

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

RUTH DA MAIA MOREIRA

**CONEXÃO DE SISTEMAS VERTICAIS DE REFERÊNCIA LOCAIS AO SISTEMA
GEODÉSICO BRASILEIRO COM BASE EM UM SISTEMA VERTICAL DE
REFERÊNCIA GLOBAL**

CURITIBA

2015

RUTH DA MAIA MOREIRA

**CONEXÃO DE SISTEMAS VERTICAIS DE REFERÊNCIA LOCAIS AO SISTEMA
GEODÉSICO BRASILEIRO COM BASE EM UM SISTEMA VERTICAL DE
REFERÊNCIA GLOBAL**

Dissertação apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Setor de Ciências da Terra, Universidade Federal do Paraná, como parte das exigências para a obtenção do título de Mestre em Ciências Geodésicas.

Orientador: Prof^o. Dr. Silvio Rogério Correia de Freitas

CURITIBA

2015

M838c

Moreira, Ruth da Maia

Conexão de sistemas verticais de referência locais ao sistema geodésico brasileiro com base em um sistema vertical de referência global/ Ruth da Maia Moreira. – Curitiba, 2015.
106 f. : il. color. ; 30 cm.

Dissertação - Universidade Federal do Paraná, Setor de Ciências da Terra, Programa de Pós-graduação em Ciências Geodésicas, 2015.

Orientador: Silvio Rogério Correia de Freitas .
Bibliografia: p. 90-95.

1. Altitudes - Levantamento. 2. Coordenadas geográficas. 3. Climatologia. 4. Geodésia. 5. Topografia. I. Universidade Federal do Paraná. II. Freitas, Silvio Rogério Correia de. III. Título.

CDD: 526.64

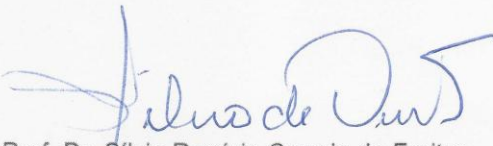
TERMO DE APROVAÇÃO


RUTH DA MAIA MOREIRA

**"CONEXÃO DE SISTEMAS VERTICAIS DE REFERÊNCIA LOCAIS AO SISTEMA
GEODÉSICO BRASILEIRO COM BASE EM UM SISTEMA VERTICAL DE
REFERÊNCIA GLOBAL"**

Dissertação nº 282 aprovada como requisito parcial do grau de Mestre no Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Setor de Ciências da Terra da Universidade Federal do Paraná, pela seguinte banca examinadora:

Orientador:


Prof. Dr. Sílvio Rogério Correia de Freitas
Universidade Federal do Paraná, UFPR


Eng. Dr. Roberto Teixeira Luz
Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística , IBGE


Prof.ª. Dr.ª. Regiane Dalazana
Departamento de Geomática, UFPR

DEDICATÓRIA

Aos três amores da minha vida:

Luis Fernando e nossos pequenos Felipe e Vitor

AGRADECIMENTOS

A Deus em primeiro lugar, por ter criado este caminho; sem o Seu apoio nada é possível;

À minha família, em especial ao Luis Fernando que sempre me apoiou em todos os momentos, e aos meus dois filhos Felipe e Vitor que nasceram durante o desenvolvimento deste trabalho e me acompanharam nessa trajetória;

Ao Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas (CPGCG) da Universidade Federal do Paraná (UFPR) e ao Laboratório de Referenciais Geodésicos e Altimetria por Satélites (LARAS); à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo auxílio financeiro através da bolsa de estudos;

Ao Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) pela disponibilização do banco de dados geodésicos;

Ao *International Centre for Global Earth Models* (ICGEM) pelo excelente serviço prestado, disponibilizando os dados das missões gravimétricas, e ao Franz Barthelmes pela paciência e disposição mostrados no atendimento por e-mail;

Ao orientador desta dissertação, professor Dr. Sílvio de Freitas pelo apoio e ensinamentos de Geodésia, sempre com muita paciência e dedicação;

A todos os professores do Curso de Pós Graduação, que contribuíram com seus ensinamentos e conselhos, em especial à Claudia Robbi e Jorge Centeno;

Aos colegas do LARAS que de alguma forma contribuíram para o desenvolvimento deste trabalho, seja com sua amizade ou auxílio na dissertação: Andrea, Marly, Henry, José Luis. Também agradeço aos colegas Vagner e Karoline pela ajuda concedida com seu conhecimento técnico.

À secretária do CPGCG, Mônica Kleuser, que sempre me atendeu quando precisei.

RESUMO

O surgimento dos Modelos Globais do Geopotencial (MGGs), em especial os oriundos da missão GOCE, em associação com Modelos Digitais de Altitude (MDAs) com resoluções cada vez melhores, tem possibilitado novas alternativas para a obtenção de altitudes com significado físico. A proposta deste trabalho é a realização de um sistema de altitudes local desenvolvido com base nestas novas tecnologias, em uma área deficiente de dados do Sistema Geodésico Brasileiro (SGB), e vinculá-lo a um Sistema Vertical de Referência Global (SVRG) e ao SGB. Para verificar a potencialidade de uso dos modelos do geopotencial, estes foram validados com o uso de Referências de Nível associadas com posicionamento GPS (GPS/NIV). Foram avaliados 11 MGGs do ano de 2014, além do EGM2008. Foi dado destaque aos modelos somente satélite do GOCE GO_CONS_GCF_2_SPW_R4 e GO_CONS_GCF_2_TIM_R5 além dos modelos combinados EIGEN_6C4 e EGM2008. Para compreender a parte do sinal gravimétrico não abrangido pelos modelos globais, conhecido como erro de omissão, foi utilizada a técnica *Residual Terrain Model* (RTM). Os números geopotenciais foram obtidos com a resolução simplificada do Problema do Valor de Contorno da Geodésia (PVCG) na forma fixada, na abordagem de Brovar, porém sem utilizar dados de gravimetria terrestre por serem estes escassos na região estudada. A área de estudos é o Estado do Amapá, cujas altitudes têm vínculo com o *Datum* Vertical Brasileiro de Santana (DVB-S), e para validação dos MGGs foram utilizadas também algumas estações no Estado do Pará, vinculadas ao *Datum* Vertical Brasileiro de Imbituba (DVB-I). Como resultado da validação dos modelos, concluiu-se que a maioria apresentou resultados similares. A adição do efeito RTM não teve influência significativa, provavelmente devido ao relevo plano da área de estudos. Considerando o modelo GO_CONS_GCF_2_SPW_R4, que foi escolhido para a obtenção dos números geopotenciais, resultou que o segmento da rede vinculado ao DVB-S está 1,30m acima do segmento vinculado ao DVB-I. Além do cálculo dos números geopotenciais, obteve-se altitudes com significado físico consistentes e independentes de nivelamento. Comprovou-se desta forma a viabilidade de se desenvolver uma Rede Vertical de Referência Local (RVRL) conectada a um Sistema Vertical de Referência Global (SVRG) com as tecnologias e metodologias apresentadas.

Palavras-chave: Sistema Vertical de Referência Local; Modelos Globais do Geopotencial; Sistema Vertical de Referência Global; Problema do Valor de Contorno da Geodésia; RTM.

ABSTRACT

The advent of Global Geopotential Models (GGMs), specially that ones provided by GOCE satellite, associated with Digital Elevation Models (DEMs) with increasing higher resolutions, has enable new alternatives for obtaining heights with physical meaning. The purpose of this work is the realization of a local height system based on these new technologies, in a region with poor data from the Brazilian Geodetic System (BGS), and link it to a Global Vertical Reference System (GVRS) and to the BGS. To verify the potentiality of the GGMs, the validation was made using GPS/levelling stations. In the validation process, 11 MGGs of 2014 were used, in addition to EGM2008. Emphasys was given to satellite-only models from GOCE GO_CONS_GCF_2_SPW_R4, GO_CONS_GCF_2_TIM_R5, and combined models EIGEN_6C4 and EGM2008. The gravimetric signal part which is not represented by the GGMs, known as omission error, was modeled by using the Residual Terrain Model (RTM) technique. The geopotential numbers were obtained through a simplified resolution of the Geodetic Boundary Value Problem (GBVP) in a fixed form, in the Brovar-type approach, but without using terrestrial gravimetric data because these are scarce in the study area. The study area is the Amapá state, whose altitudes are linked with the Brazilian Vertical Datum of Santana (BVD-S), and for the validation of GGMs some stations connected to Brazilian Vertical Datum of Imbituba (BVD-I) in the Pará state were also used. As a result of the validation, it was concluded that most of them showed similar results. The addition of RTM effects did not have significant influence, probably due to the flat relief of the study area. Considering the GO_CONS_GCF_2_SPW_R4 model, which was chosen to obtain the geopotential numbers, resulted that the network linked to BVD-S is 1,30m above the network linked to BVD-I. Another result obtained was physical heights, consistents and not dependents on spirit levelling. In this way, it has been proved the feasibility of developing a Local Vertical Reference Network connected to a Global Vertical Reference System (GVRS), with the modern concepts showed in this work.

Keywords: Local Vertical Reference System; Global Geopotential Models; Global Vertical Reference System; Geodetic Boundary Value Problem; RTM.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Relação com trabalhos realizados	17
Figura 2 - Discrepâncias entre o MAPGEO 2010 e os pontos GPS/NIV	18
Figura 3 - Tipos de altitudes e superfícies de referência envolvidas	25
Figura 4 - Princípio do RTM e anomalia de densidade da topografia residual.....	43
Figura 5 - Área de estudo e estações GPS/NIV utilizadas	47
Figura 6 - Prisma retangular reto	51
Figura 7 - Princípio do cálculo RTM - Prismas	51
Figura 8 - Superfícies de Referência.....	56
Figura 9 - Etapas para comparação de C_p e C_l	59
Figura 10 - Erro absoluto ($\zeta_{GPS/NIV} - \zeta_{MGG}$) - Análise do RMS	64
Figura 11 - Erro absoluto ($\zeta_{GPS/NIV} - \zeta_{MGG}$) - Análise da Média	65
Figura 12 - Linhas de base utilizadas no cálculo do Erro Relativo - DVB-S.....	67
Figura 13 - Linhas de base utilizadas no cálculo do Erro Relativo - DVB-I.....	68
Figura 14 - Anomalias de altitude RTM de acordo com graus do ETOPO1 - DVB-S.....	69
Figura 15 - Anomalias de altitude RTM - Truncamento do ETOPO1 - DVB-S.....	70
Figura 16 - ζ_{RTM} grau 2190 (m) - DVB-S.....	71
Figura 17 - ζ_{RTM} grau 360 (m) - DVB-S.....	71
Figura 18 - ζ_{RTM} grau 250 (m) - DVB-S.....	71
Figura 19 - ζ_{RTM} grau 210 (m) - DVB-S.....	71
Figura 20 - ζ_{RTM} grau 180 (m) - DVB-S.....	72
Figura 21 - Contribuição do RTM sobre os MGGs - Média 17 estações DVB-S.....	73
Figura 22 - Anomalias de altitude RTM de acordo com graus do ETOPO1 - DVB-I.....	74
Figura 23 - Anomalias de altitude RTM - Truncamento do ETOPO1 - DVB-I.....	75
Figura 24 - ζ_{RTM} grau 2190 (m) - DVB-I.....	75
Figura 25 - ζ_{RTM} grau 360 (m) - DVB-I.....	75
Figura 26 - ζ_{RTM} grau 250 (m) - DVB-I.....	76
Figura 27 - ζ_{RTM} grau 210 (m) - DVB-I.....	76
Figura 28 - ζ_{RTM} grau 180 (m) - DVB-I.....	76
Figura 29 - Contribuição do RTM sobre os MGGs - Média 14 estações DVB-I.....	77
Figura 30 - Resultado do RTM aplicado ao MGG GO_CONS_SPW_R4	79
Figura 31 - Comparação entre Números Geopotenciais Globais e Locais (DVB-S).....	83
Figura 32 - Comparação entre Números Geopotenciais Globais e Locais (DVB-I).....	83
Figura 33 - Diferenças entre altitudes do SGB e altitudes calculadas (DVB-S).....	86
Figura 34 - Diferenças entre altitudes do SGB e altitudes calculadas (DVB-I).....	87

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Divisão espectral do campo da gravidade.....	40
Tabela 2 - Modelos globais do geopotencial utilizados	48
Tabela 3 - Estações GPS/NIV no Estado do Amapá (DVB - S).....	48
Tabela 4 - Estações GPS/NIV no Estado do Pará (DVB - I).....	49
Tabela 5 - Exemplo da solução completa da técnica Remove-Restore.....	53
Tabela 6 - Constantes para o cálculo da gravidade normal.....	55
Tabela 7 - Erro absoluto para o MGG GO_CONS_SPW_R4.....	62
Tabela 8 - Avaliação do Erro Absoluto: $\zeta_{GPS/NIV} - \zeta_{MGG}$ (m)	63
Tabela 9 - Avaliação do Erro Relativo DVB-S: $\zeta_{GPS/NIV} - \zeta_{MGG}$ (cm/km)	66
Tabela 10 - Avaliação do Erro Relativo DVB-I: $\zeta_{GPS/NIV} - \zeta_{MGG}$ (cm/km)	67
Tabela 11 - Efeitos mínimos e máximos da anomalia de altitude RTM (DVB-S)	69
Tabela 12 - Efeitos mínimos e máximos da anomalia de altitude RTM (DVB-I).....	74
Tabela 13 - Contribuição do RTM sobre a anomalia de altitude dos MGGs.....	78
Tabela 14 - Afastamento entre os Data	80
Tabela 15 - Números Geopotenciais obtidos - DVB-S	81
Tabela 16 - Números Geopotenciais obtidos - DVB-I.....	82
Tabela 17 - Altitudes calculadas a partir dos Números Geopotenciais - DVB-S.....	85
Tabela 18 - Altitudes calculadas a partir dos Números Geopotenciais - DVB-I	86

LISTA DE SIGLAS

BDG-IBGE	- Banco de Dados Geodésicos do IBGE
CHAMP	- <i>CHAllenging Minisatellite Payload</i>
CPGCG	- Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas
DV	- <i>Datum Vertical</i>
DVB - I	- <i>Datum Vertical Brasileiro de Imbituba</i>
DVL	- <i>Datum Vertical Local</i>
DVB - S	- <i>Datum Vertical Brasileiro de Santana</i>
EGM2008	- <i>Earth Gravitational Model 2008</i>
ESA	- <i>European Space Agency</i>
FFT	- <i>Fast-fourier-transform</i>
GGOS	- <i>Global Geodetic Observing System</i>
GMRT	- <i>Global Multi-Resolution Topography</i>
GNSS	- <i>Global Navigation Satellite System</i>
GOCE	- <i>Gravity field and steady-state Ocean Circulation Explorer</i>
GPS	- <i>Global Positioning System</i>
GRACE	- <i>Gravity Recovery and Climate Experiment</i>
IAG	- <i>International Association of Geodesy</i>
IBGE	- Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
ICGEM	- <i>International Centre for Global Earth Models</i>
ITRFxx	- <i>International Terrestrial Reference Frame (xx = ano de realização)</i>
ITRS	- <i>International Terrestrial Reference System</i>
LAGEOS	- <i>Laser Geodynamics Satellites</i>
LARAS	- Laboratório de Referenciais Geodésicos e Altimetria por Satélites
MDA	- Modelo Digital de Altitudes
MGG	- Modelo Global do Geopotencial
NMM	- Nível Médio do Mar
PGCG	- Pós-Graduação em Ciências Geodésicas
PVCG	- Problema do Valor de Contorno da Geodésia
RVRB	- Rede Vertical de Referência do Brasil
RVRL	- Rede Vertical de Referência Local
RN	- Referência de Nível
RR	- <i>Remove-Restore</i>
RMS	- <i>Root Mean Square</i>
RTM	- <i>Residual Terrain Model</i>
SGB	- Sistema Geodésico Brasileiro
SGR	- Sistema Geodésico de Referência

SIRGAS	- Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas
SVRG	- Sistema Vertical de Referência Global
SVRL	- Sistema Vertical de Referência Local
SVRN	- Sistema Vertical de Referência Nacional
SLR	- <i>Satellite Laser Ranging</i>
SSTop	- <i>Sea Surface Topography</i>
TNMM	- Topografia do Nível Médio do Mar
TRS	- <i>Terrestrial Reference System</i>
WGS84	- <i>World Geodetic System</i> de 1984

LISTA DE SÍMBOLOS

n	- grau de desenvolvimento dos harmônicos esféricos
W_0	- geopotencial no geoide
W_P	- geopotencial no ponto P
C	- número geopotencial
γ	- gravidade normal
H^{din}	- altitude dinâmica
H^{ort}	- altitude ortométrica
g	- gravidade real
ρ	- densidade
H^{helm}	- altitude de Helmert
H^N	- altitude normal
U	- potencial normal ou esferopotencial
T	- potencial perturbador
a, b	- semi-eixos maior e menor do elipsoide de referência
φ, λ, h	- coordenadas geodésicas latitude, longitude e altitude elipsoidal
ζ	- anomalia de altitude
Δn	- diferença de nível entre dois pontos
W_i	- geopotencial no <i>Datum</i>
S	- superfície de contorno no PVCG
V	- potencial gravitacional
δ_g	- distúrbio da gravidade
R	- raio médio da terra
GM	- constante gravitacional geocêntrica
N	- altitude geoidal
δW	- diferença de geopotencial
C_P	- número geopotencial com referência ao geoide global
C_i	- número geopotencial com referência ao geoide local
Δg	- anomalia da gravidade

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	13
1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO.....	15
1.2 JUSTIFICATIVA.....	17
1.3 OBJETIVOS.....	19
1.3.1 Objetivo Geral.....	19
1.3.2 Objetivos Específicos.....	19
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	21
2.1 TIPOS DE ALTITUDES.....	21
2.1.1 Altitude dinâmica (H_{din}).....	22
2.1.2 Altitude ortométrica (H_{ort}).....	22
2.1.3 Altitude normal (H_N).....	23
2.1.4 Correções métricas.....	25
2.2 SISTEMA VERTICAL DE REFERÊNCIA GLOBAL.....	27
2.2.1 Realização do Sistema Vertical de Referência Global.....	29
2.3 MISSÕES GRAVIMÉTRICAS POR SATÉLITE.....	31
2.4 MODELOS GLOBAIS DO GEOPOTENCIAL.....	33
2.5 MODELOS DIGITAIS DE ALTITUDE.....	35
2.6 PROBLEMA DO VALOR DE CONTORNO DA GEODÉSIA.....	36
2.6.1 Primeiro PVCG ou Problema de Dirichlet.....	37
2.6.2 Segundo PVCG ou Problema de Neumann.....	38
2.7 TÉCNICAS DE DECOMPOSIÇÃO ESPECTRAL.....	40
2.7.1 Remove-Restore (RR).....	41
2.7.2 Residual Terrain Model (RTM).....	41
2.8 SISTEMAS DE MARÉ PERMANENTE.....	44
3. METODOLOGIA	45
3.1 ÁREA DE ESTUDO.....	45
3.2 VALIDAÇÃO DOS MODELOS DO GEOPOTENCIAL.....	47
3.3 CONVERSÃO ENTRE SISTEMAS DE MARÉ PERMANENTE.....	50
3.4 CÁLCULO DO RTM POR PRISMAS.....	51
3.5 ABORDAGEM DO PVCG NA FORMA FIXADA.....	52
3.5.1 Obtenção do Número Geopotencial.....	52
3.5.2 Comparação entre o Geopotencial Local e Global.....	56

4. RESULTADOS	61
4.1 EFEITO DA CONVERSÃO ENTRE SISTEMAS DE MARÉ PERMANENTE	61
4.2 VALIDAÇÃO DOS MGGS - AVALIAÇÃO DA POTENCIALIDADE	61
4.2.1 Erro Absoluto	61
4.2.2 Erro Relativo	65
4.3 RTM E CONTRIBUIÇÃO NAS ANOMALIAS DE ALTITUDE DOS MGGS.....	68
4.3.1 Resultado do RTM para as estações com vínculo no DVB-S.....	69
4.3.2 Resultado do RTM para as estações com vínculo no DVB - I	73
4.3.3 Resultado do RTM aplicado ao MGG GO_CONS_SPW_R4.....	78
4.4 NÚMEROS GEOPOTENCIAIS OBTIDOS.....	80
4.4.1 Altitudes obtidas a partir dos números geopotenciais.....	83
5. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES	88
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	90
DOCUMENTOS CONSULTADOS	95
APÊNDICES.....	96

1. INTRODUÇÃO

Para fins de engenharia, como construção de pontes, túneis, barragens e canais, é necessário o conhecimento das diferenças de altitudes com precisões que podem atingir 1cm ou melhor e dotadas de significado físico, não existente, por exemplo, naquelas obtidas diretamente com posicionamento do *Global Navigation Satellite System* (GNSS). Nestas aplicações evidencia-se em um primeiro momento um caráter local pela exigência somente de desníveis. Porém, em vista da análise de riscos e implicações ambientais que grandes obras podem causar, mesmo a distâncias consideráveis, suas altitudes devem ter vínculo ao Sistema Geodésico de Referência (SGR) oficialmente adotado no país ou mesmo devem atender a requisitos em regiões de fronteira (e.g. Rede Altimétrica Local da Itaipu Binacional). Desta forma, é recomendável que mesmo em um sistema de altitudes utilizado para uma aplicação local, este tenha vínculo com uma solução nacional e, modernamente, com uma solução global.

De maneira convencional, as altitudes usualmente são determinadas por nivelamento geométrico, e estão referidas a um *Datum* Vertical (DV), normalmente um marégrafo que fornece o Nível Médio do Mar (NMM) local referido a um determinado período de observações. Porém, os sistemas de altitudes dos países da América do Sul não levaram em consideração a influência da gravidade, mas introduziram, como no caso do Brasil, uma correção teórica da gravidade (correção do não paralelismo das superfícies equipotenciais utilizando o modelo da Terra Normal). Desta forma, o efeito sistemático do *Datum* e a não consideração da gravidade nos levantamentos gera inconsistências nos sistemas de altitudes, principalmente quando se trata de conexão entre países (DE FREITAS E BLITZKOW, 1999; SÁNCHEZ, 2002).

Uma abordagem moderna do problema é possibilitada pela determinação da gravidade e o conhecimento da topografia local tal como o expresso em Modelos Digitais de Altitude (MDAs), em vista do caráter físico das altitudes. Os MDAs oriundos de plataformas orbitais e hoje difundidos atingiram resolução espectral, em geral, maior que a dos Modelos Globais do Geopotencial (MGGs) existentes. Se há dados gravimétricos locais disponíveis, reduz-se a demanda por modelos globais do

geopotencial de alta resolução. Porém, se estes dados forem escassos e existirem modelos gravimétricos globais que atendam à precisão requerida, a determinação das altitudes físicas pode ser realizada com a utilização de informações obtidas desde plataformas orbitais, diminuindo custos de levantamentos de campo e reduzindo o tempo despendido nestas tarefas (FLURY e RUMMEL, 2005). Em síntese, deve-se procurar a solução ótima em vista das informações disponíveis.

Neste contexto, os chamados Sistemas Verticais de Referência Locais (SVRLs) ganharam grande possibilidade de realização com base em redes com melhor adequação a redes nacionais e globais. No caso brasileiro, o vínculo de Sistemas e Redes Verticais Locais ao Sistema Geodésico Brasileiro (SGB) e a um Sistema Vertical de Referência Global (SVRG) ou Sistema Global de Altitudes. Isto decorre justamente das novas possibilidades advindas a partir das ferramentas mais atuais da Geodésia, em particular dos MGGs derivados da missão GOCE (*Gravity field and steady-state Ocean Circulation Explorer*) em associação com posicionamento GNSS e o uso de MDAs (GERLACH e RUMMEL, 2012 e RUMMEL, 2013). Os modelos gerados pelo GOCE foram propostos por Gerlach e Rummel (2012) para servirem de base ao chamado Sistema Vertical de Referência Global (SVRG).

Para que um SVRG seja definido, é necessário o conhecimento da superfície quase estacionária do Nível Médio do Mar (NMM), parâmetros do campo da gravidade que permitam determinar a superfície equipotencial melhor ajustada ao NMM (no sentido dos mínimos quadrados, por exemplo) e um sistema de coordenadas tridimensionais associado como o IERS - (*International Earth Rotation and reference system Service*) *Terrestrial Reference Frame* (ITRF). A realização do SVRG é possibilitada pela combinação de observações maregráficas, altimetria por satélites, medidas da gravidade terrestres, marinhas, aéreas e por técnicas espaciais, coordenadas ITRF e nivelamento geométrico (IHDE e SÁNCHEZ, 2005).

Na atualidade, com o desenvolvimento das missões gravimétricas por satélites, os MGGs delas resultantes têm sido ferramentas essenciais na materialização dos SVRGs. Na presente pesquisa, a proposta é definir um Sistema Vertical de Referência Local, com sustentação em modelo global consistente conforme preconizado por Rummel (2013) e Gerlach e Rummel (2012), em uma região com deficiência de informação altimétrica da rede oficial do país, ou seja, onde o Sistema Geodésico Brasileiro apresenta uma lacuna.

No contexto da vinculação de redes entre países, Pereira (2009) discute a integração dos sistemas verticais do Brasil e Argentina, utilizando modelos globais do geopotencial, técnicas de interpolação e o cálculo de um geóide gravimétrico local.

Realizando a comparação de modelos globais do geopotencial com altitudes geoidais de estações geodésicas do Sistema Geodésico Brasileiro (SGB), Melo (2011) concluiu que os modelos globais avaliados (modelos da missão GRACE - *Gravity Recovery and Climate Experiment*, GOCE e o EGM2008 - *Earth Gravitational Model 2008*) apresentaram bom desempenho relativo para os estados do Maranhão e Piauí, sendo que o EGM2008 foi o que apresentou melhor acurácia relativa.

No contexto apresentado, vários trabalhos realizados abordaram de certa forma e sob diversos aspectos a conexão do SGB a um SVRG (MONTECINO, 2011; FERREIRA, 2011; MELO, 2011; PALMEIRO, 2011). Na Figura 1 são representados esquematicamente esses estudos. De forma geral, estes autores utilizaram MGGs e informações geodésicas disponíveis, vinculadas ao SGB, para abordar a conexão do SGB a um Sistema Vertical de Referência Global. Na prática, esta conexão ainda não foi efetivada, até mesmo porque as altitudes do SGB são do tipo normais ortométricas, ou seja, na realização do sistema não foi considerado o valor da gravidade real e sim uma correção teórica da gravidade.

Nesta pesquisa será abordada a realização e conexão de um sistema local a um SVRG e ao SGB, em uma região remota e com carência de dados geodésicos do SGB, e na qual estão sendo realizados novos levantamentos geodésicos para modernização das redes geodésicas. Como ferramentas serão utilizados MGGs que não estavam disponíveis antes de 2012. A proposta é utilizar algum MGG do GOCE como parte da solução do problema, e o EGM2008 como base de referência. Também serão observados as consistências dos sistemas de referência e dos sistemas de maré permanente utilizados, além da técnica RTM (*Residual Terrain Model*) para preencher os comprimentos de onda não contemplados pelos MGGs.

Salienta-se que será utilizada nesta pesquisa a mesma área de estudo e dados do SGB empregados por Montecino (2011), porém o foco deste trabalho é a conexão de Sistemas Verticais de Referência Locais ao SGB e ao SVRG no espaço do geopotencial e não somente no espaço geométrico; a determinação da diferença existente entre o DVB-S e o DVB-I é um subproduto, consequência das análises realizadas e utilizadas no contexto do cálculo dos números geopotenciais.

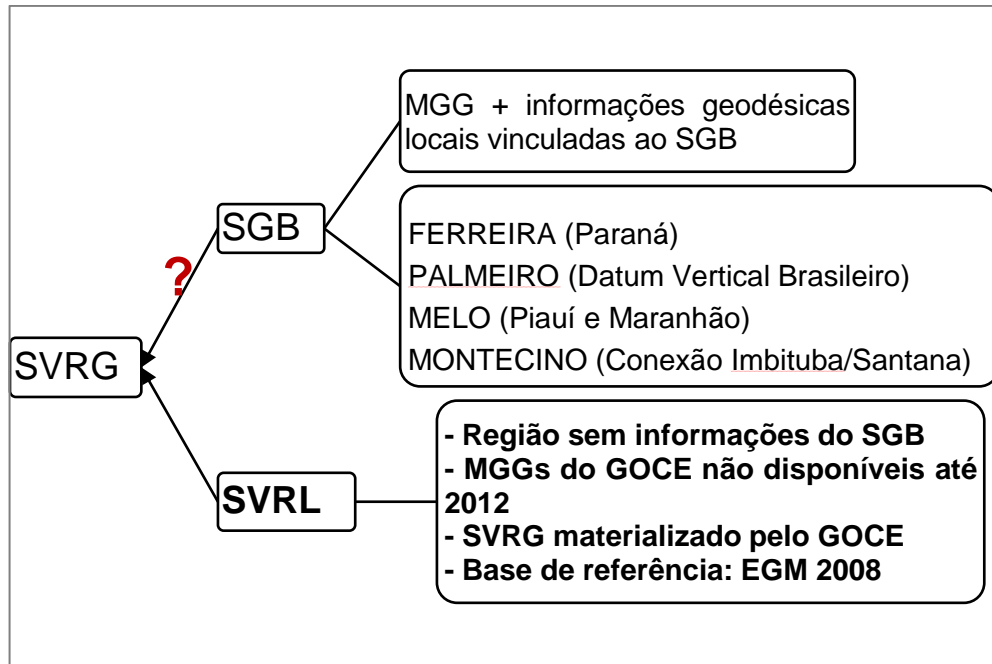


FIGURA 1 - RELAÇÃO COM TRABALHOS REALIZADOS

Com este contexto estabelecido, elabora-se o problema desta pesquisa: É possível definir um Sistema Vertical de Referência Local com base em dados de MGGs, em uma região que não possua dados altimétricos do SGB, e proceder à sua realização, com vínculo remoto ao SGB e a um SVRG, com boa aderência?

A hipótese de solução para este problema é a seguinte: Se em locais com deficiência de informação altimétrica for possível utilizar dados de modelos globais do geopotencial para gerar o conhecimento de altitudes com significado físico, então será possível estabelecer um sistema de altitudes local que tenha vinculação remota ao SGB com boa aderência, uma vez que trabalhos anteriores (MONTECINO, 2011; FERREIRA, 2011; MELO, 2011; PALMEIRO, 2011) realizaram estudos que possibilitam o vínculo do SGB a um SVRG.

1.2 JUSTIFICATIVA

No Brasil não existe vinculação das informações geodésicas altimétricas do Sistema Geodésico de Referência oficial com uma solução global; a solução existente para a interpolação das altitudes geoidais (MAPGEO2010) apresenta distorções da ordem do metro em algumas regiões, conforme mostra a Figura 2. Cabe salientar que para a região mostrada em branco na figura não significa que

não há rede altimétrica, porém segundo o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística - IBGE (2010), as linhas de nivelamento existentes não entraram no cálculo da avaliação por não possuírem a precisão requerida para esse fim.

Uma alternativa para a solução deste problema reside na determinação de altitudes com base nos SVRGs, materializados pelos MGGs.

