V, A)$  e um período de planejamento discreto  $H$  de  $s$  períodos ou dias, no qual cada tarefa (arco obrigatório)  $u$  tem um número de serviços  $f(u)$ . Isso significa que a tarefa deve ser  $f(u)$  vezes tratada,  $1 \leq f(u) \leq s$ , mas, no máximo, uma vez por dia, tratada durante o período de planejamento  $H$ . O número total de serviços  $z$  para ser realizado em  $H$  é, em seguida, a soma de todos os serviços de tarefas. O PCARP consiste em encontrar um conjunto de rotas de custo mínimo, que começam e terminam a partir do depósito, satisfazendo o número necessário de serviços em todos os arcos e sem exceder a capacidade do veículo.

No PCARP, como definido por Lacomme, Prins e Ramdane-Chérif (2002), todos os arcos têm uma exigência de frequência constante em todo o período de planejamento: ou a tarefa deve ser tratada de  $f(u)$  vezes em cada um dos períodos de  $s$  ou dias. No entanto, existem problemas que não são regulares neste sentido. Lacomme, Prins e Ramdane-Chérif (2002), descrevem várias versões do PCARP. Uma classificação para o problema é proposto: definiram como classe  $A$  o conjunto de problemas em que as demandas não dependem de uma “produção” que se acumula com o tempo. A classe  $B$  reúne problemas como coleta de lixo urbano em que cada tarefa  $u$  tem uma produção para cada dia  $d$ . Problemas da Classe  $B$  podem ser acíclico (subclasse  $B_1$ ) ou cíclico (subclasse  $B_2$ ). Na subclasse  $B_1$ , o horizonte não é cíclico e a demanda de uma tarefa  $u$  em um dia  $d$  é a produção acumulada desde o precedente dia de serviço. Em problemas cíclicos  $B_2$ ,  $H$  se repete, mas dias de serviços selecionados devem ser idênticos em todas as repetições. Apresentam um algoritmo genético para resolvê-lo, mas sem resultados numéricos.

Chu, Labadi e Prins (2002) propuseram um modelo de programação linear e uma abordagem para determinação de limites inferiores com uma proposta de transformação do grafo. Os autores apresentaram um modelo sem conhecimento prévio dos possíveis períodos de serviço, considerando um espaçamento mínimo e máximo entre dois tratamentos sucessivos para uma tarefa. Com a metaheurística de busca tabu, determinaram

seus limites inferiores para casos adaptados de instâncias do CARP com um horizonte cíclico de sete dias com dois dias ociosos (sábado e domingo).

Segundo Ghiani *et al.* (2005) os problemas de roteamento em arcos periódicos são mais pobres e desorganizados que os problemas de roteamento em nós que, por sua vez, são mais estudados. O autor afirma que o artigo é o primeiro trabalho publicado em revista que trata de problemas de roteamento em arcos periódico. Desenvolveu uma heurística para resolver o problema do carteiro rural periódica sem direção, mas não apresentou um modelo matemático de programação linear para o problema.

Chu, Labadi e Prins (2004) propuseram um modelo de programação linear, sem conhecimento dos possíveis períodos de serviço definido, para isso consideram o espaçamento mínimo e máximo entre a execução da tarefa. Estudaram os limites inferiores e uma prova formal é apresentada, uma prova de que um limite inferior do CARP também é um limite inferior do PCARP. Um método de busca tabu é desenvolvido e aplicado para o PCARP em casos adaptados, a partir dos referenciais do CARP. As performances são avaliadas em relação ao limite inferior. O desvio médio para o limite inferior considera-se satisfatório.

Lacomme, Prins e Ramdane-Chérif (2005), afirmam que pesquisa em problema de roteamento em arco capacitados periódica é ainda embrionário e muito recente. No artigo, é feita uma classificação do PCARP seguindo a versão preliminar, um problema em arcos misto é proposto e sugerido um Algoritmo Memético (AM) para resolver o problema. Um algoritmo memético, segundo o autor é um algoritmo genético hibridizado com uma busca local. O nome foi proposto por Moscato (1999), sendo adotado no trabalho porque algoritmos genéticos híbridos são muito difusos, posto que este algoritmo foi hibridizado com muitas outras técnicas, tais como redes neurais e *simulated annealing*. Os autores não apresentaram um modelo matemático de programação linear, mas fizeram testes computacionais para avaliar a heurística proposta comparando com o problema de roteamento de veículos periódico (PVRP), ainda afirmam carecer de um limite inferior para o problema.

Chu, Labadi e Prins (2005) propuseram um modelo de programação linear para um problema periódico para coleta de lixo. Para avaliar a proposta, desenvolveram uma heurística de inserção mais próxima e uma heurística de inclusão por viabilidade da inserção, bem como o custo da inserção. Uma heurística de duas fases, na primeira fase utiliza um bom limite inferior de modo a preparar uma lista de possíveis arcos, isto é, um *cluster*, e, depois, resolve um problema de roteirização de um único veículo. Segundo os autores, a heurística de duas fases superou a heurística da inserção mais próxima e da inclusão por viabilidade.

Marzolf, Trépanier e Langevin (2006) estudaram um problema de inspeção de monitoramento de estradas na cidade de Quebec, num contexto em que as rotas planejadas raramente são concluídas. Desenvolveram uma metodologia para realizar a tarefa a partir

da coleta de dados do rastreamento de GPS, combinando-o com as rotas planejadas dentro de sistemas de informação geográfica (GIS) para, depois, usar algoritmos matemáticos para propor novas rotas. O estudo consiste numa hierarquia de três classes de estradas que possuem diferentes padrões de monitorização e um horizonte de planeamento de duas semanas.

Chu, Labadi e Prins (2006) aplicaram dois algoritmos para resolver o PCARP. O primeiro é uma heurística de melhor inserção, e o segundo é chamado *Scatter Search* baseado em busca local. Ressaltam ainda que uma solução factível deve ter suas necessidades atendidas o número de vezes que forem necessárias (frequências), cada viagem deve iniciar e terminar no depósito, cada tarefa deve ser designada no máximo uma vez em um dia e, ainda, a capacidade do veículo deve ser respeitada.

Kansou e Yassine (2009) combinaram um algoritmo da colônia de formigas com uma heurística de inserção para resolver o PCARP, conseguindo resultados robustos e com uma performance rápida. Caracterizou como Problema de Roteamento em Arcos Capacitado e Periódico Misto em virtude da natureza do grafo. Cada serviço ocorre de acordo com uma combinação de dias que satisfazem as frequências. Não apresentaram um modelo matemático de programação linear, contudo afirmam que sua heurística foi capaz de encontrar treze novas melhores soluções para o problema periódico.

Mei, Tang e Yao (2011) desenvolveram um algoritmo memético para solucionar um PCARP. Os autores propuseram um modelo matemático onde a função objetivo é composta por um objetivo primário e um objetivo secundário. Neste modelo, o objetivo primário é minimizar o número de veículos no horizonte de tempo, e o objetivo secundário, o custo total. O objetivo primário é denotado por  $mnv$  e  $tc$  o custo total. Assim, os autores buscam

$$\min f(S) = \alpha.mnv(S) + tc(S) \quad (3.1)$$

onde  $\alpha$  é um número suficientemente grande de modo a garantir uma prioridade no número de veículos. Verificou que o objetivo primário  $mnv$  dificilmente pode ser melhorado com os operadores de pesquisa existentes, tais como Lacomme, Prins e Ramdane-Chérif (2005) e Chu, Labadi e Prins (2006). Para atender a essa questão, um procedimento específico de fusão de rotas é desenvolvido. Esse procedimento é incorporado à estrutura do algoritmo memético. O algoritmo proposto efetua primeiro uma melhoria na solução atendendo ao objetivo principal para, depois, fazer buscas locais. O algoritmo é projetado, especificamente, para PCARP e exige modificação razoável quando aplicada a outros problemas, até mesmo outras variantes do CARP, dessa forma, o algoritmo não irá competir com algoritmos específicos da CARP. Ainda,  $mnv$  é considerado como o principal objetivo do PCARP, no entanto, em outras situações, o objetivo principal pode ser diferente, por exemplo, minimizar o número de veículos na excedente quando a frota de veículos já é existente.

Monroy, Amaya e Langevin (2013) apresentaram um problema do qual não ne-

cessariamente a condição definida por Lacomme, Prins e Ramdane-Chérif (2005) sempre deve ser verificada. Os autores consideraram, por exemplo, uma semana como período de planejamento, onde pretendia a inspeção de estradas para monitoramento de gelo e neve. Assim, podem-se querer que alguns arcos sejam atendidos duas vezes durante os cinco primeiros dias e uma vez durante o fim de semana, e os dias de serviço podem variar de uma semana para outra. Esse tipo de problema foi nomeado como PCARP com os serviços irregulares (PCARP-I). É proposto um modelo matemático de programação linear e um algoritmo de duas fases para solucionar o problema, na primeira fase, é feito o agrupamento de arcos sem violar a capacidade da rota e, na segunda a roteirização, resolvendo o problema de roteirização de um único veículo. Propuseram um limite superior através de uma relaxação linear, contudo consideraram que tal limite é fraco, o que dificulta avaliar o desvio da solução ótima obtida a partir da heurística. Seus testes computacionais avaliaram problemas com período de cinco dias para alguns problemas e de sete dias para outros, usando instâncias adaptadas do CARP. A heurística foi capaz de determinar as quatro melhores soluções para problemas de pequeno porte num conjunto de oito. O algoritmo é capaz de determinar a solução ótima para problemas de pequeno porte, segundo os autores.

Batista e Scarpin (2014) apresentaram um modelo matemático para o problema de roteamento em arcos capacitados periódico para o monitoramento de trilhos de trem. Inclui, em seu modelo, uma condição de penalidade caso o veículo não atenda o arco ou ocorra algum atraso e considerou como capacidade do veículo o fato de poder percorrer e atender somente um trecho para o dia que for designado. Fez uma comparação entre os modelos propostos na literatura e também uma avaliação sistêmica entre o modelo proposto por Monroy, Amaya e Langevin (2013) e o proposto pelo autor.

Usberti, Fraça e França (2011) propuseram uma modelagem matemática para o problema de roteamento em arcos capacitados aberto (OCARP), uma heurística construtiva GRASP baseada em uma heurística de varredura de caminhos combinadas com algoritmos de inserção e uma metaheurística de reconexão evolutiva por caminhos. O OCARP é similar ao CARP, diferenciando a não necessidade de retorno ao depósito, isto é, a rota inicia em um vértice  $v_i$  e termina em um vértice  $v_j$ .

Fung, Liu e Jiang (2013) propuseram um modelo matemático de programação linear para o problema de roteamento em arcos capacitados aberto (OCARP). Desenvolveram um limite inferior para avaliar as qualidades das soluções heurísticas propostas. Também tratam do problema propondo um algoritmo memético com resultados de qualidade superior ao clássico algoritmo genético. Os autores propõem que o OCARP possa ser mais estudado no futuro para incorporar outras limitações importantes, como a janela de tempo e frota heterogênea de veículos. E, do ponto de vista metodológico, é necessário melhorar o algoritmo memético proposto, a fim de produzir melhores resultados para o problema.

Bartolini, Cordeau e Laporte (2013) desenvolveram um algoritmo exato capaz de resolver o CARP e outra variante chamada CARP com demanda flutuante, em inglês *CARP with Deadheading Demand*, obtido quando associado um consumo de capacidade adicional ao atravessar arcos que não devem ser servidos. Problema aplicado a situações em que há consumo de energia dependendo da atividade na aresta. Esse problema não contempla o caso periódico.

Doulabi e Seifi (2013) utilizaram os conceitos de CARP para tomar uma decisão estratégica que é determinar a localização de múltiplos depósitos em grafos. Eles mostram economias significativas nos custos dos problemas.

### 3.3 CLASSIFICAÇÃO DE ROTEIRIZAÇÃO PERIÓDICA

Para compreender uma aplicação do PCARP, considere, por exemplo, a produção contínua de resíduos por habitantes, os quais armazenam em recipientes ou sacos plásticos para serem recolhidos pelos veículos de coleta. O problema da remoção de resíduos a partir de um determinado conjunto de ruas e em um determinado dia pode ser modelado por um CARP. Chu, Labadi e Prins (2002) afirmam que o CARP é demasiado simplista, por que muitas ruas não produzem lixo suficiente para ser recolhido a cada dia.

De acordo com a produção que está ligada ao tipo de habitat (casas individuais ou edifícios coletivos), as empresas de gestão de resíduos definem um horizonte de planejamento (normalmente uma semana) e um número suficiente de serviços para cada rua na semana. Um plano de coleta é então calculado através da atribuição de um dia na semana para cada serviço de rua, e resolvendo um CARP para as ruas selecionadas em cada dia. Assim, o custo total ao longo da semana vai depender dessa combinação de decisões de atribuição e de roteamento.

Portanto, o PCARP é a determinação de um plano de coleta de minimizar este custo total. Dessa forma, os autores propuseram uma definição bem completa do PCARP, a fim de modelar também outros aplicativos como a remoção de neve no inverno ou a inspeção de linhas de energia.

A definição, conforme Chu, Labadi e Prins (2002), para o PCARP é um horizonte de multiperíodo  $H$  de períodos  $D$  (dias) e uma rede conectada não direcionada  $G = (V, E)$ , onde  $V$  é um conjunto de  $n$  nós (cruzamentos) e  $E$  um conjunto de  $m$  arestas (ruas). Um nó corresponde ao depósito que contém uma frota de veículos idênticos  $NV$  com capacidade limitada  $W$ . O número de veículos  $NV$  é uma variável de decisão.

Cada aresta  $(i, j)$  tem um custo  $c_{ij}$  de passagem. Um subconjunto  $R$  de  $t$  arestas, tarefas que devem ser atendidas. Cada tarefa  $t(i, j)$  (note que, cada arco ou aresta aqui representa uma tarefa, conquanto para a modelagem proposta cada aresta ou arco tem um número maior ou igual 1 de tarefas) tem uma frequência  $f_{ij}$  (número de serviços necessários em  $H$ ) e um conjunto de combinações permitidas de dias  $comb(i, j)$ . A combinação é um conjunto que depende da frequência  $f_{ij}$  para se determinar os possíveis dias de serviço. A

demanda  $Q_{ijkd}$  para ser atendido por qualquer combinação  $k \in \text{comb}(i, j)$  e qualquer dia  $d$  conhecido.

Como no CARP, os roteiros não podem exceder a capacidade do veículo. O objetivo é determinar a combinação de dias para cada tarefa e um conjunto de viagens de veículos para cada dia para minimizar o custo total das viagens, com as seguintes restrições: a) cada tarefa  $t(i, j)$  é servida  $f_{ij}$  vezes ao longo do horizonte, mas no máximo uma vez em cada dia. b) Cada viagem começa e termina no depósito. c) Uma tarefa atribuída a um dia é servida por uma única viagem, naquele dia. d) A capacidade do veículo é respeitada. O PCARP é obviamente *NP-hard*, uma vez que envolve o CARP de único período, que já é *NP-hard*, como um caso especial.

Chu, Labadi e Prins (2002) ilustraram a generalidade desta definição com dois exemplos de aplicação: coleta de lixo e pulverização preventiva de herbicidas em uma rede ferroviária. Na recolha de resíduos, cada tarefa  $(i, j)$  é uma rua que tem uma  $q_{ijd}$  produção de resíduos em cada dia  $d$  e o horizonte de uma semana é cíclico, isto é, a exigência do primeiro dia da combinação é a soma das produções diárias desde a última manutenção no horizonte anterior, seguindo a própria definição de Lacomme, Prins e Ramdane-Chérif (2002).

Por exemplo, considere uma aresta  $(i, j)$  (aqui aresta representa uma rua ou avenida) com  $f_{ij} = 2$ , uma produção diária de 100 kg de resíduos e uma combinação dia  $(2, 5)$  ou (terça-feira, sexta-feira). As demandas para estes dias serão, respectivamente, 400 e 300 kg. No problema de herbicida, se assumir que a vegetação morre no inverno, o horizonte dura da primavera ao outono e não é cíclico. A quantidade de veneno aplicado por metro de trilho será constante em cada serviço. Portanto, os detalhes sobre o horizonte (cíclico ou não) ou as exigências (resultantes de alguma produção contínua ou não) tornam-se transparentes com a definição prévia de  $Q_{ijkd}$ .

Lacomme, Prins e Ramdane-Chérif (2002) propuseram uma classificação para os PCARPs em duas classes, conforme as exigências ou custos (em prática, os custos são derivados de exigências) dependerão do dia de serviço da tarefa ou, pelo contrário, têm funções idênticas de exigências e os custos para qualquer dia. A FIGURA 6 apresenta a classificação proposta.

Conforme a FIGURA 6, a classe *A* são problemas que não dependem de produção diária, os quais envolvem problemas de pulverização de herbicidas sobre trilhos para matar ervas daninha. Nessa situação, a quantidade aplicada e o tempo de pulverização por metro são fixos.

A classe *B* são problemas que dependem da produção diária e se subdividem em outras duas subclasses,  $B_1$  e  $B_2$ . Na classe  $B_1$ , estão os problemas considerados acíclicos, que incluem problemas de remoção de plantas em rodovias. Nessa situação, por exemplo, o início da roçada começa na primavera e, ao chegar o inverno, a vegetação morre ou para de crescer suficientemente, de modo que, o planejamento passado pode ser esquecido. Na

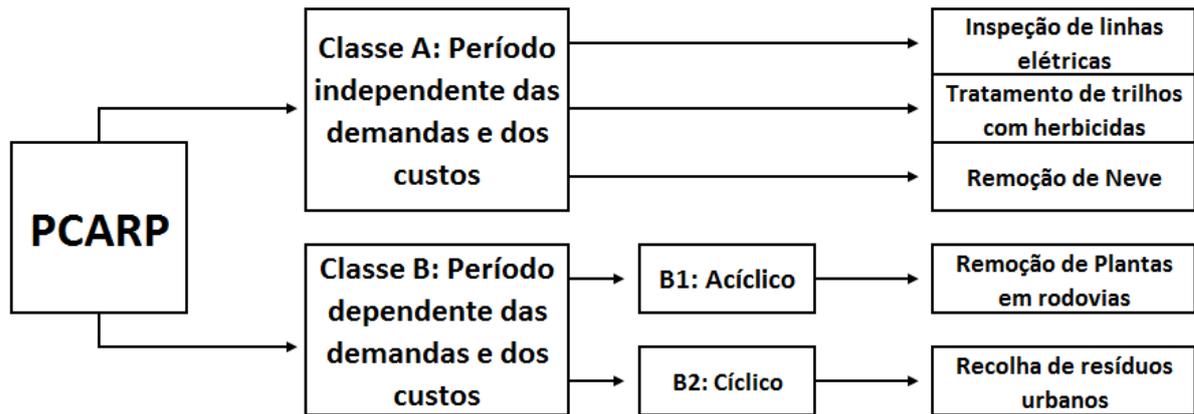


FIGURA 6 – UMA CLASSIFICAÇÃO DO PCARP  
 FONTE: (LACOMME; PRINS; RAMDANE-CHÉRIF, 2005)

classe  $B_2$ , estão os problemas considerados cíclicos, que incluem o problema de recolha de resíduo urbano, uma razão para isto é que o lixo doméstico tem uma produção relativamente constante quando acumulado rua por rua, sendo suficiente um planejamento semanal que será repetido ao longo dos meses. A frequência é constante, pois, se houvesse mudanças de uma semana para outra, poderia correr o risco das pessoas se esquecerem de colocar o lixo para ser recolhido, essa frequência de passagem depende da produção de resíduos acumulados entre esta e a última passagem.

Monroy, Amaya e Langevin (2013) sugeriram a subdivisão dos serviços, de modo a classificá-los como regulares ou irregulares ao longo do período de planejamento. A FIGURA 7 apresenta a classificação proposta.

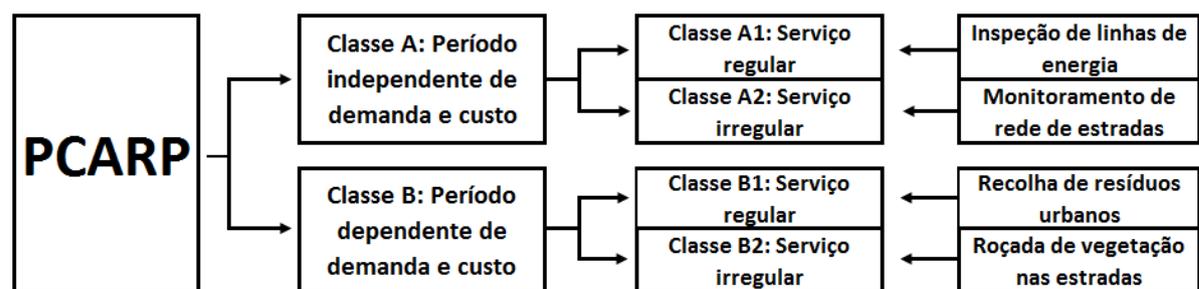


FIGURA 7 – CLASSIFICAÇÃO DE PROBLEMA DE ROTEAMENTO PERIÓDICO EM ARCOS  
 FONTE: (MONROY; AMAYA; LANGEVIN, 2013)

Lacomme, Prins e Ramdane-Chérif (2002) define a classe  $A$  como: o conjunto de problemas em que a demanda de um dado arco não resulta de produções cumulativas diárias. A demanda de cada tarefa e seu custo de serviços estão em caso idêntico para todos os atendimentos.

Lacomme, Prins e Ramdane-Chérif (2002) define a classe  $B$  como: o conjunto que reúne os problemas como a recolhimento de resíduos, nos quais cada tarefa gera uma produção a cada dia. A demanda em cada rua, em qualquer dia específico, depende da produção acumulada desde o último serviço.

Monroy, Amaya e Langevin (2013) define as sub-classes  $A_1$  e  $B_1$  como: o conjunto dos problemas nos quais seu planejamento tem que ser realizado durante um horizonte de tempo sem subdivisões. Deve ser suficiente para determinar uma única frequência de serviço para cada tarefa ao longo do horizonte de tempo. Por exemplo, a coleta de lixo, normalmente, é planejada sobre uma ou duas semanas e a produção de resíduos de cada rua é traduzido em uma frequência de serviço ao longo do horizonte de tempo (por exemplo, duas vezes por semana).

