

DÉBORA CINTIA MARCILIO

Otimização do Despacho Hidrotérmico Utilizando o Método de Lagrangeano Aumentado com Gradiente Espectral Projetado.

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, Área de Concentração em Programação Matemática, dos Setores de Tecnologia e de Ciências Exatas da Universidade Federal do Paraná, como requisito parcial à obtenção do título de Doutor em Ciências.

Orientador:

Prof. Dr. Luiz Carlos Matioli.

Coorientadora:

Prof^a. Dra. Solange Regina dos Santos.

Curitiba

2014

M319o Marcilio, Débora Cintia
 Otimização do despacho hidrotérmico utilizando o método de
 lagrangeano aumentado com gradiente espectral projetado [manuscrito] /
 Débora Cintia Marcilio – Curitiba, 2014.
 122f. : il. ; 30 cm.

 Tese (doutorado) - Universidade Federal do Paraná, Setores de
 Tecnologia e de Ciências Exatas, Programa de Pós-graduação em Métodos
 Numéricos em Engenharia, 2014.

 Orientador: Luiz Carlos Matioli -- Coorientadora: Solange Regina dos
 Santos.
 Bibliografia: p. 92-97.

 1. Lagrange, Funções de. I. Universidade Federal do Paraná. II. Matioli,
 Luiz Carlos. III. Santos, Solange Regina. IV. Título.

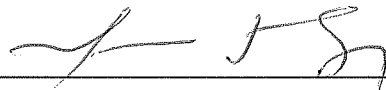
CDD: 519.76

TERMO DE APROVAÇÃO

DÉBORA CINTIA MARCILIO

OTIMIZAÇÃO DO DESPACHO HIDROTÉRMICO UTILIZANDO O MÉTODO DE LAGRANGEANO AUMENTADO COM GRADIENTE ESPECTRAL PROJETADO

Tese aprovada como requisito parcial para obtenção do grau de Doutor no Curso de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, Universidade Federal do Paraná, pela seguinte banca examinadora:



Prof. Dr. Luiz Carlos Matioli.

(Orientador) Membro do PPGMNE/UFPR.



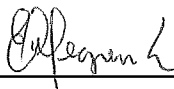
Dr. Alberto Sérgio Kligerman.

Membro do Operador do Sistema Nacional – ONS.



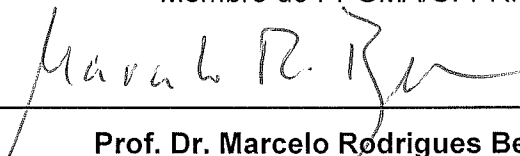
Prof. Dr. Clovis Caesar Gonzaga.

Membro da UFSC.



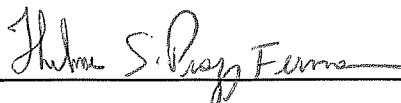
Prof.ª Dr.ª Elizabeth Wegner Karas.

Membro do PPGMA/UFPR.



Prof. Dr. Marcelo Rodrigues Bessa.

Membro do PPGERHA/UFPR e LACTEC.



Prof.ª Dr.ª Thelma Solange Piazza Fernandes.

Membro do PPGEE/UFPR.

Curitiba, 25 de abril 2014.

“ O correr da vida embrulha tudo. A vida é assim : esquentando e esfria, aperta e daí afrouxa, sossega e depois desinquieta. O que ela quer da gente é coragem.”

João Guimarães Rosa

*Ao meu esposo, Daniel.
Aos meus filhos, Gabriel e
Sophia.*

Agradecimentos

A Deus.

Aos meus filhos, Gabriel e Sophia, por serem a minha fonte ilimitada de amor e carinho.

Ao meu esposo Daniel, por nunca deixar de acreditar em mim e principalmente por não deixar eu fraquejar.

À minha mãe, Maria Sueli e ao meu pai, José Edno, pelo amor incondicional. Com certeza sem a ajuda de vocês a minha caminhada teria sido muito mais difícil.

Aos meus irmãos, Leandro e Erika, por sempre me apoiarem.

Aos meus sogros, Lúcia e Dinor, pelo incentivo.

À todos os meus familiares, pela amizade e o constante estímulo.

À Ana Paula, pela sua amizade e companherismo.

À todos os amigos dos Institutos Lactec que me apoiaram e incentivaram durante o doutorado, principalmente aos amigos Daniel Detzel, Mariana Coelho, Lúcio de Medeiros e Alexandre Aoki.

Ao Prof. Matioli, pela orientação e dedicação durante o meu aprendizado. Muito obrigada por compreender as minhas dificuldades e me orientar durante a graduação, o mestrado e o doutorado.

Às Prof^{as}. Elizabeth Wegner Karas e Thelma Solange Piazza Fernandes, aos Profs. Clóvis Caesar Gonzaga e Marcelo Rodrigues Bessa e ao Dr. Alberto Sergio Kligerman, pela leitura cuidadosa da tese, participação na banca examinadora e sugestões as quais enriqueceram nossa proposta.

Às concessionárias, COPEL, DUKE, CGTF, CDSA, BAESA, ENERCAN, CPFL PAULISTA, CPFL, PIRATININGA, RGE, AES TIETÊ, AES URUGUAIANA, ELETROPAULO, CEMIG e CESP. Pelo apoio financeiro através do Projeto Estratégico de Pesquisa e Desenvolvimento ANEEL *PE* – 6491 – 0108/2009, “Otimização do Despacho Hidrotérmico através de Algoritmos Híbridos com Computação de Alto Desempenho”.

Resumo

Nesse trabalho foi desenvolvida uma metodologia de determinação de despacho hidrotérmico, que utiliza programação não linear com modelagem estocástica implícita, adotando representação detalhada das usinas hidroelétricas e termoelétricas além das restrições elétricas do problema, permitindo assim, a consideração de alguns aspectos do planejamento de curto prazo no médio prazo. A modelagem do problema do despacho hidrotérmico resulta em um problema de programação não linear de grande porte, não convexo, diferenciável e com restrições: não lineares de igualdade, lineares de igualdade e de desigualdade e de caixa. Os métodos utilizados na tese foram: Lagrangeano Aumentado e Gradiente Espectral Projetado, que são conhecidos por possuir boas implementações, boas propriedades de convergência, robustez, solidez e necessitam apenas de informações de primeira ordem. A metodologia foi dividida em etapas: geração de séries sintéticas; otimização determinística dos problemas de despacho hidrotérmico, gerados a partir das séries sintéticas; verificação das restrições elétricas do problema, através de um Fluxo de Potência Ótimo; inclusão, se necessário, das restrições elétricas violadas no problema do médio prazo. As etapas dessa metodologia formam um processo iterativo, e ao final, tem-se um conjunto de despachos econômicos ótimos. Foram testadas métricas estatísticas com o objetivo de auxiliar o planejador a coordenar os resultados e determinar qual despacho econômico adotar. Dito isso, a metodologia desenvolvida mostrou-se promissora na determinação de despachos econômicos, pois apresentou resultados coerentes com a realidade e os métodos Lagrangeano Aumentado e Gradiente Espectral Projetado mostraram-se robustos e estáveis.

Palavras-chave:

Métodos de Lagrangeano Aumentado, Gradiente Espectral Projetado, Despacho Hidrotérmico .

Abstract

In this work we developed a methodology for the determination of hydrothermal dispatch using nonlinear programming with implicit stochastic modeling, adopting a detailed representation of the hydraulic and thermal power plants and its constraints, thus allowing the consideration of some short term aspects in medium term horizon. The hydrothermal dispatch problem modeling results in a nonlinear programming of large, nonconvex, differentiable and with the following constraints: nonlinear equality, linear equality and inequality, and box. It is a challenging problem for the scientific community and much research has been developed to improve the algorithms. Therefore, we applied methods for nonlinear programming: Augmented Lagrangian and Spectral Projected Gradient. Such methods are known to have good implementation, good convergence properties, robustness, consistency and require only first-order information. The methodology was divided into stages: streamflow synthetic series generation, deterministic hydrothermal dispatch optimization problems, generated from the synthetic series; electrical constraints evaluation by using an Optimal Power Flow; inclusion, if necessary, of the violated electrical constraints in the medium term problem. These steps form an iterative process that results in an optimal economical dispatches set. Statistical metrics were tested aiming to helping the planner to coordinate the results and determine the economic dispatch to adopt. In this way, the developed methodology was shown to be promising in determining economical dispatches, with results consistent with reality. Furthermore, Augmented Lagrangian and Spectral Projected Gradient methods had proved to be robust and stable.

Keywords:

Augmented Lagrangian Methods, Spectral Projected Gradient Methods, Hydrothermal Dispatch.

Sumário

1	Introdução	1
1.1	Contexto	1
1.2	Objetivo Geral	2
1.3	Objetivos Específicos	2
1.4	Justificativa	3
1.5	Estrutura da Tese	4
2	O Problema do Despacho Hidrotérmico	6
2.1	Contextualização do Problema	6
2.2	Sistema Atual	8
2.3	O Sistema Interligado Nacional	13
2.4	Modelos estocásticos explícitos e implícitos	16
2.5	Revisão Bibliográfica	22
2.6	Considerações Finais	26
3	Modelagem do Despacho Hidrotérmico	27
3.1	Geração de Energia	27
3.2	Modelagem do Planejamento da Operação	28
3.2.1	Função Objetivo	29
3.2.2	Restrições	30
3.2.3	Modelo Matemático	35
3.3	Representação Simplificada do Modelo Matemático	37
3.4	Séries Sintéticas	42
3.5	Problema Elétrico	43
3.6	Considerações Finais	44
4	Revisão de Métodos de Programação Não Linear	45
4.1	Métodos de Penalidades Clássicas	45
4.1.1	Métodos de Barreira	46
4.1.2	Penalidade Externa	48

4.2	Lagrangeano Aumentado Clássico	50
4.3	Gradiente Espectral Projetado	52
4.3.1	Passo Espectral	53
4.3.2	Busca Linear Não Monótona	55
4.4	Considerações Finais	57
5	Detalhamento da Metodologia e da Implementação	58
5.1	Otimização do Despacho Hidrotérmico no Médio Prazo	58
5.1.1	Implementação dos Métodos Utilizados	62
5.2	Integração	64
5.2.1	Implementação da Integração	67
5.3	Considerações Finais	68
6	Testes Numéricos	69
6.1	Sistema Teste	71
6.2	Resultados	73
6.2.1	Resultados da Integração	73
6.2.2	Resultados da Mediana	76
6.2.3	Resultados da Probabilidade	84
6.3	Considerações Finais	89
	Conclusão	90
	Referências Bibliográficas	92
	Apêndice A	98
	Apêndice B	101
	Apêndice C	103

Lista de Figuras

2.1	Cadeia de modelos computacionais usados no planejamento energético.	10
2.2	O dilema do planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos. . .	15
3.1	Esquema de uma usina hidroelétrica.	28
3.2	Balanço hídrico.	31
3.3	Representação Balanço Hídrico.	38
5.1	Esquemática de realimentação das restrições elétricas ao problema energético	67
6.1	Intercâmbio entre os subsistemas	72
6.2	Comparação da geração hidráulica entre a primeira e última otimização	74
6.3	Comparação da geração térmica entre a primeira e última otimização	75
6.4	Comparação do déficit entre a primeira e última otimização	75
6.5	Comparação do custo operacional entre a primeira e última otimização	76
6.6	Comparação do custo mensal entre a primeira e última otimização - SS 06	78
6.7	Comparação entre vazão, afluência e volume - SS 06	78
6.8	Comparação entre as vazões vertida, turbinada e afluência- SS 06 . .	79
6.9	Custo Marginal - SS06	80
6.10	Comparação entre as Afluências	81
6.11	Comparação entre os custos operacionais	81
6.12	Comparação entre os custos de geração das térmicas	82
6.13	Comparação entre os custos marginais	82
6.14	Comparação entre as vazões turbinadas	83
6.15	Comparação entre as vazões vertidas	83
6.16	Comparação entre os volumes dos reservatórios	84
6.17	Intercâmbios - SS144	84
6.18	Histograma	85
6.19	Comparação entre vazão, afluência e volume - SS 164	87
6.20	Comparação entre os custos operacionais	87

6.21	Comparação entre as afluições	88
6.22	Comparação entre os volumes	88
6.23	Comparação entre as gerações hidráulicas	89

Lista de Tabelas

2.1	Resumo da geração hidroelétrica no Brasil	13
3.1	Dimensão das variáveis de decisão.	37
6.1	Distribuição das usinas por subsistemas	71
6.2	Limite de intercâmbio entre subsistemas em $[MWmês]$	72
6.3	Limite de geração térmica por subsistemas	72
6.4	Tempo computacional e iterações da otimização - <i>SS06</i>	77
6.5	Comparação entre as SS	80
6.6	Comparação entre as classes	86
6.7	Usinas Hidrotérmicas	98
6.8	Usinas Térmicas	101
6.9	Número de horas para cada condição de carga por mês	108

Capítulo 1

Introdução

1.1 Contexto

O despacho hidrotérmico consiste na definição de uma política operativa, onde se tem como objetivo determinar a geração tanto de usinas hidroelétricas quanto a de usinas termoelétricas, de maneira a atender a demanda em um determinado período com o menor custo esperado de operação.

A otimização do problema do despacho das usinas hidro e termoelétricas é desafiadora por possuir um grande número de variáveis e restrições. Sendo um problema de grande porte, não linear, não convexo, diferenciável e estocástico. Dentre as variáveis de incerteza associadas ao problema tem-se as afluições hidrológicas. Com essas características o problema do despacho hidrotérmico é considerado um problema robusto e de difícil solução.

O Brasil é um país privilegiado em termos de disponibilidade de recursos hídricos. Pode - se citar como complicador para a otimização do problema do despacho hidrotérmico, a disposição em cascata dos diversos reservatórios que compõem o parque gerador brasileiro. As operações desses reservatórios apresentam ainda uma parcela extra de complexidade, pois muitos deles não estão limitados à geração de energia apenas.

A operação do Setor Elétrico Brasileiro (SEB), que tem como característica principal ser de grande porte, é realizada pelo Operador Nacional do Sistema (ONS). O despacho centralizado torna possível um melhor aproveitamento dos benefícios da diversidade hidrológica, além de evitar conflitos de interesse entre agentes com usinas em uma mesma cascata.

A otimização do problema do despacho hidrotérmico, tem como objetivo definir uma política de despacho para as usinas que minimize a soma do valor presente dos custos operacionais das termoelétricas e dos custos econômicos causados por déficits energéticos. Uma das principais decisões é o quanto se deve despachar

das usinas hidroelétricas: se a decisão tomada for utilizar a água no presente (despachando as usinas hidroelétricas) e no futuro as aflúências forem baixas, ter-se-á um custoso déficit de energia. Por outro lado, se a decisão for de economizar água (despachar as usinas térmicas) e as aflúências futuras forem altas, o resultado será um vertimento de água, o que significa que não foi aproveitado todo o potencial hidráulico do sistema.

Atualmente, no Brasil, o ONS utiliza uma cadeia de softwares desenvolvidos pelo Centro de Pesquisas de Energia Elétrica (CEPEL), para a realização do planejamento da operação energética do Sistema Interligado Nacional (SIN). No entanto, deve-se ressaltar que desde a criação da primeira versão desses softwares, o SEB sofreu grandes transformações: O SEB era predominantemente estatal e centralizado, com forte predominância hidroelétrica e com uma folga na geração que permitia acomodar as imprecisões decorrentes das linearizações adotadas.

Desta forma, considera-se de grande relevância para o SEB a pesquisa que envolve o desenvolvimento de outros modelos de otimização do despacho hidrotérmico visando atender o mercado de energia elétrica com o menor custo possível e garantindo a oferta futura de recursos energéticos.

1.2 Objetivo Geral

A proposta que segue essa pesquisa tem como objetivo otimizar o problema do despacho hidrotérmico, com a formulação mais pura possível e com o mínimo de linearização, além de propor uma metodologia de despacho hidrotérmico onde são incorporadas algumas considerações elétricas já no planejamento de médio prazo, a fim de se analisar quantitativamente o efeito das restrições elétricas sobre o resultado da parte energética.

1.3 Objetivos Específicos

- Modelar o SEB de forma individualizada, ou seja, considerar as usinas hidroelétricas e termoelétricas separadamente.
- Modelar o SEB de forma não linear, ou seja, usar o mínimo de linearização na modelagem do problema do despacho hidrotérmico;
- Aplicar técnicas de otimização não linear ao modelo que permita a obtenção de políticas de operação adequadas às características do SIN;
- Desenvolver uma metodologia para considerar as restrições elétricas no despacho hidrotérmico no médio prazo;

- Desenvolver uma métrica para auxiliar o operador do sistema a decidir qual política operativa deve ser adotada.

1.4 Justificativa

Quando modelado matematicamente, o problema do despacho é um problema de otimização não linear completo: função objetivo não linear, restrições não lineares de igualdade, restrições lineares de igualdade e desigualdade e restrições de limite das variáveis. O conjunto de algoritmos desenvolvido permite abordar vários aspectos do planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos. A modelagem adotada considera explicitamente as não linearidades constantes nas equações de produção energética e dos polinômios cota montante/cota jusante, abordando diretamente as imprecisões causadas pelas hipóteses simplificadoras adotadas atualmente.

Para a resolução de problemas com essas características se tornar viável são necessários métodos de otimização robustos para tratar tanto o tamanho quanto o grau de complexidade envolvidos na formulação do mesmo. Os métodos escolhidos foram o Lagrangeano Aumentado e o Gradiente Espectral Projetado. O método de Lagrangeano Aumentado é um método iterativo em que a cada iteração aproxima o problema original de otimização restrita por um problema mais simples de resolver. O Gradiente Espectral Projetado é um método que resolve problemas sujeitos a restrições de caixa, e vem se mostrando uma boa opção para resolver esses tipos de problemas.

A escolha desses métodos deve-se também ao fato de usarem apenas informação de primeira ordem, ou seja, o método Lagrangeano Aumentado com o Gradiente Espectral Projetado utiliza apenas informações referentes à função objetivo e do vetor gradiente na otimização. Dessa maneira, as operações realizadas pelos algoritmos são basicamente produto de vetores o que caracteriza um esforço computacional pequeno, comparado com métodos que usam produto de matrizes, tornando-se importante na consideração de problemas de grande porte.

Com o mesmo objetivo de retratar o problema do despacho hidrotérmico com uma maior fidelidade, adotou-se também a representação de forma detalhada das restrições elétricas do problema. A consideração da rede elétrica na dimensão das barras permite uma representação mais fidedigna do sistema, a verificação das restrições elétricas permite considerar alguns aspectos do planejamento de curto prazo no médio prazo, aumentando a confiabilidade da modelagem.

Em uma primeira etapa, calculam-se as metas mensais de geração de cada usina hidroelétrica e termoelétrica através da otimização do sistema hidrotérmico no

horizonte de médio prazo. Em uma segunda etapa, a partir destas metas de geração hidráulica, é feita uma análise elétrica utilizando-se um Fluxo de Energia Ótimo Linear, que realiza um despacho de energia hidrotérmico entre três patamares de carga mensal, com o objetivo de averiguar se as restrições das linhas de intercâmbio entre os subsistemas são satisfeitas, realimentando a primeira etapa, com correções que se façam necessárias a fim de ajustar possíveis problemas elétricos.

No problema para determinar a operação econômica do sistema elétrico para os próximos anos têm-se várias incertezas associadas, por exemplo, as afluências futuras para cada reservatório. Portanto o problema do despacho hidrotérmico é um problema estocástico, que ao longo da história vem sendo resolvido por técnicas de otimização estocástica que enfrentam alguns desafios como o problema da dimensionalidade. Nesse trabalho optou-se por resolver o problema pela modelagem estocástica implícita, onde os problemas do despacho hidrotérmico são otimizados de forma determinística.

Desta maneira, tem-se um conjunto de problemas otimizados, abrangendo cenários com afluências favoráveis e desfavoráveis. Para determinar qual política ótima deve ser adotada é necessária uma metodologia que coordene as diferentes respostas, para isso foram testadas diferentes métricas estatísticas. Essa última etapa do processo geral da otimização do despacho hidrotérmico tem a finalidade de auxiliar o planejador do sistema a adotar uma política ótima.

1.5 Estrutura da Tese

O trabalho está dividido em seis capítulos, descreve-se o que é tratado em cada capítulo da tese.

No capítulo 2, o problema do despacho hidrotérmico do Setor Elétrico Brasileiro é apresentado e contextualizado. É realizada uma revisão de alguns trabalhos que tem como foco resolver o problema do despacho hidrotérmico, abordando modelagens e metodologias distintas e que tratam do despacho hidrotérmico no curto prazo. No final desse capítulo é discutida a decisão de determinar uma política ótima de despacho utilizando programação não linear com modelagem estocástica implícita.

A descrição da formulação matemática do problema de otimização do despacho hidrotérmico faz parte do capítulo 3. Nesse capítulo também são descritas a formulação utilizada na geração das séries sintéticas de afluência e a formulação da verificação das restrições elétricas.

O capítulo 4 contém os métodos de programação não linear que foram utilizados nessa pesquisa, o Lagrangeano Aumentado e o Gradiente Espectral Projetado.

Ambos os métodos possuem características apropriadas para resolver o problema do despacho hidrotérmico.

O detalhamento do desenvolvimento e da implementação da metodologia idealizada para determinar o despacho hidrotérmico do Sistema Interligado Nacional é o foco do capítulo 5. Nesse capítulo, é explanado também como foi realizada a consideração de alguns aspectos do planejamento de curto prazo no médio prazo.

Por fim, o capítulo 6 é composto pela descrição dos testes numéricos realizados com a finalidade de validar a metodologia desenvolvida, portanto são descritos e analisados o sistema teste utilizado, a forma como os testes foram realizados e os seus resultados. Nesse capítulo também são descritas possíveis metodologias que tem como finalidade coordenar os diferentes resultados de políticas ótimas.

Capítulo 2

O Problema do Despacho Hidrotérmico

Este capítulo tem como principal objetivo contextualizar o problema do despacho hidrotérmico, descrever um pouco da sua origem e do seu desenvolvimento e destacar a importância acerca da geração de energia com otimização dos recursos disponíveis.

No decorrer do texto é realizada uma revisão de artigos, com a finalidade de alcançar o tratamento atual dado ao problema, levantar abordagens adotadas na otimização do problema do despacho hidrotérmico e ajudar na escolha de uma metodologia para determinar uma política ótima de despacho, utilizando programação não linear com modelagem estocástica implícita.

2.1 Contextualização do Problema

O Brasil tem particularidades que talvez sejam únicas. Por um lado, olhando o histórico político recente (leia-se recente últimos 30 – 40 anos), nota-se que o país passou por muitas transformações, implementou vários planos econômicos propostos pelos mais diversos governos, tais como, congelamentos de preços e confisco de poupança para conter a inflação alta. Além disso, é um país com extensão territorial gigantesca e regiões com grande disparidade socioeconômica. Os recursos naturais que o país possui ainda são enormes, mas já não tão abundantes como outrora e aproveitar bem estes recursos é essencial.

Kligerman em sua dissertação de mestrado [44] descreve a chegada da energia elétrica ao Brasil em 1879, passando pela construção das primeiras hidroelétricas e pela regulamentação do setor que iniciou-se com o CÓDIGO DE ÁGUAS proposto no congresso em 1907 e que levou 27 anos para ser editado. No começo da década de 1950, o Brasil passava por uma fase de grande crescimento demográfico e con-

sequente desenvolvimento econômico. A produção de energia elétrica, entretanto, não conseguiu acompanhar o ritmo dessas mudanças, fazendo com que medidas drásticas, como períodos de racionamento, fossem tomadas [40]. Em meio ao claro prejuízo que essas políticas causaram, as empresas envolvidas no planejamento e geração de energia elétrica se viram na obrigação de buscar avanços e novas tecnologias para o sistema elétrico brasileiro. Contudo, por ser um país único em termos de características físicas e socioeconômicas, as soluções existentes em outros sistemas ou países não puderam ser incorporadas à realidade brasileira.

As primeiras estratégias de operação do sistema interligado também foram descritas por Kligerman [44]. Em 1974 as estratégias eram calculadas por meio de um método determinístico baseado em afluências históricas e representação por sistemas equivalentes. As estratégias de operação tinham como objetivo atender os períodos críticos com térmicas. Dessa maneira toda vez que a energia armazenada ficava em patamares abaixo dos registros históricos, térmicas eram acionadas. Esse método não era a maneira mais econômica de operar o sistema, pois a probabilidade de repetição das piores afluências do passado é pequena, dessa maneira a alternativa era investir em otimização, conforme mencionado por Kligerman [44]:

A alternativa era a otimização, através de um modelo utilizando Programação Dinâmica Estocástica (PDE), tornada viável a partir da agregação do sistema em um único *reservatório equivalente* e da definição de um *modelo estocástico*. Formulada em 1957 por [9] e largamente aplicada, a PDE foi introduzida no sistema interligado brasileiro em 1972 a partir do trabalho de Brito, Camozzato et al. [20], ganhando maior consistência após o projeto conjunto desenvolvido pelo CEPEL/ELETRABRÁS [67], de 1975 a 1978, sendo incorporada ao planejamento da operação em 1979 [4]. Neste e nos 5 anos seguintes, sua utilização nos estudos de planejamento foi responsável por uma redução de 28% nos custos da operação dos sistemas interligados brasileiros, representando, de 1979 a 1984, uma economia total de US\$ 260 milhões.

Note a importância do planejamento e modelagem matemática. Um modelo matemático bem elaborado e consistentemente aplicado torna-se uma ferramenta poderosa no auxílio à tomada de decisões. A Programação Dinâmica Estocástica foi um importante recurso adotado no planejamento da operação, quando era usada apenas para um reservatório equivalente. A PDE sofre da conhecida maldição da dimensionalidade da programação dinâmica. Conforme Kligerman [44] descreve: A solução da equação de recursão da Programação Dinâmica Estocástica requer a *discretização* do espaço de estados. Para R subsistemas interligados, em que os

estados de armazenamento de final de mês sejam divididos em 100 intervalos, e as energias afluentes no mês em 10 intervalos, tem-se um total de $(100 \times 10)^R$ estados discretizados.

Esta questão da dimensionalidade citada nos parágrafos precedentes está presente em todos os trabalhos que abordam a estocasticidade. Rockafellar em “Otimização sob Incerteza” (ver [64]) descreve isto com muita clareza e explora várias possibilidades de variações em modelos gerais envolvendo incerteza, sendo o problema do despacho um caso particular. Sobre a dificuldade de resolução desta classe de problemas Rockafellar, [64, Cap.3], diz: “problemas de programação estocástica podem parecer tão complicados que existe pouca esperança de resolvê-los, mas um importante progresso tem sido feito”. Apesar dos avanços alcançados nessa área pouca metodologia implementável se encontra fora da programação linear.

A necessidade de interligação entre os subsistemas conduziu pesquisadores brasileiros a propor alternativas, ou melhorias, na Programação Dinâmica Estocástica. Algumas tentativas de técnicas considerando o intercâmbio são apresentadas no trabalho de Kligerman [44]. Vale ressaltar que naquele momento buscavam-se alternativas que pudessem contornar a questão da dimensionalidade, o que culminou, no caso brasileiro, no trabalho de Pereira [61].

2.2 Sistema Atual

Atualmente os modelos de otimização do despacho hidrotérmico utilizados pelo Setor Elétrico Brasileiro (SEB), têm o objetivo de determinar a operação econômica do SIN através da minimização do custo presente da geração. Ou seja, é realizada uma minimização dos custos de déficit e dos custos de geração de energia através da minimização da geração proveniente das usinas termoeletricas. Estes modelos foram desenvolvidos pelo Centro de Pesquisas de Energia Elétrica (CEPEL) que mantém um conjunto de modelos que abrangem toda a cadeia de planejamento, cujo núcleo se encontra nos modelos NEWAVE (médio prazo) e DECOMP (curto prazo). Esses dois modelos foram desenvolvidos com base na tecnologia de Programação Dinâmica Dual Estocástica (PDDE) desenvolvida por Pereira [59] e Pereira e Pinto [60]. A PDDE se baseia na técnica de decomposição de Benders [10] e na hipótese simplificadora de reservatórios equivalentes. Essa abordagem caracteriza-se por enfatizar a incerteza das vazões futuras no planejamento da operação do SIN no médio/longo prazo.

No entanto, deve-se ressaltar que as diretrizes dos modelos NEWAVE e DECOMP foram definidas quando o SEB era predominantemente estatal e centralizado, com forte predominância hidroelétrica e com uma folga (slack) na geração que per-

mitia acomodar as imprecisões decorrentes das linearizações realizadas pela PDDE, da qualidade dos registros históricos de vazões e das simplificações decorrentes dos sistemas equivalentes. Ainda há distorções provocadas pelo descolamento entre a parte produtiva e comercial no SEB e as intervenções realizadas fora do modelo para garantir o suprimento. Como exemplo destas intervenções extra modelo, citam-se a adoção das Curvas de Aversão ao Risco (CAR) e o uso de térmicas fora da ordem de mérito econômico. Estas limitações inerentes à abordagem atual motivam a busca por soluções inovadoras.

O cerne da cadeia de planejamento do sistema hidrotérmico brasileiro é composto por quatro modelos: Planejamento da Operação de Médio Prazo (cinco anos à frente), realizado pelo programa NEWAVE; Planejamento de Curto Prazo (um ano à frente), realizado pelo programa DECOMP; Programação Diária (até 14 dias), realizado pelo programa DESSEM; Pré-Despacho (um dia à frente, PRE-DESP) e Operação em Tempo Real (uma a meia hora a frente) [65]. A hierarquia da cadeia de modelos pode ser observada na Figura 2.1.

Segue uma breve discussão dos principais modelos utilizados no planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos: NEWAVE, DECOMP, DESSEM e PREDESP.

O NEWAVE é o modelo de otimização de despacho hidrotérmico em médio prazo da cadeia de planejamento energético do CEPEL. Em termos algébricos, o NEWAVE calcula funções que mapeiam o espaço de estados (energia armazenada nos reservatórios e energias afluentes passadas) ao valor da função objetivo (valor esperado do custo total de operação). Como estas funções permitem a fácil determinação do despacho de custo mínimo para qualquer conjunto de cenários (afluências aos reservatórios), fica caracterizada a capacidade do NEWAVE de gerar políticas de controle em malha fechada. O NEWAVE se baseia na técnica de PDDE, essa técnica não elimina completamente a “maldição da dimensionalidade” inerente à programação dinâmica. Dois artifícios de modelagem são essenciais para viabilizar o NEWAVE do ponto de vista computacional: a representação agregada dos reservatórios e a amostragem Monte Carlo do espaço de estados para cada estágio [30], [35].

O DECOMP representa o próximo passo hierárquico do planejamento da operação. Ao se reduzir os horizontes de planejamento, a representação do sistema é refinada e as usinas hidroelétricas são modeladas de forma individualizada, expressando suas características operativas e restrições hidráulicas e energéticas. Deve-se recordar que o DECOMP utiliza as metas energéticas estabelecidas pelo NEWAVE como condição de contorno. Portanto, as distorções na política operativa decorrentes da agregação de reservatórios ainda estarão presentes.

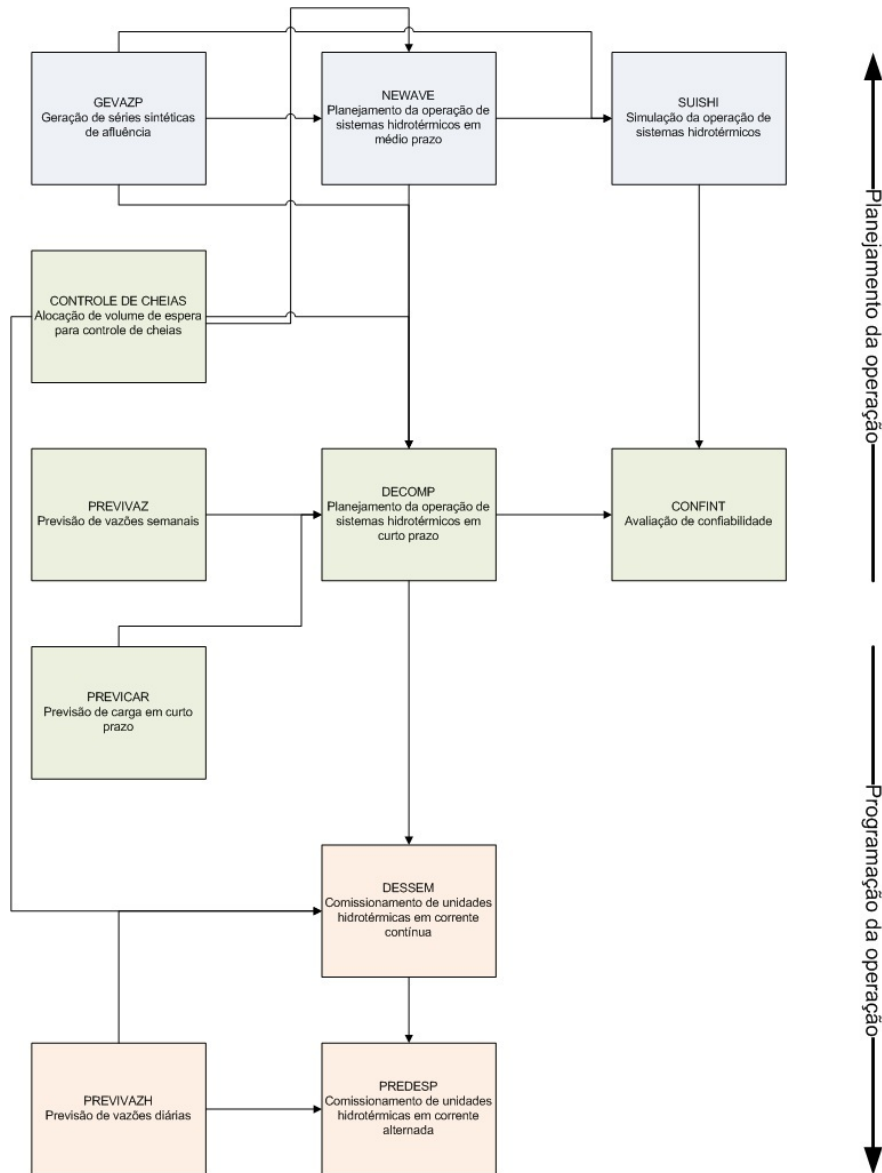


Figura 2.1: Cadeia de modelos computacionais usados no planejamento energético.
 Fonte: Adaptado CEPEL

As metas de geração calculadas pelo DECOMP são posteriormente refinadas na programação de operação diária, realizadas pelo DESSEM, levando-se em consideração cronologia da curva de carga, restrições operativas ao nível de unidades geradoras e a modelagem DC da rede elétrica.

