

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

MARIANA SMANHOTTO SCHUCHOVSKI

MODELOS ALOMÉTRICOS E DE PRODUÇÃO PARA PLANTAÇÕES DE *Pinus taeda* NOS ESTADOS DO PARANÁ E SANTA CATARINA, BRASIL

CURITIBA

2014

MARIANA SMANHOTTO SCHUCHOVSKI

MODELOS ALOMÉTRICOS E DE PRODUÇÃO PARA PLANTAÇÕES DE *Pinus taeda* NOS ESTADOS DO PARANÁ E SANTA CATARINA, BRASIL

Tese apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal, Setor de Ciências Agrárias, Universidade Federal do Paraná, como requisito parcial à obtenção do título de Doutora em Ciências Florestais, Área de Concentração: Manejo Florestal.

Orientador: Prof. Dr. Julio Eduardo Arce
Coorientador: Prof. Dr. José Luiz Stape
Coorientador: Prof. Dr. Afonso Figueiredo Filho

CURITIBA

2014

Ficha catalográfica elaborada pela
Biblioteca de Ciências Florestais e da Madeira - UFPR

Gaziri, Mariana Smanhotto Schuchovski

Modelos alométricos e de produção para plantações de *Pinus taeda* nos estados do Paraná e Santa Catarina, Brasil / Mariana Smanhotto Schuchovski Gaziri. – Curitiba, 2014.

182 f. : il.

Orientador: Prof. Dr. Julio Eduardo Arce

Coorientadores: Prof. Dr. José Luiz Stape

Prof. Dr. Afonso Figueiredo Filho

Tese (Doutorado) - Universidade Federal do Paraná, Setor de Ciências Agrárias, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Florestal. Defesa: Curitiba, 31/10/2014.

Área de concentração: Manejo Florestal

1. Árvores – Crescimento. 2. Modelos matemáticos. 3. *Pinus taeda* – Paraná. *Pinus taeda* – Santa Catarina. 4. Economia florestal (Paraná). 5. Economia florestal – Santa Catarina. 6. Teses. I. Arce, Julio Eduardo. II. Stape, José Luiz. III. Figueiredo Filho, Afonso. IV. Universidade Federal do Paraná, Setor de Ciências Agrárias. V. Título.

CDD – 634.9

CDU – 634.0.56



Universidade Federal do Paraná
Setor de Ciências Agrárias - Centro de Ciências Florestais e da Madeira
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Florestal

PARECER

Defesa n.º. 1064

A banca examinadora, instituída pelo colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Florestal, do Setor de Ciências Agrárias, da Universidade Federal do Paraná, após argüir o(a) doutorando(a) *Mariana Smahotto Schuchovski Gaziri* em relação ao seu trabalho de tese intitulado "**MODELOS ALOMÉTRICOS E DE PRODUÇÃO PARA PLANTAÇÕES DE *Pinus taeda* NOS ESTADOS DO PARANÁ E SANTA CATARINA, BRASIL**", é de parecer favorável à APROVAÇÃO do(a) acadêmico(a), habilitando-o(a) ao título de *Doutor* em Engenharia Florestal, área de concentração em MANEJO FLORESTAL.


Dr. Edison Batista de Oliveira

Embrapa/Florestas
Primeiro examinador


Dr. Márcio Coraiola

Pontifícia Universidade Católica do Paraná
Segundo examinador


Dr. Sebastião do Amaral Machado

Universidade Federal do Paraná
Terceiro examinador


Dr. Afonso Figueiredo Filho


Universidade Federal do Paraná
Quarto examinador


Dr. Julio Eduardo Arce

Universidade Federal do Paraná
Orientador e presidente da banca examinadora



Curitiba, 31 de outubro de 2014.


Antonio Carlos Batista

Coordenador do Curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal

A minha querida família.

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. Julio Eduardo Arce, pela orientação e apoio constante, bem como confiança e amizade.

Ao Prof. Dr. José Luiz Stape, pela coorientação, experiência, dedicação e paciência.

Ao Prof. Dr. Afonso Figueiredo Filho, pela coorientação e apoio.

À Universidade Federal do Paraná (UFPR), pela oportunidade da Pós Graduação gratuita e de qualidade.

À North Carolina State University (NCSU, em Raleigh), pela oportunidade e acolhida durante o período de doutorado sanduíche nos Estados Unidos.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pela concessão da bolsa de estudos durante a realização do Doutorado, tanto no Brasil como nos Estados Unidos.

À empresa Valor Florestal (Global Forest Partners – GFP), pelo fornecimento da base de dados que propiciaram o desenvolvimento deste estudo.

Ao Eng. Florestal Renato Teixeira Lima, da empresa Valor Florestal, pelo entusiasmo, paciência e grande disponibilidade em auxiliar neste trabalho.

Ao programa Produtividade Potencial do Pinus no Brasil (PPPIB) do Instituto de Pesquisas e Estudo Florestal (IPEF), pelo apoio.

Aos professores Lee Allen e Bronson Bullok, da NCSU; Harold E. Burkhart, Tom Fox, Ralph Amateis e Charles Sabatia, da Virginia Polytechnic Institute and State University (Virginia Tech, em Blacksburg, VA, EUA); e Margarida Tomé, do Instituto Superior de Agronomia (ISA, em Lisboa, Portugal), que compartilharam comigo seu vasto conhecimento e experiência em modelos de crescimento e produção florestal.

Aos colegas do Doutorado da UFPR, pela troca de experiências.

Aos colegas e amigos da NCSU: José Alvarez, Osmar Carrero, Leandra Blevins, Ruth Lenni, Zakyia, Rachel Cook e Juan Luis Lopes, que tão bem me receberam e apoiaram em Raleigh, NC, EUA.

Aos amigos Engenheiros Florestais: Carolina, Raissa, Stella, Daniel, Raoni, Edimar e Lucas, brasileiros que conheci em Raleigh, NC, EUA, e que tornaram minha estada muito mais alegre e produtiva.

Aos professores coordenadores e vice-coordenadores do Curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal da UFPR: Garzel, Baptista, Jorge Mattos e, Alexandre Tetto, pelo importante apoio.

Aos funcionários do Centro de Ciências Florestais e da Madeira da UFPR, em especial aos secretários Reinaldo, David, Celso, pelo auxílio.

Às minhas amigas Alissa, Ana Célia, Ângela, Carla e Malu, pelo apoio e compreensão.

A todos os amigos e familiares que me incentivaram de alguma forma.

Aos meus sogros, Juarez e Cida, meus segundos pais, pelo constante apoio.

Aos meus melhores modelos de vida, meus pais, José Luiz e Rita Mirian, e minhas irmãs, Carolina e Angela, e meus “irmãos” Paulo e Rafael, pelo incansável estímulo.

Ao meu querido marido Luiz, meu melhor amigo e companheiro, pelo apoio e disponibilidade incondicionais, sem o que não seria possível realizar esta etapa.

Ao nosso amado filho Leonardo, que embora tão pequeno, compreendeu o tempo dedicado a este trabalho, apoiando-me com suas brincadeiras e alegria.

A Deus, pelos obstáculos e conquistas da vida.

*“Desire is the presentiment of our inner abilities,
and the forerunner of our ultimate accomplishments.”*

“O desejo é o pressentimento das nossas capacidades internas,
e o precursor de nossas maiores realizações.”

Goethe

RESUMO

Modelos para a estimativa precisa das relações alométricas e de produção, que retratem a estrutura e a dinâmica dos povoamentos florestais, são ferramentas indispensáveis para apoiar as decisões no manejo florestal e no planejamento em médio e longo prazo. O presente estudo teve como objetivo ajustar, comparar e avaliar o comportamento de modelos alométricos e de crescimento e produção para plantações de *Pinus taeda* localizadas em dois polos de desenvolvimento florestal na Região Sul do Brasil: o de Jaguariaíva e o de Rio Negrinho, nos estados do Paraná e Santa Catarina, respectivamente. Para descrever a relação hipsométrica, foram ajustados modelos tradicionais (lineares e não lineares) e genéricos. Os modelos hipsométricos genéricos com variáveis independentes como DAP, altura dominante, idade e diâmetro quadrático médio apresentaram superioridade em relação aos demais. Para estimar o volume individual das árvores, foram ajustadas as funções volumétricas de Husch, Spurr e de Schumacher e Hall, com superioridade desta última. Para descrever a relação entre as variáveis altura dominante e idade, e classificar as áreas quanto ao seu potencial de produtividade foram ajustadas as seguintes funções de sítio: de Chapman-Richards, de Prodan e de Schumacher. O modelo de Chapman-Richards apresentou superioridade em relação aos demais. As curvas resultantes apresentaram padrão anamórfico e estabilidade. Em comparação com curvas ajustadas por outros autores, a curva ajustada neste estudo estima maiores alturas dominantes do que alguns estudos mais antigos e, alturas dominantes menores ou iguais a alguns estudos mais atuais. Para descrever a estrutura diamétrica, caracterizar a dinâmica do povoamento, e possibilitar a prognose por meio da parametrização, foram ajustadas cinco funções de distribuição probabilísticas: normal, beta, gama, lognormal e Weibull 2. Os ajustes foram realizados por classe de sítio e classe de idade. Embora as funções testadas caracterizem bem o povoamento em estudo, os testes de Kolmogorov-Smirnov e Anderson-Darling demonstraram superioridade da função Weibull 2, seguida pelas funções normal e beta. Alguns dos parâmetros ajustados destas funções apresentam tendência harmônica, tanto em relação à idade como ao sítio, sugerindo a possibilidade de sua utilização para modelos de prognose. Para a projeção em área basal e volume de povoamentos não desbastados utilizou-se o modelo de crescimento e produção de Sullivan e Clutter. O modelo ajustado demonstrou-se bastante apropriado, apresentando estimativas satisfatórias para ambas as variáveis dependentes.

Palavras-chave: Crescimento. Curvas sítio. Distribuição diamétrica.

ABSTRACT

Allometric functions and yield models for *Pinus taeda* plantations in Paraná and Santa Catarina states, Brazil.

Models that can accurately estimate the allometric relationships and growth and yield, and represent the structure and the dynamics of forest stands, are essential tools to support forest management decision-making and planning.

This study goal was to fit, compare and evaluate the behavior of allometric functions and growth and yield models for loblolly pine (*Pinus taeda*) plantations in two forest development clusters: Jaguariaíva and Rio Negrinho, in Paraná and Santa Catarina States, respectively. To describe the hypsometric relationship, there were tested traditional (linear and nonlinear) and generic models. The generic hypsometric models, with independent variables such as DBH, dominant height, age and quadratic mean diameter, presented superior performance above others. To estimate individual tree volume, there were tested Husch, Spurr and Schumacher-Hall volumetric functions. The latter performed better. To describe the relationship between the dominant height and age variable, and also classify the stand regarding its productivity potential, there were tested the following functions: Chapman-Richard, Prodan and Schumacher. Chapman-Richards model was superior to the others. The site curves had an anamorphic pattern and stability. In comparison to other site curve studies, the curve generated in this study estimates higher dominant heights than some previous studies, nonetheless, estimates lower or similar heights than some updated studies. To describe the diametric structure as well as characterize the stand dynamics, in order to permit prognosis through parameterization, there were tested five probability density functions (pdf's): normal, beta, gamma, lognormal and Weibull two parameters. To fit the functions, the data set was divided in site classes and age classes. Although the five functions characterized well the population, Kolmogorov-Smirnov and Anderson-Darling tests showed superiority to Weibull 2, followed by normal and beta functions. Some fitted parameters presented harmonic trends, in terms of age and productivity, suggesting the possibility of using their pdf's to prognosis models. To project basal area and stand volume to unthinned stands, it was used Sullivan & Clutter growth and yield model. The fitted model was considered appropriate, presenting satisfactory estimates to both dependent variables.

Keywords: Growth and yield models. Site class. Loblolly pine.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIGURA 2.1	- ÁREA E DISTRIBUIÇÃO DAS PLANTAÇÕES DE <i>Pinus</i> spp. NO BRASIL, POR ESTADO, EM 2012.....	21
FIGURA 2.2	- FLEXIBILIDADE DA FUNÇÃO DE CRESCIMENTO DE KORF COM A VARIAÇÃO DE VALORES DOS PARÂMETROS.....	40
FIGURA 2.3	- EFEITO DOS PARÂMETROS k E m DA FUNÇÃO DE CRESCIMENTO DE KORF NO PONTO DE INFLEXÃO DE Y	40
FIGURA 2.4	- EFEITO DA ASSÍNTOTA A E DO PARÂMETRO m DA FUNÇÃO DE CRESCIMENTO DE KORF NO PONTO DE INFLEXÃO DE Y	41
FIGURA 2.5	- FORMATOS DA FUNÇÃO DE CRESCIMENTO DE GOMPERTZ PARA DIVERSOS VALORES DE g , COM a E c FIXOS.....	43
FIGURA 2.6	- FORMATOS DA FUNÇÃO DE CRESCIMENTO DE GOMPERTZ PARA DIVERSOS VALORES DE c , COM a E g FIXOS.....	43
FIGURA 2.7	- FLEXIBILIDADE DA FUNÇÃO DE CRESCIMENTO DE CHAPMAN-RICHARDS COM A VARIAÇÃO DE VALORES DOS PARÂMETROS.....	46
FIGURA 2.8	- EFEITO DOS PARÂMETROS k E m DA FUNÇÃO DE CRESCIMENTO DE CHAPMAN-RICHARDS NO PONTO DE INFLEXÃO DE Y	46
FIGURA 2.9	- EFEITO DA ASSÍNTOTA A E DO PARÂMETRO m DA FUNÇÃO DE CRESCIMENTO DE CHAPMAN-RICHARDS NO PONTO DE INFLEXÃO DE Y	47
FIGURA 3.1	- LOCALIZAÇÃO DOS POVOAMENTOS DE <i>Pinus taeda</i> EM ESTUDO.....	85
FIGURA 3.2	- DISTRIBUIÇÃO DAS IDADES DAS PARCELAS.....	88
FIGURA 3.3	- DISTRIBUIÇÃO DIAMÉTRICA DAS ÁRVORES DA AMOSTRA.....	88
FIGURA 3.4	- DISTRIBUIÇÃO DA ALTURA TOTAL DAS ÁRVORES DA AMOSTRA.....	89
FIGURA 3.5	- DISTRIBUIÇÃO DA ÁREA BASAL POR HECTARE DAS PARCELAS.....	89
FIGURA 3.6	- DISTRIBUIÇÃO DO DIÂMETRO QUADRÁTICO DAS PARCELAS.....	90
FIGURA 3.7	- NÚMERO DE PARCELAS POR ÁREA DA PARCELA (m^2).....	91
FIGURA 3.8	- NÚMERO DE PARCELAS POR NÚMERO DE MEDIÇÕES.....	91
FIGURA 3.9	- NÚMERO DE PARCELAS POR NÚMERO DE DESBASTES.....	92
FIGURA 4.1	- ALTURA TOTAL OBSERVADA (m) VERSUS DAP (cm) PARA TODO O CONJUNTO DE DADOS.....	107
FIGURA 4.2	- MODELOS HIPNOMÉTRICOS TRADICIONAIS AJUSTADOS PARA TODO O AGRUPAMENTO.....	109

FIGURA 4.3	- DETALHES DAS CURVAS RESULTANTES DAS FUNÇÕES DE GOMPERTZ E DE WEIBULL AJUSTADAS PARA TODO O AGRUPAMENTO.....	110
FIGURA 4.4	- DISPERSÃO DOS RESÍDUOS DOS MODELOS HIPNOMÉTRICOS TRADICIONAIS AJUSTADOS PARA TODO O AGRUPAMENTO.....	111
FIGURA 4.5	- FUNÇÃO LOGARÍTMICA AJUSTADA POR CLASSE DE IDADE.....	117
FIGURA 4.6	- GRÁFICOS DE AJUSTE E DE DISPERSÃO DE RESÍDUOS (EM %) DOS MODELOS HIPNOMÉTRICOS GENÉRICOS AJUSTADOS PARA ESTIMAR ALTURA.....	119
FIGURA 4.7	- VOLUME INDIVIDUAL COM CASCA (m ³) <i>VERSUS</i> DAP (cm)....	120
FIGURA 4.8	- GRÁFICOS DE AJUSTE (VOLUME OBSERVADO X VOLUME ESTIMADO) E DE DISPERSÃO DE RESÍDUOS (EM %) DOS MODELOS VOLUMÉTRICOS AJUSTADOS PARA VOLUME INDIVIDUAL COM CASCA.....	122
FIGURA 4.9	- ALTURA DOMINANTE (METROS) DAS PARCELAS EM FUNÇÃO DA IDADE (ANOS).....	123
FIGURA 4.10	- GRÁFICOS DE AJUSTE E DE DISPERSÃO DOS RESÍDUOS (%) DOS MODELOS DE SÍTIO AJUSTADOS PARA OS POLOS DE DESENVOLVIMENTO FLORESTAL DE JAGUARIAÍVA, PARANÁ E DE RIO NEGRINHO, SANTA CATARINA.....	125
FIGURA 4.11	- CURVAS DE SÍTIO AJUSTADAS COM DIFERENTES MODELOS PARA OS POLOS DE DESENVOLVIMENTO FLORESTAL DE JAGUARIAÍVA, PARANÁ E DE RIO NEGRINHO, SANTA CATARINA.....	126
FIGURA 4.12	- CURVAS DE LIMITE ÍNDICE DE SÍTIO PARA OS POLOS DE DESENVOLVIMENTO FLORESTAL DE JAGUARIAÍVA, PARANÁ E DE RIO NEGRINHO, SANTA CATARINA.....	130
FIGURA 4.13	- CORRELAÇÃO ENTRE ÍNDICE DE SÍTIO E ALTURAS DOMINANTES MÉDIAS PARA AS DIFERENTES IDADES.....	133
FIGURA 4.14	- EFICIÊNCIA DAS CURVAS DE ÍNDICE DE SÍTIO AJUSTADAS PARA OS POLOS DE DESENVOLVIMENTO FLORESTAL DE JAGUARIAÍVA, PARANÁ E DE RIO NEGRINHO, SANTA CATARINA.....	134
FIGURA 4.15	- COMPARAÇÃO ENTRE DIFERENTES CURVAS DE ÍNDICE DE SÍTIO PARA <i>Pinus taeda</i> PARA A REGIÃO SUL DO BRASIL.....	136
FIGURA 4.16	- TENDÊNCIAS DOS PARÂMETROS AJUSTADOS PARA AS FUNÇÕES DE DISTRIBUIÇÃO DIAMÉTRICA POR CLASSE DE SÍTIO E CLASSE DE IDADE.....	142
FIGURA 4.17	- GRÁFICOS DE AJUSTE E DISPERSÃO DE RESÍDUOS (%) DAS EQUAÇÕES UTILIZADAS PARA ESTIMAR, RESPECTIVAMENTE, O PARÂMETRO σ (SIGMA) DA DISTRIBUIÇÃO WEIBULL 2 E OS	

PARÂMETROS μ (MU) E σ (SIGMA) DA DISTRIBUIÇÃO NORMAL.....	148
FIGURA 4.18 - EVOLUÇÃO DAS FREQUÊNCIAS OBSERVADAS (BARRAS) E AJUSTADAS (LINHA) PELA FUNÇÃO DE DISTRIBUIÇÃO WEIBULL 2 POR CLASSE DE SÍTIO (VERTICAL) E CLASSE DE IDADE (HORIZONTAL).....	150
FIGURA 4.19 - GRÁFICOS DE AJUSTE E DISPERSÃO DOS RESÍDUOS (EM %) DA FUNÇÃO DE SULLIVAN E CLUTTER PARA PROJEÇÃO DA ÁREA BASAL (EM m ² /ha) PARA PARCELAS SEM DESBASTE	151
FIGURA 4.20 - GRÁFICOS DE VALIDAÇÃO DO AJUSTE DA FUNÇÃO DE SULLIVAN E CLUTTER PARA PROJEÇÃO DA ÁREA BASAL (EM m ² /ha) PARA PARCELAS SEM DESBASTE - AJUSTE E DISPERSÃO DOS RESÍDUOS (EM %).....	152
FIGURA 4.21 - GRÁFICOS DE AJUSTE E DISPERSÃO DOS RESÍDUOS (%) DA FUNÇÃO DE SULLIVAN E CLUTTER PARA PROJEÇÃO DO VOLUME (EM m ³ /ha), PARA PARCELAS SEM DESBASTE.....	153
FIGURA 4.22 - GRÁFICOS DE VALIDAÇÃO DO AJUSTE DA FUNÇÃO DE SULLIVAN E CLUTTER PARA PROJEÇÃO DO VOLUME (EM m ³ /ha) PARA PARCELAS SEM DESBASTE - AJUSTE E DISPERSÃO DOS RESÍDUOS (EM %).....	154

LISTA DE TABELAS

TABELA 3.1	- MUNICÍPIOS ABRANGIDOS PELOS POVOAMENTOS DE <i>Pinus taeda</i> EM ESTUDO.....	84
TABELA 3.2	- NÚMERO DE PARCELAS MEDIDAS POR ANO.....	86
TABELA 3.3	- PRINCIPAIS VARIÁVEIS DENDROMÉTRICAS DO POVOAMENTO.....	87
TABELA 3.4	- MODELOS TRADICIONAIS TESTADOS PARA ESTIMAR ALTURA EM FUNÇÃO DO DIÂMETRO (DAP).....	94
TABELA 3.5	- MODELOS GENÉRICOS TESTADOS PARA ESTIMAR ALTURA EM FUNÇÃO DE VARIÁVEIS DIVERSAS.....	96
TABELA 3.6	- MODELOS TESTADOS PARA ESTIMAR VOLUME INDIVIDUAL.....	99
TABELA 3.7	- MODELOS TESTADOS PARA ESTIMAR ALTURA DOMINANTE E ÍNDICE DE SÍTIO.....	100
TABELA 4.1	- PARÂMETROS ESTIMADOS, R^2_{aj} , $S_{yx}\%$ E F DAS FUNÇÕES HIPSONOMÉTRICAS TRADICIONAIS AJUSTADAS PARA TODO O AGRUPAMENTO.....	108
TABELA 4.2	- PARÂMETROS ESTIMADOS, R^2_{aj} , $S_{yx}\%$ E F DAS FUNÇÕES HIPSONOMÉTRICAS TRADICIONAIS AJUSTADAS PARA AS CLASSES DE IDADE 1, 2, 3 E 4.....	114
TABELA 4.3	- PARÂMETROS ESTIMADOS, R^2_{aj} , $S_{yx}\%$ E F DAS FUNÇÕES HIPSONOMÉTRICAS TRADICIONAIS AJUSTADAS PARA AS CLASSES DE IDADE 5, 6 E 7.....	115
TABELA 4.4	- PARÂMETROS ESTIMADOS, R^2_{aj} , $S_{yx}\%$ E F DAS FUNÇÕES HIPSONOMÉTRICAS GENÉRICAS AJUSTADAS PARA TODO O AGRUPAMENTO.....	118
TABELA 4.5	- PARÂMETROS ESTIMADOS, R^2_{aj} , $S_{yx}\%$ E F DAS FUNÇÕES VOLUMÉTRICAS AJUSTADAS PARA VOLUME INDIVIDUAL COM CASCA.....	120
TABELA 4.6	- PARÂMETROS ESTIMADOS E ESTATÍSTICAS DE REGRESSÃO R^2_{aj} , $S_{yx}\%$ E F DOS MODELOS DE SÍTIO AJUSTADOS PARA OS POLOS DE DESENVOLVIMENTO FLORESTAL DE JAGUARIAÍVA, PARANÁ E DE RIO NEGRINHO, SANTA CATARINA.....	124
TABELA 4.7	- LIMITES DAS CLASSES DE SÍTIO PARA OS POLOS DE DESENVOLVIMENTO FLORESTAL DE JAGUARIAÍVA, PARANÁ E DE RIO NEGRINHO, SANTA CATARINA.....	129
TABELA 4.8	- COEFICIENTES DE VARIAÇÃO (%) DAS ALTURAS MÉDIAS DAS ÁRVORES DOMINANTES POR CLASSE DE SÍTIO E IDADE....	132
TABELA 4.9	- CORRELAÇÃO ENTRE ÍNDICE DE SÍTIO E ALTURA DOMINANTE (COEFICIENTE DE CORRELAÇÃO DE PEARSON) POR IDADE.....	132

TABELA 4.10 - PARÂMETROS DAS FUNÇÕES DE DISTRIBUIÇÃO DIAMÉTRICA AJUSTADAS POR CLASSE DE SÍTIO E CLASSE DE IDADE.....	138
TABELA 4.11 - VALORES DO TESTE DE KOLMOGOROV-SMIRNOV (D) PARA AS FUNÇÕES DE DISTRIBUIÇÃO DIAMÉTRICA, POR CLASSE DE SÍTIO E CLASSE DE IDADE.....	139
TABELA 4.12 - VALORES DO TESTE DE ANDERSON-DARLING (A^2) PARA AS FUNÇÕES DE DISTRIBUIÇÃO DIAMÉTRICA, POR CLASSE DE SÍTIO E CLASSE DE IDADE.....	140
TABELA 4.13 - CORRELAÇÃO DE PEARSON ENTRE OS PARÂMETROS DE ESCALA E DE FORMA DAS FUNÇÕES DE DISTRIBUIÇÃO DIAMÉTRICA NORMAL, BETA, GAMA, LOGNORMAL, E WEIBULL 2, E AS VARIÁVEIS UTILIZADAS NO AJUSTE DAS EQUAÇÕES PARA A ESTIMATIVA DE PARÂMETROS.....	144
TABELA 4.14 - ESTIMATIVA DOS PARÂMETROS DE ESCALA E DE FORMA DAS FUNÇÕES DE DISTRIBUIÇÃO DIAMÉTRICA NORMAL, BETA, GAMA, LOGNORMAL, E WEIBULL 2.....	146
TABELA 4.15 - PARÂMETROS ESTIMADOS PARA A FUNÇÃO DE SULLIVAN E CLUTTER PARA PROJEÇÃO DA ÁREA BASAL (EM m^2/ha), PARA PARCELAS NÃO DESBASTADAS.....	151
TABELA 4.16 - PARÂMETROS ESTIMADOS PARA A FUNÇÃO DE SULLIVAN E CLUTTER PARA PROJEÇÃO DO VOLUME (EM m^3/ha), PARA PARCELAS NÃO DESBASTADAS.....	153

LISTA DE SIGLAS

ABRAF	- Associação Brasileira de Produtores de Florestas Plantadas
CAPES	- Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CNPQ	- Centro Nacional de Pesquisa de Florestas
EMBRAPA	- Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária
GFP	- Global Forest Partners
IAPAR	- Instituto Agrônomo do Paraná
NCSU	- North Carolina State University
SAS	- Statistical Analysis System

LISTA DE ABREVIATURAS

CAP	- circunferência à altura do peito
DAP	- diâmetro à altura do peito
h	- altura total
ha	- hectare(s)
h_{dom}	- altura dominante
IMA	- incremento médio anual
ln	- logaritmo natural, ou neperiano (à base e)
log	- logaritmo à base 10
m^2/ha	- metro(s) cúbico(s) por hectare
m^3	- metro(s) cúbico(s)
m^3/ha	- metro(s) cúbico(s) por hectare
$m^3/ha.ano$	- metro(s) cúbico(s) por hectare por ano
°C	- graus Celsius

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	16
1.1 OBJETIVOS.....	18
1.1.1 Geral.....	18
1.1.2 Específicos	18
2 REVISÃO DE LITERATURA	19
2.1 PINUS TAEDA	19
2.2 PLANTAÇÕES DE PINUS TAEDA NO BRASIL.....	20
2.3 MANEJO E PLANEJAMENTO FLORESTAL.....	22
2.4 MODELOS MATEMÁTICOS.....	23
2.5 CRESCIMENTO E PRODUÇÃO FLORESTAL.....	26
2.6 MODELOS DE CRESCIMENTO E PRODUÇÃO FLORESTAL.....	27
2.6.1 Classificação dos modelos de crescimento e produção florestal	30
2.6.2 Generalidades sobre modelos de crescimento e produção.....	32
2.6.3 Modelos empíricos e modelos de processo	33
2.7 EQUAÇÕES DE CRESCIMENTO	36
2.7.1 Schumacher	37
2.7.2 Korf.....	38
2.7.3 Gompertz.....	41
2.7.4 Chapman-Richards.....	44
2.7.5 Hossfeld IV e suas modificações.....	47
2.7.6 Weibull.....	48
2.8 RELAÇÃO HIPSOMÉTRICA.....	49
2.9 VOLUME INDIVIDUAL E VOLUME POR UNIDADE DE ÁREA.....	56
2.10 ALTURA DOMINANTE E ÍNDICE DE SÍTIO.....	61
2.11 DISTRIBUIÇÃO DIAMÉTRICA	69
2.11.1 Funções probabilísticas	70
2.12 MODELOS DE CRESCIMENTO E PRODUÇÃO.....	75
2.13 AVALIAÇÃO, VALIDAÇÃO E SELEÇÃO DOS MODELOS	75
2.14 MODELOS E SISTEMAS PARA ESTIMATIVA DO CRESCIMENTO E DA PRODUÇÃO FLORESTAL	77
2.14.1 SisPinus	77
2.14.2 PISAPRO	81
2.14.3 SPPpinus.....	81

2.14.4 FlorExel	82
3 MATERIAL E MÉTODOS	83
3.1 ÁREA DE ESTUDO	83
3.2 ORIGEM DOS DADOS.....	86
3.3 CARACTERIZAÇÃO DOS DADOS	87
3.4 ANÁLISE ESTATÍSTICA.....	92
3.5 MODELOS HIPSOMÉTRICOS	92
3.6 MODELOS VOLUMÉTRICOS	98
3.7 MODELOS DE ALTURA DOMINANTE E ÍNDICE DE SÍTIO.....	100
3.8 MODELOS DE DISTRIBUIÇÃO DIAMÉTRICA.....	101
3.9 MODELOS DE CRESCIMENTO E PRODUÇÃO.....	105
4 RESULTADOS E DISCUSSÃO	107
4.1 MODELOS HIPSOMÉTRICOS	107
4.2 MODELOS VOLUMÉTRICOS	120
4.3 MODELOS DE ALTURA DOMINANTE E ÍNDICE DE SÍTIO.....	122
4.4 MODELOS DE DISTRIBUIÇÃO DIAMÉTRICA.....	137
4.5 CRESCIMENTO E PRODUÇÃO	151
5 CONCLUSÕES.....	156
5.1 RELAÇÃO HIPSOMÉTRICA.....	156
5.2 VOLUME INDIVIDUAL E VOLUME POR UNIDADE DE ÁREA.....	156
5.3 ALTURA DOMINANTE E ÍNDICE DE SÍTIO.....	156
5.4 DISTRIBUIÇÃO DIAMÉTRICA	157
5.5 CRESCIMENTO E PRODUÇÃO	158
REFERÊNCIAS.....	159
DOCUMENTOS CONSULTADOS.....	182

1 INTRODUÇÃO

O setor florestal brasileiro associado às florestas plantadas contribui para a economia e para a sociedade em geral com uma parcela importante na geração de produtos, tributos, empregos e bem-estar. O setor é estratégico no fornecimento de matéria-prima e produtos para consumo interno e exportação, favorecendo, de forma direta, a conservação e a preservação dos recursos naturais.

A cadeia produtiva do setor de base florestal brasileiro caracteriza-se pela grande diversidade de produtos nos segmentos industriais de papel e celulose, painéis de madeira industrializada, madeira processada mecanicamente, siderurgia a carvão vegetal e biomassa, entre outros. Em 2012, suas atividades contribuíram para a geração de 4,4 milhões de empregos, sendo 0,6 milhão de empregos diretos, 1,3 milhão de indiretos e 2,4 milhões resultantes do efeito-renda, e para um investimento de 149 milhões de reais em programas de inclusão social, educação e meio ambiente, beneficiando 1,3 milhão de pessoas e aproximadamente mil municípios localizados nas regiões de influência das empresas, consolidando o setor como precursor de desenvolvimento econômico e social do País (ABRAF, 2013).

Na década de 1960, quando foi iniciado o incentivo fiscal para reforçar a expansão das plantações florestais com finalidade produtiva no Brasil, a área de florestas plantadas era de aproximadamente 470 mil hectares. Em 1987, quando este apoio terminou, o País já possuía perto de seis milhões de hectares, com predomínio de espécies dos gêneros *Eucalyptus* spp. e *Pinus* spp. Em pouco menos de três décadas, a área florestal aumentou quase 13 vezes. E, atualmente, a área de florestas plantadas no Brasil equivalente a 6,66 milhões de hectares, cerca de 0,8% de sua área territorial, sendo 76,6% correspondentes à área de plantios de *Eucalyptus* spp. e 23,4% aos plantios de *Pinus* spp. (ABRAF, 2013).

Do início da expansão florestal em maior escala até os dias de hoje, a qualidade das plantações de espécies florestais de rápido crescimento vem sendo aprimorada constantemente. Graças a investimentos em Pesquisa e Desenvolvimento, tanto por iniciativa pública como privada, o aperfeiçoamento e a introdução de novas tecnologias em silvicultura e manejo possibilitaram o grande incremento da produtividade florestal e a competitividade do setor florestal brasileiro.

Como é de se esperar, as plantações de *Pinus taeda* com finalidade produtiva passaram por profundas modificações, desde a densidade de plantio e a intensidade de desbastes à disponibilidade de material genético. Conseqüentemente, os padrões de crescimento destas plantações florestais, como resultado da inter-relação entre os diversos fatores bióticos (material genético) e abióticos (solo, clima, silvicultura e manejo), também foram alterados.

Nas últimas décadas, foram desenvolvidos diversos estudos para plantações de *Pinus taeda* na Região Sul do Brasil, desde a classificação de sítios (Machado, 1980; Scolforo e Machado, 1988b; Oliveira e Ahrens, 1997; Oliveira, Oliveira e Hafley, 1999; Bognola, 2007; e, Costa, Arce e Angelo, 2014), a desenvolvimento de modelos de simulação e prognose do crescimento para diversas finalidades (Ahrens, 1992; Oliveira, 1995; Scolforo e Machado, 1996; Scolforo, Maestri e Machado, 1997; Arce *et al.*, 1997, Arce *et al.*, 1998; Arce, 2000; Temps, 2005; e, Retslaff, 2014). Adicionalmente, estudos para a caracterização das relações alométricas da espécie (Rosot, 1989; Figueiredo Filho, Borders e Hitch, 1996; Fischer *et al.*, 2001; Schneider *et al.*, 2008; e, Munhoz, 2011, dentre outros), foram muito importantes para a construção do conhecimento sobre a estrutura e a dinâmica dos povoamentos da espécie.

Por ser um investimento de longo prazo, a produção de florestas plantadas demanda consistência na política e no planejamento, e, principalmente, nas práticas de gestão. Conhecer a dinâmica dos povoamentos florestais que serão responsáveis por prover matéria-prima às indústrias de base florestal é fundamental para o manejo e o planejamento florestal em médio e longo prazo.

Para o planejamento em médio e longo prazo, é necessário conhecer a estrutura e a dinâmica dos povoamentos florestais que serão responsáveis por fornecer matéria-prima às indústrias de base florestal. Assim, o aperfeiçoamento das técnicas de simulação, bem como modelos bem calibrados para a estimativa das relações alométricas e da produção destes povoamentos, são ferramentas indispensáveis para auxiliar o processo de tomada de decisões no manejo florestal. E, portanto, os modelos para estimativa precisa do crescimento e da produção de *Pinus taeda* necessitam de ajustes para sua melhor adaptação a este novo contexto, de forma condizente à realidade de cada povoamento e às necessidades do setor.

1.1 OBJETIVOS

1.1.1 Geral

Ajustar, comparar e avaliar o comportamento de modelos alométricos e de produção para plantações de *Pinus taeda* localizadas em dois polos de desenvolvimento florestal nos estados do Paraná e Santa Catarina, na Região Sul do Brasil.

1.1.2 Específicos

Ajustar, comparar e avaliar o comportamento dos seguintes modelos alométricos e de produção:

- funções lineares e não lineares, biológicas e empíricas, para descrever a relação hipsométrica;
- funções volumétricas para estimar o volume individual;
- funções de altura dominante e sítio para descrever a relação entre as variáveis altura dominante e idade e classificar as áreas quanto ao seu potencial de produtividade;
- funções de distribuição probabilísticas para descrever a estrutura diamétrica, caracterizar a dinâmica do povoamento, e possibilitar prognose por meio da parametrização;
- função de crescimento e produção de Sullivan e Clutter para a projeção de área basal e volume em povoamentos não desbastados.

2 REVISÃO DE LITERATURA

2.1 PINUS TAEDA

Pinus taeda Linnaeus¹ é uma espécie natural das Regiões Sul e Sudeste dos Estados Unidos e ocorre em 15 estados, desde o Texas até a Florida para o Leste e, até Delaware para o Norte. Constitui-se na espécie florestal mais importante sob o ponto de vista econômico do Sul dos Estados Unidos, ocupando cerca de 13 milhões de hectares (EMBRAPA, 1986, 1988; SCHULTZ, 1997; FOX, JOKELA, ALLEN, 2007).

No Brasil, espécies de pinus vêm sendo plantadas há mais de um século. Muitas delas foram trazidas por imigrantes europeus para fins ornamentais e produção de madeira (SHIMIZU, 2008). Oficialmente, espécies do gênero *Pinus* spp. foram introduzidas em nosso País pelo Instituto Florestal de São Paulo, cujos resultados foram apresentados em 1906, no trabalho intitulado: “Notas sobre as plantas exóticas introduzidas no Estado de São Paulo”², por Alberto Löfgren. Os primeiros estudos com espécies subtropicais de *Pinus* spp. foram realizados a partir de 1936, com a introdução de sementes de *Pinus taeda* e *Pinus elliottii* var. *elliottii* pelo mesmo Instituto (KRONKA; BERTOLANI; PONCE, 2005).

Devido à facilidade nos tratamentos culturais e rápido crescimento, as espécies que mais se destacaram nas Regiões Sul e Sudeste do Brasil foram *Pinus elliottii* var. *elliottii* e *Pinus taeda* (SHIMIZU, 2008), sendo esta a espécie de maior desenvolvimento na Região Sul, alcançando incremento médio anual (IMA) superior a 40 m³/ha.ano aos 18 anos, figurando entre os maiores níveis de produtividade do mundo (FERREIRA, 2005), bastante superiores aos das plantações dos Estados Unidos, onde a média de IMA na mesma idade é de 10 m³/ha.ano (ABRAF, 2006, 2013).

¹ Espécie catalogada no Herbário Linnaean (*The Linnaean Herbarium*), da Sociedade Linnean de Londres (*The Linnean Society of London*), aberta à consulta no link <http://linnaean-online.org/11760/> (Acesso em: 09/04/2014).

² LOEFGREN, A. **Notas sobre as plantas exóticas introduzidas no estado de S. Paulo**. São Paulo: Revista Agrícola. 1906.

Apresentando grande plasticidade e ampla variação de produtividade em função das condições edafoclimáticas, *Pinus taeda* pode ser plantado em regiões tropicais e subtropicais com altitudes entre 0 e 900 metros, precipitação média anual entre 900 e 2.200 milímetros, estação seca de 0 a 4 meses, temperatura média anual entre 14°C e 24°C, temperatura máxima média do mês mais quente entre 20°C e 35°C e temperatura mínima média do mês mais frio entre -2°C e 18°C. É uma espécie tolerante a geadas, e suporta períodos de alagamento do solo bem como déficit hídrico (BOOTH; JOVANOVIC; NEW, 2002).

2.2 PLANTAÇÕES DE PINUS TAEDA NO BRASIL

As atividades de reflorestamento com espécies do gênero *Pinus* spp. foram intensificadas a partir da segunda metade da década de 1960, quando da promulgação da lei de incentivos fiscais (Lei 5.106/1966), decretando que as importâncias empregadas em florestamento e reflorestamento poderiam ser abatidas ou descontadas nas declarações de rendimento das pessoas físicas e jurídicas, residentes ou domiciliados no Brasil (FERREIRA, 2001; BRASIL, 1966). Durante o período de vigência do incentivo fiscal aos plantios florestais, que se estendeu de 1966 a 1986, a taxa de plantio chegou a 400 mil hectares por ano (ABRAF, 2006).

Neste contexto, nos anos 1970, chegou-se à conclusão de que pelas condições edafoclimáticas do país, o plantio de espécies produtivas como o *Pinus elliottii* var. *elliottii* e de *Pinus taeda* seria a melhor opção para obter resultados econômicos rentáveis. Inicialmente, o objetivo era fornecer madeira para o setor de papel e celulose. Mas com o tempo, na década de 1980 e 1990, parte destes povoamentos foi redirecionada para a demanda emergente de serrarias e laminadoras, em substituição às espécies nativas, principalmente à araucária (*Araucaria angustifolia*), que havia se tornado escassa na Região Sul do País (OLIVEIRA, 1995; ABRAF, 2006).

Atualmente, segundo a Associação Brasileira de Produtores de Florestas Plantadas (ABRAF, 2013), o Brasil possui aproximadamente 7 milhões de hectares de plantações florestais, entre espécies dos gêneros *Eucalyptus* spp., *Pinus* spp. e

outras espécies. Cerca de 1,6 milhão de hectares, 23% da área total, correspondem a plantações de *Pinus* spp. (FIGURA 2.1).

No Brasil, aproximadamente 85% da área plantada de *Pinus* spp. está concentrada na Região Sul e, no Paraná e em Santa Catarina, os povoamentos de *Pinus* spp. representam 76% e 84% das plantações florestais de cada estado, respectivamente (ABRAF, 2013).

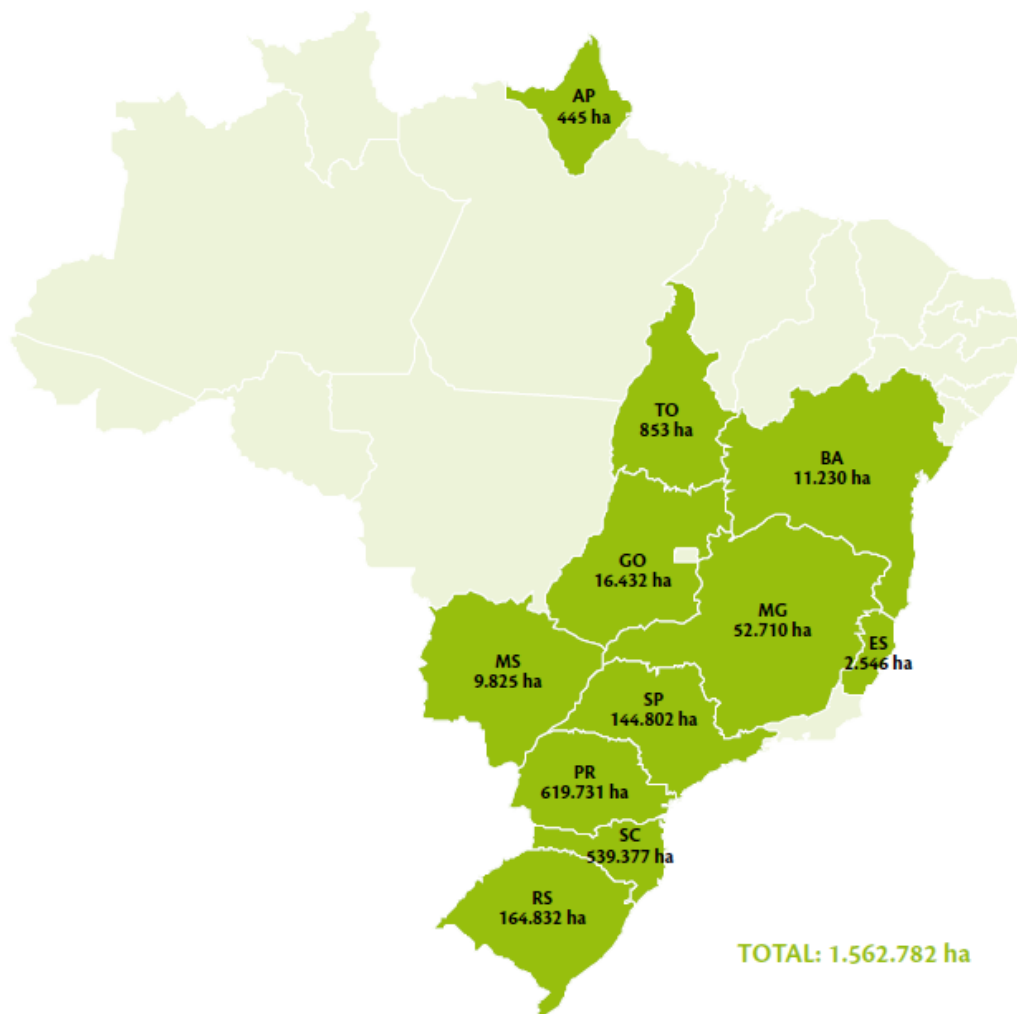


FIGURA 2.1 - ÁREA E DISTRIBUIÇÃO DAS PLANTAÇÕES DE *Pinus* spp. NO BRASIL, POR ESTADO, EM 2012

FONTE: ABRAF (2013)

Esta abrangência compreende grande variação de solos e, como consequência, diferentes produtividades devido à interação entre fatores biofísicos e biológicos (FERREIRA, 2001).

2.3 MANEJO E PLANEJAMENTO FLORESTAL

O manejo florestal é a arte e a ciência da tomada de decisões com respeito à organização, uso e conservação das florestas e seus recursos. Tais decisões podem envolver o futuro da floresta em muito longo prazo ou as atividades do dia a dia (BUONGIORNO; GILLESS, 1987, 2003).

O manejo florestal compreende 3 etapas básicas: (i) tomada de decisões, com a identificação do problema e das soluções alternativas para a definição da estratégia ótima a ser seguida; (ii) implementação das atividades necessárias e, (iii) controle, com a verificação se as atividades planejadas foram realmente implementadas e se os resultados atendem ao esperado (CLUTTER *et al.*, 1983).

As decisões no manejo florestal são baseadas em informações sobre as condições presentes e futuras dos recursos florestais. Inventários realizados em um momento proporcionam dados atuais sobre volume e estatísticas relacionadas. No entanto, as florestas são sistemas biológicos dinâmicos e estão sempre em mudança, de modo que é necessário projetar estas mudanças para que se possam obter informações que apoiem a tomada de decisões de forma prudente. Assim, previsões de crescimento e produção são requeridas para o planejamento em curto e longo prazo (AVERY; BURKHART, 2002).

O planejamento da produção florestal é a organização estrutural das atividades de produção de madeira através de técnicas analíticas, com o objetivo de se indicar opções de manejo que contribuam da melhor forma para atender os objetivos do empreendimento e da coletividade. A produção presente e futura que cada sítio e cada espécie podem propiciar ao longo do tempo é informação básica para que o planejamento da atividade florestal seja conduzido por decisões baseadas em critérios técnicos (SANQUETTA, 1996; SCOLFORO; MAESTRI; MACHADO, 1997).

A realização do manejo bem fundamentado de plantações florestais requer uma boa base de dados, uma vez que a qualidade da informação depende da qualidade dos mesmos, dos modelos de crescimento e de outras ferramentas de planejamento (VANCLAY; SKOVSGAARD; HANSEN, 1995).

Para tanto, diferentes tipos de modelos de crescimento e produção florestal têm sido desenvolvidos e aplicados para resolver vários problemas e questões na

área florestal, tais como: modelos de planejamento e tomada de decisões, de projeção do crescimento e da dinâmica florestal, de paisagem e espaciais e, de gestão florestal participativa (MENDOZA; VANCLAY, 2008; BURKHART; BROOKS, 1990).

2.4 MODELOS MATEMÁTICOS

Um modelo matemático é uma equação ou um conjunto de equações que representam o comportamento de um sistema (FRANCE; THORNLEY, 1984) e, embora seja uma pequena parte da informação total, é muito útil para auxiliar no planejamento e na tomada de decisões (DYKSTRA, 1984; BUONGIORNO; GILLESS, 1987).

O estudo dos modelos matemáticos está estreitamente relacionado às noções de criatividade científica (THOMPSON, 1989). Todo modelo é uma simplificação da realidade e visa conceituar inter-relações chaves de um sistema. Portanto, a questão é avaliar quais os elementos chaves que precisam ser incluídos no modelo e o que pode ser considerado superficial e, portanto ignorado inteiramente. Por natureza, os modelos podem ser tanto quantitativos quanto conceituais e todos os modelos integram diversas áreas do conhecimento, podendo ser utilizados para os mais variados fins (WEISKITTEL *et al.*, 2011; BUGMANN *et al.*, 2010).

A maioria dos autores subdivide os modelos em duas categorias: empíricos e mecanísticos (ou teóricos, ou ainda, de processo). Para Burkhart e Tomé (2011), embora a distinção destas categorias não seja tão clara, já que a maioria das aplicações dos modelos contém tanto empirismo como mecanismo, os modelos empíricos descrevem o comportamento da variável resposta sem tentar identificar as causas e/ou explicar os fenômenos; já os mecanísticos (ou teóricos) são embasados em uma hipótese relevante associada à causa ou à função do fenômeno descrito pela variável resposta.

Da mesma forma, Weiskittel *et al.* (2011) também consideram que todos os modelos são empíricos de certa forma. No entanto, subdividem os modelos de crescimento e produção em quatro categorias:

- a) estatísticos, que compreendem a coleta e análise de dados que caracterizam a população permitindo variabilidade estatística a ser estimada por parâmetros. Assim, a primeira intenção dos modelos estatísticos é a predição do desenvolvimento e produção do povoamento florestal ao longo do tempo;
- b) de processo, que representam processos fisiológicos chaves (como por exemplo, a interceptação da luz e a fotossíntese), geralmente para entender e explorar o comportamento do sistema, os quais são então combinados para caracterizar tanto o desenvolvimento da árvore individual como do povoamento;
- c) híbridos, que combinam atributos dos modelos estatísticos e de processo e são usados tanto para a predição como para o entendimento; e
- d) *gap*, que são desenhados para explorar processos ecológicos de longo prazo, em geral para o entendimento das interações e o controle de sucessão de espécies florestais.

Já France e Thornley (1984) e Thornley e France (2007), classificam os modelos em três níveis distintos:

- a) quanto à associação a uma distribuição de probabilidade:
 - determinísticos: realizam predições definidas sem que haja associação a uma distribuição de probabilidade;
 - estocásticos: incluem um elemento randômico como parte integrante do modelo, ou seja, as predições possuem uma distribuição;
- b) quanto à dependência do tempo:
 - dinâmicos: predizem como as quantidades variam com o tempo, de modo que estes modelos são geralmente apresentados como um conjunto de equações diferenciais com a variável independente tempo;
 - estáticos: não possuem o tempo como variável e não fazem predições dependentes do tempo;
- c) quanto à natureza:
 - empíricos: descrevem as respostas de um sistema utilizando frequentemente equações matemáticas ou estatísticas não restritas por princípios científicos. Dependendo do objetivo da modelagem, este é o melhor tipo de modelo a ser construído.

- mecanísticos: fornecem um nível de entendimento ou explicação do fenômeno modelado, implicando numa relação causal entre as quantidades e os mecanismos (processos) representados para prever os fenômenos. Um modelo mecanístico é baseado na nossa concepção de como o sistema funciona, quais os importantes elementos e como é a relação entre eles e, assim, também compreende e depende de elementos empíricos.

Quanto à sua representação matemática, os modelos (ou funções), podem ser:

- a) lineares, nos quais os parâmetros são dispostos linearmente (FRANCE; THORNLEY, 1984);
- b) não lineares, quando pelo menos uma de suas derivadas com relação aos parâmetros depende de pelo menos um parâmetro (SCHABENBERGER; PIERCE, 2001).

A linearidade de um modelo não se refere à forma resultante do gráfico de valores estimados. E, as transformações das covariâncias, tais como e^x , $\ln(x)$, $1/x$, e \sqrt{x} não alteram a linearidade do modelo, embora possam afetar o grau de curvatura observado em um gráfico de y em função de x (SCHABENBERGER; PIERCE, 2001).

Em povoamentos florestais e, nos processos naturais em geral, são raras as relações lineares entre parâmetros; como regra, são encontradas relações não lineares (PRETZSCH, 2009; RATKOWSKY, 1993). Técnicas de regressão não lineares são muito utilizadas na modelagem do crescimento e produção e é de se esperar que modelos não lineares bem como técnicas não lineares de estimativa se tornem cada vez mais difundidas (BURKHART; BROOKS, 1990).

Apesar disto, existem algumas desvantagens quanto à aplicação dos modelos não lineares em relação aos lineares. Modelos lineares são mais fáceis de ajustar e a estimativa de seus parâmetros é direta. Em modelos não lineares os parâmetros são estimados iterativamente, de modo que as estimativas iniciais (ou valores iniciais) fornecidas pelo usuário são sucessivamente melhoradas através de iterações, até que seja encontrado algum critério de convergência. No entanto, não

há garantia de que o algoritmo iterativo consiga convergir a uma única solução ou mesmo, de convergir, caso os valores iniciais não sejam bem determinados. Apesar destas e outras desvantagens dos modelos não lineares em relação aos lineares, seus benefícios certamente se sobressaem. Modelos não lineares são mais parcimoniosos do que os lineares, já que os modelos não lineares podem acomodar pontos de inflexão com menor número de parâmetros do que os lineares (SCHABENBERGER; PIERCE, 2001).

Assim como em modelos lineares, a estimativa de parâmetros dos modelos não lineares baseia-se no princípio dos mínimos quadrados, em que se busca minimizar a soma do quadrado dos desvios entre os valores observados e sua média. Para tanto, os algoritmos iterativos mais utilizados são Gauss-Newton e Newton-Raphson, nas suas formas modificadas. Um modelo não linear pode apresentar múltiplas soluções e, valores iniciais mal escolhidos pelo usuário podem levar a uma solução de mínimo sob o ponto de vista local e não global (SCHABENBERGER; PIERCE, 2001).

Ratkowsky (1993) descreve cinco princípios dos quais os modeladores devem estar cientes quando utilizam modelos não lineares:

- a) parcimônia: o modelo deve conter o menor número possível de parâmetros;
- b) parametrização: deve-se utilizar o modelo que possui as melhores propriedades estimativas;
- c) amplitude de aplicabilidade: os dados devem cobrir toda a variação da(s) variável(is) independentes X e da variável dependente Y ;
- d) especificação estocástica: o componente do erro também necessita ser modelado; e
- e) interpretabilidade: os parâmetros devem possuir significado, tanto quanto possível.

2.5 CRESCIMENTO E PRODUÇÃO FLORESTAL

O estudo da dinâmica da floresta diz respeito às mudanças na estrutura e composição da floresta ao longo do tempo, incluindo o seu comportamento em

resposta a distúrbios antrópicos e naturais. O crescimento de uma árvore é a evidência primária da dinâmica de uma floresta, determinada pelos recursos (radiação, água, disponibilidade de nutrientes) e condições ambientais (temperatura, acidez do solo, poluição do ar) (PRETZSCH, 2009).

