

MAICI DUARTE LEITE

**ARQUITETURA PARA REMEDIAÇÃO DE ERROS
BASEADA EM MÚLTIPLAS REPRESENTAÇÕES
EXTERNAS**

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Informática, Setor de Ciências Exatas, Universidade Federal do Paraná.

Orientador: Prof. Dr. Andrey Ricardo Pimentel

CURITIBA

2013

MAICI DUARTE LEITE

**ARQUITETURA PARA REMEDIAÇÃO DE ERROS
BASEADA EM MÚLTIPLAS REPRESENTAÇÕES
EXTERNAS**

Tese apresentada como requisito para obtenção do grau de Doutor. Programa de Pós-Graduação em Informática, Setor de Ciências Exatas, Universidade Federal do Paraná.
Orientador: Prof. Dr. Andrey Ricardo Pimentel

CURITIBA

2013

MAICI DUARTE LEITE

**ARQUITETURA PARA REMEDIAÇÃO DE ERROS
BASEADA EM MÚLTIPLAS REPRESENTAÇÕES
EXTERNAS**

Tese apresentada como requisito para obtenção do grau de Doutor. Programa de Pós-Graduação em Informática, Setor de Ciências Exatas, Universidade Federal do Paraná.
Orientador: Prof. Dr. Andrey Ricardo Pimentel

CURITIBA

2013

AGRADECIMENTOS

À Deus, as oportunidades de aprendizado foram fundamentais para lapidar minhas convicções.

À Minha família, que sempre me apoiou mesmo em sua humildade quanto ao campo em que eu me adentrava e foram fundamentais em minha formação acadêmica e humana.

Aos meus filhos, Luiz e Isabelle, minha fonte de inspiração e motivação para todos os momentos em que o desânimo e a rotina se instauravam. Todo dia aprendo lições preciosíssimas com vocês.

À Profa. Dra. Laura Sánchez García, que me aceitou como aluna regular bolsista do Programa de Doutorado e me recebeu de todas as formas possíveis em seu ambiente profissional e pessoal. Só *obrigada* seria muito pouco mesmo; eu e os meninos lhe levamos em nosso coração...

Ao professor Prof. Dr. Andrey Pimentel, de uma paciência invejável e que me colocou no caminho dos STI. Suas orientações foram imprescindíveis para nortear a pesquisa e para meu aprendizado.

Ao professor Prof. Dr. Alexandre Direne, as rápidas conversas foram muito decisivas no caminho da pesquisa e o aprendizado foi imensurável.

Aos professores, Prof. Dr. Robinson Vida Noronha e Prof. Dr. André Koscianski, as revisões e contribuições foram imprescindíveis para manter a pesquisa na sua integridade.

A minha eterna orientadora Profa. Dra. Rute E. S. Rosa Borba, aprendi muito mais que metodologia de pesquisa e conceitos. Um exemplo de profissional e de ser humano.

Ao meus amigos, Eleandro Maschio Krynski, Alexandre Feitosa e a Daniela de F. Guilhermino Trindade, que me acolheram de uma forma ímpar e sempre estiveram presentes quando necessitei. As palavras e conselhos ainda soam sempre que necessito tomar decisões.

Ao Fabio Oliveira, colega de pesquisa que oportunizou grandes discussões no campo das MREs e aprendizado de Latex, com certeza foi um grande aprendizado.

Ao Diego Marczal, meu colega de pesquisa garimpado nos corredores do Departamento de Informática, que ganhou força nos Congressos que ambos participamos. Também meu amigo. Os aspectos da pesquisa em comum e a sintonia me permitiram grandes avanços. Valeu mesmo!

Aos colegas, Diego Roberto Antunes, Cayley Guimarães e Juliana Bueno, a acolhida foi imprescindível e as conversas de laboratório contribuíram muito para meu aprendizado.

Às amigadas mais recentes, Derik Evangelista Rodrigues da Silva, João Eugenio Marynowski e Monica H. Pietruchinsk. Amigos para todos os percalços de finalização.

Aos funcionários, Jucélia Mieczkowski e Rafael Alves Pereira, sempre muito profissionais e amigos em minhas solicitações.

À Professora Cleide e a Diretora Liliane, da Escola Bom Pastor, que abriram as portas para a validação e aplicação do experimento. Os agradecimentos são estendidos aos alunos que participaram.

Ao SENAI-SJP, que abriu as portas para uma nova etapa do experimento e a proximidade geográfica permitiu uma maior interação com os alunos. Muito obrigada!

A todos que de uma forma ou de outra me estimularam ou permitiram que eu desse continuidade no meu estudo.

SUMÁRIO

Lista de Abreviaturas e Siglas	vi
LISTA DE FIGURAS	vii
LISTA DE TABELAS	viii
RESUMO	ix
ABSTRACT	x
1 INTRODUÇÃO	1
1.1 Contexto da Pesquisa	1
1.2 Motivação	2
1.3 Problema de pesquisa	4
1.4 Objetivos	4
1.4.1 Objetivo Geral	4
1.4.2 Objetivos Específicos	5
1.5 Contribuições do estudo	5
1.6 Organização do Documento	6
2 EMBASAMENTO CONCEITUAL	8
2.1 Estudo sobre classificação de erros	8
2.1.1 Estudo apresentado por Radatz	9
2.1.2 Estudo apresentado por Vergnaud	11
2.1.3 Estudo apresentado por Movshovitz-hadar e Zaslavsky	13
2.1.4 Estudo apresentado por Peng e Luo	16
2.1.5 Estudo apresentado por Lucas e Ramos	17
2.2 Sistemas Tutores Inteligentes: processo de remediação de erros	18
2.2.1 Arquitetura de um STI	19

2.2.1.1	Módulo Aluno	21
2.2.1.2	Módulo Tutor	22
2.2.1.3	Módulo Domínio	23
2.2.1.4	Módulo Interface	24
2.2.2	Remediação de Erros	25
2.3	Adaptive Control of Thought - ACT	27
2.3.1	Tipos de Memória no ACT	28
2.3.2	Funcionamento dos três tipos de memória no modelo ACT	30
2.3.3	Regras de Produção	32
2.3.4	Mecanismos do ACT	35
2.3.5	Sistemas Tutores Cognitivos	38
2.4	Representações Externas	39
2.4.1	Múltiplas Representações Externas	41
2.4.2	Funções das Múltiplas Representações Externas	42
2.4.2.1	Função: Papéis Complementares	43
2.4.2.2	Função: Restrição de Interpretação	44
2.4.2.3	Função: Construção de Conhecimento mais Aprofundado	45
2.5	Objetos de Aprendizagem	46
2.6	Estado da Arte	47
2.7	Discussão sobre o Capítulo	54
3	METODOLOGIA	56
3.0.1	Proposta de classificação de erros matemáticos	56
3.1	Classificação de erro e vínculo com Função de MRE	57
3.2	Aplicação de conceitos da Teoria ACT e Processo de Remediação de erro	59
3.3	Desenvolvimento de Objeto de Aprendizagem	61
3.4	Discussão sobre o Capítulo	62
4	PROPOSTA DE ARQUITETURA	64
4.1	Módulo Identificador de Expressões	66

4.2	Módulo Classificador de Erro	67
4.3	Módulo Classificador de Função de MRE	69
4.4	Gerenciador de MRE	70
4.5	Discussão sobre o Capítulo	72
4.6	Classificação de erros e o processo de remediação de erros	75
4.7	Validação da classificação de erros aplicadas a um conceito	76
4.7.1	Aplicação no campo da Aritmética	76
4.7.2	Aplicação no campo da Geometria	78
4.7.3	Aplicação no campo da Porcentagem	81
4.8	Discussão sobre o Capítulo	84
5	VALIDAÇÃO DA ARQUITETURA: OA PITÁGORAS	85
5.1	Hipóteses utilizadas no experimento	88
5.2	Teste de validação: Escola Pública	89
5.2.1	Desenvolvimento do Experimento	89
5.2.2	Análise dos resultados: Escola Pública	90
5.3	Teste de validação: Curso Técnico em Informática	92
5.3.1	Desenvolvimento do Experimento	93
5.3.2	Análise dos resultados	94
5.4	Discussão sobre o Capítulo	102
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS E TRABALHOS FUTUROS	103
6.1	Trabalhos Futuros	105
A	PRÉ-TESTE: ESCOLA BOM PASTOR	107
B	PÓS-TESTE: ESCOLA BOM PASTOR	108
C	QUESTIONÁRIO DE SATISFAÇÃO	109
D	QUESTIONÁRIO DE SATISFAÇÃO	110
E	QUESTÕES DO PRÉ-TESTE: SENAI	111

F QUESTÕES DO PÓS-TESTE: SENAI

112

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

119

LISTA DE FIGURAS

2.1	Arquitetura Tradicional de um STI [33]	20
2.2	Estrutura de comunicação (adaptado de Anderson [3])	29
2.3	Modelo composto por regras de produção (adaptado de Munarríz [30])	33
2.4	Funções da Múltiplas Representações Externas [1]	43
2.5	Exemplo de atividade no Fractions Tutor [48]	48
2.6	Interface do PATEquation [6]	51
2.7	Interface do Cognitive Tutor [10]	53
4.1	Arquitetura Funcionalista proposta por Oliveira [34]	65
4.2	Arquitetura Funcionalista	65
4.3	Estrutura do Módulo Identificador de Expressões	66
4.4	Interface do Objeto de Aprendizagem <i>Inteligente</i>	68
4.5	Regras de Classificação de erro	69
4.6	Regras de Classificação de Função MRE	70
4.7	Apresentação de MRE	72
4.8	MRE apresentada como Remediação para o erro de sentença	72
4.9	Problema de porcentagem do FINANCE	81
5.1	Atividade proposta no Pitágoras Max	86
5.2	MRE apresentada pelo Pitágoras Max	87
5.3	Atividade proposta no Pitágoras Mix	88
5.4	Média dos Grupos: Pré-teste e Pós-teste	97
5.5	Diferença entre as Médias dos Grupos: Pré-teste e Pós-teste	98
5.6	Resultados referente à facilidade de uso	99
5.7	Resultados referente a facilidade de uso	99
5.8	Resultados referente a facilidade de uso	100

LISTA DE TABELAS

2.1	Regra de Produção sobre ângulos suplementares	31
2.2	Estrutura formal de uma regra de produção	32
2.3	Regra de Produção	34
3.1	Síntese sobre estudos referentes à Classificação de Erro	56
3.2	Composição da Classificação de erro e Função de MRE	59
4.1	Exemplo de categorização de erros	68
4.2	Aplicação no campo da Aritmética	77
4.3	Aplicação no campo da Geometria	80
4.4	Aplicação no campo da Porcentagem	83
5.1	Resultados do grupo controle - Pitágoras Mix	90
5.2	Resultados do grupo experimental - Pitágoras Max	91
5.3	Resultados do Grupo Controle - Pitágoras Mix	95
5.4	Resultados do Grupo Experimental - Pitágoras Max	96