Como nesse Planejamento de Curtíssimo Prazo (14 dias à frente), aproxima-se da operação em tempo real em que o problema energético se integra com o problema elétrico, exige-se uma representação mais detalhada do modelo do sistema elétrico-energético.

No modelo DESSEM [31], constrói-se um subproblema de otimização linear para cada estágio, o qual inclui restrições de balanço hídrico para as usinas, aten-

dimento à demanda por submercado, limites de geração para as unidades hidro e térmicas, limites de intercâmbio entre submercados, funções de produção para as usinas hidroelétricas, restrições de comprometimento para as unidades hidráulicas e térmicas entre outras restrições operativas.

O pré-despacho tem como objetivo fornecer uma programação de geração e intercâmbio de energia elétrica em intervalos horários para o próximo dia, levando em conta os horizontes de planejamento anteriores e aspectos relativos à economia e segurança operacional do sistema elétrico.

O chamado PREDESP tem por objetivo fazer a adequação do despacho do DESSEM, segundo um modelo em corrente alternada, onde se considera o modelo completo da rede, com monitoramento do perfil de tensão, balanço de potência ativa e reativa por barra, limites de fluxo nas linhas, obtendo-se as gerações finais das gerações hidráulicas, térmicas e contratos de importação do sistema, a serem estabelecidos pelo operador.

Finalmente, a Operação em Tempo Real é o fim da cadeia de planejamento (onde o planejamento formulado em etapas anteriores é realizado) e tem como função básica atender o consumidor em tempo real de maneira econômica e confiável, sendo sua função realizada pelo despachante (profissional responsável pela operação em tempo real).

O método PDDE é o utilizado nos dias atuais pelo ONS, órgão responsável pela política de geração de energia no Brasil. Logicamente que melhorias vão sendo incorporadas aos programas, mas o cerne do modelo é a PDDE. Na sequência apresentam-se dois trabalhos, desenvolvidos recentemente, que podem agregar melhorias ao desempenho da Programação Dinâmica Estocástica Dual.

Devido ao fato de a programação estocástica usar uma distribuição de probabilidades, fica inviável do ponto de vista computacional a resolução do problema utilizando todo o espaço amostral. Desta forma, a maioria dos trabalhos encontrados na literatura utiliza cenários, também denominada de árvore de cenários por alguns autores. Mesmo utilizando árvores de cenários, o problema ainda pode ser intratável do ponto de vista computacional, o que requer algumas simplificações como, por exemplo, o sorteio de cenários, ou utilizar algum método de simulação para escolha destes.

No caso brasileiro foi adotada a representação de reservatórios equivalentes de energia para as usinas hidroelétricas. Atualmente, a agregação de reservatórios é realizada por subsistemas (são quatro subsistemas utilizados hoje no Brasil: Sul, Centro Oeste/Sudeste, Norte e Nordeste). Note que estas simplificações são necessárias devido ao alto custo computacional gerado pela metodologia de programação dinâmica estocástica para trabalhar com a incerteza. Assim, para uma

situação ainda não muito realista e considerando a simplificação de reservatórios equivalentes, tem-se que nas configurações do planejamento de médio prazo, com 20 possibilidades de afluências por mês e por um horizonte de 10 anos, tal árvore seria composta por mais de $1,3 \times 10^{156}$ ou aproximadamente 20^{120} cenários (ver [53]). Desta forma, o autor de [53] segue a linha da PDDE apresentada em [61], a qual é baseada na decomposição de Benders [10], para resolver o problema da otimização estocástica associada às árvores de cenários. Quanto à amostragem de cenários, a PDDE utiliza simulação de Monte Carlo, a cada iteração, de maneira a reduzir o tamanho do problema. Já [53] propõe analisar, como alternativas metodológicas e para sorteio da árvore de cenários, as técnicas Quasi Monte Carlo Aleatória - QMCA e *Latin Hypercube Sampling - LHS* (esta última sem uma tradução que faria sentido em Português).

Outro trabalho que pode agregar melhorias na PDDE é a tese proposta por Oliveira [58] que propõe um enfoque um pouco diferente de [53], mas ambos com a preocupação quanto a obtenção de soluções de “boa qualidade”. Para obter esta boa qualidade, em [53] existe uma grande preocupação com a geração da árvore de cenários para reduzir o número destes com o objetivo de melhorar o tempo computacional que, como vimos em parágrafos anteriores, é um dos grandes problemas da PDDE. Por outro lado em [58], o enfoque é ter um número razoável de cenários (considerando muitos cenários) e resolver o problema resultante de maneira aproximada. Como diz o próprio autor: “o principal foco são os métodos de otimização, e não métodos para geração de cenários”. Portanto, ao invés de métodos baseados em planos cortantes para minimizar uma função convexa, os quais são a base para a metodologia PDDE, [58] utiliza métodos de feixes com o intuito de eliminar algumas das desvantagens apresentadas nos métodos de planos cortantes que, segundo [58], são:

- (i) *instabilidade durante o processo de otimização, isto é, iterações sucessivas do método podem não proporcionar um progresso no processo de otimização, no sentido que o decréscimo no valor da função objetivo é pequeno (ou mesmo negativo), enquanto pode haver uma grande diferença entre os iterados da variável de decisão;*
- (ii) *não existe um desenvolvimento teórico que permita a remoção de cortes (linearização de f) garantindo a convergência do método. Assim sendo, o problema de otimização tem cada vez mais restrições e, deste modo, é cada vez mais difícil de ser resolvido.*

Desta forma, a proposta de [58] é trabalhar com métodos de feixes que podem ser vistos como variantes estabilizadoras do algoritmo de planos cortantes.

2.3 O Sistema Interligado Nacional

Em números para o ano de 2014 [1], o Brasil possui no total 3.060 empreendimentos, totalizando 127.460,17 MW de potência instalada. Os sistemas termoeletricos correspondem a 1914 empreendimentos, abastecidos por fontes diversas (gás natural, biomassa, óleo diesel e óleo combustível, além de duas nucleares) com capacidade instalada de 40.985 MW, ou 32,16% da produção nacional. Em contrapartida, os sistemas hidroeletricos correspondem a 1103 empreendimentos (incluindo centrais geradoras, pequenas centrais hidroeletricas e usinas geradoras) com capacidade instalada de 86.468 MW, ou 67,84% da produção. Uma simples análise desses números evidencia o domínio dos sistemas termo e hidroeletricos.

O sistema elétrico brasileiro atual é interligado em sua quase totalidade (apenas alguns poucos pontos na região amazônica ficam isolados). Essa condição de intercâmbio de energia entre os subsistemas exige um equilíbrio entre a geração termo e hidroeletrica nas diversas usinas, visando a otimização da operação como um todo, reduzindo os custos envolvidos. Entretanto, a geração hidrotérmica traz consigo um risco, associado tanto com as incertezas na demanda de energia quanto nas afluições naturais. Por esse motivo, [30] ressalta que o planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos é um problema essencialmente estocástico.

O Brasil é um país privilegiado em termos de disponibilidade de recursos hídricos. Esse fato permite que grande parte da geração de energia seja feita através de usinas hidroeletricas. A Tabela 2.1 traz um resumo das usinas em operação no país, com classificação segundo a Agência Nacional de Energia Elétrica [1].

Tipo	Critério	Quant.	Pot. (MW)	%
Central Geradora Hidroeletrica	até 1MW	445	273	0,21
Pequena Central Hidroeletrica	de 1,1MW a 30MW	4622	4.613	3,62
Usina Hidroeletrica de Energia	Acima de 30MW	196	81.581	64,01
Total	-	1.103	86.468	67,84

Tabela 2.1: Resumo da geração hidroeletrica no Brasil

Além dos empreendimentos citados na Tabela 2.1, 714 novas usinas estão em construção e/ou outorgadas. O restante da geração de energia brasileira (32,03%) se dá através de usinas termoeletricas, eolioeletricas e uma usina solar fotovoltaica.

Na modelagem matemática das usinas hidroeletricas, podem-se identificar dois tipos de reservatórios: de regularização, nos quais as vazões afluentes ficam represadas por longos períodos de tempo resultando em grandes volumes e maiores

áreas alagadas, e reservatórios a fio d'água, nos quais toda a afluência que chega é utilizada diretamente para a geração, sem armazenamento. Para as usinas a fio d'água os reservatórios têm tamanho reduzido e muitas vezes possuem a função principal de criar alturas de queda para as turbinas e são chamados reservatórios de compensação.

A operação dos diversos reservatórios brasileiros apresenta ainda uma parcela extra de complexidade, pois muitos deles não estão limitados à geração de energia apenas. Atividades paralelas como controle de cheias, navegação, irrigação, saneamento e restrições quanto a níveis de jusante e montante figuram como balizadores dos processos decisórios envolvidos nas operações [40]. Além disso, o crescente aproveitamento dos recursos hídricos resulta em muitas usinas em cascata. Assim, em muitas usinas, a afluência é muito dependente da descarga de usinas a montante.

Pode-se caracterizar a operação do SIN como centralizada, pois é o ONS quem define a operação de todas as usinas de médio e grande porte do sistema. Os agentes proprietários das usinas com despacho centralizado devem seguir as instruções do ONS, devendo preocupar-se mais com a manutenção das suas usinas.

A operação centralizada do SIN se justifica pela sua capacidade de regularização das afluências hidrológicas. O despacho centralizado torna possível um melhor aproveitamento dos benefícios da diversidade hidrológica, além de evitar conflitos de interesse entre agentes com usinas em uma mesma cascata.

Uma das desvantagens da operação centralizada de grandes sistemas é que ela aumenta a complexidade do planejamento, além de que o operador central do sistema pode não possuir todas as informações locais disponíveis aos agentes. O aumento da participação de usinas de despacho descentralizado (cogeração, geração distribuída) é outro fator que contribui para aumentar a complexidade do despacho centralizado. Apesar destes fatores, a predominância das grandes usinas hidroelétricas no Brasil significa que o planejamento da operação deve continuar centralizado. O desafio passa a ser determinar abordagens à modelagem do sistema que permitam minimizar as desvantagens advindas da operação centralizada.

Conforme já citado, o grande parque gerador hidroelétrico do SIN torna o planejamento da operação mais complexo em relação a sistemas predominantemente termoelétricos: quando o parque gerador é predominantemente térmico, é razoável assumir que a falta de combustível para a operação das usinas é uma ocorrência rara, que independe do despacho. A principal preocupação no planejamento da operação é com o atendimento à carga instantânea máxima, com maior enfoque nos aspectos elétricos da operação do sistema de potência.

Em sistemas predominantemente hidroelétricos, a água se torna um insumo importante na operação do sistema, mas seu suprimento é bastante incerto, pois

depende das condições climáticas futuras. Configura-se então o aspecto energético do despacho, pois é necessário conciliar o uso de água para geração hidroelétrica com a necessidade de armazenar água para futuras estiagens.

Uma das prioridades do planejamento da operação do SIN é garantir que o risco de ocorrência de um déficit de energia seja aceitável. Este aspecto característico dos sistemas predominantemente hidroelétricos se constitui como uma condição de contorno importante no planejamento da operação.

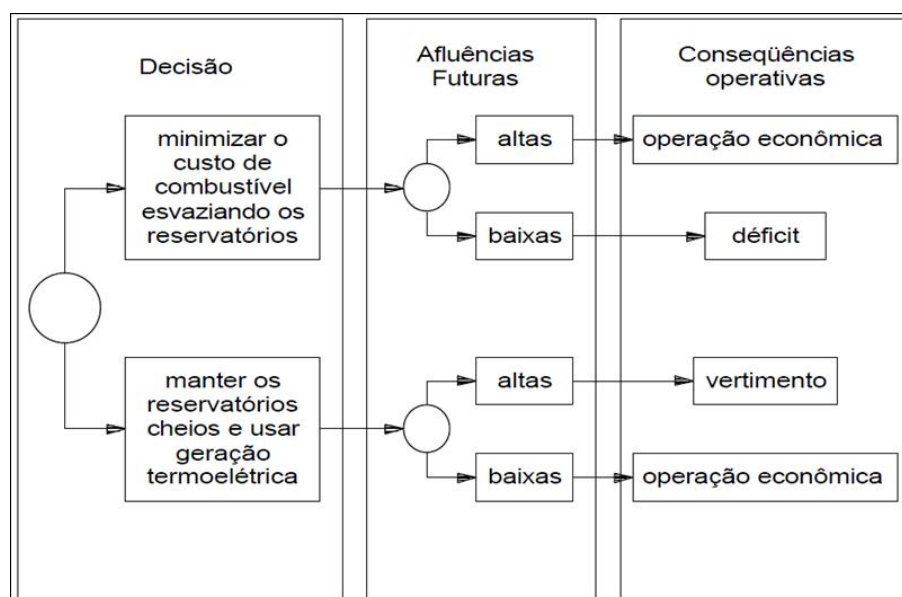


Figura 2.2: O dilema do planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos.

Fonte: CEPEL

Para fins do planejamento da operação, considera-se que o custo operacional das usinas hidroelétricas independente da sua operação e que um déficit de energia implique em custos econômicos que podem ser modelados de maneira análoga a uma usina termoeétrica. Assim, o principal desafio é definir uma política de despacho para as usinas que minimize a soma do valor presente dos custos operacionais das termoeétricas e dos custos econômicos causados por déficits energéticos. Uma das principais decisões é o quanto se deve despachar das usinas hidroelétricas: se a decisão tomada for utilizar a água no presente (despachando as usinas hidroelétricas) e no futuro as afluências forem baixas, ter-se-á um custoso déficit de energia. Por outro lado se a decisão for de economizar água (despachar as usinas térmicas) e as afluências futuras forem altas, o resultado será um vertimento de água, o que significa que não foi aproveitado todo o potencial hidráulico do sistema e a água está sendo jogada fora, conforme a Figura 2.2.

2.4 Modelos estocásticos explícitos e implícitos

No que consta na literatura, com respeito a modelos estocásticos existem os **modelos estocástico explícitos**, **modelos estocásticos implícitos** e mais remotamente **modelos de simulações**.

Os modelos estocásticos explícitos incorporam no próprio problema as incertezas. No caso do problema de despacho hidrotérmico, usam distribuição de probabilidades para vazões diretamente no problema, desta forma a solução do problema já fornece uma política ótima. Por outro lado, os modelos estocásticos implícitos, não consideram as incertezas diretamente no problema. Geram séries sintéticas de vazões e para cada série gerada resolvem um problema determinístico e usam alguma ferramenta para obter uma política operativa.

Um pouco do estado da arte sobre os modelos implícitos e explícitos é abordada em Labadie [46]. No caso implícito, destaca-se que todo o aspecto de estocasticidade está implicitamente incluída no problema. Além destes modelos aborda-se ainda: modelos de previsão com controle em tempo real e modelos heurísticos. Labadie descreve alguns métodos que utilizam estas abordagens e analisa casos de aplicações das mesmas, alguns com mais sucessos que outros.

Em [36] é proposta e apresentada uma modificação para o modelo de otimização estocástica implícita para superar o problema de previsão perfeita e incorporar considerações de risco na prescrição de operação de reservatório. O autor descreve, ainda, métodos e abordagens usadas para aplicar bases de dados de larga escala e um modelo de engenharia econômica para avaliar o fornecimento de água da Califórnia. O modelo denominado CALVIN (California Value Integrated Network) utiliza programação de fluxo em redes, uma subclasse de programação linear. Segundo o autor, outras técnicas tais como programação dinâmica não são facilmente aplicáveis para sistemas complexos devido à carga computacional. Destaca ainda que CALVIN é um modelo determinístico ou de otimização estocástica implícita. A entrada consiste de 72 séries hidrológicas baseadas em registros históricos, outubro de 1921 a setembro de 1993.

Outro trabalho que destaca a dificuldade computacional com a dimensionalidade do problema e aborda aspectos de estocasticidade implícita é a dissertação de Barretto [6]. Note que esta dissertação foi desenvolvida na COPPE em 1974 quando os modelos matemáticos estavam ainda “engatinhando”. Barretto destaca que uma solução usual é dividir o problema em duas partes: na primeira o conjunto de reservatórios é substituído por um único reservatório com todas as variáveis equivalentes e determinado a geração térmica e, em seguida, na segunda etapa com a determinação da vazão turbinada para cada usina hidroelétrica, para isso o problema

é transformado de probabilístico para determinístico pelo emprego de simulação do sistema de usinas individualizadas, para diversas hipóteses.

O trabalho de Barretto tem como principal objetivo a otimização da operação de um reservatório, visando a produção de energia elétrica, pela aplicação de um *método implícito estocástico dinâmico* seguindo uma sequência de regras de operação mensal:

- (a) *Analisar a estrutura da série hidrológica de vazões afluentes ao aproveitamento hidroelétrico e, como o resultado obtido, representá-la por um modelo matemático estatístico.*
- (b) *Gerar várias sequências de vazões para o mesmo local, usando o seu modelo matemático.*
- (c) *Determinar, em cada uma das sequências geradas, o período crítico do reservatório.*
- (d) *Otimizar a operação do reservatório, visando a máxima produção de energia, sob a restrição de descarga afluente mínima para fins de navegação, em cada um dos períodos críticos.*
- (e) *Obter uma regra ótima de operação do reservatório, por meio de uma análise de regressão, considerando os períodos críticos de cada sequência gerada com iguais probabilidades de ocorrência.*

Por fim, o reservatório de Três Marias foi usado como um exemplo de aplicação das técnicas desenvolvidas, e as regras de operação mensal desenvolvidas foram aplicadas para a série histórica.

Em termos de comparação pode-se citar o trabalho [25] que levanta a dificuldade de tamanho do problema. São apresentados três modelos baseados em otimização estocástica implícita na determinação de regras operacionais mensais de um reservatório paraibano e os compara com procedimentos de simulação e de programação dinâmica estocástica.

Ainda em termos de comparação, e pelo fato de ter uma grande similaridade com o caso brasileiro, Dembo [32] faz uma descrição bastante detalhada de um programa de que participou na Espanha como consultor. Além de descrever o programa desenvolvido o autor faz comparações com a otimização estocástica implícita e explícita, citando o caso brasileiro. Um dos principais objetivos do artigo [32] é mostrar o esforço desenvolvido por uma empresa espanhola para melhorar o uso dos recursos de geração de energia elétrica. Dembo desenvolveu uma metodologia para atender as necessidades da estatal Red Eléctrica, que na época era uma das maiores concessionárias de energia elétrica na Espanha, além de treinar um grupo de pessoas para operar os modelos de geração diária, curto prazo e de longo

prazo, onde a função objetivo considerada, consiste em maximizar o benefício da energia hidroelétrica gerada satisfazendo as restrições de rede. Sobre a metodologia, Dembo diz que das duas metodologias mais utilizadas na época: uma baseada em programação dinâmica estocástica usando reservatórios agregados (no Brasil é denominado de reservatórios equivalentes) e outra baseada em programação não linear, o grupo optou por utilizar um modelo detalhado de programação não linear determinístico tratando a estocasticidade por análise de cenários. Dessa maneira o modelo resultante possuía as características de não linearidade, não separabilidade e não convexidade.

A seguir tem-se alguns pontos levantados pelo grupo da Espanha, comandado por Dembo, sobre a metodologia de programação dinâmica estocástica com reservatórios equivalentes versus programação não linear determinística com cenários (ver [32, Apêndice 2]). A nomenclatura utilizada para a comparação é SDP para programação dinâmica estocástica (do Inglês *stochastic dynamic programming*) e SOPT para otimização com cenários (do Inglês *scenario optimization*).

Afluências estocásticas: *A distribuição de afluições nos reservatórios, condicionada ao estado do sistema, pode ser aproximada para um futuro imediato (uma ou duas semanas). As distribuições condicionais futuras das afluições são frequentemente muito difíceis senão impossíveis de previsão de meses de antecedência.*

Natureza individual dos reservatórios: *A característica de operação de turbinas difere grandemente de um reservatório para outro. A geografia de conexão de sistemas de rios pode ter um importante efeito, diferentes partes do sistema podem ter muitas características diferentes de afluições. O domínio de operação entre queda e volume pode variar grandemente entre reservatórios.*

SDP, por causa da maldição da dimensionalidade, é forçado a trabalhar com um reservatório equivalente único para representar todo um sistema conectado. Contudo, com este quadro pode-se lidar razoavelmente com uma aproximação discreta fina de possíveis cenários.

SOPT, por causa do grande número de subproblemas de cenários a serem resolvidos, é forçado agregar cenários de afluições futuras. Contudo, por causa da continuidade dos únicos subproblemas de cenários pode-se lidar com um alto grau de detalhamento.

Estas metodologias, SDP e SOPT, podem ser visualizadas como duas abordagens diferentes para resolver a mesma formulação de modelo estocástico subjacente.

Em SDP, todas as variáveis de decisão são discretizadas e um algoritmo de enumeração é usado para determinar uma solução ótima em cada estágio de tempo da programação dinâmica recursiva. Em SOPT, uma série de problemas de otimização determinística são resolvidos, um para cada cenário. Além disso, um único problema coordenado é resolvido para encontrar uma única trajetória ótima (política ótima).

Para SDP, o problema da dimensão, e desta forma o tempo computacional, cresce rapidamente com o número de reservatórios e o nível de discretização. Isto é frequentemente referido como a maldição da dimensionalidade.

Como exemplo, considere o caso na qual 100 valores discretos são usados para representar o nível em um reservatório. Se, além disso, 100 valores discretos são usados para representar as afluições do nível do reservatório, então existem 10^4 combinações possíveis de níveis e tendências hidrológicas. Se existem R reservatórios no sistema então o número de combinações possíveis que precisa ser examinado em cada estágio é 10^R . Portanto, para um reservatório há 10 mil estados. Para dois reservatórios há 100 milhões de estados e para três reservatórios há 1 trilhão de estados que precisam ser examinados na programação dinâmica recursiva.

Existem dois principais tipos de erros na abordagem SDP; erro devido a agregação em um único reservatório e, portanto, perda de detalhe do sistema e erro devido a discretização das variáveis de estado. Por outro lado, otimização por cenários não requer discretização das variáveis do problema e usa técnicas potentes de otimização (linear e não linear) para lidar eficientemente com a estrutura combinatória do problema.

Para SOPT, o crescimento no tamanho do problema é linear no número de cenários considerados. No exemplo considerado da Espanha, com 10 reservatórios e 50 estágios de tempo, um modelo de otimização detalhado (sem agregação de reservatórios) um único cenário teria 1.500 variáveis e 500 restrições de fluxos de rede. Se forem considerados 100 cenários para afluições futuras entrando no sistema, um modelo SOPT requereria 100 problemas de otimização em rede de tamanho dos anteriores e mais um problema de mínimos quadrados para determinar uma trajetória ótima. Desta forma, o erro na abordagem SOPT é quase que exclusivamente da agregação dos cenários de incertezas de afluições futuras.

Por estas razões os autores de [32] concluem que SOPT parece ter uma

vantagem sobre SDP. Além disso, para um alto nível de detalhes na discretização das variáveis de estado e um comparável número de cenários de afluências futuras, as duas abordagens deveriam se comportar de maneira similar.

Nessa época, ou seja, considerando a década de 1980 - 1990, nos parece bastante perceptível a dificuldade de se trabalhar com programação dinâmica estocástica devido a dificuldades computacionais. Na verdade na resolução dos subproblemas que a metodologia gera em função de trabalhar com variáveis aleatórias no próprio problema, isto é, em ter que usar distribuição de probabilidade para as variáveis aleatórias. Mesmo em trabalhos mais recentes em que já se avançou muito em pesquisa, uma das grandes dificuldades é administrar a questão da aleatoriedade, seja em modelos de programação estocástica explícita ou implícita.

Como já se citou antes, Rockafellar [64] alerta para a dificuldade em resolver problemas que envolvem incertezas. Bons resultados teóricos são discutidos para problemas que possuem uma certa estrutura, como é o caso de programação convexa. Como o próprio autor cita, no caso da falta de convexidade: “isto pode ser um impedimento muito sério para resolver o problema numericamente”. Em outra parte do texto vai mais além: “no princípio se poderia esperar algum dia cobrir não convexidade, mas neste momento isto parece fora do alcance prático. Convexidade é essencial acima de tudo na decomposição do problema, em larga escala, iterativamente em peças digestivas”. Destacamos que o “neste momento” é por volta de 2001 quando o texto de Rockafellar foi escrito. Por outro lado, o autor é resistente ao “modelo implícito” quando cita: “para ser efetivo em trabalhar com incerteza, um modelo de otimização deve envolver de alguma maneira proteção das decisões”, isto é, balancear o risco “por não colocar todos os ovos em uma única cesta”. Mas proteção é impossível quando um único elemento incerto é tomado como foco, não importa quão bem selecionado possa ser. A decisão baseada em condensar a incerteza justo no elemento incerto não pode refletir bem a realidade.

Existem ainda diversas publicações por grupos, ou pesquisadores individuais, abordando o assunto com diferentes técnicas para resolver o problema de despacho hidrotérmico. No Brasil pode-se citar a Unicamp, USP, PUC Rio, dentre outras mais. Não cabe aqui descrever todas estas pesquisas. Nosso objetivo, com essa revisão, é dar suporte para uma decisão que foi tomada quando do início desta pesquisa, ou seja, seguir o caminho da PDDE que usa modelagem estocástica explícita, e para tal propósito usa programação linear, ou seguir o caminho da programação não linear e para tal propósito usa modelagem estocástica implícita.

Como visto, nessa revisão, ambas as técnicas utilizam cenários, mas com modelagens e abordagens diferentes. A PDDE usa os cenários para discretizar o espaço amostral, por ser impraticável trabalhar com o caso contínuo. Uma vez

discretizado incorpora as variáveis aleatórias na modelagem do problema, ou seja, a função objetivo e também restrições (aquelas que envolvem a variável aleatória discretizada, que no caso do despacho são as afluências) são calculadas através da esperança (médias no sentido estatístico) o que muda, e muito, a configuração destas em relação ao caso determinístico.

Por outro lado, os modelos chamados estocásticos implícitos usam os cenários e ao invés de incorporar as variáveis aleatórias no problema, resolve para cada cenário, um problema determinístico (linear ou não linear). Assim, se for gerado um grande número de cenários, a estocasticidade entra de maneira implícita. Estes cenários podem ter as mais diversas configurações, no caso do despacho poderia ser, por exemplo: através de um número fixo de registros de séries históricas de vazões registradas em banco de dados; através de situações extremas de muita seca ou muita chuva, dentre muitas outras. Para gerar estes cenários são utilizadas técnicas estatísticas de amostragem.

Ambas as abordagens, de alguma maneira, precisam utilizar simplificações, nenhuma delas, por limitações computacionais, conseguem resolver o problema sem aproximações. No caso da primeira (a PDDE), as aproximações são, mais amplas e profundas, dentre estas cita-se: (i) trabalha com reservatórios equivalentes; (ii) faz aproximação linear das funções de custo e das restrições de fluxos, para tornar o problema linear e convexo e (iii) reduz o número de cenários, trabalhando com amostras de cenários, como vimos nos vários trabalhos referenciados no texto. Já a segunda (modelagem implícita) para poder representar bem o futuro deveria gerar um número muito grande de cenários e para cada um resolver um problema determinístico usando programação não linear, além de um problema que coordene todas as soluções para determinar uma política ótima. Uma opção é gerar um número excessivamente grande de cenários e utilizar técnicas amostrais para selecionar um número fixo destes e, então, resolver para estes cenários um problema determinístico.

O ideal seria utilizar programação estocástica explícita, sem nenhuma simplificação e tão pouco aproximação na modelagem do problema, o que é impraticável, pois a programação estocástica exige simplificações. Por outro lado, considerando a modelagem do problema mais próxima da realidade, deve-se utilizar algum método robusto de programação não linear e descartar a programação estocástica. Mais pela inviabilidade das variáveis estocásticas do que pelas dimensões do problema.

Tendo em vista a análise dos modelos implícitos e explícitos, optou-se por utilizar uma política ótima de despacho utilizando programação não linear com modelagem estocástica implícita. A decisão foi baseada nas pesquisas descritas e citadas anteriormente no texto e, também, pelo fato de que a programação não linear avançou muito nos últimos anos e métodos robustos estão sendo desenvolvidos

continuamente. Na época da concepção do modelo utilizado no Brasil, os métodos de programação não linear não tinham robustez necessária para resolver tamanho problema. Nesta época qualquer método com boas propriedades de convergência utilizava informação de segunda ordem, tipo método de Newton ou baseados neste. Neste caso, o cálculo envolvendo as matrizes geradas era inviável, como é ainda hoje para o problema do despacho, pelas suas dimensões. Mas, felizmente a comunidade de programação não linear tem desenvolvido métodos robustos que necessitam somente informações de primeira ordem, ou seja, produto de vetores.

2.5 Revisão Bibliográfica

Neste item serão descritos alguns trabalhos dedicados ao problema do despacho hidrotérmico e consideração das restrições elétricas no problema do despacho hidrotérmico.

Em [69], Vargas, Quintana e Vannelli apresentam um tutorial de métodos de Pontos Interiores, do tipo primal-dual, onde são abordadas as ideias básicas do processo de iteração do método. Também é descrito o método Dual-Afim, desenvolvido por Karmarkar [43], uma variação do método original que tem como proposta uma mudança de variável, isto é, uma operação escala seguida de um processo de pesquisa que determina a iteração seguinte. É observado o melhor desempenho do método de pontos interiores em comparação ao método simplex aplicado ao problema de despacho econômico.

No trabalho [54] proposto por um grupo envolvendo pesquisadores do Canadá e Espanha (grupo do Quintana - Canadá e Conejo - Espanha) comparou-se o desempenho de vários algoritmos de pontos interiores para um sistema de potências na Espanha. A comparação foi realizada com seis códigos, comerciais e de pesquisa, de métodos de pontos interiores. O desempenho dos códigos foi testado em duas classes de problemas. A maior configuração era composta de 30 térmicas e 29 hidroelétricas acopladas. A formulação recaiu em um problema de programação linear e foi comparada com o método simplex onde ficou comprovada a maior eficiência dos métodos de pontos interiores.

Em [12] os autores seguem a formulação tradicional do problema de despacho de usinas para um período de 24 horas à frente, o que dá origem a um problema de programação inteira mista, dinâmico e com um grande número de variáveis. A abordagem desse trabalho é baseada na dualidade do problema original e na solução ótima do problema (não diferenciável) associado ao dual. Além disso, as variáveis duais possuem uma interpretação econômica que pode ser utilizada pelas companhias geradoras na tomada de decisões. É comum o uso dessa abordagem combi-

nada com a técnica *branch and bound* em programação inteira e é conhecida como relaxação Lagrangeana. A metodologia descrita tem duas características principais: os requisitos computacionais normalmente crescem de forma linear com o número de unidades geradoras e o gap de dualidade diminui em termos relativos quando o número de unidades geradoras aumenta, e como resultado o algoritmo tende a executar melhor os problemas de grandes dimensões. Isso gera soluções consistentes e confiáveis de problemas reais de grande porte envolvendo várias unidades geradoras e restrições práticas. Esta metodologia é aplicável para uma ampla classe de programação dinâmica, de grande porte, e problemas de alocação de recursos que envolvem variáveis inteiras. Foram apresentados resultados para mais de 100 unidades geradoras para um período de 24 horas à frente. Essa proposta também é aplicável à programação de sistemas de energia tanto para unidades térmicas quanto para unidades hidráulicas. Para tanto, é necessário um pré-processamento dos dados das unidades hidráulicas juntamente com o perfil de demanda das térmicas.