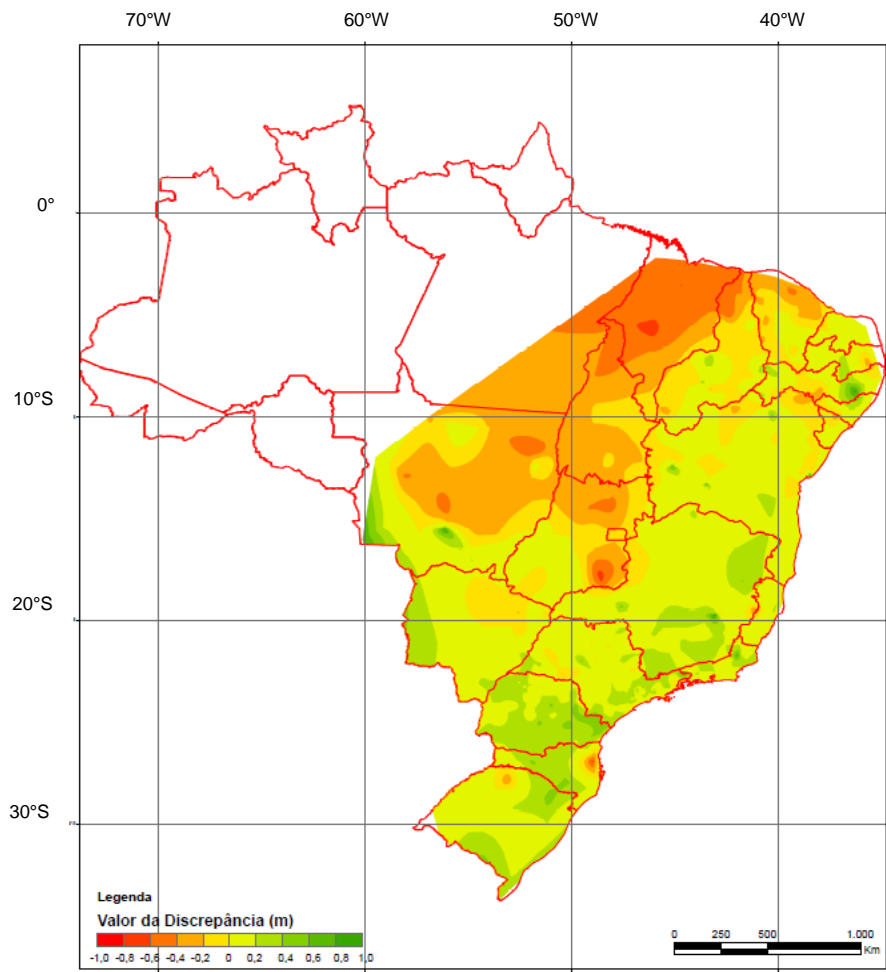


FIGURA 2 - DISCREPÂNCIAS ENTRE O MAPGEO 2010 E OS PONTOS GPS/NIV
FONTE: IBGE (2010)

Outra questão relevante é que existem hoje no país muitos problemas latentes relacionados ao tema da determinação de altitudes, inclusive com implicações jurídicas. Pode-se citar como exemplos a Usina Hidrelétrica de Belo Monte, cujo tema já desencadeou problemas (PRPA, 2012; NESAs, 2012), as Usinas Hidrelétricas de Santo Antônio e Jirau, que fazem parte do Complexo Hidrelétrico do Rio Madeira e podem vir a apresentar conflitos em fronteira internacional com a Bolívia e, como um potencial problema futuro, a usina Itaipu Binacional, cujas

altitudes foram determinadas em um sistema arbitrário e não têm conexão com o SGB, tendo sido estabelecidas de maneira independente nos trechos brasileiro e paraguaio.

Especialmente em casos que envolvem limites de países, esse problema é evidenciado, como a futura exploração do Sistema Aquífero Guarani, que envolve parte dos territórios do Brasil, Argentina, Uruguai e Paraguai, e cujo estabelecimento e controle de cotas de exploração certamente será dependente de um referencial adotado em comum.

Outra questão que justifica o desenvolvimento do trabalho é a verificação e quantificação da diferença existente entre as duas origens para a definição das altitudes no país - *Datum* Vertical Brasileiro de Imbituba (DVB-I) e *Datum* Vertical Brasileiro de Santana (DVB-S), e a relação destes com um SVRG.

1.3 OBJETIVOS

1.3.1 Objetivo Geral

Desenvolver metodologia para a conexão de Sistemas Verticais de Referência Locais ao Sistema Geodésico Brasileiro com base nos pressupostos de um Sistema Vertical de Referência Global.

1.3.2 Objetivos Específicos

1. Estabelecer uma área teste no território brasileiro em região onde o SGB tenha deficiências notórias e esteja em processo de modernização;
2. Constituir uma base de dados que possibilite a realização de testes de aderência na área de estudos, observando a consistência dos referenciais e sistemas de maré permanente;
3. Avaliar os modelos globais do geopotencial mais recentes derivados principalmente da missão GOCE e outros MGGs (somente-satélites e combinados) em termos de sua aderência a uma base geodésica conhecida de forma a validar suas aplicações;
4. Preencher os vazios espectrais (erro de omissão) dos modelos do

geopotencial utilizando a técnica RTM - *Residual Terrain Model*;

5. Propor solução de vínculo considerando o problema no contexto das diferentes estratégias possíveis para a solução do PVCG na forma fixada;
6. Verificar e quantificar o deslocamento (*off-set*) existente entre o *Datum* Vertical Brasileiro de Imbituba (DVB-I) e o *Datum* Vertical Brasileiro de Santana (DVB-S).

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

O advento do GNSS revolucionou a Geodésia sob diferentes aspectos; as altitudes obtidas a partir de dados oriundos de satélites, porém, têm significado apenas geométrico. Para que as altitudes tenham significado físico é necessário conhecer seu vínculo com o campo da gravidade, tal como o fornecido, por exemplo, pela altitude geoidal. Modernamente, a utilização de satélites para determinar o campo da gravidade da Terra permite o conhecimento global e homogêneo desta grandeza, mas com baixa resolução, e poderá no futuro tornar possível a realização de um sistema de altitudes uniforme globalmente (HOFMANN-WELLENHOF e MORITZ, 2005).

O campo da gravidade pode ser representado por modelos associados ao sinal gravimétrico denominados Modelos Globais do Geopotencial (MGGs). Na atualidade são muito difundidos MGGs derivados de missões gravimétricas espaciais como CHAMP (*CHALLENGING Minisatellite Payload*), GRACE E GOCE (SEEBER, 2003).

2.1 TIPOS DE ALTITUDES

Dentre os diferentes tipos de altitudes existentes, destacam-se as altitudes dinâmicas, ortométricas e normais, todas com significado físico e relacionadas com o número geopotencial; o que difere na definição de cada uma delas é o valor da gravidade g empregado. Jekeli (2000) discute os diferentes tipos de altitudes e suas aplicações. Uma revisão sobre sistemas de altitudes também pode ser encontrada em De Freitas e Blitzkow (1999).

A diferença entre o geopotencial W_0 no geoide e o geopotencial W_P em um ponto P considerado caracteriza o número geopotencial C_P , uma medida natural de altitude, apesar de não ter dimensão de comprimento. A integral é independente do caminamento utilizado (TORGE, 2001 p. 80):

$$C_P = W_0 - W_P = - \int_{P_0}^P dW = \int g dn \quad (1)$$

Existem várias vantagens na utilização do número geopotencial na definição de altitude. Dentre elas, Meyer *et al.* (2005) destacam que o geopotencial define a carga hidráulica, ou seja, a direção do fluxo da água; é uma medida natural de altitude; não depende do caminhamento considerado, o que faz com que seja estável; e a partir do número geopotencial é possível derivar diferentes tipos de altitudes, dependendo do valor de gravidade empregada. Basicamente, existem três tipos de altitudes referenciadas ao geóide: dinâmica, ortométrica e normal.

2.1.1 Altitude dinâmica (H^{din})

Seja um valor de gravidade constante, γ_0 - gravidade normal - normalmente adotado um valor padrão para a latitude 45° , a altitude dinâmica é definida como:

$$H_P^{din} = \frac{C_P}{\gamma_0} \quad (2)$$

Para o SGR80, $\gamma_{45^\circ} = 9,806199203 \text{ ms}^{-2} = 980.6199203 \text{ Gal}$ (MORITZ, 2000).

A altitude dinâmica não tem significado geométrico, apenas físico, uma vez que representa o potencial relativo ao geóide. Por outro lado, este tipo de altitude é constante ao longo de um geópe, ou seja, pontos sobre uma superfície equipotencial possuem a mesma altitude dinâmica (DE FREITAS e BLITZKOW, 1999).

2.1.2 Altitude ortométrica (H^{ort})

A altitude ortométrica tem interpretação geométrica bem definida como a distância acima do geóide, ao longo da linha de prumo, considerada curva porque as superfícies equipotenciais não são paralelas (JEKELI, 2000).

$$H_P^{ort} = \frac{C_P}{g_m} \quad (3)$$

onde g_m é o valor médio da gravidade real entre o ponto no geóide e o ponto na superfície física.

O cálculo de g_m depende do conhecimento das densidades de massa da crosta entre o geóide e a superfície física, então pode-se dizer que a obtenção da altitude ortométrica é praticamente impossível (DE FREITAS e BLITZKOW, 1999).

Como não é possível obter o valor de g_m de forma exata e a gravidade é medida sobre a superfície física, para se obter um valor aproximado de g_m é preciso aplicar algum tipo de redução. Uma aproximação pode ser feita com a redução de Poincaré-Prey, sendo g a gravidade observada sobre a superfície física e H a altitude ao longo da linha de redução (Equação (4)). O fator 0,0424 refere-se à densidade normal $\rho = 2,67\text{g/cm}^3$ (HOFMANN-WELLENHOF e MORITZ, 2005, p.163).

$$g_m = g + 0,0424H \quad (4)$$

Aplicando esta redução, obtém-se as denominadas altitudes de Helmert, dadas pela Equação (5), sendo C_p o número geopotencial:

$$H^{helm} = \frac{C_p}{g + 0,0424H} \quad (5)$$

Outra questão importante a ser destacada é que, conforme observado por FERREIRA (2011), no Brasil as altitudes que são denominadas de ortométricas são na verdade normais ortométricas. Isto ocorre porque quando foi realizado o nivelamento não foram feitas observações gravimétricas, mas somente foram empregados valores de gravidade normal nas correções.

2.1.3 Altitude normal (H^N)

Conforme descrito em HOFMANN-WELLENHOF e MORITZ, 2005, considerando que o campo da gravidade da Terra é normal, ou seja, o geopotencial é igual ao esferopotencial, a gravidade real é igual à gravidade normal e o potencial perturbador é nulo ($W = U$, $g = \gamma$ e $T = 0$), então a altitude normal é definida por:

$$H_p^N = \frac{C_p}{\gamma_m} \quad (6)$$

onde γ_m é a gravidade normal média ao longo da linha de prumo teórica entre o teluroide e o elipsoide, dada por:

$$\gamma_m = \frac{1}{H^N} \int_0^{H^N} \gamma dH^N \quad (7)$$

O cálculo da altitude normal é efetuado de forma iterativa, uma vez que a gravidade normal média depende da altitude normal. Resolvendo a integral da Equação (7), tem-se que a gravidade normal média é dada por:

$$\gamma_m = \gamma \left[1 - \frac{H^N}{a} (1 + f + m - 2f \operatorname{sen}^2 \varphi) + \left(\frac{H^N}{a} \right)^2 \right] \quad (8)$$

sendo γ = gravidade normal obtida com a fórmula de Somigliana (Equação 37)

H^N = altitude normal; como valor inicial, H^N é igual à altitude nivelada

a = semi-eixo maior do elipsoide de referência

f = achatamento do elipsoide de referência

φ = latitude do ponto

para o elipsoide SGR80, $a = 6.378.137\text{m}$ e $f = 0,003\ 352\ 810\ 681\ 18$

$$m = \omega^2 a^2 \frac{b}{GM} \quad (9)$$

sendo ω = velocidade angular da Terra

b = semi-eixo menor do elipsoide de referência

GM = constante gravitacional geocêntrica

para o elipsoide SGR80, $m = 0,00344978600308$

Existe também uma fórmula alternativa à iterativa para o cálculo das mesmas altitudes, que expressa a altitude normal em termos do número geopotencial C_p . Esta fórmula fornece acurácia suficiente para a maioria das aplicações práticas (HOFMANN-WELLENHOF e MORITZ, 2005 p.168).

$$H^N = \frac{C}{\gamma} \left[1 + (1 + f + m - 2f \operatorname{sen}^2 \varphi) \frac{C}{a\gamma} + \left(\frac{C}{a\gamma} \right)^2 \right] \quad (10)$$

A diferença entre a altitude elipsoidal e a anomalia de altitude é outra maneira de obter a altitude normal, pois esta é referida ao quase-geoide, ou seja, a distância do quase-geoide ao ponto na superfície física ou ainda, a distância do elipsoide à

superfície denominada de teluroide. Porém esta formulação é dependente do conhecimento da anomalia de altitude e conseqüentemente de um MGG.

$$H_P^N = h - \zeta \quad (11)$$

onde h é a altitude elipsoidal e ζ é a anomalia de altitude.

A Figura 3 ilustra os diferentes tipos de altitudes apresentadas, bem como as superfícies de referência envolvidas. É importante destacar que nesta figura a deflexão da vertical (ângulo entre a linha de campo, ou *plumb line*, e a normal ao elipsoide) não está representada para fins de simplificação, pois tem um efeito desprezível nas altitudes. JEKELI (2000) exemplifica que mesmo em casos extremos, com a deflexão de vertical em 1 minuto de arco e para uma altitude de 10.000m, a variação em altitude é menor que 1 milímetro.

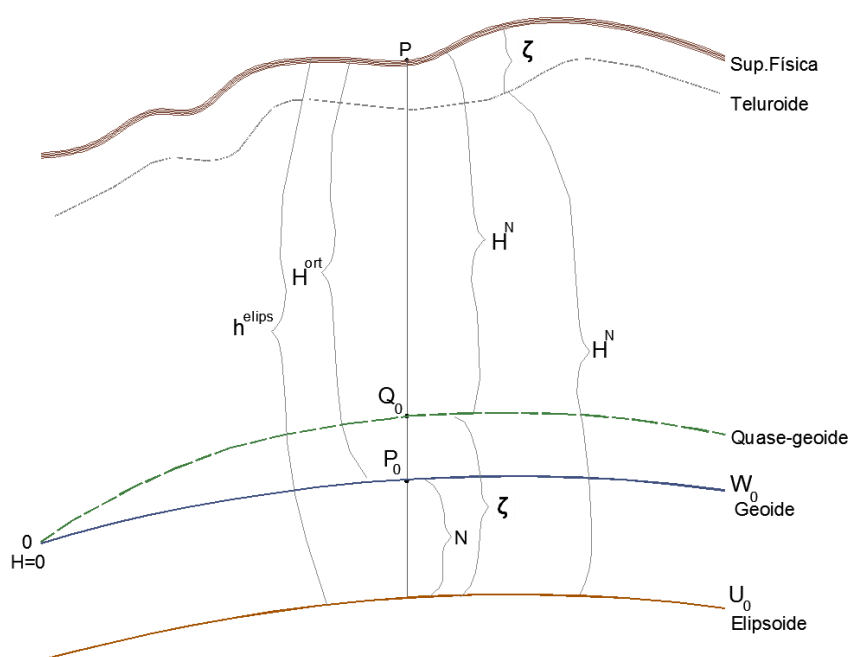


FIGURA 3 - TIPOS DE ALTITUDES E SUPERFÍCIES DE REFERÊNCIA ENVOLVIDAS

FONTE: Adaptado de Jekeli, 2000.

2.1.4 Correções métricas

Quando se realiza nivelamento geométrico, obtém-se diferenças de nível entre duas estações e, em geral, não é levado em conta o não paralelismo das superfícies equipotenciais. Para transformar estas medidas geométricas em altitudes dotadas de significado físico, ou seja, que levem em conta o efeito gravimétrico, é

necessário aplicar correções métricas oriundas da consideração de efeitos gravimétricos. Estas correções relacionam-se com a diferença entre altitudes geométricas e altitudes físicas derivadas de números geopotenciais (SÁNCHEZ, 2002).

HOFMANN-WELLENHOF e MORITZ (2005) apresentam as formulações para os cálculos das correções dinâmica, ortométrica e normal. A importância da correção normal ortométrica também é destacada, uma vez que o sistema de altitudes brasileiro está embasado neste tipo de altitude.

2.1.4.1 Correção dinâmica

A diferença de altitude dinâmica ΔH^{din} entre dois pontos A e B é dada pela diferença de nível Δn medida entre os pontos A e B somada à correção dinâmica CD - Equação (12).

$$\Delta H_{AB}^{din} = \Delta n_{AB} + CD_{AB} \quad (12)$$

A correção dinâmica tem magnitude de até 20m, e é dada por:

$$CD_{AB} = \int_A^B \frac{g - \gamma_0}{\gamma_0} dn = \sum_A^B \frac{g - \gamma_0}{\gamma_0} \delta n \quad (13)$$

onde g é a gravidade real e γ_0 é a gravidade normal para a latitude 45° .

2.1.4.2 Correção ortométrica

A diferença de altitude ortométrica ΔH^{ort} entre dois pontos A e B é dada pela diferença de nível Δn medida entre os pontos A e B somada à correção ortométrica CO - Equação (14).

$$\Delta H_{AB}^{ort} = \Delta n_{AB} + CO_{AB} \quad (14)$$

A correção ortométrica é na ordem de milímetros a decímetros, e é dada por:

$$CO_{AB} = \sum_A^B \frac{g - \gamma_0}{\gamma_0} \delta n + \frac{g^A - \gamma_0}{\gamma_0} H_A - \frac{g^B - \gamma_0}{\gamma_0} H_B \quad (15)$$

2.1.4.3 Correção normal

A diferença de altitude normal ΔH^N entre dois pontos A e B é dada pela diferença de nível Δn medida entre os pontos A e B somada à correção normal CN - Equação (16).

$$\Delta H_{AB}^N = \Delta n_{AB} + CN_{AB} \quad (16)$$

A correção normal tem a mesma ordem de grandeza da correção ortométrica, de milímetros a decímetros, e é dada por:

$$CN_{AB} = \sum_A^B \frac{g - \gamma_0}{\gamma_0} \delta n + \frac{\gamma_m^A - \gamma_0}{\gamma_0} H_A^N - \frac{\gamma_m^B - \gamma_0}{\gamma_0} H_B^N \quad (17)$$

onde γ_m é a gravidade normal média ao longo da linha de prumo em cada um dos pontos medidos.

2.1.4.4 Correção normal ortométrica

A correção normal ortométrica considera os efeitos de convergência das superfícies equipotenciais do campo normal, e é dada por:

$$dH = -f \cdot \text{sen}2\varphi \cdot H \cdot d\varphi \quad (18)$$

onde f é o achatamento do elipsoide, φ é a latitude média entre as duas estações, H a altitude entre as duas estações e $d\varphi$ a diferença de latitude.

2.2 SISTEMA VERTICAL DE REFERÊNCIA GLOBAL

Existe hoje ao redor do mundo uma centena de sistemas de altitudes com significado físico, com origem (*Datum Vertical*) em diferentes marégrafos ou em

pontos arbitrários, realizados por nivelamento geométrico e reduzidos ou não dos efeitos gravimétricos com o uso de modelos distintos. Estes *Data* Verticais são referidos a diferentes épocas e a acurácia das altitudes determinadas está vinculada às limitações do método empregado (IHDE e SÁNCHEZ, 2005). Segundo estes mesmos autores, para que um sistema de altitudes físicas global seja realizado é preciso determinar com acurácia centimétrica os seguintes parâmetros:

- um *Datum* Vertical global único;
- parâmetros, modelos e procedimentos de processamento consistentes com o ITRF e campo da gravidade;
- uma teoria consistente para a combinação de parâmetros oriundos de diferentes fontes tais como as de diferentes técnicas espaciais;
- levar em conta a dependência do tempo;
- conceitos e termos de referência para a realização.

Um aspecto importante a ser ressaltado é a definição do SVRG de acordo com os preceitos para sistemas de altitudes estabelecidos pelo GGOS (*Global Geodetic Observing System*). O GGOS foi estabelecido pela IAG (*International Association of Geodesy*), e provê a infraestrutura geodésica necessária para o monitoramento do sistema Terra e para pesquisas acerca de mudanças globais. Fornece observações sobre a forma da Terra, campo da gravidade e movimento de rotação. O GGOS atua em três temas principais, sendo o Tema 1: Unificação de Sistemas de Altitudes, estabelecido em 2010, o de relevância para este trabalho (GGOS, 2014).

A proposta do projeto do GGOS é verificar a viabilidade da utilização dos produtos do GOCE para o cálculo de altitudes e para a conexão de sistemas de altitudes, e conseqüentemente a padronização dos sistemas de altitudes ao redor do mundo. Segundo os preceitos do GGOS, um Sistema Vertical de Referência relacionado ao campo da gravidade, além de ser compatível com todos os Sistemas Verticais de Referência Nacionais (SVRN) existentes, deve ser compatível com o ITRS e ter a componente física com precisão de aproximadamente 1cm nas coordenadas verticais, que devem ter consistência global e estabilidade a longo prazo (PLAG e PEARLMAN, 2009).

Um SVRG ou Sistema Global de Altitudes pode ser especificado diretamente e realizado no *Terrestrial Reference System* (TRS) com a definição do geopotencial

de um geóide global W_0 , determinado, por exemplo, com base na altimetria por satélites. O problema consiste no fato de que os *Data Verticais Locais* (DVLs) estão referidos a diferentes marégrafos e o valor de W_i do marégrafo correspondente deve ser determinado (BURŠA *et al.*, 2002).

Neste contexto, salienta-se que cada país estabeleceu seu *Datum Vertical* (DV) em associação com o Nível Médio do Mar para determinado período ou com a especificação de uma altitude de um ponto de sua rede (e.g.: Paraguai; Bolívia). Desta forma, cada DV tem uma superfície equipotencial associada (geopotencial W_i) que normalmente não é coincidente com o geóide global (geopotencial W_0). Por exemplo, o DV Brasileiro de Imbituba (DVB-I) foi estabelecido a partir de observações maregráficas no porto de Imbituba no período de 1949 a 1957, e tem associado um geóide local W_i , diferente do geóide global W_0 .

Portanto, em cada DV a incógnita a ser determinada para que este seja vinculado a um SVRG é a Topografia do Nível Médio do Mar (TNMM), do inglês *Sea Surface Topography (SSTop)*, definida como a diferença entre o NMM e o geóide global. Seeber (2003), indica que esta diferença pode chegar a 2 metros. Da expressão que define a TNMM, W_i é a incógnita de mais difícil determinação. Na Equação (19), γ corresponde à gravidade normal, e pode ser calculada pelas Equações (39) ou (40) apresentadas na Seção 3.5.1.

$$TNMM = \frac{W_0 - W_i}{\gamma} \quad (19)$$

Um fator relevante é que a TNMM é considerada uma das causas das discrepâncias existentes entre os *Data Verticais* brasileiros de Imbituba e Santana (FERREIRA *et al.*, 2010).

2.2.1 Realização do Sistema Vertical de Referência Global

Um SVRG pode ser definido como um conjunto de convenções estabelecidas para a obtenção de altitudes com uma referência comum globalmente, e que pode ser realizado ou materializado de diferentes formas. Por exemplo, Gerlach e Rummel (2012) propõem o uso de algum MGG oriundo do GOCE para a realização do SVRG, embora exista o problema do erro de omissão da ordem de 30cm para os

referidos modelos. Rummel (2012) também destaca que um dos objetivos centrais do GOCE é o de prestar-se como ferramenta, com consistência global, para a unificação dos diversos sistemas de altitudes ora existentes no globo. O estabelecimento dos produtos do GOCE como ferramenta para realizar o SVRG e unificar sistemas de altitudes também é um dos preceitos do GGOS (GGOS, 2014).

Segundo Ihde (2011), outra forma de realização de um SVRG é a combinação de dados de posicionamento GNSS, gravimetria e MGGs, que para tanto necessita de posicionamento GNSS em uma rede global, conectada à rede de nivelamento e estações com gravidade conhecida, bem como MGGs consistentes. Neste caso o MGG de referência recomendado é o EGM 2008. Dentro de uma visão mais atual, esta abordagem é passível de ser implementada com base em soluções fixadas do PVCG e combinação de MGGs, sem uma forte dependência de redes altimétricas locais existentes, possibilitando desta forma a análise de deformações nestas redes e seus vínculos a um SVRG (FERREIRA *et al.* 2014).

Dentro destas concepções, existem melhorias que podem ser aplicadas. Estas melhorias são introduzidas com o uso de técnicas de decomposição espectral tal como a *Remove-Restore* (Forsberg, 1984), dentro do contexto da solução fixada do Segundo PVCG, conforme será tratado na Seção 3.5.1.

A solução fixada do Segundo PVCG, mais especificamente a solução do tipo Brovar, é independente da existência de rede de nivelamento, e a incógnita a ser determinada é somente o geopotencial W , necessitando-se de gravimetria associada ao posicionamento GNSS. Porém, para que a gravimetria terrestre seja inserida, é necessário uma densificação que conduza a uma resolução espacial determinada pela taxa de amostragem, que pode ser estabelecida em função da frequência de Nyquist - a melhor resolução espacial é igual à metade da frequência de amostragem (PRESS *et al.*, 1992, p.494).

Esta solução será aplicada com certas limitações, devido à falta de informação gravimétrica com densidade adequada na área de estudos considerada. A abordagem do ponto de vista da realização de um Sistema Vertical de Referência Local conectada a um sistema global será detalhada na Seção 3.5 desta pesquisa.

2.3 MISSÕES GRAVIMÉTRICAS POR SATÉLITE

A obtenção de informação detalhada do campo da gravidade para aplicações nas áreas de Geodésia, Geofísica e Oceanografia, requer acurácia no conhecimento das anomalias da gravidade em torno de 1mGal, e para a determinação do geóide esta acurácia pode variar de 1 a 2 cm (HOFMANN-WELLENHOF e MORITZ, 2005). Antes da era espacial, isto não era possível, porém as missões gravimétricas por satélites têm permitido fornecer modelos globais e regionais do campo da gravidade e do geóide com acurácia e resolução espacial sem precedentes.

As três missões gravimétricas mais relevantes - CHAMP, GRACE e GOCE - têm em comum o fato da órbita ser extremamente baixa (200 - 500km) e quase polar, bem determinadas pelo rastreamento por *Global Positioning System* (GPS), possibilitando assim separar a parte gravitacional do sinal da parte não gravitacional (RUMMEL *et al.*, 2002). Estes autores apresentam três conceitos envolvidos quanto ao modo de rastreamento:

- *satellite-to-satellite tracking*, modo *high-low (SST-hl)*: neste modo, a posição do satélite de órbita baixa é determinada por satélites de órbita mais alta, como GPS e GLONASS. As forças não-gravitacionais atuando no satélite de órbita baixa são dadas por acelerômetros.

- *satellite-to-satellite tracking*, modo *low-low (SST-ll)*: consiste em dois satélites localizados na mesma órbita mas separados por centenas de quilômetros; o movimento relativo entre os dois satélites é dado por um *link* entre eles. A posição também é determinada por um satélite de órbita alta.

- *satellite gravity gradiometry*: é combinado com o modo *SST-hl*, porém as medidas de diferença de aceleração são determinadas dentro do satélite. O sinal medido corresponde à segunda derivada do potencial gravitacional.

CHAMP

CHAMP (*CHALLENGING Minisatellite Payload*) é um satélite alemão lançado em julho de 2000, operante no modo *SST-hl*, que forneceu por dez anos medidas acuradas dos campos gravitacional e magnético terrestres, além de contribuir com os temas atmosfera, ionosfera, geosfera e hidrosfera (GFZ, 2000).

A missão CHAMP iniciou a era dos modelos do geopotencial, sendo seguido pelo GRACE em 2002 e GOCE em 2009.

GRACE

A missão GRACE (*Gravity Recovery and Climate Experiment*) teve início em março de 2002 e consiste em dois satélites gêmeos na mesma órbita baixa (altitude de 485km, modo *SST-II*), separados por aproximadamente 200km. Além da geodésia, esta missão tem contribuído para a compreensão de temas ligados à glaciologia, hidrologia, oceanografia e ciência da terra sólida.

A missão é um esforço conjunto entre as agências espaciais dos Estados Unidos e da Alemanha. Projetada para durar cinco anos, a missão continua ativa, fornecendo novos e mais acurados modelos do geopotencial.

GOCE

O satélite GOCE, desenvolvido pela Agência Espacial Europeia (*European Space Agency* - ESA), foi lançado em março de 2009 e teve suas atividades finalizadas em novembro de 2013, tendo contribuído expressivamente para aprimorar o conhecimento do campo da gravidade terrestre com extremo detalhe e acurácia. Segundo a ESA, a missão GOCE tem por objetivos determinar as anomalias do campo da gravidade com acurácia de 1 mGal ($1\text{mGal} = 10^{-5}\text{ms}^{-2}$), determinar o geoide com uma acurácia de 1 a 2 cm e realizar estes objetivos com uma resolução espacial melhor que 100 km.

A técnica empregada pelo satélite GOCE é a gradiometria, baseada no princípio da aceleração diferencial (RUMMEL *et al.*, 2011). O sensor realiza a medição da diferença de aceleração em três direções do espaço, dadas por seis acelerômetros.

A missão GOCE possibilitou a geração de diversos modelos do geopotencial, além de contribuir efetivamente nas áreas de oceanografia, física da Terra sólida, pesquisas em Geodésia e mudanças do clima, sendo considerada a missão espacial gravitacional mais avançada até o momento (ESA, 2013). A acurácia alcançada se deve principalmente à baixa órbita do satélite, de 255km desde seu lançamento, e

em 2012 esta órbita baixou para 235km, o que melhorou ainda mais a sensibilidade da resposta ao campo gravitacional terrestre.

2.4 MODELOS GLOBAIS DO GEOPOTENCIAL

Um modelo do geopotencial representa o potencial gravitacional, do qual é possível obter-se valores de gravidade. Os primeiros modelos baseados em dados de satélites e desenvolvidos em expansão de harmônicos esféricos datam dos anos 70, com resoluções espaciais iguais ou piores que 1500km (RAPP, 1998).

O campo gravitacional terrestre normalmente é expresso em termos de séries de harmônicos esféricos até um grau máximo (n) e ordem (m) que pode ser associado com o menor comprimento de onda solucionável (λ) na superfície da Terra, expresso por (SEEBER, 2003 p. 469):

$$\lambda = \frac{2\pi}{n} = \frac{360}{n} (^\circ) \quad (20)$$

Em muitos casos, a metade do comprimento de onda ($\lambda/2$) é considerada. A resolução espacial correspondente ao comprimento de onda é dada por (SEEBER, 2003 p. 469):

$$Res. esp. = \frac{180}{n} (^\circ) = \frac{20.000}{n} (km) \quad (21)$$

Os MGGs se dividem em três classes primárias, segundo Featherstone (2002): modelos somente-satélite, derivados do rastreamento de satélites artificiais; modelos combinados, derivados de uma combinação de modelos somente-satélite, dados gravimétricos terrestres, dados gravimétricos derivados de satélites altímetros em áreas oceânicas, rastreamento laser de satélites (em geral do LAGEOS - *Laser Geodynamics Satellites*), gravimetria aérea e oceânica; e modelos adaptados, gerados do refinamento local ou regional de modelos existentes - satélite ou combinados - usando dados gravimétricos e MDAs com melhor resolução, já utilizados ou não na definição do modelo global.

Um exemplo de modelo combinado que tem sido amplamente utilizado é o EGM 2008, considerado o estado da arte em termos de resolução espacial, completo até o grau e ordem 2159 e com coeficientes adicionais até o grau e ordem

2190, o que corresponde a uma resolução espacial de 5 minutos de arco ou aproximadamente 9 km na região equatorial. Este modelo foi realizado pela junção de dados da superfície terrestre (gravimetria e altimetria) com dados gravimétricos de satélite da missão GRACE (PAVLIS *et al.*, 2008).

O ICGEM (*International Centre for Global Earth Models*) disponibiliza ferramentas que possibilitam a extração de diversos funcionais dos MGGs, como por exemplo anomalia de altitude, altitude geoidal, distúrbio da gravidade, anomalia da gravidade, deflexão da vertical, entre outros, além de dados que não são funcionais do campo da gravidade, como a topografia do modelo ETOPO1, que será detalhada na Seção 2.5 (ICGEM, 2014).

Neste trabalho será dado destaque aos MGGs somente-satélite oriundos do GOCE, em particular os mais recentes GO_CONS_GCF_2_SPW_R4 e o GO_CONS_GCF_2_TIM_R5. Gerlach e Rummel (2012) afirmam que a acurácia esperada para o GOCE é de 2 a 3 cm até o grau e ordem máximos 200. Acima deste grau, o erro de omissão é maior do que 30cm.

Os MGGs somente-satélite citados são processados segundo diferentes abordagens. Existem três diferentes métodos de processamento dos dados do GOCE - *direct* (DIR), *time-wise* (TIM) e *space-wise* (SPW). Na abordagem clássica - *direct*, há a combinação da órbita e da modelagem da gravidade com o uso da teoria da perturbação da órbita. Nos modelos da série TIM, os dados são tratados como uma série temporal ao longo da órbita, utilizando o princípio dos mínimos quadrados. Na abordagem *space-wise*, os coeficientes harmônicos esféricos do geopotencial são estimados com base na correlação espacial do campo da gravidade, no contexto da solução por colocação (MIGLIACCIO *et al.*, 2010).

Os MGGs combinados cujos resultados de validação serão detalhados são o EGM2008 e o EIGEN-6C4, que está sendo utilizado como referência na avaliação dos modelos pelo ICGEM. O EIGEN-6C4 (EIGEN = *European Improved Gravity model of the Earth by New techniques*), assim como o EGM2008, está completo até o grau e ordem 2190. É a última revisão da série de modelos EIGEN-6C, iniciada em 2011, e foi elaborado com a junção de dados dos satélites GRACE, LAGEOS e com o diferencial de possuir dados completos de gradiometria do satélite GOCE, além de dados da superfície obtidos com altimetria por satélites sobre os oceanos e EGM2008 sobre os continentes (FÖRSTE *et al.*, 2014).