RESUMO

A pesquisa desta tese está situada na área de Inteligência Artificial aplicada à aquisição de conceitos matemáticos e inclui características interdisciplinares, envolvendo a aplicação da Informática na Educação. O destaque deste estudo está em propor uma arquitetura para a remediação de erros por meio de representação externa, partindo de uma classificação de erros. Para compor uma classificação de erro matemático se fez necessária uma pesquisa na literatura existente referente à classificação de erros matemáticos, seguida de um estudo sobre Múltiplas Representações Externas e suas funções. Com o intuito de atender à lacuna do aluno de forma individual no momento da interação com o objeto de estudo fez-se necessário estudar conceitos presentes em Sistemas Tutores Inteligentes, em específico a Teoria ACT, que embasou o momento de apresentação da remediação ao aluno durante a interação, por meio do mapeamento do caminho ideal para a aquisição de um conceito durante o processo de resolução. O destaque da arquitetura proposta é a possibilidade de alertar o aluno no momento em que se desvia da trajetória de estratégia correta, permitindo que revise suas etapas no processo de resolução, de tal forma que possa retomar a estratégia de resolução correta passando pelo processo de pensamento, como alternativa ao processo de tentativa-erro. O teste do experimento se deteve na aplicação da arquitetura proposta a um objeto de aprendizagem que explorava conceito do Teorema de Pitágoras através da ferramenta de autoria FARMA. Os participantes do experimento apresentavam perfis distintos em relação às instituições de ensino, mas ambos já tinham conhecimento da temática proposta no objeto de aprendizagem.

Palavras-chave: Remediação de Erros, Múltiplas Representações Externas, Teoria ACT.

ABSTRACT

This research is situated in the area of Artificial Intelligence applied to the acquisition of mathematical concepts, thus covering a large area of Computing in Education with their interdisciplinary characteristics. Being the purpose of this thesis a architecture for remediation of errors using a external representations based on a error classification. To compose the error classification was necessary a mathematical research regarding the classification of mathematical errors, followed by a study of Multiple External Representations and their functions. In order to fulfill the students gap individually, while they are interacting with the object of study, was necessary to study concepts present in Intelligent Tutoring Systems, more accurately the ACT theory, that was the base to presents the remediation to the student during his interaction. This by mapping the ideal way to acquire a concept during the resolution process. The objective of the proposed architecture is to be able to alert the student when it deviates from the correct strategy path, allowing him to review his steps in the resolution process, so he can resume correct resolution strategy instead of a trial-and-error. The test of the experiment explored the proposed architecture for a learning object in the concept of the Pythagorean Theorem. The participants of the experiment showed distinct profiles, as educational institutions, being aware of the proposed thematic learning object.

Key-words: Remediation of errors, External Multiple Representations, ACT Theory.

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

O presente capítulo tem como objetivo apresentar a pesquisa realizada, por meio da contextualização, da motivação, dos objetivos, bem como, das contribuições do estudo. Finalmente, a descrição da organização do documento.

1.1 Contexto da Pesquisa

O presente estudo da tese situa-se na área de Inteligência Artificial (IA), explorando conceitos de Sistemas Tutores Inteligentes (STI) aplicados a objetos de aprendizagem. Nesta tese é apresentada também a classificação de erros matemáticos a ser aplicada na remediação de erros por meio de representações externas.

A complementariedade de teorias cognitivas e IA do estudo pode ser encontrada na literatura, com destaque para a afirmação de John Anderson [4] quanto à perspectiva cognitiva se preocupar em investigar, enquanto a IA se preocupa em implementar esses resultados.

O estudo de teorias consolidadas como a Teoria sobre classificações de erros matemáticos, a Teoria das Múltiplas Representações Externas (MRE [1] e a Teoria ACT - Adaptive Control of Thought - proposta por John Anderson [3] contribuem para embasar o estudo, uma vez que possuem como ponto comum a base para a aquisição de conceitos.

Um aspecto relevante que vale salientar é o objetivo de aplicar os conceitos e teorias citados a Objetos de Aprendizagem (OA) para, assim, incorporar ideias e benefícios que venham a tornar os OA mais interessantes estruturalmente, a partir da proposição de uma abordagem composta por uma arquitetura que engloba conceitos sobre classificação

de erros, funções da Múltiplas Representações Externas e aspectos presentes na Teoria ACT.

1.2 Motivação

O fato de a Inteligência Artificial permitir que *máquinas* apresentem comportamento inteligente foi determinante para instigar o interesse do autor desta tese, uma vez que potencializar a aquisição de conhecimentos tem sido apresentado na trajetória acadêmica do pesquisador com graduação também na área de Educação (Licenciatura Plena em Matemática e Licenciatura em Pedagogia).

O interesse por Sistemas Tutores Inteligentes surge da possibilidade de proporcionar um ensino personalizado ou menos impessoal, levando em consideração as reais necessidades do aluno. Outra característica presente em STI é a aprendizagem na forma interativa, onde o aluno, a partir de seus conhecimentos primitivos e da análise de suas ações no processo de resolução, consegue avançar no processo de aquisição de conhecimento.

O uso de representações para transmitir informações e/ou conceitos está cada vez mais presente em todos os campos do conhecimento e tem sido forte aliado à aquisição de conceitos, em especial matemáticos. Algumas teorias cognitivistas foram desenvolvidas explorando os benefícios de representações para a aprendizagem de conceitos. [1, 8, ?, 66]

O estudo flui em um campo onde o ambiente computacional é vislumbrado como potencializador de processos que permeiam a aprendizagem. Assim, o estudo buscou construir conhecimentos que pudessem apoiar a proposição de uma arquitetura funcionalista para potencializar a aquisição de conceitos matemáticos em um ambiente computacional, propondo-se a remediação do erro ao aluno apoiado por representação externa em um contexto computacional, no caso, um objeto de aprendizagem.

A possibilidade de o aluno revisar sua *trajetória* em cada resolução permite que o

sistema tente mantê-lo em um caminho de solução correta. Isto pode ser considerado como uma das principais características da remediação, que também acompanha o conceito dos STI e vem sendo explorada em alguns estudos utilizando Objetos de aprendizagem, porém cada um com peculiaridades específicas para a apresentação da remediação [7, 12, 14, 34, 44, 47, 48, 49].

A discussão acerca da classificação de erros matemáticos aplicada a STI remete à necessária discussão da remediação de erros nestes ambientes. A proposta de Oliveira [34] apresenta pelo grupo de pesquisa propõe suporte ao aprendiz a partir de um erro capturado pela apresentação de uma representação externa durante a interação do aluno. A ação consiste em permitir que o aluno revise fatos, regras e/ou conceitos, estimulando a escolha da estratégia correta, sem se inibir com o erro final.

Dando continuidade à pesquisa de Oliveira [34] pretendeu-se apresentar uma abordagem arquitetural organizada em módulos que se comunicam considerando a etapa de resolução em que o aluno se encontra para oferecer remediação de erro. Isso significa que é possível trabalhar uma porção do conhecimento, dentro da etapa de resolução, o que justifica a aplicação à Objetos de Aprendizagem, mais personalizada no que diz respeito ao erro apresentado pelo aluno com o uso de classificação do erro para explorar a representação externa mais adequada.

Assim, o foco da contribuição da tese é uma arquitetura estruturada que é aplicada em um Objeto de Aprendizagem que explora conceitos referente ao Teorema de Pitágoras, propondo uma remediação do erro, quando apresentado pelo aluno através do uso de uma classificação de erros, partindo da proposição de uma representação externa para reduzir os empasses do aluno nas etapas resolutivas.

1.3 Problema de pesquisa

O uso de materiais didáticos com suporte de tecnologias é uma prática do meio cada vez mais crescente não rara são as vezes em que recursos tecnológicos dão suporte para a dinâmica da proposição de um conceito, revisão ou aprofundamento. Atualmente, situações antes exploradas superficialmente por necessitarem de simulação, por exemplo, são apresentadas inclusive vislumbrando a experimentação dos mais variados fenômenos por parte dos alunos, com a contribuição dos recursos tecnológicos. Assim, a pergunta que sintetiza o problema de pesquisa é a seguinte:

É possível e interessante criar uma arquitetura que use as funções das MREs para remediação de erros matemáticos em objetos de aprendizagem de forma a melhorar o aprendizado?

Ao longo da descrição da pesquisa pretende-se aprofundar os temas que permeiam o estudo e encontrar fundamentos que embasem tal estudo.

1.4 Objetivos

1.4.1 Objetivo Geral

O objetivo desta pesquisa foi definir uma arquitetura como forma de explorar uma abordagem para o uso de representações externas no processo de remediação de erros matemáticos aplicado a um contexto computacional de aprendizagem, no caso, OA mediado pela teoria ACT.

Os resultados da pesquisa podem permitir contribuições significativas para a variedade de OA aplicados ao contexto educacional, que vem demonstrando eficiência no apoio à aquisição de conceitos em ambiente computacional, fato que pode ser observado pelas pesquisas e investimentos do setor federal.

1.4.2 Objetivos Específicos

Com o propósito de definir a arquitetura foram estruturados os seguintes objetivos específicos:

- Pesquisa sobre classificação de erros matemáticos para compor uma classificação com base em estudos presentes na literatura;
- Associação de cada categoria de erro, gerada na classificação estruturada e presente na proposição de um conceito, a um tipo de representação externa de acordo com a função das Múltiplas Representações Externas;
- Validação do relacionamento entre a proposição de um conceito, os tipos de erros e as representações externas para o contexto em questão, a fim de oferecer a remediação de erro (estudo de caso);
- Utilização da Teoria do ACT como mecanismo para a apresentação de representações na remediação de erros, otimizando o caminho ideal do aluno para a construção de um conceito durante o processo de resolução;
- Consolidação dos conceitos utilizados na pesquisa a partir da arquitetura proposta em um OA para prova de conceito testar em uma situação escolar real;
- Validação por meio de um experimento, no ambiente escolar, a classificação de erros vinculada a representações externas para remediação de erros, usando modelagem estatística.

1.5 Contribuições do estudo

A possibilidade do uso de representações externas adequadas fortalece a aquisição do conceito, por analisar a eficácia das representações via canal sensorial e/ou a modalidade das representações (auditiva/visual ou textual/pictórica). No entanto, é importante considerar: o número de representações; a forma em que a representação é distribuída; a forma do sistema de representação; a sequência das representações e o apoio à tradução entre

representações. [1]

A proposição do estudo tende a possibilitar contribuições significativas para a variedade de OA aplicadas ao contexto educacional que já demonstraram eficiência na aquisição de conceitos em ambiente computacional. Além de abordar a remediação de erros exploradas em STI aplicados a Objetos de Aprendizagem.