Em operações de controle de estradas, pode ser importante ter em conta as diferentes frequências para alguns arcos ao longo de todo o horizonte de tempo. As principais estradas podem exigir mais visitas durante o fim de semana porque não há muito tráfego, e menos durante a semana de trabalho. Nesse caso, uma subdivisão de todo o horizonte de tempo é considerado para incluir essa característica. Subclasse  $A_2$  e  $B_2$  estão ligadas a horizontes temporais envolvendo subperíodos. As frequências de serviço ao longo da tarefa podem variar dependendo desses subperíodos (MONROY; AMAYA; LANGEVIN, 2013).

Na literatura em geral, em um arco, se considera um serviço a ser realizado, isto é, coleta de lixo, pulverização de veneno, espalhar sal para o controle de neve, entre outros, conforme já apresentados.

### 3.3.1 Roteirização Periódica Com Serviço Irregular

A classificação de um PCARP com serviço irregular é caracterizado por Monroy, Amaya e Langevin (2013) quando há uma necessidade em subdividir o horizonte de planejamento de forma onde cada subdivisão do período esteja associada uma frequência de visitas não necessariamente com espaçamento entre os serviços realizados.

Conforme a FIGURA 8, Monroy, Amaya e Langevin (2013) utilizam um horizonte de tempo de 14 dias e 3 tipos de classes de arco de forma a explicar a característica de serviço irregular. A classe 1 é formada pelos arcos que têm necessidade de, pelo menos, uma passagem entre os dias 1 a 5, correspondendo ao subperíodo  $\omega_1$ , 6 a 7, ao subperíodo  $\omega_2$ , 8 a 12, ao subperíodo  $\omega_3$  e 13 a 14 ao subperíodo  $\omega_4$ .

	<b>Classes do Arco</b>	<b>Segunda - sexta(1)</b>	<b>Sábado - domingo(1)</b>	<b>Segunda - sexta(2)</b>	<b>Sábado - domingo(2)</b>
<b>Sub - período</b>	<b>Classe 1</b>	$\omega_1$	$\omega_2$	$\omega_3$	$\omega_4$
	<b>Classe 2</b>	$\omega_5$		$\omega_6$	
	<b>Classe 3</b>	$\omega_7 = V$			

FIGURA 8 – SUB-HORIZONTES DE TEMPOS ASSOCIADOS A CLASSES DE ARCOS  
 FONTE: (MONROY; AMAYA; LANGEVIN, 2013)

A classe 1 deve ser atendida pelo menos quatro vezes ao longo do período de planejamento sendo a classe com maior grau de exigência.

A classe 2 tem necessidade entre os dias 1 a 7 subperíodo  $\omega_5$  e 8 a 14 subperíodo  $\omega_6$ , sendo assim uma necessidade de, pelo menos, duas visitas ao longo do período de planejamento.

A classe 3 é formada pelos arcos que necessitam de, pelo menos, um atendimento entre os dias 1 a 14 subperíodo  $\omega_7$ .

Na formulação, é necessário o conhecimento prévio da hierarquia dos arcos e a frequência para cada uma das tarefas, conforme essa hierarquia, isto é, arcos com pouca circulação de veículos possuem necessidade maior de inspeção, enquanto arcos com circulação mais acentuada de veículos uma necessidade menor. O problema aqui estudado é classificado e fundamentado nesse princípio, contudo, não existe uma forma de criar as classes de arcos, considerando uma situação de monitoramento de instrumentos de auscultação para o controle preventivo de acidentes.

Por exemplo, seja uma aresta  $u$  no qual possua  $t = 3$  tarefas e cada uma dessas tarefas com necessidade de acompanhamento diferenciado, por exemplificação, considere que o horizonte de planejamento seja de 7 dias. A tarefa 1 deve ser realizada três vezes na semana, a tarefa 2 deve ser realizada duas vezes na semana e a tarefa 3, uma única vez na semana. (OBS: Para o modelo proposto cada aresta possui mais de uma tarefa, para os modelos da literatura cada aresta ou arco é uma tarefa)

Primeiramente, percebeu-se que não é possível definir no número de visitas na aresta  $(i, j)$  (combinações permitidas de dias relacionadas a aresta) para que as tarefas sejam todas realizadas dentro do horizonte de planejamento. Também não é possível formular uma subdivisão do período de planejamento de modo que essas exigências sejam satisfeitas. Assim, ao afirmar que a frequência de visitas é três vezes ao longo horizonte de sete dias para a aresta  $u$ , significa dizer que as tarefas 1, 2 e 3 serão realizadas por um mesmo leiturista (ou não) em um dia  $d_1$ , depois as tarefas 1 e 2 serão realizadas por um mesmo leiturista (ou não) em um dia  $d_2$  e por fim a tarefa 1 será realizada em um dia  $d_3$ . Satisfazendo a frequência conforme suponha no exemplo.

Suponha-se agora que exista um espaçamento mínimo entre cada uma das tarefas a serem realizadas. Então, a possibilidade de haver interseção entre as realizações das tarefas pode não seguir regularmente, isto é, pode ocorrer das três tarefas serem realizadas em um mesmo dia, e não ocorrer para os demais dias, ficando cada uma das tarefas em dias diferentes.

O serviço é regular ao longo do horizonte de planejamento, contudo as passagens obrigatórias nas arestas são irregulares ao longo do período de planejamento. As passagens são irregulares posto que a frequência de visitas ao arco não é pré-definida, isto é, não se tem conhecimento dos possíveis dias de visita para cada uma das arestas de modo geral.

Mesmo com essa característica de serviços e passagens obrigatórias, é possível a

utilização de combinação permitida, como proposto por Lacomme, Prins e Ramdane-Chérif (2002). Observe a figura 8, as combinações permitidas que satisfazem as condições propostas por Monroy, Amaya e Langevin (2013) podem ser construídas conforme segue. A classe 1 possui 80 combinações permitidas, a classe 2 possui 35 combinações permitidas e a classe 3 possui 14 combinações permitidas. Combinações permitidas retratam os possíveis dias em que cada uma das tarefas pode ser realizada; no exemplo, considera uma única necessidade em cada um subperíodo de cada classe de arco.

Será apresentado as 16 primeiras combinações permitidas conforme nossa enumeração para a classe 1, que possui 80 possíveis combinações permitidas.

(1, 6, 8, 13),	(1, 6, 9, 13),	(1, 6, 10, 13),	(1, 6, 11, 13),
(1, 6, 8, 14),	(1, 6, 9, 14),	(1, 6, 10, 14),	(1, 6, 11, 14),
(1, 7, 8, 13),	(1, 7, 9, 13),	(1, 7, 10, 13),	(1, 7, 12, 13),
(1, 7, 8, 14),	(1, 6, 9, 14),	(1, 7, 10, 14),	(1, 2, 12, 14),

nas demais combinações, basta trocar o dia 1 pelos dias 2, 3, 4 e 5. Representa-se o dia 1 como a segunda-feira da primeira semana, no subperíodo  $\omega_1$  fechando com o dia 5 que representa a sexta-feira da primeira semana. Os dias 6 e 7 representam o fim de semana (sábado e domingo) do subperíodo  $\omega_2$ . Os dias 8 à 12 são so dias da semana para o subperíodo  $\omega_3$  e por fim, os dia 13 e 14 representam o fim de semana (sábado e domingo) para subperíodo  $\omega_4$  da segunda semana.

Para a classe 2, as 7 primeiras combinações são dadas por (1, 8), (1, 9), (1, 10), (1, 11), (1, 12), (1, 13), (1, 14), nas demais combinações, basta trocar o dia 1 pelos dias 2, 3, 4 e 5.

Para a classe 3, as combinações retrata um dos dias de 1 à 14, posto que esta classe exige uma passagem ao longo do horizonte de planejamento.

Assim, embora não seja feita uma subdivisão do período, é possível caracterizar um problema com serviço irregular através de combinações permitidas para dias de visitas.

O problema aqui tratado seguirá essa estratégia de combinações permitidas, posto que não foi possível construir classes de arcos de modo que as características do problema fossem satisfeitas. O entendimento é dado da seguinte forma: a classe 1 é tratada como o instrumento 1, a classe 2 é tratada como o instrumento 2, e assim sucessivamente.

### 3.4 MODELAGENS PCARPs PROPOSTAS NA LITERATURA

Na literatura, existem três modelos matemáticos exatos com características semelhantes ao modelo proposto. Os dois primeiros são propostos por Chu, Labadi e Prins (2004), Chu, Labadi e Prins (2005) e outro proposto por Monroy, Amaya e Langevin (2013). Os dois primeiros modelos tratam de coleta de resíduos urbanos e o terceiro de inspeção de rodovias. Um quarto modelo em PCARP, com características não tão seme-

lhantes, é proposto por Batista (2014). Nesse modelo, a demanda requerida é o atendimento de um único arco para o dia escolhido e aplicado à inspeção de linhas de trem.

### 3.4.1 Primeiro Modelo PCARP

O primeiro modelo matemático foi publicado por Chu, Labadi e Prins (2004). Cada arco  $(i, j)$  tem um custo para ser percorrido de  $c_{i,j}$ , uma produção diária  $q_{i,j,p}$  para cada dia  $p$ .  $\Delta_{\min}(i, j)$  e  $\Delta_{\max}(i, j)$  são, respectivamente, o espaçamento mínimo e máximo entre dois serviços consecutivos no arco  $(i, j)$ . Um subconjunto  $R$  de  $t$  arcos, chamados tarefas, deve ser servido. Cada tarefa  $(i, j)$  tem uma frequência  $f_{i,j}$  (número de serviços requeridos em  $H$ ). O nó 1 é o depósito que contém uma frota  $V$  de veículos idênticos limitados a uma capacidade  $C^1$ .

As variáveis de decisão.

$$x_{i,j,v,p} = \begin{cases} 1 & \text{Se o arco é percorrido de } (i, j) \text{ pelo veículo } v \text{ no dia } p \\ 0 & \text{Caso contrário} \end{cases}$$

$$l_{i,j,v,p} = \begin{cases} 1 & \text{Se o arco } (i, j) \text{ é servido pelo veículo } v \text{ no dia } p \\ 0 & \text{Caso contrário} \end{cases}$$

e

$$W_{i,j,v,p}^r = \begin{cases} 1 & \text{Se a produção diária do arco } (i, j) \text{ no dia } r \text{ é coletada} \\ & \text{pelo veículo } v \text{ no dia } p \\ 0 & \text{Caso contrário} \end{cases}$$

A formulação é dada por:<sup>1</sup>

$$\min z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{v=1}^V \sum_{p=1}^P c_{i,j} x_{i,j,v,p} \quad (3.2)$$

Sujeito às seguintes restrições.

$$\sum_{j=1}^n x_{i,j,v,p} = \sum_{j=1}^n x_{j,i,v,p} \quad \begin{cases} i \in X \\ v = 1, 2, \dots, V \\ p = 1, 2, \dots, P \end{cases} \quad (3.3)$$

$$x_{i,j,v,p} + x_{j,i,v,p} > l_{i,j,v,p} \quad \begin{cases} p = 1, 2, \dots, P \\ (i, j) \in R \\ v = 1, 2, \dots, V \end{cases} \quad (3.4)$$

$$\sum_{v=1}^V l_{i,j,v,p} \leq 1 \quad \begin{cases} (i, j) \in R \\ p = 1, 2, \dots, P \end{cases} \quad (3.5)$$

$$\sum_{p=1}^P \sum_{v=1}^V l_{i,j,v,p} = f_{i,j} \quad \{ (i, j) \in R \} \quad (3.6)$$

<sup>1</sup> Ao apresentar os modelos da literatura o autor manteve as letras das variáveis originais propostas pelos autores para não descaracterizar o modelo citado

$$\sum_{p=1}^P \sum_{v=1}^V W_{i,j,v,p}^r = 1 \quad \left\{ \begin{array}{l} (i,j) \in R \\ r = 1, 2, \dots, P \end{array} \right. \quad (3.7)$$

$$W_{i,j,v,p}^r \leq l_{i,j,v,p} \quad \left\{ \begin{array}{l} (i,j) \in R \\ v = 1, 2, \dots, V \\ r, p = 1, 2, \dots, P \end{array} \right. \quad (3.8)$$

$$W_{i,j,v,p}^r \geq l_{i,j,v,p} - \sum_{v=1}^V \sum_{k=r+1}^P W_{i,j,v,k}^r - \sum_{v=1}^V \sum_{k=1}^{p-1} W_{i,j,v,k}^r \quad \left\{ \begin{array}{l} (i,j) \in R \\ p = 1, 2, \dots, P \\ r = p+1, \dots, P \\ v = 1, 2, \dots, V \end{array} \right. \quad (3.9)$$

$$W_{i,j,v,p}^r \geq l_{i,j,v,p} - \sum_{v=1}^V \sum_{k=1}^{p-1} W_{i,j,v,k}^r \quad \left\{ \begin{array}{l} (i,j) \in R \\ p = 1, 2, \dots, P \\ r = 1, \dots, P \\ v = 1, 2, \dots, V \end{array} \right. \quad (3.10)$$

$$\sum_{(i,j) \in R} \sum_{r=1}^P q_{i,j,p} W_{i,j,v,p}^r \leq C \quad \left\{ \begin{array}{l} p = 1, 2, \dots, P \\ v = 1, 2, \dots, V \end{array} \right. \quad (3.11)$$

$$\sum_{k=1}^{p+\Delta_{\min}(i,j)-1} l_{i,j,v,k} \leq 1 \quad \left\{ \begin{array}{l} (i,j) \in R \\ p = 1, \dots, P - \Delta_{\min}(i,j) + 1 \\ v = 1, 2, \dots, V \end{array} \right. \quad (3.12)$$

$$\sum_{k=1}^{p+\Delta_{\max}(i,j)-1} l_{i,j,v,k} \geq 1 \quad \left\{ \begin{array}{l} (i,j) \in R \\ p = 1, \dots, P - \Delta_{\max}(i,j) + 1 \\ v = 1, 2, \dots, V \end{array} \right. \quad (3.13)$$

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \notin S} (x_{i,j,v,p} + x_{j,i,v,p}) \geq l_{r,s,v,p} \quad \left\{ \begin{array}{l} \forall S \subseteq \{2, \dots, n\} \\ \forall (r,s) \in R : r, s \in S \\ v = 1, 2, \dots, V \\ p = 1, 2, \dots, P \end{array} \right. \quad (3.14)$$

$$x_{i,j,v,p}, x_{j,i,v,p}, l_{i,j,v,p}, W_{i,j,v,p}^r \in \{0, 1\} \quad \left\{ \begin{array}{l} (i,j) \in R \\ p = 1, 2, \dots, P \\ r = 1, 2, \dots, P \\ v = 1, 2, \dots, V \end{array} \right. \quad (3.15)$$

A função objetivo 3.2 consiste em minimizar o custo total das viagens. A restrição 3.3 garante a continuidade do fluxo dos veículos. Um serviço em um arco só pode ocorrer se esse arco for percorrido devido a restrição 3.4. A restrição 3.5 garante que cada arco pode ser servido, no máximo, uma vez por dia e por apenas um veículo. A restrição 3.6 garante que os arcos serão servidos quantas vezes forem necessárias, dado por  $f_{i,j}$  que é a frequência de cada arco  $(i, j)$ . Em 3.7, a produção de um dia é coletada em uma viagem e em apenas uma direção.

A restrição 3.8 diz que a produção diária não pode ser recolhida se não houver coleta no mesmo dia no arco. As restrições 3.9 e 3.10 garantem que não haja coleta entre os dias  $r$  e o dia  $p$  se a produção diária do dia  $r$  é coletada no dia  $p$  para os casos  $r > p$  e  $r \leq p$ , respectivamente.

A restrição 3.11 assegura que a capacidade de cada veículo não pode ser excedida em cada dia  $p$  em cada viagem  $v$ . Restrições 3.12 e 3.13 asseguram um valor mínimo e máximo de dias entre duas coletas consecutivas de um arco. E a restrição 3.14 previne a criação de subciclos. Benavent e Sanchis (2000) utilizaram uma equação similar para resolver o CARP, mostrando a sua eficiência.

A última restrição 3.15 assegura que todas as variáveis sejam binárias.

### 3.4.2 Segundo Modelo PCARP

O segundo modelo publicado por Chu, Labadi e Prins (2005) considera um conjunto com combinações de dias permitidos  $comb(i, j)$  em que os serviços podem ser executados e  $nc$  como o número total de distintas combinações de dias. Essas combinações são indexadas de 1 até  $nc$  e definidas pela matriz  $A$ ,  $0 - 1$ , de dimensão  $nc \times P$ , onde  $A_{p,k} = 1$  se a combinação  $k$  contém o dia  $p$ .

O nó 1 é o depósito que contém uma frota  $V$  de veículos idênticos limitados a uma capacidade  $W$ . A demanda  $Q_{i,j,k,p}$  deve ser atendida por qualquer combinação de dias e qualquer dia  $p$  é conhecido. Por conversão  $Q_{i,j,k,p} = 0$  se  $k \notin comb(i, j)$  ou  $A_{p,k} = 0$ .

As variáveis de decisão são.

$$x_{i,j,v,p} = \begin{cases} 1 & \text{Se o arco } (i, j) \text{ é atravessado de } i \text{ para } j \text{ pelo veículo } v \text{ no dia } p \\ 0 & \text{Caso contrário} \end{cases}$$

$$l_{i,j,v,k,p} = \begin{cases} 1 & \text{Se a tarefa } (i, j) \text{ é servida de } i \text{ para } j \text{ pelo veículo } v \text{ no dia } p \\ & \text{pela combinação } k \\ 0 & \text{Caso contrário} \end{cases}$$

e

$$Z_{i,j,k} = \begin{cases} 1 & \text{Se a tarefa } (i, j) \text{ usa a combinação } k \\ 0 & \text{Caso contrário} \end{cases}$$

A formulação é dada por:<sup>2</sup>

$$\min z = \sum_{(i,j) \in E} \sum_{v=1}^V \sum_{p=1}^P c_{i,j} (x_{i,j,v,p} + x_{j,i,v,p}) \quad (3.16)$$

Sujeito às seguintes restrições.

$$\sum_{k \in comb(i,j)} Z_{i,j,k} = 1 \quad \{ (i, j) \in R \} \quad (3.17)$$

$$\sum_{(i,j) \in E} x_{i,j,v,p} = \sum_{(j,i) \in E} x_{j,i,v,p} \quad \begin{cases} i \in X \\ v = 1, 2, \dots, V \\ p = 1, 2, \dots, P \end{cases} \quad (3.18)$$

$$x_{i,j,v,p} \geq \sum_{k \in comb(i,j)} l_{i,j,v,k,p} \quad \begin{cases} (i, j) \in R \\ v = 1, 2, \dots, V \\ p = 1, 2, \dots, P \end{cases} \quad (3.19)$$

$$x_{j,i,v,p} \geq \sum_{k \in comb(i,j)} l_{j,i,v,k,p} \quad \begin{cases} (i, j) \in R \\ v = 1, 2, \dots, V \\ p = 1, 2, \dots, P \end{cases} \quad (3.20)$$

<sup>2</sup> Ao apresentar os modelos da literatura o autor manteve as letras das variáveis originais propostas pelos autores para não descaracterizar o modelo citado

$$\sum_{v=1}^V (l_{i,j,v,k,p} + l_{j,i,v,k,p}) = A_{p,k} \cdot Z_{i,j,k} \quad \begin{cases} (i,j) \in R \\ k \in \text{comb}(i,j) \\ p = 1, 2, \dots, P \end{cases} \quad (3.21)$$

$$\sum_{(i,j) \in R} \sum_{k \in \text{comb}(i,j)} Q_{i,j,k,p} (l_{i,j,v,k,p} + l_{j,i,v,k,p}) \leq W \quad \begin{cases} v = 1, 2, \dots, V \\ p = 1, 2, \dots, P \end{cases} \quad (3.22)$$

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \notin S} x_{i,j,v,p} \geq l_{r,s,v,k,p} + l_{s,r,v,k,p} \quad \begin{cases} \forall S \subseteq \{2, \dots, n\} \\ \forall (r,s) \in E_R(S) \\ v = 1, 2, \dots, V \\ p = 1, 2, \dots, P \end{cases} \quad (3.23)$$

$$x_{i,j,v,p}, x_{j,i,v,p}, l_{i,j,v,k,p}, l_{j,i,v,k,p}, Z_{i,j,k} \in \{0, 1\} \quad \begin{cases} (i,j) \in R \\ p = 1, 2, \dots, P \\ v = 1, 2, \dots, V \end{cases} \quad (3.24)$$

A função objetivo 3.16 busca minimizar o custo total das viagens. A restrição 3.17 garante que apenas uma combinação de dias pode ser designado para cada tarefa. A restrição 3.18 impõe a continuidade do fluxo de veículos. As restrições 3.19 e 3.20 não permitem que um arco seja servido se ele não for atravessado. Se uma tarefa ocorre no dia  $p$ , significa que ela pertence à combinação selecionada para a tarefa, cada tarefa só pode ser atendida por um carro e em apenas uma direção garantida pela restrição 3.21. A restrição 3.22 garante que a capacidade de cada veículo seja respeitada para cada dia  $p$  e cada viagem  $v$ . A restrição 3.24 garante que todas as variáveis são binárias.

A restrição 3.23 busca evitar subciclos. Note que se  $l_{rsvkp} + l_{srvkp} = 1$ , então o veículo  $v$  deve atravessar pelo menos uma vez que o corte  $(S, X/S)$ , uma vez que ambos os nós finais dos arcos necessários  $(r, s)$  estão em  $S$ . Este não impede a formação de ciclos isolados constituídos apenas por arcos soltos. Uma vez que os custos não são negativos, então nunca vai ser o caso de uma solução ótima (CHU; LABADI; PRINS, 2005, p.245).