2.5 MODELOS DIGITAIS DE ALTITUDE

Para a aplicação da técnica RTM, existem diversos MDAs disponíveis e que podem ser utilizados, de acordo com o produto e a precisão requeridos. Nesta pesquisa foram utilizados o ETOPO1 e o GMRT. Salienta-se que não será explorado neste trabalho a questão da aplicabilidade destes modelos em regiões específicas, como em áreas montanhosas ou de floresta densa, por exemplo. Para tais casos, é preciso conhecer características mais detalhadas acerca dos produtos que compõem os MDAs e das metodologias utilizadas para o seu desenvolvimento, de forma que seja possível verificar a viabilidade de utilização dos modelos.

ETOPO1

ETOPO1 *1 Arc-Minute Global Relief Model* é um modelo do relevo global com resolução espacial de 1 minuto de arco, com batimetria oceânica incluída. Está disponível nas versões "*Ice Surface*" (camadas de gelo do topo da Antártica e Groenlândia) e "*Bedrock*" (base das camadas de gelo). Os produtos foram gerados com diversos conjuntos de dados digitais globais e regionais, de agências governamentais de diversos países, bem como de instituições acadêmicas.

O *Datum* horizontal utilizado no modelo é o *World Geodetic System* de 1984 (WGS 84), e o vertical é uma aproximação do nível médio do mar em cada área de aplicação (AMANTE e EAKINS, 2009). Sua resolução vertical é no melhor dos casos na ordem de $\pm 10\text{m}$ (NOAA, 2014), tal que a aproximação do NMM, em geral na ordem de $\pm 2\text{m}$ é suficiente em função da resolução vertical do modelo.

O ETOPO1 é desenvolvido em expansão de harmônicos esféricos até o grau e ordem 2250, e os dados estão disponíveis para *download* no site do ICGEM. A vantagem de utilizar um modelo desenvolvido em harmônicos esféricos como parte dos dados para o cálculo do RTM é que pode-se truncá-lo no grau e ordem desejados, para que esteja em concordância com o grau e ordem do MGG considerado.

GMRT

Global Multi-Resolution Topography (GMRT), utilizado na versão 2.6, é uma compilação multi-resolução de dados editados de sonar multifeixe coletados por cientistas e instituições ao redor do mundo, em conjunto com dados de elevação global continuamente atualizados, incluindo batimetria. O sistema geodésico de referência utilizado é o WGS 84. Segundo o portal da *Marine Geoscience Data System* (MGDS), responsável pela distribuição dos dados, o GMRT possui as seguintes fontes de dados (MGDS, 2014):

- trilhas multifeixe de dados batimétricos com aproximadamente 100m de resolução espacial, analisados e processados pela MGDS;
- dados de elevação terrestre com 10m de resolução espacial para partes dos Estados Unidos oriundos do USGS *National Elevation Dataset* (NED);
- dados de elevação terrestre com 30m de resolução espacial para o mundo todo da missão da NASA *Advanced Spaceborne Thermal Emission and Reflection Radiometer global DEM* (ASTER);
- vários dados em grade da topografia do fundo do mar, oriundos de diversas instituições e com diferentes resoluções.

Em locais onde não há dados de batimetria de alta resolução (aprox. 100m), existe a possibilidade de preencher com dados do *General Bathymetric Chart of the Oceans* (GEBCO), um grupo internacional de especialistas que trabalham no desenvolvimento de uma série de dados e produtos de batimetria do mundo todo. Se estes dados não forem utilizados, em muitas regiões ocorrem vazios na imagem e, conseqüentemente, o cálculo do RTM resulta em valores inconsistentes.

2.6 PROBLEMA DO VALOR DE CONTORNO DA GEODÉSIA

A determinação do campo da gravidade externo às massas, sendo a superfície limitante desconhecida, caracteriza o chamado Problema do Valor de Contorno da Geodésia - PVCG.

O PVC da Geodésia física descreve situações limites, aproximando-se da realidade física quando os dados observados se tornam mais densos (HECK, 1989).

Hofmann-Wellenhof e Moritz (2005) descrevem que o PVCG pode ser caracterizado de forma livre ou fixada: quando a superfície de contorno S é desconhecida, tem-se o PVCG livre, e quando se conhece S *a priori*, é caracterizado o PVCG fixado. Existem três tipos de PVCG: Primeiro PVCG ou Problema de Dirichlet, Segundo PVCG ou Problema de Neumann e Terceiro PVCG ou Problema de Hilbert.

Na sequência são detalhados o Primeiro e o Segundo PVCG, sendo o primeiro na forma livre e o segundo na forma fixada. Nesta pesquisa será aplicada a solução fixada do Segundo PVCG, na qual a geometria da superfície física é considerada conhecida.

2.6.1 Primeiro PVCG ou Problema de Dirichlet

O Primeiro PVCG é enunciado da seguinte forma: dada uma função arbitrária na superfície S , determinar a função V que é harmônica tanto no interior quanto no exterior de S e que assume em S os valores da função estabelecida. Se a superfície S é uma esfera, então este problema pode ser resolvido em termos de harmônicos esféricos.

Esta é a chamada solução segundo a teoria de Molodensky, e pode ser abordada de duas formas:

Clássico livre

A incógnita a ser determinada é o vetor posição \bar{X}_S (coordenadas geodésicas φ, λ, h), sendo conhecidas as coordenadas astronômicas \varnothing, Λ , o geopotencial W no ponto e valor g da gravidade. Nesta abordagem, o número geopotencial C_p é determinado por nivelamento e gravimetria. A grande limitação desta solução é a dependência de rede de nivelamento e a dificuldade na determinação da altitude elipsoidal h , devido à não existência da tecnologia GNSS quando da formulação da solução.

Escalar livre

A diferença desta solução para a solução clássica é que aqui já se podia determinar as coordenadas geodésicas φ, λ diretamente com métodos de triangulação e poligonação com medidas de ângulos e distâncias. Permanece como incógnita a altitude elipsoidal h .

2.6.2 Segundo PVCG ou Problema de Neumann

Antes do advento da tecnologia GNSS, as altitudes elipsoidais não eram determinadas de forma direta, o que levava à formulação do PVCG na forma livre, que depois de linearizado relaciona-se com anomalias de gravidade. Com a determinação precisa das altitudes elipsoidais por GNSS, é possível substituir o PVCG livre pela sua forma fixada, relacionado com distúrbios da gravidade e considerando a geometria da superfície física da Terra como totalmente conhecida. Neste contexto, a solução do PVC se reduz à determinação de apenas uma incógnita - o geopotencial W , sendo necessário apenas observações gravimétricas com densidade suficiente na superfície, independentemente da operação de nivelamento (HECK, 2011).

No Segundo PVCG, a derivada normal $\frac{\partial V}{\partial n}$ é dada na superfície S , em vez da própria função V . A direção da derivada é para o exterior de S onde V é harmônico. A solução Brovar para o Problema de Neumann é na forma fixada, podendo ser contextualizada conforme descrito nos parágrafos a seguir.

Fixado geral - considera-se conhecida a geometria da superfície, ou seja, as coordenadas geodésicas φ, λ, h . Tem-se como incógnita somente o geopotencial W . A condição de contorno é não-linear $\left(-\frac{\partial T}{\partial h} = \delta g\right)$ onde T é o potencial perturbador dado por $T = W - U$, e δg é o distúrbio da gravidade dado em função da gravidade real e normal por $\delta g_P = g_P - \gamma_P$. A linearização do problema recai em solução analítica relacionada com o potencial U da gravidade normal. A simplificação da condição de contorno é feita por aproximação esférica. Nesta solução o número geopotencial, que expressa a diferença entre o geopotencial no *Datum* e no ponto, ($C_P = W_0 - W_P$, conforme tratado na Seção 3.4.1) não é mais determinado por nivelamento e observações da gravidade como no método clássico.

Fixado linearizado - a superfície de contorno é a superfície física da Terra. Os parâmetros conhecidos são as coordenadas geodésicas φ, λ, h e a gravidade g , e a incógnita é o geopotencial W .

Fixado simples - a aproximação é linear, e as observações são referenciadas sobre uma superfície esférica. Permanecem como conhecidas as coordenadas geodésicas φ, λ, h e a gravidade g , e a incógnita é o geopotencial W . É resolvido de

acordo com a abordagem de Brovar usando superfície generalizada do potencial perturbador T .

Heck (2011) detalha a solução do PVCG na forma fixada, baseado no método de Brovar (BROVAR, 1964), método este que foi desenvolvido originalmente para a solução do terceiro PVCG aplicado ao problema de Molodensky. A ideia principal da abordagem de Brovar consiste em utilizar uma superfície generalizada para representar o potencial perturbador T no espaço fora do limite da superfície S .

De forma geral, o PVCG fixado baseia-se em observações da gravidade $g(\vec{x}_S)$ relacionadas com o vetor de posição \vec{x}_S de um ponto $P \in S$, sendo S a superfície topográfica.

A expressão explícita para a solução de primeira ordem (linear) expressa o potencial perturbador em função do distúrbio da gravidade, segundo a integral de Hotine, em uma aproximação esférica (HOFMANN-WELLENHOF e MORITZ, 2005 p. 115):

$$T = \frac{R}{4\pi} \iint_{\sigma} (\delta g + \mu_1 + \dots) H(\psi) ds \quad (22)$$

R = raio médio da Terra; σ = esfera unitária; δg = distúrbio da gravidade

μ_1 = termo de correção (correção do terreno)

$H(\psi)$ = função de Hotine; ψ = ângulo entre dois raios vetores de posição do ponto de cálculo e do elemento ds .

A função de Hotine é dada por:

$$H(\psi) = \frac{1}{\text{sen}\left(\frac{\psi}{2}\right)} - \ln \left[1 + \frac{1}{\text{sen}\left(\frac{\psi}{2}\right)} \right] \quad (23)$$

O primeiro termo de correção μ_1 é expresso como:

$$\mu_1 = \frac{R^2}{2\pi} \iint_{\sigma} \frac{h' - h}{l_0^3} \delta g d\sigma \quad ; \quad l_0 = 2R \text{sen}\left(\frac{\psi}{2}\right) \quad (24)$$

l_0 = distância espacial entre o ponto de cálculo fixo P e o elemento de integração, expresso em termos da distância angular ψ .

h' e h = altitude elipsoidal do elemento de massa anômala e do ponto de cálculo, respectivamente.

2.7 TÉCNICAS DE DECOMPOSIÇÃO ESPECTRAL

O campo da gravidade terrestre pode ser dividido, de acordo com as componentes espectrais, em longos, médios, curtos e curtíssimos comprimentos de onda. Hirt *et al.* (2011) apresentam a classificação mostrada na Tabela 1. Esta divisão do espectro, porém, é considerada arbitrária, dependendo dos métodos disponíveis; desta forma, na literatura são encontradas classificações distintas.

TABELA 1 - DIVISÃO ESPECTRAL DO CAMPO DA GRAVIDADE

Classificação	Grau dos harm.esf.	Comp. de onda	Res. espacial
Longo	2 a 100	> 400km	> 200km
Médio	100 a 200	400 a 200km	< 100km
Curto	200 a 2190	200 a 18 km	100 a 9km
Curtíssimo	> 2190	< 18km	< 9km

As missões gravimétricas por satélite mensuram o geóide global com determinada precisão e resolução espacial. A parcela do sinal ou faixa do espectro que não é resolvida na mensuração é chamada de erro de omissão ou truncamento (FLURY e RUMMEL, 2005). Em outras palavras, os modelos globais da gravidade fornecem os longos e médios comprimentos de onda do campo da gravidade, ou seja, as altas frequências relativas aos curtos e curtíssimos comprimentos de onda não são representadas pelo truncamento da série de harmônicos esféricos (TORGE, 2001).

O objetivo das técnicas de decomposição espectral é, portanto, a modelagem das altas frequências do sinal gravitacional, o que na atualidade pode ser traduzido como a parcela do sinal gravitacional não contemplada pelos MGGs. Para a obtenção do sinal relativo aos curtos e curtíssimos comprimentos de onda, duas técnicas são de interesse relevante: a técnica clássica *Remove-Restore (RR)* e a modelagem do terreno residual - *Residual Terrain Model (RTM)*.

2.7.1 Remove-Restore (RR)

A técnica *Remove-Restore* foi desenvolvida originalmente para a determinação do quase-geoide, e é ainda hoje o método mais conhecido de obtenção do geoide, complementado com a remoção e restauração dos efeitos topográficos das altas frequências utilizando-se de um modelo digital de altitudes (SJÖBERG, 2005).

Na técnica *Remove-Restore*, a influência das massas anômalas é subtraída das observações, e a técnica de modelagem do campo da gravidade é aplicada a estes dados de terreno reduzidos. Os resultados finais são obtidos somando-se novamente os efeitos do terreno às anomalias previstas (FORSBERG, 1984). A etapa de redução pode ser expressa como:

$$Q_r = Q - Q_{MGG} - Q_{MDA} \quad (25)$$

Q_r - componente residual para qualquer funcional do campo da gravidade (anomalia de gravidade, distúrbio da gravidade, anomalia de altitude, etc.);

Q - grandeza observada;

Q_{MGG} - componente global extraída do MGG, desenvolvido em harmônicos esféricos e que contempla os longos comprimentos de onda;

Q_{MDA} - componente recuperada do efeito da topografia, que contempla os comprimentos de onda mais curtos e representa as heterogeneidades do terreno, e é obtido, por exemplo, com a técnica RTM.

Forsberg (1993) discute a técnica *Remove-Restore* no contexto do cálculo do geoide e mostra que o geoide final é obtido restaurando os efeitos do modelo global do geopotencial e da topografia. A etapa de restauração é portanto expressa como:

$$Q_{FINAL} = Q_r + Q_{MGG} + Q_{MDA} \quad (26)$$

2.7.2 Residual Terrain Model (RTM)

Em terrenos com relevo acentuado, a maior parte da variação dos curtos comprimentos de onda do campo da gravidade são causados pela topografia. Considerando a densidade da topografia conhecida, os efeitos do terreno podem ser

eliminados, produzindo um campo residual suavizado. A modelagem do campo da gravidade pode ser realizada por exemplo com fórmulas de integração, colocação por mínimos quadrados, ou métodos FFT - *fast Fourier transform*. (SCHWARZ *et al.*, 1990).

Os efeitos do terreno traduzem os efeitos gravitacionais causados por um corpo de massa nas anomalias da gravidade, deflexões da vertical, etc. Esses efeitos podem ser topográficos (influência direta da topografia em áreas montanhosas), isostáticos (compensação isostática hipotética é levada em consideração), ou o efeito do RTM, onde somente as irregularidades topográficas das altas frequências ou curtos comprimentos de onda são consideradas (FORSBERG, 1984).

No cálculo dos efeitos do RTM, pode ser utilizada a técnica por FFT ou integração por prismas.

O cálculo por FFT, realizado no domínio das frequências, oferece ganhos em termos de velocidade de cálculo quando comparado com métodos no domínio do espaço como a integração por prismas (SCHWARZ *et al.*, 1990). Isto ocorre porque neste método a topografia é convertida para o domínio das frequências, e os grandes comprimentos de onda são eliminados através de filtros. Já no método por prismas não existe limitação computacional; o modelo de terreno é formado pelos prismas e valores exatos de correção de terreno podem ser calculados. O cálculo por prismas, utilizado neste trabalho, será detalhado na Seção 3.4.

As elevações RTM podem ser construídas como a diferença entre as elevações de um MDA como o SRTM (*Shuttle Radar Topography Mission*), por exemplo, e um MDA desenvolvido em harmônicos esféricos, como o DTM2006.0 (HIRT *et al.*, 2010). Na presente pesquisa será utilizado o MDA do GMRT como modelo detalhado e o ETOPO1, desenvolvido em harmônicos esféricos, como superfície de referência.

A técnica RTM consiste, portanto, em calcular os pequenos comprimentos de onda (altas frequências do campo da gravidade) que não foram representados pelo MGG, utilizando uma superfície de referência (MDA) associada ao modelo do geopotencial; as massas topográficas acima dessa superfície são removidas e abaixo são preenchidas (Figura 4). Desta forma, esta técnica apresenta oscilações de densidade positivas e negativas, correspondentes ao preenchimento nos vales e

remoção nas áreas montanhosas (FORSBERG E TSCHERNING, 1981; FORSBERG, 1984).

Forsberg e Tscherning (2008), salientam que nesta técnica somente as irregularidades topográficas relativas a uma superfície média suavizada são levadas em consideração. A vantagem é que os efeitos em geral são pequenos, devido ao uso de modelos de referência em harmônicos esféricos (neste caso, ETOPO1) e uma superfície de elevação média com boa resolução (neste caso, GMRT com resolução de 30 metros). Com o princípio do RTM, é possível calcular diversos funcionais da gravidade, como anomalias da gravidade, anomalias de altitude, deflexões da vertical, entre outros.

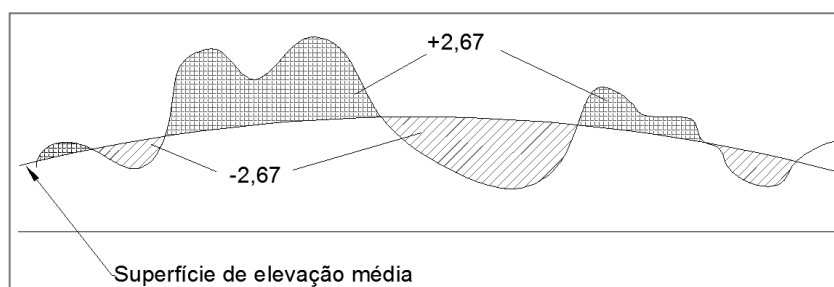


FIGURA 4 - PRINCÍPIO DO RTM E ANOMALIA DE DENSIDADE DA TOPOGRAFIA RESIDUAL
 FONTE: Adaptado de Forsberg (1984)

No processo de cálculo do RTM, a integração relativa aos efeitos do campo da gravidade tem a vantagem de ser realizada para distâncias fixas do ponto de cálculo, sendo que os efeitos da topografia mais distante não são considerados. Outra vantagem é que os efeitos do terreno nas anomalias de altitude são pequenos, até mesmo desprezíveis se uma superfície de elevação de referência de curtos comprimentos de onda for utilizada (FORSBERG, 1984).

Considerando anomalias de altitude (distância entre o elipsoide e o quase-geoide), a contribuição do efeito RTM na solução final será dada pela soma do efeito RTM com os dados oriundos diretamente de um MGG:

$$\zeta_F = \zeta_{MGG} + \zeta_{RTM}$$

$$\zeta_F = \text{anomalia de altitude final} \quad (27)$$

$$\zeta_{MGG} = \text{anomalia de altitude oriunda do MGG}$$

$$\zeta_{RTM} = \text{anomalia de altitude calculada com RTM}$$

2.8 SISTEMAS DE MARÉ PERMANENTE

Uma parte considerável das marés terrestres não varia periodicamente com o tempo, mas é permanente. A maré permanente, baixa nas áreas polares e mais alta nas áreas equatoriais, é resultado da interação gravitacional da Terra com a Lua e o Sol e produz deformações no corpo planetário e variações no geopotencial (EKMAN, 1989).

Para tratar dos efeitos de maré permanente no geopotencial e na forma da Terra, há três conceitos que devem ser considerados (MÄKINEN e IHDE, 2009):

non-tidal ou *tide free* - sistema sem maré ou livre de maré: as deformações permanentes são eliminadas da forma da Terra. Para as quantidades relacionadas ao potencial, como gravidade e geóide, tanto o potencial gerador de maré quanto o potencial de deformação da Terra, ou efeito indireto, são eliminados.

mean-tide - sistema de maré média: o efeito permanente não é removido da forma da Terra, ou seja, não é efetuada nenhuma correção; portanto, a forma corresponde à média de longo prazo sob o efeito da força de maré.

zero-tide - sistema de maré zero: o potencial gerador de maré é eliminado mas mantém-se seu efeito indireto, ou seja, o potencial de deformação permanente da Terra.

Mäkinen e Ihde (2009) apontam que na prática é usado o sistema zero para gravidade, livre de maré para posicionamento tridimensional, por exemplo ITRFxx e conseqüentemente o SIRGAS 2000; e misto, mas na grande maioria dos casos sistema médio, para diferenças de potencial determinadas com nivelamento de precisão. Os modelos do geopotencial são dados tanto no sistema livre quanto zero de maré.

Segundo Poutanen *et al.* (1996), no posicionamento GPS a parte permanente da deformação de maré não é restaurada, assim como na definição das coordenadas ITRFxx. Conseqüentemente, o sistema GPS está no sistema livre de maré.

Em relação ao sistema de altitudes brasileiro, não foram considerados os efeitos de maré nas operações de nivelamento, portanto as altitudes normais ortométricas são consideradas no sistema de maré médio, pois nesse sistema não é realizada nenhuma correção (FERREIRA *et al.*, 2013).

3. METODOLOGIA

A constituição da base de dados se deu por meio de pesquisa realizada junto ao Banco de Dados Geodésicos do IBGE (BDG-IBGE), dos dados altimétricos e gravimétricos existentes na área de estudos, que permitissem sua comparação com as informações oriundas dos MGGs. Com esta base constituída, foi possível realizar testes de aderência com os modelos do geopotencial como forma de validá-los. Destaca-se que não foram utilizados os dados de gravimetria existentes, por serem escassos, não tendo densidade suficiente para a resolução do problema.

Para realizar os testes de aderência, foram utilizadas as referências de nível (RNs) que possuem conexão com estações GPS, ou seja, as RNs sobre as quais foi realizado posicionamento GPS para obtenção de coordenadas geodésicas latitude, longitude e altitude elipsoidal. Nesta pesquisa estas estações serão denominadas de estações GPS/NIV.

As anomalias de altitude dos MGGs foram obtidas do ICGEM (<http://icgem.gfz-potsdam.de/ICGEM>), para as áreas de estudo do Amapá e do Pará, em forma de grade, sendo necessário posteriormente realizar uma interpolação por *kriging* para obter os valores de forma pontual, para 17 estações GPS/NIV com vínculo no DVB-S e 15 estações GPS/NIV com vínculo no DVB-I.

A determinação do número geopotencial para obtenção das altitudes com significado físico será realizada com a utilização de MGGs e modelagem do potencial perturbador, no contexto do segundo PVCG. Para melhoria espectral dos MGGs, será utilizada a técnica RTM, que modela o erro de omissão dos modelos globais.

3.1 ÁREA DE ESTUDO

A região do Amapá foi escolhida por se tratar de um local com deficiência de dados geodésicos oficiais do SGB, sendo que existem poucas estações GPS/NIV e a rede de RNs disponível apresenta algumas limitações. Existem RNs que pertencem a ramais de nivelamento, ou seja, linhas de nivelamento geométrico que não formam circuito, e cujos desníveis, portanto, não podem ser ajustados. Há também RNs que pertencem a parte da rede altimétrica da Região Amazônica, onde

o mesmo problema ocorre (BDG-IBGE, 2011). O IBGE publica estas informações nas monografias das estações e também em seu banco de dados e alerta para o cuidado adicional que se deve tomar quanto ao uso das altitudes das RNs nesta região.

É importante também o fato de que as altitudes determinadas no Amapá são conectadas ao *Datum* Vertical Brasileiro de Santana (DVB-S), diferentemente do restante do Brasil, cujas redes de nivelamento têm origem no DVB-I. A área de estudo no Amapá abrange as coordenadas $0.5^{\circ}\text{S } 50.5^{\circ}\text{W}$, $2.5^{\circ}\text{N } 53.5^{\circ}\text{W}$. Devido ao objetivo de validação dos MGGs e também análise das discrepâncias existentes entre os dois *Data*, foram utilizadas estações GPS/NIV também no estado do Pará, na área de coordenadas $9^{\circ}\text{S } 47^{\circ}\text{W}$, $0.5^{\circ}\text{S } 56.5^{\circ}\text{W}$ (Figura 5).

Outro fator relevante para a escolha da área de estudo é que na região o IBGE está desenvolvendo o Projeto de Revitalização das Redes Geodésicas do Estado do Amapá, com o intuito de modernizar o SGB através da realização de nivelamento geométrico, gravimetria e posicionamento GPS (PEREIRA, 2013).

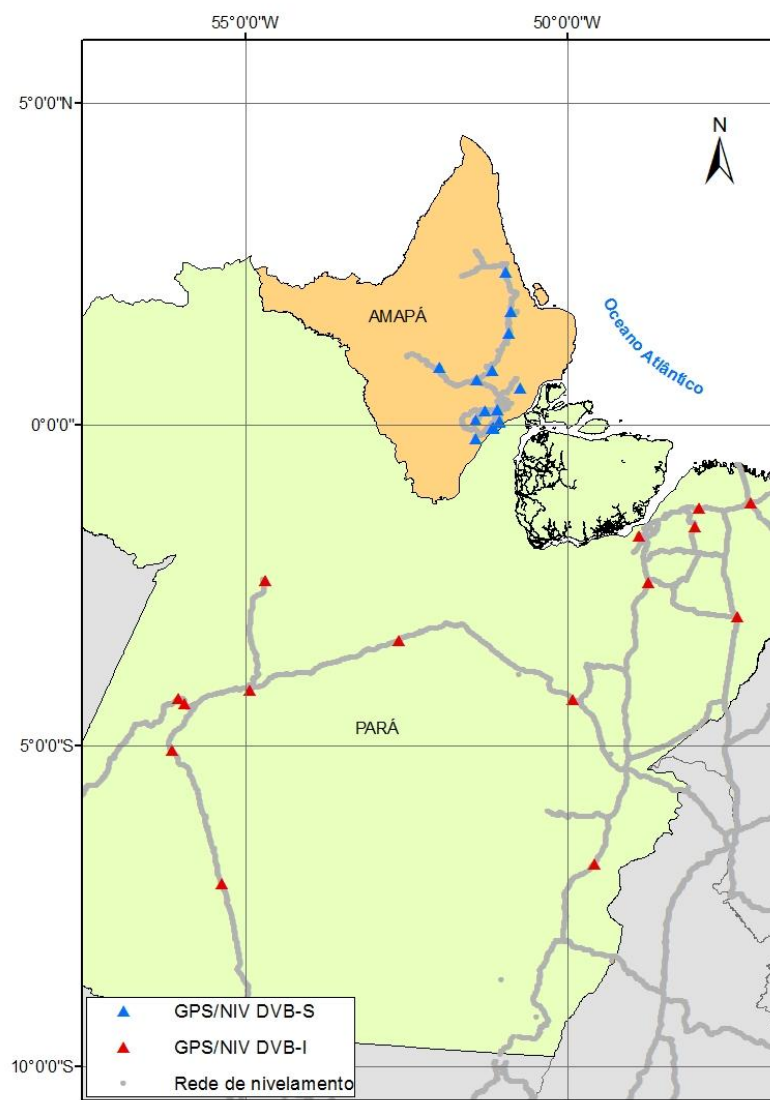


FIGURA 5 - ÁREA DE ESTUDO E ESTAÇÕES GPS/NIV UTILIZADAS
 FONTE: A autora (2014)

3.2 VALIDAÇÃO DOS MODELOS DO GEOPOTENCIAL

Foram utilizados neste trabalho os MGGs somente-satélite e combinados divulgados em 2014, além do MGG combinado EGM2008. Os modelos foram truncados em diferentes graus na avaliação da solução RTM, para verificar onde há refinamento na solução.

Na Tabela 2 constam os 12 MGGs utilizados, as fontes de dados (S=Satélite, G=Gravimetria, A=Altimetria), as resoluções espaciais e o grau máximo de

desenvolvimento em harmônicos esféricos, bem como as respectivas referências. As tabelas e gráficos relativos às análises dos demais modelos que não estão detalhados no corpo do trabalho são apresentadas nos Apêndices.

TABELA 2 - MODELOS GLOBAIS DO GEOPOTENCIAL UTILIZADOS

MGG	Ano	Fonte	Grau máx	Res esp (km)	Referência
GO_CONS_GCF_2_SPW_R4	2014	S(Goce)	280	71	<i>Gatti et al, 2014</i>
EIGEN-6C4	2014	S(Goce,Grace,Lageos),G,A	2190	9	<i>Förste et al, 2014</i>
ITSG-Grace2014s	2014	S(Grace)	200	100	<i>Mayer-Gürr et al, 2014</i>
ITSG-Grace2014k	2014	S(Grace)	200	100	<i>Mayer-Gürr et al, 2014</i>
GO_CONS_GCF_2_TIM_R5	2014	S(Goce)	280	71	<i>Brockmann et al, 2014</i>
GO_CONS_GCF_2_DIR_R5	2014	S(Goce,Grace,Lageos)	300	67	<i>Bruinsma et al, 2013</i>
JYY_GOCE04S	2014	S(Goce)	230	87	<i>Yi et al, 2013</i>
GOGRA04S	2014	S(Goce,Grace)	230	87	<i>Yi et al, 2013</i>
EIGEN-6S2	2014	S(Goce,Grace,Lageos)	260	77	<i>Rudenko et al. 2014</i>
GGM05S	2014	S(Grace)	180	111	<i>Tapley et al, 2013</i>
EIGEN-6C3sat	2014	S(Goce, Grace, Lageos), G, A	1949	10	<i>Förste et al, 2012</i>
EGM 2008	2008	S(Grace) G,A	2190	9	<i>Pavlis et al, 2008</i>

FONTE: ICGEM (2014)

As estações GPS/NIV utilizadas e as respectivas informações são apresentadas na Tabela 3 e Tabela 4.

TABELA 3 - ESTAÇÕES GPS/NIV NO ESTADO DO AMAPÁ (DVB - S)

Estação	Latitude (°)	Longitude (°)	Altitude		Desvio	
			Elipsoidal h(m)	padrão h(m)	Ortométrica H(m)	padrão H(m)
90204	0,051434	-51,069388	-6,38	0,114	16,48	0,020
91215	-0,057343	-51,180647	-15,51	0,002	7,51	0,010
91240	-0,054216	-51,180209	-14,47	0,004	8,53	0,010
91241	-0,041261	-51,167933	-10,16	0,003	12,84	
90444	0,046875	-51,071358	-8,14	0,350	14,53	0,020
91575	-0,060874	-51,160134	-17,56	0,004	5,38	0,010
91577	0,230618	-51,100875	5,16	0,089	28,33	
96088	0,071905	-51,440129	-19,38	0,032	3,85	
96089	0,216821	-51,292943	7,91	0,025	31,22	
96090	-0,221959	-51,431898	-14,95	0,070	7,85	
96091	0,843016	-51,184826	28,79	0,026	53,11	
96092	1,423701	-50,922780	2,84	0,025	29,25	
96094	1,765378	-50,882325	-11,62	0,030	15,91	
96095	2,373195	-50,963819	-11,17	0,027	17,39	
96096	0,576110	-50,738378	-9,84	0,033	14,34	
96097	0,704020	-51,423133	53,94	0,035	78,28	
96098	0,901443	-52,002336	123,58	0,042	149,11	

FONTE: BDG-IBGE (acesso em 2014)

TABELA 4 - ESTAÇÕES GPS/NIV NO ESTADO DO PARÁ (DVB - I)

Estação	Latitude (°)	Longitude (°)	Altitude		Desvio	
			Elipsoidal h(m)	padrão h(m)	Ortométrica H(m)	padrão H(m)
90411	-7,142402	-55,382231	208,57	0,014	224,32	0,120
90448	-6,835331	-49,582874	200,26	0,013	221,83	0,100
95000	-3,353709	-52,623018	138,92	0,019	163,79	0,120
96073	-4,272153	-49,925111	65,85	0,027	89,56	0,100
96072	-1,211136	-47,146500	9,78	0,020	35,28	
90609	-1,297518	-47,949816	19,94	0,023	45,52	0,100
93239	-1,724884	-48,889640	-18,36	0,017	6,34	
93998	-2,992504	-47,363271	51,12	0,041	77,49	0,100
93997	-1,582550	-48,016363	3,04	0,012	28,63	0,100
96069	-2,455118	-48,740743	-3,87	0,013	22,67	
93996	-5,069668	-56,157462	91	0,013	108,72	0,120
93693	-2,426354	-54,701349	9,1	0,036	29,92	
95001	-4,124724	-54,951769	97,66	0,013	118,62	0,120
95003	-4,343991	-55,960851	18,3	0,017	38,25	0,120
95002	-4,267674	-56,049324	7,96	0,021	27,87	0,120

FONTE: BDG-IBGE (acesso em 2014)

Como forma de avaliar a qualidade dos modelos do geopotencial, existem algumas metodologias que podem ser adotadas, segundo Ustun e Abbak (2010): avaliação baseada nos coeficientes dos modelos e seus desvios-padrão, avaliação relativa baseada nas diferenças de coeficientes ou erros entre dois modelos, e avaliação externa da acurácia baseada em dados de GPS/Nivelamento, anomalia de gravidade, parâmetros orbitais, e outros. Usando o método de avaliação externa, uma estimativa confiável da acurácia pode ser obtida (Tabela 8), e foi este o método adotado e descrito nesta pesquisa.

