

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

KELLEN DAYELLE ENDLER

**OTIMIZAÇÃO NA LOCALIZAÇÃO DE CENTROS PÚBLICOS DE EDUCAÇÃO
INFANTIL: CASO DE CURITIBA-PR**

CURITIBA

2016

KELLEN DAYELLE ENDLER

**OTIMIZAÇÃO NA LOCALIZAÇÃO DE CENTROS PÚBLICOS DE EDUCAÇÃO
INFANTIL: CASO DE CURITIBA-PR**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção.

Orientador: Profa. Dra. Maria Teresinha Arns Steiner

Coorientador: Prof. Dr. Cassius Tadeu Scarpin

CURITIBA

2016

TERMO DE APROVAÇÃO

OTIMIZAÇÃO NA LOCALIZAÇÃO DE CENTROS PÚBLICOS DE EDUCAÇÃO INFANTIL: CASO DE CURITIBA-PR

Dissertação aprovada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre no Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal do Paraná, na área de concentração de Métodos da Pesquisa Operacional, do Setor de Tecnologia, pela seguinte banca examinadora:

COMISSÃO EXAMINADORA



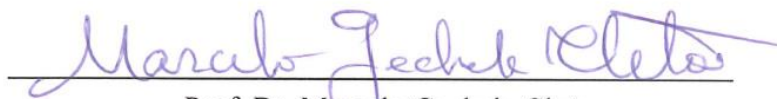
Prof.^a Dr.^a Maria Teresinha Arns Steiner
Orientadora – Membro do PPGE/UFPR – Curitiba-PR



Prof. Dr. Cassius Tadeu Scarpin
Coorientador – Membro do PPGE/UFPR – Curitiba-PR



Prof. Dr. Roberto Zanetti Freire
Membro do PPGEPS/PUC-PR – Curitiba-PR



Prof. Dr. Marcelo Gechele Cleto
Membro do PPGE/UFPR – Curitiba-PR



Prof. Dr. Gustavo Valentim Loch
(por videoconferência)
Membro do PPGE/UFPR – Curitiba-PR

Toledo, 16 de fevereiro de 2016.

Põe o quanto tu és no mínimo que fazes.

(FERNANDO PESSOA)

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar agradeço aos meus pais, Elton e Ana. Agradeço a Deus por ter me permitido ter pais tão comprometidos. São eles os grandes responsáveis pela minha formação como pessoa e meus principais incentivadores.

Ao meu irmão Kelvin, lindo e amado.

Ao meu eterno namorado, agora meu noivo, Luiz Eduardo, pelo amor e carinho. Se hoje, estamos na capital em busca por mais conhecimento, experiência e bagagem, é porque antes, sonhamos isso juntos. À minha professora orientadora Maria Teresinha, a quem já admirava antes mesmo de conhecer. Com um currículo primoroso, é pra mim uma inspiração para a minha carreira. Não apenas pela disciplina com que conduz suas atividades sempre solícita em ajudar e responder prontamente todas as dúvidas e e-mails (prontamente mesmo, inclusive em viagens ou férias), mas também pela pessoa que é, que se dedica aos seus orientandos e alunos com todo o amor e carinho.

Ao professor coorientador Cassius, que me ensinou lições que vão muito além das técnicas de programação linear e inteira. Ensinou, que devemos fazer o que nos propomos com amor, dedicação, comprometimento, energia e entusiasmo (triplique a energia e o entusiasmo que imaginou – chegou perto da dele). Admiro a forma como lida com nosso grupo de estudo que é mais que um grupo somos amigos que se preocupam com o desenvolvimento um dos outros. Agradeço por toda paciência e atenção.

Gostaria de agradecer aos professores do GTA0, professor Arinei, professor Gustavo e professor Pécora, pelas dicas, conselhos, pelas ajudas com programas (até por whatsapp).

Das coisas boas que o mestrado me trouxe, eu diria que meus colegas de GTA0 foi uma delas. Vocês tornaram esse período com certeza muito mais divertido e prazeroso.

Das coisas lindas que o mestrado me trouxe, eu diria que minhas divas e maravilhosas amigas foram uma delas. Estiveram sempre juntas na solução de códigos, no apoio dos momentos de tristeza e desabafos, e nos momentos de descontração, como a terça das meninas.

Agradeço à equipe do IPPUC, em especial à Arquiteta e Urbanista Flávia Gomes e ao Engenheiro Cartógrafo Alessandro Dias, que sempre me ajudou com prontidão em todas minhas dúvidas.

Agradeço aos professores que com sua competência em compartilhar seus conhecimentos contribuíram para que essa fase fosse lembrada com orgulho.

Meu agradecimento especial à minha família – tios, tias, avós e primos. Pela compreensão pelos momentos de ausência e pelo carinho dos momentos de encontro. Mesmo longe, vocês fazem toda a diferença.

RESUMO

A educação e o cuidado na primeira infância vêm sendo tratados, cada vez mais, como assuntos prioritários em âmbito nacional. Isto vem ocorrendo, tanto por parte dos governos Federal, Estadual e Municipal, como pelas organizações da sociedade civil, por um número crescente de profissionais, que veem na Educação Infantil uma verdadeira “ponte” para a formação integral do cidadão. Assim, o objetivo do trabalho consiste em estudar a atual distribuição espacial dos centros públicos de Educação Infantil em Curitiba-PR, e otimizar a localização dessas unidades mediante a abordagem de quatro análises complementares, embora bastante independentes entre si. A primeira é a análise da Localização Atual das instalações, importante para efeitos práticos, pois os desequilíbrios podem ser mostrados em um mapa, juntamente com suas magnitudes. A segunda análise é a análise da Localização Proposta, que envolve a proposta de uma realocação das unidades de toda a rede. A terceira análise é referente a uma estratégia de Expansão da capacidade das unidades existentes. Recorrendo ao modelo de transportes foi possível a avaliação numérica do número de vagas que deveriam ser abertas em cada unidade a fim de que a demanda fosse suprida. A quarta análise baseia-se numa estratégia de construção ou abertura de novas instalações, em que avalia-se dois modelos – o Problema das p -medianas (PPM) capacitado e o não-capacitado. Exceto para a terceira análise, o modelo básico empregado foi o das p -medianas, que pressupõe que o aluno prefere a escola mais próxima de sua residência. Os modelos foram resolvidos pelo solver CPLEX[®]. Para a representação dos resultados em mapas, utilizou-se o *software* ArcGis[®] 10.1, facilitando a interpretação dos mesmos. Em paralelo aos resultados obtidos pelo modelo exato, criou-se uma estratégia de solução do PPM não-capacitado baseada em Algoritmos Genéticos (AG). Os resultados de validação do AG indicaram que o método proposto neste trabalho apresenta soluções satisfatórias. O algoritmo proposto destaca-se pela qualidade de soluções para instâncias de maior porte (com 3282 vértices), por apresentar gaps consideravelmente inferiores às meta-heurísticas da literatura. Em suma, o estudo demonstrou que, de forma geral, existe a necessidade de planejamento imediato para expansão do ensino público infantil em Curitiba-PR, inclusive para o cumprimento efetivo das metas do Plano Nacional da Educação (PNE). Estima-se que a rede pública supra 30,6% em relação a demanda existente. Considerando as vagas absorvidas pela rede privada igual a 50% sobre a demanda, estima-se que ainda falem 25.177 vagas a serem criadas. Dessa forma, tendo em vista uma evidente necessidade de grandes investimentos nesse campo, os resultados deste trabalho podem contribuir inclusive, para uma melhor estratégia de investimentos em Centros de Educação Infantil.

Palavras-chave: Problema de Localização de Facilidades, Creches, Pré-escolas, Problema das p -medianas, Algoritmo Genético.

ABSTRACT

The education and care in early childhood have been treated increasingly as priority issues at the national level. This has been occurring, both by the Federal, State and Municipal governments, as by civil society, a growing number of professionals see in kindergarten a real "bridge" to the integral formation of citizens. This study aims to study the current spatial distribution of public early childhood education facilities in Curitiba, PR, and optimize the location of these units through four complementary analysis approach, though quite independent of each other. The first is to analyze the Current Location of facilities, important for practical purposes, because the imbalances can be displayed on a map along with their magnitudes. The second analysis is the analysis of location proposal, involving a proposed relocation of the entire network drives. The third analysis refers to a strategy of expansion of capacity of existing units. The fourth analysis is based on a strategy of construction or opening of new facilities, in which we evaluate two models - the capacitated PPM and non-capacitated. Except for the third analysis, the basic model employed was the p -median, which assumes that the student prefers the school nearest their home. The models were created using the modeling language VB.NET[®] and they were solved by the solver CPLEX[®]. For the representation of the results, we used the ArcGis[®] 10.1 software, facilitating their interpretation. In parallel to the results obtained from the exact model, it was created a PPM solution strategy non-capacitated based on Genetic Algorithm (GA). The GA validation results indicated that the method proposed in this study presents satisfactory solutions, and the goal of establishing a method of solution to the real problem of assessing the location of early childhood education centers has been reached. In short, the study showed that, in general, immediate planning is required to expand the children's public school in Curitiba-PR, including the effective implementation of the goals of the National Education Plan. Similarly, by looking up the obvious need for major investments in this field, the results of this work could contribute even to a better investment strategy in early childhood education centers

Key-words: Facilities Location Problem, Early Childhood Education units, p -medians Problem, Genetic Algorithm.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIGURA 1.1 – REPRESENTAÇÃO DE AGRUPAMENTOS FORMADOS PELO MODELO DAS <i>P</i> -MEDIANAS	17
FIGURA 2.1 - NOTÍCIA PUBLICADA EM 2014 SOBRE A FALTA DE CRECHES EM CURITIBA-PR	25
FIGURA 3.1 - FLUXOGRAMA DO PROCESSO DE DEFINIÇÃO DA AMOSTRA DEFINIDA EM FEVEREIRO DE 2015	31
FIGURA 3.2 - REDE DE RELACIONAMENTO ENTRE OS ARTIGOS DA AMOSTRA E SUAS REFERÊNCIAS	35
FIGURA 3.3 - REDE DE COCITAÇÃO	36
FIGURA 3.4 – REDE DE COCORRÊNCIA DE PALAVRAS-CHAVE	36
FIGURA 4.1 - ESQUEMA DA METODOLOGIA UTILIZADA	45
FIGURA 4.2 - REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DE UM INDIVÍDUO DA POPULAÇÃO ..	53
FIGURA 4.3 - REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DE UM INDIVÍDUO DA POPULAÇÃO ..	55
FIGURA 4.4 - ILUSTRAÇÃO DO PROCEDIMENTO DE ALOCAÇÃO NA ETAPA DE CRIAÇÃO DOS INDIVÍDUOS DA POPULAÇÃO	56
FIGURA 4.5 - OPERADOR DE CRUZAMENTO	57
FIGURA 4.6 - OPERADOR DE MUTAÇÃO	58
FIGURA 4.7 – COMBINAÇÃO DE INDIVÍDUOS	59
FIGURA 5.1 - GEOCODIFICAÇÃO DOS ENDEREÇOS DAS UNIDADES DE EDUCAÇÃO INFANTIL COM DESTAQUE ILUSTRANDO AS CAPACIDADES DE CADA UNIDADE.....	62
FIGURA 5.2 - AVALIAÇÃO DA ATUAL SITUAÇÃO POR FAIXAS DE EXCESSO OU ESCASSEZ DE VAGAS PARA BAIROS	65
FIGURA 5.3 - AVALIAÇÃO DA ATUAL SITUAÇÃO POR FAIXAS DE EXCESSO OU ESCASSEZ DE VAGAS PARA SETORES	66
FIGURA 5.4 - SOLUÇÃO DO MODELO NÃO-CAPACITADO PARA BAIROS E SETORES	68
FIGURA 5.5 - SOLUÇÃO DO MODELO DE TRANSPORTES PARA BAIROS	71
FIGURA 5.6 - SOLUÇÃO DO MODELO DE TRANSPORTES PARA SETORES	73
FIGURA 5.7 - SOLUÇÃO DO MODELO NÃO-CAPACITADO ADAPTADO	76
FIGURA 5.8 - SOLUÇÃO DO MODELO CAPACITADO ADAPTADO PARA AS CRECHES	78
FIGURA 5.9 - SOLUÇÃO DO MODELO CAPACITADO ADAPTADO PARA AS PRÉ-ESCOLAS	79
FIGURA 5.10 - AVALIAÇÃO DA RENDA DOS SETORES EM RELAÇÃO A LOCALIZAÇÃO IDEAL OU PROPOSTA DE NOVAS ESCOLAS.....	87
GRÁFICO 2.1- CRIANÇAS COM ACESSO À EDUCAÇÃO INFANTIL NO BRASIL	21
GRÁFICO 2.2 - PORCENTAGEM DE CRIANÇAS DE 0 A 3 ANOS NA ESCOLA ESTRATIFICADO POR REGIÃO E RENDA EM 2013.....	22
GRÁFICO 2.3 - PORCENTAGEM DE CRIANÇAS DE 0 A 3 ANOS NA PRÉ-ESCOLA ESTRATIFICADO POR ESTADOS	23
GRÁFICO 2.4 - PORCENTAGEM DE CRIANÇAS DE 4 A 5 ANOS NA PRÉ-ESCOLA ESTRATIFICADO POR ESTADOS	23
GRÁFICO 2.5 - PORCENTAGEM DE CRIANÇAS COM ACESSO À EDUCAÇÃO INFANTIL A NÍVEL NACIONAL E REGIONAL (CURITIBA-PR)	24
GRÁFICO 3.1 - EVOLUÇÃO DAS PUBLICAÇÕES DA AMOSTRA AO LONGO DO TEMPO.....	32

GRÁFICO 3.2 - AUTORES COM MAIOR NÚMERO DE PUBLICAÇÕES DA AMOSTRA	33
GRÁFICO 3.3 - DISTRIBUIÇÃO DAS PUBLICAÇÕES DA AMOSTRA POR PAÍS DE ORIGEM FONTE: ENDLER e STEINER (2015).....	33
GRÁFICO 3.4 - COMPARATIVO DA DISTRIBUIÇÃO DAS PUBLICAÇÕES DA AMOSTRA PELAS PRINCIPAIS REVISTAS.	34
GRÁFICO 5.1 - DEMANDA E CAPACIDADE NA EDUCAÇÃO INFANTIL DE CURITIBA-PR.....	63
GRÁFICO 5.2 - NÚMERO DE UNIDADES DE EDUCAÇÃO INFANTIL EXISTENTES AO LONGO DOS ANOS EM CURITIBA.....	64
GRÁFICO 5.3 - RESULTADOS DO AG PARA ANÁLISE DA LOCALIZAÇÃO IDEAL (PASSO 3).....	83
GRÁFICO 5.4 - RESULTADOS DO AG PARA ANÁLISE DA ABERTURA DE NOVAS UNIDADES (PASSO 5).....	85
TABELA 5.4 - TEMPO COMPUTACIONAL E VALOR ÓTIMO OBTIDO PARA A AVALIAÇÃO DA LOCALIZAÇÃO ATUAL (PASSO 2)	67
TABELA 5.5 - TEMPO COMPUTACIONAL E VALOR ÓTIMO OBTIDO PARA A AVALIAÇÃO DA LOCALIZAÇÃO IDEAL (PASSO 3).....	70
TABELA 5.6 - NÚMERO DE VAGAS A SEREM EXPANDIDAS PARA BAIRROS.....	72
TABELA 5.7 - NÚMERO DE VAGAS A SEREM EXPANDIDAS PARA CRECHES E PRÉ-ESCOLAS.....	74
TABELA 5.8 - TEMPO COMPUTACIONAL E VALOR ÓTIMO OBTIDO PARA A AVALIAÇÃO DA EXPANSÃO DE UNIDADES EXISTENTES (PASSO 4).....	74
TABELA 5.9 - RESULTADO DO AG PARA A AVALIAÇÃO DA LOCALIZAÇÃO DE NOVAS UNIDADES E DO MÉTODO EXATO (PASSO 5.1).....	77
TABELA 5.10 - TEMPO COMPUTACIONAL E RESULTADO OBTIDO PARA A AVALIAÇÃO DA ABERTURA DE NOVAS UNIDADES (PPMC ADAPTADO) (PASSO 5.2).....	79
TABELA 5.11 - RESULTADOS DA APLICAÇÃO DO AG E COMPARAÇÃO COM INSTÂNCIAS DA LITERATURA	80
TABELA 5.12 - RESULTADO DO AG PARA A AVALIAÇÃO DA LOCALIZAÇÃO IDEAL E MÉTODO EXATO	82
TABELA 5.13 - RESULTADO DO AG PARA A AVALIAÇÃO DA LOCALIZAÇÃO DE NOVAS UNIDADES E DO MÉTODO EXATO (PASSO 5.1).....	84
QUADRO 3.1 - PRIMEIRAS 10 PUBLICAÇÕES MAIS CITADAS DA AMOSTRA	34
QUADRO 3.2 - ALGUNS DOS TRABALHOS RELEVANTES SOBRE PROBLEMAS DE LOCALIZAÇÃO PUBLICADOS A PARTIR DA DÉCADA DE 70.....	39
QUADRO 3.3 - APLICAÇÕES DO PROBLEMA DE LOCALIZAÇÃO EM ESCOLAS E CRECHES	41
QUADRO 5.1 – CENTROS PÚBLICOS DE EDUCAÇÃO INFANTIL EM CURITIBA.....	61
QUADRO 5.2 – POPULAÇÃO ESTRATIFICADA POR IDADE E POR SETORES E BAIRROS DE CURITIBA.....	61
QUADRO 5.3 – DISTÂNCIAS EUCLIDIANAS EM METROS	63

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

CEI – Centro de Educação Infantil - creches conveniadas

CMEI – Centro Municipal de Educação Infantil

ECA – Estatuto da Criança e do Adolescente

GIS-T – Sistema de Informações Geográficas para Transportes

IBGE – Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística

Inep – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira

IPPUC – Instituto de Pesquisa e Planejamento Urbano de Curitiba

LDB – Lei de Diretrizes e Bases da Educação

PNE – Plano Nacional de Educação

PO – Pesquisa Operacional.

PPM – Problema das p -medianas

SME – Secretaria Municipal de Educação

TA – Taxa de Atividade

GA - *Genetic Algorithm*

SGA - *Simple Genetic Algorithm ou Standard Genetic Algorithm*

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	13
1.1 OBJETIVOS.....	14
1.1.1 Objetivo Geral	15
1.1.2 Objetivos Específicos	15
1.2 RELEVÂNCIA DO ESTUDO	15
1.3 LIMITAÇÕES	17
1.4 ESTRUTURA	19
2 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA	20
2.1 PERSPECTIVA GERAL DO PROBLEMA.....	20
3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	26
3.1 LOCALIZAÇÃO DE INSTALAÇÕES (<i>FACILITIES LOCATION</i>)	26
3.1.1 Classificação dos Problemas de Localização.....	27
3.1.2 Métodos de Resolução	30
3.1.3 Análise Bibliométrica da Produção Científica sobre o Problema da Localização em Pesquisa Operacional.....	31
3.1.4 Histórico e Trabalhos Correlatos	37
3.2 PROBLEMA DAS <i>P</i> -MEDIANAS	42
3.3 ALGORITMO GENÉTICO	43
4 METODOLOGIA ADOTADA.....	45
4.1 COMPOSIÇÃO DAS INFORMAÇÕES NECESSÁRIAS	46
4.2 AVALIAÇÃO DA LOCALIZAÇÃO ATUAL	47
4.3 AVALIAÇÃO DA LOCALIZAÇÃO IDEAL	48
4.4 AVALIAÇÃO DA EXPANSÃO DE UNIDADES EXISTENTES.....	48
4.5 AVALIAÇÃO DA ABERTURA DE NOVAS UNIDADES	50
4.5.1 Problema das <i>p</i> -medianas não-capacitado adaptado.....	50
4.5.2 Problema das <i>p</i> -medianas capacitado adaptado.....	51
4.6 ESTRATÉGIA DE SOLUÇÃO BASEADA EM ALGORITMO GENÉTICO	52
4.6.1 Inicialização	53
4.6.2 Criação da população inicial.....	55
4.6.3 Cruzamento/Mutação.....	57
4.6.4 Combinação de indivíduos	58
4.6.5 Geração de indivíduos aleatórios.....	59
4.6.6 Reconstituição da População	59
4.6.7 Critérios de parada	60
5 RESULTADOS	61
5.1 COMPOSIÇÃO DAS INFORMAÇÕES NECESSÁRIAS	61
5.2 AVALIAÇÃO DA LOCALIZAÇÃO ATUAL	64
5.3 AVALIAÇÃO DA LOCALIZAÇÃO IDEAL	67
5.4 ESTRATÉGIA DE PLANEJAMENTO BASEADA NA EXPANSÃO DE UNIDADES EXISTENTES	70
5.5 ESTRATÉGIA DE PLANEJAMENTO BASEADA NA ABERTURA DE NOVAS UNIDADES.....	74
5.5.1 Problema das <i>p</i> -medianas Não-capacitado Adaptado.....	75
5.5.2 Problema das <i>p</i> -medianas Capacitado Adaptado.....	77
5.6 SOLUÇÃO BASEADA EM ALGORITMO GENÉTICO	79
5.6.1 Experimentos computacionais para validação do algoritmo	80
5.6.2 Avaliação da Localização ideal - PPM não-capacitado (Passo 3).....	82
5.6.3 Análise da Localização de Novas Unidades – PPM não-capacitado (Passo 5).....	83

5.7 INTERPRETAÇÃO DOS RESULTADOS	85
6 CONCLUSÕES.....	90
REFERÊNCIAS	93

1 INTRODUÇÃO

A educação e o cuidado na primeira infância vêm sendo tratados, cada vez mais, como assuntos prioritários em âmbito nacional. Isto vem ocorrendo, tanto por parte dos governos Federal, Estadual e Municipal, como pelas organizações da sociedade civil, por um número crescente de profissionais da área pedagógica e de outras áreas do conhecimento, que veem na Educação Infantil uma verdadeira “ponte” para a formação integral do cidadão (BARROS, 2008).

O contexto histórico do surgimento das creches no Brasil se encontra ligado às transformações e modificações do papel da mulher na sociedade capitalista. Nas décadas de 60 e 70, houve um considerável aumento no número de creches nacionais. Lobo (2003) afirma que dois motivos principais podem ser citados a fim de se justificar esse fato. Primeiro, devido ao empobrecimento de boa parte da população, o que levou a criação de novas creches de caráter assistencialista e higienistas para melhorarem as condições de vida das crianças das classes mais pobres, tendo assim uma **função social**. Já o segundo motivo diz respeito à entrada da mão-de-obra feminina no mercado de trabalho.

A Taxa de Atividade (TA) consiste em um importante fator para a compreensão da mudança social ao longo das décadas. Segundo Lameiras (2013), TA é definida como a proporção da População Economicamente Ativa em relação à População em Idade Ativa. Com base nos censos demográficos a TA feminina no Brasil no início da década de 60 era de 16,6%, passando para 26,9% no ano de 1980. A título de comparação, o ano de 2014 fechou com média de 48,2% enquanto janeiro de 2015 apresentou taxa de 50,1%.

A mulher inserida no mercado de trabalho acabou por influenciar uma mudança na função das creches, pois a classe média passou a ser usuária destas instituições. Surgiram muitas creches particulares e com **função educacional**, já que estudos paralelos estavam sendo feitos sobre a influência da creche no desenvolvimento da criança.

Antes da Constituição de 1988 não existia uma legislação reconhecendo direitos e definindo responsabilidades nesse campo. Apenas a partir de 1996, a creche foi consolidada como direito e com fins educativos com a aprovação da nova Lei de Diretrizes e Bases da Educação (LDB) (ASSUNÇÃO, 2010).

Atualmente, o atendimento em creche e pré-escola é um direito garantido a toda criança desde o seu nascimento. Este direito está assegurado no Estatuto da Criança e do Adolescente (ECA) e registrado também na LDB (BRASIL, 2014).

Uma alteração expressiva na LDB foi realizada em 2013, através da aprovação da Lei nº 12.796. Basicamente, essa lei faz um ajuste de redação da LDB em relação à Emenda Constitucional nº 59, de 2009, que havia ampliado a obrigatoriedade para a faixa etária de 4 a 17 anos, estabelecendo o ano de 2016 como prazo final para a universalização (BARROS, 2008).

Segundo a Sinopse Estatística da Educação Básica de 2013 do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep), o Brasil possuía 5.374.108 crianças matriculadas distribuídas em uma das 85.866 unidades públicas de Educação Infantil espalhadas por todo o País, que envolve creches (para crianças de 0 a 3 anos) e pré-escolas (para 4 e 5 anos) (BRASIL, 2014).

O PNE (Plano Nacional de Educação), aprovado pela Lei nº 13.005/2014, trata da Educação Infantil e estabelece que até 2024 deve-se ampliar a oferta de vagas em creches e pré-escolas. A oferta de pré-escola deve abranger toda a população na faixa etária de 4 e 5 anos, até 2016 e metade das crianças de 0 a 3 anos de idade deverão estar matriculadas em creches até o final da vigência do plano (em 2024).

Diante do cenário exposto, uma importante decisão estratégica competente ao poder público diz respeito à localização dessas instalações. Determinar o local de novas unidades de Educação Infantil, por exemplo, envolve grandes investimentos e, por vezes, consiste numa decisão difícil de ser desfeita.

O presente trabalho trata da avaliação da distribuição espacial das unidades públicas da rede de Educação Infantil. Esse problema refere-se a um aspecto importante da administração escolar, podendo atenuar problemas de desigualdades observados no ensino público, em termos de acessibilidade e disponibilidade de vagas, por exemplo.

Este problema será resolvido por meio de técnicas da Pesquisa Operacional (PO) com modelagem matemática e meta-heurística. O problema da localização de instalações consiste em um problema clássico de Otimização Discreta, no qual, de modo geral, busca-se a designação de clientes a determinadas facilidades minimizando a distância entre os mesmos.

1.1 OBJETIVOS

A fim de se avaliar a distribuição espacial das unidades públicas da rede de Educação Infantil de Curitiba-PR, esta seção apresenta tanto o objetivo geral quanto os objetivos específicos deste trabalho.

1.1.1 Objetivo Geral

O objetivo geral do trabalho é otimizar a localização dos centros públicos de Educação Infantil em Curitiba-PR, mediante a abordagem de quatro análises complementares, embora independentes entre si: (i) Análise da Localização Atual; (ii) Análise da Localização Ideal; (iii) Análise da Expansão de Unidades Existentes; e (iv) Análise da Abertura de Novas Unidades.

1.1.2 Objetivos Específicos

Para se atingir o objetivo geral, têm-se por objetivos específicos:

- Analisar possíveis disparidades entre oferta e demanda por unidades públicas de Educação Infantil, ou seja, identificar regiões de excesso ou escassez de vagas;
- Propor um zoneamento das unidades baseado em localizações ótimas, resultante da aplicação do modelo das p -medianas. Essa proposta sugere uma distribuição ideal das unidades ao longo da área estudada;
- Apresentar uma proposta de expansão de unidades existentes a fim de suprir a demanda existente considerando o modelo do transporte;
- Apresentar a estratégia de planejamento da localização baseada na abertura de novas unidades, com capacidades definidas, avaliando-se dois modelos, o modelo das p -medianas capacitado e não-capacitado;
- Criar uma nova estratégia de solução para o Problema das p -medianas (PPM) não-capacitado baseada em Algoritmo Genético (AG), a fim de avaliar o custo computacional e a qualidade das soluções obtidas.

1.2 RELEVÂNCIA DO ESTUDO

O tema da pesquisa incide na localização de instalações, também denominada por diversos autores como localização de facilidades, que tem sido uma área de pesquisa solidamente constituída dentro da área de PO (MELO, NICKEL e SALDANHA-DA-GAMA, 2009). Vários artigos e livros são testemunhas deste fato (ver, por exemplo, DREZNER e HAMACHER, 2002 e NICKEL e PUERTO, 2006).

A importância desse tema se deve ao fato de que o estudo de localização de instalações é um aspecto crítico dentro do planejamento estratégico aplicado tanto a ambientes públicos como privados (ARENALES, *et al.* 2007). Decisões tomadas nesse âmbito são complexas, pois definem o sucesso do negócio, envolvem grandes investimentos e caso as escolhas sejam mal feitas, pode ser bastante difícil voltar atrás (MARETH; PIZZOLATO, 2014).

A problemática da localização de instalações, de modo específico das unidades públicas de Educação Infantil, consiste num problema de natureza abrangente, diante da imposição de oferecer educação à todas as crianças. Particularmente, no Brasil, o problema exhibe grande atualidade, pois o direito ao acesso à Educação Infantil tem sido colocado como meta prioritária pela administração pública, embora divergências entre discurso e prática sejam comuns.

Este trabalho, particularmente, é relevante por apresentar uma abordagem metodológica inovadora na resolução de problemas de otimização na localização de unidades públicas de educação, quando comparada a outros trabalhos sobre o tema. Essa metodologia é composta por quatro etapas. Os trabalhos apresentados por Pizzolato *et al.* (2004), por exemplo, apresentam as primeiras duas etapas de análise: (i) Análise da Localização Atual e (ii) Análise da Localização Ideal ou Proposta. Os casos apresentados tratam-se de problemas de menor porte – o caso exposto com maior número de vértices, possuía 1861 setores, que foram trabalhados de forma agrupada em 503 setores com 332 escolas – nos quais essas duas análises eram suficientes para que importantes conclusões fossem tiradas.

Assim, pelo fato do caso de Curitiba-PR consistir em um problema de maior porte (com 2.395 vértices e mais de 250 unidades de educação), foi necessário que duas estratégias distintas fossem analisadas sistematicamente: (iii) Análise da Expansão das Unidades Existentes, informando quais e em quantas vagas deveriam ser expandidas as unidades de Educação Infantil, de modo que toda a demanda fosse suprida, segundo o critério de proximidade; e (iv) Análise da Abertura de Novas Unidades, onde segundo o mesmo critério, são apontadas as melhores localizações caso a demanda fosse suprida através da abertura de novas instalações.

A relevância prática deste trabalho é que os resultados obtidos podem contribuir para evidenciar regiões com escassez de vagas, e para uma melhor estratégia de investimentos em unidades públicas de Educação Infantil no município de Curitiba-PR. Além disso, a metodologia apresentada pode ser aplicada a outros municípios, principalmente os que apresentarem um grande desequilíbrio entre oferta e demanda de vagas e que, portanto, precisam avaliar as melhores localizações por meio de estratégias de ampliação ou criação de novas vagas.

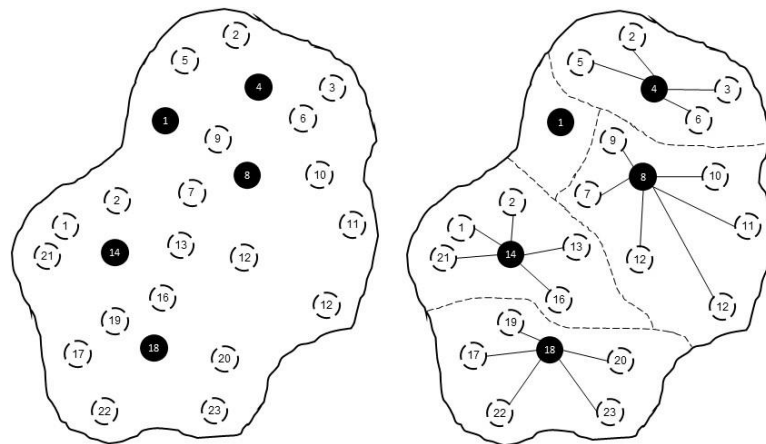
O caso de Curitiba-PR, também propiciou outra contribuição teórica relevante, que consiste na proposta de uma nova estratégia de solução do modelo das p -medianas baseado em Algoritmo Genético. Os resultados de validação do AG indicaram que o método proposto neste estudo apresenta soluções satisfatórias, e que o objetivo de estabelecer um método de solução para o problema real de avaliação da localização de centros de Educação Infantil foi atingido.

1.3 LIMITAÇÕES

O problema de localização das unidades públicas de Educação Infantil, será abordado através do modelo das p -medianas. O modelo das p -medianas, para este caso, supõe que tanto as crianças como as unidades educacionais estão localizadas nos centroides dos setores censitários e que as crianças preferem a instalação mais próxima de suas residências. Dessa forma, se um vértice contém uma unidade, ela atende a todas as crianças que residem naquele setor censitário, o qual, de acordo com a simplificação adotada, percorrerá uma distância nula. Caso o vértice não contenha nenhuma instalação, assume-se que a criança vai preferir o vértice mais próximo que possua uma unidade e todos os alunos percorrerão a distância separando esses dois vértices.

Essa simplificação é considerada razoável, pois as distâncias entre vértices aproximam a distância média para o conjunto de crianças dispersas em um setor censitário, caminhando para o geocentro de um setor vizinho. A FIGURA 1.1 ilustra agrupamentos formados através do problema das p -medianas em determinada região com seus centroides representados.

FIGURA 1.1 – REPRESENTAÇÃO DE AGRUPAMENTOS FORMADOS PELO MODELO DAS P -MEDIANAS



FONTE: A AUTORA (2016)

Além disso, essa hipótese guarda coerência com um provável comportamento real, de que os pais levem as crianças para as unidades próximas à sua residência. Essa premissa é passível de discussão. No caso de crianças maiores em escolas, algumas percorrem o caminho até a escola a pé, o que aumenta a consistência da hipótese. No caso de crianças de creches e pré-escolas, o que normalmente ocorre é que são levadas por seus pais. Neste caso, pode ser relevante o número de pais que preferiram instalações próximas ao seu local de trabalho.

No entanto, a questão da preferência da localização ser mais próxima à residência, ao trabalho ou a outro lugar em questão é muito discutível e difícil de quantificar. Outrossim, outro tipo de preferência poderia ser representado por uma alteração na matriz de distâncias, representando, não necessariamente distâncias físicas, mas sim, quanto a unidade está longe da preferência.

Talvez mais expressiva que essa questão, seja a heterogeneidade das instalações. Assumir que os pais levam as crianças para a escola mais próxima de suas residências não pode ser considerada uma hipótese verdadeira no momento em que as instalações em confronto possuem aspectos distintivos tais como tradição, qualidade das instalações e do ensino oferecido, oportunidades de acesso a séries superiores, alternativas diferenciadas de ensino, contradições culturais ou socioeconômicas.

Resumidamente, em relação as premissas assumidas pelo modelo das *p*-medianas, pode-se citar três principais, adaptadas de Barcelos, Pizzolato e Lorena (2004):

1. Toda a população em idade escolar que mora num determinado setor censitário encontra-se concentrada no seu respectivo centro demográfico (centroide);
2. Todas as escolas oferecem as mesmas condições de ensino, conservação, espaço para recreação, conforto, merenda escolar, tradição, qualificação dos professores, acesso a séries ou níveis de ensino posteriores etc.;
3. Escolas localizadas em um mesmo setor censitário atendem à mesma área e são consideradas apenas uma, com as capacidades somadas.

Cabe acrescentar diversos condicionantes que afetam o número de crianças a frequentarem as unidades públicas de Educação Infantil, tais como:

- i. a presença do ensino privado que absorve parcelas das crianças da classe média e alta;
- ii. o fato de não ser obrigatório para crianças de 0 a 3 anos;
- iii. o fato de existirem alunos especiais, cujo atendimento exige escolas distintas da rede regular;
- iv. o fato de crianças de outras cidades virem às unidades educacionais de Curitiba, como por exemplo, as de Araucária, Campo Largo, Colombo e São José dos Pinhais, sendo o inverso verdadeiro.

Outra limitação importante do trabalho refere-se a medição de distâncias entre os geocentros. Por exemplo, nos trabalhos de Silva (1991) e em Pizzolato e Silva (1993), foram utilizadas distâncias reais, medidas ao longo das vias. No presente trabalho usam-se distâncias euclidianas entre os estabelecimentos de ensino.

1.4 ESTRUTURA

O presente trabalho está organizado da seguinte forma: além deste capítulo 1, apresenta-se no capítulo 2, a descrição do problema de pesquisa. No capítulo 3, a revisão bibliográfica relacionada ao tema aqui abordado. No capítulo 4 é apresentada a metodologia da pesquisa, onde descreve-se como os dados foram coletados e tratados, e os métodos que serão utilizados para a abordagem do problema. No capítulo 5 são apresentados os resultados e, finalmente, no capítulo 6 são apresentadas as conclusões e sugestões para futuros trabalhos.

2 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

Segundo a LDB (Lei nº 12.796/2013), a Educação Básica é obrigatória e gratuita dos quatro aos 17 anos de idade, está organizada da seguinte forma:

- Pré-escola;
- Ensino Fundamental;
- Ensino Médio;

A Educação Infantil, que está sob foco deste trabalho, é primeira etapa da educação básica, e tem como finalidade o desenvolvimento integral da criança de até cinco anos, em seus aspectos físico, psicológico, intelectual e social, complementando a ação da família e da comunidade em seus aspectos físico, psicológico, intelectual e social, complementando a ação da família e da comunidade (Redação dada pela Lei nº 12.796, de 2013).

A Educação Infantil, segundo a mesma Lei, deve ser gratuita, e está dividida, por sua vez, em:

- I - creches, ou entidades equivalentes, para crianças de até três anos de idade;
- II - pré-escolas, para as crianças de quatro a cinco anos de idade.

Neste capítulo será apresentada a descrição do problema do trabalho, primeiramente, sob uma perspectiva nacional e estadual do problema, e por fim, descrevendo a situação do problema em Curitiba-PR.

2.1 PERSPECTIVA GERAL DO PROBLEMA

O estudo é realizado no município de Curitiba-PR, com área de 434,8 km². De acordo com o Censo de 2010, sua população era de 1,752 milhão de habitantes, com população de 0-5 anos de 7,4% sobre a população total. O estudo envolve um comparativo entre capacidade total ofertada pelas unidades educacionais com a demanda e, também, uma análise sobre a localização otimizada de novas unidades, levando em consideração as já existentes.