Escudero *et.al.* [37] abordam um problema geral de gestão de geração de energia, essa formulação segue as técnicas de fluxo em rede, onde os nós representam reservatórios e os arcos as conexões entre rios. Para lidar com a questão da incerteza foi proposta uma metodologia baseada na “análise de cenário”. As variáveis de decisão são as vazões descarregadas em um determinado intervalo de tempo pelos arcos e os armazenamentos de um período a outro. As restrições consideradas foram equações de balanço, controle de cheias, navegação e irrigação, também foram considerados limites de armazenamento para garantia de segurança das barragens. Todas essas considerações resultam em um problema de otimização com múltiplos cenários, onde a busca do ótimo para esse problema é obtida com a técnica de decomposição empregando-se um algoritmo baseado no método Lagrangeano Aumentado. Além disso, o algoritmo de decomposição pode facilmente ser implementado em um ambiente de computação paralela, com significativa redução de tempo computacional. Foram apresentados os resultados computacionais da implementação em versões sequencial e paralela do código, executado em um cluster. Os códigos foram testados nos dados do reservatório da Iberdrola, que possui 50% da capacidade instalada total de hidroelétricas da Espanha, e gera 40% da sua demanda total de energia.

No trabalho [29] é abordado o problema do despacho hidrotérmico de curto prazo, que é um problema de grande porte, combinatório e não linear. Foi aplicada a metodologia de relaxação Lagrangeana a uma planta da Espanha, que consiste de 60 térmicas e 30 hidroelétricas. Este trabalho oferece um novo processo para atualização dos multiplicadores de Lagrange, mais vantajoso quando comparado a processos utilizados anteriormente como de subgradientes e o método Bundle (que combinam regiões de confiança e penalizações para que as soluções duais não variem

muito de uma iteração para outra).

Em [71] é proposto um algoritmo de relaxação Lagrangeana para o problema de despacho de unidades geradoras, dividido em três fases. Na primeira fase, o dual Lagrangeano maximiza o comprometimento das unidades geradoras usando a técnica de subgradientes. A segunda fase encontra uma solução viável, seguido pela terceira fase que é a do despacho econômico. Foi apresentado, detalhadamente, um método baseado em um processo sistemático de aplicação geral que busca uma solução dual na região viável. O algoritmo proposto foi testado em um sistema de até 100 unidades a serem despachadas em um horizonte de 168 horas.

A pesquisa [2] apresenta uma abordagem do método Lagrangeano Aumentado para o despacho de um sistema hidrotérmico. A modelagem abordada é a minimização dos custos relacionados com a operação das termoelétricas e os custos de manutenção das mesmas, por serem pequenos os custos das hidroelétricas são desprezados. Essa minimização está sujeita às seguintes restrições: atendimento à demanda, limites na geração das hidroelétricas, emissão de poluentes e restrições de rampa, ou seja, as termoelétricas necessitam de um determinado tempo tanto para aumentar quanto para reduzir sua produção de energia. A função objetivo utilizada na penalização é a penalidade clássica. São discutidas as vantagens dessa abordagem em relação a Relaxação Lagrangeana. Um sistema de teste do IEEE é usado na validação e os resultados mostram que o Lagrangeano Aumentado com todas as restrições de acoplamento penalizadas pode fornecer melhores resultados.

A consideração das restrições elétricas é usualmente adotada ao final do planejamento anual com discretização mensal, ou seja, ao final do planejamento de médio prazo são considerados modelos de curto prazo que realizam o despacho de energia hidrotérmico entre três patamares de carga mensal.

Ohishi propõe em [57] uma metodologia para o planejamento da operação de curto prazo para um sistema com predominância hidráulica, cuja metodologia consiste na resolução sequencial de um problema que otimiza a operação do sistema de transmissão, e de um modelo que simula a operação hidráulica correspondente, ou seja, essa abordagem define a geração visando somente a operação elétrica. Dentre os testes realizados, a composição do maior sistema teste é de nove usinas com 23 barras e 33 linhas de transmissão.

Em [41], a formulação do problema de planejamento da operação de curto prazo (operação semanal) inclui a representação de restrições operacionais do sistema como o acoplamento hidráulico entre usinas em cascata e os limites de transmissão na rede elétrica. Para permitir a decomposição do problema em subproblemas hidráulico e elétrico, uma abordagem com penalidade linear-quadrática é utilizada forçando o acoplamento entre as variáveis elétricas e hidráulicas. Para a análise do

planejamento de curto prazo é utilizado o sistema da CESP reduzido, onde o sistema de transmissão possui: 26 linhas de transmissão, 11 pontos de carga e três pontos de intercâmbio. E o sistema hidráulico possui três usinas em cascata.

Carvalho e Oliveira em [23] utilizam o Método de Pontos Interiores versão Primal-Dual (MPPD) e Preditor-Corretor ao problema do pré-despacho DC (modelo linear da rede) de um sistema de potência predominantemente hidráulico, apresentando também uma heurística para a escolha de um parâmetro de perturbação, verificando que o método mostrou-se robusto e eficiente, principalmente em relação ao número de iterações.

Em sua tese de doutorado, Azevedo [5] propôs um modelo de otimização a usinas individualizadas e um modelo de fluxo de potência ótimo linear visando contribuir para o planejamento e a programação da operação de sistemas hidrotérmicos. Para tanto, foi utilizado o Método de Pontos Interiores que exploram as particularidades dos problemas, em especial a estrutura de fluxo em redes, resultando em métodos robustos e eficientes. Os resultados dos testes no sistema hidrotérmico são fornecidos ao fluxo de potência ótimo, os testes realizados contemplaram 82 usinas hidroelétricas e as usinas termoeletricas foram representadas por sistemas termoeletricos.

De acordo com as diversas experiências relevantes com sistema de grande porte, observou-se que a utilização do modelo linear para a representação do fluxo de potência ativo a fim de se viabilizar a consideração das restrições elétricas é uma prática comum na etapa final do problema de despacho hidrotérmico, e que a utilização do Método dos Pontos Interiores apresenta bons resultados e robustez na resolução do mesmo.

Nos modelos convencionais, como por exemplo, [10], [22], [26], [27], [50], [59], [60] e [68], a interação entre o problema energético e o elétrico é caracterizada somente pelo repasse para o curto prazo das metas de geração ou defluências ótimas obtidas no médio prazo. Essa simplificação se deve ao grande porte e complexidade dos modelos de planejamento energético para sistemas hidrotérmicos, em especial quando se considera a estocasticidade das afluências hidrológicas. Além disso, outra barreira para uma maior integração entre o planejamento energético e elétrico é que os mesmos lidam com grandezas físicas distintas: o problema energético lida com energia, frequentemente agregada na escala mensal e o problema elétrico com potência, o que o torna um problema instantâneo.

Estas dificuldades em se integrar aspectos energéticos e elétricos implicam em despachos no curto prazo de usinas termoeletricas, por exemplo, a fim de manter magnitudes de tensão em níveis admissíveis, prevenir cortes de carga em caso de contingências e outros. Esse despacho de usinas termoeletricas por restrições elétricas

afasta a operação do seu ótimo, sendo importante haver, já no planejamento de médio prazo, uma consideração dos aspectos elétricos do sistema com o intuito de se obter o seu comportamento elétrico mediante as metas energéticas “ótimas”.

2.6 Considerações Finais

Este capítulo trouxe uma breve revisão bibliográfica, com a finalidade de descrever o tratamento atual dado ao problema do despacho hidrotérmico e levantar abordagens adotadas na otimização do mesmo. Além, da discussão sobre modelos estocásticos explícitos e implícitos. Dessa maneira, optou-se por utilizar programação não linear com modelagem estocástica implícita para resolver o problema do despacho hidrotérmico

O próximo capítulo contém a modelagem proposta para o problema do despacho hidrotérmico com acoplamento elétrico-energético, a ser resolvido através de um processo de integração utilizando os métodos Lagrangeano Aumentado e Gradiente Espectral Projetado.

Capítulo 3

Modelagem do Despacho Hidrotérmico

Uma das principais preocupações na modelagem do problema constitui em respeitar as características do Sistema Interligado Nacional (SIN), adotando o menor número possível de simplificações. Dessa maneira as usinas hidroelétricas e termoelétricas foram consideradas individualmente, as não linearidades constantes nas equações de produção hidráulica e dos polinômios de cota montante e cota jusante foram consideradas explicitamente, entre outras considerações que serão tratadas no decorrer do capítulo. Também, será descrito o tratamento algébrico dado ao problema a fim de reescrevê-lo de forma simplificada, evidenciando que o problema do despacho hidrotérmico é um problema de programação não linear completo, não convexo e de grande porte. Por fim, será descrita geração das séries sintéticas e o processo de verificação das restrições elétricas.

3.1 Geração de Energia

Como já descrito anteriormente o parque gerador do Brasil é composto basicamente de usinas hidroelétricas e termoelétricas (ver seção 2.3) e cada uma delas tem características que devem ser consideradas na modelagem, a seguir uma breve descrição de seus principais atributos.

As usinas hidroelétricas têm como característica a utilização da água para geração de energia elétrica, através da transformação da energia potencial. A energia potencial obtida do armazenamento de água em reservatórios é transformada em energia cinética quando esta é conduzida sob pressão através do conduto forçado ao conjunto de turbinas. As turbinas absorvem a energia cinética do fluxo de água, transformando-a em energia mecânica. Finalmente, esta energia é transmitida através de um eixo ao gerador que por sua vez a transforma em energia elétrica. A

água segue então para o rio pelo canal de fuga. Este processo está ilustrado na Figura (3.1), [66].

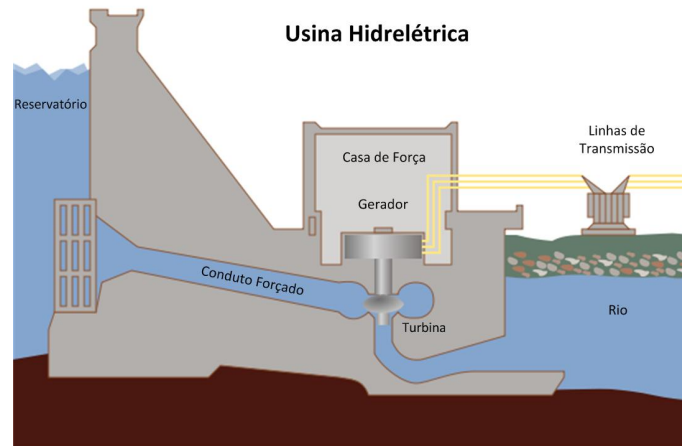


Figura 3.1: Esquema de uma usina hidroelétrica.
Fonte: Adaptado de Tennessee Valley Authority

Outra fonte de geração de energia elétrica bastante utilizada é a termoelétrica. Neste tipo de usina, a energia elétrica é obtida através da transformação de energia térmica em energia mecânica para movimentação de uma turbina acoplada a um gerador. São vários os tipos de usinas termoelétricas, a diferença entre elas se dá pela forma com que a energia térmica é obtida, mais especificamente, pelo tipo de combustível utilizado e pela forma com que este é queimado. Alguns dos combustíveis utilizados em termoelétricas são: carvão mineral, óleo, gás natural e biomassa. O tipo de turbina utilizada depende da usina e do combustível, sendo os tipos mais comuns: as turbinas a vapor e as turbinas a gás. As usinas termonucleares são tipos particulares de termoelétricas que utilizam o calor gerado pela fissão nuclear do urânio para movimentar turbinas a vapor.

3.2 Modelagem do Planejamento da Operação

Nessa seção será descrito e formulado o problema de otimização do despacho hidrotérmico. Serão apresentados os principais componentes de um sistema hidrotérmico de geração, visando o modelo matemático do problema sob o ponto de vista energético, [5], [40] e [47], .

O modelo considerado consiste na minimização dos custos de geração termoelétrica e de déficit energético do sistema, levando em consideração as restrições operativas das usinas, balanço hídrico, atendimento a demanda, defluência mínima total dos reservatórios e limites das variáveis.

As variáveis de decisão envolvidas na descrição do modelo estão relacionadas a seguir:

$GT_{j,t}$ - Geração da usina térmica j durante o período t - $[MWmês]$

$V_{i,t}$ - Volume armazenado no reservatório i para o período t - $[hm^3]$

$QVT_{i,t}$ - Vazão vertida do reservatório i durante o período t - $[m^3/s]$

$QC_{i,t}$ - Vazão turbinada do reservatório i durante o período t - $[m^3/s]$

$INT_{(s,n),t}$ - Intercâmbio de energia saindo do subsistema s para o n no período t - $[MWmês]$

$DEF_{s,t}$ - Déficit do submercado s durante o período t - $[MWmês]$

A unidade de energia utilizada nas variáveis $GT_{j,t}$, $INT_{(s,n),t}$ e $DEF_{s,t}$ é o megawatt médio $MWmês$, onde $1MWmês$ é a energia produzida por um gerador com uma potência efetiva de $1MW$ trabalhando continuamente durante um intervalo de tempo (neste caso, um mês). Ele pode ser transformado em megawatt-hora multiplicando o seu valor pelo número de horas em um passo de tempo, que durante um mês típico de 30 dias resultaria em $1MWmês = 720MWh$.

Primeiramente será descrita a função objetivo, depois as restrições que envolvem o problema de despacho hidrotérmico e finalmente o modelo matemático resultante.

3.2.1 Função Objetivo

A otimização do despacho hidrotérmico tem como objetivo a minimização do valor presente dos custos operacionais das termoelétricas e dos custos econômicos causados por déficits energéticos, portanto a função objetivo pode ser escrita da seguinte maneira:

$$\text{minimizar } \sum_{t=1}^T \lambda_t \left[\sum_{j=1}^k CT_j(GT_{j,t}) + \sum_{s=1}^S CD_s(DEF_{s,t}) \right], \quad (3.1)$$

onde:

- λ_t é o coeficiente de valor presente para o período t : $\lambda_t = \frac{1}{(1+\beta)^t}$, com β sendo a taxa de desconto
- CT_j é a função que representa o custo da usina termoelétrica j - $[R\$]$
- CD_s é a função que representa o custo de déficit do subsistema s - $[R\$]$

A função custo térmico depende do tipo de combustível utilizado na usina e será aproximada por um polinômio de grau 2. A função custo de déficit representa

o valor econômico do impacto causado pelo não suprimento da demanda de energia nas diferentes atividades econômicas do país. Este custo será representado por um polinômio de segundo grau, obtido por uma aproximação quadrática da função linear por partes definida pelo NEWAVE.

3.2.2 Restrições

Restrição de Balanço Hídrico

A restrição de balanço hídrico relaciona o volume de um reservatório com o volume do período anterior, as afluições do reservatório e as perdas:

$$V_{i,t} = V_{i,t-1} + \sum_{l \in J_i} (QC_{l,t} + QVT_{l,t}) - QC_{i,t} - QVT_{i,t} + Y_{i,t} - \sum_{l \in J_i} Y_{l,t}, \quad (3.2)$$

onde $Y_{i,t}$ representa a afluição natural ao reservatório i durante o período t [m^3/s], J_i representa o conjunto de reservatórios imediatamente a montante do reservatório i .

Nota: Para que seja possível realizar essa operação é necessário transformar o volume que está em hm^3 em m^3/s , para isso, na restrição de balanço hídrico será considerado o volume multiplicado por $10^5/Smês$, onde $Smês$ corresponde ao número de segundos no mês.

A afluição natural é obtida com a retirada do efeito da operação de aproveitamentos a montante e a incorporação das vazões relativas à evaporação líquida dos reservatórios e aos usos consecutivos da água em toda bacia, através de processos de reconstituição das vazões naturais [19].

A Figura 3.2 ilustra um exemplo do balanço hídrico de uma usina i . O círculo representa o conjunto J_i das usinas a montante e a equação de balanço é dada por:

$$V_{i,t} = V_{i,t-1} + (QC_{1,t} + QVT_{1,t} + QC_{2,t} + QVT_{2,t}) - QC_{i,t} - QVT_{i,t} + Y_{i,t} - (Y_{1,t} + Y_{2,t}).$$

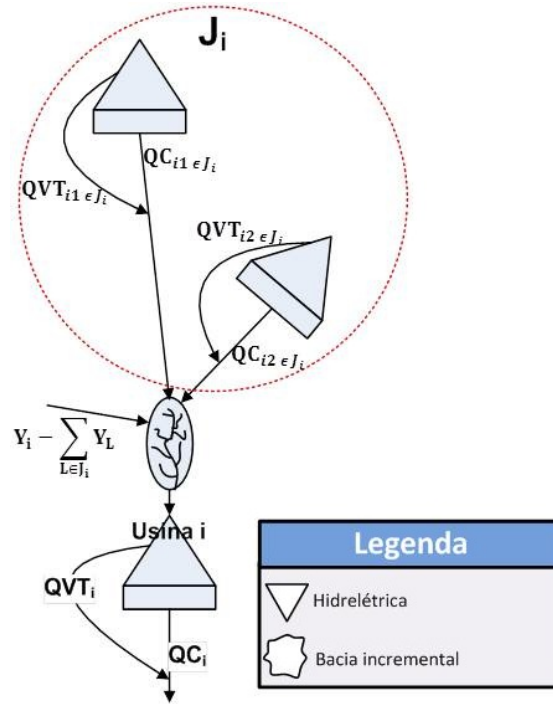


Figura 3.2: Balanço hídrico.
Fonte: Adaptado de [40]

Restrição de Atendimento à Demanda

A restrição de atendimento à demanda de energia tem por objetivo garantir o atendimento da carga do subsistema. A demanda de energia no subsistema s no período t [$MWm\hat{e}s$] será representada pela variável $D_{s,t}$ e está sujeita à seguinte equação:

$$\sum_{j \in k_s} GT_{j,t} + \sum_{i \in R_s} EH_{i,t} + \sum_{n \in \Omega_s} (INT_{(n,s),t} - INT_{(s,n),t}) = D_{s,t} - DEF_{s,t}, \quad (3.3)$$

onde Ω_s representa o conjunto de subsistemas diretamente conectados ao subsistema s , k_s o conjunto de usinas termoelétricas no subsistema s e R_s o conjunto de usinas hidroelétricas no subsistema s .

A restrição de atendimento à demanda é a diferença entre a demanda do subsistema e toda geração das usinas termoelétricas e hidroelétricas pertencentes ao subsistema em questão e o intercâmbio realizado pelo mesmo.

A energia gerada na usina, $EH_{i,t}$ [$MWm\hat{e}s$], é obtida a partir da função de produção hidráulica, que tem fortes características de não linearidade, e pode ser definida como:

$$EH_{i,t} = k_i H Li_{i,t} QC_{i,t}, \quad (3.4)$$

onde k_i é uma constante que recebe o nome de produtibilidade específica da usina i , e é obtida do rendimento médio da usina, $\eta^{médio}$, da aceleração da gravidade, g , e da massa específica da água, ρ , pela seguinte equação:

$$k_i = \eta_i^{médio} g \rho, \quad (3.5)$$

sendo o rendimento médio da usina obtido a partir das curvas-colinas, g tem o valor de $9,81m/s^2$ e ρ de $1.000kg/m^3$.

Uma observação importante é que o cálculo da cota de montante do reservatório, utilizado para obtenção da altura líquida na equação (3.7), é feito utilizando-se a média entre os volumes de início e fim do período, ou seja, o volume médio $VMED_{i,t}$ [hm^3]:

$$VMED_{i,t} = \frac{V_{i,t-1} + V_{i,t}}{2}. \quad (3.6)$$

Logo, a altura de queda líquida, $HLiq_{i,t}[m]$, é dada por:

$$HLiq_{i,t} = \phi_{i,t}(VMED_{i,t}) - \theta_{i,t}(Q_{i,t}) - pc_{i,t}, \quad (3.7)$$

onde $\theta_{i,t}$ representa a cota de jusante do canal de fuga da usina i para o período t e $\phi_{i,t}$ a cota de montante do reservatório i para o período t . E as perdas de carga hidráulica na usina i no período t são representadas por $pc_{i,t}$. Estas perdas ocorrem principalmente devido ao atrito entre a água e as canalizações do tubo de adução e podem ser representadas de três formas:

$$pc_{i,t} = \begin{cases} c_i HBruta_{i,t} \\ c_i \\ c_i QC_{i,t}^2 \end{cases} \quad (3.8)$$

onde c_i é uma constante, denominada de coeficiente de perdas hidráulicas da usina i . A primeira representação indica uma porcentagem da altura bruta da usina [m], sendo essa calculada a partir da cota de montante do reservatório e da cota do canal de fuga:

$$HBruta_{i,t} = \phi_{i,t} - \theta_{i,t}. \quad (3.9)$$

A segunda representação é um valor constante em metros e a terceira é em função da turbinagem da usina. Nessa pesquisa será utilizada a segunda representação, ou seja, $pc_{i,t} = c_i$.

Portanto, a função de produtividade pode ser expressa por:

$$EH_{i,t} = k_i \left[\phi_{i,t}(VMED_{i,t}) - \theta_{i,t}(Q_{i,t}) - c_i \right] QC_{i,t} \quad (3.10)$$

Restrição de Defluência Mínima

A restrição de defluência mínima total para o reservatório garante condições mínimas para manutenção da vida aquática e para uso de recursos hídricos a jusante da usina. Considerando que a defluência total $Q_{i,t}$ do reservatório i é a soma da vazão vertida $QVT_{i,t}$ com a turbinada $QC_{i,t}$, tem-se:

$$Q_{i,t} = QVT_{i,t} + QC_{i,t}. \quad (3.11)$$

Portanto, a restrição pode ser escrita como:

$$QVT_{i,t} + QC_{i,t} \geq Qmin_{i,t}, \quad (3.12)$$

onde $Qmin_{i,t}$ representa a vazão total mínima de defluência do reservatório i no período t [m^3/s]. Vale notar que esses limites são dependentes do tempo considerado, pois são resultados de políticas de operação.

Restrição de Limite das Variáveis

Além da geração, as usinas hidroelétricas apresentam uma série de restrições operativas que devem ser consideradas no problema de otimização. Os limites na capacidade de armazenamento do reservatório podem ser descritos pela expressão:

$$Vmin_{i,t} \leq V_{i,t} \leq Vmax_{i,t}, \quad (3.13)$$

onde $Vmin_{i,t}$ e $Vmax_{i,t}$ representam, respectivamente, os volumes do reservatório correspondentes aos níveis mínimo e máximo do reservatório i no período t [hm^3]. Esses valores ficaram dependentes do tempo devido ao atendimento das restrições de usos múltiplos da água, como por exemplo, uso do reservatório para fins recreativos e de turismo, controle e segurança de cheias.

Limitações quanto à capacidade de vazão turbinada do reservatório i :

$$QCmin_i \leq QC_{i,t} \leq QCmax_i, \quad (3.14)$$

onde $QCmin_i$ e $QCmax_i$ representam, respectivamente, os volumes mínimo e máximo de turbinagem do reservatório i [m^3/s], e dependem da capacidade de engolimento das turbinas da usina.

Os limites para vazão vertida do reservatório i , são dados por:

$$0 \leq QVT_{i,t} \leq QVTmax_i, \quad (3.15)$$

onde $QVTmax_i$ representa o volume máximo de vertimento do reservatório i [m^3/s]. Em reservatórios de grande porte, a vazão do vertedouro é controlada através de comportas, em outras usinas há vertimento sempre que o nível d'água ficar acima da crista do vertedouro.

Por sua vez, as usinas termoelétricas também estão sujeitas a limites máximo e mínimos de geração em cada período t , representados pelas variáveis $GTmax_{j,t}$ e $GTmin_{j,t}$ [$MWmês$]:

$$GTmin_{j,t} \leq GT_{j,t} \leq GTmax_{j,t}, \quad (3.16)$$

onde j representa o índice que denota a usina termoelétrica, $j = 1, \dots, k$.

O sistema elétrico brasileiro é usualmente representado por subsistemas, interligados por um sistema de transmissão que possui restrições de intercâmbios. Este intercâmbio entre submercados será representado pela variável $INT_{(s,n),t}$, que indica o intercâmbio de energia saindo do subsistema s para o subsistema n no período t [$MWmês$]. O intercâmbio está sujeito a limites energéticos, que advêm dos limites das linhas de transmissão entre os submercados:

$$INTmin_{(s,n),t} \leq INT_{(s,n),t} \leq INTmax_{(s,n),t}. \quad (3.17)$$

Foi adotada nessa modelagem a premissa que o limite inferior de uma linha de transmissão o $INTmin_{(s,n),t}$ é igual a $-INTmax_{(s,n),t}$ que representa o intercâmbio máximo de energia entre o subsistema s e o subsistema n no período t [$MWmês$], s é o índice que denota o subsistema, $s = 1, \dots, S$ sendo S o conjunto de subsistemas.

Quando a variável $INT_{(s,n),t}$ assume valores negativos significa que o subsistema s está enviando energia para o subsistema n , e quando o valor é positivo o subsistema s está recebendo energia do subsistema n .

Nesse trabalho a usina Itaipu é tratada como um subsistema isolado, onde não existe demanda somente geração de energia. Nesse caso os limites inferiores de intercâmbios são iguais a zero, pois esse subsistema não receberá energia.

A variável $DEF_{s,t}$, que indica o déficit de energia de cada subsistema s no período t [$MWmês$], possui somente limitante inferior:

$$0 \leq DEF_{s,t}. \quad (3.18)$$

3.2.3 Modelo Matemático

Reescrevendo todos os conceitos abordados, tem-se o modelo de programação não linear para o problema de otimização energética:

$$\begin{aligned}
\text{minimizar} \quad & \sum_{t=1}^T \lambda_t \left[\sum_{j=1}^k CT_j(GT_{j,t}) + \sum_{s=1}^S CD_s(DEF_{s,t}) \right] \\
\text{Sujeito a :} \quad & \sum_{j \in k_s} GT_{j,t} + \sum_{i \in R_s} EH_{i,t} \\
& + \sum_{n \in \Omega_s} (INT_{(n,s),t} - INT_{(s,n),t}) = D_{s,t} - DEF_{s,t} \\
& V_{i,t} - V_{i,t-1} - \sum_{l \in J_i} (QC_{l,t} + QVT_{l,t}) + QC_{i,t} + QVT_{i,t} = \\
& Y_{i,t} - \sum_{l \in J_i} Y_{l,t} \\
& QVT_{i,t} + QC_{i,t} \geq Qmin_{i,t} \\
& GTmin_{j,t} \leq GT_{j,t} \leq GTmax_{j,t} \\
& Vmin_{i,t} \leq V_{i,t} \leq Vmax_{i,t} \\
& QCmin_i \leq QC_{i,t} \leq QCmax_i \\
& 0 \leq QVT_{i,t} \leq QVTmax_i \\
& INTmin_{(s,n),t} \leq INT_{(s,n),t} \leq INTmax_{(s,n),t} \\
& 0 \leq DEF_{s,t}
\end{aligned} \tag{3.19}$$

Onde as variáveis de decisão envolvidas na descrição do modelo estão relacionadas a seguir:

- $GT_{j,t}$ - Geração da usina termoeétrica j durante o período t - $[MWmês]$
- $V_{i,t}$ - Volume armazenado no reservatório i para o período t - $[hm^3]$
- $QVT_{i,t}$ - Vazão vertida do reservatório i durante o período t - $[m^3/s]$
- $QC_{i,t}$ - Vazão turbinada do reservatório i durante o período t - $[m^3/s]$
- $INT_{(s,n),t}$ - Intercâmbio de energia saindo do subsistema s para o n no período t - $[MWmês]$
- $DEF_{s,t}$ - Déficit do submercado s durante o período t - $[MWmês]$

Os dados do problema de otimização energética estão descritos a seguir:

- $t = 1, 2, \dots, T$ - número de períodos
- $i = 1, 2, \dots, R$ - número de usinas hidroelétricas
- $j = 1, 2, \dots, k$ - número de usinas termoelétricas
- $s = 1, 2, \dots, S$ - número de subsistemas
- Ω_s - conjunto de subsistemas diretamente conectados ao subsistema s
- $n \in \Omega_s$ - subsistema diretamente conectado ao subsistema s
- k_s - usinas termoelétricas que pertencem ao mesmo subsistema
- J_i - conjunto de reservatórios imediatamente a montante do reservatório i
- (s, n) - subsistemas envolvidos no intercâmbio, ou seja, energia saindo do subsistema s para o subsistema $n = 1, 2, \dots, S$
- λ_t - coeficiente de valor presente para o período t
- CT_j - função que representa o custo da usina termoelétrica j - [R\$]
- CD_s - função que representa o custo de déficit do subsistema s - [R\$]
- $D_{s,t}$ - demanda de energia no subsistema s no período t - [MWmês]
- $Y_{i,t}$ - afluência natural ao reservatório i durante o período t [m^3/s]
- $Vmin_{i,t}$ - volume mínimo do reservatório i no período t [hm^3]
- $Vmax_{i,t}$ - volume máximo do reservatório i no período t [hm^3]
- $QCmin_i$ - volume mínimo de turbinagem do reservatório i [m^3/s],
- $QCmax_i$ - volume máximo de turbinagem do reservatório i [m^3/s],
- $QVTmax_i$ - volume máximo de vertimento do reservatório i [m^3/s]
- $GTmin_{j,t}$ - geração térmica mínima em cada período t [MWmês]
- $GTmax_{j,t}$ - geração térmica máxima em cada período t [MWmês]
- $INTmin_{(s,n),t}$ - intercâmbio mínimo de energia entre o subsistema s e o subsistema n no período t [MWmês]
- $INTmax_{(s,n),t}$ - intercâmbio máximo de energia entre o subsistema s e o subsistema n no período t [MWmês]

3.3 Representação Simplificada do Modelo Matemático

Na seção anterior foram descritas as características do problema do despacho hidrotérmico. Nessa serão analisadas essas características quando o problema do despacho hidrotérmico é escrito matematicamente, fazendo simplificações na notação das variáveis e funções.

Como descrito na seção 3.2, as variáveis de decisão do problema de programação são: GT (energia térmica a ser gerada), V (volume armazenado), QVT (vazão vertida), QC (vazão turbinada), INT (intercâmbio entre subsistemas), DEF (déficit do subsistema). As dimensões destas variáveis estão descritas na Tabela 3.1.

Tabela 3.1: Dimensão das variáveis de decisão.

Variável	Dimensão
GT	$\mathbb{R}^{(KT) \times 1}$
V	$\mathbb{R}^{(RT) \times 1}$
QVT	$\mathbb{R}^{(RT) \times 1}$
QC	$\mathbb{R}^{(RT) \times 1}$
INT	$\mathbb{R}^{(iST) \times 1}$
DEF	$\mathbb{R}^{(ST) \times 1}$

Em que K é o número de usinas termoelétricas, R é o número de reservatórios das usinas hidroelétricas, T é o número de períodos, S é o número de subsistemas e n é o número de linhas de intercâmbio existentes entre os submercados.

Para exemplificar, escolhe-se o vetor V para escrever suas componentes, ou seja:

$$V = (v_{1,1}, v_{2,1}, \dots, v_{R,1}, v_{1,2}, v_{2,2}, \dots, v_{R,2}, \dots, v_{1,T}, v_{2,T}, \dots, v_{R,T})^T,$$

onde $v_{1,1}$ representa o volume da usina 1 no período 1, $v_{2,1}$ o volume da usina 2 no período 1 sucessivamente até $v_{R,T}$ que é o volume do reservatório da usina R para o último período. Pode-se notar que o vetor V possui RT componentes. De forma semelhante, é possível descrever as demais variáveis.

Com a finalidade de simplificar a notação utilizada na metodologia desenvolvida, serão utilizadas as notações a seguir:

$$x = (GT \ V \ QVT \ QC \ INT \ DEF)^T,$$

$$l = (GTmin \ Vmin \ 0_{RT,1} \ QCmin \ INTmin \ 0_{ST,1})^T,$$

$$u = (GTmax \ Vmax \ QVTmax \ QCmax \ INTmax \ DEFmax)^T,$$

Assim, podem-se reescrever as restrições que representam os limites das variáveis como: $l \leq x \leq u$

A restrição de balanço hídrico pode ser reescrita usando teoria de grafos. Intuitivamente tem-se nos nós as usinas hidroelétricas, onde de cada nó sai um arco que representa a defluência e um arco que representa o volume. Em [24] com o objetivo de diminuir o tempo computacional é explorada a estrutura de arborescência para representar as características de uma rede hidráulica para facilitar a manipulação dos dados e tornar o processo mais ágil. Pode-se ainda representar esses dados matricialmente da seguinte maneira $Ax \leq b$.