### 3.4.3 Terceiro Modelo PCARP

O terceiro modelo publicado é proposto por Monroy, Amaya e Langevin (2013) e contempla um problema em que os arcos são divididos em classes. Essas classes servem como base para determinar as necessidades de cada arco ao longo do horizonte de tempo. Sua modelagem é feita para grafos direcionados e as variáveis são constituídas pelos arcos e não pelos nós, dessa forma,  $A$  é um conjunto de arcos e  $R$  um conjunto de arcos que devem ser atendidos por rotas ao longo do horizonte de tempo. Desse modo, criou alguns conjuntos importantes para sua formulação.

- $\Omega_c$  : Conjunto de arcos da classe  $C$
- $T$  : Conjunto dos conjuntos de  $\Omega_c$
- $e_c$  : Conjunto dos subperíodos (sub horizontes) associados a arcos da classe  $C$
- $O(n)$  : Conjunto dos arcos deixando o nó  $n \in N$
- $I(n)$  : Conjunto dos arcos entrando no nó  $n \in N$
- $S$  : Subconjunto de arcos
- $N(S)$  : Conjunto dos nós incidentes nos arcos de  $S$

- $V$  : Conjunto de rotas  
 $\omega_j$  : Conjunto de rotas correspondentes ao subperíodo  $j$   
 $f_j$  : Número de serviços requeridos no subperíodo  $j$   
 $p_a$  : Peso do arco  $a$

Sua formulação consiste em definir  $k$  rotas que atendam às demandas.

As variáveis de decisão são.

$$x_a^k = \begin{cases} 1 & \text{Assume o valor 1 se o arco } a \text{ é servido pela rota } k \\ 0 & \text{Caso contrário} \end{cases}$$

e  $y_a^k$  contabiliza o número de vezes que o arco  $a$  é percorrido pela rota  $k$ .

A formulação é dada por:<sup>3</sup>

$$\max z = \sum_{k \in V} \sum_{a \in R} p_a \cdot x_a^k \quad (3.25)$$

Sujeito às seguintes restrições.

$$\sum_{k \in O(n)} (x_a^k + y_a^k) - \sum_{k \in I(n)} (x_a^k + y_a^k) = 0 \quad \begin{cases} k \in V \\ n \in N \end{cases} \quad (3.26)$$

$$\sum_{a \in R} c_a x_a^k + \sum_{a \in R} t_a y_a^k \leq Q \quad \{ k \in V \} \quad (3.27)$$

$$M \sum_{a \in I(N(S))} (x_a^k + y_a^k) \geq \sum_{a \in O(N(S))} (x_a^k + y_a^k) \quad \begin{cases} \forall S \subseteq A \\ 1 \notin N(S) \\ k \in V \end{cases} \quad (3.28)$$

$$\sum_{k \in \omega_j} x_a^k \geq f_j \quad \begin{cases} j \in e_c \\ a \in \Omega_c \\ c = 1, 2, \dots, |T| \end{cases} \quad (3.29)$$

$$x_a^k \in \{0, 1\} \quad \begin{cases} a \in R \\ k \in V \end{cases} \quad (3.30)$$

$$y_a^k \in \mathbb{Z}_+ \quad \begin{cases} a \in A \\ k \in V \end{cases} \quad (3.31)$$

A função objetivo maximiza os serviços, tendo em conta o peso da classe de arcos, aqueles com maior importância de ter peso maior. As restrições 3.26 é conservação do fluxo. Capacidade rota é assegurada pelas restrições 3.27. Note-se que a capacidade total utilizada por qualquer via é obtida adicionando o  $c_a$  e  $t_a$  dos arcos utilizados. As restrições 3.28 são as restrições de conectividade.  $M$  é um número igual ou maior do que o número máximo de vezes que um arco pode ser atravessado. Se um arco em  $S$  é atravessado ou feita a manutenção, pelo menos um arco de entrada para definir  $N(S)$  deve ser percorrido ou feito manutenção. As limitações relacionadas com o número de serviços de cada um dos períodos por classe de arcos são dadas em 3.29. Finalmente, as restrições 3.30 e 3.31 definem as variáveis.

<sup>3</sup> Ao apresentar os modelos da literatura o autor manteve as letras das variáveis originais propostas pelos autores para não descaracterizar o modelo citado

As restrições 3.28 aumentam exponencialmente de acordo com o número de arcos na rede. Dessa forma, para resolver o problema, é usada uma abordagem clássica do plano de corte que consiste na omissão das restrições de conectividade do problema original ( $P$ ), uma vez que nem todas as desigualdades de conectividade são ativas na solução ótima. Tentando resolver este novo problema por meio de um processo iterativo, a restrição conjunto de ( $P'$ ) é atualizado pela adição das restrições de violarem  $P$  na solução ótima de  $P'$ . O processo é continuado até que o ótimo encontrado para  $P'$  seja viável para ( $P$ ). Como esse problema é *NP-hard*, apenas pequenos casos de otimização podem ser resolvidos (MONROY; AMAYA; LANGEVIN, 2013, p. 695).

Para validação do modelo proposto neste trabalho, utilizar-se-á a ideia conforme descrito acima numa estrutura relativamente pequena. Sempre que for apresentada uma solução factível para o problema proposto será avaliado se a solução não viola a condição de conectividade; caso ocorra violação, uma atualização no conjunto de restrições que violam é implementada e o processo seguirá até que uma solução factível seja encontrada.

#### 3.4.4 Quarto Modelo PCARP

O quarto modelo proposto por Batista e Scarpin (2014) trata de um problema aplicado em inspeção em trilhos de trem, em que é considerada a possibilidade de punição caso o arco não seja atendido de acordo com a periodicidade, sendo um dos objetivos no modelo minimizar o número de punições.

A formulação parte de um grafo não direcionado  $G = (V, E)$  com  $m$  pontos, logo,  $V = \{n_1, n_2, \dots, n_m\}$ , e  $s$  arestas com  $E = \{e_1, e_2, \dots, e_s\}$  que devem ser percorridos por  $nk$  carros definidos pelo conjunto  $K = \{1, 2, \dots, nk\}$ . Cada arco  $e$  é formado por um par de nós e é chamado de  $x_{i,j} = (n_i, n_j)$  ou  $(i, j)$  e é associado a um custo  $c_{ij}$ .

A demanda ou periodicidade de cada arco é expressa na quantidade máxima de períodos em que o arco deve ser atendido ao menos uma vez  $MP(x_{ij})$ . Tem-se ainda o horizonte de tempo  $H$ , formado por  $np$  períodos  $H = \{1, 2, \dots, np\}$ , onde cada período é simbolizado pela letra  $p$ .

$$x_{ijkp} = \begin{cases} 1 & \text{se o carro } k \text{ se desloca do ponto } i \text{ para o ponto } j \text{ no período } p \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$p_{ijp} = \begin{cases} 1 & \text{se o arco } x_{ij} \text{ não respeita a periodicidade no período } p \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$f_{ikp} = \begin{cases} 1 & \text{se o carro } k \text{ fica parado no ponto } i \text{ no dia } p \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

O autor define as variáveis  $p_{ijp}$  e  $f_{ikp}$  para que o problema apresente viabilidade. E cada variável  $p_{ijp}$  tem associado a ela um custo  $PU_{ij}$ , que é uma punição caso a periodicidade de um arco não seja atendida. Isso permite que, na modelagem proposta, possa existir atraso no atendimento de alguns arcos.

A variável  $f_{ikp}$  permite que o carro folgue em um determinado dia, uma vez que é

possível obter uma solução com menos deslocamentos se o carro esperar para atravessar um arco. Ou, simplesmente, quando essa variável assumir valor 1 pode significar que as periodicidades podem ser atendidas em menor tempo, ou seja, o horizonte de tempo pode diminuir.

A formulação é dada por:<sup>4</sup>

$$z = \min \sum_{[i,j] \in E} \sum_{k=1}^{nk} \sum_{p=1}^{np} c_{ij} \cdot x_{ijkp} + \sum_{[i,j] \in E} \sum_{p=1}^{np} PU_{ij} \cdot p_{ijp}$$

Sujeito às seguintes restrições.

$$\sum_{[i,j] \in E} x_{ijkp} + f_{jkp} - \sum_{[i,j] \in E} x_{jik,p+1} - f_{jk,p+1} = 0 \quad \begin{cases} \forall k \in K \\ \forall j \in X \\ \forall p \in H \end{cases} \quad (3.32)$$

$$\sum_{[i,j] \in E} x_{ijkp} + \sum_{[i,j] \in E} x_{jikp} + \sum_{i=1}^n f_{ikp} = 1 \quad \begin{cases} \forall k \in K \\ \forall p \in H \end{cases} \quad (3.33)$$

$$\sum_{k=1}^{nk} \left( x_{ijkp} + x_{jikp} + x_{ijk,p+1} + x_{jik,p+1} + \dots \right) + p_{ijp} \geq 1 \quad \begin{cases} \forall p \in H \\ \forall [i,j] \in E \end{cases} \quad (3.34)$$

$$x_{ijkp}, p_{ijp}, f_{ikp} \in \{0, 1\} \quad \begin{cases} \forall [i,j] \in E \\ \forall k \in K \\ \forall p \in H \end{cases} \quad (3.35)$$

A restrição 3.32 garante o fluxo diário dos carros permitindo a folga, sendo que, como serão formados ciclos, ao fim do período  $np$ , o carro deve retornar para o mesmo local em que estava no dia 1, ou seja, o período  $np + 1$  é igual ao dia 1 e assim por diante. Isso vale para todo o horizonte de tempo e para todas as restrições.

Ainda em 3.32, tem-se que cada carro que chega em um ponto num determinado dia somado à possibilidade do veículo já estar parado nesse ponto, deve ser igual ao movimento desse mesmo carro partindo desse mesmo ponto no dia seguinte ou permanecer parado onde está.

Nos problemas reais, podem ocorrer imprevistos e outros problemas que atrasem o atendimento a alguns arcos. A possibilidade de um carro folgar na modelagem permite que, quando ocorra algum problema dessa natureza, a folga compense o tempo perdido.

A restrição 3.33 garante que todos os carros terão alguma designação para o dia  $p$ . Além disso, garante, implicitamente, que a capacidade de cada carro não seja excedida, visto que todas as variáveis são binárias. Tem-se, basicamente, que em cada dia cada veículo deve executar um movimento, podendo deslocar-se de  $i$  para  $j$ , ou de  $j$  para  $i$ , ou, simplesmente, ficar parado em um ponto  $i$ .

Já a restrição 3.34 é a mais complexa. Ela se refere à periodicidade que deve ser atendida em cada trecho. Na restrição 3.34 é possível que as variáveis  $p_{ijp}$  assumam valor 1, ou seja, um arco pode ser atrasado em um dia podendo ser punido com um custo  $PU_{ij}$ .

<sup>4</sup> Ao apresentar os modelos da literatura o autor manteve as letras das variáveis originais propostas pelos autores para não descaracterizar o modelo citado

Em 3.34, cada periodicidade dos arcos é analisada com a finalidade de verificar se a demanda nos intervalos de tempo são atendidas. Cada intervalo de  $MP(x_{ij})$  dias é avaliado de forma que, se o arco é percorrido ao menos uma vez, pelo menos uma variável  $x_{ijkp}$  assumirá valor 1. Se isso não ocorrer, obrigatoriamente, a variável  $p_{ijp}$  assume valor 1 e implicará em uma punição na função objetivo.

Finalmente, a equação 3.35 determina que todas as variáveis sejam binárias.

#### 4 MODELAGEM PROPOSTA

Seja  $G(V, E)$  um grafo, onde  $V$  é o conjunto de vértices,  $V = \{i \in \mathbb{N}; i = 1, 2, \dots, N\}$ ,  $E$  o conjunto de arestas que compõem o grafo  $E = \{e \in \mathbb{N}; e = 1, 2, \dots, M\}$ .

Os índices, parâmetros e variáveis que serão utilizados no modelo matemático são apresentados na TABELA 1.

TABELA 1 – DESCRIÇÃO DOS ÍNDICES, PARÂMETROS E VARIÁVEIS DO MODELO MATEMÁTICO

Simbologia	Descrição
Índices	$i, j, r, s$ nós;
	$d$ dia do período;
	$t$ tarefa;
	$v$ leitorista;
	$\psi$ combinação permitida;
Parâmetros	$a_{d,\psi,t}$ se o dia $d$ pertence a combinação $\psi$ em relação ao instrumento $t$ , assume valor 1. Caso contrário zero;
	$d_{i,j}$ distância entre os nós $i$ e $j$ ;
	$A_{pt}$ quantidade de aparelho de leitura do instrumento da tarefa $t$ ;
	$W_v^C$ capacidade de carregamento de aparelho pelo leitorista $v$ ;
	$P_{t,v}$ peso associado ao aparelho de leitura do instrumento da tarefa $t$ em relação ao leitorista $v$ ;
	$T$ número total de tarefas distintas;
	$\gamma_t$ tempo para leitura do instrumento do tipo da tarefa $t$ ;
	$q_{t,i,j}$ quantidade de instrumentos da tarefa $t$ instalados na aresta $(i, j)$ ;
	$V_{m,v}$ velocidade média do leitorista $v$ ;
	$ E $ número de arcos que compõem o grafo;
$W_v^T$ capacidade de tempo de trabalho do leitorista $v$ ;	
Variáveis	$x_{v,d,i,j}$ contabiliza o número de vezes que a aresta $(i, j)$ é percorrida no dia $d$ pelo leitorista $v$ ;
	$l_{i,j,v,t,d}$ se a aresta $(i, j)$ é atendida no dia $d$ pelo leitorista $v$ para realizar a tarefa $t$ assume valor 1, caso contrário zero;
	$z_{v,d,t}$ contabiliza o número de aparelhos utilizados no dia $d$ pelo leitorista $v$
	$w_{i,j,d,t}$ se a aresta $(i, j)$ é visitada no dia $d$ em relação a tarefa $t$ assume valor 1, caso contrário zero;
	$m_{i,j,\psi,t}$ se a aresta $(i, j)$ é escolhida na combinação $\psi$ em relação a tarefa $t$ assume valor 1, caso contrário zero;
	$S_{v,d}$ se o leitorista $v$ atendeu alguma tarefa no dia $d$ assume valor 1, caso contrário zero.

FONTE: O Autor (2016)

Seja  $TA$  o conjunto de tipos de tarefas,  $TA = \{t \in \mathbb{N}; t = 1, 2, \dots, T\}$ , onde  $T$  denota o número máximo de tarefas distintas. Para cada aresta  $(i, j)$  existe instalada uma

quantidade finita de instrumento do tipo da tarefa  $t$  dada por  $q_{t,i,j}$ , isto é,  $q$  – instrumento do tipo da tarefa  $t$  instalado na aresta  $(i, j)$ . Cada tipo de instrumento tem uma frequência de leitura, e será denotado por  $f_{t,i,j}$  a frequência de leitura do instrumento do tipo da tarefa  $t$  na aresta  $(i, j)$ . Se a frequência para o instrumento do tipo da tarefa  $t$  for a mesma para todas as arestas, então  $f_t$  denotará a frequência de leitura do instrumento do tipo da tarefa  $t$ .

Para cada tipo de instrumento, deve-se utilizar um tipo de aparelho de leitura, o número de aparelho disponível é variado, seja  $A_{p_t}$  a quantidade de aparelho disponível para a leitura do instrumento do tipo da tarefa  $t$ . Cada aparelho possui um peso,  $P_{t,v}$  associado ao leitorista  $v$ . Os leitoristas são limitados ao carregamento de todos os aparelhos. A capacidade de carregamento do leitorista  $v$  é dada por  $W_v^C$ . Se o leitorista  $v$  for habilitado para utilizar o aparelho do tipo da tarefa  $t$ , então  $P_{t,v} = 1$ . Para os aparelhos que o leitorista não for habilitado o peso é a soma dos pesos dos aparelhos para o qual o leitorista é habilitado mais um.

Suponha que o leitorista  $v$  seja habilitado para utilizar 4 aparelhos distintos num conjunto de 6 aparelhos distintos. Os aparelhos 1, 2, 4 e 6 são os aparelhos que o leitorista tenha habilitação, assim,  $P_{1,v} = P_{2,v} = P_{4,v} = P_{6,v} = 1$ , para os demais  $P_{3,v} = P_{5,v} = 5$ .

Para cada tarefa é considerado um tempo médio para sua execução, isto é, considera-se  $\gamma_t$  o tempo médio para a leitura do instrumento do tipo da tarefa  $t$  e  $V_{mv}$  velocidade média em metros por segundos do leitorista  $v$ . Cada leitorista tem uma jornada de trabalho  $W_v$ , isto é, a capacidade para desenvolver as tarefas.

A proposta segue um período formulado em dias de planejamento com um período de  $D$  dias, assim  $d = 1, 2, \dots, D$ .

Será representado por  $NV$  o número de leitorista disponível para coletar os dados dos instrumentos. Cada aresta possui uma distância dada por  $d_{(i,j)}$ . Para cada tipo de aparelho, existe um tipo de instrumento distinto no período de planejamento.

Denota-se por  $\Psi_t = \{\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_n\}$  as  $n$  possíveis combinações de dias para as quais sejam possíveis as coletas de dados para o instrumento do tipo da tarefa  $t$ .

Define-se a matriz tridimensional  $a_{d,\psi,t}$  da seguinte forma:

$$a_{d,\psi,t} = \begin{cases} 1 & \text{Se o dia } d \text{ pertence combinação } \psi \text{ em relação} \\ & \text{ao instrumento } t \\ 0 & \text{Caso contrário} \end{cases}$$

Considere a seguinte situação, suponha que o instrumento do tipo 1 e que frequência de leitura para este instrumento deva ocorrer a cada dois dias durante o horizonte de planejamento de 5 dias, então as coletas deverão ocorrer nos dias 1, 3, 5,  $a_{1,1,1} = 1$ ,  $a_{3,1,1} = 1$  e  $a_{5,1,1} = 1$ , para os dias pares em relação ao mesmo instrumento, são todos zero. Para outra combinação, o primeiro dia para o qual deverá ocorrer a leitura é o dia 2, portanto os demais dias deverão ocorrer em dias pares, isto é,  $a_{2,1,1} = 1$ ,  $a_{4,1,1} = 1$  e, para os dias denotados por números ímpares, serão zero. Portanto,  $\Psi_1 = \{(1, 3, 5); (2, 4)\}$ .

Feitas essas considerações, a formulação é dada a seguir. Minimizar  $z$  dado por:

$$\min z = \sum_{v=1}^{NV} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sum_{d=1}^D d_{i,j} x_{v,d,i,j} \quad (4.1)$$

Sujeito às seguintes restrições.

$$\sum_{\psi \in \Psi_t} (m_{i,j,\psi,t} + m_{j,i,\psi,t}) = 1 \quad \left\{ \begin{array}{l} e_{i,j} \in E \\ t = 1, 2, \dots, T \end{array} \right. \quad (4.2)$$

$$w_{i,j,d,t} = \sum_{\psi \in \Psi_t} m_{i,j,\psi,t} \cdot a_{d,\psi,t} \quad \left\{ \begin{array}{l} d = 1, 2, \dots, D \\ e_{i,j} \in E \\ t = 1, 2, \dots, T \end{array} \right. \quad (4.3)$$

$$\sum_{v=1}^{NV} z_{v,d,t} \leq A_{pt} \quad \left\{ \begin{array}{l} t = 1, 2, \dots, T \\ d = 1, 2, \dots, D \end{array} \right. \quad (4.4)$$

$$\sum_{t=1}^T P_{t,v} \cdot z_{v,d,t} \leq W_v^C \quad \left\{ \begin{array}{l} v = 1, 2, \dots, NV \\ d = 1, 2, \dots, D \end{array} \right. \quad (4.5)$$

$$\sum_{v=1}^{NV} l_{i,j,v,d,t} = w_{i,j,d,t} \quad \left\{ \begin{array}{l} e_{i,j} \in E \\ t = 1, 2, \dots, T \\ d = 1, 2, \dots, D \end{array} \right. \quad (4.6)$$

$$T \cdot x_{v,d,i,j} \geq \sum_{t=1}^T l_{i,j,v,d,t} \quad \left\{ \begin{array}{l} i, j = 2, 3, \dots, N \\ v = 1, 2, \dots, NV \\ d = 1, 2, \dots, D \end{array} \right. \quad (4.7)$$

$$\sum_{i=2}^N x_{v,d,1,i} \leq 1 \quad \left\{ \begin{array}{l} v = 1, 2, \dots, NV \\ d = 1, 2, \dots, D \end{array} \right. \quad (4.8)$$

$$\sum_{j=1}^N x_{v,d,j,i} = \sum_{j=1}^N x_{v,d,i,j} \quad \left\{ \begin{array}{l} v = 1, 2, \dots, NV \\ d = 1, 2, \dots, D \\ i = 1, 2, \dots, N \end{array} \right. \quad (4.9)$$

$$|E| \cdot z_{v,d,t} \geq \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N l_{i,j,v,d,t} \quad \left\{ \begin{array}{l} d = 1, 2, \dots, D \\ v = 1, 2, \dots, NV \\ t = 1, 2, \dots, T \end{array} \right. \quad (4.10)$$

$$T \cdot S_{v,d} \geq \sum_{t=1}^T z_{v,d,t} \quad \left\{ \begin{array}{l} d = 1, 2, \dots, D \\ v = 1, 2, \dots, NV \end{array} \right. \quad (4.11)$$

$$\sum_{v=1}^{NV} \sum_{i=2}^N x_{v,d,i,1} = \sum_{v=1}^{NV} S_{v,d} \quad \left\{ \begin{array}{l} d = 1, 2, \dots, D \end{array} \right. \quad (4.12)$$

$$\sum_{t=1}^T \sum_{(i,j) \in E} \gamma_{t,i,j} \cdot l_{i,j,v,d,t} + \sum_{i,j \in E} \frac{d_{i,j}}{V_{m,v}} \cdot x_{v,d,i,j} \leq W_v^T \quad \left\{ \begin{array}{l} v = 1, 2, \dots, NV \\ d = 1, 2, \dots, D \end{array} \right. \quad (4.13)$$

$$\sum_{r \in Q} \sum_{s \notin Q} x_{v,d,r,s} \geq \frac{1}{|Q|^2 - |Q|} \sum_{i,j \in Q} x_{v,d,i,j} \quad \left\{ \begin{array}{l} v = 1, 2, \dots, NV \\ d = 1, 2, \dots, D \\ \forall Q \subseteq \{2, 3, \dots, n\} \\ |Q| \geq 2 \end{array} \right. \quad (4.14)$$

$$|E| \cdot \sum_{i=2}^N x_{v,d,1,i} \geq \sum_{i=2}^N \sum_{j=2}^N x_{v,d,i,j} \quad \left\{ \begin{array}{l} d = 1, 2, \dots, D \\ v = 1, 2, \dots, NV \end{array} \right. \quad (4.15)$$

$$x_{v,d,i,j} \in \mathbb{Z}_+ \quad (4.16)$$

$$l_{i,j,v,d,t}, S_{v,d}, z_{v,d,t} \in \{0, 1\} \quad (4.17)$$

$$m_{i,j,\psi,t}, w_{i,j,m,t} \in \{0, 1\} \quad (4.18)$$

A função objetivo é dada pela equação 4.1 com objetivo de minimizar a distância total percorrida pelos leituristas ao longo do horizonte de planejamento.