O acesso de crianças aos centros de educação é um problema de natureza global. Um panorama geral será traçado, a fim de se compreender a amplitude do problema a um nível nacional, estadual, e por fim municipal, tratando especificamente do município de Curitiba-PR.

Para a obtenção de dados referentes ao número de crianças com acesso às escolas, o Observatório do PNE¹ foi de extrema importância. Pelo fato de representar um instrumento disponível à sociedade para acompanhar o cumprimento das metas estabelecidas do PNE, reúne análises e indicadores mais recentes, comparativamente aos do Censo Demográfico (2010), por exemplo.

A primeira meta do PNE consiste em universalizar, até 2016, a Educação Infantil na pré-escola para as crianças de 4 a 5 anos de idade e ampliar a oferta de Educação Infantil em creches de forma a atender, no mínimo, 50% das crianças de até 3 anos até 2024.

O GRÁFICO 2.1 ilustra que em 2013, 88% das crianças de 4 a 5 anos e 28% das crianças de 0 a 3 anos frequentavam escolas ou creches no Brasil.

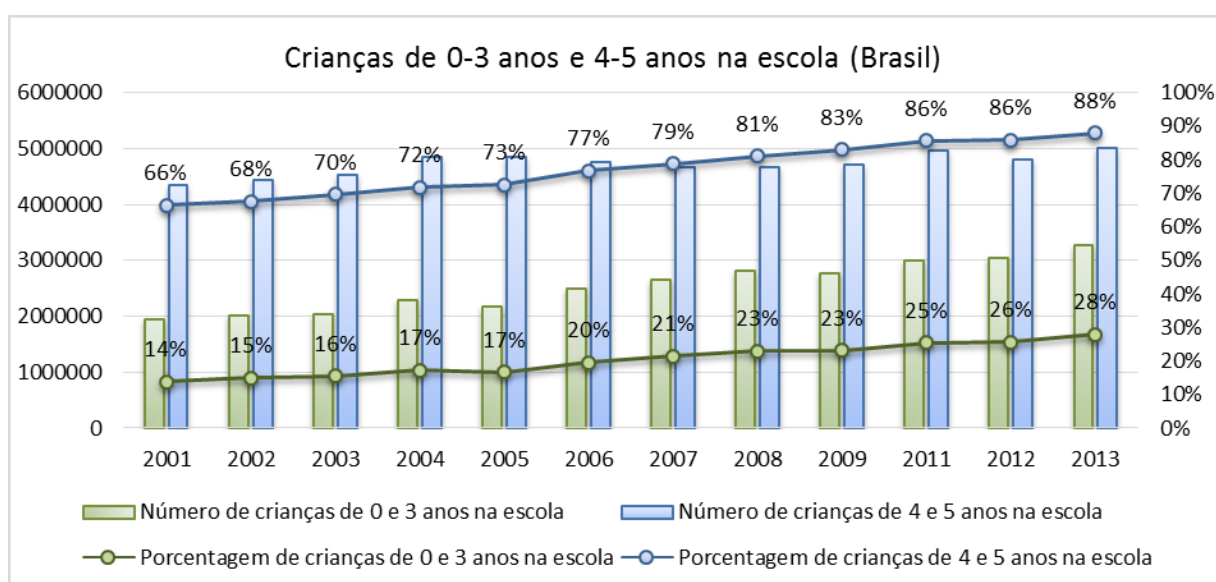


GRÁFICO 2.1- CRIANÇAS COM ACESSO À EDUCAÇÃO INFANTIL NO BRASIL

FONTE: DADOS OBTIDOS DO: [HTTP://WWW.OBSERVATORIODOPNE.ORG.BR/DOWNLOADS](http://www.observatoriodopne.org.br/downloads)

A meta de universalização da Pré-escola até 2016 não parece distante para o País, mas é preciso ressaltar que os 12% restantes significam quase 700 mil crianças e que as desigualdades regionais são marcantes.

Já na etapa de 0 a 3 anos, a expansão do número de matrículas deve acelerar-se. Até 2024, aproximadamente 2,5 milhões de crianças deverão ser matriculadas nessa etapa de ensino. O Plano Nacional de Educação de 2001-2010 já estabelecia o atendimento de 50% até

¹ O Observatório do PNE consiste em uma plataforma online que tem como objetivo monitorar os indicadores referentes às suas metas e de suas respectivas estratégias. Ele oferece análises importantes sobre a ampliação e a oferta de Educação Infantil em território nacional e por demais localidades. Disponível em: <http://www.observatoriodopne.org.br>.

2005, meta solenemente descumprida e agora postergada para o final da vigência do plano atual - 2024. Ao déficit de vagas, soma-se o desafio de levantar dados mais precisos, que permitam planejar detalhadamente a expansão do atendimento.

Uma análise interessante refere-se à desigualdade existente entre a frequência à Educação Infantil de crianças oriundas do quinto de renda familiar per capita mais elevado e as do quinto de renda familiar per capita mais baixo. O GRÁFICO 2.2 ilustra essa desigualdade para crianças de até 3 anos.

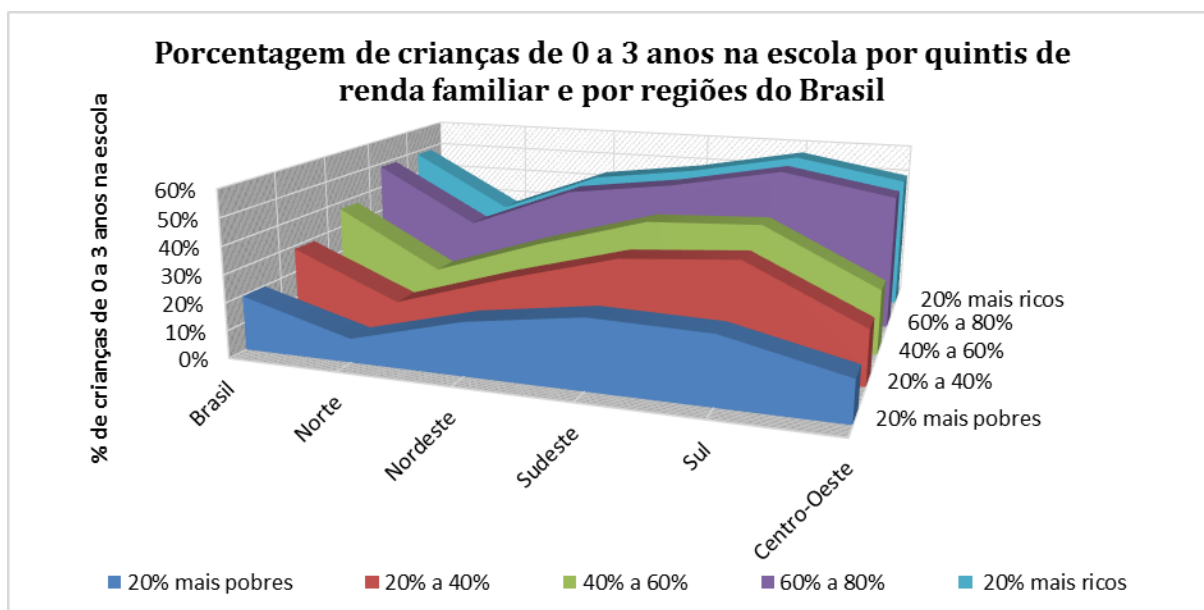


GRÁFICO 2.2 - PORCENTAGEM DE CRIANÇAS DE 0 A 3 ANOS NA ESCOLA ESTRATIFICADO POR REGIÃO E RENDA EM 2013
 FONTE: DADOS OBTIDOS DO: [HTTP://WWW.OBSERVATORIODOPNE.ORG.BR/DOWNLOADS](http://www.observatoriodopne.org.br/downloads)

O GRÁFICO 2.2 ilustra também a porcentagem de crianças de até 3 anos com acesso às creches estratificadas por regiões brasileiras. As regiões de destaque, em termos de quantidade de crianças nas creches, são as regiões Sul e Sudeste.

A fim de se analisar as condições de atendimento das crianças da Educação Infantil no Estado do Paraná em relação a outros Estados mostram-se os GRÁFICO 2.3 e GRÁFICO 2.4. A primeira mostra a situação de crianças de até 3 anos, enquanto que a segunda, mostra a situação de crianças com 4 a 5 anos.

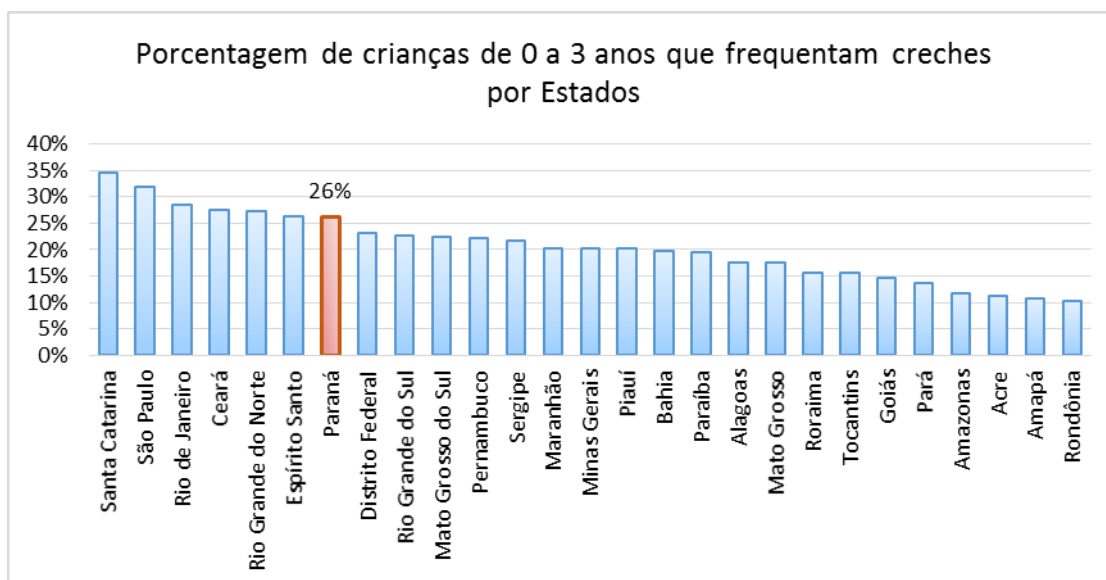


GRÁFICO 2.3 - PORCENTAGEM DE CRIANÇAS DE 0 A 3 ANOS NA PRÉ-ESCOLA ESTRATIFICADO POR ESTADOS

FONTE: CENSO DEMOGRÁFICO (2010)

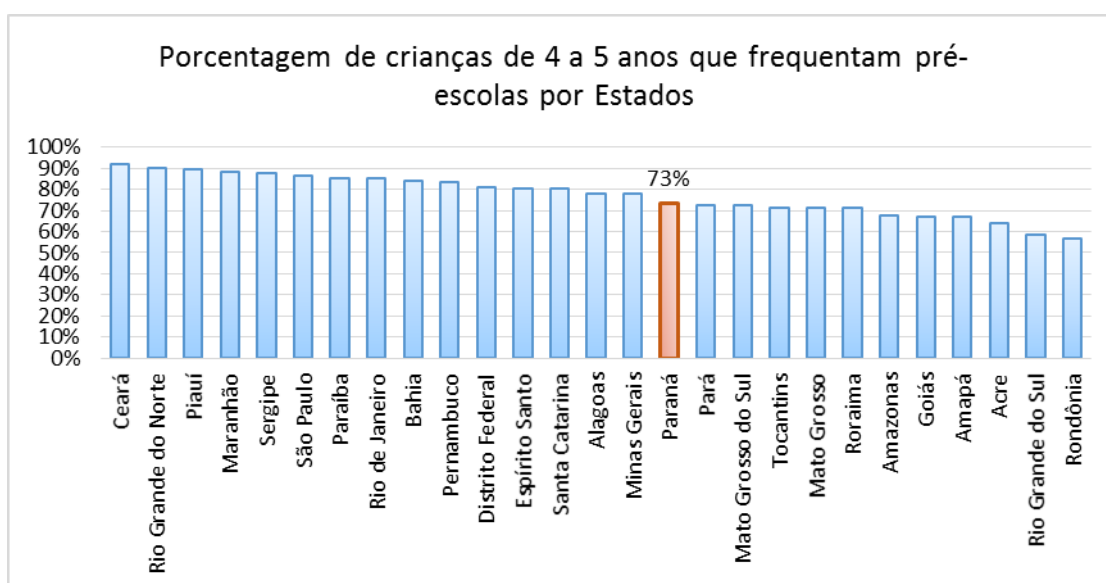


GRÁFICO 2.4 - PORCENTAGEM DE CRIANÇAS DE 4 A 5 ANOS NA PRÉ-ESCOLA ESTRATIFICADO POR ESTADOS

FONTE: CENSO DEMOGRÁFICO (2010)

O GRÁFICO 2.3 mostra que em relação às creches, Santa Catarina, São Paulo e Rio de Janeiro são os Estados com melhores condições, sendo que o Paraná encontra-se em sétimo lugar com 26% de crianças frequentando creches. No caso da pré-escola (GRÁFICO 2.4), os municípios que mais se destacam estão no Ceará, Rio Grande do Norte e Piauí, sendo que o Paraná encontra-se na décima sexta posição, com 73% das crianças em pré-escolas.

Em relação a atual situação do problema, o GRÁFICO 2.5a apresenta a porcentagem de crianças de 0 a 3 anos que frequentam creches em Curitiba-PR e região metropolitana

comparativamente ao Brasil. É possível observar que, para alcançar a meta de acesso à creche, tanto na região de Curitiba-PR quanto no Brasil, a expansão do número de matrículas deve acelerar-se. Curitiba-PR apresentou um percentual estimado de 36,1 % de crianças em creches em 2013, superando a índice nacional.

O GRÁFICO 2.5b mostra que apesar do percentual de crianças na escola em 2013 poder ser considerado alto a nível nacional (87,9%), a meta de atendimento da população de 4 a 5 anos de idade é muito desafiadora pelo curto espaço de tempo para ser atingida. A região de Curitiba-PR apresentou nesse quesito índice inferior ao nacional, com 81,9% das crianças na pré-escola. Até 2016, o acesso à pré-escola deverá, por lei, ser universal, o que significa que mais de 15 mil crianças terão de ser matriculadas em Curitiba-PR e região metropolitana.

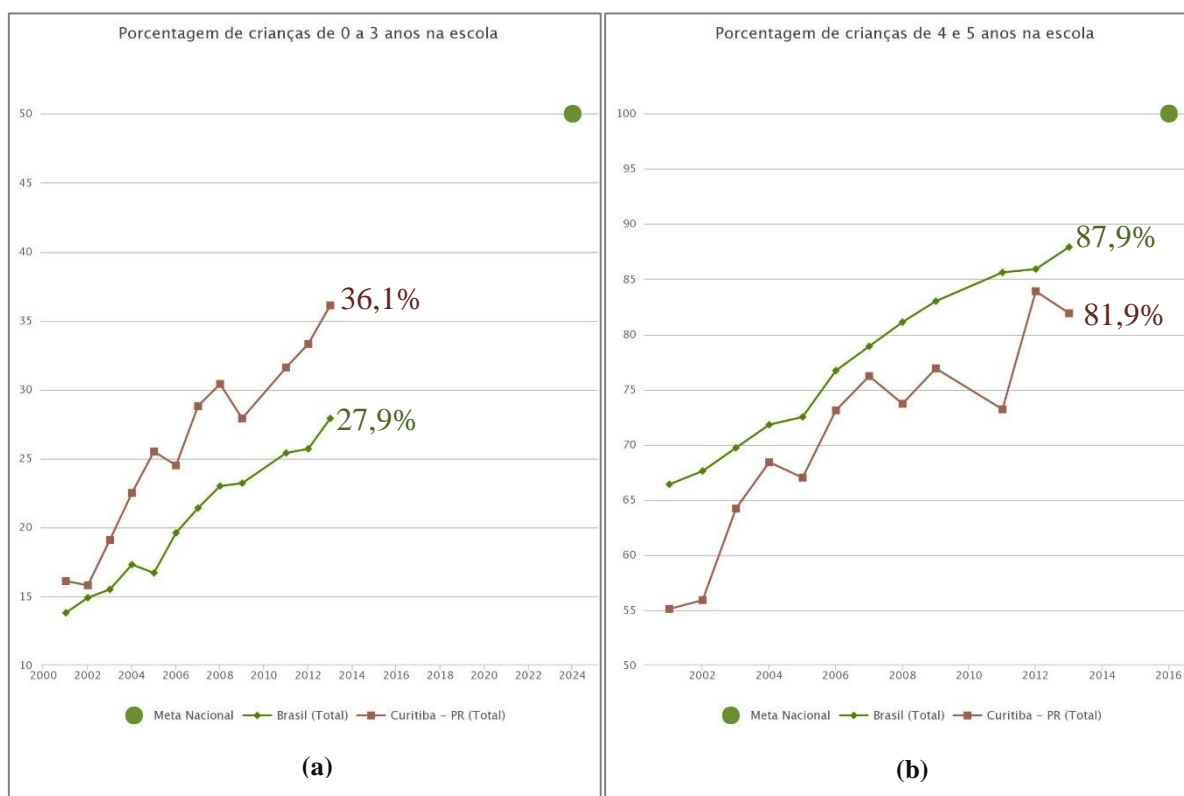


GRÁFICO 2.5 - PORCENTAGEM DE CRIANÇAS COM ACESSO À EDUCAÇÃO INFANTIL A NÍVEL NACIONAL E REGIONAL (CURITIBA-PR)

FONTE: OBSERVATÓRIO DO PNE (DADOS IBGE/PNAD) DISPONÍVEL EM: [HTTP://WWW.OBSERVATORIODOPNE.ORG.BR/METAS-PNE/1-EDUCACAO-INFANTIL/INDICADORES](http://www.observatoriodopne.org.br/metas-pne/1-educacao-infantil/indicadores)

Esses indicadores são refletidos na realidade de inúmeras famílias de Curitiba-PR. Os meios de comunicação exibem notícias como: “Dez mil crianças esperam por uma vaga em uma das creches de Curitiba” (G1-PR, 2013); “Quase 10 mil crianças esperam por vaga em creches de Curitiba” (PARANÁ TV, 2015); “Ministério Público cobra na Justiça novas vagas

em creches de Curitiba” (RIBEIRO; POMPEO, 2014) trata sobre uma ação que exige que a prefeitura atenda as 10 mil crianças de até 5 anos que estão na fila de espera e outras 14 mil que precisarão do serviço até 2016; “Mães acusam prefeituras de maquiar falta de vagas em creches municipais” (MARCHIORI, 2014); ou “Universalização de ensino para crianças de 4 e 5 anos será garantida, mas com as obras atrasadas, continua desafio para atender os menores” (FELIX, 2015). Essas notícias retratam a realidade de pais que precisam trabalhar, e que não tem condições de pagar creche integral, além de mães impedidas de procurar emprego por não terem com quem deixar seus filhos. A FIGURA 2.1 ilustra uma publicação registrada por Campana (2014).

FIGURA 2.1 - NOTÍCIA PUBLICADA EM 2014 SOBRE A FALTA DE CRECHES EM CURITIBA-PR

11 mil crianças estão nas filas das creches

Educação. Lista de espera praticamente não mudou em relação ao ano anterior. Prefeitura diz que vai abrir 1,6 mil vagas

Problema crônico na capital, o déficit de vagas nas creches pouco mudou, no último ano. Enquanto no começo de 2013 haviam 11,4 mil crianças nas listas de espera dos CMEIs (Centros Municipais de Educação Infantil), o número atual é de cerca de 11 mil, segundo a secretária municipal de Educação, Robeilaine Roballo.

De acordo com ela, o maior problema está na faixa dos 0 aos 3 anos, em que existem faltando cerca de 9 mil vagas. “São bebês, eles não podem ficar em lugares muito grandes. Precisam de locais bem preparados, e essa é a dificuldade”, diz.

Para suprir o déficit das crianças entre 3 e 5 anos, fase pré-escolar, a prefeitura

“É um trabalho árduo captar recursos do governo federal para as creches. Conseguimos pela primeira vez na história.”

ROBEILAIN ROBALLO, SECRETÁRIA MUNICIPAL DE EDUCAÇÃO

inauguradas apenas três creches – uma para 200 crianças no Parolin e outra para 150 no Jardim Arroio



FONTE: DISPONÍVEL EM: [HTTP://WWW.FABIOCAMPANA.COM.BR/2014/01/FRUET-DIZ-QUE-11-MIL-CRIANCAS-ESTAO-SEM-CRECHE-EM-CURITIBA-MP-DIZ-QUE-SAO-MAIS-DE-23-MIL/](http://www.fabiocampana.com.br/2014/01/fruet-diz-que-11-mil-criancas-estao-sem-creche-em-curitiba-mp-diz-que-sao-mais-de-23-mil/) ACESSO: DEZ. 2014.

3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

O problema de localização consiste em um problema clássico da área de PO. Neste capítulo apresenta-se o problema de localização de instalações, suas classificações e alguns dos métodos de resolução. Da mesma forma, apresenta-se uma análise bibliométrica sobre o problema da localização em Pesquisa Operacional e através de uma revisão da literatura, faz-se uma análise de trabalhos correlacionados ao problema em questão.

3.1 LOCALIZAÇÃO DE INSTALAÇÕES (*FACILITIES LOCATION*)

Os métodos de localização visam encontrar o lugar “ideal” para a implantação ou ampliação de uma determinada instalação utilizando algum modelo matemático apropriado. A natureza da instalação pode diferir em essência, tratando-se desde fábricas, armazéns, lojas de varejo, hospitais, clínicas e centrais telefônicas.

O objetivo deste tipo de problema é determinar a localização de instalações de tal forma que as “vantagens” máximas possam ser obtidas em virtude da localização, em termos de medidas de desempenho desejáveis (RANDHAWA e WEST, 1995).

De forma similar, Daskin (1995) afirma que os problemas de localização tratam-se de decisões sobre onde devem ser localizadas as instalações, considerando os clientes que podem ser servidos de forma a otimizar um determinado fator (ou critério).

Existem, entretanto, diversos fatores que interferem na decisão locacional. No caso de fábricas e armazéns, a localização é direcionada por fatores econômicos, ou seja, pelo potencial de receitas que a região pode gerar, exemplifica Ballou (2006). Já no caso de serviços (escolas, hospitais, caixas automáticos, centros de reciclagem) o fator crucial é a acessibilidade do local (MENEZES, 2010).

Lirn, Thanopoulou e Beresford (2003), Barreto (2004), Peričaro, Volpi e Santos (2007), Mapa e Lima (2007), Lopes e Almeida (2008), Carrara (2007), Current, Min e Schilling (1990) e Randhawa e West (1995) atribuem à decisão locacional fatores como: a minimização de custos, a proximidade dos fornecedores e dos consumidores, a infraestrutura local, a localização dos competidores, barreiras governamentais, impacto econômico, danos ambientais, determinação do número de instalações que são necessárias para garantir aconselhável nível de serviço, entre outros, variando de acordo com o tipo de empresa.

De acordo com Revelle *et al.* (1970), também há distinções de objetivos entre os setores público e privado. No setor privado, o objetivo é maximizar lucros ou minimizar custos. No

setor público a preocupação é a maximização do benefício oferecido à sociedade, ou minimização dos custos dos serviços oferecidos.

Os problemas de localização no setor público podem ser classificados em duas categorias (MENEZES, 2010):

- (1) Localização de serviços não-emergenciais (escolas, aterros sanitários, agências de correio, entre outras);
- (2) Localização de serviços emergenciais (hospitais, serviços de atendimento de emergências por ambulâncias, estações do corpo de bombeiros).

Como medida de eficiência para a otimização, utiliza-se no primeiro caso a distância média percorrida ou o tempo médio despendido pelo usuário no trajeto. Para serviços de emergência, o fator crucial é o tempo de chegada ao local, por exemplo, o tempo de chegada da ambulância no local do acidente. A variável de decisão comumente utilizada é a abrangência máxima do equipamento coletivo.

Segundo Detro (2013), de modo geral, modelos de localização normalmente otimizam um ou mais objetivos sujeitos a restrições físicas, estruturais e políticas. A complexidade do problema de localização depende de sua natureza e do critério a ser considerado para a decisão, porém eles possuem duas características: (i) são de difícil resolução, pois mesmo sua versão mais simples é *NP-hard* (Não-Polinomial-Difícil), termo relacionado à complexidade do algoritmo e (ii) pela capacidade de modelar ou aparecer como subproblemas de vários outros problemas (DIAS, 2008; CURRENT, RATICK e REVELLE, 1997; NOOR-E-ALAM, MAH e DOUCETTE, 2012).

3.1.1 Classificação dos Problemas de Localização

De acordo com Current, Min e Schilling (1990), Owen e Daskin (1998), Bandeira (2006) e Queiroz (2008), modelos de localização de instalações podem ser caracterizados como:

- Problemas de instalações capacitados ou não-capacitados (nestes, assume-se que cada unidade não tem limites em sua capacidade). Os modelos de localização (cobertura, medianos e centrais) tratam a localização como um problema não-capacitado ou com capacidade ilimitada (*uncapacitated location model*). Entretanto, existem modelos que já impõem esse limite ou tamanho da capacidade nas restrições ao modelo (*capacitated facility location model*).

- Problemas de localização simples ou de múltiplas instalações – segundo Arabani e Farahani (2012), no caso de localização simples, a nova instalação deve ser localizada de modo que as distâncias com as demais instalações sejam minimizadas tanto quanto possível. O problema de múltiplas instalações é similar, porém várias novas instalações deverão ser alocadas em locais ótimos.
- Espaço de busca contínuo, discreto ou de rede – no espaço contínuo as instalações podem ser localizadas em qualquer lugar na região de estudo. Os modelos de localização contínua apresentam dificuldades de ordem computacional e prática, por vezes resultando em formulações não-lineares difíceis de serem solucionadas para mais de uma localização ou por apresentar soluções inviáveis na prática. Nesses modelos, supõe-se a inexistência de restrições de percurso, de modo que se pode usar a distância mais curta. Os mais utilizados são os métodos da métrica euclidiana, da métrica metropolitana e o modelo de Weber (1929). Em contraste aos modelos contínuos, nos modelos de localização discretos, as localizações potenciais são limitadas a um número finito de locais discretos. Enquanto que, na rede, assume-se que a demanda e as instalações estão localizadas nos nós de uma rede, em um conjunto finito de localizações. Dentro desta caracterização, há que se destacar também a importante contribuição de Hakimi para os problemas de *p-mediana* (DUBKE, 2006).
- Modelos probabilísticos (estocásticos) e determinísticos: Nos modelos determinísticos (não-sujeitos a incertezas), a saída é determinada uma vez que as configurações de entrada e os relacionamentos no modelo foram especificados. Modelos estocásticos são aqueles em que, pelo menos uma variável precisa ser representada por uma distribuição de probabilidade.
- Modelo estático ou dinâmico na natureza. Nos modelos estáticos todas as instalações são abertas uma vez e permanecem abertas pelo horizonte do planejamento. Os modelos dinâmicos reconhecem que os parâmetros do problema podem variar com o passar do tempo, assim, tentam explicar estas mudanças sobre um período de tempo. Ou seja, estes modelos são designados para os problemas onde as instalações serão abertas e,

possivelmente, fechadas com o passar do tempo, de acordo com mudanças nos parâmetros do problema.

Ao longo dos anos, surgiram modelos de localização, sendo que os principais segundo Crainic e Laporte (1997) estão classificados em: modelos de Cobertura, modelos de Centro e modelos de Mediana.

- Modelos de Cobertura: O objetivo é minimizar o custo de localização de uma instalação pelo qual um máximo nível de cobertura é obtido. Os problemas de cobertura estão divididos em *location set covering problem* (problemas de cobertura de conjuntos de localização) e *maximal covering problem* (problemas de máxima cobertura). O primeiro modelo de cobertura foi atribuído a Toregas *et al.* (1971) *apud* Drezner; Hamacher (2002), e posteriormente ampliado por Church e ReVelle (1974) *apud* Drezner; Hamacher, (2002). Alguns desdobramentos desse modelo estão presentes nos estudos de Crainic e Laporte (1997), Daskin (1995) e, Owen e Daskin (1998).
- Modelos centrais: O objetivo é localizar p instalações em uma rede, minimizando a máxima distância entre os vértices e a instalação, ou entre um nó de origem e a instalação mais próxima. Esse problema é conhecido como *p-center problem* ou problema de *minimax* (Daskin, 1995).
- Modelos medianos: São chamados de *median models*. O objetivo é localizar p instalações nos vértices de uma rede e alocar demandas dessas instalações de forma a minimizar o total do produto peso vezes a distância entre as instalações e os pontos de demanda do consumidor (Hakimi, 1964). Segundo Crainic e Laporte (1997), se a instalação é não-capacitada e o número de instalações é fixo, tem-se um problema de p -mediana. Se o número de instalações é variável e as instalações não têm restrição de capacidade, tem-se um problema denominado *Uncapacitated Plant Location Model* (UPLM) ou modelo de localização de plantas não-capacitadas [modelo de Balinski (1965)]. Se o número de localizações é variável e sua instalação é capacitada, tem-se então um problema denominado *Capacitated Plant Location Problem* (CPLP) ou problema de localização de plantas capacitadas.

Os problemas de mediana, centro e de cobertura fornecem uma base sólida para a maioria das pesquisas relacionadas à localização (OWEN, DASKIN, 1998). Romero (2006)

assevera que esses são os modelos de otimização discutidos com mais frequência. No presente trabalho, utiliza-se o modelo das p -medianas, detalhado na seção 2.2.

Segundo a taxonomia e a literatura anteriormente apresentadas, o modelo a ser discutido nessa dissertação baseia-se no modelo de p -medianas, de rede, discreto, determinístico, com e sem restrições de capacidade.

3.1.2 Métodos de Resolução

Romero (2006) também classifica os modelos de localização de acordo com os métodos de resolução dos problemas, em:

- a) Otimização ou Programação Linear: São métodos exatos, com capacidade de garantir uma solução matematicamente ou, pelo menos, uma solução de acurácia conhecida. As técnicas mais utilizadas de PO incluem a Programação Linear, Programação Inteira, Programação Dinâmica, Programações por Metas, entre outras (BANDEIRA, 2006).
- b) Simulação: A simulação permite a avaliação do desempenho de diversas alternativas e também uma descrição detalhada do problema, tornando seu tratamento mais realista (ROMERO, 2006).
- c) Multicritério: De acordo com Randhawa e West (1995), a estrutura do modelo multicritério permite a consideração de fatores que têm medidas diferentes, níveis diferentes de importância para a decisão, e aqueles que podem apresentar objetivos conflitantes.
- d) Heurísticos: Estes métodos não garantem uma solução ótima, mas sim, benefícios de tempo de processamento de computador e necessidades de memória razoável. Como exemplos, poderíamos citar o algoritmo de Gillett e Johnson e algoritmo de p -medianas de Teitz e Bart.
- e) Meta-heurísticos: São métodos de solução que coordenam procedimentos de busca locais com estratégias de mais alto nível, de modo a criar um processo capaz de escapar de mínimos locais e realizar uma busca robusta no espaço de soluções de um problema (GLOVER e KOCHENBERGER, 2003). Como exemplos, pode-se citar: Busca Tabu (BT), *Greedy Randomised Adaptive Search Procedure* (GRASP), *Particle Swarm Optimization* (PSO) e *Simulated Annealing* (SA).

Na seção seguinte apresenta-se trabalhos relacionados a problemas de localização destacando-se a localização de escolas e pré-escolas e apresentando os métodos utilizados para resolução desses problemas.

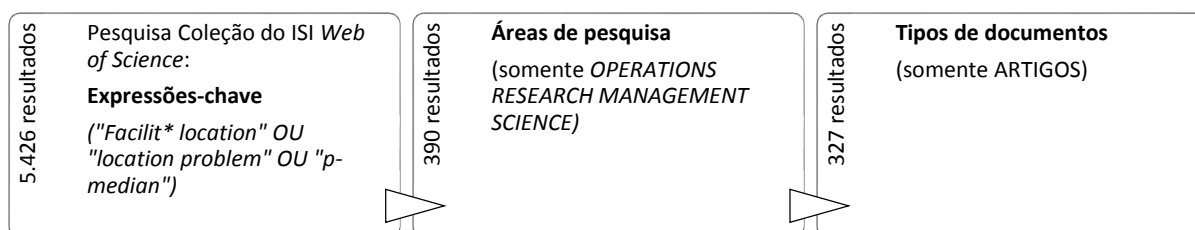
3.1.3 Análise Bibliométrica da Produção Científica sobre o Problema da Localização em Pesquisa Operacional

A bibliometria desenvolveu-se mediante a elaboração de leis empíricas sobre o comportamento da literatura (ARAÚJO, 2006). Assim, é essencial conhecer as três leis básicas da bibliometria, para o melhor entendimento dos dados: Lei de Zipf que mensura a frequência de ocorrência de palavras; Lei de Lotka que trata da produtividade de autores; e Lei de Bradford, referente à produtividade de periódicos (BUFREM; PRATES, 2005).

As leis bibliométricas, fazem uso da análise matemática e estatística de dados para investigar e quantificar a produção científica sobre determinado assunto. Duas técnicas serão utilizadas ao longo do trabalho: (1) citação, técnica que possibilita a identificação de padrões como autores mais citados, mais produtivos, elite de pesquisa e procedência geográfica (ARAÚJO, 2006); e a (2) cocitação, que mede o grau de ligação entre dois ou mais artigos pelo número de documentos que os citam (GUEDES e BORSCHIVER, 2005).

A amostra de artigos foi definida a partir da escolha da base de dados, da identificação das palavras-chave e da determinação dos tipos de documentos publicados, conforme ilustrado no fluxograma da FIGURA 3.1.

FIGURA 3.1 - FLUXOGRAMA DO PROCESSO DE DEFINIÇÃO DA AMOSTRA DEFINIDA EM FEVEREIRO DE 2015



FONTE: ENDLER E STEINER (2015)

Quanto à determinação da base de dados, optou-se por utilizar a plataforma *ISI Web of Knowledge*, por incluir revistas com fator de impacto calculado no JCR (*Journal Citation Report*), além de fornecer um conjunto relevante de informações para a análise bibliométrica (CARVALHO; FLEURY; LOPES, 2013). O tratamento dos dados seguiu utilizando-se a expressão "*Facilit* location*" ou "*location problem*" ou "*p-median*". Resultaram do esforço descrito 5.426 artigos. Em seguida, selecionou-se, exclusivamente, a área de pesquisa

Operations Research Management Science, compreendendo apenas, a área da Pesquisa Operacional, restringindo a amostra para 390 artigos.

Quanto à determinação do tipo de publicação – livros, patentes, artigos, anais de congressos, etc. – optou-se por considerar apenas os artigos. Entende-se que a escolha é válida, pois artigos acadêmicos geralmente antecedem livros consagrados, são considerados fontes seguras para pesquisas e devem apresentar rigor metodológico para publicação. A pesquisa retornou um total de 327 artigos a serem analisados. Dentre eles, 324 são do idioma inglês, dois do francês e um japonês.

O tratamento bibliométrico dos registros coletados é apresentado em duas etapas: estatística descritiva da amostra, utilizando-se o *software* Microsoft Excel®, e análise de redes de relacionamento, utilizando-se a ferramenta SITKIS®, o programa UCINET® para codificar os relacionamentos e o NetDraw® para ilustrar os diagramas de relacionamento.

Uma primeira análise descritiva das publicações procurou identificar tendências de crescimento ou declinação no interesse de desenvolvimento de estudos na área de Problemas de Localização, classificando os artigos da amostra de acordo com o ano de publicação (GRÁFICO 3.1). A primeira publicação data do ano de 1972, sendo que nos anos seguintes o volume de publicações apresenta um caráter cíclico com picos de volume de publicações nos anos 1991, 2003, 2009 e 2013, intercalados por períodos com menor volume de publicações. O ano de 2009 apresentou o maior volume de publicações com 26 artigos no total.

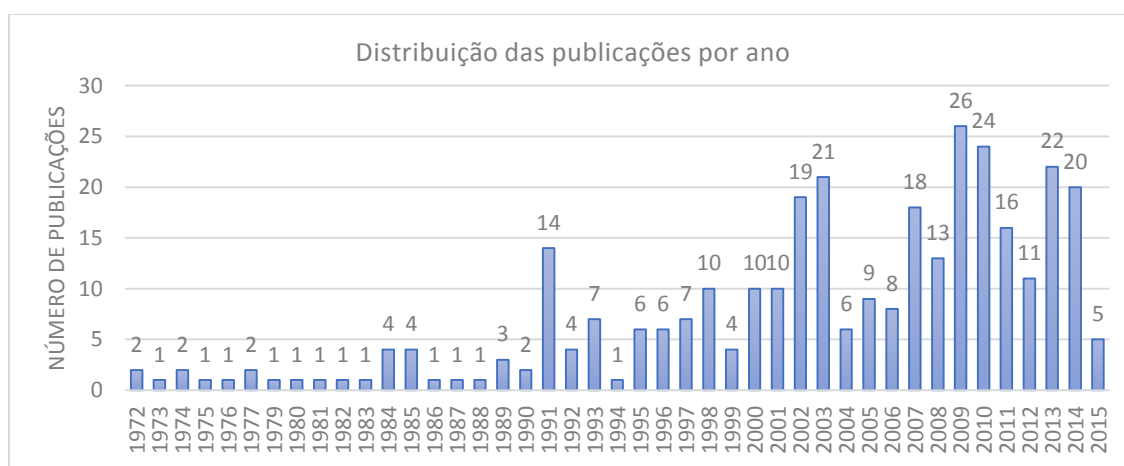


GRÁFICO 3.1 - EVOLUÇÃO DAS PUBLICAÇÕES DA AMOSTRA AO LONGO DO TEMPO
 FONTE: ENDLER E STEINER (2015)

Uma segunda análise descritiva procurou avaliar a dispersão dos trabalhos, a fim de identificar os principais autores, países de origem e periódicos em volume de publicações, conforme indicado nos gráficos GRÁFICO 3.2, GRÁFICO 3.3 e GRÁFICO 3.4

Com relação à distribuição dos trabalhos por autor (GRÁFICO 3.2), a análise da amostra revelou que o autor com maior número de trabalhos foi Zvi Drezner, com 21 publicações. Em seguida, com 10 publicações, estão os autores Frank Plastria e Arie Tamir.