Uma abordagem para uma arquitetura para remediação de erros por meio de representação externa aplicada a OA tem como premissa incentivar evoluções no processo de aprendizagem do aluno mais sistêmicos, visando constatar as reais dificuldades do aluno durante seu processo de aprendizagem, que se estrutura em etapas.

Os STI são muito citados justamente por usarem a tutoria ativa, a partir do uso de alguma teoria como, por exemplo, Adaptive Control of Thought - ACT [3]. Embora no estudo da tese estejam incorporados à proposta conceitos intrínsecos, inicialmente será validada a remediação do erro apresentada ao aluno constante em um processo de etapas presente na resolução do problema.

1.6 Organização do Documento

Esta tese tem como propósito apresentar o estudo realizado junto ao Programa de Doutorado da Pós-graduação em Informática (PPGInf) da Universidade Federal do Paraná (UFPR).

O documento está estruturado em 7 capítulos. Após o Capítulo 1, que apresentou a Introdução da pesquisa, segue o Capítulo 2, onde são apresentados os conceitos que devem esclarecer e embasar a pesquisa realizada para a composição do estudo. O Capítulo 3 apresenta o Estado da Arte no contexto do objeto de pesquisa. O Capítulo 4 insere aspectos da metodologia utilizada para atingir o objetivo principal da tese. O Capítulo 5 apresenta e descreve a arquitetura funcionalista para a solução do problema. O Capítulo

6 apresenta estudos de caso para prova de conceitos. O Capítulo 7 se propõe a apresentar os conceitos extraídos da pesquisa na aplicação do OA Pitágoras, estruturado a partir da ferramenta de autoria Farma, bem como, o instrumento utilizado para a validação da proposição científica. Para finalizar, o Capítulo 8 apresenta as contribuições finais e os trabalhos futuros.

CAPÍTULO 2

EMBASAMENTO CONCEITUAL

Este capítulo apresenta uma revisão da literatura composta pelos aspectos relevantes desta proposta de pesquisa. O objetivo principal deste capítulo é apresentar estudos e formalizações de conceitos a fim de contextualizar a aplicabilidade na proposta do estudo da tese.

A revisão literária apresenta Classificação de erros matemáticos (seção 2.1); Sistemas Tutores Inteligentes: processo de remediação de erros (seção 2.2); Adaptive Control of Thought - ACT (seção 2.3); Representações Externas (seção 2.4); Objetos de Aprendizagem (seção 2.5); e uma breve discussão sobre o capítulo.

2.1 Estudo sobre classificação de erros

O estudo da classificação do erros matemáticos é um campo que ainda causa forte impacto na comunidade acadêmica, uma vez que envolve aspectos complexos e, ao mesmo tempo, tem impacto decisivo na aquisição de conceitos. A análise de erros matemáticos é um grande desafio, uma vez que são necessários conhecimentos específicos do conteúdo a ser tratado, bem como dos fatores que originaram a situação de erro. A variedade e a complexidade dos erros matemáticos ainda torna a tarefa mais árdua no que se refere à classificação de erros [27].

O erro matemático já foi considerado um aspecto negativo da aprendizagem matemática, mas hoje é visto como uma etapa natural na construção do conhecimento [27, 68]. O erro no campo matemático é considerado um fenômeno comum na trajetória escolar dos alunos que independe de idade e/ou de nível de desempenho, já que todos os estudantes passam por esta experiência, quer por falta de atenção, quer por conhecimento superficial do assunto, dentre outros fatores.

De acordo com levantamento feito por Radatz [43, ?], a análise do erro matemático é histórica e tem sido de interesse da comunidade de Educação Matemática há pelo menos 70 anos. Para o referido autor, esse interesse de pesquisa tem seu foco em cinco objetivos: o uso de técnicas; a distribuição da frequência de erros entre grupos etários; a análise de dificuldades especiais particularmente encontradas na divisão e operações com zero; a persistência de erros individuais e a tentativa de classificar erros por grupo.

A pesquisa da tese referente à classificação de erros foi composta de estudos que apresentavam como aporte o erro matemático enquanto técnica aplicada incorretamente, quer na sua classificação enquanto ato cometido pelo aluno, quer na sua conceitualização enquanto procedimento incorreto.

Vale salientar que é ampla a pesquisa existente em torno do erro matemático, mas foram considerados os estudos que se preocuparam em investigar a classificação do erro matemático e não as suas causas e/ou consequências.

2.1.1 Estudo apresentado por Radatz

Para Radatz [43] é difícil fazer uma categorização nítida das possíveis causas de um determinado erro. Assim, o autor indicou os processos conscientes e inconscientes nas tentativas incorretas de soluções de problemas; realizou uma análise de causas de erros derivados da interação entre diferentes variáveis que interferem no processo de ensino e aprendizagem e desenvolver apoio didático para tratar de erros e dificuldades de aprendizagem.

O referido autor apresentou um estudo a partir dos elementos da Teoria do Processamento da Informação e sugeriu um modelo que permite uma classificação das causas dos erros descrevendo cinco erros matemáticos:

- Erro com origem nas dificuldades da linguagem: Essas dificuldades podem estar presentes tanto no perfil do professor quanto do aluno, no que se refere à simboli-

zação matemática. Os problemas presentes na compreensão semântica de um texto matemático é muitas vezes fonte de erros por parte dos alunos.

- Erro devido às dificuldades na obtenção de informações espaciais: Fazem parte desta categoria os erros que surgem quando o aluno precisa extrair informações espaciais em problemas que envolvem a visualização de uma informação. Esse fato determinou uma tendência crescente para a representação icônica e visual da informação. A compreensão de representações é exigência considerável nas habilidades espaciais e na capacidade de discriminação visual por parte dos alunos, mas que apresenta destaque distinto em conteúdos menos específicos.
- Erro de deficiência no domínio, nas habilidades, nos fatos e nos conceitos, como pré-requisitos: Esse tipo de erro inclui todas as deficiências no que se refere a conhecimentos específicos necessários para a resolução de um problema. As dificuldades presentes em pré-requisitos básicos incluem organização de um algoritmo; fragilidade em conceitos básicos; procedimentos incorretos na aplicação de técnicas matemáticas e conhecimento insuficiente em relação a conceitos necessários; e simbologia.
- Erro devido a associações incorretas ou a rigidez de pensamento: Esses erros compõem o evento de transpor informações e que estão presente na flexibilidade inadequada na decodificação e codificação de informações novas. Esse fato por ser proveniente da experiência com problemas semelhantes, que leva à rigidez do pensamento. Nesse caso, os alunos desenvolvem operações cognitivas e continuam a usá-las mesmo quando as condições fundamentais da tarefa matemática mudaram, inibindo o processamento de novas informações. São exemplos destes casos: erros de conservação, na qual os elementos individuais de uma tarefa ou problema predominam ($9*6=560$; $5*13=63$); erros de associação, que envolvem interações incorretas entre os elementos individuais ($66+12=77$; $3*9=36$); erros de inferência, em que as operações ou conceitos diferentes interferem uns com os outros (operações com figuras que simbolizam frações); erros de assimilação, que são geralmente classificados como erros resultantes da falta de atenção e concentração (erros aleatórios ou

de descuido); erros de transferência equivocada de tarefa anterior, no qual pode-se identificar o efeito de uma compreensão errada obtida a partir de um conjunto de exercícios ou problemas.

- Erro devido à aplicação de regras ou estratégias irrelevantes: O uso de algoritmos incorretos, bem como, a aplicação de estratégias inadequadas na resolução de problemas matemáticos tem sido particularmente importante. Esse tipo de erro geralmente decorre de experiências na aplicação de regras ou estratégias de outros conteúdos (ex. $96/16=10$; $155/5=301$; $1/3+1/7=1/10$).

Para o autor, as causas de erros dos alunos em tarefas matemáticas sugerem vários pontos para discussão. Primeiro, os erros na aprendizagem da matemática não são simplesmente a ausência de respostas corretas ou o resultado de equívocos, mas a consequência de processos definidos cuja natureza deve ser descoberta. Em segundo lugar, parece ser possível analisar a natureza e as causas dos erros a partir dos mecanismos de processamento da informação. Terceiro, a análise de erros oferece uma variedade de pontos de partida para a investigação sobre os processos pelos quais os alunos aprendem matemática. E quarto, aspectos predominantemente quantitativos não são suficientes para aferir sobre a eficácia nos procedimentos de instrução.

Finalmente, o autor destaca que muitas vezes é difícil fazer uma separação nítida entre as diferentes causas de um determinado erro porque não há uma estreita relação entre as causas, ou seja, um mesmo problema pode dar origem a erros de diferentes fontes e o mesmo erro pode surgir devido a diferentes processos de resolução de problemas.

2.1.2 Estudo apresentado por Vergnaud

A Teoria dos Campos Conceituais é uma teoria cognitivista de autoria de Gerard Vergnaud que esclarece que para compreender o desenvolvimento e a apropriação dos conhecimentos é necessário estudar conjuntos vastos e interligados de situações e conceitos. [59, 60]

A Teoria destaca que um campo conceitual é um conjunto de situações cujo domínio requer o conhecimento de vários conceitos de natureza distinta. Assim, um conceito é construído com base em um tripé: *Situações*, que dão significado ao conceito (S), *Relações e Propriedades Invariantes do conceito* (I) e *Representações Simbólicas*, que são utilizadas na apresentação, descrição e operacionalização do conceito (R). [60]

Vergnaud [60] esclarece que a resolução de situações-problema envolve um grande número de teoremas e conhecimentos equivalentes a propriedades de um conceito. As habilidades e saberes mobilizados nesta ação são reconhecidos, pelo referido autor, como teoremas-em-ação. Assim, o processo para encontrar uma estratégia de resolução de um problema é tratado por Vergnaud [59] como cálculo relacional, que consiste em todos os procedimentos usados no cálculo propriamente dito e que se compõem de idas e vindas nos conhecimentos prévios; e o cálculo numérico consiste na ocasião em que o aluno se depara com seus conhecimentos operacionais matemáticos na execução do algoritmo envolvendo adição ou subtração.

A inconsistência de um cálculo gera uma operação incorreta que foi classificada como erro relacional e erro numérico.

- Erro relacional: Este tipo de erro refere-se às operações do pensamento necessárias para que haja a manipulação das relações apresentadas nas situações e envolve diferentes estruturas mentais para estabelecer relações implícitas. A incompreensão das relações implícitas na estrutura do problema gera um erro de organização estrutural a partir das dificuldades de compreensão desta estrutura.
- Erro Numérico: Esse erro refere-se às operações usuais de adição, subtração, multiplicação, divisão, ou seja, à organização algorítmica ou ao procedimento incorreto do uso do algoritmo.