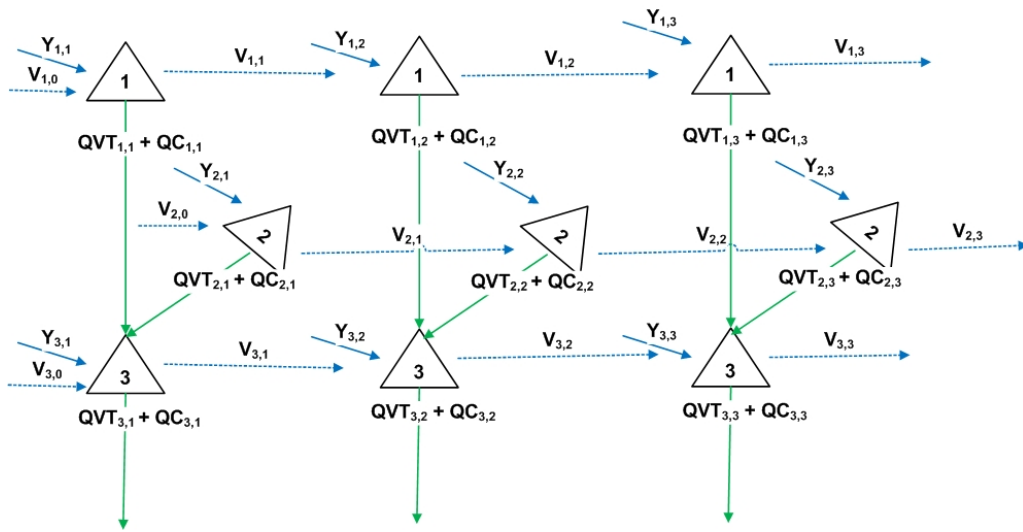


Figura 3.3: Representação Balanço Hídrico.

Fonte: O Autor

Por exemplo, a Figura 3.3 representa uma cascata com 3 usinas e 3 períodos, sendo assim a restrição de balanço hídrico para essa cascata e para o período considerado, pode ser escrita da seguinte maneira:

$$V_{i,t} - V_{i,t-1} + QC_{i,t} + QVT_{i,t} - \sum_{l \in J_i} (QC_{l,t} + QVT_{l,t}) = Y_{i,t} - \sum_{l \in J_i} Y_{l,t}.$$

$$t = 1$$

$$i = 1, J_1 = \emptyset$$

$$v_{1,1} + qc_{1,1} + qvt_{1,1} = y_{1,1} + v_{1,0}$$

$$i = 2, J_2 = \emptyset$$

$$v_{2,1} + qc_{2,1} + qvt_{2,1} = y_{2,1} + v_{2,0}$$

$$i = 3, J_3 = 1, 2$$

$$v_{3,1} + (qc_{3,1} + qvt_{3,1}) - (qc_{1,1} + qvt_{1,1}) - (qc_{2,1} + qvt_{2,1}) = y_{3,1} - (y_{1,1} + y_{2,1}) + v_{3,0}.$$

$$t = 2$$

$$i = 1, J_1 = \emptyset$$

$$v_{1,2} - v_{1,1} + qc_{1,2} + qvt_{1,2} = y_{1,2}$$

$$i = 2, J_2 = \emptyset$$

$$v_{2,2} - v_{2,1} + qc_{2,2} + qvt_{2,2} = y_{2,2}$$

$$i = 3, J_3 = 1, 2$$

$$v_{3,2} - v_{3,1} + (qc_{3,2} + qvt_{3,2}) - (qc_{1,2} + qvt_{1,2}) - (qc_{2,2} + qvt_{2,2}) = y_{3,2} - (y_{1,2} + y_{2,2}).$$

$$t = 3$$

$$i = 1, J_1 = \emptyset$$

$$v_{1,3} - v_{1,2} + qc_{1,3} + qvt_{1,3} = y_{1,3}$$

$$i = 2, J_2 = \emptyset$$

$$v_{2,3} - v_{2,1} + qc_{2,3} + qvt_{2,3} = y_{2,3}$$

$$i = 3, J_3 = 1, 2$$

$$v_{3,3} - v_{3,2} + (qc_{3,3} + qvt_{3,3}) - (qc_{1,3} + qvt_{1,3}) - (qc_{2,3} + qvt_{2,3}) = y_{3,3} - (y_{1,3} + y_{2,3}).$$

As variáveis do lado esquerdo da igualdade são as incógnitas, dessa maneira para escrever a restrição de balanço hídrico matricialmente, tome as componentes do vetor V que representa o volume dos reservatórios:

$$M_v = \begin{bmatrix} 1 & & & & & & \\ & 1 & & & & & \\ & & 1 & & & & \\ -1 & & & 1 & & & \\ & -1 & & & 1 & & \\ & & -1 & & & 1 & \\ & & & -1 & & & 1 \\ & & & & -1 & & & 1 \\ & & & & & -1 & & & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.20)$$

De forma análoga, trabalhando as componentes do vetor QC que representa

o volume turbinado tem-se:

$$M_{qc} = \begin{bmatrix} 1 & & & & & & & & & & \\ & 1 & & & & & & & & & \\ -1 & -1 & 1 & & & & & & & & \\ & & & 1 & & & & & & & \\ & & & & 1 & & & & & & \\ & & & -1 & -1 & 1 & & & & & \\ & & & & & & 1 & & & & \\ & & & & & & & 1 & & & \\ & & & & & & & & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.21)$$

A variável QVT tem o mesmo comportamento da variável QC , logo, a matriz M_{qvt} é igual a matriz M_{qc} . A restrição de balanço hídrico só leva em consideração as variáveis V , QC e QVT , dessa maneira a matriz que representa essa restrição tem o seguinte formato:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & M_v & M_{qc} & M_{qvt} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (3.22)$$

De forma análoga as variáveis do lado direito da equação formam o vetor independente do sistema linear

$$b = \begin{bmatrix} y_{1,1} + v_{1,0} \\ y_{2,1} + v_{2,0} \\ y_{3,1} - (y_{1,1} + y_{2,1}) + v_{3,0} \\ y_{1,2} \\ y_{2,2} \\ y_{1,3} \\ y_{2,3} \\ y_{3,3} - (y_{1,3} + y_{2,3}) \end{bmatrix}. \quad (3.23)$$

Seguindo o mesmo raciocínio, pode se trabalhar com as restrições de defluência total a fim de deixá-las mais simples de serem manuseadas, escrevendo matricialmente tem-se $Cx \leq c$. Considere a restrição (3.12) reescrita da seguinte maneira:

$$-QVT_{i,t} - QC_{i,t} \leq -Qmin_{i,t}, \quad (3.24)$$

onde $Qmin_{i,t}$ representa a vazão total mínima de defluência do reservatório.

A representação matricial da restrição de defluência total recai em um múltiplo da matriz identidade:

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -I & -I & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (3.25)$$

$$c = \begin{bmatrix} -qmin_{1,1} \\ -qmin_{2,1} \\ -qmin_{3,1} \\ -qmin_{1,2} \\ -qmin_{2,2} \\ -qmin_{1,3} \\ -qmin_{2,3} \\ -qmin_{3,3} \end{bmatrix}, \quad (3.26)$$

A restrição de atendimento à demanda que é não linear de igualdade, será denotada por $g(x) = 0$ e a função objetivo não linear será denotada por $f(x)$. Dessa maneira o problema de despacho hidrotérmico tem o seguinte formato:

$$\begin{aligned} & \text{minimizar} && f(x) \\ & \text{Sujeito a :} && g(x) = 0 \\ & && Ax = b \\ & && Cx \leq c \\ & && l \leq x \leq u \end{aligned} \quad (3.27)$$

onde $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, $g : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^p$, $A, C \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $b, c \in \mathbb{R}^{m \times 1}$ e $x, l, u \in \mathbb{R}^{n \times 1}$.

Vale observar que $n = kT + 3(RT) + iST + ST$, ou seja, a soma da quantidade de variáveis de decisão que compõem o problema, $p = ST$ uma restrição para cada subsistema por período, $m = RT$ uma restrição para cada reservatório por período.

A modelagem adotada considera explicitamente as não linearidades constantes nos polinômios cota montante e cota jusante, os mesmos foram representados através das equações, para $t = 1, \dots, T$, tem-se:

$$\theta_{i,t} = \sum_{p=0}^4 a_{i,p} (QVT_{i,t} + QC_{i,t})^p$$

e

$$\phi_{i,t} = \sum_{p=0}^4 a_{i,p} (VMED_{i,t})^p,$$

onde $\theta_{i,t}$ representa a cota de jusante do canal de fuga da usina i para o período t e $\phi_{i,t}$ a cota de montante do reservatório i para o período t . Os coeficientes dos polinômios são representados por $a_{i,t}$ com $p = 0, \dots, 4$.

Da maneira como foi formulado, o problema (3.27) é não linear, não convexo,

diferenciável e com restrições não lineares de igualdade, lineares de igualdade e desigualdade e limite nas variáveis.

3.4 Séries Sintéticas

Como descrito anteriormente o problema do despacho hidrotérmico é um problema estocástico, pois as afluências hidrológicas são variáveis de incerteza no problema de otimização. A abordagem adotada é determinar uma política ótima de despacho utilizando modelagem estocástica implícita, ou seja, primeiramente são geradas séries sintéticas não equiprováveis, respeitando casos de séries com eventos de cheias e secas.

Acredita-se que o uso do conceito de reservatório equivalente, utilizado no planejamento energético atual, insira imprecisões relacionadas à descon sideração da não estacionariedade das vazões afluentes de diversos aproveitamentos hidroelétricos, uma das premissas adotada por esse trabalho é a modelagem considerando dados individuais das usinas hidrológicas. A geração das séries sintéticas de energia afluente foi fortemente baseada nos artigos [33].

Para a modelagem individualizada das séries hidrológicas é adotada uma formulação CARMA, multivariada, não periódica, aplicada a séries mensais e des-sazonalizadas. Previamente ao ajuste do modelo, entretanto, as séries históricas foram verificadas quanto à sua condição de estacionariedade estatística. Séries não estacionárias são submetidas a um processo de correção, descrito em [33]. O ajuste do modelo CARMA seguiu o tradicional processo iterativo de Box & Jenkins [18], contemplando os passos de identificação, estimação e validação. Para a identificação, adotaram-se cinco variações de modelo, sendo a mais simples representada por CARMA(1, 0) e a mais complexa por CARMA (2, 2). A estimação dos parâmetros foi feita de acordo com o método da máxima verossimilhança, trabalhando-se com a função de soma dos quadrados dos resíduos. A validação do modelo foi feita com base em verificações teóricas sobre os resíduos, além de estatísticas de curto e longo termos das séries geradas. Para cada usina, gerou-se um conjunto de 2000 séries sintéticas, número que agrega grande custo computacional para a otimização. Visando sua redução, propôs-se um método para amostrar essas séries, reduzindo o número para 200 séries por usina. A amostragem foi feita utilizando critérios de similaridade (distâncias de Mahalanobis [49]) das séries sintéticas geradas em relação à série histórica. Dessa maneira, conseguiu-se uma amostragem não equiprovável, respeitando casos de séries com eventos de cheias e secas. O critério de similaridade adotado foi com relação ao evento realizado, isto é, a própria série histórica.

3.5 Problema Elétrico

Um dos objetivos dessa pesquisa é realizar o acoplamento elétrico energético do problema mensalmente. Assim utilizou-se um modelo de Fluxo de Energia Ótimo modelo linear, descrito no Anexo C. Para cada mês de estudo, as metas energéticas de cada usina são fornecidas pelo problema energético ao problema elétrico, ou seja, tanto as gerações mensais das usinas hidroelétricas quanto as gerações das usinas termoelétricas são fornecidas pela otimização do problema do despacho hidrotérmico a um Fluxo de Energia Ótimo, assim mensalmente é realizado o despacho da geração hidrotérmico linear, considerando-se três patamares: leve, médio e pesado.

A formulação matemática adotada foi realizada conforme modelagem descrita em [3], que considera modelo linear das equações de balanço de potência ativa e número de períodos de até 3 (leve, médio e pesado). Esta formulação baseia-se em uma formulação não linear mais completo proposto em [17] utilizada no pré-despacho, onde o detalhamento elétrico deve ser maior.

Como o horizonte de estudo é o médio prazo e considerando as dimensões do Sistema Interligado Nacional, optou-se por representar a rede de transmissão do SIN pelas equações lineares clássicas, que são consideradas mais simples [70] e considerar três patamares de carga que perfazem 720 horas.

As variáveis de decisão do problema são a geração de potência ativa na barra de geração hidroelétrica e na barra de geração térmica. Para garantir a convergência do problema de otimização, caso não haja geração suficiente ou gargalos na transmissão, introduzem-se geradores fictícios em cada barra de geração hidroelétrica, com custos elevados (por exemplo, equivalentes ao custo de déficit de geração). Esses geradores fictícios apenas são despachados em caso de restrições de transmissão ou insuficiência de geração por subsistema. Nesse caso é formulado outro problema energético que será otimizado levando em consideração a energia proveniente das usinas fictícias. Assim tem-se também como variável de decisão do problema a geração de potência ativa na barra de geração fictícia .

O problema formulado tem como objetivo a minimização da geração proveniente das usinas termoelétricas e das fictícias, sujeito às restrições de limites operacionais dos geradores, limites de fluxos nas linhas, balanço de potência e o despacho da geração hidráulica nos patamares deve respeitar a meta fornecida pela otimização do despacho das usinas hidroelétricas no horizonte mensal. Esse problema é resolvido utilizando o método dos Pontos Interiores versão Primal-Dual, [16] e [17].

Ao final da otimização, é possível obter os valores de energia gerada por usina hidroelétricas e termoelétricas para cada mês, além de, se couber, é possível

obter os valores de energia fictícia gerada por cada usina para cada mês.

3.6 Considerações Finais

Este capítulo apresentou a modelagem e o tratamento algébrico dado ao problema do despacho hidrotérmico, conservando as principais características do Sistema Interligado Nacional (SIN). Assim as usinas hidroelétricas e termoelétricas foram consideradas individualmente, as não linearidades constantes nas equações de produção hidráulica e dos polinômios de cota montante e cota jusante foram consideradas explicitamente. Também foi descrito o problema do ponto de vista energético, pois um dos objetivos dessa pesquisa é realizar o acoplamento elétrico energético do problema mensalmente.

Como visto, o problema do despacho hidrotérmico é um problema de programação não linear completo, não convexo e de grande porte. Para a resolução de problemas com essas características se tornar viável são necessários métodos de otimização robustos. O próximo capítulo contém uma revisão de métodos de programação não linear, com destaque aos métodos Lagrangeano Aumentado e Gradiente Espectral Projetado.

Capítulo 4

Revisão de Métodos de Programação Não Linear

Neste capítulo pretende-se apresentar os principais métodos de programação não linear, dando ênfase àqueles que deram origem ao método Lagrangeano Aumentando que juntamente com o Gradiente Espectral Projetado, foram utilizados para resolver o problema do despacho hidrotérmico, apresentado no capítulo anterior.

Métodos baseados em penalização são procedimentos iterativos que a cada passo transformam problemas de otimização restrita em problemas irrestritos. Essa transformação é realizada acrescentando à função objetivo as restrições, juntamente com um parâmetro de penalidade. Esse capítulo tem como referências: Bertsekas [11], Fletcher [38], Luenberger e Ye [48], Martínez e Santos [52] e Nocedal e Wright [56].

4.1 Métodos de Penalidades Clássicas

Considere o problema

$$\begin{aligned} &\text{minimizar} && f(x) \\ &\text{sujeito a} && x \in \Omega, \end{aligned} \tag{4.1}$$

onde f é uma função contínua no \mathbb{R}^n e Ω é um subconjunto arbitrário do \mathbb{R}^n . Os métodos baseados em penalidade são iterativos e cada iteração consiste em substituir o problema restrito (4.1) por um problema irrestrito no formato:

$$\text{minimizar} \quad f(x) + \rho P(x) \tag{4.2}$$

onde ρ é um parâmetro positivo e P é uma função contínua no \mathbb{R}^n que satisfaz: $P(x) \geq 0$ para todo $x \in \mathbb{R}^n$ e $P(x) = 0$ se e somente se $x \in \Omega$.

Toda vez que uma restrição é violada, o parâmetro ρ é atualizado, consequentemente a violação das restrições fica cada vez mais cara. De tal forma que para uma sequência controlada de atualizações em ρ , gera-se uma sequência cujos pontos de acumulação resolvem o problema original.

Os métodos de penalização clássicos são conhecidos na literatura por Penalidade Externa e Penalidade Interna, está última também conhecida por Método de Barreira, ambos estão relacionados ao conjunto Ω . Nesta pesquisa Ω pode conter restrições de igualdade e ou desigualdade, dependendo do método de penalização a ser utilizado. Basicamente a diferença entre a penalidade externa e interna é que a primeira trabalha com a sequência $\{x^k\}$ inviável e na interna a sequência de pontos gerada é viável, além de que para garantir a convergência do método de barreira o parâmetro de penalidade tende a zero e o associado a penalidade externa tende ao infinito.

4.1.1 Métodos de Barreira

Os métodos de barreira originalmente foram introduzidos para tratar de problemas com restrições de desigualdade, quando o conjunto viável tem interior não vazio. Considere o problema (4.1), quando $\Omega = \{x | g_i(x) \geq 0, i = 1, \dots, m\}$, ou seja

$$\begin{aligned} &\text{minimizar} && f(x) \\ &\text{sujeito a} && x \in \Omega \end{aligned} \tag{4.3}$$

onde $g : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ são funções contínuas. Assuma que Ω tem interior relativo não vazio, denotado por $\bar{\Omega} = \{x | g_i(x) > 0, i = 1, \dots, m\}$. Suponha que esse problema tenha minimizador global [52].

Seguindo a ideia dos algoritmos baseados em penalização, a cada passo pode-se substituir um problema restrito por um problema irrestrito com o seguinte formato

$$\text{minimizar} \quad Q(x, t) = f(x) + tB(x) \tag{4.4}$$

onde $t > 0$ é conhecido como parâmetro de penalidade e a função barreira B satisfaz as seguintes condições:

1. $B(x)$ está definida e é contínua para todo $x \in \bar{\Omega}$
2. $B(x) \geq 0$ para todo $x \in \bar{\Omega}$ e
3. Se $\{x^k\} \subset \Omega$, $g(x^k) > 0$ para todo k e $\lim_{k \rightarrow \infty} g_i(x^k) = 0$ para algum $i \in \{1, \dots, m\}$ então $\lim_{k \rightarrow \infty} B(x^k) = \infty$

Exemplos

As funções barreira mais conhecidas são:

- função barreira inversa

$$x \in \mathbb{R}^n \mapsto B(x) = \sum_{i=1}^m \frac{1}{g_i(x)}.$$

- função barreira logarítmica

$$x \in \mathbb{R}^n \mapsto B(x) = - \sum_{i=1}^m \log g_i(x).$$

Algoritmo 4.1 *Métodos de Barreira*

Dados $t^0 > 0$, $x^0 \in \bar{\Omega}$, $k = 0$.

Enquanto não convergir faça

$$x^{k+1} = \operatorname{argmin}\{Q(x, t^k) \mid x \in \bar{\Omega}\}$$

$$\text{Escolher } t^{k+1} \mid 0 < t^{k+1} < t^k$$

$$k = k + 1$$

Fim

Convergência

As demonstrações dos resultados seguintes podem ser encontrados em [52, Lema 10.1.2].

Lema 4.1 *Considere $\{x^k\}$ a sequência gerada pelo Algoritmo 4.1. Então*

$$\begin{aligned} Q(x^{k+1}, t^{k+1}) &\leq Q(x^k, t^{k+1}) \\ B(x^k) &\leq B(x^{k+1}) \\ f(x^{k+1}) &\leq f(x^k). \end{aligned}$$

O próximo teorema [52, Teorema 10.1.3] diz que para k suficientemente grande tem-se uma aproximação para o minimizador global do problema original.

Teorema 4.2 *Considere $\{x^k\}$ a sequência gerada pelo Algoritmo 4.1 com $\lim_{k \rightarrow \infty} t^k = 0$. Então, todo ponto limite de $\{x^k\}$ é minimizador global do problema (4.3).*

4.1.2 Penalidade Externa

Diferentemente dos métodos de barreira a penalidade externa pode ser usada em restrições de desigualdade e igualdade, no formato mais geral dos problemas de otimização. Considere os seguintes conjuntos finitos de índices: $E = \{1, 2, \dots, p\}$ e $I = \{1, 2, \dots, m\}$, sendo que o conjunto E corresponde às restrições de igualdade e o conjunto I corresponde às restrições de desigualdade.

Considere o seguinte problema de otimização:

$$\begin{aligned} &\text{minimizar} && f(x) \\ &\text{sujeito a} && x \in \Omega \end{aligned} \tag{4.5}$$

onde $\Omega = \{x \mid h_i(x) = 0, i \in E; g_i(x) \leq 0, i \in I\}$, é um conjunto arbitrário do \mathbb{R}^n formado por restrições de igualdade e ou desigualdade, assim $h : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^p$ e $g : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$.

Assim como antes, suponha que o problema (4.5) tem minimizador global [52].

Penalizando as restrições e acrescentando as mesmas à função objetivo tem-se o seguinte problema irrestrito:

$$\text{minimizar} \quad P(x, c) = f(x) + cp(x) \tag{4.6}$$

onde $c > 0$ é denominado parâmetro de penalidade e a função penalidade $p(x)$ é uma função no \mathbb{R}^n , que satisfaz:

1. $p(x)$ é contínua
2. $p(x) \geq 0$ para todo $x \in \mathbb{R}^n$ e
3. $p(x) = 0$ se e somente se $x \in \Omega$

Exemplos

Exemplos de funções penalidade para problemas com:

- restrições de igualdade, $\Omega = \{x \mid h_i(x) = 0, i \in E\}$

$$p(x) = \sum_{i=1}^p (h_i(x))^2$$

- restrições de desigualdade, $\Omega = \{x \mid g_i(x) \leq 0, i \in I\}$

$$p(x) = \sum_{i=1}^m (\max\{0, g_i(x)\})^2$$

- restrições de igualdade e desigualdade

$$p(x) = \sum_{i=1}^p (h_j(x))^2 + \sum_{i=1}^m (\max\{0, g_i(x)\})^2$$

Algoritmo 4.2 *Penalidade Externa*

Dados $c^0 > 0$, $x^0 \in \bar{\Omega}$, $k = 0$.

Enquanto o critério de parada não é satisfeito faça

$$x^{k+1} = \operatorname{argmin}\{P(x, c^k) | x \in \Omega\}$$

$$c^{k+1} > c^k$$

$$k = k + 1$$

Fim

Convergência

As demonstrações dos resultados seguintes podem ser encontrados em [52, Lema 10.2.2] e [52, Lema 10.2.3].

Lema 4.3 *Considere $\{x^k\}$ a sequência gerada pelo Algoritmo 4.2. Então para todo k ,*

$$\begin{aligned} P(c^k, x^k) &\leq P(c^{k+1}, x^{k+1}) \\ p(x^{k+1}) &\leq p(x^k) \\ f(x^k) &\leq f(x^{k+1}). \end{aligned}$$

Lema 4.4 *Considere $\{x^*\}$ um minimizador global do problema (4.1), então, para $k = 0, 1, \dots$ tem-se*

$$f(x^k) \leq P(x^k) \leq f(x^*)$$

A convergência global do método de penalização, ou mais precisamente a verificação de que qualquer ponto limite da sequência é uma solução, segue dos dois lemas acima [52, Teorema 10.2.4].

Teorema 4.5 *Considere $\{x^k\}$ a sequência gerada pelo Algoritmo 4.2 com $c^k \rightarrow \infty$. Então, todo ponto limite de $\{x^k\}$ é minimizador global do problema (4.5).*

O método de penalização em sua forma básica é de difícil utilização em problemas reais, pois a escolha inadequada de c pode gerar dificuldades para solucionar o problema original. Se c for muito pequeno, a função penalizada pode ser inferiormente ilimitada. Por outro lado, se c for muito grande, surgem problemas de mal condicionamento. Outro problema é a perda de estrutura de minimização quando as restrições são acrescentadas à função objetivo.

Apesar desses problemas, o método de penalização subsidia algoritmos mais modernos, através de suas características teóricas, como o Lagrangeano Aumentado que vem com o objetivo de contornar os problemas gerados pelos métodos de penalidade clássica.

4.2 Lagrangeano Aumentado Clássico

O método Lagrangeano Aumentado originalmente foi introduzido para resolver problemas com restrições de igualdade e posteriormente foi generalizado para problemas com restrições de desigualdade.

Considere o seguinte problema com restrições de igualdade e desigualdade:

$$\begin{aligned} &\text{minimizar} && f(x) \\ &\text{sujeito a} && h_i(x) = 0 \quad i \in E \\ &&& g_i(x) \leq 0 \quad i \in I \end{aligned} \tag{4.7}$$

onde $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, $h : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^p$, $g : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ são funções de classe C^1 , $E = \{1, \dots, p\}$, $I = \{1, \dots, m\}$.

Acrescentando as variáveis de folga $z_i, i \in I$ nas restrições de desigualdade tem-se um problema somente com restrições de igualdade [48] e [52]:

$$\begin{aligned} &\text{minimizar} && f(x) \\ &\text{sujeito a} && h_i(x) = 0 \quad i \in E \\ &&& g_i(x) + z_i^2 = 0 \quad i \in I \end{aligned} \tag{4.8}$$

A função Lagrangeano Aumentado com penalidade quadrática para o problema (4.8) é dada por:

$$L : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \times \mathbb{R}^p \times \mathbb{R}^m \times \mathbb{R}_{++} \rightarrow \mathbb{R}$$

e

$$\begin{aligned} L(x, z, \lambda, \mu, \rho) = & f(x) + \sum_{i=1}^p \lambda_i h_i(x) + \frac{\rho}{2} \sum_{i=1}^p (h_i(x))^2 + \\ & \sum_{i=1}^m \mu_i [g_i(x) + z_i^2] + \frac{\rho}{2} \sum_{i=1}^m [g_i(x) + z_i^2]^2 \end{aligned} \tag{4.9}$$

λ e μ são os multiplicadores de Lagrange associados às restrições de igualdade e desigualdade (que foram transformadas em igualdade) respectivamente e ρ é o parâmetro de penalidade.

O algoritmo de Lagrangeano Aumentado é um processo iterativo em que a cada iteração resolve-se um problema irrestrito. Os multiplicadores de Lagrange e

o parâmetro de penalidade são atualizados por uma fórmula fechada. Portanto, na iteração k desse algoritmo, dados $\lambda^k \in \mathbb{R}^p, \mu^k \in \mathbb{R}^m, \rho^k > 0$ é resolvido o seguinte subproblema:

$$\text{minimizar } L(x, z, \lambda^k, \mu^k, \rho^k). \quad (4.10)$$

Como a função L é quadrática na variável z_i^2 para cada $i \in I$, a minimização pode ser feita em cada variável z_i independentemente de x , equivalentemente a: (ver [48] e [52])

$$\text{minimizar } \mu_i[g_i(x) + z_i^2] + \frac{\rho}{2}[g_i(x) + z_i^2]^2. \quad (4.11)$$

Por conveniência, defina $v_i = z_i^2$, $i \in I$, com $v \geq 0$. Reescrevendo (4.11) tem-se

$$\text{minimizar } \mu_i[g_i(x) + v_i] + \frac{\rho}{2}[g_i(x) + v_i]^2. \quad (4.12)$$

Derivando a função 4.12 em relação à variável v_i e igualando a zero tem-se os candidatos a minimizadores globais:

$$\mu_i + \rho[g_i(x) + v_i] = 0,$$

$$\mu_i + \rho g_i(x) + \rho v_i = 0,$$

$$v_i = -\frac{\mu_i}{\rho} - g_i(x).$$

Portanto

$$v_i = \begin{cases} -\frac{\mu_i}{\rho} - g_i(x), & \text{Se } -\frac{\mu_i}{\rho} - g_i(x) \geq 0 \\ 0, & \text{caso contrário,} \end{cases} \quad (4.13)$$

ou equivalentemente

$$v_i = \max \left\{ 0, -\frac{\mu_i}{\rho} - g_i(x) \right\}.$$

Substituindo em (4.12), obtém-se a expressão explícita para o mínimo de (4.12). Assim, para $v_i = 0$, tem-se

$$\frac{1}{2\rho} \{2\mu_i \rho g_i(x) + \rho^2 g_i(x)^2\}.$$

Para $v_i = -\frac{\mu_i}{\rho} - g_i(x)$, tem-se

$$-\frac{1}{2\rho} \mu_i^2.$$

Combinado os dois resultados

$$\frac{1}{2\rho} \{ [\max(0, \mu_i + \rho g_i(x))]^2 - \mu_i^2 \}.$$

Reescrevendo a função Lagrangeano Aumentado (4.9) tem-se:

$$L : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^p \times \mathbb{R}^m \times \mathbb{R}_{++} \mapsto \mathbb{R}$$

e

$$L(x, \lambda, \mu, \rho) = f(x) + \sum_{i=1}^p \lambda_i h_i(x) + \frac{\rho}{2} \sum_{i=1}^p (h_i(x))^2 + \frac{1}{2\rho} \sum_{i=1}^m \{ [\max(0, \mu_i + \rho g_i(x))]^2 - \mu_i^2 \} \quad (4.14)$$

4.3 Gradiente Espectral Projetado

O método do Gradiente Espectral para minimização irrestrita foi introduzido por Barzilai e Borwein em [7] para um problema quadrático convexo em duas variáveis somente. Posteriormente Raydan [62] generalizou este método para o caso quadrático convexo em \mathbb{R}^n . Utilizando busca linear não monótona de Grippo, Lampariello e Lucidi [42], Raydan em [63] generalizou o método de Barzilai-Borwein para o caso geral, ou seja, sem a exigência de convexidade. Em [39], Fletcher faz uma revisão sobre os métodos Barzilai-Borwein, apontando algumas sugestões de melhorias para métodos com buscas não monótonas. Muita pesquisa tem sido desenvolvida sobre estes métodos e várias combinações de buscas lineares com passos espectrais diferentes foram desenvolvidas [21]. Não há um consenso entre pesquisadores de qual delas é superior para problemas de minimização gerais. Muitos testes numéricos têm sido desenvolvidos e em alguns casos particulares algumas buscas são superiores a outras. Nessa pesquisa, optou-se pelo Método Gradiente Espectral Projetado [13] para resolver os subproblemas gerados pelo método de Lagrangeano Aumentado.

Essa seção está fortemente baseada nos artigos [13], [14] e [34].

O foco dessa seção é resolver problemas com o seguinte formato:

$$\begin{aligned} &\text{minimizar} && f(x) \\ &\text{sujeito a} && \Omega_1 = \{x \in \mathbb{R}^n : l \leq x \leq u\} \end{aligned} \quad (4.15)$$

onde f é uma função contínua no \mathbb{R}^n , os vetores $l \in \mathbb{R}^n$ e $u \in \mathbb{R}^n$ com $l < u$ são os limites inferiores e superiores das variáveis de decisão. Essa restrição é conhecida como caixa.

A condição de qualificação de independência linear - LICQ é satisfeita

quando, dado o conjunto das restrições ativas $\mathbf{A}(x^*)$ em um ponto x^* , os gradientes das restrições ativas são linearmente independentes, [8].

Para problemas que tem apenas restrições de caixa como (4.15), a condição LICQ sempre pode ser satisfeita, pois como $l < u$, os gradientes das restrições são representados pelas colunas da matriz identidade multiplicadas por 1 ou por -1 .

Dessa maneira, suponha que x^* é solução local de (4.15). Então existem vetores de multiplicadores de Lagrange λ^* e μ^* , tais que as seguintes condições são satisfeitas, para todo $i = 1, \dots, n$:

$$\begin{aligned} \nabla f(x^*) - \sum_{i \in I_l} \lambda_i^* e_i + \sum_{i \in I_u} \mu_i^* e_i &= 0, \\ x_i^* - l_i &\geq 0, \\ u_i - x_i^* &\geq 0, \\ \lambda_i^* &\geq 0, \\ \mu_i^* &\geq 0, \\ \lambda_i^*(x_i^* - l_i) &= 0, \\ \mu_i^*(u_i - x_i^*) &= 0, \end{aligned} \tag{4.16}$$

onde e_i é a i -ésima coluna da matriz identidade.

Dado que o método do gradiente projetado é simples de se implementar e eficiente, em [13] os autores combinaram o método do gradiente projetado a dois ingredientes de otimização. Primeiro, estenderam as estratégias de globalização típicas associadas a estes métodos para o esquema de busca linear não monótona desenvolvido por Grippo, Lampariello e Lucidi [42] para o método de Newton, o que representou uma grande melhoria em relação aos métodos de gradiente projetado tradicionais. Segundo, propuseram a associação do passo espectral, introduzido por Barzilai e Borwein [7] e analisado por Raydan [62]. O passo espectral é um quociente de Rayleigh relacionado com uma média da matriz Hessiana. Esta escolha do tamanho do passo requer pouco esforço computacional e aumenta a velocidade de convergência dos métodos de gradiente projetado.

Primeiramente será introduzido o passo espectral e em seguida busca linear não monótona e por último será apresentado o algoritmo do método gradiente Espectral Projetado introduzido em [13] e implementado em [14].