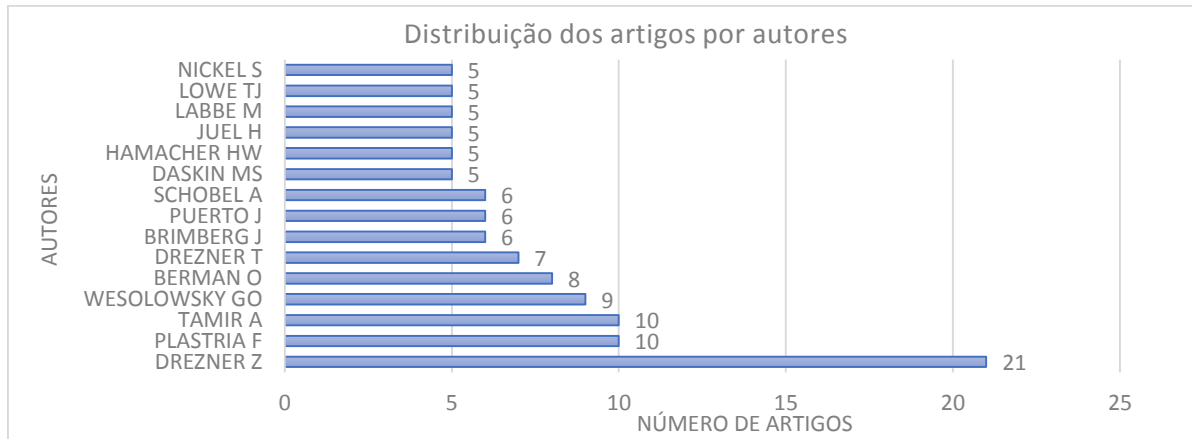


GRÁFICO 3.2 - AUTORES COM MAIOR NÚMERO DE PUBLICAÇÕES DA AMOSTRA
FONTE: ENDLER e STEINER (2015)

Dentre os principais núcleos de pesquisa aos quais os autores estão filiados estão as universidades *California State University System* (com 20 artigos) e *California State University Fullerton* (com 21 artigos). Outras universidades de destaque são a *McMaster*, no Canadá e a *Universidad de Sevilla*, na Espanha.

A estratificação das publicações por país de origem demonstra um predomínio acentuado de publicações originárias dos Estados Unidos, com publicação de 114 artigos. Em seguida, estão Canadá, Espanha, Alemanha e Japão, com número de publicações de 47, 29, 28 e 25 artigos, respectivamente. O Brasil aparece na distribuição com publicação de cinco artigos.

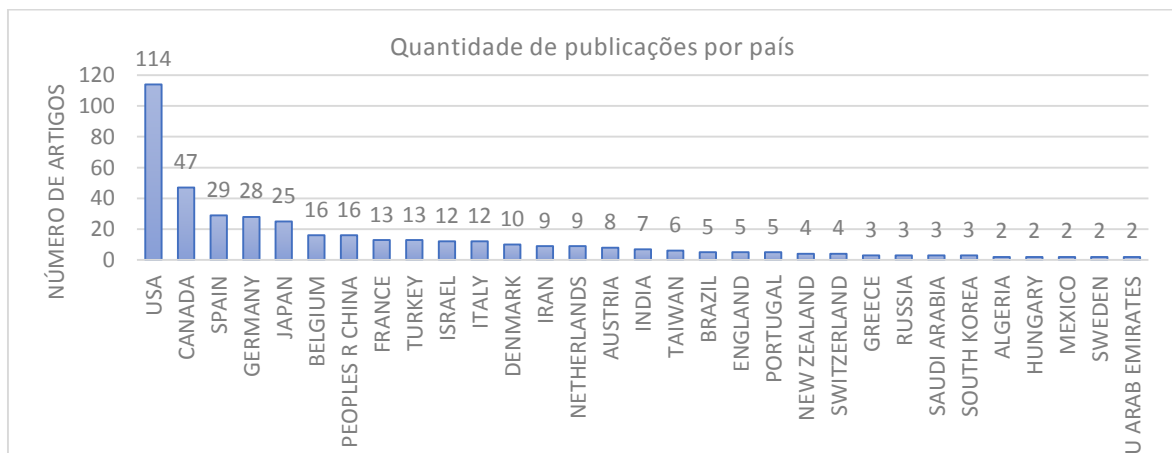
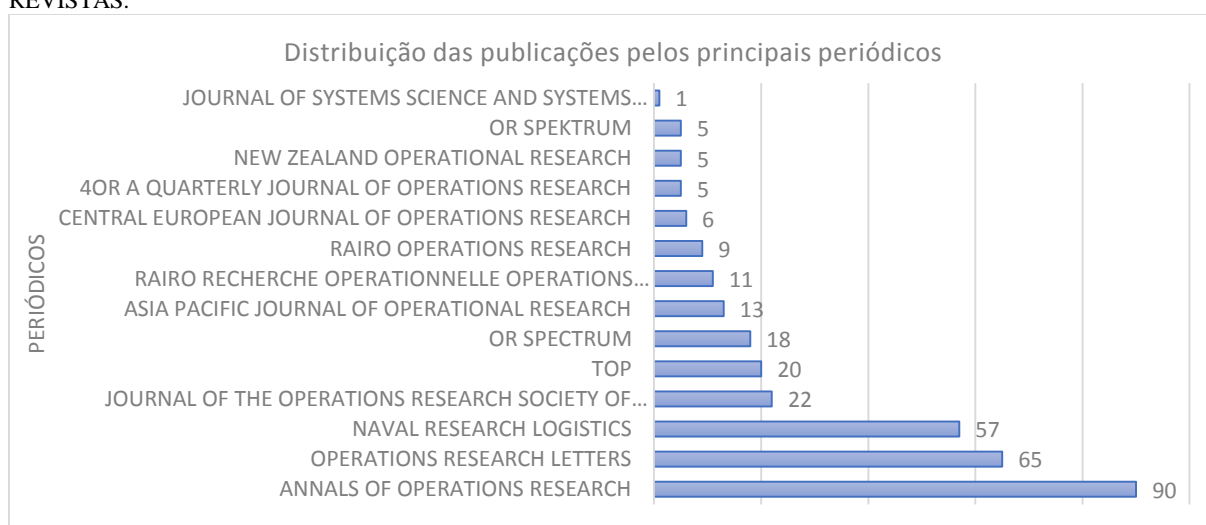


GRÁFICO 3.3 - DISTRIBUIÇÃO DAS PUBLICAÇÕES DA AMOSTRA POR PAÍS DE ORIGEM FONTE: ENDLER e STEINER (2015)

Os trabalhos publicados no Brasil foram os trabalhos de Simão e Thizy (1989), Randazzo e Luna (2001), Mateus; Loureiro e Rodrigues (2001), Camargo, Miranda e Ferreira (2011) e por fim, o trabalho de Ferreira; Iusem e Németh (2014).

Com relação à distribuição dos artigos da amostra por periódicos de publicação, observou-se no GRÁFICO 3.4 que, o periódico com maior destaque em volume de publicações é o *Annals of Operations Research*, com 90 publicações. Em seguida, destacam-se o *Operations Research Letters* e o *Naval Research Logistics*, com 65 e 57 publicações, respectivamente.

GRÁFICO 3.4 - COMPARATIVO DA DISTRIBUIÇÃO DAS PUBLICAÇÕES DA AMOSTRA PELAS PRINCIPAIS REVISTAS.



FONTE: ENDLER e STEINER (2015)

Os 10 artigos com os maiores números de citações da amostra são apresentados no QUADRO 3.1. Também apresenta-se o fator de impacto de cada periódico, apurado pelo *Journal Citation Report*, recurso que permite avaliar e comparar os periódicos e sua relevância em uma determinada área. Observa-se que o artigo de maior notoriedade pelo elevado número de citações é o de Tamir (1996), com 109 citações, com média de 5,45 citações por ano.

QUADRO 3.1 - PRIMEIRAS 10 PUBLICAÇÕES MAIS CITADAS DA AMOSTRA

AUTORES	ANO PUBLICAÇÃO	TÍTULO DA FONTE	FATOR DE IMPACTO	TOTAL DE CITAÇÕES	MÉDIA POR ANO
TAMIR, A	1996	OPERATIONS RESEARCH LETTERS	0.624	109	5.45
ALP, O; ERKUT, E; DREZNER, Z	2003	ANNALS OF OPERATIONS RESEARCH	1.103	79	6.08
HASSIN, R; TAMIR, A	1991	OPERATIONS RESEARCH LETTERS	0.624	64	2.56
HANSEN, P; MLADENOVIC, N; TAILLARD, E	1998	OPERATIONS RESEARCH LETTERS	0.624	58	3.22
KRATICA, J; TOSIC, D; FILIPOVIC, V; LJUBIC, I	2001	RAIRO-RECHERCHE OPERATIONNELLE-OPERATIONS RESEARCH	0.333	56	3.73
BISH, EK; LEONG, TY; LI, CL; NG, JWC; SIMCHI-LEVI, D	2001	NAVAL RESEARCH LOGISTICS	0.563	55	3.67
GEN, MITSUO; ALTIPARMAK, FULYA; LIN, LIN	2006	OR SPECTRUM	1.090	50	5.00
FRANCIS, RL; CABOT, AV	1972	NAVAL RESEARCH LOGISTICS	0.563	50	1.14

(Continuação)

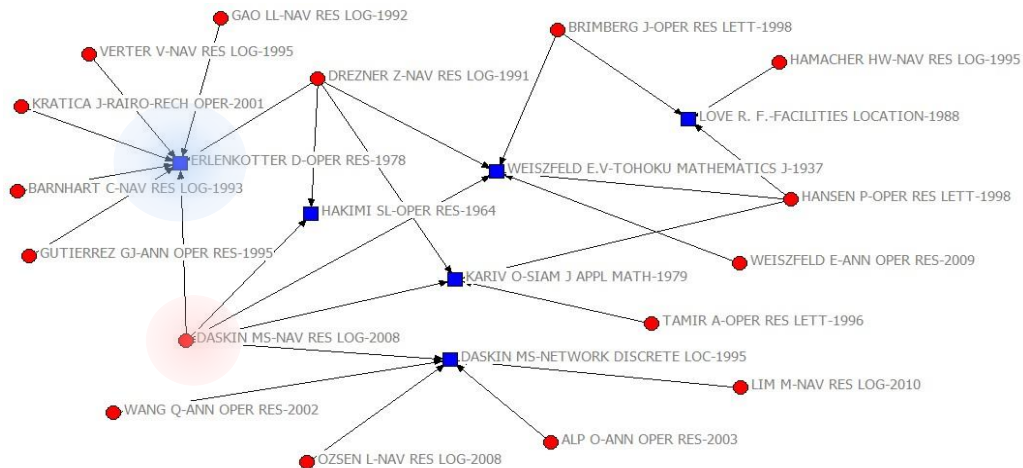
AUTORES	ANO PUBLICAÇÃO	TÍTULO DA FONTE	FATOR DE IMPACTO	TOTAL DE CITAÇÕES	MÉDIA POR ANO
OZSEN, LEYLA; COULLARD, COLLETTE R.; DASKIN, MARK S.	2008	NAVAL RESEARCH LOGISTICS	0.563	49	6.12
AKKERMAN, RENZO; FARAHANI, POORYA; GRUNOW, MARTIN	2010	OR SPECTRUM	1.090	48	8.00

FONTE: ENDLER e STEINER (2015)

Na busca de identificação das bases teóricas sobre as quais a amostra de publicações foi desenvolvida, construiu-se uma rede de relacionamento entre os artigos da amostra e suas referências (FIGURA 3.2). O trabalho de Erlenkotter (1978) foi compartilhado simultaneamente por sete artigos da rede. Este trabalho desenvolve e testa um método para o problema de localização não-capacitado.

Outro destaque da rede refere-se ao artigo da amostra escrito por Daskin (2008), que cita cinco referências da rede, apontando uma presumível relevância de embasamento teórico. Esse trabalho apresenta uma taxonomia de problemas de localização discretos com base no espaço subjacente em que o problema está incorporado.

FIGURA 3.2 - REDE DE RELACIONAMENTO ENTRE OS ARTIGOS DA AMOSTRA E SUAS REFERÊNCIAS

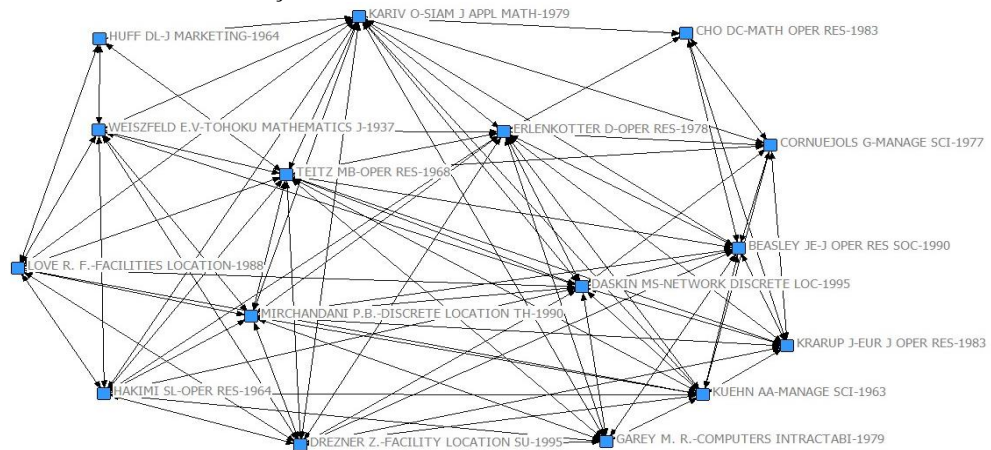


FONTE: ENDLER e STEINER (2015)

Nota: Os círculos representam os artigos da amostra inicial citados no mínimo 20 vezes. Os quadrados representam suas referências, citadas por no mínimo 20 artigos.

Por fim, realizou-se a análise de cocitação (FIGURA 3.3), que relaciona as citações-referências usadas por pelo menos 10 artigos da amostra. Os trabalhos que se destacaram foram: Teitz e Bart (1968), Erlenkotter (1978), Mirchandani (1990) e o de Daskin (1995).

FIGURA 3.3 - REDE DE COCITAÇÃO

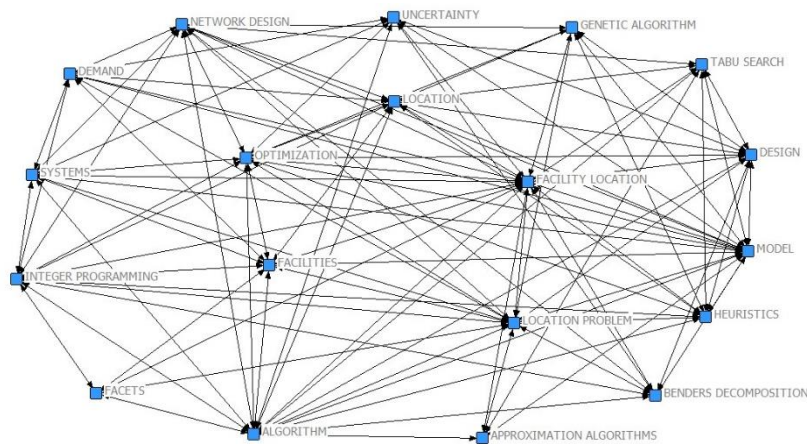


FONTE: ENDLER e STEINER (2015)

Nota: Os quadrados representam as referências dos artigos da amostra que foram citadas conjuntamente pelo menos cinco vezes.

A fim de restringir a quantidade de dados e proporcionar uma visão mais nítida das palavras, o critério de corte consistiu em analisar as palavras-chave apenas dos artigos que possuíssem mais do que 10 citações, dispostas na rede da FIGURA 3.4.

FIGURA 3.4 – REDE DE COCORRÊNCIA DE PALAVRAS-CHAVE



FONTE: ENDLER e STEINER (2015)

Nota: Os quadrados representam as palavras-chave dos artigos da amostra que foram citados conjuntamente pelo menos 10 vezes.

Uma palavra em destaque é a “*Heuristics*”, que evidencia o fato de que muitos trabalhos estudam métodos heurísticos na busca da solução para os problemas de localização. Métodos heurísticos, segundo Romero (2006), não garantem uma solução ótima, mas sim, benefícios de tempo de processamento de computador e necessidades de memória razoável. Como exemplos, pode-se citar o algoritmo de Gillett e Johnson e algoritmo de Teitz e Bart.

Da mesma forma, outra palavra-chave importante é “Algoritmo Genético”, denotando que existe um grande número de investigações a respeito do uso dessa meta-heurística para a solução dos problemas dessa área.

3.1.4 Histórico e Trabalhos Correlatos

O problema de localização de instalações não é novidade para a comunidade da área de PO. O desafio de se encontrar o melhor local para determinada instalação tem inspirado “um rico, colorido e sempre crescente corpo literário” como afirmam Klose e Drexler (2005).

Historicamente, há registros de estudiosos do século XVII, XVIII e XIX que buscavam encontrar a distância mínima até outros pontos conhecidos (COOPER, 1963). No entanto, estudo de problemas de localização iniciou-se formalmente com o trabalho pioneiro de Alfred Weber. Owen e Daskin (1998) contam que em 1909, Weber analisou o problema de como posicionar um único armazém e de como minimizar a distância entre este e seus vários clientes. O trabalho foi inicialmente, publicado em alemão, sendo traduzido para o inglês, 20 anos depois (WEBER, 1929).

Após o trabalho publicado por Weber foram estudadas várias outras aplicações baseadas em algoritmos (REVELLE e LAPORTE, 1996). Porém, somente a partir da década de 60, com o avanço da computação e da programação matemática, é que este tipo de problema passou a ser amplamente focalizado.

Um dos primeiros a trabalhar com problemas de localização e alocação de instalações foi Leon Cooper (COOPER, 1963; 1964; 1967). Em seu primeiro trabalho (COOPER, 1963) apresenta um método matemático para encontrar a melhor solução para o problema de localização com número de instalações conhecido e custos fixos iguais para todas elas.

Já em 1964, a teoria de localização ganhou impulso notável, com a publicação de Hakimi, que objetivava determinar a localização de postos de serviços em redes e postos policiais em rodovias. Hakimi (1964) estabeleceu dois teoremas: o primeiro, determinando que existe um ponto em uma rede que minimiza a soma ponderada das distâncias mais curtas de todos os vértices a este ponto, o qual vem a ser um dos vértices da rede; e o segundo teorema, determinando que, para o caso de se escolher p pontos centrais (problema conhecido como p -mediana), existirá um conjunto de p pontos (vértices da rede) que minimizará a soma das distâncias ponderadas de todos os vértices aos mais próximos de p pontos da rede.

Ainda na década de 60, Teitz e Bart (1968) investigaram as possibilidades de se encontrar a mediana de um grafo ponderado, propondo então um método que forneceu resultados satisfatórios em comparação com os que tinham sido realizados até então. Ainda

nesta década há trabalhos como o de Roth (1969) que propõe um algoritmo computacional para a solução de problemas de cobertura; ou o de Garfinkel e Nemhauser (1970) que propõem um algoritmo para encontrar as soluções ótimas considerando os distritos e a população de cada um deles.

Há ainda trabalhos como o de ReVelle *et al.* (1970) que mostraram a necessidade de formas diferentes para se trabalhar com localização de instalações públicas ou privadas, devido a dificuldade de quantificar monetariamente valores sociais; ou o trabalho de ReVelle e Swain (1970) sobre localização de instalações centrais.

Na década de 70, destacaram-se os trabalhos de Wesolowsky e Love (1971) que usavam distância retangular para encontrar a localização de novas instalações, considerando a já existência de outras; e o de Toregas *et al.* (1974) que buscavam a localização de instalações emergenciais usando cobertura de conjuntos.

Estes trabalhos supracitados são clássicos no que tange à problemas de localização. Podem ser considerados alicerces para o desenvolvimento dos novos conceitos e modelos que surgiram posteriormente para essa classe de problemas. Nas décadas de 80 e 90, houve muita publicação devido ao avanço computacional, que permitiu, por exemplo, a análise de problemas de grande porte.

Nas décadas seguintes, houve uma evidente aceleração no número de publicações sobre o tema. Os problemas de localização têm sido amplamente estudados em uma variedade de setores, resultando no desenvolvimento de diversos métodos e um número notável de resoluções particularmente concebidas para os vários tipos de problemas de localização. Os exemplos podem incluir instalações públicas, tais como escolas e bibliotecas que estão localizadas para melhor atender às comunidades, como também empresas privadas (SONMEZ e LIN, 2012; NOOR-E-ALAM, MAH e DOUCETTE, 2012; BALLOU, 2001; MONTEIRO E LEAL, 2008).

A fim de sintetizar informações sobre alguns trabalhos relevantes publicados, apresenta-se o QUADRO 3.2, a descrição de trabalhos conduzidos a partir da década de 70 até o ano de 2015.

QUADRO 3.2 - ALGUNS DOS TRABALHOS RELEVANTES SOBRE PROBLEMAS DE LOCALIZAÇÃO PUBLICADOS A PARTIR DA DÉCADA DE 70

Década	Descrição	Autores
1970	Apresentam um algoritmo para resolver problemas de localização de serviços emergenciais como localização de bombeiros, hospitais, polícia, ambulância, e outros. O algoritmo apresentado no trabalho é uma forma iterativa de resolver problemas de p -centro, mas os centros podem estar localizados nos vértices ou nas arestas do grafo.	Christofides e Viola (1971)
	Trabalha com a localização de postos de bombeiros usando cobertura de conjuntos;	Walker (1974)
	Considera a função de demanda como sendo elástica para localizar instalações públicas;	Wagner e Falkson (1975)
	Identifica seis estratégias que podem ser consideradas por um planejador na localização de instalações públicas.	Davies e Thomas (1976)
	Busca quantificar a equidade e eficiência para um melhor planejamento da localização de instalações públicas.	McAllister (1976)
	Apresenta uma descrição bastante detalhada dos passos a serem seguidos quando busca-se encontrar soluções para problemas de localização de instalações sobre um grafo. Há descrição para a busca de solução de 1-centro e p -centros gerais e absolutos, bem como de medianas.	Minieka (1977)
1980	Apresenta uma classificação dos modelos matemáticos de localização dependendo do tipo de instalação públicas a ser instalada, mas considerando os conceitos de oportunidade e acessibilidade.	Bach (1980)
	Usa a metodologia de cobertura de conjuntos para determinar pontos potenciais para a localização de centros de saúde, de modo que a população fique toda coberta com um limite de distância máxima de deslocamento.	Kumaran (1983)
	Modifica a versão do problema da p -mediana para exemplificar como essa versão poderia ser aplicada em contextos de tomada de decisão estratégica.	ReVelle (1986)
	Apresenta um algoritmo para o problema de cobertura de grande porte (400 linhas por 400 colunas).	Beasley (1987)
1990	Trata da localização de bibliotecas públicas usando a metodologia de p -mediana.	Beguín, Thomas e Vandenbussche (1992)
	Usaram a metodologia de cobertura de conjuntos, unida ao algoritmo do carteiro chinês, para determinar a rota e as paradas de um ônibus escolar considerando grupos de alunos de uma cidade americana. O algoritmo foi desenvolvido de modo a tentar manter valores de eficiência e equidade, uma vez que o transporte escolar é um serviço público.	Bowerman Hall e Calami (1995)
	Utiliza algoritmos genéticos para a resolução dos problemas de localização.	Beasley e Chu (1996)
	Visa localizar centros de saúde especializados e é aplicado ao Estado de Santa Catarina. O objetivo é minimizar a distância média a ser percorrida pela população e para tal é usada a metodologia de p -mediana.	Lima e Gonçalves (1999)
2000	Determina áreas de abrangência dos hospitais públicos utilizando diagramas de Voronoi.	Rezende, Almeida e Nobre (2000)
	Utiliza a metodologia de cobertura de conjuntos, unida a um programa comercial de informações geográficas, para analisar o sistema de transporte público, da cidade de Brisbane, Austrália. Como resultado justifica e sugere mudanças no sistema de transporte de modo que aumente a utilização do mesmo.	Murray (2001)

(Continuação)

Década	Descrição	Autores
2010 – 2015	É proposta uma metodologia para a distribuição espacial de Unidades de Saúde 24 Horas com o objetivo de minimizar a distância média de deslocamento dos usuários, desde suas residências até a unidade mais próxima. Para a metodologia adotada neste trabalho, foram utilizados: o Algoritmo Genético, o Algoritmo de Teitz e Bart e a Busca Exaustiva. Ao saber a quantidade de unidades a serem implantadas, com as técnicas adotadas aplicadas ao problema das p -medianas, em pouco tempo se encontra as melhores localizações para a implantação das Unidades de Saúde 24 Horas.	Rosário, Carnieri, Steiner (2002)
	Apresenta uma proposta de AG para resolver o problema de p -medianas capacitado. O AG proposto utiliza não só os operadores genéticos convencionais, mas também um novo operador heurístico "hiper-mutação" sugerido neste trabalho. O AG proposto é comparado com um algoritmo de Busca Tabu.	Corrêa <i>et al.</i> , 2004
	Aplica algoritmos Genéticos ao Planejamento da Distribuição de Energia Elétrica em Curitiba-Pre Região Metropolitana a fim de avaliar a localização das Subestações	Alves <i>et al.</i> (2011)
	Apresenta um método para o planejamento da implantação de uma estrutura de rede de monitoramento meteorológico que utiliza o resultado do modelo numérico de previsão do tempo MBAR como parâmetro para a avaliação da qualidade das soluções candidatas. O problema é abordado com o uso dos modelos de problemas de localização discretos: Problema de Cobertura de Conjuntos e o Problema de Cobertura Máxima.	Santos (2013)
	Analisa a capacidade atual dos armazéns paranaenses comparando-a com a produção de soja e milho do Estado, além de simular cenários para eventual expansão da capacidade de armazenagem. Simulações realizadas mostram que a capacidade de armazenagem do Paraná é crítica havendo necessidade urgente de sua expansão e, se possível, de forma otimizada.	Detro (2013)
	Estuda a distribuição espacial das escolas de ensino básico no bairro de Guaratiba - Rio de Janeiro, avaliando a distribuição atual e projetando a localização ideal de novas escolas para os horizontes de 2015 e 2020, em função das previsões de crescimento demográfico na região.	Pizzolato e Menezes (2013)
	Relata a experiência de formular, construir e testar um procedimento duplamente reativo para a meta-heurística GRASP com <i>path-relinking</i> destinado à solução do problema generalizado de p -medianas aplicado à logística de localização.	Parajara, De Paula Junior (2015)

FONTE: A AUTORA (2016)

Como visto nos trabalhos citados no QUADRO 3.3, o estudo da localização de instalações possui aplicabilidade a uma diversidade de ambientes (desde indústrias, armazéns a postos de saúde, por exemplo). Neste trabalho, o foco está na avaliação de localização de unidades públicas de Educação Infantil. Na literatura, existem inúmeros estudos relacionados à localização de escolas, cada um com suas particularidades.

A seguir apresenta-se o QUADRO 3.3 com trabalhos relacionados aos problemas de localização de escolas e pré-escolas ou creches, seguido de uma breve descrição do estudo realizado bem como de sua classificação quanto ao método utilizado.

QUADRO 3.3 - APLICAÇÕES DO PROBLEMA DE LOCALIZAÇÃO EM ESCOLAS E CRECHES

Tipo de instalação	Procedimento utilizado	Descrição	Autores
Escolas	Modelo <i>p</i> -mediana	Trata da localização de escolas nas áreas urbanas, principalmente em áreas em via de urbanização, na cidade de Nova Iguaçu-RJ.	Silva e Pizzolato (1993)
	Modelo <i>p</i> -mediana	Trata do problema da localização de uma rede escolar no centro oeste de Portugal.	Antunes (1994)
	Modelo <i>p</i> -mediana	Trata da localização de escolas nas áreas urbanas no município de Nilópolis-RJ.	Silva e Pizzolato (1997)
	Modelo <i>p</i> -mediana	Analisa a localização espacial e a capacidade de oferta de vagas de escolas públicas de 1º grau no município de Niterói-RJ.	Silva e Pizzolato (1996)
	Modelo <i>p</i> -mediana	Apresenta a evolução de modelos para localização de escolas para a cidade do Rio de Janeiro – RJ.	Pizzolato e Silva (1997)
	Sistema de Informação Geográfica (SIG)	Trabalha com a localização das escolas e custo de deslocamento dos alunos para a cidade de São Carlos – SP.	Dutra (1998)
	Modelo <i>p</i> -mediana	Metodologia para a localização de escolas públicas em áreas urbanas.	Pizzolato <i>et al.</i> (2004)
	Modelo <i>p</i> -mediana	Localização de escolas do ensino fundamental na cidade de Vitória – ES.	Barcelos, Pizzolato e Lorena (2004)
	Modelo <i>p</i> -mediana com métodos capacitados e não-capacitados	Avaliação da rede física de escola pública – Vitória – ES.	Pizzolato <i>et al.</i> (2004)
	Análise Multicritério	Modelo conceitual de localização de escolas urbanas.	SANTOS (2005)
	Geoprocessamento e <i>Software</i> ArcGis® 9.1	Avaliaram a localização das escolas no bairro Harmonia, em Canoas (RS), escolhido para análise por conta de sua diversidade socioeconômica, sendo constatado que a distribuição dos escolas na área é desigual.	Oliveira e Bastos (2007)
	Modelo de Localização Hierárquica Discreta	Maximizar a acessibilidade em escolas, dentro da área urbana do município de Coimbra em Portugal.	Teixeira e Antunes (2008)
Combinação de modelos (<i>p</i> -mediana, <i>p</i> -centro e de cobertura)	Proposta de metodologia para a Localização de Escolas em Áreas Rurais.	Carvalho (2011)	
Pré-escolas	Modelo de cobertura	Apresenta um algoritmo de programação linear para resolver o problema de localização de creches públicas dentro de uma área urbana	Holmes, Williams e Brown (1972)
	Modelo de cobertura	Utiliza a metodologia de cobertura de conjuntos para determinar a distribuição espacial do sistema de Educação Infantil da cidade de Florianópolis, Santa Catarina.	Lobo e Gonçalves (2001)

(Continuação)

Tipo de instalação	Procedimento utilizado	Descrição	Autores
Escolas	Modelo p -mediana e Modelo p -centro	Busca reduzir os custos de deslocamento (distâncias) dos usuários às unidades de atendimento, como creches, escolas e postos de saúde de São Carlos/SP.	Lima (2003)
Pré-escolas	Modelo p -mediana	Estuda a localização de unidades de Educação Infantil na cidade de Cascavel-PR.	Lobo (2003)
	GIS e análise de redes	Fornecer um instrumento para as autoridades locais para apoiar decisões sobre aumentos de capacidade das escolas existentes, implantação de novas escolas ou supressão da localização da escola, não essenciais.	Deruyter, <i>et al.</i> (2013)
	Modelo p -mediana com GIS-T	Realiza simulações em problemas de localização-alocação de instalações de creches municipais em São Paulo.	Mapa e Lima (2014)

FONTE: A AUTORA (2016)

3.2 PROBLEMA DAS P -MEDIANAS

A modelagem matemática consiste, no processo de abstração de algumas particularidades dos problemas reais, representando-as por expressões matemáticas. O modelo da p -mediana método é considerado adequado devido a diversas aplicações bem sucedidas conforme os trabalhos apresentados na seção 3.1.4.

Dentre os trabalhos apresentados, muitos utilizam o modelo da p -mediana **não-capacitado**. Um argumento importante para justificar o uso do modelo, é que diante de desequilíbrios, a capacidade de uma escola pode ser ajustada, seja pela ampliação de turmas, seja pela adoção de mais um turno, seja pelo aproveitamento de salas não usadas, seja por pequenas obras de ampliação etc. A redução de capacidade, evidentemente, é algo ainda mais simples, bastando cancelar turmas e realocar professores e equipamento escolar.

O problema de **p -medianas capacitado** exige um maior esforço computacional em relação ao não-capacitado. No entanto, a fim de tornar o problema mais realista, pretende-se considerar também este modelo.

A solução do problema das p -medianas pode ser encontrada por formas exatas, tais como: modelo de Programação Inteira e enumeração exaustiva, ou por métodos aproximativos ou heurísticos especializados em resolver problemas que requerem um esforço computacional elevado.

O problema das p -medianas pode ser considerado como um problema de alocação-localização (*location-allocation problem*) (HAKIMI, 1964), pois seu objetivo é localizar p -

instalações nos vértices de uma rede e alocar demandas dessas instalações de forma a minimizar a distância média percorrida, custo ou tempo médio de viagem (LOBO, 2001).

Problema das p -medianas segundo Scarpin (2007) apresenta:

- um número (n) finito de pontos ou vértices conhecidos como pontos de demanda;
- um número finito de locais candidatos para a instalação de instalações;
- a matriz de distâncias entre os n vértices e os locais candidatos, formando um grafo;
- um número p de facilidades a serem instaladas.

Os locais candidatos para a instalação de facilidades podem ser os próprios n pontos de demanda, que é o caso deste trabalho.

Hakimi (1965) mostrou que, para casos de problema em rede, existe uma solução ótima para a qual todas as localizações de instalações estão nos nós da rede. Esta descoberta segundo Detro (2013) lhe permitiu formular a versão da rede do PPM como um Programa Inteiro Binário. Como o número de restrições aumenta exponencialmente com o tamanho do problema, a versão de Programação Linear do problema pode ser computacionalmente inviável (ROLLAND, SCHILLING e CURRENT, 1996; PEREIRA, 2007; REVELLE e EISELT, 2005; ROCHA, 2008).

O trabalho recente de Mareth e Pizzolato (2014), de abrangência nacional, destacou o Algoritmo Genético (AG) como sendo o método mais utilizado em pesquisas aplicadas ao problema de localização, que será detalhado a seguir.

3.3 ALGORITMO GENÉTICO

Os algoritmos genéticos foram introduzidos por Holland (1975) através de seu livro *Adaptation in Natural and Artificial Systems*. Eles representam técnicas de busca baseadas na Teoria da Evolução por meio da seleção natural, apresentada por Charles Darwin em 1858. Goldberg (1989) publicou *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning* que, juntamente com a obra de Holland (1975), são consideradas as obras pioneiras sobre este tema.

A meta-heurística AG associa-se aos mecanismos de evolução e representação gênica de indivíduos para a resolução de problemas combinatórios de otimização. Os genes são as unidades básicas dos cromossomos e estabelecem as características dos indivíduos. No contexto dos Algoritmos Genéticos, “Aptidão” (ou *Fitness*) é um atributo utilizado na literatura para

qualificar os indivíduos e definir a sua permanência ou exclusão da população entre gerações sucessivas (Corrêa *et al.*, 2004). Em geral, esse termo está associado à expressão matemática da função objetivo do modelo que representa o problema.