Para Vergnaud [60] as resoluções dos algoritmos propriamente ditos e os cálculos relacionais envolvem operações de pensamento necessárias para compreender os relacionamentos

envolvidos numa operação, e a inconsistência ou ausência de um deles gera um tipo de erro.

O autor destaca a relevância da compreensão de que o conhecimento está organizado em campos conceituais, cujo domínio evolui a partir de um longo período de tempo, por meio de experiência e maturidade.

2.1.3 Estudo apresentado por Movshovitz-hadar e Zaslavsky

O estudo de Movshovitz-hadar e Zaslavsky [16] apresenta uma análise qualitativa do Mathematic Matriculation Examination aplicado junto a estudantes do ensino médio de Israel. A referida análise apresentada pelos autores deu origem à seguinte classificação:

- Uso inadequado de informações: Nesta classificação estão os erros cometidos quando o aluno ignora ou realiza alguma operação incorreta com alguma informação. Também pertencem a esta categoria os erros relacionados a alguma divergência entre os dados que constavam no problema e o tratamento apresentado pelo aluno. As principais características para estes fatos podem ser:
 - O aluno apresenta uma informação que não está presente no problema ou não segue imediatamente a informação presente no problema;
 - O aluno negligencia alguns dados fornecidos e/ou compensa a falta de informação explícita acrescentando dados irrelevantes;
 - O aluno explicitamente afirma como exigência algo que não é relevante para a resolução do problema;
 - O aluno atribui a uma determinada parte da informação um significado incompatível com o texto. (ex. utiliza a altura de um triângulo quando deveria usar a mediana);
 - O aluno faz afirmações incorretas que não estão presentes nas informações prestadas no problema (ex. utiliza as propriedades de uma bissetriz em uma linha arbitrária que passa pelo vértice do ângulo);

- O aluno usa um valor numérico de uma variável para outra variável (ex. utiliza um determinado valor numérico para a distância quando este deveria ter sido usado para a velocidade);
 - O aluno copia incorretamente alguns dados do problema.
- Interpretação equivocada da linguagem: Esta classificação é composta por erros cometidos quando o aluno passa da interpretação verbal de uma expressão para uma expressão matemática com significado diferente. Algumas características desta classificação:
 - O aluno traduz uma expressão na linguagem natural para uma equação matemática, mas o termo representa uma relação diferente da descrita no problema;
 - O aluno determina um conceito matemático para um símbolo que representa outro (ex. o problema solicita a soma dos últimos n termos de uma série e o aluno usa a fórmula que determina a soma dos primeiros termos de uma série);
 - O aluno interpreta incorretamente símbolos gráficos como termos matemáticos e vice-versa (ex. entende como correspondência um par ordenado quando seria um ponto de intersecção de duas linhas em um gráfico).
 - Inferências logicamente inválidas: Em geral esta categoria inclui os erros que exploram o raciocínio equivocado com conteúdo não específico, ou seja, uma informação nova, mas incorretamente elaborada a partir de um determinado fragmento de outra informação ou de outra informação anteriormente inferida. Os elementos característicos desta classificação são:
 - O aluno apresenta uma instrução condicional positiva quando deve apresentar numa forma negativa;
 - O aluno apresenta uma instrução condicional negando o antecedente quando deve negar o conseqüente ou vice-versa;
 - O aluno conclui que 'p' implica 'q', quando isso não acontece necessariamente a partir de p;

- O aluno usa quantificadores lógicos de forma incorreta gerando um passo injustificado em uma inferência lógica.
- Distorções de teorema ou definições: Nesta categoria estão os erros gerados pela distorção de um princípio específico, de uma regra, de um teorema ou de uma definição. Os elementos característicos presentes são:
 - O aluno aplica um teorema sem ter as pré-condições adequadas;
 - O aluno aplica uma propriedade distributiva para uma operação não-distributiva;
 - O aluno usa uma fórmula ou um teorema de forma imprecisa.
- Solução não-verificada: As principais características dos erros desta categoria consistem em que cada passo dado apresenta a correta solução, mas o resultado final não é solução para o problema exposto.
- Erro técnico: Os erros desta categoria surgem de inconsistência de conceitos básicos da matemática elementar, tais como, adição e subtração. Esta categoria inclui:
 - Erro de cálculo (ex. $7 \times 8 = 54$);
 - Erro na extração de dados de uma tabela;
 - Erro na manipulação de símbolos algébricos (ex. escrever $m-4.b-4$, quando deveria ser $(m-4).(b-4)$); e
 - Outros erros na execução de algoritmo.

A proposta deste estudo foi criar um modelo empírico para a classificação de erros e demonstrar sua confiabilidade. Uma suposição apresentada pelos autores é que a maioria dos erros cometidos pelos alunos e que comprometem a aquisição de conceitos matemáticos não são acidentais e fazem parte de um processo quase lógico, que de alguma forma faz sentido para o aluno.

2.1.4 Estudo apresentado por Peng e Luo

O estudo apresenta uma vasta pesquisa dos autores sobre classificação, a fim de investigar o conhecimento dos professores de matemática no que se refere à análise do erro cometidos na resolução de problemas.

Os autores apresentam quatro categorias analíticas para a natureza do erro: matemático, lógico, estratégico e psicológico, e outras quatro para o processo de análise dos tipos de erros: identificar, interpretar, avaliar e corrigir/remediar.

Este estudo exigiu a classificação referente à natureza do erro:

- Matemático: Esta categoria destaca a confusão de conceitos e propriedades, onde muitas vezes são negligenciadas fórmulas e teoremas.
- Lógico: A categoria inclui o falso argumento, a reorganização equivocada de conceito, a classificação indevida, o argumento em ciclos (o aluno não consegue chegar a uma conclusão), a transformação equivalente (sem avanço na resolução).
- Estratégico: Os erros cometidos nesta categoria não pertencem a um padrão, podem apresentar parcialidade de um conceito, insucesso em pensamento inverso e/ou fracasso ao transformar o problema.
- Psicológico: Os erros pertencentes a esta categoria são todos os demais egressos da deficiência na organização do pensamento.

Segundo os autores [27] os níveis sequenciais e hierárquicos, assim como o progresso de um nível para outro e os diferentes níveis de análise e de apoio complementam-se, dando uma visão holística e estruturada do conhecimento do professor em relação aos erros dos alunos.

2.1.5 Estudo apresentado por Lucas e Ramos

Lucas [26] explorou a classificação de erros para apresentar um modelo baseado em regras a fim de estudar como as crianças aprendem a decodificar palavras. O modelo é baseado em dados recolhidos a partir de erros de pronúncia de palavras.

O autor utilizou o conceito de “sub-generalização” para classificar um visã restrita do que ou de quem é incluído em um conceito (ex. peixes não são animais porque não têm pernas ou pele), e o de “generalização” para classificar quando o aluno coloca as coisas e ideias em um conceito que são de fato não relacionado (ex. cadeira é um animal porque tem quatro pernas).

Uma classificação adaptada por Ramos [44] foi aplicada ao aprendizado indutivo no campo matemático, onde foram identificados 3 tipos de erros conceituais:

- Sub-generalização: Esse tipo de erro surge quando o aluno não consegue classificar determinado elemento como pertencente a uma classe de conceitos. Nesta classificação se encaixam os erros cometidos pela ausência de alguma hipótese ou regra que seja necessária para o completo entendimento da classe conceitual estudada.
- Super-generalização esse tipo de erro surge da classificação indevida de um determinado elemento em uma classe à qual não pertença, ou seja, em algum momento o aluno agregou um atributo a uma determinada classe conceitual que não deveria ser agregado.
- Miscelânea: Essa classificação de erros é usada quando ocorrem os dois tipos apresentados anteriormente, ou seja, onde faltou a compreensão mais profunda por parte das classes conceituais necessárias para a realização da tarefa.

A presente classificação foi explorada por Oliveira [34], que a partir da referida classificação, propôs o uso de representação externa no processo de remediação de erro a partir de uma ferramentas de diagnóstico automático de erros apresentados pelo aprendiz.

2.2 Sistemas Tutores Inteligentes: processo de remediação de erros

A incorporação da Inteligência Artificial ao desenvolvimento de ferramentas educacionais teve início na década de 60 com as pesquisas na área de Instrução Auxiliada por Computador (CAI - *Computer Assisted Instruction*). Já na década de 70 surgiram alguns programas onde os conteúdos eram apresentados independentes do procedimento de ensino, os ICAI - (Intelligent Computer Assisted Instruction). [30]

Por volta de 1980, começaram a ser inseridos outros sistemas com a perspectiva de transmitir o conhecimento utilizando alguma forma de inteligência para auxiliar e orientar o aprendiz no seu processo de aprendizagem. Neste ponto já estava clara a relevância a aplicação de técnicas de IA a propostas educacionais. [13]

Os STIs considerados uma evolução dos tradicionais sistemas ICAI foram os primeiros sistemas de informática com suporte ao ensino. O principal objetivo de um ICAI era apresentar conteúdos de forma predeterminada e sequencial sem fazer qualquer distinção entre os aprendizes; sua base cognitiva era teoria Comportamentalista. [52]

Assim, os STI foram recebendo concepções conforme os estudos eram aprofundados, como serem compreendidos como sistemas de software, que utilizam técnicas de inteligência artificial para representar o conhecimento e interagir com os alunos para ensinar [21]. Outra definição é que são sistemas instrucionais com modelos de conteúdos instrucionais, que especificam *o que* ensinar e estratégias de ensino que especificam *como* ensinar [63].

Para Fowler [13], STI são programas de computador com propósitos educacionais que incorporam técnicas de IA, uma vez que simulam o processo do pensamento humano para auxiliar na resolução de problemas e/ou na tomada de decisões. Também podem ser considerados como sistemas em que a IA desempenha o seu papel, não só para permitir uma

maior flexibilidade no ensino mediada por computador, mas, também, para possibilitar a participação ativa do aprendiz e do sistema. [62]

Quanto ao desenvolvimento de um STI, vale destacar na complexidade, uma vez que requer a contribuição de diversas áreas do conhecimento como Psicologia, Ciência Cognitiva e Inteligência Artificial, para o suporte a propósitos educacionais, tornando o ensino cada vez mais personalizado [65]. Como pode-se perceber, os STI envolvem equipes multidisciplinares e visam não só uma única aplicação prática, mas, também, a experimentação de outros princípios de aprendizagem, justamente por isso, é comum encontrar teorias de aprendizagem, aplicadas a um determinado domínio do conhecimento.

Um STI é baseado na hipótese de que o processo de pensamento de um estudante pode ser modelado, rastreado e corrigido [50], tornando possível não apenas ensinar, mas descobrir os caminhos utilizados pelo aprendiz para chegar ao conhecimento desejado. Em sua essência os STI são programas que modificam suas bases de conhecimento, percebem as intervenções dos alunos e são dotados da capacidade de aprender e adaptar suas estratégias de ensino a partir das interações do aprendiz [61].