4.3.1 Passo Espectral

Nesta seção estamos interessados em resolver o seguinte problema

$$\begin{aligned} \text{minimizar} \quad & f(x) \\ \text{sujeito a} \quad & x \in \mathbb{R}^n, \end{aligned} \tag{4.17}$$

sendo $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ e $f \in C^1$. Considere $x \in \mathbb{R}^n$ e o seguinte modelo de f em x^k :

$$m^k(x) = f(x^k) + \nabla f(x^k)^T(x - x^k) + \frac{1}{2}(x - x^k)^T B^k(x - x^k), \quad (4.18)$$

onde B^k é uma matriz simétrica e pode ser uma aproximação de $\nabla^2 f(x^k)$. A maneira mais barata computacionalmente, é escolher B^k como um múltiplo da matriz identidade, ou seja, $B^k = \omega I$, com ω maior que zero para que a matriz seja definida positiva.

Raydan [63] introduziu a ideia para a escolha de ω , o que deu origem ao método Gradiente Espectral. A ideia é que satisfaça a equação secante ([15], [51])

$$B^k = \omega I \quad (4.19)$$

onde

$$s = x^{k+1} - x^k \quad (4.20)$$

e

$$y = \nabla f(x^{k+1}) - \nabla f(x^k) \quad (4.21)$$

A equação (4.19) pode ser resolvida aproximadamente na variável ω utilizando quadrados mínimos, ou seja,

$$\min_{\omega} = \|\omega I s - y\|_2^2.$$

Considere

$$q(\omega) = \|\omega I s - y\|_2^2 = \omega^2 s^t s - 2\omega s^t y + y^t y,$$

então

$$q'(\omega) = 2\omega s^t s - 2s^t y$$

Fazendo $q'(\omega) = 0$, obtém-se

$$\omega^* = \frac{s^t y}{s^t s}.$$

Como $q''(\omega) = 2s^t s > 0$, pois $\|s\|_2^2 > 0$, então ω^* é o minimizador de q . Assim, com $B^k = \omega I$, tem-se a versão mais popular do passo espectral de Barzilai e Borwein

$$\lambda^k = (\omega^*)^{-1} = \frac{s^t s}{s^t y}$$

O método do Gradiente Espectral Projetado usa essa versão do passo espectral juntamente com salvaguardas, ou seja, $0 < \lambda_{min} < \lambda_{max} < \infty$, então em cada iteração tem-se

$$\lambda^{k+1} = \min \left(\lambda_{max}, \max \left(\lambda_{min}, \frac{s^t s}{s^t y} \right) \right)$$

onde s e y são dados em 4.20 e 4.21, respectivamente.

4.3.2 Busca Linear Não Monótona

Os métodos de Gradiente Espectral Projetado com busca unidimensional monótona, as quais exigem decréscimo suficiente em toda iteração, podem não possuir um bom desempenho [13], [51]. O seu desempenho melhora quando a busca utilizada é a não monótona, ou seja, em vez de exigir que a função tenha um decréscimo a cada iteração, exige-se apenas que f diminua a cada M passos. Quando $M = 1$ a busca não monótona recai na busca monótona, [52].

Grippo, Lampariello e Lucidi em [42] propuseram a estratégia de busca linear não monótona usada no método Gradiente Espectral Projetado, que permite que a função objetivo aumente em algumas iterações desde que satisfaça o critério de Armijo enquanto mantém a convergência global do método, com essa sugestão foi possível uma melhora na velocidade de convergência em relação a técnicas que necessitam de decréscimo monótono da função objetivo para garantir a convergência global.

Dessa maneira a Condição de Armijo descrita em [52, Teorema 6.1.3] pode ser substituída por:

$$f(x^k + \alpha^k d^k) \leq \max_{0 \leq j \leq \min\{k, M-1\}} \{f(x^{k-j})\} + \gamma \alpha^k \nabla(f(x^k))^t d^k. \quad (4.22)$$

A seguir o algoritmo de busca linear não monótona descrito em [14].

Algoritmo 4.3 *Busca Linear Não Monótona*

Dados $0 < \sigma_1 < \sigma_2 < 1$, $M \geq 1$, $\sigma \in (0, 1)$, $x^k \in \mathbb{R}^n$, $d^k \in \mathbb{R}^n$, $f(x^{k-j}) \forall j = 0, \dots, M-1$.

Calcule $f_{max} = \max\{f(x^{k-j}) \mid 0 \leq j \leq \min\{k, M-1\}\}$, $x^+ \leftarrow x^k + d^k$,
 $\delta \leftarrow \langle \nabla f(x^k), d^k \rangle$ e faça $\alpha \leftarrow 1$.

Enquanto $f(x^+) > (f_{max} + \alpha \gamma \delta)$

Calcule $\alpha_{temp} \leftarrow -\frac{1}{2} \alpha^2 \delta / (f(x^+) - f(x^k) - \alpha \delta)$.

Se $\sigma_1 \leq \alpha_{temp} \leq \sigma_2 \alpha$, então $\alpha \leftarrow \alpha_{temp}$.

Senão $\alpha \leftarrow \frac{\alpha}{2}$

Calcule $x^+ \leftarrow x^k + \alpha d^k$.

Fim

Faça $\alpha^k \leftarrow \alpha$.

Note que a condição (4.22) garante que a sequência $\{x^k\}$ permaneça em $\Omega_1^0 \equiv \{x \in \mathbb{R}^n : l \leq x \leq u, f(x) \leq f(x^0)\}$.

O método Gradiente Espectral Projetado usa a busca descrita acima combinada com a direção:

$$d^k = P_{\Omega_1}(x^k - \lambda^k \nabla f(x^k)) - x^k$$

onde λ^k é o passo espectral o qual deu origem ao método Gradiente Espectral Projetado.

Como o foco do método é a minimização de uma função objetivo sujeita a limitações nas variáveis, a projeção utilizada é sobre as restrições de caixa.

Considere $\Omega_1 = \{x \in \mathbb{R}^n : l \leq x \leq u\}$, onde $l < u$. Então P_{Ω_1} pode ser expresso componente a componente da seguinte maneira:

$$(P_{\Omega_1}(x))_i = \begin{cases} l_i & \text{se } x_i \leq l_i \\ x_i & \text{se } l_i < x_i < u_i \\ u_i & \text{se } u_i \leq x_i \end{cases} \quad (4.23)$$

Note que um ponto x^* satisfaz $P_{\Omega_1}(x^* - \nabla f(x^*)) - x^*$ se e somente se o ponto x^* também satisfaz as condições KKT (4.16).

De posse desses conceitos o algoritmo de Gradiente Espectral Projetado [13] e [14] segue os seguintes passos:

Algoritmo 4.4 *Gradiente Espectral Projetado*

Dados $k = 0$, $\lambda^0 > 0$, $0 < \lambda_{\min} < \lambda_{\max}$, $x^0 \in \mathbb{R}^n$

Se $x^0 \notin \Omega_1$ então $x^0 = P_{\Omega_1}(x^0)$

Enquanto, o critério de parada não for satisfeito, faça

Calcule $d^k = P_{\Omega_1}(x^k - \lambda^k \nabla f(x^k)) - x^k$

Calcule α^k pelo Algoritmo 4.3

$x^{k+1} = x^k + \alpha^k d^k$

Calcule $s^k = x^{k+1} - x^k$, $y^k = \nabla f(x^{k+1}) - \nabla f(x^k)$ e $\beta^k = \langle s^k, y^k \rangle$

Se $\beta^k \leq 0$ então $\lambda^{k+1} = \lambda_{\max}$

Senão calcule $\lambda^{k+1} = \min \left(\lambda_{\max}, \max \left(\lambda_{\min}, \frac{\langle s^k, s^k \rangle}{\beta^k} \right) \right)$

$k \leftarrow k + 1$

Fim

$$x^* \leftarrow x^k$$

O critério de parada utilizado nos artigos [13] e [14], além do número máximo de iterações e avaliações da função objetivo, é dado por

$$\|P_{\Omega_1}(x^k - \lambda^k \nabla f(x^k)) - x^k\|_{\infty} \leq \epsilon_1$$

ou

$$\|P_{\Omega_1}(x^k - \lambda^k \nabla f(x^k)) - x^k\|_2 \leq \epsilon_2$$

onde $\epsilon_1, \epsilon_2 > 0$ são as tolerâncias consideradas.

Teorema 4.6 *O Algoritmo 4.4 está bem definido, e qualquer ponto de acumulação da sequência $\{x^k\}$ é um ponto estacionário restrito para o problema (4.15).*

Prova. Ver [13]. ■

4.4 Considerações Finais

Neste capítulo apresentaram-se os principais métodos de programação não linear, dando ênfase àqueles que deram origem ao método Lagrangeano Aumentando que juntamente com o Gradiente Espectral Projetado, foram utilizados para resolver o problema do despacho hidrotérmico.

Os detalhes sobre a modelagem proposta para resolver o problema do despacho hidrotérmico com acoplamento elétrico-energético e a sua implementação, são tratados no próximo capítulo.

Capítulo 5

Detalhamento da Metodologia e da Implementação

Esse capítulo tem como principal objetivo detalhar o desenvolvimento e a implementação da metodologia que tem como finalidade a determinação de uma política ótima para o despacho hidrotérmico do Sistema Interligado Nacional.

A metodologia idealizada considera na modelagem do problema as usinas individualizadas, as não linearidades constantes nas equações de produção energética e dos polinômios cota montante/cota jusante. Na resolução foi utilizada programação não linear com modelagem estocástica implícita além de realizar o acoplamento elétrico energético do problema mensalmente. Portanto, a metodologia necessita de subsídios: séries sintéticas de afluências e um modelo de Fluxo de Potência Ótimo.

A contribuição que segue essa pesquisa tem como objetivo otimizar o problema do despacho hidrotérmico para o Sistema Interligado Nacional, com a formulação mais pura possível e com o menor número de linearizações, além de propor uma metodologia de despacho hidrotérmico onde são incorporadas algumas considerações elétricas já no planejamento de médio prazo, a fim de se analisar quantitativamente o efeito das restrições elétricas sobre o resultado da parte energética.

Segue a descrição da metodologia.

5.1 Otimização do Despacho Hidrotérmico no Médio Prazo

O modelo matemático, conforme visto no Capítulo 3, tem como objetivo a minimização dos custos de geração das usinas termoeletricas e déficits de energia, sujeito às restrições de operação, de balanço hídrico, de atendimento a demanda e defluência mínima total, conforme o modelo reescrito a seguir:

$$\begin{aligned}
 \text{minimizar} \quad & \sum_{t=1}^T \lambda_t \left[\sum_{j=1}^k CT_j(GT_{j,t}) + \sum_{s=1}^S CD_s(DEF_{s,t}) \right] \\
 \text{Sujeito a :} \quad & \sum_{j \in k_s} GT_{j,t} + \sum_{i \in R_s} EH_{i,t} + \sum_{n \in \Omega_s} (INT_{(n,s),t} - INT_{(s,n),t}) = D_{s,t} - DEF_{s,t} \\
 & V_{i,t} - V_{i,t-1} - \sum_{l \in J_i} (QC_{l,t} + QVT_{l,t}) + QC_{i,t} + QVT_{i,t} = Y_{i,t} - \sum_{l \in J_i} Y_{l,t} \\
 & QVT_{i,t} + QC_{i,t} \geq Qmin_{i,t} \\
 & GTmin_{j,t} \leq GT_{j,t} \leq GTmax_{j,t} \\
 & Vmin_{i,t} \leq V_{i,t} \leq Vmax_{i,t} \\
 & QCmin_i \leq QC_{i,t} \leq QCmax_i \\
 & 0 \leq QVT_{i,t} \leq QVTmax_i \\
 & INTmin_{(s,n),t} \leq INT_{(s,n),t} \leq INTmax_{(s,n),t} \\
 & 0 \leq DEF_{s,t}.
 \end{aligned} \tag{5.1}$$

Onde as variáveis de decisão envolvidas na descrição do modelo estão relacionadas a seguir:

- $GT_{j,t}$ - Geração da usina térmica j durante o período t - $[MWmês]$
- $V_{i,t}$ - Volume armazenado no reservatório i para o período t - $[hm^3]$
- $QVT_{i,t}$ - Vazão vertida do reservatório i durante o período t - $[m^3/s]$
- $QC_{i,t}$ - Vazão turbinada do reservatório i durante o período t - $[m^3/s]$
- $INT_{(s,n),t}$ - Intercâmbio de energia saindo do subsistema s para o n no período t - $[MWmês]$
- $DEF_{s,t}$ - Déficit do submercado s durante o período t - $[MWmês]$

Os dados do problema de otimização energética estão descritos a seguir:

- $t = 1, 2, \dots, T$ - número de períodos

- $i = 1, 2, \dots, R$ - número de usinas hidroelétrico
- $j = 1, 2, \dots, k$ - número de usinas termoelétrico
- $s = 1, 2, \dots, S$ - número de subsistemas
- Ω_s - conjunto de subsistemas diretamente conectados ao subsistema s
- $n \in \Omega_s$ - subsistema diretamente conectado ao subsistema s
- k_s - usinas térmicas que pertencem ao mesmo subsistema
- J_i - conjunto de reservatórios imediatamente a montante do reservatório i
- (s, n) - subsistemas envolvidos no intercâmbio, ou seja, energia saindo do subsistema s para o subsistema $n = 1, 2, \dots, S$
- λ_t - coeficiente de valor presente para o período t
- CT_j - função que representa o custo da usina térmica j - [R\$]
- CD_s - função que representa o custo de déficit do subsistema s - [R\$]
- $D_{s,t}$ - demanda de energia no subsistema s no período t - [MWmês]
- $Y_{i,t}$ - afluência natural ao reservatório i durante o período t [m^3/s]
- $Vmin_{i,t}$ - volume mínimo do reservatório i no período t [hm^3]
- $Vmax_{i,t}$ - volume máximo do reservatório i no período t [hm^3]
- $QCmin_i$ - volume mínimo de turbinagem do reservatório i [m^3/s],
- $QCmax_i$ - volume máximo de turbinagem do reservatório i [m^3/s],
- $QVTmax_i$ - volume máximo de vertimento do reservatório i [m^3/s]
- $GTmin_{j,t}$ - geração térmica mínima em cada período t [MWmês]
- $GTmax_{j,t}$ - geração térmica máxima em cada período t [MWmês]
- $INTmin_{(s,n),t}$ - intercâmbio mínimo de energia entre o subsistema s e o subsistema n no período t [MWmês]
- $INTmax_{(s,n),t}$ - intercâmbio máximo de energia entre o subsistema s e o subsistema n no período t [MWmês]

O problema de otimização do despacho hidrotérmico com suas características de formulação aqui apresentada recai em um problema de programação não linear: função objetivo quadrática e restrições não lineares de igualdade, lineares de igualdade e desigualdade e restrições de caixa. No Capítulo 3 o problema (5.1) foi descrito em um formato mais simples, ou seja,

$$\begin{aligned}
 & \text{minimizar} && f(x) \\
 & \text{Sujeito a :} && g(x) = 0 \\
 & && Ax = b \\
 & && Cx \leq c \\
 & && l \leq x \leq u
 \end{aligned} \tag{5.2}$$

onde $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, $g : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^p$, $A, C \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $b, c \in \mathbb{R}^{m \times 1}$ e $x, l, u \in \mathbb{R}^{n \times 1}$

Vale relembrar que $n = kT + 3(RT) + iST + ST$, ou seja, a soma da quantidade de variáveis de decisão que compõem o problema, $p = ST$ uma restrição para cada subsistema por período, $m = RT$ uma restrição para cada reservatório por período.

Esse problema é considerado de grande porte e de difícil solução, por isso buscou-se métodos robustos para resolvê-lo e que atendessem às características do problema do despacho hidrotérmico.

Como visto no Capítulo 4 o método de Lagrangeano Aumentado é um processo iterativo onde a cada iteração o problema original é convertido em um problema mais fácil de resolver, esse problema é composto da função objetivo acrescida das restrições. A cada passo em que as restrições não são atendidas o parâmetro de penalidade é atualizado.

A função Lagrangeano Aumentado associado ao problema de otimização (5.2) com penalidade quadrática, em que as restrições de caixa não foram penalizadas, é a seguinte:

$$L : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^p \times \mathbb{R}^m \times \mathbb{R}^m \times \mathbb{R}_{++} \times \mathbb{R}_{++} \times \mathbb{R}_{++} \rightarrow \mathbb{R}$$

e

$$\begin{aligned}
 L(x, \lambda_1, \lambda_2, \mu, \rho_1, \rho_2, \rho_3) &= f(x) + \lambda_1^t g(x) \\
 &+ \lambda_2^t (Ax - b) + \frac{\rho_1}{2} (g(x))^2 + \frac{\rho_2}{2} (Ax - b)^2 + \\
 &\frac{1}{2\rho_3} \{ [\max(0, \mu + \rho_3(Cx - c))]^2 - \mu^2 \}
 \end{aligned} \tag{5.3}$$

Levando em consideração que o método de Lagrangeano Aumentado é um processo iterativo que a cada iteração k consiste em resolver um problema irrestrito,

no nosso caso a função (5.3), com $\lambda_1^k, \lambda_2^k, \mu^k, \rho_1^k, \rho_2^k$ e ρ_3^k fixados na iteração k e a minimização realizada na variável x , o subproblema restrito a ser resolvido na iteração k do algoritmo de Lagrangeano Aumentado é:

$$\begin{aligned} & \text{minimizar}_{x \in \mathbb{R}^n} \quad L(x, \lambda_1^k, \lambda_2^k, \mu^k, \rho_1^k, \rho_2^k, \rho_3^k) \\ & \text{sujeito a} \quad l \leq x \leq u \end{aligned} \tag{5.4}$$

que como descrito na seção (4.3) pode ser resolvido pelo método Gradiente Espectral Projetado.

5.1.1 Implementação dos Métodos Utilizados

Para a otimização do despacho hidrotérmico foram implementados algoritmos sugeridos pelos trabalhos [13], [14] e [34], com as devidas adaptações.

O algoritmo Lagrangeano Aumentado requer as seguintes inicializações [34] para resolver o problema (5.2): x^0 - ponto inicial; $L > 0$ - limitante da norma dos multiplicadores de Lagrange; λ_1^0, λ_2^0 e μ^0 - multiplicadores de Lagrange iniciais tal que $\|\lambda_1^0\|, \|\lambda_2^0\|$ e $\|\mu^0\| \leq L$, ρ_1^0, ρ_2^0 e $\rho_3^0 > 0$ - parâmetros de penalidade iniciais, $\epsilon > 0$ - tolerância para a viabilidade, η_1^0, η_2^0 e $\eta^* > 0$ - tolerância inicial e final para viabilidade usado na heurística de atualização dos parâmetros de penalidade, $\beta > 0$ - constante utilizada na atualização dos parâmetros de penalidade, $\alpha > 0$ - constante utilizada na comparação entre a norma das restrições no iterando anterior e o atual, k_{max} - número máximo de iterações.

Na implementação do algoritmo Lagrangeano Aumentado foram usados os seguintes valores: $L = 10^{10}$, $\lambda_1^0 = (1, 1, \dots, 1)^T \in \mathbb{R}^p$, $\lambda_2^0 = (1, 1, \dots, 1)^T \in \mathbb{R}^m$, $\mu^0 = (1, 1, \dots, 1)^T \in \mathbb{R}^m$, $\epsilon = 10^{-4}$, $\eta_1^0, \eta_2^0 = 0.01$, $\eta^* = 10^{-4}$, $\alpha = 0.1$, $k_{max} = 120$.

Os parâmetros utilizados nos algoritmos do Gradiente Espectral Projetado (4.4) e para a Busca Linear não monótona (4.3) descritos na Seção 4.3 foram os mesmos sugeridos nos artigos [13] e [14]: $M = 50$, $\lambda_{min} = 10^{-30}$, $\lambda_{max} = 10^{10}$, $\epsilon_1 = 10^{-4}$.

Algoritmo 5.1 Lagrangeano Aumentado

Passo 1: $k = 0$

Passo 2: Determinar x^{k+1} uma solução aproximada de 5.4 utilizando o Algoritmo 4.4.

Passo 3: Teste de convergência -

Se $\|g(x^{k+1})\|_\infty \leq \epsilon$, $\|Ax^{k+1} - b\|_\infty \leq \epsilon$ e $\|\mu^k \cdot (Cx^{k+1} - c)\|_\infty \leq \epsilon$ ou $k \geq k_{max}$

Então pare.

Passo 4: Atualizações dos multiplicadores de Lagrange -

$$\text{Calcule } \lambda_1^{k+1} = \lambda_1^k + \rho_1^k g(x^{k+1}),$$

$$\text{Se } \|\lambda_1^{k+1}\|_\infty \geq L \text{ Então } \lambda_1^{k+1} = \lambda_1^k$$

$$\text{Calcule } \lambda_2^{k+1} = \lambda_2^k + \rho_2^k (Ax^{k+1} - b),$$

$$\text{Se } \|\lambda_2^{k+1}\|_\infty \geq L \text{ Então } \lambda_2^{k+1} = \lambda_2^k$$

$$\text{Calcule } \mu^{k+1} = \max(\mu^k + \rho_3^k (Cx^{k+1} - c), 0),$$

Passo 5: Atualizações dos parâmetros de penalidade -

$$\text{Se } \|g(x^{k+1})\|_\infty \leq \alpha \|g(x^k)\|_\infty \text{ ou } \|g(x^{k+1})\|_\infty \leq \eta_1^k,$$

$$\eta_1^{k+1} = \max\left(\frac{\eta_1^k}{\rho_1^k}, \eta^*\right)$$

Senão

$$\rho_1^{k+1} = \beta \rho_1^k$$

$$\eta_1^{k+1} = \max\left(\frac{\eta_1^0}{\rho_1^k}, \eta_1^k\right)$$

$$\text{Se } \|Ax^{k+1} - b\|_\infty \leq \alpha \|Ax^k - b\|_\infty \text{ ou } \|Ax^{k+1} - b\|_\infty \leq \eta_2^k,$$

$$\eta_2^{k+1} = \max\left(\frac{\eta_2^k}{\rho_2^k}, \eta^*\right)$$

Senão

$$\rho_2^{k+1} = \beta \rho_2^k$$

$$\eta_2^{k+1} = \max\left(\frac{\eta_2^0}{\rho_2^k}, \eta_2^k\right)$$

$$\text{Se } \|\mu^k \cdot (Cx^{k+1} - c)\|_\infty > \alpha \|\mu^k \cdot (Cx^k - c)\|_\infty$$

$$\rho_3^{k+1} = \beta \rho_3^k$$

Passo 6: $k = k + 1$ e retorne ao Passo 2.

Observação: Em $\mu^k \cdot (Cx^{k+1} - c)$ o “.” é o produto componente a componente.

O Passo 2 é o que requer maior esforço computacional, pois consiste em resolver um problema restrito a uma caixa. Para resolvê-lo é utilizado o método de Gradiente Espectral Projetado (ver seção 4.3). O critério de parada utilizado neste algoritmo é baseado nas condições de otimalidade com relação ao problema original.

No Passo 3, se x^{k+1} satisfizer as restrições, então esse ponto é a solução do problema, ou seja, o algoritmo convergiu. Porém se o algoritmo for interrompido por atingir o número máximo de iterações, quer dizer que o problema não atendeu as restrições e portanto não encontrou uma solução.

Os multiplicadores de Lagrange são mantidos os mesmos da iteração anterior quando esse assumir um valor demasiadamente grande, ou seja, maior ou igual a um

valor pré-estabelecido, caso contrário este é atualizado da maneira usual forçando satisfazer as condições de Karush-Kuhn-Tucker (KKT), que também são conhecidas como condições de otimalidade [48], [56] e [8]. Dessa maneira, ao satisfazer o teorema de KKT os multiplicadores de Lagrange associados às restrições de desigualdade são restritos em sinal, ou seja, $\mu \geq 0$, diferentemente dos multiplicadores associados às restrições de igualdade que são irrestritos.

Os parâmetros de penalidade tem a função de penalizar as restrições quando estas não estiverem sendo atendidas. Ou seja, será aumentado em β vezes quando não houver um ganho de pelo menos α de uma iteração para outra, ou se a norma da restrição associada for menor ou igual a um η , [34].

5.2 Integração

Após a primeira otimização do problema do despacho hidrotérmico as gerações das usinas hidroelétricas e das usinas termoelétricas por mês são fornecidas a um Fluxo de Energia Ótimo que verifica se esse valor é suficiente para suprir as cargas mensais referentes aos patamares pesado, médio e leve e ainda respeitar os limites de intercâmbio das linhas de transmissão além dos limites de máquinas.

Caso as gerações advindas do problema energético não sejam adequadas para atender a demanda e as restrições elétricas, o despacho hidrotérmico linear sinaliza, através das gerações das usinas fictícias, quais são os problemas daquele despacho.

A restrição na quantidade de geração de usinas hidroelétricas [$MWmês$] de uma usina i para um período t é dada pela variável $Elh_{i,t}$ e a referente à quantidade de geração térmica [$MWmês$] de uma usina j para um período t é dada pela variável $Elt_{j,t}$, ambas as variáveis representam uma quantidade de energia oriunda das usinas fictícias, a ser agregada a geração da usina, fixada pelo módulo de restrições elétricas.

A geração das usinas fictícias pode ser decorrente da violação das restrições elétricas ou restrições de máquinas das usinas vinculadas às fictícias. Dessa maneira o valor em [$MWmês$] representa a quantia que a usina correspondente deve gerar a mais, para que não ocorra a violação dessas restrições.

Como a geração foi maior em algumas usinas deve-se compensar diminuindo a geração em outras usinas para garantir o atendimento à demanda, assim a geração das usinas fictícias representam a quantia que a usina correspondente deve gerar a mais, para suprir a energia que deixou de ser gerada em outras usinas.

A fixação da geração proveniente das fictícias da maneira como a elétrica informa pode tornar o problema inviável, pois restringe a região viável de otimização das variáveis. Como na otimização do problema não linear tem-se como objetivo

a minimização da geração das usinas termoelétricas, optou-se pela fixação somente da geração das hidroelétricas, deixando a decisão de qual e quando uma usina termoelétrica deve ser despachada a cargo da otimização.

A variável $Elh_{i,t}$ é composta por valores positivos e negativos. Quando uma componente dessa variável é negativa ela é somada na geração hidroelétricas original e quando é positiva é subtraída da geração hidroelétrica original. No caso em que ocorra acréscimo na geração hidroelétrica original, implica a usina gerar mais energia, ou seja, aumentar a vazão turbinada. Como não sabe-se previamente se a usina terá condição de turbinar o volume necessário para geração dessa energia, optou-se por não usar essa informação.

Dessa maneira, será fixada a geração das usinas onde as fictícias foram positivas. Assim, as gerações das usinas correspondentes serão diminuídas evitando a violação das restrições de limite de intercâmbio ou de máquina e deixa-se, novamente, a cargo do otimizador a decisão de qual usina hidroelétrica ou termoelétrica será aumentada a fim de atender a demanda. Tem-se:

$$GHFic_{i,t} = GH_{i,t} - Elh_{i,t}.$$

A restrição de geração que será incluída no modelo não linear é:

$$k_i[\phi_i(VMED_{i,t}) - \theta_i(Q_{i,t}) - pc_{i,t}].QC_{i,t} = GHFic_{i,t}. \quad (5.5)$$

Lembrando que na primeira execução do módulo de otimização hidrotérmica essa restrição não está sendo utilizada, passando a ser utilizada somente se o modelo das restrições elétricas apresentar problemas.

Na consideração de restrições elétricas, a função objetivo não sofre alterações, contudo o modelo passa a contar com uma restrição a mais, ou seja, a restrição (5.5) é incluída no modelo (5.1).

$$\begin{aligned}
 & \text{minimizar} \quad \sum_{t=1}^T \lambda_t \left[\sum_{j=1}^k CT_j(GT_{j,t}) + \sum_{s=1}^S CD_s(DEF_{s,t}) \right] \\
 & \text{Sujeito a :} \quad \sum_{j \in k_s} GT_{j,t} + \sum_{i \in R_s} EH_{i,t} + \sum_{n \in \Omega_s} (INT_{(n,s),t} - INT_{(s,n),t}) = D_{s,t} - DEF_{s,t} \\
 & \quad V_{i,t} - V_{i,t-1} - \sum_{l \in J_i} (QC_{l,t} + QVT_{l,t}) + QC_{i,t} + QVT_{i,t} = Y_{i,t} - \sum_{l \in J_i} Y_{l,t} \\
 & \quad k_i[\phi_i(VMED_{i,t}) - \theta_i(Q_{i,t}) - pc_{i,t}] \cdot QC_{i,t} = GHFic_{i,t} \\
 & \quad QVT_{i,t} + QC_{i,t} \geq Qmin_{i,t} \\
 & \quad GTmin_{j,t} \leq GT_{j,t} \leq GTmax_{j,t} \\
 & \quad Vmin_{i,t} \leq V_{i,t} \leq Vmax_{i,t} \\
 & \quad QCmin_i \leq QC_{i,t} \leq QCmax_i \\
 & \quad 0 \leq QVT_{i,t} \leq QVTmax_i \\
 & \quad INTmin_{(s,n),t} \leq INT_{(s,n),t} \leq INTmax_{(s,n),t} \\
 & \quad 0 \leq DEF_{s,t}.
 \end{aligned} \tag{5.6}$$

onde

- $t = 1, 2, \dots, T$ - número de períodos
- $i = 1, 2, \dots, R$ - número de usinas hidroelétricas
- $j = 1, 2, \dots, k$ - número de usinas termoelétricas
- $s = 1, 2, \dots, S$ - número de subsistemas
- Ω_s - conjunto de subsistemas diretamente conectados ao subsistema s
- $n \in \Omega_s$ - subsistema diretamente conectado ao subsistema s
- k_s - usinas termoelétricas que pertencem ao mesmo subsistema
- J_i - conjunto de reservatórios imediatamente a montante do reservatório i

- (s, n) - subsistemas envolvidos no intercâmbio, ou seja, energia saindo do subsistema s para o subsistema $n = 1, 2, \dots, S$

5.2.1 Implementação da Integração

Após a otimização dos problemas do despacho hidrotérmico, utilizando como dados de entrada as séries sintéticas de forma determinística, tem-se um conjunto de políticas econômicas ótimas, as gerações oriundas dessas otimizações são fornecidas a um Fluxo de Energia Ótimo para verificação das restrições elétricas, conforme a metodologia idealizada.

Para o caso em que o Fluxo de Energia Ótimo apontou alguma violação das restrições elétricas, são gerados novos problemas do despacho hidrotérmico de forma a atender as restrições elétricas violadas. Neste caso, tem-se políticas operativas com valores ótimos de gerações das usinas hidroelétricas e termoelétricas e com a garantia da não violação das linhas de transmissão no despacho mensal por patamares.

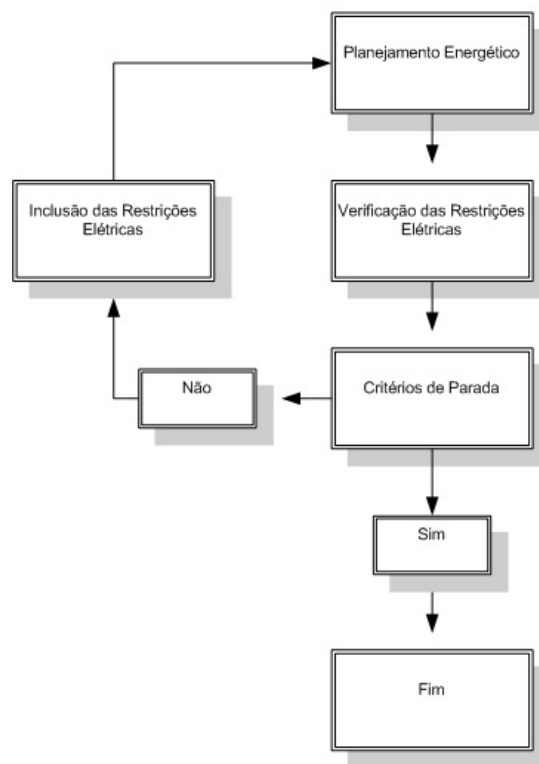


Figura 5.1: Esquematização de realimentação das restrições elétricas ao problema energético

Fonte: o Autor

O fluxograma que representa a metodologia adotada na integração entre a

otimização energética e a elétrica está ilustrado na Figura 5.1. No bloco onde são verificados os critérios de parada, tem-se como objetivo parar o processo no caso que o problema já tenha chegado ao ótimo ou que fique evidente que a solução do problema não está mais caminhando para um ótimo. Para tanto são adotados como critério de parada:

- Não houve geração fictícia.
- Número máximo de 6 integrações entre a parte energética e a elétrica;
- Número máximo de iterações do método Lagrangeano Aumentado, para o caso do problema não ter convergido;
- Déficit gerado ser maior que 5% da demanda do subsistema;
- A geração fictícia da iteração atual ser maior que 5% da geração fictícia da iteração anterior;

5.3 Considerações Finais

Este capítulo teve como principal objetivo detalhar o desenvolvimento e a implementação da metodologia proposta que tem como finalidade a determinação de uma política ótima para o despacho hidrotérmico do Sistema Interligado Nacional.

A metodologia descrita neste capítulo foi validada em um sistema que contempla as principais características do Setor Elétrico Brasileiro (SEB), os resultados obtidos serão descritos no capítulo seguinte.