3.3.1.1 O Algoritmo

O algoritmo, proposto por Holland, é conhecido na literatura como *Simple Genetic Algorithm* ou *Standard Genetic Algorithm* ou simplesmente pela sigla SGA. Pode-se descrever o algoritmo, sucintamente, em seis passos (DAVIS, 1991):

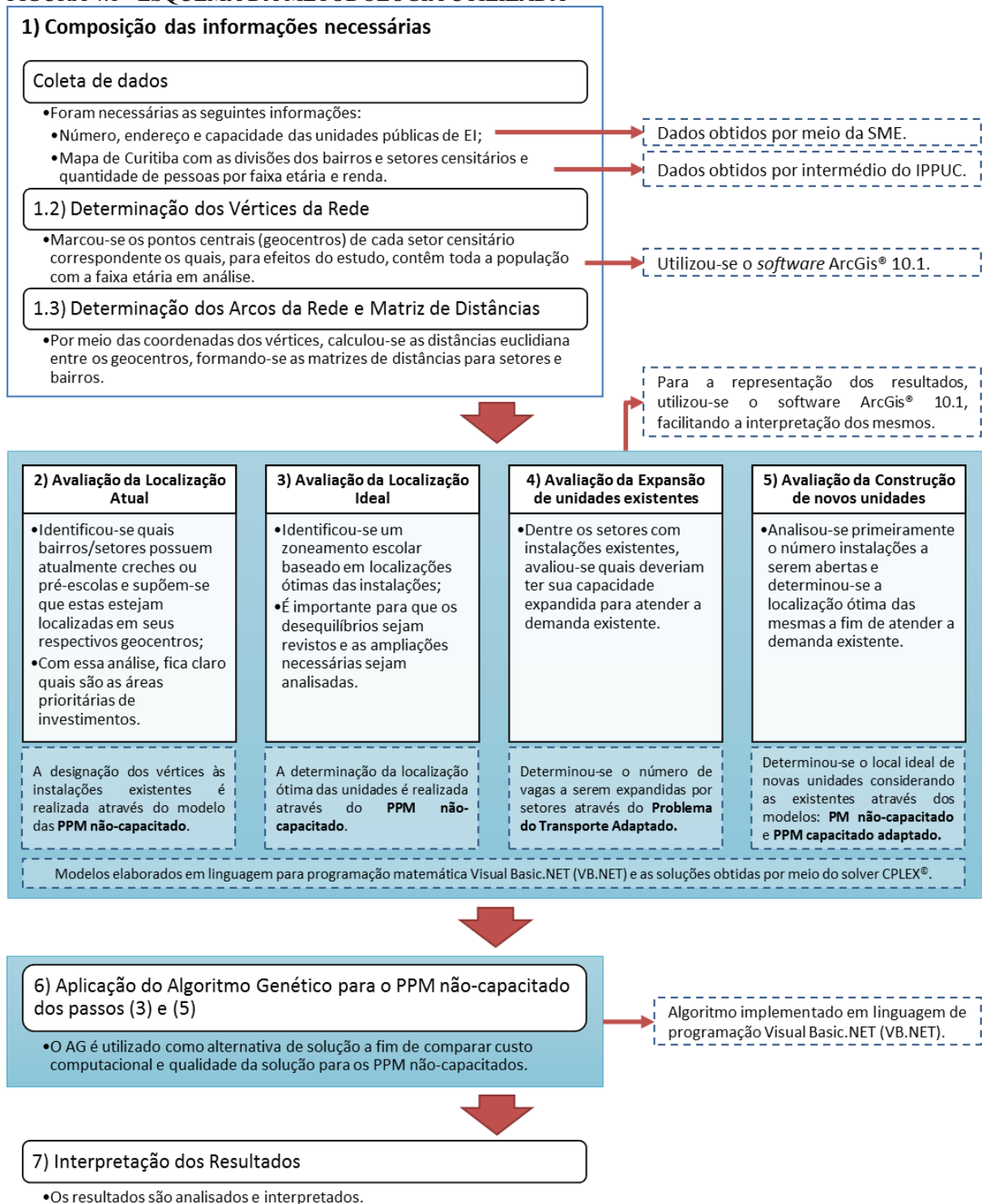
- Passo 1.** Inicie uma população, de tamanho N , com cromossomos gerados aleatoriamente;
- Passo 2.** Aplique a função de adequação em cada cromossomo desta população;
- Passo 3.** Crie novos cromossomos através de cruzamentos de cromossomos selecionados desta população. Aplique recombinação e mutação nestes cromossomos;
- Passo 4.** Elimine membros da antiga população, de modo a ter espaço para inserir estes novos cromossomos, mantendo a população com o mesmo número N de cromossomos;
- Passo 5.** Aplique a função de adequação nestes cromossomos e insira-os na população;
- Passo 6.** Se a solução ideal for encontrada ou, se o tempo (ou número de gerações) se esgotou, retorne o cromossomo com a melhor adequação. Caso contrário, volte ao Passo 3.

Esta simulação do processo evolutivo pretende produzir, à medida que as gerações forem se sucedendo, cromossomos cada vez mais bem adaptados, isto é, com melhor valor da função de adequação, de maneira que, no final, obtém-se uma solução (cromossomo) com alto grau de adequação ao problema proposto.

4 METODOLOGIA ADOTADA

A metodologia utilizada neste trabalho está dividida em 7 etapas ilustradas de forma detalhada na FIGURA 4.1.

FIGURA 4.1 - ESQUEMA DA METODOLOGIA UTILIZADA



FONTE: A AUTORA (2016)

A primeira etapa consiste na coleta das informações necessárias para o estudo da localização. A partir desses dados, é possível a realização das análises propriamente ditas, através dos modelos matemáticos dos passos 2, 3, 4 e 5.

4.1 COMPOSIÇÃO DAS INFORMAÇÕES NECESSÁRIAS

Para que se possa estudar a distribuição espacial das unidades públicas de Educação Infantil, é preciso discretizar a distribuição da população, possibilitando estudos normativos sobre a mesma. Portanto, o mapa da região a ser estudada deve estar dividido em setores censitários, que são pequenas divisões definidas pelo IBGE, que facilitam a realização do Censo, pois um único recenseador é o responsável pelo levantamento de dados nesta área num limitado espaço de tempo. Os dados necessários para a condução deste estudo foram obtidos a partir das seguintes fontes:

- Mapa de Curitiba-PR com as divisões dos bairros e setores censitários e número da população por faixa etária – dados obtidos através do Instituto de Pesquisa e Planejamento Urbano de Curitiba (IPPUC).
- Número, endereço e capacidade dos Centros de Educação Infantil (CEI's) públicos – dados obtidos por meio da Secretaria Municipal de Educação (SME).

Em relação ao número de crianças existentes em cada setor, utiliza-se as informações sobre a população em idade escolar do Censo do IBGE (2010).

Neste estudo, a população analisada compreende todas as crianças de 0 a 3 anos e 4 a 5 anos constituintes no Censo (2010), pois são as que têm direito a frequentar gratuitamente o ensino infantil.

Para cada setor censitário é preciso localizar seu respectivo centro geométrico, ou seja, um ponto representativo do centro demográfico do setor. Local no qual assume-se que toda a população se encontra, já que não há como conhecer o exato posicionamento de cada aluno.

Quando o setor censitário apresenta uma área pequena, o erro de considerar tal hipótese é pequeno, pois a distância percorrida pelo aluno de sua residência ao centroide do setor censitário é curta. O mesmo não pode ser considerado em setores censitários com áreas maiores.

Definidos os vértices da rede, e suas respectivas coordenadas geográficas, cria-se um grafo $G = (N, A)$ com $N = \{1, \dots, n\}$ vértices, representando os geocentros dos setores censitários da área em estudo, medindo-se os afastamentos entre geocentros mediante distâncias euclidianas entre os pares de vértices. Assim, para cada vértice $i \in N$ está associado um peso q_i ,

o qual representa a demanda centrada naquele vértice e a cada par de vértices (i, j) está associada uma distância d_{ij} . A matriz $D = [d_{ij}]$ reúne as distâncias entre todos os pares de vértices. A área de influência de cada creche será determinada pelo modelo das p -mediana, que baseia-se no critério de menor distância e simboliza o deslocamento da criança até a unidade mais próxima.

A partir dessas informações, a análise da localização, propriamente dita pode ser realizada.

4.2 AVALIAÇÃO DA LOCALIZAÇÃO ATUAL

Este passo consiste basicamente em tomar as instalações em suas localizações atuais, e identificar suas respectivas áreas de atração, ou seja, as áreas em que, pelo critério de proximidade, seriam atendidas por cada unidade. Com isso, é conhecida a presente capacidade de cada instalação, pode-se comparar a demanda de sua zona de atração com esta capacidade. Desse modo, é possível identificar zonas com escassez de vagas e zonas com excesso de vagas.

Nessa etapa, o modelo das p -medianas é aplicado para designação das crianças para as unidades de Educação Infantil da rede pública existentes. Sob a terminologia da Teoria dos Grafos, Corrêa *et al.* (2004) associam o Problema das p -medianas Capacitado (PPMC) a um grafo não direcionado $G = (V, A)$ cujo conjunto de vértices V contém os n pontos de demanda interligados pelos arcos do conjunto A . O objetivo do problema é identificar um conjunto de vértices V_p ($V_p \in V$) selecionados como medianas, de modo que a soma dos custos entre os vértices de $\{V - V_p\}$ e os vértices correspondentes (ou associados) de $\{V_p\}$ seja mínima. Assim, o problema das p -medianas pode ser formulado de acordo com o seguinte modelo de programação linear binária (PIZZOLATO *et al.*, 2004):

$$PPM \quad \text{Min} \sum_{j \in N} \sum_{i \in N} d_{ij} \cdot dem_i \cdot x_{ij} \quad (4.1)$$

$$s. a. \quad \sum_{j \in N} x_{ij} = 1 \quad \forall i \in N \quad (4.2)$$

$$\sum_{j \in N} x_{jj} = p \quad (4.3)$$

$$x_{ij} \leq x_{jj} \quad \forall i, j \in N \quad (4.4)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall i, j \in N \quad (4.5)$$

Em que, como parâmetros do modelo, tem-se: n é o número total de vértices (pontos de demanda) do grafo G ; p é o número de pontos de demanda a serem escolhidos como medianas; d_{ij} é a matriz de distâncias euclidianas entre i e j ; dem_i refere-se à demanda do vértice i , sempre que $dem_i = 0$, assumir $dem_i = 1$.

Como variáveis de decisão do modelo, tem-se: $[x_{ij}]_{n \times n}$ é uma matriz de alocação, com $x_{ij} = 1$ se o vértice i está alocado à mediana j , e $x_{ij} = 0$, caso contrário; $x_{jj} = 1$ se o vértice j é uma mediana e $x_{jj} = 0$, caso contrário.

O objetivo do problema, em (4.1), é minimizar a soma das distâncias ponderadas de cada vértice à mediana mais próxima, ou seja, minimizar custos entre os vértices de $\{V-V_p\}$ alocados às medianas de $\{V_p\}$.

As restrições representadas em (4.2) e em (4.4) garantem que cada vértice i (ponto de demanda de $\{V-V_p\}$) seja alocado a apenas um vértice j o qual deve ser uma mediana. A restrição em (4.3) garante que o conjunto $\{V_p\}$ contenha exatamente p elementos; e as restrições apresentadas em (4.5) definem as variáveis de decisão x_{ij} como binárias.

A esse modelo acrescenta-se a restrição (4.6) definindo quais escolas já possuem unidades. Ou seja, para todo vértice j com uma determinada capacidade de vagas, assume-se que já seja um vértice com escola.

$$x_{jj} = 1 \quad \forall j \in N / \text{Cap}_j > 0 \quad (4.6)$$

4.3 AVALIAÇÃO DA LOCALIZAÇÃO IDEAL

Esta fase de análise da localização ideal ou ótima é obtida pela solução do modelo das p -medianas apresentado de (4.1) a (4.5). Embora as instalações existentes não possam ser fisicamente removíveis, o estudo da localização ótima justifica-se quando os desequilíbrios são graves. Nesta etapa estabelece-se zoneamentos baseado em localizações ótimas, que podem ser comparadas com as atuais localizações das escolas existentes.

4.4 AVALIAÇÃO DA EXPANSÃO DE UNIDADES EXISTENTES

O problema de transporte clássico refere-se, por exemplo, ao transporte ou distribuição de produtos dos centros de produção aos mercados consumidores. O problema consiste em determinar as quantidades de produtos a serem transportadas a partir de um conjunto de fornecedores para um conjunto de consumidores, de forma que o custo total de transporte seja minimizado. Cada fornecedor possui uma capacidade de fornecimento de produtos, e cada consumidor tem uma demanda conhecida que será atendida.

O modelo do transporte neste trabalho é utilizado aqui para a minimização das somas das distâncias percorridas pelas crianças até as creches ou pré-escolas. Admite-se, portanto, que no lugar de se ter (i) centros de produção com determinada quantidade produzida ou ofertada;

e (ii) mercados consumidores de determinada quantidade demandada, tem-se: (i) Centros públicos de Educação Infantil com determinada quantidade de vagas de atendimento a ser ofertada; e (ii) determinada quantidade de crianças que necessitam desse atendimento.

Na formulação matemática do problema de transporte adaptado utilizado neste trabalho, denomina-se os agrupamentos de crianças nos vértices, de *origens*, e as unidades públicas de Educação Infantil de *destinos*. Suponha que existam m origens e n destinos.

As variáveis de decisão são o conjunto de x_{ij} , que representa a quantidade de crianças conduzidas do vértice de origem i para as instalações ou o vértice destino j , que representa uma creche ou pré-escola. O “custo do transporte” das crianças desde a origem i até o destino j é a distância d_{ij} . Além disso, Dem_i refere-se a quantidade total de crianças no vértice i e C_j refere-se a oferta de vagas ou capacidade de cada j , que representa uma unidade pública de Educação Infantil.

Essas quantidades não podem ser negativas, portanto, as restrições $x_{ij} \geq 0, i=1, \dots, n$ e $j=1, \dots, n$, fazem parte do modelo matemático. Se x_{ij} é a quantidade de crianças “transportadas” da origem i para o destino j , então $d_{ij} x_{ij}$ é o custo incorrido para se realizar esse transporte. O custo total de transporte é a soma das distâncias de todas as crianças transportadas de todas as origens i a todos os destinos j .

O modelo completo do problema de transporte é definido por:

$$\text{FO: } \mathbf{Min} \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} d_{ij} \cdot x_{ij} + M \cdot k_j \quad (4.7)$$

$$\sum_{j \in N} x_{ij} = Dem_i \quad \forall i \in N \quad (4.8)$$

$$\sum_{i \in N} x_{ij} = 0 \quad \forall j \in N, Cap_j = 0 \quad (4.9)$$

$$\sum_{i \in N} x_{ij} = Cap_j + k_j \quad \forall j \in N, Cap_j > 0 \quad (4.10)$$

$$x_{ij} \geq 0, \quad x_{jj} \in \{0,1\}, \quad k_j \text{ é inteiro } \forall i, j \in N \quad (4.11)$$

A função objetivo (4.7) incide na minimização das somas das distâncias percorridas pelas crianças até as creches ou pré-escolas. Onde M é um número suficientemente grande – empiricamente avalia-se $M \geq \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} d_{ij}$ – avaliado para fins de cálculo $M=100.000$.

As restrições em (4.8) definem que o total de crianças que saem de determinado vértice i para as instalações j não deve ultrapassar o número de crianças existentes nesse vértice. As restrições em (4.9) impedem que crianças sejam levadas a vértices sem pré-escolas ou creches. As restrições em (4.10) definem que para bairros ou setores com creches ou escolas públicas, ou seja, para aqueles com $Cap_j > 0$, o total de crianças conduzidas a cada vértice j deve ser

igual a capacidade dessa creche ou pré-escola somado a k_j . O valor de k_j representa a quantidade de vagas que deveriam ser ampliadas nos setores j dentre as escolas existentes em cada setor j . As restrições em (4.11) referem-se ao domínio das variáveis de decisão.

4.5 AVALIAÇÃO DA ABERTURA DE NOVAS UNIDADES

Para que toda a demanda de crianças seja atendida, o número de vagas deve ser ampliado. A partir da estratégia de abertura de novas escolas, realizou-se duas análises. A primeira baseia-se no modelo tradicional das p -medianas exceto por considerar a localização das escolas já existentes. A segunda é referente ao modelo das p -medianas capacitado adaptado. Ambos serão detalhados a seguir.

É importante mencionar que para que esta análise possa ser realizada, o número de setores com unidades de educação deve ser próximo ao número real de unidades existentes. Ou seja, a diferença relativa (δ) entre o número de setores com instalações e o número real de escolas deve ser a menor possível, onde δ é calculado pela (4.12).

$$\delta = \frac{\text{Num. real de instalações} - \text{Num. de setores com instalações}}{\text{Num. real de instalações}} \quad (4.12)$$

O número de unidades existentes atendendo à Educação Infantil em Curitiba-PR é 272 centros municipais distribuídos em 259 setores censitários e 53 bairros (dos 75 bairros, 18 não possuem unidades). Assim, a diferença relativa entre o número de setores com instalações e o número real de escolas é de 4,7%. Por esse motivo, essa análise só foi realizada ao nível dos setores sem considerar os bairros que possuem $\delta=80,5\%$.

4.5.1 Problema das p -medianas não-capacitado adaptado

O modelo utilizado nesta análise difere-se do apresentado de (4.1) a (4.5) por conter as restrições (4.17) e por acrescentar às p -medianas existentes as novas unidades, representadas pelo p_{new} em (4.15).

$$PPM \quad \text{Min} \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} d_{ij} \cdot dem_i \cdot x_{ij} \quad (4.13)$$

$$s. a. \quad \sum_{j \in N} x_{ij} = 1 \quad \forall i \in N \quad (4.14)$$

$$\sum_{j \in N} x_{jj} = p + p_{new} \quad (4.15)$$

$$x_{ij} \leq x_{jj} \quad \forall i, j \in N \quad (4.16)$$

$$x_{jj} = 1, cap_j > 0 \quad \forall j \in N \quad (4.17)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall i, j \in N \quad (4.18)$$

O número de unidades a ser construídas p_{new} é calculado por meio da subtração da demanda de crianças por unidades de ensino pela capacidade das unidades atuais. Assim para cada faixa etária é calculado esse valor.

4.5.2 Problema das p -medianas capacitado adaptado

Para esta análise, o modelo apresenta diferenças significativas em relação ao modelo clássico (4.1) a (4.5) apresentado, sendo que (4.1), (4.2) e (4.4) permanecem as mesmas. Neste caso, as variáveis de decisão x_{ij} representam a fração das crianças de cada setor censitário i que são encaminhadas à unidade de ensino infantil j .

$$PPM \quad \text{Min} \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} d_{ij} \cdot dem_i \cdot x_{ij} \quad (4.19)$$

$$s. a. \quad \sum_{j \in N} x_{ij} = 1 \quad \forall i \in N \quad (4.20)$$

$$\sum_{j \in N} x_{jj} = p + p_{new} - p_{scd} \quad \forall j \quad (4.21)$$

$$x_{ij} \leq x_{jj} \quad \forall i, j \in N \quad (4.22)$$

$$demn_i = dem_i - cap_j \quad \forall i, j,$$

$$capn_j = 0 \quad 0 < cap_j < dem_j$$

$$demn_i = 0 \quad \forall i, j, \quad (4.23)$$

$$capn_j = cap_j - dem_j \quad 0 < cap_j > dem_j$$

$$capn_j = cap_{new} \quad \forall cap_j = 0$$

$$\sum_{i \in N} demn_i \cdot x_{ij} \leq cap_j \cdot x_{jj} \quad \forall i, j \in N \quad (4.24)$$

$$x_{jj} = 1, \quad 0 < cap_j \geq dem_j \quad \forall j \in N \quad (4.25)$$

$$x_{jj} = 0, \quad 0 < cap_j < dem_j$$

$$x_{ij} \leq 1, x_{jj} \in \{0,1\} \quad \forall i, j \in N \quad (4.26)$$

O conjunto de restrições (4.20) refere-se às crianças do vértice i que são destinadas a apenas uma escola j . O conjunto de restrições (4.3) foi modificada para as restrições (4.21). Essa restrição é referente ao número de medianas ou escolas existentes ser p acrescido do número de instalações abertas que é p_{new} . O p_{scd} refere-se ao número de unidades existentes porém com capacidade inferior a própria demanda, ou seja que possui demanda excedente, e que tem comportamento similar aos outros vértices.

O conjunto de restrições (4.22) representa a restrição que assegura que o vértice i será alocado a uma mediana j somente se j for uma mediana. As restrições (4.23) atualiza valores de demanda e capacidade a serem utilizados pelas restrições (4.24), que é a restrição adicionada que torna o modelo capacitado. Para os setores com capacidade instalada ($cap_j > 0$): caso existam menos vagas do que número de crianças em idade escolar do próprio setor ($cap_j < dem_i$), a demanda atualizada $demn_i$ é obtida pela diferença entre a demanda e a capacidade, enquanto a capacidade atualizada $capn_j$ nesse caso é considerada nula; caso contrário, se $dem_i < cap_j$, a capacidade atualizada é calculada pela diferença entre a capacidade e demanda, enquanto assume-se que a demanda atualizada é nula. Para todos os setores que não possuem instalações, a capacidade atualizada é cap_{new} , que representa a capacidade que uma nova escola aberta terá.

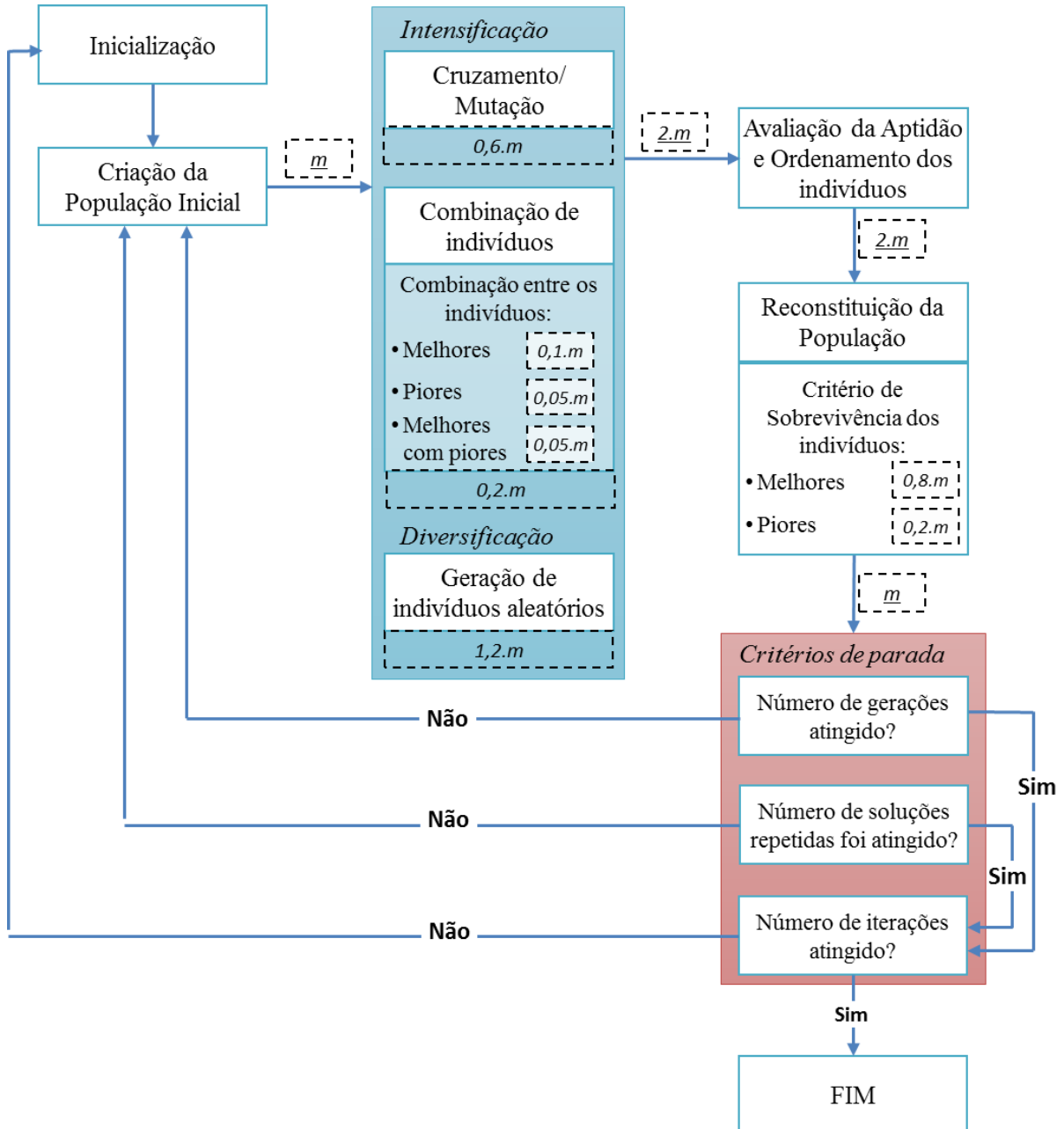
As restrições (4.25) garantem que para setores com escolas existentes, ou seja, com $cap_j > 0$, os considerados com escolas existentes ($x_{jj} = 1$) são os setores que possuem capacidade superior ou igual demanda, enquanto, os setores que possuem escolas porém com capacidade inferior a necessária, são considerados necessariamente demandas excedentes a procura de nova escola com $x_{jj} = 0$. Assim, essas crianças são alocadas a novas escolas. A equação (4.26) assegura que a fração das crianças de cada setor censitário i que são encaminhadas às instalações j esteja entre 0 a 1.

4.6 ESTRATÉGIA DE SOLUÇÃO BASEADA EM ALGORITMO GENÉTICO

Um Algoritmo Genético, em geral, envolve etapas de: avaliação da Aptidão dos indivíduos de uma geração; seleção dos melhores indivíduos; criação de uma nova população através dos operadores de cruzamento e mutação; e atualização da população. O processo de reprodução e atualização da população é repetido até que um critério de parada seja atingido como, por exemplo, um número fixo de gerações.

A representação gráfica da sequência de procedimentos realizados no método proposto para resolução do PPM não-capacitado através de um Algoritmo Genético é apresentada na FIGURA 4.2, com detalhamento de cada etapa nas próximas subseções.

FIGURA 4.2 - REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DE UM INDIVÍDUO DA POPULAÇÃO



FONTE: A AUTORA (2016)

4.6.1 Inicialização

Nesta seção são definidos os dados de entrada, o tamanho da população e a representação do indivíduo.

4.6.1.1 Dados de entrada

No método de solução proposto, a soma das distâncias euclidianas entre os vértices e as respectivas medianas e a demanda de crianças de cada vértice, são utilizados nos cálculos da Aptidão de cada indivíduo nas gerações; a função de Aptidão, que corresponde ao *Fitness*, deverá ser minimizada. Além disso, é necessário que sejam informados: o número de medianas (p), o número de novas unidades a ser construídas (p_{new}), o número de unidades existentes, porém com capacidade inferior a própria demanda (p_{scd}); e as capacidades de atendimento (cap_j) dos vértices que já possuem instalações. No caso do problema capacitado, necessita-se da informação da capacidade que terá o vértice caso escolhidos para a abertura de novas unidades (cap_{new}).

4.6.1.2 Tamanho da população

Segundo Alp *et al.* (2003), em geral, o tamanho da população em um Algoritmo Genético deve ser suficientemente grande para que a sua diversificação garanta a exploração das potenciais regiões factíveis que contenham soluções de boa qualidade. Por outro lado, populações excessivamente grandes incorrem em tempos de processamento elevados, de modo que uma possível perda de eficiência não compense o ganho de qualidade da solução.

O AG proposto no presente trabalho considera uma população com número de indivíduos baseado em uma formulação empírica parametrizada pelo número de vértices (n), sugerida por Isler, Bonassa e Cunha (2012). Seja $H=\{h_1, h_2, \dots, h_f\}$ o conjunto de indivíduos, o tamanho da população (f), proposto por estes autores é dado pelo número inteiro par mais próximo do valor de $17,5 * \ln(n)$, conforme (4.27).

$$f = PAR[17,5 * \ln(n)] \quad (4.27)$$

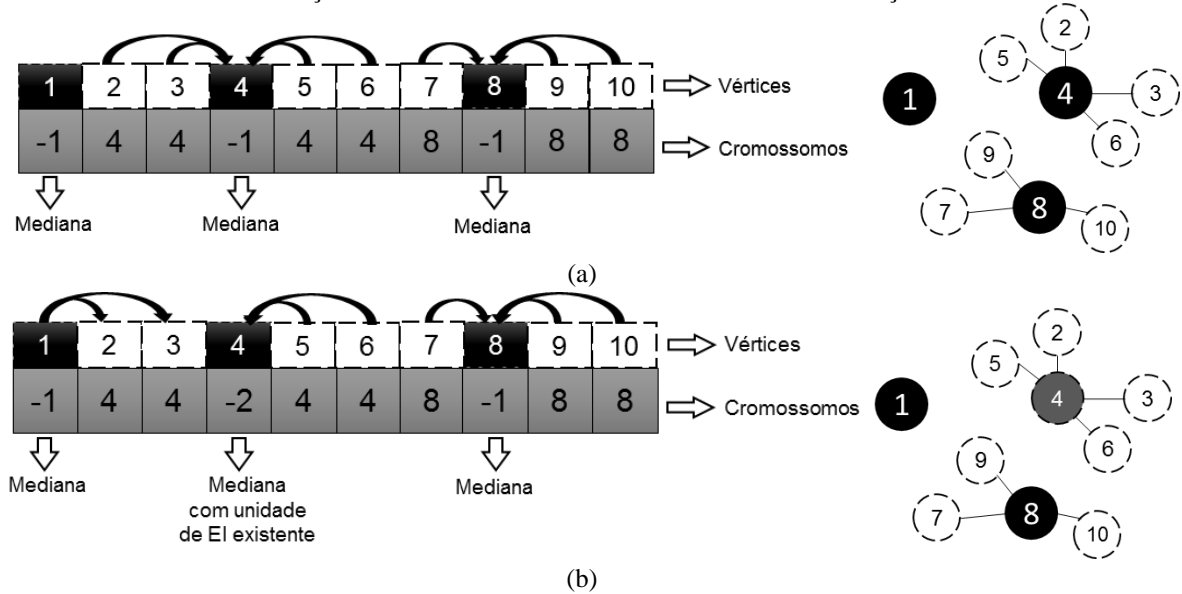
O valor considerado como o tamanho da população (m), neste trabalho é o múltiplo de 10 mais próximo de f definido por (4.27), a fim de facilitar a combinação de indivíduos.

4.6.1.3 Representação do indivíduo

O cromossomo de um indivíduo é definido pelo conjunto $\{V_p\}=\{v_1, v_2, \dots, v_p\}$ ($p \times 1$) contendo os índices dos vértices de demanda escolhidos como medianas. A cada indivíduo está associado um conjunto $\{S_n\}=\{s_1, s_2, \dots, s_n\}$ ($n \times 1$), com a i -ésima posição equivalente ao índice

do vértice e s_i a mediana a ela associada, tal que o valor inteiro “-1” é atribuído à posição do vértice escolhido como mediana. Assim, $s_i = -1$ para $i = v_1, v_4$ e v_8 , conforme exemplificado na FIGURA 4.3, em que $\{V_p\} = \{v_1, v_2, v_8\} = \{1, 4, 8\}$ e, portanto, $\{S_n\} = \{-1, 4, 4, -1, 4, 4, 8, -1, 8, 8\}$.

FIGURA 4.3 - REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DE UM INDIVÍDUO DA POPULAÇÃO



FONTE: A AUTORA (2016)

Nota: (a) Referente ao indivíduo do PPM não-capacitado da Avaliação da Localização ideal. (b) Referente ao indivíduo do PPM não-capacitado para a Avaliação da Abertura de novas unidades.

Ainda, cada indivíduo possui o atributo Aptidão, que representa a soma das distâncias entre as medianas (genes) e os respectivos centroides designados, ponderadas pela demanda de cada vértice i , de modo que os indivíduos mais aptos a permanecerem na população entre gerações sucessivas são aqueles com menor valor desse atributo, em consonância com a função objetivo estabelecida em (4.1).

4.6.2 Criação da população inicial

Para cada indivíduo da população inicial – com tamanho m – procede-se à escolha das p medianas do PPM não-capacitado. A fim de garantir a variabilidade da população inicial do AG, optou-se pela escolha aleatória dos vértices que integram o conjunto de medianas de cada indivíduo.

Dessa forma, o processo de escolha das medianas do conjunto $\{V_p\}$ do primeiro indivíduo da população inicial é realizado aleatoriamente, segundo uma distribuição de probabilidade uniforme, sob a condição de não repetição de um mesmo vértice no conjunto de medianas do indivíduo.

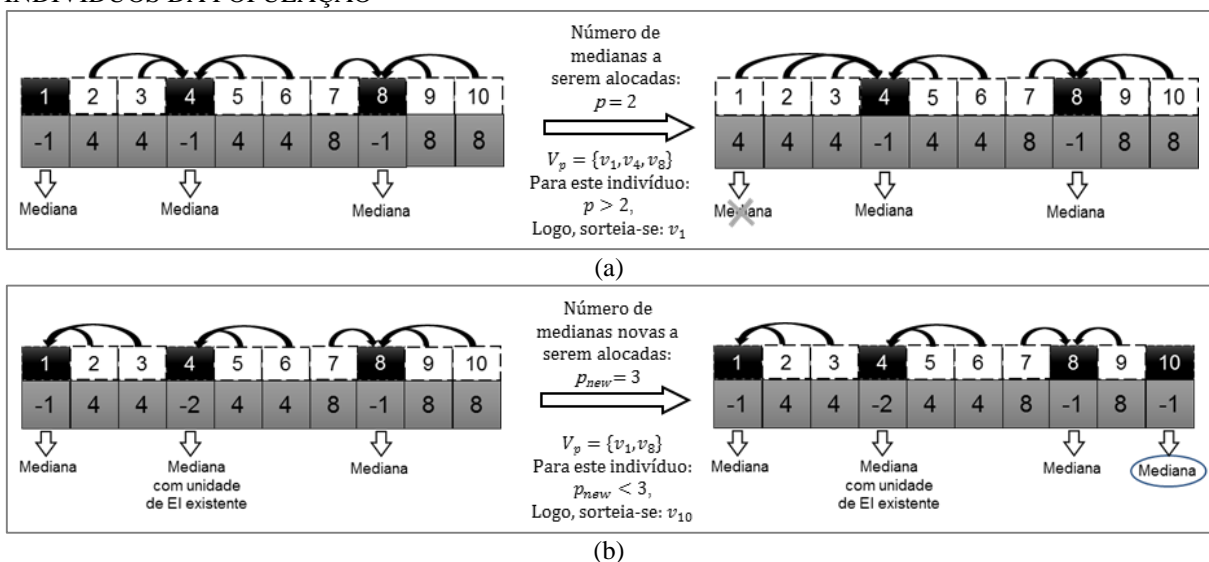
A escolha das medianas dos demais indivíduos é análoga a esta estratégia, sem a imposição de restrições que impeçam a existência de mais de um indivíduo com a mesma configuração do conjunto de medianas. Após a definição do conjunto de medianas de todos os indivíduos da população, o AG é direcionado à atribuição dos vértices de $\{V-V_p\}$, conforme o procedimento descrito na seção a seguir.

4.6.2.1 Alocação

Os passos apresentados a seguir são atribuídos a todos os indivíduos na etapa de criação da população inicial do Algoritmo Genético e após a execução da combinação de indivíduos descrita na seção 4.6.4 mais adiante.

Primeiramente, conta-se o número de medianas do conjunto $\{V\}$ do indivíduo gerado. Se esse número for maior que o número de medianas que se deseja alocar, escolhe-se de forma aleatória dentre a lista de medianas existentes, uma quantidade suficiente de medianas a serem fechadas de forma a viabilizar o indivíduo gerado. Da mesma forma, se o número de medianas do indivíduo gerado exceder o número de medianas desejado, então, sorteia-se dentre os vértices não-medianas, aqueles que se tornarão medianas. Esse procedimento é exemplificado na FIGURA 4.4.

FIGURA 4.4 - ILUSTRAÇÃO DO PROCEDIMENTO DE ALOCAÇÃO NA ETAPA DE CRIAÇÃO DOS INDIVÍDUOS DA POPULAÇÃO



FONTE: A AUTORA (2016)

Nota: (a) Referente ao indivíduo do PPM não-capacitado da Avaliação da Localização ideal. (b) Referente ao indivíduo do PPM não-capacitado para a Avaliação da Abertura de novas unidades.

Na FIGURA 4.4 avalia-se a distribuição da localização ideal das medianas (p) ao longo dos vértices, neste exemplo, o número de unidades de educação a serem alocadas é dois, assim,

como o indivíduo gerado apresentou uma mediana além do valor desejado, escolheu-se de forma aleatória a mediana do v_l para ser excluído da lista de medianas existentes, no caso, o v_l . Analogamente, a FIGURA 4.4.b representa o indivíduo do PPM não-capacitado para a alocação ideal de novas unidades, assim, as unidades existentes permanecem inalteradas ($v_4=-2$) já as novas unidades são alocadas de forma que o número de novas unidades p_{new} seja respeitado.

Os demais vértices são alocados às medianas, enfim determinadas, de acordo com a proximidade dos mesmos às medianas. Ou seja, para cada vértice do conjunto $\{V-V_p\}$, calcula-se a distância euclidiana deste com os membros do conjunto $\{V_p\}$, sendo que a mediana que apresentar menor distância, será alocada ao vértice. Esse procedimento de alocação dos vértices às medianas é atribuído também para os operadores de cruzamento e mutação caracterizados nas seções subsequentes.

4.6.3 Cruzamento/Mutação

Para obtenção das gerações sucessivas do AG, o operador de cruzamento é executado após o agrupamento dos indivíduos aos pares, escolhidos aleatoriamente segundo uma distribuição de probabilidade uniforme. Este cruzamento ocorre pela troca de medianas entre os pares indivíduos e posterior realocação dos vértices remanescentes. O procedimento é realizado a partir de um cruzamento único em uma posição aleatória.

FIGURA 4.5 - OPERADOR DE CRUZAMENTO

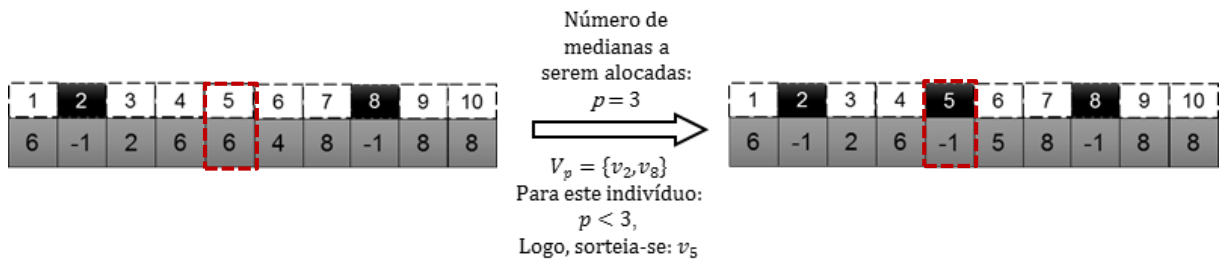


FONTE: A AUTORA (2016)

Após o cruzamento, o operador de mutação é responsável pela inserção de pequenas mudanças aleatórias nos cromossomos dos filhos de modo a torná-los viáveis. Assim, para cada um dos filhos gerados, calcula-se o número de genes que devem ser transformados em medianas ou o número de medianas a serem fechadas, de modo que o indivíduo seja factível. Como ilustrado na FIGURA 4.6, são escolhidos aleatoriamente, segundo uma distribuição de probabilidade uniforme, dentre o conjunto de não-medianas, aquelas que serão abertas, ou

dentre o conjunto de medianas as que serão fechadas. A realocação dos vértices às novas medianas é realizada conforme descrito na seção 4.6.3.