2.2.1 Arquitetura de um STI

Os sistemas tradicionais IAC apresentavam os componentes combinados em uma única estrutura, ou seja, não existia uma divisão ou separação por níveis e por funções desempenhadas, causando diversos problemas no sistema quando era necessário fazer alterações em algum nível. A partir da necessidade de separar o sistema em componentes, que representassem as diferentes formas de atuação de um STI e do aluno, originou-se a divisão ([53] citada por [33]):

- O conhecimento do domínio;
- O conhecimento da pessoa que está sendo ensinada;
- O conhecimento das estratégias de ensino;

- O conhecimento de como aplicar o conhecimento das estratégias de ensino e prover a individualização.

Com a continuidade das pesquisas [?, 9, 33] surgiram quatro módulos principais, que, interligados, compõem a arquitetura clássica de um STI, também conhecida como *Arquitetura Tradicional* (Figura 2.1).

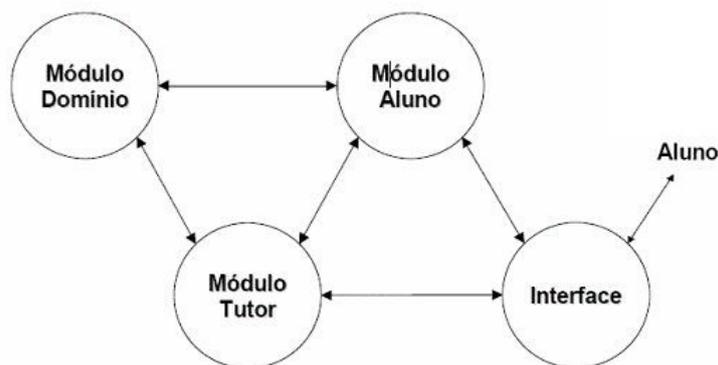


Figura 2.1: Arquitetura Tradicional de um STI [33]

A proposição de uma arquitetura, considerada hoje tradicional trouxe avanços aos ambientes de ensino, possibilitando que as estratégias do tutor fossem vinculadas às informações do aluno, tornando o STI um sistema baseado em 4 módulos distintos: módulo Aluno, módulo Tutor, módulo Domínio e Interface.

O **módulo Aluno** representa o conhecimento e as habilidades cognitivas do aluno em um dado momento. Também contém uma representação do estado do conhecimento do aluno no momento em que usa um STI.

O **módulo Tutor** é onde são definidas e aplicadas as estratégias pedagógicas para o ensino, contém os objetivos a serem alcançados e as táticas de ensino. Este módulo é responsável por selecionar os problemas, monitorar o desempenho do aprendiz, fornecer assistência à aprendizagem, além de integrar o conhecimento sobre métodos de ensino, técnicas de ensino e domínio a ser explorado.

O *módulo Domínio* tem como objetivo principal armazenar todo o conhecimento dependente e independente do âmbito da STI, ou seja, deve conter todo o conhecimento do conteúdo a ser abordado.

O *módulo Interface* é responsável pela interação do aprendiz com o sistema. A interface é a principal porta de entrada para a comunicação com o aprendiz.

De uma forma geral, os STIs se caracterizam por representar separadamente o conteúdo a ser explorado (módulo Domínio) e as estratégias a serem exploradas (módulo Tutor), caracterizando o aprendiz (módulo Aluno) para oferecer um ensino personalizado por meio de uma interface (módulo Interface) planejada e organizada.

2.2.1.1 Módulo Aluno

A diferença entre um STI e um CAI é justamente a possibilidade de atender às necessidades do aprendiz de forma personalizada, e esse processo se concentra essencialmente no módulo Aluno. Este módulo é composto do conhecimento e das habilidades cognitivas do aprendiz em determinado momento.

O módulo Aluno é constituído por dados estáticos e dados dinâmicos, que, posteriormente, serão de fundamental relevância para comprovar hipóteses referentes ao aprendiz [61]. Assim, contém uma representação do estado do conhecimento do aprendiz no momento de uso do STI.

Neste módulo são armazenadas informações referentes ao perfil do aprendiz. É possível diagnosticar suas deficiências, a partir do nível de conhecimento objetivo, formando uma compreensão mais clara da compreensão do conteúdo.

Segundo Costa e Werneck [64] o módulo Aluno pode ser representado a partir de alguns modelos de descrição:

- **Modelo Diferencial:** Este modelo viabiliza que a resposta do aprendiz seja comparada com a base de conhecimento, que estará dividida em duas, uma delas correspondendo ao conhecimento que se espera que o aluno tenha e a outra ao conhecimento que se espera que não possua. Assim, o conhecimento do aluno é apenas uma subconjunto do conhecimento do especialista.
- **Modelo Overlay ou Superposição:** Este modelo implica a representação do conhecimento utilizada no módulo Aluno e na base de domínio serem a mesma. Ou seja, o conhecimento do aprendiz é representado como um subconjunto da base de conhecimento do módulo Tutor. O modelo assume que os erros do aluno partem da ausência de alguma informação na base de domínio.
- **Modelo Buggy ou modelo de Perturbação:** Este modelo também relaciona o módulo Aluno com a base de conhecimentos do domínio. O modelo assume que os erros do aluno decorrem da ausência ou da concepção equivocada de algum conceito.
- **Modelo de Simulação:** Esse modelo é uma representação como o aluno pode ou deve se comportar em determinada situação. A partir deste modelo é possível prever o comportamento futuro do aluno.
- **Modelo de Crenças:** Este modelo é composto do conjunto de crenças que refletem o grau de compreensão do aluno sobre um conceito em particular.

A desempenho ideal do módulo Aluno depende do tipo e da precisão da informação segura sobre o aprendiz, que depende do tipo e do nível de sofisticação da representação do conhecimento usado no sistema e da eficácia dos métodos usados para extrair novas informações para incorporar dentro do módulo Aluno.

2.2.1.2 Módulo Tutor

O módulo Tutor é responsável por conceber e regular as interações de instrução com o aluno, ou seja, é encarregado de definir e aplicar uma estratégia pedagógica de ensino. Este módulo decide e guia o processo de ensino e aprendizagem. Em algumas arquiteturas

recebe a denominação de *estratégia de ensino* ou *modelo pedagógico*.

O presente módulo encontra-se intimamente ligado ao módulo Aluno, uma vez que utiliza o conhecimento sobre o aluno e a estrutura própria tutorial para decidir as atividades pedagógicas a serem exploradas. Assim este módulo é considerado a origem e o mentor de todas as intervenções pedagógicas.

Segundo Viccari [62] as arquiteturas de um STI possibilitam a aplicação dos seguintes modelos de ensino:

- Socrático, onde são previstas as situações de diálogo a partir de um fato que se supõe ser do conhecimento do aprendiz;
- Guia, onde o tutor conduz o aprendiz no decorrer da aprendizagem;
- Cooperativo, em que o aprendiz e o tutor interagem visando a troca de conhecimentos apoiados numa arquitetura que contém um sistema de crenças.

Assim, a visão clássica do papel do Módulo Tutor consiste na tomada de decisões pedagógicas a partir das interações do aprendiz. Essas decisões derivam de regras ou estruturas de conhecimento que representam o conhecimento do tutor em relação ao domínio e estão registradas de forma explícita no sistema. [63]

2.2.1.3 Módulo Domínio

O módulo Domínio é responsável por disponibilizar a fonte de conhecimento do conteúdo a ser apresentado ao aluno e por fornecer um padrão para o desempenho do aluno. Também é o componente especialista formado pelo material instrucional, por meio de uma sistemática de exemplos, pela formulação de diagnóstico e pelos processos de simulação. [36]

Este módulo é formado por uma base de conhecimento declarativa, procedimental e heurística relativa ao domínio específico. A forma declarativa representa domínios de

natureza descritiva e teórica e utiliza redes semânticas ou frames. A forma procedimental, por sua vez, representa domínios orientados a tarefas e utiliza basicamente regras de produção. A forma heurística procura representar maneiras de explorar o conhecimento declarativo e procedimental na resolução de problemas. [47]

Para a representação do conhecimento podem ser usados vários modelos: redes semânticas, frames, scripts, regras de produção, programação orientada a objetos, entre outros.

Viccari e Oliveira [36] esclarecem que a escolha de como representar um determinado conhecimento no módulo Domínio depende do tipo de conhecimento a ser manipulado e do seu uso pretendido pelo sistema. Ou seja, em domínios de natureza descritiva e teórica (ex. matemática) a representação utilizada geralmente é declarativa (redes semânticas ou frames) e em domínios orientados à execução de uma determinada tarefa (ex. programação) a representação utilizada tende a ser procedimental (ex. regras de produção).

2.2.1.4 Módulo Interface

A comunicação entre o aprendiz e o STI ocorre por meio do módulo Interface, considerando que é nesta parte que a representação interna do sistema se torna perceptível e compreensível ao aprendiz. O autor Magalhães Netto [31] destaca que uma das tarefas mais complexas na implementação de um STI é o desenvolvimento da interface, uma vez que essa deve estimular a aprendizagem, buscando estabelecer uma interação simples.

Mesmo que os softwares educacionais venham apresentando significativos avanços, parece que uma grande parte continua sendo do tipo Instrução Assistida por Computador (CAI - Computer Aided Instruction) apresentando restrições quanto a aspectos cognitivos, uma vez que instrui o aluno a atuar de forma passiva. A forma passiva se resume à participação do aluno em assinalar respostas corretas ou seguir a técnica da instrução programada. Assim, com a pesquisa desta tese pretende-se despertar para possíveis dife-

renciais do uso dos conceitos para a aquisição de um conhecimento a partir de recursos tecnológicos.

2.2.2 Remediação de Erros

O diagnóstico cognitivo e a remediação de erros constituem elementos fundamentais na aquisição de conceitos. A relevância para o diagnóstico cognitivo se deve ao fato de orientar o plano instrucional, onde todas as ações de ensino dependem de um resultado. A remediação de um erro deve contribuir para uma melhor compreensão, do conceito pelo aluno a fim de sanar o erro [22].

A partir dos erros é possível que o aluno amplie mais sua base de conhecimentos. Um exemplo a ser citado são os ambientes de aprendizagem baseados em ACT [3], onde o erro cometido conduz o aprendiz a refletir e entender melhor ações e procedimentos. Um exemplo a ser lembrado que apresenta suporte a diagnóstico e remediação de erros é apresentado no Sierra [56], que mostra um sistema que interage com o aluno por meio de explicações para os erros cometidos baseadas apenas na apresentação de conceitos na forma de representação textual [57].

Outro exemplo de uso de remediação de erros e mais recente é a proposta de Oliveira [34], que apresenta a ação realizada pelo STI como suporte ao aprendizado a partir de um erro capturado, durante a interação do aprendiz. A ação consiste em propor uma representação externa que permita ao aprendiz revisar fatos, regras, conceitos, estimulando a escolha da estratégia correta sem se inibir com o erro final.