Crescimento é o incremento em tamanho de um indivíduo ou de uma população por unidade de tempo; por exemplo, crescimento volumétrico em $m^3/ha.ano$. E, produção é o tamanho do indivíduo ou população em um determinado momento; por exemplo, volume total a uma determinada idade, em m^3/ha (AVERY; BURKHART, 2002; BURKHART; TOMÉ, 2011).

Crescimento e produção não são atributos separados e sim, intimamente relacionados (CAO; BURKHART; LEMIN JUNIOR, 1982). Portanto, no caso de funções contínuas, a equação de produção pode ser obtida integrando-se a equação de crescimento e, igualmente, a equação de crescimento pode ser obtida buscando-se a diferencial da equação de produção (BURKHART; TOMÉ, 2011).

2.6 MODELOS DE CRESCIMENTO E PRODUÇÃO FLORESTAL

Modelos de dinâmica da floresta ou de crescimento e produção florestal descrevem a mudança em tamanho de um indivíduo ou população com o passar do tempo e são desenvolvidos para fornecer estimativas futuras de colheita de madeira e estrutura do povoamento (BURKHART; TOMÉ, 2012; MENDOZA; VANCLAY, 2008).

Estimar crescimento e produção é algo implícito ao manejo florestal (BURKHART; BROOKS, 1990). Burkhart (2008) considera a modelagem do crescimento e da produção florestal essencial para a integração e a síntese de informações diversas, auxiliando na identificação de lacunas do conhecimento e na tomada de decisões abalizadas.

Os modelos de crescimento florestal, desde diagramas desenhados à mão até os modelos sofisticados de computador, foram e ainda são importantes ferramentas de gestão florestal proporcionando diretrizes para a tomada de decisão (BARTELINK; MOHREN, 2004).

A modelagem para o estudo do crescimento e da produção florestal possui uma longa história e seu desenvolvimento cresceu bastante principalmente nestas duas últimas décadas. É a ferramenta mais utilizada para compreender a dinâmica da relação entre a produção florestal e as variáveis: idade, sítio e densidade de plantio, objetivando prever as condições futuras da floresta, através de generalizações quantitativas do conhecimento do desenvolvimento de um povoamento florestal e sua resposta aos tratamentos silviculturais (TONINI; SCHNEIDER; FINGER, 2004; WEISKITTEL *et al.*, 2011).

O desenvolvimento dos modelos de crescimento e produção começou com tabelas de produção para grandes áreas como base para taxação e planejamento. Mais tarde, evoluiu para tabelas de produção regionais e específicas para cada tipo de sítio e culminou na construção de simuladores de crescimento para a avaliação do desenvolvimento do povoamento submetido a diversos esquemas de manejo. Apesar de as tabelas de produção para povoamentos homogêneos serem usadas nos Estados Unidos desde os anos de 1900, ainda faltam informações adequadas de crescimento e produção para muitos objetivos e situações. A história dos modelos de crescimento florestal não é simplesmente caracterizada pelo desenvolvimento contínuo e pela melhoria dos modelos antigos ou anteriores. Em vez disso, foram desenvolvidos, simultaneamente, diferentes tipos de modelos com diferentes objetivos e concepções. A estrutura e os objetivos de um modelo refletem o estado da arte da respectiva área de pesquisa em seu tempo e documentam a abordagem contemporânea de predição de crescimento florestal. Nenhum modelo abrange satisfatoriamente todos os propósitos. Assim, esta é uma área de pesquisa que se mantém constantemente ativa, já que o uso principal dos modelos para prognose de crescimento e produção está relacionado à atualização de inventário florestal, avaliação de alternativas silviculturais, planejamento do manejo florestal e definição do cronograma de colheita (PRETSCH *et al.*, 2008; BURKHART; BROOKS, 1990).

Com uma história de mais de 200 anos³, as tabelas de produção para povoamentos equiâneos podem ser consideradas os modelos mais antigos na ciência florestal. Estes modelos refletem o crescimento do povoamento em um determinado período de rotação e são baseados em medições feitas em longo prazo

³ Os primeiros estudos acerca de tabelas de produção iniciaram por volta de 1795 com pesquisadores alemães.

de variáveis dendrométricas como diâmetro, altura, biomassa, etc. No Brasil, os modelos mais utilizados na construção de tabelas de produção são os modelos de Clutter (1963) e o de Sullivan e Clutter (1972), que consiste na modificação do modelo original, proposto anteriormente por Clutter (TONINI; SCHNEIDER; FINGER, 2004; PRETSCH *et al.*, 2008).

Em pesquisas clássicas sobre crescimento e produção, a ênfase tem sido dada no desenvolvimento de ferramentas de predição para fornecer apoio à decisão para a gestão prática da floresta. A abordagem envolve a medição em campo das variáveis mais relevantes do povoamento, tais como idade, diâmetro e altura de árvores, e qualidade do sítio, assim o ajuste de modelos de regressão permitem a reprodução das características essenciais do conjunto de dados de campo (BURKHART; TOMÉ, 2012).

Para o desenvolvimento de modelos de crescimento e produção florestal, Burkhart e Tomé (2012) consideram necessário um extenso banco de dados de parcelas permanentes, de longo prazo, abrangendo vários regimes de gestão e produtividade local. Os dados de experimentos planejados também são muitas vezes incorporados para ampliar o leque de condições para as quais previsões confiáveis podem ser feitas. Para Sanquetta (1996), teoricamente, um modelo de simulação da produção florestal pode ser construído com no mínimo duas remedições, em período anual ou não. No entanto, ressalta que dados mais consistentes e de mortalidade e recrutamento não podem ser obtidos em tão curto prazo.

Com o aumento da disponibilidade de dados, ferramentas analíticas mais sofisticadas foram desenvolvidas e a tecnologia de processamento também se tornou mais poderosa, tornando os modelos mais detalhados tanto em relação à estrutura do povoamento como a árvores individuais (MOHREN; BURKHART, 1994).

A seleção de funções de crescimento apropriadas para a modelagem de árvores ou povoamento é um aspecto importante no desenvolvimento de modelos de crescimento e produção. Quando ajustadas aos dados, algumas funções de crescimento fornecerão resultados equivalentes ao intervalo das observações usado para a estimativa dos coeficientes/parâmetros das equações. No entanto, este comportamento, quando extrapolado, pode ser ligeiramente diferente dependendo das propriedades matemáticas fundamentais envolvidas. Por esta razão, entender estas propriedades auxilia na determinação das melhores funções candidatas para

cada aplicação específica. A menos que os dados disponíveis para a modelagem abranjam um intervalo muito breve de tempo, há certas propriedades que uma função de crescimento deve exibir para que seja consistente com os princípios biológicos do crescimento:

- a) a curva é usualmente limitada pelo valor zero no início (onde $t=0$ ou $t=t_0$) dependendo da variável que está sendo modelada; se começa em $t=0$, como é o caso da grande maioria das variáveis de árvores e povoamentos, ou ainda, como ocorre com o DAP das árvores ou com a área basal do povoamento;
- b) a curva geralmente deve exibir um valor máximo (assíntota) alcançado em uma idade avançada;
- c) a inclinação da curva deve aumentar com o aumento da taxa de crescimento na fase inicial e diminuir nos estágios finais – ponto de inflexão (BURKHART; TOMÉ, 2012).

Zeide (1989) comenta que a modelagem do crescimento de árvores sempre é relacionada com o diâmetro (DAP) das árvores, devido à facilidade de medição dessa variável, sua sensibilidade às mudanças ambientais e densidade do povoamento e o fato de ser fortemente relacionada com o tamanho da copa, massa da árvore ou volume do tronco.

2.6.1 Classificação dos modelos de crescimento e produção florestal

Sob o ponto de vista de abrangência e abordagem, os modelos de crescimento e produção para florestas equiâneas podem ser caracterizados da seguinte forma (BURKHART; TOMÉ, 2012; BURKHART, 2008; BURKHART; BROOKS, 1990; BURKHART; CAO; WARE, 1981):

- a) modelos para o povoamento inteiro; nos quais as variáveis de entrada ou de previsão básicas são geralmente idade, índice de sítio e densidade (número de árvores plantadas por unidade de área para plantações

florestais, área basal inicial de povoamentos naturais). Podem ser de dois tipos:

- distribuição diamétrica (ou valores agregados): que utilizam as funções densidade de probabilidade (fdp's), e dependem de valores globais do povoamento como unidade básica de modelagem;
 - classes de tamanho (em geral, classes diamétricas): que compreendem tabelas de produção e modelos de matrizes;
- b) modelos para árvores individuais: que utilizam um sistema de equações para simular a dinâmica do povoamento através do incremento de cada árvore durante um período de crescimento. Podem ser subdivididos em duas categorias, conforme a disponibilidade da informação sobre a localização de cada árvore:
- independente da distância;
 - dependente da distância.

Daniels, Burkhart e Strub, (1979) compararam três diferentes alternativas de modelos de estimativa da produção para *Pinus taeda*, incluindo um modelo de regressão múltipla, um modelo de distribuição diamétrica e um modelo de árvore individual. Os autores utilizaram o número de árvores e a altura dominante e observaram que: (i) os três modelos forneceram estimativas acuradas; (ii) nenhum dos modelos apresentou tendenciosidade nas predições dadas as condições do povoamento; e (iii) os modelos de regressão e o de distribuição diamétrica obtiveram maior precisão do que o modelo de árvore individual. Os autores assim concluíram que a escolha do tipo de modelo depende da quantidade de informações desejada e das práticas de manejo a serem avaliadas.

Burkhart e Brooks (1990) consideram que o sucesso da modelagem do crescimento e da produção florestal está centrado em três elementos fundamentais: coleta de dados, técnicas analíticas e tecnologia computacional. As técnicas analíticas de regressão não linear têm sido cada vez mais usadas na modelagem de crescimento e produção, que geralmente utilizam um sistema ou um conjunto de equações para descrever o desenvolvimento do povoamento. Frequentemente, equações individuais são ajustadas, uma de cada vez, pelo método dos quadrados mínimos, o que não é inteiramente satisfatório, pois uma mesma variável pode ser dependente em uma equação e independente em outra. Adicionalmente, certos coeficientes em uma equação podem ser funcionalmente associados a coeficientes

de outra equação e os resíduos destas equações são provavelmente correlacionados. Devido a estas considerações, os modelos de crescimento e produção têm sido considerados como um sistema de equações cujos coeficientes são ajustados simultaneamente. No entanto, quando as equações são ajustadas simultaneamente, podem surgir alguns problemas.

2.6.2 Generalidades sobre modelos de crescimento e produção

De acordo com Levins (1966), os modelos desenvolvidos para a área de ciências naturais possuem um equilíbrio fundamental entre o realismo (simulando o comportamento do sistema baseado numa estrutura qualitativamente realística), a acurácia (simulando o comportamento do sistema de maneira quantitativamente acurada) e a generalidade (representando um amplo intervalo do comportamento do sistema).

A qualidade dos modelos de crescimento e suas previsões dependem de diversos fatores, mas o principal é a qualidade da calibração dos dados. Parcelas permanentes são fundamentais para modelar o crescimento, prever a produção e o seu manejo sustentado. Portanto, a confiabilidade destes dados é crucial. Além do número e da localização das parcelas permanentes, os procedimentos de medição e gerenciamento adotados também são questões importantes (VANCLAY, 1995; VANCLAY; SKOVSGAARD; HANSEN, 1995).

Para que um modelo de crescimento obtenha sucesso, é necessário: formulação adequada do problema, seleção cuidadosa de variáveis explanatórias e forma dos modelos, bons procedimentos de estimativa de coeficientes e validação independente (VANCLAY, 1995). O autor comenta que os modeladores deveriam confiar mais em seu conhecimento sobre os princípios silviculturais e biológicos do que em testes estatísticos quando estiverem selecionando modelos e desenvolvendo algoritmos. Ainda, considera irrelevante se a modelagem do crescimento e produção utiliza diâmetros ou áreas basais, desde que o modelo assegure que as previsões sejam sensíveis ao possível intervalo de tamanho das árvores, sítio e condições do povoamento.

Os modelos de crescimento devem ser flexíveis e capazes de assumir uma amplitude de formas variadas. Um modelo de crescimento não deve ser sofisticado ou complexo, de difícil entendimento e aplicabilidade ao manejador florestal e sim, deve ser disponível como uma ferramenta de uso diário de modo a melhorar o manejo da floresta, ou seja, deve ser de fácil utilização, prontamente disponível para o uso e bem documentado (SANDLAND; MCGILCHRIST, 1979; VANCLAY, 1995).

2.6.3 Modelos empíricos e modelos de processo

As abordagens de modelagem empírica e de processo evoluíram no manejo florestal para resolver problemas diferentes, e o debate sobre os dois enfoques já existe há algum tempo. Decidir qual abordagem à modelagem florestal melhor enfrentará os desafios da gestão de ecossistemas é fator importante (KORZUKHIN; TER-MIKAELIAN; WAGNER; 1996).

A construção de modelos empíricos se refere a uma mentalidade que se presta a construir modelos práticos e úteis para descrever e lidar com situações do mundo real (THOMPSON, 1989). Os objetivos do esforço de modelagem e do nível de compreensão do fenômeno que está sendo modelado geralmente definem uma abordagem empírica. Modelos empíricos têm sido aplicados com bons resultados para uma série de aplicações florestais (BURKHART; TOMÉ, 2012), sendo frequentemente utilizados para estudar questões relacionadas à sustentabilidade do manejo florestal (PRETZSCH, 2009; VANCLAY, 1994). Tipicamente, estes modelos são baseados em análises estatísticas da dependência entre variáveis-objetivo, tais como produção de madeira, e variáveis explanatórias disponibilizadas por inventários florestais e dados de sítio. Estes modelos primeiramente dependem da clássica hipótese das condições do sítio constantes. (SKOVSGAARD; VANCLAY, 2008; VANCLAY; SKOVSGAARD, 1997) e podem ser inadequados sob condições de um ambiente em mudança (FONTES *et al.*, 2010).

Uma abordagem alternativa para modelar a dinâmica florestal é considerar explicitamente os processos que são tidos como influenciadores da dinâmica florestal em longo prazo (como por exemplo, os fatores bióticos e abióticos que

agem sobre a implantação, o crescimento e a mortalidade das árvores). Em muitos destes então chamados modelos baseados em processo, são modelados processos fisiológicos como: fotossíntese, transpiração e respiração. Como estes processos dependem fundamentalmente de condições ambientais, os modelos baseados em processo são provavelmente mais relevantes para o entendimento do crescimento presente e futuro e a composição das florestas. Contudo, ainda há controvérsias consideráveis sobre quais processos fisiológicos são realmente limitantes à dinâmica florestal em longo prazo. O desafio é identificar os processos relevantes e descrevê-los de maneira apropriada para que sejam incorporados em modelos florestais para o manejo operacional (FONTES *et al.*, 2010).

Os pontos fortes e fracos de cada tipo de modelo diferem e, sendo assim, é provável que todos se mantenham em uso. Há um dilema entre quão poucos dados os modelos necessitam para os propósitos de calibração e simulação e a variedade da relação entre *input-output* que cada um pode quantificar. Os modelos baseados em processo são os mais versáteis, com vasta abrangência de condições ambientais e variáveis de saída (*output*) que estes podem explicar. Entretanto, eles requerem mais dados, tornando-os menos aplicáveis quando os dados para calibração forem escassos. Os modelos empíricos, contudo, são mais fáceis de operar uma vez que eles requerem muito menos informação, mas a representação agregada dos efeitos ambientais os torna menos confiáveis no contexto de mudanças no ambiente (FONTES *et al.*, 2010).

Por um lado, manter os modelos simples, usando formulações relativamente agregadas dos processos (chamados modelos empíricos), possui a vantagem de manter a complexidade dos modelos baixa e, portanto, tornar fácil de rastrear o comportamento do modelo para formulações específicas; adicionalmente, é possível estimar parâmetros baseados em dados de crescimento disponibilizados por inventários florestais usando técnicas estatísticas. No entanto, extrapolar o uso de um modelo além das condições para as quais as funções foram calibradas, ocasionará dúvidas sobre a robustez dos resultados. Além disso, as escalas temporais representadas nos modelos simples (geralmente, anual ou mensal, esta última preferencialmente) diminuem a acuracidade da simulação de eventos em curto prazo. Por outro lado, aumentar o realismo dos modelos frequentemente implica em incluir maior detalhamento da estrutura e das representações dos processos e suas dependências do meio ambiente, ou aumentar a resolução

temporal ou espacial do modelo, levando, portanto, ao que frequentemente tem sido denominado como modelagem “mecanística” ou “de processo”. Como já mencionado anteriormente, a abordagem “mecanística” possui a desvantagem da maior complexidade do modelo que, entre outros, envolve maior quantidade de parâmetros, necessidade de extensa calibração dos dados e tempo prolongado de simulação, apesar do aumento na robustez das projeções dos modelos, particularmente sob condições de um ambiente em transformação. Entretanto, modelos baseados em processo possuem limitações quanto à sua aplicabilidade ao manejo florestal e aos *outputs* de interesse para a tomada de decisão (BUGMANN *et al.*, 2010).

Os modelos florestais devem, no futuro, combinar o poder preditivo e a flexibilidade de modelos baseados em processos com a informação empírica e precisão descritiva de modelos chamados empíricos. Neste contexto, as diferentes desvantagens dos modelos de processo e dos modelos empíricos sugerem uma tendência em direção aos modelos híbridos, compostos pela combinação de modelos de crescimento baseados em fisiologia e modelos empíricos orientados ao manejo florestal. Para isto, no entanto, ainda são necessários testes práticos mais extensivos destes modelos (LANDSBERG, 2003; BUGMANN *et al.*, 2010; FONTES *et al.*, 2010).

Esta terceira categoria de modelos, os então chamados modelos híbridos (também referenciados como estudo do cenário, ou modelagem do cenário), é baseada no princípio pragmático de que uma descrição exaustiva de todos os processos mecânicos, embora fundamentais para entender o crescimento florestal; é uma abordagem insustentável já que basicamente leva à explicação da dinâmica florestal baseando-se nos princípios de física de partículas (BUGMANN *et al.*, 2000; BARTELINK; MOHREN, 2004). Ao invés disto, relações empíricas estimadas a partir de dados de inventário florestal são usadas em modelos híbridos para compensar o conhecimento incompleto sobre alguns mecanismos (por exemplo: alocação de carbono, relação entre taxa de crescimento e longevidade de um organismo) e a resultante habilidade parcial de predição (MÄKELÄ *et al.*, 2000). Duas opções para modelagem híbrida podem ser destacadas: (i) unindo-se modelos empíricos e modelos de processo por meio do desenvolvimento de funções ambiente-productividade com transferência de sinal (*signal-transfer environment-productivity functions*) (LUXMOORE *et al.*, 2000, 2002; MATALA *et al.*, 2005,

FONTES *et al.*, 2010), ou (ii) modelos híbridos com estrutura causal (*hybrid models with causal structure*), incluindo componentes tanto empíricos como mecanísticos (BARTELINK; MOHREN, 2004; LANDSBERG, 2003; MÄKELÄ *et al.*, 2000; FONTES *et al.*, 2010).

Em síntese, vale mencionar a famosa citação do estatístico inglês Box (1978), em parte de um livro sobre metodologia da superfície de resposta: “Essencialmente, todos os modelos são errados, mas alguns são úteis”.

2.7 EQUAÇÕES DE CRESCIMENTO

Funções de crescimento descrevem a mudança em tamanho de um indivíduo ou população ao longo do tempo. A seleção de funções de crescimento apropriadas é uma etapa crucial na quantificação da dinâmica, do crescimento e da produção de um povoamento florestal (BURKHART; TOMÉ, 2012).

Embora algumas funções possam fornecer resultados essencialmente equivalentes quando ajustadas aos dados, dentro dos intervalos das observações utilizadas na estimação dos parâmetros, quando extrapoladas, seu comportamento pode ser bastante diferente, dependendo das propriedades matemáticas fundamentais envolvidas. Assim, compreender essas propriedades é essencial para determinar quais das funções candidatas serão consideradas para aplicações específicas (BURKHART; TOMÉ, 2012). De modo geral, segundo estes autores, as funções de crescimento devem apresentar as seguintes propriedades, de modo a satisfazer os princípios do crescimento biológico:

- a) a curva é geralmente limitada pelo valor zero em um início específico (quando $t=0$ ou $t=t_0$), dependendo se a variável que está sendo modelada começa em $t=0$, como é o caso da grande maioria das variáveis de árvores e povoamentos, ou então, como ocorre com o DAP da árvores e a área basal de povoamentos;
- b) a curva deve apresentar um valor máximo, geralmente atingido a uma idade avançada (existência de assíntota);

- c) a inclinação da curva deve aumentar com o aumento da taxa de crescimento na fase inicial e decrescer nas fases finais (ponto de inflexão).

Zeide (1993) enfatiza as características desejáveis em uma equação de crescimento: “Precisamos de uma equação que defina a sua própria, e espero que correta, trajetória através de todos os pontos de dados, uma equação que apresente uma tendência de crescimento no labirinto de dados e separe o essencial do accidental.” (ZEIDE, 1993, p. 600).

Burkhart e Tomé (2012) analisaram as características e as propriedades matemáticas de algumas das funções mais utilizadas em modelagem do crescimento e produção florestal (Schumacher, Korf/Lundqvist, Gompertz, Chapman-Richards, Monomolecular, Logística, Hossfeld IV, McDill-Amateis/Hossfeld IV). Adicionalmente, ressaltaram que algumas outras funções amplamente utilizadas para a modelagem do crescimento florestal, como: Hipérbola, Logarítmica-linear, Exponencial, Freese, Hossfeld I e Korsun, não possuem forma sigmoideal e tampouco atendem simultaneamente os três critérios desejáveis listados anteriormente para um bom modelo de crescimento. Portanto, quando utilizados para modelagem é necessário ter cuidado tanto com extrapolações além do intervalo de dados utilizados para o ajuste como com os sinais dos parâmetros para que a curva seja compatível com o crescimento biológico.

A seguir serão apresentadas as principais características e propriedades matemáticas dos modelos de crescimento mais utilizados na modelagem florestal (BURKHART; TOMÉ, 2012; ZEIDE, 1993; ZHANG, 1997; HUANG; TITUS; WIENS, 1992; BATISTA; COUTO; MARQUESINI, 2001).

2.7.1 Schumacher

A função de Schumacher (1939) representa uma primeira tentativa na área florestal de desenvolver uma função de crescimento que atenda aos pressupostos biológicos. O modelo proposto para "utilização generalizada" baseia-se na hipótese

de que a taxa de crescimento relativo aumenta linearmente com o inverso do quadrado do tempo, o que significa que diminui de forma não linear com o tempo:

$$\frac{1}{Y} \frac{dY}{dt} = k \frac{1}{t^2}$$

A sua função de produção correspondente é:

$$Y = A e^{-k \frac{1}{t}}$$

em que:

$$A = Y_0 e^{k/t_0}$$

é a assíntota A , e (t_0, Y_0) são os valores iniciais. O parâmetro k expressa a taxa de diminuição da taxa de crescimento relativo e é, por conseguinte, inversamente relacionado com a taxa de crescimento. A localização do ponto de inflexão depende do valor de k ; o valor de Y , no momento em que ocorre a inflexão depende de A e k (BURKHART; TOMÉ, 2012).

2.7.2 Korf

A função Korf foi proposta em 1939 (KORF⁴, 1939, citado por BURKHART; TOMÉ, 2012; ZEIDE, 1993) na Tchécoslováquia, tendo sido utilizada mais tarde com moderado sucesso para modelos de crescimento em altura de povoamentos florestais por Lundqvist⁵ (1957, citado por BURKHART; TOMÉ, 2012; ZEIDE, 1993), Stage (1963), dentre outros (ZEIDE, 1993; BURKHART; TOMÉ, 2012). Esta função é especialmente aplicável para a descrição de crescimento em diâmetro de um número fixo de árvores (ZEIDE, 1993).

⁴ KORF, V. A mathematical definition of stand volume growth law. **Lesnická Práce**, [S./], v. 18, p. 339-379, 1939. Documento em Tcheco.

⁵ LUNDQVIST, B. On the height growth in cultivated stands of pine and spruce in Northern Sweden. **Meddelanden Fran Statens Skogsforsknings-Institut**, [S./], v. 47, p. 1-64, 1957. Documento em Suíço.

Em algumas bibliografias, esta função tem sido chamada de Korf (ZEIDE, 1993), em outras de Korf/Lundqvist (ZHANG, 1997) ou ainda, Lundqvist-Korf (BURKHART; TOMÉ, 2012; PANIK, 2014). Batista, Couto e Marquesini (2001) a denominaram de modelo exponencial geral e mencionaram que esta é bastante utilizada na modelagem da altura em função da idade para a construção de curvas de índice de sítio.

É considerada uma generalização da função de Schumacher (KORF, 1939; LUNDQVIST, 1957, citados por BURKHART; TOMÉ, 2012):

$$\frac{1}{Y} \frac{dY}{dt} = k \frac{m}{t^{(m+1)}}$$

A sua função de produção correspondente é:

$$Y = A e^{-kt^{\frac{1}{m}}}$$

onde

$$A = Y_0 e^{k/t_0^m}$$

é a assíntota A , e (t_0, Y_0) são os valores iniciais. O parâmetro k é inversamente relacionado à taxa de crescimento, mas esta é também influenciada pelo parâmetro m , que adiciona flexibilidade à curva (BURKHART; TOMÉ, 2012).

Burkhart e Tomé (2012) ilustraram a flexibilidade da função Korf simulando alterações dos parâmetros (assíntota A , k e m), verificando a grande variedade de formatos que esta função pode abranger. A FIGURA 2.2 ilustra que, ao fixar os outros parâmetros, o parâmetro k possui uma relação inversa com a taxa de crescimento, ao passo que o inverso é verdadeiro para o parâmetro m . É importante salientar que os três parâmetros interagem de modo que é possível obter maior crescimento com um valor menor de m , quando este é combinado com uma maior assíntota A . Assim, a localização do ponto de inflexão de Y não depende do valor da assíntota A , mas dos valores combinados dos parâmetros k e m , aumentando com k . E o efeito de m é altamente dependente do valor de k .

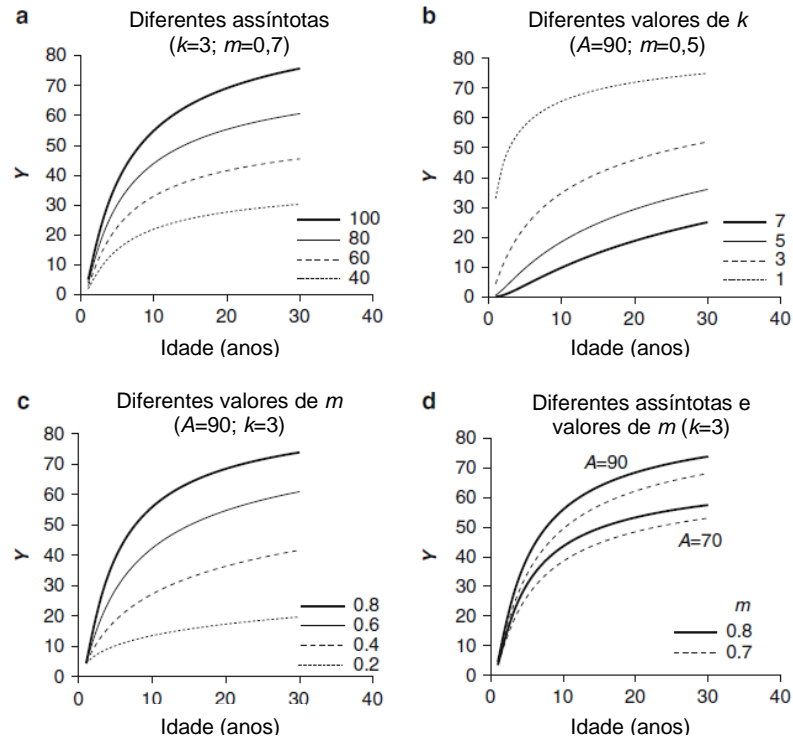


FIGURA 2.2 - FLEXIBILIDADE DA FUNÇÃO DE CRESCIMENTO DE KORF COM A VARIAÇÃO DE VALORES DOS PARÂMETROS

FONTE: BURKHART; TOMÉ (2012)

As FIGURA 2.3 e FIGURA 2.4 demonstram o efeito combinado dos dois parâmetros de forma (k e m) sobre a idade em que ocorre a inflexão da curva. O respectivo valor de Y , no entanto, não depende do parâmetro k , mas dos valores da assíntota A e do parâmetro m , de forma diretamente proporcional (BURKHART; TOMÉ, 2012).

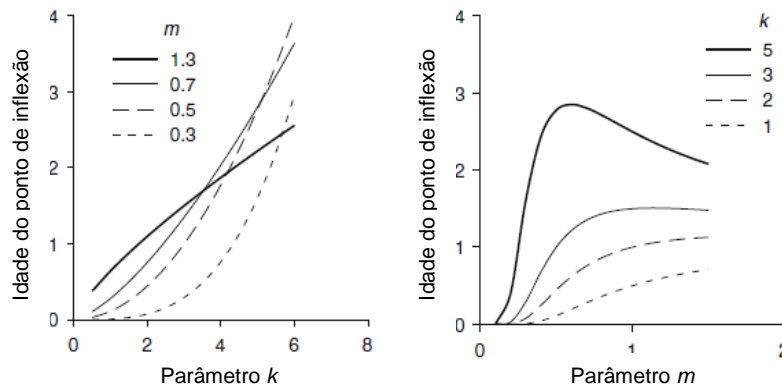


FIGURA 2.3 - EFEITO DOS PARÂMETROS k E m DA FUNÇÃO DE KORF NO PONTO DE INFLEXÃO DE Y

FONTE: BURKHART; TOMÉ (2012)

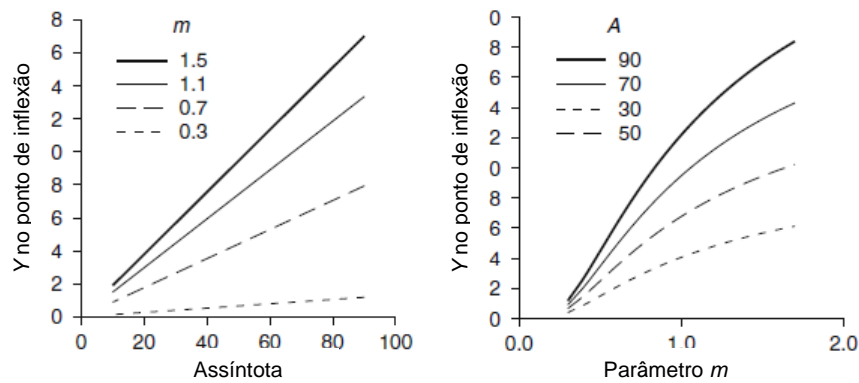


FIGURA 2.4 - EFEITO DA ASSÍNTOTA A E DO PARÂMETRO m DA FUNÇÃO DE KORF NO PONTO DE INFLEXÃO DE Y

FONTE: BURKHART; TOMÉ (2012)

Zeide (1989) utilizou o crescimento em altura médio de milhares de análises de tronco de diferentes espécies coletadas em diferentes ocasiões e verificou que a função Korf resultou em ajustes mais acurados do que outras funções e o seu erro padrão de estimativa era 2,1; 2,3; 3,4 e 4,8 vezes menor do que os das funções de Chapman-Richards, Weibull, Gompertz e equações logísticas, respectivamente.

2.7.3 Gompertz

O modelo Gompertz, um dos mais comuns modelos de crescimento possui assíntotas inferior e superior e possui uma forma sigmoideal. Foi desenvolvido para relações tamanho *versus* tempo (SCHABENBERGER; PIERCE, 2001).

A função Gompertz (1825) foi desenhada para descrever a distribuição da idade em populações humanas. Pouco mais de um século depois, foi aplicada como modelo de crescimento por Winsor (1932). Esta função pode ser obtida diretamente a partir da seguinte equação diferencial:

$$\frac{1}{Y} \frac{dY}{dt} = k (\log A - \log Y) = -k \log \left(\frac{Y}{A} \right)$$

Esta função assume que a taxa de crescimento relativo é inversamente relacionada com o logaritmo da razão entre a dimensão atual de Y e a respectivo valor

assintótico A . A função do crescimento relativo também pode ser definida como uma função exponencial decrescente em função do tempo:

$$\frac{1}{Y} \frac{dY}{dt} = k e^{-ce^{-kt}}$$

A função de produção correspondente é:

$$Y = A e^{-ce^{-kt}}$$

em que:

$$c = (\log A - \log Y_0) e^{kt_0} = \log \left(\frac{A}{Y_0} \right) e^{kt_0}$$

(BURKHART; TOMÉ, 2012).

A equação apresenta taxa de crescimento relativo (a razão entre o incremento em tamanho e o tamanho em si) como uma função exponencial da idade. Portanto, esta equação é chamada a equação da “decomposição exponencial” (ZEIDE, 1993). Outra característica da equação Gompertz é que a posição do ponto de inflexão é controlada por apenas um parâmetro, o valor assintótico A . Este ponto ocorre quando o tamanho atual é igual a A/e , ou seja, a aproximadamente um terço ($1/e = 0,3679$) do tamanho final.

Para compreender a significância biológica dos coeficientes, Nokoe (1978) ilustrou variação da curva mantendo-se os coeficientes a e c constantes e variando-se o valor do coeficiente g . De modo geral, esta variação não afetou o padrão da curva, evidenciando o alcance em longo prazo do valor máximo final de a , para todos os casos (FIGURA 2.5).

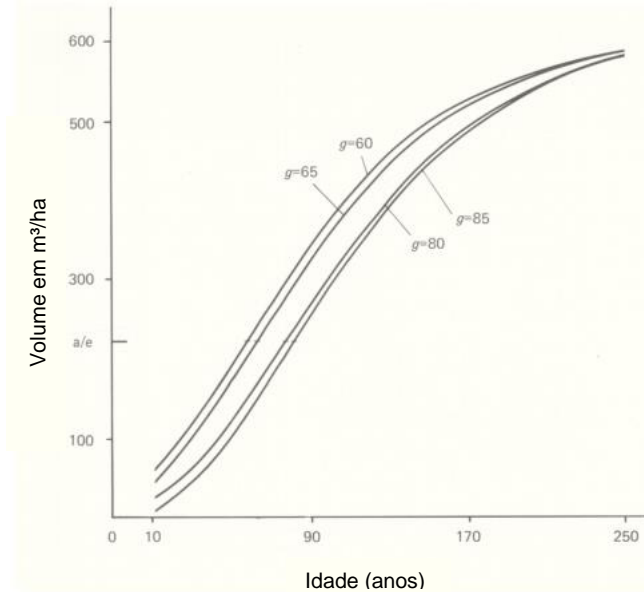


FIGURA 2.5 - FORMATOS DA FUNÇÃO DE CRESCIMENTO DE GOMPERTZ PARA DIVERSOS VALORES DE g , COM a E c FIXOS

FONTE: NOKOE (1978)

Já, variando-se os valores do coeficiente c , de 0,01 a 0,04, e mantendo-se os coeficientes a e g constantes, a curva apresenta padrões bastante distintos, apesar dos valores máximos finais (assíntota) serem muito semelhantes (FIGURA 2.6).

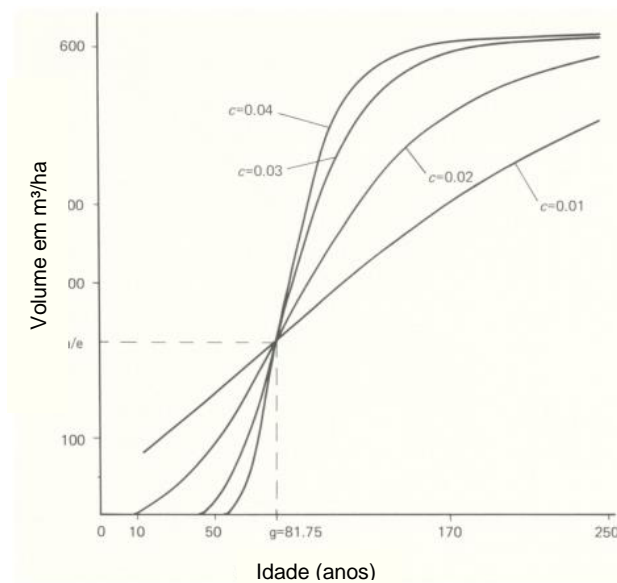


FIGURA 2.6 - FORMATOS DA FUNÇÃO DE CRESCIMENTO DE GOMPERTZ PARA DIVERSOS VALORES DE c , COM a E g FIXOS

FONTE: NOKOE (1978)

2.7.4 Chapman-Richards

Alguns autores a denominam de Chapman-Richards (ZEIDE, 1993; SANQUETTA *et al.*, 2010; AHMADI *et al.*, 2013, dentre outros) e outros autores, de Richards (HUANG; TITUS; WIENS, 1992; ZHANG, 1997; NUNES *et al.* 2011; BURKHART; TOMÉ, 2012, dentre outros).

A marca registrada da função de Chapman-Richards é a sua flexibilidade. Embora a equação tenha sido primeiramente reportada por Mitscherlich em 1919, ela só se tornou conhecida para os pesquisadores americanos 40 anos mais tarde através de Richards (RICHARDS, 1959). Esta equação é valorizada pela sua acurácia e é mais usada do que qualquer outra em estudos de crescimento de árvores e povoamentos (ZEIDE, 1993).

A equação de Chapman-Richards foi derivada da equação de crescimento de von Bertalanffy (1938), concebida para a modelagem do crescimento animal (PIENAAR; TURNBULL, 1973; TURNBULL, 1963), ampliando sua forma de aplicação, já que esta “possui considerável flexibilidade mas é utilizada somente para fornecer um ajuste empírico” (RICHARDS, 1959, p. 290). A diferença entre as duas equações é que o parâmetro c , restrito ao valor 3 no caso da equação de von Bertalanffy, pode assumir qualquer valor no caso da equação de Chapman-Richards (ZEIDE, 1993).

A equação de Chapman-Richards (1959) foi inicialmente introduzida para aplicações florestais por Turnbull (1963), sendo introduzida no Brasil por Machado (1978), e tem sido amplamente utilizada em estudos de crescimento e produção de árvores e povoamentos (ZEIDE, 1993).

Esta função descreve a taxa de crescimento absoluto como a diferença entre uma taxa anabólica (metabolismo construtivo), que em plantas é proporcional à área fotossinteticamente ativa, e uma taxa catabólica (metabolismo destrutivo), que é proporcional à biomassa (BURKHART; TOMÉ, 2012).

A forma diferencial da função de Chapman-Richards é a seguir representada:

$$\frac{dY}{dt} = a Y^m - b Y$$

Por integração (equação diferencial de Bernoulli), sua função de produção correspondente é:

$$Y = A (1 - ce^{-kt})^{\frac{1}{1-m}}$$

em que os parâmetros c , k e A são:

$$c = e^{(1-m)bt_0} = e^{-kt_0}$$

$$k = (1 - m) b$$

$$A = \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{1-m}}$$

O expoente m é frequentemente considerado igual a $2/3$. É importante notar que as funções Monomolecular, Logística e Gompertz são casos particulares da função de Richards, quando o parâmetro m assume, respectivamente, os valores 0 , 2 , ou tende a 1 (BURKHART; TOMÉ, 2012).

Burkhart e Tomé (2012) demonstraram a flexibilidade da função de Chapman-Richards e o efeito dos três parâmetros sobre sua respectiva forma. A FIGURA 2.7 ilustra que maiores valores de k produzem maiores taxas de crescimento, enquanto que menores valores de m resultam em maiores taxas de crescimento. Como esperado, a assíntota A também está relacionada positivamente com maiores produtividades.

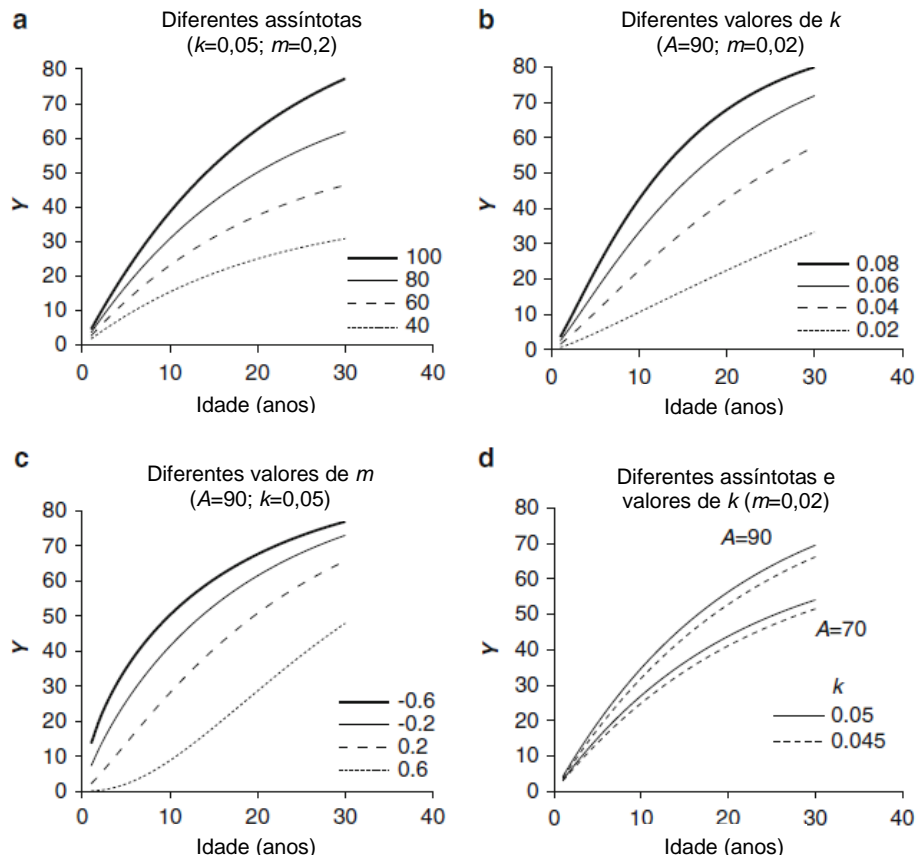


FIGURA 2.7 - FLEXIBILIDADE DA FUNÇÃO DE CRESCIMENTO DE CHAPMAN-RICHARDS COM A VARIAÇÃO DE VALORES DOS PARÂMETROS

FONTE: BURKHART; TOMÉ (2012)

A FIGURA 2.8 evidencia os efeitos da mudança de valores dos parâmetros k e m sobre a localização do ponto de inflexão e o valor de Y correspondente.

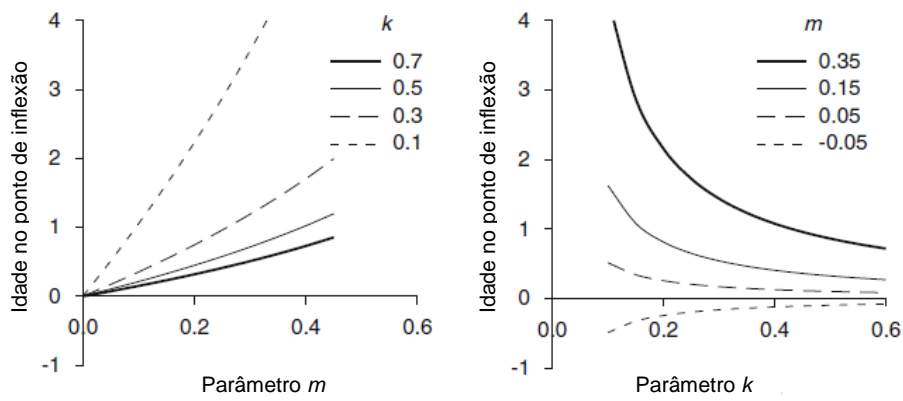


FIGURA 2.8 - EFEITO DOS PARÂMETROS k E m DA FUNÇÃO DE CRESCIMENTO DE CHAPMAN-RICHARDS NO PONTO DE INFLEXÃO DE Y

FONTE: BURKHART; TOMÉ (2012)

Ainda, a FIGURA 2.9 evidencia que maiores valores do parâmetro k resultam em pontos de inflexão anteriores, enquanto a relação oposta pode ser observada com o parâmetro m . O valor de Y no momento em que o ponto de inflexão ocorre é maior para valores mais elevados de assíntota, mas é inversamente relacionado com o valor do parâmetro m .

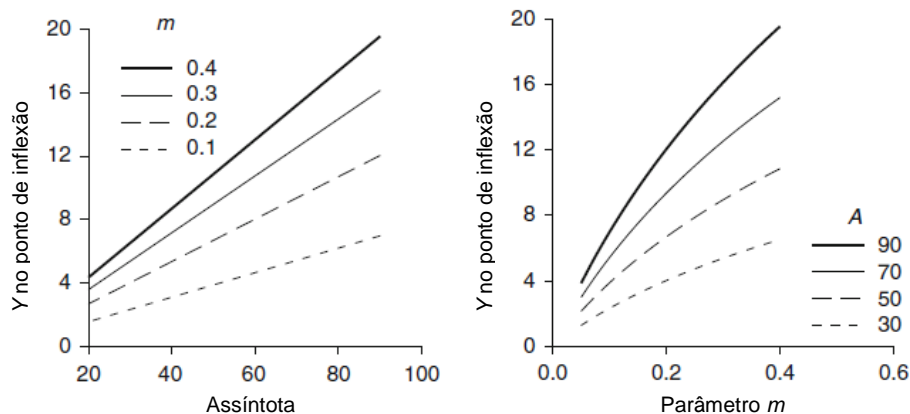


FIGURA 2.9 - EFEITO DA ASSÍNTOTA A E DO PARÂMETRO m DA FUNÇÃO DE CRESCIMENTO DE CHAPMAN-RICHARDS NO PONTO DE INFLEXÃO DE Y

FONTE: BURKHART; TOMÉ (2012)

A equação de Chapman-Richards é flexível e geralmente se adapta bem aos dados de crescimento (ZHAO-GANG; FENG-RI, 2003). No entanto, Ratkowsky (1983) questiona a utilidade desta função devido às suas propriedades matemáticas intrínsecas, que na prática, podem levar à instabilidade na estimativa dos parâmetros. Uma forma de superar este problema é a utilização de um julgamento experiente para a estimativa da assíntota e aplicar regressão não linear para estimar os demais parâmetros para o ajuste de dados (BURKHART; TOMÉ, 2012).

2.7.5 Hossfeld IV e suas modificações

A equação de crescimento Hossfeld IV é a mais antiga. Proposta para a predição do crescimento de árvores em 1822 por Peschel (1938), esta equação apresenta muito bom desempenho e é quase tão acurada quanto à de Chapman-

Richards, a qual domina a grande maioria dos estudos de crescimento (ZEIDE, 1993):

$$Y = \frac{t^k}{c + t^k / A} = A \frac{t^k}{Ac + t^k} = A \frac{t^k}{c_1 + t^k}$$

em que A é assíntota, c e k são os demais parâmetros e t é a idade (BURKHART; TOMÉ, 2012).

KIVISTE⁶ (1988, citado por ZEIDE, 1993; BURKHART; TOMÉ, 2012) analisou 31 equações de crescimento de três parâmetros e considerou que a função Hossfeld IV é a terceira mais acurada dentre aquelas quando as principais variáveis do povoamento (altura, diâmetro e volume) são consideradas conjuntamente. O autor a considerou a melhor equação para predição de volume.

A função de Hossfeld IV também pode ser obtida a partir da função Logística generalizada, e em alguns casos é também denominada função Log-logística (CIESZEWSKI 2000; DIEGUÉZ-ARANDA *et al.* 2006; BURKHART; TOMÉ, 2012).

As equações mais acuradas com três ou mais parâmetros (Levakovic I, Levakovic III e Yoshida), são modificações da equação de Hossfeld IV (ZEIDE, 1993).

2.7.6 Weibull

Originalmente concebida para descrever uma distribuição de probabilidade, a função Weibull tem provado ser um bom modelo empírico de crescimento das árvores. Yang; Kozak e Smith (1978) relataram que esta equação é mais precisa do que as equações de Gompertz ou von Bertalanffy. Dolph (1991) comparou estas equações no processo de construção de curvas de índices de sítio para *Abies magnifica* (abeto vermelho – *douglas fir*), e descobriu que a equação de Weibull foi mais precisa do que a de Chapman-Richards. Ao contrário de todas as outras funções, a equação de Weibull apresenta o aumento do crescimento como uma

⁶ KIVISTE, A. **Mathematical functions of forest growth**. Estonian Agricultural Academy, Tartu. 1988. Documento em Russo.

power function da idade. Ela ocupa o quarto lugar no ranking de Kiviste⁷ (1988) de equações de três parâmetros e é particularmente boa para a modelagem do crescimento em diâmetro de povoamentos. Zeide (1989) descobriu que a equação de Weibull é menos precisa do que as equações de Korf e Chapman-Richards (ZEIDE, 1993).

Segundo Burkhart e Tomé (2012), a função Weibull multiplicada pelo parâmetro *A* tem sido utilizada com êxito em modelagem florestal. Para exemplificar, citaram Yang, Kozak e Smith (1978), que utilizaram a função Weibull modificada para o ajuste de curvas altura-idade e volume-idade para árvores individuais e povoamentos; e Payandeh e Wang (PAYANDEH; WANG, 1995), que utilizaram esta função para o ajuste de modelos de índice de sítio. Sua forma básica é:

$$Y = A \left(1 - e^{-kt^b} \right)$$

Zeide (1993) analisou 12 equações de crescimento incluindo tanto equações populares, como Chapman-Richards, Gompertz e os modelos logísticos, como equações menos conhecidas, no entanto promissoras. Na sua análise, não considerou nenhuma equação polinomial, já que estas são desprovidas de interpretação biológica.

2.8 RELAÇÃO HIPSOMÉTRICA

A relação existente entre a altura e o diâmetro à altura do peito (DAP) de uma árvore é um dos componentes mais importantes da estrutura e da dinâmica da floresta. Estimativas de volume de madeira, índice de sítio, sucessão e sequestro de carbono são altamente dependentes desta relação (SPURR, 1952; VANCLAY, 1994; PENG; ZHANG; LIU, 2001; AHMADI *et al.*, 2013). O DAP é uma das variáveis mais medidas em inventários florestais, pois é de fácil medição e de pouco investimento de tempo e custo e um alto nível de acuracidade. Por outro lado, a medição da altura demanda mais tempo e é bastante dificultada pela possibilidade de erro do

⁷ KIVISTE, A. **Mathematical functions of forest growth**. Estonian Agricultural Academy, Tartu. 1988. Documento em Russo.

observador, além da eventual existência de obstáculos visuais. Logo, na maioria dos inventários florestais, são medidas alturas de apenas algumas árvores enquanto são medidos os diâmetros (DAP) de todas. Conseqüentemente, equações altura-DAP são muito úteis para a predição das alturas não medidas (HUANG; PRICE; TITUS, 2000; PENG; ZHANG; LIU, 2001; LUMBRES *et al.*, 2011; AHMADI *et al.*, 2013).

A relação entre as variáveis dendrométricas altura e diâmetro varia com a espécie, sendo o ângulo de curvatura desta relação característico de cada espécie. Entretanto, para uma mesma espécie, o ângulo de curvatura apresenta-se mais ou menos constante para diferentes sítios, idades e mesmo para diferentes posições sociológicas da árvore, variando apenas, nestes casos, a assíntota da curva (LOETSCH; ZÖHRER; HALLER, 1973; FINGER *et al.*, 2000).

A grande maioria dos modelos utilizados para analisar a relação altura-diâmetro em árvores são os originalmente propostos para o estudo do crescimento. As curvas de altura-diâmetro não representam uma relação biológica definida, tal como altura-idade ou diâmetro-idade. Biologicamente, a altura não é uma função do diâmetro, já que ambos crescem simultaneamente com a idade (CHAPMAN; MEYER, 1949; BATISTA; COUTO; MARQUESINI, 2001). No entanto, se duas variáveis correlacionam-se individualmente com uma terceira variável, então elas devem correlacionar-se também entre si. Desde que tanto a altura como o diâmetro estão correlacionados com a idade, a altura também deve apresentar correlação com o diâmetro (HUSCH; MILLER; BEERS, 1972).

As equações embasadas na relação altura-diâmetro tem sido alvo de bastante atenção na literatura, dada sua importância na modelagem de plantações florestais, não só em sistemas de distribuição diamétrica, mas também em projeções de tabelas de povoamento e simulações de crescimento e produção de árvores individuais. (BURKHART; TOMÉ, 2012).

Fatores físicos e fisiológicos criam relações estatísticas não lineares entre diâmetro e altura da árvore em povoamentos florestais (PRETZSCH, 2009) e, portanto, funções não lineares de crescimento têm sido frequentemente utilizadas para modelar as relações altura-diâmetro (ZHANG, 1997).

Uma grande variedade de modelos foi proposta para a relação altura-diâmetro para diferentes espécies e regiões florestais, tanto em abordagens lineares como não lineares.

Curtis (1967) comparou 13 equações altura-diâmetro e altura-diâmetro-idade para pseudotsuga (*Pseudotsuga menziesii*) usando técnicas de regressão linear e verificou que a maioria resultava em valores muito similares dentro do intervalo de dados observado. No entanto, algumas formas eram mais estáveis do que outras quando se realizavam extrapolações.

Wang e Hann (1988) utilizaram duas equações para prever a altura em função do diâmetro à altura do peito para 16 espécies da região Centro Oeste de Oregon e utilizaram técnicas de regressão não linear ponderada.

Huang, Titus e Wiens (1992) ajustaram 20 funções não lineares para dados de altura-diâmetro de 16 espécies utilizando regressão não linear pelo método dos mínimos quadrados ponderado, uma vez que a variância do erro aumentava com o aumento da variável dependente. Estes autores observaram que as funções Weibull, Logística Modificada, Chapman-Richards e Schnute, de forma geral, forneciam os resultados mais satisfatórios.

Aratzis e Burkhart (1992) avaliaram formas de modelos para a estimativa da altura em função do diâmetro em plantações de *Pinus taeda* e encontraram a seguinte forma:

$$\ln h = b_0 + b_1 d^{-1}$$

em que h é a altura total de uma árvore de DAP igual a d . Burkhart e Tomé (2012) mencionam que esta forma é muito utilizada no contexto de modelos de distribuição diamétrica desenvolvidos para predição de crescimento e produção, quando as alturas são estimadas a partir de classes de diâmetro.

Machado *et al.* (1994) analisaram o comportamento da relação hipsométrica de plantações de *Pinus elliottii* com relação à idade, verificando a existência de efeitos significativos da idade sobre as curvas de altura em função do diâmetro, desde que os intervalos entre as idades não fossem muito pequenos. No entanto, para a comparação entre classes de idade mais velhas (21-23 anos e 28-29 anos), não houve diferença, indicando a estabilização da relação hipsométrica com o avanço da idade. O modelo utilizado para a estimativa das alturas em relação ao diâmetro foi o de Henricksen (MACHADO *et al.*, 1994), considerado o melhor dentre os 10 testados no estudo.