Capítulo 6

Testes Numéricos

Os resultados apresentados e discutidos nesse capítulo são referentes aos testes realizados com a finalidade de validar a metodologia idealizada e implementada. A discussão dos resultados será feita sob o ponto de vista do despacho hidrotérmico e do desempenho dos métodos utilizados na otimização do problema: Lagrangeano Aumentado e Gradiente Espectral Projetado. Também será realizada uma avaliação em torno do tempo computacional.

Para uma melhor avaliação das políticas operativas, resultantes da metodologia descrita nesse documento, seria necessária a comparação desses resultados e os despachos econômicos provenientes da cadeia de software utilizados pelo ONS, porém dadas as diferenças metodológicas descritas no Capítulo 2, não foi possível neste momento realizar tal comparação. Portanto as avaliações foram realizadas tendo como foco principal averiguar a coerência dos resultados.

As fluências hidrológicas são variáveis de incerteza no problema de otimização do despacho hidrotérmico, dessa maneira, tem-se um problema estocástico. A abordagem adotada nessa pesquisa é determinar uma política ótima de despacho utilizando modelagem estocástica implícita.

Como descrito anteriormente, os modelos estocásticos implícitos não consideram as incertezas diretamente no problema. Geram séries sintéticas de vazões e para cada série gerada resolve um problema determinístico e usa alguma metodologia para obter uma política ótima. Dessa maneira, foram resolvidos 200 problemas do despacho hidrotérmico, ou seja, foram utilizadas as séries sintéticas geradas a partir da metodologia descrita na Seção 3.4, como dados de entrada, e cada problema de otimização foi resolvido usando os métodos Lagrangeano Aumentado e Gradiente Espectral Projetado.

Das políticas ótimas, resultado da primeira otimização, as gerações das usinas hidroelétricas e termoelétricas são fornecidas ao Fluxo de Energia Ótimo, que verifica se essa geração é suficiente para suprir as cargas mensais referentes aos

patamares leve, intermediário e pesado e ainda satisfazer os limites de intercâmbio das linhas de transmissão além dos limites de máquinas.

Caso as gerações advindas do problema energético não sejam adequadas para atender à demanda e às restrições elétricas, o despacho hidrotérmico linear sinaliza quais são os problemas daquele despacho. Nesse caso é formulado outro problema que será otimizado levando em consideração a energia proveniente das usinas fictícias, conforme descrito na seção 5.2.

Conforme Fluxograma 5.1 apresentado na Seção 5.2, esse processo é iterativo e é finalizado quando um dos cinco critérios de parada é satisfeito, e dessa maneira tem-se políticas ótimas que satisfazem restrições do problema do despacho hidrotérmico do médio prazo e do curto prazo.

Na primeira otimização, 190 problemas dos 200 convergiram e ao final do processo de integração entre a parte elétrica e a parte energética 175 problemas convergiram. Entende-se por convergir quando o processo de otimização para, uma vez que, as restrições do problema foram atendidas, ou seja, as condições de KKT foram satisfeitas.

Portanto, os 175 problemas que convergiram, formam um conjunto de políticas operacionais ótimas. Parece lógica a necessidade de uma metodologia que ordene esses resultados de maneira a auxiliar o planejador na decisão sobre qual despacho hidrotérmico adotar. Os resultados dos testes numéricos foram dispostos a partir de métricas estatísticas: mediana dos custos operacionais e distribuição de frequência das séries sintéticas.

Existe uma gama de possibilidades para selecionar qual política adotar. Como o principal objetivo da modelagem adotada é o atendimento da demanda ao menor custo operacional, parece coerente a adoção da mediana dos custos operacionais ou a mediana dos custos operacionais pertencente à classe com o maior número de ocorrência de séries sintéticas.

Todas as rotinas foram programadas em MATLAB 2010a. Os experimentos demonstrados neste capítulo tem processamento intensivo. Para agilizar esse processamento das otimizações do despacho hidrotérmico foi utilizado um cluster composto por um *head-node* (nó de controle) e 18 *worker-nodes* (nó de processamento). Cada um dos nós do cluster é composto por dois processadores com seis núcleos de processamento físico e mais seis núcleos de processamento lógico o que totaliza um poder de processamento de 24 núcleos por nó, totalizando 432 núcleos de processamento. A distribuição das 200 séries sintéticas nos núcleos de processamento foi feito por meio de um *Job*, o qual foi responsável por alocar seis núcleos de processamento para cada uma das séries, sendo que para cada conjunto o código foi o mesmo variando apenas os dados de entrada.

Inicialmente será descrito o sistema teste utilizado nos testes numéricos.

6.1 Sistema Teste

O sistema teste contempla as principais características do Setor Elétrico Brasileiro (SEB). As 111 usinas hidroelétricas e as 32 termoelétricas, que formam o sistema teste, estão distribuídas em cinco subsistemas, conforme Tabela 6.1, sendo os subsistemas denominados de: centro oeste/sudeste (CO/SE), sul (S), nordeste (NE), norte (N) e Itaipu. Devido ao elevado número de usinas, a listagem com maiores detalhes sobre as mesmas foram reunidas nos Apêndices A e B.

O subsistema denominado de Itaipu é composto apenas pela usina de Itaipu, sendo assim trata-se de um subsistema de geração, onde toda a energia gerada é exportada para os subsistemas centro oeste/sudeste e para o sul. O subsistema norte não possui usinas térmicas somente duas usinas hidroelétricas.

Tabela 6.1: Distribuição das usinas por subsistemas

Subsistema	Hidroelétrica	Termoelétrica
CO/SE	78	16
S	21	14
NE	9	2
N	2	0
Itaipu	1	0

A Figura 6.1 contém o esquema de disposição das linhas de intercâmbio adotadas e a Tabela 6.2 contém os valores em $[MWmês]$ da capacidade de transmissão das linhas entre os subsistemas. Por exemplo, a linha de intercâmbio, entre os subsistemas CO/SE e S, tem capacidade de 2.800 $[MWmês]$ e no sentido contrário tem a capacidade de 5.600 $[MWmês]$.

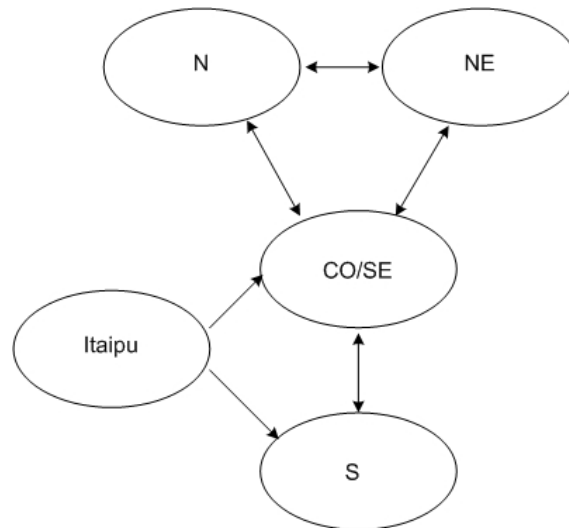


Figura 6.1: Intercâmbio entre os subsistemas
 Fonte: o Autor

A demanda utilizada para cada subsistema é de: 30.388 $[MWmês]$ para o centro oeste/sudeste, 8.630 $[MWmês]$ para o sul, 7.383 $[MWmês]$ para o nordeste e de 2.785 $[MWmês]$ para o norte.

Tabela 6.2: Limite de intercâmbio entre subsistemas em $[MWmês]$

De/ Para	CO/SE	S	NE	N	Itaipu
CO/SE	-	2800	3306	1700	-
S	5600	-	-	-	-
NE	1554	-	-	1700	-
N	3729	-	3729	-	-
Itaipu	11800	2200	-	-	-

Quanto as usinas térmicas os limites de geração $[MWmês]$ por subsistema estão definidos nos seguintes intervalos:

Tabela 6.3: Limite de geração térmica por subsistemas

Subsistema	GT mínima	GT máxima
CO/SE	1585,08	4928
S	822,06	2791
NE	0	533

O problema do despacho hidrotérmico a partir desse sistema teste ficou com as seguintes dimensões: $GT \in \mathbb{R}^{(1920) \times 1}$, $V \in \mathbb{R}^{(6660) \times 1}$, $QVT \in \mathbb{R}^{(6660) \times 1}$, $QC \in \mathbb{R}^{(6660) \times 1}$, $INT \in \mathbb{R}^{(360) \times 1}$, $DEF \in \mathbb{R}^{(300) \times 1}$.

Dessa maneira tem-se: $f : \mathbb{R}^{22560} \rightarrow \mathbb{R}$, $g : \mathbb{R}^{22560} \rightarrow \mathbb{R}^{300}$, $A, C \in \mathbb{R}^{6660 \times 22560}$, $b, c \in \mathbb{R}^{6660 \times 1}$ e $x, l, u \in \mathbb{R}^{22560 \times 1}$.

Algumas premissas foram adotadas: para a primeira otimização, foi gerado um ponto inicial onde toda a afluência é turbinada e a geração térmica é considerada no seu limite inferior de geração. Tem-se que os volumes iniciais dos reservatórios são considerados iguais ao volume máximo e os volumes finais dos reservatórios são otimizados de modo a ficar entre 70% e 100% do volume máximo.

6.2 Resultados

6.2.1 Resultados da Integração

Inicialmente serão discutidos os resultados alcançados no processo de otimização e integração entre a parte energética e elétrica. Na primeira otimização as restrições elétricas não são consideradas, sendo que apenas parte-se para a segunda otimização quando o resultado da primeira já tenha passado pela averiguação da parte elétrica, e tenha verificado a necessidade de se considerar as restrições elétricas iterativamente. Vale ressaltar que o ponto ótimo da otimização anterior é usado como ponto inicial da próxima otimização.

Ao longo do processo de integração entre a parte energética e elétrica, cujo foco principal era o atendimento à demanda e das restrições elétricas ao menor custo, obtiveram-se despachos com um melhor aproveitamento do potencial hidráulico, minimizando-se não só o déficit de atendimento à demanda como também a geração de térmicas, essa diferença pode ser confirmada nos gráficos das Figuras 6.2, 6.3 e 6.5.

Para os gráficos das Figuras 6.2, 6.3 e 6.5, foram calculadas, respectivamente, as médias da geração hidráulica, geração térmica e custo operacional. Nas Figuras 6.2 e 6.3 o eixo vertical representa os valores médios das gerações. Já na Figura 6.5 o eixo vertical representa o custo operacional médio. Quanto ao eixo horizontal, para as três figuras, têm-se as séries sintéticas ordenadas de forma decrescente, para facilitar a visualização dos gráficos.

Ao final do processo de integração entre as partes energética e elétrica têm-se valores mensais para cada uma das variáveis de decisão, dentre essas, pode-se citar a geração hidráulica e a geração térmica. Além dos custos operacionais mensais do despacho hidrotérmico. Com o objetivo de comparar os resultados de cada otimização

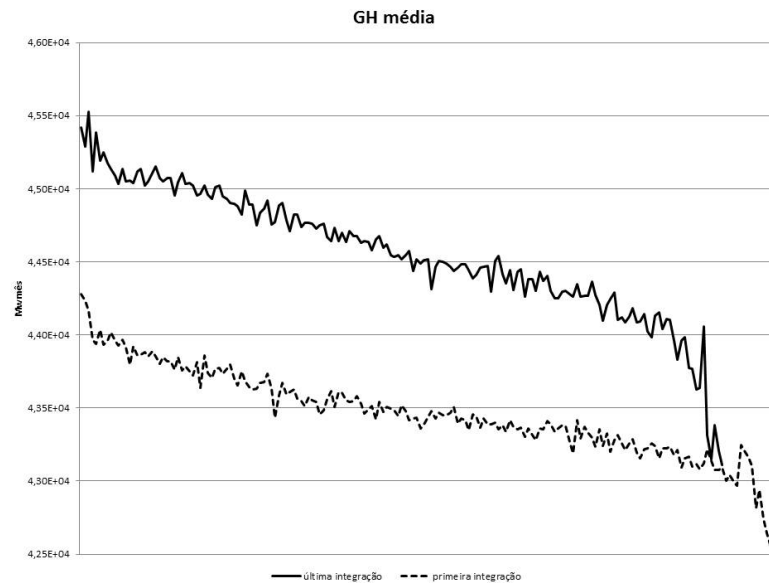


Figura 6.2: Comparação da geração hidráulica entre a primeira e última otimização
Fonte: o Autor

realizada, foram calculadas as médias dessas variáveis. Por exemplo, dado o despacho ótimo vinculado a uma série sintética qualquer, a média da geração hidráulica corresponde ao valor médio da geração hidráulica para o período de planejamento (60 meses). De forma análoga, foram calculadas as médias da geração térmica e o do custo operacional, para cada um dos despachos hidrotérmicos otimizados. Para facilitar a visualização dos gráficos, as médias dos custos operacionais foram ordenadas de forma decrescente e para a confecção dos gráficos 6.2, 6.3 e 6.5, foi utilizada essa ordem. O eixo horizontal representa as séries sintéticas de afluentes que foram utilizadas na otimização do despacho hidrotérmico e que obtiveram resultados após o processo de integração. Como as integrações não apresentam a mesma ordem das médias dos custos operacionais, a comparação entre a primeira e a última integração tem como objetivo ressaltar o melhor aproveitamento dos recursos hidráulicos.

Pode-se verificar que a última otimização conseguiu minimizar a geração térmica, aumentando o aproveitamento hidráulico e assim diminuído o custo operacional. A Figura 6.4 traz uma comparação entre as otimizações do déficit médio. Percebe-se que o processo de integração entre a parte energética e elétrica conseguiu diminuir a ocorrência de déficit. Vale ressaltar que os déficits registrados não ultrapassaram 5% da demanda considerada por subsistemas, e as ocorrências de déficits foram aproximadamente 8% dos problemas resolvidos na primeira otimização e de aproximadamente 11% dos problemas resolvidos na última otimização.

Os custos operacionais correspondem ao custo da energia proveniente das térmicas e de possíveis déficits, onde a soma desses custos resulta no custo ope-

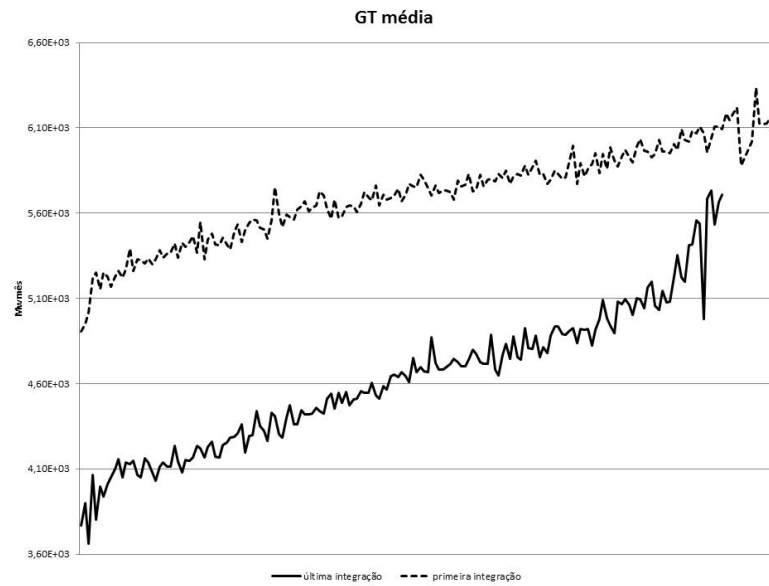


Figura 6.3: Comparação da geração térmica entre a primeira e última otimização
 Fonte: o Autor

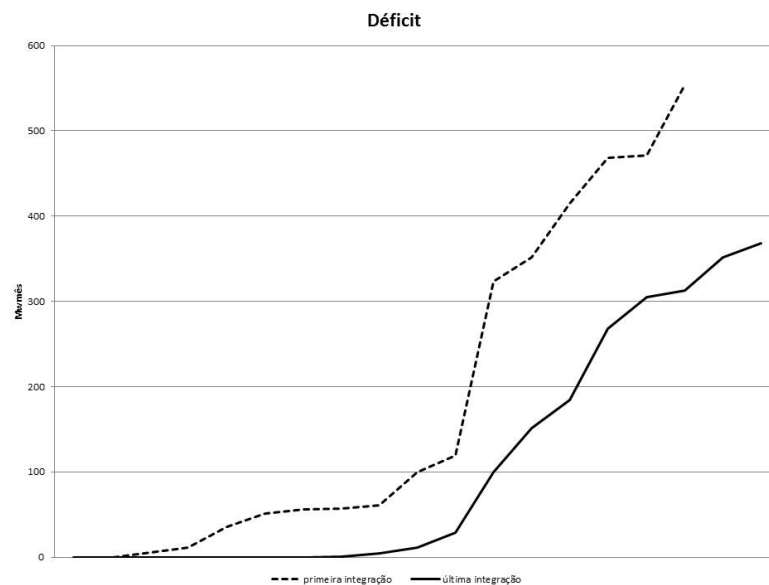


Figura 6.4: Comparação do déficit entre a primeira e última otimização
 Fonte: o Autor

racional total. Na maioria dos despachos hidrotérmicos não houve ocorrência de déficit, portanto, o custo operacional da Figura 6.5 é basicamente o custo da geração térmica.

O processo iterativo foi realizado de maneira distribuída para os 200 problemas do despacho hidrotérmico, onde para cada problema foram realizadas no máximo seis integrações entre a parte elétrica e a energética. O tempo aproximado de processamento foi de quatro dias. Se este experimento fosse realizado de maneira

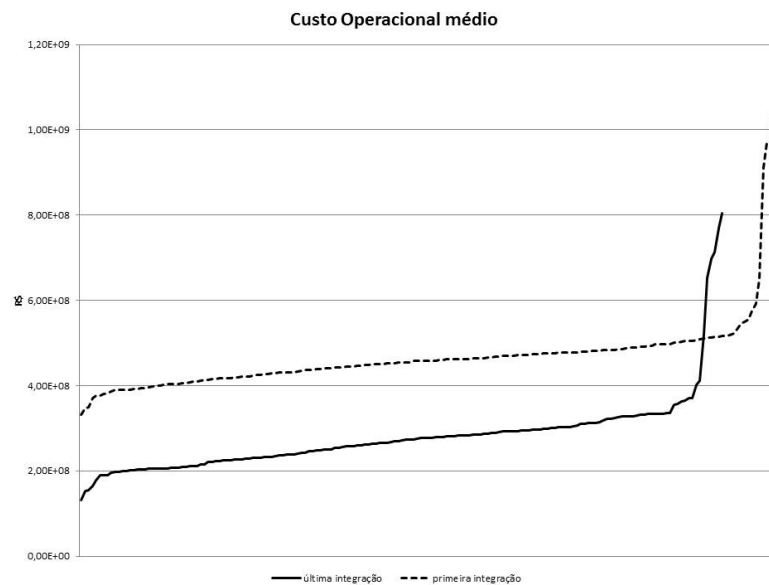


Figura 6.5: Comparação do custo operacional entre a primeira e última otimização
Fonte: o Autor

sequencial, o tempo aproximado para a otimização das 200 séries seria de 133 dias.

Os métodos Lagrangeano Aumentado e Gradiente Espectral Projetado mostraram-se robustos e estáveis na resolução dos problemas, apresentando resultados coerentes aos problemas de otimização do despacho hidrotérmico. O tempo de processamento e o número de iterações do método Lagrangeano Aumentado apresentaram um comportamento decrescente, ou seja, o tempo de processamento e as iterações foram menores na última integração.

Após o processo de otimização do despacho hidrotérmico levando em consideração a integração entre as partes elétrica e energética, tem-se um conjunto de políticas ótimas. Para determinar qual política ótima será adotada é necessária uma metodologia que coordene as diferentes respostas. Essa etapa do processo geral da otimização do despacho hidrotérmico tem como foco auxiliar o planejador do sistema a adotar uma política ótima.

As respostas foram organizadas de duas maneiras distintas: a primeira envolve a mediana do custo operacional total de todos os resultados após a integração entre a parte energética e elétrica. A segunda maneira, foi baseada no agrupamento das séries sintéticas em classes onde foram computados o número de ocorrências das séries em cada classe.

6.2.2 Resultados da Mediana

De posse das políticas ótimas da última otimização, pois são as que apresentaram melhores resultados para o problema, foi calculada a mediana das mesmas

tendo como base o valor da função objetivo, ou seja, o custo operacional do respectivo despacho econômico. A mediana encontrada refere-se ao problema que teve como dados de entrada a série sintética número 06 e que será denotada por *SS06*.

O tempo de processamento em minutos das otimizações e o número de iterações do Lagrangeano Aumentado em cada otimização da *SS06* está descrito na Tabela 6.4, a medida que o conjunto viável torna-se mais restritivo mediante a inclusão de restrições elétricas o número de iterações volta a crescer.

Tabela 6.4: Tempo computacional e iterações da otimização - *SS06*

Otimizações	Iterações	Tempo (min.)
1	36	108
2	30	84
3	25	70
4	26	73
5	27	81
6	32	94

Para os gráficos a seguir os valores das respectivas variáveis foram somados por mês. Não houve déficit em nenhuma das seis otimizações vinculadas a *SS06*, porém ocorreu um decréscimo na geração das usinas térmicas e, conseqüentemente, o custo operacional atenuou também, conforme Figura 6.6.

Fica evidente que entre as otimizações, a política operativa da última integração é a melhor opção, sendo assim segue uma análise desse resultado.

No eixo principal da Figura 6.7 tem-se afluência e vazão turbinada, e no eixo secundário tem-se o volume otimizado e o volume máximo dos reservatórios. Foram somados os valores mensais dessas variáveis de todos os reservatórios. Dessa maneira, pode-se comparar os resultados do despacho hidrotérmico para todo o sistema considerando a série sintética de número 06

Pode-se notar que o volume dos reservatórios foram mantidos em vários momentos em seu limite superior, diminuindo apenas para receber picos de afluência. A diferença entre a vazão turbinada e a afluência corresponde à vazão vertida. Fazendo um paralelo entre a vazão vertida e o volume do reservatório nota-se que o vertimento aconteceu em períodos onde o reservatório estava em seu limite máximo.

A Figura 6.8 consiste na comparação entre as vazões vertidas, turbinadas e afluências da usina de Itaipu. Pode-se constatar que toda a afluência foi turbinada, houve vertimento apenas nos períodos onde ocorreram aumento na afluência ou quando a capacidade de geração da usina Itaipu tinha sido atingida, como era de se

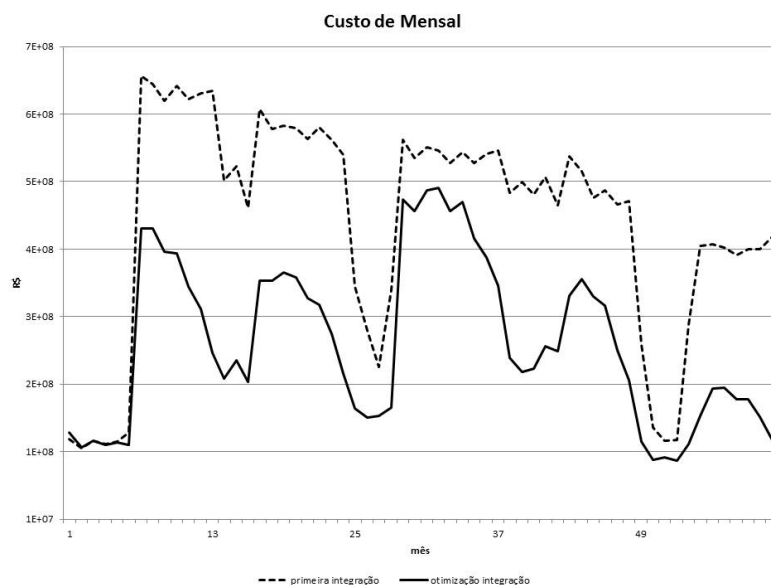


Figura 6.6: Comparação do custo mensal entre a primeira e última otimização - SS 06

Fonte: o Autor

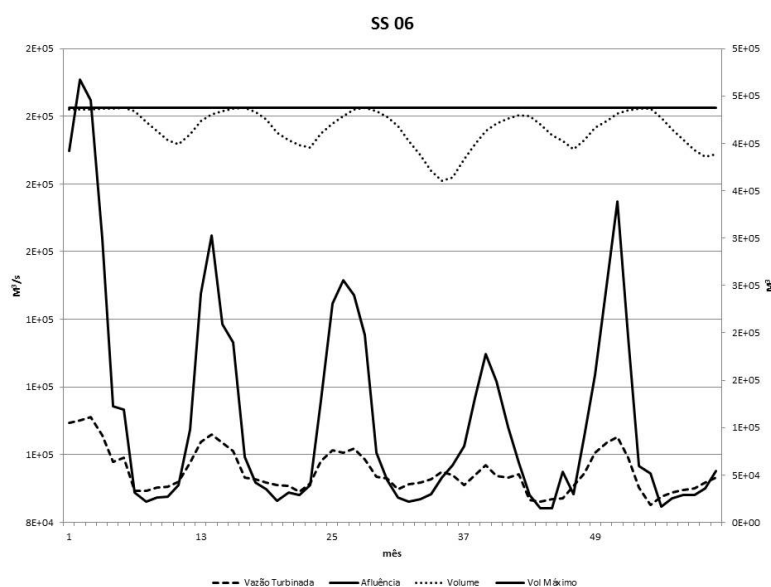


Figura 6.7: Comparação entre vazão, afluência e volume - SS 06

Fonte: o Autor

esperar.

Outro resultado importante na avaliação das políticas operativas é o Custo Marginal de Operação (CMO). Que, por definição, é o custo por unidade de energia produzida para atender a um acréscimo de carga no sistema. Atualmente esse resultado origina-se dos modelos matemáticos usados para definir a programação da operação do sistema, ou seja, após a execução do NEWAVE são consultadas as

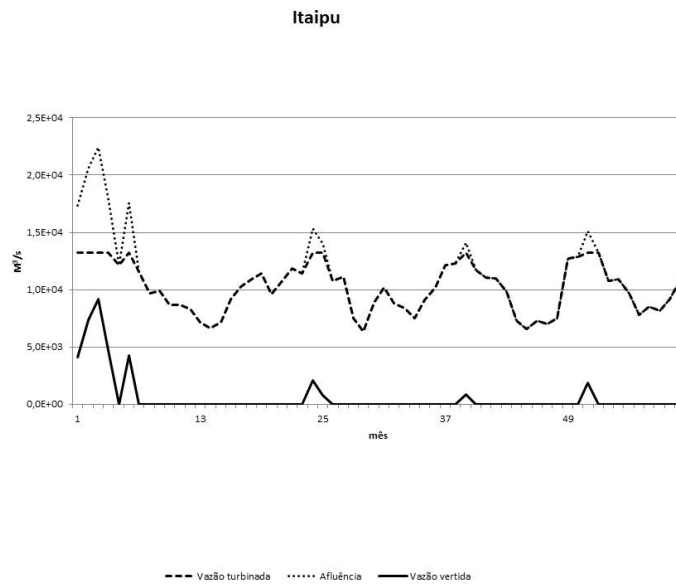


Figura 6.8: Comparação entre as vazões vertida, turbinada e afluência- SS 06
 Fonte: o Autor

funções de custo futuro geradas pela otimização e como resultado desse processo são obtidos os custos marginais de operação para o período estudado.

Fortunato [40], define custo marginal como: “*Entende-se por custo marginal a relação entre o acréscimo de custo total no sistema de geração, necessário para suprir um incremento do mercado de energia elétrica, e este incremento de mercado.*”

O custo marginal das políticas operacionais, resultados da otimização descrita nesse trabalho, é dado pela taxa de variação entre o custo de geração das usinas térmicas e o montante de geração das mesmas, ou seja,

$$CM = \frac{CT_t - CT_{(t-1)}}{GT_t - GT_{(t-1)}},$$

onde $CT_t - CT_{(t-1)}$ é a diferença entre o custo de geração das usinas térmicas do período atual e o anterior e da mesma maneira $GT_t - GT_{(t-1)}$ é a diferença entre a geração das usinas térmicas no período atual e o anterior. A unidade de CT é dado por unidade monetária e a geração térmica em unidade de energia, portanto CM é usualmente expresso em $(\$/MWh)$.

A Figura 6.9 contém o custo marginal de operação para o sistema teste, referente a política ótima da SS06. Os custos marginais variaram entre R\$ 41,14 e R\$ 111,78.

Com o objetivo de comparar e avaliar os resultados da mediana, foram identificadas as políticas operativas com o menor e o maior custo operacional sendo

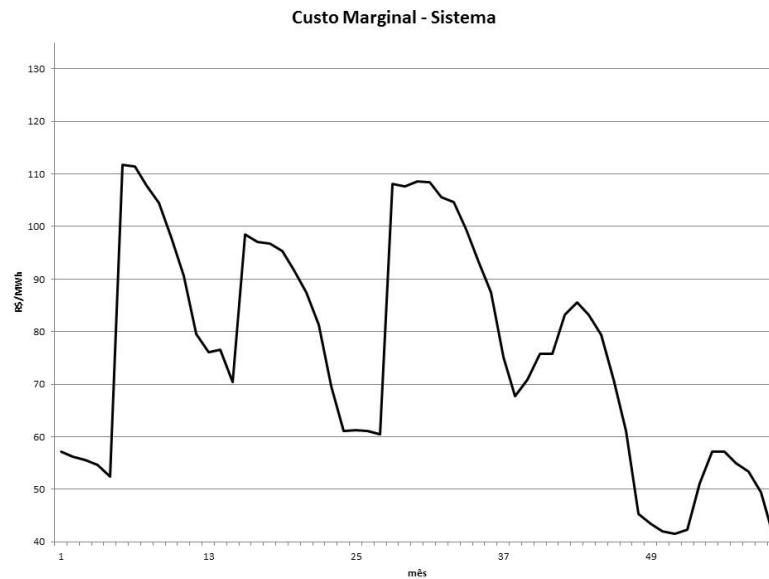


Figura 6.9: Custo Marginal - SS06
 Fonte: o Autor

que estas ocorreram nas séries sintéticas 54 e 144, respectivamente. A Tabela 6.5 contém os valores do custo operacional ($R\$$), déficit [$MWmês$], geração térmica [$MWmês$], geração hidráulica [$MWmês$], afluência [m^3/s], número de iterações do Lagrangeano Aumentado e tempo em minutos do processamento dessas séries e da mediana.

Tabela 6.5: Comparação entre as SS

	54	06	144
Custo Operacional	$1,31 \times 10^8$	$2,71 \times 10^8$	$8,0410^8$
Déficit	0,00	0,00	367,73
Geração Térmica	$3,77 \times 10^3$	$4,67 \times 10^3$	$5,71 \times 10^3$
Geração Hidráulica	$4,54 \times 10^4$	$4,45 \times 10^4$	$4,31 \times 10^4$
Afluência	$1,19 \times 10^5$	$1,07 \times 10^5$	$1,03 \times 10^5$
iterações	28	32	38
tempo	92	93	104

Os resultados apresentados na Tabela 6.5, comprovam que a disponibilidade de recursos hídricos afetam diretamente no tempo computacional e no número de iterações do método Lagrangeano Aumentado. A Figura 6.10 consiste na comparação entre séries de afluências mensais. Essas séries de afluências representam as séries sintéticas 54, 06 e 144, que correspondem respectivamente ao menor valor, o valor mediano e o maior valor do custo operacional, entre os despachos econômicos que são frutos da otimização/integração entre a parte energética e elétrica.

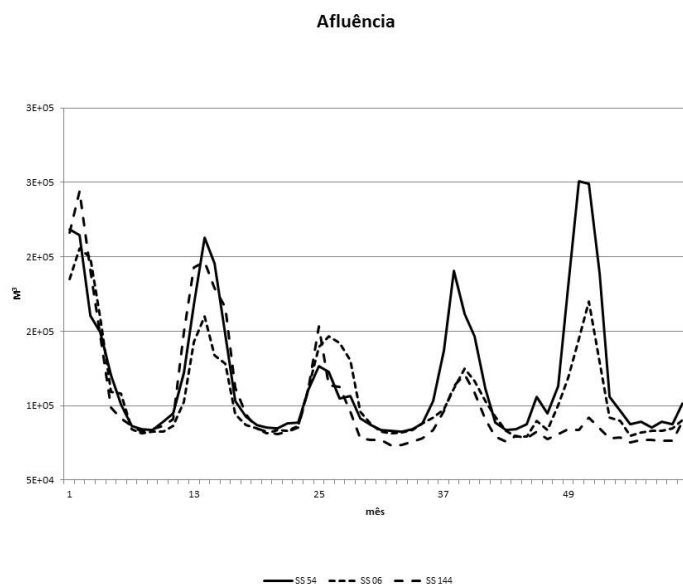


Figura 6.10: Comparação entre as Afluências
 Fonte: o Autor

Analisando a Figura 6.10, fica clara a diferença entre as afluências, o que reforça a coerência das respostas, pois quanto maiores os recursos hidrológicos na série menor é a necessidade de despachar as usinas térmicas, o que é confirmado na Figura 6.12.