FIGURA 4.6 - OPERADOR DE MUTAÇÃO



FONTE: A AUTORA (2016)

4.6.4 Combinação de indivíduos

Essa etapa, juntamente com a etapa anterior de Cruzamento e Mutação, é caracterizada por explorar o espaço de busca a partir de informações de pontos anteriormente visitados, de modo a encontrar melhores soluções. Ou seja, adota-se aqui a estratégias de **intensificação** na busca.

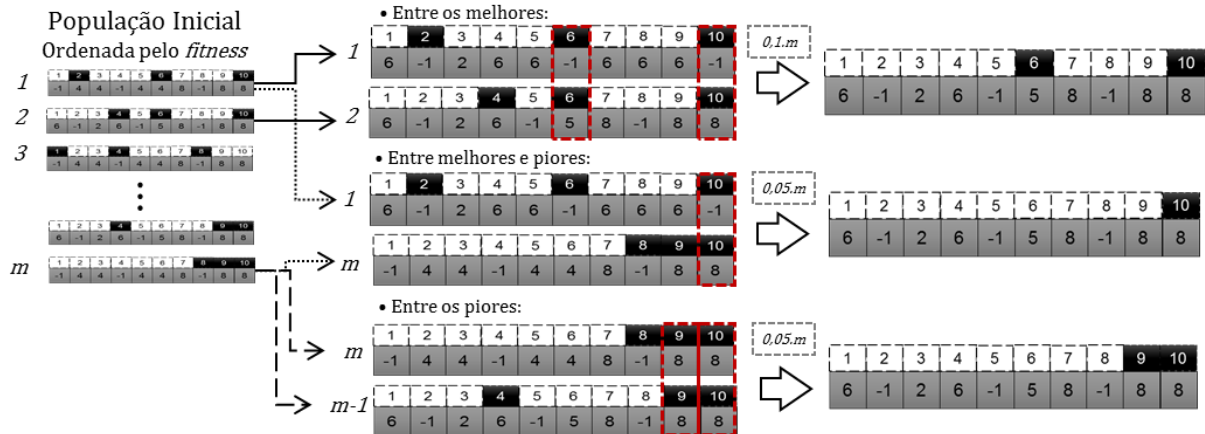
A partir do cálculo do *fitness* da população inicial criada, faz-se o ordenamento do mesmo, de modo que os primeiros indivíduos são os que apresentam o melhor valor (menor no caso do problema abordado) para a função de aptidão. Assim, são realizadas as combinações entre os indivíduos. Primeiramente, selecionam-se os dois melhores indivíduos e através da comparação de seus genes, cria-se um novo indivíduo através da repetição dos genes em comum dos dois. A sequência se dá através do segundo melhor indivíduo com o terceiro, e assim sucessivamente. Dessa análise gera-se 10% do tamanho da população inicial em novos indivíduos.

O procedimento é repetido, agora com uma estratégia de **diversificação** da população, a partir dos indivíduos já criados, comparando-se os melhores com os piores indivíduos. Assim, cria-se um novo indivíduo, repetindo-se os cromossomos em comum. Como os indivíduos da população estão ordenados em relação ao *fitness*, compara-se o primeiro com o último, o segundo com o penúltimo e assim consecutivamente. Dessa análise gera-se 5% do tamanho da população inicial em novos indivíduos.

Analogamente, o procedimento é realizado entre os piores indivíduos. São comparados o último com o penúltimo indivíduo, mantendo-se os cromossomos comuns. Em seguida, analisa-se o penúltimo com o antepenúltimo e assim por diante. Dessa análise gera-se 5% do

tamanho da população inicial em novos indivíduos. O procedimento encontra-se ilustrado na FIGURA 4.7.

FIGURA 4.7 – COMBINAÇÃO DE INDIVÍDUOS



FONTE: A AUTORA (2016)

Desse procedimento é gerado, no total, uma quantidade de indivíduos igual a 20% da população inicial (m). A criação ou o fechamento de medianas, bem como a realocação dos vértices às novas medianas são realizadas conforme descrito na seção 4.6.3.

4.6.5 Geração de indivíduos aleatórios

A geração de indivíduos aleatórios é realizada para a diversificação da população, com o objetivo de direcionar a busca para novas regiões, de forma a atingir o maior espaço de soluções possíveis, evitando que o processo estabilize em um ótimo local. Dessa forma, soluções inteiramente novas são avaliadas no espaço de busca. Os indivíduos são definidos pelo mesmo processo de criação da população inicial apresentada na seção 4.6.2. São gerados por esse procedimento, no total, uma quantidade de indivíduos igual a 20% da população inicial (m).

4.6.6 Reconstituição da População

A atualização da população é dada pela criação de um conjunto único com o dobro do número de indivíduos da população inicial (ou seja, com tamanho $2.m$) contendo os indivíduos da população resultante dos cruzamentos ($0,6.m$), combinações ($0,2.m$), indivíduos aleatórios ($0,2.m$) além daqueles que originaram esta população (m).

A população obtida ao final do processo é aquela formada pelos $0,8.m$ primeiros indivíduos com os melhores (menores) valores para a função de Aptidão neste conjunto, e $0,2.m$ piores (maiores) valores para a função de Aptidão. Esta estratégia garante que os melhores indivíduos permaneçam candidatos à solução ótima do PPM, sem que parte das piores soluções sejam descartadas, a fim de que se evite a estabilização em um ótimo local.

4.6.7 Critérios de parada

Existem diferentes critérios que podem ser considerados como regra de encerramento do AG: número de gerações, como em Corrêa *et al.* (2004); porcentagem dos indivíduos da população com o mesmo valor de Aptidão, como sugerido por Alp *et al.* (2003); ou ainda a combinação de critérios em função do método de solução abordado para resolução de um problema.

Os critérios de parada do AG para resolução do PPM foram estabelecidos empiricamente com base na avaliação do seu desempenho em relação à qualidade das soluções e tempo computacional. Assim, foi estabelecido como critério de término do algoritmo a execução da operação de reconstituição da população até que 1000 gerações fossem atingidas; ou até que $m/2$ soluções repetidas fossem encontradas. Todo esse procedimento foi repetido por 100 iterações, a fim de que se pudesse calcular os valores médios e erros das soluções e seus tempos computacionais.

5 RESULTADOS

Conforme apresentado no capítulo da metodologia, os resultados serão apresentados em 7 etapas. Os modelos de localização foram implementados em um computador Core i5-2400, 8GB de RAM, no qual os arquivos *lp* foram criados com os respectivos modelos. Os resultados dos modelos exatos foram obtidos através do solver CPLEX[®]. Para a etapa 6, utilizou-se o Visual Basic.NET para implementação da meta-heurística. Para a representação dos resultados em mapas, utilizou-se o *software* ArcGis[®] 10.1, facilitando a interpretação dos mesmos.

5.1 COMPOSIÇÃO DAS INFORMAÇÕES NECESSÁRIAS

Atualmente, existem 272 centros municipais atendendo à Educação Infantil em Curitiba, distribuídos em 259 setores censitários e 53 bairros. Destes, 258 atendem apenas as crianças de zero a três anos – creches, enquanto 255 atendem crianças de quatro a cinco anos – pré-escolas.

O QUADRO 5.1 mostra a localização de algumas dessas unidades, bem como a capacidade atual de matrícula – a tabela completa com encontra-se no ANEXO A.

QUADRO 5.1 – CENTROS PÚBLICOS DE EDUCAÇÃO INFANTIL EM CURITIBA

	NOME	Capacidade			BAIRRO	Coordenadas (Longitude; Latitude)	CÓD. SETOR
		0-3 anos	4-5 anos	0-5 anos			
1	KRASINSKI	151	50	201	ABRANCHES	(673804; 7193207)	410690205040138
2	NOSSA SENHORA DE FÁTIMA	83	45	128	ABRANCHES	(673716; 7194474)	410690205040137
3	XAXIM	92	0	92	ALTO BOQUEIRÃO	(676295; 7175385)	410690205020218
4	PANTANAL	127	15	142	ALTO BOQUEIRÃO	(677609; 7174509)	410690205020243
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
269	EDMUNDO LEMANSKI	115	44	159	XAXIM	(674296; 7175908)	410690205020175
270	COMEÇO DE VIDA	60	24	84	XAXIM	(673927; 7177616)	410690205020107
271	LETRAS DOURADAS	34	22	56	XAXIM	(674075; 7178131)	410690205020111
272	ACÁCIAS UNIDAS	100	25	125	XAXIM	(674752; 7178750)	410690205020148

FONTE: A AUTORA (2016)

A demanda de crianças por setores está representada no QUADRO 5.2, e é obtida através do Censo 2010. O ANEXO B traz uma versão expandida desses dados.

QUADRO 5.2 – POPULAÇÃO ESTRATIFICADA POR IDADE E POR SETORES E BAIRROS DE CURITIBA

Núm	Cód. Setor	Bairro	0-3 anos	4-5 anos	Total
1	410690205010102	Alto da Glória	27	8	35
2	410690205010105	Alto da Rua XV	0	0	0
3	410690205010106	Alto da Rua XV	36	12	48
4	410690205010107	Alto da Rua XV	21	10	31
5	410690205010108	Alto da Rua XV	27	10	37
6	410690205010109	Alto da Rua XV	45	21	66

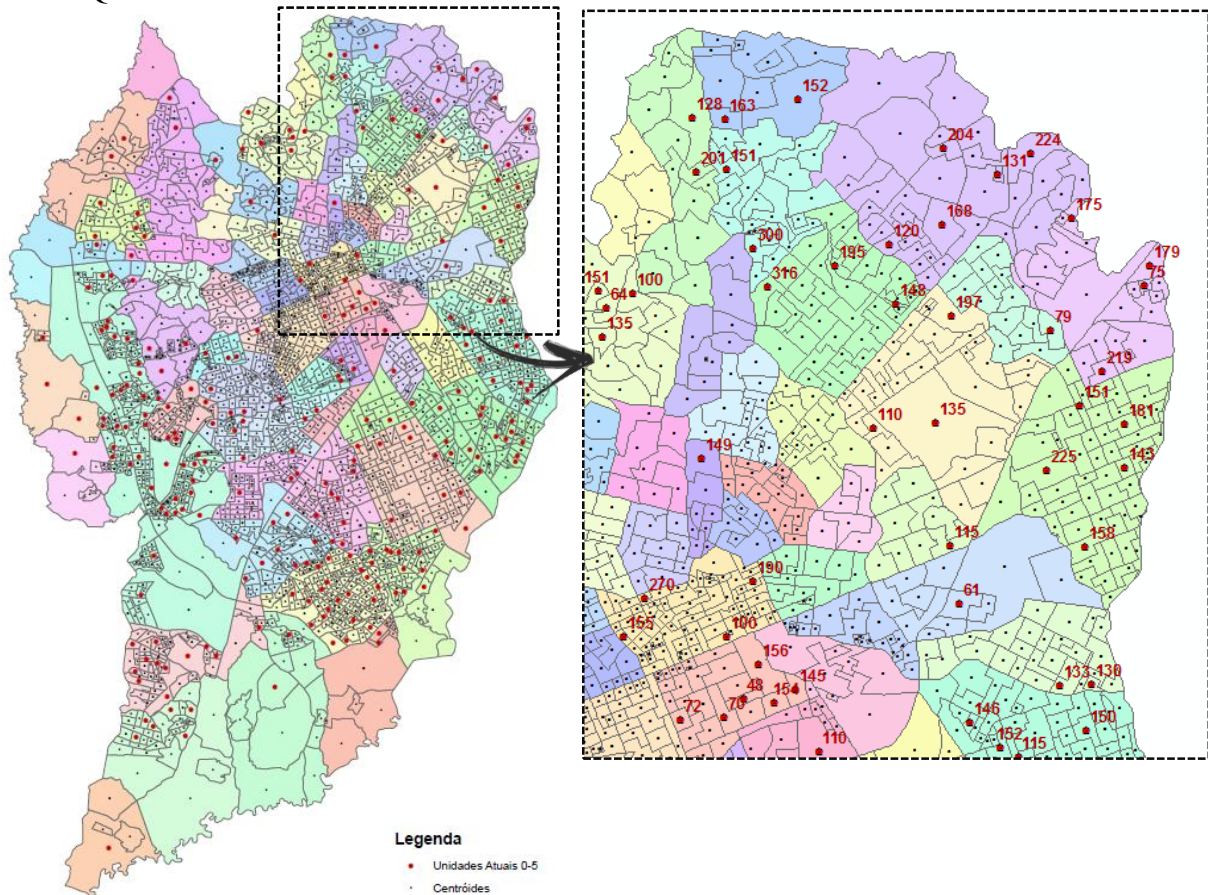
(Continuação)

<i>Núm</i>	<i>Cód. Setor</i>	<i>Bairro</i>	<i>0-3 anos</i>	<i>4-5 anos</i>	<i>Total</i>
7	410690205010112	Alto da Rua XV	16	12	28
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
2394	410690205050036	Campo Comprido	104	41	145
2395	410690205050038	Campo Comprido	56	24	80

FONTE: IBGE - IPPUC - BANCO DE DADOS (CENSO 2010) DISPONÍVEL EM: HTTP://CURITIBAEMDADOS.IPPUC.ORG.BR/CURITIBA_EM_DADOS_PESQUISA.HTM ACESSO: 9 DE FEVEREIRO DE 2015.

A FIGURA 5.1 mostra o mapa de Curitiba, digitalizado no *software* ArcGis®, com as divisões dos 2395 setores censitários e através das cores os agrupamentos que formam os 75 bairros existentes. Em cada setor, marcou-se os centroides, pontos representativos do centro demográfico do setor, com o auxílio da ferramenta *Feature to Point*. Estes pontos, para efeito de estudo, contêm toda a população escolar com idade quista deste setor. Esta figura também apresenta a geocodificação das unidades existentes com o rótulo referente a capacidade atual de cada uma delas.

FIGURA 5.1 - GEOCODIFICAÇÃO DOS ENDEREÇOS DAS UNIDADES DE EDUCAÇÃO INFANTIL COM DESTAQUE ILUSTRANDO AS CAPACIDADES DE CADA UNIDADE.



FONTE: A AUTORA (2016)

O próximo passo foi a determinação das distâncias aproximadas entre os geocentros para formar a matriz euclidianas de distâncias. Por meio das coordenadas de cada ponto central dos setores e bairros, calculou-se essas distâncias para setores e bairros. O QUADRO 5.3 representa a matriz de distâncias entre os geocentros de cada bairro. A tabela representativa da matriz de distâncias entre os geocentros de cada setor está no APÊNDICE A.

QUADRO 5.3 – DISTÂNCIAS EUCLIDIANAS EM METROS

			<i>x</i>	673769,52	672780,59	674797,33	(...)	671516,27	674210,06
NÚM.	NOME	<i>x</i>	<i>y</i>	7193289,06	7183547,65	7189382,86		7188815,81	7177658,42
1	ABRANCHES	673769,52	7193289,06	0	9791	4039		5009	15637
2	ÁGUA VERDE	672780,59	7183547,66	9791	0	6174		5418	6060
3	AHÚ	674797,33	7189382,86	4039	6174	0		3330	11739
:	:	:	:	:	:	:		:	:
74	VISTA ALEGRE	671516,27	7188815,81	5009	5418	3330		0	11478
75	XAXIM	674210,06	7177658,42	15637	6060	11739		11478	0

FONTE: A AUTORA (2016)

De posse de informações referentes ao número de vagas disponíveis para o ensino infantil, e do número de crianças com idade para usufruir desse serviço, é natural que a comparação desses dois valores seja feita. O GRÁFICO 5.1 ilustra o número de vagas disponíveis e o número de crianças que excedem esse valor, ou seja, de uma demanda total de 129.857 crianças, apenas 39.736 vagas são ofertadas. Assim, há uma falta global estimada na região de 90.121 vagas. Essa falta de vagas é decorrente de um cálculo aritmético da diferença da capacidade total de cada bairro e de sua população apontada pelo IBGE.

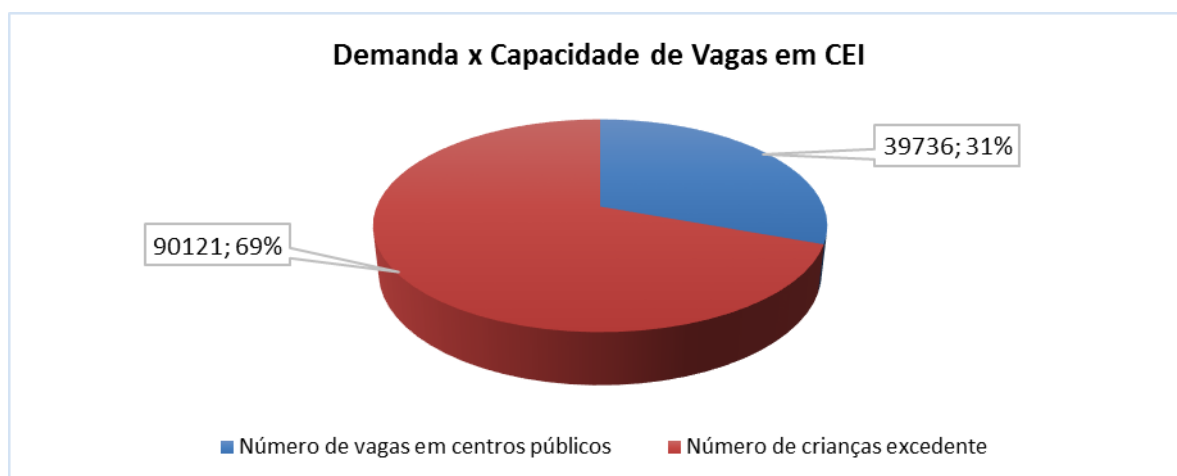


GRÁFICO 5.1 - DEMANDA E CAPACIDADE NA EDUCAÇÃO INFANTIL DE CURITIBA-PR

FONTE: A AUTORA (2016)

Um importante fator a ser considerado devido ao seu impacto na utilização de unidades de educação pública consiste no número de creches e pré-escolas privadas existentes. O GRÁFICO 5.2 mostra a evolução do número de unidades de Educação Infantil privadas e

públicas ao longo dos anos. O Ministério da Educação estima que em 2014 as unidades privadas representavam 54,60% do total de unidades existentes.

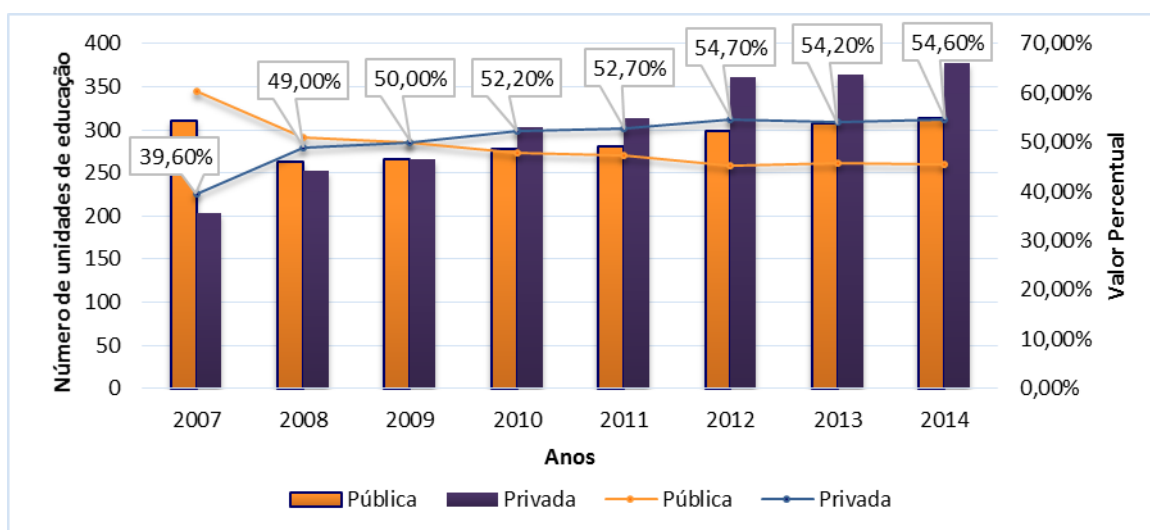


GRÁFICO 5.2 - NÚMERO DE UNIDADES DE EDUCAÇÃO INFANTIL EXISTENTES AO LONGO DOS ANOS EM CURITIBA
 FONTE: MEC/INEP/DEED/CENSO ESCOLAR / PREPARAÇÃO: TODOS PELA EDUCAÇÃO

Deste modo, foi adotada a seguinte simplificação: assume-se que a rede privada já contribui com 50% do atendimento das vagas necessárias. Assim, os 50% restantes deveriam ficar a cargo da rede pública. Traduzindo em números, do total de 90.121 vagas faltantes, 64.944 são consideradas como vagas supridas pela rede privada. Essa premissa é considerada correta, pois existe um percentual de crianças que optam pela utilização das unidades privadas existentes independente da disponibilidade de vagas da rede pública. Ou seja, buscar atender 100% da demanda com unidades públicas, faria com que houvesse ociosidade de vagas, já que parte da demanda é, na verdade, absorvida pela rede privada.

Os dados mostram que mais de 50% da rede é composta de unidades privadas. No entanto, esse valor foi arredondado para baixo, pois se levou em consideração que podem existir crianças que caso existisse a disponibilidade de unidades públicas não estariam utilizando a rede privada. O ajuste no valor da demanda é realizado para ser considerado nas análises.

5.2 AVALIAÇÃO DA LOCALIZAÇÃO ATUAL

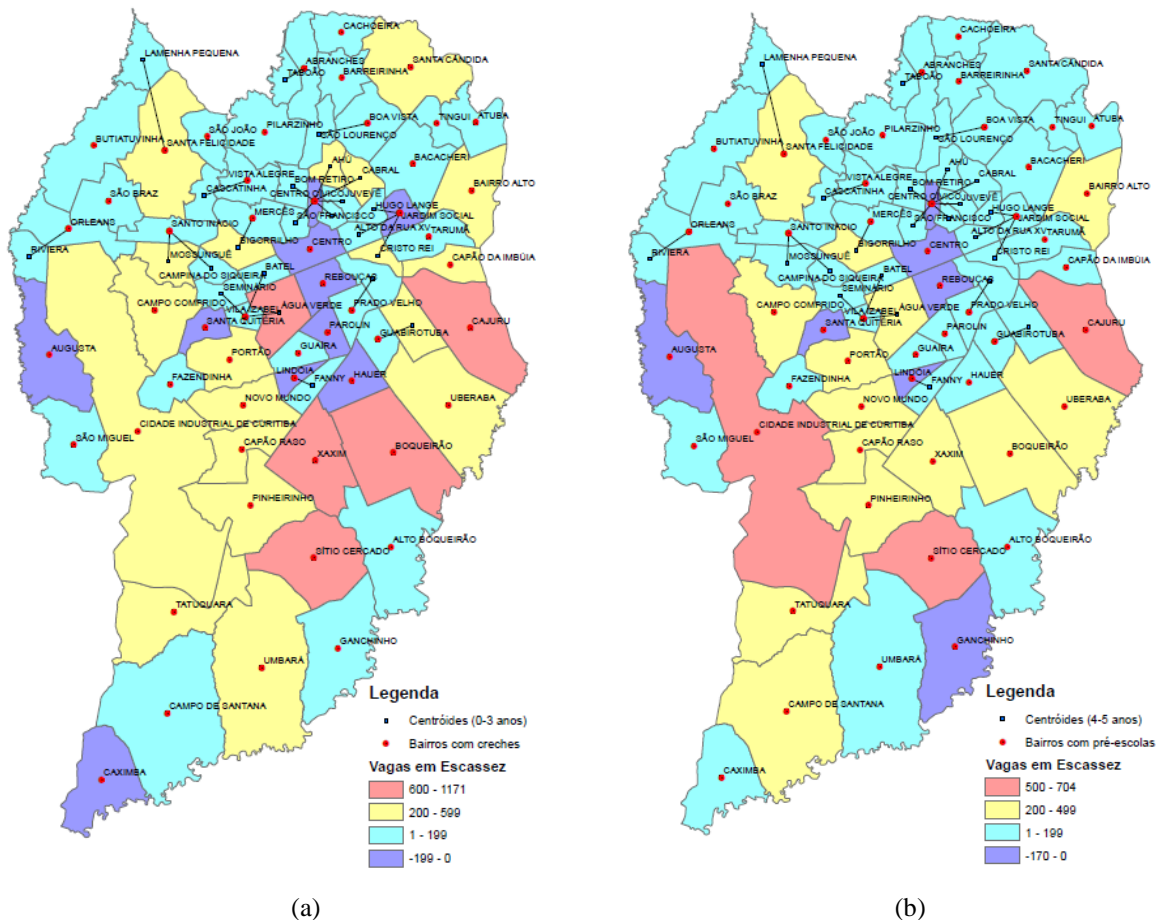
A primeira avaliação refere-se a análise da localização atual das unidades de Educação Infantil, distribuídas nos 75 bairros e 2.395 setores de Curitiba-PR. Identificam-se os bairros/setores que contêm creches ou pré-escolas, e o número de vagas faltantes ou em excesso de cada bairro. Sendo que o excesso de vagas é calculado através da diferença da demanda de

crianças por vagas em creches e pré-escolas em relação às capacidades ofertadas pelas instalações em Curitiba-PR.

Nessa etapa, não há nenhuma tentativa de otimização, simplesmente de constatação. Trata-se de um procedimento elementar de comparar, para cada bairro ou setor, sua distância a todas as unidades existentes, e identificar a mais próxima, através da aplicação do modelo das p -medianas. Assim, o modelo faz a simples designação de cada bairro ou setor sem creche ou pré-escola para o bairro ou setor com a instalação mais próxima.

A FIGURA 5.2a e FIGURA 5.2b facilitam a visualização do problema existente de modo amplo, para bairros, e detalhado, para setores, respectivamente. Essas figuras recebem cores, de acordo com um código que indica a gravidade dos desequilíbrios encontrados, segundo faixas de excesso ou escassez de vagas nas microrregiões encontradas. Dessa forma, fica claro observar que as áreas prioritárias de investimentos deveriam ser aquelas com coloração avermelhada destacada, pois representam áreas com maior número de escassez de vagas.

FIGURA 5.2 - AVALIAÇÃO DA ATUAL SITUAÇÃO POR FAIXAS DE EXCESSO OU ESCASSEZ DE VAGAS PARA BAIRROS

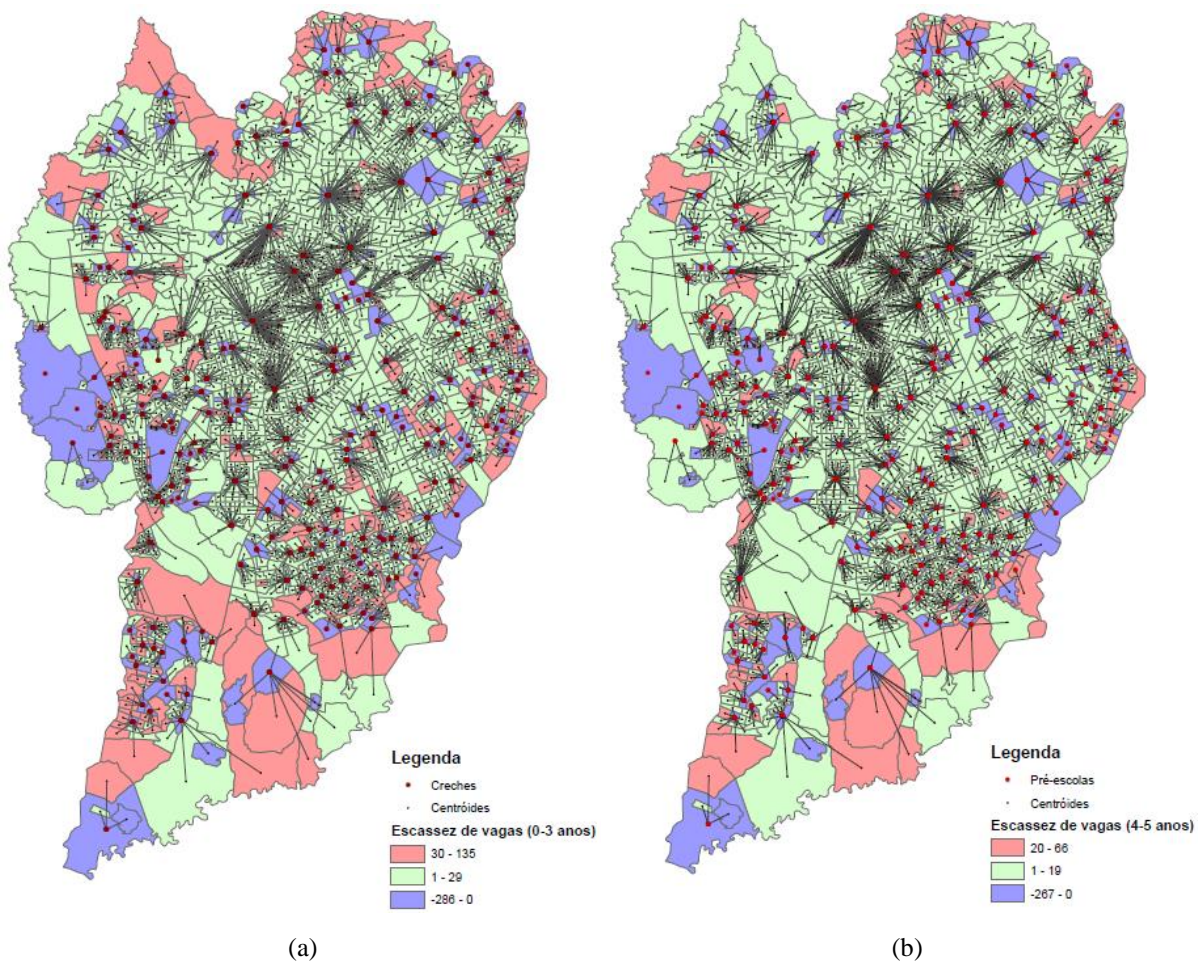


FONTE: A AUTORA (2016)

Nota: (a): Refere-se a análise de creches; (b): Referente às pré-escolas.

A FIGURA 5.2 sugere uma importante conclusão para o gerenciamento do sistema no curto prazo, a de que os maiores desequilíbrios estão nos bairros Cajuru e Sítio Cercado, tanto para as creches quanto para pré-escolas, que apesar de apresentarem instalações ativas, apresentam escassez de mais de 600 vagas. Portanto, qualquer nova abertura ou expansão deve priorizar estes dois bairros.

FIGURA 5.3 - AVALIAÇÃO DA ATUAL SITUAÇÃO POR FAIXAS DE EXCESSO OU ESCASSEZ DE VAGAS PARA SETORES



FONTE: A AUTORA (2016)

Nota: (a): Refere-se a análise de creches; (b): Referente às pré-escolas.

Em relação a análise da localização atual para os setores, pode-se observar na FIGURA 5.3 que tanto para as creches quanto para as pré-escolas, as regiões periféricas são as que apresentam maior escassez de vagas, apresentando mais de 20 vagas faltantes por setor. Existem em comum regiões com excesso de vagas representadas em azul, como a região do extremo sul e do oeste do município.

A TABELA 5.1 apresenta os resultados em termos do tempo computacional para a Avaliação da Localização Atual. Observa-se que os tempos de processamento foram significativamente baixos, com maior valor de 28,31 segundos. Isso ocorre porque o modelo faz apenas a alocação dos vértices as medianas existentes.

TABELA 5.1 - TEMPO COMPUTACIONAL E VALOR ÓTIMO OBTIDO PARA A AVALIAÇÃO DA LOCALIZAÇÃO ATUAL (PASSO 2)

	<i>Método Exato</i>			
	<i>N</i>	<i>P</i>	<i>Valor Ótimo</i>	<i>Tempo Computacional (s)</i>
Bairros (0-3 anos)	75	52	12382255	0,05
Bairros (4-5 anos)	75	52	5736696	0,03
Bairros (0-5 anos)	75	52	18118951	0,03
Setor (0-3 anos)	2395	258	98072,97	28,31
Setor (4-5 anos)	2395	255	174172,61	26,12
Setor (0-5 anos)	2395	259	76221,64	24,84

FONTE: A AUTORA (2016)

5.3 AVALIAÇÃO DA LOCALIZAÇÃO IDEAL

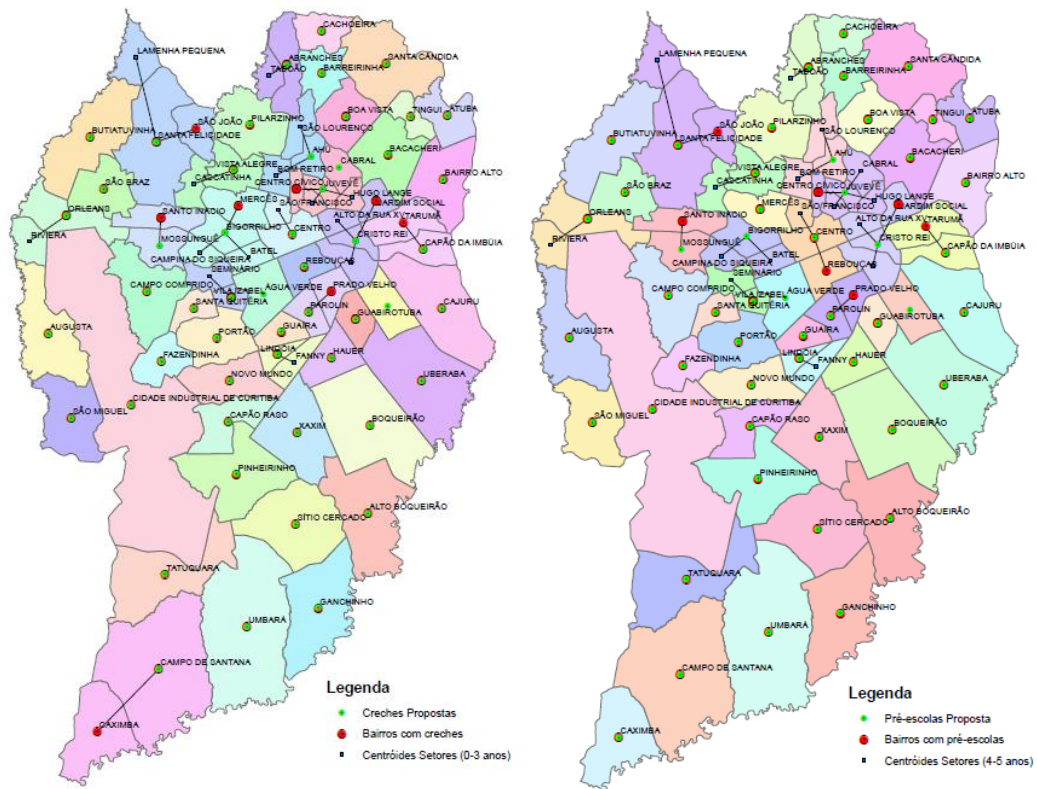
A fim de se determinar uma proposta de zoneamento baseada em localizações ótimas, o modelo das p -medianas foi aplicado, usando método exato de solução. A conciliação da localização ideal com o fato de existirem unidades operando no município pode ser feita com um raciocínio simples. De fato, as unidades existentes não podem ser fisicamente removíveis. Entretanto, a experiência sugere que, além do interesse acadêmico, o estudo da localização ótima justifica-se quando os desequilíbrios são graves ou quando há uma necessidade suplementar de construir-se novas instalações. É importante para que os desequilíbrios sejam revistos e as ampliações necessárias sejam analisadas.

Cabe ressaltar que, para efeitos gerenciais, a proposta de realocação inclui procedimentos para conciliá-la com a rede existente, não ignorando as unidades já existentes, com seus terrenos e instalações. Esse procedimento de conciliação da rede existente com a rede proposta se passa da seguinte forma: a localização ideal de cada escola produz uma zona de abrangência, ou uma microrregião de atendimento. Algumas dessas microrregiões podem já conter uma ou mais creches ou pré-escolas com capacidades conhecidas, sugerindo que a capacidade conjunta seja entendida com a capacidade já instalada naquela microrregião. A partir daí, o mesmo código de cores pode ser usado para representar as áreas com escassez ou com excesso de vagas.