Moore, Zhang e Stuck (1996) ajustaram as funções Wykoff e Lundqvist para dados de altura-diâmetro para as dez principais espécies do interior do Noroeste dos Estados Unidos. Os modelos ajustaram os dados igualmente bem para todas as espécies. Embora ambos tenham estimado valores de alturas similares para árvores de pequenos diâmetros, e tenham superestimado alturas de árvores intermediárias, a última apresentou menores erros de estimativa para a maioria das árvores, principalmente as de maiores dimensões e, portanto, de forma geral, apresentou melhor performance.

Zhang (1997) ajustou seis funções não lineares de crescimento habitualmente utilizadas para dados de altura-diâmetro de dez espécies de coníferas no noroeste dos Estados Unidos. Os conjuntos de dados representavam uma grande variação de tamanho de árvores, especialmente de árvores de maiores dimensões, com altura total e DAP próximos à assíntota. Foram utilizadas as seguintes funções: Gompertz (WINSOR, 1932), Exponencial (RATKOWSKY, 1990), Korf/Lundqvist (ZEIDE, 1989), Richards (1959), Weibull (YANG; KOZAK; SMITH, 1978), e Schnute (1981). Estas funções foram revisadas e avaliadas por Zeide (1993) quanto ao seu desempenho, além de serem consideradas promissoras para estimativas da relação altura-diâmetro por diversos outros autores (BREWER; BURNS; CAO, 1985; ARABATZIS; BURKHART, 1992; HUANG; TITUS; WIENS, 1992). Os modelos foram avaliados pelas estatísticas, desempenho de predição e validação cruzada de Monte Carlo. As estatísticas dos modelos revelaram ajustes igualmente bons, embora tenham resultado em diferentes estimativas de assíntotas. Em geral, a função Gompertz gerou os menores coeficientes para assíntota para todas as espécies, enquanto Richards, Weibull e Schnute resultaram em assíntotas similares entre si. Tipicamente, o parâmetro menos estável de funções de crescimento não lineares é o coeficiente da assíntota (RATKOWSKY, 1983; ZHANG, 1997), podendo gerar valores assintóticos insensatos sob o ponto de vista biológico, principalmente quando há poucas observações próximas à assíntota. A avaliação da performance dos modelos através da validação cruzada de Monte Carlo resultou em erros de estimativa da média similares para árvores de pequeno e médio porte. No entanto, para árvores de maiores dimensões (com DAP superiores a 100 cm), com exceção de Gompertz, as demais cinco funções superestimaram as alturas de cinco espécies, mas subestimaram as alturas de outras duas espécies. De modo geral, dentre estas cinco funções, Korf/Lundqvist e a Exponencial geraram as maiores

superestimativas; e as funções Schnute, Weibull, e Richards foram superiores no desempenho de predição. A função Gompertz sempre subestimou as alturas das árvores maiores (ZHANG, 1997).

Peng, Zhang e Liu (2001) ajustaram seis modelos não lineares de crescimento frequentemente utilizados para dados de altura-diâmetro de nove espécies nas florestas boreais de Ontario (Canadá). Seus resultados mostraram que todas as funções foram capazes de capturar a relação altura-diâmetro e ajustar os dados adequadamente bem, embora tenham produzido estimativas diferentes de assíntota. Os modelos sigmoidais Chapman-Richards, Weibull e Schnute proveram as predições mais satisfatórias de altura baseadas no critério de desempenho de predição. Sanchez *et al.* (2003) avaliaram 26 funções lineares e não lineares para a relação altura-diâmetro para *Pinus radiata* D. Don na região da Galícia, no Noroeste da Espanha. Utilizando o método de validação cruzada para avaliar o desempenho dos modelos, concluindo que o modelo Tomé (TOMÉ, 1989) resultou nas melhores estimativas de altura.

Eerikäinen (2003) analisou a relação altura-diâmetro de *Pinus kesiya* (Royle ex Gordon) em plantações florestais na Zambia e Zimbabwe, e utilizou uma equação *power type*, concluindo que este tipo de modelo se aplicou bem à finalidade de prever esta relação.

Soares *et al.* (2004) testaram diversos modelos hipsométricos tradicionais e genéricos selecionados na literatura florestal, observando-se o comportamento de cada um em diferentes agrupamentos de variáveis independentes do povoamento florestal (por parcela, por idade, por sítio, por sítio e idade e para todas as parcelas). Utilizando dados de um povoamento de *Eucalyptus grandis*, com idades variando entre 4,0 e 7,1 anos, os autores consideraram que o ajuste do modelo genérico propiciou boas estimativas, indicando a possibilidade de seu uso em substituição aos modelos tradicionais. Os autores concluíram ainda que o ajuste por parcela utilizando modelos tradicionais é o procedimento ideal para estimar a altura das árvores.

Diequez-Aranda *et al.* (2006) desenvolveram um modelo dinâmico de crescimento para plantações de pinheiro-da-escócia (*Pinus sylvestris* L.) na Região da Galícia (Noroeste da Espanha), utilizando dados de parcelas permanentes com idades entre 10 e 55 anos. Neste modelo, as condições iniciais do povoamento, em qualquer ponto do tempo, são definidas por três variáveis (número de árvores por

hectare, área basal e altura dominante) utilizadas para estimar o volume dividido em classes comerciais para uma determinada idade projetada. O modelo utiliza três funções de transição expressas como equações diferenciais de três variáveis correspondentes utilizadas para projetar o estado do povoamento em qualquer ponto do tempo. Adicionalmente, o modelo incorpora uma função para predizer a área basal inicial do povoamento, que pode ser utilizada para estabelecer o ponto inicial da simulação, caso o povoamento ainda não tenha sido implantado ou quando os dados de inventário estiverem disponíveis. Para a estimativa do número de árvores em cada classe diamétrica, utiliza-se a função de distribuição de Weibull, usando os momentos de primeira e segunda ordem desta (média aritmética do diâmetro e variância, respectivamente). Utilizando-se uma função geral altura-diâmetro para estimar a altura da árvore média em cada classe de diâmetro, combinada com uma função de afilamento que utiliza o diâmetro e a altura anteriormente prognosticados, estima-se o volume total e o volume comercial do povoamento.

Lumbres *et al.* (2011) ajustaram modelos para a relação altura-diâmetro para três espécies de *Pinus* spp. e uma de *Larix* spp. na Coréia do Sul utilizando as seis funções não lineares de crescimento mais usualmente utilizadas. Os autores demonstraram que a Logística Modificada e a Korf/Lundqvist tiveram melhor desempenho quando comparados às demais funções do estudo.

Ahmadi *et al.* (2013) testaram o ajuste de seis funções não lineares de crescimento (Chapman-Richards, Schnute, Korf/Lundqvist, Weibull, Logística Modificada e Exponencial) para dados de altura-diâmetro de *Fagus orientalis* nas florestas do Irã. Os autores também encontraram grandes diferenças nas estimativas dos parâmetros assintóticos. Dentre as funções, a Logística Modificada apresentou a pior performance devido à grande tendenciosidade (*bias*) do modelo. As funções Exponencial e Korf/Lundqvist foram descartadas devido a, respectivamente, seu comportamento biologicamente ilógico e estimativas insensatas dos coeficientes assintóticos. De forma geral, consideraram que as funções Chapman-Richards, Weibull e Schnute forneceram as predições mais satisfatórias.

No entanto, Machado *et al.* (1994) enfatizam que a relação hipsométrica não é uma relação dendrométrica muito forte, já que existe uma grande variabilidade de alturas para uma mesma classe de diâmetro. Assim, na maioria dos casos, as estatísticas de ajuste e precisão podem resultar em valores relativamente precários,

sobretudo para as idades mais avançadas em povoamentos florestais, onde a estrutura tenha sido alterada pela realização de desbastes.

Considerando que a relação hipsométrica é influenciada pela idade, sítio, densidade, tamanho da copa e espécie (HUSCH; MILLER; BEERS, 1972; LOETSCH; ZÖHRER; HALLER, 1973; SCOLFORO, 1997b), Caldeira *et al.* (2002) testaram 18 modelos lineares e 1 não linear para o ajuste da altura de árvores de um povoamento de *Acacia mearnsii* em função do DAP e da idade e concluíram que a inclusão da variável idade no modelo matemático aumenta a precisão das estimativas de altura, quando se utiliza povoamentos com idades diferentes.

Oliveira e Oliveira (1988), utilizando árvores de povoamentos de regeneração natural da bracatinga, com idades entre 4,5 e 9,5 anos, de diferentes densidades e sítios, ajustaram um modelo linear com 4 parâmetros para estimar a altura em função das seguintes variáveis: DAP, DAP² e DAP*h_{dom}. Os autores relatam erros inferiores a 10% em estimativas da altura média, sendo que os valores mais precisos são obtidos em sítios de qualidades boa e média.

Cardoso (1989) analisou a influência da idade, sítio, densidade e posição sociológica na relação hipsométrica de *Pinus taeda* no Estado do Paraná. Para tanto, a autora testou funções genéricas, utilizando variáveis independentes como: altura dominante, diâmetro médio, diâmetro mínimo, diâmetro máximo e idade, bem como suas transformações.

Barros *et al.* (2002) testaram 14 modelos tradicionais selecionados na literatura e também oito modelos genéricos para a estimativa da altura total de árvores de *Pinus oocarpa* em função de variáveis como: altura dominante, diâmetro médio quadrático e idade, bem como suas diversas transformações. Os autores constataram que os modelos genéricos apresentaram desempenho satisfatório, sobretudo os que incluem a altura dominante como variável independente, fornecendo, de forma geral, melhores estatísticas de ajuste (coeficiente de determinação e erro padrão de estimativa) em relação aos modelos tradicionais.

Nesta linha, Ferreira (2007) desenvolveu um modelo hipsométrico linear para estimar a altura total de árvores de *Eucalyptus urophylla* em função das seguintes variáveis: h_{dom}, ln(DAP), 1/h_{dom}, e (h_{dom})².

2.9 VOLUME INDIVIDUAL E VOLUME POR UNIDADE DE ÁREA

O volume de uma árvore é considerado como sendo uma função do DAP, alguma medida de altura e uma expressão da forma da árvore. Essa medida da altura pode referir-se à altura total ou comercial da árvore e a expressão da forma pode ser representada pelo quociente ou fator de forma (CLUTTER *et al.*, 1983).

Diversas metodologias têm sido empregadas para a obtenção do volume individual. O método tradicional envolve a obtenção do volume por árvore individual através da medição do diâmetro e da altura e a aplicação de um fator de forma para a espécie ou o ajuste de equações volumétricas. Outro método bastante flexível é a utilização de uma função de afilamento que, através de cálculo integral, fornece o volume total e/ou volumes parciais (toras), possibilitando, portanto, a determinação do sortimento da floresta. Para estes casos, o volume ou produção por unidade de área é obtido, então, pelo somatório dos volumes das árvores individuais (ROSOT, 1989).

Diversos modelos de volume do tronco foram propostos. A seguir são relacionadas algumas equações de volume para árvores individuais frequentemente utilizadas para volume total (CLUTTER *et al.*, 1989; ROSOT, 1989; BURKHART; TOMÉ, 2012; DOBNER JUNIOR *et al.*, 2013; dentre outros):

a) do fator de forma constante;

$$v_i = b_0(d_i^2 h_i) + \varepsilon_i$$

b) da variável combinada (ou, de Spurr, 1952);

$$v_i = b_0 + b_1(d_i^2 h_i) + \varepsilon_i$$

c) da variável combinada generalizada;

$$v_i = b_0 + b_1 d_i^2 + b_2 h_i + b_3 d_i^2 h_i + \varepsilon_i$$

d) Schumacher-Hall (1933);

$$v_i = b_0 + b_1 d_i^{b_2} h_i^{b_3} + \varepsilon_i$$

e) Schumacher-Hall (1933) – na forma linear;

$$\ln v_i = b_0 + b_1 \ln d_i + b_2 \ln h_i + \varepsilon_i$$

f) da variável transformada de Honer (1965);

$$v_i = d_i^2 / (b_0 + b_1 h_i^{-1}) + \varepsilon_i$$

g) da classe de forma;

$$v_i = b_0 + b_1 d_i^2 h_i F + \varepsilon_i$$

h) Husch (1963);

$$\ln v_i = b_0 + b_1 \ln d_i + \varepsilon_i$$

em que:

v_i = volume individual da árvore

d_i = diâmetro a 1,30 m de altura – DAP (cm)

h_i = altura total da árvore (m)

\ln = logaritmo neperiano

F = expressão da forma da árvore

b_1, b_2, b_3 = coeficientes a serem estimados

ε_i = erro

Dentre as funções de afilamento mais utilizadas em estudos para plantações florestais, destacam-se principalmente as funções relacionadas a seguir (CAO; BURKHART; MAX, 1980; FIGUEIREDO-FILHO; BORDERS; HITCH, 1996; DOBNER JUNIOR *et al.*, 2013; dentre outros);

a) polinomial do 2º grau, ou de Kozak *et al.* (1969);

$$\frac{d_i}{DAP} = \sqrt{b_0 + b_1 \left(\frac{h_i}{H}\right) + b_2 \left(\frac{h_i}{H}\right)^2} + \varepsilon_i$$

b) polinomial do 5º grau, ou de Prodan (1965);

$$\frac{d_i}{DAP} = b_0 + b_1 \left(\frac{h_i}{H}\right) + b_2 \left(\frac{h_i}{H}\right)^2 + b_3 \left(\frac{h_i}{H}\right)^3 + b_4 \left(\frac{h_i}{H}\right)^4 + b_5 \left(\frac{h_i}{H}\right)^5 + \varepsilon_i$$

c) polinomial de potências múltiplas e fracionárias, ou de Hradetzky (1976).

$$\frac{d_i}{D} = b_0 + b_1 \left(\frac{h_i}{H}\right)^{p_1} + b_2 \left(\frac{h_i}{H}\right)^{p_2} + \dots + b_n \left(\frac{h_i}{H}\right)^{p_n} + \varepsilon_i$$

em que:

d_i = diâmetro do fuste medido a uma altura h_i (cm)

D = diâmetro a 1,30 m de altura – DAP (cm)

h_i = altura medida ao longo do fuste (m)

H = altura total (m)

b_1, b_2, b_3 = coeficientes a serem estimados

p_i = potências do polinômio de Hradetzky a serem selecionadas

ε_i = erro

Kozak e Smith (1966) realizaram ensaios de estatística multivariada e de outros métodos de análise do afilamento da árvore, concluindo que o uso de funções simples, de sortimento e métodos gráficos é adequado para muitos usos em operações e pesquisa.

Cao e Burkhart (1980) observaram que o sortimento dos produtos florestais é, por vezes, definido em termos de múltiplos de comprimento fixo. Conseqüentemente, são necessárias equações para estimar o volume em qualquer comprimento especificado do fuste. Os autores apresentaram funções para a estimativa do volume comercial de fustes de *Pinus taeda* a qualquer altura.

Cao, Burkhart e Max (1980) compararam dois métodos para a estimativa de volumes comerciais: modelos volumétricos e funções de afilamento, que quando integradas fornecem o volume de qualquer segmento do tronco. Para tanto, foram utilizados dados de florestas naturais e plantações de *Pinus taeda*. A função de afilamento segmentado de Max e Burkhart (1976) teve o melhor desempenho para estimar diâmetros-tronco, mas o modelo segmentado afilamento-volume foi melhor

para estimar volumes de diversas alturas e vários diâmetros. Em conclusão, os autores comentam que a escolha do método depende do objetivo, uma vez que foram verificados resultados satisfatórios com ambos os métodos.

Ahrens e Holbert (1981) desenvolveram uma função de forma para troncos de *Pinus taeda* para a estimativa do volume, utilizando análise dos componentes principais, da estatística multivariada. Os autores utilizaram dados de cubagem de 188 árvores pelo método de Hohenadl para comparar com os volumes estimados pela função de forma derivada e concluíram que a técnica utilizada é útil para a investigação da forma do tronco.

Kozak (1988) e Newnham (1988) foram os precursores no desenvolvimento de funções de afilamento de expoente variável (ou de forma variável) como funções contínuas para descrever a forma do tronco das árvores com um expoente que varia desde o solo ao topo da árvore para contabilizar as formas neiloide, parabolóide e cônica.

Fischer *et al.* (2001) realizaram um estudo para avaliar: (i) a exatidão das razões entre volumes compatíveis com sua respectiva função de afilamento; (ii) modelos polinomiais de potência inteira e modelos de potências fracionárias e inteiras, e (iii) a influência das classes de diâmetro, da produtividade dos sítios e das diferentes regiões na exatidão dos ajustes para representação do perfil do fuste de *Pinus taeda* na região nordeste do Paraná. Os autores concluíram que o ajuste das equações de afilamento deve ser preferido por sítio e classe de diâmetro, além da utilização do modelo polinomial de potências fracionárias e inteiras para as estimativas do perfil do fuste.

Kozak (2004), em um estudo de comparação entre diferentes funções de afilamento, enfatiza a necessidade da utilização de diversas estatísticas de regressão e estatísticas *lack-of-fit* para ranquear as funções, ao invés de apenas algumas, como costuma ser observado em diversos estudos sobre o tema.

Machado *et al.* (2004) testaram vários modelos de afilamento para *Pinus oocarpa* na região de Agudos do Sul, SP, em comparação ao volume obtido pela cubagem de 1100 árvores pelo método de Smalian. Os autores utilizaram as funções: polinomial do 5º grau (PRODAN, 1965), polinomial do 2º grau (KOZAK *et al.*, 1969), polinômio de potência fracionária (HRADETZKY, 1976), além dos modelos de razão de volume de Amateis e Burkhart (1987) e o de Clutter (1980), concluindo que o modelo que forneceu melhor ajuste foi o de Hradetzky.

Machado, Urbano e Conceição (2005) compararam diferentes métodos de estimativa de volume para *Pinus oocarpa* em diferentes idades e regimes de desbastes. Utilizando dados de cubagem de árvores, com e sem casca, os volumes dos fustes foram obtidos pelos seguintes métodos: cálculo pela fórmula de Smalian, e estimativas por meio de fator de forma, equação de volume (Meyer) e função de afilamento de Hradetzky (1976). Os autores não encontraram diferenças significativas entre os métodos, ao nível de 95% de probabilidade, no entanto, indicam a utilização da função de afilamento, por serem flexíveis e permitirem a estimativa de volume de forma mais detalhada, compreendendo vários sortimentos.

Kohler *et al.* (2012) testaram diferentes alternativas para a estimação de coeficientes do modelo de Schumacher e Hall, para dados de *Pinus taeda*, utilizando a forma linear (método dos mínimos quadrados) e não linear, com os algoritmos Gauss-Newton, Marquardt, Steepest descent e pelo suplemento Solver do MicrosoftExcel. Os autores verificaram que embora o ajuste pelo método linear tenha resultado em estatísticas menos precisas, não houve tendenciosidade nas menores classes de diâmetros. Os ajustes pelos métodos de Marquardt e Gauss-Newton apresentaram as melhores estatísticas de ajuste e precisão, tendo convergido para valores de coeficientes similares, resultando em estimativas análogas. E, os métodos Steepest descent e Solver forneceram resultados com tendência à subestimativas do volume.

Dobner Junior *et al.* (2013) realizaram um estudo para avaliar o crescimento de um povoamento de *Cryptomeria japonica*, a partir de dados de cubagem e análise de tronco. Utilizando os modelos volumétricos Husch (1963), Spurr (1952), Schumacher-Hall (1933) e os modelos de afilamento de Prodan (1965) e de Hradetzky (1976), verificaram que os melhores ajustes foram obtidos com os modelos de Schumacher-Hall para volume e o de Hradetzky para afilamento.

Para a estimativa do volume por unidade de área, é possível realizar a sua estimativa direta, sem a necessidade de avaliação do volume individual de cada árvore. Nesse caso, podem ser utilizados modelos em que o volume por hectare é a variável dependente e as variáveis independentes podem ser, por exemplo, a área basal, a altura dominante e o número de árvores por hectare. As equações de volume de povoamento estimam o volume do povoamento diretamente, utilizando variáveis de fácil medição, como área basal e altura dominante, por exemplo, permitindo a redução do tempo dispendido nos trabalhos de campo, bem como no

processamento dos dados, o que implica na redução direta dos custos. Por outro lado, os métodos que envolvem o cálculo dos volumes das árvores individuais para a obtenção do volume do povoamento, têm sido amplamente testados, discutidos e utilizados pela maioria das empresas florestais, de forma que já se tornaram tradicionais (ROSOT, 1989).

2.10 ALTURA DOMINANTE E ÍNDICE DE SÍTIO

Para a obtenção de informação relevante para uma tomada de decisões criteriosa em manejo florestal é necessário compreender os padrões de crescimento de uma espécie e avaliar a qualidade de sítio (AVERY; BURKHART, 1994).

Spurr (1952) define a qualidade do sítio como a soma dos fatores edáficos, biológicos e climáticos que afetam as plantas, dentre os quais um ou mais são dominantes. No contexto do manejo para produção de madeira, Clutter *et al.* (1983) definem a qualidade do sítio como o potencial de produção de madeira de um local para árvores de uma determinada espécie ou tipo de floresta. Assim, a qualidade do sítio tem significado apenas no que diz respeito a uma ou mais espécies que podem ser consideradas em um local particular.

Segundo Assmann (1970), o crescimento em altura das árvores segue um curso regular em conformidade com certas leis naturais. Na curva de incremento em altura ocorrem dois pontos de inflexão e um ponto de culminação que ocorre na mesma idade que o ponto de inflexão na curva de crescimento. Oliver e Larson, (1996) detalham que a altura de uma árvore geralmente segue uma curva sigmoide com o aumento da idade, quando a árvore está crescendo em plena luz do sol. O crescimento em altura é lento no início, quando a árvore é jovem e pequena demais para acumular energia para o crescimento apical. Conforme a árvore aumenta seu tamanho e a quantidade de folhas, mais energia torna-se disponível para o crescimento do broto terminal, causando um rápido acréscimo em altura até que esta alcance sua taxa máxima de crescimento – o grande período de crescimento. Finalmente, a taxa de crescimento diminui com o stress ocasionado pela exposição e limite do tamanho da copa.

Os níveis de crescimento e produção de certas espécies são consideravelmente variáveis de acordo com o ambiente. A altura das árvores, particularmente a altura dominante, é uma variável fortemente relacionada aos fatores ambientais e possui pequena influência dos tratamentos silviculturais e da competição entre as árvores. Assim, a altura dominante é bastante aplicada ao estudo de crescimento e produção (SANQUETTA *et al.*, 2014).

A altura das árvores dominantes em povoamentos equiâneos é usada como índice do potencial de crescimento de um sítio, uma vez que as árvores dominantes de uma determinada espécie crescem em altura aproximadamente a uma mesma taxa previsível ao longo de uma ampla diversidade de espaçamentos. A altura, expressa em índice de sítio, é geralmente considerada melhor do que o diâmetro ou o volume total para a medida da qualidade do sítio. Uma das razões para isto é que a alocação dos fotossintetatos é prioritária para o crescimento em altura, sobre o crescimento em diâmetro (OLIVER; LARSON, 1996).

Assim, a qualidade do sítio é frequentemente estimada pelo crescimento em altura, que é altamente correlacionado com a produtividade volumétrica e pouco influenciado pela variação da densidade do povoamento e tratos silviculturais (desbastes seletivos por baixo). O indicador mais comum da qualidade de sítio é o índice de sítio, definido como a altura média das árvores dominantes de parte de um povoamento (altura dominante) a uma determinada idade, chamada idade índice. Diversas definições para altura dominante são aplicadas no mundo e embora não haja consenso sobre a definição de quais e quantas árvores serão incluídas, todas consideram a medição de árvores da parte superior do dossel, ou seja, das classes dominantes e codominantes (BURKHART; TOMÉ, 2012; CLUTTER *et al.*, 1983).

A idade índice é um ponto de referência para a determinação da qualidade do sítio em diferentes áreas florestais. Apesar de a idade ser escolhida arbitrariamente, é aconselhável que a mesma seja igual ou próxima à rotação prevista (STRAND, 1964). No entanto, Clutter *et al.* (1983) consideram que para muitos conjuntos de curvas de índice de sítio, pouca diferença é observada na prática com relação a idade índice escolhida.

Segundo Clutter *et al.* (1983), as equações de índice de sítio podem ser desenvolvidas a partir de dados de altura obtidas de três fontes principais: (i) medição da altura de povoamentos em parcelas temporárias a uma determinada idade; (ii) medições de altura repetidas em diversas idades em parcelas

permanentes; e (iii) reconstrução do padrão de desenvolvimento de altura/idade de árvores individuais, por meio da análise de tronco. Dentre estas, as parcelas permanentes oferecem os melhores dados para o desenvolvimento de curvas de índice de sítio. No entanto, a obtenção dos dados dessa forma é mais dispendiosa, e estes poderão ser utilizados somente após várias remedições periódicas. Por outro lado, a análise de tronco proporciona resultados com qualidade semelhante aos obtidos por remedições de parcelas permanentes, com a vantagem de serem obtidos em muito menos tempo.

O crescimento em altura, em pleno sol, é aproximadamente o mesmo para uma mesma espécie sob condições similares de sítio, podendo variar anamórfica ou polimórficamente (OLIVER; LARSON, 1996). Gerar curvas de índice de sítio anamórficas é considerar que as diferenças em sítios resultam em diferenças similares nas taxas de crescimento em altura para todas as idades, partindo do princípio que a altura é uma função linear da idade. Por outro lado, as curvas de índice de sítio polimórficas, desenvolvidas por Osborne e Schumacher (1935) partem do pressuposto que o crescimento das árvores varia de sítio para sítio (MACHADO, 1980; CLUTTER *et al.*, 1983).

Segundo Machado (1980), os métodos analíticos para a construção de curvas de índice de sítio começaram a ser usados a partir da década de 1940, para eliminar a subjetividade que existia no método gráfico. Inicialmente, eram utilizadas curvas anamórficas, e mais tarde, com o desenvolvimento destes métodos, é que se iniciou a utilização de curvas polimórficas, bastante utilizadas à época.

Scolforo (1992) utilizou os seguintes procedimentos para identificar se o padrão das curvas de sítio era anamórfico ou polimórfico:

- a) verificação do coeficiente de variação das alturas médias das árvores dominantes por classe de sítio e idade, já que uma das pressuposições básicas do anamorfismo é que este valor seja semelhante em todas as idades nas classes de sítio;
- b) verificação da existência de relação linear entre o índice de sítio e as alturas dominantes médias nas várias idades consideradas, expressando que o índice de sítio não depende da idade, mas, sim, da capacidade produtiva do local.

As curvas de índice de sítio podem ser construídas tanto para mostrar o desenvolvimento de um povoamento que atinge uma determinada altura a uma determinada idade, como para a finalidade de classificação. A forma das curvas resultantes depende, até certo ponto, do tipo de função utilizada para o ajuste. Assim, diante da grande amplitude de variação biológica que ocorre naturalmente, é importante que a função seja bastante flexível (STRAND, 1964).

Clutter *et al.* (1983) comentam que a base para a construção das curvas de índice de sítio é que a altura dominante média das árvores da parcela permaneça numa mesma classe de sítio durante toda a sua vida, para que esta classificação propicie um suporte confiável para os estudos de crescimento e produção florestal.

Entretanto, Avery e Burkhart (1994) afirmaram que o índice de sítio não é uma constante, mudando periodicamente em consequência de variações ambientais e climáticas. O seu valor para uma determinada espécie não pode ser utilizado para diferentes espécies no mesmo sítio.

Apesar de algumas limitações, o índice de sítio é o método mais utilizado para definir a potencialidade dos sítios florestais e assim o será até que métodos que conjuguem a soma de vários fatores ambientais possam ser traduzidos de forma numérica mais correta e acessível aos usuários do setor (CUNHA NETO, 1994).

Panik (2014) divide os modelos de classificação de sítio em três categorias:

- a) baseados especificamente na idade (BAS - *base-age-specific*);
- b) abordagem da diferença algébrica (ADA - *algebraic difference approach*);
- c) abordagem da diferença algébrica generalizada (GADA - *generalized algebraic difference approach*).

Cieszewski e Bailey (2000) enfatizaram que modelos de sítio biologicamente realísticos necessitam expressar assíntotas variáveis e polimorfismo na forma das curvas e, ainda ser constantes frente às mudanças na idade índice. E, consideram a abordagem da diferença algébrica generalizada (GADA) uma metodologia genérica para derivar equações diferenciais capazes de atender a estas premissas.

Kirby (1975) utilizou três equações para a estimativa do índice de sítio para *Pinus contorta* e *Picea glauca* (pinheiro-do-Canadá) na região de Alberta, Canadá, a partir de dados de análise de tronco e idade índice de 70 anos. O autor obteve bons resultados com as equações de Prodan e a parábola de 2º grau, sendo consideradas mais apropriadas para aplicação prática por representarem os dados de forma concisa e acurada. O autor comentou que a validade do modelo de Prodan

depende da existência de uma relação linear entre o índice de sítio e a altura das árvores dominantes para as diversas classes de idade e, uma vez que esta relação seja encontrada no conjunto de dados examinado, o modelo de Prodan poderá ser utilizado sem restrições.

Machado (1980) utilizou a função de Prodan para a estimativa de índice de sítio em função da idade para povoamentos de *Pinus taeda*, com idades entre 6 e 17 anos, na região central do Estado do Paraná. O autor considerou esta função satisfatória para o conjunto de dados, salientando que o ajuste deveria ser revisado quando o povoamento atingisse idade mais avançada e próxima ao final da rotação.

Zarnoch e Feduccia (1984) e Lenhart *et al.* (1986) utilizaram o modelo de Chapman-Richards em curvas de índice de sítio para povoamentos de *Pinus elliottii* e *Pinus taeda*, no oeste do Estado do Texas nos Estados Unidos.

Batista e Couto (1986) estudaram oito modelos lineares e não lineares de curvas de índice de sítio para dados de parcelas permanentes de plantações de *Eucalyptus grandis* e *E. saligna* em São Paulo, concluindo que o modelo mais adequado foi o proposto por Beck (1971).

Oliveira e Ahrens (1987) também utilizaram a função de Prodan (1968) em estudo preliminar para a elaboração de curvas de índice de sítio para povoamentos de *Pinus elliottii* var. *elliottii* e *P. taeda* nas regiões Sul e Sudeste do Brasil, com idades iguais ou superiores a 10 anos, e obtiveram resultados considerados consistentes nos ajustes para a idade índice de 10 anos.

Scolforo e Machado (1988a; 1988b) analisaram sete funções lineares e não lineares para a estimativa da altura dominante em função da idade para *Pinus elliottii* (SCOLFORO; MACHADO, 1988a) e *Pinus taeda* (SCOLFORO; MACHADO, 1988b), com idade índice de 20 anos e intervalo das classes de sítio de 4,5 metros. Utilizando o coeficiente de determinação, o erro padrão de estimativa e a distribuição de resíduos como critérios de seleção, os autores verificaram que as funções que resultaram em melhores ajustes para ambas as espécies foram as não lineares, com destaque para a de Chapman-Richards, cuja soma dos desvios em relação à curva foi mais próxima de zero. Contudo, os autores enfatizaram que este resultado não invalida a utilização do modelo de Prodan.

Edminster, Mathiasen e Olsen (1991) aplicaram o método da curva guia com um intervalo de confiança de 95% para a construção de curvas de índice de sítio polimórficas para *Pseudotsuga menziesii*, a uma idade índice de 100 anos. Os

autores utilizaram cinco funções não lineares: Richards (1959), Groesenbaugh, (1965), Prodan (1968), Farrar (1981) e Monserud (1984) e concluíram que a equação de Chapman-Richards apresentou melhor ajuste, resultando em 2,4 a 8,1% de superioridade nos valores dos coeficientes de determinação (computados sobre o soma de quadrados total corrigido) em relação aos demais modelos.

Menegol (1991) comparou modelos e utilizou o de Prodan para a construção de curvas polimórficas de índice de sítio, através da relação entre a altura dominante e teores nutricionais das acículas em povoamentos de *Pinus elliottii* var. *elliottii* no Segundo Planalto Paranaense. O autor selecionou os teores de magnésio, potássio, zinco e cobre foliares, pelo método *backward* e, os teores de nitrogênio, magnésio, cobre, potássio e zinco foliares pela Análise dos Componentes Principais. Pelas estatísticas, o autor verificou que magnésio e zinco são os fatores mais limitantes ao crescimento em altura.

Scolforo (1992) utilizou o método da diferença algébrica, apresentado por Bailey e Clutter (1974), na geração de curvas de índice de sítio e o teste do anamorfismo para *Pinus caribaea* var. *hondurensis*. Para tanto, ajustou os seguintes modelos: Schumacher, Richards, Bailey com três parâmetros, Bailey com quatro parâmetros, Prodan, e Clutter. Dentre os modelos testados, o de Bailey com quatro parâmetros e o de Richards (ambos com ajuste para gerar curvas anamórficas) e o modelo de Clutter (com ajuste para gerar curvas de sítio polimórficas) apresentaram resultados muito semelhantes, tanto com relação às medidas de precisão como em relação às alturas limites obtidas para cada classe de sítio definida. No entanto, o autor selecionou o modelo de Bailey com quatro parâmetros obtido por regressão não linear e o comportamento das curvas de sítio apresentou padrão anamórfico, o qual também foi constatado por Scolforo e Machado (1988a, 1988b) para *Pinus elliottii* e *P. taeda*.

Selle (1993) utilizou a função de Chapman-Richards para confeccionar curvas de índice de sítio monomórficas para *Pinus taeda*, na região de Cambará do Sul, no Rio Grande do Sul, utilizando uma idade índice de 20 anos.

Selle, Schneider e Finger (1994) utilizaram o modelo de Chapman-Richards com dois e três parâmetros para o ajuste de curvas de índice de sítio para *Pinus taeda* na região de Cambará do Sul, no Rio Grande do Sul e verificaram que ambos os modelos resultaram em bom ajuste. No entanto o modelo com três parâmetros

apresentou superioridade nos valores de R^2 (coeficiente de determinação) em relação ao de dois parâmetros para a maior parte dos ajustes.

Andenmatten e Letourneau (1997) selecionaram o modelo de Schumacher para o ajuste de curvas de índice de sítio através do método da curva guia para *Pinus ponderosa* na região Andino Patagônica de Chubut e Río Negro, na Argentina, considerando-o satisfatório, uma vez que o coeficiente de determinação resultante da regressão foi igual a 0,88.

Machado *et al.* (1997) desenvolveram curvas de índice de sítio para florestas de bracinga (*Mimosa scabrella*) da região metropolitana de Curitiba, no Paraná, utilizando 283 pares de valores de altura dominante e idade de parcelas permanentes e temporárias com 1 a 18 anos de idade. Foram ajustados oito modelos (lineares e não lineares). Os resultados indicaram que o modelo de Chapman-Richards forneceu o melhor ajuste, sendo, portanto utilizado para a construção do conjunto de curvas anamórficas de índice de sítio para a espécie. A estabilidade das curvas foi testada e verificou-se que as estimativas não possuem tendenciosidade.

Oliveira *et al.* (1998) utilizaram sete funções para a classificação do sítio para povoamentos de *Pinus elliottii* estabelecidos no Sul do Brasil e constataram que o modelo que resultou em melhor ajuste foi o seguinte:

$$H = \beta_0 e^{\beta_1 (1/I)^{\beta_2}}$$

Os autores utilizaram o teste de anamorfose das curvas pelo método de Williams (1959), testando-se as hipóteses de paralelismo e de diferenças de posição das equações obtidas com o ajuste do modelo.

Tonini *et al.* (2001) estudaram as tendências de crescimento em altura dominante de *Pinus elliottii* em Piratini, na Serra do Sudeste, no Rio Grande do Sul, analisando a viabilidade da utilização da posição do relevo como indicador de sítio. Os autores concluíram que a função de Richards (1959) com três parâmetros descreveu com precisão o crescimento em altura dominante em função da idade para todas as árvores analisadas, embora a posição do relevo, de forma geral, não tenha sido considerada um bom indicador de sítio, uma vez que houve cruzamentos das curvas de crescimento entre árvores localizadas na mesma posição topográfica.

O agrupamento gráfico visual mostrou ser eficiente na formação de grupos com semelhantes tendências de crescimento.

Tonini *et al.* (2002) realizaram a comparação entre curvas de índice de sítio para *Pinus elliottii* e *Pinus taeda* desenvolvidas no Sul do Brasil e verificaram que as curvas elaboradas por Tonini (2000) para as regiões da Serra do Sudeste e para o Litoral no Estado do Rio Grande do Sul, não apresentaram o mesmo desenvolvimento em relação às curvas construídas por Scolforo e Machado (1988a), para os estados do Paraná e de Santa Catarina.

Fontes *et al.* (2003) utilizaram as seguintes funções de crescimento para ajuste da altura dominante para *Pseudotsuga menziesii*: McDill-Amateis (MCDILL; AMATEIS, 1992), Chapman-Richards (RICHARDS, 1959) e Korf/Lundqvist (KORF, 1939), sendo estas duas últimas nas formas integral e derivadas. Os autores concluíram que a função de McDill-Amateis apresentou o melhor desempenho no ajuste.

Bila, Sanquetta e Machado (2012) avaliaram o efeito do solo e de características dendrométricas na classificação de sítios florestais para *Pinus caribaea* var. *hondurensis*. Os autores testaram os modelos de Schumacher (1939), Chapman-Richards (RICHARDS, 1959), Bailey e Clutter (1974) e Prodan (1968), para a construção da curva-guia na idade de referência de 20 anos e construíram uma matriz de correlação entre as variáveis edáficas (características químicas do solo) e dendrométrica (altura dominante na idade de referência). O modelo de Chapman-Richards forneceu o melhor ajuste.

Restslaff (2014) testou os modelos de Schumacher e o de Chapman-Richards para ajustar as curvas de índice de sítio para povoamentos de *Pinus taeda* no estado do Paraná sendo o modelo de Chapman-Richards considerado superior.

Costa, Arce e Angelo (2014, No prelo)⁸ utilizaram oito modelos para o ajuste de curvas de índice de sítio para *Pinus taeda* na região de Volta Grande, no município de Rio Negrinho, Santa Catarina. Os autores concluíram que as curvas possuem comportamento anamórfico, sendo que o modelo de Prodan apresentou melhor desempenho.

⁸ COSTA, E. R. O.; ARCE, J. E.; ANGELO, A. C. **Curvas de Índice de sítio para *Pinus taeda* L. Para a região de Volta Grande, no município de Rio Negrinho, Santa Catarina.** Curitiba, 2014. No prelo.

2.11 DISTRIBUIÇÃO DIAMÉTRICA

De forma geral, o volume do povoamento é suficiente para muitos propósitos, mas para que tanto o manejo como o planejamento florestal sejam eficazes, é necessário dispor de informações sobre a distribuição do volume por classe de diâmetro e de produtos. Em aplicações tradicionais, o número total de árvores por unidade de área é distribuída através do uso de uma função de densidade de probabilidade (fdp), que prevê a frequência relativa de árvores pelos diâmetros (BURKHART; TOMÉ, 2012).

Segundo Prodan (1968) um povoamento equiâneo onde todos os indivíduos estão sujeitos ao mesmo regime de manejo e que ainda não atingiu o seu estágio final, possui uma distribuição de frequência diamétrica que se aproxima da distribuição normal. Assim, as maiores frequências concentram-se nos valores médios e as menores, nos valores extremos. Mesmo atingido o estágio de senilidade, povoamentos puros equiâneos apresentam uma curva de frequência diamétrica de tendência unimodal, característica da distribuição normal. No entanto, teoricamente, a distribuição normal é simétrica, enquanto que a distribuição diamétrica de povoamentos puros equiâneos apresenta uma assimetria mais ou menos acentuada à direita (povoamentos mais jovens) ou à esquerda (povoamentos mais antigos).

Segundo o mesmo autor, o diâmetro médio aritmético é o mais usado em experimentos biológicos e em cálculos estatísticos, pois ele caracteriza a distribuição de frequência diamétrica de todos os povoamentos equiâneos que se aproximam de uma curva normal. Os diâmetros podem se situar numa faixa ampla ou reduzida (maior ou menor amplitude). Podem, também, concentrar-se em torno da média aritmética ou seguir outros tipos de distribuições.

A distribuição diamétrica é a ferramenta mais importante e simples para caracterizar a estrutura de uma floresta. Pois, de modo geral, o diâmetro se correlaciona muito bem com outras variáveis importantes como altura, volume, valor, custo de conversão e tipificação de produtos. A quantificação da distribuição diamétrica e a sua relação com o sítio, a composição do povoamento, a idade e a densidade são fundamentais tanto para finalidades econômicas como, também, biológicas (BAILEY; DELL, 1973; ARCE, 2004).

A distribuição diamétrica também é aplicada no sortimento florestal (SCHNEIDER *et al.*, 2008) e em modelos de produção por classe diamétrica, denominados modelos implícitos de crescimento e produção (SCOLFORO, 2006).

De acordo com Sanquetta (1996), três tipos de modelos não espaciais expressam o desenvolvimento do povoamento através da descrição da evolução das distribuições diamétricas ou de outra variável em classes: funções probabilísticas, matrizes de transição e processos de difusão. A seguir, são descritas funções probabilísticas.

2.11.1 Funções probabilísticas

A evolução das classes diamétricas pode ser expressa por funções probabilísticas com coeficientes ajustados para as características do povoamento (SANQUETTA, 1996). Os modelos probabilísticos podem expressar a distribuição empírica de diversas variáveis do povoamento, desde que seus parâmetros possam ser adequadamente estimados (SANQUETTA *et al.*, 2014). Dentre os métodos utilizados para estimar os parâmetros, os autores ressaltam os dos momentos (PEARSON, 1902), da máxima verossimilhança (*maximum likelihood*) (FISHER, 1922) e dos percentis (DUBEY, 1967).

As funções de densidade de probabilidade permitem resgatar a provável distribuição diamétrica de árvores em um povoamento florestal, descrevendo sua estrutura e possibilitando um melhor planejamento da produção (BARRA *et al.*, 2011).

Na maioria das aplicações, as funções de distribuição têm sido usadas para estimar o número de árvores por hectare por classe de diâmetro. As informações de altura são, portanto, geradas por meio de uma equação de regressão ajustada para prever as alturas médias das árvores de um determinado DAP, em povoamentos florestais equiâneos com um índice de sitio específico (ou altura média das árvores dominantes) e número total de árvores por hectare. Assim, os valores centrais das classes diamétricas com as alturas estimadas são utilizados para compor funções de forma/afilamento, volume ou peso (BURKHART; TOMÉ, 2012).

A suposição de normalidade é uma condição exigida para a realização de muitas inferências válidas a respeito de parâmetros populacionais. Portanto, testar a hipótese de normalidade é fundamental quando da avaliação dos pressupostos para a validade da inferência a ser realizada. É possível verificar a normalidade a partir de alguns gráficos, além de testes estatísticos específicos para verificar a aderência de conjunto de dados a uma distribuição normal, tais como os testes de: Shapiro-Wilk, Shapiro-Francia, qui quadrado de Pearson, Kolmogorov-Smirnov, Lilliefors, Anderson-Darling e Cramer-von Mises. Embora alguns autores tenham realizado comparações entre os testes, a existência, no entanto, de um teste adequado, com propriedades ótimas, ainda é uma questão em aberto (LEOTTI; BIRCK; RIBOLDI, 2005; HENNING; OLIVEIRA, 2012).

Burkhart e Tomé (2012) destacam as diversas funções estatísticas que podem ser utilizadas para o ajuste das curvas de distribuição diamétrica de um povoamento florestal equiâneo: beta, Weibull, gama, S_B de Johnson e lognormal. Os autores enfatizam que a seleção adequada da função de distribuição é crucial para a caracterização das probabilidades. Ao comparar estas funções, os autores demonstram que: gama, Weibull e lognormal são flexíveis em termos da habilidade de assumir uma variedade de formas, embora Weibull seja um tanto mais flexível que as outras duas e, de forma geral, esta distribuição resulta em melhores ajustes para dados florestais. Com relação à habilidade de representar diferentes tipos de assimetria, as funções gama e lognormal são limitadas a distribuições que possuam assimetria positiva (indicando uma distribuição com cauda mais longa para a direita), enquanto Weibull possui a habilidade de descrever tanto assimetrias negativas como positivas.

A função Weibull é uma das funções com melhor desempenho na modelagem da distribuição diamétrica, sendo utilizada em diversas situações na área florestal (BAILEY; DELL, 1973; SMALLEY; BAILEY, 1974; CAO; BURKHART; LEMIN JUNIOR, 1982; BURK; BURKHART, 1984; CUNHA NETO, 1994; CUNHA NETO *et al.*, 1994; MALTAMO; PUUMALAINEN; PÄIVINEN, 1995; LINDSAY; WOOD; WOOLLONS, 1996; ARCE, 2004; dentre outros), além de ser de fácil aplicação e bastante correlacionada com as características do povoamento (SANQUETTA *et al.*, 2014). A popularidade desta função se baseia na relativa simplicidade nas derivações matemáticas e também na flexibilidade em termos de forma (BAILEY; DELL, 1973).

Hafley e Schreuder (1977) comentaram que a função beta abrange um amplo espectro de formas e é consideravelmente flexível, ajustando dados com distribuição assimétrica tanto positiva como negativa. No entanto, a distribuição S_B do sistema Johnson (que consiste em três distribuições identificadas como S_B , S_L e S_U – às vezes a função normal, um caso especial das três, é incluída no sistema, indicada por S_N) é mais flexível em termos de assimetria e curtose do que a função beta.

Barra *et al.* (2011) destacaram a distribuição S_B de Johnson, a qual tem sido utilizada por diversos autores: Hafley e Schreuder (1977), Scolforo (1990), Oliveira (1995), Oliveira *et al.* (1998), Acerbi Junior *et al.* (2002).

Hafley e Schreuder (1977) ajustaram as funções de distribuição beta, S_B de Johnson, Weibull, lognormal, gama, e normal para 21 conjuntos de dados de diâmetro e de altura de árvores em povoamentos equiâneos puros naturais e plantados de *Pinus taeda*, *P. palustris* e *P. echinata* e, concluíram que as funções beta e S_B de Johnson são as distribuições mais flexíveis. E, de forma geral, a distribuição S_B de Johnson apresentou o melhor desempenho em termos de qualidade de ajuste à diversidade das amostras, além da ser fácil de ser aplicada, seguida por beta e Weibull, tanto para dados de diâmetro como de altura.

Lindsay, Wood e Woollons (1996) enfatizam que apesar da função de distribuição Weibull ser amplamente utilizada para sumarizar distribuições diamétricas e para a predição de volume em povoamentos florestais, a função de Burr pode ser considerada uma alternativa. Os autores compararam estas funções para ajustar dados de *Pinus radiata*, e concluíram que a função de Burr aumentou a precisão do ajuste, podendo ser considerada similar à Weibull em termos de efetividade na predição. Gove *et al.* (2008) e Lindsay, Wood e Woollons (1996) consideraram a função de Burr mais flexível do que a Weibull, por cobrir uma área de maior assimetria e curtose.

Monness (2001) utilizou a função de distribuição *power-normal* de três parâmetros para ajustar dados de diâmetro e altura de *Pinus sylvestris* e *Picea abies* em povoamentos jovens no Sudeste da Noruega e, concluiu que a função possui melhor desempenho do que a S_B de Johnson, já que esta última é suscetível a problemas numéricos quando ajustada pelo método da estimação por máxima verossimilhança.

Ao constatar que alguns modelos contínuos apresentavam certas distorções para dados de florestas naturais, principalmente para a variável altura, Silva *et al.* (2003) apresentaram novas opções para o ajuste de distribuições de probabilidades para a Ciência Florestal. Embora o modelo tenha sido construído com dados de alturas de florestas naturais, os autores afirmam que este poderá ser utilizado para outras espécies, principalmente se o gráfico apresentar assimetria, afastando a possibilidade de estudo por meio da distribuição normal. O modelo pode também ser adaptado para dados de diâmetro em situações onde há simetria. A função é definida por três sentenças, formada por um polinômio de grau n , uma curva crescente e uma curva decrescente positiva tendendo a zero com integral convergente no infinito e atende os requisitos matemáticos de função densidade de probabilidade: assume somente valores positivos, é contínua e sua integral, considerando todo o intervalo real, converge para um. O polinômio explicou a maior parte dos dados e, para as classes onde este não produziu bom ajuste, foram elaboradas outras duas funções. Para testar a aplicabilidade em outras situações procurou-se ajustar o modelo a dados de diâmetros e, após a aplicação do teste de Kolmogorov-Smirnov, os resultados mostraram-se satisfatórios.

Arce (2004) avaliou as distribuições diamétricas de florestas clonais de *Populus deltoides* com idades entre 1 e 9 anos, utilizando as seguintes funções probabilísticas: normal, gama, beta, S_B de Johnson e Weibull com dois e três parâmetros. O autor verificou que a função Weibull com dois parâmetros gerou os melhores resultados de ajuste, resultando em menores valores considerando a quarta potência.

Segundo Soares *et al.* (2010) compararam diferentes abordagens na modelagem da distribuição diamétrica, utilizando Weibull de dois parâmetros para a obtenção da proporção de árvores em cada classe de diâmetro, baseados em Maltamo, Puumalainen e Päivinen (1995) de que esta função é mais segura e dá maior liberdade ao parâmetro de forma, tornando-a ainda mais flexível para descrever diversas tendências. E, com o intuito de aprimorar as estimativas, os autores efetuaram o truncamento da função.

Machado *et al.* (2010) testaram funções densidade de probabilidade para a distribuição das variáveis altura total, área transversal e volume individual, utilizando dados de DAP, altura total e estimativa do volumes individual de *Araucaria angustifolia* de um fragmento de Floresta Ombrófila Mista em Curitiba, Paraná.

Foram ajustadas dez funções, incluindo algumas comumente utilizadas para distribuição diamétrica e outras desenvolvidas recentemente. A função normal, para altura, e a de Weber, para área transversal e volume individual, propiciaram os melhores ajustes, considerando três intervalos de classe (determinados pelas regras de Sturges, Dixon & Kronmal e Velleman). Os modelos se ajustaram melhor para intervalos de classe de maior tamanho, obtidos pelo método de Sturges.

Téo *et al.* (2011) ajustaram as funções de densidade probabilísticas Normal e S_B de Johnson, para dados de parcelas temporárias e permanentes de povoamentos de *Pinus taeda*, na região de Caçador, Santa Catarina, com idades compreendidas entre 5 e 11,9 anos. Para idades até 7,9 anos, os ajustes não apresentaram aderência satisfatória. As melhores aderências foram obtidas nos ajustes para idades entre 8,0 e 9,9 anos, com a S_B de Johnson e entre 10,0 e 11,9 anos, com a normal. Os autores optaram por utilizar esta última, devido aos melhores resultados obtidos no teste de sensibilidade (Kolmogorov-Smirnov) e a sua simplicidade.

É válido salientar que os diferentes resultados obtidos com as diferentes distribuições probabilísticas dependem do método utilizado para estimar os parâmetros e do critério empregado para sua comparação. Os métodos empregados para a estimativa dos parâmetros são o método dos momentos, o método da máxima verossimilhança, o método dos percentis e o método de regressão linear múltipla. Teoricamente, todos os métodos poderiam ser utilizados para as estimativas dos parâmetros de qualquer distribuição, no entanto, as pesquisas sugerem métodos específicos para cada distribuição (BAILEY; DELL, 1973; LOETSCH; ZÖHRER; HALLER, 1973; MALTAMO; PUUMALAINEN; PÄIVINEN, 1995; ARCE, 2004).

Para avaliar o ajuste dessas distribuições probabilísticas, os testes mais comumente aplicados, como o de X^2 (qui-quadrado) e o de Kolmogorov-Smirnov, não avaliam os erros discriminados por classes diamétricas. No entanto, segundo Maltamo, Puumalainen, e Päivinen (1995), podem ser utilizadas as somas de diâmetros observados e estimados do povoamento expressas em forma relativa. Estas somas podem considerar os diâmetros elevados à primeira, segunda, terceira ou quarta potências, de acordo com a ênfase desejada: em diâmetro, em área basal, em volume ou sob o ponto de vista do valor econômico da floresta, respectivamente.

2.12 MODELOS DE CRESCIMENTO E PRODUÇÃO

Clutter (1963) desenvolveu um conjunto de equações que constituem um modelo algebricamente consistente para o desenvolvimento em área basal e volume em povoamentos de *Pinus taeda*. Este sistema foi baseado na consideração de que deve existir uma relação derivada-integral entre as funções de crescimento e de projeção para volume e área basal (CURTIS, 1967; SULLIVAN; CLUTTER, 1972).

As duas principais dificuldades de se utilizar dados reais de parcelas permanentes para estimar os parâmetros em várias equações desses modelos são: (i) os parâmetros em qualquer equação não são independentes dos parâmetros das outras equações do sistema. A menos que essa dependência seja de alguma forma reconhecida no processo de estimativa, as equações não serão numericamente consistentes quando os parâmetros estimados forem inseridos no modelo; e (ii) medições sucessivas de variáveis, tais como volume do povoamento e área basal na mesma parcela, não constituem observações estatisticamente independentes e a estimativa deve levar isto em consideração (SULLIVAN; CLUTTER, 1972).

Assim, Sullivan e Clutter (1972) desenvolveram um único modelo linear que relaciona o volume projetado à idade inicial do povoamento, a idade projetada, o índice de sítio, e a área basal inicial. Se a idade projetada for igual à idade inicial, o modelo simplifica a uma equação de produção convencional.

2.13 AVALIAÇÃO, VALIDAÇÃO E SELEÇÃO DOS MODELOS

A avaliação dos modelos deve incluir verificações qualitativas e quantitativas. O componente qualitativo deve incluir uma análise crítica da lógica do modelo, assim como o seu realismo teórico e biológico. E, o componente quantitativo deve compreender testes estatísticos e comparações de predições com observações independentes das utilizadas para ajustar o modelo. A avaliação abrangente de um modelo requer várias alternativas de abordagens e critérios; não se trata de um procedimento simples, e sim de diversas etapas relacionadas que não devem ser separadas uma das outras, tampouco da construção do modelo. É

importante ressaltar que os modelos só podem ser avaliados em termos relativos, e seu valor preditivo é sempre uma questão em aberto. Assim, a avaliação do modelo é um processo contínuo (SOARES *et al.*, 1995).

Tradicionalmente, seleciona-se a “melhor” equação com base na avaliação de suas propriedades estatísticas, tais como quadrado médio do erro/resíduo, estatísticas *t* assintóticas para os parâmetros, o coeficiente de determinação (R^2) do modelo e análises de resíduos. E, o mais importante é a avaliação e a validação do potencial das equações de crescimento quanto ao seu potencial de predibilidade (acurácia, precisão e flexibilidade) ao longo de um intervalo (ZHANG, 1997).