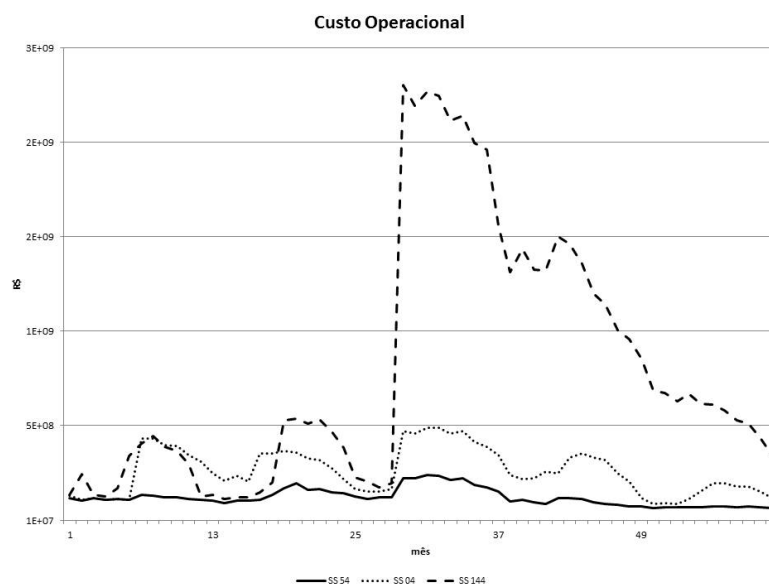


Figura 6.11: Comparação entre os custos operacionais
 Fonte: o Autor

A comparação entre os custos operacionais e os custos marginais é apresentada nas Figuras 6.11 e 6.13 respectivamente. Os custos operacionais do despacho hidrotérmico referente a SS144 é a soma dos custos da geração térmica e os custos

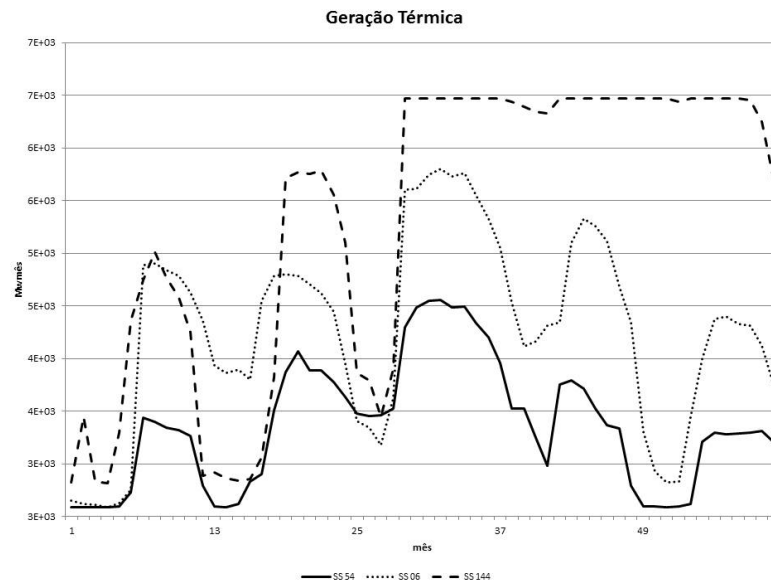


Figura 6.12: Comparação entre os custos de geração das térmicas
 Fonte: o Autor

de déficit, e os custos dos outros dois despachos referem-se apenas aos custos da geração térmica. Quanto aos custos marginais os valores ficaram entre R\$ 28,34 e R\$ 126,12.

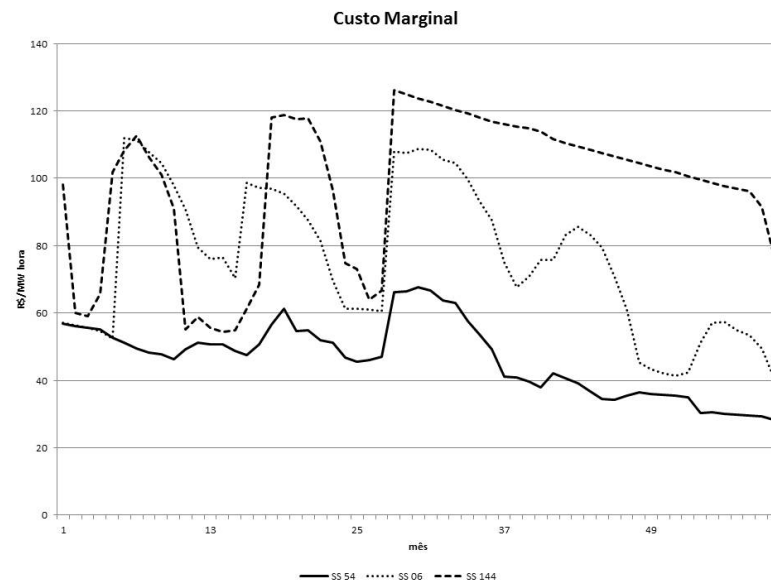


Figura 6.13: Comparação entre os custos marginais
 Fonte: o Autor

As Figuras 6.14 e 6.15 consistem na comparação entre as vazões turbinadas e vazões vertidas dos despachos economicos referentes ao problemas analisados.

O despacho econômico associado à série sintética SS144 apresentou déficit, porém deve ser analisado a geração térmica e intercâmbios dos períodos em questão.

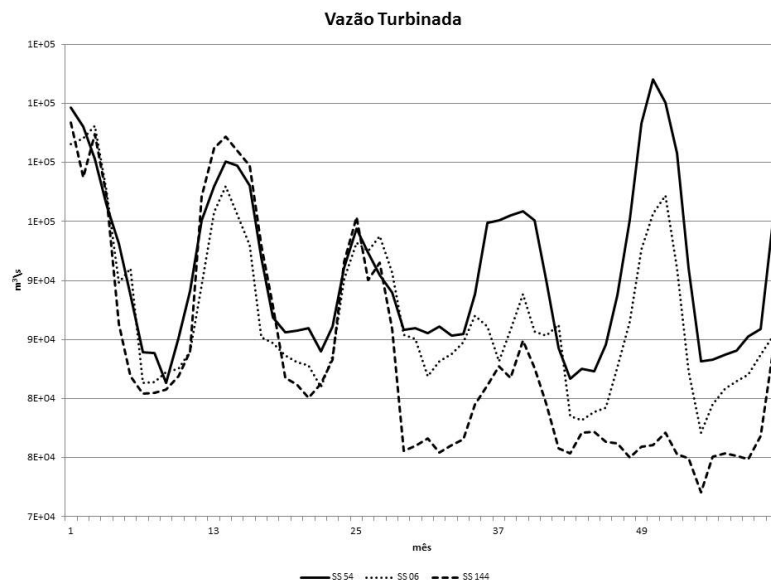


Figura 6.14: Comparação entre as vazões turbinadas
 Fonte: o Autor

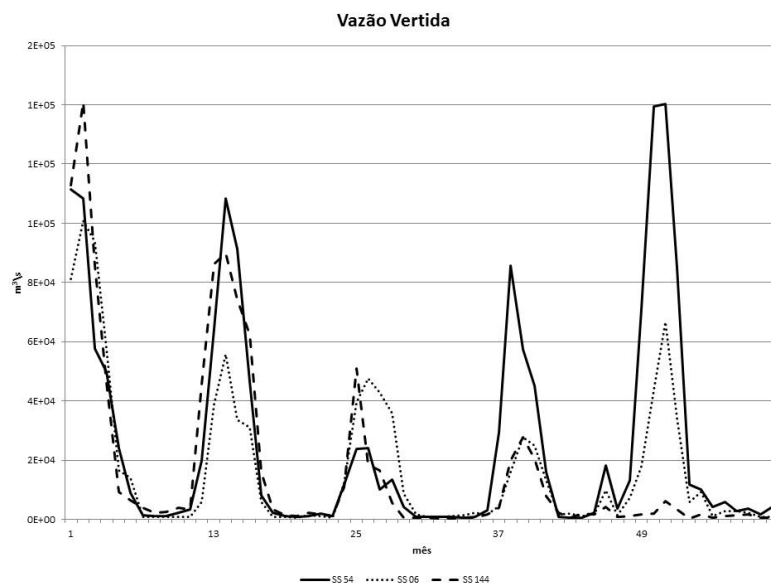


Figura 6.15: Comparação entre as vazões vertidas
 Fonte: o Autor

A geração térmica desse despacho ficou no máximo da capacidade das usinas. A usina Itaipu turbinou toda a afluência do período e em todo o período em questão a usina Itaipu atingiu o limite máximo do intercâmbio para o subsistema sul. Os valores de intercâmbio entre os outros subsistemas também ficaram em vários momentos no máximo, conforme Figura 6.17.

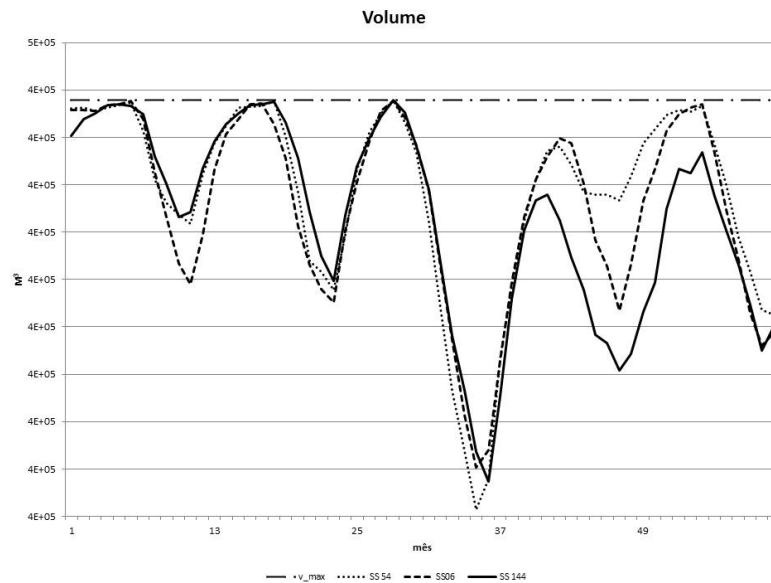


Figura 6.16: Comparação entre os volumes dos reservatórios
 Fonte: o Autor

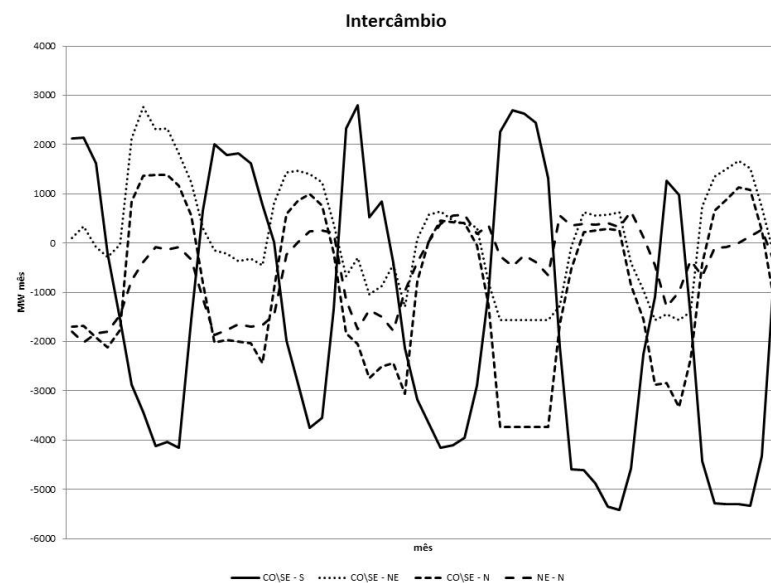


Figura 6.17: Intercâmbios - SS144
 Fonte: o Autor

6.2.3 Resultados da Probabilidade

Tanto para a primeira maneira de organizar os resultados quanto para a segunda, foram utilizados os resultados provenientes do processo de otimização descrito nas seções anteriores. A diferença entre as duas formas de organização é que para a primeira, foi identificada a mediana dos custos operacionais, enquanto para a segunda, após contabilizar o número de ocorrências em cada classe, através de distribuição de frequência, foi identificado o custo operacional mediano das classes.

O custo operacional total é o valor da função objetivo, ou seja, a soma de toda geração térmica e de déficits de energia ocorridos no período considerado. Para a determinação das classes de frequências, cada uma das séries sintéticas foram somadas tanto por usina quanto por período e esses valores distribuídos em faixas de ocorrências.

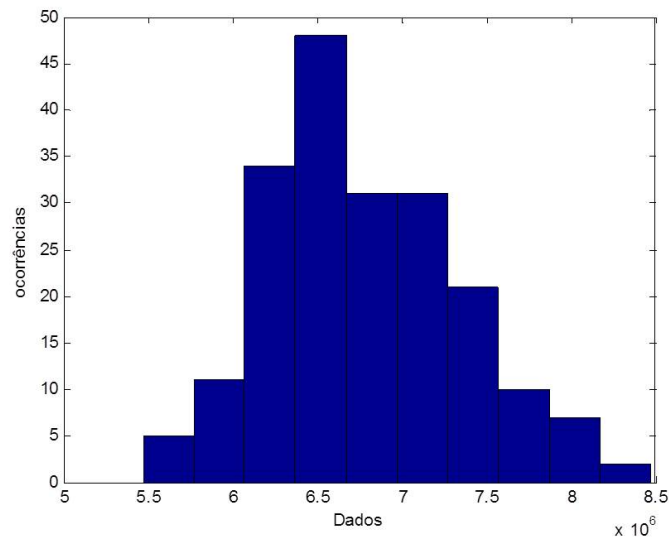


Figura 6.18: Histograma

Fonte: o Autor

A Figura 6.18 consiste no histograma com a distribuição de frequência das séries sintéticas. A classe com maior frequência teve 48 ocorrências e a menor com 2 ocorrências. Após a identificação das séries sintéticas pertencentes às classes, as respectivas políticas ótimas foram ordenadas pelo custo operacional e assim identificadas as medianas das classes.

Os resultados comparativos entre cada uma dessas séries sintéticas são apresentados na Tabela 6.6, a qual é composta pelas 10 classes de frequências, as séries sintéticas correspondentes a mediana dessas classes, custo operacional ($R\$$), geração térmica [$MWmês$], geração hidráulica [$MWmês$], iterações realizadas pelo Lagrangeano Aumentado e o tempo em minutos realizado na última otimização das séries.

Tabela 6.6: Comparação entre as classes

Classe	SS	Custo total	GT	GH	Afluência	iterações	tempo
1	36	$4,02 \times 10^8$	$5,56 \times 10^3$	$4,36 \times 10^4$	$1,01 \times 10^5$	30	107
2	91	$3,33 \times 10^8$	$5,20 \times 10^3$	$4,40 \times 10^4$	$1,01 \times 10^5$	45	141
3	191	$3,02 \times 10^8$	$4,94 \times 10^3$	$4,43 \times 10^4$	$1,02 \times 10^5$	27	97
4	164	$2,88 \times 10^8$	$4,72 \times 10^3$	$4,45 \times 10^4$	$1,06 \times 10^5$	24	78
5	154	$2,58 \times 10^8$	$4,47 \times 10^3$	$4,47 \times 10^4$	$1,11 \times 10^5$	30	91
6	172	$2,37 \times 10^8$	$4,30 \times 10^3$	$4,49 \times 10^4$	$1,16 \times 10^5$	28	95
7	131	$2,24 \times 10^8$	$4,24 \times 10^3$	$4,49 \times 10^4$	$1,17 \times 10^5$	28	84
8	187	$1,99 \times 10^8$	$4,05 \times 10^3$	$4,51 \times 10^4$	$1,19 \times 10^5$	28	75
9	155	$2,04 \times 10^8$	$4,05 \times 10^3$	$4,51 \times 10^4$	$1,21 \times 10^5$	31	101
10	197	$1,54 \times 10^8$	$3,66 \times 10^3$	$4,55 \times 10^4$	$1,28 \times 10^5$	29	100

Não houve ocorrência de déficit nas políticas ótimas referentes às medianas de cada classe de frequência. Dessa maneira, os custos operacionais são compostos somente pela geração proveniente das usinas térmicas. Percebe-se nesse conjunto de resultados que o desempenho computacional está altamente correlacionado com as séries de afluências.

Em séries onde ocorrem períodos com afluências mais abundantes o método Lagrangeano Aumentado necessita de um número menor de iterações para resolver o problema do despacho, e conforme o recurso hídrico fica escasso o método necessita de mais tempo para resolver o problema.

A classe com a maior frequência de séries sintéticas é a classe 4, sendo que a mediana corresponde à série sintética *SS164*. Dessa maneira, os resultados correspondentes a essa otimização serão descritos a seguir.

Não houve ocorrência de déficit na política ótima associada à série sintética *SS164*. A Figura 6.19 consiste na comparação da vazão turbinada, afluência e o volume do reservatório, foi constatado um comportamento parecido com as políticas operativas analisadas na seção anterior.

Como descrito anteriormente essa parte da pesquisa tem como foco a comparação entre os despachos hidrotérmicos. Portanto, a Figura 6.20 compara os custos operacionais da mediana entre todas as políticas operativas (*SS06*) e a mediana da classe com o maior número de ocorrência de séries sintéticas (*SS164*).

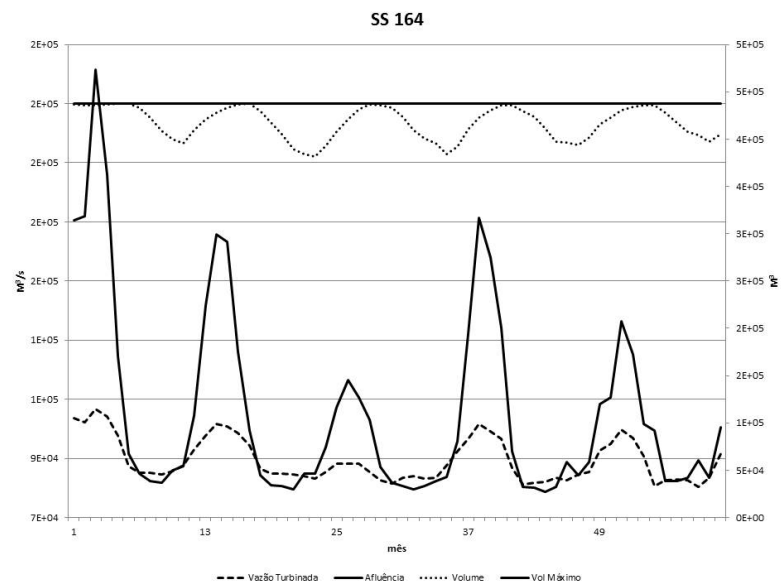


Figura 6.19: Comparação entre vazão, afluência e volume - SS 164

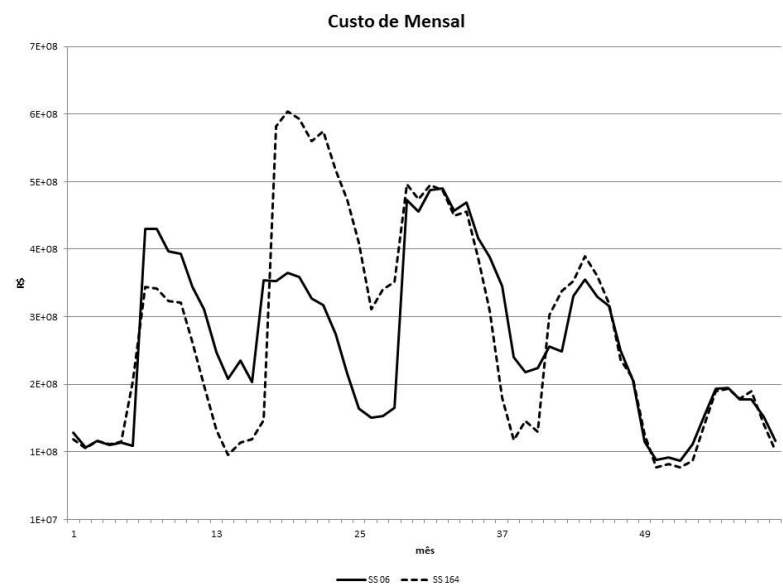


Figura 6.20: Comparação entre os custos operacionais
Fonte: o Autor

Apesar da diferença entre as afluências das duas séries não ser grande (Figura 6.21), há grandes diferenças entre os despachos econômicos. Por exemplo, o despacho referente à série *SS164* gerou mais energia térmica (Figura 6.20) entre os meses 15 a 25 para não depreciar os reservatórios e no final dos 60 meses as gerações provenientes da usinas hidráulicas são similares (Figura 6.23).

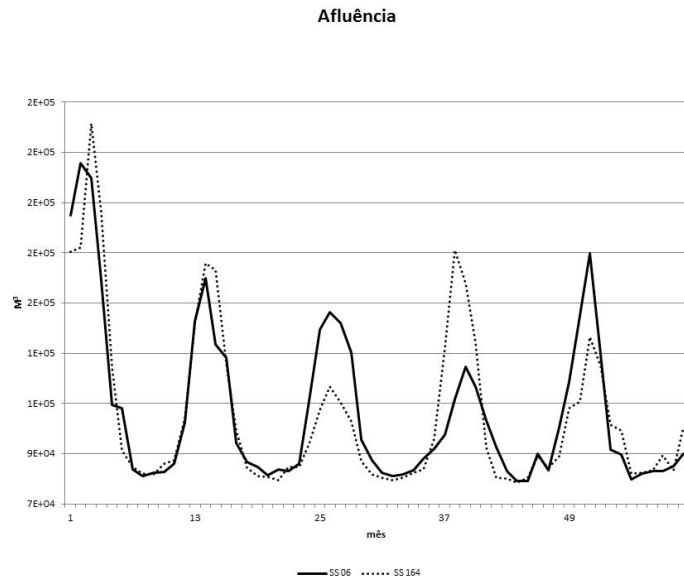


Figura 6.21: Comparação entre as afluências
 Fonte: o Autor

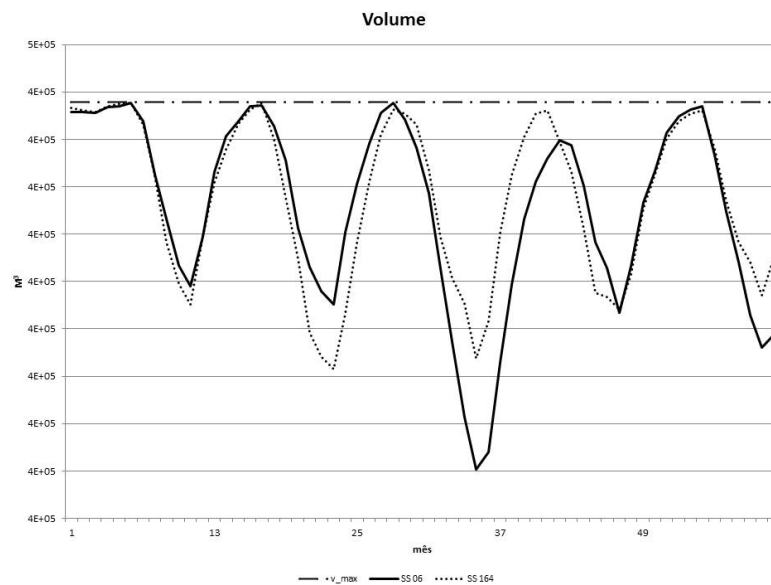


Figura 6.22: Comparação entre os volumes
 Fonte: o Autor

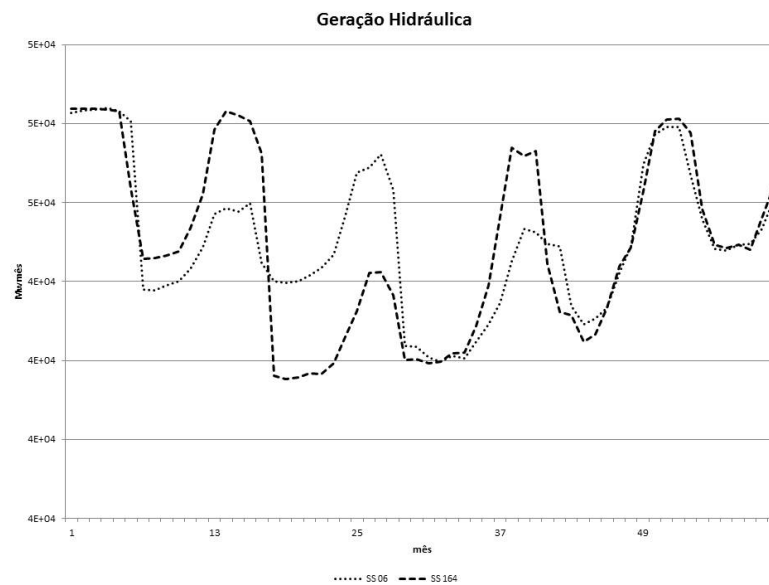


Figura 6.23: Comparação entre as gerações hidráulicas
Fonte: o Autor

6.3 Considerações Finais

Neste capítulo, apresentaram-se testes numéricos considerando um sistema hidrotérmico composto por 111 usinas hidroelétrica e 32 termoelétrica. Os resultados foram discutidos sob o ponto de vista do planejador do sistema e do desempenho dos métodos de programação não linear, utilizados para resolver o problema do despacho hidrotérmico.

Conclusão

Como descrito anteriormente, o foco principal dessa pesquisa é a determinação de uma metodologia para determinar despachos hidrotérmicos que possam ser aplicados ao Sistema Interligado Nacional. Na metodologia proposta foram respeitadas as principais características do Setor Elétrico Brasileiro, onde tanto as usinas hidráulicas quanto as usinas térmicas foram consideradas individualizadas. Além disso, foram consideradas explicitamente as não linearidades constantes nas equações de produção energética e dos polinômios cota montante/cota jusante.

Na mesma linha de retratar o problema do despacho hidrotérmico com uma maior fidelidade, considerou-se a rede elétrica na dimensão das barras, o que permite uma representação mais fidedigna do sistema; a verificação das restrições elétricas que permite considerar alguns aspectos do planejamento de curto prazo no médio prazo, aumentando a confiabilidade da modelagem. Os testes numéricos foram realizados em um sistema teste que contém as principais características do sistema brasileiro. Os resultados mostraram-se promissores, pois os despachos econômicos foram coerentes à realidade, não apresentando disparidades.

A ocorrência de vertimento deu-se em períodos onde os volumes dos reservatórios estavam em seu limite superior ou os limites de intercâmbio haviam sido atingidos. Os déficits registrados não ultrapassaram 5% da demanda considerada por subsistemas, e as ocorrências de déficits foram aproximadamente 8% dos problemas resolvidos na primeira otimização e de aproximadamente 11% dos problemas resolvidos na última otimização. Podendo o mesmo ser utilizado como informação para estudos sobre a expansão do sistema.

Quanto aos métodos Lagrangeano Aumentado e Gradiente Espectral Proposto mostraram-se como uma boa opção na resolução de problemas com as características do problema do despacho hidrotérmico. Apesar do tempo computacional elevado, a maioria dos problemas convergiu. Os testes mostraram que a disponibilidade de recursos hidrológicos está inversamente relacionada com o tempo computacional, ou seja, quanto maior o recurso disponível menor o número de iterações necessárias.

Portanto, a determinação de políticas ótimas de despacho hidrotérmico,

utilizando programação não linear com modelagem estocástica implícita, adotando uma representação de forma detalhada das usinas hidráulicas e térmicas além da verificação das restrições elétricas através de um fluxo de potencia ótimo, mostrou-se uma alternativa a ser considerada em futuros estudos.

Sugestões para futuras pesquisas

- Considerar mais detalhes na modelagem do problema como, por exemplo, curva colina das usinas hidráulicas e funções custos mais adequadas para as usinas térmicas.
- Consideração de outras fontes de energia.
- Melhorar o tempo computacional dos métodos Lagrangeano Aumentado e Gradiente Espectral Projetado.
- Comparação com os softwares utilizados atualmente pelo ONS.

Referências Bibliográficas

- [1] ANEEL Agência Nacional de Energia Elétrica - <http://www.aneel.gov.br>, 2014.
- [2] S. Al-Agtash and R. Su. Augmented lagrangian approach to hydro-thermal scheduling. *IEEE Transactions on Power Systems*, 13:1392–1400, 1998.
- [3] R.F. Andriolo. Acoplamento elétrico energético no planejamento da operação em médio prazo com restrição de restrição. Doutorado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica - UFPR, Curitiba - PR, 2014.
- [4] T.A. Araripe Neto, A.S. Kligerman, M. Negrini, and J.L. Reis Neto. A experiência do goi na coordenação do planejamento da operação energética do sistema hidrotérmico brasileiro. *VIII Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica*, 1985.
- [5] A.T. Azevedo. Métodos de pontos interiores aplicados em sistemas de potência modelados por fluxo em redes. Mestrado, UNICAMP, Campinas - SP, 2006.
- [6] L.A.L. Barretto. Otimização implícita estocástica para operação de reservatórios. Mestrado, COPPE-RJ, Rio de Janeiro, 1974.
- [7] J. Barzilai and J.M. Borwein. Two point step size gradient methods. *IMA Journal of Numerical Analysis*, 08:141–148, 1988.
- [8] M.S. Bazaraa, H.D. Sherali, and C.M. Shetty. *Nonlinear Programming Theory, Algorithms*. John Wiley, New York, 2nd edition, 1993.
- [9] R.E. Bellman. *Dynamic Programming*. Princeton University Press, 1966.
- [10] J.F. Benders. Partitioning procedure for solving mixed variables programming problems. *Numerische Mathematik*, 4:238–252, 1962.
- [11] D. P. Bertsekas. *D. Constrained Optimization, Lagrange Multipliers*. Academic Press, Ney York, 1992.

- [12] D.P. Bertsekas, G. S. Lauer, N.R. Sandeli JR., and T.A. Posbergh. Optimal short-term scheduling of large-scale power systems. *IEEE Transaction on Automatic*, AC-2821:01–11, 1983.
- [13] E.G. Birgin, J.M. Martínez, and M. Raydan. Nonmonotone spectral gradient methods on convex sets. *SIAM Journal on Optimization*, 10:1196–1211, 2000.
- [14] E.G. Birgin, J.M. Martínez, and M. Raydan. SPG: Software for convex optimization. *ACM Transactions on Mathematical Software*, 27:340–349, 2001.
- [15] E.G. Birgin, J.M. Martínez, and M. Raydan. Spectral projected gradient methods. *Encyclopedia of Optimization - Springer*, pages 3652–3659, 2009.
- [16] S.S. Borges. Pré-despacho de potência ativa e reativa para sistemas hidrotérmicos utilizando método de pontos interiores e coordenadas retangulares. Mestrado, UFPR, Curitiba - PR, 2010.
- [17] S.S. Borges, T.S. Fernandes, and K.C. Almeida. Pré-despacho hidrotérmico de potência ativa e reativa via método dos pontos interiores e coordenadas retangulares. *Revista Controle e Automação*, 22:479494, 2011.
- [18] E.P. Box and G.M. Jenkins. *Time Series Analysis: Forecasting, Control*. Holden-Day, San Francisco, 1976.
- [19] R.S. Braga, V.F. Rocha, and E.A. Contijo. Revisão das séries de vazões naturais nas principais bacias hidrográficas do sistema interligado nacional. *Anais do XVI Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos*, 2009.
- [20] S.S. Brito, I. Camozzato, J.E.B. Almeida, and J.F.A.O. Pantoja. Aplicação da programação dinâmica estocástica na determinação de decisões Ótimas de operação para um sistema hidrotérmoelétrico. *III SOBRAPO*, 1970.
- [21] F. T. Camargo. Estudo comparativo de passos espectrais e buscas lineares não monótonas. Mestrado, USP, São Paulo - SP, 2008.
- [22] A.A.F. Carneiro, S. Soares, and P. S. Bond. A large scale application of an optimal deterministic hydrothermal scheduling algorithm. *IEEE Transactions on Power Systems*, 5:204–211, 1990.
- [23] L.M.R. Carvalho. *Método de pontos interiores aplicados ao pré-despacho de sistemas hidrotérmicos usando o princípio de mínimo esforço comparação com o modelo de fluxo em redes*. Doutorado, USP, SÃO Carlos - SP, 2005.