As restrições 4.2 garantem que somente uma combinação será designada para a leitura do instrumento do tipo da tarefa  $t$  instalado no arco  $(i, j)$  e em um único sentido.

A restrição 4.3 assegura que, para cada arco  $(i, j)$ , as leituras ocorram no dia do qual foi designado, baseada na combinação escolhida.

A restrição 4.4 garante que a quantidade de aparelhos do tipo da tarefa  $t$  utilizados por todos os leituristas em um dia  $d$  de leitura seja inferior as quantidades disponíveis.

A restrição 4.5 garante que a capacidade do leiturista não seja extrapolada em relação aos aparelhos que carrega para coleta de dados em um dia de leitura.

A restrição 4.6 garante que o leiturista irá percorrer o arco  $(i, j)$  para a coleta de dados do instrumento do tipo da tarefa  $t$ , se o arco estiver alocado para aquele dia, satisfazendo a condição da combinação permitida para dia.

A restrição 4.7 assegura que o arco  $(i, j)$  será percorrido pelo leiturista  $v$  no dia  $d$  se ele tem algum aparelho e o arco tenha sido designado para aquele dia.

A restrição 4.8 garante que o leiturista seja utilizado uma única vez durante o dia e, caso tenha outros aparelhos, que inicia a leitura a partir de um mesmo arco.

A restrição 4.9 garante a continuidade do fluxo.

A restrição 4.10 contabiliza se o aparelho do tipo da tarefa  $t$  será carregado pelo leiturista  $v$  no dia  $d$ .

A restrição 4.11 contabiliza o número de leituristas que está sendo utilizado no dia  $d$ .

A restrição 4.12 garante que todos os leituristas retornem ao escritório.

A restrição 4.13 garante que o tempo para realização das leituras não ultrapasse a jornada de trabalho de cada leiturista.

A restrição 4.15 assegura que se leiturista  $v$  no dia  $d$  percorreu algum arco então ele deverá ter saído do escritório no dia  $d$ .

A restrição 4.16 garante que as variáveis são inteiras.

As restrições 4.17-4.18 asseguram que as variáveis são binárias.

A restrição 4.14 impede a formação de subciclos isolados do escritório.

Para construir o conjunto de restrição 4.14, considere o conjunto  $Q = \{3, 7\}$  de acordo com a FIGURA 9. Assim,

$$x_{(3,2)} + x_{(3,4)} + x_{(3,9)} + x_{(7,6)} + x_{(7,8)} + x_{(7,9)} \geq \frac{1}{2^2 - 2} (x_{(3,7)} + x_{(7,3)}) = \frac{1}{2} (x_{(3,7)} + x_{(7,3)})$$

Isto significa que, se o arco  $x(3, 7)$  for designado para leitura, então recebe o valor 1. Portanto, o lado esquerdo da desigualdade deverá assumir valor maior ou igual a 1, isto é, o leiturista deverá sair do nó 7.

Para o caso da restrição 4.14 que evita subciclos, considere o caso conforme a FIGURA 10 onde se apresenta um ciclo dado por  $b - c - d - f - d - e - c - b$  no qual

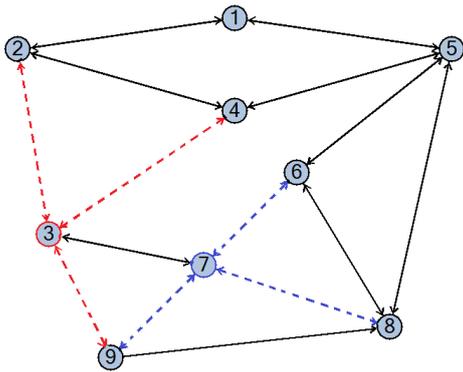


FIGURA 9 – RESTRIÇÃO 4.14 PARA  $Q$  COM DOIS NÓS

FONTE: O Autor (2016)

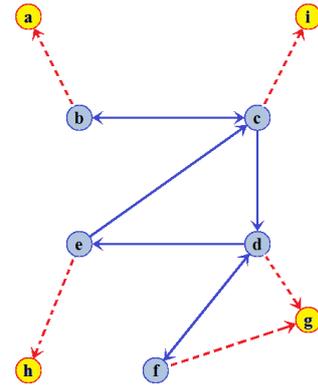


FIGURA 10 – RESTRIÇÃO 4.14 PARA  $Q$  COM CINCO NÓS

FONTE: O Autor (2016)

$Q = \{b, c, d, e, f\}$  então a restrição força que algum dos arcos  $(b, a)$ ,  $(c, i)$ ,  $(e, h)$ ,  $(d, f)$  ou  $(d, g)$  assumam valor 1, isto é, um novo arco deverá ser incluído na rota.

#### 4.1 CARACTERÍSTICAS DO MODELO PROPOSTO

A função objetivo 4.1 tem a finalidade de minimizar a distância total percorrida. Na formulação de Chu, Labadi e Prins (2005), a função objetivo é formada pelo custo relacionado à distância total de viagens gastas no atendimento aos arcos ao longo do período. A formulação de Monroy, Amaya e Langevin (2013) também é formada pelo custo total das viagens, que busca maximizar o atendimento com importância aos arcos de maior peso.

As modificações efetuadas na formulação mostrada em relação à original de Chu, Labadi e Prins (2005) e Monroy, Amaya e Langevin (2013) estão de acordo com as características que se julga representar a aplicação do problema. Uma aresta, ao ser servida por Chu, Labadi e Prins (2005), é percorrida, podendo uma aresta ser percorrida e não servida, o mesmo ocorre no modelo de Monroy, Amaya e Langevin (2013). No modelo proposto, a formulação tem a condição explícita na restrição 4.7. Note que ser atendida pode estar relacionado a mais de uma tarefa e isto não significa que foi percorrida mais vezes, ou seja, ao percorrer a aresta podem-se executar as tarefas simultaneamente.

A restrição 4.6 é responsável por definir qual aresta será servida, vinculada com a restrição 4.3 que atribui qual das combinações permitidas será utilizada para a tarefa a ser executada, dessa forma, foi criada a variável  $w_{i,j,d,t}$ . Chu, Labadi e Prins (2005) determinam a aresta a ser servida sem essa variável a mais, conforme a restrição 3.21. A variável  $w_{i,j,d,t}$  tem a informação de qual aresta será servida em relação ao instrumento sem necessidade de saber qual o leitorista que executará a tarefa.

A capacidade do veículo, como proposto por Chu, Labadi e Prins (2005), é a capacidade de recolha do resíduos urbano. No modelo proposto considera-se o tempo de serviço, isso inclui as arestas atendidas e as que são somente percorridas, assim, o tempo

está vinculado à execução da tarefa e também em percorrer a aresta dada pela restrição 4.13. Outra característica de capacidade está vinculada na restrição 4.5 em que cada leiturista é limitado a uma quantidade específica de carregamento de aparelhos.

Para o modelo proposto por Monroy, Amaya e Langevin (2013), a capacidade é dada por um custo em percorrer e atender o arco dado por  $c_a$  e um custo só por atravessar o arco  $t_a$ . O modelo proposto traz uma restrição com característica semelhante dada pela restrição 4.13, note que, se o arco for percorrido e não atendido, não será contabilizado o tempo de coletas dos dados dos instrumentos.

A restrição 4.14 que evita subciclos isolados é semelhante a restrição encontrada em 3.28, onde  $M$  pode ser considerado a constante dada por  $|Q|^2 - |Q|$ . Na proposta, uma adaptação das restrições dadas por 3.14, 3.23 e 3.28 foram feitas e implementadas.

Os modelos propostos na literatura não contemplam a existência de mais de uma tarefa a ser executada na mesma aresta. Chu, Labadi e Prins (2004), Chu, Labadi e Prins (2005) tratam da coleta de resíduos urbanos; Monroy, Amaya e Langevin (2013) consideram o problema de inspeção em rodovias para despechar sal durante o inverno rigoroso, Batista (2014) modela um problema para inspeção de trilhos de trem. O modelo proposto considera várias tarefas a serem executadas na mesma aresta.

Portanto, a contribuição apresentada no modelo proposto é dada pelas seguintes diferenças diante dos modelos já propostos na literatura.

- i) Número de serviços (tarefas) a serem realizados em cada aresta é maior que um.
- ii) Periodicidade para cada um dos serviços (tarefas) são distintas.
- iii) A frota é heterogênea, contudo não é uma característica explícita da frota, mas explícita na modelagem pela restrição 4.4 que determina o tipo de instrumento que o leiturista estará utilizando para atender à demanda requerida de cada aresta.

## 4.2 CARACTERIZAÇÃO DO PROBLEMA PCARP PROPOSTO

A diferença entre problema de roteirização em arcos e problema de roteirização periódica em arcos reside no tamanho do período de planejamento, sendo de uma unidade de tempo para o período de roteirização simples e mais de uma unidade de tempo para roteirização periódica. Lacomme, Prins e Ramdane-Chérif (2005) afirmam que o CARP básico deve ser considerado como um problema de um único período e não pode contemplar toda a complexidade de um PCARP.

O problema de roteirização periódico em arcos capacitados é NP-hard, posto que é uma generalização do CARP de um único período, que é um problema NP-hard (CHU; LABADI; PRINS, 2004).

Conforme definido por Lacomme, Prins e Ramdane-Chérif (2005) e/ou Monroy, Amaya e Langevin (2013), no caso de roteirização periódica, os arcos com demanda podem ter frequências de visitas maiores que um, as frequências podem ser regulares ou irregulares.

Para efetuar as visitas nos arcos, tanto o problema simples quanto o periódico utiliza uma frota, a qual pode ser pré-determinada ou não, ser homogênea ou não. Cada veículo é caracterizado com uma capacidade veicular conhecida que pode ser a quantidade de demanda a ser entregue ou recolhida, por exemplo, Lacomme, Prins e Ramdane-Chérif (2005) estudam a recolha de resíduos urbanos, Batista (2014), a distância máxima percorrida de um arco por dia. Além disso, as visitas devem respeitar as restrições operacionais. Neste trabalho, a frota considerada é heterogênea, pois, para se fazer a leitura de um instrumento, o leitorista deve estar de posse de um determinado aparelho, logo cada leitorista terá aparelhos distintos e a capacidade está vinculada ao tempo máximo disponível para executar as leituras.

No problema periódico, como estudado na literatura, cada arco é visitado por um único veículo. Neste estudo, para satisfazer as condições de periodicidade no atendimento de uma aresta, a visita poderá ser realizada por mais de um leitorista no mesmo dia de atendimento uma vez que a visita na aresta não está condicionada à execução de uma única tarefa específica.

O problema está ligado à leitura de instrumentos de medição e possui em cada arco, uma quantidade significativa de instrumentos, tipos distintos e periodicidade distinta. Desta forma, a demanda em uma única aresta poderá exigir mais de um leitorista em um dia em que, possivelmente, possa ocorrer a leitura de vários instrumentos distintos, posto que um único leitorista não esteja de posse de todos os aparelhos para coletar as leituras na aresta.

## 5 IMPLEMENTAÇÃO E RESULTADOS

Nesta seção é validado o modelo proposto. Foram realizados testes computacionais usando o software ILOG CPLEX 12.4.

### 5.1 GERAÇÃO DOS EXEMPLOS

Os valores de referência disponíveis para esse problema constituem de quatro grupos de problemas aleatórios chamados de *GRP1*, *GRP2*, *GRP3* e *GRP4*. Todos os exemplos podem ser encontradas <sup>1</sup>.

Os exemplos foram gerados aleatoriamente utilizando procedimentos similar ao de Monroy, Amaya e Langevin (2013). Para definir o número de arcos, consideraram-se três conjuntos diferentes: ( $\{5 - 20\}$ ,  $\{20 - 80\}$  e  $\{80 - 200\}$ ). Para o primeiro conjunto, dois números aleatórios foram gerados, definindo assim o número de arcos de dois grafos diferentes; para o segundo conjunto foi 3 números aleatórios para definir o número de arcos de 3 grafos distintos; e para o terceiro conjunto gerou-se 2 grafos da mesma forma anteriormente citada. Denota-se por  $n_a$  o número de arcos obtido por um número randômico inteiro dentro de cada conjunto. Para cada caso o número de nós foi obtido entre os números

$$\left\{ \lceil r_n \rceil, \left\lceil \frac{n_a}{2} \right\rceil \right\}$$

onde  $r_n$  é a raiz positiva da equação

$$n^2 - n - n_a = 0, \text{ isto é, } r_n = \frac{1 + \sqrt{1 + 4.n_a}}{2}.$$

A formação dos arcos entre dois nós  $i$  e  $j$  deu-se da seguinte forma: Para todo  $i < j$  era sorteado um número randômico entre 0 e 1; se o número sorteado fosse menor que 0,51 a aresta  $(i, j)$  é descartada, caso contrário se determinava a aresta; este procedimento se repete até que o número  $n_a$  de arcos fosse determinado.

O número máximo de tarefas distintas foi definido por 6, o número mínimo de tarefas foi definido como 2, de modo a satisfazer a condição de múltiplas tarefas. Para todos os grafos foram atribuídos tarefas entre o valor mínimo e o valor máximo.

O número de instrumentos para cada uma das tarefas foi gerado com a mesma distribuição do número de tarefas citados. Sendo que, para o primeiro, segundo e sexto grafo, ordenados pela determinação já mencionada, o número de instrumentos para cada arco foi gerado entre  $\{2 - 10\}$ , para terceiro entre  $\{5 - 15\}$ , para o quarto e quinto grafo entre  $\{2 - 7\}$  e para o sétimo  $\{2 - 13\}$ .

Para todos os exemplos, o horizonte de tempo foi definido em 5 dias (segunda-feira à sexta-feira). Os dias em que obrigatoriamente devem ocorrer as leituras dos instrumentos

<sup>1</sup> <[www.engprod.ufpr.br/GTAO/InstanciasPCARP/InstanciasPCARP.rar](http://www.engprod.ufpr.br/GTAO/InstanciasPCARP/InstanciasPCARP.rar)>

respeitando a periodicidade de cada leitura foram definidos como combinações permitidas pré-determinadas empiricamente. O horizonte de tempo inicia-se na segunda-feira, denotado por 1 e assim sucessivamente até sexta-feira, denotado por 5.

O QUADRO 1 apresenta as combinações permitidas para um conjunto de 6 tarefas distintas a serem monitoradas. O horizonte de planejamento é de 5 dias. A coluna Tarefas indica o número de tarefas distintas a ser monitorada nas simulações realizadas. A coluna Combinações Permitidas apresenta os possíveis dias de leitura para cada uma das tarefas. A coluna Total mostra o número total de combinações permitidas para as tarefas. Conforme segue:

Tarefas	Combinações Permitidas	Total
1	(1, 3), (2, 4)	4
2	(1, 4), (2, 5)	
1	(1), (2), (3), (4), (5)	9
2	(1, 3), (2, 4)	
3	(1, 4), (2, 5)	
1	(1), (2), (3), (4), (5)	10
2	(1, 3), (2, 4)	
3	(1, 4), (2,5)	
4	(1, 5)	
1	(1), (2), (3), (4), (5)	12
2	(1, 3), (2, 4), (3, 5)	
3	(1, 4), (2,5)	
4	(1, 5)	
5	(1, 3, 5)	
1	(1), (2), (3), (4), (5)	16
2	(1, 3), (2, 4), (3, 5)	
3	(1, 4), (2,5)	
4	(1, 5)	
5	(1, 3, 5)	
6	(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5)	

QUADRO 1 – COMBINAÇÃO PERMITIDA NO HORIZONTE DE 5 DIAS  
 FONTE: O Autor (2016)

A distância de cada aresta foi gerada aleatoriamente considerando o número de arcos. Se  $n_a \in \{5 - 29\}$  para cada aresta foi gerado um número aleatório  $\alpha$  no intervalo  $[0, 70; 1]$  e a distância definida por  $d = \lceil \alpha \cdot n_a \rceil + 2$ . Se  $n_a \in \{30 - 39\}$  para cada aresta foi gerado um número aleatório  $\alpha$  no intervalo  $[0, 40; 1]$  e a distância definida por  $d = \lceil \alpha \cdot n_a \rceil + 4$ . Se  $n_a \in \{40 - 50\}$  para cada aresta foi gerado um número aleatório  $\alpha$  no intervalo  $[0, 40; 1]$  e defina a distância  $d = \lceil \frac{\alpha \cdot n_a}{2} \rceil$ . Se  $n_a \in \{51 - 80\}$  para cada aresta foi gerado um número aleatório  $\alpha$  no intervalo  $[0, 15; 0, 8]$  e a distância definida por  $d = \lceil \frac{\alpha \cdot n_a}{2} \rceil$ . Se  $n_a \in \{81 - 120\}$  para cada aresta foi gerado um número aleatório  $\alpha$  no intervalo  $[0, 10; 0, 40]$  e a distância definida por  $d = \lceil \frac{\alpha \cdot n_a}{2} \rceil$ . Se  $n_a \in \{121 - 220\}$  para cada aresta foi gerado um número aleatório  $\alpha$  no intervalo  $[0, 05; 0, 25]$  e a distância definida por

$$d = \left\lceil \frac{\alpha \cdot n_a}{2} \right\rceil.$$

As condições para definir as distâncias busca garantir a factibilidade em relação a capacidade do leitorista em relação ao tempo de trabalho disponível que não ultrapassa 7 horas por dia de trabalho. Todas as gerações aleatórias referentes às distâncias seguem uma distribuição uniforme contínua entre os limites citados.

A velocidade média de caminhada foi definida em 2,5 *m/s*. Estudos mostram que a média possa ser menor, entretanto considerou-se um valor médio dado entre os valores da média inferior e a média superior descrito em Sammarco (1980), o qual afirma que o andar normal de uma pessoa é deslocar-se com uma velocidade entre de 5,63 *km/h* (1,56 *m/s*) e 201,0 *m/min* (3,35 *m/s*).

O tempo médio para coletar os dados para cada tipo distinto dos instrumentos foi definido por um dos seguintes valores: 35, 45, 30, 50, 40, 30 em segundos. Os valores foram definidos através de observações do problema motivador e serão utilizados aleatoriamente a cada leitura.

## 5.2 RESULTADOS COMPUTACIONAIS

A configuração dos computadores utilizados para os testes foram: computador Intel(R) Core(TM) i5-650 CPU 3.20 GHz, memória de 4.00 GB e sistema operacional Windows 64 bits. Computador Intel (R) Xeon(R) CPU E5-2650 2.00GHz Memória de 32 GB, sistema operacional Windows 64 bits.

Nas TABELAS 2-5 a ordem nas colunas apresentadas indicam: nome do arquivo, número de nós (Nº Nós), número de arcos (Nº Arco), número de tarefas (Nº tar.), número de leitoristas (Nº Lei.), número de combinações permitidas (Nº Comb.), capacidade do leitorista em relação a jornada de trabalho (Temp. Trab.), número máximo de tarefas que possam ser executadas por um mesmo leitorista (Cap. Car.). Para a coluna com a indicação do software, está subdividida três colunas, coluna de porcentagem entre o limitante inferior e o valor obtido pela função objetivo durante o tempo de processamento (GAP %), valor obtido pela função objetivo durante o tempo de processamento (F. O.) e o tempo de processamento em segundos dado por (T. S).

Todos os resultados com \* representam os valores alcançados pela função objetivo durante o tempo de processamento e com \*\* o valor da função objetivo caso ocorra esgotamento da memória computacional. O tempo de processamento máximo para os grupos *GRP1* e *GRP2* foram definidos em 172.800 segundos (MIP TIME 172.800). O GAP é calculado da seguinte forma:

$$GAP = 100 \cdot \frac{FO - LI}{FO} \quad (5.1)$$

onde na equação 5.1 é definido por *FO* o valor para a função objetivo durante o tempo de processamento e *LI* o limitante inferior calculado pelo CPLEX.

Se durante o tempo de processamento máximo o teste de otimalidade não for verificado o CPLEX apresenta o GAP entre o valor da função objetivo e o limitante inferior, caso o teste de otimalidade seja verificado o GAP apresentado significa a porcentagem da diferença entre o valor ótimo e o limitante inferior considerado em um problema contínuo.

A TABELA 2 apresenta os resultados para o grupo de problemas *GRP1*, nota-se que a complexidade computacional para estes problemas não se restringem a dimensão do número de arcos, os problemas *Prb8*, *Prb9*, *Prb14*, *Prb16* e *Prb17* utilizaram tempo computacional superior aos demais problemas para atingir o valor ótimo mesmo com número de arcos iguais para cada um dos problemas. Justifica-se pelo número de tarefas e/ou número de combinações permitidas nos problemas. O número de leituras igual à 2 pode também justificar o tempo de processamento até que seja verificado o teste de otimalidade.