A análise gráfica dos resíduos em um ajuste de regressão é determinante como critério de escolha de um modelo, ainda que as estimativas de ajuste de precisão apresentem valores aceitáveis. A dispersão dos pontos ao longo do eixo da variável independente indica eventuais subestimativas ou superestimativas da variável dependente. O erro padrão da estimativa em porcentagem ($S_{yx}\%$) informa a qualidade do ajuste e o quanto, relativamente, o modelo erra em média ao estimar a variável dependente. O coeficiente de determinação (R^2) expressa a quantidade da variação total que é explicada pela regressão, ou quanto relativamente à variação total da variável a ser estimada é explicada pela regressão (MACHADO *et al.*, 2008).

A validação dos modelos pode ser alcançada com o ajuste de parte (80%) dos dados, utilizando a parte restante (20%) para sua validação, realizando o ajuste final dos modelos com a totalidade dos dados (LUMBRES *et al.*, 2011). A validação também pode ser abordada utilizando-se um conjunto de dados independentes ou a validação cruzada de Monte Carlo (ZHANG, 1997).

Kozak e Kozak (2003), no entanto, sugerem que a validação cruzada através da divisão de dados e a validação cruzada dupla fornecem pouca, se alguma, informação adicional ao processo de avaliação de modelos de regressão.

É importante ressaltar que fazer extrapolações utilizando os modelos além do intervalo de dados original podem produzir superestimativas ou subestimativas para árvores de maiores dimensões. Alguns pesquisadores restringiram as funções de crescimento fixando o valor assintótico a uma constante, por exemplo, o registro de uma grande árvore disponível, apesar de nem sempre estar disponível (ZHANG, 1997).

2.14 MODELOS E SISTEMAS PARA ESTIMATIVA DO CRESCIMENTO E DA PRODUÇÃO FLORESTAL

Conforme Reynolds *et al.* (2008), os modelos aplicados ao manejo florestal necessitam ser integrados e utilizados em conjunto com sistemas de suporte a decisões, SSDs (*Decision Support Systems*, DSSs), incluindo métodos de decisão de critérios múltiplos, técnicas de otimização, técnicas avançadas de visualização e outras ferramentas de tomadas de decisão. Só nas últimas duas décadas, ou mais, diversos sistemas de suporte a decisões foram desenvolvidos para o manejo florestal. Os autores revisaram alguns dos mais importantes e recentes modelos desenvolvidos na América do Norte, Europa e Ásia, avaliando diversas abordagens metodológicas e concluíram que a disponibilidade de SSD no manejo florestal propiciou análises mais efetivas sobre as opções e as implicações das alternativas de manejo, para todos os componentes dos ecossistemas florestais.

A seguir são descritos alguns dos principais sistemas de simulação de crescimento e produção existentes no Brasil para *Pinus* spp., apresentados em ordem cronológica:

2.14.1 SisPinus

O SisPinus é um sistema simulador de crescimento e de produção desenvolvido para plantios de *Pinus elliottii* e *Pinus taeda* sob manejo no sul do Brasil. Sua versão original⁹ foi desenvolvida na Universidade Estadual da Carolina

⁹ Referência a este trabalho, disponível em:

<<http://www.ces.ncsu.edu/nreos/forest/feop/forum/Hafley&Smith-DFR.ppt.pdf>> menciona que os trabalhos iniciaram na década de 1980 (HAFLEY; SMITH; BUFORD, 1982; HAFLEY; BUFORD, 1985; SMITH; HAFLEY, 1986), em MS-DOS escrito em linguagem Turbo Pascal. Em 1991, foi desenvolvido o “North Carolina State University, Managed Pine Plantation, Growth & Yield Simulator Version 3.2, by W. L. Hafley & W. D. Smith - (c) Copyright 1991, W. L. Hafley”, atualmente adaptado para o ambiente Windows e pode ser baixado em: <http://www.ces.ncsu.edu/forestry/resources/publications/model_download.php>

do Norte (NCSU), Estados Unidos e em 1988/1989 foi adaptado por Oliveira, Oliveira e Hafley (1989, 1990b, 1991) para a prognose de plantios de *Pinus elliottii* e *P. taeda* estabelecidos na região Sul do Brasil.

O sistema utiliza a linguagem Turbo Pascal e sua variável básica para o modelo utilizado é o índice de sítio ou curva da altura dominante em função da idade. As entradas (*inputs*) do sistema são:

- a) índice de sítio (à idade índice de 15 anos);
- b) número de árvores (plantadas) por hectare;
- c) percentagem de sobrevivência (um ano após o plantio);
- d) equação de volume ou de peso (e unidades associadas);
- e) tipo de desbaste:
 - seletivo: para uma área basal específica por hectare ou para um número de árvores específico por hectare (removendo-se os menores diâmetros e menores alturas até alcançar a área basal ou número de árvores remanescentes especificados);
 - sistemático: removendo-se 1 linha em cada 3 ou 1 em cada 5, de modo que o povoamento é reduzido em porcentagens iguais à porcentagem de área representada pelas linhas removidas (por exemplo: 1 linha em cada 5 representa a remoção de 20% do povoamento), ou;
 - misto: Inicialmente segue o procedimento de desbaste sistemático e depois faz um desbaste seletivo nas linhas remanescentes;
- f) idades selecionadas para os relatórios de saída (OLIVEIRA; OLIVEIRA; HAFLEY, 1989).

A configuração padrão do sistema utiliza índice de sítio e equação de volume desenvolvidos pelo Centro Nacional de Pesquisa de Florestas (CNPQ) da EMBRAPA, no entanto estes podem ser substituídos por outros modelos desenvolvidos pelo usuário, caso desejado.

Para a inicialização propriamente dita do sistema, será aceita qualquer uma das seguintes informações iniciais a seguir:

- a) número de árvores sobreviventes no povoamento (um ano após o plantio, quando a mortalidade inicial já tiver sido quantificada);

- b) número de árvores sobreviventes em dado ponto no tempo e a idade na qual esta sobrevivência foi avaliada (permite a determinação das condições iniciais de povoamento);
- c) número de árvores sobreviventes e seu porte médio em um dado momento (área basal por hectare, ou diâmetro médio quadrático - aquele que corresponde à árvore com área transversal média do povoamento).

Para o ajuste, foram utilizados dados de parcelas de Inventário Florestal Contínuo (IFC) instaladas nas Florestas Nacionais (FLONA's) de Capão Bonito (SP), Irati (PR), Três Barras (SC) e São Francisco de Paula (RS). Cada parcela possuía em média 5 medições sucessivas com amplitudes, em média, de 6 a 30 anos de idade e espaçamentos iniciais de 2,25 a 9,00 m²/árvore. Por características de implantação do IFC, 1/3 das parcelas não sofreram nenhum desbaste e os restantes 2/3 foram submetidas a tratamento idêntico ao restante do talhão. Desbastes usuais, sistemáticos, seletivos ou mistos foram adotados (OLIVEIRA; OLIVEIRA; HAFLEY, 1989).

Para o índice de sítio, utilizou-se o seguinte modelo:

$$HT_{15} = Ht * e^{(-b*(1/idade)^c - 1/(15)^c)}$$

em que:

HT_{15} = altura dominante aos 15 anos (m)

Ht = altura total (m)

b e c = coeficientes da equação

Os valores de altura dominante encontrados foram divididos nas seguintes classes de índice de sítio, à idade índice 15 anos: IS15, IS17, IS19, IS23 e IS25. (OLIVEIRA; OLIVEIRA; HAFLEY, 1989).

Para a distribuição diamétrica, adotou-se a S_B ou S_{BB} de Johnson, também denominada bivariada, sendo preferencialmente utilizada quando as informações de altura e diâmetro estavam disponíveis na parcela. Inicialmente, determinou-se a altura dominante através de equação de índice do sítio, depois se adotaram funções de crescimento para uma determinada característica desejada *versus* altura

dominante para as diferentes densidades representadas nos dados e então, adotaram-se as equações para predição dos coeficientes destas funções de crescimento como equações polinomiais em densidade (OLIVEIRA; OLIVEIRA; HAFLEY, 1989).

Por exemplo, para a estimativa do maior diâmetro, utilizou-se a seguinte equação:

$$D_u = b_0 * [1 * e^{(-b_1 * Hd)}] * b_2$$

em que:

D_u = o maior diâmetro (cm)

Hd = altura dominante (m)

b_0 , b_1 e b_2 = coeficientes da equação (OLIVEIRA; OLIVEIRA; HAFLEY, 1989)

O procedimento descrito no exemplo anterior foi adotado para todas as características de interesse, a saber: menor diâmetro, maior diâmetro, menor altura, altura dominante (índice de sítio ajustado), altura modal, desvio padrão de diâmetro, desvio padrão de altura, diâmetro modal, e correlação entre diâmetro e altura. Para todas as parcelas de inventário, foram obtidas tabelas-resumo com as nove variáveis mencionadas anteriormente, incorporadas ao modelo para formar um conjunto de dados compreendendo vários espaçamentos, idades, densidades e características diferentes em relação a taxas de incremento em diâmetro e altura. Uma vez discriminados os povoamentos, foram desenvolvidas equações para estimativa dos parâmetros da distribuição SBB para estas características (OLIVEIRA; OLIVEIRA; HAFLEY, 1989).

Quanto à mortalidade, Oliveira, Oliveira e Hafley (1989) consideraram que esta não estava em grande evidência à época devido ao uso frequente de desbastes e, embora pudesse ocorrer eventualmente em função da competição por espaço e nutrientes, a inexistência de uma função precisa para mortalidade não era fator limitante para o uso do sistema SisPinus. Assim, os dados de mortalidade obtidos no tempo através de parcelas do IFC foram adaptados à função de mortalidade original do modelo, utilizando-se o algoritmo de Bliss e Fisher (1953) no qual o número de árvores mortas em um dado intervalo de crescimento é função da altura.

2.14.2 PISAPRO

Em 1997 foi desenvolvido o PISAPRO (SCOLFORO, 1997), para prognose do crescimento e produção de povoamentos de *Pinus taeda* com dados provenientes de parcelas permanentes da empresa Pisa Florestal S.A. O sistema permite a obtenção de resultados quanto à estimativa presente e prognose de volume, área basal, sortimentos, incremento médio anual, dentre outras características dos povoamentos por classe diamétrica, sítio, idade, espécie e região, além de realizar simulações de desbaste pré-comercial (GOMES, 1999). O programa foi utilizado por Acerbi Júnior *et al.* (1999), Scolforo *et al.* (2001), dentre outros para simulação de crescimento e produção de *Pinus taeda* em diversos estudos referentes a regimes de desbastes e poda.

2.14.3 SPPpinus

O SPPpinus, Sistema de Prognose da Produção para *Pinus* sp., foi desenvolvido por Scolforo (1999a; 1999b) para simular a prognose do crescimento e da produção de *Pinus taeda*, avaliando economicamente diversos regimes de manejo, para produzir madeira livre de nós (*clearwood*) e madeira para usos múltiplos. Adicionalmente, analisa a lucratividade dos regimes de manejo em diversas condições de sítio, espaçamento, taxas de desconto e preço da madeira. O modelo se baseia no conceito de compatibilidade em área basal entre o modelo para o povoamento e o modelo por classe diamétrica. Utiliza a distribuição Weibull, que em conjunto com os atributos do povoamento permite fazer a prognose para diferentes estratos e idades desejadas (ACERBI JÚNIOR *et al.*, 2002).

2.14.4 FlorExel

O software FlorExel visa auxiliar no processamento de informações florestais sem sair do ambiente da planilha eletrônica Microsoft Excel. Composto por funções florestais, acessadas da mesma maneira que as próprias funções do Excel (soma, média, etc.), o FlorExel possui, adicionalmente, módulos onde são combinadas estas funções juntamente com rotinas específicas para os cálculos utilizados no processamento de informações florestais. Atualmente, existem quatro módulos disponíveis: inventário florestal; análise fitossociológica; ajuste de funções alométricas; simulação de crescimento e produção (OPTIMBER, 2014).

O módulo de ajuste de funções alométricas gera, por meio de análise de regressão (método dos mínimos quadrados), os coeficientes para equações hipsométricas, volumétricas, de afilamento, DAP-diâmetro do toco, dentre outras (OPTIMBER, 2014).

O módulo de simulação do crescimento e da produção utiliza os simuladores SisPinus e SisEucalipto, combinados dentro do novo simulador SIMFLOR, desenvolvidos pela Embrapa-CNPQ, para retornar as tabelas de produção para os regimes de manejo de *Pinus* spp. e *Eucalyptus* spp. solicitados pelo usuário. Diversas simulações podem ser realizadas simultaneamente, sendo que cada uma retorna às tabelas com o estoque em pé, estoque retirado em desbastes e corte raso, e estoque remanescente após estas intervenções. Um gráfico acompanha os estoques volumétricos em pé de cada uma destas simulações (OPTIMBER, 2014).

3 MATERIAL E MÉTODOS

3.1 ÁREA DE ESTUDO

O estudo foi realizado em plantações de *Pinus taeda* pertencentes às empresas Florestal Vale do Corisco S.A. e Renova Floresta, à época administradas pela empresa Valor Florestal. Estes povoamentos abrangem dois polos de desenvolvimento florestal: o de Jaguariaíva, no Paraná e, o de Rio Negrinho, em Santa Catarina. Ao total, as plantações envolvem 34 municípios, sendo 22 municípios no Sudeste e Nordeste do Estado do Paraná, cinco no Norte Santa Catarina e sete no Sudoeste de São Paulo, listados na TABELA 3.1. A localização detalhada destes povoamentos está na FIGURA 3.1.

A área de estudo está compreendida entre as latitudes 23°49'10''S e 26°26'80''S ao Sul e as longitudes 50°36'23''O e 48°43'30''O a Oeste, abrangendo dois tipos de clima, de acordo com a classificação de Köppen¹⁰ (1936, citado por PEEL; FINLAYSON; MCMAHON, 2007):

- Cfa: clima temperado úmido com verão quente, sem estação seca definida e precipitação uniformemente distribuída ao longo do ano, com temperatura do mês mais quente igual ou superior a 22°C e no mês mais frio entre 18°C e -3°C; e
- Cfb: clima temperado úmido com verão brando, sem estação seca definida e precipitação uniformemente distribuída ao longo do ano, com temperatura do mês mais quente inferior a 22°C e do mês mais frio entre 18°C e -3°C.

A maior parte da área de estudo encontra-se em regiões onde a precipitação média anual varia de 1200 a 1400 mm, e uma pequena parte encontra-se nas faixas entre 1400 a 1600 mm e 1600 a 1800 mm (IAPAR, 2000).

Segundo a classificação da vegetação do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística - IBGE (BRASIL, 2004b), a área está localizada nos biomas Mata

¹⁰ KÖPPEN, W. Das geographische system der klimate. In: KÖPPEN, W.; GEIGER, G. **Handbuch der klimatologie**. Berlin: Gebruder Borntraeger, 1936. p. 1-44. Documento em Alemão.

Atlântica e Cerrado (BRASIL, 2004a), abrangendo principalmente áreas de vegetação secundária de Floresta Ombrófila Mista (Floresta de Araucária) e Savana (cerrado) e, uma pequena parte de Floresta Ombrófila Densa (Floresta Tropical Pluvial).

A região abrange uma grande diversidade de tipos de solos, dentre os quais, os principais são: cambissolos húmicos, cambissolos háplicos, neossolos regolíticos, argissolos vermelho-amarelos, latossolos brunos, latossolos vermelhos, latossolos vermelho-amarelos (EMBRAPA, 2008).

TABELA 3.1 – MUNICÍPIOS ABRANGIDOS PELOS POVOAMENTOS DE *Pinus taeda* EM ESTUDO

POLO DE DESENVOLVIMENTO FLORESTAL	ESTADO	MUNICÍPIO
JAGUARIAÍVA	Paraná	Adrianópolis
		Arapoti
		Castro
		Doutor Ulysses
		Jaguariaíva
		Pinhalão
		Piraí do Sul
		Santo Antônio do Paraíso
		São Jerônimo da Serra
		Sapopema
Sengés		
Ventania		
RIO NEGRINHO	Paraná	Apiaí
		Bom Sucesso de Itararé
		Itabera
		Itapeva
		Itararé
		Nova Campina
		Ribeira
RIO NEGRINHO	Paraná	Agudos do Sul
		Antônio Olinto
		Campo Alegre
		Campo do Tenente
		Lapa
		Mandirituba
		Pien
		Quitandinha
		Rio Negro
		Tijucas do Sul
RIO NEGRINHO	Santa Catarina	Corupá
		Itaiópolis
		Mafra
		Rio Negrinho
		São Bento do Sul

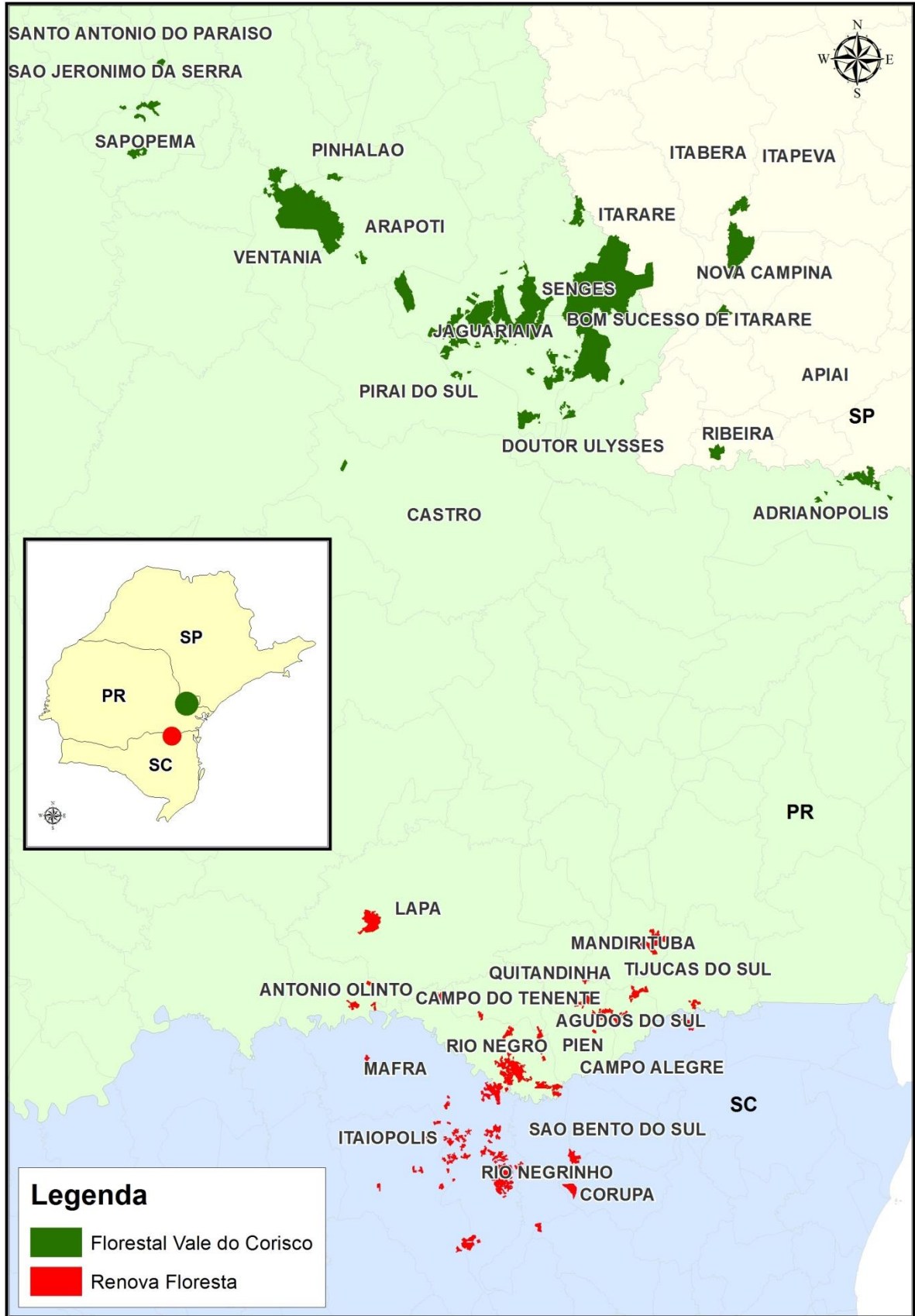


FIGURA 3.1 - LOCALIZAÇÃO DOS POVOAMENTOS DE *Pinus taeda* EM ESTUDO

3.2 ORIGEM DOS DADOS

Foram utilizados dados de parcelas permanentes de inventário florestal contínuo instaladas em povoamentos comerciais de *Pinus taeda* pertencentes às empresas Florestal Vale do Corisco S.A. e Renova Floresta, estabelecidos entre 1972 e 2005, com idades entre 3,7 e 33,2 anos.

As parcelas compreendidas no estudo foram medidas no período entre 2000 e 2009 pela empresa Valor Florestal, à época responsável pela gestão destes ativos florestais, cujos dados¹¹ foram fornecidos em junho de 2011 para o desenvolvimento deste estudo. A TABELA 3.2 reúne as informações relativas ao número de parcelas de inventário medidas em cada ano de medição.

TABELA 3.2 – NÚMERO DE PARCELAS MEDIDAS POR ANO

	ANO DE MEDIÇÃO										TOTAL
	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	
Número de parcelas medidas	23	195	267	645	1168	1300	1139	388	369	437	5931
Idade mínima	6,1	3,7	4,1	4,6	5,1	5,0	6,2	5,3	5,7	4,6	
Idade média	7,4	7,3	6,2	9,8	13,0	13,4	13,7	16,8	16,9	14,3	
Idade máxima	7,7	28,7	13,0	16,9	31,9	30,6	31,3	31,1	32,3	33,2	

O banco de dados original compreendia medições de:

- a) CAP (Circunferência à Altura do Peito) com casca, em centímetros, de todas as árvores das parcelas;
- b) altura total, em metros, de 20% das árvores vivas de cada parcela e mais as árvores dominantes e co-dominantes, definidas como as árvores com maiores diâmetros (DAP) da parcela, conforme o critério de Assmann (1970).

¹¹ Os dados foram cedidos pelo Engenheiro Florestal Renato Teixeira Lima, responsável pelas áreas de Planejamento e Inventário Florestal da Valor Florestal, que muito auxiliou fornecendo todas as informações necessárias para este estudo.

Os dados das medições e remedições das parcelas foram reunidos, organizados e consistidos de modo a compor a base de dados para este estudo, que compreende 220908 árvores, distribuídas em 1472 parcelas, ou 5931 parcelas, se consideradas suas remedições.

3.3 CARACTERIZAÇÃO DOS DADOS

As principais variáveis dendrométricas dos povoamentos florestais envolvidos no estudo são apresentadas na TABELA 3.3.

TABELA 3.3 - PRINCIPAIS VARIÁVEIS DENDROMÉTRICAS DO POVOAMENTO

Variável	Unidade	Média	Mínimo	Máximo	Desvio padrão	CV (%)
Idade (<i>I</i>)	anos	14,7	3,7	33,2	8,36	56,9
Área basal por hectare (<i>G</i>)	m ² /ha	33,7	3,9	92,1	11,7	34,8
Diâmetro (<i>d</i>)	cm	21,7	1,3	72,3	9,0	41,4
Diâmetro médio quadrático (<i>d_g</i>)	cm	17,3	3,7	37,5	6,2	35,7
Altura total (<i>h</i>)	m	16,8	1,6	38,3	8,0	47,8

A densidade de plantio destes povoamentos é de 1666 árv./ha (espaçamento 3,0 x 2,0 metros), para áreas implantadas antes de 2003. Após 2003, a densidade de plantio passou a ser de 1333 árv./ha (espaçamento 3,0 x 2,5 metros) para os plantios realizados no polo de desenvolvimento florestal de Rio Negrinho, Santa Catarina.

As idades das parcelas variam de 3,7 a 33,2 anos, conforme evidenciado na FIGURA 3.2. É possível perceber que a área em estudo é composta principalmente por povoamentos mais jovens. Na distribuição das idades, observam-se claramente dois agrupamentos: um que varia entre 4 e 20 anos e, outro, que varia entre 21 e 33 anos. Observa-se ainda que as idades entre 20 e 24 anos são pouco representadas neste estudo.

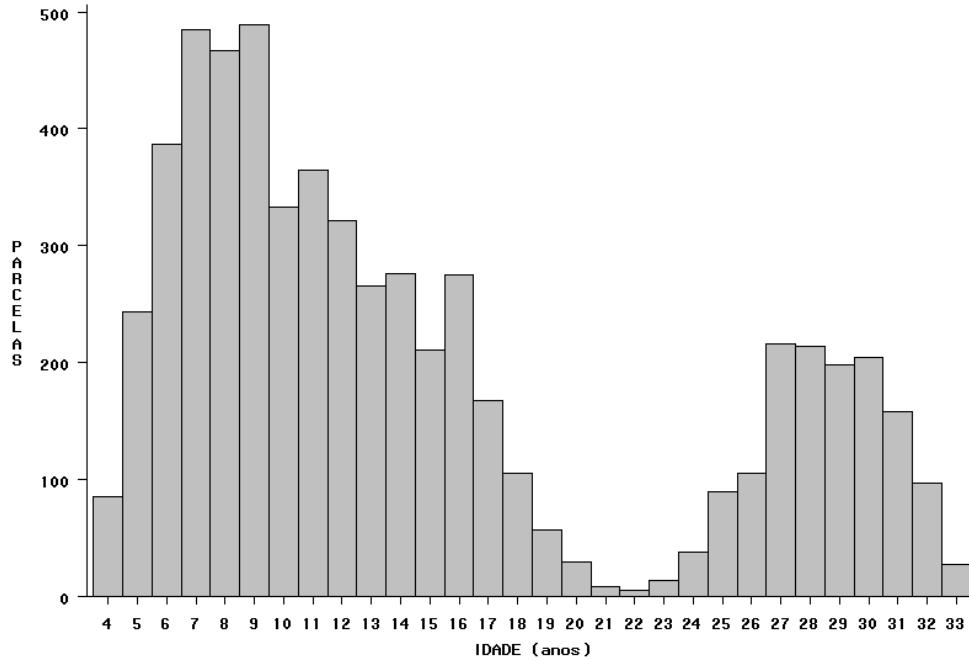


FIGURA 3.2 - DISTRIBUIÇÃO DAS IDADES DAS PARCELAS

A distribuição diamétrica, em centímetros, das árvores da amostra está detalhada a seguir na FIGURA 3.3.

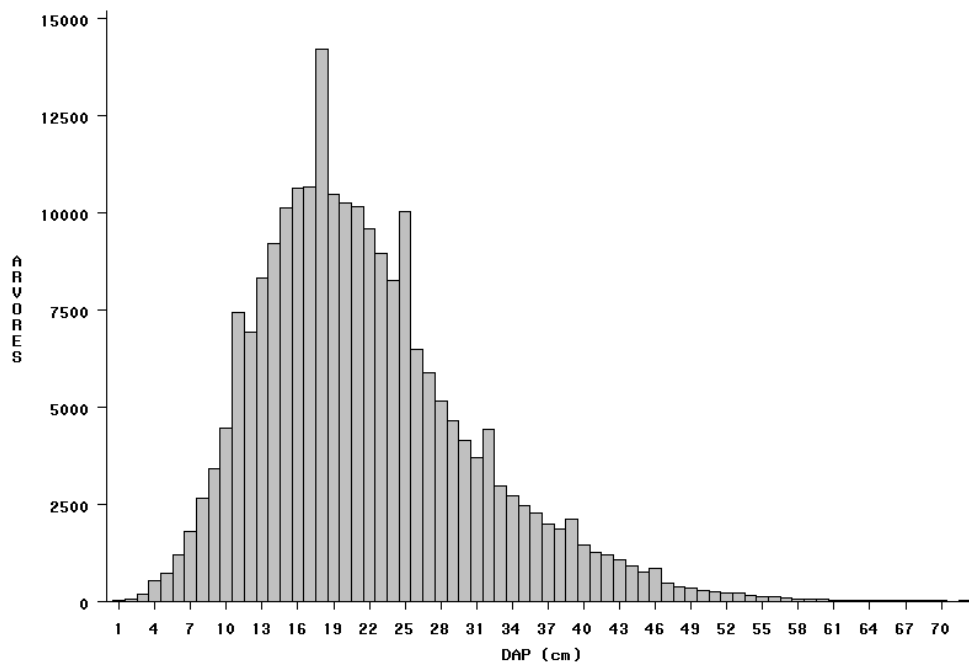


FIGURA 3.3 - DISTRIBUIÇÃO DIAMÉTRICA DAS ÁRVORES DA AMOSTRA

A distribuição das alturas totais, em metros, da amostra é apresentada na FIGURA 3.4.

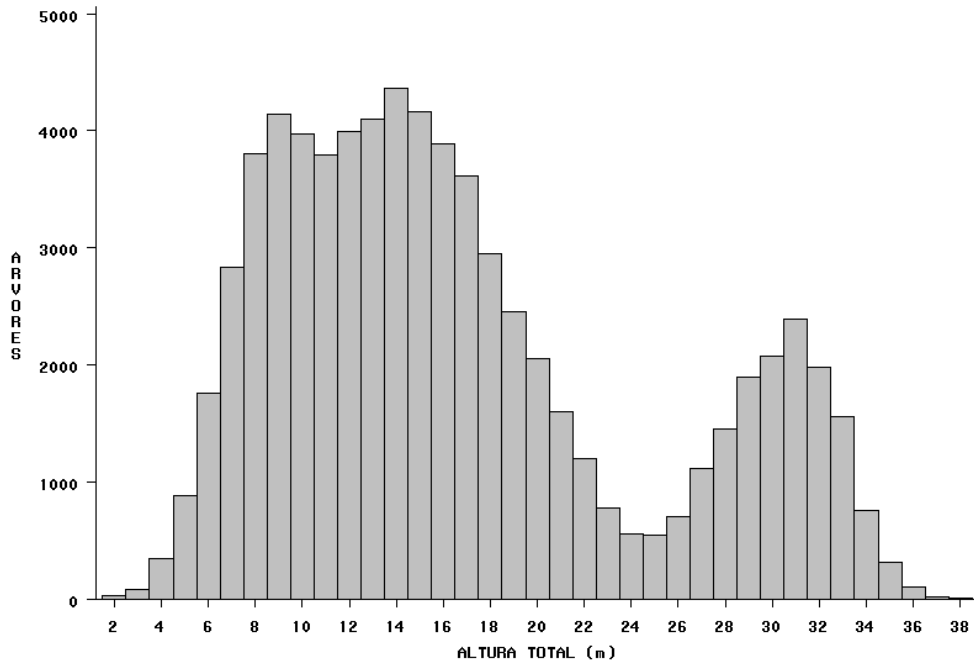


FIGURA 3.4 - DISTRIBUIÇÃO DA ALTURA TOTAL DAS ÁRVORES DA AMOSTRA

A distribuição da área basal por hectare, em m^2/ha , das parcelas que compõem a amostra do povoamento é apresentada na FIGURA 3.5.

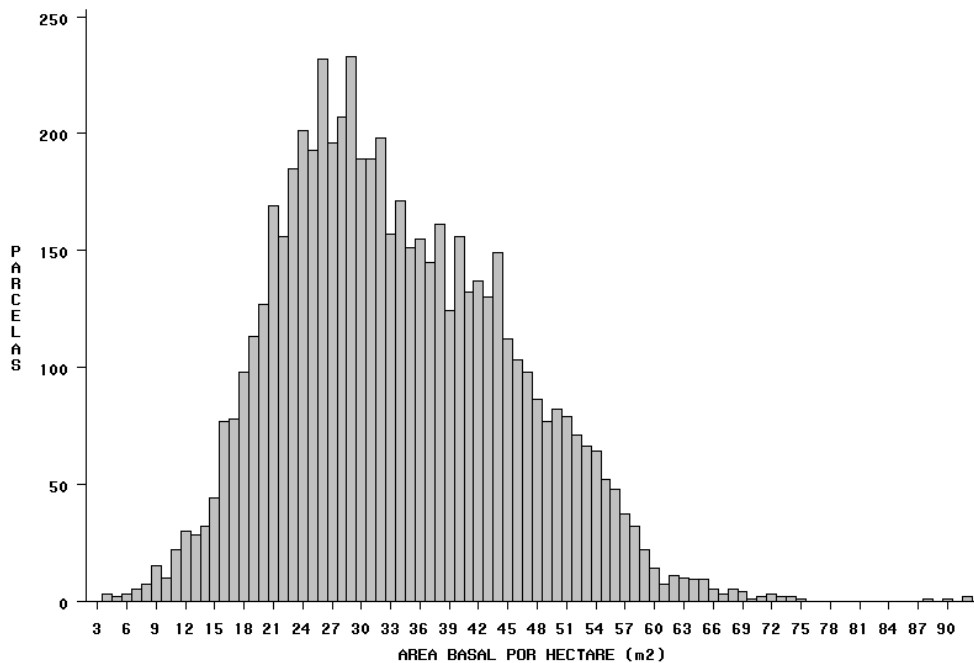


FIGURA 3.5 - DISTRIBUIÇÃO DA ÁREA BASAL POR HECTARE DAS PARCELAS

A distribuição do diâmetro quadrático médio, em cm, das parcelas que compõem a amostra do povoamento é apresentada na FIGURA 3.6.

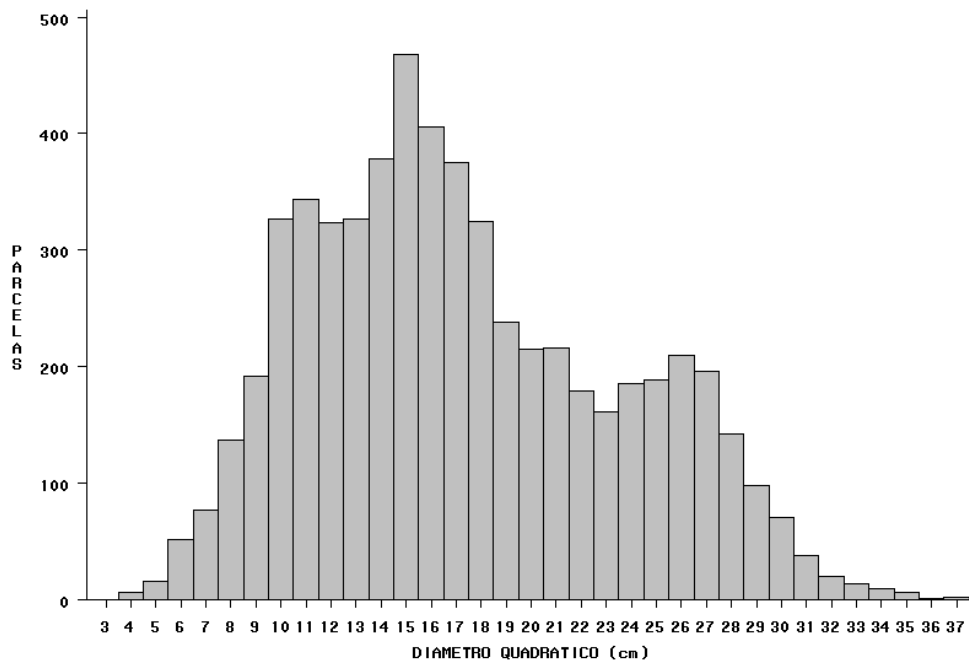


FIGURA 3.6 - DISTRIBUIÇÃO DO DIÂMETRO QUADRÁTICO DAS PARCELAS

As parcelas tinham áreas diferentes, variando entre: 200, 300, 400, 600, 800 e 1000 m², sendo que grande parte tinha área igual a 300 e 600 m², conforme detalhado na FIGURA 3.7. Assim, conforme a variação da área da parcela, o número de árvores dominantes e co-dominantes medidas para a determinação da altura dominante da parcela também variou.

Quanto à forma das parcelas, a maioria das parcelas era retangular e, apenas uma pequena parte, circular.

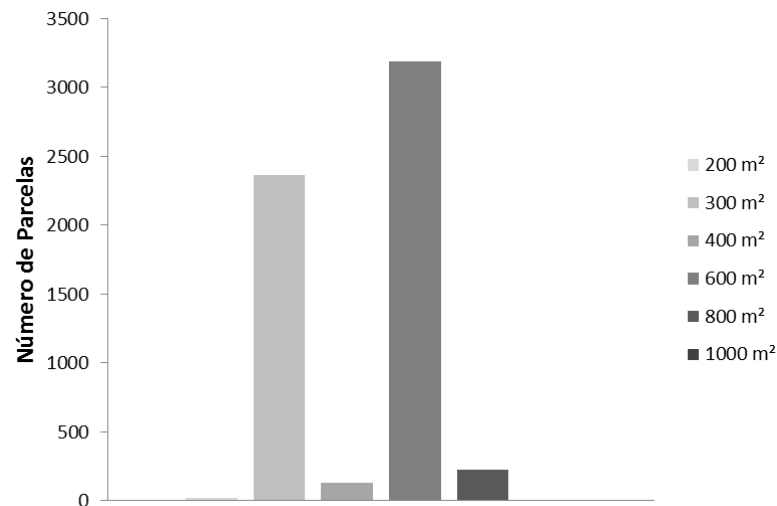


FIGURA 3.7 - NÚMERO DE PARCELAS POR ÁREA DA PARCELA (m²)

As parcelas foram medidas de uma a seis vezes, conforme a FIGURA 3.8, para cada região. Em média, as parcelas possuem quatro medições consecutivas.

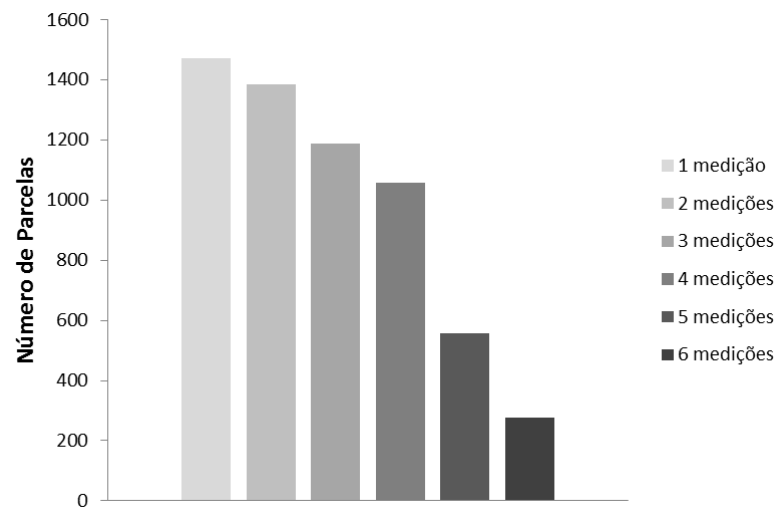


FIGURA 3.8 - NÚMERO DE PARCELAS POR NÚMERO DE MEDIÇÕES

Os povoamentos foram manejados para atender a demanda industrial por multiprodutos (regime *utility*), tendo sido submetidos a desbastes seletivos. Considerando a grande amplitude de idades das parcelas, estas se encontram em diversos estágios de manejo: sem desbaste, com um desbaste, com dois desbastes ou com quatro desbastes, conforme demonstrado na FIGURA 3.9.

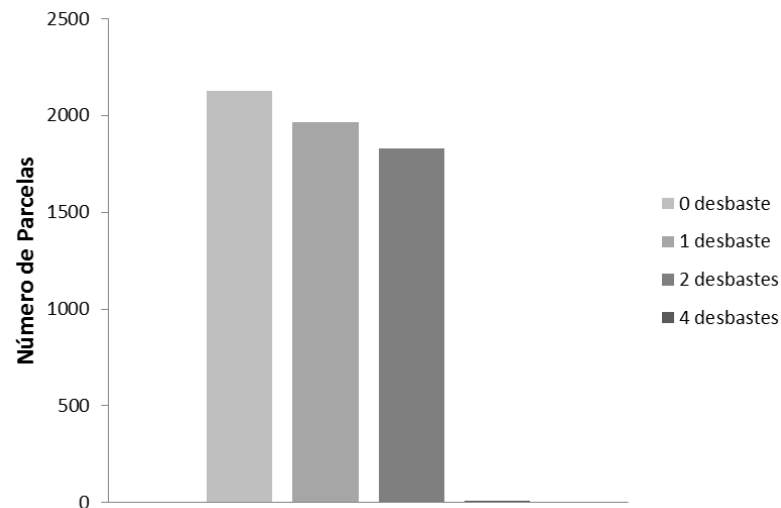


FIGURA 3.9 - NÚMERO DE PARCELAS POR NÚMERO DE DESBASTES

3.4 ANÁLISE ESTATÍSTICA

Inicialmente, os dados foram analisados com ferramentas estatísticas descritivas para a determinação de suas fontes de variação.

Para a coerência das análises, foram detectadas observações *outliers* do conjunto de dados, já que estes valores poderiam levar a estimativa tendenciosa de parâmetros e resultados incorretos (HAWKINS, 1980). Para tanto, utilizou-se a metodologia proposta por Tukey (1977), com a análise de gráficos *Boxplot*, baseada na distribuição dos quadrantes Q_1 e Q_3 .

3.5 MODELOS HIPNOMÉTRICOS

Para o ajuste aos dados de altura-diâmetro, foram utilizadas nove funções tradicionais selecionadas na literatura, sendo três funções lineares e seis não lineares, as quais são apresentadas na TABELA 3.4, as quais foram ajustadas para todo o agrupamento e também por classe de idade.

As funções lineares: Logarítmica (STOFFELS, 1953), Logarítmica Inversa (CURTIS, 1967; ARABATZIS; BURKHART, 1992) e Prodan (PRODAN, 1968) foram

selecionadas por serem corriqueiramente utilizadas para estimativas de altura com base na relação altura-diâmetro, sendo citados em Machado *et al.* (1994), Bartoszeck *et al.* (2002), Batista, Couto e Marquesini (2001), Andrade e Leite (2011), Machado *et al.* (2011), dentre outros.

As funções não lineares: Chapman-Richards (RICHARDS, 1959; CHAPMAN, 1961), Exponencial (RATKOWSKI, 1990), Gompertz (WINSOR, 1932; DRAPER; SMITH, 1981), Korf (STAGE, 1963; ZEIDE, 1989), Logística Modificada (HUANG; TITUS; WIENS, 1992), e Weibull (YANG; KOZAK; SMITH, 1978) foram selecionadas por serem amplamente utilizadas em estudos das relações hipsométricas, tais como em Huang, Titus e Wiens (1992), Zeide (1993), Zhang (1997), Burkhart e Tomé (2012), dentre outros. Ademais, estas funções atendem aos requisitos teóricos dos modelos biológicos; partem da origem ($Y=0$ quando $X=0$), possuem pontos de inflexão correspondentes às fases do crescimento (juvenil, madura e senil) e tendem a um valor assintótico em Y , quando X tende ao infinito (SANQUETTA *et al.*, 2010).

TABELA 3.4 - MODELOS TRADICIONAIS TESTADOS PARA ESTIMAR ALTURA EM FUNÇÃO DO DIÂMETRO (DAP)

TIPO	FUNÇÃO	FORMA UTILIZADA	FONTE
	Logarítmica	$h_i = 1,3 + e^{[\beta_0 + \beta_1(\ln d_i)]} + \varepsilon_i$	Stoffels (1953)
Lineares	Logarítmica Inversa	$h_i = 1,3 + e^{[\beta_0 + \beta_1(1/d_i)]} + \varepsilon_i$	Curtis (1967), Arabatzis e Burkhardt (1992)
	Prodan	$h_i = 1,3 + \frac{d_i^2}{\beta_0 + \beta_1 d_i + \beta_2 d_i^2} + \varepsilon_i$	Prodan (1968)
Não lineares	Chapman-Richards	$h_i = 1,3 + \beta_0 [1 - e^{(-\beta_1 d_i)}]^{\beta_2} + \varepsilon_i$	Richards (1959)
	Exponential	$h_i = 1,3 + \beta_0 e^{[-\beta_1/(d_i + \beta_2)]} + \varepsilon_i$	Ratkowski (1990)
	Gompertz	$h_i = 1,3 + \beta_0 e^{[-\beta_1 e^{(-\beta_2 d_i)}]} + \varepsilon_i$	Winsor (1932), Draper e Smith (1981)
	Korf	$h_i = 1,3 + \beta_0 e^{(-\beta_1 d_i^{-\beta_2})} + \varepsilon_i$	Stage (1963), Zeide (1989)
	Logística Modificada	$h_i = 1,3 + \frac{\beta_0}{1 + \beta_1^{-1} d_i^{(-\beta_2)}} + \varepsilon_i$	Huang, Titus e Wiens (1992)
	Weibull	$h_i = 1,3 + \beta_0 [1 - e^{(-\beta_1 d_i^{\beta_2})}] + \varepsilon_i$	Yang, Kozak e Smith (1978)

em que:

d_i = diâmetro a 1,30 m de altura – DAP (cm)

h_i = altura total da árvore (m)

$\beta_0, \beta_1, \beta_2$ = parâmetros a serem estimados

\ln = logaritmo neperiano

e = constante de Euler

ε_i = erro

A estimativa dos parâmetros foi obtida utilizando-se os procedimentos REG (para os modelos lineares) e NLIN (para os modelos não lineares) do programa estatístico SAS (*Statistical Analysis System*), pelo método iterativo Gauss-Newton, considerado bastante robusto.

Investigou-se a validade da hipótese dos mínimos quadrados e não foram encontradas evidências significativas relacionadas à heterogeneidade das variâncias

do erro (heterocedasticidade). Cormier *et al.* (1992) ressaltaram que a regressão ponderada pode aumentar o ajuste do modelo marginalmente, no entanto não melhora seu desempenho substancialmente. Assim, utilizou-se o método dos mínimos quadrados clássico para a estimativa dos parâmetros, não sendo necessária a ponderação, como no estudo desenvolvido por Huang, Titus e Wiens (1992), entre outros.

Os modelos foram ajustados para os seguintes agrupamentos: para toda a região, por polo de desenvolvimento florestal (2), por projetos (226), por projetos e anos de medição (896), por parcelas (1472), por parcelas e anos de medição (5931), por idades (31), por idades e números de desbastes (70), e por classes de idade (7).

Para os modelos não lineares, múltiplos valores iniciais foram testados para garantir que a solução pelo método dos mínimos quadrados fosse global e não local, utilizando-se como referência valores adotados por Zhang (1997) para algumas funções. Em alguns casos, utilizou-se um *grid* de valores iniciais, para melhor acomodar as variações observadas entre os agrupamentos e evitar a não convergência para alguns modelos. Segundo Schabenberger e Pierce (2001), o *grid* permite que o método de otimização numérica avalie mais do que um conjunto de valores iniciais, de modo que a parte iterativa do modelo comece com o conjunto de valores iniciais que gerou menor soma de quadrados.

E, posteriormente foram testados sete modelos genéricos, os quais consideram como variável independente não apenas o DAP, mas também altura dominante (h_{dom}), diâmetro quadrático (d_g) e idade (I), bem como suas transformações. Os modelos de 1 a 5 foram obtidos em estudos anteriores (BARROS *et al.*, 2002; FERREIRA, 2007; OLIVEIRA; OLIVEIRA, 1988), e os modelos 6 e 7 foram desenvolvidos neste estudo com o método *stepwise*, considerando algumas das variáveis mencionadas anteriormente. Os modelos genéricos são apresentados na TABELA 3.5, os quais foram ajustados para todo o agrupamento.

TABELA 3.5 - MODELOS GENÉRICOS TESTADOS PARA ESTIMAR ALTURA EM FUNÇÃO DE VARIÁVEIS DIVERSAS

Nº	MODELO	FONTE
1	$h_i = b_0 + b_1 d_i + b_2 (d_i)^2 + b_3 h_{dom} + \varepsilon_i$	Barros <i>et al.</i> (2002)
2	$h_i = b_0 + b_1 d_i + b_2 h_{dom} + b_3 I + b_4 (d_i)^2 + b_5 (I)^2 + \varepsilon_i$	Barros <i>et al.</i> (2002)
3	$\ln h_i = b_0 + b_1 \ln(h_{dom}) + b_2 \ln\left(\frac{d_g}{d_i}\right) + b_3 \left[\frac{1}{(I * d_i)}\right] + b_4 \left(\frac{1}{d_i}\right) + \varepsilon_i$	Barros <i>et al.</i> (2002)
4	$h_i = b_0 + b_1 h_{dom} + b_2 \ln(d_i) + b_3 \left(\frac{1}{h_{dom}}\right) + b_4 (h_{dom})^2 + \varepsilon_i$	Ferreira (2007)
5	$h_i = b_0 + b_1 d_i + b_2 (d_i)^2 + b_3 (d_i * h_{dom}) + \varepsilon_i$	Oliveira e Oliveira (1988)
6	$h_i = b_0 + b_1 d_i + b_2 h_{dom} + \varepsilon_i$	Desenvolvidos neste estudo
7	$h_i = b_0 + b_1 d_i + b_2 h_{dom} + b_3 \ln(h_{dom}) + b_4 (d_i h_{dom}) + b_5 d_g + \varepsilon_i$	

em que:

h_i = altura total (m)

d_i = diâmetro a 1,3 m – DAP (cm)

h_{dom} = altura dominante (m)

d_g = diâmetro quadrático médio (cm)

I = idade (anos)

\ln = logaritmo neperiano

$b_0, b_1, b_2, b_3, b_4, b_5$ = coeficientes a serem estimados

ε_i = erro

A estimativa dos coeficientes dos modelos genéricos foi obtida utilizando-se o procedimento REG do programa estatístico SAS (*Statistical Analysis System*).

Cada modelo ajustado foi avaliado pelos critérios a seguir, para a seleção do melhor modelo:

a) teste F ;

b) erro padrão da estimativa em porcentagem, $S_{yx}\%$, calculado por:

$$S_{yx}\% = \frac{\sqrt{QM_{residuo}}}{\bar{y}} \times 100$$

em que:

$QM_{resíduo}$ = quadrado médio do resíduo

\bar{y} = valor observado médio de y

- c) coeficiente de determinação ajustado, R^2_{aj} (para permitir a comparação entre modelos com diferentes números de coeficientes). Uma vez que a maioria das funções não lineares não possui um intercepto (condição para o cálculo de R^2), Schabenberger e Pierce (2001) sugerem o uso do *Pseudo- R^2* , uma medida relativamente próxima ao R^2 para o caso de funções não lineares, calculado por:

$$Pseudo - R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} = 1 - \frac{SQ_{resíduo}}{SQ_{total\ corrigido}}$$

E então, ajustado para o número de coeficientes e o tamanho da amostra:

$$Pseudo - R^2_{aj} = 1 - \frac{SQ_{resíduo}}{SQ_{total\ corrigido}} \times \frac{(n - 1)}{(n - p)}$$

em que:

y_i = valor observado de y

\hat{y}_i = valor estimado de y

\bar{y} = valor observado médio de y

$SQ_{resíduo}$ = soma dos quadrados do resíduo

$SQ_{total\ corrigido}$ = soma dos quadrados total corrigido para a média

n = número de observações

p = número de coeficientes na função

Ou, conforme utilizado por Machado *et al.* (2008), o Índice Ajustado ou Índice de Schlaegel (IA), que é calculado da mesma forma.

$$IA = 1 - \frac{SQ_{resíduo}}{SQ_{total\ corrigido}} \times \frac{(n - 1)}{(n - p)}$$

d) análise visual da distribuição gráfica dos resíduos (em porcentagem) para verificar a adequação do ajuste ao longo de toda a estimativa, a independência e a ausência de tendenciosidade dos resíduos, e a homogeneidade da variância. Para tanto, utilizou-se: histograma de frequências dos resíduos e dispersão dos resíduos, seguindo a metodologia definida por Draper e Smith (1981), sendo:

$$e_i(\%) = \frac{(y_i - \hat{y}_i)}{y_i} * 100$$

em que:

y_i = valor observado de y ;

\hat{y}_i = valor estimado de y ;

e) valor assintótico das funções.

Com os modelos ajustados foram simuladas alturas para uma dada abrangência de diâmetros para examinar o comportamento preditivo dos modelos (segundo a metodologia adotada por Zhang, 1997).

O melhor modelo foi utilizado para a estimativa das alturas que não haviam sido medidas em campo.

3.6 MODELOS VOLUMÉTRICOS

Para o ajuste dos modelos volumétricos, foram utilizados dados de volume total, com e sem casca, obtidos pela cubagem de 531 árvores. A seleção das árvores abrangeu diversos estratos do povoamento, respeitando-se a frequência da distribuição diamétrica, com DAP variando entre 10,4 e 47,8 cm, e idades variando entre 6 e 29 anos.

As árvores foram derrubadas e seccionadas em pontos relativos, sendo que 305 árvores contaram com 16 seções relativas e 235 árvores, com 20. Os volumes com e sem casca foram calculados pelo método de Smalian.

Para a estimativa do volume individual com casca das árvores no povoamento, foram utilizadas as funções de Husch (1963), de Schumacher-Hall linearizado (1933) e de Spurr (1952), descritas na TABELA 3.6.

TABELA 3.6 - MODELOS TESTADOS PARA ESTIMAR VOLUME INDIVIDUAL

FUNÇÃO	FORMA UTILIZADA	FONTE
Husch	$\ln v_i = \beta_0 + \beta_1 \ln d_i + \varepsilon_i$	Husch (1963)
Schumacher-Hall	$\ln v_i = \beta_0 + \beta_1 \ln d_i + \beta_2 \ln h_i + \varepsilon_i$	Schumacher e Hall (1933)
Spurr	$v_i = \beta_0 + \beta_1 (d_i^2 h_i) + \varepsilon_i$	Spurr (1952)

em que:

v_i = volume individual com casca (m³)

d_i = diâmetro a 1,30 m de altura (cm)

h_i = altura total da árvore (m)

b_1, b_2, b_3 = coeficientes a serem estimados

\ln = logaritmo neperiano

ε_i = erro

Estas funções foram selecionadas por serem amplamente utilizadas em estudos da estimativa de volumes individuais (ROSOT, 1989; KOHLER *et al.*, 2012; DOBNER JUNIOR *et al.*, 2013; dentre outros).

A estimativa dos coeficientes foi obtida utilizando-se o procedimento REG do programa estatístico SAS (*Statistical Analysis System*). Investigou-se a validade da hipótese dos mínimos quadrados e não foram encontradas evidências significativas relacionadas à heterogeneidade das variâncias do erro, sendo, portanto utilizado o método dos mínimos quadrados clássico para a estimativa dos parâmetros.

A escolha do modelo mais adequado foi baseada nas mesmas estatísticas de regressão utilizadas para os modelos hipsométricos: coeficientes de

determinação ajustado (R^2_{aj}), erro padrão da estimativa em percentagem ($S_{yx}\%$), além do valor de F e da análise visual da distribuição gráfica dos resíduos (detalhadas no item 3.5).