Desta forma, para avaliar a potencialidade de uso dos MGGs, calculou-se o erro absoluto e o erro relativo; das estações GPS/NIV obteve-se a anomalia de altitude (ζ), que foi subtraída da anomalia de altitude obtida dos MGGs em seus graus máximos de desenvolvimento dos harmônicos esféricos, resultando no erro absoluto ($\varepsilon_{\text{absoluto}}$). Desta forma, é possível avaliar as discrepâncias entre os dados do SGB e os oriundos dos modelos globais.

$$\varepsilon_{\text{absoluto}} = \zeta_{\text{GPS/NIV}} - \zeta_{\text{MGG}} \quad (28)$$

A estimativa do erro relativo foi calculada com a diferença entre a anomalia de altitude GPS/NIV ($\Delta\zeta_{\text{GPS/NIV}}$) e a anomalia de altitude proveniente do MGG ($\Delta\zeta_{\text{MGG}}$) entre duas estações, e a distância entre elas (D_i); a distância foi considerada em concordância com a resolução espacial dos MGGs. Por exemplo, para o MGG

GO_CONS_TIM_R5, que tem resolução de 71km, foram utilizadas para o cálculo apenas estações cujas distâncias entre si fossem iguais ou maiores que esta resolução.

$$\varepsilon_{relativo} = \frac{\Delta\zeta_{GPS/NIV} - \Delta\zeta_{MGG}(cm)}{D_i(km)} \quad (29)$$

Para obter a qualidade real dos modelos, traduzida pelo RMS, deve-se retirar este efeito sistemático. Desta forma, tem-se que a precisão dos modelos (p), traduzida pelo RMS, é igual ao efeito sistemático ($\bar{\varepsilon}$), calculado com a diferença da anomalia de altitude de cada estação em relação à média, subtraído do erro absoluto ($\varepsilon = \zeta_{GPS/NIV} - \zeta_{MGG}$):

$$p = \varepsilon - \bar{\varepsilon} \quad (30)$$

3.3 CONVERSÃO ENTRE SISTEMAS DE MARÉ PERMANENTE

A *International Association of Geodesy* (IAG), na Resolução nº 16 de 1983, recomenda que seja utilizado o sistema de maré zero, porém o que tem sido amplamente empregado na comunidade GNSS é o sistema livre de maré, conforme apontam Ferreira *et al.* (2014). Portanto, para compatibilizar todos os dados utilizados no sistema livre de maré, foram adotados os seguintes procedimentos:

- os dados de anomalia de altitude foram baixados dos modelos do geopotencial no sistema livre de maré;
- para obter a altitude geoidal das estações do SGB, foi feita a subtração da altitude elipsoidal (GPS = livre de maré) da altitude normal-ortométrica (nivelamento = maré média). Portanto, antes de realizar esse cálculo, foi realizada a compatibilização do sistema de maré, obtendo todos os dados no sistema livre de maré, por meio da formulação apresentada por Tenzer *et al.*, (2010):

$$H_{tide-free} = H_{mean-tide} + \left\{ (1 + k - h) \left[-0.198 \left(\frac{3}{2} \text{sen}^2 \phi - \frac{1}{2} \right) \right] \right\} \quad (31)$$

k e h são os números de Love relativos à maré, e correspondem a $k = 0.3$ e $h = 0.6$
 ϕ é a latitude geocêntrica

3.4 CÁLCULO DO RTM POR PRISMAS

Segundo Nagy (1966), no método de correção de terreno por prismas a topografia é aproximada por um modelo definido por prismas retangulares retos. A componente vertical da atração gravitacional de cada prisma é calculada e a soma destas componentes resulta na correção do terreno. Neste método é considerado um modelo de aproximação da Terra plana. Ainda segundo o mesmo autor, a integração por prismas não apresenta limitação computacional; o modelo de terreno é formado pelos prismas e obtém-se valores exatos de correção de terreno, levando-se em conta que o modelo é uma aproximação da topografia real.

Um exemplo da geometria do prisma retangular reto e o esquema de cálculo da integração por prismas pode ser visto nas Figura 6 e Figura 7, respectivamente.

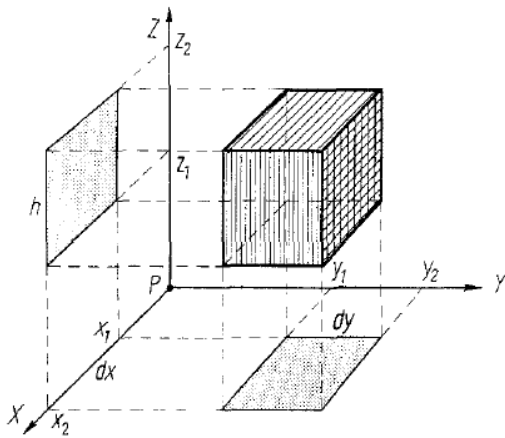


FIGURA 6 - PRISMA RETANGULAR RETO
FONTE: Nagy (1966)

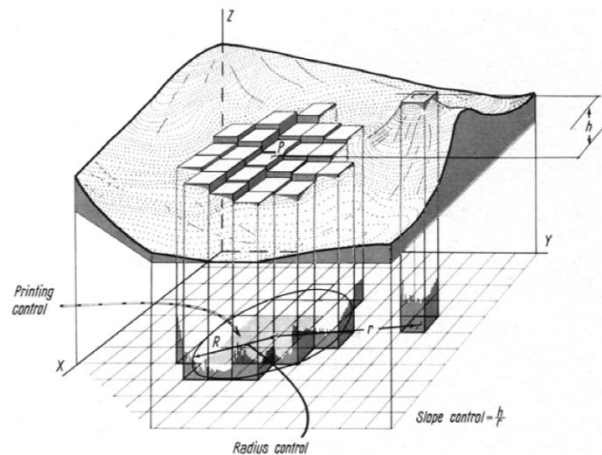


FIGURA 7 - PRINCÍPIO DO CÁLCULO RTM - PRISMAS
FONTE: Nagy (1966)

A formulação para o cálculo do efeito RTM por prismas é apresentada por Forsberg e Tscherning (1981). A expressão (32) é simplesmente uma soma sobre os oito vértices do prisma, sendo que os termos dos vértices individuais são normalmente cancelados por termos similares em prismas contíguos.

Considerando-se o potencial residual T_m , tem-se:

$$T_m = -\frac{\partial T_m}{\partial z} = G_\rho \int_{x_1}^{x_2} \int_{y_1}^{y_2} \int_{z_1}^{z_2} \frac{z}{r^3} dx dy dz \quad (32)$$

onde:

$$r(x, y, z) = (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}$$

G = constante gravitacional

ρ = constante de densidade do prisma

Realizando a integração, tem-se:

$$T_m = G\rho \left\{ \left\| \left\| x \log \frac{y + r_{z_2}}{x + r_{z_1}} + y \log \frac{x + r_{z_2}}{y + r_{z_1}} \right\| \right\|_{x_1}^{x_2} \right\|_{y_1}^{y_2} - \left\| \left\| z \arctan \frac{xy}{zr} \right\| \right\|_{x_1}^{x_2} \right\|_{y_1}^{y_2} \right\|_{z_1}^{z_2} \quad (33)$$

O programa utilizado para o cálculo das correções RTM foi o TC do conjunto de programas GRAVSOFT (FORSBERG e TSCHERNING, 2008), que atua no domínio do espaço e utiliza três grades oriundas de MDAs para o cálculo:

- grade detalhada ou de alta resolução, neste caso o GMRT v2.5, disponível no site da *Marine Geoscience Data System* (MGDS, 2014), que possui resolução espacial de 30m em áreas continentais e 100m em regiões oceânicas;

- grade menos detalhada: foi utilizado também o GMRT v2.5, porém com resolução espacial interpolada, ou seja, com a grade mais espaçada;

- grade de referência: foi utilizado o ETOPO1 (funcional *topography_shm*), desenvolvido em harmônicos esféricos até o grau e ordem 2250 e disponibilizado pelo ICGEM, com resolução de 1' de arco.

O ETOPO1 serve como filtro passa-altas, atuando na remoção das feições dos longos comprimentos de onda dos dados do GMRT. Portanto, no cálculo dos efeitos do RTM, é considerada a topografia residual do GMRT, filtrada pelo ETOPO1.

3.5 ABORDAGEM DO PVCG NA FORMA FIXADA

Na presente pesquisa será abordada a solução do tipo Brovar para o PVCG na forma fixada, com a determinação de números geopotenciais C_p baseados na modelagem do potencial perturbador T_p .

3.5.1 Obtenção do Número Geopotencial

Heck (2011) afirma que na solução fixada do PVCG o número geopotencial C_p não é mais determinado, da forma convencional, a partir de nivelamento e

gravimetria ao longo das linhas de nivelamento, mas derivado da solução do PVCG fixado para qualquer ponto na superfície terrestre. Na sequência são mostrados os passos da solução no contexto da técnica *Remove-Restore*.

A solução do PVCG na forma fixada pressupõe o conhecimento da gravidade na superfície, pois expressa o potencial perturbador em função do distúrbio da gravidade, conforme demonstrado na Equação (22). Supondo que na região de interesse houvesse informação gravimétrica densa o suficiente (por exemplo, um ponto a cada 100km², o que corresponderia a uma resolução espacial de 20km, grau/ordem aprox. 1000, considerada a frequência de Nyquist), a solução completa da técnica *Remove-Restore*, para abrangência dos longos e curtos comprimentos de onda do campo da gravidade, poderia ser dada da forma apresentada na Tabela 5.

TABELA 5 - EXEMPLO DA SOLUÇÃO COMPLETA DA TÉCNICA REMOVE-RESTORE

<i>Grau/ordem</i>	0 a 250	250 a 1000	1000 a 2159	2159 acima
<i>Técnica empregada</i>	MGG GOCE	Gravimetria	EGM2008	MDA

Entretanto, na área de estudos existem somente 8 estações que contêm dados de posicionamento GPS associado com gravimetria, e não estão bem distribuídas, concentrando-se apenas em uma parte do Estado do Amapá. Desta forma, não é possível inserir estas observações na solução, uma vez que distorceriam os resultados. Assim sendo, para a obtenção do número geopotencial em uma região isolada, a solução irá se resumir na utilização de MGG do GOCE + RTM, pois não será possível a obtenção do potencial perturbador T observado, ou seja, baseado em distúrbios da gravidade δ_g observados. Esta metodologia foi aplicada de forma completa, ou seja, com dados de gravidade observados, por Ferreira e De Freitas (2011).

Na aplicação da técnica *Remove-Restore*, portanto, as altas frequências do campo da gravidade serão abrangidas pelo RTM. Tomando como exemplo a Tabela 5, os comprimentos de onda acima da resolução do MGG do GOCE serão preenchidos pelo RTM. Excluindo-se portanto a parte residual, a Equação (26), considerando o potencial perturbador T , assume a seguinte forma:

$$T_P = T_{MGG} + T_{RTM} \quad (34)$$

O subíndice P indica que os valores são obtidos para um determinado ponto P na superfície física. O potencial perturbador ou anômalo T representa as irregularidades regionais e locais de W , sendo que o potencial normal U representa a maior parte do sinal gravitacional real W . Desta forma, o potencial perturbador é dado por (TORGE, 2001 p. 214):

$$T_P = W_P - U_P \quad (35)$$

A denominada fórmula de Bruns para obtenção da altitude geoidal relaciona o potencial perturbador referido ao geoide com a gravidade normal no elipsoide (HOFMANN-WELLENHOF e MORITZ, 2005 p. 93):

$$N = \frac{T}{\gamma} \quad (36)$$

Da fórmula de Bruns obtém-se a fórmula análoga para o cálculo das anomalias de altitude ζ (TORGE, 2001 p. 257). Esta analogia é possível devido à linearização proposta na abordagem de Molodensky, a qual substitui altitudes geoidais por anomalias de altitude e altitudes ortométricas por altitudes normais - substituição do geoide pelo quase-geoide. (HOFMANN-WELLENHOF e MORITZ, 2005 p. 296-301).

$$\zeta = \frac{T}{\gamma} \quad (37)$$

Conhecendo a anomalia de altitude dada pelo cálculo do RTM e a gravidade normal γ (Equações 36 e 37), pode-se calcular o valor de T_{RTM} da seguinte forma:

$$T_{RTM} = \zeta_{RTM} * \gamma \quad (38)$$

A gravidade normal γ para uma dada latitude pode ser calculada pelo teorema de Clairaut - Equação (39), ou pela fórmula de Somigliana - Equação (40). (TORGE, 2001, p. 106-109).

$$\gamma = \gamma_e(1 + \beta \text{sen}^2 \varphi + \beta' \text{sen}^2 2\varphi) \quad (39)$$

$$\gamma = \frac{a\gamma_e \cos^2\varphi + b\gamma_p \sin^2\varphi}{(a^2 \cos^2\varphi + b^2 \sin^2\varphi)^{1/2}} \quad (40)$$

Sendo γ_e a gravidade normal no equador, γ_p a gravidade normal no polo, a o semi-eixo maior do elipsoide de referência e b o semi-eixo menor. Os valores das constantes envolvidas para o SGR80 são apresentados na Tabela 6.

TABELA 6 - CONSTANTES PARA O CÁLCULO DA GRAVIDADE NORMAL

Constante	Valor para o SGR 80
a	6.378.137m
b	6.356.752,3141m
γ_e	978.032,67715 mGal
γ_p	983.218,63685 mGal
β	0,005 302 440 112
β'	-0,000 005 8

FONTE: MORITZ (2000, p. 131-132)

O valor de T_{MGG} é calculado também pela fórmula de Bruns, aplicando-se os valores de anomalia de altitude obtidos diretamente do MGG.

O potencial normal U_P no ponto da superfície física (Figura 8) é dado por (HOFMANN-WELLENHOF e MORITZ, 2005 p. 93):

$$U_P = U_{P'} + \frac{\partial U_{P'}}{\partial n'} h \quad (41)$$

$$\text{como } U_{P'} = U_0 \text{ e } \frac{\partial U_{P'}}{\partial n'} = -\gamma,$$

$$U_P = U_0 - \gamma h$$

sendo P' o ponto no elipsoide, n' a normal ao ponto na superfície física, U_0 o potencial normal no elipsoide de referência, h a altitude elipsoidal e γ a gravidade normal.

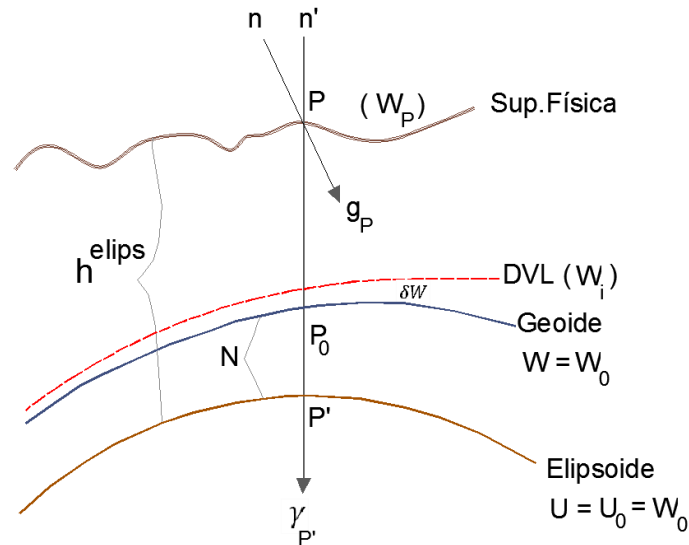


FIGURA 8 - SUPERFÍCIES DE REFERÊNCIA

FONTE: Adaptado de HOFMANN-WELLENHOF e MORITZ, p.91

O potencial normal ou esferopotencial U_0 no elipsoide de referência (ou de nível) é uma constante física. Para o elipsoide SGR80, $U_0 = 62.636.860,850 \text{ m}^2\text{s}^{-2}$ (HOFMANN-WELLENHOF e MORITZ, 2005 p. 86). Entretanto, por convenção, faz-se $W_0 = U_0$; assim sendo, será utilizado nos cálculos o valor de $W_0 = U_0 = 62.636.856,0 \pm 0,5 \text{ m}^2\text{s}^{-2}$, conforme descrito na Seção 3.5.2.

Tendo obtido o valor do potencial perturbador T_p e o potencial normal U_p , pode-se derivar o geopotencial W_p aplicando-se a Equação (35). Com o valor de W_p calculado e W_0 conhecido, calcula-se o número geopotencial C_p pela Equação (1).

3.5.2 Comparação entre o Geopotencial Local e Global

Para indicar o geopotencial de acordo com a superfície de referência considerada, são adotadas as seguintes nomenclaturas: W_0 = geopotencial global (geoide); W_i = geopotencial no *Datum* local (neste caso DVB-I) e W_p = geopotencial no ponto P da superfície física (Figura 8).

Conforme já demonstrado e pela Equação (19), a diferença entre W_0 e W_i dividida pela gravidade normal γ caracteriza a chamada TNMM, uma das causas da discrepância existente entre o NMM em diferentes marégrafos da costa brasileira, pois W_i é variável em cada marégrafo (FERREIRA *et al.*, 2010).

O geopotencial global W_0 pode ser obtido de diferentes maneiras. Sideris *et al.* (2011) citam como exemplo o uso de parâmetros elipsoidais ($W_0 = U_0$) ou relacionados a um marégrafo; a partir de MGG ou altimetria por satélites, ou ainda pela solução do PVCG na forma generalizada. O valor de W_p também pode ser obtido do contexto da solução do PVCG relacionado com o potencial perturbador - Equação (35), por nivelamento associado a gravimetria ou ainda a partir de técnicas de posicionamento GNSS/*Satellite Laser Ranging* (SLR) e nivelamento geodésico/oceânico.

Existem diversos valores de W_0 divulgados na literatura, dependendo dos modelos de gravidade (MGGs) e superfície dos oceanos (advinda de altimetria por satélites) utilizados. Nesta pesquisa, optou-se por utilizar para W_0 o valor de $62.636.856,0 \pm 0,5 \text{ m}^2\text{s}^{-2}$, divulgado por Burša *et al.* (2004) e bastante aceito pela comunidade científica. Uma comparação dos diferentes valores existentes para W_0 e suas discrepâncias relativas é apresentada em Angermann *et al.*, (2013).

Em relação ao geopotencial W_i no *Datum* de Imbituba, sua obtenção não é uma tarefa trivial: as quatro constantes geodésicas fundamentais (*GM: Constante Gravitacional Geocêntrica; W₀: Geopotencial; ω: Velocidade angular da Terra; J₂: Fator dinâmico de forma*) devem ser adotadas juntamente com um modelo do geopotencial consistente. Deve-se também ter disponíveis coordenadas geocêntricas obtidas por exemplo com posicionamento GNSS, e nivelamento abrangendo o entorno do *Datum* (BURŠA, 2002).

Ferreira *et al.*, (2010) realizaram a determinação da diferença de geopotencial do DVB-I em relação ao geopotencial associado ao EGM2008; como dados foram utilizadas estações GPS/nivelamento e gravimetria, aplicados a um método de análise de resíduos do geopotencial. Estes autores chegaram a um afastamento vertical $\delta W = -0,31\text{m} \pm 0,01\text{m}$, ou diferença de potencial $\delta W = + 3,04 \pm 0,08\text{m}^2\text{s}^{-2}$, ou seja, o geóide local no DVB-I está abaixo do geóide global do EGM2008. Com o valor do afastamento vertical conhecido ($\delta W = - 31\text{cm}$) e conhecendo também o geopotencial global W_0 , é possível determinar o geopotencial W_i no *Datum*, aplicando a Equação (42).

$$W_{i\text{DVB}} = W_0 - \gamma_{\text{DVB}} \cdot \delta W_{\text{DVB}} \quad (42)$$

Desta forma, obteve-se um valor de geopotencial W_i no DVB-I igual a $62.636.859,04 \text{ m}^2\text{s}^{-2}$.

Na obtenção dos números geopotenciais, C_P é o número geopotencial com caráter global, pois relaciona o geóide global W_0 e o geopotencial W_P , que tem referência ao geóide global por estar diretamente relacionado a um MGG ($C_P = W_0 - W_P$). Para calcular o número geopotencial com caráter local C_i , foi utilizado o geopotencial W_i referente ao *Datum* de Imituba ($C_{i\text{IMB}} = W_i - W_{P\text{IMB}}$). Para que o geopotencial W_P no ponto P tenha referência ao geóide local, subtrai-se a diferença de geopotencial δW , obtendo-se o valor de $W_{P\text{IMB}}$.

$$\begin{aligned} C_{i\text{IMB}} &= W_i - W_{P\text{IMB}} \\ W_{P\text{IMB}} &= U_P + T_{P\text{IMB}} \\ T_{P\text{IMB}} &= T_{\text{MGG}} - \delta W \end{aligned} \quad (43)$$

Para obter os números geopotenciais com caráter local das estações que têm origem no DVB-S ($C_{i\text{STN}}$) é preciso considerar o *off-set* existente entre os dois *Data* ($\delta W_{\text{IMB-STN}}$), determinado neste trabalho (Tabela 14) e igual a 1,30m para o MGG GO_CONS_SPW_R4.

$$\begin{aligned} C_{i\text{STN}} &= W_i - W_{P\text{STN}} \\ W_{P\text{STN}} &= U_P + T_{P\text{STN}} \\ T_{P\text{STN}} &= T_{\text{MGG}} - \delta W - \delta W_{\text{IMB-STN}} \end{aligned} \quad (44)$$

Também foi possível, aplicando a Equação (42), obter um valor de geopotencial no DVB-S; constatou-se que o geóide local no DVB-S está 0,99m acima do geóide global W_0 adotado nesta pesquisa. O valor obtido para W_i em Santana foi de $62.636.846,29\text{m}^2\text{s}^{-2}$.

A discrepância entre o *Datum* local (geopotencial W_i), e o *Datum* global (geopotencial W_0) é dada em termos dos números geopotenciais na forma:

$$C_P - C_i = W_0 - W_i = \delta W \quad (45)$$

As discrepâncias para cada um dos *Data* são mostradas na Seção 4.4,

Em resumo, as comparações e análises de discrepâncias da RVRB em relação ao sistema proposto e, conseqüentemente, ao SVRG, foram efetuadas conforme mostra a Figura 9.

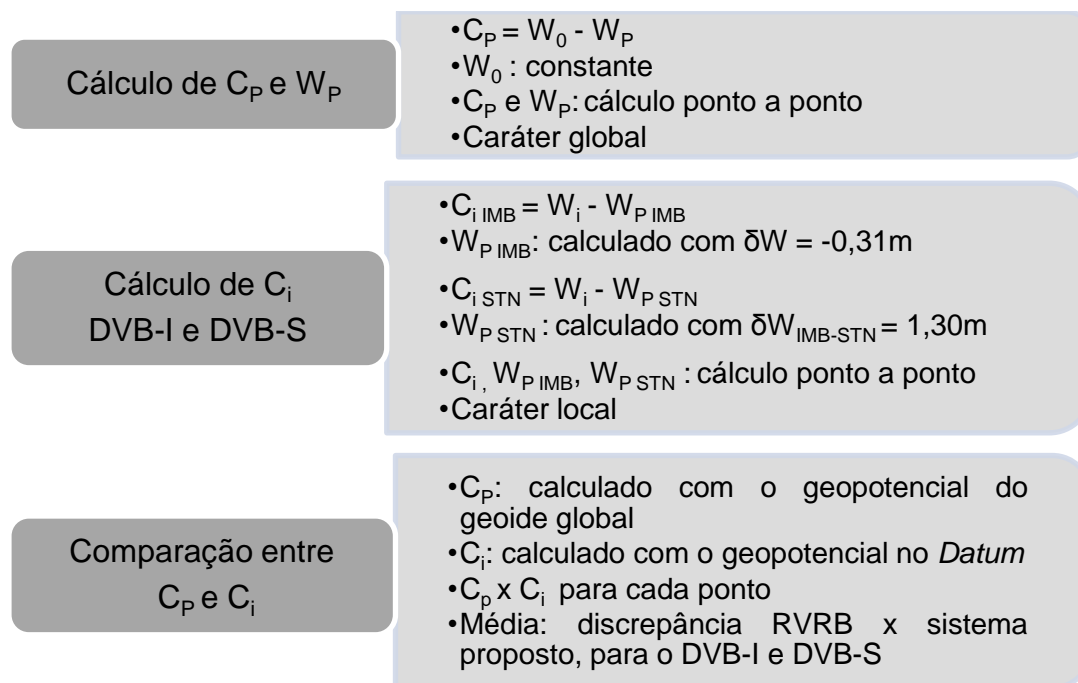


FIGURA 9 - ETAPAS PARA COMPARAÇÃO DE C_p E C_i

A aplicação da Equação (45) requer a observação de alguns aspectos que estão relacionados com os preceitos da IAG/GGOS e do SIRGAS, conforme destacado por SANTACRUZ *et al.* (2014):

1. Diferenças de nível efetuadas com nivelamento geométrico e com referência ao DV local (geopotencial W_i);
2. Determinação da gravidade ao longo das linhas de nivelamento para o cálculo de C_i , conforme Equação (1);
3. Valores de gravidade associados aos pontos, com densidade e distribuição adequadas para a solução do PVCG na forma fixada. Na medida do possível, estes pontos devem ser conectados às redes nacionais;
4. Para minimizar o raio de integração na solução fixada do PVCG, deve-se empregar técnicas de decomposição espectral com base em MGGs e MDAs;
5. Valores de gravidade ou de distúrbios da gravidade não estão usualmente disponíveis nos bancos de dados clássicos. Uma alternativa é converter anomalias da gravidade em distúrbios da gravidade considerando-se a

expressão simplificada derivada da Equação Fundamental da Geodésia Física (HOFMANN-WELLENHOF e MORITZ 2005, p.252):

$$\delta g = \Delta g - \frac{\delta \gamma}{\delta h} N \approx \Delta g + 0,3086N \quad (46)$$

onde Δg é a anomalia da gravidade, N é a altitude geoidal que pode ser obtida de um MGG; $+0,3086\text{mGal/m}$ é o valor médio do gradiente normal da gravidade. A solução não é exata porque as anomalias dependem do DV local. Usualmente são aplicados processos iterativos na solução do PVCG;

6. Deve-se considerar a consistência entre sistemas de maré permanente, particularmente nos cálculos dos distúrbios da gravidade δg e no potencial perturbador T derivado dos distúrbios da gravidade;
7. A formulação básica do PVCG assume que as condições de contorno na superfície limite são estacionárias e que o potencial é invariante com o tempo (quase estacionária). Uma vez que as observáveis variam com o tempo, estas devem ser todas referidas a uma mesma época;
8. A manutenção do SVRG bem como dos SVRNs devem supor aspectos de variações temporais expressas por $\partial C_p / \partial t$ para as altitudes físicas derivadas dos números geopotenciais, $\partial h_p / \partial t$ para as altitudes elipsóidicas e $\partial N_p / \partial t$ para as altitudes geoidais.

4. RESULTADOS

4.1 EFEITO DA CONVERSÃO ENTRE SISTEMAS DE MARÉ PERMANENTE

A conversão entre os diferentes tipos de maré (*mean-tide* para *tide-free*) foi calculada ponto a ponto, para as 17 estações vinculadas ao DVB-S e 15 estações com vínculo no DVB-I, pois os dados estão distribuídos de forma irregular, não sendo possível o cálculo em forma de grade. O cálculo é dependente da latitude, e obteve-se uma média de 6,7cm, ou seja, as altitudes normais ortométricas no sistema de maré média foram elevadas em média 6,7cm, resultando nas altitudes no sistema livre de maré. Estas altitudes corrigidas foram utilizadas na validação dos modelos.

Salienta-se que este valor encontrado está em concordância com as diferenças existentes para as altitudes da rede de nivelamento do SGB quando consideradas em *mean-tide* e *tide-free*, que segundo Ferreira *et al.* (2014), podem chegar a 7cm. No referido trabalho, foram utilizados 683 pontos GPS/NIV para efetuar essa avaliação.

4.2 VALIDAÇÃO DOS MGGS - AVALIAÇÃO DA POTENCIALIDADE

4.2.1 Erro Absoluto

No cálculo do erro absoluto, as anomalias de altitude dos MGGS são referidas aos graus máximos de cada modelo. Na Tabela 8 são apresentados a média, as diferenças mínimas e máximas e o RMS (*Root Mean Square*); para cada modelo está sendo considerada a média dos resultados para as estações do DVB-S e do DVB-I.

Para verificar se a superfície avaliada está acima ou abaixo de uma determinada referência, a média fornece resultados positivos ou negativos, e indica a existência de tendência sistemática. No caso avaliado, sabe-se que o DVB-I está abaixo do geóide global porque as diferenças GPS/NIV-MGG resultaram negativas; o contrário ocorreu para as estações do DVB-S, cujas diferenças são positivas.

Durante os procedimentos de cálculo, verificou-se que no conjunto de estações com vínculo no DVB-I a diferença entre $\zeta_{GPS/NIV}$ e ζ_{MGG} é negativa, indicando que o geoide local está abaixo do geoide global. Para a estação 90448, esta diferença resultou positiva, indicando alguma inconsistência nos dados dessa estação, que se considerada nas análises distorce os resultados. Desta forma, optou-se por eliminá-la dos cálculos, restando 14 estações vinculadas ao DVB-I.

Para se obter uma estimativa da qualidade dos modelos, utiliza-se o RMS, um estimador de discrepâncias que traduz a consistência de um modelo desenvolvido em relação a um modelo global, ou ainda, indica a dispersão dos dados observados em relação a um modelo tomado como referência. Neste caso, a referência utilizada foram os dados das estações GPS/NIV.

Na comparação ponto a ponto, percebeu-se um caráter sistemático nas diferenças $\zeta_{GPS/NIV} - \zeta_{MGG}$. Os resultados pontuais são apresentados na Tabela 7 para o MGG GO_CONS_SPW_R4.

TABELA 7 - ERRO ABSOLUTO PARA O MGG GO_CONS_SPW_R4

DVB-S		DVB-I	
Estação	$\zeta_{GPS/NIV} - \zeta_{MGG}$ (m)	Estação	$\zeta_{GPS/NIV} - \zeta_{MGG}$ (m)
90204	0,9061	93996	-0,7234
91215	0,6182	93997	-0,7352
91240	0,6370	93998	-0,3473
91241	0,6546	90609	-0,6768
90444	1,0870	90411	-0,6758
91575	0,6937	93693	-0,8189
91577	0,7782	95000	-0,5769
96088	0,6940	95001	-0,7851
96089	0,6747	95002	-0,8102
96090	0,7531	95003	-0,8146
96091	0,7057	93239	-0,0659
96092	0,5977	96069	-1,0551
96094	0,4960	96072	-0,8020
96095	0,4268	96073	-0,4178
96096	0,4824		
96097	0,4617		
96098	0,1964		

Na Tabela 8 são apresentados os resultados do erro absoluto para os 4 MGGs em destaque; os resultados para os demais MGGs estão no Apêndice 01. O RMS apresentado (p) está isento do efeito sistemático.

Com relação ao *off-set* entre o DVB-S e o DVB-I, e tomando como exemplo o MGG mais recente do GOCE desenvolvido até o grau e ordem 280 (GO_CONS_SPW_R4), obtém-se uma diferença média entre os dois *Data* de 1,30m. Incorporando a solução RTM, o afastamento é de 1,32m.

O resultado obtido confirma o deslocamento existente entre os dois *Data* Verticais, conforme detectado por Montecino (2011), que constatou que o DVB-I está 1,32m abaixo do DVB-S utilizando MGG do GOCE e a técnica RTM, e 1,43m com MGG do GOCE, EGM2008 e RTM. Salieta-se que este autor utilizou os dados do SGB antes do reajustamento da rede altimétrica em 2011, e sem considerar a compatibilização dos sistemas de maré permanente.