TABELA 2 – RESULTADOS COMPUTACIONAIS PARA O PRIMEIRO GRUPO DE PROBLEMAS

GRP1	Nº Nós	Nº Arco	Nº tar.	Nº Lei.	Nº Com.	Tem. Trab.	Cap. Car.	ILOG CPLEX (i5)		
								GAP (%)	F. O.	T. S.
Prb1	6	16	2	1	4	3600	2	0.00	351	0.01
Prb2	6	16	3	1	9	3600	2	2.42	351	1.25
Prb3	6	16	3	1	9	3600	3	2.56	351	0.91
Prb4	6	16	4	1	10	3600	2	0.64	468	0.44
Prb5	6	16	5	1	12	3600	3	4.13	585	0.45
Prb6	6	16	5	2	12	3600	2	3.10	585	68.97
Prb7	6	16	6	1	16	3600	3	4.75	585	0.55
Prb8	6	16	6	2	16	3600	2	0.16	702	8619.42
Prb9	6	16	6	2	16	3600	3	0.35	578	3475.36
Prb10	6	18	2	1	4	3600	2	6.02	399	0.23
Prb11	6	18	3	1	9	3600	2	6.52	399	1.14
Prb12	6	18	4	1	10	3600	2	3.72	532	0.50
Prb13	6	18	5	1	12	7200	3	4.51	532	0.34
Prb14	6	18	5	2	12	3600	2	0.45	665	1523.32
Prb15	6	18	6	1	16	7200	3	4.51	532	0.97
Prb16	6	18	6	2	16	3600	2	0.24	798	92937.95
Prb17	6	18	6	2	16	3600	3	0.26	676	5008.19

A TABELA 3 apresenta os resultados para o grupo de problemas *GRP2*. Nos problemas apresentados, embora no número de arcos sejam poucos, observa-se que o problema possui grande complexidade computacional. Os problemas *Prb24*, *Prb31* e *Prb32* exigiram tempo computacional superior em relação aos demais problemas em que o CPLEX verificou o teste de otimalidade. Para os problemas *Prb26*, *Prb27* e *Prb33* – *Prb38* não foram verificados o teste de otimalidade durante o tempo de processamento máximo ou ocorreu esgotamento da memória computacional.

Diante dos resultados apresentados na TABELA 3 em que os problemas passaram a exigir mais de processador e memória computacional, os resultados computacionais para o grupo *GRP3* e *GRP4* foram realizados em um computador com processador Xeon com

a configuração descrita no início da seção. Para estes resultados não foram considerados tempo máximo de processamento. De acordo com a disponibilidade do computador cedido pelo CEASB/ITAIPU (Centro de Estudos Avançados em Segurança de Barragens / ITAIPU) buscou-se obter um conjunto de problemas de referência. Para estes problemas o teste de otimalidade não foi verificado para nenhum dos problemas durante o tempo de processamento.

TABELA 3 – RESULTADOS COMPUTACIONAIS PARA O SEGUNDO GRUPO DE PROBLEMAS

GRP2	Nº Nós	Nº Arco	Nº tar.	Nº Lei.	Nº Com.	Tem. Trab.	Cap. Car.	ILOG CPLEX (i5)		
								GAP (%)	F. O.	T. S.
Prb18	9	30	2	1	4	7200	2	2.54	1101	8.30
Prb19	9	30	2	1	4	10800	2	1.48	1101	17.05
Prb20	9	30	3	1	9	7200	2	0.56	1101	41.64
Prb21	9	30	3	1	9	10800	3	0.98	1101	26.97
Prb22	9	30	4	1	10	10800	2	0.65	1508	28.74
Prb23	9	30	5	1	12	14400	3	0.42	1885	59.30
Prb24	9	30	5	2	12	10800	2	0.05	1925	53189.23
Prb25	9	30	6	1	16	14400	3	1.10	1885	26.61
Prb26	9	30	6	2	16	10800	2	20.63	2268**2	34209.79
Prb27	9	30	6	2	16	10800	3	3.82	1668*3	172800.00
Prb28	11	40	2	1	4	10800	2	0.52	705	19.52
Prb29	11	40	3	1	9	10800	2	0.61	705	33.11
Prb30	11	40	3	1	9	10800	3	0.30	705	52.97
Prb31	11	40	4	2	10	25200	2	0.10	964	122757.00
Prb32	11	40	4	2	10	25200	3	0.10	964	40795.65
Prb33	11	40	5	3	10	25200	2	26.61	1295*	172800.00
Prb34	11	40	5	3	12	25200	3	11.70	1036*	172800.00
Prb35	11	40	5	4	12	25200	2	31.32	1335*	172800.00
Prb36	12	52	2	3	4	25200	2	3.05	885**	143144.00
Prb37	12	52	2	3	4	25200	3	2.98	885**	153464.33
Prb38	12	52	3	4	9	25200	2	8.04	885*	172800.00

<sup>2</sup> Memória do computador esgotou. <sup>3</sup> Tempo máximo de processamento atingido.

Os resultados computacionais para o grupo *GRP3* estão apresentados na TABELA 4. Observe os problemas *Prb41* e *Prb42* em que possuem o mesmo número de tarefas e leituristas, sendo que diferenciam-se no número de tarefas que podem ser realizadas pelos leituristas ao passarem pelo arco. O tempo de processamento para o problema *Prb41* é maior do que o dobro do tempo de processamento do problema *Prb42*, contudo o GAP para o problema *Prb41* é maior do que o triplo do GAP para o problema *Prb42*. Assim, pode se inferir que quanto mais tarefas puderem ser realizadas por um leiturista a complexidade computacional tende a ser menor. Os demais resultados também mostram esta condição, quanto mais tarefas puderem ser realizadas por um leiturista o GAP tende a ser melhor com tempo de processamento menor. A complexidade computacional também está relacionada ao número de leituristas, observe o tempo de processamento para os problemas *Prb49* e *Prb50* para o qual se utiliza 4 e 5 leituristas, respectivamente.

TABELA 4 – RESULTADOS COMPUTACIONAIS PARA SEGUNDA PARTE DO TERCEIRO GRUPO DE PROBLEMAS

GRP3	Nº Nós	Nº Arco	Nº tar.	Nº Lei.	Nº Com.	Temp. Trab.	Cap. Car.	ILOG CPLEX (Xeon)		
								GAP (%)	F. O.	T. S.
Prb39	11	40	5	4	12	25200	3	13.90	1036*	3293.09
Prb40	11	40	6	3	16	25200	3	10.94	1036*	4601.70
Prb41	11	40	6	4	16	25200	2	43.76	1631*	148361.16
Prb42	11	40	6	4	16	25200	3	13.39	1036*	63333.13
Prb43	12	52	3	4	9	25200	3	19.41	974*	16945.80
Prb44	12	52	4	4	10	25200	3	13.54	1315*	1325.74
Prb45	12	52	4	4	10	25200	2	11.43	1262*	7323.78
Prb46	12	52	5	4	12	25200	2	31.22	1659*	66428.36
Prb47	12	52	5	4	12	25200	3	13.41	1312*	399.05
Prb48	12	52	6	4	16	25200	3	15.60	1346*	65118.50
Prb49	12	52	6	4	16	25200	2	49.89	2311*	73516.03
Prb50	12	52	6	5	16	25200	2	50.15	2324*	91351.00

Para o grupo de problemas *GRP4* os resultados computacionais estão apresentados na TABELA 5.

TABELA 5 – RESULTADOS COMPUTACIONAIS PARA O QUARTO GRUPO DE PROBLEMAS

GRP4	Nº Nós	Nº Arco	Nº tar.	Nº Lei.	Nº Com.	Tempo Trab.	Cap. Car.	ILOG CPLEX (Xeon)		
								GAP (%)	F. O.	T. S.
Prb51	16	106	2	4	4	25200	2	23.53	2252*	8604.05
Prb52	16	106	2	3	4	25200	2	25.79	2321*	2066.19
Prb53	16	106	3	4	9	25200	2	14.66	2197*	254824.22
Prb54	16	106	3	4	9	25200	2	37.93	2793*	2303.11
Prb55	16	106	3	4	9	25200	3	16.17	2337*	75428.68
Prb56	16	106	4	4	10	25200	2	13.82	3162*	72922.16
Prb57	16	106	5	4	12	25200	3	9.91	3059*	66022.49
Prb58	16	106	6	4	16	25200	3	13.31	3179*	72308.51
Prb59	16	106	6	5	16	25200	2	51.16	5716*	194824.83
Prb60	20	180	2	4	4	25200	2	10.63	3941*	255280.55
Prb61	20	180	2	5	4	25200	2	17.41	4109*	170876.27
Prb62	20	180	3	4	9	25200	2	23.19	4404*	144607.97
Prb63	20	180	3	4	9	25200	3	19.58	4555*	237322.37
Prb64	20	180	4	4	10	25200	3	15.28	5841*	236609.52
Prb65	20	180	4	4	10	25200	2	11.51	5601*	254403.15
Prb66	20	180	4	5	12	25200	2	28.67	6864*	262669.01
Prb67	20	180	5	5	12	25200	2	36.19	7932*	181415.89
Prb68	20	180	5	4	16	22800	3	11.24	5687*	262309.41
Prb69	20	180	6	5	16	22800	3	29.40	7150*	263715.74

Os resultados obtidos mostram que um problema de grande porte pode ter variações na obtenção de bons GAPs e tempo de processamento relacionado com o número de arcos, número de tarefas, número de combinações permitidas, número de leituras.

Na TABELA 6 estão os tempos computacionais do momento em que o CPLEX

encontrou a solução apresentada nas TABELAS 2 e 3 para os problemas dos casos *GRP1* e *GRP2* para os quais o tempo computacional foi maior que 1000 segundos. Os resultados mostram que para muitos casos a melhor solução foi encontrada em pouco tempo. Ainda, tais resultados servem de referência para eventuais comparações com procedimentos heurísticos e/ou metaheurísticos.

TABELA 6 – TEMPO COMPUTACIONAL DA MELHOR SOLUÇÃO DOS PROBLEMAS *GRP1* e *GRP2*

Tempo para a melhor solução dos casos GRP1 e GRP2 com tempo maior que 1000 segundos								
Problema	Prb8	Prb9	Prb14	Prb16	Prb17	Prb24	Prb26	Prb27
Tempo	16.00	198.00	15.00	35.60	645.00	715.00	26362.40	1975.43
Problema	Prb31	Prb32	Prb33	Prb34	Prb35	Prb36	Prb37	Prb38
Tempo	11263.42	456.30	98725.60	11036.25	12720.35	120260.40	108427.60	104427.60

### 5.3 COMPARAÇÃO COM MODELO DA LITERATURA

Nesta seção é realizado uma adaptação no modelo matemático proposto por Chu, Labadi e Prins (2004) apresentado na seção 3.4.2 na página 57. No modelo da literatura a capacidade do veículo é saturada conforme o arco é atendido, verificada pela restrição 3.22. Para comparação do modelo é necessário uma adaptação na restrição 3.22 como segue:

$$\sum_{k=1}^{NC} \sum_{(i,j) \in E} Q_{(i,j)} \cdot l_{i,j,v,\psi,d} + \sum_{(i,j) \in E} \frac{d_{(i,j)}}{V_{m,v}} \cdot x_{v,d,i,j} \leq W_v^T \quad \begin{cases} v = 1, 2, \dots, V \\ d = 1, 2, \dots, D \end{cases} \quad (5.2)$$

Onde  $Q_{(i,j)}$  representa a demanda existente no arco referente a única tarefa a ser realizada no arco,  $d_{(i,j)}$  é a distância entre os nós  $i$  e  $j$ ,  $V_{m,v}$  a velocidade média do leitorista e  $W_v^T$  a capacidade de cada leitorista para realização da tarefa no dia designado. Desta forma, a demanda de cada arco é constante, pois se trata da leitura de instrumento de auscultação a qual não muda de um dia para outro, ainda  $NC$  é o número de combinações permitidas para a realização da tarefa, essas combinações são iguais para todos os arcos.

Nas restrições 3.17, 3.19 e 3.20 a adaptação ocorre no conjunto da variação das combinações permitidas, isto é,  $\psi \in \{1, 2, \dots, NC\}$ , o que implica que todos os arcos possuem as mesmas combinações permitidas. A restrição 3.22 foi implementada igualmente a restrição 4.14 e a variável  $x_{v,d,j,i}$  passa a ser uma variável inteira.

As adaptações realizadas buscam colocar o modelo nas mesmas condições do modelo proposto para múltiplas tarefas. Para adaptar ao modelo com uma única tarefa à demanda será o tempo para realizar cada uma das tarefas multiplicada pelo número de instrumento instalado no arco.

Para apresentar as diferenças entre os dois modelos, foram realizados simulações em duas situações para as quais os leitoristas devem coletar os dados dos instrumentos

de auscultação. Os testes computacionais foram realizados no computador com o processador Xeon e o tempo de processamento foi determinado conforme a disponibilidade do computador.

Nas FIGURAS 11 e 12 o nó 1 representa o escritório, os valores nos parênteses entre dois dos vértices distintos denotam o comprimento do arco e o número de instrumento instalado, respectivamente, para o caso de mais de uma tarefa, considera-se que o número de tarefas será o mesmo, independente da tarefa. O horizonte de planejamento para cada uma das tarefas será de 5 dias, que compreende de segunda-feira à sexta-feira e enumerado nesta ordem. O tempo que o leitorista gasta para realizar cada uma das tarefas será dado por 35, 40, 45, 50 segundos para cada tarefa, respectivamente. A velocidade média de caminhada para cada leitorista é de 1,35 m/s e o tempo de disponibilidade para executar a tarefa e retornar ao escritório é 25200 segundos.

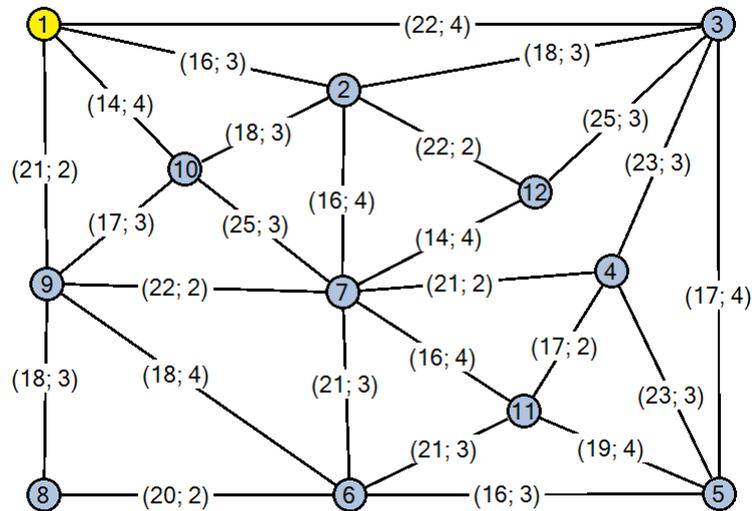


FIGURA 11 – COMPARAÇÃO 1  
FONTE: O Autor (2016)

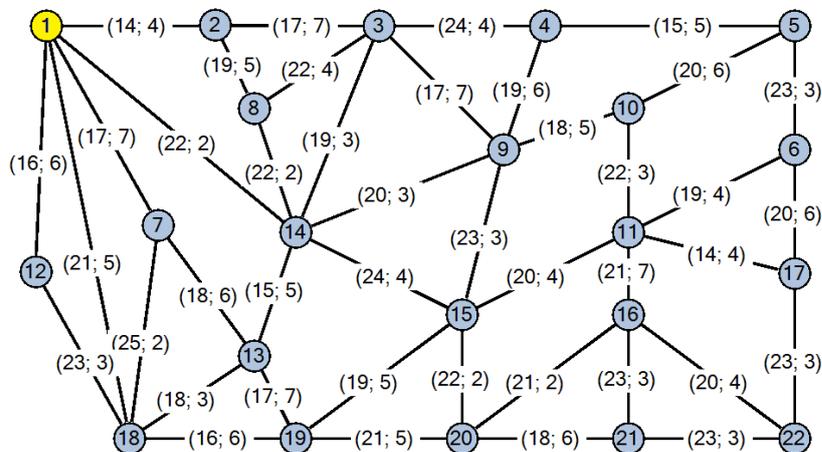


FIGURA 12 – COMPARAÇÃO 2  
FONTE: O Autor (2016)

Para leitura do piezômetro, consideram-se duas leituras dentro do horizonte de planejamento com espaçamento de um dia entre uma leitura e outra. Para o sismógrafo, consideram-se três leituras dentro do horizonte de planejamento, sendo que cada leitura deve ocorrer no dia imediatamente posterior à leitura anterior. As possíveis combinações permitidas para a realização de cada uma das tarefas é apresentada no QUADRO 2.

<b>Tipo de Tarefa</b>	<b>Número de Leituras</b>	<b>Combinação <math>\Psi_t</math></b>	<b>Dias de Visitas</b>
1 (piezômetros)	2	1	(1, 3)
		2	(2, 4)
		3	(3, 5)
2 (sismógrafos)	3	1	(1, 2, 3)
		2	(2, 3, 4)
		3	(3, 4, 5)
3 (pêndulos)	2	1	(1, 2)
		2	(2, 3)
		3	(3, 4)
		3	(4, 5)
4 (tensômetros)	2	1	(1, 4)
		2	(2, 5)

QUADRO 2 – COMBINAÇÃO PERMITIDA PARA COMPARAÇÃO DE MODELOS

FONTE: O Autor (2016)

Nas TABELAS 7-10, a primeira coluna “Nome” indica o nome dado ao problema proposto, a segunda coluna indica o número de nós no grafo, a terceira coluna o número de arcos, na quarta coluna qual(is) a(s) tarefa(s) foi(ram) atendida(s), a sexta coluna o número de combinações permitidas que está sendo utilizado diante das possibilidades para executar a(s) tarefa(s), a sétima coluna apresenta a jornada de trabalho máximo que o leitorista tem disponível (capacidade), a oitava coluna “Cap. Carr.” é apresentado a quantidade máxima de aparelhos que o leitorista pode carregar, isto é, o número máximo de tarefas que lhe é permitido executar em cada aresta. Nas demais colunas, GAP representa a porcentagem entre a solução obtida e o limitante inferior calculado pelo software ILOG CPLEX, “F. O.” é o resultado obtido pela função objetivo durante o tempo de processamento e “T. S.” indica o tempo em segundos de processamento.

Nas TABELAS 7-8 é apresentado uma comparação entre o modelo proposto e o modelo encontrado na literatura, para as comparações foram simulados a possibilidade de um leitorista realiza uma única tarefa.

A TABELA 7 apresenta os resultados para o modelo proposto e o modelo adaptado da literatura. Tais resultados são similares em relação ao valor da função objetivo durante o tempo de processamento. Embora, o modelo da literatura utiliza-se de combinações permitidas em relação ao arco, onde cada arco possui suas exigências, foi facilmente adaptável para realizar combinações permitidas seguindo as exigências das possíveis tarefas a serem realizadas.

TABELA 7 – COMPARAÇÃO 1: ENTRE MODELO PROPOSTO E MODELO DA LITERATURA

Nome	Nº Nós	Nº Arc.	tar.	Nº Leit.	Nº Comb.	Tem. Trab.	Cap. Carr.	Modelo Proposto			Modelo Feng Chu		
								GAP %	F. O.	T. S.	GAP %	F. O.	T. S.
Comp 1	12	52	1	2	3	25200	1	4,55	1100*	1213,05	13,17	1184*	1076,62
Comp 2	12	52	2	2	3	25200	1	5,52	1650*	1008,47	8,32	1682*	1101,37
Comp 3	12	52	3	2	4	25200	1	6,55	1100*	1265,95	7,82	1100*	1737,27
Comp 4	12	52	4	2	2	25200	1	4,55	1100*	1074,55	6,55	1100*	1168,98

Na TABELA 8 os resultados alcançados pelos dois modelos são similares, as pequenas variações nos valores da função objetivo pode se justificar em relação ao tempo de processamento. Nas duas simulações, TABELAS 7-8 só é permitido ao leitorista realizar uma tarefa.

TABELA 8 – COMPARAÇÃO 2: ENTRE MODELO PROPOSTO E MODELO DA LITERATURA

Nome	Nº Nós	Nº Arc.	tar.	Nº Leit.	Nº Comb.	Tem. Trab.	Cap. Carr.	Modelo Proposto			Modelo Feng Chu		
								GAP %	F. O.	T. S.	GAP %	F. O.	T. S.
Comp5	22	84	1	3	3	25200	1	32,12	2438*	1710,10	21,73	2100*	1755,18
Comp6	22	84	2	3	3	25200	1	15,99	3038*	1853,40	27,11	3408*	1824,70
Comp7	22	84	3	3	4	25200	1	32,15	2423*	1892,71	28,39	2296*	1868,91
Comp8	22	84	4	3	2	25200	1	15,55	1964*	1686,64	21,86	2140*	1668,70

A diferença entre o modelo proposto e o modelo adaptado da literatura se justifica pelos resultados apresentados nas TABELAS 9-10.

Na TABELA 9 são apresentado os resultados do modelo proposto nas seguintes situações, no problema *Grp1* um leitorista pode executar as tarefas 1 e 2. Na situação *Grp2* das 3 tarefas possíveis o leitorista pode executar quaisquer duas tarefas distintas. Na situação *Grp3* das 3 tarefas possíveis o leitorista pode executar as 3 tarefas. Na situação *Grp4* das 4 tarefas o leitorista pode executar quaisquer duas tarefas distintas e na situação *Grp5* das 4 tarefas o leitorista pode executar quaisquer 3 tarefas distintas.