O modelo selecionado foi utilizado para estimar os volumes com casca para cada árvore. O volume sem casca foi obtido a partir do percentual médio em relação ao volume com casca. Os volumes por parcela e por unidade de área foram obtidos somando-se os volumes individuais das árvores.

3.7 MODELOS DE ALTURA DOMINANTE E ÍNDICE DE SÍTIO

Para a determinação do índice de sítio de cada parcela, utilizou-se a sua altura dominante definida pelo critério de Assman/Hummel (ASSMANN, 1970) como a altura média das 100 árvores de maior diâmetro por hectare.

Para a estimativa da altura dominante e posterior classificação de sítio das parcelas da área em estudo foram ajustados quatro modelos: de Chapman-Richards (RICHARDS, 1959; CHAPMAN, 1961), de Prodan (1968), e de Schumacher (1939), apresentados na TABELA 3.7.

TABELA 3.7 - MODELOS TESTADOS PARA ESTIMAR ALTURA DOMINANTE E ÍNDICE DE SÍTIO

FUNÇÃO	FORMA UTILIZADA	FONTE
Chapman-Richards	$h_{dom} = b_0 [1 - e^{(-b_1 I)}]^{b_2} + \varepsilon_i$	Richards (1959), Chapman (1961)
Prodan	$h_{dom} = \frac{I^2}{b_0 + b_1 I + b_2 I^2} + \varepsilon_i$	Prodan (1968)
Schumacher	$h_{dom} = b_0 * e^{[b_1 (\frac{1}{I})]} + \varepsilon_i$	Schumacher (1939), Burkhart e Tomé (2012)

em que:

h_{dom} = altura dominante (m)

I = idade (anos)

b_0, b_1, b_2 = coeficientes a serem estimados

e = constante de Euler

ε_i = erro

Para estes ajustes, foram utilizados 1493 pares de valores altura-idade, representadas pelas alturas dominantes de cada parcela, com idade entre 3,6 e 32,2 anos. E, neste conjunto de dados, não se utilizaram os valores considerados *outliers* pela análise do gráfico de *boxplot* (TUCKEY, 1977; HAWKINS, 1980).

A escolha do modelo mais adequado foi baseada nas seguintes estatísticas de regressão: coeficientes de determinação ajustado (R^2_{aj}), erro padrão da estimativa em percentagem ($S_{yx}\%$), além do valor de F e da análise visual da distribuição gráfica dos resíduos (maiores detalhes constam no item 3.5).

Utilizou-se o método da curva guia para a construção das curvas de índice de sítio anamórficas (CLUTTER *et al.*, 1983), seguindo como base a altura dominante à idade índice, ou idade de referência, de 15 anos.

O número de classes de sítio bem como o intervalo entre as classes foram definidos utilizando-se como parâmetro a amplitude dos valores de altura dominantes (limites inferior e superior).

Selecionou-se a equação ajustada que obteve o melhor desempenho na estimativa da altura dominante em função da idade para construir uma tabela de índice de sítio, bem como as curvas de índice de sítio.

Com o modelo selecionado, estimou-se o índice de sítio das parcelas para a sua posterior classificação.

3.8 MODELOS DE DISTRIBUIÇÃO DIAMÉTRICA

Para caracterizar a estrutura diamétrica do povoamento, foram ajustadas as seguintes funções de distribuições probabilísticas (fdp): normal, beta, gama, lognormal, e Weibull com dois parâmetros. As funções foram ajustadas para cinco classes de sítio e quatro classes de idade (3 a 6, 6 a 9, 9 a 12, e 12 a 15 anos), com o procedimento Univariate do software SAS.

Para este ajuste, foram utilizados somente os dados de parcelas que não haviam sido desbastadas, para que a estrutura do povoamento pudesse ser

caracterizada antes de qualquer intervenção. Assim, foram utilizados dados de 93.933 árvores e 1986 parcelas, contando com suas medições.

A seguir, são detalhadas as funções de distribuição utilizadas para o ajuste:

- a) normal: definida como a média aritmética e desvio-padrão dos dados observados;

$$f(x) = \frac{hv}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right]} \quad \text{para } -\infty < x < \infty$$

em que:

$$\mu = \text{média aritmética} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

$$\sigma = \text{desvio padrão} = \sqrt{\frac{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2}{n(n-1)}} \quad \text{para } \sigma > 0$$

h = largura do intervalo do histograma

v = fator de escala vertical (n , 100 ou 1)

n = número de observações

- b) beta;

$$f(x) = \begin{cases} hv \frac{(x-\theta)^{\alpha-1}(\sigma+\theta-x)^{\beta-1}}{B(\alpha,\beta)\sigma^{(\alpha+\beta-1)}} & \text{para } \theta < x < \theta + \sigma \\ 0 & \text{para } x \leq \theta \text{ ou } x \geq \theta + \sigma \end{cases}$$

em que:

$$B(\alpha, \beta) = \frac{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)}{\Gamma(\alpha + \beta)}$$

θ = parâmetro de menor limite

σ = parâmetro de escala ($\sigma > 0$)

α = parâmetro de forma ($\alpha > 0$)

β = parâmetro de forma ($\beta > 0$)

h = largura do intervalo do histograma

v = fator de escala vertical (n , 100 ou 1)

c) gama;

$$f(x) = \begin{cases} \frac{hv}{\Gamma(\alpha)\sigma} \left(\frac{x-\theta}{\sigma}\right)^{\alpha-1} e^{-\frac{(x-\theta)}{\sigma}} & \text{para } x > \theta \\ 0 & \text{para } x \leq \theta \end{cases}$$

em que:

θ = parâmetro de menor limite

σ = parâmetro de escala ($\sigma > 0$)

α = parâmetro de forma ($\alpha > 0$)

h = largura do intervalo do histograma

v = fator de escala vertical ($n, 100$ ou 1)

d) lognormal;

$$f(x) = \begin{cases} \frac{hv}{\sigma\sqrt{2\pi}(x-\theta)} e^{-\frac{(\log(x-\theta)-\zeta)^2}{2\sigma^2}} & \text{para } x > \theta \\ 0 & \text{para } x \leq \theta \end{cases}$$

em que:

θ = parâmetro de menor limite

ζ = parâmetro de escala ($-\infty < \zeta < \infty$)

α = parâmetro de forma ($\alpha > 0$)

h = largura do intervalo do histograma

v = fator de escala vertical ($n, 100$ ou 1)

e) Weibull com 2 parâmetros.

$$f(x) = \begin{cases} hv \frac{c}{\sigma} \left(\frac{x-\theta}{\sigma}\right)^{c-1} e^{-\frac{(x-\theta)^c}{\sigma}} & \text{para } x > \theta \\ 0 & \text{para } x \leq \theta \end{cases}$$

em que:

θ = parâmetro de menor limite

σ = parâmetro de escala ($\sigma > 0$)

c = parâmetro de forma ($c > 0$)

h = largura do intervalo do histograma

v = fator de escala vertical ($n, 100$ ou 1)

Os modelos foram analisados de acordo com os resultados dos testes Kolmogorov-Smirnov (D) e Anderson-Darling (A^2), para a verificação da aderência dos dados e superioridade das funções, comparando as distribuições de diâmetro observadas e estimadas.

O teste de Kolmogorov-Smirnov (D) é definido como:

$$D = \sup_x |F_n(x) - F(x)|$$

A estatística Kolmogorov-Smirnov é computada como o máximo de D^+ e D^- , onde D^+ é a maior distância vertical entre FDE e a função de distribuição quando FDE é maior do que a função de distribuição e D^- é a maior distância vertical quando FDE é menor do que a função de distribuição, em que:

$$D^+ = \max_i \left(\frac{i}{n} - U_{(i)} \right)$$

$$D^- = \max_i \left(U_{(i)} - \frac{i-1}{n} \right)$$

$$D = \max(D^+, D^-)$$

E, o teste de Anderson-Darling (A^2), é definido como:

$$A^2 = -n - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left[(2i-1) \log U_{(i)} + (2n+1-2i) \log(1-U_{(i)}) \right]$$

Os parâmetros de escala e de forma ajustados para cada função foram correlacionados com nove variáveis: índice de sítio (IS); idade (I); IS*I; (I)²; (IS)²; 1/I; 1/IS; ln (I); e ln (IS).

E, na sequência, os parâmetros de escala e de forma das funções de distribuição probabilística foram analisados graficamente quanto a sua tendência em relação às classes de idade e às classes de sítio, assim como com coeficientes de correlação de Pearson. E, posteriormente, os parâmetros foram estimados por regressão linear, com o procedimento Reg do SAS, utilizando o método *stepwise*, para a seleção das variáveis de cada modelo, conforme recomendação de Draper e Smith (1981).

3.9 MODELOS DE CRESCIMENTO E PRODUÇÃO

Para a estimativa do crescimento e da produção do povoamento florestal foi utilizada a função de projeção de Sullivan e Clutter (SULLIVAN; CLUTTER, 1972; CLUTTER *et al.*, 1983), apresentada a seguir:

a) para a projeção da área basal por unidade de área (em m²/ha):

$$\ln(G_2) = \left(\frac{A_1}{A_2}\right) * \ln(G_1) + \alpha_0 * \left[1 - \left(\frac{A_1}{A_2}\right)\right] + \alpha_1 * IS * \left[1 - \left(\frac{A_1}{A_2}\right)\right]$$

b) para a projeção do volume por unidade de área (em m³/ha):

$$\ln(V_2) = \beta_0 + \beta_1 * IS + \beta_2 * \left(\frac{1}{A_2}\right) + \beta_3 * \ln(G_2)$$

em que:

G_1 = área basal inicial à idade A_1 (m²/ha)

G_2 = área basal final à idade A_2 (m²/ha)

V_1 = volume inicial à idade A_1 (m³/ha)

V_2 = volume final à idade A_2 (m³/ha)

A_1 = idade inicial (anos)

A_2 = idade final (anos)

IS = índice de sítio (m)

\ln = logaritmo neperiano

α_0 e α_1 = parâmetros a serem estimados

β_0 , β_1 , β_2 e β_3 = parâmetros a serem estimados

Os modelos foram ajustados com o Procedimento REG do SAS, considerando apenas as parcelas que não haviam sido desbastadas. Foram utilizados 1.419 dados pareados de área basal e volume, os quais foram separados em duas partes: 80% para o ajuste dos modelos e 20% para a validação dos mesmos.

A adequação do ajuste do modelo de Sullivan e Clutter foi avaliada com as estatísticas de regressão coeficiente de determinação ajustado (R^2_{aj}), erro padrão de estimativa em porcentagem ($S_{yx}\%$), valor de F e gráficos de ajuste e de dispersão dos resíduos.

Os modelos ajustados foram testados e validados com os 20% dos dados que foram separados para esta finalidade.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

4.1 MODELOS HIPSOMÉTRICOS

O gráfico de dispersão da altura total observada (em metros) *versus* DAP (em centímetros), para todo o agrupamento de dados, apresenta típica curva em forma sigmoïdal, conforme representado na FIGURA 4.1. É possível perceber que o conjunto de dados em estudo abrange uma grande amplitude de dimensões de árvores, inclusive árvores com diâmetro e altura próximos aos valores assintóticos. Assim, o conjunto de dados altura-idade pode ser considerado bastante satisfatório para a realização do ajuste dos modelos.

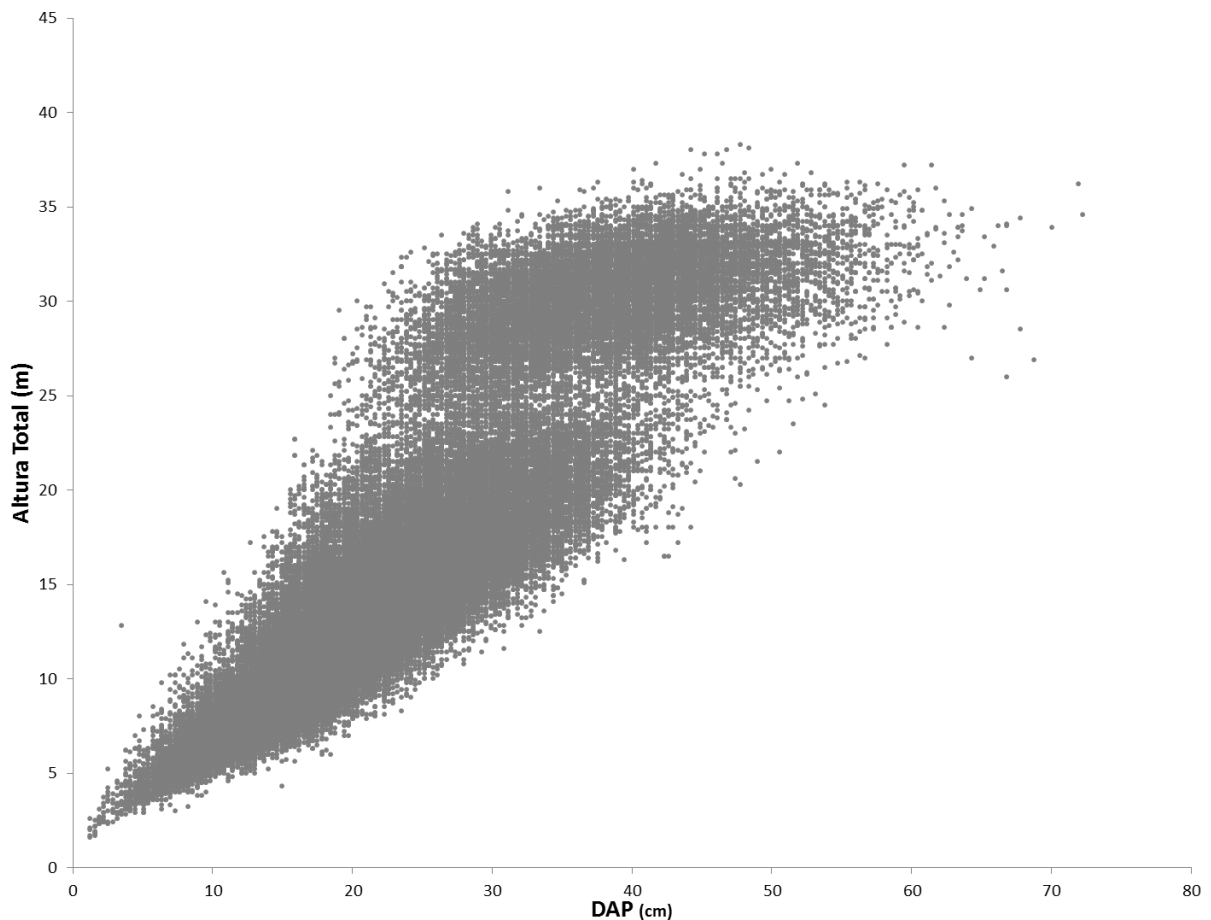


FIGURA 4.1 - ALTURA TOTAL OBSERVADA (m) *VERSUS* DAP (cm) PARA TODO O CONJUNTO DE DADOS

Inicialmente, são apresentados os resultados dos ajustes para todo o agrupamento.

Os valores dos parâmetros estimados (b_0 , b_1 , e b_2) e das estatísticas de regressão R^2_{aj} , $S_{yx}\%$ e F obtidos nos ajustes das funções hipsométricas tradicionais para todo o agrupamento são apresentados na TABELA 4.1, em ordem decrescente do coeficiente de determinação ajustado (R^2_{aj}).

TABELA 4.1 - PARÂMETROS ESTIMADOS, R^2_{aj} , $S_{yx}\%$ E F DAS FUNÇÕES HIPSONÉTRICAS TRADICIONAIS AJUSTADAS PARA TODO O AGRUPAMENTO

FUNÇÃO	PARÂMETROS ESTIMADOS			R^2_{aj}	$S_{yx}\%$	F	
	b_0	b_1	b_2				
Gompertz	41,5015	3,5598	0,0526	0,8027	21,2250	632.372	**
Weibull	41,6128	0,0030	1,5848	0,7999	21,3794	622.919	**
Logística Modificada	63,4183	0,0019	1,6134	0,7985	21,4514	618.588	**
Chapman-Richards	51,7924	0,0289	1,7608	0,7985	21,4531	618.482	**
Exponential	95,7836	67,4717	12,6733	0,7985	21,4533	618.470	**
Prodan	15,4908	0,6236	0,0123	0,7972	21,5183	614.598	**
Korf	428,4000	10,2248	0,3527	0,7957	21,6004	609.752	**
Logarítmica	-0,8129	1,1079	-	0,7907	21,8641	891.832	**
Logarítmica Inversa	4,0243	-30,2694	-	0,7819	22,3182	854.451	**

Todas as funções convergiram com o método iterativo Gauss-Newton. Apesar da diferença relativamente pequena entre os valores das estatísticas de regressão das funções ajustadas, os melhores desempenhos foram evidenciados para as funções Gompertz e Weibull, com os maiores valores de R^2_{aj} e menores valores de $S_{yx}\%$.

Além das estatísticas de regressão, analisou-se a curva resultante dos modelos ajustados, já que foram verificadas grandes diferenças nas estimativas dos parâmetros assintóticos entre os ajustes.

A FIGURA 4.2 evidencia a curva resultante do ajuste das funções hipsométricas para todo o agrupamento.

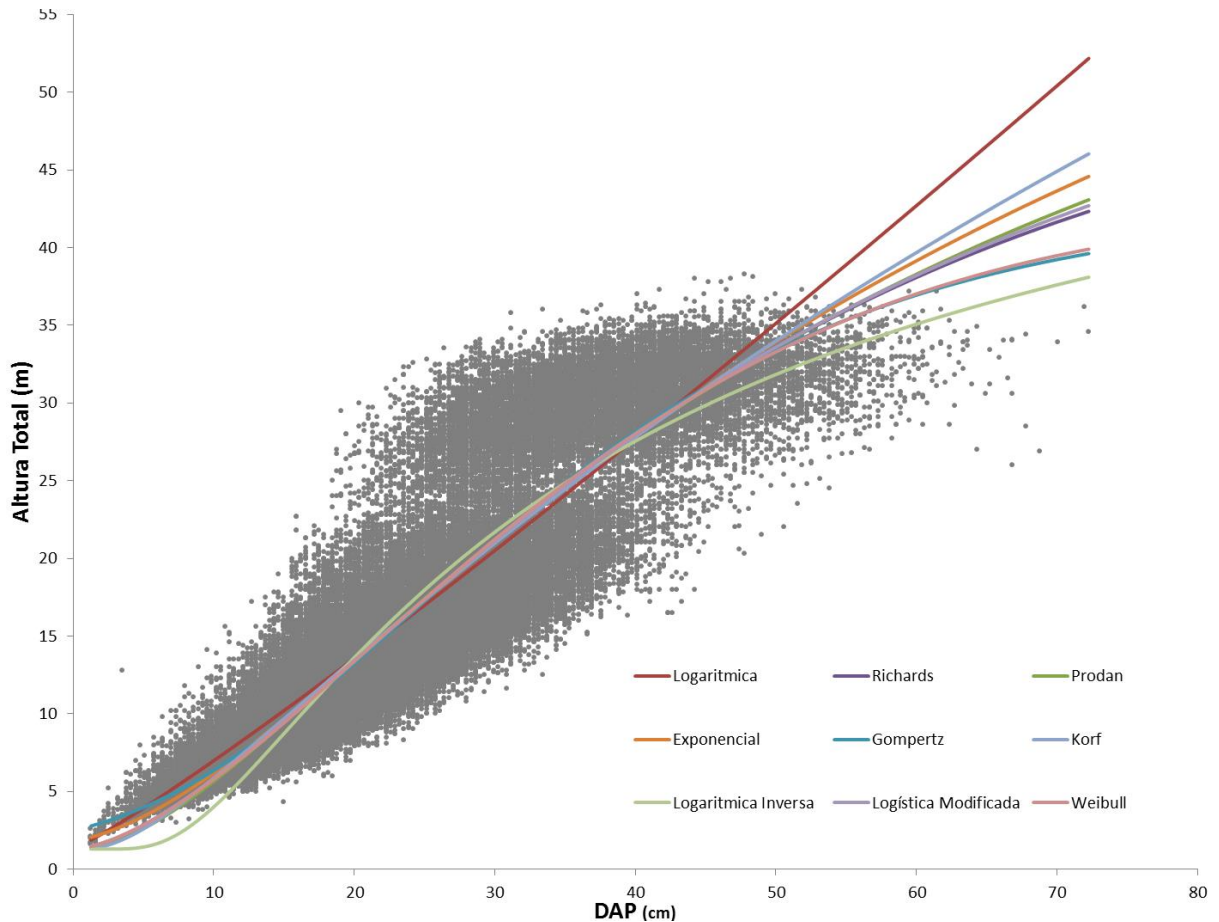


FIGURA 4.2 - MODELOS HIPSOMÉTRICOS TRADICIONAIS AJUSTADOS PARA TODO O AGRUPAMENTO

Observa-se que todas as funções ajustadas, com exceção da Logaritmica, resultam em uma curva de forma sigmoide e, portanto, atendem aos critérios biológicos dos dados em estudo. No entanto, é possível notar que a diferença entre os valores assintóticos das funções indica que algumas funções culminam em alturas muito além dos pares de valores altura-DAP observados. De forma geral, as curvas resultantes das funções Gompertz e Weibull (as que propiciaram melhores estatísticas de regressão para todo o conjunto de dados), ambas apresentando forma adequada para o ajuste da relação altura-diâmetro, além de estimativas coerentes dos parâmetros assintóticos. Nota-se, contudo, que embora estas funções sejam bastante similares entre si, a função Weibull possui uma leve tendência em subestimar as alturas das árvores com pequenos diâmetros. Por outro lado, a função Gompertz ajustada resultou em melhor forma para os menores valores do conjunto altura-DAP (FIGURA 4.3), propiciando assim melhores estimativas ao longo de toda a dispersão dos dados.

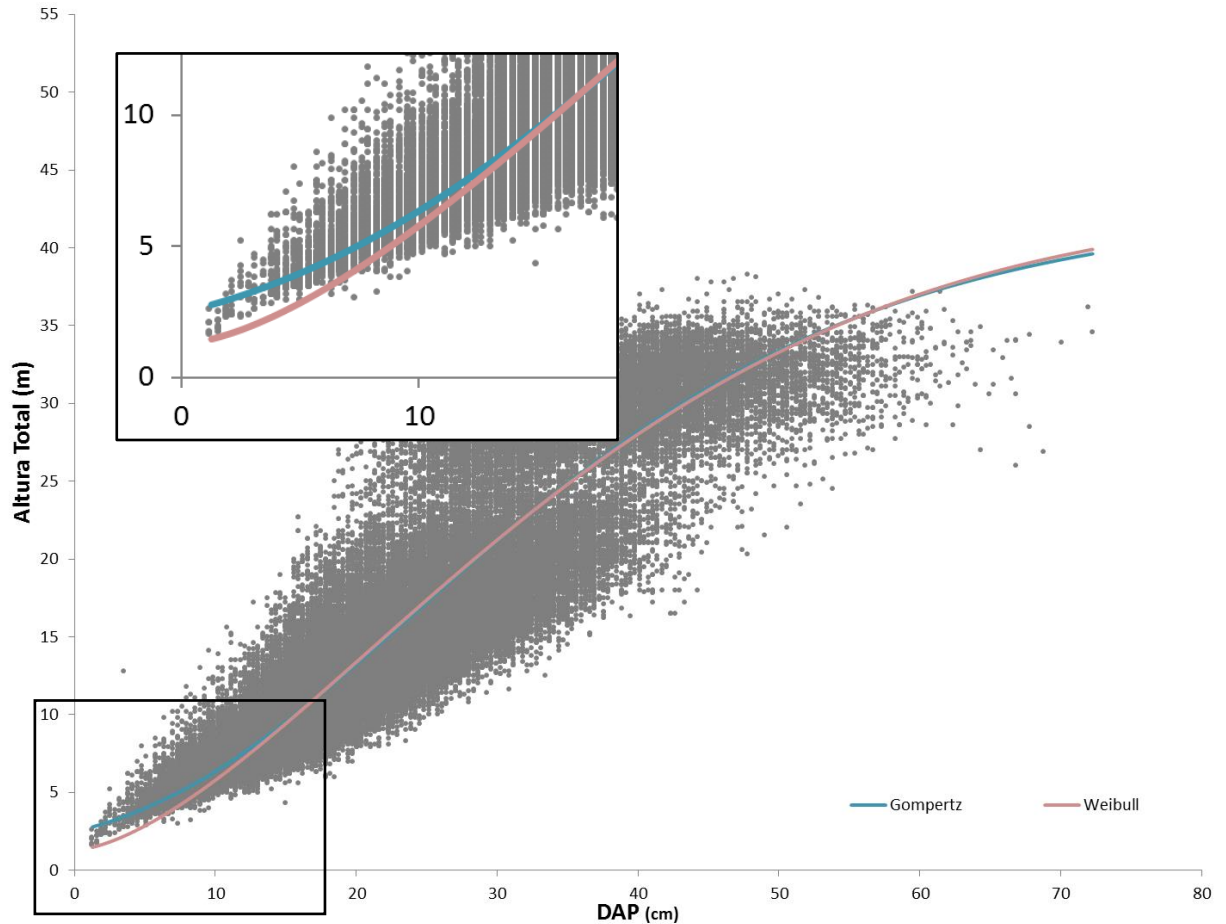


FIGURA 4.3 - DETALHES DAS CURVAS RESULTANTES DAS FUNÇÕES DE GOMPERTZ E DE WEIBULL AJUSTADAS PARA TODO O AGRUPAMENTO

Conforme pode ser observado na FIGURA 4.4, a análise visual dos gráficos de dispersão dos resíduos evidenciou que as funções tiveram comportamento similar. Em geral, todas possuem a tendência em subestimar as menores alturas e superestimar as maiores alturas, estimando bem somente as alturas intermediárias. A dispersão dos resíduos sugere a necessidade de ponderação das variáveis das funções, quando ajustadas para todo o agrupamento.

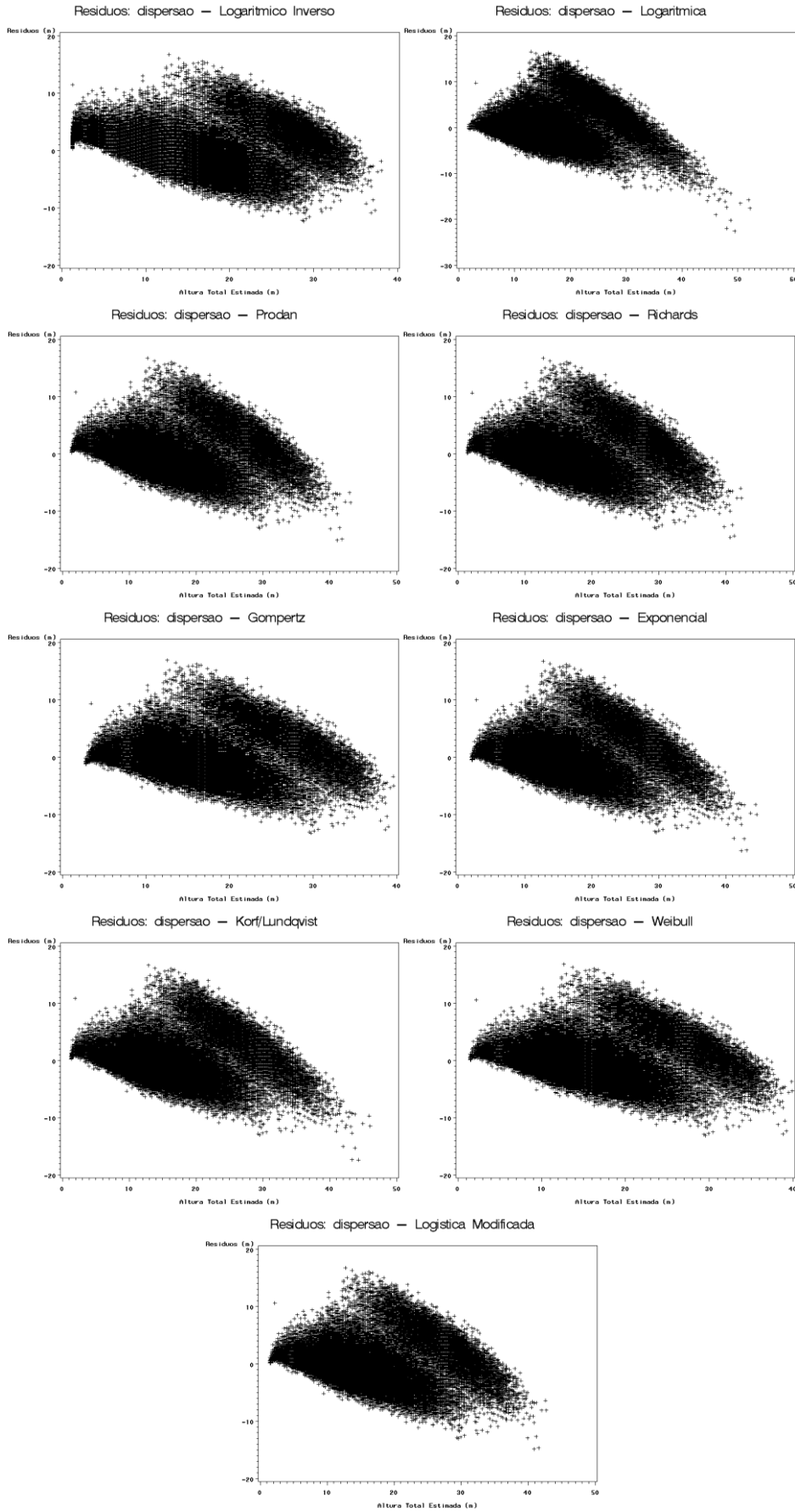


FIGURA 4.4 - DISPERSÃO DOS RESÍDUOS DOS MODELOS HIPSONÔMETRICOS TRADICIONAIS AJUSTADOS PARA TODO O AGRUPAMENTO

Apesar da distribuição tendenciosa dos resíduos, dentre as funções tradicionais testadas, a função de Gompertz apresentou melhor desempenho, cuja equação resultante é a seguinte:

$$h_i = 1,3 + 41,5015 * e^{[-3,5598 * e^{(-0,0526 * d_i)}]} + \varepsilon_i$$

em que:

h_i = altura total (m)

d_i = diâmetro a 1,3 m – DAP (cm)

e = constante de Euler

ε_i = erro

Sob o ponto de vista da utilização de funções não lineares para o ajuste da relação hipsométrica, embora estas já sejam utilizadas há algum tempo para estudos conduzidos nos Estados Unidos e no Canadá (como em Huang, Titus e Wiens, 1992; Zhang, 1997; Huang, Price e Titus, 2000; Sharma e Parton, 2007; Leduc e Goelz, 2009; dentre outros), no Brasil ainda há pouca tradição em seu uso, com estudos relativamente mais recentes (como em Caldeira *et al.*, 2002; Barros *et al.*, 2002; Soares *et al.*, 2004; Machado *et al.* 2008; Mendonça *et al.*, 2011, dentre outros), assim como em outros países (como Dorado *et al.*, 2005, na Espanha; Fallah, 2009; Ahmadi *et al.*, 2013, no Irã; dentre outros).

É muito importante a escolha de valores iniciais adequados e relativamente próximos aos valores dos parâmetros pós ajuste. Utilizar resultados de estudos similares como ponto de partida pode auxiliar. Caso contrário, o ajuste pode gerar valores de parâmetros ilógicos sob o ponto de vista biológico, tais como valores assintóticos próximos a 100, por exemplo, indicando a suposta altura da árvore a uma determinada idade.

Não é raro que algumas funções não lineares sejam difíceis de se fazer convergir. Como forma de contornar esta situação, é importante testar novos conjuntos de valores iniciais para o ajuste, diversificando os valores e/ou aumentando sua abrangência.

Além disto, há ainda duas possibilidades:

- a) alterar o método iterativo (de Gauss-Newton para Marquardt, ou outro, por exemplo). Contudo, na maioria dos casos, esta alteração não gera diferenças no ajuste, nem em relação aos valores dos parâmetros, nem em relação à soma de quadrados (e portanto, às estatísticas de regressão, R^2_{aj} e $S_{yx}\%$); as diferenças ocorrem somente no número de iterações.
- b) aumentar o número máximo de iterações permitido.

No entanto, em alguns casos, para um determinado conjunto de dados, algumas funções não lineares simplesmente não convergem, não importa o número de tentativas e a abrangência do conjunto de valores iniciais testados para o ajuste.

Outra consideração importante é que a relação hipsométrica não é uma relação dendrométrica muito forte, conforme evidenciado por Machado *et al.* (1994) e outros autores. Este fato é explicado pela grande variabilidade de alturas que uma árvore pode ter dentro de uma mesma classe de diâmetro. Assim, na maioria dos casos, as estatísticas de regressão (tais como R^2_{aj} e $S_{yx}\%$, consideradas neste estudo) resultam em valores muito precários, em geral muito inferiores aos desejados em uma análise de regressão. Este fato se acentua com o aumento da idade do povoamento, uma vez que em povoamentos com maiores idades, a estrutura em geral é alterada devido a realização de desbastes ou mesmo, da mortalidade natural.

Assim, o ajuste dos modelos hipsométricos tradicionais por classes de idade é uma forma de melhorar as estatísticas de regressão e, portanto, as estimativas, uma vez que na maioria dos casos, aumenta o coeficiente de determinação ajustado (R^2_{aj}) e principalmente, diminui o erro padrão de estimativa ($S_{yx}\%$). A seguir, a TABELA 4.2 e a TABELA 4.3 apresentam os resultados dos ajustes das nove funções hipsométricas tradicionais por classes de idade.

TABELA 4.2 - PARÂMETROS ESTIMADOS, R^2_{aj} , $S_{yx}\%$ E F DAS FUNÇÕES HIPSOMÉTRICAS TRADICIONAIS AJUSTADAS PARA AS CLASSES DE IDADE 1, 2, 3 E 4

FUNÇÃO	CLASSE DE IDADE 1				CLASSE DE IDADE 2				CLASSE DE IDADE 3				CLASSE DE IDADE 4											
	Parâmetro estimado	R^2_{aj}	$S_{yx}\%$	F	Parâmetro estimado	R^2_{aj}	$S_{yx}\%$	F	Parâmetro estimado	R^2_{aj}	$S_{yx}\%$	F	Parâmetro estimado	R^2_{aj}	$S_{yx}\%$	F								
Chapman-Richards	Não convergiu				b_0	58,9789				b_0	33,8810				Não convergiu									
					b_1	0,0052	0,6239	12,59	421.973	**	b_1	0,0134	0,4229	12,95	288.681	**								
					b_2	0,6965				b_2	0,6281													
Exponential	b_0	46,6316				b_0	38,5387				b_0	35,5526				b_0	85,7750							
	b_1	59,5811	0,7399	13,00	380.784	**	b_1	41,7708	0,6233	12,60	421.310	**	b_1	32,8792	0,4226	12,96	288.520	**	b_1	199,2000	0,2506	10,84	143.839	**
	b_2	17,2213				b_2	15,2331				b_2	14,3616				b_2	103,9000							
Gompertz	b_0	19,4681				b_0	22,0415				b_0	24,1441				b_0	41,9319							
	b_1	2,3926	0,7390	13,02	379.493	**	b_1	1,8746	0,6223	12,62	420.149	**	b_1	1,4962	0,4219	12,96	288.167	**	b_1	1,1904	0,2506	10,84	143.834	**
	b_2	0,0597				b_2	0,0547				b_2	0,0481				b_2	0,0144							
Korf/Lundqvist	Não convergiu				Não convergiu				b_0	159,0000				Não convergiu										
									b_1	4,8163	0,4231	12,95	288.775	**										
									b_2	0,2251														
Logarítmica	b_0	-0,2775	0,7402	12,99	572.002	**	b_0	0,4897	0,6239	12,59	632.892	**	b_0	1,0304	0,4226	12,96	432.844	**	b_0	1,8650	0,2494	10,85	215.418	**
	b_1	0,8400				b_1	0,6590				b_1	0,5287				b_1	0,3242							
Logarítmica Inversa	b_0	2,8099	0,7026	13,90	498.526	**	b_0	3,1223	0,6042	12,92	600.911	**	b_0	3,2417	0,4176	13,01	429.071	**	b_0	3,2654	0,2389	10,93	212.397	**
	b_1	-11,6815				b_1	-12,6785				b_1	-12,3988				b_1	-8,7469							
Logística Modificada	Não convergiu				b_0	139,7000				b_0	55,6449				Não convergiu									
					b_1	0,0106	0,6239	12,59	421.993	**	b_1	0,0367	0,4229	12,95	288.721	**								
					b_2	0,7213				b_2	0,7290													
Prodan	b_0	-1,7411				b_0	-1,7174				b_0	-1,6460				b_0	-24,4211							
	b_1	1,9681	0,7399	13,00	380.819	**	b_1	1,3078	0,6143	12,60	421.439	**	b_1	0,9879	0,4226	12,96	288.559	**	b_1	2,3535	0,0172	12,42	109.281	**
	b_2	0,0123				b_2	0,0237				b_2	0,0279				b_2	0,0014							
Weibull	Não convergiu				b_0	80,8452				b_0	39,2127				Não convergiu									
					b_1	0,0184	0,6239	12,59	421.989	**	b_1	0,0551	0,4229	12,95	288.704	**								
					b_2	0,7154				b_2	0,6844													

TABELA 4.3 - PARÂMETROS ESTIMADOS, R^2_{aj} , $S_{yx}\%$ E F DAS FUNÇÕES HIPNOMÉTRICAS TRADICIONAIS AJUSTADAS PARA AS CLASSES DE IDADE 5, 6 E 7

FUNÇÃO	CLASSE DE IDADE 5				CLASSE DE IDADE 6				CLASSE DE IDADE 7						
	Parâmetro estimado	R^2_{aj}	$S_{yx}\%$	F	Parâmetro estimado	R^2_{aj}	$S_{yx}\%$	F	Parâmetro estimado	R^2_{aj}	$S_{yx}\%$	F			
Chapman-Richards	b_0	28,1350			b_0	30,6150			b_0	31,9358					
	b_1	0,0932	0,1779	7,87	41.908 **	b_1	0,0838	0,2768	7,53	461.113 **	b_1	0,0661	0,2583	6,30	525.350 **
	b_2	1,3084			b_2	1,4116			b_2	0,9025					
Exponential	Não convergiu				b_0	33,1985			b_0	29,3812					
					b_1	4,0475	0,2775	7,53	461.580 **	b_1	0,1948	0,0168	7,25	395.797 **	
					b_2	-9,5786			b_2	-67,3474					
Gompertz	b_0	28,0656			b_0	30,5278			b_0	31,8094					
	b_1	1,6105	0,1778	7,87	41.904 **	b_1	1,7503	0,2765	7,53	460.961 **	b_1	1,1811	0,2581	6,30	525.157 **
	b_2	0,1002			b_2	0,0904			b_2	0,0735					
Korf/Lundqvist	Não convergiu				b_0	31,7900			b_0	33,2692					
					b_1	112,2000	0,2773	7,53	461.431 **	b_1	46,8091	0,2589	6,29	525.763 **	
					b_2	1,9353			b_2	1,6461					
Logarítmica	b_0	2,5797	0,1696	7,91	62.230 **	b_0	2,5173	0,2573	7,63	673.410 **	b_0	2,6619	0,2466	6,35	775.727 **
	b_1	0,1967			b_1	0,2299			b_1	0,1977					
Logarítmica Inversa	b_0	3,4700	0,1769	7,87	62.786 **	b_0	3,5742	0,2724	7,56	687.540 **	b_0	3,5844	0,2570	6,30	786.630 **
	b_1	-6,5649			b_1	-8,2223			b_1	-7,5895					
Logística Modificada	b_0	28,8715			b_0	31,5290			b_0	33,0170					
	b_1	0,0041	0,1784	7,86	41.935 **	b_1	0,0033	0,2771	7,53	461.334 **	b_1	0,0096	0,2588	6,29	525.672 **
	b_2	2,2512			b_2	2,2180			b_2	1,8699					
Prodan	b_0	4,6929			b_0	5,9691			b_0	3,9912					
	b_1	-0,0455	0,2588	6,29	41.932 **	b_1	-0,0618	0,2771	7,53	461.315 **	b_1	0,0395	0,2588	6,29	525.692 **
	b_2	0,0349			b_2	0,0322			b_2	0,0300					
Weibull	b_0	28,1304			b_0	30,5627			b_0	31,9949					
	b_1	0,0620	0,1778	7,87	41.904 **	b_1	0,0456	0,2767	7,53	461.056 **	b_1	0,0818	0,2584	6,30	525.369 **
	b_2	1,0911			b_2	1,1394			b_2	0,9493					

Observa-se que os valores de R^2_{aj} foram baixos para a maioria dos modelos e classes de idade, variando de 0,0168 para a função exponencial na classe de idade 7, a 0,7402 para a função logarítmica na classe de idade 1. Isto se deve à grande amplitude de dados provenientes das parcelas, que contém árvores com diferentes alturas e mesmo diâmetro, como é geralmente esperado nas relações hipsométrica.

E, adicionalmente, acima de uma determinada idade, em povoamentos em que foram realizados tratamentos silviculturais, como o desbaste, a correlação altura-DAP é ainda menor, diminuindo sobremaneira os valores de R^2_{aj} e aumentando os valores de $S_{yx}\%$. Ainda, em algumas classes de idade, alguns modelos não convergiram, conforme indicado nos resultados da tabela anterior.

Os valores de $S_{yx}\%$ ficaram dentro de valores aceitáveis, em geral menores do que 10%, variando de 6,2941% para a função de Korf/Lundqvist na classe de idade 7, a 23,06% para a função Logística Modificada na classe de idade 4.

Ainda, é importante salientar que algumas funções não convergiram para algumas classes de idade, conforme destacado na tabela anterior. Assim, analisando-se os resultados para as sete classes de idade, verificou-se que as funções apresentaram valores muito similares tanto em relação a R^2_{aj} como em relação a $S_{yx}\%$. No entanto, as funções se distinguem mais quando avaliado o seu desempenho em termos de linha estimativa; algumas funções não representam bem os valores reais em toda a sua extensão, sendo que a função que mais representa a nuvem de pontos observados é a logarítmica, conforme observado na FIGURA 4.5.

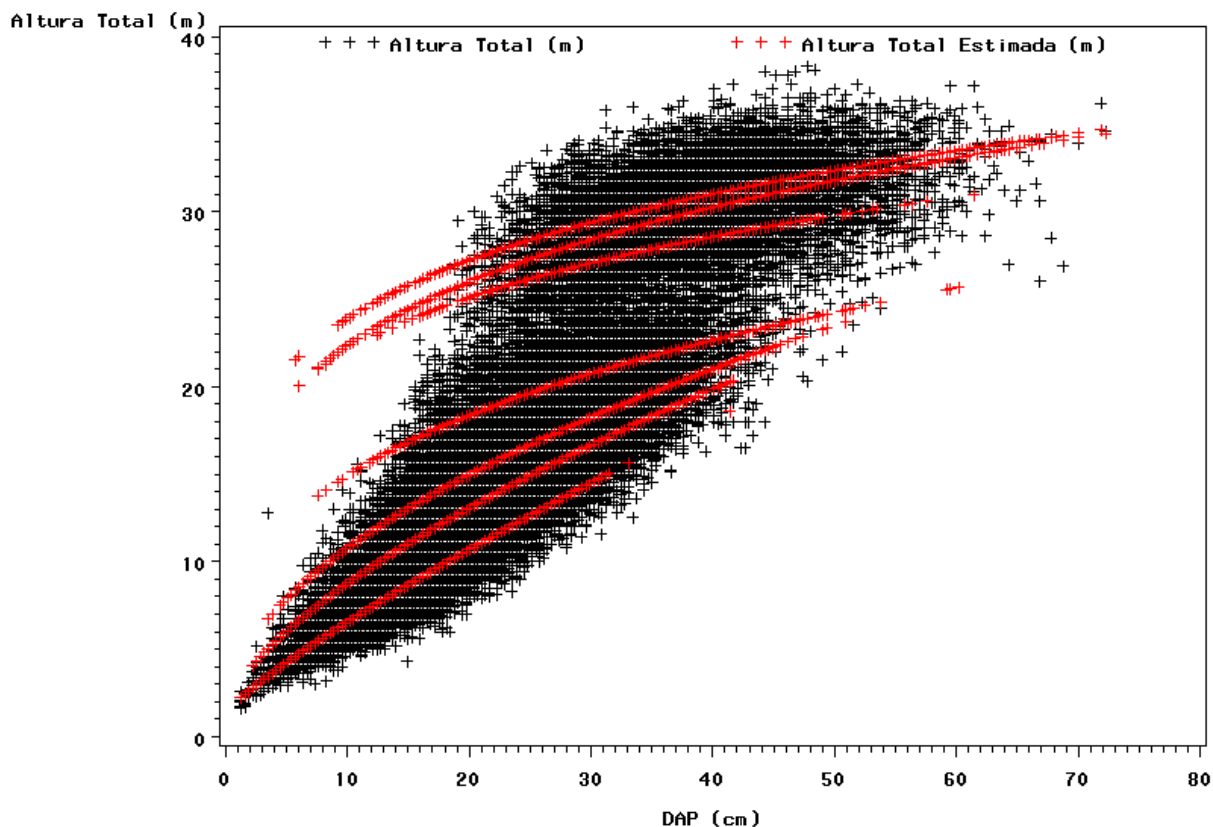


FIGURA 4.5 - FUNÇÃO LOGARÍTMICA AJUSTADA POR CLASSE DE IDADE

Dada a grande variabilidade de dados de altura *versus* diâmetro compreendida neste estudo, como alternativa, realizaram-se os ajustes da relação hipsométrica com os modelos hipsométricos genéricos, que envolvem outras variáveis além do DAP para a estimativa da altura (como altura dominante, idade, diâmetro quadrático médio, e suas transformações).

A TABELA 4.4 apresenta os parâmetros ajustados bem como as estatísticas de ajuste dos modelos genéricos utilizados para a estimativa da altura.

TABELA 4.4 - PARÂMETROS ESTIMADOS, R^2_{aj} , $S_{yx}\%$ E F DAS FUNÇÕES HIPSOMÉTRICAS GENÉRICAS AJUSTADAS PARA TODO O AGRUPAMENTO

MODELO Nº	PARÂMETROS ESTIMADOS						R^2_{aj}	$S_{yx}\%$	F	
	b_0	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5				
1	-2,9390	0,2402	-0,0016	0,8453	-	-	0,9828	6,2696	1.326.106	**
2	-2,5006	0,3095	0,8064	-0,1339	-0,0027	0,0047	0,9837	6,0976	842.007	**
3	0,0231	0,9898	-0,1817	4,8481	-3,1637	-	0,9787	2,6214	804.196	**
4	-15,8835	1,0526	3,8451	40,5062	-0,0018	-	0,9846	5,9347	1.112.050	**
5	0,5030	0,5655	-0,0169	0,0286	-	-	0,9779	7,1003	1.028.808	**
6	-1,8994	0,1519	0,8471	-	-	-	0,9820	6,3876	1.915.087	**
7	5,1902	0,3107	1,3511	-5,4558	-0,0062	-0,0968	0,9841	6,0191	864.481	**

Todos os modelos genéricos geraram resultados satisfatórios em termos de estatísticas de regressão, com coeficientes de determinação $R^2_{aj} \geq 0,97$ e erro padrão da estimativa $S_{yx}\% \leq 7,1$. No entanto, a análise dos gráficos de ajuste (altura observada versus altura estimada) e de dispersão dos resíduos (em porcentagem) de alguns dos modelos ajustados, apresentados na FIGURA 4.6, indica tendenciosidade para os modelos 1, 3 e 4, que utilizam as mesmas variáveis propostas por Barros *et al.* (2002) e Ferreira (2007), respectivamente. E, embora o modelo 7, desenvolvido neste estudo, tenha gerado alguns valores superestimados de altura, conforme se observa no gráfico de dispersão de resíduos, é o modelo com menores tendências, sendo portanto o selecionado para a estimativa das alturas das árvores que não foram medidas nas parcelas, com a seguinte equação:

$$h_i = 5,19024 + 0,31069 * d_i + 1,35108 * h_{dom} - 5,45576 * \ln(h_{dom}) - 0,00624 * (d_i h_{dom}) - 0,09678 * d_g + \varepsilon_i$$

em que:

h_i = altura total (m)

d_i = diâmetro a 1,3 m – DAP (cm)

h_{dom} = altura dominante (m)

d_g = diâmetro quadrático médio (cm)

\ln = logaritmo neperiano

ε_i = erro

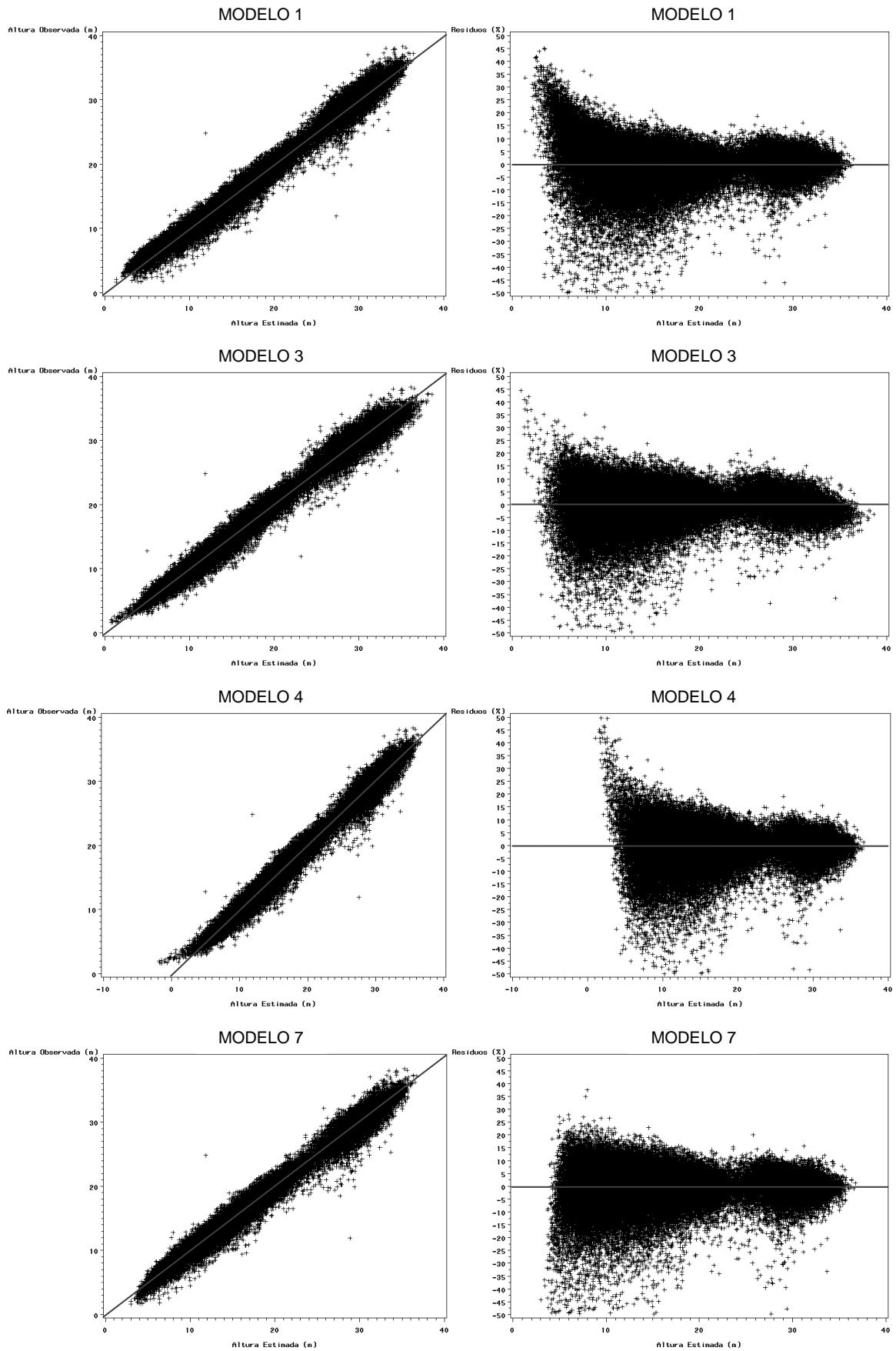


FIGURA 4.6 - GRÁFICOS DE AJUSTE E DE DISPERSÃO DE RESÍDUOS (EM %) DOS MODELOS HIPSONÔMETRICOS GENÉRICOS AJUSTADOS PARA ESTIMAR ALTURA

4.2 MODELOS VOLUMÉTRICOS

A FIGURA 4.7 apresenta o gráfico de dispersão dos dados de volume individual com casca (em m³) versus DAP (em cm), indicando muito boa relação entre as variáveis analisadas, cuja forma exponencial é característica para este tipo de conjunto de dados.

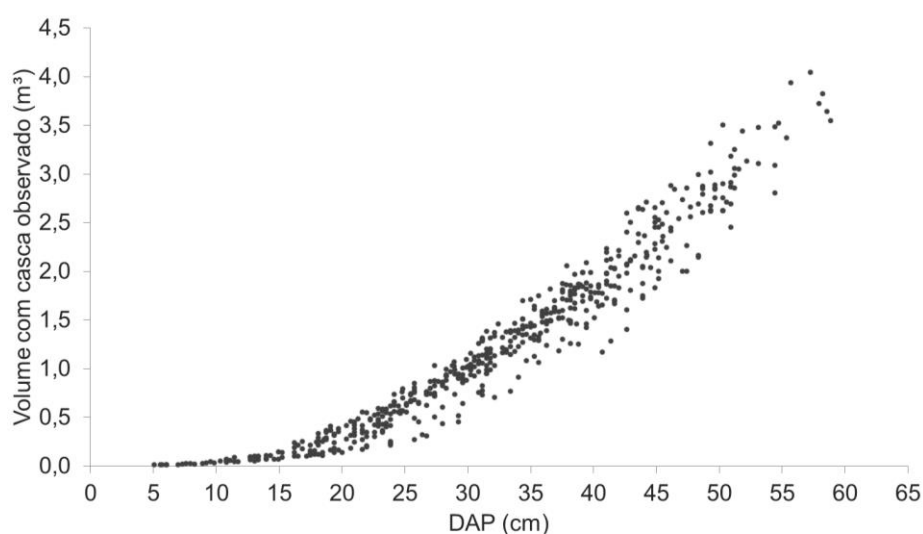


FIGURA 4.7 - VOLUME INDIVIDUAL COM CASCA (m³) VERSUS DAP (cm)

Os valores dos parâmetros estimados (b_0 , b_1 , e b_2) e as estatísticas de regressão R^2_{aj} , $S_{yx}\%$ e F obtidos nos ajustes das funções volumétricas são apresentados em ordem decrescente de desempenho na TABELA 4.5 para volume individual com casca.