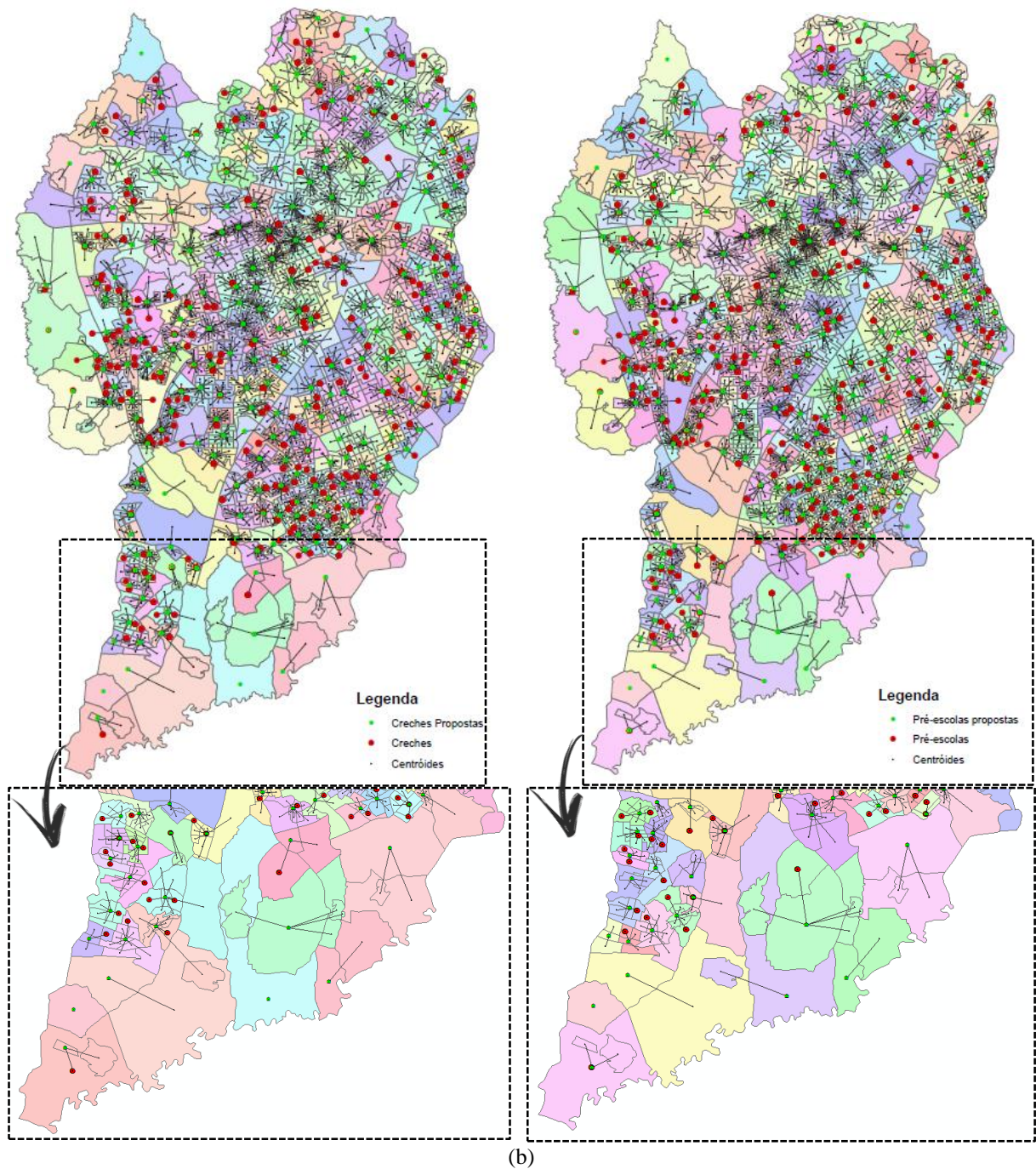
Assim, as localizações propostas dividem a área em microrregiões, e cada unidade de Educação Infantil existente pertencerá a uma delas, agregando para ela a sua capacidade. Dessa forma, embora as atuais instalações possam não coincidir com as localizações propostas, elas

oferecerão capacidade de atendimento às microrregiões apontadas pelo modelo. Assim, para cada micro região proposta haverá uma demanda de seus estudantes e oferta pela capacidade das escolas existentes. Os resultados dessa avaliação comparativa estão presentes na FIGURA 5.4.

FIGURA 5.4 - SOLUÇÃO DO MODELO NÃO-CAPACITADO PARA BAIROS E SETORES



(a)



FONTE: A AUTORA (2016)

Nota: (a) Referente aos resultados para bairros; (b) Referente ao resultado para setores.

A TABELA 5.2 apresenta os resultados em termos do tempo computacional para a Avaliação da Localização Atual. Nessa etapa, para os setores, os tempos de processamento foram de 14.900,45 segundos (4h08min) para as creches e 21.053,43 segundos (5h51min), para pré-escolas.

TABELA 5.2 - TEMPO COMPUTACIONAL E VALOR ÓTIMO OBTIDO PARA A AVALIAÇÃO DA LOCALIZAÇÃO IDEAL (PASSO 3)

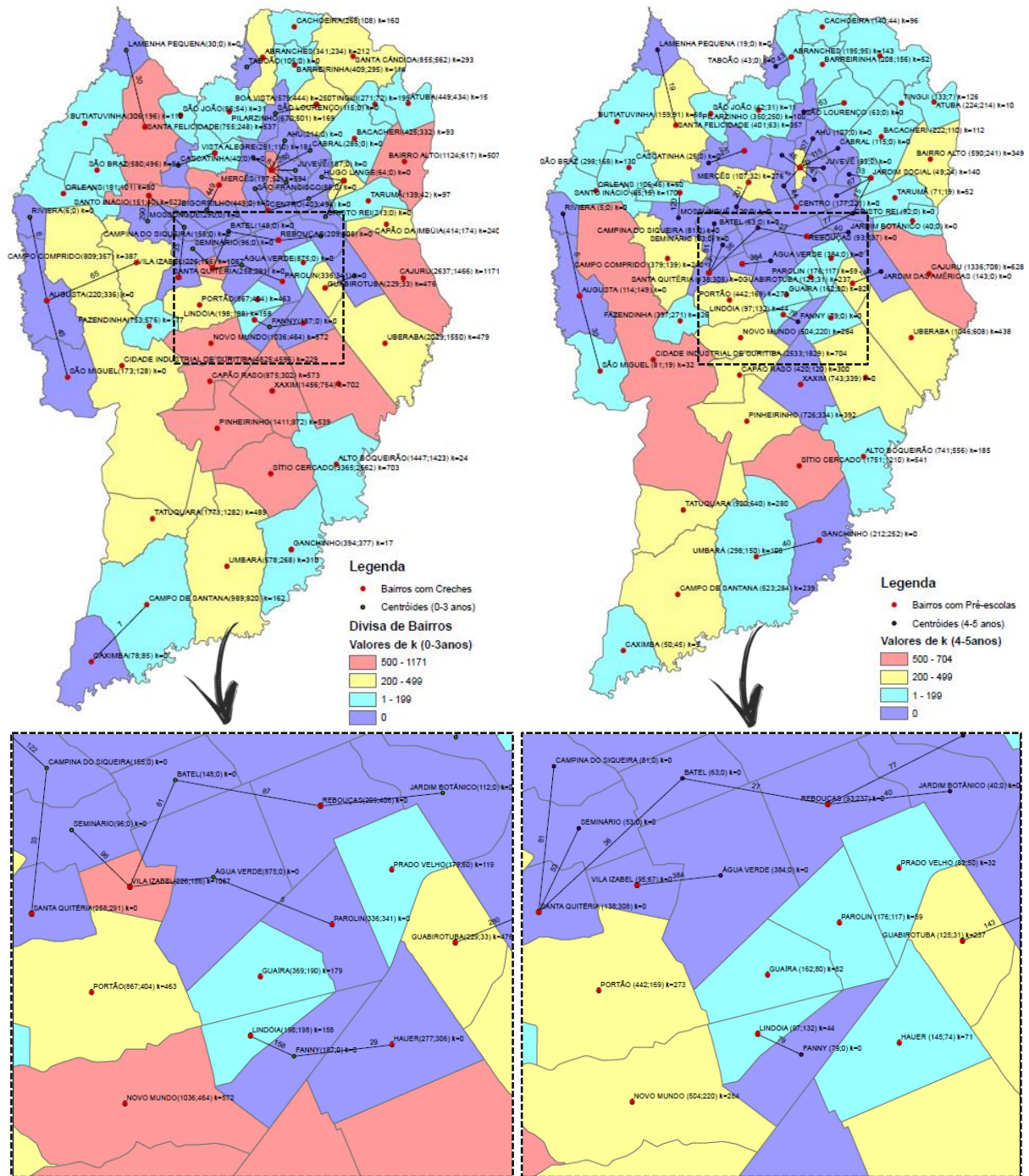
	<i>Método Exato</i>			
	<i>N</i>	<i>p</i>	<i>Valor Ótimo</i>	<i>Tempo Computacional (s)</i>
Bairros (0-3 anos)	75	52	6587254	0,19
Bairros (4-5 anos)	75	52	3287966	0,25
Setor (0-3 anos)	2395	258	30354553	14900,45
Setor (4-5 anos)	2395	255	15460010	21053,43

FONTE: A AUTORA (2016)

5.4 ESTRATÉGIA DE PLANEJAMENTO BASEADA NA EXPANSÃO DE UNIDADES EXISTENTES

A análise baseada na expansão das creches e pré-escolas avalia matematicamente através do modelo do transporte quais dentre as instalações físicas existentes, deveriam ampliar sua capacidade de atendimento. Além disso, avalia qual o número de vagas deveriam ser ampliadas.

FIGURA 5.5 - SOLUÇÃO DO MODELO DE TRANSPORTES PARA BAIROS



FONTE: A AUTORA (2016)

É possível examinar pela FIGURA 5.5, na análise das creches, que dentre as 63 crianças do Batel, 27 são destinadas à escola Rebouçás, enquanto 36 são encaminhadas à Santa Quitéria. Essas crianças são alocadas em seus respectivos vértices de modo que se minimize a distância percorrida e minimize o k_j , ou seja, o número de vagas a serem ampliadas em cada vértice j existente.

A TABELA 5.3 apresenta o resultado do modelo em termos da quantidade de vagas que necessariamente deveriam ser expandidas dentre as unidades atuais de modo a atender toda a demanda de cada setor – tanto para as creches quanto para as pré-escolas.

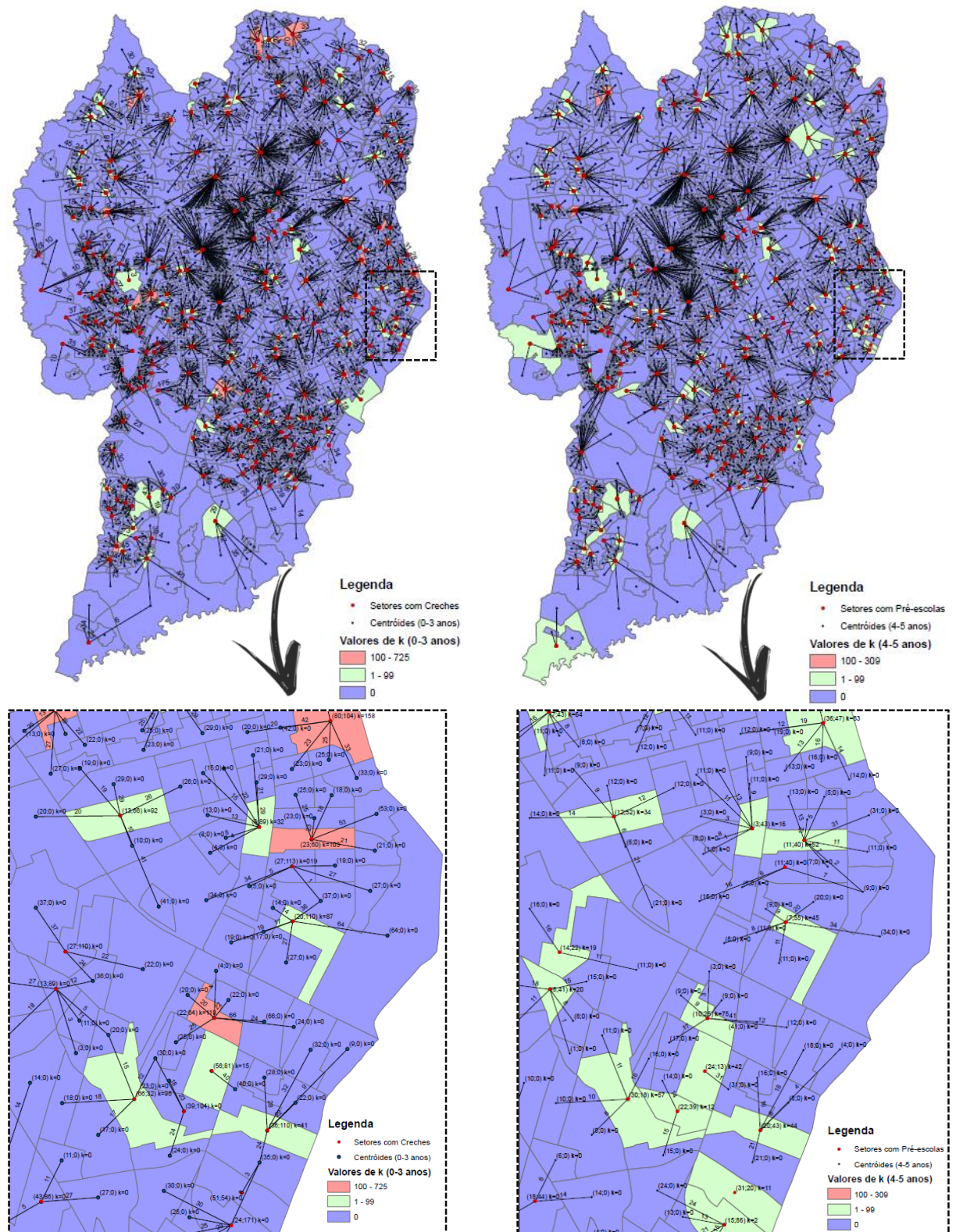
TABELA 5.3 - NÚMERO DE VAGAS A SEREM EXPANDIDAS PARA BAIROS

	<i>Bairro</i>	<i>Valor 0-3</i>	<i>Valor 4-5</i>		<i>Bairro</i>	<i>Valor 0-3</i>	<i>Valor 4-5</i>
20	CAJURU	1171	628	1	ABRANCHES	212	143
73	VILA IZABEL	1067	412	70	TINGUI	199	126
16	BOQUEIRÃO	834	305	74	VISTA ALEGRE	181	141
29	CENTRO CÍVICO	812	380	36	GUAÍRA	179	82
66	SÍTIO MERCADO	703	541	33	FAZENDINHA	177	126
75	XAXIM	702	404	50	PILARZINHO	169	100
45	MERCÊS	594	276	23	CAMPO DE SANTANA	162	239
25	CAPÃO RASO	573	300	19	CACHOEIRA	160	96
47	NOVO MUNDO	572	284	44	LINDÓIA	158	44
51	PINHEIRINHO	539	392	53	PRADO VELHO	119	32
57	SANTA FELICIDADE	537	357	11	BARREIRINHA	114	52
59	SANTO INÁCIO	523	170	17	BUTIATUVINHA	110	68
10	BAIRRO ALTO	507	349	68	TARUMÁ	97	52
69	TATUQUARA	489	280	9	BACACHERI	93	112
71	UBERABA	479	438	60	SÃO BRAZ	84	130
35	GUABIROTUBA	476	237	48	ORLEANS	80	60
52	PORTÃO	463	273	62	SÃO JOÃO	31	11
41	JARDIM SOCIAL	393	140	4	ALTO BOQUEIRÃO	24	185
22	CAMPO COMPRIDO	387	240	34	GANCHINHO	17	0
72	UMBARÁ	310	108	7	ATUBA	15	10
56	SANTA CÂNDIDA	293	154	37	HAUER	0	71
14	BOA VISTA	250	157	49	PAROLIN	0	59
24	CAPÃO DA IMBÚIA	240	120	64	SÃO MIGUEL	0	32
30	CIDADE INDUSTRIAL DE CURITIBA	229	704	27	CAXIMBA	0	5

FONTE: A AUTORA (2016)

A FIGURA 5.6 evidencia que a maior parte das regiões permaneceu com $k_j=0$. Ou seja, a partir da configuração estabelecida por este modelo, o maior número de unidades possível permaneceu sem a ampliação das escolas, de modo a minimizar a distância média percorrida pelas crianças de cada vértice. Em destaque pode-se observar a dinâmica do modelo, a partir do número de crianças transportadas para cada vértice j com unidade, de modo a minimizar o número de vagas a serem ampliadas (k).

FIGURA 5.6 - SOLUÇÃO DO MODELO DE TRANSPORTES PARA SETORES



FONTE: A AUTORA (2016)

Nota: Em parênteses, tem-se: (Demi; Capi) para todo vértice *i*.

A TABELA 5.4 apresenta o resultado do modelo em termos da quantidade de vagas que necessariamente deveriam ser expandidas dentre as unidades atuais de modo a atender toda a

demanda de cada setor – tanto para as creches quanto para as pré-escolas (Vide tabela completa desse resultado no APÊNDICE B).

TABELA 5.4 - NÚMERO DE VAGAS A SEREM EXPANDIDAS PARA CRECHES E PRÉ-ESCOLAS

Número	0-3 anos		4-5 anos		
	Setor	Número de vagas a serem expandidas (k_j)	Número	Setor	Número de vagas a serem expandidas (k_j)
2051	410690205060167	725	2051	410690205060167	309
2079	410690205060035	594	1885	410690205070264	288
202	410690205010236	491	202	410690205010236	242
50	410690205010094	462	50	410690205010094	241
846	410690205040047	364	2079	410690205060035	219
270	410690205020062	347	846	410690205040047	158
1281	410690205050272	282	1281	410690205050272	148
2026	410690205070087	275	85	410690205010071	140
1072	410690205050057	265	1453	410690205080207	140
149	410690205010032	261	149	410690205010032	138
2215	410690205070234	251	270	410690205020062	138
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
1457	410690205080213	3	1993	410690205060018	2
248	410690205020041	2	66	410690205010040	1
953	410690205040145	2	1787	410690205060252	1
1903	410690205050109	2	2337	410690205060298	1

FONTE: A AUTORA (2016)

Os tempos computacionais para a Avaliação da Expansão das unidades existentes são apresentados na TABELA 5.5. Para os bairros, os tempos para obtenção da solução ótima foram ínfimos, menores do que 1 segundo. Para os setores, os tempos de processamento foram de 92,46s e 88,55s, também consideravelmente pequenos.

TABELA 5.5 - TEMPO COMPUTACIONAL E VALOR ÓTIMO OBTIDO PARA A AVALIAÇÃO DA EXPANSÃO DE UNIDADES EXISTENTES (PASSO 4)

	<i>Método Exato</i>			
	n	P	Valor Ótimo	Tempo Computacional (s)
Bairros (0-3 anos)	75	52	116436839203	0,16
Bairros (4-5 anos)	75	52	72190771186	0,2
Setor (0-3 anos)	2395	258	3852380684300	92,46
Setor (4-5 anos)	2395	255	2440516944038	88,55

FONTE: A AUTORA (2016)

5.5 ESTRATÉGIA DE PLANEJAMENTO BASEADA NA ABERTURA DE NOVAS UNIDADES

As análises realizadas a partir da estratégia de abertura de novas unidades de educação são apresentadas em duas etapas. A primeira apresenta as soluções dos modelos do Problema das p -medianas não-capacitado adaptado e a segunda apresenta as soluções do Problema das p -medianas capacitado adaptado.

5.5.1 Problema das p -medianas Não-capacitado Adaptado

A solução do problema das p -medianas não-capacitado mostra a localização ideal da abertura de novas unidades ao longo do mapa de Curitiba.

Para este cálculo, o número de novas unidades a ser construídas é:

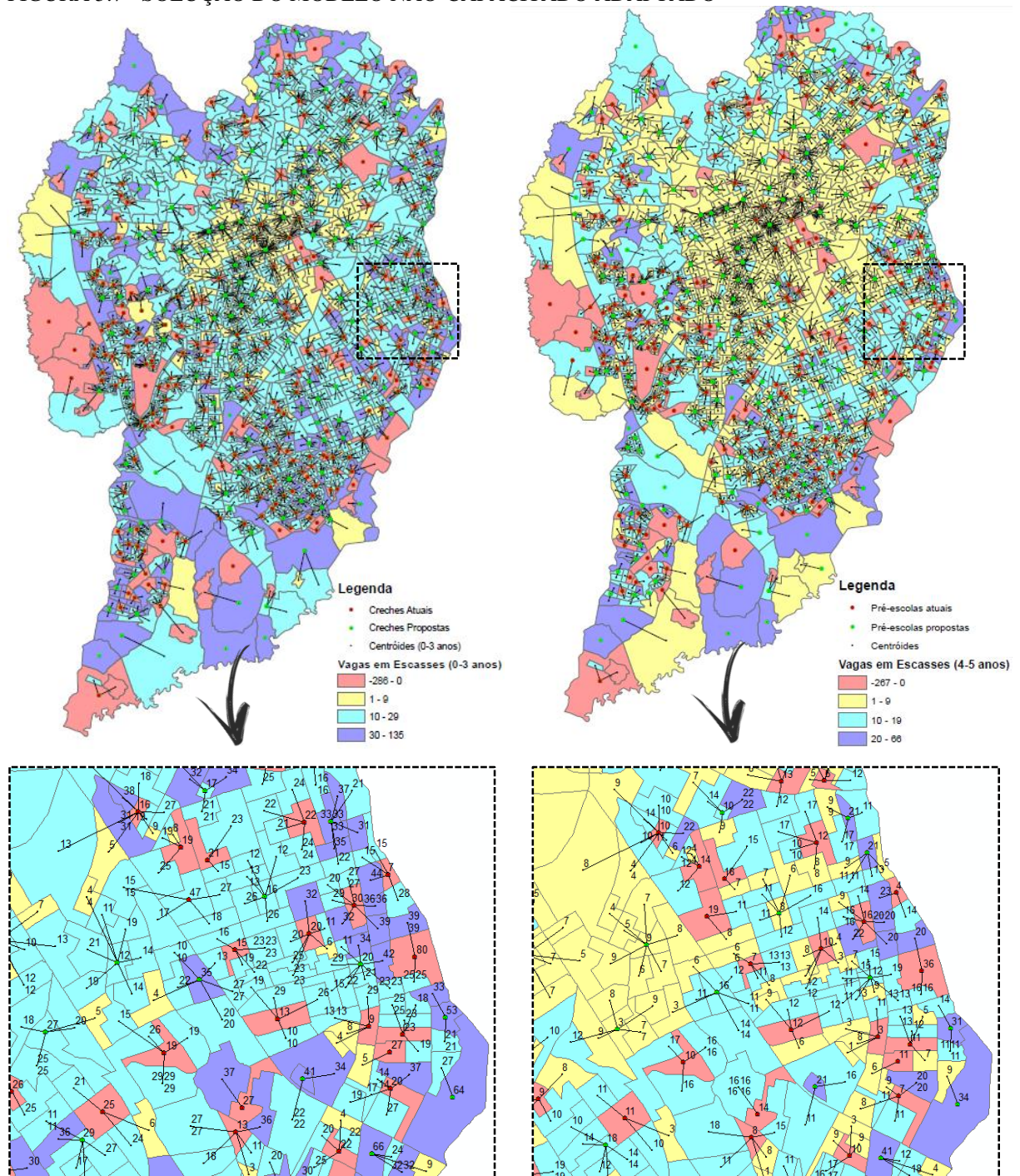
- $p_{new} = 161$, para crianças de 0 a 3 anos.
- $p_{new} = 204$, para crianças de 4 a 5 anos.
- $p_{new} = 172$, para crianças de 0 a 5 anos.

Esse valor é obtido primeiramente, determinando-se o número total de vagas faltantes, calculado pela diferença entre demanda e capacidade total dos setores para cada faixa etária. Esse número de vagas é então dividido entre o número médio de vagas que uma nova unidade deve ter – no caso, 100 vagas para as creches e 50 vagas para a pré-escola. Esses valores representam a capacidade atual praticada pelas unidades, estimados através da média de capacidade de cada escola fornecida pelos dados iniciais. Para exemplificar o cálculo realizado apresenta-se, a seguir, o raciocínio para as creches:

- O número total de crianças de 0 a 3 anos é: 43.647;
- O número total de vagas para essas crianças de 0 a 3 anos é: 27.562;
- A diferença entre a demanda e a capacidade é de 16.085 crianças;
- Estimando-se que uma nova escola aberta tenha capacidade para atendimento de 100 crianças, são necessárias 161 novas escolas, para que todas as crianças sejam atendidas, com uma sobra de 15 vagas.

A FIGURA 5.7 mostra em detalhe, a demanda de cada vértice, vértices que já possuem instalações e as instalações sugeridas, tanto para as creches, quanto para a pré-escolas.

FIGURA 5.7 - SOLUÇÃO DO MODELO NÃO-CAPACITADO ADAPTADO



FONTE: A AUTORA (2016)

A TABELA 5.6 apresenta os resultados em termos do tempo computacional para a Avaliação Abertura de novas unidades. Observa-se que os tempos de processamento nesta análise, foram 11h21min para as creches, e 11h04min para as pré-escolas, tempos consideravelmente maiores quando comparado aos tempos das outras análises feitas até então.

TABELA 5.6 - RESULTADO DO AG PARA A AVALIAÇÃO DA LOCALIZAÇÃO DE NOVAS UNIDADES E DO MÉTODO EXATO (PASSO 5.1)

	<i>Método Exato</i>					
	<i>N</i>	<i>P</i>	<i>Ótimo</i>	<i>Tempo (s)</i>	<i>Novas Escolas^l</i>	<i>Cap^l</i>
Setor (0-3 anos)	2395	258	12518842	40856,00	161	100
Setor (4-5 anos)	2395	255	5875512	39862,36	204	50

FONTE: A AUTORA (2016)

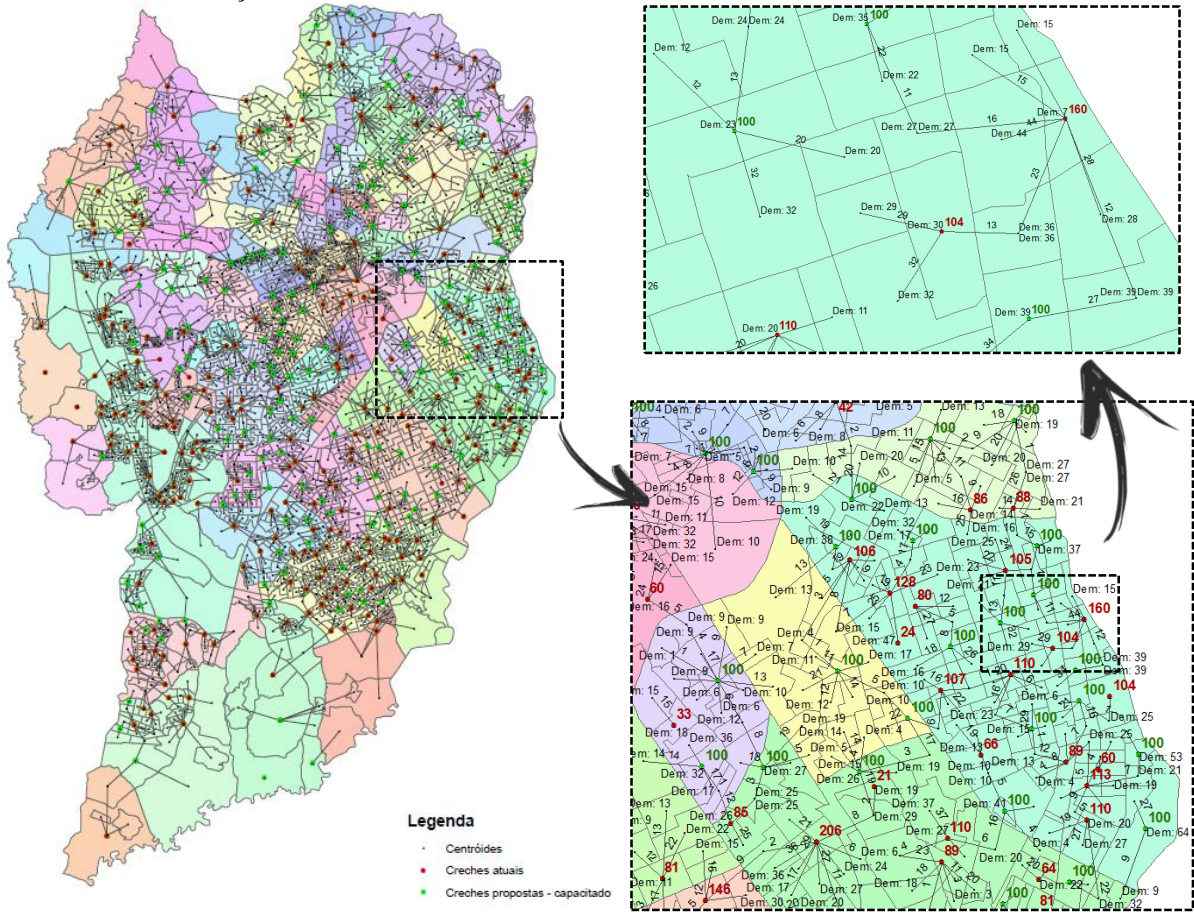
Nota: ^lReferente ao número e capacidade das novas escolas.

5.5.2 Problema das p -medianas Capacitado Adaptado

A solução do problema das p -medianas capacitado mostra a localização ideal da abertura de novas unidades de educação considerando a capacidade das unidades existentes. Para todos os setores que não possuem instalações, a capacidade assumida é *capnew*, que representa a capacidade que uma nova escola aberta terá. Como mencionado, estima-se para as creches, o valor de 100 crianças e para as pré-escolas, o valor de 50 crianças.

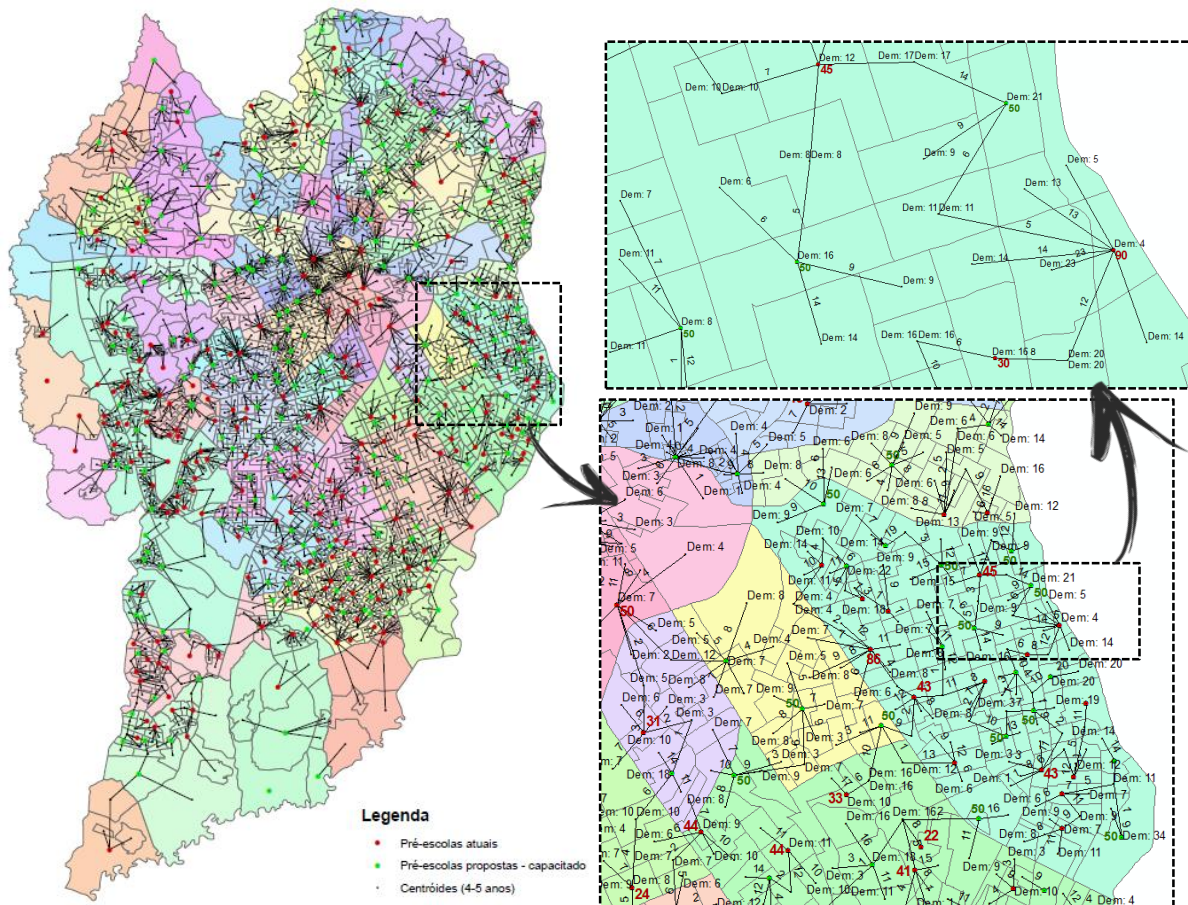
Na FIGURA 5.8 é possível observar em detalhe, a demanda de cada vértice e o número de crianças que saem de determinado vértice para outro, representado pelos rótulos das linhas. Em verde, têm-se as capacidades das novas unidades, enquanto que em vermelho, têm-se as capacidades de unidades já existentes.

FIGURA 5.8 - SOLUÇÃO DO MODELO CAPACITADO ADAPTADO PARA AS CRECHES



FONTE: A AUTORA (2016)

FIGURA 5.9 - SOLUÇÃO DO MODELO CAPACITADO ADAPTADO PARA AS PRÉ-ESCOLAS



FONTE: A AUTORA (2016)

No caso do problema Capacitado, os tempos foram de 8h20min para creches e 6h44min para pré-escolas, no entanto, devido à complexidade deste problema, não foi possível assegurar que a melhor solução encontrada pelo método exato foi a solução ótima do problema, portanto apresenta-se os *gaps* em relação a melhor solução encontrada para o problema relaxado.

TABELA 5.7 - TEMPO COMPUTACIONAL E RESULTADO OBTIDO PARA A AVALIAÇÃO DA ABERTURA DE NOVAS UNIDADES (PPMC ADAPTADO) (PASSO 5.2)

	<i>n</i>	<i>p</i>	<i>Método Exato</i>		
			<i>Melhor valor Obtido</i>	<i>Gap (%)</i> ¹	<i>Tempo Computacional (s)</i>
Sector (0-3 anos)	2395	258	14493429	2,19	30001,14
Sector (4-5 anos)	2395	255	70393180	2,76	24259,71

FONTE: A AUTORA (2016)

Nota: ¹Em relação ao *best bound* (a melhor solução encontrada para o problema relaxado).

5.6 SOLUÇÃO BASEADA EM ALGORITMO GENÉTICO

O Algoritmo Genético proposto foi aplicado para os passos 3 e 5 para o PPM não-capacitado. Para os passos 2 e 4 não justificavam a aplicação de métodos alternativos devido

ao baixo tempo computacional para obtenção da solução ótima, inclusive para problemas com número de vértices igual a 2.395, com maior tempo de processamento igual a 92 segundos. As seções seguintes apresentam os experimentos realizados para a validação do método, e os respectivos resultados em termos de tempo e qualidade das soluções obtidas.

5.6.1 Experimentos computacionais para validação do algoritmo

A avaliação do desempenho do algoritmo genético proposto para a resolução do PPM foi realizada com instâncias que representam dados reais da área central da cidade de São José dos Campos, com diferentes quantidades de vértices e medianas (pmedian324, pmedian818 e pmedian3282). As informações estão disponíveis em <http://www.lac.inpe.br/~lorena/instancias.html>.

O algoritmo foi avaliado em termos da qualidade das soluções geradas. Esse algoritmo foi implementado em Visual Basic.NET e executado em computador com processador Intel Core i5, 8GB de RAM e sistema operacional Microsoft Windows 8[®]. Os resultados da aplicação do AG às instâncias indicadas, apresentados na TABELA 5.8, foram comparadas às seguintes meta-heurísticas utilizadas na literatura por Vasconcelos *et al.* (2010):

- *Jumping Frog Optimization* (JFO) ou Algoritmo de Otimização por Saltos de Rãs (GARCIA; PEREZ, 2008);
- Algoritmo Genético (AG);
- Algoritmo Genético Híbrido, ou Algoritmo Genético com a Busca Local (AG-BL).

No AG-BL aplica-se o algoritmo de Gillet e Johnson (G&J) para a geração dos *clusters*, ou seja, das regiões de atendimento, juntamente com a Heurística de Localização-Alocação (HLA).

TABELA 5.8 - RESULTADOS DA APLICAÇÃO DO AG E COMPARAÇÃO COM INSTÂNCIAS DA LITERATURA

Instâncias	n	p	Ótimo	Gap (%) ¹			<i>Algoritmo proposto</i>			
				AG	AG-BL	JFO	Gap (%) ¹	Tempo (s) ²	Erro médio (%) ³	Tempo médio (s) ³
pmedian324	324	5	122518	4,409	3,722	3,431	0,542	1,866	1,841	2,504
	324	10	7956,36	4,541	4,026	1,522	2,393	4,786	3,715	4,107
	324	20	54533,11	10,225	1,907	1,641	2,978	7,840	4,904	6,274
	324	50	32101,52	20,421	4,344	4,032	4,254	15,442	6,332	9,610
pmedian818	818	5	605856,1	5,285	3,777	2,292	1,026	3,565	2,283	3,764
	818	10	379473	23,540	21,944	14,480	2,731	11,070	4,493	7,868
	818	20	2517718	-	-	-	4,028	12,801	5,441	11,311
	818	50	1308957	-	-	-	3,471	43,047	5,169	37,138
	818	100	98992,31	-	-	-	5,151	129,397	5,950	101,139

(Continuação)

Instâncias	n p Ótimo			Gap (%) ¹			<i>Algoritmo proposto</i>			
							Gap (%) ¹	Tempo (s) ²	Erro médio (%) ³	Tempo médio (s) ³
				AG	AG-BL	JFO				
pmedian3282	3282	5	6381120	4,510	2,943	1,777	0,4259	29,484	1,2801	30,1165
	3282	10	3914250	38,311	20,688	17,346	2,0043	55,825	4,3811	50,5572
	3282	20	2350502	37,460	21,243	15,070	5,0944	98,314	6,9766	75,135
	3282	50	1308957	61,163	32,921	23,654	6,7461	192,836	8,1902	181,8247
	3282	100	841380,8	62,288	35,206	21,340	8,7585	727,156	10,4278	615,0153
	3282	500	332954,8	13,048	11,836	10,414	4,3865	4681,709	4,9317	4716,565
	3282	1000	194813,5	38,21	35,302	24,094	3,6206	7422,922	4,1625	7215,947

FONTE: A AUTORA (2016)

Nota: ¹Gap = $100 * (Best\ find - Optimal) / Optimal$, ou seja, representa a diferença relativa percentual entre o melhor valor encontrado e o valor ótimo; ²Tempo computacional de processamento da melhor solução encontrada; ³Referente à média para 10 replicações. Os campos preenchidos com “-” representam instâncias não apresentadas.