Nesta seção, também, vale destacar alguns sistemas de referência em STI, como Geometry Tutor [67] e o LISP Tutor [46], dois dos mais conhecidos STI.

O Geometry Tutor é um tutor cognitivo com embasamento na teoria do ACT-R que apoia os alunos no aprendizado a partir da seleção de um problema e da estruturação com

base no sucesso de suas habilidades presentes no problema modelo de competências dos alunos. A cada passo de resolução de problemas, o tutor cognitivo fornece retroalimentação a pedido ou depois da ocorrência de erros repetidos.

O LISP Tutor modela os passos necessários para escrever um programa, a partir da comparação dos passos do aluno com o seu modelo. O LISP tutor foi implementado com regras de produção que apresentam o *model tracing* - comparando soluções parciais dos estudantes com caminhos de solução esperada para fornecer feedback e sugestões. O *knowledge tracing*, que rastreia aquisição de conceitos de programação pelo aluno, adequando exercícios atribuídos com base no progresso. Cada aluno deve dominar 95% do conjunto de regras para um dado conjunto de exercícios, antes de avançar para o nível seguinte. A remediação do erro ocorre ativamente quando o aprendiz se afasta da resolução conhecida pelo ambiente.

A respeito do comportamento dos STIs, VanLehn [58] discorre sobre a forma como um conjunto de tarefas que podem ser resolvidas a partir de múltiplas etapas divididas em 2 ciclos: laço externo (outer loop) e laço interno (inner loop). O *laço externo* deve ser executado uma vez para cada tarefa, onde uma tarefa normalmente consiste em solucionar um problema complexo em várias etapas. O *laço interno* é executado uma vez para cada passo dado pelo aluno na solução de uma tarefa. O laço interno pode dar feedback e dicas sobre cada etapa, assim como avaliar a competência e a evolução do estudante e atualizar o modelo do estudante. O laço externo é usado para selecionar a tarefa seguinte apropriada ao aluno.

No caso do estudo desta tese será adotada a remediação de erros automática a partir da classificação de erro e vínculo com MREs, independentemente da vontade do aluno, mas em estudos posteriores não se descarta essa possibilidade.

Em relação ao laço externo que contém as atividades propostas no objeto de aprendi-

zagem estruturado para aplicação do experimento, as tarefas foram organizadas de forma sequencial, mas poderiam ser aleatórias, por nível de dificuldade ou por outro critério. O laço interno oferece retorno após o erro e apresenta até 3 possibilidades de MREs, que são apresentadas a partir da análise da ação do aluno, que será discutida em capítulo próprio.

2.3 Adaptive Control of Thought - ACT

Para compreender a teoria ACT e sua relação com outras ideias do mesmo domínio, é necessário dar precisão aos termos “abordagem”, “teoria” e “modelo”. A abordagem é compreendida como a etapa anterior a uma teoria, mas que não está suficientemente organizada para constituir uma teoria. Por isso, é mais fácil compreender uma abordagem como um conjunto geral de constructos (percepção formada a partir de combinação de fatos) para compreender um domínio. A teoria é um sistema dedutivo que pode ser entendido como uma forma de pensar e entender algum fenômeno. Enquanto as teorias conduzem a explicações exatas de fenômenos, abordagens são consideradas frutíferas. Um modelo é a aplicação de uma teoria a um fenômeno específico, por exemplo, à realização de uma tarefa mental de aritmética. [3]

No caso do ACT, uma teoria unificada do processamento de informações onde os mecanismos de aprendizagem estão estritamente relacionados com o resto dos processos, especialmente com a forma como se apresenta a informação. [4]

Os processos cognitivos superiores, como memória, linguagem, resolução de problemas, imagens, dedução e indução são diferentes manifestações de um mesmo sistema subjacente. Por isso um dos pontos fortes da ACT são as proposições e representações procedimentais do conhecimento, além da possibilidade de enumerar utilização de metas e planos. [3]

De forma genérica pode-se dizer que propostas baseadas na Teoria do ACT incorporam quatro premissas: *Modelo*, que consiste em um modelo de regras de produção da habilidade básica, ou seja, o modelo do aluno ideal; *Ações do caminho certo*, que se referem às ações

corretas do aprendiz e fazem parte de um conjunto de soluções que o modelo possui; *Ações do caminho incorreto*, que possibilitam mapear se o aprendiz continua no caminho correto para a solução; e, *Respostas sobre erros e Sistemas de ajuda*, que se referem ao sistema de instruções de interação [45]. Em um modelo clássico de STI, o primeiro grupo representa o Módulo do conhecimento do Domínio, o segundo e o terceiro, o Módulo Tutor, e o último, o Módulo Interface.

2.3.1 Tipos de Memória no ACT

O ACT distingue as memórias em 3 estruturas: declarativa, procedimental e de trabalho. A Figura 2.2 permite analisar e compreender a comunicação entre esses tipos de memória.

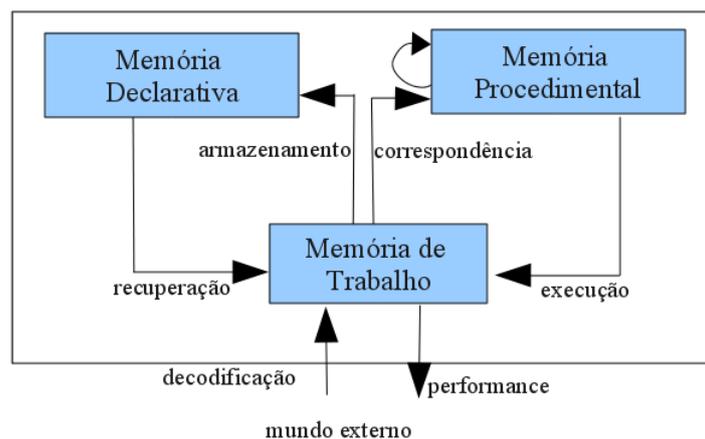


Figura 2.2: Estrutura de comunicação (adaptado de Anderson [3])

A *memória declarativa ou interpretativa* é a que assume a forma de uma rede semântica que liga proposições, imagens e sequências de associações. É a memória que contém o conhecimento descritivo sobre o mundo. O conhecimento deste tipo de memória é estável e normalmente inativo, sendo considerado o conhecimento explícito, do qual se possui consciência [5]. Um exemplo seria a tarefa de movimentar um carro na marcha ré. Apesar da presença do conhecimento para tal objetivo talvez seja possível que o carro não se movimente, uma vez que falta outro tipo de conhecimento ou o processo é desconhecido na prática.

A *memória procedimental* memória de longo prazo guarda como fazer, ou seja, contém informações para a execução das competências solicitadas. O conhecimento procedimental frequentemente é implícito. É o conhecimento sobre como executar diversas atividades cognitivas. No ACT o conhecimento procedimental tem sua origem na atividade de resolução de problemas, onde uma meta pode ser decomposta em submetas para as quais o solucionador de problemas possui operadores. Uma continuidade do exemplo anterior seria movimentar o carro, uma vez que os dois conhecimentos se encontrem presentes.

A *memória de trabalho* armazena parte da memória de longo prazo. O processo de procedimentação afeta a memória de trabalho, reduzindo a carga resultante de informações que estão sendo recuperadas da memória de longo prazo.

2.3.2 Funcionamento dos três tipos de memória no modelo ACT

Para compreender um pouco mais sobre a proposta de John Anderson é preciso conhecer os quatro processos de funcionamento: armazenamento, recuperação, comparação seletiva e execução. O armazenamento é responsável por criar representações declarativas na memória permanente, enquanto a recuperação deve encontrar a informação na memória declarativa. A comparação seletiva tem como função comparar o conteúdo da memória de trabalho com as regras de produção da memória procedimental. Por fim, a execução é responsável por transferir para a memória de trabalho parte da ação de uma regra de produção resultante de uma comparação seletiva. [3]

No ACT a cognição surge da interação do conhecimento declarativo, que armazena e organiza informações concretas e conceituais de uma rede semântica, a memória declarativa que consiste de fatos que não estão necessariamente ligados a um determinado contexto e o conhecimento procedimental, que armazena processamentos que organizam as regras de aplicação, as quais por sua vez permitem elaborar novos conhecimentos declarativos ou transformar antigas regras já armazenadas. [5]

O conhecimento no ACT começa com a informação declarativa, que é estável e avança para o conhecimento processual, que deriva do conhecimento declarativo na forma de exemplos, com a formação de regra.

A memória procedimental representa as informações na forma de regras, onde cada parte pertence a um conjunto de condições e ações baseadas na memória declarativa. Essa memória possui nós que apresentam um grau de ativação.

Os conhecimentos da memória declarativa são organizados como uma rede hierarquizada, constituída por unidades ou nós com ligações entre esses nós. O conhecimento declarativo é estável e normalmente inativo. Somente os nós que são ativados pela memória de trabalho terão influência sobre conhecimentos processuais.

O conceito de ativação é central. A ativação pode ser tanto por estímulos externos como do próprio sistema, como resultado da implementação de uma ação. O processo de ativação é contínuo. A memória de trabalho tem uma capacidade limitada, o que restringe o número de nós que podem estar em processo de ativação simultâneo, mas com prioridade para aqueles com maior vigor de ativação. Os nós estão interligados de modo que a ativação de um deles pode se propagar através de uma rede hierárquica. [3]

A memória procedimental é baseada em sistemas de produção. A ideia de base destes sistemas é que o conhecimento é armazenado na forma de regras de produção ou pares de ação. As regras de produção assumem a forma de uma condição “se... então...”. Essas regras não são normalmente armazenadas de forma isolada; para fazer com que essas ideias contenham o conhecimento eficaz devem estar interligadas, a fim de que a ação de uma regra satisfaça uma condição. [55]

A produção na memória procedimental é codificada por meio de regras de produção como as mostradas na Tabela 2.1:

Condição	Se queremos provar que a medida de um ângulo A é igual a medida do ângulo B e o ângulo A é suplementar ao ângulo C.
Ação	Então tente provar que o ângulo B é suplementar ao ângulo C.

Tabela 2.1: Regra de Produção sobre ângulos suplementares

A composição e a organização das regras de um Sistema de Produção demandam conhecimento específico a respeito do conteúdo a ser explorado, mesmo sua escrita parecendo trivial. Normalmente a construção de regras contam com um especialista do domínio do conhecimento.

2.3.3 Regras de Produção

Para Taatgen [55] as regras são pequenas unidades de conhecimento que, apesar de trabalharem em conjunto com outras regras, são relativamente independentes. Essa propriedade permite que o conhecimento possa ser construído de forma incremental.