TABELA 4.5 - PARÂMETROS ESTIMADOS, R^2_{aj} , $S_{yx}\%$ E F DAS FUNÇÕES VOLUMÉTRICAS AJUSTADAS PARA VOLUME INDIVIDUAL COM CASCA

MODELO	EQUAÇÃO	PARÂMETROS ESTIMADOS			R^2_{aj}	$S_{yx}\%$	F
		b_0	b_1	b_2			
Schumacher-Hall	$\ln v_i = \beta_0 + \beta_1 \ln d_i + \beta_2 \ln h_i + \varepsilon_i$	-10,331765	1,902213	1,144386	0,9820	9,5149	29.173 **
Spurr	$v_i = \beta_0 + \beta_1(d_i^2 h_i) + \varepsilon_i$	0,012170	0,000037	-	0,9810	9,7712	27.344 **
Husch	$\ln v_i = \beta_0 + \beta_1 \ln d_i + \varepsilon_i$	-7,331691	2,142561	-	0,9525	15,4468	16.439 **

Como se pode observar, a função de Schumacher-Hall, seguida pela de Spurr resultaram em estatísticas de regressão semelhantes, ambas com valores de R^2_{aj} e $S_{yx}\%$ bastante satisfatórios. E, por estas funções possuírem duas variáveis independentes (diâmetro e altura), apresentam um desempenho superior a função de Husch.

Além das estatísticas de regressão, analisaram-se os gráficos de ajuste (volume observado *versus* volume estimado) e de dispersão dos resíduos (em porcentagem) dos modelos, apresentados na FIGURA 4.8. Evidencia-se que os gráficos de ajuste das funções de Schumacher-Hall e de Spurr são semelhantes. No entanto, a função de Schumacher-Hall resultou em melhor dispersão dos resíduos do que a de Spurr, que apresentou certa tendenciosidade na estimativa, principalmente para árvores de menores volumes, superestimando-o. A função de Husch não teve um bom desempenho, evidenciado tanto pelo gráfico de ajuste como de dispersão dos resíduos, superestimando o volume das árvores, sobretudo as de menores volumes.

Assim, a função de Schumacher-Hall foi considerada a mais adequada para a estimativa de volume individual com casca das árvores do povoamento (em m³), cuja equação resultante é a seguinte:

$$\ln v_i = - 10,331765 + 1,902213 * \ln d_i + 1,144386 * \ln h_i + \varepsilon_i$$

em que:

v_i = volume individual com casca (m³)

d_i = diâmetro a 1,30 m de altura – DAP (cm)

h_i = altura total da árvore (m)

\ln = logaritmo neperiano

ε_i = erro

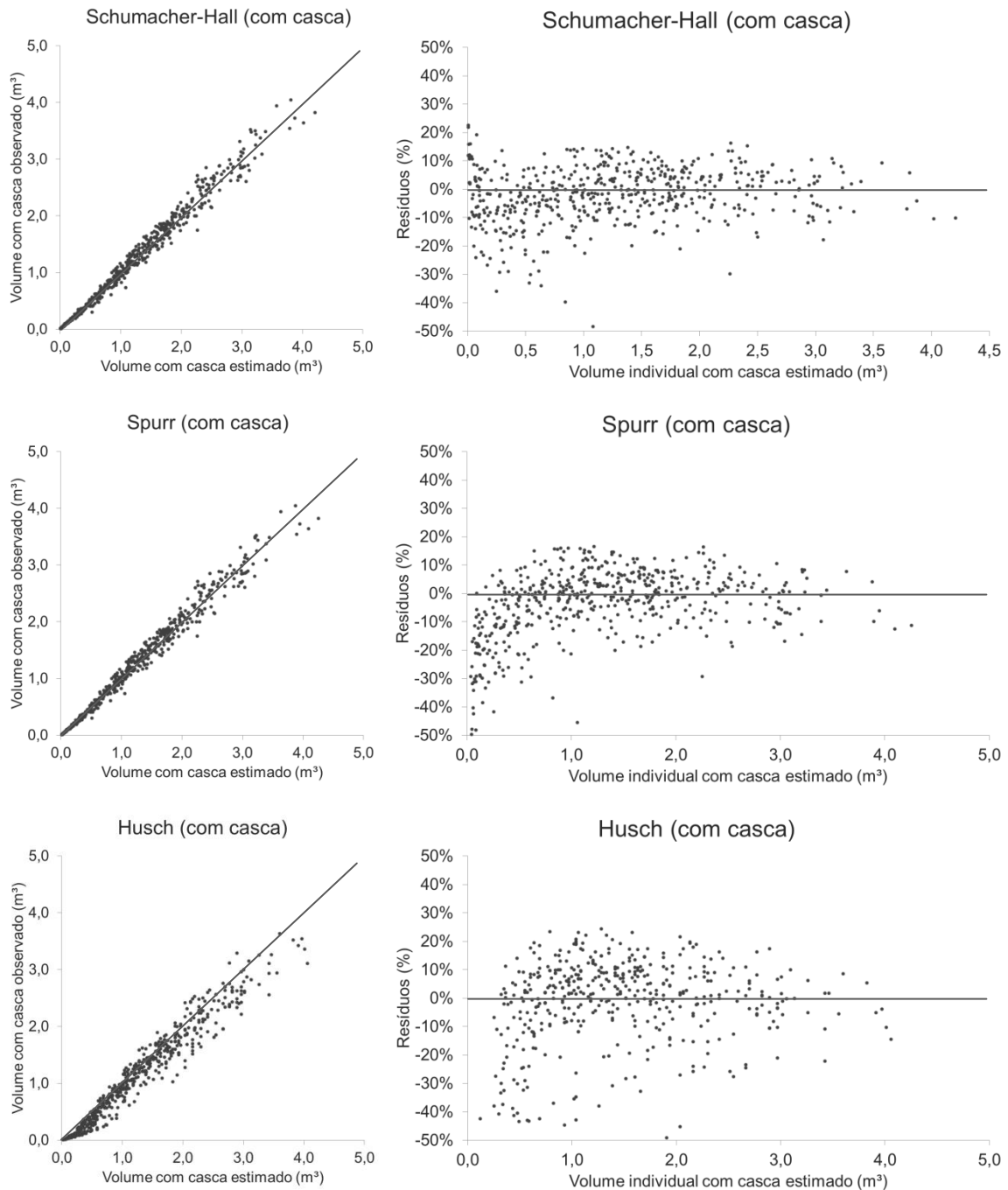


FIGURA 4.8 - GRÁFICOS DE AJUSTE (VOLUME OBSERVADO X VOLUME ESTIMADO) E DE DISPERSÃO DE RESÍDUOS (EM %) DOS MODELOS VOLUMÉTRICOS AJUSTADOS PARA VOLUME INDIVIDUAL COM CASCA

4.3 MODELOS DE ALTURA DOMINANTE E ÍNDICE DE SÍTIO

A FIGURA 4.9 apresenta o gráfico de dispersão da altura dominante (em metros) *versus* idade (em anos) para o conjunto de dados utilizado no ajuste, no

qual se observa a típica curva em forma sigmoidal-côncava. Percebe-se que o conjunto de dados em estudo abrange uma grande amplitude de dimensões de árvores, inclusive árvores com diâmetro e altura próximos aos valores assintóticos. Assim, embora algumas idades intermediárias não estejam representadas, o conjunto de dados altura-idade pode ser considerado bastante satisfatório para a realização do ajuste dos modelos para a área do estudo.

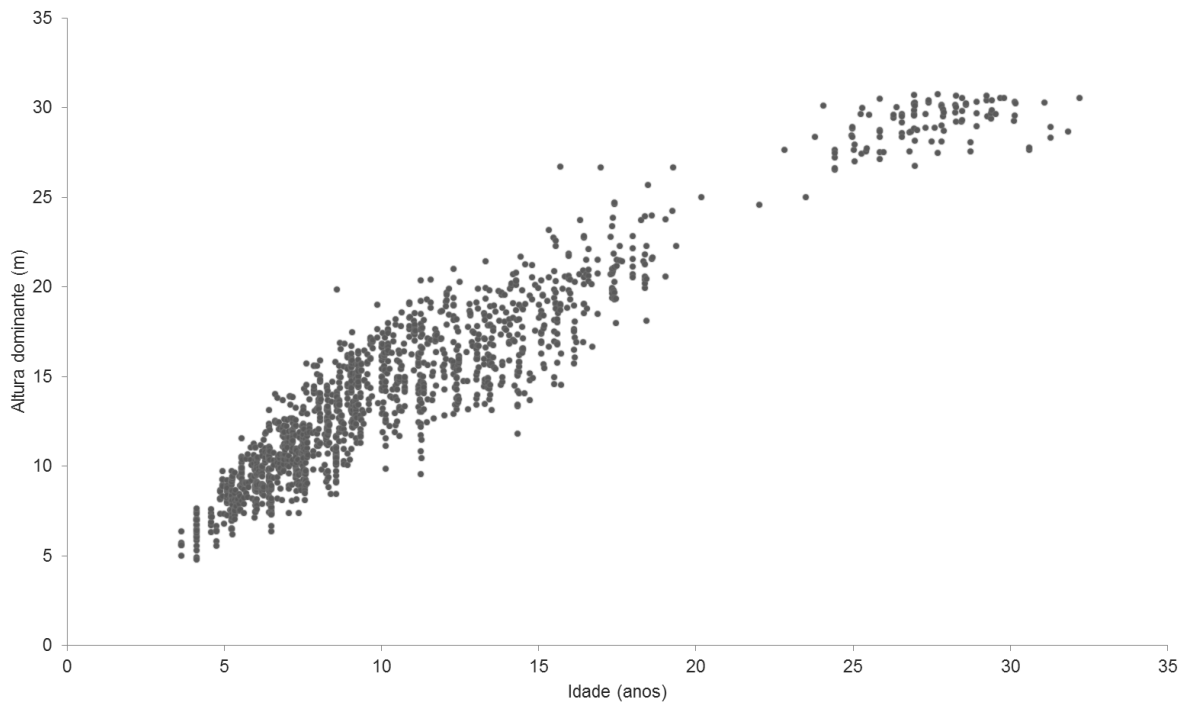


FIGURA 4.9 - ALTURA DOMINANTE (METROS) DAS PARCELAS EM FUNÇÃO DA IDADE (ANOS)

O conjunto de dados abrangia originalmente 1621 pares de valores altura-idade, com amplitude de dados com idades entre 3,6 e 32,2 anos. Após a análise dos dados para a exclusão dos *outliers*, o conjunto resultou em 1493 pares de valores altura-idade. No entanto, quando estes dados foram submetidos ao ajuste das funções de sítio, verificou-se que a função de Chapman-Richards não convergia ou então, quando convergia, os valores assintóticos ajustados eram irrealistas sob o ponto de vista biológico. Assim, optou-se em fixar o parâmetro b_0 em 35 para a função de Chapman-Richards. Para as funções de Schumacher e de Prodan não foi necessário este procedimento, uma vez que o ajuste destas funções aos dados não apresentou problemas.

A TABELA 4.6 resume os parâmetros estimados e os resultados das estatísticas de regressão obtidos com os modelos de sítio ajustados para os dados de altura-idade que representam os polos de desenvolvimento florestal de Jaguariaíva, no Paraná e de Rio Negrinho, em Santa Catarina. As estatísticas de regressão são apresentadas em ordem decrescente do coeficiente de determinação (R^2_{aj}) e crescente do erro padrão de estimativa ($S_{yx}\%$).

TABELA 4.6 - PARÂMETROS ESTIMADOS E ESTATÍSTICAS DE REGRESSÃO R^2_{aj} , $S_{yx}\%$ E F DOS MODELOS DE SÍTIO AJUSTADOS PARA OS POLOS DE DESENVOLVIMENTO FLORESTAL DE JAGUARIAÍVA, PARANÁ E DE RIO NEGRINHO, SANTA CATARINA

FUNÇÃO	PARÂMETROS ESTIMADOS			R^2_{aj}	$S_{yx}\%$	F
	β_0	β_1	β_2			
Prodan	-0,3528	0,6172	0,0129	0,8964	12,3217	37084,0 **
Chapman-Richards	35,0000	0,0589	1,1069	0,8892	12,7436	51955,4 **
Schumacher	35,6240	-8,7090	-	0,8528	14,6894	38918,2 **

Analisando-se os valores das estatísticas de regressão obtidas para os ajustes das funções, verifica-se que as funções de Prodan (1968) e de Chapman-Richards (RICHARDS, 1959; CHAPMAN, 1961), apresentaram diferenças muito pequenas em relação ao coeficiente de determinação (R^2_{aj}) e ao erro padrão de estimativa ($S_{yx}\%$), estando praticamente empatadas.

A FIGURA 4.10 apresenta os gráficos de ajuste e de dispersão dos resíduos (em %) decorrentes dos ajustes das funções de sítio. É possível observar que os gráficos de ajuste e de dispersão de resíduos para as funções de Prodan e de Chapman-Richards são muito similares, indicando que ambas as funções possuem uma leve tendência a superestimar as alturas, corroborando o que foi evidenciado por meio das estatísticas de regressão.

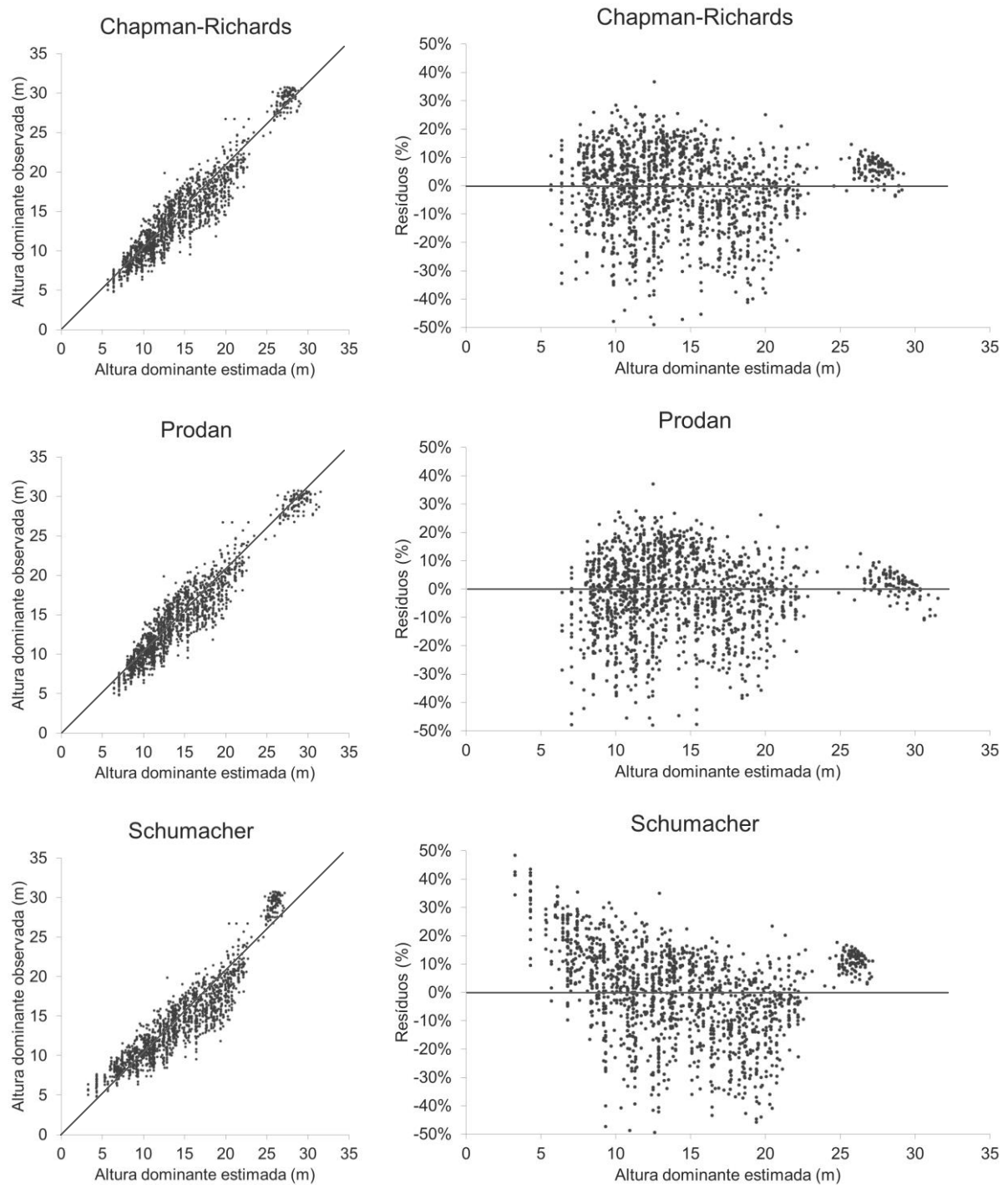


FIGURA 4.10- GRÁFICOS DE AJUSTE E DE DISPERSÃO DOS RESÍDUOS (%) DOS MODELOS DE SÍTIO AJUSTADOS PARA OS POLOS DE DESENVOLVIMENTO FLORESTAL DE JAGUARIAÍVA, PARANÁ E DE RIO NEGRINHO, SANTA CATARINA

A FIGURA 4.11 apresenta as curvas resultantes do ajuste das funções de sítio os polos de desenvolvimento florestal de Jaguariaíva, Paraná, e de Rio Negrinho, Santa Catarina, na qual se observa comportamentos bastante distintos das curvas, seguindo tendências independentes, cruzando-se em alguns pontos.

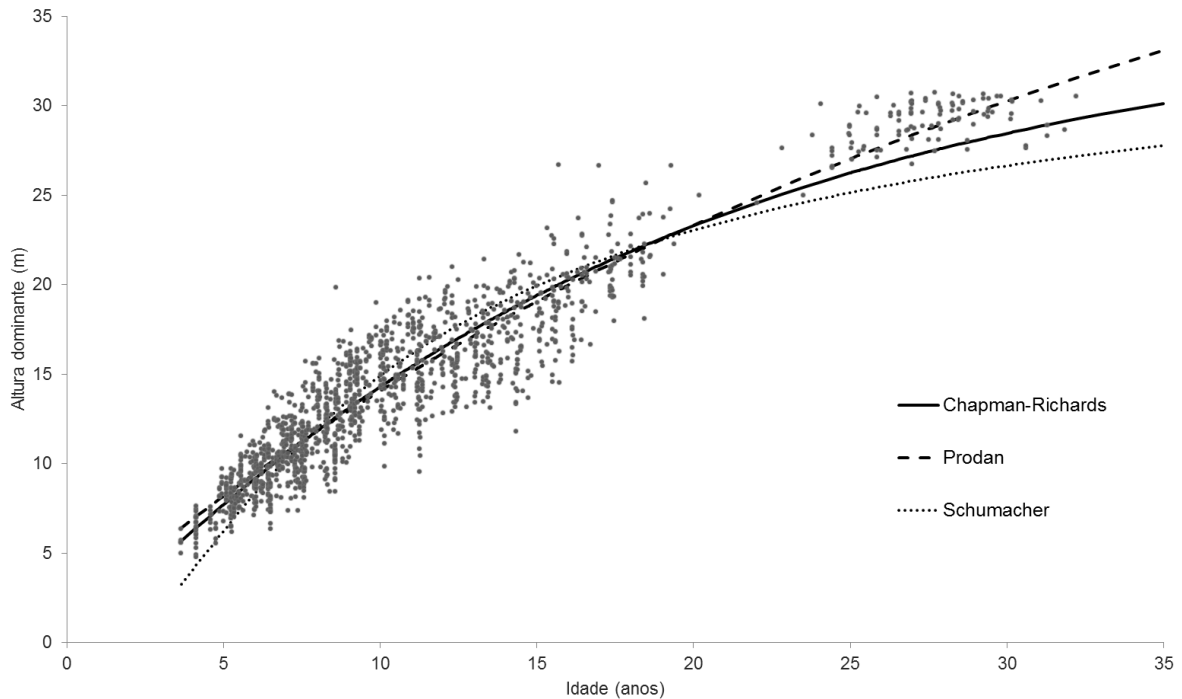


FIGURA 4.11- CURVAS DE SÍTIO AJUSTADAS COM DIFERENTES MODELOS PARA OS POLOS DE DESENVOLVIMENTO FLORESTAL DE JAGUARIAÍVA, PARANÁ E DE RIO NEGRINHO, SANTA CATARINA

Observa-se que a função de Schumacher (1939), que resultou em estatísticas de regressão inferiores aos das duas demais funções, o seu desempenho pode ser considerado menos adequado não só pela análise dos gráficos de ajuste e de dispersão dos resíduos como também pela sua curva resultante, uma vez que possui uma leve tendência a superestimar os valores das alturas dominantes em idades intermediárias e a subestimar as alturas tanto em idades iniciais como em idades próximas à assíntota.

No entanto, sob o ponto de vista da assíntota das curvas quando estimadas para idades um pouco além da abrangência dos dados, a função de Prodan convergiu para valores assintóticos um pouco elevados, enquanto que a função de Schumacher convergiu para valores assintóticos um pouco baixos, sendo ambos considerados inadequados para as condições dos povoamentos de *Pinus taeda* em geral.

Assim, uma vez que a função de Chapman-Richards apresentou bom ajuste ao conjunto de dados, evidenciado tanto pelas estatísticas de regressão como pela análise dos gráficos de ajuste, de dispersão de resíduos e da curva resultante, esta função foi considerada bastante adequada e satisfatória para a estimativa da altura

dominante (em metros) em função da idade (em anos) para o conjunto de dados, cuja equação da curva guia obtida é:

$$h_{dom} = 35,00 * [1 - e^{(-0,0589464425 * I)}]^{1,1069349251} + \varepsilon_i$$

em que:

h_{dom} = altura dominante (m)

I = idade (anos)

e = constante de Euler

ε_i = erro

A função de Chapman-Richards também foi utilizada satisfatoriamente para o ajuste de curvas de índice de sítio nos seguintes estudos: Zarnoch e Feduccia (1984) e Lenhart *et al.* (1986), para povoamentos de *Pinus elliottii* e *Pinus taeda*, no oeste do Estado do Texas nos Estados Unidos; Scolforo e Machado (1988a; 1988b), para plantações de *Pinus elliottii* e *Pinus taeda*, respectivamente, para os Estados do Paraná e Santa Catarina; e, Selle (1993) para plantações de *Pinus taeda*, na região de Cambará do Sul, no Rio Grande do Sul.

Os valores de altura dominante à idade índice de 15 anos variaram de 14,5 a 26,7 metros, com amplitude de 12,2 metros. Contudo, considerou-se o intervalo entre 14,0 e 27,0 metros, tendo sido projetadas 5 classes de sítio, com intervalos de 2,6 metros entre as curvas, detalhados da seguinte forma:

- a) classe I: sítio com potencial de crescimento excelente, o melhor entre os existentes em termos de produtividade florestal expressa em função da altura dominante;
- b) classe II: sítio com bom potencial de crescimento, acima da média de produtividade regional;
- c) classe III: sítio com potencial de crescimento intermediário, dentro dos padrões médios da região;
- d) classe IV: sítio com potencial ruim em termos de produtividade expressa pela variável altura dominante, abaixo da média da região;

e) classe V: sítio com péssimo potencial, muito aquém da produtividade média da região.

Para a estimativa dos limites inferior e superior (TABELA 4.7) para cada idade, bem como dos limites das curvas em altura para cada classe de sítio (FIGURA 4.12), a função de Chapman-Richards foi rearranjada, da seguinte forma, assumindo os diferentes índices de sítio (S):

$$h_{dom} = S * \left[\frac{1 - e^{(-0,0589464425 * I)}}{1 - e^{(-0,0589464425 * I_b)}} \right]^{1,1069349251} + \varepsilon_i$$

em que:

h_{dom} = altura dominante (m)

S = limites das classes de índice de sítio (m)

I = idade (anos)

I_b = idade índice (15 anos)

e = constante de Euler

ε_i = erro

A TABELA 4.7 apresenta os limites inferior e superior das alturas dominantes (em metros) estimadas para cada classe de sítio em função da idade com a função de Chapman-Richards ajustada para o conjunto de dados.

TABELA 4.7 - LIMITES DAS CLASSES DE SÍTIO PARA OS POLOS DE DESENVOLVIMENTO FLORESTAL DE JAGUARIAÍVA, PARANÁ E DE RIO NEGRINHO, SANTA CATARINA

Idade (anos)	CLASSES DE SÍTIO									
	Classe V		Classe IV		Classe III		Classe II		Classe I	
	Índices de sítio (m)									
	Inferior	Superior	Inferior	Superior	Inferior	Superior	Inferior	Superior	Inferior	Superior
1	1,06	1,26	1,26	1,46	1,46	1,66	1,66	1,86	1,86	2,05
2	2,22	2,63	2,63	3,05	3,05	3,46	3,46	3,87	3,87	4,28
3	3,37	3,99	3,99	4,62	4,62	5,25	5,25	5,87	5,87	6,50
4	4,49	5,32	5,32	6,16	6,16	6,99	6,99	7,82	7,82	8,66
5	5,57	6,60	6,60	7,64	7,64	8,67	8,67	9,71	9,71	10,74
6	6,61	7,84	7,84	9,06	9,06	10,29	10,29	11,52	11,52	12,74
7	7,60	9,01	9,01	10,43	10,43	11,84	11,84	13,25	13,25	14,66
8	8,55	10,14	10,14	11,73	11,73	13,31	13,31	14,90	14,90	16,49
9	9,45	11,21	11,21	12,97	12,97	14,72	14,72	16,48	16,48	18,23
10	10,31	12,23	12,23	14,15	14,15	16,06	16,06	17,98	17,98	19,89
11	11,13	13,20	13,20	15,27	15,27	17,33	17,33	19,40	19,40	21,47
12	11,91	14,12	14,12	16,33	16,33	18,54	18,54	20,75	20,75	22,96
13	12,64	14,99	14,99	17,34	17,34	19,69	19,69	22,03	22,03	24,38
14	13,34	15,82	15,82	18,29	18,29	20,77	20,77	23,25	23,25	25,73
15	14,00	16,60	16,60	19,20	19,20	21,80	21,80	24,40	24,40	27,00
16	14,63	17,34	17,34	20,06	20,06	22,77	22,77	25,49	25,49	28,21
17	15,22	18,04	18,04	20,87	20,87	23,70	23,70	26,52	26,52	29,35
18	15,78	18,71	18,71	21,64	21,64	24,57	24,57	27,50	27,50	30,43
19	16,31	19,34	19,34	22,37	22,37	25,39	25,39	28,42	28,42	31,45
20	16,81	19,93	19,93	23,05	23,05	26,17	26,17	29,30	29,30	32,42
21	17,28	20,49	20,49	23,70	23,70	26,91	26,91	30,12	30,12	33,33
22	17,73	21,02	21,02	24,32	24,32	27,61	27,61	30,90	30,90	34,20
23	18,15	21,53	21,53	24,90	24,90	28,27	28,27	31,64	31,64	35,01
24	18,55	22,00	22,00	25,45	25,45	28,89	28,89	32,34	32,34	35,78
25	18,93	22,45	22,45	25,96	25,96	29,48	29,48	33,00	33,00	36,51
26	19,29	22,87	22,87	26,45	26,45	30,04	30,04	33,62	33,62	37,20
27	19,63	23,27	23,27	26,92	26,92	30,56	30,56	34,20	34,20	37,85
28	19,94	23,65	23,65	27,35	27,35	31,06	31,06	34,76	34,76	38,46
29	20,24	24,00	24,00	27,76	27,76	31,52	31,52	35,28	35,28	39,04
30	20,53	24,34	24,34	28,15	28,15	31,96	31,96	35,78	35,78	39,59
31	20,80	24,66	24,66	28,52	28,52	32,38	32,38	36,24	36,24	40,11
32	21,05	24,96	24,96	28,87	28,87	32,78	32,78	36,68	36,68	40,59
33	21,29	25,24	25,24	29,19	29,19	33,15	33,15	37,10	37,10	41,05
34	21,51	25,51	25,51	29,50	29,50	33,50	33,50	37,49	37,49	41,49
35	21,72	25,76	25,76	29,79	29,79	33,83	33,83	37,86	37,86	41,90

A FIGURA 4.12 apresenta as curvas limites das classes de sítio estimadas com a função de Chapman-Richards.

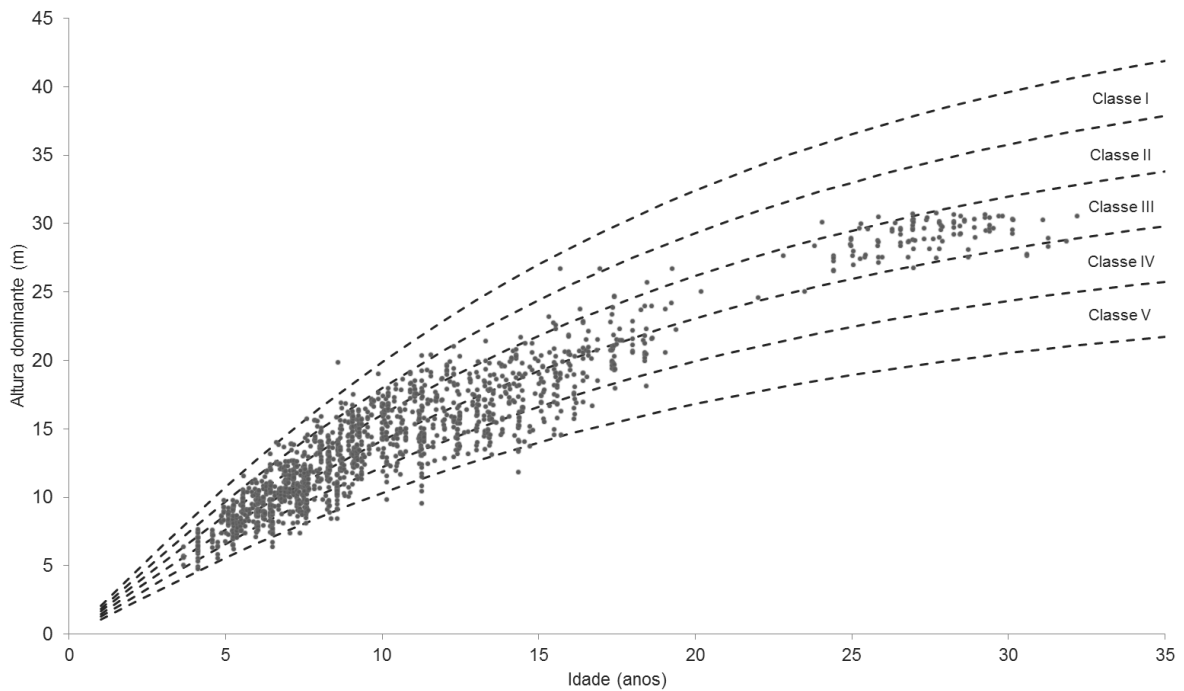


FIGURA 4.12- CURVAS DE LIMITE ÍNDICE DE SÍTIO PARA OS POLOS DE DESENVOLVIMENTO FLORESTAL DE JAGUARIAÍVA, PARANÁ E DE RIO NEGRINHO, SANTA CATARINA

E, as parcelas do estudo foram classificadas quanto ao sítio, em função de sua altura dominante, com a seguinte função:

$$S = h_{dom} * \left[\frac{1 - e^{(-0,0589464425 * I_b)}}{1 - e^{(-0,0589464425 * I)}} \right]^{1,1069349251} + \varepsilon_i$$

em que:

h_{dom} = altura dominante (m)

S = índice de sítio (m)

I = idade (anos)

I_b = idade índice (anos)

e = constante de Euler

ε_i = erro

A confirmação do anamorfismo destas curvas seguiu a metodologia utilizada por Kirby (1975), Scolforo e Machado (1988a, 1988b) e Scolforo (1992), sendo constatada mediante a verificação das duas seguintes premissas:

- a) similaridade entre os coeficientes de variação (em porcentagem) das alturas médias das árvores dominantes por classe de sítio e idade

Analisando-se os valores dos coeficientes de variação (%) das alturas médias das árvores dominantes, apresentados na TABELA 4.8, observa-se que este não ultrapassa 10%, mantendo-se relativamente constante ao longo das idades, para as 5 classes de sítio, não havendo evidências de disparidade nos valores.

- b) existência de relação linear entre os índices de sítio e as alturas dominantes médias nas várias idades consideradas

A FIGURA 4.13 demonstra esta linearidade para as diferentes idades, sendo que os coeficientes de correlação de Pearson entre as variáveis foram superiores a 0,95 para todas as idades, com exceção das idades 4 e 5 anos, conforme evidenciado na TABELA 4.9.

TABELA 4.8 - COEFICIENTES DE VARIAÇÃO (%) DAS ALTURAS MÉDIAS DAS ÁRVORES DOMINANTES POR CLASSE DE SÍTIO E IDADE

Classe Sítio	Coeficiente de Variação (%) por idade (anos)																															
	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32		
I				4,92	5,86	9,24	6,60		0,23																						0,00	
II		9,08	6,49	5,75	5,98	5,26	4,14	4,90	3,36	3,24	5,19		1,37		0,24								1,42								2,45	
III	7,63	8,60	6,14	5,26	4,49	4,45	4,55	4,96	3,79	3,13	3,70	3,75	4,12	4,10	4,17	3,60	1,38		8,36		3,24	2,64	2,65	3,14	2,32	1,64	1,76	3,23				
IV	6,42	7,44	5,18	5,64	4,75	4,29	4,08	5,61	4,32	4,21	4,82	4,47	4,43	5,10	3,49	2,93	5,53										0,34	0,85				
V		8,18	6,28	6,57	6,63	6,70	1,89	6,90	9,39	4,17	4,46	7,06	5,54	3,10																		

TABELA 4.9 - CORRELAÇÃO ENTRE ÍNDICE DE SÍTIO E ALTURA DOMINANTE (COEFICIENTE DE CORRELAÇÃO DE PEARSON) POR IDADE

Idade (anos)																																
3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32			
1,000	0,892	0,943	0,956	0,979	0,983	0,983	0,983	0,992	0,993	0,991	0,996	0,995	0,997	0,999	0,995	0,999	-	-	1,000	1,000	0,985	0,987	0,992	0,991	0,993	0,987	1,000	0,995	-			

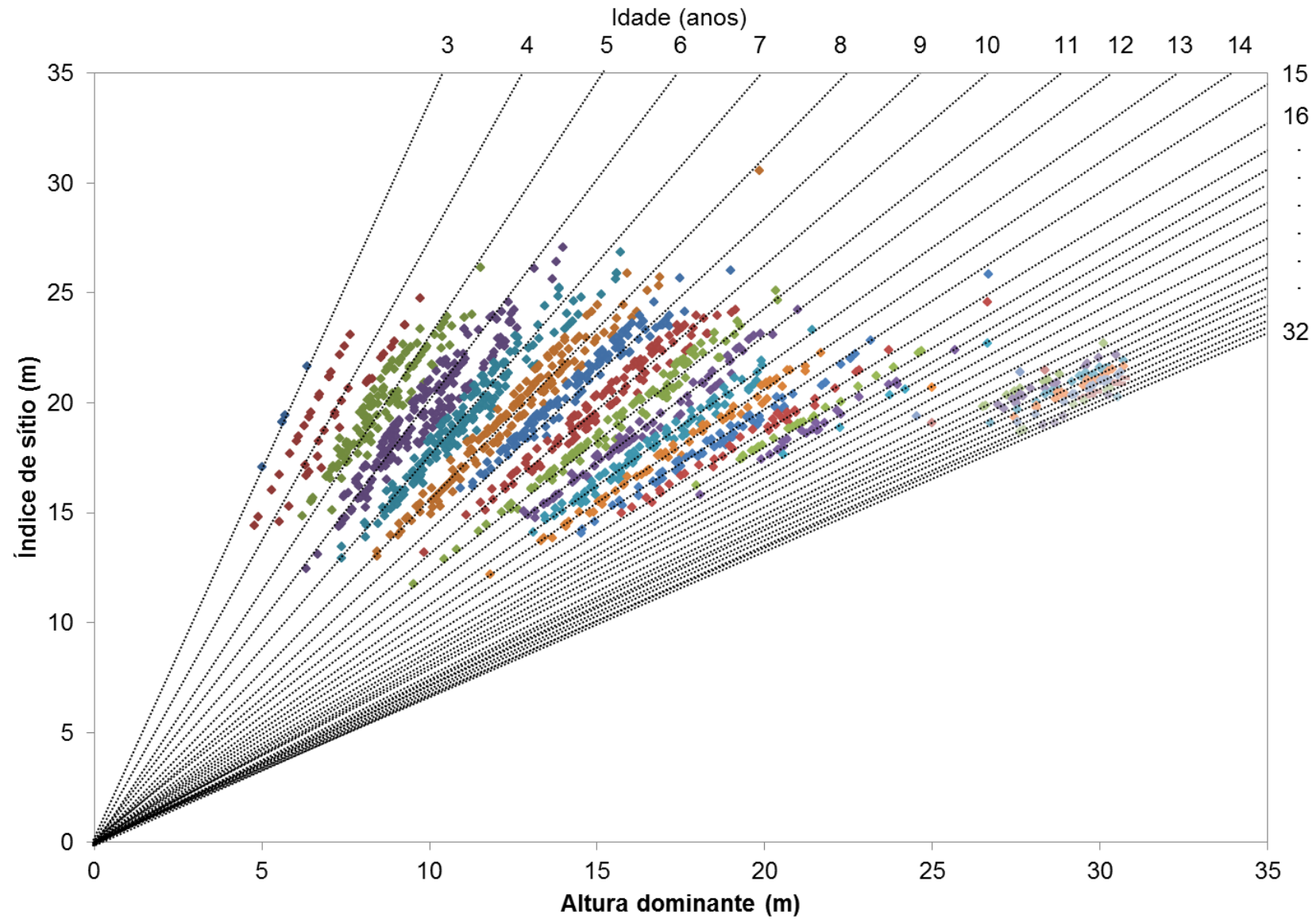


FIGURA 4.13- CORRELAÇÃO ENTRE ÍNDICE DE SÍTIO E ALTURAS DOMINANTES MÉDIAS PARA AS DIFERENTES IDADES

O mesmo comportamento anamórfico foi observado por Scolforo e Machado (1988a, 1988b) em plantios de *Pinus elliottii* var. *elliottii* e *Pinus taeda* nos Estados do Paraná e Santa Catarina e por Scolforo (1992) em povoamentos de *Pinus caribaea* var. *hondurensis* no Estado de São Paulo.

Com a finalidade de comprovar a eficiência das curvas construídas, verificou-se a estabilidade das alturas dominantes das parcelas ao longo das curvas que expressam as classes de sítio, graficamente apresentada na FIGURA 4.14, conforme metodologia adotada em Machado (1980), Scolforo e Machado (1988a, 1988b), Scolforo (1992) e Machado *et al.* (1997). Para melhor visualização, foram utilizados dados de parte das parcelas envolvidas no trabalho.

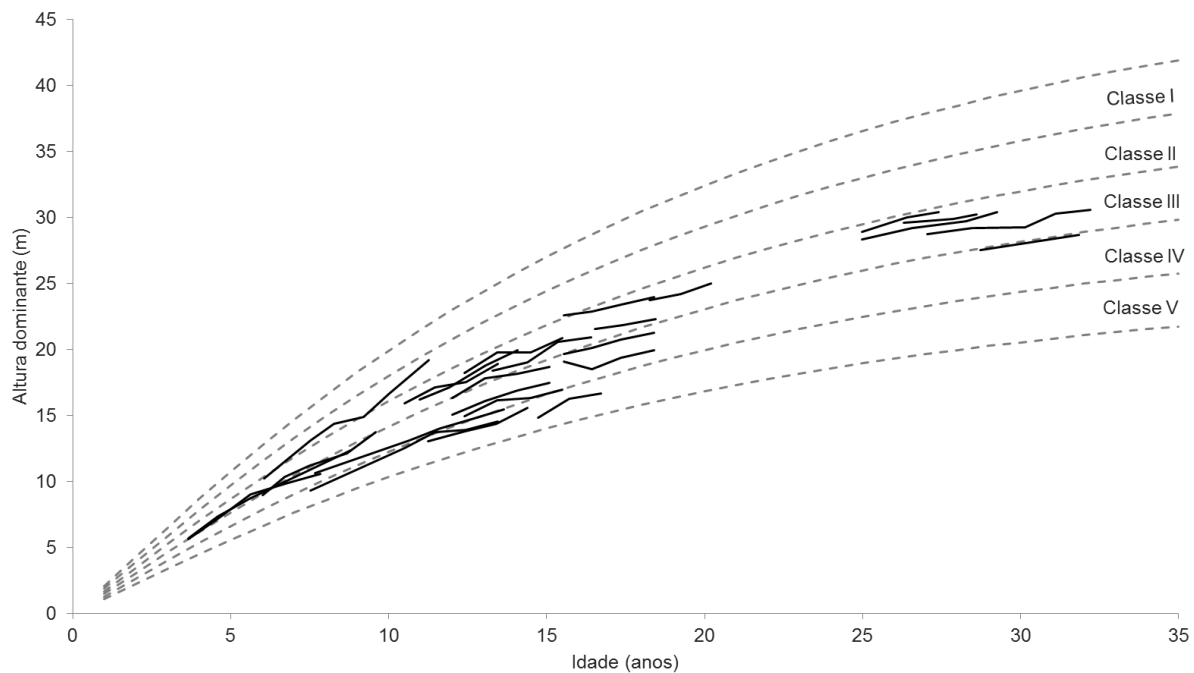


FIGURA 4.14- EFICIÊNCIA DAS CURVAS DE ÍNDICE DE SÍTIO AJUSTADAS PARA OS POLOS DE DESENVOLVIMENTO FLORESTAL DE JAGUARIÁIVA, PARANÁ E DE RIO NEGRINHO, SANTA CATARINA

Parcelas que se encontram próximas aos limites da classe de sítio podem flutuar de um sítio para outro na medida em que haja qualquer mudança climática ou de qualquer outro fator do meio que influencie seu desenvolvimento. No entanto, a estabilidade do valor do índice de sítio atribuído a uma parcela durante o período de observação foi constatada na grande maioria das situações testadas; e, embora algumas parcelas analisadas tenham passado de uma classe para a outra ao longo das remedições, de modo geral, os resultados obtidos nesta análise foram

satisfatórios e confirmam o exposto por Clutter *et al.* (1984), que a essência na confecção das curvas de sítio é a altura média das árvores dominantes da parcela permanecer na mesma classe de sítio durante toda sua vida, de modo que esta classificação propicie uma base consistência e confiabilidade às curvas de índice de sítio e aos modelos de crescimento e produção.

A FIGURA 4.15 apresenta a comparação da curva de sítio para *Pinus taeda* obtida neste estudo com a função de Chapman-Richards e as curvas obtidas em estudos anteriores para a mesma espécie:

- a) Machado (1980), com a função de Prodan, para a região central do Estado do Paraná, município de Telêmaco Borba, com idade índice de 10 anos;

$$h_{dom} = \frac{I^2}{0,60323 + 0,2464 * I + 0.03061 * I^2}$$

- b) Scolforo e Machado (1988b), que utilizaram a função de Chapman-Richards para os Estados do Paraná e Santa Catarina, com idade índice de 25 anos;

$$h_{dom} = 30,1750 * [1 - e^{(-0,072009*I)}]^{1,11150}$$

- c) Téó, Bressan e Costa (2011), que utilizaram a função monomolecular, para a região de Caçador, Estado de Santa Catarina;

$$h_{dom} = 56,59182 * [1 - e^{(-0,032165*I)}]$$

- d) Retslaff (2014), que utilizou a função de Chapman-Richards para o Estado do Paraná e Santa Catarina, com idade índice de 18 anos;

$$h_{dom} = 33,843900 * [1 - e^{(-0,0925913*I)}]^{1,419870}$$

- e) Costa, Arce e Angelo (2014, No prelo), com a função de Prodan para a região de Volta Grande, Rio Negrinho, Santa Catarina, com idade índice de 18 anos.

$$h_{dom} = \frac{I^2}{1,0225 + 0,323 * I + 0,02204 * I^2}$$

em que:

h_{dom} = altura dominante (m)

I = idade (anos)

e = constante de Euler

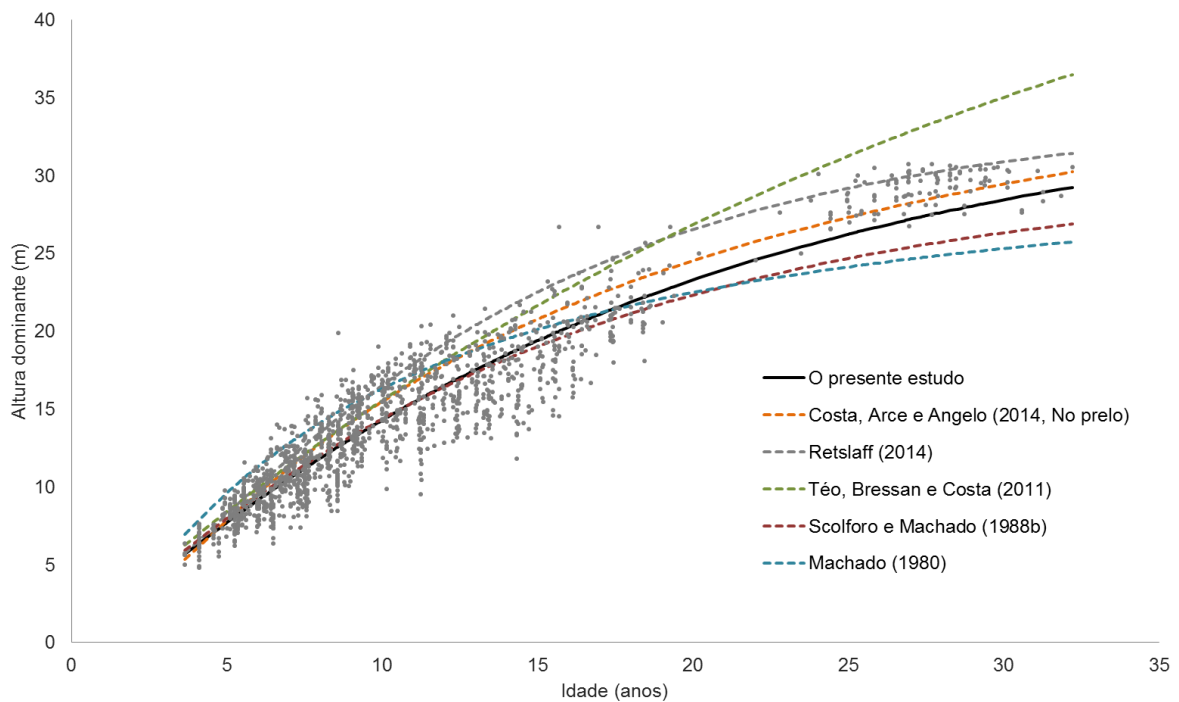


FIGURA 4.15- COMPARAÇÃO ENTRE DIFERENTES CURVAS DE ÍNDICE DE SÍTIO PARA *Pinus taeda* PARA A REGIÃO SUL DO BRASIL

Pela análise e comparação das curvas de índice de sítio ajustadas para a mesma espécie, observa-se que, apesar do formato sigmoidal, de modo geral, o padrão das curvas difere bastante. Dentre as curvas, a que mais se assemelha à ajustada neste estudo, é a de Costa, Arce e Angelo (2014, No prelo), apesar da pequena superioridade desta ao longo de todo o traçado, em relação àquela.

A curva de Scolforo e Machado (1988b) possui valores iniciais de alturas dominantes muito semelhantes aos deste estudo, mas os valores assintóticos são menores. Por outro lado, a curva de Machado (1980) estima maiores valores de alturas para as idades iniciais do que a resultante deste estudo e menores alturas para as fases mais avançadas da floresta, resultando também em valor assintótico menor do que o deste estudo. Estas evidências podem ser explicadas pela evolução dos plantios ao longo destes anos, tanto em relação aos tratos silviculturais como à qualidade do material genético utilizado.

A curva de Retslaff (2014) possui comportamento similar à ajustada no presente estudo, mas indica alturas dominantes maiores para todas as idades, sobretudo nas idades intermediárias.

Já, a curva de Téo, Bressan e Costa (2011), estima valores de altura superiores a quase todas as outras curvas, sobretudo para as idades mais avançadas, atingindo um valor assintótico bastante superior. Este fato pode ser explicado pela superioridade de qualidade de solos e, portanto, sítio, observada na região do estudo supracitado.

Como se pode observar, as curvas utilizadas na comparação abrangem pequenas porções de povoamentos florestais de *Pinus taeda* na Região Sul do Brasil. Seria muito interessante e valioso para todo o setor de florestas plantadas se a curva de índice de sítio para plantações de *Pinus taeda* pudesse ser consolidada, para toda a Região Sul do Brasil, compreendendo dados de inventário florestal de mais povoamentos na Região, com maior abrangência e variabilidade de dados tanto em termos de idade como de produtividade.

4.4 MODELOS DE DISTRIBUIÇÃO DIAMÉTRICA

Os parâmetros obtidos com o ajuste das cinco funções de distribuições probabilísticas: normal, beta, gama, lognormal, e Weibull 2 são apresentados na TABELA 4.10. Com estes valores, foram obtidas as frequências relativas por classe de sítio e classes de idade.

TABELA 4.10- PARÂMETROS DAS FUNÇÕES DE DISTRIBUIÇÃO DIAMÉTRICA AJUSTADAS POR CLASSE DE SÍTIO E CLASSE DE IDADE

Classe de Sítio	Distribuição	Parâmetro	Classe de Idade (anos)			
			3-6	6-9	9-12	12-15
I	Normal	μ	17,1114	18,7325	21,8403	-
		σ	3,4136	5,3292	6,9824	-
	Beta	α	12,7147	6,0772	4,1073	-
		β	17,8391	7,1952	3,5946	-
	Gama	σ	0,8920	1,6327	2,5376	-
		α	19,1827	11,4731	8,6066	-
	Lognormal	ζ	2,8135	2,8860	3,0245	-
		α	0,2544	0,3110	0,3622	-
	Weibull 2	σ	18,4119	20,6912	24,2999	-
		c	5,9209	3,7510	3,5213	-
II	Normal	μ	13,9522	18,3726	21,9944	-
		σ	3,3624	4,2076	4,8407	-
	Beta	α	9,9208	9,6158	8,903488	-
		β	19,3084	11,8828	7,713832	-
	Gama	σ	1,0102	1,1395	1,2220	-
		α	13,8111	16,1237	17,9994	-
	Lognormal	ζ	2,5990	2,8795	3,0628	-
		α	0,2930	0,2668	0,2484	-
	Weibull 2	σ	15,2155	19,9921	23,8830	-
		c	4,8504	4,9312	5,1919	-
III	Normal	μ	13,2623	17,4355	21,0614	23,3608
		σ	3,3624	4,0105	4,6321	6,0783
	Beta	α	9,6981	9,9057	9,4060	5,6092
		β	20,3225	13,4340	8,9324	4,2377
	Gama	σ	0,9697	1,0950	1,1730	1,8623
		α	13,6773	15,9230	17,9548	12,5443
	Lognormal	ζ	2,5479	2,8268	3,0193	3,1107
		α	0,2858	0,2685	0,2490	0,3016
	Weibull 2	σ	14,5386	18,9767	22,8690	25,6346
		c	4,4331	4,9456	5,2272	4,4325
IV	Normal	μ	11,9385	15,5104	18,4994	24,0752
		σ	3,2650	3,6365	4,3782	5,9465
	Beta	α	8,6954	10,3119	9,106218	6,214231
		β	21,2069	16,9890	11,10546	4,368406
	Gama	σ	1,0154	0,9947	1,1875	1,6474
		α	11,7572	15,5925	15,5783	14,6141
	Lognormal	ζ	2,4366	2,7091	2,8853	3,1466
		α	0,3094	0,2703	0,2680	0,2743
	Weibull 2	σ	13,1529	16,9079	20,1868	26,3516
		c	4,0899	4,7637	4,7780	4,6508
V	Normal	μ	10,4848	13,0579	15,7030	16,6983
		σ	3,2100	3,2948	4,1811	3,5216
	Beta	α	7,1432	9,5962	7,9621	12,3168
		β	20,8385	20,5876	12,8623	17,9902
	Gama	σ	1,1410	0,9831	1,2895	0,8840
		α	9,1890	13,2830	12,1773	18,8890
	Lognormal	ζ	2,2945	2,5313	2,7122	2,7886
		α	0,3533	0,2945	0,3056	0,2475
	Weibull 2	σ	11,6292	14,2976	17,2616	18,0436
		c	3,6351	4,4417	4,1909	5,7302

A TABELA 4.11 apresenta os valores do teste de Kolmogorov-Smirnov (D) obtidos para as cinco distribuições ajustadas, por classe de sítio e classe de idade. Em destaque, estão os menores valores, indicando, portanto, as melhores distribuições.

TABELA 4.11- VALORES DO TESTE DE KOLMOGOROV-SMIRNOV (D) PARA AS FUNÇÕES DE DISTRIBUIÇÃO DIAMÉTRICA, POR CLASSE DE SÍTIO E CLASSE DE IDADE

Classe de Sítio	Distribuição	Classe de Idade (anos)			
		0 - 5	5 - 10	10 - 15	15 - 20
I	Normal	0,1096 **	0,0463 ^{ns}	0,0497 ^{ns}	-
	Beta	0,1252 *	0,0524 ^{ns}	0,0429 ^{ns}	-
	Gama	0,1435 **	0,0576 *	0,0842 **	-
	Lognormal	0,1582 **	0,0788 **	0,1086 **	-
	Weibull2	0,0867 ^{ns}	0,0562 ^{ns}	0,0466 ^{ns}	-
II	Normal	0,0700 **	0,0522 **	0,0588 **	-
	Beta	0,0951 **	0,0640 **	0,0607 **	-
	Gama	0,1120 **	0,0890 **	0,0941 **	-
	Lognormal	0,1306 **	0,1055 **	0,1111 **	-
	Weibull2	0,0525 **	0,0372 **	0,0421 **	-
III	Normal	0,0364 **	0,0429 **	0,0403 **	0,0720 **
	Beta	0,0557 **	0,0604 **	0,0439 **	0,0560 *
	Gama	0,0716 **	0,0825 **	0,0729 **	0,1041 **
	Lognormal	0,0884 **	0,1029 **	0,0911 **	0,1163 **
	Weibull2	0,0211 **	0,0336 **	0,0224 **	0,0563 ^{ns}
IV	Normal	0,0358 **	0,0392 **	0,0272 **	0,0373 ^{ns}
	Beta	0,0542 **	0,0596 **	0,0406 **	0,0361 ^{ns}
	Gama	0,0681 **	0,0777 **	0,0646 **	0,0744 **
	Lognormal	0,0840 **	0,0981 **	0,0840 **	0,0935 **
	Weibull2	0,0310 **	0,0392 **	0,0254 **	0,0268 ^{ns}
V	Normal	0,0312 **	0,0417 **	0,0249 **	0,1063 ^{ns}
	Beta	0,0633 **	0,0680 **	0,0455 **	0,1239 ^{ns}
	Gama	0,0773 **	0,0839 **	0,0666 **	0,1437 **
	Lognormal	0,0998 **	0,1047 **	0,0881 **	0,1637 **
	Weibull2	0,0290 **	0,0360 **	0,0314 **	0,0840 ^{ns}

A TABELA 4.12 apresenta os valores do teste de Anderson-Darling (A^2) obtidos para as cinco distribuições ajustadas, por classe de sítio e classe de idade. Em destaque, estão os menores valores, indicando, portanto, as melhores distribuições.