TABELA 9 – COMPARAÇÃO 1 COM O MODELO PROPOSTO

Nome	Nº Nós	Nº Arc.	tar.	Nº Leit.	Nº Comb.	Tem. Trab.	Cap. Carr.	Modelo Proposto		
								GAP %	F. O.	T. S.
Grp1	12	52	1-2	3	6	25200	2	7,06	1650*	37021,27
Grp2	12	52	1-3	3	10	25200	2	41,98	2296*	208606,97
Grp3	12	52	1-3	3	10	25200	3	34,95	1805*	210772,38
Grp4	12	52	1-4	3	12	25200	2	44,79	3244*	79180,80
Grp5	12	52	1-4	3	12	25200	3	14,96	2156*	83000,50

A realização das duas tarefas (1 e 2) de acordo com a situação *Grp1*, o resultado obtido é igual ao obtido na situação *Comp2* da qual só é possível realizar a tarefa 2. Contudo, considerando as combinações permitidas para as tarefas 1 e 2 é possível obter resultados melhores se as tarefas forem realizadas pelo mesmo leitorista, no mesmo dia em que percorrer o arco para realizar as tarefas.

A TABELA 10 apresenta os resultados para a situação do grafo do problema 2, neste caso os resultados também são melhores quando o atendimento de mais de uma das

tarefas forem realizadas pelo mesmo leiturista e no mesmo dia que que atender ao arco. Contudo, é importante salientar que a complexidade computacional aumenta.

TABELA 10 – COMPARAÇÃO 2 COM O MODELO PROPOSTO

Nome	Nº Nós	Nº Arc.	tar.	Nº Leit.	Nº Comb.	Tem. Trab.	Cap. Carr.	Modelo Proposto		
								GAP %	F. O.	T. S.
Grp6	22	84	1-2	4	6	25200	2	24,88	3296*	21988,56
Grp7	22	84	1-3	4	10	25200	2	45,09	4499*	22253,01
Grp8	22	84	1-3	4	10	25200	3	41,04	3343*	128581,11
Grp9	22	84	1-4	4	12	25200	3	46,21	5225*	130916,35

A FIGURA 13 apresenta as rotas a serem seguidas para cada um dos leituristas em cada dia para a situação *Grp1*, o(s) número(s) acima da seta indica(m) a(s) tarefa(s) que o leiturista irá realizar, por exemplo, para o leiturista 1 – (*L1*) e dia 1 – (*D1*) ao percorrer o arco  $1 \rightarrow 3$ , deverá atender as tarefas 1 e 2. No caso de não haver indicação de tarefa, significa que o leiturista somente percorreu o arco. A combinação permitida para a tarefa 2 foi a combinação 1 dada por (1, 2, 3) e para a tarefa 1 a combinação escolhida também foi a combinação 1 dada por (1, 3).

L1-D1	$1 \xrightarrow{1,2} 3 \xrightarrow{2} 2 \xrightarrow{1} 3 \xrightarrow{1,2} 4 \xrightarrow{1,2} 5 \xrightarrow{1,2} 3 \xrightarrow{1,2} 12 \xrightarrow{1} 7 \xrightarrow{1,2} 9 \xrightarrow{1,2} 6 \xrightarrow{1,2} 11 \xrightarrow{1,2} 7 \xrightarrow{1,2} 10 \xrightarrow{1,2} 1$
L1-D2	$1 \xrightarrow{2} 3 \xrightarrow{2} 2 \xrightarrow{2} 7 \xrightarrow{2} 9 \xrightarrow{2} 6 \xrightarrow{2} 11 \xrightarrow{2} 5 \xrightarrow{2} 3 \xrightarrow{2} 12 \xrightarrow{2} 2 \xrightarrow{2} 1$
L2-D1	$1 \xrightarrow{1,2} 9 \xrightarrow{1,2} 8 \xrightarrow{1,2} 6 \xrightarrow{1,2} 7 \xrightarrow{1,2} 4 \xrightarrow{1,2} 11 \xrightarrow{1,2} 5 \xrightarrow{1,2} 6 \xrightarrow{1,2} 9 \xrightarrow{1,2} 10 \xrightarrow{1,2} 2 \xrightarrow{1,2} 7 \xrightarrow{1,2} 12 \xrightarrow{1,2} 2 \xrightarrow{1,2} 1$
L2-D2	$1 \xrightarrow{2} 9 \xrightarrow{2} 8 \xrightarrow{2} 6 \xrightarrow{2} 7 \xrightarrow{2} 12 \xrightarrow{2} 7 \xrightarrow{2} 4 \xrightarrow{2} 11 \xrightarrow{2} 7 \xrightarrow{2} 10 \xrightarrow{2} 2 \xrightarrow{2} 3 \xrightarrow{2} 4 \xrightarrow{2} 5 \xrightarrow{2} 6 \xrightarrow{2} 9 \xrightarrow{2} 10 \xrightarrow{2} 1$
L2-D3	$1 \xrightarrow{1,2} 9 \xrightarrow{1,2} 6 \xrightarrow{1,2} 11 \xrightarrow{1,2} 7 \xrightarrow{1,2} 12 \xrightarrow{1,2} 2 \xrightarrow{1,2} 3 \xrightarrow{1,2} 4 \xrightarrow{1,2} 11 \xrightarrow{1,2} 5 \xrightarrow{1,2} 6 \xrightarrow{1,2} 7 \xrightarrow{1,2} 9 \xrightarrow{1,2} 8 \xrightarrow{1,2} 6 \xrightarrow{1,2} 9 \xrightarrow{1,2} 10 \xrightarrow{1,2} 1$
L3-D3	$1 \xrightarrow{1,2} 3 \xrightarrow{2} 2 \xrightarrow{1,2} 7 \xrightarrow{1,2} 4 \xrightarrow{1,2} 5 \xrightarrow{1,2} 3 \xrightarrow{1,2} 12 \xrightarrow{1} 7 \xrightarrow{1,2} 10 \xrightarrow{1,2} 2 \xrightarrow{1,2} 1$

FIGURA 13 – ROTA PARA O PROBLEMA *GRP1*

FONTE: O Autor (2016)

A FIGURA 14 apresenta as rotas a serem seguidas para cada um dos leituristas em cada dia para a situação *Grp5*. Nesta situação cada leiturista pode atender no máximo três das quatro tarefas possíveis no arco.

L1-D1	$1 \xrightarrow{2} 9 \xrightarrow{4} 7 \xrightarrow{1,4} 4 \xrightarrow{1,4} 11 \xrightarrow{1,4} 5 \xrightarrow{1,4} 4 \xrightarrow{1,4} 3 \xrightarrow{1,2,4} 12 \xrightarrow{1,2} 2 \xrightarrow{1,4} 10 \xrightarrow{1,4} 9 \xrightarrow{1,2} 6 \xrightarrow{4} 9 \xrightarrow{1,2,4} 8 \xrightarrow{1,4} 6 \xrightarrow{2} 7 \xrightarrow{1,4} 11 \xrightarrow{4} 6 \xrightarrow{1,2,4} 5 \xrightarrow{1,4} 3 \xrightarrow{1,2} 1$
L1-D5	$1 \xrightarrow{1,4} 9 \xrightarrow{1,2} 7 \xrightarrow{2} 4 \xrightarrow{2} 11 \xrightarrow{2} 5 \xrightarrow{2} 3 \xrightarrow{2} 2 \xrightarrow{1,2} 7 \xrightarrow{1,4} 10 \xrightarrow{1,2,4} 1$
L2-D2	$1 \xrightarrow{3,4} 2 \xrightarrow{2} 10 \xrightarrow{2} 9 \xrightarrow{2} 8 \xrightarrow{2} 6 \xrightarrow{2,3} 5 \xrightarrow{2,3} 4 \xrightarrow{2,3} 3 \xrightarrow{2} 12 \xrightarrow{2,3} 2 \xrightarrow{4} 3 \xrightarrow{2,3,4} 1$
L2-D3	$1 \xrightarrow{1,2,3} 9 \xrightarrow{1,2,3} 7 \xrightarrow{1,2,3} 12 \xrightarrow{1,2,3} 7 \xrightarrow{1,2,3} 11 \xrightarrow{1,2,3} 5 \xrightarrow{1,2,3} 3 \xrightarrow{2,3} 2 \xrightarrow{1} 3 \xrightarrow{1,2,3} 12 \xrightarrow{1,2,3} 2 \xrightarrow{1,2,3} 10 \xrightarrow{1,2,3} 1$
L2-D4	$1 \xrightarrow{2} 2 \xrightarrow{2,3} 7 \xrightarrow{2,3,4} 4 \xrightarrow{2,3,4} 11 \xrightarrow{2,3,4} 6 \xrightarrow{3,4} 9 \xrightarrow{3,4} 8 \xrightarrow{2,3,4} 6 \xrightarrow{4} 5 \xrightarrow{2,4} 4 \xrightarrow{2,4} 3 \xrightarrow{3,4} 12 \xrightarrow{2} 7 \xrightarrow{2} 10 \xrightarrow{2,3,4} 9 \xrightarrow{2,3,4} 7 \xrightarrow{2,3,4} 11 \xrightarrow{2,3,4} 5 \xrightarrow{2,3,4} 3 \xrightarrow{2,3} 2 \xrightarrow{2,3,4} 10 \xrightarrow{2,3} 1$
L3-D2	$1 \xrightarrow{2,3,4} 9 \xrightarrow{2} 6 \xrightarrow{2,3,4} 7 \xrightarrow{11} 7 \xrightarrow{4} 2 \xrightarrow{4} 12 \xrightarrow{3,4} 7 \xrightarrow{2,3,4} 10 \xrightarrow{4} 1$
L3-D3	$1 \xrightarrow{1,2,3} 2 \xrightarrow{1,2,3} 7 \xrightarrow{1,2,3} 4 \xrightarrow{1,2,3} 11 \xrightarrow{1,2,3} 6 \xrightarrow{3} 9 \xrightarrow{1,2,3} 8 \xrightarrow{1,2,3} 6 \xrightarrow{1,2,3} 7 \xrightarrow{1,2,3} 10 \xrightarrow{1,2,3} 9 \xrightarrow{1,2} 6 \xrightarrow{1,2,3} 5 \xrightarrow{1,2,3} 4 \xrightarrow{1,2,3} 3 \xrightarrow{1,2,3} 1$
L3-D5	$1 \xrightarrow{1,2,4} 2 \xrightarrow{4} 12 \xrightarrow{1,2,4} 7 \xrightarrow{2} 11 \xrightarrow{1,2} 6 \xrightarrow{1,4} 7 \xrightarrow{2} 1,4 \xrightarrow{4} 3 \xrightarrow{1} 1$

FIGURA 14 – ROTA PARA O PROBLEMA *GRP5*

FONTE: O Autor (2016)

A soma para a realização das quatro tarefas para o modelo proposto para única tarefa é 4950 ( $Comp1 + Comp2 + Comp3 + Comp4$ ), para o modelo da literatura 5066

( $Comp1 + Comp2 + Comp3 + Comp4$ ), contudo se for possível aos leituristas atenderem mais de uma tarefa quando percorrer o arco o custo é reduzido, na situação do problema  $Grp5$  valor da função objetivo é 2156, um decréscimo de mais de 43% em relação aos casos anteriores.

#### 5.4 APLICAÇÃO NO TRECHO A - USINA DE ITAIPU

A FIGURA 15 mostra o trecho A da Usina Hidrelétrica de ITAIPU que compreende a região do vertedouro. Os instrumentos instalados nesse trecho foram catalogados através da maquete digital de ITAIPU.

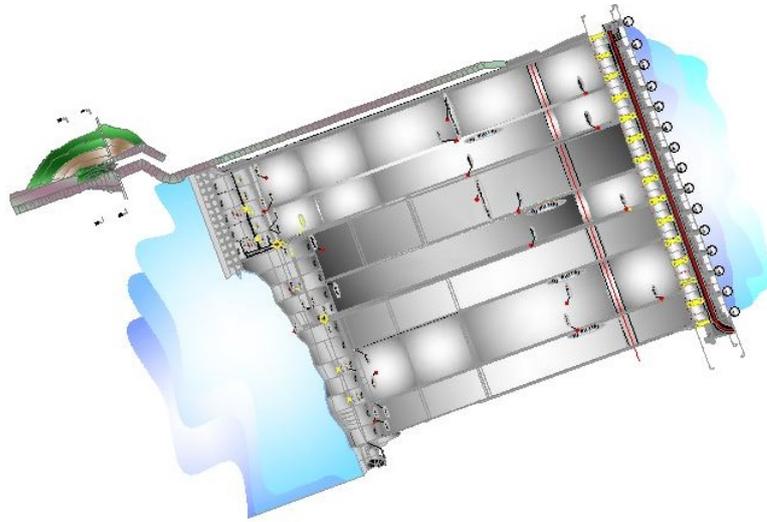


FIGURA 15 – PLANTA VERTEDOIRO  
FONTE: (ITAIPU, 2009)

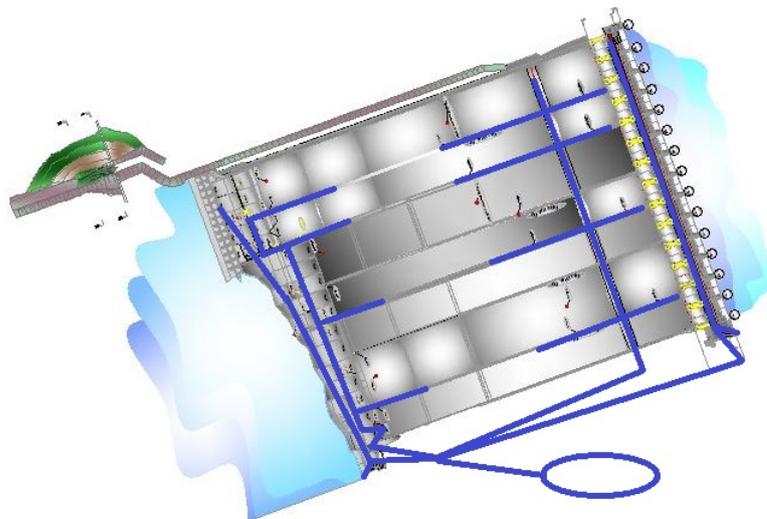


FIGURA 16 – MAQUETE PARA O GRAFO DO VERTEDOIRO  
FONTE: (ITAIPU, 2009) - Modificado pelo Autor (2016)

Visitas técnicas foram realizadas para entender melhor a maquete digital e a realidade do trabalho dos leituristas. Após as visitas técnicas no trecho A e estudo da maquete digital foi determinado as possíveis galerias onde os instrumentos estão instalados e galerias de passagens, a FIGURA 16 mostra como a estrutura do grafo ficou sobre a maquete digital.

A FIGURA 17 apresenta o grafo formado para o trecho A.

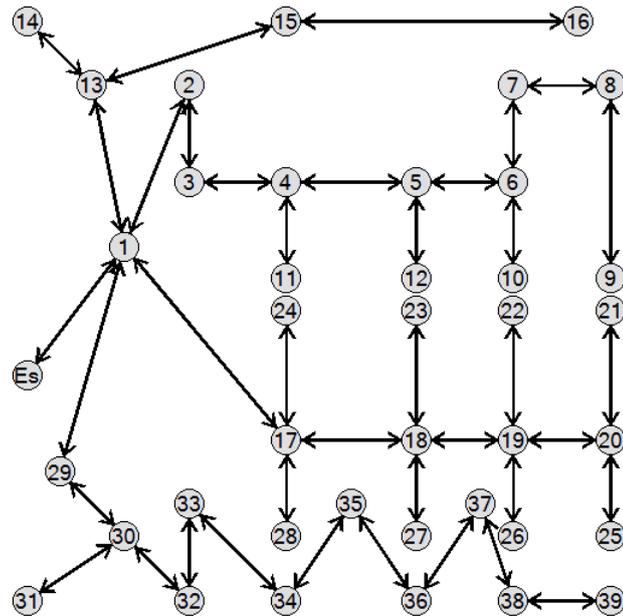


FIGURA 17 – GRAFO VERTEDOURO  
FONTE: O Autor (2016)

Os instrumentos instalados nas calhas do vertedouro estão apresentados no QUADRO 3, sua localização e a aresta em que estão instalados conforme o grafo dado na FIGURA 17.

QUADRO 3 – INSTRUMENTOS DA CALHA DO VERTEDOURO

Instrumentos da Calha do Vertedouro				
Instrumento	Localização	Periodicidade	Nome do Instrumento	Aresta
JS-A	Logo na entrada	1L/30d	Base de Alongamento	(13; 14)
Jl-A-905	Corresponde as calhas à esquerda. (Brasil)	1L/30d	Medidor Elétrico de Junta	(13; 15)
Jl-A-906		1L/30d	Medidor Elétrico de Junta	
Jl-A-907		1L/30d	Medidor Elétrico de Junta	
Jl-A-908		1L/30d	Medidor Elétrico de Junta	
Jl-A-901	Corresponde a calha à direita. (Paraguai)	1L/30d	Medidor Elétrico de Junta	(15; 16)
Jl-A-902		1L/30d	Medidor Elétrico de Junta	
Jl-A-903		1L/30d	Medidor Elétrico de Junta	
Jl-A-904		1L/30d	Medidor Elétrico de Junta	

Os instrumentos instalados na rampa do vertedouro à jusante, isto é, rio abaixo, estão apresentados no QUADRO 4, sua localização e a aresta em que estão instalados conforme o grafo dado na FIGURA 17, correspondendo entre os nós 2 – 12.

QUADRO 4 – INSTRUMENTOS NA RAMPA DO VERTEDOIRO À JUSANTE

Instrumentos na Rampa do Vertedouro à Jusante				
Instrumento	Localização	Periodicidade	Nome do Instrumento	Aresta
JS-A-37	Logo após es- cada	1L/30d	Base de Alongamento	(3; 4)
JS-A-38		1L/30d	Base de Alongamento	
JS-A-904	Subindo à mon- tante	1L/30d	Base de Alongamento	(4; 11)
PG-A-19		1L/7d	Piezômetro Geonor	
JS-A-903	Subindo à mon- tante	1L/30d	Base de Alongamento	(5; 12)
JS-A-33	Depois da 2ª ga- leria subindo à montante	1L/30d	Base de Alongamento	(5; 6)
JS-A-34		1L/30d	Base de Alongamento	
JS-A-35		1L/30d	Base de Alongamento	
JS-A-36		1L/30d	Base de Alongamento	
JS-A-902	Subindo à mon- tante	1L/30d	Base de Alongamento	(6; 10)
PG-A-20		1L/7d	Piezômetro Geonor	
JS-A-905	Após a 3ª galeria subindo a mon- tante	1L/30d	Base de Alongamento	(6; 7)
JS-A-906		1L/30d	Base de Alongamento	
JS-A-31		1L/30d	Base de Alongamento	
JS-A-32		1L/30d	Base de Alongamento	
JS-A-29	Esquina com à 4ª galeria	1L/30d	Base de Alongamento	(7; 8)
JS-A-30		1L/30d	Base de Alongamento	
JS-A-901	subindo à mon- tante 4ª galeria	1L/30d	Base de Alongamento	(8; 9)
PG-A-21		1L/7d	Piezômetro Geonor	

A galeria de drenagem é uma aresta única com 350 metros de comprimento constituído de 15 blocos, e para cada bloco existem instrumentos distintos ou números diferenciados de instrumentos, para não caracterizar que o leitorista percorreu toda galeria, as arestas foram determinadas considerando a maquete digital e a leitura dos instrumentos por par de blocos, assim o leitorista irá percorrer toda a galeria se os instrumentos a terem os dados coletados estiverem nos blocos  $A - 1$  ou  $A - 2$ .

Os instrumentos instalados na galeria de drenagem, estão apresentados na TABELA 11, sua localização e a aresta em que estão instalados conforme o grafo dado na FIGURA 17, correspondendo entre os nós 30 – 39.