As regras de produção têm sua origem em pesquisas lógico-matemáticas sobre a possibilidade de escrever procedimentos a partir de uma sequência de regras. Essas regras são o elemento fundamental dos sistemas baseados em regras de produção. [30]

Dentro de um sistema de regras de produção, uma regra é uma notação formal para especificar o fluxo de informação. A cada momento, um teste padrão procura por uma regra que combine o estado atual do sistema e somente pode ser executada para um determinado fato e, quando executada, pode modificar a base, mudando o estado do sistema.

A estrutura formal de uma regra de produção foi estruturada de forma simplificada na Tabela 2.2:

If	(antecedente)	Then	(conclusão)
If	(condição)	Then	(ação)

Tabela 2.2: Estrutura formal de uma regra de produção

Em todas estas estruturas a parte da esquerda é denominada antecedente, que se pode preencher com diferentes conteúdos e valores e a parte direita é chamada consequente, que se refere à ação desenvolver/executar. Esta dispara quando são executados os supostos enunciados da parte esquerda. São módulos independentes de conhecimento que se ativam somente quando se correspondem com a base de dados global, onde está a condição de aplicabilidade. O esquema de inferência que dirige a ativação gera um conjunto de ações.

A partir desta perspectiva é possível distinguir os seguintes tipos de regras conforme o tipo de ações que desencadeiam:

- Mudança da base de dados: Adiciona um elemento à memória, modifica o valor do atributo especificado na memória;
- Execução das operações: Calcula, executa um procedimento;
- Ligação com o usuário: Recebe ordens do usuário, dá um resultado ao usuário, realiza procedimentos ordenados pelo usuário.

Um modelo composto de regras de produção (Figura 2.3) pode conter três subsistemas dinamicamente conectados: base de dados global, onde são armazenados todos os conhecimentos sobre o problema de domínio; conjunto de regras, que se refere ao modo como o conhecimento deve ser manipulado; estrutura de controle, que gerencia a relação entre as anteriores. [30]

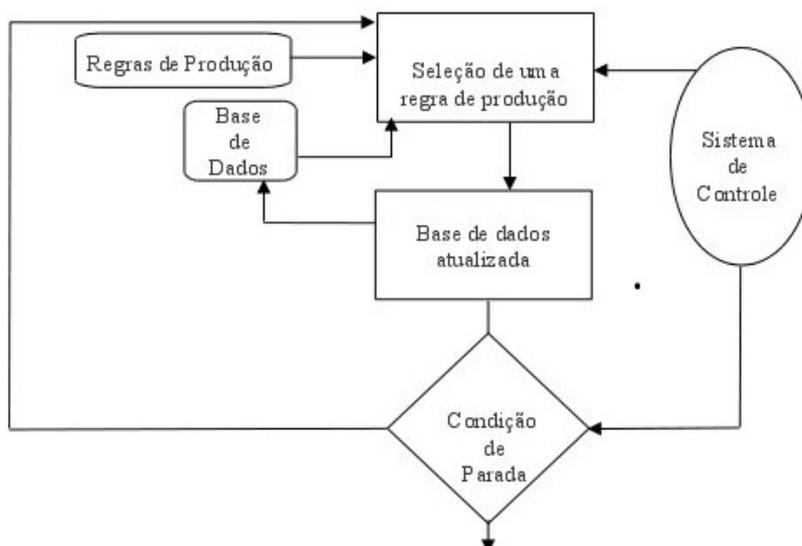


Figura 2.3: Modelo composto por regras de produção (adaptado de Munarríz [30])

Neste modelo a informação recebida pelo sistema é codificada na memória declarativa dentro de uma rede. Quando o sistema recebe as instruções para resolver um problema ou para a formação de um conceito, informações sobre a categorização de um objeto, uma cópia é formada na memória declarativa dessa informação. Uma vez formadas as regras de produção serão submetidas, em consequência da prática, nos processos de adaptação, as quais constituem a terceira fase.

A Teoria ACT, proposta por John Anderson, apresenta uma estrutura que propõe a organização dos conhecimentos na forma de regras. Esse fato resulta em uma ação diretamente ligada a uma reação, sempre satisfazendo a condição seguinte. Essas regras guardam o conhecimento sobre como as coisas são feitas as coisas. Assim, cada sistema de regras tem um conjunto de condições e ações baseadas no conhecimento declarativo. Neste modelo o aprendiz é acompanhado e orientado por meio de um feedback antes mesmo de cometer um procedimento equivocado.

Para Anderson [5] as regras de produção são organizadas para encontrar a solução de um problema e tipicamente é formada por:

- Uma meta;
- Alguns testes de aplicação; e
- Uma ação.

A Tabela 2.3 apresenta um exemplo de uma regra aplicada a uma situação prática para movimentar um carro padrão.

Condição	Se a meta for dirigir um carro padrão e o carro está na primeira marcha e o carro está a mais de 16km/h	Estabelecimento da meta
Ação	Então troque para a segunda marcha	Aplicação e ação

Tabela 2.3: Regra de Produção

Anderson [5] descreve as principais características de uma regra de produção:

1. Condicionabilidade: Cada regra de produção consiste numa condição que descreve quando deve se aplicar e uma ação que descreve o que fazer naquela situação.
2. Modularidade: A competência global da resolução de problemas é subdividida em algumas produções, uma para cada operador.
3. Subdivisão de metas: Cada produção é relevante para uma determinada meta, tal como pegar emprestado de uma coluna.

4. Abstração: Cada regra se aplica a uma classe de situações. Por exemplo, a quarta produção trata de todos os pares de dígitos, quando o dígito superior é maior ou igual ao dígito inferior.

Na Teoria ACT, as regras de produção representam o conhecimento procedimental, enquanto o conjunto de dados representa o conhecimento declarativo.

2.3.4 Mecanismos do ACT

O modelo proposto pelo ACT apresenta quatro processos de funcionamento: armazenamento, que cria representações declarativas na memória permanente; recuperação, que deve encontrar a informação na memória declarativa; comparação seletiva, que tem como função comparar o conteúdo da memória de trabalho com as regras de produção da memória procedimental; e execução, responsável por transferir para a memória de trabalho a parte da ação de uma regra de produção da qual havia surgido uma comparação seletiva [3].

Segundo Taatgen [55] a escolha pelos mecanismos de aprendizado de regras depende da caracterização do contexto em que as regras são adquiridas e o objetivo da aprendizagem da regra, por isso é preciso optar por aprendizado de máquina ou modelagem cognitiva. Enquanto o objetivo da aprendizagem de máquina é encontrar um conjunto de regras que caracterizam um conceito, o foco da aprendizagem cognitiva é mais sobre o processo de aprendizagem do que sobre o resultado.

O ACT-R apresenta como pontos-chave os seguintes princípios:

1. Identificar a estrutura do objetivo do espaço do problema, que pode acontecer com base em um questionamento;
2. Fornecer instruções no âmbito da resolução de problemas, que pode ser na forma do acesso ao conceito formalizado do conteúdo a ser explorado;

3. Fornecer feedback imediato sobre os erros, para que o aprendiz possa ser orientado ao longo do processo e não somente na etapa final;
4. Minimizar a carga de trabalho de memória;
5. Ajustar a granularidade da instrução com a aprendizagem para dar conta do processo de compilação de conhecimento.
6. Capacitar o aluno para a abordagem da habilidade-alvo por aproximações sucessivas.

A teoria apresenta a aprendizagem baseada em três etapas sucessivas (interpretação declarativa, compilação e adaptação), onde qualquer conceito ou habilidade pode ser adquirida. A primeira fase é onde a descrição do procedimento é apreendida; a fase seguinte é onde o método para lidar com a habilidade aparece, e a última fase é onde a habilidade se torna mais rápida e posteriormente automática [3, 4].

Assim, a informação recebida pelo sistema é codificada na memória declarativa dentro de uma rede de nós e quando o sistema recebe as instruções para resolver um problema ou, para a formação de conceitos, informações sobre a categorização de um objeto, então uma cópia é formada na memória declarativa. A reestruturação do conhecimento melhora a eficácia do sistema. Essa reorganização é alcançada na segunda fase da aprendizagem, por meio do armazenamento e transformação do conhecimento em processo declarativo. [55]

Um exemplo citado por Anderson, Fincham, Qin, e Stocco [54] é a expressão algébrica: $7x + 3 = 38$. O estado do sistema definida pelo conteúdo dos buffers dos módulos é o seguinte:

1. Procedimento: Uma ação mental é selecionada, neste caso, adicionar um número para ambos os lados de uma equação, que é adequado para o estado atual.
2. Meta: Esse procedimento pode resultar em alguma mudança na meta, que é controlar a etapa atual, no exemplo, se livrar do “+ 3” antes da variável.

3. Recuperação: Frequentemente é necessário recuperar informações (por exemplo, conceito de adição) da memória declarativa.
4. Abstração: A representação do problema é muitas vezes atualizada para incorporar as informações recuperadas (no exemplo, $7 \times = 38 - 5$ e $7 \times = 35$).

O modelo proposto pela teoria propõe a compilação em duas etapas: a procedimentalização e a composição. Durante a procedimentalização, as informações contidas nos nós são ativadas na memória de trabalho, que interpreta a regra, fazendo alterações na base de regras. Ao complementar este processo, durante o mecanismo de composição, a sequência de produção se baseia em uma única unidade de produção. No entanto existe uma condição para a adesão, há uma *lógica de contiguidade* entre produções, regida por critérios de semelhança entre os seus objetivos.

No ACT-R existem dois conceitos importantes, que são a adequação de padrões e a resolução de conflitos. A adequação é o processo que determina se são encontradas as condições das regras de produção pelo estado corrente da memória de trabalho; já a resolução é o processo que determina qual produção deve ser aplicada a partir de um conjunto de regras aplicáveis. [5]

As regras de produção executadas por máquinas de inferência utiliza duas estratégias de raciocínio: *forward chaining* e *backward chaining*. Quando o *forward chaining* é utilizado, a condição inicial conhecida começa pelo lado esquerdo da regra para que seja possível gerar um conjunto de conclusões. O referido conjunto é checado para validação em relação ao objetivo procurado e, em caso negativo, essas conclusões são utilizadas como entradas em regras subsequentes que originam novas conclusões. O *backward chaining* é utilizado quando as regras selecionadas têm o seu lado direito validado em relação ao objetivo. O lado esquerdo da regra é considerado, então como objetivo intermediário, que precisa ser satisfeito e regras que satisfazem essas condições são ativadas. Assim, o processo tenta encontrar uma situação em que todos os lados esquerdos sejam verdadeiros.

De uma forma geral, pode-se destacar outra característica relevante das regras de produção, a granularidade de exposição de uma informação, que são correspondentes às regras de produção simples que compõem regras de produção mais complexas.