TABELA 4.12- VALORES DO TESTE DE ANDERSON-DARLING (A^2) PARA AS FUNÇÕES DE DISTRIBUIÇÃO DIAMÉTRICA, POR CLASSE DE SÍTIO E CLASSE DE IDADE

Classe de Sítio	Distribuição	Classe de Idade (anos)			
		0 - 5	5 - 10	10 - 15	15 - 20
I	Normal	1,5758 *	0,6568 ^{ns}	0,5593 ^{ns}	
	Beta	2,4574 ^{ns}	1,0689 ^{ns}	0,4548 ^{ns}	
	Gama	3,6757 **	0,8807 *	2,0112 **	
	Lognormal	5,3666 **	2,0645 **	3,4587 **	
	Weibull2	0,9806 ^{ns}	1,4032 ^{ns}	0,4926 ^{ns}	
II	Normal	4,6014 **	5,8540 **	6,3156 **	
	Beta	10,6746 **	12,4711 **	7,2572 **	
	Gama	16,8481 **	29,8990 **	24,5557 **	
	Lognormal	26,5770 **	51,3013 **	38,8229 **	
	Weibull2	1,9289 ^{ns}	4,6196 **	2,9857 ^{ns}	
III	Normal	6,4884 **	30,1884 **	12,4567 **	2,19439 **
	Beta	20,8819 **	72,8124 **	16,0019 **	1,31309 ^{ns}
	Gama	42,6554 **	166,6420 **	59,5297 **	6,54467 **
	Lognormal	79,0265 **	286,8966 **	97,7142 **	10,07746 **
	Weibull2	3,3514 *	19,0344 **	3,1857 *	1,16477 ^{ns}
IV	Normal	8,3202 **	30,2290 **	3,4732 **	0,56424 ^{ns}
	Beta	21,0580 **	89,5289 **	9,2692 **	0,27038 ^{ns}
	Gama	41,2803 **	179,2339 **	33,7241 **	2,51385 **
	Lognormal	81,1168 **	323,1619 **	63,5126 **	4,22776 **
	Weibull2	5,5033 **	42,6020 **	3,2975 *	0,28095 ^{ns}
V	Normal	3,5952 **	23,8039 **	2,2964 **	0,98693 *
	Beta	19,5062 **	88,0678 **	9,7986 **	1,29690 ^{ns}
	Gama	34,4567 **	152,7248 **	25,5895 **	1,79838 **
	Lognormal	68,4749 **	271,0965 **	50,2040 **	2,33379 **
	Weibull2	2,4927 *	20,6498 **	3,2255 *	0,59788 ^{ns}

Avaliando-se os resultados dos testes de Kolmogorov-Smirnov e Anderson-Darling apresentados na TABELA 4.11 e TABELA 4.12, respectivamente, pode-se observar que, embora com valores distintos, uma vez que há diferenças na forma de cálculo entre os testes, ambos indicam resultados semelhantes em relação à superioridade.

A função Weibull 2 apresentou os menores valores em ambos os testes de aderência para a maioria das classes de sítio e classes de idade, evidenciando seu melhor desempenho, de forma geral. A função normal e a função beta tiveram desempenho superior à Weibull 2 somente em alguns casos.

A FIGURA 4.16 ilustra a tendência dos parâmetros obtidos nas distribuições normal, beta, gama, lognormal, e Weibull 2, em função da classe de sítio e da classe de idade. De modo geral, observa-se que os valores de alguns parâmetros das distribuições apresentam tendências evidentes em função tanto das classes de sítio

como das classes de idade, variando em função da idade e da produtividade. Este comportamento harmônico pode ser evidenciado claramente para os parâmetros μ (mu) e σ (sigma) da função normal; para o parâmetro β (beta) da função beta; para o parâmetro ζ (zeta) da função lognormal e; para o parâmetro σ (sigma) da função Weibull 2. E, em oposição, os parâmetro α (alfa) da distribuição beta, os parâmetros α (alfa) e σ (sigma) da distribuição gama, o parâmetro α (alfa) da distribuição lognormal e o parâmetro C da distribuição Weibull 2 não apresentam tendência clara de variação em relação a classe de sítio e classe de idade.

É importante ressaltar que a existência de tendências claras na variação dos parâmetros em função da idade é um fator desejável, já que auxilia na predição destes. É possível observar na FIGURA 4.16 que, alguns dos parâmetros das funções de distribuição normal, beta, gama, lognormal e Weibull 2 apresentam tendências claras, variando em função das idade e da produtividade (sítio). Este comportamento é bastante evidente para os parâmetros μ (mu) e σ (sigma) da função normal; para o parâmetro β (beta) da função beta; para o parâmetro ζ (zeta) da função lognormal e; para o parâmetro σ (sigma) da função Weibull 2. Ainda, observa-se que, dentre as cinco funções de distribuição diamétrica ajustadas, a que apresentou maior harmonia e tendência clara em relação a ambos os parâmetros (de escala e de forma), foi a distribuição normal. E, embora o seu limite inferior seja negativo ($-\infty$), representando uma distorção sob o ponto de vista biológico, segundo Arce (2004), este fato pode, a princípio, ser minimizado, e a avaliação de sua utilidade fica vinculada ao seu desempenho.

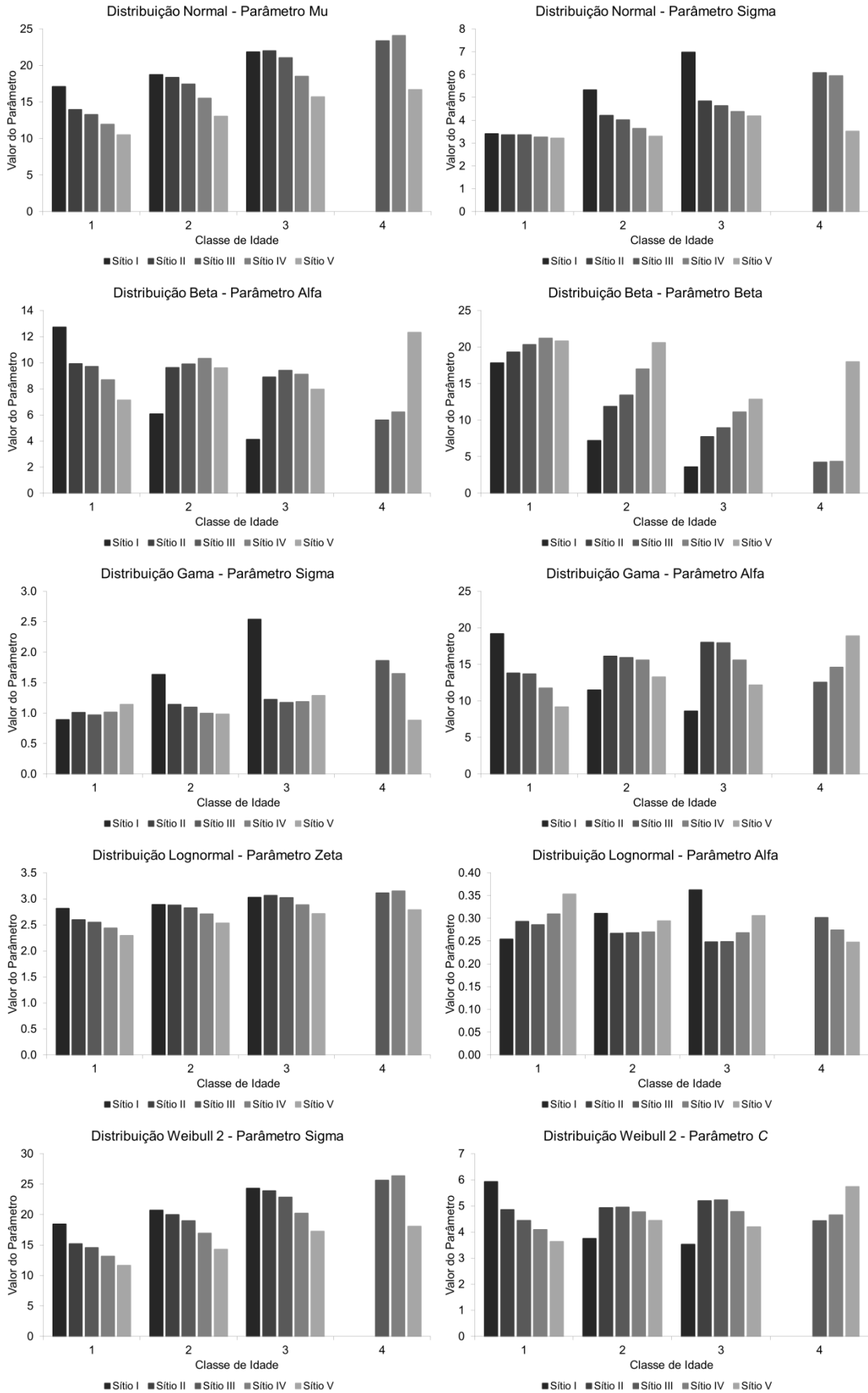


FIGURA 4.16- TENDÊNCIAS DOS PARÂMETROS AJUSTADOS PARA AS FUNÇÕES DE DISTRIBUIÇÃO DIAMÉTRICA POR CLASSE DE SÍTIO E CLASSE DE IDADE

Outra forma de analisar as tendências entre os parâmetros ajustados para as funções de distribuição diamétrica é com o auxílio da correlação de Pearson. Assim, a TABELA 4.13 apresenta os coeficientes de correlação de Pearson entre os parâmetros de escala e de forma e as seguintes variáveis: índice de sítio (IS); idade; IS * idade; (idade)²; (IS)²; 1/idade; 1/IS; ln (idade); e ln (IS). Da análise destes valores, percebe-se que, para as funções de distribuição beta, gama, lognormal e Weibull 2, a correlação entre as variáveis e os parâmetros de escala e de forma, em geral, é adequada somente para um dos dois parâmetros. O parâmetro σ (sigma) da função Weibull 2 apresenta alta correlação com todas as variáveis, apresentando significância ao nível de 0,01. Já os valores de correlação entre o parâmetro C da Weibull 2 é baixo para todas as variáveis e, não significativos. O mesmo comportamento pode ser evidenciado, respectivamente, para os valores de correlação dos parâmetros σ (sigma) e α (alfa) da função beta e, para o parâmetro ζ (zeta) e, baixos para o parâmetro α (alfa) da função lognormal. E, a correlação entre as variáveis e os parâmetros σ (sigma) e α (alfa) da função gama apresentou valores baixos a intermediários, significativos somente para o parâmetro σ (sigma). No entanto, para a função normal, a correlação é alta para ambos os parâmetros, μ (mu) e σ (sigma), sendo superior a 0,65 para a maioria das variáveis. E, ainda, os valores de correlação são altamente significativos. Esta avaliação indica que ambos os parâmetros da distribuição normal, apresentam grande potencial de aplicação como ferramentas de predição.

TABELA 4.13- CORRELAÇÃO DE PEARSON ENTRE OS PARÂMETROS DE ESCALA E DE FORMA DAS FUNÇÕES DE DISTRIBUIÇÃO DIAMÉTRICA NORMAL, BETA, GAMA, LOGNORMAL, E WEIBULL 2, E AS VARIÁVEIS UTILIZADAS NO AJUSTE DAS EQUAÇÕES PARA A ESTIMATIVA DE PARÂMETROS

Distribuição	Parâmetro		IS	Idade	IS * Idade	IS^2	Idade^2	1/Idade	1/IS	ln (Idade)	ln (IS)
Normal	Mu	Correlação	0,94248	0,76441	0,88884	0,92248	0,73845	-0,75556	-0,90401	0,76985	0,93738
		<i>p</i>	<.0001	0,0002	<.0001	<.0001	0,0005	0,0003	<.0001	0,0002	<.0001
	Sigma	Correlação	0,88965	0,65632	0,82258	0,92149	0,62828	-0,65610	-0,75214	0,66555	0,83202
		<i>p</i>	<.0001	0,0031	<.0001	<.0001	0,0052	0,0031	0,0003	0,0026	<.0001
Beta	Alfa	Correlação	-0,47518	-0,31194	-0,45561	-0,55782	-0,29714	0,31013	0,24799	-0,31616	-0,36802
		<i>p</i>	0,0463	0,2076	0,0574	0,0161	0,2311	0,2104	0,3211	0,2012	0,1329
	Beta	Correlação	-0,9374	-0,71336	-0,85497	-0,93508	-0,66806	0,74228	0,85267	-0,73892	-0,91038
		<i>p</i>	<.0001	0,0009	<.0001	<.0001	0,0024	0,0004	<.0001	0,0005	<.0001
Gama	Alfa	Correlação	0,11356	0,18657	0,10975	0,01271	0,18259	-0,18574	-0,31475	0,18764	0,21881
		<i>p</i>	0,6537	0,4585	0,6646	0,9601	0,4683	0,4606	0,2033	0,4559	0,3830
	Sigma	Correlação	0,71553	0,46715	0,64562	0,78186	0,44577	-0,46471	-0,52918	0,47333	0,62875
		<i>p</i>	0,0008	0,0506	0,0038	0,0001	0,0637	0,0520	0,0239	0,0473	0,0052
Lognormal	Alfa	Correlação	-0,11882	-0,22321	-0,1284	-0,00752	-0,21328	0,23553	0,33949	-0,23108	-0,23421
		<i>p</i>	0,6386	0,3733	0,6116	0,9764	0,3955	0,3468	0,1681	0,3562	0,3496
	Zeta	Correlação	0,9347	0,75391	0,86342	0,89637	0,71954	-0,76351	-0,94001	0,76886	0,95128
		<i>p</i>	<.0001	0,0003	<.0001	<.0001	0,0008	0,0002	<.0001	0,0002	<.0001
Weibull 2	Sigma	Correlação	0,9475	0,76428	0,89268	0,93106	0,73774	-0,75630	-0,90135	0,77022	0,93850
		<i>p</i>	<.0001	0,0002	<.0001	<.0001	0,0005	0,0003	<.0001	0,0002	<.0001
	C	Correlação	0,04702	0,14602	0,07106	-0,04223	0,16607	-0,10119	-0,24060	0,12311	0,14544
		<i>p</i>	0,853	0,5632	0,7793	0,8679	0,5102	0,6895	0,3362	0,6265	0,5647

A TABELA 4.14 apresenta as equações ajustadas por regressão linear para os parâmetros de escala e de forma das funções de distribuição normal, beta, gama, lognormal e Weibull 2, em função das variáveis: índice de sítio (IS); idade; IS * idade; (idade)²; (IS)²; 1/idade; 1/IS; ln (idade); e ln (IS); as quais foram eleitas pelo critério de seleção *stepwise*, atendendo o nível mínimo de significância de 0,05 para a permanência da variável no modelo.

Observa-se que as estatísticas de ajuste das equações para a estimativa dos parâmetros μ (um) e σ (sigma) da função normal, β (beta) da função beta, ζ (zeta) da função lognormal e σ (sigma) da função Weibull 2 foram bastante adequadas, com R^2_{aj} variando de 0,83 a 0,90. No entanto, as equações para a estimativa dos demais parâmetros, α (alfa) e σ (sigma) da função gama, e α (alfa) da função lognormal, não atingiram estatísticas de ajuste satisfatórias, variando de 0,12 a 0,71.

E, com a condição imposta de nível mínimo de significância de 0,05 para que a variável permanecesse no modelo, pelo processo de seleção de variáveis *stepwise*, não foi possível realizar o ajuste de equações para a estimativa do parâmetro α (alfa) da função gama, do parâmetro α (alfa) da função lognormal, e do parâmetro C da função Weibull 2.

Portanto, se as funções forem avaliadas sob o ponto de vista do ajuste de ambos os parâmetros, as equações obtidas para a predição dos parâmetros das distribuições beta, gama, lognormal e Weibull 2 apresentaram estatísticas de ajuste inferiores às obtidas para a distribuição normal.

TABELA 4.14- ESTIMATIVA DOS PARÂMETROS DE ESCALA E DE FORMA DAS FUNÇÕES DE DISTRIBUIÇÃO DIAMÉTRICA NORMAL, BETA, GAMA, LOGNORMAL, E WEIBULL 2

Distribuição	Parâmetro	Equação	Coeficientes estimados			R ²	R ² _{aj}	S _{yx}	S _{yx} %	F
			b ₀ (F)	b ₁ (F)	b ₂ (F)					
Normal	Mu	$\mu = b_0 + b_1 * IS$	6,18909 35,07 **	0,86199 127,19 **	-	0,8883	0,8813	1,3752	7,9060	127,19 **
	Sigma	$\sigma = b_0 + b_1 * IS + b_2 * I^2$	2,63495 163,11 **	0,00898 90,06 **	-	0,8491	0,8397	0,4502	10,4362	90,06 **
Beta	Alfa	$\alpha = b_0 + b_1 * IS^2 * b_2 * \left(\frac{1}{IS}\right)$	20,28802 39,73 **	-0,02917 18,00 **	-69,89368 9,22 ^{ns}	0,5734	0,5165	1,5524	17,7633	10,08 **
	Beta	$\beta = b_0 + b_1 * IS$	30,81664 326,34 **	-1,34324 115,92 **	-	0,8787	0,8711	2,2447	16,8069	115,92 **
Gama	Alfa	-	Nenhuma variável foi selecionada para o modelo							
	Sigma	$\sigma = b_0 + b_1 * IS + b_2 * IS$	2,09521 17,87 **	-0,22719 7,94 **	0,01133 13,81 **	0,7459	0,7120	0,2249	17,8518	22,01 **
Lognormal	Alfa	-	Nenhuma variável foi selecionada para o modelo							
	Zeta	$Z = b_0 + b_1 * \ln(IS)$	1,22536 91,21 **	0,62567 152,29 **	-	0,9049	0,9024	0,0765	2,7384	152,29 **
Weibull 2	Sigma	$\sigma = b_0 + b_1 * IS$	6,70248 37,60 **	0,69257 140,50 **	-	0,8978	0,8914	1,4382	7,5621	140,50 **
	C	-	Nenhuma variável foi selecionada para o modelo							

OBS: Para o parâmetro α (alfa) da função gama, o parâmetro α (alfa) da função lognormal, e o parâmetro C da função Weibull 2, nenhuma variável foi incluída no modelo, já que se estabeleceu o critério do nível de significância mínimo de 0,05 para a variável permanecer no modelo.

em que:

b_0, b_1 e b_2 = coeficientes estimados

I = idade centro da classe de idade (anos)

IS = índice de sítio (m)

ln = logaritmo neperiano

A FIGURA 4.17 apresenta os diagramas de ajuste (observado *versus* estimado) e de dispersão dos resíduos (em porcentagem) resultantes das equações para estimar o parâmetro σ (sigma) da distribuição Weibull 2, e os parâmetros média aritmética μ (mu) e desvio padrão σ (sigma) da distribuição normal, em função das variáveis selecionadas para cada equação. Embora haja poucos pontos, o comportamento observado nos gráficos de ajuste é satisfatório para os parâmetros analisados. E, o gráfico de dispersão de resíduos mostra boa distribuição, não sendo evidenciada tendenciosidade das estimativas destes parâmetros.

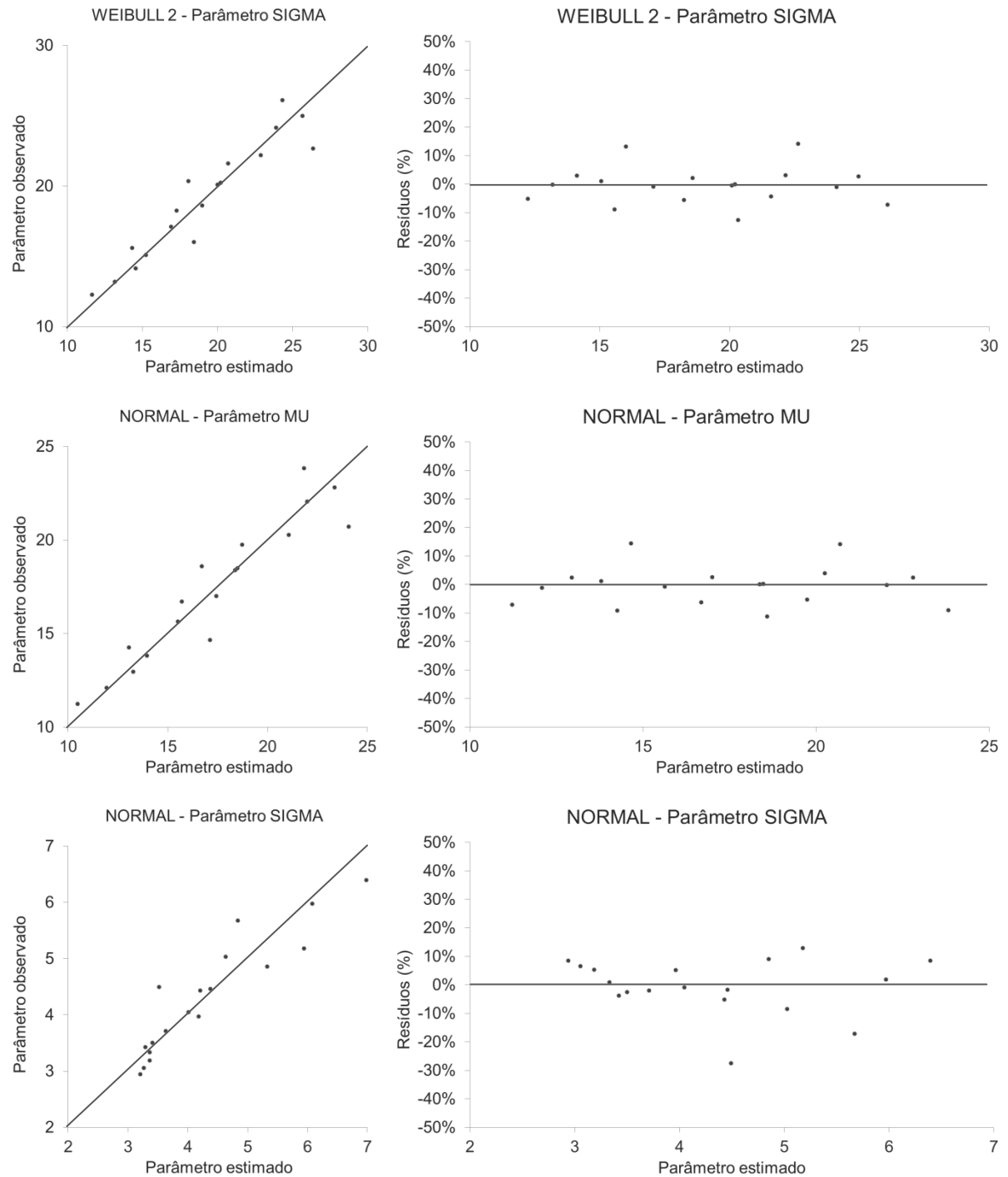


FIGURA 4.17- GRÁFICOS DE AJUSTE E DISPERSÃO DE RESÍDUOS (%) DAS EQUAÇÕES UTILIZADAS PARA ESTIMAR, RESPECTIVAMENTE, O PARÂMETRO σ (SIGMA) DA DISTRIBUIÇÃO WEIBULL 2 E OS PARÂMETROS μ (MU) E σ (SIGMA) DA DISTRIBUIÇÃO NORMAL

Na FIGURA 4.18, pode-se observar a evolução da distribuição diamétrica ajustada (representada pelos histogramas) e da distribuição diamétrica (representada pelas linhas) observada pela função Weibull 2, por classe de sítio e

classe de idade. A evolução harmônica das distribuições diamétricas ajustada pela função Weibull 2 fica evidenciada para as classes de sítio e as classes de idade.

A função Weibull tem sido bastante utilizada em estudos para caracterizar a estrutura e a dinâmica de plantações florestais de diversas espécies por apresentar bastante flexibilidade, por não ser uma distribuição simétrica, e por não possuir valores negativos, uma vez que se inicia em zero. No entanto, para este estudo, não foi possível evidenciar uma tendência clara para o parâmetro C desta distribuição, sendo, portanto de difícil predição.

E, embora a distribuição normal não tenha apresentado os melhores valores nos testes de Kolmogorov-Smirnov e Anderson-Darling, a sua fácil aplicabilidade pode compensar as pequenas diferenças. O comportamento desta distribuição simétrica pode ser considerado típico da dinâmica de povoamentos equiâneos e homogêneos, como é o caso do povoamento de *Pinus taeda* em estudo. E, pelo fato de seus parâmetros serem mais facilmente preditos, esta função pode ser recomendada para a prognose do crescimento.

Para a construção de um modelo genérico de predição de parâmetros de qualquer distribuição, deve-se dispor de dados distribuídos ao longo de toda a amplitude de idades, densidades e sítios (CLUTTER *et al.*, 1983; ARCE, 2004).

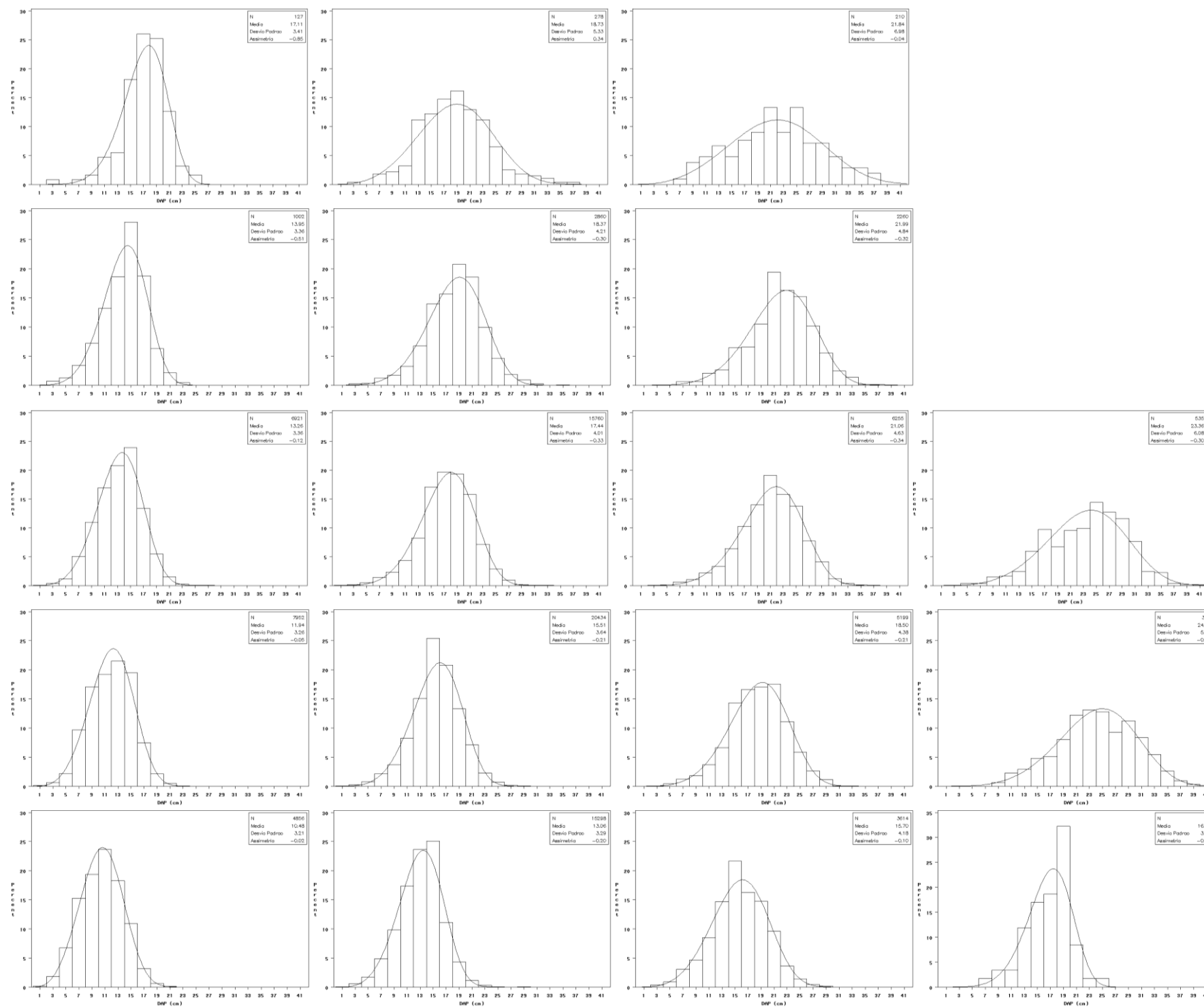


FIGURA 4.18 - EVOLUÇÃO DAS FREQUÊNCIAS OBSERVADAS (BARRAS) E AJUSTADAS (LINHA) PELA FUNÇÃO DE DISTRIBUIÇÃO WEIBULL 2 POR CLASSE DE SÍTIO (VERTICAL) E CLASSE DE IDADE (HORIZONTAL)

4.5 CRESCIMENTO E PRODUÇÃO

A TABELA 4.15 apresenta os parâmetros estimados para a função de Sullivan e Clutter (SULLIVAN; CLUTTER, 1972; CLUTTER *et al.*, 1983) para projeção da área basal por unidade de área (em m²/ha), para as parcelas que não foram submetidas a desbaste.

TABELA 4.15- PARÂMETROS ESTIMADOS PARA A FUNÇÃO DE SULLIVAN E CLUTTER PARA PROJEÇÃO DA ÁREA BASAL (EM m²/ha), PARA PARCELAS NÃO DESBASTADAS

Função	Parâmetros estimados		R ² _{aj}	S _{yx} %	F
	α_0	α_1			
Clutter para Área Basal	3,6365	0,0548	0,9501	6,7739	134.828 **

A FIGURA 4.19 apresenta os gráficos de ajuste (área basal observada *versus* área basal estimada) e de dispersão dos resíduos (em porcentagem) da função de Sullivan e Clutter a projeção da área basal por unidade de área (m²/ha) para as parcelas não desbastadas.

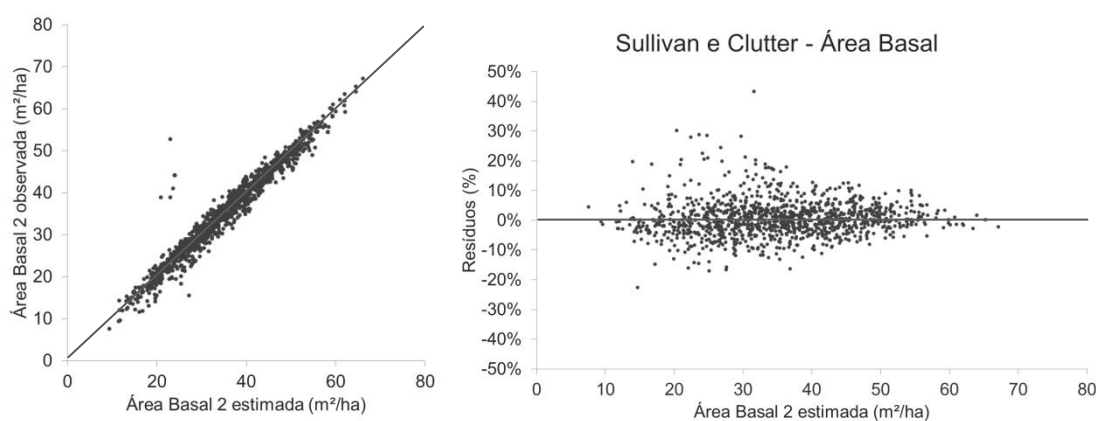


FIGURA 4.19- GRÁFICOS DE AJUSTE E DISPERSÃO DOS RESÍDUOS (EM %) DA FUNÇÃO DE SULLIVAN E CLUTTER PARA PROJEÇÃO DA ÁREA BASAL (EM m²/ha) PARA PARCELAS SEM DESBASTE

Conforme se pode observar, o gráfico de ajuste da função de Sullivan e Clutter para parcelas sem desbaste demonstra uma relação linear bastante forte,

indicando que o modelo é adequado para o conjunto de dados. A dispersão dos resíduos também é apropriada, sem evidências de tendenciosidade.

Os valores das estatísticas de ajuste bem como os gráficos de ajuste e de dispersão são bastante satisfatórios, indicando que o modelo de Sullivan e Clutter é adequado para a projeção de área basal (em m²/ha) de plantações de *Pinus taeda* não submetidos a desbaste.

A FIGURA 4.20 apresenta os gráficos para a validação do ajuste da função de Sullivan e Clutter para a projeção da área basal por unidade de área (m²/ha) para as parcelas não desbastadas, utilizando 20% dos dados que foram separados para esta finalidade.

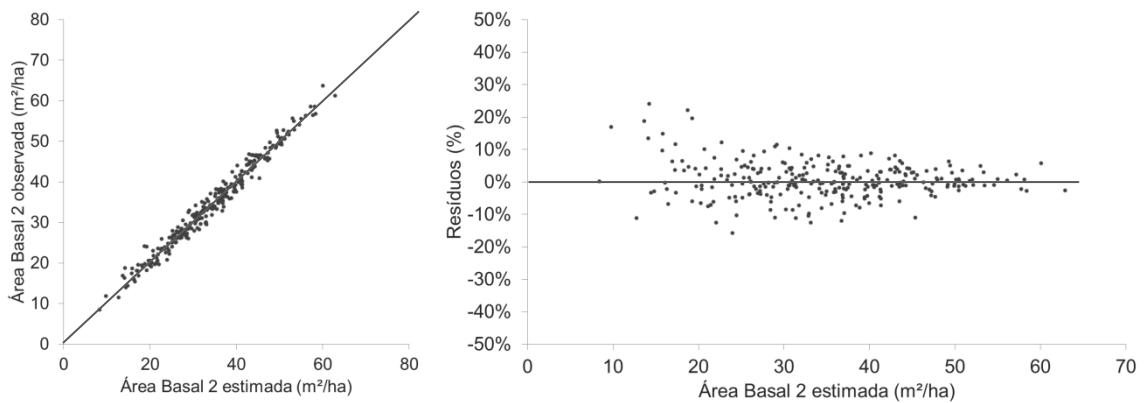


FIGURA 4.20- GRÁFICOS DE VALIDAÇÃO DO AJUSTE DA FUNÇÃO DE SULLIVAN E CLUTTER PARA PROJEÇÃO DA ÁREA BASAL (EM m²/ha) PARA PARCELAS SEM DESBASTE - AJUSTE E DISPERSÃO DOS RESÍDUOS (EM %)

Como se pode observar, o gráfico de ajuste (área basal observada *versus* área basal estimada) e de dispersão dos resíduos (em porcentagem) possuem as mesmas tendências dos 80% dos valores utilizados para o ajuste, confirmando a adequação da função de Sullivan e Clutter.

Assim, a equação para a projeção da área basal por unidade de área (em m²/ha) para plantações de *Pinus taeda* não desbastadas é:

$$\ln(G_2) = \left(\frac{A_1}{A_2}\right) * \ln(G_1) + 3,6365 * \left[1 - \left(\frac{A_1}{A_2}\right)\right] + 0,0548 * IS * \left[1 - \left(\frac{A_1}{A_2}\right)\right]$$

em que:

G_1 = área basal inicial à idade A_1 (m²/ha)

G_2 = área basal final à idade A_2 (m²/ha)

A_1 = idade inicial (anos)

A_2 = idade final (anos)

IS = índice de sítio (m)

ln = logaritmo neperiano

A TABELA 4.16 apresenta os parâmetros estimados para a função de Sullivan e Clutter (SULLIVAN; CLUTTER, 1972; CLUTTER *et al.*, 1983) para projeção do volume por unidade de área (em m³/ha), para as parcelas que não foram submetidas a desbaste.

TABELA 4.16- PARÂMETROS ESTIMADOS PARA A FUNÇÃO DE SULLIVAN E CLUTTER PARA PROJEÇÃO DO VOLUME (EM m³/ha), PARA PARCELAS NÃO DESBASTADAS

Função	Parâmetros estimados				R^2_{aj}	$S_{yx}\%$	F
	β_0	β_1	β_2	β_3			
Clutter para Volume	0,8425	0,0337	-5,7676	1,2406	0,9741	8,6625	48.584 **

A FIGURA 4.21 apresenta os gráficos de ajuste (volume observado *versus* volume estimado) e de dispersão dos resíduos (em porcentagem) da função de Sullivan e Clutter para a projeção do volume por unidade de área (m³/ha) para as parcelas não desbastadas.

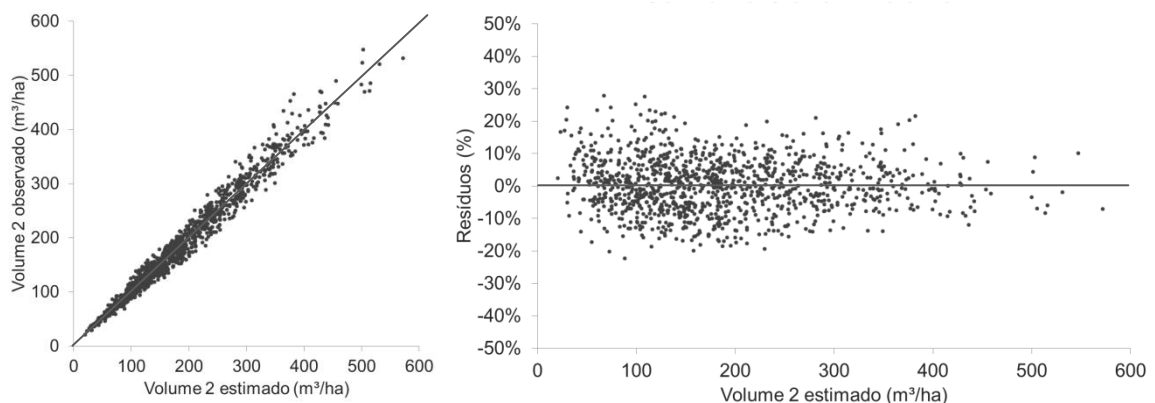


FIGURA 4.21- GRÁFICOS DE AJUSTE E DISPERSÃO DOS RESÍDUOS (%) DA FUNÇÃO DE SULLIVAN E CLUTTER PARA PROJEÇÃO DO VOLUME (EM m³/ha), PARA PARCELAS SEM DESBASTE

Como se pode observar, o gráfico do ajuste da função de Sullivan e Clutter demonstra muito boa correlação entre o volume estimado e o observado, por unidade de área (em m³/ha), indicando um bom ajuste. O gráfico de resíduos corrobora esta evidência, indicando que a função de Sullivan e Clutter não apresenta tendenciosidade para a estimativa dos volumes.

Os valores das estatísticas de ajuste bem como os gráficos de ajuste e de dispersão dos resíduos são bastante satisfatórios, indicando que o modelo de Sullivan e Clutter é adequado para a projeção de volume por unidade de área (em m³/ha) de plantações de *Pinus taeda* sem desbaste.

A FIGURA 4.22 apresenta os gráficos para a validação do ajuste da função de Sullivan e Clutter para a projeção do volume por unidade de área (m³/ha) para as parcelas não desbastadas, utilizando 20% dos dados que foram separados para esta finalidade.

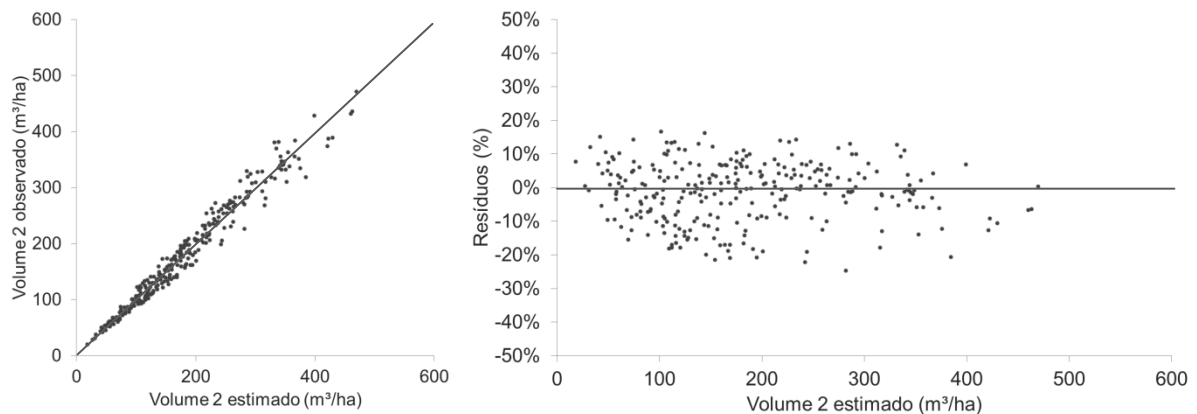


FIGURA 4.22- GRÁFICOS DE VALIDAÇÃO DO AJUSTE DA FUNÇÃO DE SULLIVAN E CLUTTER PARA PROJEÇÃO DO VOLUME (EM m³/ha) PARA PARCELAS SEM DESBASTE - AJUSTE E DISPERSÃO DOS RESÍDUOS (EM %)

Como se pode observar, o gráfico de ajuste (volume observado *versus* volume estimado) e o de dispersão dos resíduos (em porcentagem) possuem tendência similar aos resultados obtidos com o ajuste dos outros 80% dos valores, ratificando a adequação da função de Sullivan e Clutter.

Assim, a equação para a projeção do volume por unidade de área (em m³/ha) para plantações de *Pinus taeda* não desbastadas é:

$$\ln(V_2) = 0,8425 + 0,0337 * IS - 5,7676 * \left(\frac{1}{A_2}\right) + 1,2406 * \ln(G_2)$$

em que:

V_1 = volume inicial à idade A_1 (m^3/ha)

V_2 = volume final à idade A_2 (m^3/ha)

A_1 = idade inicial (anos)

A_2 = idade final (anos)

IS = índice de sítio (m)

ln = logaritmo neperiano

5 CONCLUSÕES

5.1 RELAÇÃO HIPSOMÉTRICA

Dentre os modelos hipsométricos tradicionais, para a estimativa da altura em função do DAP o que apresentou melhor desempenho foi o de Gompertz, seguido pelo de Weibull.

O uso de modelos hipsométricos genéricos para a estimativa da altura em função de outras variáveis independentes, tais como altura dominante, diâmetro quadrático médio e idade, além do DAP, é vantajoso, uma vez que a relação entre as variáveis altura e DAP não é muito forte.

O modelo genérico para a estimativa da altura em função das variáveis: DAP, altura dominante, $\ln(h_{dom})$, e $DAP \cdot h_{dom}$ e diâmetro quadrático médio desenvolvido neste estudo, apresentou desempenho bastante satisfatório.

5.2 VOLUME INDIVIDUAL E VOLUME POR UNIDADE DE ÁREA

O ajuste do modelo de Schumacher-Hall para a estimativa dos volumes individuais com casca foi considerado satisfatório, com estatísticas de regressão bastante elevadas e boa distribuição de resíduos.

5.3 ALTURA DOMINANTE E ÍNDICE DE SÍTIO

O modelo de Chapman-Richards foi considerado o que melhor caracterizou o povoamento em estudo, superior aos de Prodan e Schumacher, sendo utilizado para classificar o sítio das parcelas.

As curvas de índice de sítio para *Pinus taeda* para os polos de desenvolvimento florestal de Jaguariaíva e de Rio Negrinho apresentam um padrão anamórfico.

Ao comparar as curvas de sítio geradas em estudos anteriores, para a mesma espécie e região, é possível concluir que as plantações de *Pinus taeda* sofreram alterações no padrão de crescimento, uma vez que a curva obtida neste estudo é superior às curvas de estudos mais antigos, tais como Machado (1980) e Scolforo e Machado (1988b).

5.4 DISTRIBUIÇÃO DIAMÉTRICA

A evolução da distribuição diamétrica no tempo, para o povoamento de *Pinus taeda* em estudo pode ser eficientemente caracterizada pelas funções de densidade de probabilidade normal, beta, gama, logormal e Weibull de 2 parâmetros.

Na comparação entre as funções, a de Weibull 2 apresentou os menores valores nos testes de aderência de Kolmogorov-Smirnov e Anderson-Darling para a maioria das classes de sítio e classes de idade, sendo superada somente em alguns casos pelas funções normal e beta.

Os parâmetro α (alfa) da distribuição beta, os parâmetros α (alfa) e σ (sigma) da distribuição gama, o parâmetro α (alfa) da distribuição lognormal e o parâmetro C da distribuição Weibull 2 não apresentam tendência clara de variação em relação ao sítio e à idade.

Dentre as funções, a que apresentou maior predibilidade na tendência dos parâmetros foi a função normal, já que ambos os parâmetros puderam ser estimados em função da idade e do índice de sítio. As equações ajustadas apresentaram estatísticas de ajuste adequadas.

5.5 CRESCIMENTO E PRODUÇÃO

O modelo de Sullivan e Clutter ajustado para a projeção da área basal e do volume por unidade de área apresentaram estatísticas de regressão e gráficos de dispersão bastante satisfatórios.

Os dados utilizados para a validação também indicaram que esta função é adequada para dados de plantações de *Pinus taeda* não desbastados.

REFERÊNCIAS

- ACERBI JUNIOR, F. W.; SCOLFORO, J. R. S.; OLIVEIRA, A. D. de; MAESTRI, R. Simulação e avaliação econômica de regimes de desbastes para *Pinus taeda* para obtenção de múltiplos produtos da madeira. **Cerne**, Lavras, v. 5, n. 1, p. 81-102, 1999.
- ACERBI JUNIOR, F. W.; SCOLFORO, J. R. S.; OLIVEIRA, A. D. de; MAESTRI, R. Modelo para prognose do crescimento e da produção e análise econômica de regimes de manejo para *Pinus taeda* L. **Revista Árvore**, Viçosa, v. 26, n. 6, p. 699-713, 2002.
- AHMADI, K.; ALAVI, S. J.; KOUCHAKSARAEI, M. T.; AERTSEN, W. Non-linear height-diameter models for oriental beech (*Fagus orientalis* Lipsky) in the Hyrcanian forests, Iran. **Biotechnology, Agronomy, Society and Environment**, Gembloux, v. 17, n. 3, p. 431-440, 2013.
- AHRENS, S. **A seleção simultânea do ótimo regime de desbastes e da idade de rotação, para povoamentos de *Pinus taeda* L., através de um modelo de programação dinâmica**. 189 f. Tese (Doutorado em Ciências Florestais) – Setor de Ciências Agrárias, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 1992.
- AHRENS, S.; HOLBERT, D. Uma função para forma de tronco e volume de *Pinus taeda* L. **Boletim de Pesquisa Florestal**, Colombo, n. 3, p. 37-68, dez. 1981.
- AMATEIS, R. L.; BURKHART, H. E.; Cubic-foot volume equations for loblolly pine trees in cutover, site-prepared plantations. **Southern Journal of Applied Forestry**, Washington, v. 11, n. 4, p. 190-192, Nov. 1987.
- ANDENMATTEN, E.; LETOURNEAU, F. Curvas de índice de sitio para *Pinus ponderosa* (Dougl.) Law de aplicación en la región Andino Patagónica de Chubut y Río Negro, Argentina. **Bosque**, [Valdivia], v. 18, n. 2, p. 13-18, 1997.
- ANDRADE, V. C. L. de; LEITE, H. G. Hipsometric relationship modeling using data sampled in tree scaling and inventory plots. **Revista Árvore**, Viçosa, v. 35, n. 1, p. 157-164, 2011.
- ARABATZIS, A. A. BURKHART, H. E. An evaluation of sampling methods and model forms for estimating height-diameter relationships in loblolly pine plantations. **Forest Science**, Bethesda, v. 38, n. 1, p. 192-198, Feb. 1992.
- ARAÚJO, E. J. G. de; PELISSARI, A. L.; DAVID, H. C.; MIRANDA, R. O. V. de; PÉLLICO NETTO, S.; MORAIS, V. A.; SCOLFORO, J. R. S. Relações dendrométricas em fragmentos de povoamentos de pinus em Minas Gerais. **Pesquisa Florestal Brasileira**, Colombo, v. 32, n. 72, p. 355-366, out./dez. 2012.

ARCE, J. E. **Um sistema de análise, simulação e otimização do sortimento florestal em função da demanda por multiprodutos e dos custos de transporte.** 125 f. Tese (Doutorado em Ciências Florestais) – Setor de Ciências Agrárias, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2000.

ARCE, J. E. Modelagem da estrutura de florestas clonais de *Populus deltoides* Marsh. através de distribuições diamétricas probabilísticas. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v. 14, n. 1, p. 149-164, 2004.

ARCE, J. E. ; GOMES, F. dos S.; SANQUETTA, C. R.; CRUZ, E. C. da. Utilização dos processos de difusão na avaliação e simulação precoces do crescimento de povoamentos de *Pinus taeda* L. **Cerne**, Lavras, v. 4, n. 1, p. 157-170, 1998.

ARCE, J. E.; PIZZATO, W.; SANQUETTA, C. R.; WENDLING, J. L. G.; MAESTRI, R. Utilização das matrizes de transição na avaliação e simulação precoces do crescimento de povoamentos de *Pinus taeda* L. **Revista Floresta**, Curitiba, v. 27, n. 1/2, p. 83-98, 1997.

ASSMANN, E. **The principles of forest yield study:** studies in the organic production, structure, increment and yield of forest stands. Oxford: Pergamon, 1970.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE PRODUTORES DE FLORESTAS PLANTADAS (ABRAF). **Anuário estatístico da ABRAF 2006:** ano base 2005. Brasília: ABRAF, 2006.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE PRODUTORES DE FLORESTAS PLANTADAS (ABRAF). **Anuário estatístico da ABRAF 2009:** ano base 2008. Brasília: ABRAF, 2009.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE PRODUTORES DE FLORESTAS PLANTADAS (ABRAF). **Anuário estatístico da ABRAF 2013:** ano base 2012. Brasília: ABRAF, 2013.

AVERY, T. E.; BURKHART, H. E. **Forest measurements.** 5. ed. New York: McGraw-Hill, 2002.

BAILEY, R. L.; CLUTTER, J. L. Base-age invariant polymorphic site curves. **Forest Science**, Bethesda, v. 20, n. 2, p. 155-159, Jun. 1974.

BAILEY, R. L.; DELL, T. R. Quantifying diameter distributions with the Weibull function. **Forest Science**, Bethesda, v. 19, p. 97-104, Jun. 1973.

BARRA, O. S. V.; SANQUETTA, C. R.; ARCE, J. E.; MACHADO, S. do A.; CORTE, A. P. D. Proposta metodológica para o ajuste ótimo da distribuição diamétrica S_B de Johnson. **Revista Árvore**, Viçosa, v. 35, n. 1, p. 151-156, 2011.

BARROS, D. A.; MACHADO, S. do A.; ACERBI JÚNIOR, F. W.; SCOLFORO, J. R. S. Comportamento de modelos hipsométricos tradicionais e genéricos para plantações de *Pinus oocarpa* em diferentes tratamentos. **Boletim de Pesquisa Florestal**, Colombo, n. 45, p. 03-28, jul./dez., 2002.

BARROS, P. L. C. de; MACHADO, S. do A.; BURGER, D.; SIQUEIRA, J. D. P. Comparação de modelos descritivos da distribuição diamétrica em uma floresta tropical. **Revista Floresta**, Curitiba, v. 10, n. 2, 1979.

BARTELINK, H. H., MOHREN, G. M. J. Modelling at the interface between scientific knowledge and management issues. In: ANDERSSON, F; BIROT, Y; PÄIVINEN, R. **Towards the sustainable use of Europe's forests - forest ecosystem and landscape research: scientific challenges and opportunities**. [S.l.]: Gumerus, 2004. p. 21-30. EFI Proceedings No. 49.

BARTOSZECK, A. C. de P. e S.; MACHADO, S. do A.; FIGUEIREDO FILHO, A.; OLIVEIRA, E. B. de. Modelagem da relação hipsométricas para bracingais da Região Metropolitana de Curitiba-PR. **Floresta**, Curitiba, v. 32, n. 2, p. 189-204, 2002.

BATISTA, J. L. F.; COUTO, H. T. Z. do. Escolha de modelos matemáticos para a construção de curvas de índice de sítio para florestas implantadas de *Eucalyptus* sp no estado de São Paulo. **IPEF**, n. 32, p. 33-42, abr. 1986.

BATISTA, J. L. F., COUTO, H. T. Z. do., MARQUESINI, M. Desempenho de modelos de relações hipsométricas: estudo em três tipos de floresta. **Scientia Forestalis**, Piracicaba, n. 60, p. 149-163, dez. 2001.

BERTALANFFY, L. von. A quantitative theory of organic growth (Inquiries on growth laws. II). **Human Biology**, [S.l.], v. 10, n. 2, p. 181–213, May. 1938.

BLISS, C. I.; FISHER, R. A. Fitting the negative binomial distribution to biological data. **Biometrics**, [S.l.], v. 9, n. 2, p. 176-200, Jun. 1953.

BOGNOLA, I. A. **Unidades de manejo para *Pinus taeda* L. no planalto norte catarinense, com base em características do meio físico**. 160 f. Tese (Doutorado em Ciências Florestais) – Setor de Ciências Agrárias, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2007.

BONTEMPS, J. D.; HERVÉ, J. C.; DHÔTE, J. F. Long-term changes in forest productivity: a consistent assessment in even-aged stands. **Forest Science**, Bethesda, v. 55, n. 6, p. 549-564, 2009.

BOOTH, T.H.; JOVANOVIĆ, T.; NEW, M. A new world climatic mapping program to assist species selection. **Forest Ecology and Management**, [S.l.], v. 163, p. 111-117, 2002.

BOX, G. E. P. Robustness in the strategy of scientific model building. In: LAUNER R., WILKINSON G. (Ed.). **Robustness in Statistics**. [S.l.]: Academic Press, 1978.

BRASIL. Lei n. 5.106, de 2 de setembro de 1966. Dispõe sobre os incentivos fiscais concedidos a empreendimentos florestais. **Diário Oficial [da] República Federativa do Brasil**, Brasília, DF, 5 de setembro de 1966. Disponível em: <<http://presrepublica.jusbrasil.com.br/legislacao/103351/lei-5106-66>>. Acesso em: 14/10/2013.

BRASIL. Ministério do Meio Ambiente (MMA). Ministério do Planejamento, Orçamento e Gestão. Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE). Diretoria de Geociências. **Mapa de biomas do Brasil**: primeira aproximação. Brasília: IBGE, 2004a. Escala 1:5.000.000. Disponível em: <ftp://ftp.ibge.gov.br/Cartas_e_Mapas/Mapas_Murais/>. Acesso em: 16/10/2013.