Na TABELA 5.8 estão em negrito os valores em que o algoritmo proposto apresentou qualidade da solução inferior ao apresentado na literatura. É possível observar que o algoritmo proposto neste trabalho identifica soluções melhores em todas as instâncias quando comparado ao AG da literatura. Da mesma forma, em relação ao AG-BL apresentou-se as melhores soluções exceto pela instância pmedian324 com 20 medianas. O JFO apresenta resultados melhores que o algoritmo proposto para instâncias de menor porte, ou seja, para número de vértices igual a 324.

Embora, não tenha superado as meta-heurísticas da literatura em todas as instâncias, o método descrito neste trabalho fornece resultados próximos dos valores ótimos. O algoritmo proposto destaca-se pela qualidade de soluções para instâncias de maior porte (pmedian3282), por apresentar *gaps* consideravelmente inferiores às meta-heurísticas da literatura.

Ainda, este método pode ser considerado robusto, pois quando utilizado para instâncias de maior porte para o problema real analisado (apresentado na TABELA 5.9 da seção subsequente), com número de vértices igual a 2.395 setores censitários, este fornece soluções com pequenos desvios em relação ao valor ótimo, dado os baixos valores de erro médio e desvio padrão decorrentes da execução de 100 replicações para cada conjunto de instâncias. Além de tempos de processamento muito inferiores aos obtidos com a solução do modelo de forma otimizada com o CPLEX[®].

O tempo computacional necessário para obtenção destas soluções foi significativamente menor do que os valores apresentados na literatura. No entanto, esses valores não foram considerados por se tratar de sistemas operacionais e processadores diferentes.

A respeito dos baixos tempos computacionais, testes indicaram que o AG não converge prematuramente para as soluções identificadas, pois o uso de diferentes valores para os critérios

de parada não resultou em soluções de melhor qualidade. Constatou-se, através de testes empíricos, que alterações de percentual entre os indivíduos gerados por operadores de mutação, cruzamento e combinação de indivíduos na reconstituição da população não trazem melhoras significativas no tempo de processamento ou na qualidade das soluções que justifiquem a alteração dos valores destes parâmetros.

5.6.2 Avaliação da Localização ideal - PPM não-capacitado (Passo 3)

O tamanho da população, considerando o número de vértices como os 2.395 setores censitários, é 140, pois pela Equação (4.27), o valor de f é 136 e o múltiplo mais próximo de 10 desse valor, é 140.

A TABELA 5.9 apresenta resultados para o AG para a etapa de Avaliação da Localização ideal (Passo 3), com as respectivas comparações em relação a qualidade das soluções e tempo computacional gasto com os valores obtidos pelo modelo de forma ótima.

TABELA 5.9 - RESULTADO DO AG PARA A AVALIAÇÃO DA LOCALIZAÇÃO IDEAL E MÉTODO EXATO

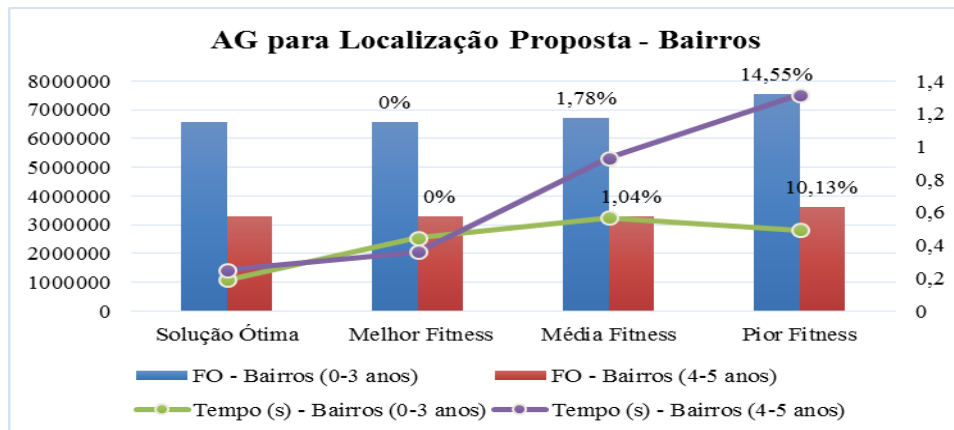
Problema	Método Exato				Algoritmo Genético (100 iterações)					
	<i>n</i>	<i>P</i>	Ótimo	Tempo (s)	Melhor Solução	Gap (%) ¹	Tempo (s) ²	Erro Médio (%) ³	Tempo Médio (s) ³	Desvio Padrão (%) ³
Bairros (0-3 anos)	75	52	6587254	0,19	6587254	0%	0,447	1,78%	0,57s	2,55%
Bairros (4-5 anos)	75	52	3287966	0,25	3287966	0%	0,361	1,04%	0,93s	1,49%
Setor (0-3 anos)	2395	258	30354553	14900,45	32751643	7,90%	786,057	10,65%	530,55	0,98%
Setor (4-5 anos)	2395	255	15460010	21053,43	16728128	8,20%	412,886	10,54%	329,67	1,03%

FONTE: A AUTORA (2016)

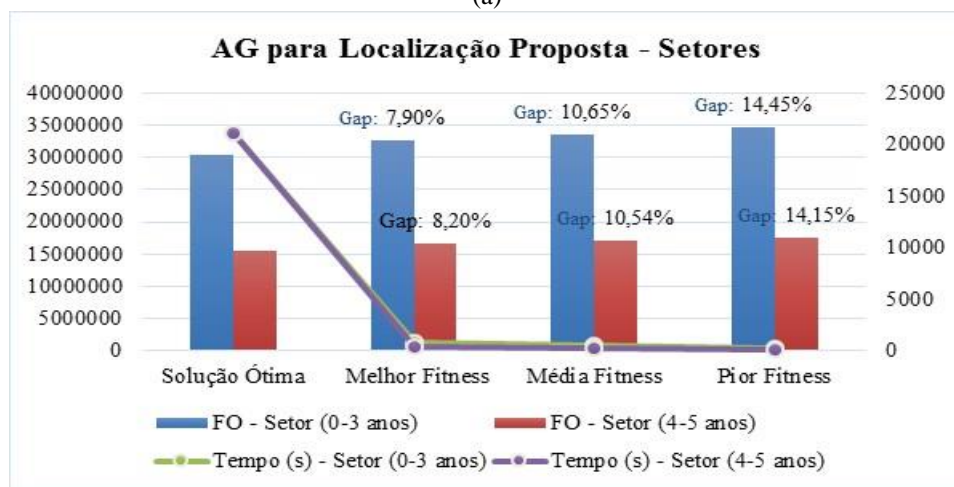
Nota: ¹Representa a diferença relativa percentual entre o melhor valor encontrado e o valor ótimo; ²Tempo computacional de processamento da melhor solução encontrada; ³Em 100 replicações.

O que se pode observar é que para os problemas com número de vértices igual a 75 bairros, o método proposto identificou como melhor solução a solução ótima. Porém o tempo computacional foi superior quando comparado ao obtido pelo método exato.

Para os problemas com número de vértices igual a 2.395 setores censitários, a melhor solução apresentou aproximadamente 8% de erro em relação ao valor ótimo. O tempo computacional, no entanto, para essa análise foi substancialmente reduzido em relação ao realizado pelo método exato. Por exemplo, o maior tempo para o modelo exato foi para os setores (4-5 anos) com tempo de processamento do modelo exato de 21.053,43s, ou seja, 5h51min. Com o método apresentado, o tempo para obtenção da melhor solução foi 412,886s, ou 6,88 min. Destaca-se o fato de que o desvio-padrão obtido para esta análise de maior porte, foi bastante reduzido (com no máximo 1,03% de desvio).



(a)



(b)

GRÁFICO 5.3 - RESULTADOS DO AG PARA ANÁLISE DA LOCALIZAÇÃO IDEAL (PASSO 3)
 FONTE: A AUTORA (2016)

Nota: (a) Referente aos resultados para bairros; (b) Referente ao resultado para setores.

O GRÁFICO 5.3a apresenta um comparativo dos valores da melhor e pior solução encontrada, a média das soluções dentre 100 iterações e os respectivos *gaps* em relação ao valor ótimo obtido com o modelo exato. Para esta análise de bairros, o método proposto encontra a solução ideal como melhor solução, sendo que em média o erro obtido é menor que 2%. O GRÁFICO 5.3b, por sua vez, apresenta as mesmas informações para a análise de setores. Naturalmente, o método proposto para este caso, apresenta soluções com *gaps* maiores, com média entre 10% a 11%.

5.6.3 Análise da Localização de Novas Unidades – PPM não-capacitado (Passo 5)

A TABELA 5.10 apresenta resultados para o AG para a etapa de Avaliação da Localização de Novas Unidades (Passo 5), com as respectivas comparações em relação a qualidade das soluções e tempo computacional gasto com os valores obtidos pelo modelo de

forma ótima. Essa análise é feita apenas para setores, afinal, a análise da localização ideal de novas unidades exige que se trabalhe com regiões menores, tal que as capacidades de cada microrregião sejam próximas as capacidades reais de cada instalação.

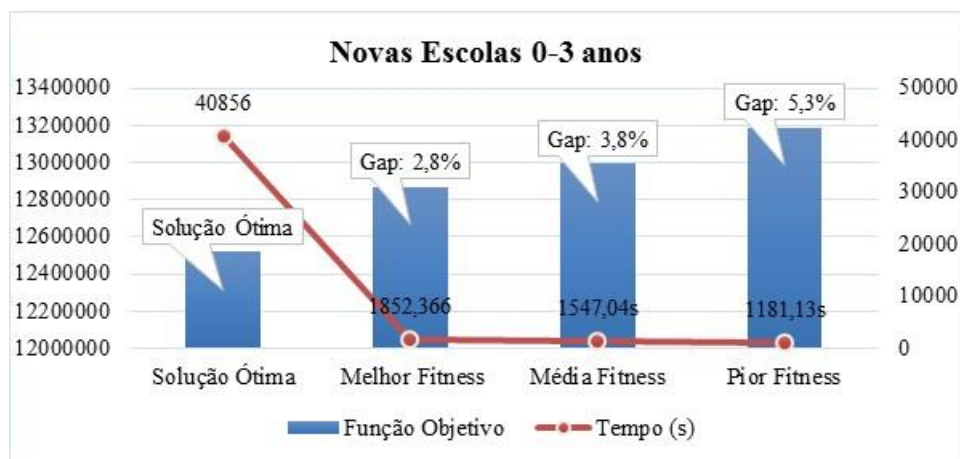
TABELA 5.10 - RESULTADO DO AG PARA A AVALIAÇÃO DA LOCALIZAÇÃO DE NOVAS UNIDADES E DO MÉTODO EXATO (PASSO 5.1)

Problema	Método Exato				Algoritmo Genético (100 iterações)							
	n	p	Ótimo	Tempo (s)	Melhor Solução	Gap (%) ¹	Tempo (s) ²	Erro Médio (%) ³	Tempo Médio (s) ³	Desvio Padrão (%) ³	Novas Escolas ⁴	Cap ⁴
Setor (0-3 anos)	2395	258	12518842	40856	12867703	2,787	1852,366	3,78	1547,04s	0,54	161	100
Setor (4-5 anos)	2395	255	5875512	39862,36	6034609	2,708	1400,764	4,03	1173,94s	0,52	204	50

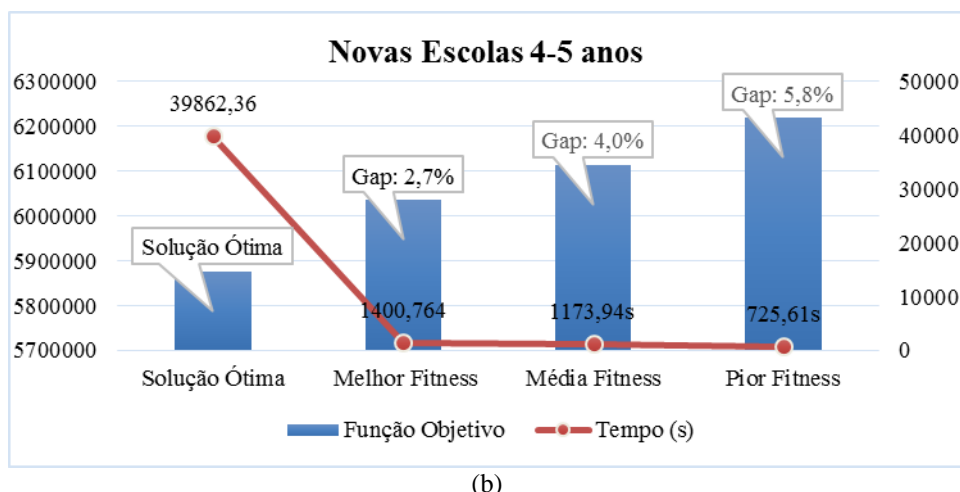
FONTE: A AUTORA (2016)

Nota: ¹Representa a diferença relativa percentual entre o melhor valor encontrado e o valor ótimo; ²Tempo computacional de processamento da melhor solução encontrada; ³Em 100 replicações; ⁴Referente ao número e capacidade das novas escolas.

A melhor solução encontrada para a análise das creches apresentou 2,787% de erro em relação ao valor ótimo, enquanto, para as pré-escolas, apresentou erro de 2,708%. O tempo computacional para essa análise foi substancialmente reduzido em relação ao realizado pelo método exato. Por exemplo, o maior tempo para o modelo exato foi para os setores (0-3 anos) com tempo de processamento do modelo exato de 40.856s ou seja, 11h20min. Com o método apresentado o tempo para obtenção da melhor solução foi 1.852,366s, ou 30,87 min. Destacase o fato de que o desvio-padrão obtido para esta análise de maior porte foi bastante reduzido (com no máximo 0,54% de desvio).



(a)



(b)

GRÁFICO 5.4 - RESULTADOS DO AG PARA ANÁLISE DA ABERTURA DE NOVAS UNIDADES (PASSO 5)

FONTE: A AUTORA (2016)

Nota: (a) Referente aos resultados para bairros; (b) Referente ao resultado para setores.

A GRÁFICO 5.4a apresenta um comparativo dos valores da melhor e pior solução encontrada, a média das soluções dentre 100 iterações e os respectivos gaps em relação ao valor ótimo obtido com o modelo exato. A GRÁFICO 5.4b, por sua vez, apresenta as mesmas informações para a análise de setores. O método proposto, para este caso, apresenta soluções com gaps inferiores a 6%.

5.7 INTERPRETAÇÃO DOS RESULTADOS

A realidade da região analisada implica em escassez de vagas em grande parte das regiões. Há uma falta global estimada na região de 90.121 vagas - cálculo aritmético simples da diferença da capacidade total de cada bairro e de sua população apontada pelo IBGE.

Embora assumindo-se que apenas 50% do atendimento das vagas necessárias devem ser supridas pela rede pública, a análise da Localização Atual (Passo 2) ainda assim, apresentou diversas regiões com escassez de vagas. Os 50% restantes são considerados como vagas disponibilizadas pela rede privada. Nesta primeira análise, observou-se que bairros como o Sítio Cercado e Cajuru, apresentaram escassez superior a 500 vagas tanto para as análises de creches quanto para pré-escolas. Bairros mais centrais, como Alto da Glória, Centro, Rebouças e Lindóia foram os que apresentaram vagas em excesso (acima de 170 vagas). Na análise de setores, verificou-se que a região sul apresentou maior incidência de regiões com escassez de vagas (acima de 30 vagas para creches e 20 vagas para pré-escolas).

Numa configuração ideal da localização de unidades existentes (Passo 3), o que se evidencia é que o bairro Caximba não possuiria creches, sendo que estas 156 crianças deste bairro participariam das vagas do bairro Campo de Santana com número de crianças expressivo

de 1.978 crianças. Essa escola seria realocada para a região central da cidade. Analisando-se os 3.295 setores, é possível observar a formação de microrregiões bem equilibradas, com a alocação das escolas de forma bem distribuída ao longo do mapa.

A literatura desenvolvida sobre a análise da localização de escolas realiza de modo geral as duas análises neste ponto citadas – Localização Atual e Ideal ou Proposta. No entanto, devido ao grande porte do problema em questão, foram propostos novos modelos para explicitar quais regiões mais necessitam da expansão ou da abertura de novas unidades.

Portanto, realizou-se a análise de expansão das unidades existentes (Passo 4), aplicando-se o modelo do transporte adaptado. Os resultados dessa análise mostram como deve ser planejada a distribuição de vagas caso nenhuma nova escola pudesse ser construída. Evidenciou-se com essa análise, que os bairros com maior número de vagas a serem ampliadas são os bairros de Cajuru, Vila Izabel e Boqueirão, com 1.171, 1.067 e 834 vagas respectivamente. Para as pré-escolas, os bairros com maiores necessidades de ampliação a fim de atender toda a demanda existente são os seguintes: Cidade Industrial, com 704 vagas, o Cajuru com 628 vagas e o Sítio Cercado com 541 vagas.

Para efeitos gerenciais, faz-se necessário a mesma análise segmentada em setores. Assim, as maiores ampliações são de 594 e 491 vagas. Sabe-se que a capacidade de uma escola pode ser largamente ajustada, seja pela ampliação de turmas, seja pelo aproveitamento de salas não usadas, seja por pequenas obras de ampliação, por exemplo. No entanto, os resultados indicaram para determinados setores ampliações enormes, que podem justificar a abertura novas unidades, caso assim seja avaliado.

Para a estratégia de planejamento baseada na abertura de novas unidades (Passo 5), estabeleceu-se a localização ideal para a disposição das 161 creches a serem construídas e 204 pré-escolas, necessárias para o atendimento da demanda existente.

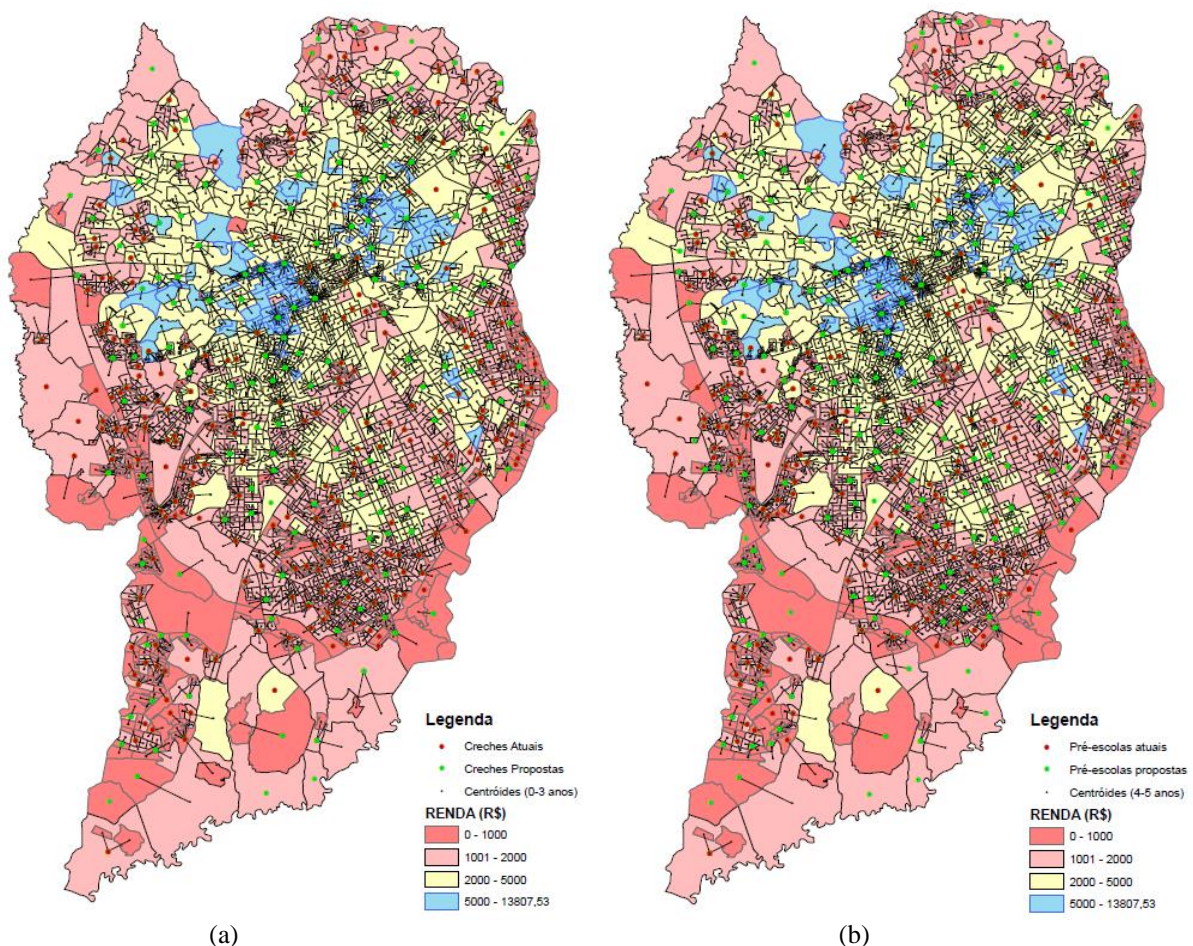
A primeira análise avalia através do modelo não-capacitado a melhor localização de novas unidades a serem construídas, considerando as existentes. Uma solução alternativa a esse modelo foi elaborada através do PPMC adaptado, que leva em consideração a capacidade das unidades existentes das novas escolas. Os resultados obtidos com essa estratégia apontam para que todas as crianças não atendidas sejam encaminhadas às novas unidades, no lugar de realizar ampliações em unidades já existentes, estratégia que pode ser mais onerosa aos cofres públicos.

Ao nível gerencial, pode-se avaliar através dos resultados dos modelos quais unidades podem ser expandidas e quais podem ser abertas, avaliando em seguida os custos envolvidos com cada uma das estratégias sugeridas. A vantagem da utilização de mais de um modelo na

resolução de problemas de localização é a possibilidade do confronto de resultados obtidos em busca daqueles que sejam ótimos nos diferentes modelos aplicados.

O estudo mostrou regiões onde a abertura de novas creches é necessária. Algumas regiões como, por exemplo, a central, são mal atendidas pelo sistema público. Isto pode ser explicado pelo fato dessas regiões serem habitadas por pessoas de renda mais elevada, que tradicionalmente preferem os centros de Educação Infantil privados. A FIGURA 5.10 confronta exatamente informações sobre as regiões que apresentam maior necessidade da abertura de novas instalações com a renda média por habitante de cada setor.

FIGURA 5.10 - AVALIAÇÃO DA RENDA DOS SETORES EM RELAÇÃO A LOCALIZAÇÃO IDEAL OU PROPOSTA DE NOVAS ESCOLAS



FONTE: A AUTORA (2016)

Nota: (a) Referente aos resultados para bairros; (b) Referente ao resultado para setores.

Os tempos de processamento para o Passo 2 foram expressivamente pequenos, com maior tempo computacional igual a 28,31 segundos, fato justificado pelo motivo de que nessa etapa apenas se realiza a designação dos vértices às escolas mais próximas, sem realizar uma realocação dos vértices, como ocorre no Passo 3. Nessa etapa, para os setores, os tempos de

processamento foram de até 21.053,43 segundos (5h51min), um tempo consideravelmente maior.

Para o Passo 4, inclusive para problemas maiores, o método exato levou um tempo menor de 93 segundos para encontrar uma resposta ótima, isso ocorre pelo fato de não se tratar de um problema de Programação Linear Inteira ou Binária, tornando naturalmente o tempo para a solução menor.

Para a análise da abertura de novas escolas (Passo 5) aplicada aos setores, para o PPM não-capacitado, os tempos de processamento são de 11h21min para a análise de creches e 11h04min para a análise de pré-escolas. No caso do problema Capacitado (passo 5.2), os tempos de processamento foram de 8h20min para creches e 6h44min para pré-escolas, no entanto, devido à complexidade deste problema, não foi possível assegurar que a melhor solução encontrada pelo método exato era compatível com a solução ótima do problema.

Em suma, o que se observa é que para o problema das p -medianas não-capacitado dos passos 3 e 5.1 justifica-se a busca de alternativas de soluções a fim de minimizar o tempo computacional. Assim, apresentou-se uma nova estratégia de solução do PPM baseada em AG.

Os resultados de validação do Algoritmo Genético indicam que o método proposto neste estudo apresenta soluções satisfatórias para o problema de p -medianas. Apesar de não terem sido obtidas as soluções ótimas em todas as instâncias de validação do AG, o objetivo de estabelecer um método de solução para o problema real de avaliação da localização de centros de Educação Infantil foi atingido.

A estratégia da atualização da população através dos operadores de cruzamento, mutação, e combinação de indivíduos buscou garantir a variabilidade da população entre gerações de modo a evitar a estagnação do algoritmo em soluções ótimas locais. Enquanto, o procedimento de escolha aleatória dos indivíduos e genes a serem cruzados e mutados foi implementado para impedir que o algoritmo permanecesse estagnado em uma solução de mínimo local, de forma a proporcionar menores tempos computacionais para obtenção de soluções de boa qualidade.

Ainda, em relação aos critérios de parada, a variação dos parâmetros do AG indica que o tempo computacional é sensível ao número de iterações em que são executados os operadores de cruzamento e de mutação e a reconstituição da população, e empiricamente, o algoritmo proposto apresentou resultados satisfatórios em termos do *trade off* entre qualidade da solução e tempo computacional. A adaptação do modelo ao problema de Localização de unidades de

Educação Infantil indica que o algoritmo proposto pode ser utilizado como ferramenta para a localização dessas instalações em outros municípios.

6 CONCLUSÕES

O presente estudo descreve um conjunto de metodologias para estudar a localização de unidades públicas de Educação Infantil e sua concomitante aplicação ao município de Curitiba-PR. A motivação deste trabalho surgiu da grande pressão social existente a nível nacional e em específico nesta área de estudo para a expansão ou abertura de novas unidades de Educação Infantil, alardeada pelos meios de comunicação. A oferta de vagas gratuitas nesses estabelecimentos implica, muitas vezes, na disponibilidade das famílias dessas crianças para trabalhar e garantir seu sustento, contribuindo assim com a sociedade. As análises buscaram detalhar de forma distinta a avaliação para as creches e para as pré-escolas, inclusive devido as tratativas diante de metas do PNE serem diferentes.

A presente pesquisa apresentou quatro análises complementares, embora bastante independentes entre si. A partir da primeira análise da Localização Atual das instalações, já foi possível declarar que Curitiba-PR apresenta uma situação de falta de vagas na Educação Infantil. Para efeitos práticos, essa fase é importante, pois os desequilíbrios podem ser mostrados em um mapa, juntamente com suas magnitudes. Dependendo dos valores numéricos desses desequilíbrios, medidas corretivas podem variar desde o gerenciamento da capacidade até novas construções.

A segunda análise envolve a proposta de uma realocação das unidades de toda a rede, permitindo diagnosticar se os desequilíbrios são ou não importantes e em que sub regiões eles mais se manifestam. As localizações propostas foram conciliadas com as escolas existentes, de modo que os desequilíbrios sejam revistos e as ampliações necessárias sejam definidas.

A terceira análise realizada é referente a análise da Expansão da capacidade das unidades existentes. Através do modelo de transportes, é possível a avaliação numérica do número de vagas que deveriam ser abertas em cada unidade a fim de que a demanda fosse suprida. Para fins gerenciais, algumas medidas são capazes de ajustar capacidades das escolas. Para aumentar capacidade, por exemplo, pode-se propor expansão de edifícios, adaptação de espaços cobertos para salas de aula, turnos adicionais e mais estudantes por sala. A redução de capacidade pode ser considerada mais simples, bastando a transferência de professores, móveis escolares e apoio de secretaria para áreas mais necessitadas.

A quarta análise baseia-se numa estratégia de construção ou abertura de novas instalações. O primeiro modelo analisado é o PPM não-capacitado, avaliando-se a melhor localização de novas unidades considerando as unidades existentes. O segundo leva em consideração a capacidade de cada instalação. O senso comum diz que uma escola é uma

instalação capacitada, embora, dentro de certos limites, esta capacidade possa ser alterada. Embora não se tenha conseguido assegurar que a melhor resposta obtida a partir do modelo capacitado tenha sido a ótima, a sua avaliação contribuiu para a análise das regiões com uma necessidade suplementar de abertura de novas unidades.

A partir da análise dos modelos, pôde-se constatar que há escassez de vagas em grande parte das regiões. O somatório da demanda é de 129.857, enquanto que o somatório da oferta de vagas é de 39.736. Assim, há uma falta global estimada na região de 90.121 vagas. Essa falta de vagas é decorrente de um cálculo aritmético simples da diferença da capacidade total de cada bairro e de sua população apontada pelo IBGE.

Entretanto, há fatores que afetam seu cálculo, como por exemplo, a participação da escola privada, que absorve parte da demanda (estimou-se 54,6% para 2014, segundo o Ministério da Educação); o fato de não ser obrigatório para crianças de 0 a 3 anos; a atração de alunos de municípios vizinhos, bem como para outros municípios.

Esta última consideração é importante, visto que a Região Metropolitana de Curitiba reúne 29 municípios do estado do Paraná em relativo processo de conurbação. Muitas famílias que têm suas residências nos municípios vizinhos, por algum tipo de conveniência ou pela melhor qualidade da escola, preferem ter seus filhos estudando na capital, sendo que o movimento oposto também ocorre.

O modelo básico empregado foi a p -mediana, que pressupõe que o aluno prefere a escola mais próxima de sua residência. Apesar de outros fatores qualitativos influenciarem na escolha por uma determinada escola, a variável distância percorrida pelo aluno tem bastante relevância como um critério de decisão e pôde ser adotada como variável do problema.

Todos os modelos foram representados com o uso do *software* Arcview[®], da família dos Sistemas de Informação Geográficos, SIG. Dados básicos foram obtidos no IBGE, incluindo mapas e setores censitários digitalizados, e dados de população por setor censitário. Dados escolares foram obtidos nas secretarias municipal. O *software* Arcview[®] facilita a localização de escolas e centroides, a determinação de distâncias e ajuda a representação pictórica das informações, resultados e propostas. Assim, o geoprocessamento aliado à modelagem matemática tornou-se uma ferramenta poderosa a ser explorada no planejamento da localização de instalações.

Em paralelo aos resultados obtidos através do modelo exato, criou-se uma estratégia de solução do PPM não-capacitado baseada em AG. Os resultados de validação do AG indicaram que o método proposto neste estudo apresenta soluções satisfatórias, e que o objetivo de estabelecer um método de solução para o problema real de avaliação da localização de centros

de Educação Infantil foi atingido. Além disso, o AG proposto pode ser utilizado na análise do planejamento da localização de unidades de educação infantil para cidades maiores, ou com um número elevado instituições para análise, nas quais a aplicação do modelo exato pode tornar-se inviável.

Do ponto de vista metodológico, como estímulo para trabalhos futuros sugere-se a identificação de melhores soluções fornecidas pelo AG por meio da implementação de métodos de buscas locais ou de um método heurístico alternativo para geração de soluções de melhor qualidade (por exemplo, o Gillet e Johnson ou o *Greedy Randomized Adaptive Search Procedure* – GRASP) inserido na etapa de criação e reconstituição da população.

Enfim, a utilização dos diferentes modelos em paralelo para fins deste estudo revelou uma vantagem, devido à possibilidade de comparar as soluções obtidas. Em suma, o estudo demonstrou que, de forma geral, existe a necessidade de planejamento imediato para expansão do ensino público infantil em Curitiba-PR, inclusive para com o cumprimento efetivo das metas do PNE. Da mesma forma, tendo em vista uma evidente necessidade de grandes investimentos nesse campo, os resultados deste trabalho podem contribuir inclusive, para uma melhor estratégia de investimentos em Centros de Educação Infantil.

REFERÊNCIAS

- ALP, O.; E. ERKUT E.; DREZNER Z. An Efficient Genetic Algorithm for the p-Median Problem. **Annals of Operations Research**, v. 122, p. 21–42, 2003.
- ALVES, A. C.; STEINER, M. T. A.; MUSSI, N. H.; ZANELATTO G. Algoritmos Genéticos Aplicados ao Planejamento da Distribuição de Energia Elétrica em Curitiba e Região Metropolitana. In: LOPES, Heitor Silvério; TAKAHASHI, Ricardo Hiroshi Caldeira. **Computação evolucionária em problemas de engenharia**. OMNIPAX, 2011.
- ANTUNES, A. J. P. **De la planification optimale de l'équipement scolaire**. Dissertation en Sciences Appliquées, Université Catholique de Louvain, Louvain La-Neuve, 1994.
- ARABANI, A.B.; FARAHANI, R.Z. Facility location dynamics: An overview of classifications and applications. **Computers & Industrial Engineering**. 62, 408–420, 2012.
- ARAÚJO, C. Bibliometria: evolução histórica e questões atuais. **Pesquisa Brasileira em Ciência da Informação e Biblioteconomia**, v. 2, p.11-32, jan-jun. 2006.
- ARENALES, M. N.; ARMENTANO, V.; MORABITO, R.; YANASSE, H. **Pesquisa operacional: para cursos de engenharia**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2007
- ASSUNÇÃO, M. L. V. Creche: Assistencialização ou Educação? Um Estudo de Caso em Pires do Rio-GO. **Póesis Pedagógica**, v. 1, n. 1, p. 63-75, 2010.
- BACH, L. Locational models for systems of private and public facilities based on concepts of accessibility and access opportunity. **Environment and Planning A**, volume 12, p. 301-320, 1980.
- BALLOU, R. H. **Gerenciamento da cadeia de suprimentos: planejamento, organização e logística empresarial**. 4. ed. Porto Alegre: Bookman, 2001.
- BALLOU, R. H. **Gerenciamento da cadeia de suprimentos: logística empresarial**. 5 ed. Porto Alegre: Bookman, 2006.
- BANDEIRA, R. A. M. **Proposta de uma Sistemática de Análise para a Localização de Depósitos**. Dissertação de Mestrado em Engenharia de Produção. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2006.
- BARCELOS, F. B.; PIZZOLATO, N. D.; LORENA, L. A. N. Localização de escolas do ensino fundamental com modelos capacitado e não-capacitado: caso de Vitória/ES. **Pesquisa Operacional**, Rio de Janeiro, v. 24, n. 1, Apr. 2004. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0101-74382004000100007&lng=en&nrm=iso>. Acesso: 10 Janeiro 2015.
- BARRETO, S. S. **Análise e Modelização de Problemas de Localização-Distribuição**. Tese de Doutorado em Gestão Industrial. Universidade de Liboa, 2004.
- BARROS, M. D. **Educação infantil: o que diz a legislação**. Disponível em <http://www.lfg.com.br>. 12 de novembro de 2008.
- BEASLEY, J. E. An algorithm for set covering problem. **European Journal of Operational Research**, v. 31, p. 85-93, 1987.
- BEASLEY, J. E.; CHU, P. C. A genetic algorithm for set covering problem. **European Journal of Operational Research**, v. 94, p. 392-404, 1996.
- BEGUIN, H.; THOMAS, I.; VANDENBUSSCHE, D. Weight variations within a set of demand points, and location-allocation issues: a case study of public libraries. **Environment and Planning A**, v.24, p.1769-1779, 1992.

BOWERMAN, R.; HALL, B.; CALAMI, P. A multi-objective optimization approach to urban school bus routing: Formulation and solution method. **Transportation Research Part A**, v.29, n.2. p. 107-123, 1995.

BRASIL. **Portal Brasil esclarece dúvidas sobre matrículas em creches públicas**. Publicado: 13/09/2014. Disponível em: <<http://www.brasil.gov.br/educacao/2014/09/portal-brasil-esclarece-duvidas-sobre-matriculas-em-creches-publicas>> Acesso: 05 nov. 2014

BUFREM, L.; PRATES, Y. O saber científico registrado e as práticas de mensuração da informação. **Ciência da Informação**, Brasília, v. 34, n. 2, p. 9-25, 2005.

CAMARGO, R. S.; MIRANDA, G.; FERREIRA, R. P. M. A hybrid outer-approximation/benders decomposition algorithm for the single allocation hub location problem under congestion. **Operations Research Letters**, v. 39, n. 5, p. 329-337, 2011.

CAMPANA, F. **Fruet diz que 11 mil crianças estão sem creche em Curitiba**. MP diz que são mais de 23 mil. *janeiro de 2014*. <http://www.fabiocampana.com.br/2014/01/fruet-diz-que-11-mil-criancas-estao-sem-creche-em-curitiba-mp-diz-que-sao-mais-de-23-mil/>

CARRARA, C. M. **Uma Aplicação do SIG para a Localização e Alocação de Terminais Logísticos em Áreas Urbanas Congestionadas**. Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil. Universidade de São Paulo, 2007.

CARVALHO, M.; FLEURY, A.; LOPES, A. P. An overview of the literature on technology roadmapping (TRM): contributions and trends. **Technological Forecasting and Social Change**, v. 80, n. 7, p. 1418-1437, 2013.

CENSO DEMOGRÁFICO, 2010. Disponível em: <<http://www.ibge.gov.br/home/estatistica/populacao/censo2010/>>. Acesso em: 18 ago. 2015.

COOPER, L. Heuristics Methods for Location-Allocation Problems, **SIAM Review**, v. 6, p. 37-53, 1964.

COOPER, L. Location-Allocation Problems. **Operations Research**, v.11, n.3, p. 331-343, 1963.

COOPER, L. Solutions of Generalized Locational Equilibrium Models. **Journal Regional Science**, v. 7, p. 1-18, 1967.

CORRÊA, E. S.; STEINER M. T.; FREITAS A. A.; CARNIERI. C. A genetic algorithm for solving a capacitated p -median problem. **Numerical Algorithms**, v. 35, p. 373-388, 2004.