TABELA 8 - AVALIAÇÃO DO ERRO ABSOLUTO: $\zeta_{GPS/NIV} - \zeta_{MGG}$ (m)

Média 17 estações DVB - S	MGG	GO_CONS_SPW_R4	EIGEN-6C4	GO_CONS_TIM_R5	EGM 2008
	<i>Média</i>	0,6390	0,6755	0,6437	0,6296
	<i>Mín</i>	0,1964	0,4109	0,2456	0,1840
	<i>Máx</i>	1,0870	0,9804	1,1060	0,9928
	<i>RMS (p)</i>	0,1934	0,1341	0,2218	0,2048

Média 14 estações DVB - I	MGG	GO_CONS_SPW_R4	EIGEN-6C4	GO_CONS_TIM_R5	EGM 2008
	<i>Média</i>	-0,6646	-0,6280	-0,6997	-0,7108
	<i>Mín</i>	-1,0551	-0,9228	-1,0563	-0,9226
	<i>Máx</i>	-0,0659	-0,2328	-0,1463	-0,4485
	<i>RMS (p)</i>	0,2375	0,1711	0,2231	0,1638

Considerando que a diferença $\zeta_{GPS/NIV} - \zeta_{MGG}$ deveria tender a zero, na avaliação absoluta os modelos que mais se aderiram aos dados de campo para as estações do DVB-S, retirado o efeito sistemático, foram o modelo combinado EIGEN-6C4, com precisão de 0,13m, e o GO_CONS_SPW_R4, com precisão de 0,19m, do satélite GOCE.

Para o DVB-I o melhor modelo em termos de RMS foi o EGM2008, com precisão de 0,16m; o segundo melhor resultado foi obtido para o EIGEN-6C4, com precisão de 0,17m. Estes resultados podem ser melhor visualizados de forma gráfica na Figura 10. Para os demais MGGs, o gráfico é apresentado no Apêndice 02.

O fato do EGM2008 não ter apresentado melhor resultado para as estações do DVB-S pode ser atribuído à inserção no modelo de anomalias de gravidade de

natureza proprietária (PAVLIS *et al.*, 2012). Como no estado do Amapá existem incertezas nestes dados de campo que conduzem a um afastamento da rede em relação ao restante do país, o EGM2008 pode apresentar distorções mais acentuadas.

O EIGEN-6C4 apresentou bons resultados para ambos os *Data*, provavelmente porque este modelo possui, além de dados terrestres e dos satélites GRACE e LAGEOS, os dados completos de gradiometria do satélite GOCE, a missão gravimétrica que forneceu dados de gravidade com a melhor acurácia até o momento.

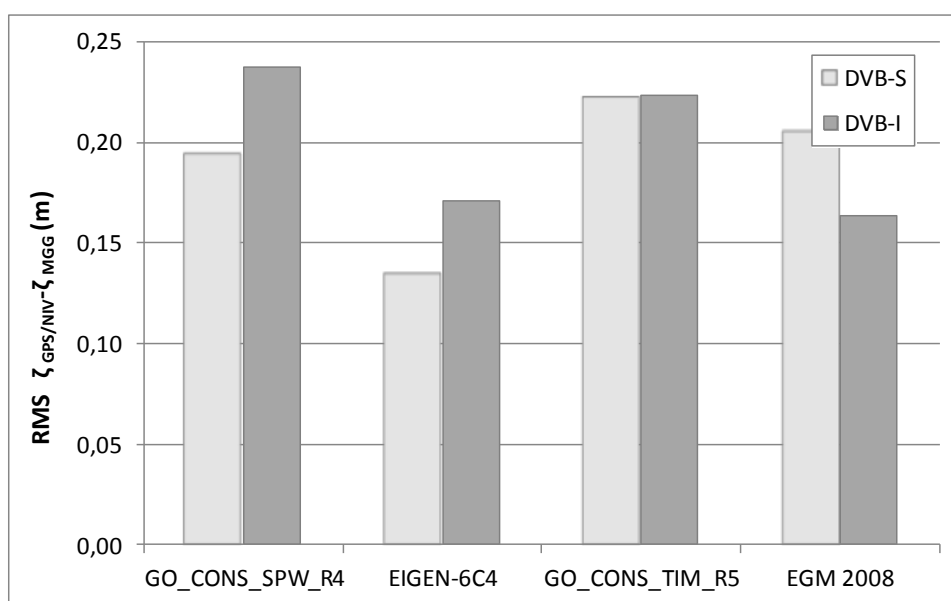


FIGURA 10 - ERRO ABSOLUTO ($\zeta_{GPS/NIV} - \zeta_{MGG}$) - ANÁLISE DO RMS

Na Figura 11 visualiza-se o erro absoluto em termos da média das diferenças $\zeta_{GPS/NIV} - \zeta_{MGG}$. Pela figura nota-se o efeito sistemático: a maioria dos modelos apresenta comportamento semelhante, com diferenças em torno de $\pm 0,65m$. Para os demais MGGs, o gráfico é apresentado no Apêndice 02.

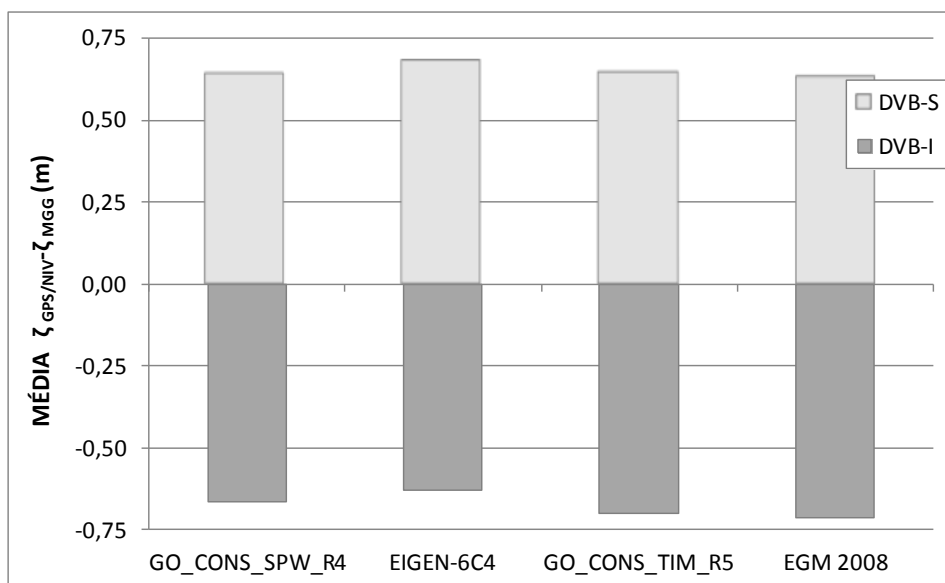


FIGURA 11 - ERRO ABSOLUTO ($\zeta_{GPS/NIV} - \zeta_{MGG}$) - ANÁLISE DA MÉDIA

É importante observar que nas diferenças encontradas estão embutidas incertezas inerentes à precisão da própria rede de nivelamento (precisão de $3mm\sqrt{D(km)}$), à limitação da precisão do posicionamento GPS (aproximadamente 5cm), à resolução alcançada pelo MGG, além do erro de omissão ou truncamento e o erro de comissão, intrínseco nos modelos.

Outro fator relevante é que no Estado do Amapá os dados de nivelamento devem ser usados com cautela, pois a rede de nivelamento não forma circuitos e portanto as altitudes não são ajustadas, e para a maioria das estações não se conhece o desvio padrão das altitudes.

4.2.2 Erro Relativo

Para o cálculo do erro relativo, foram consideradas estações arbitrárias, com distâncias entre si superiores à resolução espacial do MGG utilizado (ver Tabela 2); a resolução espacial está diretamente associada ao desenvolvimento harmônico dos MGGs, ou seja, ao comprimento de onda que se deseja resolver. A avaliação do erro relativo foi feita para todos os MGGs nos graus máximos de desenvolvimento dos harmônicos esféricos, em cada um dos dois *Data Verticais* (DVs). As mesmas observações descritas na Seção 4.2.1 a respeito das incertezas embutidas nos levantamentos e nos MGGs devem ser consideradas na análise do erro relativo.

Na Tabela 9 são apresentados os resultados para as estações com vínculo no DVB-S, e na Tabela 10 para as estações com origem no DVB-I, para os 4 MGGs em destaque. Em relação aos demais MGGs, os resultados referentes ao erro relativo são detalhados nos Apêndices 04 e 05, na forma de tabelas e gráficos, mostrando também a influência do RTM sobre o erro relativo.

TABELA 9 - AVALIAÇÃO DO ERRO RELATIVO DVB-S: $\zeta_{GPS/NIV} - \zeta_{MGG}$ (cm/km)

Estações DVB-S	Dist (km)	GOCO_ SPW R4	EIGEN- 6C4	GOCO_ TIM R5	EGM 2008
90204 a 96097	82,2	0,541	0,386	0,475	0,510
96088 a 96096	95,9	0,221	-0,155	0,537	0,008
96092 a 96095	105,1	0,163	0,234	0,371	0,004
96090 a 96091	120,9	0,039	0,063	0,097	0,292
96097 a 96094	131,9	-0,026	-0,047	0,021	0,153
96089 a 96092	139,6	0,055	-0,066	0,047	0,203
91241 a 96098	139,6	0,328	0,200	0,322	0,202
91577 a 96095	237,4	0,148	0,101	0,204	0,145

Observa-se que, como o erro relativo é maior para distâncias menores e diminui conforme se aumenta a distância considerada, as menores linhas de base utilizadas (82,2km e 95,9km) apresentaram os maiores erros. Em geral, os MGGs apresentaram um bom desempenho relativo. Destaca-se que o EIGEN-6C4 teve o melhor resultado para a maioria das linhas de base consideradas.

Na Figura 12 é apresentada a localização espacial das linhas de base utilizadas para o cálculo do erro relativo nas estações referentes ao DVB-S.

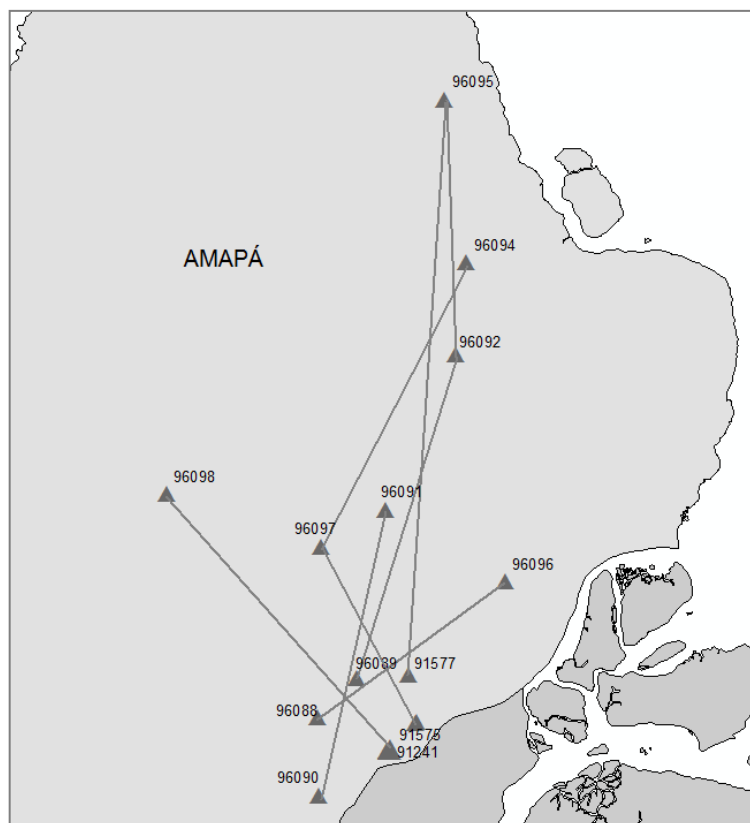


FIGURA 12 - LINHAS DE BASE UTILIZADAS NO CÁLCULO DO ERRO RELATIVO - DVB-S
 FONTE: A autora (2015)

Na Tabela 10, para as estações do DVB-I, também constata-se que na menor linha de base (82,4km), o erro relativo é maior, chegando a mais que 1cm/km para os MGGs somente-satélite. Entretanto, em sua maioria, os MGGs também têm erros relativos aceitáveis (menores que 1cm/km).

TABELA 10 - AVALIAÇÃO DO ERRO RELATIVO DVB-I: $\zeta_{GPS/NIV} - \zeta_{MGG}$ (cm/km)

Estações DVB-I	Dist (km)	GOCO_ SPW R4	EIGEN- 6C4	GOCO_ TIM R5	EGM 2008
93239 a 96069	82,4	1,200	0,348	1,104	0,267
90609 a 96072	89,9	0,139	0,389	-0,049	0,127
95001 a 93996	169,7	-0,036	-0,104	-0,011	0,066
93997 a 93998	172,0	-0,225	-0,034	-0,218	-0,208
95003 a 93693	254,0	0,002	0,023	-0,079	0,137
95000 a 96073	316,4	-0,050	0,118	-0,104	0,121
95002 a 90411	326,3	-0,041	-0,032	-0,059	0,104
96072 a 96073	458,3	-0,084	-0,069	-0,075	0,002

Na Figura 13 é apresentada a localização espacial das linhas de base utilizadas para o cálculo do erro relativo nas estações com vínculo no DVB-I.

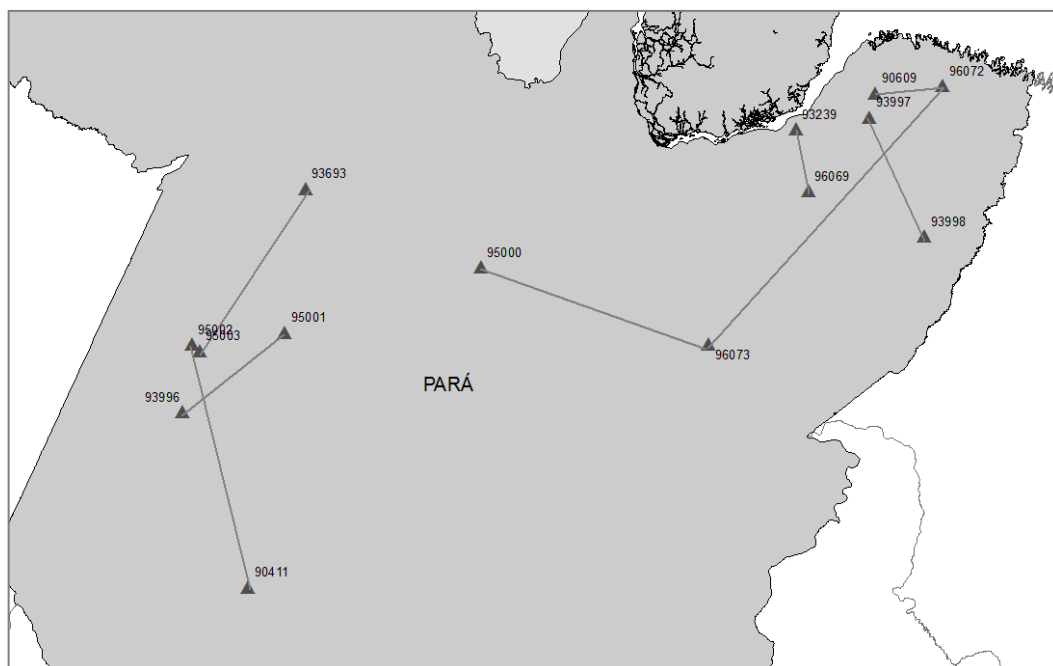


FIGURA 13 - LINHAS DE BASE UTILIZADAS NO CÁLCULO DO ERRO RELATIVO - DVB-I
 FONTE: A autora (2015)

4.3 RTM E CONTRIBUIÇÃO NAS ANOMALIAS DE ALTITUDE DOS MGGs

Nesta Seção será apresentado o efeito RTM nas anomalias de altitude dos modelos do geopotencial. Os cálculos foram realizados empregando-se os graus 180, 210, 250, 360 e o grau máximo de cada modelo. O ETOPO1 foi truncado de acordo com os graus utilizados nos modelos, e o raio de integração considerado foi de 220km. Hirt *et al.*, (2010) destacam que, para que o cálculo do RTM retorne resultados estáveis, com erro de poucos milímetros, o raio de integração deve ser de no mínimo 200km.

Os efeitos RTM foram calculados com o programa TC, no qual o cálculo é feito por prismas, e os resultados foram aplicados a todos os MGGs considerados neste trabalho. Espera-se com isso verificar o comportamento do RTM em MGGs combinados e somente-satélite, para os diferentes graus de desenvolvimento dos harmônicos esféricos.

4.3.1 Resultado do RTM para as estações com vínculo no DVB-S

Na Figura 14 são apresentados os valores médios do efeito RTM nas estações GPS/NIV em estudo, nos graus máximos de todos os MGGs considerados (ver Tabela 2).

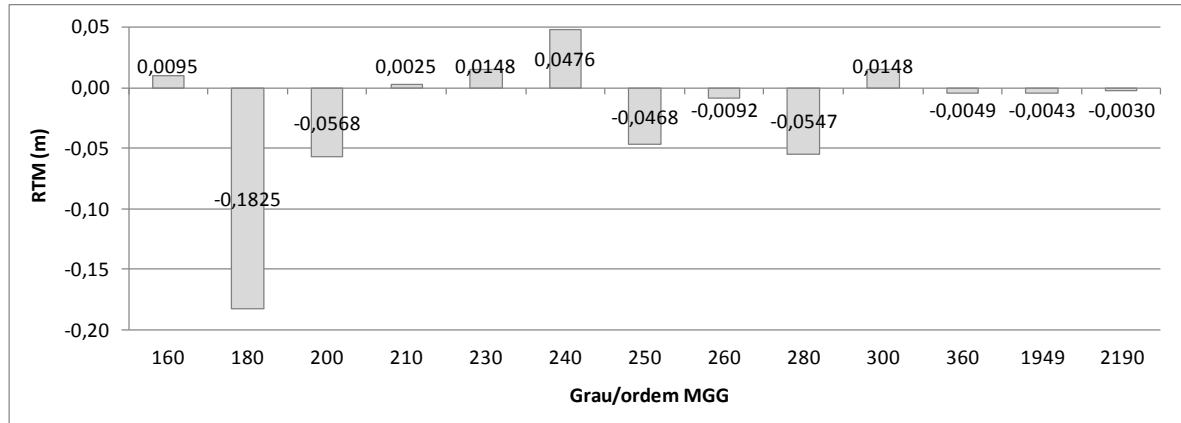


FIGURA 14 - ANOMALIAS DE ALTITUDE RTM DE ACORDO COM GRAUS DO ETOPO1 - DVB-S

Observa-se que, naturalmente, conforme se diminui a resolução espectral do modelo de topografia (Etopo1), os efeitos nas anomalias de altitude do RTM são mais visíveis (Tabela 11). Isto porque o RTM representa o efeito da topografia, então sua função é melhorar a resposta espectral fornecida pelos MGGs nos longos comprimentos de onda.

TABELA 11 - EFEITOS MÍNIMOS E MÁXIMOS DA ANOMALIA DE ALTITUDE RTM (DVB-S)

Grau do Etopo1	$\zeta_{RTM\text{mínimo}}$ (m)	$\zeta_{RTM\text{máximo}}$ (m)
2190	-0,02	0,02
360	-0,09	0,11
250	-0,17	0,26
210	-0,16	0,21
180	-0,34	0,35

A amplitude do efeito RTM de acordo com o truncamento nos diferentes graus de desenvolvimento dos harmônicos esféricos é melhor visualizada na Figura 15.

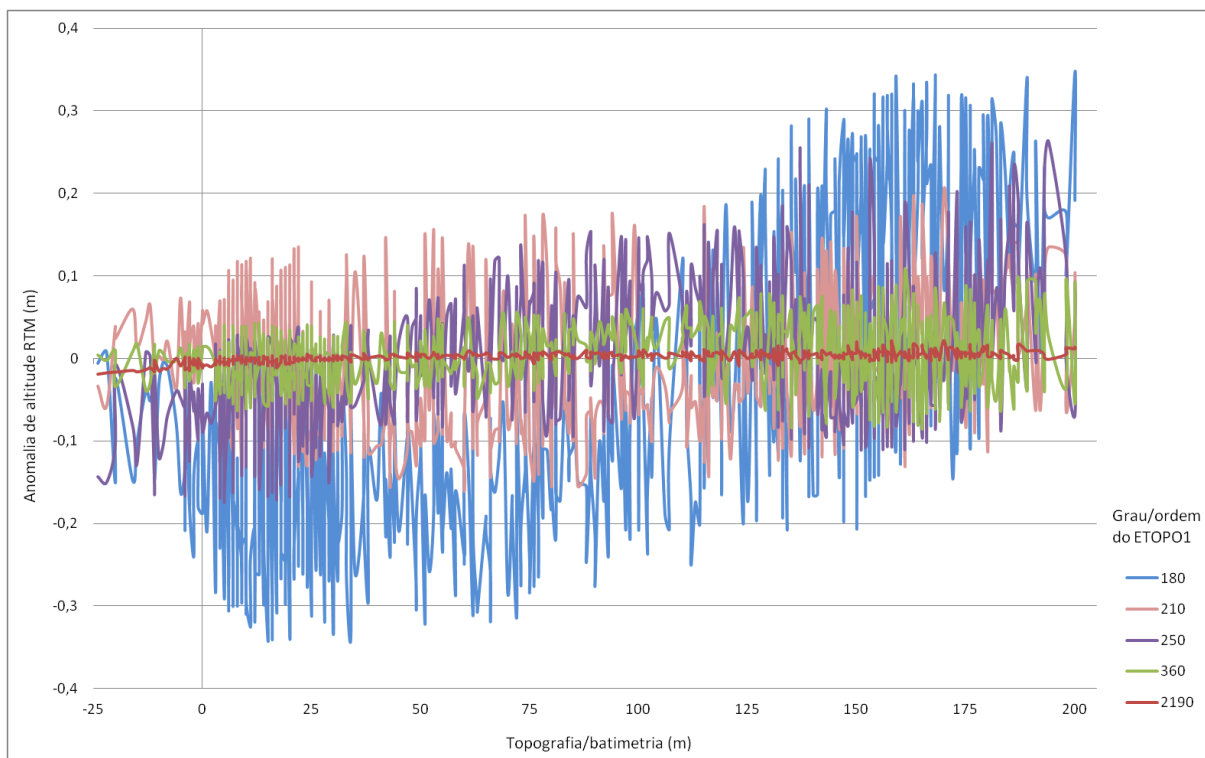


FIGURA 15 - ANOMALIAS DE ALTITUDE RTM - TRUNCAMENTO DO ETOPO1 - DVB-S

Outra consideração a ser feita é que para esta região do país os valores de anomalia de altitude são em média de -25m a -30m. Já os efeitos RTM, por se tratar de uma região relativamente plana e de baixas altitudes (próximas ao nível do mar), são pequenos (por exemplo, para o Etopo1 no grau 2190, os efeitos obtidos vão de -0,02m a 0,02m). Desta forma, torna-se inviável a apresentação gráfica da solução $\zeta_{GPS/NIV} - \zeta_{MGG+RTM}$, pois os efeitos tornam-se imperceptíveis.

Como exemplo e para efeitos de ilustração, apresenta-se o resultado gráfico do RTM, em metros, nos diferentes graus de desenvolvimento do Etopo1, nas Figuras de 16 a 20. Os pontos em vermelho nas figuras são as estações GPS/NIV.

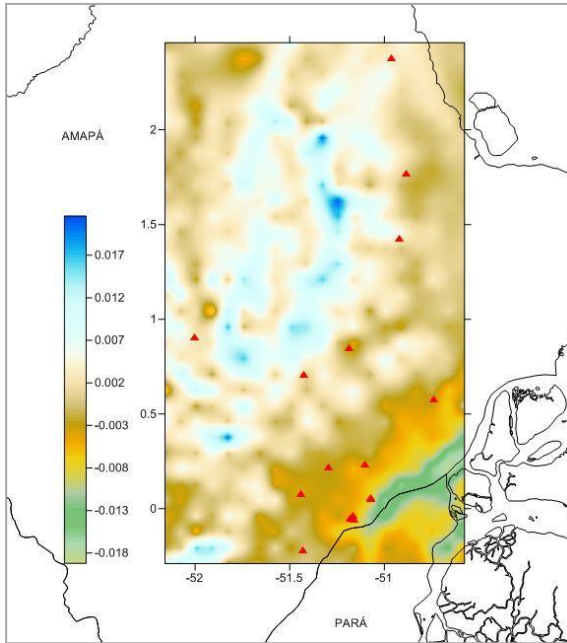


FIGURA 16 - ζ_{RTM} GRAU 2190 (m) - DVB-S
 FONTE: A autora (2014)

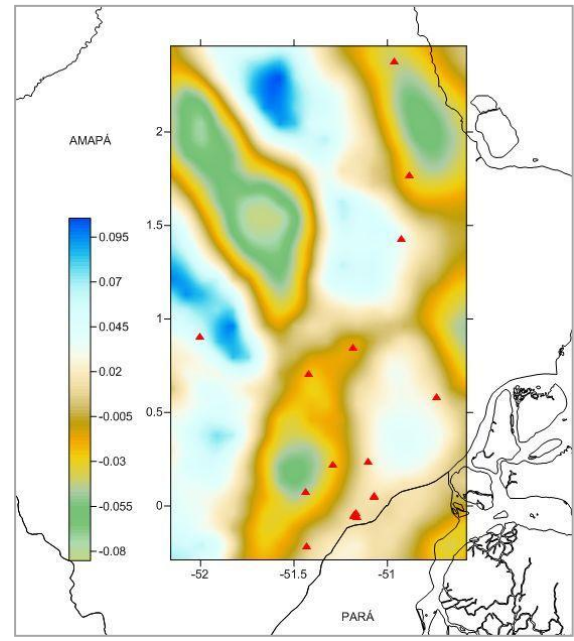


FIGURA 17 - ζ_{RTM} GRAU 360 (m) - DVB-S
 FONTE: A autora (2014)

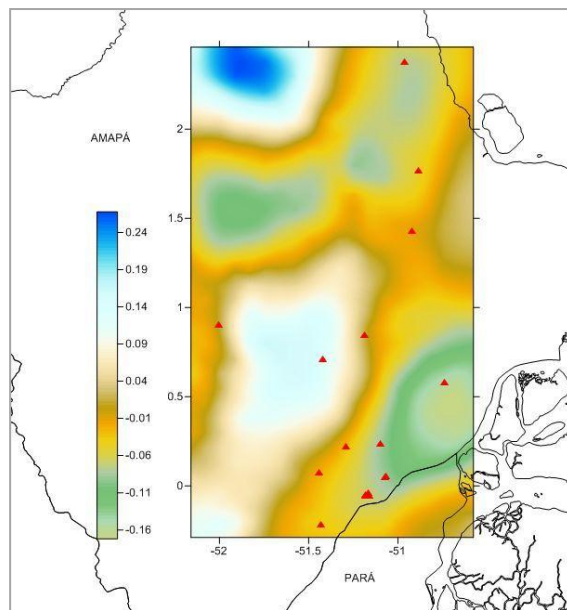


FIGURA 18 - ζ_{RTM} GRAU 250 (m) - DVB-S
 FONTE: A autora (2014)

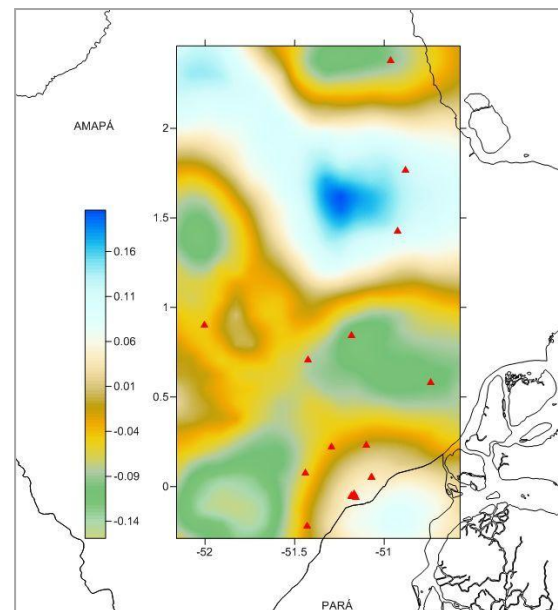


FIGURA 19 - ζ_{RTM} GRAU 210 (m) - DVB-S
 FONTE: A autora (2014)

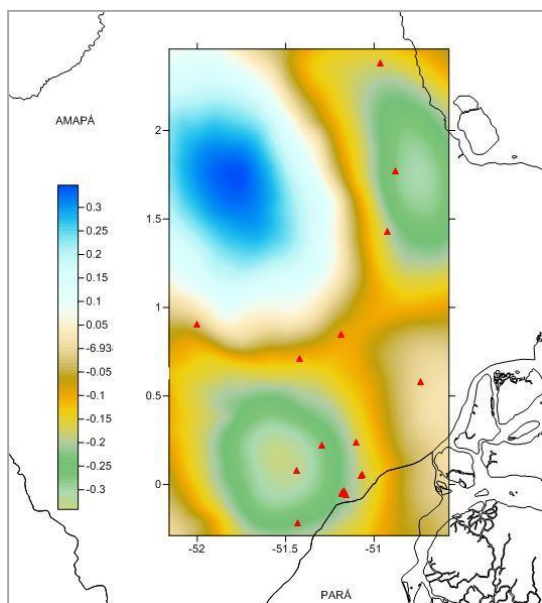


FIGURA 20 - ζ_{RTM} GRAU 180 (m) - DVB-S

FONTE: A autora (2014)

A contribuição da anomalia de altitude RTM sobre os MGGs GO_CONS_SPWR4, GO_CONS_TIMR5, EIGEN 6C4 e EGM2008 nos diferentes graus de desenvolvimento, aplicados às estações com vínculo no DVB-S, podem ser visualizados na Figura 21. Salienta-se que estes resultados referem-se à média para as 17 estações; o RTM foi aplicado sobre o RMS isento da influência do efeito sistemático. Para fins de comparação, são mostrados os resultados do erro absoluto ($\zeta_{GPS/NIV} - \zeta_{MGG}$) e a soma com o efeito RTM ($\zeta_{GPS/NIV} - \zeta_{MGG+RTM}$). Para os demais MGGs, os gráficos podem ser visualizados no Apêndice 03.

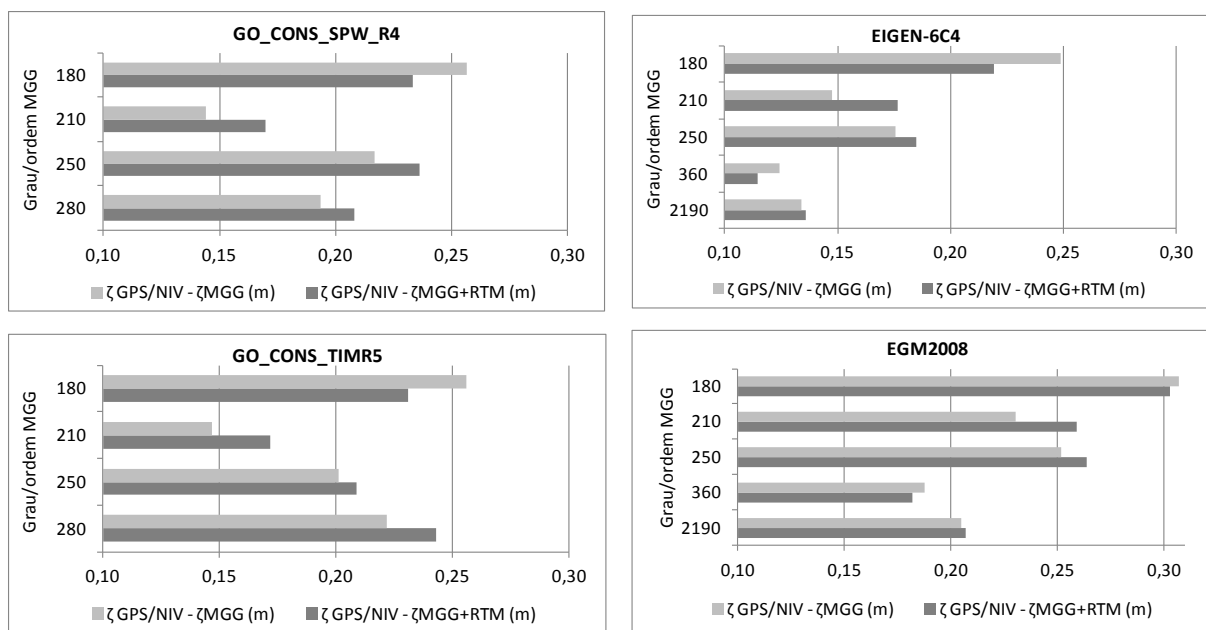


FIGURA 21 - CONTRIBUIÇÃO DO RTM SOBRE OS MGGs - MÉDIA 17 ESTAÇÕES DVB-S

Analisando os resultados obtidos, verifica-se que os melhores valores encontrados, ou seja, efeitos RTM que quando somados à diferença $\zeta_{GPS/NIV} - \zeta_{MGG}$ diminuem a discrepância entre MGG e GPS/NIV, em geral, foram para o grau 180 de desenvolvimento dos harmônicos esféricos. Isto é uma resposta natural, uma vez que o RTM tem a função de preencher a parte do sinal gravimétrico não abrangida pelo MGG. Para o grau 2190 dos MGGs combinados, por exemplo, o efeito RTM é insignificante, pois o próprio MGG já contempla os curtíssimos comprimentos de onda relativos à topografia. Apesar disso, a melhora nos longos e médios comprimentos de onda não é muito significativa, por se tratar de uma região plana e de baixas altitudes. Em regiões de relevo acentuado, há experimentos que comprovam a eficácia do RTM no preenchimento das feições relativas à topografia, *e.g.* (HIRT *et al.*, 2010).