- [24] M. F. Carvalho and S. Soares. An efficient hydrothermal scheduling algorithm. *IEEE Transactions on Power Systems*, 3:537–542, 1987.
- [25] A.B. Celeste. Comparação de modelos de otimização estocásticas implícita e explícita na derivação de regras operacionais mensais de reservatórios. *XIX Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos*, 2011.
- [26] M.A. Cicogna. Modelo de planejamento da operação energética de sistemas hidrotérmicos a usinas individualizadas orientado por objetos. Mestrado, FEEC/UNICAMP, Campinas - SP, 1999.
- [27] M.A. Cicogna. *Sistema de Suporte à Decisão para o Planejamento e Programação da Operação de Sistemas de Energia Elétrica*. Doutorado, UNICAMP, Campinas - SP, 2003.
- [28] CCEE Câmara de Comercialização de Energia Elétrica - <http://www.ccee.gov.br>, 2014.
- [29] A. J. Conejo and N. J. Redondo. Short-term hydro-thermal coordination by lagrangian relaxation: Solution of the dual problem. *IEEE Transactions on Power Systems*, 14:89–95, 1999.
- [30] CEPEL Centro de Pesquisa de Energia Elétrica. Manual de referência do modelo NEWAVE. *Relatório Técnico*, 1999.
- [31] CEPEL Centro de Pesquisa de Energia Elétrica. Modelo DESSEM - versão 8.2a. *Relatório Técnico*, 2003.
- [32] R. Dembo, A. Chiarri, J. Martin, and L. Paradinas. Managing hidroelectrica espanolas hydroelectric power system. *The Institute of Management Sciences*, 20:115 – 135, 1990.
- [33] D.H. Detzel, M.R. Bessa, M.R.M. Mine, and M. Bloor. Cenários sintéticos de vazões para grandes sistemas hídricos através de modelos contemporâneos e amostragem. *Revista Brasileira de Recursos Hídricos*, 19:17–28, 2014.
- [34] M.A. Diniz-Ehrhardt, M.A. Gomes-Ruggiero, J.M. Martínez, and S.A. Santos. Augmented Lagrangian algorithms based on the spectral projected gradient method for solving nonlinear programming. *Journal of Optimization Theory, Applications*, 123:497–517, 2004.
- [35] ONS Operador Nacional do Sistema Elétrico. O sistema interligado nacional e os modelos para o planejamento da operação energética. 2005.

- [36] A.J. Draper. *Implicit Stochastic Optimization with Limited Foresight for Reservoir Systems*. Doutorado, University of California, California, 2001.
- [37] L.F. Escudeiro. Hydropower generation management under uncertainty via scenario analysis, parallel computation. *IEEE Transactions on Power Systems*, 11:683–689, 1996.
- [38] R. Fletcher. *Practical Methods of Optimization*. John Wiley, New York, 2nd edition, 1990.
- [39] R. Fletcher. On the Barzilai-Borwein method. *Numerical Analysis Report NA/207, Department of Mat., University of Dundee, Scotland, UK*, pages 235–256, 2001.
- [40] L.A.M. Fortunato, T.A.A. Araripe Neto, J.C.R. Albuquerque, and M.V.F. Pereira. *Introdução ao Planejamento da Expansão e Operação de Sistemas de Produção de Energia Elétrica*. Niterói, 1990.
- [41] P.E.C. Franco. *Planejamento da operação de curto prazo em sistemas hidrelétricos de potência por modelo de fluxo em redes*. Doutorado, UNICAMP, Campinas - SP, 1993.
- [42] L. Grippo, F. Lampariello, and S. Lucidi. A nonmonotone line search technique for newton’s method. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 23:707–716, 1986.
- [43] N. Karmarkar. A new polynomial time algorithm of linear programming. *Combinatorica 4*, pages 373–395, 1984.
- [44] A.S. Kligerman. Operação ótima de subsistemas hidrotérmicos interligados utilizando programação dinâmica estocástica dual. Mestrado, UNICAMP, Campinas, SP, Brasil, 1992.
- [45] M. Kojima, S. Mizuno, and A. Yoshise. Progress in mathematical programming interior-point and related methods. *Springer-Verlag New York*, 15:2947, 1988.
- [46] J. Labadie. Optimal operation of multireservoir systems: State of art review. *J. of Water Res. Plan., Mangt.*, 130, 2004.
- [47] D.P. Loucks, J.R. Stedinger, and D.A. Haith. *Water resource systems planning and analysis*. Prentice-Hall, New Jersey, 1981.
- [48] D.G. Luenberger and Y. Ye. *Linear and Nonlinear Programming*. Springer, New York, 3 edition, 2008.

- [49] R. Maesschalck, D. Jouan-Rimbaud, and D.L. Massart. The Mahalanobis distance. *Chemometrics, Intelligent Laboratory Systems*, 50:1–18, 2000.
- [50] L. Martinez. *Políticas de Controle Malha Fechada e Malha Aberta no Planejamento da Operação Energética de Sistemas Hidrotérmicos*. Doutorado, UNICAMP, Campinas - SP, 2001.
- [51] J. M. Martínez. *Otimização Prática Usando o Lagrangeano Aumentado*. UNICAMP, Campinas, 2009.
- [52] J.M. Martínez and S.A. Santos. Métodos computacionais de otimização. 20 Colóquio Brasileiro de Matemática - IMPA, julho 1998.
- [53] V.T. Matos. *Um Modelo para o Planejamento Anual da Operação Energética Considerando Técnicas Avançadas de Otimização Estocástica*. Doutorado, UFSC, Florianópolis - SC, 2012.
- [54] J. Medina, V.H. Quintana, A.J. Conejo, and F. Pérez Thoden. A comparison of interior-point codes for medium-term hydro-thermal coordination. *IEEE Transactions on Power Systems*, 13:836–843, 1998.
- [55] R.D.C. Monteiro, I. Adler, and M.G.C. Resende. A polynomial-time primal-dual affine scaling algorithm for linear and convex quadratic programming and its power series extension. *Mathematics of Operations Research*, 15:191214, 1990.
- [56] J. Nocedal and S.J. Wright. *Numerical Optimization*. Springer Series in Operations Research. Springer-Verlag, 2006.
- [57] T. Ohishi. *Planejamento da operação de curto prazo de sistemas hidrotérmicos predominantemente hidráulicos*. Doutorado, UNICAMP, Campinas - SP, 1990.
- [58] W.L. Oliveira. *Métodos de Feixes Inexatos Aplicados à Programação Estocástica*. Doutorado, COPPE-RJ, Rio de Janeiro, 2011.
- [59] M.V.F. Pereira. Optimal stochastic operations scheduling of large hydroelectric systems. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 11:161–169, 1989.
- [60] M.V.F. Pereira and L.M.V.G. Pinto. Stochastic optimization of a multireservoir hydroelectric system: a decomposition approach. *Water Resources Research*, 21:779–792, 1985.

- [61] M.V.F. Pereira and L.M.V.G. Pinto. Multi-stage stochastic optimization applied to energy planning. *Mathematical Programming*, 52:359–375, 1991.
- [62] M. Raydan. On the Barzilai Borwein choice of steplength for the gradient method. *IMA Journal of Numerical Analysis*, 13:321–326, 1993.
- [63] M. Raydan. The Barzilai Borwein Gradient Method for the large scale unconstrained minimization problem. *SIAM Journal on Optimization*, 7:26–33, 1997.
- [64] R.T. Rockafellar. *Optimization Under Uncertainty - Lecture Notes*. University of Washington, Washington, 2001.
- [65] M.A.M. Rodrigues, M.E.P. Maceira, R.P.D. Ross, A. Kopiler, F.L. Tito, L.A.C. Henriques, A. Castro, A.C.P. Araújo, P.D. Zarur, J.C.O. Mello, and D.B. Andrades. Sistema de encadeamento de modelos energéticos. *XVI Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica*, 2001.
- [66] TVA - Tennessee Valley Authority - <http://www.tva.gov/power/hydroart.htm>, 2011.
- [67] L.A Terry. Modelo a sistema equivalente - descrição geral. *Relatório Técnico CEPEL - Eletrobrás*, 1980.
- [68] A.E. Toscano. Comparação entre os modelos NEWAVE e ODIN no planejamento energético do sistema interligado nacional. Mestrado, UNICAMP, Campinas - SP, 2009.
- [69] L.S. Vargas, V.H. Quintana, and V.A. Vannelli. Tutorial description of an interior point method, its applications to security-constrained economic dispatch. *IEEE Transactions on Power Systems*, 8:1315–1324, 1993.
- [70] J. Zhu. Optimization of power system operation. *A John Wiley and Sons Inc. Publication*, page 479494, 2009.
- [71] F. Zhuang and F. D. Galiana. Towards a more rigorous, practical unit commitment by lagrangian relaxation. *IEEE Transactions on Power Systems*, 3:763–773, 1988.

Apêndice A - Descrição das Usinas Hidráulicas

A tabela a seguir contém a listagem das 111 usinas hidráulicas utilizadas no sistema teste. Na primeira coluna tem-se o nome da usina; a segunda coluna traz a potência instalada da usina em *MW*; a terceira coluna, o subsistema que a usina está localizada; e por fim, na última coluna tem-se o rio que a usina pertence.

Tabela 6.7: Usinas Hidrotérmicas

Nome	Pot. (<i>MW</i>)	Subsistema	Rio
NOVA PONTE	510	CO/SE	ARAGUARI
MIRANDA	408	CO/SE	ARAGUARI
AMADOR AGUIAR I	240	CO/SE	ARAGUARI
AMADOR AGUIAR II	210	CO/SE	ARAGUARI
NILO PEÇANHA	378,42	CO/SE	BOMBEADA
PONTE DE PEDRA	176,1	CO/SE	CORRENTE
SANTA CLARA	60	CO/SE	CORRENTE
ESFORA	32	CO/SE	CORRENTE
CORUMBÁ IV	127	CO/SE	CORUMBÁ
CORUMBÁ I	375	CO/SE	CORUMBÁ
PICADA	50	CO/SE	DO PEIXE
RISOLETA NEVES	140	CO/SE	DOCE
AIMORÉS	330	CO/SE	DOCE
MASCARENHAS	180,5	CO/SE	DOCE
CAMARGOS	23	CO/SE	GRANDE
ITUTINGA	52	CO/SE	GRANDE
FUNIL-GRANDE	180	CO/SE	GRANDE
FURNAS	1216	CO/SE	GRANDE
MASCARENHAS DE MORAES	478	CO/SE	GRANDE
ESTREITO	1050	CO/SE	GRANDE
JAGUARA	424	CO/SE	GRANDE
IGARAPAVA	210	CO/SE	GRANDE
VOLTA GRANDE	380	CO/SE	GRANDE
PORTO COLÔMBIA	320	CO/SE	GRANDE
MARIMBONDO	1440	CO/SE	GRANDE
ÁGUA VERMELHA	1396,2	CO/SE	GRANDE

continua

Tabela 6.7: Usinas Hidrotérmicas (continuação)

Nome	Pot. (MW)	Subsistema	Rio
GUAPORÉ	124,2	CO/SE	GUAPORÉ
ROSAL	55	CO/SE	ITABAPOANA
ITIQUEIRA II	95,2	CO/SE	ITIQUEIRA
ITIQUEIRA I	60,8	CO/SE	ITIQUEIRA
JAGUARI	27,6	CO/SE	JAGUARI
JURU	121,5	CO/SE	JURU
IRAPÉ	360	CO/SE	JEQUITINHONHA
MANSO	210,9	CO/SE	MANSO
FONTES NOVA	131,99	CO/SE	PARAIBA DO SUL
PEREIRA PASSOS	99,11	CO/SE	PARAIBA DO SUL
PARAIBUNA	85	CO/SE	PARAÍBA DO SUL
SANTA BRANCA	56,05	CO/SE	PARAÍBA DO SUL
FUNIL	1216	CO/SE	PARAÍBA DO SUL
ILHA DOS POMBOS	187,17	CO/SE	PARAÍBA DO SUL
SOBRAGI	60	CO/SE	PARAIBUNA
ILHA SOLTEIRA	3444	CO/SE	PARANÁ
JUPIÁ	1551,2	CO/SE	PARANÁ
PORTO PRIMAVERA	1540	CO/SE	PARANÁ
ITAIPU	7000	CO/SE	PARANÁ
EMBORCAÇÃO	1192	CO/SE	PARANAÍBA
ITUMBIARA	2082	CO/SE	PARANAÍBA
CACHOEIRA DOURADA	658	CO/SE	PARANAÍBA
SÃO SIMÃO	1710	CO/SE	PARANAÍBA
ARMANDO A. LAYDNER	97,7	CO/SE	PARANAPANEMA
PIRAJU	80	CO/SE	PARANAPANEMA
CHAVANTES	414	CO/SE	PARANAPANEMA
LUCAS NOGUEIRA GARCEZ	70	CO/SE	PARANAPANEMA
CANOAS II	72	CO/SE	PARANAPANEMA
CANOAS I	82,5	CO/SE	PARANAPANEMA
CAPIVARA	640	CO/SE	PARANAPANEMA
TAQUARUCU	554	CO/SE	PARANAPANEMA
ROSANA	372	CO/SE	PARANAPANEMA
OURINHOS	44	CO/SE	PARANAPANEMA
CACONDE	80,4	CO/SE	PARDO
EUCLIDES DA CUNHA	108,8	CO/SE	PARDO
A. DE SALLES OLIVEIRA	32	CO/SE	PARDO
GUILMAN-AMORIN	140	CO/SE	PIRACICABA
SÁ CARVALHO	78	CO/SE	PIRACICABA
QUEIMADO	105	CO/SE	PRETO
SALTO GRANDE	102	CO/SE	SANTO ANTÔNIO
PORTO ESTRELA	112	CO/SE	SANTO ANTÔNIO
TRÊS MARIAS	396	CO/SE	SÃO FRANCISCO
BARRA BONITA	1407,6	CO/SE	TIETÊ
ÁLVARO DE SOUZA LIMA	1431	CO/SE	TIETÊ
IBITINGA	1314,9	CO/SE	TIETÊ

continua

Tabela 6.7: Usinas Hidrotérmicas (continuação)

Nome	Pot. (MW)	Subsistema	Rio
PROMISSAO	264	CO/SE	TIETÊ
NOVA AVANHANDAVA	347,4	CO/SE	TIETÊ
TRÊS IRMÃOS	807,5	CO/SE	TIETÊ
HENRY BORDEN	889	CO/SE	TIETÊ E TRIBUTÁRIOS
SERRA DA MESA	1275	CO/SE	TOCANTINS
CANA BRAVA	450	CO/SE	TOCANTINS
PEIXE ANGICAL	498,75	CO/SE	TOCANTINS
LAJEADO	902,5	CO/SE	TOCANTINS
CAMPOS NOVOS	880	S	CANOAS
GOV. PARIGOT DE SOUZA	260	S	CAPIVARI
QUEBRA QUEIXO	121,5	S	CHAPECÓ
FOZ DO AREIA	1676	S	IGUAÇU
SEGREDO	1260	S	IGUAÇU
SALTO SANTIAGO	1420	S	IGUAÇU
SALTO OSÓRIO	1078	S	IGUAÇU
SALTO CAXIAS	1240	S	IGUAÇU
PASSO REAL	158	S	JACUÍ
JACUÍ	180	S	JACUÍ
ITAÚBA	512,4	S	JACUÍ
DONA FRANCISCA	125	S	JACUÍ
SANTA CLARA PR	120,17	S	JORDÃO
FUNDÃO	120,17	S	JORDÃO
DERIVAÇÃO DO RIO JORDÃO	6,5	S	JORDÃO
PASSO FUNDO	220	S	PASSO FUNDO
BARRA GRANDE	698,25	S	PELOTAS
CASTRO ALVES	130	S	TAQUARI-ANTAS
MONTE CLARO	130	S	TAQUARI-ANTAS
MACHADINHO	1140	S	URUGUAI
ITÁ	1450	S	URUGUAI
ITAPEBI	450	NE	JEQUITINHONHA
PEDRA DO CAVALO	162	NE	PARAGUAÇU
BOA ESPERANÇA	237,3	NE	PARNAÍBA
SOBRADINHO	1050,3	NE	SÃO FRANCISCO
ITAPARICA	1479,6	NE	SÃO FRANCISCO
MOXOTÓ	400	NE	SÃO FRANCISCO
PAULO AFONSO I, II E III	1419,2	NE	SÃO FRANCISCO
PAULO AFONSO IV	2462,4	NE	SÃO FRANCISCO
XINGÓ	3162	NE	SÃO FRANCISCO
CURUÁ-UNA	30,3	N	CURUÁ-UNA
TUCURUÍ	8370	N	TOCANTINS

Apêndice B - Descrição das Usinas Térmicas

A tabela a seguir contém a listagem das 32 usinas térmicas utilizadas no sistema teste. Na primeira coluna tem-se o nome da usina; a segunda coluna traz a potência instalada da usina em MW ; a terceira coluna, o subsistema que a usina está localizada; a quarta coluna, o tipo de combustível da usina em questão; e por fim, na penúltima e na última coluna tem-se, respectivamente a geração mínima e máxima da usina térmica.

Tabela 6.8: Usinas Térmicas

Nome	Potência (MW)	Subsistema	Combustível	GT_{min}	GT_{max}
ANGRA 1	657	CO/SE	NUCLEAR	504,41	657
IGARAPÉ	131	CO/SE	ÓLEO	0	131
SANTA CRUZ 1 E 2	168	CO/SE	ÓLEO	0	168
SANTA CRUZ 3 E 4	440	CO/SE	ÓLEO	0	440
PIRATININGA 3 E 4	272	CO/SE	ÓLEO	0	272
CARIOBA	36	CO/SE	ÓLEO	0	36
CAMPOS	30	CO/SE	GÁS	0	30
CUIABÁ	529	CO/SE	GÁS	0	529
ANGRA 2	1350	CO/SE	NUCLEAR	1080	1350
BRÁSÍLIA	10	CO/SE	DIESEL	0	10
WILLIAM ARJONA	206	CO/SE	GÁS	0	206
PIRATININGA 1 E 2	200	CO/SE	GÁS	0	200
JUIZ DE FORA	87	CO/SE	GÁS	0,67	87
AURELIANO CHAVES	226	CO/SE	GÁS	0	226
FERNANDO GÁSPARIAN	386	CO/SE	GÁS	0	386
SANTA CRUZ DIESEL	200	CO/SE	DIESEL	0	200
PRESIDENTE MÉDICI A	126	S	CARVÃO	50	126
PRESIDENTE MÉDICI B	320	S	CARVÃO	105	320
JORGE LACERDA C	363	S	CARVÃO	216	363
JORGE LACERDA B	262	S	CARVÃO	160	262
JORGE LACERDA A1	100	S	CARVÃO	0	100
JORGE LACERDA A2	132	S	CARVÃO	33	132
FIGUEIRA	20	S	CARVÃO	10,06	20
CHARQUEADAS	72	S	CARVÃO	26	72
NUTEPA	24	S	ÓLEO	0	24

continua

Tabela 6.8: Usinas Térmicas (continuação)

Nome	Potência (MW)	Subsistema	Combustível	GT_{min}	GT_{max}
ALEGRETE	66	S	ÓLEO	0	66
SÃO JERÔNIMO	20	S	CARVÃO	5	20
URUGUAIANA	640	S	GÁS	217	640
ARAUCÁRIA	485	S	GÁS	0	485
SEPÉ TIARAJU	161	S	GÁS	0	161
FORTALEZA	347	NE	GÁS	0	347
CELSO FURTADO	186	NE	GÁS	0	186

Apêndice C - Formulação do Fluxo de Energia Ótimo

A seguir, descreve-se o problema de otimização envolvido na consideração dos aspectos elétricos do sistema no planejamento de médio prazo.

Fluxo de Energia Ótimo

A modelagem do Fluxo de Energia Ótimo a ser utilizado neste trabalho, considera que para cada período t , se têm disponíveis as metas energéticas de cada usina. Vale salientar que os valores que compõe o vetor EH não são variáveis, ou seja, são valores referente a geração hidroelétrica e termoelétrica previamente determinados na etapa do problema energético.

$$EH = [EH_1^1, \dots, EH_{nh}^1, EH_1^2, \dots, EH_{nh}^2, \dots, EH_1^{np}, \dots, EH_{nh}^{np}]^T$$

onde EH é o vetor de metas energéticas para cada usina e período [MW médio/mês], EH_{nh}^{np} é a meta energética para a usina nh no período np [MW médio/mês], nh é o número de usinas hidroelétricas, np é o número de períodos do horizonte de estudo e t é um período específico dentro do horizonte de estudo.

Para cada período t , pode-se fazer um despacho de geração hidrotérmico ao longo de $npat$ patamares.

O primeiro dado de entrada é referente à carga que deve ser atendida ao longo de $npat$ patamares de carga, distribuídos ao longo do mês t . A carga é representada pelo vetor Pd^t (demanda de potência ativa) com dimensão $(nb \ npat \times 1)$ onde nb é o número de barras de geração e $npat$ é o número de patamares (por exemplo, patamares pesada, média, leve):

$$Pd^t = [PD_1^1, \dots, PD_{nb}^1, \dots, PD_1^{npat}, \dots, PD_{nb}^{npat}]^T$$

onde, Pd^t é o vetor de demanda de potência ativa de dimensão $(nb \ npat \times 1)$, referente ao período t [MW médio/mês], Pd_i^k representa a demanda de potência ativa na barra i no patamar k [MW médio/mês], nb é o número de barras e $npat$ é o número de patamares.

Também é classificado como parâmetro de entrada o vetor EH^t de metas energéticas para as usinas hidroelétricas:

$$EH^t = [EH_1^t, \dots, EH_{nh}^t]^T$$

onde, EH^t : representa o vetor de metas energéticas para as usinas hidroelétricas de dimensão $(nh \times 1)$, referente ao período t , EH_k^t representa a meta energética para a usina hidroelétrica localizada na barra k , englobando todos os patamares e referentes ao período t .

Outros dados de entrada são os vetores que representam os limites máximos e mínimos de geração de potência ativa das usinas termoelétricas e das hidroelétricas.

$$Ptermax = [Ptermax_1, \dots, Ptermax_{nb}]^T$$

e

$$Ptermin = [Ptermin_1, \dots, Ptermin_{nb}]^T$$

onde, $Ptermax$ é o vetor composto pelos limites máximos de geração de potência ativa, para as usinas termoelétricas, de dimensão $(nb \times 1)$, $Ptermax_i$ representa o limite máximo de geração de potência ativa para uma usina térmica localizada na barra i . $Ptermin$ é o vetor composto pelos limites mínimos de geração de potência ativa, para as usinas termoelétricas, de dimensão $(nb \times 1)$ e $Ptermin_i$ representa o limite mínimo de geração de potência ativa para uma usina térmica localizada na barra i .

$$Phidmax = [Phidmax_1, \dots, Phidmax_{nb}]^T$$

e

$$Phidmin = [Phidmin_1, \dots, Phidmin_{nb}]^T$$

onde, $Phidmax$ é o vetor composto pelos limites máximos de geração de potência ativa, para as usinas hidroelétricas, de dimensão $(nb \times 1)$ e $Phidmax_i$ representa o limite máximo de geração de potência ativa para uma usina hidroelétrica localizada na barra i . $Phidmin$ é o vetor composto pelos limites mínimos de geração de potência ativa, para as usinas hidroelétrica, de dimensão $(nb \times 1)$ e $Phidmin_i$ representa o limite mínimo de geração de potência ativa para uma usina hidroelétrica localizada na barra i .

Variáveis de Otimização para o Período t (mês)

A variável de otimização relacionada à geração de potência ativa pelas usinas hidroelétricas é o vetor Pgh^t relacionada ao período t :

$$Pgh^t = [Pgh_1^1, \dots, Pgh_{nb}^1, \dots, Pgh_1^{npat}, \dots, Pgh_{nb}^{npat}]^T$$

onde, Pgh^t é o vetor composto pela geração de potência ativa com dimensão $(nb \ npat \times 1)$, referente ao período t e Pgh_i^k representa a geração de potência ativa na barra de geração hidroelétrica i no patamar k . nb é o número de barras de geração e $npat$ é o número de patamares de carga.

A variável de otimização relacionada à geração de potência ativa pelas usinas térmicas é o vetor Pgt^t relacionada ao período t :

$$Pgt^t = [Pgt_1^1, \dots, Pgt_{nb}^1, \dots, Pgt_1^{npat}, \dots, Pgt_{nb}^{npat}]^T$$

onde, Pgt^t vetor composto pela geração térmica de potência ativa de dimensão $(nb \ npat \times 1)$, referente ao período t , para as usinas térmicas. Pgt_i^k é a geração de potência ativa na barra de geração térmica i no patamar k .

A variável de otimização relacionada à geração de potência ativa fictícia é o vetor $Pfic^t$ referente ao período t :

$$Pfic^t = [Pfic_1^1, \dots, Pfic_{nb}^1, \dots, Pfic_1^{npat}, \dots, Pfic_{nb}^{npat}]^T$$

onde, $Pfic^t$ é o vetor composto pela geração de potência fictícia de dimensão $(nb \ npat \times 1)$, referente ao período t . $Pfic_i^k$ é a geração de potência fictícia na barra de geração i no patamar k .

A soma da geração e potência ativa das usinas hidráulica, térmica e fictícia fornece a potência ativa total gerada no período t :

$$Pg^t = Pgh^t + Pgt^t + Pfic^t$$

Balço de Potência Ativa

O vetor de potências injetadas para todos os patamares e todas as barras é:

$$P^t = \begin{bmatrix} Pg_1^1 - Pd_1^1 \\ \vdots \\ Pg_{nb}^1 - Pd_{nb}^1 \\ \vdots \\ Pg_1^{npat} - Pd_1^{npat} \\ \vdots \\ Pg_{nb}^{npat} - Pd_{nb}^{npat} \end{bmatrix}$$

onde, P^t é o vetor que corresponde a injeção de potência ativa englobando todos os patamares, dimensão $(nb \ npat \times 1)$.

Tem-se então que a potência injetada nas barras é dada por:

$$P^t = Pg^t - Pd^t$$

onde, Pg^t é o vetor composto pela potência ativa total gerada pelas usinas hidroelétricas e usinas termoelétricas, de dimensão $(nb \ npat \times 1)$, para o período t ; Pd^t é o vetor de demanda de potência ativa, de dimensão $(nb \ npat \times 1)$, para o período t .

Sabe-se que:

$$P^t = \begin{bmatrix} B^t & & & & & \\ & \ddots & & & & \\ & & \ddots & & & \\ & & & \ddots & & \\ & & & & B^t & \\ & & & & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1^{1,t} \\ \vdots \\ \theta_{nb}^{1,t} \\ \vdots \\ \theta_1^{npat,t} \\ \vdots \\ \theta_{nb}^{npat,t} \end{bmatrix} \quad \text{onde,}$$

B^t é a matriz de susceptância indutiva da rede com dimensão $(nb \times nb)$. $\theta_i^{npat,t}$ é o ângulo da barra i , para o patamar de carga $npat$ e o período t .

A matriz B^t é uma matriz singular. Assim, para que se possa incluir as equações de balanço de potência no problema faz-se $\theta_{ref} = 0$ (ref é a barra de referência do sistema).

A matriz B^t é reduzida pela retirada da linha e coluna correspondente a barra de referência, passando a se chamar B^{tt} com dimensão $(nred \times nred)$, onde $nred = nb - 1$. O novo vetor dos ângulos $theta^{tt}$ nas barras passa a ser representado sem a linha correspondente à barra de referência para cada patamar.

$$P^t = \begin{bmatrix} B^t & & \\ & \ddots & \\ & & B^t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1^{1,t} \\ \vdots \\ \theta_{nred}^{1,t} \\ \vdots \\ \theta_1^{npat,t} \\ \vdots \\ \theta_{nred}^{npat,t} \end{bmatrix}$$

Ainda, para que se possam equacionar convenientemente as equações acima é preciso definir as seguintes matrizes:

$$\beta^t = \begin{bmatrix} B^t & & \\ & \ddots & \\ & & B^t \end{bmatrix}$$

onde, β^t é a matriz de matrizes B^t dispostas diagonalmente com dimensão $(nb \ npat) \times (nb - 1) \ npat$.

Utilizando-se as matrizes descritas anteriormente, podem-se representar as equações em função das variáveis Pg^t e θ^t .

$$P^t = Pg^t - P^t = B^t \theta^t$$

Meta Energética

O despacho das geradoras hidráulicas deve satisfazer os valores de metas energéticas (EH_i^t) para cada usina hidráulica, i , as quais são estabelecidas de acordo com os valores de vazões turbinadas para o período t em estudo:

$$\sum_{pat=1}^{npat} n_i Pg h_{i,pat} \leq EH_{i,pat}^t, \quad i = 1, \dots, nh$$

(6.1)

onde, nh é o número de geradores hidráulicos e n é o número de horas de cada patamar de carga considerado; $npat$ é o número de patamares; $Pgh_{i,pat}^t$ é a potência

gerada pela usina i no patamar pat para o período t (MW).

Quanto à verificação das metas energéticas, optou-se por utilizar restrição de desigualdade (6.1) ao invés de igualdade, a fim de garantir a convergência do Fluxo de Energia Ótimo, pois se houver restrições elétricas ativas no Fluxo de Energia Ótimo, pode-se não atingir a meta energética para determinada usina, havendo, assim, possibilidade de outras fontes fecharem o balanço de energia.

Um exemplo de distribuição de horas por patamares de carga está apresentado na Tabela 6.9, [28].

Tabela 6.9: Número de horas para cada condição de carga por mês

Patamares de Carga	Número de horas
Leve	$n = 277$ horas
Média	$n = 389$ horas
Pesada	$n = 78$ horas

Função Objetivo

A função objetivo do problema é a minimização da função custo de geração de usinas térmicas e fictícias:

$$f.o. = c(Pgt^t) + c(Pfic^t)$$

onde, $c(Pgt^t)$ é a função custo da geração térmica para o período t ; $c(Pfic^t)$: é a função custo da geração fictícia para o período t .

Restrições de Desigualdade

As restrições de desigualdade envolvem as limitações físicas e operacionais do sistema como listadas a seguir.

- Limites de geração de potência ativa

$$\begin{aligned} Phidmin &\leq Pgh^t \leq Phidmin \\ Ptermin &\leq Pgt^t \leq Ptermin \\ 0 &\leq Pfic^t \end{aligned}$$

- Limites de Fluxos nas Linhas - Os limites de fluxos de potência ativos circu-

lantes pelas linhas de transmissão são representados por:

$$Fmax^t = \begin{bmatrix} Fmax_1^1 \\ \vdots \\ Fmax_{nfl}^1 \\ \vdots \\ Fmax_1^{npat} \\ \vdots \\ Fmax_{nfl}^{npat} \end{bmatrix}$$

onde, $Fmax^t$ é o vetor de fluxo de potência ativa máxima, para o período t , de dimensão $(nfl \ npat \times 1)$; $Fmax_i^k$ representa o fluxo de potência ativa máximo na linha i no patamar k .

Os limites de fluxo de potência ativa no sentido oposto $Fmin^t$ são tomados como o negativo de $Fmax^t$.

$$Fmin^t = -Fmax^t.$$

Logo a restrição operacional de limite de fluxo nas linhas é expressa como:

$$-Fmax^t \leq AFL \ XL \ \theta^t \leq Fmax^t$$

onde, nl é o número de linhas que compõe o sistema. AFL é uma matriz incidência para o cálculo do fluxo linearizado nas linhas em todos os patamares, de dimensão $(npat \ nl \times \ npat(nb - 1))$ e afl é uma matriz incidência para o cálculo do fluxo linearizado nas linhas para o patamar k , de dimensão $(nl \times (nb - 1))$, ou seja,

$$AFL = \begin{bmatrix} afl & & \\ & \ddots & \\ & & afl \end{bmatrix}$$

Sendo XL é uma matriz de reatância das linhas, de dimensão $(npat \ nl \times \ npat \ (nb - 1))$; e xl é uma matriz de reatância das linhas, de dimensão $(nl \times \ nl)$.

$$XL = \begin{bmatrix} \frac{1}{xl} & & & \\ & \ddots & & \\ & & & \frac{1}{xl} \end{bmatrix}$$

Portanto, a formulação geral do problema é:

$$\begin{aligned} &\text{minimizar} && c(Pgt^t) + c(Pfic^t) \\ &\text{sujeito a} && BB\theta = Pgh + Ered^T Pgt + Pgfic - Pd \\ & && Ered Pgh \text{diag}(horas_{pat}) \leq Meta \\ & && Pghmin \leq Pgh + Pgfic \leq Pghmax \\ & && Pgtmin \leq Pgt \leq Pgtmax \\ & && 0 \leq Pgfic \\ & && -Fmax(ifl, 1) \leq Fl(ifl, 1) \leq Fmax(ifl, 1) \end{aligned} \tag{6.2}$$

onde, $Ered$ é uma matriz composta por $npat$ matrizes diagonais unitárias lado a lado. A matriz $Ered$ tem dimensão $(nb \times (nb \ npat))$; nb : é o número de barras do sistema elétrico; $npat$ é o número de patamares de carga.

O problema descrito em (6.2) é resolvido pelo Método dos Pontos Interiores versão Primal-Dual [55] e [45], que consiste em transformar as restrições de desigualdade em restrições de igualdade pela incorporação de variáveis de folga, e associar uma função barreira logarítmica à função objetivo. Com isso, pode-se construir uma função Lagrangeana estendida somente com restrições de igualdade e aplicar as condições de Karush-Kuhn-Tucker (condições de otimalidade KKT) a esta função. As condições de otimalidade formam um sistema de equações não lineares, que é resolvido pelo Método de Newton, a fim de se encontrar a solução do problema de otimização.

Considerações Finais

Este anexo teve por finalidade apresentar o fluxo de energia ótimo linear que é utilizado para verificar se as metas energéticas advindas do problema energético são adequadas para atendimento da demanda e restrições elétricas do sistema. O principal resultado fornecido pelo Fluxo de Energia Ótimo é se há ou não despacho de geração hidráulica fictícia, pois se a energia fictícia for maior que zero sinaliza que as metas energéticas consideradas não são adequadas como solução em análise.