TABELA 11 – INSTRUMENTOS NA GALERIA DE DRENAGEM

Instrumentos na Galeria de Drenagem				
Instrumento	Localização	Periodicidade	Nome do Instrumento	Aresta
JS-D-1	Entrada do Bloco A-15	1L/30d	Base de Alongamento	(30; 31)
JS-D-2		1L/30d	Base de Alongamento	
PS-A-38		1L/7d	Piezômetro Stand Pipe	
PS-A-41		1L/7d	Piezômetro Stand Pipe	
PS-A-42		1L/7d	Piezômetro Stand Pipe	

Continua na próxima página

**TABELA 11 – Continuação da página anterior**

Instrumentos na Galeria de Drenagem				
Instrumento	Localização	Periodicidade	Nome do Instrumento	Aresta
PS-A-45	Entrada do Bloco A-15	1L/7d	Piezômetro Stand Pipe	(30; 31)
PS-A-46		1L/7d	Piezômetro Stand Pipe	
EM-A-6		1L/30d	Extensômetro Múltiplo	
MV-A-4		1L/15d	Medidor de Vazão	
TS-A-2		1L/15d	Tensômetro Superficial	
TS-A-5		1L/15d	Tensômetro Superficial	
TN-A-2	Bloco A-15	1L/15d	Tensômetro de Concreto	(30; 32)
TI-A-6		1L/7d	Temometro Interno	
TI-A-7		1L/7d	Temometro Interno	
TI-A-8		1L/7d	Temometro Interno	
PS-A-39		1L/7d	Piezômetro Stand Pipe	
PS-A-40		1L/7d	Piezômetro Stand Pipe	
PS-A-43		1L/7d	Piezômetro Stand Pipe	
PS-A-44		1L/7d	Piezômetro Stand Pipe	
PG-A-11		1L/7d	Piezômetro Geonor	
PD-A-15		1L/30d	Pêndulo Direto	
EM-A-7		1L/30d	Extensômetro Múltiplo	
EM-A-8		1L/30d	Extensômetro Múltiplo	
JS-A-27		1L/30d	Base de Alongamento	
JS-A-28		1L/30d	Base de Alongamento	
RD-A-4		1L/30d	Roseta de Deformimetro	
RD-A-5		1L/30d	Roseta de Deformimetro	
RD-A-6	1L/30d	Roseta de Deformimetro		
JS-A-23	Blocos A-13 e A-14	1L/30d	Base de Alongamento	(32; 33)
JS-A-24		1L/30d	Base de Alongamento	
JS-A-25		1L/30d	Base de Alongamento	
JS-A-26		1L/30d	Base de Alongamento	
PS-A-33		1L/7d	Piezômetro Stand Pipe	
PS-A-34		1L/7d	Piezômetro Stand Pipe	
PS-A-35		1L/7d	Piezômetro Stand Pipe	
PS-A-36		1L/7d	Piezômetro Stand Pipe	
PS-A-37		1L/7d	Piezômetro Stand Pipe	
PG-A-10		1L/7d	Piezômetro Geonor	
JS-A-19	Blocos A-11 e A-12	1L/30d	Base de Alongamento	(33; 34)
JS-A-20		1L/30d	Base de Alongamento	

Continua na próxima página

TABELA 11 – Continuação da página anterior

Instrumentos na Galeria de Drenagem				
Instrumento	Localização	Periodicidade	Nome do Instrumento	Aresta
JS-A-21	Blocos A-11 e A-12	1L/30d	Base de Alongamento	(33; 34)
JS-A-22		1L/30d	Base de Alongamento	
PS-A-28		1L/7d	Piezômetro Stand Pipe	
PS-A-29		1L/7d	Piezômetro Stand Pipe	
PS-A-30		1L/7d	Piezômetro Stand Pipe	
PS-A-31		1L/7d	Piezômetro Stand Pipe	
PS-A-32		1L/7d	Piezômetro Stand Pipe	
PG-A-9		1L/7d	Piezômetro Geonor	
JS-A-15	Blocos A-9 e A-10	1L/30d	Base de Alongamento	(34; 35)
JS-A-16		1L/30d	Base de Alongamento	
JS-A-17		1L/30d	Base de Alongamento	
JS-A-18		1L/30d	Base de Alongamento	
PS-A-23		1L/7d	Piezômetro Stand Pipe	
PS-A-24		1L/7d	Piezômetro Stand Pipe	
PS-A-25		1L/7d	Piezômetro Stand Pipe	
PS-A-26		1L/7d	Piezômetro Stand Pipe	
PS-A-27	1L/7d	Piezômetro Stand Pipe		
MV-A-2	Blocos A-7 e A-8	1L/15d	Medidor de Vazão	(35; 36)
EM-A-3		1L/30d	Extensômetro Múltiplo	
EM-A-4		1L/30d	Extensômetro Múltiplo	
EM-A-5		1L/30d	Extensômetro Múltiplo	
PS-A-14		1L/7d	Piezômetro Stand Pipe	
PS-A-15		1L/7d	Piezômetro Stand Pipe	
PS-A-16		1L/7d	Piezômetro Stand Pipe	
PS-A-17		1L/7d	Piezômetro Stand Pipe	
PS-A-18		1L/7d	Piezômetro Stand Pipe	
PS-A-19		1L/7d	Piezômetro Stand Pipe	
PS-A-20		1L/7d	Piezômetro Stand Pipe	
PS-A-21		1L/7d	Piezômetro Stand Pipe	
PS-A-22		1L/7d	Piezômetro Stand Pipe	
PD-A-7		1L/30d	Pêndulo Direto	
PG-A-8		1L/7d	Piezômetro Geonor	
TI-A-1		1L/7d	Temometro Interno	
TI-A-2	1L/7d	Temometro Interno		
TI-A-3	1L/7d	Temometro Interno		

Continua na próxima página

**TABELA 11 – Continuação da página anterior**

Instrumentos na Galeria de Drenagem				
Instrumento	Localização	Periodicidade	Nome do Instrumento	Aresta
TI-A-4	Blocos A-7 e A-8	1L/7d	Temometro Interno	(35; 36)
TN-A-1		1L/15d	Tensômetro de Concreto	
TS-A-1		1L/15d	Tensômetro Superficial	
JS-A-11		1L/30d	Base de Alongamento	
JS-A-12		1L/30d	Base de Alongamento	
JS-A-13		1L/30d	Base de Alongamento	
JS-A-14		1L/30d	Base de Alongamento	
RD-A-1		1L/30d	Roseta de Deformimetro	
RD-A-2		1L/30d	Roseta de Deformimetro	
RD-A-3		1L/30d	Roseta de Deformimetro	
JS-A-7	Blocos A-5 e A-6	1L/30d	Base de Alongamento	(36; 37)
JS-A-8		1L/30d	Base de Alongamento	
JS-A-9		1L/30d	Base de Alongamento	
JS-A-10		1L/30d	Base de Alongamento	
PS-A-9		1L/7d	Piezômetro Stand Pipe	
PS-A-10		1L/7d	Piezômetro Stand Pipe	
PS-A-11		1L/7d	Piezômetro Stand Pipe	
PS-A-12		1L/7d	Piezômetro Stand Pipe	
PS-A-13	1L/7d	Piezômetro Stand Pipe		
JS-A-3	Blocos A-3 e A-4	1L/30d	Base de Alongamento	(37; 38)
JS-A-4		1L/30d	Base de Alongamento	
JS-A-5		1L/30d	Base de Alongamento	
JS-A-6		1L/30d	Base de Alongamento	
PS-A-4		1L/7d	Piezômetro Stand Pipe	
PS-A-5		1L/7d	Piezômetro Stand Pipe	
PS-A-6		1L/7d	Piezômetro Stand Pipe	
PS-A-7		1L/7d	Piezômetro Stand Pipe	
PS-A-8	1L/7d	Piezômetro Stand Pipe		
JS-A-1	Blocos A-1 e A-2	1L/30d	Base de Alongamento	(38; 39)
JS-A-2		1L/30d	Base de Alongamento	
PS-A-1		1L/7d	Piezômetro Stand Pipe	
PS-A-2		1L/7d	Piezômetro Stand Pipe	
PS-A-3		1L/7d	Piezômetro Stand Pipe	
PS-A-4		1L/7d	Piezômetro Stand Pipe	
EM-A-1		1L/30d	Extensômetro Múltiplo	

Continua na próxima página

**TABELA 11 – Continuação da página anterior**

Instrumentos na Galeria de Drenagem				
Instrumento	Localização	Periodicidade	Nome do Instrumento	Aresta
EM-A-2		1L/30d	Extensômetro Múltiplo	

Os instrumentos instalados nas galerias da rampa do vertedouro à jusante e à montante, isto é, rio abaixo e rio acima, estão apresentados no QUADRO 5, sua localização e a aresta em que estão instalados conforme o grafo dado na FIGURA 17, correspondendo entre os nós 17 – 28.

QUADRO 5 – INSTRUMENTOS NA RAMPA DO VERTEDOURO À JUSANTE E À MONTANTE

Instrumentos na Rampa do Vertedouro à Jusante e à Montante				
Instrumento	Localização	Periodicidade	Nome do Instrumento	Aresta
PS-A-49	1ª Galeria à Jusante	1L/7d	Piezômetro Stand Pipe	(17; 24)
PG-A-14		1L/7d	Piezômetro Geonor	
PS-A-47	1ª Galeria à Montante	1L/7d	Piezômetro Stand Pipe	(17; 28)
PG-A-15	2ª Galeria à Jusante	1L/7d	Piezômetro Geonor	(18; 23)
PS-A-50		1L/7d	Piezômetro Stand Pipe	
PG-A-12	2ª Galeria à Montante	1L/7d	Piezômetro Geonor	(18; 27)
PG-A-17	3ª Galeria à Jusante	1L/7d	Piezômetro Geonor	(19; 22)
PG-A-13	3ª Galeria à Montante	1L/7d	Piezômetro Geonor	(19; 26)
PS-A-51	4ª Galeria à Jusante	1L/7d	Piezômetro Stand Pipe	(20; 21)
PS-A-48	4ª Galeria à Montante	1L/7d	Piezômetro Stand Pipe	(20; 25)

No trecho *A* existem 9 tarefas distintas para serem realizadas, existe ainda diferença entre a periodicidade das tarefas, isto é, no conjunto de tarefas tem-se 3 conjuntos de periodicidade distintas, existem tarefas que necessitam de uma leitura a cada trinta dias, ( $1L/30d$ ), uma leitura no mês; uma leitura a cada quinze dias, ( $1L/15d$ ), duas leituras no mês e uma leitura a cada sete dias, ( $1L/7d$ ), quatro leituras no mês. Logo, o horizonte de planejamento corresponde aos dias úteis do mês que será executado a roteirização. O conjunto das combinações permitidas para a realização de cada uma das tarefas será baseada no mês de janeiro de 2016. As combinações permitidas para cada uma das tarefas é apresentada no QUADRO 6.

Os dias úteis do mês de janeiro serão enumerados de forma crescente, assim o dia 1 corresponde ao primeiro dia útil, isto é, dia 4 do mês de janeiro do ano de 2016, o mês

de janeiro possui 20 dias úteis.

QUADRO 6 – COMBINAÇÕES PERMITIDAS TAREFAS EM JANEIRO

Tarefas	Combinação	Dias de visitas
1-Base de Alongamento 2-Medidor Elétrico 3-Extensômetro Múltiplo 4-Pêndulo 5-Roseta de Deformímetro	1	4
	2	5
	3	6
	4	7
	5	8
	6	11
	7	12
	8	13
	9	14
	10	15
	11	18
	12	19
	13	20
	14	21
	15	22
	16	25
	17	26
	18	27
	19	28
	20	29
6-Tensômetro 7-Medidor de Vazão	1	(4; 19)
	2	(5; 20)
	3	(6; 21)
	4	(7; 22)
	5	(11; 26)
	6	(12; 27)
	7	(13; 28)
	8	(14; 29)
8-Piezômetro 9-Termometro	1	(4; 11; 18; 25)
	2	(5; 12; 19; 26)
	3	(6; 13; 20; 27)
	4	(7; 14; 21; 28)
	5	(8; 15; 22; 29)

Para a situação do trecho A, algumas galerias são percorridas pelos leituristas a pé e outras são percorridas com veículo (automóvel), neste sentido foram feitas algumas adaptações em relação a distância a ser percorrida em cada aresta. Para isso, as distâncias foram determinadas considerando o grau de dificuldade, posto que em muitas situações o trabalho exija passar por escadas marinheiro que apresentam grande dificuldade ou galeria com grau de dificuldade maior, embora tenha distâncias menores que outras. As distâncias adotadas foram determinadas empiricamente baseadas nas visitas realizadas no trecho A. O tempo destinado para coletar os dados de cada um dos instrumentos foi

determinado empiricamente, sendo 45, 30, 40, 40, 45, 30, 55, 50 e 45 segundos para cada uma das tarefas, respectivamente. A velocidade média de caminhada é de 1,35 metros por segundo.

Para o problema nomeado de Itai1, considerou-se que as distâncias em cada arco, considerando a possibilidade de passar por cada um dos arcos com distâncias entre 1,20 e 3,30 metros, percorridos a pé com grau de dificuldade baixa, arcos com distâncias entre 3,50 e 4,90 metros, percorridos a pé com grau de dificuldade média, arcos com distâncias entre 6,50 e 8,50 metros, percorridos a pé com grau de dificuldade alta (subir ou descer escada marinho) e por fim arcos com distâncias entre 9,50 e 13,00 metros percorridos com veículo (automóvel). Para esta simulação cada leitorista dispunha de um tempo de três horas diárias de jornada de trabalho.

Para os problemas Itai2, Itai3, Itai4 as distâncias foram alteradas para valores maiores e simulado a possibilidade dos leitoristas realizar as tarefas em uma hora, duas horas e três horas, respectivamente. Para todos os casos um leitorista pode realizar no máximo três tarefas ao passar pelo arco. Nesta simulação as variações das distâncias são: distâncias entre 3,30 e 11,20 metros, percorridos a pé com grau de dificuldade baixa, arcos com distâncias entre 13,50 e 14,90 metros, percorridos a pé com grau de dificuldade média, arcos com distâncias entre 16,00 e 22,80 metros, percorridos a pé com grau de dificuldade alta (subir ou descer escada marinho) e por fim arcos com distâncias entre 23,5 e 39,00 metros percorridos com veículo (automóvel).

Na TABELA 12 estão os resultados obtidos considerando o trecho “A” da usina hidrelétrica de ITAIPU, em todas as situações o tempo de processamento foi de 24 horas ou 86400 segundos.

TABELA 12 – APLICAÇÃO NO TRECHO “A” DE ITAIPU

Nome	Nº Nós	Nº Arcos	Tarefas	Nº Leit.	Nº Comb.	Tempo Trab.	Cap. Carr.	Computador i5		
								GAP %	F. O.	T. S.
Itai1	40	78	9	3	33	10800	3	36,33	1623,50	86400,00
Itai2	40	78	9	3	33	3600	3	30,55	7727,46	86400,00
Itai3	40	78	9	3	33	7200	3	30,31	7530,66	86400,00
Itai4	40	78	9	3	33	10800	3	29,20	7485,06	86400,00

Dados os valores para a função objetivo para os problemas de Itai2 a Itai4 os quais estão próximos, compreendendo uma diferença de 3,137% entre a pior solução e melhor solução. Percebeu-se que quanto maior for a capacidade do leitorista em relação ao tempo de jornada de trabalho a convergência para uma boa solução tende a ser mais eficiente.

A FIGURA 18 mostra a evolução da convergência ao longo do tempo de processamento para o problema Itai1, nos 10 primeiros minutos a variação da convergência é mais rápida e vai diminuindo nos 10 próximos minutos. Após a primeira hora o ganho ocorreu no limitante inferior, contudo com uma variação lenta. Ao comparar com a FIGURA 21, cuja mudança no conjunto de entrada se deu em relação somente nas distâncias atribuídas aos arcos, observa-se que a condição de convergência é similar. Esta similaridade

ocorre, pois a diferença nas distâncias atribuídas aos arcos em ambas as situações não é significativamente grande, ou seja, uma pequena perturbação nas distâncias não afeta nos atendimentos das tarefas em relação à capacidade dos leituristas.

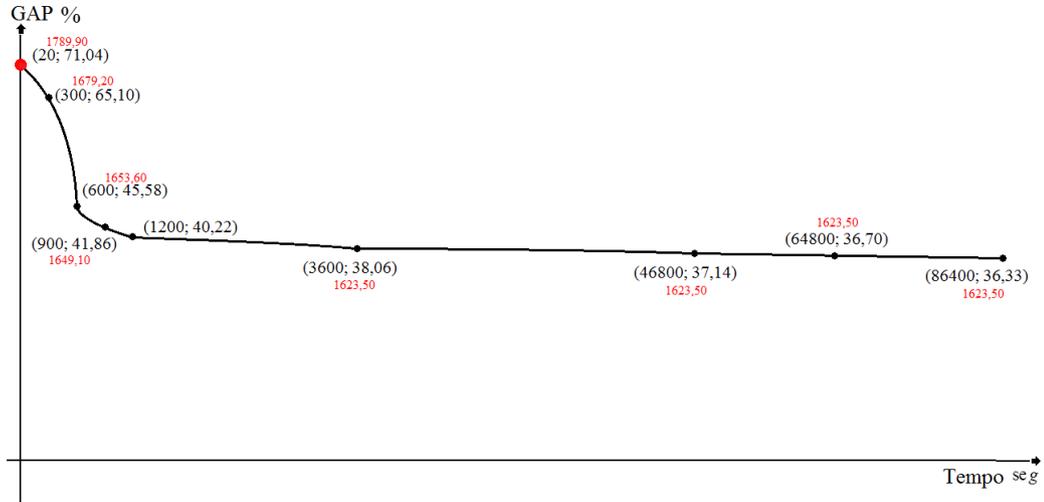


FIGURA 18 – CONVERGÊNCIA DO PROBLEMA Itai1 APLICAÇÃO ITAIPU  
FONTE: O Autor (2016)

A FIGURA 19 mostra a evolução da convergência ao longo do tempo de processamento para o problema Itai2, para este problema a capacidade do leiturista é de uma hora de trabalho, observou-se que a função objetivo estacionou na primeira uma hora de processamento, contudo a variação no limitante inferior foi alta, implicando em uma variação alta do GAP. Após a primeira hora o GAP é influenciado pela variação na função objetivo e ficando cada vez mais lenta após as treze primeiras horas de processamento. A complexidade computacional para este problema é maior em relação aos demais.

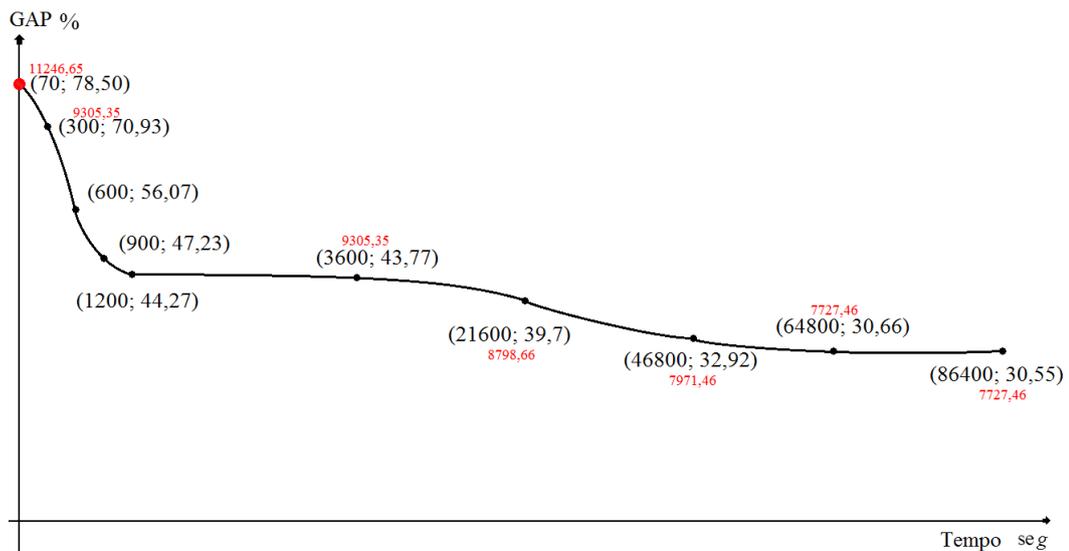


FIGURA 19 – CONVERGÊNCIA DO PROBLEMA Itai2 APLICAÇÃO ITAIPU  
FONTE: O Autor (2016)

A FIGURA 20 mostra a evolução da convergência ao longo do tempo de processamento para o problema Itai3, para este problema a capacidade do leitorista é de duas horas de trabalho. Na primeira uma hora de processamento o GAP é mais influenciado pelo valor da função objetivo, após este tempo começa a ser mais influenciado pelo limitante inferior, note que após treze horas de processamento a função objetivo estaciona.

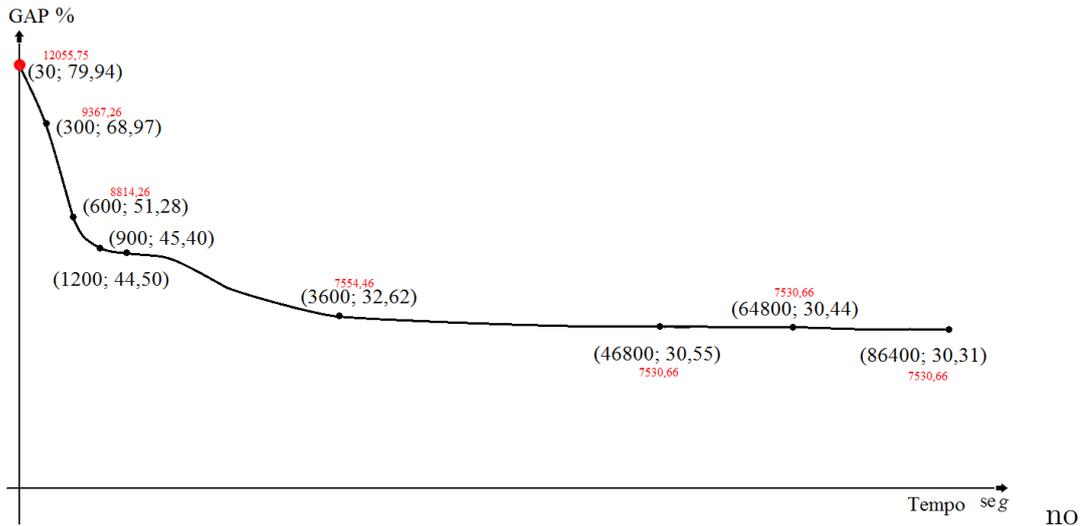


FIGURA 20 – CONVERGÊNCIA DO PROBLEMA Itai3 APLICAÇÃO ITAIPU  
FONTE: O Autor (2016)

A FIGURA 21 mostra a evolução da convergência ao longo do tempo de processamento para o problema Itai4, para este problema a capacidade do leitorista é de três horas de jornada de trabalho. Nos 20 primeiros minutos o GAP tem uma variação de convergência rápida influenciada pelo limitante inferior. Após 20 minutos até a primeira hora a variação diminui e é mais influenciada pelo valor da função objetivo. Após uma hora a convergência fica lenta e estaciona a função objetivo, alterando seu valor após dezoito horas de processamento.

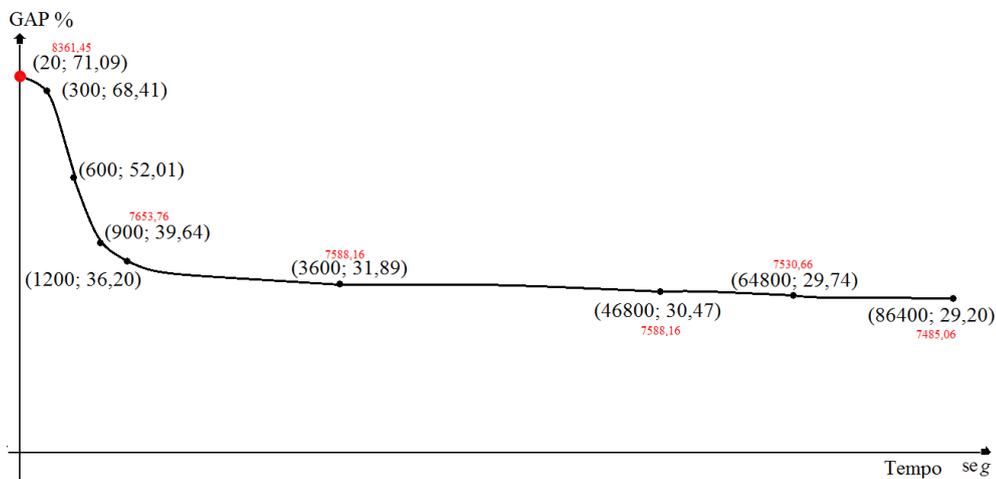


FIGURA 21 – CONVERGÊNCIA DO PROBLEMA Itai4 APLICAÇÃO ITAIPU  
FONTE: O Autor (2016)

A análise da convergência para as simulações mostram que os problemas em geral possuem convergência mais rápida na primeira uma hora de processamento, sendo os vinte primeiros minutos com a maior variação. Percebe-se ainda que a variação pode tanto ser influenciada pelo valor da função objetivo ou do limitante inferior. Após as treze primeiras horas a convergência se torna mais lenta exigindo muito tempo computacional para melhorar o valor da função objetivo, isto significa que o campo de busca está reduzido, com a necessidade de melhorar o limitante inferior.