4.3.2 Resultado do RTM para as estações com vínculo no DVB - I

Na Figura 22 são apresentados os valores médios do RTM nas estações GPS/NIV vinculadas ao DVB-I, nos graus máximos de todos os MGGs considerados (ver Tabela 2). Observa-se que também nesta região o grau 180 foi responsável pela maior contribuição, o que é justificável pelo fato de que o RTM abrange a parte do sinal gravimétrico não contemplada pelo MGG.

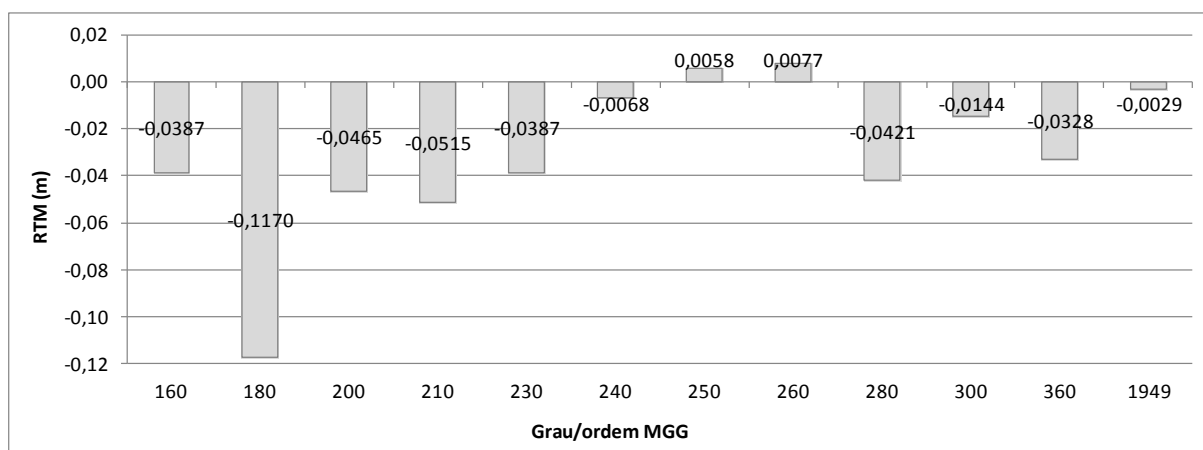


FIGURA 22 - ANOMALIAS DE ALTITUDE RTM DE ACORDO COM GRAUS DO ETOPO1 - DVB-I

Na Tabela 12 estão os valores mínimos e máximos para a área de estudo, porém quando extraídos os efeitos nas estações consideradas, a maioria dos valores não chega aos picos máximos e mínimos, mas são consideravelmente menores.

TABELA 12 - EFEITOS MÍNIMOS E MÁXIMOS DA ANOMALIA DE ALTITUDE RTM (DVB-I)

Grau do Etopo1	$\zeta_{RTM\text{mínimo}}$ (m)	$\zeta_{RTM\text{máximo}}$ (m)
2190	-0,04	0,08
360	-0,23	0,25
250	-0,33	0,43
210	-0,39	0,67
180	-0,39	0,56

A amplitude do efeito RTM de acordo com o truncamento nos diferentes graus de desenvolvimento dos harmônicos esféricos é melhor visualizada na Figura 23.

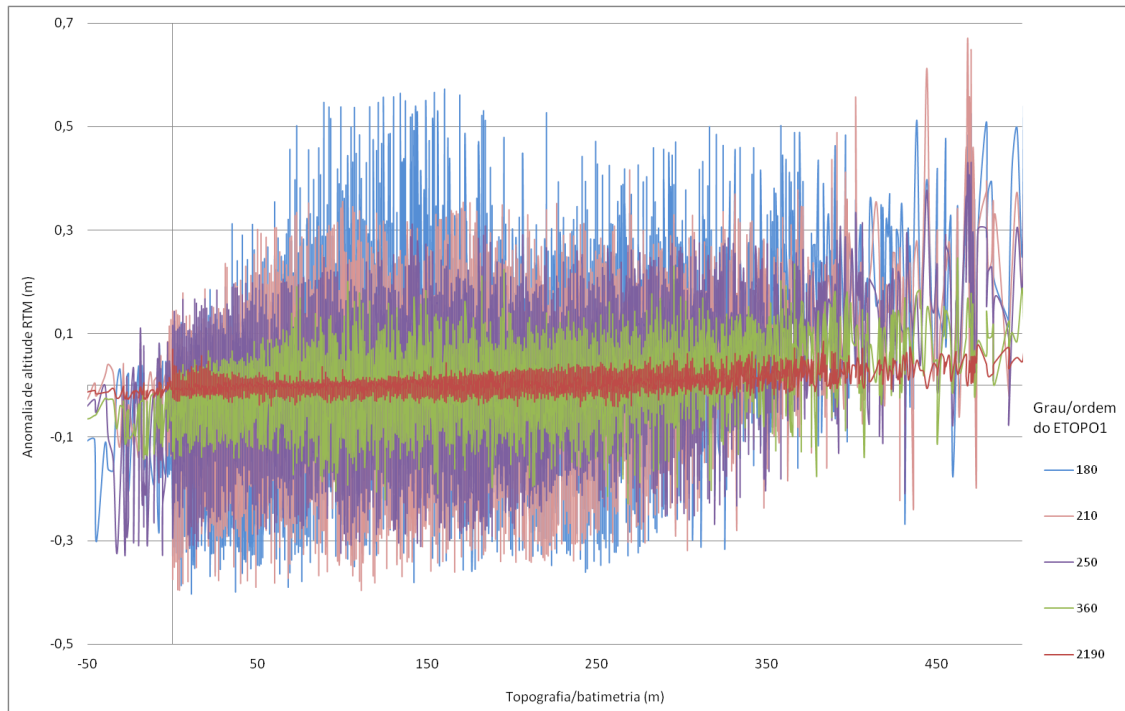


FIGURA 23 - ANOMALIAS DE ALTITUDE RTM - TRUNCAMENTO DO ETOPO1 - DVB-I

Como a soma dos efeitos RTM sobre os MGGs também é imperceptível na forma gráfica, são apresentados para fins de ilustração nas Figuras de 24 a 28 os resultados do RTM nos diferentes graus de desenvolvimento do Etopo1. Os pontos em vermelho nas figuras são as estações GPS/NIV.

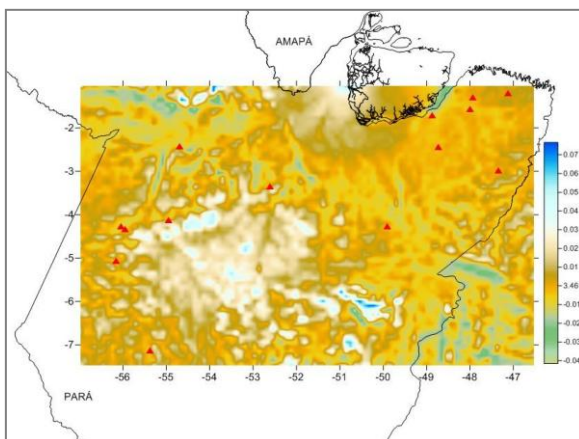


FIGURA 24 - ζ_{RTM} GRAU 2190 (m) - DVB-I
FONTE: A autora (2014)

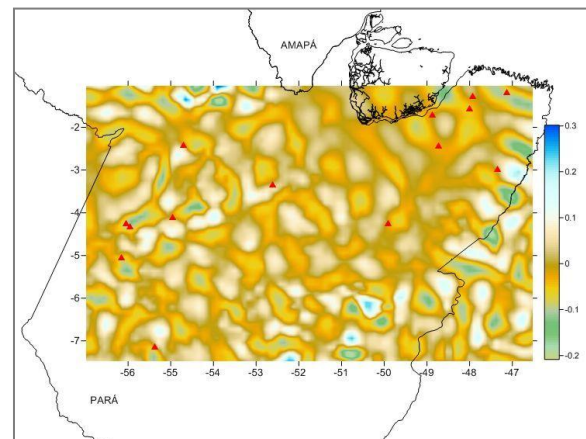


FIGURA 25 - ζ_{RTM} GRAU 360 (m) - DVB-I
FONTE: A autora (2014)

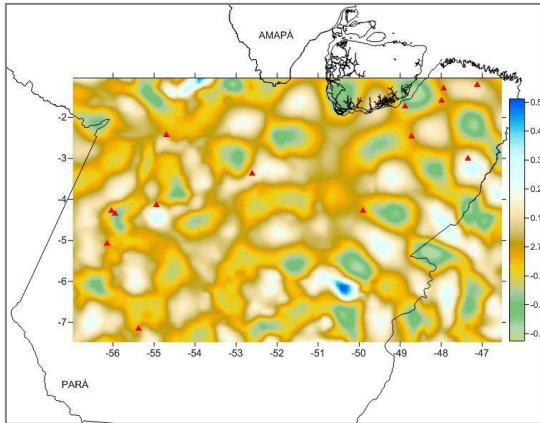


FIGURA 26 - ζ_{RTM} GRAU 250 (m) - DVB-I
 FONTE: A autora (2014)

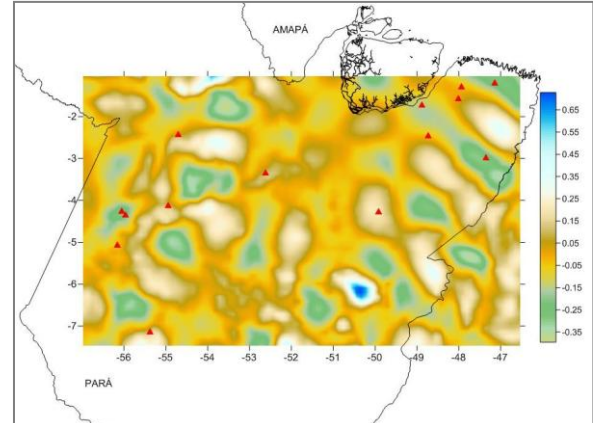


FIGURA 27 - ζ_{RTM} GRAU 210 (m) - DVB-I
 FONTE: A autora (2014)

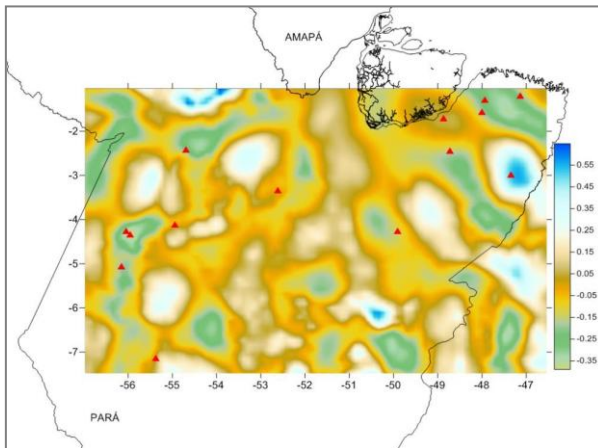


FIGURA 28 - ζ_{RTM} GRAU 180 (m) - DVB-I
 FONTE: A autora (2014)

As soluções RTM para as estações com origem no DVB-I são apresentadas na Figura 29, para os 4 MGGs em destaque. Da mesma forma que para o DVB-S, os efeitos RTM foram aplicados sobre o RMS isento do efeito sistemático. Para os demais modelos, os resultados são apresentados no Apêndice 03.

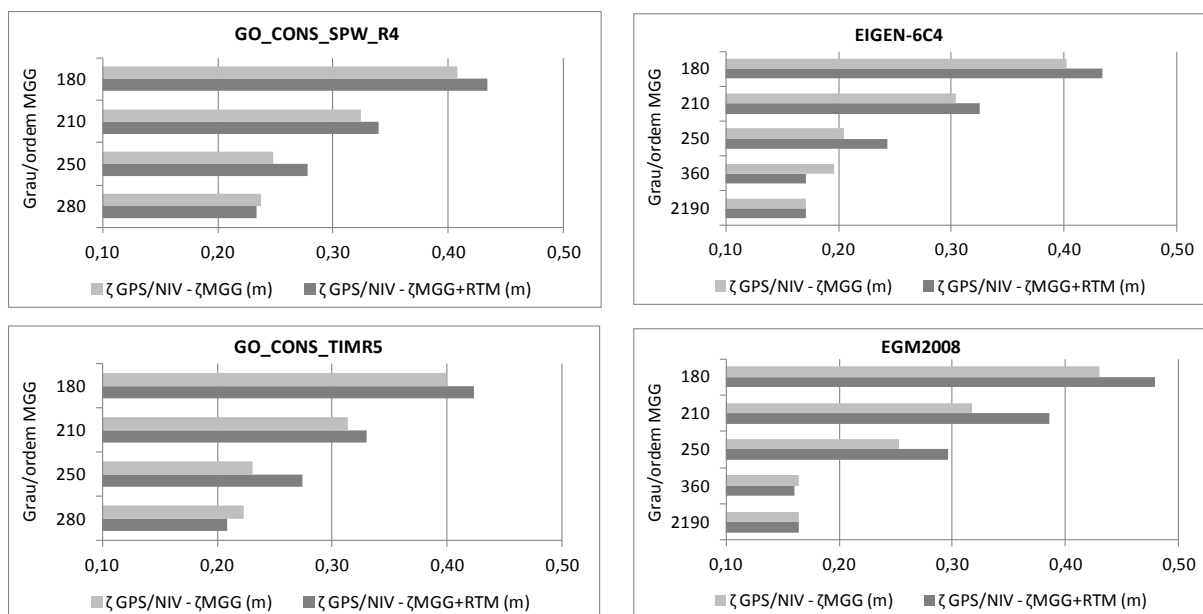


FIGURA 29 - CONTRIBUIÇÃO DO RTM SOBRE OS MGGs - MÉDIA 14 ESTAÇÕES DVB-I

Para as estações com vínculo no DVB-I, não se obteve o resultado esperado; a pouca melhora obtida foi nos curtos comprimentos de onda, sendo que na maioria dos graus e MGGs, não houve mudança positiva com a introdução do efeito RTM.

A diferença no comportamento do RTM para ambos os *Data* (no segmento relativo ao DVB-S houve melhora nos longos comprimentos de onda, enquanto no segmento relativo ao DVB-I a contribuição positiva foi nos curtos comprimentos de onda), pode ser explicada pela diferença no relevo das regiões. O Estado do Amapá tem topografia plana, com pouca variação do relevo. Desta forma, a solução RTM tende a se adaptar melhor nos graus mais baixos, que representam menos detalhes do terreno. Para o segmento do Estado do Pará, a região é mais heterogênea, com variações no relevo mais acentuadas; assim sendo, o efeito RTM tem influência maior nos graus mais altos, que representam a topografia com mais detalhes.

Outra observação a ser feita é que a contribuição do RTM para o EGM2008 e para o EIGEN-6C4 em seus graus máximos, nos dois *Data*, não é significativa; isto porque o RTM tem a função de preencher os curtos comprimentos de onda do campo da gravidade, e os modelos combinados já têm em sua definição dados de altimetria e gravimetria observados, alcançando até o grau e ordem 2190.

4.3.3 Resultado do RTM aplicado ao MGG GO_CONS_SPW_R4

Os resultados dos efeitos RTM apresentados anteriormente são referentes à média para todas as estações; desta forma, não é possível fazer uma análise quanto ao efeito obtido em cada estação. Devido ao número de MGGs avaliados, tornou-se inviável a apresentação dos resultados pontuais para cada um deles. Assim sendo, optou-se por apresentar os efeitos obtidos em cada estação somente para o MGG GO_CONS_SPW_R4, truncado no grau e ordem 210. A Tabela 13 apresenta as anomalias de altitude antes e depois do acréscimo do RTM, para todas as estações e em ambos os *Data*, para o MGG citado.

TABELA 13 - CONTRIBUIÇÃO DO RTM SOBRE A ANOMALIA DE ALTITUDE DOS MGGs

DVB-S				DVB-I			
Estação	ζ_{MGG}	RTM	$\zeta_{MGG} + RTM$	Estação	ζ_{MGG}	RTM	$\zeta_{MGG} + RTM$
90204	-23,722	0,042	-23,681	93996	-17,1888	-0,036	-23,7588
91215	-23,580	0,048	-23,532	93997	-25,0307	0,023	-23,5574
91240	-23,583	0,048	-23,535	93998	-25,6816	-0,278	-23,8618
91241	-23,597	0,049	-23,548	90609	-24,8534	-0,027	-23,6244
90444	-23,717	0,043	-23,674	90411	-15,2600	0,115	-23,6014
91575	-23,581	0,052	-23,529	93693	-20,1897	0,055	-23,5256
91577	-23,924	-0,007	-23,931	95000	-23,8698	0,095	-23,8289
96088	-23,846	-0,059	-23,905	95001	-20,2171	0,096	-23,7499
96089	-23,949	-0,034	-23,983	95002	-19,1531	-0,267	-24,2158
96090	-23,479	-0,022	-23,500	95003	-19,1681	-0,234	-23,7129
96091	-25,128	-0,114	-25,242	93239	-24,8479	-0,152	-25,2799
96092	-26,966	0,113	-26,853	96069	-25,2973	-0,038	-27,0040
96094	-28,015	0,121	-27,894	96072	-24,5827	-0,256	-28,2712
96095	-29,172	-0,095	-29,267	96073	-23,4866	0,196	-28,9760
96096	-24,728	-0,105	-24,833				
96097	-24,958	-0,083	-25,041				
96098	-25,956	0,047	-25,909				

Na Figura 30 são apresentadas as estações, tanto relativas ao DVB-S quanto ao DVB-I, e se houve piora ou melhora nos resultados quando aplicado o efeito RTM. As estações marcadas em azul apresentaram melhora quando considerado o efeito RTM na determinação do erro absoluto ($\zeta_{GPS/NIV} - \zeta_{MGG+RTM}$). As estações em vermelho na figura não apresentaram melhora na discrepância entre MGG e GPS/NIV se somado o efeito RTM.

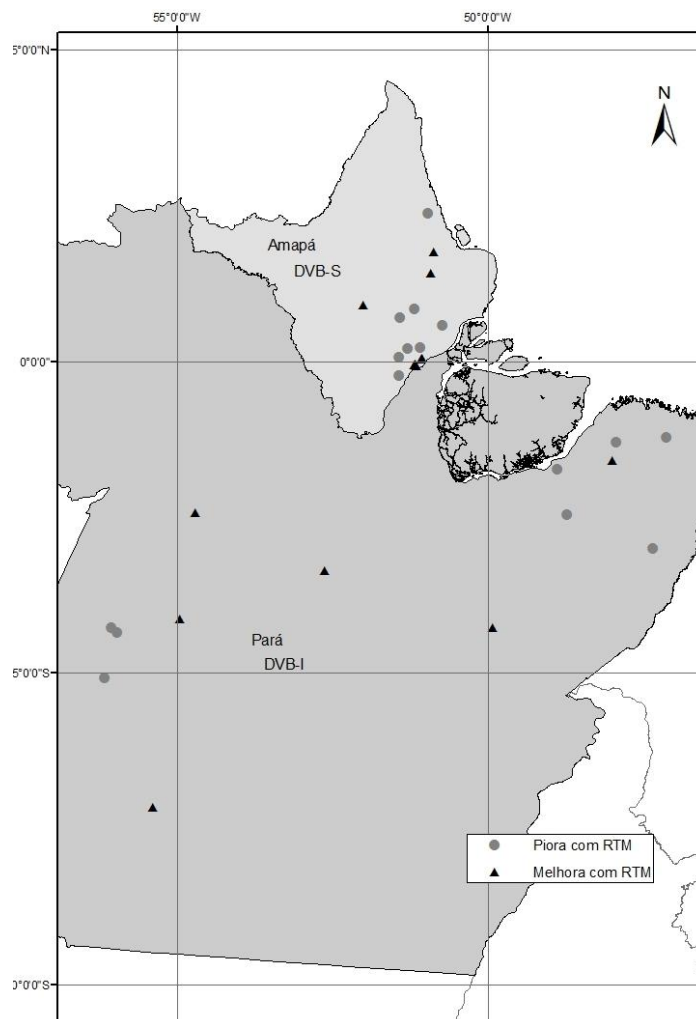


FIGURA 30 - RESULTADO DO RTM APLICADO AO MGG GO_CONS_SPW_R4

Em relação ao afastamento entre os dois *Data Verticais*, se considerado o MGG do GOCE GO_CONS_SPW_R4 até o grau e ordem 280, obtém-se uma diferença média de 1,30m; O *offset* obtido somando o RTM é de 1,32m. Para o EGM2008, por exemplo, a diferença entre o DVB-S e o DVB-I é de 1,34m, e este valor não se altera se somado o efeito RTM.

Um resumo do afastamento obtido com os 4 MGGs em destaque é apresentado na Tabela 14. Salienta-se que para a obtenção destes *offsets* foram utilizados os graus máximos de cada modelo.

TABELA 14 - AFASTAMENTO ENTRE OS DATA

MGG	DVB S - DVB I (m)	DVB S - DVB I + RTM (m)
GOCONS_TIM R5	1,34	1,36
GOGONS_SPWR4	1,30	1,32
EGM 2008	1,34	1,34
EIGEN 6C4	1,30	1,30

Observa-se que, conforme já descrito a respeito do comportamento do RTM, para os dois modelos combinados a discrepância entre os dois *Data Verticais* não se alterou quando somado o efeito RTM.

4.4 NÚMEROS GEOPOTENCIAIS OBTIDOS

Para a obtenção dos números geopotenciais foram aplicadas as formulações e a metodologia apresentados na Seção 3.4.1. O MGG utilizado foi o somente-satélite do GOCE, denominado GO_CONS_SPW_R4, do ano de 2014. Os testes de validação dos MGGs não mostraram diferenças significativas entre os modelos, porém foi escolhido este MGG por ser o mais recente do GOCE e devido à metodologia de cálculo empregada, baseada em grades. Destaca-se que o erro de omissão deste modelo é muito próximo ao existente para os demais modelos do GOCE (30cm), uma vez que o erro de omissão depende principalmente do grau máximo dos harmônicos esféricos considerados (REGUZZONI, 2015 - comunicação pessoal).

A solução fornecida pela abordagem *space-wise* na revisão R4 do referido MGG utiliza grades calculadas com a altitude média do satélite, sem dados de gravimetria externos, usuais neste tipo de modelo somente para aplicações geofísicas; o processamento é baseado na técnica *Remove-Restore* e em colocação por mínimos quadrados, e os resultados também são fornecidos em forma de grade. A vantagem da utilização da grade é a facilidade do uso da informação, além de que grades de alta resolução podem descrever resoluções diferentes, dependendo da densidade espacial das observações (GATTI *et al.*, 2013). O processamento utilizando grades foi considerado consistente com modelos do GOCE processados somente com base em harmônicos esféricos, na abordagem *time-wise*.

O MGG foi utilizado no grau e ordem 210 de desenvolvimento dos harmônicos esféricos, pois se expandido até o grau e ordem 280, não existe melhora significativa

na modelagem do campo da gravidade pelo modelo. Conforme o ICGEM publica na avaliação dos modelos, que é efetuada por meio de comparação espectral tendo como referência o EIGEN-6C4, no grau e ordem 280 existe uma alteração de apenas 2mm na determinação da altitude geoidal. Adicionalmente, GATTI *et al.* (2014) observam que os coeficientes do SPW-R4 até o grau e ordem 280 são consistentes, porém estimados. Entretanto, em regiões com maior deficiência de dados terrestres, como por exemplo em áreas de floresta, a utilização do MGG em seu grau máximo pode ser a escolha mais adequada.

Os resultados para as estações com vínculo no DVB-S são mostrados na Tabela 15. A unidade de medida dos números geopotenciais é o kilogal x metro (kGal.m), que equivale a $10\text{m}^2\text{s}^{-2}$; para derivar altitudes a partir dos números geopotenciais, divide-se por um valor da gravidade que depende do tipo de altitude que se deseja determinar (conforme Seção 2.1). Na referida tabela é apresentada também a diferença obtida nos números geopotenciais com vínculo no geopotencial global e local ($C_p - C_i$).

Na Tabela 16 são apresentados os números geopotenciais obtidos para as estações com vínculo no DVB-I.

TABELA 15 - NÚMEROS GEOPOTENCIAIS OBTIDOS - DVB-S

Estação DVB-S	$C_p = W_0 - W_p$ (kGal.m)	$C_i = W_i - W_{p\text{STN}}$ (kGal.m)	$C_p - C_i$ (kGal.m)
90204	170,181	163,513	6,668
91215	79,351	72,262	7,089
91240	89,561	82,463	7,099
91241	131,869	124,750	7,120
90444	152,901	145,677	7,224
91575	59,261	52,216	7,045
91577	285,486	277,782	7,703
96088	44,937	37,012	7,925
96089	313,063	304,920	8,143
96090	83,612	76,747	6,865
96091	527,364	520,665	6,699
96092	292,073	284,844	7,229
96094	161,567	153,681	7,887
96095	176,088	169,396	6,692
96096	145,405	138,945	6,460
96097	771,973	764,978	6,995
96098	1.462,889	1455,846	7,043
		MÉDIA	7,170

TABELA 16 - NÚMEROS GEOPOTENCIAIS OBTIDOS - DVB-I

Estação DVB-I	$C_P = W_0 - W_P$ (kGal.m)	$C_i = W_i - W_{P_{IMB}}$ (kGal.m)	$C_P - C_i$ (kGal.m)
90411	2190,046	2195,390	-5,343
95000	1594,495	1598,246	-3,752
96073	874,609	879,846	-5,238
96072	337,817	342,159	-4,343
90609	438,495	444,175	-5,680
93239	62,804	69,534	-6,730
93998	749,847	757,235	-7,388
93997	273,389	280,622	-7,232
96069	210,937	215,648	-4,711
93996	1060,001	1064,245	-4,245
93693	285,963	292,545	-6,582
95001	1153,856	1158,988	-5,132
95003	366,553	372,541	-5,988
95002	264,961	271,263	-6,302
		MÉDIA	-5,619

A média calculada pelas diferenças entre os números geopotenciais referidos ao *Datum* Vertical local (C_i) e os com caráter global (C_P), derivados da solução do PVCG, reflete a discrepância existente entre a rede de altitudes oficial do país (RVRB) e o sistema proposto, materializado pelo GOCE ($\delta W = W_0 - W_i$ ou, analogamente, $\delta W = C_P - C_i$), para ambos os *Data* Verticais de Santana e Imbituba.

Na comparação entre C_P e C_i , obteve-se um afastamento médio (δW) de -0,56m para as estações com vínculo no DVB-I, e de +0,72m para as estações com vínculo no DVB-S. O resultado gráfico das comparações, em cada estação, é mostrado nas Figura 31 e Figura 32, para o DVB-S e o DVB-I, respectivamente. Este resultado é coerente com a solução $\zeta_{GPS/NIV} - \zeta_{MGG}$ (erro absoluto, ver Seção 4.2.1), com a qual obteve-se um *off-set* de 1,30m entre os dois *Data* Verticais. Com a solução dos números geopotenciais, resulta uma discrepância entre o DVB-S e o DVB-I de 1,31m. Salienta-se que no afastamento δW obtido estão embutidos o erro de omissão do MGG utilizado na solução, além de efeitos locais provenientes do cálculo do W_i . Neste caso, o geopotencial local W_i está associado ao EGM2008, cuja acurácia não é uniforme globalmente, mas depende dos dados de altimetria e gravimetria terrestres disponíveis em cada região.

O afastamento maior obtido para as estações com vínculo no DVB-S, quando comparado ao obtido para as estações com vínculo no DVB-I, pode ser atribuído às inconsistências existentes nas estações do SGB no estado do Amapá.

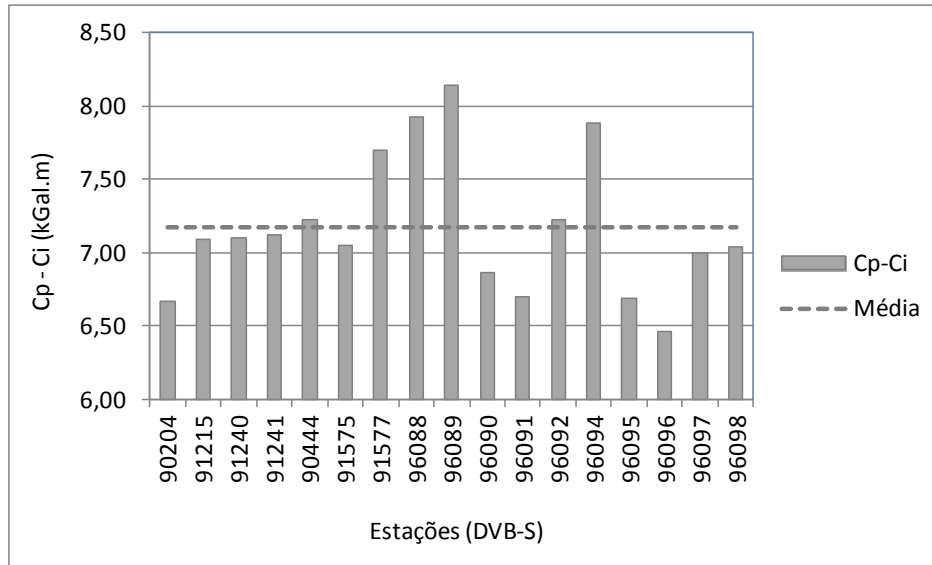


FIGURA 31 - COMPARAÇÃO ENTRE NÚMEROS GEOPOTENCIAIS GLOBAIS E LOCAIS (DVB-S)

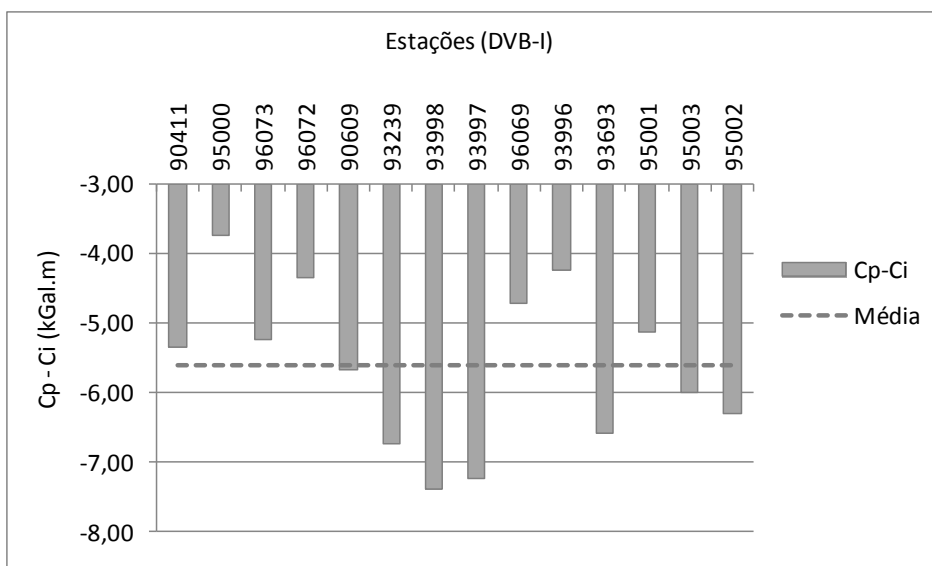


FIGURA 32 - COMPARAÇÃO ENTRE NÚMEROS GEOPOTENCIAIS GLOBAIS E LOCAIS (DVB-I)

4.4.1 Altitudes obtidas a partir dos números geopotenciais

Conforme descrito na Seção 2.1, a partir dos números geopotenciais pode-se derivar diferentes tipos de altitudes com significado físico, dependendo do valor de gravidade empregado: a altitude dinâmica utiliza a gravidade teórica constante γ_0 , normalmente para a latitude 45° ; a altitude ortométrica pressupõe o conhecimento da gravidade real média g observada na superfície e a correspondente reduzida ao

geoide; e a altitude normal emprega valores médios de gravidade teórica γ_m considerados entre o teluroide e o elipsoide.