BRASIL. Ministério do Planejamento, Orçamento e Gestão. Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE). Diretoria de Geociências. **Mapa de vegetação do Brasil**. Brasília: IBGE, 2004b. Escala 1:5.000.000. Disponível em: <ftp://geoftp.ibge.gov.br/mapas_tematicos/mapas_murais/vegetacao.pdf>. Acesso em: 23/09/2013.

BREWER, J. A.; BURNS, P. Y.; CAO, Q. V. Short-term projection accuracy of five asymptotic height-age curves for loblolly pine. **Forest Science**, Bethesda, v. 31, n. 2, p. 414-418, Jun. 1985.

BUGMANN, H.; PALAHÍ, M.; BONTEMPS, J. -D.; TOMÉ, M. Trends in modeling to address forest management and environmental challenges in Europe. **Forest Systems**, Madrid, v. 19, p. 3-7, 2010.

BUONGIORNO, J.; GILLESS, J. K. **Forest management and economics**: a primer in quantitative methods. New York: Macmillan Publishing Company, 1987.

BUONGIORNO, J.; GILLESS, J. K. **Decision methods for forest resource management**. New York: Academic Press, 2003.

BURK, T. E.; BURKHART, H. E. **Diameter distributions and yields of natural stands of loblolly pine**. Blacksburg: School of Forestry and Wildlife Resources. Virginia Polytechnic Institute and State University. 1984. (Revised 2001). Publication No. FWS-1-84.

BURKHART, H. E. Modelling growth and yield for intensively managed forests. **Journal of Forest Science**, Chunchon, v. 24, n. 3, p. 119-126, Dec. 2008.

BURKHART, H. E.; BROOKS, T. M. Status and future of growth and yield models. In: STATE-OF-THE-ART METHODOLOGY OF FOREST INVENTORY: a symposium proceedings, 1989, Syracuse. **Proceedings...** Portland: USDA Forest Service, 1990. p. 409-414.

BURKHART, H. E.; CAO, Q. V.; WARE, K. D. **A comparison of growth and yield prediction models for loblolly pine.** Blacksburg: Virginia Polytechnic Institute and State University, School of Forestry and Wildlife Resources, 1981. 59 p. Publication n. FWS-2-81.

BURKHART, H. E.; TOMÉ, M. **Modeling forest trees and stands.** Dordrecht: Springer, 2012.

CALDEIRA, M. V. W.; SCHUMACHER, M. V. SCHEEREN, L. W.; BARRICHELLO, L. R.; WATZLAWICK, L. F. Relação hipsométrica para *Acacia mearnsi* com diferentes idades. **Boletim de Pesquisa Florestal**, Colombo, n. 45, p. 57-68, jul./dez., 2002.

CAO, Q. V.; BURKHART, H. E.; LEMIN JUNIOR, R. C. **Diameter distributions and yields of thinned loblolly pine plantations.** Blacksburg: Virginia Polytechnic Institute and State University, School of Forestry and Wildlife Resources, 1982. 62 p. Publication n. FWS-1-82.

CAO, Q. V.; BURKHART, H. E. Cubic-foot volume of loblolly pine to any height limit. **Southern Journal of Applied Forestry**, [S./I.], v. 4, p. 166-168, 1980.

CAO, Q. V.; BURKHART, H. E.; MAX, T. A. Evaluation of two methods for cubic-volume prediction of loblolly pine to any merchantable limit, **Forest Science**, Bethesda, v. 26, n. 1, p. 71-80, Mar. 1980.

CHAPMAN, D. G. Statistical problems in dynamics of exploited fisheries population. In: FOURTH BERKELEY SYMPOSIUM ON MATHEMATICAL STATISTICS AND PROBABILITY, 4., 1961, [Berkeley]. **Proceedings...** Berkeley: University of California Press, 1961. p. 153-168.

CHAPMAN, H. H.; MEYER, W. H. **Forest mensuration.** New York: McGraw-Hill, 1949.

CIESZEWSKI, C. J. Analytical site index solution for the generalized log-logistic height equation. **Forest Science**, Bethesda, v. 46, n. 2, p. 291-296, 2000.

CIESZEWSKI, C. J.; BAILEY, L. Generalized algebraic difference approach: theory based derivation of dynamic site equations with polymorphism and variable asymptotes. **Forest Science**, Bethesda, v. 46, n. 1, p. 116-126, Feb. 2000.

CLUTTER, J. L. Compatible growth and yield models for loblolly pine. **Forest Science**, Bethesda, v. 9, n. 3, p. 354-371, Sep. 1963.

CLUTTER, J. L. Development of taper functions from variable-top merchantable volume equations. **Forest Science**, [S./I.], v. 26, n. 1, p. 117-120, 1980.

CLUTTER, J. L.; FORTSON, J. C.; PIENAAR, L. V.; BRISTER, G. H.; BAILEY, R. L. **Timber management: a quantitative approach**. New York: John Wiley, 1983. (Edição reimpressa: Malabar: Krieger Publishing Company, 1992).

CLUTTER, J. L.; HARMS, W. R.; BRISTER, G. H.; RHENEY, J. W. Stand structure and yields of site-prepared loblolly pine plantations in the lower coastal plain of the Carolinas, Georgia, and North Florida. Ashville: USDA, Forest Service, Southeastern Forest Experimental Station, Sep. 1984. 173 p. General Technical Report SE-27.

CORMIER, K. L.; REICH, R. M.; CZAPLEWSKI, R. L.; BECHTOLD, W. A. Evaluation of weighted regression and sample size in developing a taper model for loblolly pine. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 53, p. 65-76, 1992.

CUNHA NETO, F. R. **Modelo de predição presente e futura da produção por classe de diâmetro utilizando a função Weibull para *Eucalyptus grandis* e *Eucalyptus urophylla***. 151 f. Dissertação. (Mestrado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal de Lavras, Lavras, 1994.

CUNHA NETO, F. R.; SCOLFORO, J. R. S.; CALEGARIO, N.; OLIVEIRA, A. D. de; KANEGAE JÚNIOR, H. Modelo para predição da produção por classe de diâmetro para *Eucalyptus grandis*. **Cerne**, Lavras, v. 1, n. 1, p. 108-122, 1994.

CURTIS, R. O. Height-diameter and height-diameter-age equations for second-growth douglas-fir. **Forest Science**, Bethesda, v. 13, n. 4, p. 365-375, Dec. 1967.

CURTIS, R. O. Yield tables: past and present. **Journal of Forestry**, [S.l.], v. 70, n. 1, p. 28-32, Jan. 1972.

DANIELS, R. F.; BURKHART, H. E.; STRUB, M. R. Yield estimates for loblolly pine plantations. **Journal of Forestry**, [S.l.], v. 77, n. 9, p. 581-586, Sep. 1979.

DÍAZ-MAROTO, I. J.; VILA-LAMEIRO, P.; GUCHU, E.; DÍAZ-MAROTO, M. C. A comparison of the autecology of *Quercus robur* L. and *Q. pyrenaica* Wild.: present habitat in Galicia, NW Spain. **Forestry**. [S.l.], v. 80, n. 3, p. 223-239, 2007.

DOBNER JUNIOR, M.; TRAZZI, P. A.; HIGA, A. R.; ARCE, J. E. Crescimento de um povoamento de *Cryptomeria japonica* no Sul do Brasil. **Scientia Forestalis**, Piracicaba, v. 41, n. 97, p. 39-46, mar. 2013.

DOLPH, K. L. **Polymorphic site index curves for red fir in California and Southern Oregon**. Berkeley: U.S. Department of Agriculture, Forest Service, Pacific Southwest Research Station, Mar. 1991. 18 p. Research Paper RSW-206.

DRAPER, N. R.; SMITH, H. **Applied regression analysis**, 2. ed. New York: John Wiley & Sons, 1981.

DUBEY, S. D. Some percentile estimators for Weibull parameters. **Technometrics**, [S.l.], v. 9, n. 1, p. 119-129, 1967.

DYKSTRA, D. P. **Mathematical programming for natural resource management**. [S.l.]: McGraw-Hill Book Company, 1984.

EDMINSTER, C. B.; MATHIASSEN, R. L.; OLSEN, W. K. **A method for constructing site index curves from height-age measurements applied to Douglas-fir in the Southwest**. Fort Collins: USDA, Forest Service, Rocky Mountain Forest and Range Experiment Station, Jul. 1991. 6 p. Research Note RM – volume 510.

EERIKÄINEN, K. Predicting the height–diameter pattern of planted *Pinus kesiya* stands in Zambia and Zimbabwe. **Forest Ecology and Management**, [S.l.], v. 175, n. 3, p. 355-366, 2003.

EID, T.; ØYEN, B-H. Models for prediction of mortality in even-aged forest. **Scandinavian Journal of Forest Research**, [S.l.], v. 18, n. 1, p. 64-77, 2003.

EMPRESA BRASILEIRA DE PESQUISA AGROPECUÁRIA (EMBRAPA). Centro Nacional de Pesquisa de Florestas. **Zoneamento ecológico para plantios florestais no Estado do Paraná**. Curitiba: EMBRAPA-CNPf, 1986. 89 p. Documentos, 17.

EMPRESA BRASILEIRA DE PESQUISA AGROPECUÁRIA (EMBRAPA). Centro Nacional de Pesquisa de Florestas. **Zoneamento ecológico para plantios florestais no Estado de Santa Catarina**. Curitiba: EMBRAPA-CNPf, 1988. 113 p. Documentos, 21.

EMPRESA BRASILEIRA DE PESQUISA AGROPECUÁRIA (EMBRAPA). Centro Nacional de Pesquisa de Solos. **Mapa de solos do estado do Paraná: legenda atualizada**. [S.l.: s.n.], 2008. Escala 1:600.000. Disponível em: <http://www.cnps.embrapa.br/noticias/banco_noticias/110707.html>. Acesso em: 23/09/2013.

ENRIGHT, N.; OGDEN, J. Applications of transition matrix models in forest dynamics: *Araucaria* in Papua New Guinea and *Nothofagus* in New Zealand. **Australian Journal of Ecology**, v. 4, n. 1, p. 3-23, Mar. 1979.

FARRAR, R. M. A site-index function for naturally regenerated longleaf pine in the East Gulf area. **Southern Journal of Applied Forestry**, [S.l.], v. 5, n. 3, p. 150-153, Aug. 1981.

FEKEDULEGN, D.; MAC SIURTAİN, M. P.; COLBERT, J. J. Parameter estimation of nonlinear growth models in forestry. **Silva Fennica**, Vantaa, v. 33, n. 4, p. 327–336, 1999.

FERREIRA, C. A.; SILVA, H. D. da; REISSMANN, C. B.; BELLOTE, A. F. J.; MARQUES, R. **Nutrição de pinus no Sul do Brasil: diagnóstico e prioridades de pesquisa.** Colombo: EMBRAPA Florestas, 2001. 23 p. Documentos 60.

FERREIRA, J. M. de A. **Ganhos de produtividade de plantações clonais de *Eucalyptus urophylla* e suas correlações com variáveis edafoclimáticas e silviculturais.** 84 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais) – Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz, Piracicaba, 2007.

FIGUEIREDO-FILHO, A.; BORDERS, B. E.; HITCH, K. L. Taper equations for *Pinus taeda* plantations in Southern Brazil. **Forest Ecology and Management**, [S.l.], v. 83, p. 39-46, 1996.

FINGER, C. A. G.; SPATHELF, P.; SCHNEIDER, P. R.; COELHO, L. Curvas de altura-diâmetro de acácia negra (*Acacia mearnsii* de Wild.). **Ciência Rural**, Santa Maria, v. 30, n. 3, p. 387-391, 2000.

FISCHER, F.; SOLFORO, J. R. S.; ACERBI JÚNIOR, F. W.; MELLO, J. M. de; MAESTRI, R. Exatidão dos modelos polinomiais não-segmentados e das razões entre volumes para representar o perfil do tronco de *Pinus taeda*. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v. 11, n. 1, p. 167-188, 2001.

FISHER, R. A. On the mathematical foundations of theoretical statistics. **Philosophical Transactions of the Royal Society of London**, v. 222, p. 309-368, 1922.

FONTES, L.; BONTEMPS, J. -D.; BUGMANN, H.; VAN OIJEN, M.; GRACIA, C.; KRAMER, K.; LINDNER, M.; RÖTZER, T.; SKOVSGAARD, J. P. Models for supporting forest management in a changing environment. **Forest Systems**, [S.l.], v. 19, p. 8-29, 2010.

FONTES, L.; TOMÉ, M.; COELHO, M. B.; WRIGHT, H.; LUIS, J. S.; SAVILL, P. Modelling dominant height growth of Douglas-fir (*Pseudotsuga menziesii* (Mirb.) Franco) in Portugal. **Forestry**, [S.l.], v. 76, n. 5, p. 509-523, 2003.

FOX, T. R.; JOKELA, E. J.; ALLEN, L. H. The development of pine plantation silviculture in the southern United States. **Journal of Forestry**, [S.l.], v. 105, n. 7, p. 337-347, Oct./Nov. 2007.

FRANCE, J.; THORNLEY, J. H. M. **Mathematical models in agriculture.** London: Butterworths, 1984.

GARCÍA, O. The state-space approach in growth modelling. **Canadian Journal of Forest Research**, [S.l.], v. 24, n. 9, p. 1894-1903, 1994.

GOMES, F. S. **A seleção de regimes de manejo mais rentáveis em *Pinus taeda* L. na produção de madeira para papel e celulose.** 137 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais) - Setor de Ciências Agrárias, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 1999.

GOMPERTZ, B. On the nature of the function expressive of the law of human mortality, and on a new mode of determining the value of life contingencies. **Philosophical Transactions of the Royal Society of London**, [S.l.], v. 115, p. 513-583, 1825.

GOULDING, C. J. Development of growth models for *Pinus radiata* in New Zealand - experience with management and process models. **Forest Ecology and Management**, [S.l.], v. 69, n. 1-3, p. 331-343, Nov. 1994.

GOVE, J. H.; DUCEY, M. J.; LEAK, W. B.; ZHANG, L. Rotated sigmoid structures in managed uneven-aged northern hardwood stands: a look at the Burr Type III distribution. **Forestry**, [S.l.], v. 81, n. 2, p. 161-176, Apr. 2008.

GROSENBAUGH, L. R. Generalization and reparameterization of some sigmoid and other nonlinear functions. **Biometrics**, [S.l.], v. 21, p. 708-714, 1965.

HAFLEY, W. L.; BUFORD, M. A. A bivariate model for growth and yield prediction. **Forest Science**, Bethesda, v. 31, n. 1, p. 237-247, Mar. 1985.

HAFLEY, W. L.; SCHREUDER, H. T. Statistical distributions for fitting diameter and height data in even-aged stands. **Canadian Journal of Forest Research**, [Ottawa], v. 7, n. 3, p. 481-487, 1977.

HAFLEY, W. L.; SMITH, W. D.; BUFORD, M. A. **A new yield prediction model for unthinned loblolly pine plantations.** Raleigh: Southern Forest Research Center, School of Forest Resources, North Carolina State University, 1982. 65 p. Technical Report No. 1.

HARRISON, T. P.; MICHIE, B. R. A generalized approach to the use of matrix growth models. **Forest Science**, Bethesda, v. 31, n. 4, p. 850-856, Dec. 1985.

HAWKINS, D. M. **Identification of outliers.** Chapman and Hall, London. 1980.

HENNING, E.; OLIVEIRA, A. Avaliação do desempenho dos testes de normalidade do pacote nortest do R. In: CONGRESSO LATINO-IBEROAMERICANO DE INVESTIGACIÓN OPERATIVA. SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL. **Anais...** Rio de Janeiro: [S.n.], 2012. p. 4269-4270.

HINSSEN, P. J. W. HOPSY, a model to support strategic decision making in forest resource management. **Forest Ecology Management**, [S.l.], v. 69, n. 1-3, p. 321-330, Nov. 1994.

HONER, T. G. A new total cubic foot volume function. **The Forestry Chronicle**, Toronto, v. 41, p. 476-493, 1965.

HOYOS, A. Processos estocásticos e previsão. In: SIMPÓSIO NACIONAL DE PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA, 4., 1980, Rio de Janeiro. **Anais...** Rio de Janeiro: IMPA, 1980.

HRADETZKY, J. **Analyse und interpretation statistischer abränger keiten.** (Biometrische Beiträge zu aktuellen forschungs projekten). Baden-Württemberg Mitteilungen der FVA, Helf 76, 1976. 146 p. (Abt. Biometric und Informatik, 21).

HUANG, S.; PRICE, D.; TITUS, S. J. Development of ecoregion-based height-diameter models for white spruce in boreal forests. **Forest Ecology and Management**, [S.l.], v. 129, p. 125-141, 2000.

HUANG, S.; TITUS, S. J.; WIENS, D. P. Comparison of nonlinear height-diameter functions for major Alberta tree species. **Canadian Journal of Forest Research**, [Ottawa], v. 22, p. 1297-1304, 1992.

HUSCH, B.; MILLER, C. I.; BEERS, T. W. **Forest Mensuration.** 2. ed. New York: J. Wiley, 1972.

INSTITUTO AGRONÔMICO DO PARANÁ (IAPAR). **Cartas climáticas do Estado do Paraná.** Londrina: IAPAR, 2000. Disponível em: <http://www.iapar.br/modules/conteudo/conteudo.php?conteudo=677>>. Acesso em: 16/09/2013.

KAHLE, H. -P.; KARJALAINEN, T.; SCHUCK, A.; ÅGREN, G. I.; KELLOMÄKI, S.; MELLERT, K.; PRIETZEL, J.; REHFUESS, K. -E.; SPIECKER, H. **Causes and consequences of forest growth trends in Europe.** Leiden: European Forest Institute, 2008.

KIRBY, C. L. **Site index equations for lodgepole pine and white spruce in Alberta.** Edmonton: Environment Canada. Canadian Forestry Service. Northern Forest Research Centre, 1975. 12 p. Information Report NOR-X-142.

KOHLER, S. V.; RETSLAFF, F. A. de S.; MÔRA, R.; FIGUEIREDO FILHO, A.; WOLFF II N. I. Diferentes métodos de ajuste do modelo volumétrico de Schumacher e Hall. In: CONGRESSO FLORESTAL PARANAENSE, 4., 2012, Curitiba. **Anais...** Curitiba: [s.n.], 2012.

KORZUKHIN, M. D.; TER-MIKAELIAN, M. T.; WAGNER, R. G. Process *versus* empirical models: which approach for forest ecosystem management?. **Canadian Journal of Forest Research**, [Ottawa], v. 26, n. 5, p. 879-887, 1996.

KOZAK, A. A variable-exponent taper equation. **Canadian Journal of Forest Research**, [S.l.], v. 18, p. 1363-1368, 1988.

KOZAK, A. My last words on taper equations. **The Forestry Chronicle**, Toronto, v. 80, n. 4, p. 507-515, 2004.

KOZAK, A.; KOZAK, R. Does cross validation provide additional information in the evaluation of regression models? **Canadian Journal of Forest Research**, [S.l.], v. 33, n. 6, p. 976-987, 2003.

KOZAK, A.; SMITH, J. H. Critical analysis of multivariate techniques for estimating tree taper suggests that simpler methods are best. **The Forestry Chronicle**, Toronto, v. 42, n. 4, p. 458-63, 1966.

KOZAK, A.; SMITH, J. H.; MUNRO, D. D.; SMITH, J. H. G. Taper functions and their application in forest inventory. **The Forestry Chronicle**, Toronto, v. 45, n. 4, p. 278-283, 1969.

KRONKA, F. J. N.; BERTOLANI, F.; PONCE, R. H. **A cultura do *Pinus* no Brasil**. São Paulo: Sociedade Brasileira de Silvicultura, 2005.

LANDSBERG, J. Modelling forest ecosystems: state of the art, challenges, and future directions. **Canadian Journal of Forest Research**, [Ottawa], v. 33, n. 1, p. 385-397, 2003.

LEDUC, D.; GOELZ, J. A height-diameter curve for longleaf pine plantations in the gulf coastal plain. **Southern Journal of Applied Forestry**, [S.l.], v. 33, n. 4, p. 164-170, 2009.

LENHART, J. D.; CLUTTER, J. L. **Cubic foot yield tables for old-field loblolly pine plantations in the Georgia Piedmont**. Georgia Forest Research Council. 1971. 12 p. Report n. 22, series 3.

LENHART, J. D.; HUNT, E. V.; BLACKARD, J. A. Site index equations for loblolly and slash pine plantations on non-old-fields in East Texas, **Southern Journal of Applied Forestry**, Washington, v. 10, n. 2, p. 109-112, May 1986.

LEOTTI, V. B.; BIRCK, A. R.; RIBOLDI, J. Comparação dos testes de aderência à normalidade Kolmogorov-Smirnov, Anderson-Darling, Cramer-Von Mises e Shapiro-Wilk por simulação. In: SIMPÓSIO DE ESTATÍSTICA APLICADA À EXPERIMENTAÇÃO AGRONÔMICA, 11. REUNIÃO ANUAL DA REGIÃO BRASILEIRA DA SOCIEDADE INTERNACIONAL DE BIOMETRIA, 50. **Anais...** Londrina, 2005. Não paginado.

LEVINS, R. The strategy of model building in population biology. **American Scientist**, [S.l.], v. 54, n. 4, p. 421-431, 1966.

LINDSAY, S. R.; WOOD, G. R.; WOOLLONS, R. C. Modelling the diameter distribution of forest stands using the Burr distribution. **Journal of Applied Statistics**, [S.l.], v. 23, n. 6, p. 609-620, 1996.

LOETSCH, F.; ZÖHRER, F.; HALLER, K. E. **Forest inventory**. München: BVL Verlagsgesellschaft, 1973. v.2.

LOWELL, K. E.; MITCHELL, R. J. 1987. Stand growth projection: simultaneous estimation of growth and mortality using a single probabilistic function. **Canadian Journal of Forest Research**, [S.l.], v. 17, n. 11, p. 1466-1470, Nov. 1987.

LUMBRES, R. I. C.; LEE, Y. J.; SEO, Y. O.; KIM, S. H.; CHOI, J. K. LEE, W. K. Development and validation of nonlinear height-DBH models for major coniferous tree species in Korea. **Forest Science and Technology**, [S.l.], v. 7, n. 3, 2011 p. 117-125, 2011.

LUXMOORE, R. J.; HARGROVE, W. W.; THARP, M. L.; POST, W. M.; BERRY, M. W.; MINSER, K. S.; CROPPER, W. P.; JOHNSON, D. W.; ZEIDE, B.; AMATEIS, R. L.; BURKHART, H. E.; BALDWIN, V. C.; PETERSON, K. D. Signal transfer modeling for regional assessment of forest responses to environmental changes in the southeastern United States. **Environmental Modeling and Assessment**, [S.l.], v. 5, n. 2, p. 125-137, 2000.

LUXMOORE, R. J.; HARGROVE, W. W.; THARP, M. L.; POST, W. M.; BERRY, M. W.; MINSER, K. S.; CROPPER, W. P.; JOHNSON, D. W.; ZEIDE, B.; AMATEIS, R. L.; BURKHART, H. E.; BALDWIN, V. C.; PETERSON, K. D. Addressing multi-use issues in sustainable forest management with signal-transfer modeling. **Forest Ecology and Management**, [S.l.], v. 165, n. 1-3, p. 295-304, 2002.

MACHADO, S. do A. **Studies in growth and yield estimation for *Pinus taeda* L. plantations in the State of Parana – Brazil**. 170 f. Thesis (Doctor of Philosophy) University of Washington, Washington, 1978.

MACHADO, S. do A. Estimativa de sobrevivência de *Pinus taeda* em plantios homogêneos. **Floresta**, Curitiba, v. 10. n. 1, p. 73-76, 1979.

MACHADO, S. do A. Curvas de índice de sítio para plantações de *Pinus taeda* L. na região central do estado do Paraná. **Floresta**, Curitiba, v. 11. n. 2, p. 4-18, 1980.

MACHADO, S. do A.; BAILEY, R. L.; BASSO, S. L.; BEVILACQUA JÚNIOR, V. G. Análise do comportamento da relação hipsométrica com respeito à idade para plantações de *Pinus elliottii* no estado do Paraná. **Cerne**, Lavras, v. 1, n. 1, p. 5-12, 1994.

MACHADO, S. do A.; BARROS, D. A. de; SCOLFORO, J. R. S.; ACERBI JUNIOR, F. W. The effects of successive thinnings on the hypsometric function for *Pinus oocarpa* stands. **Floresta**, Curitiba, v. 41, n. 2, p. 397-406, abr./jun. 2011.

MACHADO, S. do A.; OLIVEIRA, E. B. de; CARPANEZZI, A. P.; BARTOSZECK, A. C. P. S. Classificação de sítio para bracatingais na região metropolitana de Curitiba. **Boletim de Pesquisa Florestal**, Colombo, n. 35, p. 21-37, jul./dez. 1997.

MACHADO, S. do A.; URBANO, E.; CONCEIÇÃO, M. B. da. Comparação de métodos de estimativa de volume para *Pinus oocarpa* em diferentes idades e diferentes regimes de desbastes. **Boletim de Pesquisa Florestal**, Colombo, n. 50, p. 81-98, jan./jun. 2005.

MACHADO, S. do A.; URBANO, E.; CONCEIÇÃO, M. B. da; FIGUEIREDO FILHO, A.; FIGUEIREDO, D. J. de. Comparação de modelos de afilamento de tronco para diferentes idades e regimes de desbaste em plantações de *Pinus oocarpa* Schiede. **Boletim de Pesquisa Florestal**, Colombo, n. 48, p. 41-64, jan./jun. 2004.

MACHADO, S. do A.; NASCIMENTO, R. G. M.; AUGUSTYNCZIK, A. L. D.; SILVA, L. C. R. da.; FIGURA, M. A.; PEREIRA, E. M.; TEO, S. J. Comportamento da relação hipsométrica de *Araucaria angustifolia* no capão da Engenharia Florestal da UFPR. **Pesquisa Florestal Brasileira**, Colombo, n. 56, p. 5-16, jan./jun. 2008.

MAESTRI, R. **Modelos de crescimento e produção para povoamentos de *Eucalyptus grandis* considerando variáveis ambientais**. 143 f. Tese (Doutorado em Ciências Florestais) - Setor de Ciências Agrárias, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2003.

MÄKELÄ, A.; LANDSBERG, J.; EK, A. R.; BURK, T. E.; TER-MIKAELIAN, M.; AGREN, G. I.; OLIVER, C. D.; PUTTONEN, P. Process-based models for forest ecosystem management: current state of the art and challenges for practical implementation. **Tree Physiology**, Victoria, v. 20, n. 5-6, p. 289-298, 2000.

MALTAMO, M.; PUUMALAINEN, J.; PÄIVINEN, R. Comparison of beta and Weibull functions for modelling basal area diameter distribution in stands of *Pinus sylvestris* and *Picea abies*. **Scandinavian Journal of Forest Research**, v. 10, n. 1-4, p. 284-295, 1995.

MATALA, J.; OJANSUU, R.; PELTOLA, H.; SIEVANEN, R.; KELLOMÄKI, S. Introducing effects of temperature and CO₂ elevation on tree growth into a statistical growth and yield model. **Ecological Modelling**, [S.l.], v. 181, n. 2-3, p. 173-190, 2005.

MAX, T. A.; BURKHART, H. E. Segmented polynomial regression applied to taper equations. **Forest Science**, Bethesda, v. 22, n. 3, p. 283-289, 1976.

MCDILL, M. E.; AMATEIS, R. L. Measuring forest site quality using the parameters of a dimensionally compatible height growth function. **Forest Science**, Bethesda, v. 38, p. 409-429, 1992.

MENDONÇA, A. R. de; CALEGARIO, N.; SILVA, G. F. da; BORGES, L. A. C.; CARVALHO, S. P. C. e. Modelos hipsométricos e de crescimento em altura das árvores dominantes e codominantes para *Pinus caribaea* var. *hondurensis*. **Scientia Forestalis**, Piracicaba, v. 39, n. 90, p. 151-160, jun. 2011.

MENDOZA, G. A.; VANCLAY, J. K. Trends in forestry modelling. **CAB Reviews: Perspectives in Agriculture, Veterinary Science, Nutrition and Natural Resources**, [S.l.], v. 3, n. 10, p. 1-8, 2008.

MENEGOL, O. **Índice de sítio e relação entre altura dominante e teores nutricionais das acículas em povoamentos de *Pinus elliottii* var. *elliottii* no segundo planalto paranaense**. 74 f. Dissertação. (Mestrado em Ciências Florestais) - Setor de Ciências Agrárias, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 1991.

MOHREN, G. M. J.; BURKHART, H. E. Contrasts between biologically-based process models and management-oriented growth and yield models. **Forest Ecology Management**, [S.l.], v. 69, n. 1-3, p. 1-5, Nov. 1994.

MONNESS, E. The power-normal distribution: application to forest stands. **Canadian Journal of Forest Research**, [Ottawa], v. 41, n. 4, p. 707-714, 2011.

MONSERUD, R. A. Simulation of forest tree mortality. **Forest Science**, Bethesda, v. 22, n. 4, p. 438-444, Dec. 1976.

MONSERUD, R. A. Height growth and site index curves for inland Douglas-fir based on stem analysis data and forest habitat type. **Forest Science**, Bethesda, v. 30, n. 4, p. 943-965, Dec. 1984.

MOORE, J. A.; ZHANG, L.; STUCK, D.; Height-diameter equations for ten tree species in the inland northwest. **Western Journal of Applied Forestry**, [S.l.], v. 11, n. 4, p. 132-137, Oct. 1996.

MOSCOVICH, F. A. **Modelos de crecimiento y producción forestal**. Montecarlo: Instituto Nacional de Tecnología Agropecuaria - INTA, 2004. 39 p. Informe técnico 55.

MUNHOZ, J. S. B. **Caracterização da produtividade florestal e dos padrões de crescimento de *Pinus taeda* L. no sul do Brasil através de análise de tronco**. 116 f. Dissertação (Mestrado em Recursos Florestais) - Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiróz, Universidade de São Paulo, Piracicaba, 2011.

NEWNHAM, D. **A variable-form taper function**. Chalk River: Canadian Forest Service, Forestry Canada, Petawawa National Forestry Institute, 1988. Information Report PI-X-083.

NOKOE, S. Demonstrating the flexibility of the Gompertz function as a yield model using mature species data. **Commonwealth Forest Review**, [S.l.], v. 57, n. 1, p. 35-42, 1978.

NORD-LARSEN, T.; JOHANNSEN, V. K. A state-space approach to stand growth modelling of European beech. **Annals of Forest Science**, [S.l.], v. 64, n. 4, p. 365-374, 2007.

NORD-LARSEN, T.; MEILBY, H.; SKOVSGAARD, J. P. Site-specific height growth models for six common tree species in Denmark. **Scandinavian Journal of Forest Research**, [S.l.], v. 24, n. 3, p. 194-204, 2009.

NUNES, L.; PATRÍCIO, M.; TOMÉ, J.; TOMÉ, M. Modeling dominant height growth of maritime pine in Portugal using GADA methodology with parameters depending on soil and climate variables. **Annals of Forest Science**, [S.l.], v. 68, p. 311-323, 2011.

OLIVEIRA, E. B. de. **Um sistema computadorizado de prognose do crescimento e produção de *Pinus taeda* L., com critérios quantitativos para a avaliação técnica e econômica de regimes de manejo**. 134 f. Tese (Doutorado em Ciências Florestais) – Setor de Ciências Agrárias, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 1995.

OLIVEIRA, E. B. de; OLIVEIRA, Y. M. M. de; AHRENS, S.; MACHADO, S. do A. Classificação de sítio para povoamentos de *Pinus elliottii* Engelm. no Sul do Brasil. **Boletim de Pesquisa Florestal**, Colombo, n. 37, p. 5-18, jul./dez. 1998.

OLIVEIRA, E. B. de; OLIVEIRA, Y. M. M. de; HAFLEY, W. L. Um software para predição do crescimento e da produção de *Pinus elliottii* e *Pinus taeda* sob manejo no Sul do Brasil. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, Brasília, v. 26, n. 1, p. 149-151, jan. 1991.

OLIVEIRA, Y. M. M. de; AHRENS, S. Curvas de índice de sítio para povoamentos de *Pinus elliottii* var. *elliottii* Engelm. e *P. taeda* L. estabelecidos no sul e sudeste do Brasil: resultados preliminares. Curitiba: EMBRAPA-CNPQ, 1987. 11 p. Circular Técnica, 14.

OLIVEIRA, Y. M. M. de; OLIVEIRA, E. B. de; HAFLEY, W. L. SisPinus: simulador de crescimento e de produção para plantios de *Pinus elliottii* e *Pinus taeda* sob manejo no sul do Brasil. In: ENCONTRO BRASILEIRO DE PLANEJAMENTO FLORESTAL, 1., 1989, Curitiba. **Anais...** Curitiba: EMBRAPA-CNPQ, 1989. p. 107-118.

OLIVEIRA, Y. M. M. de; OLIVEIRA, E. B. de; HAFLEY, W. L. Classificação de sítio para povoamentos de *Pinus taeda* no Sul do Brasil. In: CONGRESSO FLORESTAL BRASILEIRO, 6., 1990: Campos do Jordão. **Anais...** Campos do Jordão: SBS, 1992. p. 357-61. (a)

OLIVEIRA, Y. M. M. de; OLIVEIRA, E. B. de; HAFLEY, W. L. Um sistema para simulação de crescimento e de produção para plantios de *Pinus elliottii* e *Pinus taeda* - SISPINUS. In: SIMPOSIO SOBRE CONSERVAÇÃO AMBIENTAL E DESENVOLVIMENTO FLORESTAL DO CONE SUL, 1., 1990, Foz do Iguaçu. **Anais...** Curitiba: Secretaria da Agricultura e do Abastecimento do Paraná, 1990. p. 328. Resumo. (b)

OLIVER, C. D.; LARSON, B. C.; **Forest stand dynamics**: update edition. [S.l.]: John Wiley & Sons, 1996.

OPTIMBER Otimização e Informática. **FlorExel** versão 3.13.41 para Windows 2010. Brasil, PR, 2014.

OSBORNE, J. G.; SCHUMACHER, F. X. The construction of normal-yield and stand tables for even-aged timber stands. **Journal of Agricultural Research**, Lahore, v. 51, n. 6, p. 547-564, 1935.

PANIK, M. J. **Growth curve modeling**: theory and applications. Hoboken: John Wiley & Sons, 2014.

PAYANDEH, B.; WANG, Y. Comparison of the modified Weibull and Richards growth function for developing site index equations. **New Forests**, [S.l.], v. 9, p. 147-155, 1995.

PEARSON, K. On the systematic fitting of curves to observations and measurements. **Biometrika**, [S.l.], v. 1, n. 3, p. 265-303, 1902.

PEEL, M. C.; FINLAYSON, B. L.; MCMAHON, T. A. Updated world map of the Koppen-Geiger climate classification. **Hydrology and Earth System Sciences**, [S.l.], v. 11, p. 1633-1644, 2007.

PENG, C; ZHANG, L.; LIU, J. Developing and validating nonlinear height–diameter models for major tree species of Ontario's boreal forests. **Northern Journal of Applied Forestry**, Bethesda, v. 18, n. 3, p. 87-94, Sep. 2001.

PIENAAR, L. V.; TURNBULL, K. J. The Chapman-Richards generalization of von Bertalanffy's growth model for basal area growth and yield in even-aged stands. **Forest Science**, Bethesda, v. 19, n. 1, p. 2-22, Mar. 1973.

PRETZSCH, H. **Forest dynamics, growth and yield**. Berlin/Heidelberg: Springer, 2009.

PRETZSCH, H.; BIBER, P. A re-evaluation of Reineke's rule and stand density index. **Forest Science**, Bethesda, v. 51, n. 4, p. 304-320, 2005.

PRETZSCH, H.; GROTE, R.; REINEKING, B.; RÖTZER, T. H.; SEIFERT, S. T. Models for Forest Ecosystem Management: A European Perspective. **Annals of Botany**, v. 101, p. 1065-1087, 2008.

PRODAN, M. **Holzmesselehre**. Frankfurt: M. J. D. Sauerländer Verlag, 1965.

PRODAN, M. **Forest biometrics**. Tradução de: GARDINER, S.H. Oxford: Pergamon Press, 1968. Original em alemão.¹²

RATKOWSKY, D. A. **Nonlinear regression modeling**. New York: Marcel Dekker, 1983.

RATKOWSKY, D. A. **Handbook of nonlinear regression models**. New York: Marcel Dekker, 1990.

RATKOWSKY, D. A. Principles of nonlinear regression modeling. **Journal of Industrial Microbiology**, [S.l.], v. 12, p. 195-199, 1993.

REINEKE, L. H. Perfecting a stand-density index for even-aged forests. **Journal of Agricultural Research**, Lahore, v. 46, n. 7, p. 627-638, Apr. 1933.

RETSLAFF, F. A. de S. **Simulador para prognose da produção de *Pinus taeda* com diagrama de manejo da densidade associado à modelagem em classes de diâmetro**. 166 f. Tese (Doutorado em Ciências Florestais) – Setor de Ciências Agrárias, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2014.

REYNOLDS, K. M.; TWERY, M.; LEXER, M. J.; VACIK, H.; RAY, D.; SHAO, G.; BORGES, J. G. Decision support systems in forest management. In: BURSTEIN, F., HOLSAPPLE, C. W. **Handbook on decision support systems 2: variations**. Berlin, Heidelberg: Springer, 2008. p. 499-533.

RICHARDS, F. J. A flexible growth function for empirical use. **Journal of Experimental Botany**, Lancaster, v. 10, n. 2, p. 290-301, 1959.

ROSOT, M. A. D. **Estudo comparativo de métodos para a avaliação volumétrica por unidade de área em um povoamento de *Pinus taeda* L.** 163 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais) – Setor de Ciências Agrárias, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 1989.

SANDLAND, R. L.; MCGILCHRIST, C. A. Stochastic growth curve analysis. **Biometrics**, [S.l.], v. 35, n. 1, Mar. p. 255-271, 1979.

¹² PRODAN, M. **Forstliche biometrie**. München: BLV Verlagsgesellschaft, 1961. Documento em Alemão.

SANQUETA, C. R. **Predição da sobrevivência em reflorestamentos de *Pinus elliottii* Engelm.** Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais) - Setor de Ciências Agrárias, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 1990.

SANQUETTA, C. R. **Fundamentos biométricos dos modelos de simulação florestal.** Curitiba: Fupef, 1996. Série Didática n. 8.

SANQUETTA, C. R.; BEHLING, A.; PELISSARI, A. L.; CORTE, A. P. D.; PÉLLICO NETTO, S.; SIMON, A. A. Probabilistic distributions for *Acacia mearnsii* De Wild total height and the influence of environmental factors. **Journal of Applied Mathematics and Physics**, [S.l.], v. 2, p. 1-10, 2014.

SANQUETTA, C. R.; WEBER, S. H.; FORMAGINI, F.; BARBEIRO, L. S.; VIEIRA, G. Equações individuais e determinação de classes de crescimento para *Nectandra grandiflora* Nees a partir de dados de análise de tronco. **Scientia Agraria**, Curitiba, v. 11, n. 1, p. 001-008, jan./feb. 2010.

SCHABENBERGER, O.; PIERCE, F. J. Contemporary statistical models for the plant and soil sciences. Boca Raton: CRC, 2001.

SCHNEIDER, P. R.; FINGER, C. A. G.; BERNETT, L. G.; SCHNEIDER, P. S. P.; FLEIG, F. D. Estimativa dos parâmetros da função de densidade probabilística de Weibull por regressão aninhada em povoamento desbastado de *Pinus taeda* L. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v. 18, n. 3, p. 381-392, 2008.

SCHNEIDER, P. R.; HOPPE, J. M.; FARIAS, J. A.; FINGER, C. A. G.; SCHNEIDER, P. S. P. Influência do espaçamento no crescimento em diâmetro e área basal de *Eucalyptus grandis*, em Rio Pardo, Rio Grande do Sul, Brasil. In: SIMPÓSIO LATINO-AMERICANO SOBRE MANEJO FLORESTAL, 3, 2004, Santa Maria. **Anais...** Santa Maria: UFSM, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Florestal, 2004. p. 35-41.

SCHNUTE, J. A versatile growth model with statistically stable parameters. **Canadian Journal of Fisheries and Aquatic Sciences**, [S.l.], v. 38, n. 9, p. 1128-1140, 1981.

SCHUCHOVSKI, M. S. **Diagnóstico e planejamento do consumo de madeira e da produção em plantações florestais no estado do Paraná.** 78 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais) – Setor de Ciências Agrárias, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2003.

SCHULTZ, R. P. **Loblolly pine:** the ecology and culture of Loblolly pine (*Pinus taeda* L.). Washington, DC: U.S. Department of Agriculture, Forest Service, 1997. (Agricultural Handbook, 713).

SCHUMACHER, F. X. A new growth curve and its application to timber-yield studies. **Journal of Forestry**, [S.l.], v. 37, p. 819-820, 1939.

SCHUMACHER, F. X.; HALL, F. S. Logarithmic expression of timber-tree volume. **Journal of Agricultural Research**, Lahore, v. 47, p. 719-734, 1933.

SCOLFORO, J. R. S. **Sistema integrado para predição e análise presente e futura do crescimento e produção, com otimização de remuneração de capitais para *Pinus caribaea* var. *hondurensis***. 290 f. Tese (Doutorado em Ciências Florestais) – Setor de Ciências Agrárias, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 1990.

SCOLFORO, J. R. S. Curvas de índice de sítio para *Pinus caribaea* var. *hondurensis*. **IPEF**, n. 45, p. 40-47, jan./dez. 1992.

SCOLFORO, J. R. S. **O sistema PISAPRO**. Lavras: UFLA/FAEPE, 1997.

SCOLFORO, J. R. S. **Biometria florestal 2**: Técnica de regressão aplicada para estimar: volume, biomassa, relação hipsométrica e múltiplos produtos de madeira. Lavras: UFLA/FAEPE, 1997b.

SCOLFORO, J. R. S. **O sistema Pinusprog**. Lavras: UFLA/FAEPE, 1999a.

SCOLFORO, J. R. S. **O sistema Invest**. Lavras: UFLA/FAEPE. 1999b.

SCOLFORO, J. R. S. **Biometria florestal**: modelos de crescimento e produção florestal. Lavras: UFLA/FAEPE, 2006.

SCOLFORO, J. R. S.; ACERBI JÚNIOR, F. W.; OLIVEIRA, A. D. de; MAESTRI, R. Simulação e avaliação econômica de regimes de desbastes e desrama para obter madeira de *Pinus taeda* livre de nós. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v. 11, n. 1, p. 121-139, 2001.

SCOLFORO, J. R. S.; MACHADO, S. do A. Curvas de índice de sítio para plantações de *Pinus elliottii* nos estados do Paraná e Santa Catarina. **Floresta**, Curitiba, v. 18, n. 1/2, p. 140-158, 1988a.

SCOLFORO, J. R. S.; MACHADO, S. do A. Curvas de índice de sítio para plantações de *Pinus taeda* nos estados do Paraná e Santa Catarina. **Floresta**, Curitiba, v. 18, n. 1/2, p. 159-173. 1988b.

SCOLFORO, J. R. S.; MACHADO, S. do A. Um sistema de crescimento e produção com simulador de desbaste. **Scientia Forestalis**, Piracicaba, n. 50, p. 51-64, dez. 1996.

SCOLFORO, J. R. S.; MAESTRI, R.; MACHADO, S. do A. Um modelo de crescimento e produção como suporte para manejo florestal. In: CURSO DE MANEJO FLORESTAL SUSTENTAVEL, 1., 1997, Curitiba. **Tópicos em manejo florestal sustentável**. Colombo: EMBRAPA-CNPQ, 1997. p. 177-206.

SHARMA, M.; PARTON, J. Height-diameter equations for boreal tree species in Ontario using a mixed-effects modeling approach. **Forest Ecology and Management**, [S./], v. 249, p. 187-198, 2007.

SHIMIZU, J. Y. **Pínus na silvicultura brasileira**. Colombo: EMBRAPA Florestas. 2008.

SILVA, E. Q. da; PÉLLICO NETTO, S.; MACHADO, S. do A.; SANQUETTA, C. R. Função densidade de probabilidade aplicável à ciência florestal. **Floresta**, Curitiba, v. 33, n. 3, p. 285-294, set./dez. 2003.

SKOVSGAARD, J. P.; VANCLAY, J. K. Forest site productivity: a review of the evolution of dendrometric concepts for even-aged stands. **Forestry**, [S./], v. 81, n. 1, p. 13-31, 2008.

SMALLEY, G. W.; BAILEY, R. L. **Yield tables and stand structure for loblolly pine plantations in Tennessee, Alabama and Georgia highlands**. New Orleans: U. S. Department of Agriculture. Forest Service. Southern Forest Experiment Station. 1974. 81 p. Research Paper SO 96.

SMITH, W. D.; HAFLEY, W. L. Evaluation of loblolly pine plantation thinning model. **Southern Journal of Applied Forestry**, [S./], v. 10, n. 1, p. 52-63, Feb. 1986.

SOARES, P.; TOMÉ, M.; SKOVSGAARD, J. P.; VANCLAY, J. K. Evaluating a growth model for forest management using continuous forest inventory data. **Forest Ecology and Management**, [S./], v. 71, n. 3, p. 251-265, Feb. 1995.

SOARES, T. S.; LEITE, H. G.; SOARES, C. P. B.; VALE, A. A. do. Comparação de diferentes abordagens na modelagem da distribuição diamétrica. **Floresta**, Curitiba, v. 40, n. 4, p. 731-738, out./dez. 2010.

SOARES, T. S.; SCOLFORO, J. R. S.; FERREIRA, S. O.; MELLO, J. M. de. Uso de diferentes alternativas para viabilizar a relação hipsométrica no povoamento florestal. **Revista Árvore**, Viçosa, v. 28, n. 6, p. 845-854, 2004.

SOMERS, G. L.; ODERWALD, R. G.; HARMS, W. R.; LANGDON, O. G. Predicting mortality with Weibull distribution. **Forest Science**. v. 26, p. 291-300, 1980.

SPURR, S. H. **Forest Inventory**. New York: Ronald Press, 1952.

STAGE, A. R. A mathematical approach to polymorphic site index curves for grand fir. **Forest Science**, Bethesda, v. 9, n. 2, p. 167-180, 1963.

STAPE, J. L. **Production ecology of clonal eucalyptus plantations in northeastern Brazil**. 225 f. Tese (Doctor of Philosophy) – Department of Forest Sciences, Colorado State University, Fort Collins, 2002.

STOFFELS, A. V. S. J. The main problems in sample plots. **Ned Boschb Tijdschr**, [S./], v. 25, p. 190-199, 1953.

STRAND, L. Numerical Constructions of Site-Index Curves. **Forest Science**, Bethesda, v. 10, n. 4, p. 410-414(5), Dec., 1964.

SULLIVAN, A. D.; CLUTTER, J. L. A simultaneous growth and yield model for loblolly pine. **Forest Science**, Bethesda, v. 18, n. 1, p. 76-86, Mar. 1972.

TEMPS, M. **Adição da precipitação pluviométrica na modelagem do crescimento e da produção florestal em povoamentos não desbastados de *Pinus taeda* L.** 83 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais) – Setor de Ciências Agrárias, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2005.

TÉO, S. J.; BRESSAN, D. R.; COSTA, R. H. da. Uso de modelos estatísticos para classificação de sítios em povoamentos de *Pinus taeda* na região de Caçador – SC. **Floresta**, Curitiba, v. 41, n. 1, p. 179-188, jan./mar. 2011.

TÉO, S. J.; ROCHA, S. P.; BORTONCELLO, A. C.; PAZ, R. A.; COSTA, R. H. da. Dinâmica da distribuição diamétrica de povoamentos de *Pinus taeda* na região de Caçador, SC. **Pesquisa Florestal Brasileira**, Colombo, v. 31, n. 67, p. 183-192, jul./set. 2011.

THOMPSON, J. R. **Empirical model building**. New York: Wiley, 1989.

THORNLEY, J. H. M.; FRANCE, J. **Mathematical models in agriculture: quantitative methods for the plant, animal and ecological sciences**. 2. ed. Wallingford: CABI, 2007.

THÜRIG, E.; KAUFMANN, E.; FRISULLO, R.; BUGMANN, H. Evaluation of the growth function of an empirical forest scenario model. **Forest Ecology and Management**, [S./], v. 204, n. 1, p. 53-68, Jan. 2005.

TOMÉ, M. **Modelação do crescimento da árvore individual em povoamentos de *Eucalyptus globulus* Labill (1ª rotação)**. Região centro de Portugal. Tese. (Doutoramento) - Instituto Superior de Agronomia, Universidade Técnica de Lisboa, Lisboa, 1989.

TONINI, H. **Crescimento em altura de *Pinus elliottii* Engelm., em três unidades de mapeamento de solo, nas regiões da serra do sudeste e litoral, no Estado do Rio Grande do Sul**. 112 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2000.

TONINI, H.; FINGER, C. A. G.; SCHNEIDER, P. R.; SPATHELF, P. Crescimento em altura de *Pinus elliottii* Engelm., na região de Piratini no Rio Grande do Sul, Brasil. **Ciência Rural**, Santa Maria, v. 31, n. 3, p. 417-423, 2001.

TONINI, H.; FINGER, C. A. G.; SCHNEIDER, P. R.; SPATHELF, P. Comparação gráfica entre curvas de índice de sítio para *Pinus elliottii* e *Pinus taeda* desenvolvidas no sul do Brasil. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v. 12, n. 1, p. 143-152, 2002.

TONINI, H., SCHNEIDER, P. R., FINGER, C. A. G. Crescimento de clones de *Eucalyptus saligna* Smith, na depressão central e serra do sudeste, Rio Grande do Sul. In: SIMPÓSIO LATINO-AMERICANO SOBRE MANEJO FLORESTAL, 3, 2004, Santa Maria. **Anais...** Santa Maria: UFSM/CCR/Programa de Pós-Graduação em Engenharia Florestal, 2004. p. 13-27.

TUKEY, J. W. **Exploratory data analysis**. Addison-Wesley, 1977.

TURNBULL, K. J. **Population dynamics in mixed forest stands**: a system of mathematical models of mixed growth and structure. Tese (PhD) - University of Washington, Washington, 1963.

VANCLAY, J. K. **Modelling forest growth and yield**: application to mixed tropical forests. Wallingford: CAB International, 1994.

VANCLAY, J. K. Growth models for tropical forests: a synthesis of models and methods. **Forest Science**, Bethesda, v. 41, n. 1, p. 7-42. Feb. 1995.

VANCLAY, J. K. Realizing opportunities in forest growth modeling. **Canadian Journal of Forest Research**, [Ottawa], v. 33, n. 3, p. 536-541, Mar. 2003.

VANCLAY J. K.; SKOVSGAARD, J. P. Evaluating forest growth models. **Ecological Modelling**, [S.l.], v. 98, n. 1, p. 1-12, 1997.

VANCLAY, J. K.; SKOVSGAARD, J. P.; HANSEN, C. P. Assessing the quality of permanent sample plot databases for growth modelling in forest plantations. **Forest Ecology and Management**, [S.l.], v. 71, n. 3, p. 177-186, 1995.

YANG, R. C.; KOZAK, A.; SMITH, J. H. G. The potential of Weibull-type functions as flexible growth curves. **Canadian Journal of Forest Research**, [Ottawa], v. 8, n. 4, p. 424-431, 1978.

WANG, C. -H.; HANN, D. W. **Height-diameter equations for sixteen tree species on the Central Western Willamette Valley of Oregon**. Corvallis: Oregon State University, College of Forestry, Forest Research Laboratory, Jan. 1988. 7 p. Research Paper 51.

WEISKITTEL, A. R.; HANN, D. W.; KERSHAW JR., J. A.; VANCLAY, J. V. **Forest growth and yield modeling**. [New York]: John Wiley & Sons, 2011.

WILLIAMS, E. J. **Regression analysis**. New York: John Wiley & Sons, 1959.

WINSOR, S. B. The Gompertz curve as a growth curve. **Proceedings of the National Academy of Sciences**, [S.I.], v. 18, n. 1, p. 1-8, Jan. 1932.

WOOLONS, R. Even-aged stand mortality estimation through a two-step regression process. **Forest Ecology and Management**, [S.I.], v. 105, n. 1, p. 189-195, 1998.

ZARNOCH, S, J.; FEDUCCIA, D. P. Slash pine plantation site index curves for the West Gulf. **Southern Journal of Applied Forestry**, Washington, v. 8, n. 4, p. 223-225, 1984.

ZEIDE, B. Analysis of the $3/2$ power law of self-thinning. **Forest Science**, Bethesda, v. 33, n. 2, p. 517-537, Jun. 1987.

ZEIDE, B. Accuracy of equations describing diameter growth. **Canadian Journal of Forest Research**. [Ottawa], v. 19, n. 10, p. 1283-1286, Oct. 1989.

ZEIDE, B. Analysis of growth equations. **Forest Science**, Bethesda, v. 39, n. 3, p. 594-616, 1993.

ZEIDE, B. A relationship between size of trees and their number. **Forest Ecology and Management**, [S.I.], v. 72, n. 2-3, p. 265-272, Apr. 1995.

ZHANG, L. Cross-validation of non-linear growth functions for modelling tree height-diameter relationships. **Annals of Botany**, [S.I.], v. 79, p. 251-257, 1997.

ZHAO-GANG, L.; FENG-RI, L. The generalized Chapman-Richards function and applications to tree and stand growth. **Journal of Forestry Research**, [S.I.], v. 14, n. 1, p. 19-26, Mar. 2003.

DOCUMENTOS CONSULTADOS

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA (IBGE). Centro de Documentação e Disseminação de Informações. **Normas de apresentação tabular**. 3. ed. Rio de Janeiro: IBGE, 1993.

SAS/STAT User's Guide, Second Edition. Disponível em: <<http://support.sas.com/documentation/cdl/en/statug/63033/HTML/default/viewer.htm#titlepage.htm>>. Acesso em: 15/10/2013.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ (UFPR). Sistemas de Bibliotecas. **Teses, dissertações, monografias e outros trabalhos acadêmicos**. Curitiba: Editora UFPR, 2007. Normas para apresentação de documentos científicos, 2.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ (UFPR). Sistemas de Bibliotecas. **Citações e notas de rodapé**. Curitiba: Editora UFPR, 2007. Normas para apresentação de documentos científicos, 3.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ (UFPR). Sistemas de Bibliotecas. **Referências**. Curitiba: Editora UFPR, 2007. Normas para apresentação de documentos científicos, 4.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ (UFPR). Sistemas de Bibliotecas. **Redação e editoração**. Curitiba: Editora UFPR, 2007. Normas para apresentação de documentos científicos, 9.

VANCLAY, J. K. Writing a scientific paper for publication. **Annals of Forestry**, [Brisbane], v. 1, n. 2, p. 199-202, 1993.