As simulações considerando os dados obtidos nos estudos do trecho A em ITAIPU e dos problemas gerados aleatórios mostram que a metodologia pode ser aplicada para construir rotas das quais possam padronizar as leituras e fixar os itinerários. A modelagem proposta busca atender as exigências das agências reguladoras em segurança de barragem e da legislação em vigor, podendo ser adaptada para características que em geral os engenheiros responsáveis consideram mais importantes em relação a barragem que se deseja aplicar. Friza-se que do ponto de vista de segurança de barragem é mais relevante padronizar as leituras e fixar os itinerários em razão de minimizar a função objetivo.

Com a metodologia proposta se consegue os três objetivos, padronização das leituras, fixação de itinerários e minimização do percurso.

## 6 CONCLUSÃO

A preocupação com a segurança de barragem não se limita, somente, ao ponto de vista das autoridades competentes, mas também, de pesquisas científicas que buscam novas metodologias e tecnologias visando à melhoria no processo da análise de risco, de forma a adequar a necessidade de cada projeto de barragem.

Os diversos acidentes e/ou incidentes ocorridos em barragens com graves consequências ambientais e perdas financeiras ao proprietário da barragem foram fatores determinantes para o desenvolvimento de planos de monitoramento através de um plano de instrumentação de auscultação adequado.

Diante das condições que envolvem a segurança de barragens, um modelo matemático para formação de rotas para a coleta dos dados dos instrumentos de auscultação foi proposto. A modelagem proposta satisfaz as condições operacionais determinadas pelo proprietário da barragem, garantindo a periodicidade e padronização das leituras dos instrumentos de auscultação, ainda minimizando a distância total percorrida pelos leituristas ao longo do horizonte de planejamento.

Em face às características do modelo desenvolvido, de sua generalidade, é possível adaptar para ser aplicado em outras condições operacionais determinadas pelo proprietário da barragem ou satisfazer outras condições determinadas por engenheiros interessados em classificar, agrupar ou desenvolver alguma técnica para correlacionar algumas anomalias, por exemplo, tombeamento e deslizamento.

A modelagem proposta se diferencia dos modelos existentes na literatura, posto da existência de múltiplas tarefas a serem realizadas em cada uma das arestas e com periodicidade distinta para cada uma das tarefas.

Os testes computacionais foram realizados em vários problemas aleatórios distintos, os problemas tiveram uma variação entre o número de nós, arestas, número de tarefas, número de combinações permitidas e da possibilidade de serem realizadas duas ou três tarefas por um único leiturista. Tais problemas aleatórios formam um conjunto de problemas de referência para que possam ser avaliados com outros métodos de resolução, tais como heurísticas ou metaheurísticas.

Os resultados para os problemas gerados aleatoriamente mostram também a validade do modelo. As soluções obtidas são soluções esperadas, isto é, fixam os itinerários, padronizam as leituras e, ainda permiti que um leiturista possa realizar mais de uma tarefa. Desta forma, define-se e propõe-se uma modelagem para um novo problema de roteamento periódico em arcos capacitados. E, conforme a literatura é um problema extremamente difícil, uma vez que inclui a *NP-hard* CARP de único período como um caso particular, e também os PCARPs com uma única tarefa. Isso explica por que a formulação de programação linear proposta, embora seja útil para fornecer uma especificação

compacta do problema, fica limitado para a resolução de casos práticos, uma vez que demanda um tempo computacional elevado.

O modelo proposto também pode considerar a execução de uma única tarefa, diante desta possibilidade, foi realizada comparações com o modelo proposto por Chu, Labadi e Prins (2004) para uma única tarefa. Tal comparação mostra que o modelo proposto é eficiente, obtendo resultados semelhantes, ainda se uma rede possuir mais de uma tarefa foi possível notar que as distâncias (custos) podem ser minimizadas quando é permitido ao leitorista realizar mais de uma tarefa, com redução das distâncias (custo). Isso mostra que o modelo é facilmente adaptável para várias situações.

Como as exigências dos órgãos de controle em segurança de barragem recomenda que as leituras dos instrumentos de auscultação sejam padronizadas e com itinerários fixos, buscou-se aplicar o modelo em um trecho da usina hidrelétrica de ITAIPU. Os resultados mostram que o modelo proposto consegue padronizar as leituras e fixar os itinerários, ainda possibilitando minimizar a distância ou o esforço laboral.

Os tempos no processamento para se obter as soluções é compensado pelo fato de se estar planejando para uma quantidade de dias maior que um dia, e considerando que o planejamento não se restringe em um único dia e uma única tarefa, e este planejamento em um longo horizonte de tempo é, muitas vezes, necessário para manter um sistema estável, sem falhas com possibilidade de atendimento das tarefas satisfazendo exigências preestabelecidas.

Concluídos todos os testes, o modelo é validado, a comparação com modelo da literatura mostra vantagens quando da existência de múltiplas tarefas e a aplicação em determinado trecho da Usina Hidrelétrica de ITAIPU permite concluir que é possível padronizar as leituras e fixar os itinerários.

Entre as sugestões para trabalhos futuros pode-se citar:

- desenvolver heurísticas e/ou metaheurística e comparar soluções para escolher um método apropriado para resolução de problemas de grande porte com menor tempo computacional;
- definir uma forma de agrupar as arestas para que uma determinada tarefa seja atendida em toda a rede em um mesmo dia;
- definir uma forma que instrumentos que estejam relacionados para detectar algum tipo de anomalia tenham suas leituras num mesmo dia e em toda a rede;
- recomendado um estudo mais aprofundado da formulação matemática como alternativa para facilitar a resolução pelo modelo é a análise de relaxação das restrições ou mudança da formulação da restrição de subrota.

## REFERÊNCIAS

- AHUJA, R. K.; MAGNANTI, T. L.; ORLIN, J. B. *Network Flows Ú Theory, Algorithms and Applications*. 1nd. ed. Upper Saddle River, New Jersey: Prentice Hall, 1993. 919 p.
- ALEGRE, J.; LAGUNA, M.; PACHECO, J. Optimizing the periodic pick-up of row materials for a manufacturer of auto parts. *European Journal of Operational Research*, v. 179, n. 3, p. 736 – 746, 2007.
- ALMEIDA, A. B. Emergência e gestão do risco. In: *Quintela, A.C. (coord.), Curso de Exploração e Segurança de Barragens*. Lisboa: [s.n.], 2001.
- ARAÚJO, R. R. de. *Um modelo de resolução para o problema de roteirização em arcos com restrição de capacidade*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2003. 177 f. Departamento de Engenharia de Produção.
- ASSAD, A. A.; GOLDEN, B. L. Arc routing methods and applications. *Handbooks in Operations Research and Management Science*, v. 8, p. 375 – 483, 1995.
- BAPTISTA, S.; OLIVEIRA, R. C.; ZÚQUETE, E. A period vehicle routing case study. *European Journal of Operational Research*, v. 139, p. 220 – 229, 2002.
- BARTOLINI, E.; CORDEAU, J.; LAPORTE, G. An exact algorithm for the capacitated arc routing problem with deadheading demand. *Operations Research*, v. 61, n. 2, p. 315 – 327, 2013.
- BATISTA, G. V. *Proposta de um modelo matemático para o problema de roteamento em arcos capacitado e periódico*. Dissertação (Mestrado) — Universidade de Federal do Paraná, Curitiba, 2014. 92 f.(Mestrado em Métodos Numéricos em Engenharia).
- BATISTA, G. V.; SCARPIN, C. T. Comparison between two mathematical models for problems in monitoring and inspection of arcs. *International Refereed Journal of Engineering and Science (IRJES)*, v. 3, n. 6, p. 19 – 24, 2014.
- BELTRAMI, E. J.; BODIN, L. D. Networks and vehicle routing for municipal waste collection. v. 4, p. 64 – 94, 1974.
- BENAVENT, E.; SANCHIS, J. M. Alinear programming based methods for solving arc routing problems. In: \_\_\_\_\_. *Arc routing. Theory, solutions and applications*. Boston: Kluwer Academic Publishers, 2000. p. 231 – 275.
- BERTAZZI, L.; PALETTA, G.; SPERANZA, M. An improved heuristic for the period traveling salesman problem. *Computers and Operational Research*, v. 31, p. 1215 – 1222, 2004.
- BODIN, L.; GOLDEN, B.; ASSAD, A.; BALL, M. Routing and scheduling of vehicles and crews. the state of the art. *Computers and operations Research*, v. 10, p. 63 – 211, 1983.
- BRASIL. Lei nº 12.334 de 20 de setembro de 2010. altera a redação do art. 35 da lei nº 9.433, de 8 de janeiro de 1997, e do art. 4º da lei no 9.984, de 17 de

julho de 2000. *Diário Oficial [da] República Federativa do Brasil*, Brasília, DF, 20 de Setembro 2010. Disponível em: <<http://www.jusbrasil.com.br/diarios/8135527/pg-5-secao-1-diario-oficial-da-uniao-dou-de-21-09-2010>>. Acesso em: 27 março 2016.

BRASIL. MINISTÉRIO DA INTEGRAÇÃO NACIONAL. *Manual de segurança e inspeção de barragens*. Brasília, 2002.

BRUGIOLO, L. G. *Heurísticas GRASP para um problema de roteamento periódico de veículos*. Dissertação (Mestrado) — Universidade de Federal Fluminense, Rio de Janeiro, 2005. 75 f. Departamento de Otimização Combinatória e Inteligência Artificial.

BUDNICK, F. S.; MCLEAVEY, D. W.; MOJENA, R. *Principles of Operations Research for Management*. 2nd. ed. Homewood, Illinois: IRWIN, 1988. 1008 p.

CARMO, J. S. A. do. *Grandes barragens: vulnerabilidades e riscos*. 2014.

CHAO, I.-M.; GOLDEN, B. L.; WASIL, E. A. A new heuristic for the period traveling salesman problem. *Computers e Operations Research*, v. 22, n. 5, p. 553 – 565, 1995.

CHRISTOFILDES, N.; BEASLEY, J. E. The period routing problem. *Networks*, v. 14, p. 237 – 256, 1984a.

CHRISTOFILDES, N.; BENAVENT, E.; CAMPOS, V.; CORBERÁN, A.; MOTA, E. An optimal method for the mixed postman problem. In: *Thoft-Christensen P, editor. System Modeling and Optimization, Lecture Notes in Control and Information Sciences*. Berlin: Springer, 1984b. v. 59.

CHU, F.; LABADI, N.; PRINS, C. Periodic arc routing problems: Linear programming model and heuristics. In: *in: A. Dolgui et al. (Eds.), Proceedings of the 9th International Multiconference on Advanced Computer Systems (ACS 02)*. Miedzyzdroje, Poland, (23 - 25/10/02): Informa Publishing, Szczecin, Poland, 2002. p. 409 – 418.

CHU, F.; LABADI, N.; PRINS, C. The periodic capacitated arc routing problem linear programming model, metaheuristic and lower bounds. *Journal of Systems Science and Systems Engineering*, v. 13, n. 4, p. 423 – 435, 2004.

CHU, F.; LABADI, N.; PRINS, C. Heuristics for the periodic capacitated arc routing problem. *Journal of Intelligent Manufacturing*, v. 16, n. 2, p. 243 – 251, 2005.

CHU, F.; LABADI, N.; PRINS, C. A scatter search for the periodic capacitated arc routing problem. *European Journal of Operational Research*, v. 169, n. 2, p. 586 – 605, 2006.

CORDEAU, J. F.; GENDREAU, M.; LAPORTE, G. A tabu search heuristic for periodic and multi-depot vehicle routing problems. *Networks, New York*, v. 30, p. 105 – 119, 1997.

DOULABI, S. H. H.; SEIFI, A. Lower and upper bounds for location-arc routing problems with vehicle capacity constraints. *European Journal of Operational Research*, v. 224, n. 1, p. 189 – 208, 2013.

DUNNICLIFF, J. *Geotechnical instrumentation for monitoring field performance*. New York: Wiley, 1988. 608 p.

- EDMONDS, J.; JOHNSON, E. Matching, euler tours and the chinese postman. *Mathematical Programming*, v. 5, p. 88 – 124, 1973.
- EISELT, A. H.; GENDREAU, M.; LAPORTE, G. Arc routing problems, part i: The chinese postman problem. *Operations Research*, v. 43, n. 2, p. 231 – 242, 1995a.
- EISELT, A. H.; GENDREAU, M.; LAPORTE, G. Arc routing problems, part i: The rural postman problem. *Operations Research*, v. 43, n. 3, p. 399 – 414, 1995b.
- FILHO, J. G. *Desempenho de Obras Geotécnicas*. 1. ed. Recife: Universitária da UFPE, 2006. 523 p.
- FISHER, M. L.; JAIKUMAR, R. A generalized assignment heuristic for vehicle routing. *Networks, New York*, v. 11, p. 109 – 124, 1981.
- FUNG, R. Y. K.; LIU, R.; JIANG, Z. A memetic algorithm for the open capacitated arc routing problem. v. 50, p. 53 – 67, 2013.
- GALVÃO, F. A. *Otimização do sistema de coleta de resíduos de biomassa de madeira para fins energéticos*. Dissertação (Mestrado) — Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2004. 81 f. Engenharia de Sistemas Logísticos.
- GHIANI, G.; MUSMANNO, R.; PALETTA, G.; TRIKI, C. A heuristic for the periodic rural postman problem. *Computers e Operations Research*, v. 32, n. 2, p. 219 – 228, 2005.
- GOLDBARG, M. C.; LUNA, H. P. L. *Otimização combinatória e programação linear*. Rio de Janeiro: Editora Campus, 2000.
- GOLDEN, B. L.; WONG, R. T. Capacitated arc routing problem. *Networks*, v. 11, p. 305 – 315, 1981.
- GOMES, M. J. N.; JÚNIOR, W. R. C.; PALHANO, A. W. de C.; COUTINHO, E. F.; CASTRO, G. A. de; GOMES, F. J. N.; BARCELLOS, G. C.; PEREIRA, B. F. R. and Lúcio W. L. O problema do carteiro chinês, algoritmos exatos e um ambiente mvi para análise de suas instâncias: Sistema xnÊs. *Pesquisa Operacional*, v. 29, n. 2, p. 323 – 363, 2009.
- GONDRAN, M.; MINOUX, M. *Graphes et algorithmes*. Paris: Eyrolles, 1985. 545 p.
- HÍDRICOS, C. de Gestão de R. *Relatório Anual de Segurança de Barragens - Riscos e Inspeções 2007/2008*. Fortaleza, 2008.
- KANSOU, A.; YASSINE, A. Ant colony system for the periodic capacitated arc routing problem. Amsterdam, p. 1 – 7, 2009.
- KARP, R. On the computational complexity combinational problems. *Networks*, n. 5, p. 45 – 68, 1975.
- LACOMME, P.; PRINS, C.; RAMDANE-CHÉRIF, W. Evolutionary algorithms for multiperiod arc routing problems. In: *9th Int. Conf. on Information Processing and Management of Uncertainty in Knowledge-Based Systems*. Annecy, France: IPMU 2002, 2002. p. 1 – 8.

- LACOMME, P.; PRINS, C.; RAMDANE-CHÉRIF, W. Evolutionary algorithms for periodic arc routing problems. *European Journal of Operational Research*, v. 165, n. 2, p. 535 – 553, 2005.
- MACHADO, W. G. D. F. *Monitoramento de barragens de contenção de rejeitos da mineração*. Dissertação (Mestrado) — Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007. 156 f. Departamento de Engenharia de Minas e de Petróleo.
- MARZOLF, F.; TRÉPANIER, M.; LANGEVIN, A. Road network monitoring: algorithms and a case study. *Computers and Operations Research*, v. 33, n. 12, p. 3494 – 3507, 2006.
- MATOS, S. F. *Avaliação de instrumentos para auscultação de barragem de concreto. Estudo de caso: Deformímetros e tensômetros para concreto na barragem de Itaipu*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2002. 107 f. Engenharia Civil.
- MEDEIROS, C. H. de A. C.; PINTO, A. A. V. A importância dos fatores não tecnológicos na avaliação da segurança de barragens. destaques para o erro humano e gestão de risco. *Engenharia de Barragens*, v. 01, n. 01, p. 52 – 58, 2014.
- MEI, Y.; TANG, K.; YAO, X. A memetic algorithm for periodic capacitated arc routing problem. *IEEE Transactions on Systems, Man, And Cybernetics/ PART B: Cybernetics*, v. 41, n. 6, p. 1654 – 1667, 2011.
- MONROY, I. M.; AMAYA, C. A.; LANGEVIN, A. The periodic capacitated arc routing problem with irregular services. *Discrete Applied Mathematics*, v. 161, n. 4 and 5, p. 691 – 701, 2013.
- MOSCATO, P. Memetic algorithms: A short introduction. In: \_\_\_\_\_. *New Ideas in Optimization*. England: McGraw-Hill, 1999. p. 219 – 234.
- NETTO, P. O. B. *Grafos : teoria, modelos, algoritmos*. 4. ed. São Paulo: Edgard Blucher, 2001.
- ORE, O. *Graphs and their Uses*. Washington: The Mathematical Association of America, 2 edição, 1990.
- ORLOFF, C. A. Fundamental problem in vehicle routing. *Networks*, v. 4, p. 35 – 64, 1974.
- PALETTA, G. The period traveling salesman problem: a new heuristic algorithm. *Computers and Operational Research*, v. 29, p. 1345 – 1352, 2002.
- PAPADIMITRIOU, C. H. On the complexity of edge traversing. *Journal of the Association for Computing Machinery*, v. 23, n. 3, p. 544 – 554, 1976.
- PIASENTIN, C. Considerações sobre a importância das observações visuais na auscultação de barragens. In: COMITÊ BRASILEIRO DE BARRAGENS. XXV *Seminário Nacional de Grandes Barragens*. Salvador, 2003. p. 1 – 7.
- RARDIN, R. L. *Optimization in Operations Research*. 1nd. ed. Upper Saddle River, New Jersey: Prentice Hall, 1998. 919 p.

- RUSSEL, R. A.; GRIBBIN, D. A. A multi-phase approach to the period routing problem. v. 21, p. 747 – 765, 1991.
- RUSSEL, R. A.; IGO, W. An assignment routing problem. *Networks, New York*, v. 9, p. 1 – 17, 1979.
- SAMMARCO, G. J. Biomechanics of the foot. In: \_\_\_\_\_. *Basic biomechanics of the skeletal systems*. 1 impressão. ed. Pennsylvania: Lea and Febiger, 1980. p. 193 – 220.
- SHERAFAT, H. *Algoritmos heurísticos de cobertura de arcos*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2004. 174 f. Departamento de Engenharia de Produção.
- SHIH, L. H.; CHANG, H. C. A routing and scheduling system for infectious waste collection. *Environmental Modeling and Assessment, Mawson Lakes, Australia*, v. 6, p. 261 – 269, 2001.
- SILVEIRA, J. F. A. *Instrumentação e Comportamento de Fundações de Barragens de Concreto*. 1. ed. São Paulo: Oficina de Textos, 2003.
- SILVEIRA, J. F. A. *Instrumentação e Segurança de Barragens de Terra e Encoramento*. 1. ed. São Paulo: Oficina de Textos, 2006.
- SIMPÓSIO SOBRE INSTRUMENTAÇÃO DE BARRAGENS, 2. *Anais: Auscultação e instrumentação de barragens no Brasil*. Belo Horizonte, 1996. v. 1, 123 p.
- TAN, C. C.; BEASLEY, J. E. A heuristic algorithm for the period vehicle routing problem. *Omega*, Oxford, v. 12, n. 5, p. 497 – 504, 1984.
- TEIXEIRA, J.; ANTUNES, A. P.; SOUSA, J. P. Recyclable waste collection planning a case study. *Amsterdam*, v. 158, p. 543 – 554, 2004.
- TEIXEIRA, W. L. e. *Um estudo das condições de percolação e estabilidade em barragens de terra mediante métodos geofísicos: Caso do Dique de Sant Llorenç de Montgai - Espanha*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2013. 188 f. Departamento de Geodinâmica e Geofísica.
- TORTELLY, J. A.; OCHI, L. S. Um grasp eficiente para problemas de roteamento de veículos. *Tendências em Matemática Aplicada e Computacional*, São José do Rio Preto, v. 7, p. 149 – 158, 2006.
- USBERTI, F. L.; FRAÇA, P. M.; FRANÇA, A. L. M. The open capacitated arc routing problem. *Computers and Operations Research*, v. 38, n. 11, p. 1543 – 1555, 2011.
- USINA HIDRELÉTRICA DE ITAIPU. *Projeto: aspectos de engenharia*. Foz do Iguaçu, 2009. v. 1.
- VIANNA, D. S.; OCHI, L. S.; DRUMMOND, L. M. A. A parallel hybrid evolutionary metaheuristic for the period vehicle routing problem. *Berlin*, v. 1586, p. 183 – 191, 1999. Lecture notes in computer science,.
- WANG, H. F.; WEN, Y. P. Time-constrained chinese postmann problems. *Computers and Mathematics with Applications*, v. 44, p. 375 – 387, 2002.

WU, L. *O problema de roteirização periódica de veículos*. Dissertação (Mestrado) — Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007. 96 f. Engenharia de Transporte.