Cada tipo de altitude é adequada a determinada aplicação. Por exemplo, a altitude dinâmica é recomendada para estudos que necessitam do conhecimento da direção do fluxo de água em regiões restritas, porém a deficiência desse tipo de altitude é que não há uma superfície de referência comum estabelecida; a vantagem é que dois pontos com mesma altitude dinâmica estão na mesma superfície equipotencial. Altitudes ortométricas e normais não têm essa característica. Porém, tanto as altitudes ortométricas quanto as normais podem ser aplicadas desde o controle de obras de engenharia até a definição de redes continentais, pois cada qual tem uma superfície de referência bem definida, sendo que para as altitudes ortométricas a superfície de referência utilizada é o geoide, e para as normais o quase-geoide. Outra consideração a ser feita é que somente é possível determinar o valor de g_m necessário às altitudes ortométricas de forma aproximada, enquanto o valor de γ_m empregado nas altitudes normais pode ser calculado com exatidão, não implicando em reduções arbitrárias.

De acordo, portanto, com os dados disponíveis, e a partir dos números geopotenciais calculados, obteve-se as altitudes dinâmicas e normais para todas as estações da área de estudo. Não foi possível obter as altitudes ortométricas, pois estas requerem a formulação de hipóteses simplificativas sobre a distribuição das massas internas da terra (densidades). Desta forma, calculou-se as altitudes de Helmert para 8 estações com vínculo no DVB-S e 2 estações com vínculo no DVB-I, pois somente estas estações possuem valores de gravidade observada. Como os valores de gravidade são pontuais, é preciso obter o valor da gravidade média (g_m). Neste caso utilizou-se a redução de Poincaré-Prey para obtenção de g_m e cálculo das altitudes de Helmert. Na Tabela 17 apresentam-se as diferentes altitudes calculadas, bem como as altitudes conhecidas do SGB (normais ortométricas e elipsoidais), em metros, para as estações relativas ao DVB-S, e na Tabela 18 para as estações com vínculo no DVB-I.

O cálculo das altitudes normais foi realizado de forma iterativa com as formulações das Equações (6) (7) e (8) e também, para fins de comparação, de forma direta conforme a Equação (10). Não houve diferença significativa entre os resultados obtidos com as duas formulações; em mais de 90% das estações a diferença obtida foi submilimétrica.

Observa-se pelos resultados obtidos que as altitudes do Sistema Geodésico Brasileiro, denominadas de normais ortométricas, estão muito próximas das altitudes normais calculadas, conforme mostram as Tabela 17 e Tabela 18, para ambos os *Data* - DVB-S e DVB-I, respectivamente. Para mais de 75% das estações, tanto do DVB-S quanto do DVB-I, as altitudes normais calculadas estão mais próximas das altitudes normais-ortométricas, quando comparadas aos demais tipos de altitudes obtidas (dinâmicas e de Helmert). As Figura 33 e Figura 34 ilustram as diferenças entre as altitudes normais-ortométricas conhecidas e as altitudes dinâmicas e normais calculadas.

Salienta-se ainda que nas altitudes calculadas estão embutidos os erros provenientes do MGG – omissão e comissão, e na comparação com as altitudes do SGB deve-se levar em consideração que estas possuem um desvio padrão, em média, de 0,015m para o DVB-S e de 0,11m para o DVB-I. Mais um fator importante é que as estações com vínculo no segmento do DVB-I estão, em sua maioria, localizadas em grandes ramais de nivelamento, onde a tendência do erro propagado é maior quando comparado aos pequenos circuitos.

TABELA 17 - ALTITUDES CALCULADAS A PARTIR DOS NÚMEROS GEOPOTENCIAIS - DVB-S

Estação DVB-S	Altitudes conhecidas - SGB		Altitudes calculadas			Diferenças	
	H ^{N-ORT} (m)	H ^{ELIPS} (m)	H ^{DIN} (m)	H ^N (m)	H ^{HELM} (m)	H ^{N-ORT} - H ^{DIN} (m)	H ^{N-ORT} - H ^N (m)
90204	16,476	-6,380	16,674	16,719		-0,199	-0,243
91215	7,507	-15,510	7,369	7,389	7,388	0,138	0,118
91240	8,531	-14,470	8,409	8,432	8,431	0,122	0,100
91241	12,836	-10,160	12,722	12,755		0,115	0,081
90444	14,530	-8,140	14,856	14,895		-0,326	-0,365
91575	5,378	-17,560	5,325	5,339	5,339	0,053	0,039
91577	28,328	5,160	28,327	28,402	28,398	0,000	-0,075
96088	3,847	-19,380	3,774	3,784	3,784	0,073	0,063
96089	31,216	7,910	31,095	31,177	31,172	0,122	0,039
96090	7,850	-14,950	7,826	7,847	7,847	0,024	0,003
96091	53,111	28,790	53,096	53,236		0,016	-0,125
96092	29,246	2,840	29,047	29,124		0,198	0,122
96094	15,906	-11,620	15,672	15,713		0,234	0,193
96095	17,391	-11,170	17,274	17,320		0,116	0,071
96096	14,339	-9,840	14,169	14,207	14,206	0,170	0,133
96097	78,281	53,940	78,010	78,216		0,271	0,065
96098	149,107	123,580	148,462	148,854		0,645	0,253

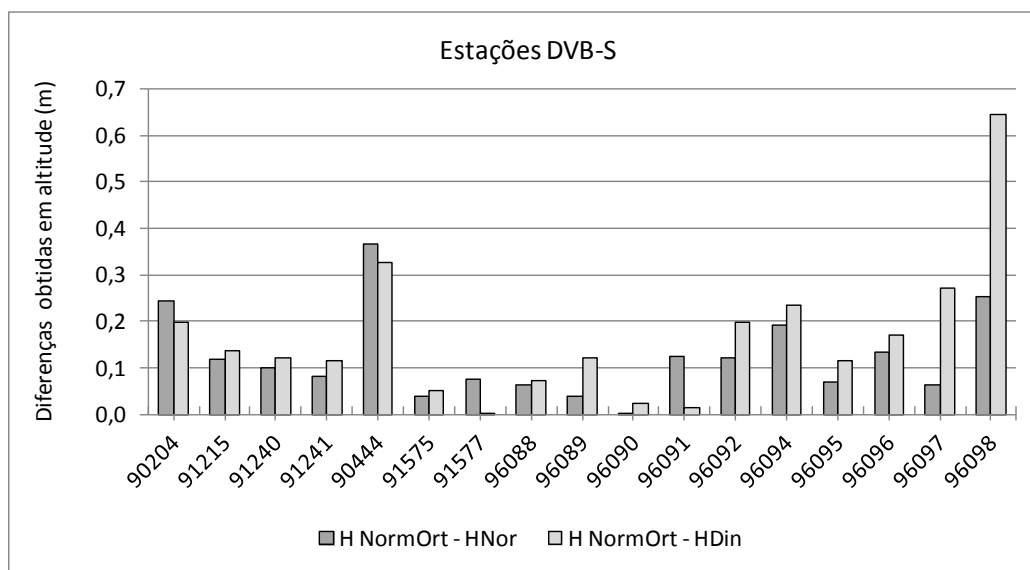


FIGURA 33 - DIFERENÇAS ENTRE ALTITUDES DO SGB E ALTITUDES CALCULADAS (DVB-S)

TABELA 18 - ALTITUDES CALCULADAS A PARTIR DOS NÚMEROS GEOPOTENCIAIS - DVB-I

Estação DVB-I	Altitudes conhecidas - SGB		Altitudes calculadas			Diferenças	
	H ^{N-ORT} (m)	H ^{ELIPS} (m)	H ^{DIN} (m)	H ^N (m)	H ^{HELM} (m)	H ^{N-ORT} - H ^{DIN} (m)	H ^{N-ORT} - H ^N (m)
90411	224,324	208,570	223,878	224,452		0,446	-0,128
95000	163,793	138,920	162,983	163,411		0,810	0,382
96073	89,558	65,850	89,723	89,958	89,928	-0,166	-0,401
96072	35,284	9,780	34,892	34,984		0,392	0,299
90609	45,523	19,940	45,295	45,415		0,228	0,108
93239	6,339	-18,360	7,091	7,110		-0,752	-0,771
93998	77,486	51,120	77,220	77,423		0,266	0,063
93997	28,634	3,040	28,617	28,692		0,017	-0,059
96069	22,674	-3,870	21,991	22,049	22,048	0,683	0,625
93996	108,716	91,000	108,528	108,810		0,188	-0,094
93693	29,922	9,100	29,833	29,911		0,089	0,011
95001	118,622	97,660	118,189	118,499		0,432	0,123
95003	38,248	18,300	37,990	38,090		0,258	0,158
95002	27,870	7,960	27,662	27,735		0,208	0,135

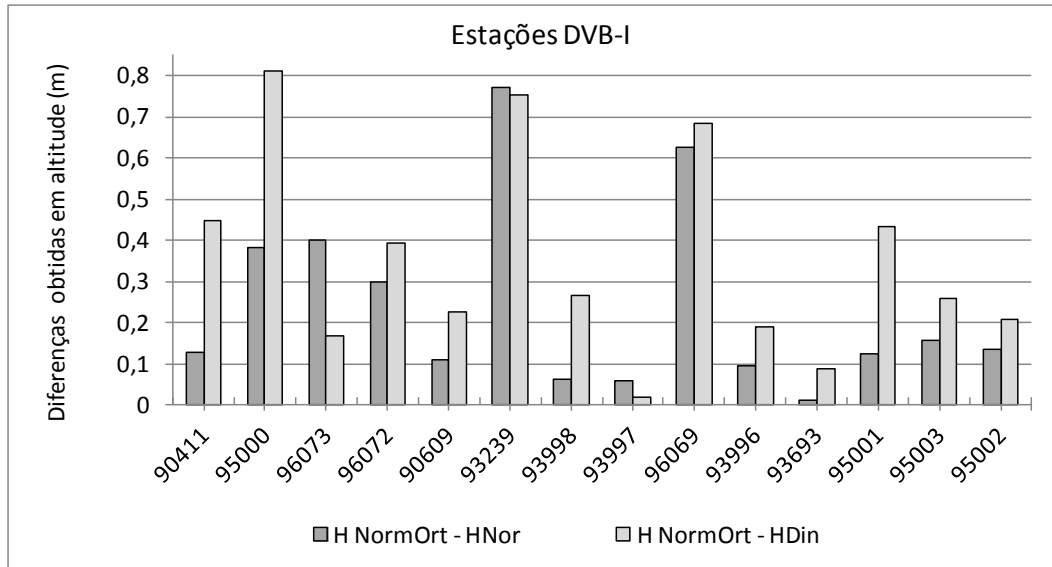


FIGURA 34 - DIFERENÇAS ENTRE ALTITUDES DO SGB E ALTITUDES CALCULADAS (DVB-I)

5. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

A validação dos modelos do geopotencial com base em estações GPS/NIV mostrou que, em geral, os resultados foram similares para todos os MGGs; houve alguns MGGs com resultado anômalo, como o GGM05S e o ITSG-Grace2014s, sem justificativa aparente. Em termos da média, as diferenças $\zeta_{GPS/NIV} - \zeta_{MGG}$ para as estações com vínculo no DVB-S foram de +0,64m, e para as estações relativas ao DVB-I estas diferenças foram de -0,68m, excluídos os MGGs com resultado anômalo. Tendo modelada desta forma a discrepância de cada segmento relativamente ao SVRG, resulta conhecida a discrepância entre ambos os segmentos. Considerando o MGG somente satélite do GOCE, GO_CONS_SPW_R4, pode-se estimar que a rede vinculada ao DVB-S tem sua origem 1,30m acima do segmento vinculado ao DVB-I.

Em relação à qualidade dos modelos, traduzida pelo RMS, os resultados foram de 0,19m para as estações vinculadas ao DVB-S e de 0,24m para a rede vinculada ao DVB-I, considerando todos os modelos estudados, com exceção do GGM05S e do ITSG-Grace2014s. Um MGG que apresentou resultados bastante satisfatórios foi o combinado EIGEN-6C4, com RMS de 0,13m para o segmento vinculado ao DVB-S e 0,17m para o segmento do DVB-I, pois este modelo utiliza, além de gravimetria e altimetria terrestres, os dados de gradiometria do GOCE. O MGG somente satélite utilizado como base para a determinação dos números geopotenciais, GO_CONS_SPW_R4, teve qualidade de 0,19m para o segmento do DVB-S e de 0,24m para segmento do DVB-I. Ressalta-se que foram uniformizados os sistemas de referência e os sistemas de maré permanente dos dados, porém os resultados são diretamente afetados pela qualidade dos dados do SGB e também podem refletir inconsistências dos próprios MGGs, como o erro de omissão estimado em 30cm para os MGGs do GOCE, por exemplo.

Em relação à aplicação da técnica RTM para o preenchimento dos comprimentos de onda não abrangidos pelos MGGs, em geral o RTM não teve contribuição significativa, sendo que para algumas estações a aplicação do efeito do terreno residual não teve o resultado esperado, ou seja, houve piora na solução, provavelmente devido a imperfeições do modelo batimétrico disponível para as análises. Nas estações em que houve melhora, esta não foi significativa. Este

comportamento pode ser justificado pelo relevo da área de estudos, praticamente sem variações acentuadas e com altitudes próximas ao nível do mar.

Os Modelos Digitais de Altitude empregados no cálculo do RTM devem ser utilizados com cautela em regiões com relevo acentuado ou floresta densa, por exemplo, pois é preciso conhecer qual é a resposta do sensor utilizado para imagear estas regiões, e qual a qualidade do imageamento. Para a área de estudos utilizada nesta pesquisa, não houve prejuízo neste sentido, porque a influência dos MDAs na região foi mínima: o RTM retornou resultados, em grande parte dos cálculos, da ordem do milímetro. Outra observação é que a partir de novembro de 2014 foi disponibilizado no portal do MGDS a versão 2.7 do GMRT; recomenda-se realizar testes para verificar a melhora obtida com esta nova versão, aqui não empregada.

A obtenção dos números geopotenciais no contexto do PVCG na forma fixada mostrou-se bastante adequada, apesar da simplificação da solução devido à falta de dados gravimétricos. A metodologia proposta pode ser aplicada com sucesso principalmente em regiões com escassez de dados de nivelamento. Como não foi possível desenvolver a solução completa do PVCG por falta de dados na área de estudo, recomenda-se a aplicação da solução completa utilizando a gravimetria que está sendo executada pelo Projeto Amapá - Revitalização das Redes Geodésicas do Estado do Amapá, quando do término deste.

O emprego dos números geopotenciais é vantajoso porque a partir destes é possível derivar diferentes tipos de altitudes, dependendo das necessidades e das convenções estabelecidas. No contexto do SIRGAS, por exemplo, o princípio básico estabelecido pelo Grupo de Trabalho III - *Datum Vertical* - é o cálculo dos números geopotenciais referidos à mesma superfície equipotencial W_0 , e a partir daí cada país deriva altitudes físicas de acordo com suas necessidades.

Os números geopotenciais calculados com caráter global estão referenciados a um MGG oriundo do GOCE, que tem sido apontado para servir de base a um SVRG e também na questão da unificação de sistemas de altitudes. Com base nos números geopotenciais é possível definir e realizar um sistema de altitudes local sem dependência de rede de nivelamento, em uma área remota, vinculado ao SGB e ao SVRG.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AMANTE, C., EAKINS, B.W. **ETOPO1 1 Arc-Minute Global Relief Model: Procedures, Data Sources and Analysis**. NOAA Technical Memorandum NESDIS NGDC-24. March 2009.

ANGERMAN, D., GRUBER, T. GERSTL, M., HEINKELMANN, R., HUGENTOBLE, U., SÁNCHEZ, L., STEIGENBERGER, P. **The GGOS Bureau for Standards and Conventions**. IAG Scientific Assembly, Potsdam, September 1- 6, 2013.

BROVAR, V.V. **On the solutions of Molodensky's boundary value problem**. Bulletin géodésique. v. 72, Issue 1, p 167-173, June 1964.

BURŠA, M., KENYON, S., KOUBA, J., RADĚJ, K., VATRT, V. VOJTÍŠKOVÁ, M. ŠIMEK, J. **World Height System Specified by Geopotential at Tide Gauge Stations**. H. Drewes *et al.* (eds), Vertical Reference Systems. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2002.

BURŠA, M.; KENYON, S., KOUBA, J.; ŠÍMA, Z., VATRT, V.; VOJTÍŠKOVÁ, M. **A global vertical reference frame based on four regional vertical datums**. Studia Geophysica et Geodaetica. v. 48, p. 493 - 502, Praga, 2004.

DE FREITAS, S. R. C.; BLITZKOW, D. **Altitudes e Geopotencial**. IGeS Bulletin N°9 - International Geoid Service, p. 47 - 62, Milan, June 1999.

EKMAN, M. **Impacts of Geodynamic Phenomena on Systems for Height and Gravity**. Bull. Géod. 63, p. 281-296, 1989.

ESA (*European Space Agency*) - **GOCE Earth Explorer**. http://www.esa.int/Our_Activities/Observing_the_Earth/The_Living_Planet_Programme/Earth_Explorers/GOCE/ESA_s_gravity_mission_GOCE. Acesso em 2013.

FEATHERSTONE, W. E. **Expected contributions of dedicated satellite gravity field missions to regional geoid determination with some examples from Australia**. Journal of Geospatial Engineering, v. 4, n° 1, p. 1-19, 2002.

FERREIRA, V.G., DE FREITAS, S.R.C., HECK, B. **Determinação da diferença de geopotencial do Datum Vertical Brasileiro relativa ao Earth Gravity Model 2008**. Revista Brasileira de Cartografia n° 62/03, 2010.

FERREIRA, V.G. **Solução do tipo Brovar para o Segundo Problema de Valor de Contorno da Geodésia com vistas à modernização de Sistemas de Altitudes**. Tese (Doutorado em Ciências Geodésicas) - Setor de Ciências da Terra - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2011.

FERREIRA, V.G.; DE FREITAS, S.R.C. **Geopotential numbers from GPS satellite surveying and disturbing potential model: a case study of Parana, Brazil**. Journal of Applied Geodesy. 5: p.155–162, de Gruyter. DOI 10.1515/JAG.2011.016, 2011.

FERREIRA, V.G., ZHANG, Y., DE FREITAS, S.R.C. **Validation of GOCE gravity field models using GPS-leveling data and EGM08: a case study in Brazil.** DOI 10.2478/jogs-2013-0027, Journal of Geodetic Science, 2013.

FERREIRA, V.G., DE FREITAS, S.R.C., HECK, B. **Analysis of the Discrepancies Between the Brazilian Vertical Reference Frame and GOCE-Based Geopotential Models.** International Association of Geodesy Symposia, DOI 10.1007/1345_2015_20. Springer International Publishing Switzerland, 2015. Artigo aceito para publicação.

FLURY, J.; RUMMEL, R. **Future Satellite Gravimetry for Geodesy.** Institute für Astronomische and Physikalische Geodäsie, TU München. Earth, Moon, and Planets 94: 13-29 DOI 10.1007/s11038-005-3756-7. Springer, 2005.

FORSBERG, R., TSCHERNING, C.C. **The Use of Height Data in Gravity Field Approximation by Collocation.** Journal of Geophysical Research, v. 86, nºB9, p. 7843-7854, September 10, 1981.

FORSBERG, R. **A study of terrain reductions, density anomalies and geophysical inversion methods in gravity field modelling.** The Ohio State University, Scientific Report nº 5, April 1984.

FORSBERG, R. **Modelling the fine structure of the geoid: methods, data requirements and some results.** Surveys in Geophysics. v. 14, p. 403-418, 1993.

FORSBERG, R.; TSCHERNING, C.C., **An overview manual for the GRAVSOFT, Geodetic Gravity Field Modelling Programs.** 2nd ed. August, 2008.

FÖRSTE, C.; BRUINSMA, S.L., ABRIKOSOV, O; LEMOINE, J, -M; SCHALLER, T.; GÖTZE, H.-J.; EBBING, J.; MARTY, J.C.; FLECHTNER, F.; BALMINO. G.; BIANCALE, R. **EIGEN-6C4 - The latest combined global gravity field model including GOCE data up to degree and order 2190 of GFZ Potsdam and GRGS Toulouse.** 5th GOCE User Workshop, Paris, 25 – 28.11.2014.

GATTI, A.; MIGLIACCIO, F.; REGUZZONI, M.; SANSÒ, F. **Space-wise global grids of GOCE gravity gradients at satellite altitude.** Conference: EGU General Assembly 2013, held 7-12 April, 2013 in Vienna, Austria.

GATTI, A.; REGUZZONI, M.; MIGLIACCIO, F.; SANSÒ, F. **Space-wise grids of gravity gradients from GOCE data at nominal satellite altitude;** presented at the 5th GOCE User Workshop, Paris, 25-28 November, 2014.

GERLACH, C.; RUMMEL, R. **Global height system unification with GOCE: a simulation study on the indirect bias term in the GBVP approach.** Journal of Geodesy; Springer, 2012.

GFZ - German Research Centre for Geosciences, 2000. **The CHAMP Mission.** <http://op.gfz-potsdam.de/champ/>. Acesso em Janeiro de 2014.

GGOS - Global Geodetic Observing System. **GGOS Portal, 2014.** Disponível em: <http://www.ggos.org/>. Acesso em 2015.

HECK, B. **On the non-linear Geodetic Boundary Value Problem for a Fixed Boundary Surface.** Bull. Géod. 63, p. 57-67, 1989.

HECK, B. **A Brovar-type solution of the fixed geodetic boundary value problem.** Studia Geophysica et Geodaetica. v. 55, Issue 3, p. 441-454, July 2011.

HIRT, C.; FEATHERSTONE, W.E.; MARTI, U. **Combining EGM2008 and SRTM/DTM2006.0 residual terrain model data to improve quasi-geoid computations in mountainous areas devoid of gravity data.** J Geod 84:557–567. DOI 10.1007/s00190-010-0395-1. Springer-Verlag, 2010.

HIRT, C., GRUBER, T., FEATHERSTONE, W.E. **Evaluation of the first GOCE static gravity field models using terrestrial gravity, vertical deflections and EGM2008 quasigeoid heights.** Journal of Geodesy, 85, p. 723–740, Springer-Verlag, 2011.

HOFMANN-WELLENHOF, B.; MORITZ, H. **Physical Geodesy.** Springer WienNewYork, 2005.

IBGE - Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística - **Ajustamento Simultâneo da Rede Altimétrica de Alta Precisão do Sistema Geodésico Brasileiro** - Relatório. Rio de Janeiro, 2011.

IBGE - Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, 2010. **Modelo de Ondulação Geoidal: Avaliação do Modelo.** Disponível em: http://www.ibge.gov.br/home/geociencias/geodesia/avaliacao_do_modelo.shtml. Acesso em 2013.

ICGEM - **International Centre for Global Earth Models - Calculation of Gravity Field Functionals on Ellipsoidal Grids.** Disponível em: <http://icgem.gfz-potsdam.de/ICGEM/>. Acesso em 2014.

IHDE, J.; SÁNCHEZ, L. **A unified global height reference system as a basis for IGGOS.** Journal of Geodinamics. v. 40, Issues 4-5, p. 400-413, November-December 2005.

IHDE, J. **IAG-ICP 1.2. Inter-Commission Project 1.2: Vertical Reference Frames.** Report of the International Association of Geodesy, 2011.

JEKELI, C. **Heights, the Geopotential, and Vertical Datums.** Report nº 459. Geodetic Science and Surveying, Department of Civil and Environmental Engineering and Geodetic Science. The Ohio State University - Columbus, Ohio. November 2000.

LUZ, R. T. **Estratégias para modernização da componente vertical do sistema geodésico brasileiro e sua integração ao SIRGAS.** Tese (Doutorado em Ciências Geodésicas) - Setor de Ciências da Terra - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2008.

MÄKINEN, J.; IHDE, J. **The permanent tide in height systems.** In: SIDERIS, M. G. (Ed.), Observing our Changing Earth, International Association of Geodesy Symposia 133, p. 81-87, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2009.

MELO, L.F.S. **Avaliação de Modelos Globais do Geopotencial para os Estados do Maranhão e Piauí**. Dissertação (Mestrado em Ciências Geodésicas) - Setor de Ciências da Terra - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2011.

MEYER, T.H., ROMAN, D.R., ZILKOSKI, D.B. **What does Height really mean? Part II: Physics and Gravity**. *Surveying and Land Information Science*, v. 65, nº1, p. 5-15, 2005.

MGDS - Marine Geoscience Data System. **Global Multi-Resolution Topography Data Portal**. Disponível em: <http://www.marine-geo.org/portals/gmrt/>. Acesso em 2014.

MIGLIACCIO, F.; REGUZZONI, M.; SANZO, F.; TSCHERNING, CC.; VEICHERTS, M. **GOCE data analysis: the space-wise approach and the first space-wise gravity field model**. In: *Proceedings of the ESA living planet symposium, 28 June–2 July 2010*, Bergen, Norway. ESA SP-686.

MONTECINO, H. **Proposta de alternativas para conexão dos Data Verticais Brasileiros de Imbituba e Santana**. Dissertação (Mestrado em Ciências Geodésicas) - Setor de Ciências da Terra - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2011.

MORITZ, H. **Geodetic Reference System 1980**. *Journal of Geodesy*, v. 74, Issue 1, p. 128-133, March 2000.

NAGY, D. **The prism method for terrain corrections using digital computers**. *Pure and Applied Geophysics*. v. 63, Issue 1, p. 31-39, 1966.

NESA - Norte Energia ratifica que não há erro de projeção em relação à área alagada em Altamira. Disponível em: <http://blogbelomonte.com.br/2012/03/14/norte-energia-ratifica-que-nao-ha-erro-de-projecao-em-relacao-a-area-alagada-em-altamira/>. Acesso em 2013.

NOAA - National Oceanic and Atmospheric Administration. **National Geophysical Data Center**. Disponível em: www.ngdc.noaa.gov. Acesso em 05/05/2014.

PALMEIRO, A. S. **Análise do vínculo do Datum Vertical Brasileiro a um Sistema Global de Altitudes com base em soluções fixadas e livres do PVCG**. Tese (Doutorado em Ciências Geodésicas) - Setor de Ciências da Terra - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2011.

PAVLIS, N. K.; HOLMES S.A.; KENYON S.C.; FACTOR, J.K. **An Earth Gravitational Model to Degree 2160: EGM2008**; presented at the 2008 General Assembly of the European Geosciences Union, Vienna, Austria, April 13-18, 2008.

PAVLIS, N. K.; HOLMES, S. A.; KENYON, S. C.; FACTOR, J. K. **The development and evaluation of the Earth Gravitational Model 2008 (EGM2008)**, *Journal of Geophysical Research*, v. 117, 2012.

PEREIRA, N.R.Di M.; DA SILVA, C.C.S. **Projeto de Revitalização das Redes Geodésicas do Estado do Amapá - IBGE**. Reunião SIRGAS 2013 - Instituto Geográfico Nacional Tommy Guardia - Cidade do Panamá - Panamá, 24 a 26 de Outubro de 2013. Disponível em http://www.sirgas.org/fileadmin/docs/Boletines/Bol18/22a_DiMaio_DaSilva_2013_Redeseodeticas_Amapa.pdf. Acesso em 2015.

PEREIRA, R. A. D. **Conexão das Redes Verticais Fundamentais do Brasil e da Argentina com base em números geopotenciais**. Dissertação (Mestrado em Ciências Geodésicas) - Setor de Ciências da Terra - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2009.

PLAG, H-P.; PEARLMAN, M. (eds.). **Global Geodetic Observing System, meeting the requirements of a global society on a changing planet in 2020**. Springer, Berlin. 224p., 2009.

POUTANEN, M.; VERMEER, M.; MÄKINEN J. **The permanent tide in GPS positioning**. Journal of Geodesy 70, p. 499–504. Springer-Verlag, 1996.

PRESS, W.H.; TEUKOLSKY, S.A.; VETTERLING, W.T.; FLANNERY, B.P. **Numerical Recipes in FORTRAN** - The art of Scientific Computing. Cambridge University Press, Second Edition, 1992.

PRPA - UFPA confirma que lago de Belo Monte pode atingir 9 mil pessoas a mais que o anunciado. Disponível em: <http://www.prpa.mpf.mp.br/news/2012/ufpa-confirma-que-lago-de-belo-monte-pode-atingir-9-mil-pessoas-a-mais-que-o-anunciado>. Acesso em 2013.

RAPP, R. H. **Past and future developments in Geopotential Modeling**. Geodesy on the Move, Forsberg, Feissel, Dietrich (Eds), p. 58-78, Springer-Verlag, Berlin New York, 1998.

RUMMEL, R.; BALMINO, G.; JOHANNESSEN, J.; VISSER, P.; WOODWORTH, P. **Dedicated gravity field missions - principles and aims**. Journal of Geodynamics 33, p. 3 - 20, 2002.

RUMMEL, R.; YI, W.; STUMMER, C. **GOCE Gravitational Gradiometry**. J Geod 85:777–790. DOI 10.1007/s00190-011-0500-0. Springer-Verlag, 2011.

RUMMEL, R. **Height unification using GOCE**. Journal of Geodetic Science. v. 2, Issue 4. p. 355-362. DOI: 10.2478/v10156-011-0047-2, 2012.

RUMMEL, R. GIM International Interview, February, 2013.

SÁNCHEZ, L. Untersuchung Physikalischer Höhen In Kolumbien - **Determinación de Alturas Físicas En Colombia** (Tradução). Institut Für Planetare Geodäsie Technische Universität Dresden. Dresden, November 2002.

SANTACRUZ, A., DE FREITAS, S., SÁNCHEZ, L. **Towards a Unified Vertical Reference Frame for South America in view of the GGOS Specifications**. 3rd International Gravity Field Service (IGFS) General Assembly. Shanghai, China, 30 de Junho – 06 de Julho de 2014.

SCHWARZ, K.P., SIDERIS, M.G., FORSBERG, R. **The use of FFT techniques in Physical Geodesy**. Geophysical Journal International 100, p. 485-514, 1990.

SEEBER, G. **Satellite Geodesy: foundations, methods, and applications**. 2nd ed., Berlin, New-York: Walter de Gruyter, 2003.

SIDERIS, M.G., RANGELOVA, E., RUMMEL, R., GERLACH, C., GRUBER, T., WOODWORTH, P., HUGUES, C., IHDE, J., LIEBSCH, G. **World Height System Unification and GOCE**. IUGG General Assembly, Melbourne, 28 June – 7 July, 2011.

SJÖBERG, L.E. **A discussion on the approximations made in the practical implementation of the remove-compute-restore technique in regional geoid modelling**. *Journal of Geodesy*, v. 78, p. 645-653, Springer-Verlag, 2005.

TENZER, R., VATRT, V., ABDALLA, A. e DAYOUB, N. **Assessment of the LVD offsets for the normal-orthometric heights and different permanent tide systems—a case study of New Zealand**. *Appl. Geomat* 3: 1 - 8. DOI 10.1007/s12518-010-0038-5. Springer, 2010.

TORGE, W. **Geodesy**. 3rd completely rev. and extended ed. Berlin; New York: Walter de Gruyter, 2001.

USTUN, A., ABBAK, R. A. **On global and regional spectral evaluation of global geopotential models**. *J. Geophys. Eng.* 7, p. 369–379, 2010.

DOCUMENTOS CONSULTADOS

Itaipu Binacional. <http://www.itaipu.gov.br/>. Acesso em 2013.

MACHADO, J. L. F. **A redescoberta do Aquífero Guarani**. *Scientific AmericanBrasil*: http://www2.uol.com.br/sciam/reportagens/a_redescoberta_do_aquifero_guarani.html
Acesso em 2013.

Projeto Sistema Aquífero Guarani: www.sg-guarani.org. Acesso em 2013.