CRAINIC, T.; LAPORTE, G. Planning models for freight transportation. **European Journal of Operational Research**, n. 97, p. 409-438, 1997.

CURRENT, J.; MIN, H.; SCHILLING, D. Multiobjective analysis of facility location decisions. **European Journal of Operational Research**, vol. 49, 295-307, 1990.

CURRENT, J.; RATICK, S.; REVELLE, C. Dynamic facility location when the total number of facilities is uncertain: A decision analysis approach. **European Journal of Operational Research**, vol. 110, 597-609, 1997.

DASKIN, M. S. Network and Discrete Location: Models, Algorithms and Applications. Wiley-Interscience Series in Discrete Mathematics and Optimization. **John Wiley & Sons**, New York, 1995.

DASKIN, M. S. What you should know about location modeling. **Naval Research Logistics (NRL)**, v. 55, n. 4, p. 283-294, 2008.

DAVIES, O.; THOMAS, E. Facilities Location with Changing Demand Levels. **Geographical Analysis**, v. 8, n. 4, p. 376-393, 1976.

DAVIS, L. **Handbook of Genetic Algorithms**. New York: Van Nostrand Reinhold, 1991.

DERUYTER, G.; FRANSEN, K.; VERRECCAS, N.; DE MAEYER, P. Evaluating Spatial Inequality in Pre-Schools In Ghent, Belgium By Accessibility And Service Area Analysis With Gis. **13th SGEM GeoConference**

on **Informatics, Geoinformatics And Remote Sensing**, v. 1, n. International Multidisciplinary Scientific GeoConference SGEM2013, p. 717-728, 2013.

DETRO, S. P. **Otimização na Localização e na Capacidade de armazenamento de soja e milho para o estado do Paraná**. PUCPR. Curitiba, 2013.

DIAS, F. C. S. **Algoritmos para o Problema de Localização Simples Baseados nas Formulações Clássica e Canônica**. Dissertação de Mestrado em Ciência da Computação, Universidade de Ceará, 2008.

DREZNER, Z.; HAMACHER, H. W. (Ed.). **Facility location: applications and theory**. Springer Science & Business Media, Nova York, 2002.

DUBKE, A. F. **Modelo de localização de terminais especializados: um estudo de caso em corredores de exportação da soja**. Tese de doutorado. Departamento de Engenharia Industrial – Pós-graduação em Engenharia de Produção. PUC, Rio de Janeiro. 177 f. 2006.

ENDLER, K. D., STEINER M. T. A. Análise da Produção Científica sobre o Problema de Localização de Instalações em Pesquisa Operacional. XXII Simpósio de Engenharia de Produção. **Anais...** Bauru, SP, 2015. Disponível em: file:///C:/Users/Kellen%20Ender/Downloads/XXII_SIMPEP_Art_11.pdf Acesso: 02 jan. de 2015.

ERLENKOTTER, D. A dual-based procedure for uncapacitated facility location. **Operations Research**, v. 26, n. 6, p. 992-1009, 1978.

FELIX, R. Universalização de ensino para crianças de 4 e 5 anos será garantida, mas com as obras atrasadas, continua desafio para atender os menores. **Gazeta do Povo**. 01 de agosto de 2015. Disponível em: <http://www.gazetadopovo.com.br/vida-e-cidadania/creche-obrigatoria-em-curitiba-pede-mais-7-mil-vagas-cdgqdfgn6blsjbkiqvk6ltgkd>

FERREIRA, O. P.; IUSEM, A. N.; NÉMETH, S. Z. **Concepts and techniques of optimization on the sphere**. **TOP**, v. 22, n. 3, p. 1148-1170, 2014.

FUNG, G.; MANGASARIAN, O. L. Semi-supervised support vector machines for unlabeled data classification. **Optimization Methods and Software**, v. 1, n° 15, p. 29- 44, 2000.

G1-PR. Dez mil crianças esperam por uma vaga em uma das creches de Curitiba. **G1 PR**. Curitiba: RPC TV, 10 de abril de 2013. Programa de televisão. <http://g1.globo.com/pr/parana/noticia/2013/04/dez-mil-criancas-esperam-por-uma-vaga-em-uma-das-creches-de-curitiba.html>

GARCIA, F. J. M.; PEREZ, J. A. M. Jumping frogs optimization: a new swarm method for discrete optimization. **Documentos de Trabajo del DEIOC**, n. 3, 2008.

GARFINKEL, R. S.; NEMHAUSER, G. L. Optimal political districting by implicit enumeration techniques. **Management Science**, v. 16, n. 8, p. B-495-508, 1970.

GLOVER, F.; KOCHENBERGER, G. A. **Handbook of Metaheuristics**. Kluwer Academic Publishers, Boston. 2003.

GOLDBERG, D. E. Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning. **Reading, MA**: Addison-Wesley, 1989.

GUEDES, V.; BORSCHIVER, S. Bibliometria: uma ferramenta estatística para a gestão da informação e do conhecimento, em sistemas de informação, de comunicação e de avaliação científica e tecnológica. **CINFORM – Encontro Nacional de Ciência da Informação VI**, v. 6, dez. 2005.

HAKIMI, S.L. Optimal locations of switching centers and the absolute centers and medians of a graph. **Operation Research**. n. 12, p 450- 459.1964.

HODGSON, M. J. The location of public facilities intermediate to the journey to work. **European Journal of Operational Research**, v. 6, n. 2, p. 199-204, 1981.

HOLLAND, J. H. *Adaptation in Natural and Artificial Systems: An Introductory Analysis with Applications to Biology*. **Control and Artificial Intelligence**. Ann Arbor: University of Michigan Press, 1975.

HOLMES, J.; WILLIAMS, F. B.; BROWN, L. A. Facility location under a maximum travel restriction: an example using day care facilities. **Geographical Analysis**, v. 4, n. 3, p. 258-266, 1972.

ISLER, C. A.; BONASSA, A. C.; CUNHA, C. B. Algoritmo genético para resolução do problema de p -medianas capacitado associado à distribuição de peças automotivas. **Transportes**, v. 20, n. 2, p. 5-14, 2012.

KLOSE, A.; DREXEL, A. Facility location models for distribution system design. **European Journal of Operational Research**, v. 162, p. 4-29, 2005.

KUMARAN, V. V. Location, use and locational efficiency of health facilities in Madras Neighborhood. **Geographia Medica**, v.13, p. 53-65, 1983.

LAMEIRAS, M. A. P. **Efeitos da população economicamente ativa sobre a taxa de desemprego**. Carta de Conjuntura. Rio de Janeiro: UFRJ/Aparte, 2013. http://repositorio.ipea.gov.br/bitstream/11058/3392/3/cc21_nt02_efeitospopulacao.pdf

LAWLER, E. L. (1976). **Combinatorial Optimization: Network and Matroids**. Holt, Rinehart, and Winston, New York.

LIMA, F. S.; GONÇALVES, M. B. Logística de Serviços públicos: uma aplicação à distribuição espacial de serviços especializados de saúde: XII ANPET – Congresso de Ensino e Pesquisa em Transportes, 1999. São Carlos/ SP. **Anais do XIII ANPET**. São Carlos: ANPET e UFSCAR, 1999, v.1, p. 482-493.

LIMA, R. S. **Bases para uma metodologia de apoio à decisão para serviços de educação e saúde sob a ótica dos transportes**. São Carlos. 200p. Tese (Doutorado), Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2003.

LIRN, T.; THANOPOULOU, H.; BERESFORD, A. Transshipment port selection and decision-making behavior: an analyzing the Taiwanese case. **International Journal of Logistics: research and applications**, v. 6, n. 4, p.229-244, 2003.

LOBO, D. S.; GONÇALVES, M. B. Avaliação da localização espacial de unidades de Educação Infantil: um estudo de caso para Florianópolis – SC. **Ensaio: Avaliação e Políticas Públicas em Educação**. V.9, n.30, p. 123-140, 2001.

LOPES, Y. G.; ALMEIDA, A. T. Enfoque multicritério para a localização de instalações de serviço: aplicação do método SMARTER. **Sistemas & Gestão**, v.3, n. 2, p.114-128, maio a agosto de 2008.

MAPA, S. M. S.; LIMA, R. S. Análise do Desempenho de um Sistema de Informações Geográficas em Problemas de Localização de Instalações. In: XXI ANPET - Congresso Nacional de Pesquisa e Ensino em Transporte, Rio de Janeiro. **Anais...** 2007.

MAPA, S. M. S.; LIMA, R. S. Combining Geographic Information Systems for Transportation and Mixed Integer Linear Programming in Facility Location-Allocation Problems. **Journal of Software Engineering and Applications**, v. 7, n. 10, p. 844, 2014.

MARCHIORI, R. Creche obrigatória em Curitiba pede mais 7 mil vagas. **Gazeta do Povo**. 03 de setembro de 2014. Disponível em: <http://www.gazetadopovo.com.br/vida-e-cidadania/maes-acusam-prefeituras-de-maquiar-falta-de-vagas-em-creches-municipais-ecya47y7oxntoq9jm0cdfwx8u>

MARETH, T.; PIZZOLATO, N. D. Mapeamento da Utilização dos Métodos/Algoritmos Aplicados na Resolução de problemas de localização. **Sobrapo**, v. 6, n. 1, p. 154-182, 2014.

MATEUS, G. R.; LOUREIRO, A. A. F.; RODRIGUES, R. C. **Optimal network design for wireless local area network**. *Annals of Operations Research*, v. 106, n. 1-4, p. 331-345, 2001.

- MCALLISTER, D. Equity and Efficiency in Public Facility Location. **Geographical Analysis**, v. 8, n. 1, p. 47-63, 1976.
- MELO, M. T.; NICKEL, S.; SALDANHA-DA-GAMA, F. Facility location and supply chain management—A review. **European journal of operational research**, v. 196, n. 2, p. 401-412, 2009.
- MENEZES, R. C. **O uso do SIG—Sistema de Informação Geográfico—para o apoio à decisão no planejamento da localização das Escolas Municipais em Guaratiba**, Rio de Janeiro. 2010. Tese de Doutorado. PUC-Rio.
- MIRCHANDANI, P. B. The p -median problem and generalizations. **Discrete location theory**, v. 1, p. 55-117, New York, 1990.
- MONTEIRO, M. M.; LEAL, J. E. Um modelo integrado para decisões de localização de instalações/Produção/Transportes em uma Rede Logística. In: XXII ANPET - Congresso de Pesquisa e Ensino em Transpor, 2008, Fortaleza. XXII ANPET - **Anais Eletrônicos**. Fortaleza: ANPET, 2008.
- MURRAY, A. T. Strategic analysis of public transport coverage. **Socio-Economic Planning Science**. v.35, p. 175-188, 2001.
- MUSSI JÚNIOR, N. H. **Restauração de redes de distribuição com heurísticas baseadas no método Branch-and-bound**. 131 p. Curitiba-PR, 2002. Dissertação de Mestrado, CPGMNE – UFPR.
- NICKEL, S.; PUERTO, J. **Location theory: a unified approach**. Springer Science & Business Media, 2006.
- NOOR-E-ALAM, Md.; MAH, A.; DOUCETTE, J. Integer linear programming models for grid-based light post location problem. **European Journal of Operational Research**, vol. 222, 17–30, 2012.
- OLIVEIRA, C. L. BASTOS, L. C. **O uso do geoprocessamento no auxílio à tomada de decisão na alocação de serviços públicos**. Estudo de caso: rede educacional de ensino do bairro Harmonia - Canoas, RS. Simpósio Brasileiro de Sensoriamento Remoto, p. 5443-5450. 2007.
- OWEN, S. H.; DASKIN, M. Strategic facility location: a review. **European Journal of Operational Research**, n. 111, p. 423-447, 1998.
- PARAJARA, C. N.; DE PAULA JUNIOR, G. G. GRASP duplamente reativa com path-relinking para o problema de p -medianas aplicado à formação de clusters em logística de localização. **Revista Produção Online**, v. 15, n. 3, p. 807-829, 2015.
- PARANÉ TV. Quase 10 mil crianças esperam por vaga em creches de Curitiba. **Paraná TV 1ª Edição**. Curitiba: RPC TV, 05/03/2015. Programa de televisão. <http://globotv.globo.com/rpc/parana-tv-1a-edicao-curitiba/v/quase-10-mil-criancas-esperam-por-vaga-em-creches-de-curitiba/4012338/>
- PEREIRA, M. A. **Um método Branch-and-Price para problemas de localização de p -medianas**. Tese de Doutorado em Computação Aplicada. Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE), 2007.
- PERIÇARO, G. A.; VOLPI, N.M.P.; SANTOS, S.R. Um Estudo sobre a Influência de Custos de Transporte na Localização de uma Agroindústria de Aves. XXXIX SBPO, **A Pesquisa Operacional e o Desenvolvimento Sustentável**, Fortaleza, 2007.
- PIZZOLATO, N. D.; MENEZES, R. Localização de escolas públicas em Guaratiba, Rio de Janeiro, usando critérios de acessibilidade. **Pesquisa Operacional para o Desenvolvimento**, v. 5, n. 1, p. 71-83, 2013.
- PIZZOLATO, N.; BARROS, A.G.; BARCELOS, F.B. e CANEN, A.G. Localização de escolas públicas: Síntese de algumas linhas de experiência, **Pesquisa Operacional**, Vol. 24, pp. 111-131, 2004.
- PIZZOLATO, N.D.; Silva, H.B.F. Proposta metodológica de localização de escolas: estudo do caso de Nova Iguaçu. **Pesquisa Operacional**, 14(2), 1-13, 1993.
- RANDAZZO, C. D.; LUNA, H. P. L. A comparison of optimal methods for local access uncapacitated network design. **Annals of Operations Research**, v. 106, n. 1-4, p. 263-286, 2001.

- RANDHAWA, S.U.; WEST, T.M. An Integrated Approach to Facility Location Problems. **Computers ind. Engng**, vol. 29, n.1-4, pp. 261-265, 1995.
- REVELLE, C. S.; EISELT, H.A. Location analysis: A synthesis and survey. **European Journal of Operational Research**, vol. 165, 1-19, 2005.
- REVELLE, C. The maximum capture or 'sphere of influence' location problem: Hotelling revisited on a network, **Journal of Regional Science**, v. 26, n. 2, p. 343-358, 1986.
- REVELLE, C.; MARKS, D.; LIEBMAN, J. An analysis of private and public sector location models. **Management Science**, v. 16, n. 11, p. 692-715, 1970.
- REVELLE, C.; SWAIN, R. Central Facilities Location. **Geographical Analysis**, v. 2, n. 1, p. 30-42, 1970.
- REVELLE, C.S., LAPORTE, G. The plant location problem: New models and research prospects. **Operations Research**, v. 44, n. 6, p. 864-874, 1996.
- REZENDE, F. A. V. S.; ALMEIDA, R.; NOBRE, F. Diagramas de Voronoi para a definição de áreas de abrangência de hospitais públicos no município do Rio de Janeiro. **Cadernos de Saúde Pública**. v. 16, n. 2, p. 467-475, 2000.
- RIBEIRO, D.; POMPEO C. MP cobra na Justiça novas vagas em creches de Curitiba. **Gazeta do Povo**. 02 de julho de 2014. Disponível em: <http://www.gazetadopovo.com.br/vida-e-cidadania/mp-cobra-na-justica-novas-vagas-em-creches-de-curitiba-eacul3kcylq26rwd85wz7gojy>
- ROCHA, B.O. **Utilização de Modelos de Localização para Dinamização do Fluxo Reverso de Pneus Inservíveis**. Dissertação de Mestrado em Ciências. Universidade Federal do Ceará, 2008.
- ROLLAND, E.; SCHILLING, D. A.; CURRENT, J. R.; An efficient tabu search procedure for the p -Median Problem. **European Journal of Operational Research**, v. 96, 329-342, 1996.
- ROMERO, B. C. **Análise da Localização de Plataformas Logísticas: Aplicação ao Caso do ETSP – Entrepósito Terminal São Paulo – da CEAGESP**. Dissertação de Mestrado em Engenharia de Sistemas Logísticos. Universidade de São Paulo, 2006.
- ROSÁRIO, R. R. L.; CARNIERI, C.; STEINER, M. T. A. Proposta de solução para o problema das p -medianas na localização de unidades de saúde 24 horas. XXII Encontro Nacional de Engenharia de Produção Curitiba – PR, **Anais...** Curitiba-PR, 2002.
- ROTH, R. Computer Solution to Minimum-Cover Problems. **Operations Research**, v.17, p. 455-465, 1969.
- SANTOS, K. C. **Proposta Conceitual de um Modelo de Localização de Estabelecimentos de Ensino**. Dissertação de mestrado – Universidade Federal de Santa Catarina – Florianópolis – SC, 2005.
- SANTOS, R. **Metodologia para localização de estações meteorológicas: comparação entre abordagens exata e heurística**. 96 f. Dissertação – Programa de Pós-graduação em Computação Aplicada, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba, 2013.
- SCARPIN, C.T. **A Utilização do Algoritmo Branch-And-Price em uma Proposta para o Projeto de Regionalização da Saúde no Estado do Paraná**. Dissertação de Mestrado em Ciências. Universidade Federal do Paraná, 2007.
- SILVA, G. G.; PIZZOLATO, N. Avaliação gerencial da localização da rede de ensino público de Niterói - RJ. **Ensaio: Avaliação e Políticas Públicas em Educação**, v. 4, n. 11, p. 129-142, abr./jun. 1996.
- SILVA, H, B.F. (1991). **Planejamento da rede pública em áreas urbanas: um modelo matemático para localização de escolas**. Dissertação de Mestrado, Programa de Engenharia Civil, UFF.
- SILVA, H. F.; PIZZOLATO, N. Proposta Metodológica de Localização de Escolas: Estudo do caso de Nova Iguaçu. **Pesquisa Operacional**, v. 14, n. 2, p. 1-14, 1993.

SILVA, H. F.; PIZZOLATO, N. The location of public schools: evaluation of practical experiences. **International Transactions in Operational Research**, v. 4, n.1, p. 13-22, 1997.

SIMÃO, H. P.; THIZY, J. M. A dual simplex algorithm for the canonical representation of the uncapacitated facility location problem. **Operations Research Letters**, v. 8, n. 5, p. 279-286, 1989.

SONMEZ, A. D.; LIM, G. J. A decomposition approach for facility location and relocation problem with uncertain number of future facilities. **European Journal of Operational Research**, vol. 218, 327–338, 2012.

TAMIR, A. An $O(pn^2)$ algorithm for the p -median and related problems on tree graphs. **Operations Research Letters**, v. 19, n. 2, p. 59-64, 1996.

TEITZ, M.; BART, P. **Heuristics Methods for estimating the generalized vertex median of a weighted graph.** *Operations Research*, v. 16, n. 5, p. 955-961, 1968.

TOREGAS, C.; SWAIN, R.; REVELLE, C. The location of emergency service facilities. **Operations Research**, v. 22, n. 6, p. 1363-1373, 1974.

VASCONCELOS, A. M.; SOUZA, S. R.; VITOR, J. F. A. E BEZERRA, S. N. Jumping frog optimization e algoritmo genético aplicados à solução do problema das p -medianas. XXXI Iberian Latin American Congress on Computational Methods in Engineering. Mecânica Computacional. p. 9645-9657. **Anais...** Buenos Aires, Argentina, 2010.

WAGNER, J.; FALKSON, L. The Optimal Nodal Location of Public Facilities with Price-Sensitive Demand. **Geographical Analysis**, v. 7, n. 1, p. 69-83, 1975.

WALKER, W. Using the Set-Covering Problem to Assign Fire Companies to Fire Houses. **Operations Research**, v. 22, n. 2, p. 275-277, 1974.

WEBER, A. **Über den Standort der Industrien** (Alfred Weber's Theory of the location of industries), University of Chicago, 1929.

WESOLOWSKY, G.; LOVE, R. The optimal location of new facilities using rectangular distances. **Operations Research**, v. 19, n. 1, p. 124-130, 1971.

ANEXO A

Centros de Educação Infantil de Curitiba-PR

<i>Núm..</i>	<i>Nome do Equipamento</i>	<i>Tipo de Capacidade</i>	<i>Capacidade</i>	<i>Bairro</i>	<i>Regional</i>
1	KRACHINSKI	Matriculados 4 a 5 anos	86	ABRANCHES	Boa Vista
	KRACHINSKI	Matriculados 0 a 3 anos	126	ABRANCHES	Boa Vista
2	NOSSA SENHORA DE FÁTIMA	Matriculados 4 a 5 anos	43	ABRANCHES	Boa Vista
	NOSSA SENHORA DE FÁTIMA	Matriculados 0 a 3 anos	86	ABRANCHES	Boa Vista
3	SANTO ANTÔNIO DE PÁDUA	Matriculados 4 a 5 anos	76	ALTO BOQUEIRÃO	Boqueirão
	SANTO ANTÔNIO DE PÁDUA	Matriculados 0 a 3 anos	64	ALTO BOQUEIRÃO	Boqueirão
4	ESCRITOR ELIAS JOSÉ	Matriculados 4 a 5 anos	43	ALTO BOQUEIRÃO	Boqueirão
	ESCRITOR ELIAS JOSÉ	Matriculados 0 a 3 anos	107	ALTO BOQUEIRÃO	Boqueirão
5	CONJUNTO ARAUCÁRIA	Matriculados 4 a 5 anos	38	ALTO BOQUEIRÃO	Boqueirão
	CONJUNTO ARAUCÁRIA	Matriculados 0 a 3 anos	107	ALTO BOQUEIRÃO	Boqueirão
6	ÉRICO VERÍSSIMO	Matriculados 4 a 5 anos	23	ALTO BOQUEIRÃO	Boqueirão
	ÉRICO VERÍSSIMO	Matriculados 0 a 3 anos	120	ALTO BOQUEIRÃO	Boqueirão
7	EUCALIPTOS	Matriculados 4 a 5 anos	44	ALTO BOQUEIRÃO	Boqueirão
	EUCALIPTOS	Matriculados 0 a 3 anos	84	ALTO BOQUEIRÃO	Boqueirão
8	JARDIM PARANAENSE	Matriculados 4 a 5 anos	63	ALTO BOQUEIRÃO	Boqueirão
	JARDIM PARANAENSE	Matriculados 0 a 3 anos	107	ALTO BOQUEIRÃO	Boqueirão
9	SÃO JOSÉ OPERÁRIO	Matriculados 4 a 5 anos	62	ALTO BOQUEIRÃO	Boqueirão
	SÃO JOSÉ OPERÁRIO	Matriculados 0 a 3 anos	266	ALTO BOQUEIRÃO	Boqueirão
10	TIRADENTES	Matriculados 4 a 5 anos	83	ALTO BOQUEIRÃO	Boqueirão
	TIRADENTES	Matriculados 0 a 3 anos	39	ALTO BOQUEIRÃO	Boqueirão
	:	:	:	:	:
271	DEMAWE	Matriculados 4 a 5 anos	38	XAXIM	Boqueirão
	DEMAWE	Matriculados 0 a 3 anos	93	XAXIM	Boqueirão
272	EDMUNDO LEMANSKI	Matriculados 0 a 3 anos	109	XAXIM	Boqueirão
	EDMUNDO LEMANSKI	Matriculados 4 a 5 anos	48	XAXIM	Boqueirão

FONTE: DADOS FORNECIDOS PELO IPPUC

ANEXO B

População por idade estratificada por setores de Curitiba

<i>CD_GEOCODS</i>	<i>NM_BAIRRO</i>	<i>0-3 anos</i>	<i>4-5 anos</i>	<i>Total</i>	<i>0-3 anos</i>	<i>3-5 anos</i>	<i>Total</i>
410690205010102	Alto da Glória	27	8	35	0	0	0
410690205010105	Alto da Rua XV	0	0	0	0	0	0
410690205010106	Alto da Rua XV	36	12	48	0	0	0
410690205010107	Alto da Rua XV	21	10	31	0	0	0
410690205010108	Alto da Rua XV	27	10	37	0	0	0
410690205010109	Alto da Rua XV	45	21	66	0	0	0
410690205010110	Alto da Rua XV	13	8	21	0	0	0
410690205010111	Alto da Rua XV	20	11	31	0	0	0
410690205010112	Alto da Rua XV	16	12	28	0	0	0
410690205010114	Alto da Rua XV	0	0	0	0	0	0
410690205010115	Alto da Rua XV	21	14	35	0	0	0
410690205010116	Alto da Rua XV	29	15	44	0	0	0
410690205010113	Alto da Rua XV	17	10	27	0	0	0
410690205010095	Alto da Glória	12	10	22	0	0	0
410690205010096	Alto da Glória	29	14	43	0	0	0
410690205010097	Alto da Glória	14	7	21	0	0	0
410690205010098	Alto da Glória	30	16	46	0	0	0
410690205010099	Alto da Glória	25	12	37	0	0	0
410690205010100	Alto da Glória	17	7	24	0	0	0
410690205010101	Alto da Glória	0	0	0	0	0	0
410690205010103	Alto da Glória	11	7	18	0	0	0
410690205060298	Campo Comprido	73	27	100	34	31	65
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
410690205060302	Campo Comprido	52	18	70	0	0	0
410690205060303	Campo Comprido	7	3	10	0	0	0
410690205060304	Campo Comprido	83	45	128	0	0	0
410690205060306	Campo Comprido	59	28	87	0	0	0
410690205060307	Campo Comprido	7	2	9	0	0	0
410690205060308	Campo Comprido	71	21	92	0	0	0
410690205060299	Campo Comprido	51	26	77	0	0	0
410690205060300	Campo Comprido	27	14	41	0	0	0
410690205060305	Campo Comprido	30	12	42	0	0	0
410690205050034	Campo Comprido	56	36	92	0	0	0
410690205050036	Campo Comprido	104	41	145	0	0	0
410690205050038	Campo Comprido	56	24	80	0	0	0

FONTE: IBGE - IPPUC - BANCO DE DADOS (CENSO 2010) DISPONÍVEL EM:

[HTTP://CURITIBAEMDADOS.IPPUC.ORG.BR/CURITIBA_EM_DADOS_PESQUISA.HTM](http://curitibaemdados.ippuc.org.br/curitiba_em_dados_pesquisa.htm) ACESSO: 9 DE FEVEREIRO DE 2015.

APÊNDICE A

Matriz de distancias (m) entre setores

			Núm.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	(...)
			X	674602,3	675822	675413,3	675550,1	675255,2	675532,2	675692,9	676018,2	676398,9	675815,7	(...)
Núm.	Cód.	X	Y	7187528	7186399	7186425	7186615	7186831	7186980	7186755	7186914	7186840	7186251	(...)
1	410690205010102	674602,258	7187528,12	0	1661,942	1369,29	1315,864	955,0438	1079,552	1336,692	1543,196	1923,76	1761,78	(...)
2	410690205010105	675821,95	7186399,23	1661,942	0	409,4585	347,3059	712,5772	648,8898	378,744	551,2302	726,2749	148,509	(...)
3	410690205010106	675413,295	7186424,87	1369,29	409,4585	0	234,6022	435,944	567,5734	432,8664	778,1088	1069,601	438,4202	(...)
4	410690205010107	675550,139	7186615,42	1315,864	347,3059	234,6022	0	365,4175	364,859	199,8743	555,3352	878,0545	451,039	(...)
5	410690205010108	675255,177	7186831,12	955,0438	712,5772	435,944	365,4175	0	314,4313	444,2432	767,4997	1143,747	806,7871	(...)
6	410690205010109	675532,216	7186979,84	1079,552	648,8898	567,5734	364,859	314,4313	0	276,107	490,3266	877,8189	782,1712	(...)
7	410690205010110	675692,903	7186755,31	1336,692	378,744	432,8664	199,8743	444,2432	276,107	0	362,0532	711,0909	519,1899	(...)
8	410690205010111	676018,15	7186914,36	1543,196	551,2302	778,1088	555,3352	767,4997	490,3266	362,0532	0	387,8559	693,7071	(...)
9	410690205010112	676398,886	7186840,39	1923,76	726,2749	1069,601	878,0545	1143,747	877,8189	711,0909	387,8559	0	829,2504	(...)
10	410690205010114	675815,701	7186250,85	1761,78	148,509	438,4202	451,039	806,7871	782,1712	519,1899	693,7071	829,2504	0	(...)
(...)	(...)	(...)	(...)	(...)	(...)	(...)	(...)	(...)	(...)	(...)	(...)	(...)	(...)	(...)

FONTE: A AUTORA (2016)

APÊNDICE B

Número de vagas a serem expandidas por setor censitário para Creches

Núm	Setor	Valor 0-3 anos	Núm	Setor	Valor 0-3 anos	Núm	Setor	Valor 0-3 anos	Núm	Setor	Valor 0-3 anos
25	410690205020020	139	690	410690205020217	28	1204	410690205050180	80	1800	410690205070255	37
33	410690205060127	11	709	410690205030252	41	1207	410690205050170	110	1806	410690205050078	57
50	410690205010094	462	727	410690205030187	15	1210	410690205050124	56	1811	410690205050088	9
66	410690205010040	62	733	410690205030195	66	1213	410690205050127	59	1829	410690205060444	69
69	410690205010053	26	746	410690205030209	158	1216	410690205040258	85	1840	410690205070253	67
85	410690205010071	245	763	410690205030226	159	1281	410690205050272	282	1874	410690205060458	37
104	410690205060129	63	779	410690205030240	119	1297	410690205050201	49	1878	410690205070001	44
112	410690205080122	28	807	410690205030078	87	1311	410690205050215	11	1885	410690205070264	214
149	410690205010032	261	815	410690205030086	32	1334	410690205080162	93	1898	410690205050103	94
202	410690205010236	491	822	410690205040018	128	1351	410690205080087	10	1903	410690205050109	2
248	410690205020041	2	830	410690205040026	141	1352	410690205080088	10	1924	410690205070013	50
265	410690205020046	103	846	410690205040047	364	1369	410690205080024	57	1939	410690205050107	144
270	410690205020062	347	867	410690205040065	75	1379	410690205080179	31	1942	410690205050112	33
278	410690205020071	24	884	410690205030156	96	1402	410690205080190	107	1948	410690205050120	134
311	410690205010325	41	889	410690205030161	42	1416	410690205080191	32	1964	410690205070017	15
317	410690205010340	15	895	410690205030089	103	1419	410690205080195	12	1974	410690205070069	102
340	410690205020035	94	904	410690205030098	160	1434	410690205080101	151	1992	410690205060016	44
399	410690205010158	79	915	410690205030108	104	1437	410690205080105	189	1998	410690205060149	89
405	410690205010163	247	953	410690205040145	2	1439	410690205070123	71	2000	410690205060151	9
442	410690205020137	184	973	410690205040272	47	1453	410690205080207	128	2014	410690205070033	68
446	410690205020132	98	976	410690205040276	50	1457	410690205080213	3	2017	410690205070036	124
492	410690205020086	34	986	410690205040086	75	1464	410690205080112	15	2019	410690205070040	64
513	410690205020111	39	1008	410690205040109	89	1476	410690205070141	34	2026	410690205070087	275
519	410690205020115	5	1012	410690205040114	116	1493	410690205080118	102	2051	410690205060167	725
530	410690205020148	65	1021	410690205040123	180	1502	410690205080135	18	2071	410690205070097	79
533	410690205020151	241	1034	410690205040137	116	1508	410690205070150	215	2079	410690205060035	594
564	410690205030023	148	1040	410690205040153	146	1523	410690205080059	12	2114	410690205070059	42
570	410690205030017	172	1051	410690205040158	29	1529	410690205070162	22	2155	410690205070067	63
572	410690205030029	83	1072	410690205050057	265	1545	410690205030008	4	2205	410690205060269	211
575	410690205030033	115	1084	410690205040283	30	1550	410690205070170	70	2215	410690205070234	251
585	410690205030042	145	1092	410690205040300	235	1560	410690205030083	92	2245	410690205060270	24
595	410690205030054	165	1096	410690205040305	9	1587	410690205070114	15	2271	410690205060193	147
618	410690205020232	62	1109	410690205040234	101	1601	410690205080030	72	2290	410690205060284	9
621	410690205020224	97	1119	410690205040241	104	1621	410690205080033	4	2291	410690205060286	110
624	410690205030166	44	1125	410690205040252	5	1640	410690205080145	186	2314	410690205060211	223
626	410690205030168	66	1128	410690205040257	31	1696	410690205060226	187	2320	410690205060216	131
639	410690205030178	146	1150	410690205040185	10	1751	410690205060328	5	2337	410690205060298	6
660	410690205020184	3	1168	410690205040216	179	1774	410690205050083	157	2375	410690205060424	62
676	410690205020202	62	1172	410690205040198	179	1787	410690205060252	22	2391	410690205050031	139

FONTE: A AUTORA (2016)

Número de vagas a serem expandidas por setor censitário para Pré-escolas

Núm	Setor	Valor 4-5 anos	Núm	Setor	Valor 4-5 anos	Núm	Setor	Valor 4-5 anos	Núm	Setor	Valor 4-5 anos
33	410690205060127	21	730	410690205030191	58	1281	410690205050272	148	1800	410690205070255	31
50	410690205010094	241	733	410690205030195	56	1293	410690205050192	49	1806	410690205050078	24
66	410690205010040	1	746	410690205030209	83	1297	410690205050201	70	1811	410690205050088	21
69	410690205010053	12	755	410690205030217	2	1311	410690205050215	40	1829	410690205060444	35
85	410690205010071	140	763	410690205030226	69	1329	410690205050232	8	1840	410690205070253	47
104	410690205060129	68	779	410690205030240	75	1334	410690205080162	25	1872	410690205060456	77
112	410690205080122	49	807	410690205030078	45	1351	410690205080087	27	1874	410690205060458	64
149	410690205010032	138	815	410690205030086	16	1352	410690205080088	30	1878	410690205070001	31
202	410690205010236	242	822	410690205040018	40	1361	410690205080003	5	1884	410690205070259	14
248	410690205020041	21	830	410690205040026	85	1369	410690205080024	59	1885	410690205070264	288
265	410690205020046	8	837	410690205040033	39	1379	410690205080179	20	1898	410690205050103	38
270	410690205020062	138	846	410690205040047	158	1402	410690205080190	36	1903	410690205050109	25
311	410690205010325	4	853	410690205040046	33	1416	410690205080191	14	1924	410690205070013	25
317	410690205010340	46	867	410690205040065	70	1419	410690205080195	77	1939	410690205050107	104
340	410690205020035	82	881	410690205030152	20	1434	410690205080101	71	1942	410690205050112	37
399	410690205010158	26	884	410690205030156	57	1437	410690205080105	87	1948	410690205050120	101
405	410690205010163	76	889	410690205030161	28	1439	410690205070123	53	1964	410690205070017	7
442	410690205020137	88	895	410690205030089	52	1453	410690205080207	140	1974	410690205070069	67
446	410690205020132	58	904	410690205030098	78	1455	410690205080210	18	1992	410690205060016	45
493	410690205020089	32	915	410690205030108	56	1457	410690205080213	19	1993	410690205060018	2
513	410690205020111	32	953	410690205040145	46	1464	410690205080112	46	1998	410690205060149	33
519	410690205020115	22	956	410690205040138	30	1476	410690205070141	36	2000	410690205060151	15
530	410690205020148	41	973	410690205040272	18	1480	410690205070146	25	2014	410690205070033	115
533	410690205020151	132	976	410690205040276	25	1493	410690205080118	60	2017	410690205070036	48
560	410690205030018	37	986	410690205040086	63	1508	410690205070150	87	2019	410690205070040	53
564	410690205030023	88	1008	410690205040109	31	1515	410690205080225	9	2026	410690205070087	119
570	410690205030017	9	1012	410690205040114	75	1523	410690205080059	16	2051	410690205060167	309
572	410690205030029	46	1021	410690205040123	115	1529	410690205070162	20	2071	410690205070097	67
575	410690205030033	64	1034	410690205040137	68	1545	410690205030008	23	2079	410690205060035	219
585	410690205030042	103	1040	410690205040153	73	1550	410690205070170	14	2114	410690205070059	30
595	410690205030054	105	1051	410690205040158	11	1560	410690205030083	34	2155	410690205070067	44
607	410690205020243	49	1072	410690205050057	118	1577	410690205070189	52	2163	410690205070216	32
618	410690205020232	35	1084	410690205040283	68	1578	410690205070190	84	2198	410690205060262	7
621	410690205020224	41	1092	410690205040300	120	1587	410690205070114	41	2205	410690205060269	76
624	410690205030166	24	1109	410690205040234	46	1591	410690205070180	4	2241	410690205060381	27
626	410690205030168	35	1119	410690205040241	57	1592	410690205070184	2	2243	410690205060384	17
639	410690205030178	67	1128	410690205040257	39	1598	410690205070198	30	2245	410690205060270	46
651	410690205020175	3	1148	410690205040172	16	1601	410690205080030	32	2271	410690205060193	51
660	410690205020184	29	1150	410690205040185	27	1621	410690205080033	14	2279	410690205060387	22
671	410690205020196	11	1168	410690205040216	101	1636	410690205080141	3	2291	410690205060286	54
676	410690205020202	59	1172	410690205040198	112	1640	410690205080145	117	2314	410690205060211	104
687	410690205020214	25	1204	410690205050180	69	1696	410690205060226	104	2320	410690205060216	61
707	410690205030250	11	1207	410690205050170	101	1722	410690205060323	42	2337	410690205060298	1
709	410690205030252	44	1210	410690205050124	48	1749	410690205060326	14	2375	410690205060424	30
710	410690205030241	19	1213	410690205050127	18	1751	410690205060328	32	2380	410690205060310	18
727	410690205030187	42	1216	410690205040258	45	1774	410690205050083	93	2391	410690205050031	121
728	410690205030188	12	1272	410690205050252	21	1787	410690205060252	1			

FONTE: A AUTORA (2016)