APÊNDICES

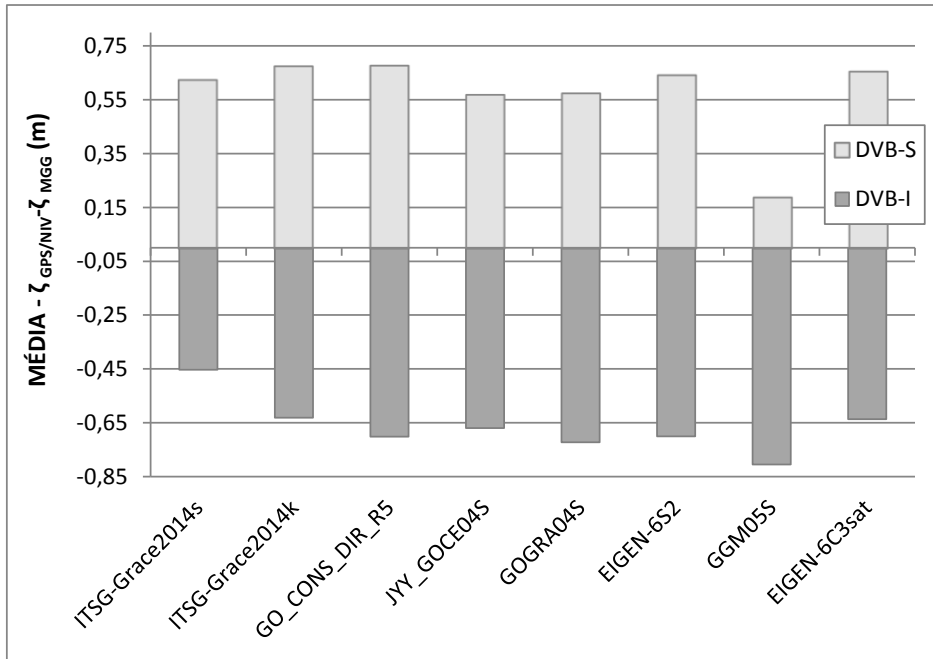
APÊNDICE 1 - Tabela de Avaliação do Erro Absoluto ($\zeta_{GPS/NIV} - \zeta_{MGG}$)	91
APÊNDICE 2 - Gráfico de Avaliação do Erro Absoluto ($\zeta_{GPS/NIV} - \zeta_{MGG}$) Média e RMS	92
APÊNDICE 3 - Contribuição do RTM sobre os MGGs	93
APÊNDICE 4 - Resultados do Erro Relativo - Tabelas e Gráficos (DVB-S)	95
APÊNDICE 5 - Resultados do Erro Relativo - Tabelas e Gráficos (DVB-I)	98

Apêndice 1 - Tabela de Avaliação do Erro Absoluto ($\zeta_{GPS/NIV}$ - ζ_{MGG})

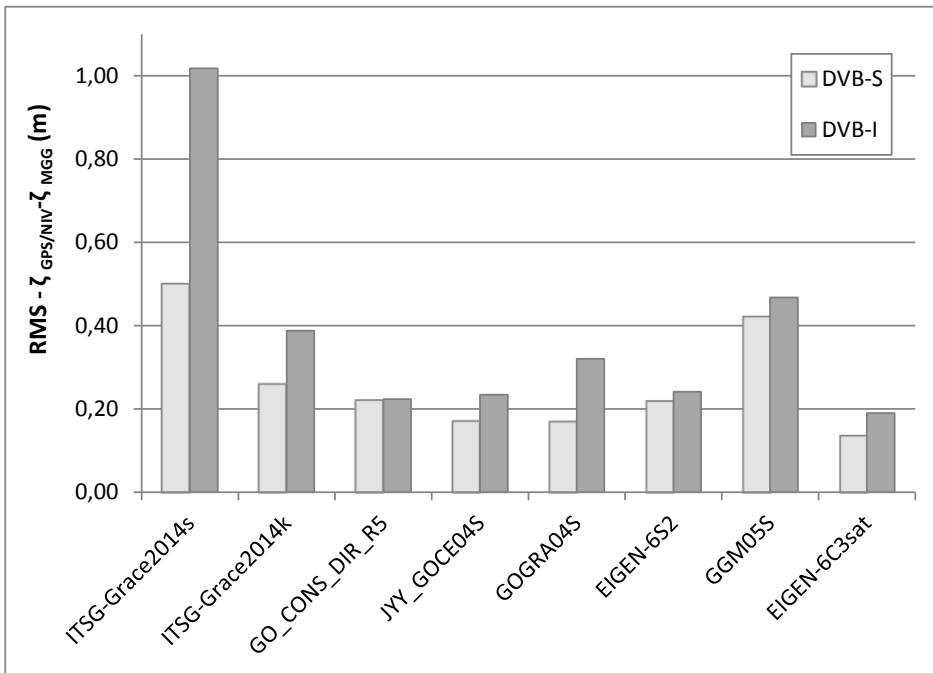
Média 17 estações DVB - S	MGG	ITSG-Grace2014s	ITSG-Grace2014k	GO_CONS_DIR_R5	JYY_GOCE04S	
	<i>Média</i>	0,6231	0,6736	0,6757	0,5678	
	<i>Mín</i>	-0,6929	0,1437	0,2158	0,2306	
	<i>Máx</i>	1,7390	1,1150	1,0885	0,9640	
	<i>RMS</i>	0,4982	0,2595	0,2212	0,1711	
	MGG	GOGRA04S	EIGEN-6S2	GGM05S	EIGEN-6C3sat	
	<i>Média</i>	0,5733	0,6411	0,1881	0,6541	
	<i>Mín</i>	0,2455	0,1356	-0,7677	0,4272	
	<i>Máx</i>	0,9672	1,0777	1,0489	0,9665	
	<i>RMS</i>	0,1699	0,2190	0,4206	0,1366	
	Média 14 estações DVB - I	MGG	ITSG-Grace2014s	ITSG-Grace2014k	GO_CONS_DIR_R5	JYY_GOCE04S
		<i>Média</i>	-0,4524	-0,6303	-0,7004	-0,6687
<i>Mín</i>		-2,5873	-1,4726	-1,1263	-1,0449	
<i>Máx</i>		0,6377	0,2219	-0,1609	-0,0259	
<i>RMS</i>		1,0181	0,3881	0,2237	0,2345	
MGG		GOGRA04S	EIGEN-6S2	GGM05S	EIGEN-6C3sat	
<i>Média</i>		-0,7224	-0,6995	-0,8039	-0,6355	
<i>Mín</i>		-1,3006	-1,0969	-1,4602	-0,9752	
<i>Máx</i>		0,0660	-0,0759	0,4220	-0,2252	
<i>RMS</i>		0,3204	0,2412	0,4674	0,1903	

Apêndice 2 - Gráfico de Avaliação do Erro Absoluto ($\zeta_{GPS/NIV} - \zeta_{MGG}$) - Média e RMS

Análise da Média

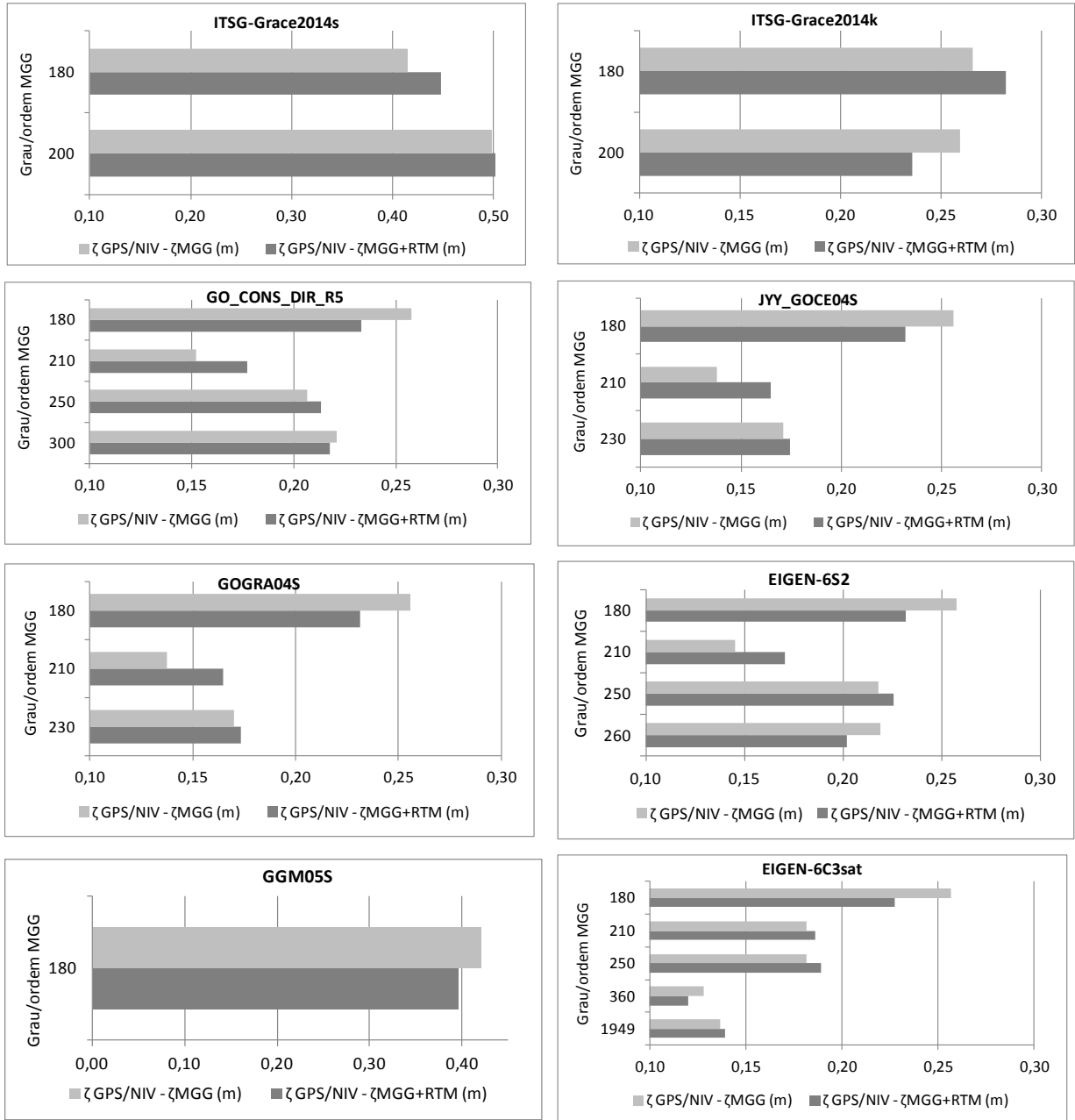


Análise do RMS

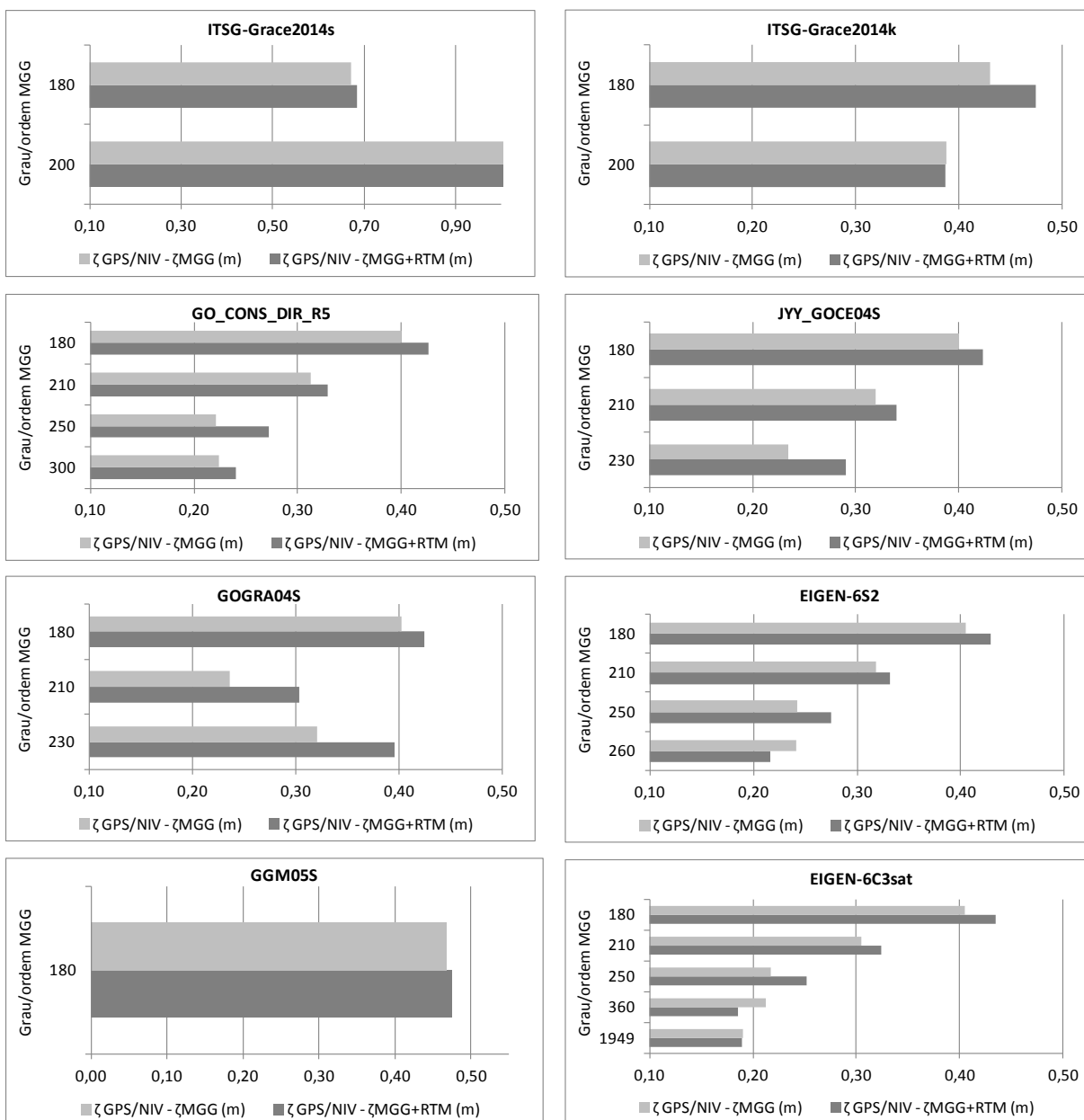


Apêndice 3 - Contribuição do RTM sobre os MGGs

Média 17 estações DVB-S



Média 14 estações DVB-I



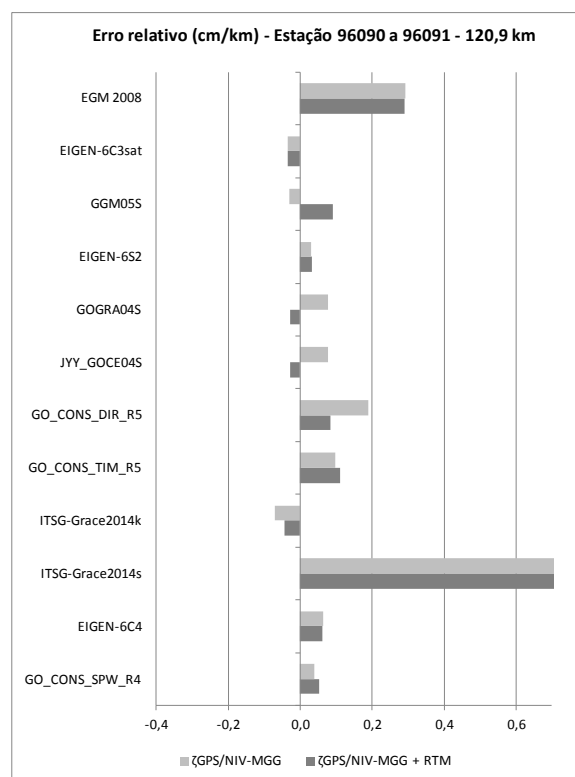
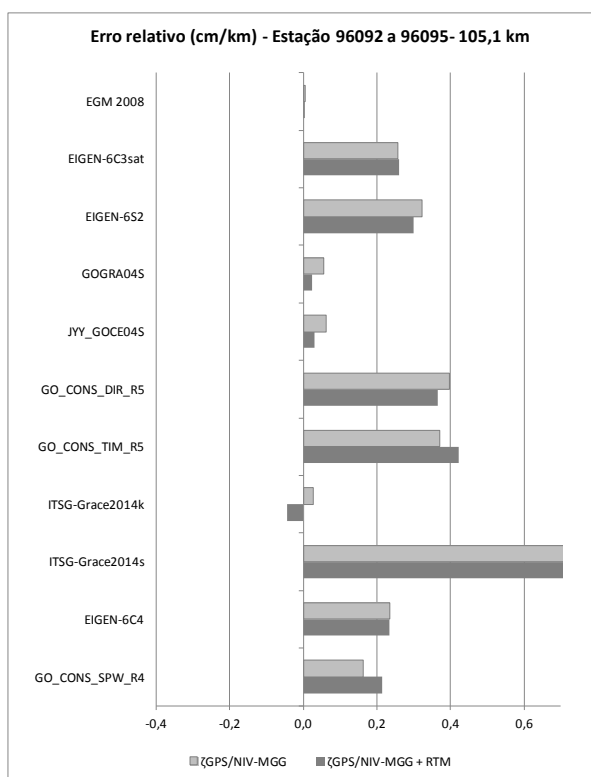
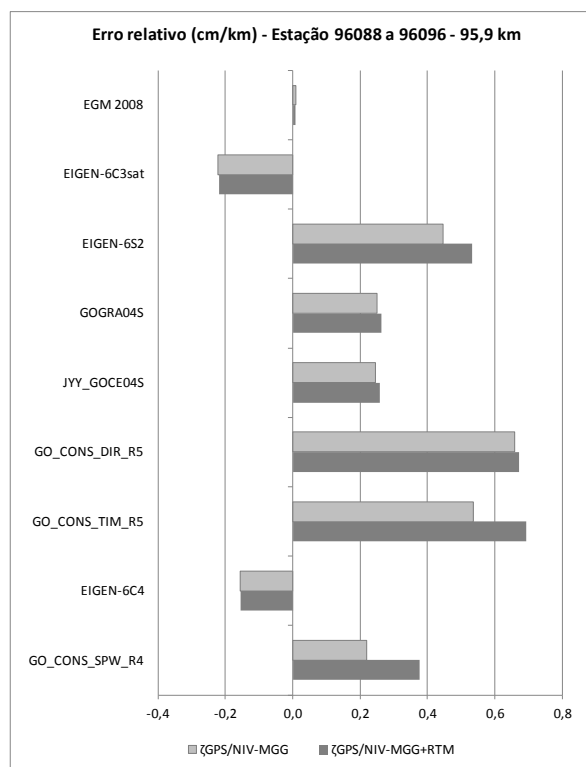
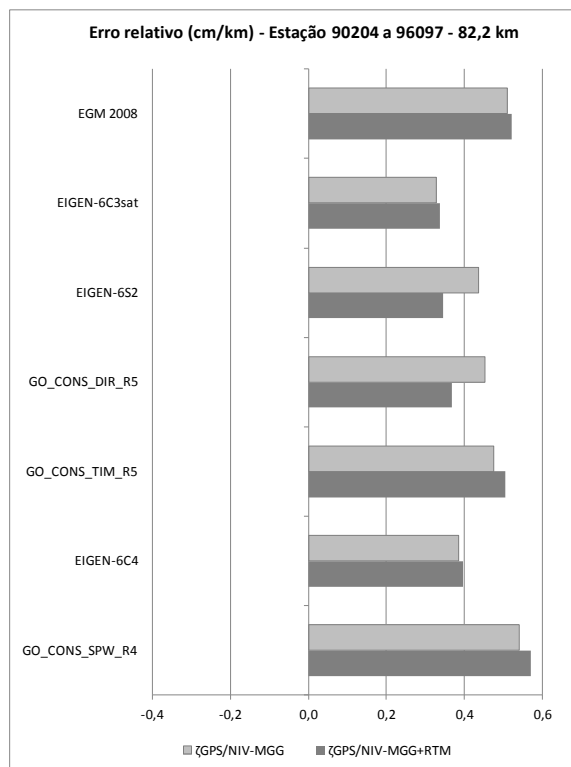
Apêndice 4 - Resultados do Erro Relativo - Tabelas e Gráficos (DVB-S)

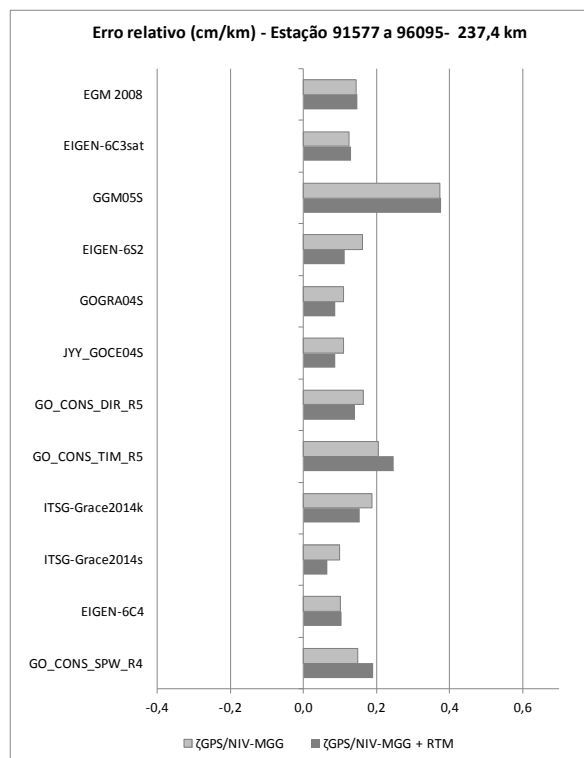
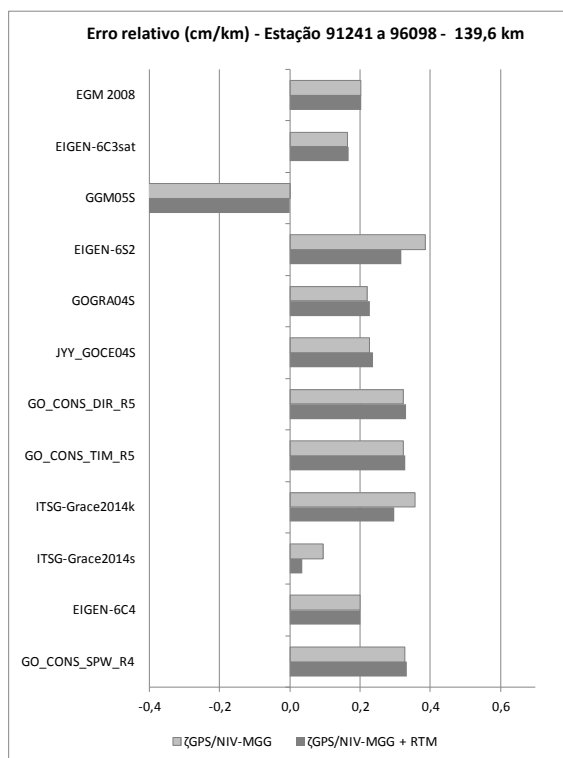
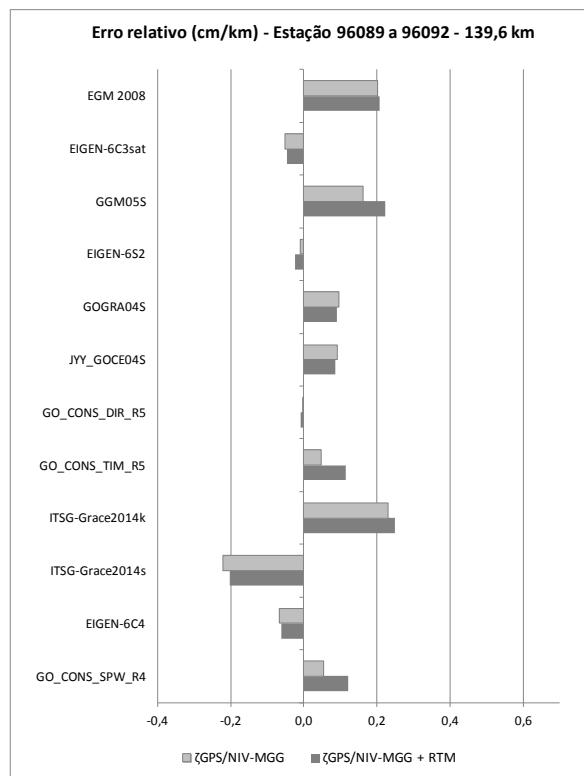
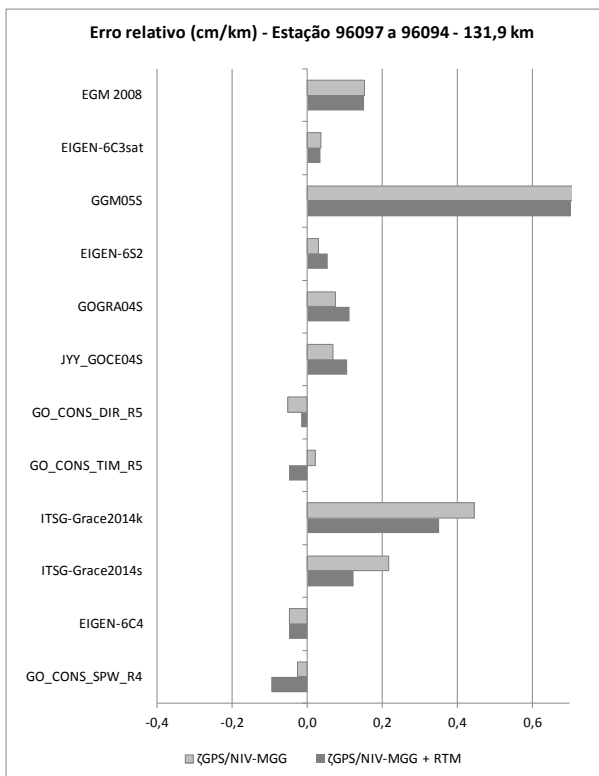
εrelativo $[(\Delta\zeta_{GPS/NIV} - \Delta\zeta_{MGG}) / \text{distância}] \text{ cm/km}$							
Estações DVB-S	Dist (km)	GO_CONS_ SPW_R4	EIGEN- 6C4	ITSG- Grace2014s	ITSG- Grace2014k	GO_CONS _TIM_R5	GO_CONS _DIR_R5
90204 a 96097	82,2	0,541	0,386	*	*	0,475	0,454
96088 a 96096	95,9	0,221	-0,155	*	*	0,537	0,658
96092 a 96095	105,1	0,163	0,234	0,972	0,028	0,371	0,397
96090 a 96091	120,9	0,039	0,063	0,750	-0,070	0,097	0,190
96097 a 96094	131,9	-0,026	-0,047	0,217	0,446	0,021	-0,053
96089 a 96092	139,6	0,055	-0,066	-0,221	0,231	0,047	-0,002
91241 a 96098	139,6	0,328	0,200	0,095	0,357	0,322	0,322
91577 a 96095	237,4	0,148	0,101	0,100	0,187	0,204	0,164
JYY_GOCE 04S	GOGRA 04S	EIGEN-6S2	GGM05S	EIGEN-6C3sat	EGM 2008		
*	*	0,437	*	0,328	0,510		
0,245	0,249	0,446	*	-0,222	0,008		
0,062	0,056	0,323	*	0,258	0,004		
0,078	0,078	0,031	-0,030	-0,034	0,292		
0,070	0,076	0,031	0,885	0,036	0,153		
0,091	0,096	-0,009	0,163	-0,051	0,203		
0,227	0,220	0,387	-0,658	0,163	0,202		
0,110	0,110	0,162	0,375	0,126	0,145		

εrelativo $[(\Delta\zeta_{GPS/NIV} - \Delta\zeta_{MGG+RTM}) / \text{distância}] \text{ cm/km}$							
Estações DVB-S	Dist (km)	GO_CONS_ SPW_R4	EIGEN- 6C4	ITSG- Grace2014s	ITSG- Grace2014k	GO_CONS _TIM_R5	GO_CONS _DIR_R5
90204 a 96097	82,2	0,571	0,397	*	*	0,505	0,368
96088 a 96096	95,9	0,377	-0,155	*	*	0,693	0,672
96092 a 96095	105,1	0,215	0,234	0,900	-0,045	0,423	0,366
96090 a 96091	120,9	0,053	0,062	0,776	-0,044	0,111	0,083
96097 a 96094	131,9	-0,095	-0,048	0,124	0,352	-0,048	-0,016
96089 a 96092	139,6	0,122	-0,061	-0,202	0,250	0,114	-0,008
91241 a 96098	139,6	0,334	0,202	0,034	0,297	0,328	0,332
91577 a 96095	237,4	0,192	0,104	0,065	0,153	0,248	0,142
JYY_GOCE 04S	GOGRA 04S	EIGEN-6S2	GGM05S	EIGEN-6C3sat	EGM 2008		
*	*	0,346	*	0,337	0,521		
0,258	0,263	0,533	*	-0,219	0,009		
0,030	0,024	0,300	*	0,259	0,004		
-0,029	-0,028	0,033	0,091	-0,035	0,291		
0,107	0,113	0,054	0,766	0,037	0,152		
0,085	0,091	-0,024	0,224	-0,046	0,207		
0,236	0,229	0,318	-0,477	0,168	0,204		
0,088	0,087	0,113	0,377	0,130	0,149		

*MGGs com resoluções superiores às referidas linhas de base

Erro relativo - Resultado gráfico de acordo com cada linha de base (DVB-S)





Apêndice 5 - Resultados do Erro Relativo - Tabelas e Gráficos (DVB-I)

ε _{relativo} [(Δζ _{GPS/NIV} - Δζ _{MGG}) / distância] cm/km							
Estações DVB-I	Dist (km)	GO_CONS SPW_R4	EIGEN- 6C4	ITSG- Grace2014s	ITSG- Grace2014k	GO_CONS_ TIM_R5	GO_CONS _DIR_R5
93239 a 96069	82,4	1,200	0,348	*	*	1,104	1,171
90609 a 96072	89,9	0,139	0,389	*	*	-0,049	0,146
95001 a 93996	169,7	-0,036	-0,104	0,396	-0,236	-0,011	-0,033
93997 a 93998	172,0	-0,225	-0,034	0,051	0,009	-0,218	-0,139
95003 a 93693	254,0	0,002	0,023	0,837	0,197	-0,079	-0,009
95000 a 96073	316,4	-0,050	0,118	-0,522	-0,226	-0,104	-0,082
95002 a 90411	326,3	-0,041	-0,032	0,170	0,132	-0,059	-0,038
96072 a 96073	458,3	-0,084	-0,069	0,176	-0,109	-0,075	-0,081
JYY_GOCE 04S	GOGRA 04S	EIGEN-6S2	GGM05S	EIGEN- 6C3sat	EGM 2008		
*	*	1,239	*	0,386	0,267		
0,012	0,194	-0,078	*	0,505	0,127		
-0,139	-0,190	-0,013	0,554	-0,061	0,066		
-0,199	0,026	-0,190	0,491	-0,043	-0,208		
0,021	-0,047	0,019	-0,036	0,047	0,137		
-0,082	-0,238	-0,113	0,211	0,125	0,121		
0,005	-0,078	-0,044	-0,070	-0,033	0,104		
-0,083	-0,155	-0,062	0,004	-0,077	0,002		
ε _{relativo} [(Δζ _{GPS/NIV} - Δζ _{MGG+RTM}) / distância] cm/km							
Estações DVB-I	Dist (km)	GO_CONS _SPW_R4	EIGEN- 6C4	ITSG- Grace2014s	ITSG- Grace2014k	GO_CONS_ TIM_R5	GO_CONS _DIR_R5
93239 a 96069	82,4	1,020	0,353	*	*	0,924	1,176
90609 a 96072	89,9	0,326	0,394	*	*	0,138	0,330
95001 a 93996	169,7	-0,089	-0,108	0,415	-0,217	-0,063	0,006
93997 a 93998	172,0	-0,137	-0,032	-0,070	-0,113	-0,130	-0,189
95003 a 93693	254,0	0,102	0,022	0,905	0,265	0,021	0,039
95000 a 96073	316,4	-0,085	0,118	-0,559	-0,263	-0,140	-0,115
95002 a 90411	326,3	-0,011	-0,031	0,184	0,146	-0,029	0,017
96072 a 96073	458,3	-0,077	-0,070	0,208	-0,077	-0,068	-0,099
JYY_GOCE 04S	GOGRA 04S	EIGEN-6S2	GGM05S	EIGEN- 6C3sat	EGM 2008		
*	*	1,193	*	0,394	0,272		
0,583	0,765	-0,233	*	0,512	0,132		
-0,042	-0,093	-0,025	0,449	-0,064	0,063		
0,399	0,624	-0,048	0,890	-0,041	-0,206		
0,040	-0,028	-0,017	0,029	0,046	0,136		
-0,022	-0,179	-0,100	0,174	0,122	0,120		
0,022	-0,061	-0,026	0,045	-0,030	0,105		
-0,032	-0,104	-0,036	0,021	-0,080	0,001		

*MGGs com resoluções superiores às referidas linhas de base

Erro relativo - Resultado gráfico de acordo com cada linha de base (DVB-I)