2.3.5 Sistemas Tutores Cognitivos

Os Sistemas Tutores Cognitivos são baseados na teoria ACT e têm como ideia principal que o material a ser estudado seja apresentado como um modelo bem fiel da competência a ser adquirida. Assim o modelo cognitivo permite ajustar o conteúdo e interpretar as ações do estudante. Outro aspecto relevante é que a teoria ACT explora a decomposição em sub-objetivos, permitindo ao aluno avançar por etapas, uma das características do uso das regras de produção.[5]

O modelo cognitivo, baseado na Teoria ACT, é escrito como um sistema de regras de produção que são capazes de gerar uma multiplicidade de passos para as soluções e equívocos típicos de estudantes. O modelo cognitivo é a base para duas técnicas de modelagem: *model tracing* e *knowledge tracing*. [29]

O *model tracing* é um modelo cognitivo que aborda o aluno de forma individual em seu caminho na solução dos problemas que lhe são apresentados, interpretando cada ação e respondendo de forma específica. Se em algum momento o tutor não validar a resposta ou o passo do aluno, então deverá oferecer a ajuda do modelo para as diferentes etapas da resolução do problema e, caso alguma regra aplicável não seja identificada ou associada, então mensagens, assim como, mudanças da interface e representações usadas pelo tutor, podem ser alteradas. O **knowledge tracing** é responsável por traçar o caminho da solução para o problema, assim o tutor cria inferências relativas ao conhecimento do aluno sobre cada regra de produção criada e toda vez que o aprendiz tem a oportunidade de aplicar a regra de produção na resolução do problema, o tutor faz uma estimativa do conhecimento do aluno no uso da regra conhecida. [3] [45]

Os sistemas tutores cognitivos exploram o *model tracing* a fim de tentar relacionar a resolução do estudante a alguma sequência de disparos das regras do modelo cognitivo do sistema, onde cada ação monitora se o aluno está no caminho possível e, quando uma ação gera ambiguidades, alguma forma de interação com o aluno surge para guiá-lo para o caminho correto.

A possibilidade de alertar o aluno no momento em que se desvia da trajetória de estratégia correta permite que pense sobre suas etapas, de tal forma que possa revisar sua estratégia de resolução, passando pelo processo de pensamento ao invés de uma possível tentativa-erro.

2.4 Representações Externas

A expressão Representação Externa (RE) é usado para descrever o uso de técnicas para representar e organizar o conhecimento. Existe uma grande variedade de REs, que são divididas em modalidades gráficas e linguísticas e, também, em uma modalidade de representações intermediárias, que são a combinação de elementos gráficos e textuais em uma mesma representação. [8]

Palmer [37] esclarece que uma representação externa consiste em: (a) o mundo representado; (b) o mundo representante; (c) aspectos do mundo representado que estão sendo representados; (d) aspectos do mundo representante que estão fazendo parte da modelagem; (e) a correspondência entre esses dois mundos. Assim, para analisar a eficácia de uma representação deve considerar tanto a informação fornecida na representação (mundo representado), quanto a forma como é apresentado (mundo representante).

Gärdenfors [15] conceitua representação partindo do pressuposto de que o cérebro funciona como uma máquina de Turing. Assim, considera uma representação como símbolos que se combinam para formar expressões significativas. Estas expressões simbólicas representam proposições e mantêm várias relações lógicas entre si.

Cleeremans e Jimenez [20] apresentam algumas suposições sobre representações externas. Primeiro que as representações são constituídas exclusivamente dos padrões transitórios de ativação que ocorrem na memória. Também, que as representações são classificáveis, ou seja, variam em dimensões (tempo de permanência, particularidades, estabilidade,...). Adicionalmente, que as representações são dinâmicas, ativas e constantemente eficazes.

As representações externas, ao mesmo tempo, podem ser compreendidas como um constante processo de *apropriação* de estados estáveis para extrair as informações que usualmente são exploradas de forma mais flexível e para outros fins. [23]

Zhang e Norman [32] destacam que o benefício do uso de uma representação externa é diminuir a carga cognitiva facilitando o processo de memorização e destacam as seguintes propriedades:

- Presença de informações, que podem ser diretamente percebidas e utilizadas sem uma formulação explícita ou interpretação;
- Fixar o comportamento cognitivo e estruturas físicas restringindo uma série de possíveis ações e comportamentos;
- Modificar a natureza das tarefas, tornando-as potencialmente mais claras de serem compreendidas e realizadas.

As evidências sobre as vantagens o uso de representações externas para apoio à aprendizagem estão presentes em diversos estudos [1, 2, 8, 20], apresentando a contribuição na melhora do desempenho e na compreensão do aprendido. As teorias cognitivistas têm explorado esses benefícios na aquisição de conceitos, mas outras áreas também têm se beneficiado.

Assim, é possível ter uma lista variada de representações externas, como: sentenças em linguagem natural, sentenças em linguagens formais (lógica de primeira ordem), tabelas, listas, grafos, mapas, diagramas, animações, árvore de possibilidades, entre outras, que parecem contribuir de maneira significativa na aquisição de um conceito, quer por redução de carga cognitiva quer por comunicabilidade de um conceito.

2.4.1 Múltiplas Representações Externas

A Teoria das Múltiplas Representações Externas - MREs [1] embasa o uso de técnicas para representar, organizar e apresentar o conhecimento e se divide em três funções principais que as MRE devem explorar para exercerem situações de aprendizado: complementariedade, restrição e construção. A função *Papéis Complementares* tem o objetivo de explorar a representação para apoiar ou complementar um processo cognitivo. A função *Restrição de Interpretação* tem como objetivo restringir possíveis representações, que não sejam relevantes para determinados conceitos. E função *Construção de Compreensão mais Aprofundada* tem como objetivo explorar a possibilidade do uso de MREs para uma compreensão mais consistente do conteúdo.

Ainsworth [1] apresenta cinco aspectos referentes à representações externas: (a) o número de representações; (b) a forma como a informação está distribuída; (c) a forma das representações; (d) a sequencia das representações; (e) a tradução entre representações. Para uma melhor compreensão apresentamos a teoria cognitivista apresentada pela autora.

A teoria esclarece que as representações podem estar presentes de forma simultânea ou alternada. Nos dois casos é necessário que se faça a interpretação entre as representações, ou, então se estabeleça um elo [66]. Assim é possível a auto-construção de outras representações e/ou o acesso a outras opções de representações que possam oportunizar a expansão do campo conceitual.

Outro aspecto a considerar é a variedade de representações, que pode promover condi-

ções de aprendizagem mais efetivas na medida em que favorecem uma compreensão mais ampla do conceito e podem estar ligadas ao modelo cognitivo do usuário. Assim o uso de mais de um tipo de representação pode manter com mais efetividade o interesse do aluno. [2]

Uma das características das representações icônicas, é a de que são mais úteis para fornecer informações concretas em relação à textual, enquanto as representações simbólicas podem expressar com mais facilidade as informações abstratas, bem como negações e disjunções.

Muitas vezes aprender a interpretar uma informação pode significar aprender a ignorar a intuição. No entanto, o que normalmente ocorre em sala de aulas para ensino de conceitos matemáticos é o contrário: o aluno é instigado a ser intuitivo [2].

Assim, toda vez que um conceito matemático é explorado, espera-se que o aluno compreenda a relação entre a representação e o domínio, mas muitas vezes não fica claro que esse conceito possui representações que podem sobrepor um conceito, um teorema ou um axioma. Um exemplo é o caso do ensino de estatística para um aluno da primeira série do ensino fundamental, que utiliza caixas de fósforos para a formação das colunas ou, ainda, do ensino de raciocínio combinatório com árvore de possibilidades ou tabelas.

Na teoria da flexibilidade cognitiva, a capacidade de construir e alternar entre as várias perspectivas de um domínio é fundamental para o sucesso da aprendizagem. [42]

2.4.2 Funções das Múltiplas Representações Externas

A taxionomia proposta por Ainsworth [1] destaca que as representações podem contribuir para a aprendizagem a partir de suas funções, conforme Figura 2.4.

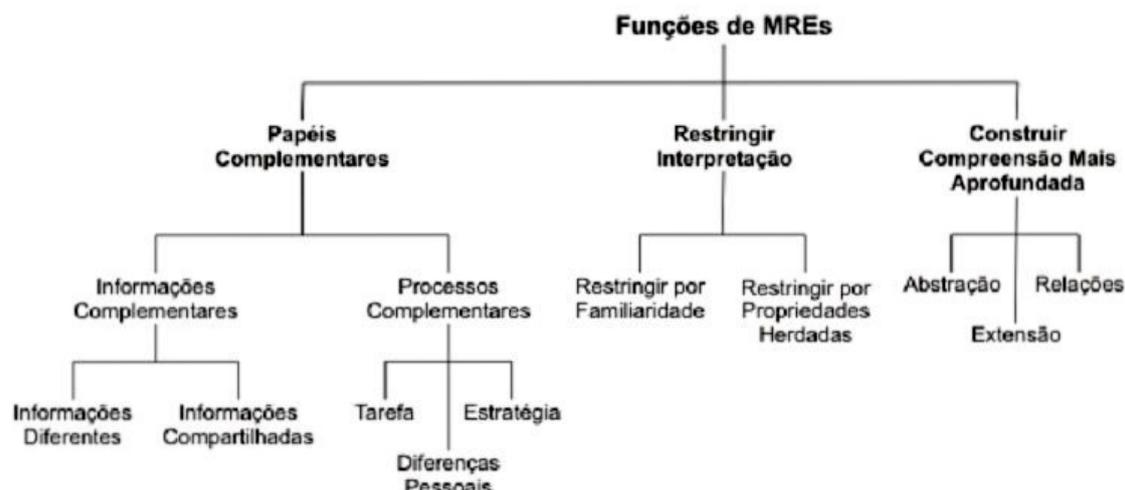


Figura 2.4: Funções da Múltiplas Representações Externas [1]

Cada uma das funções com suas respectivas subdivisões serão apresentadas a seguir:

2.4.2.1 Função: Papéis Complementares

A função de Papéis Complementares tem o objetivo de explorar a representação para apoiar ou complementar um processo cognitivo. A referida função apresenta subfunções *Informações Complementares* e *Processos Complementares*.

A subfunção *Informações Complementares* refere-se à apresentação da representação externa de forma individual e com itens de informação novos. Um caso seria uma representação externa mais complexa com o máximo de informações ou a apresentação do máximo de informações em escalas diferentes.

Aprofundando tem-se *Informações Diferentes*, que agregam informações distintas sem interseção; e *Informações Compartilhadas*, que se são propostas a partir de informações que apresentam pontos comuns, ou seja, de intersecção não vazia.

Quanto a *Processos Complementares* a representação externa, teoricamente, contém as mesmas informações, mas difere a partir da necessidade específica de cada situação. Essa subfunção apresenta as seguintes subdivisões: *Tarefa*, *Diferenças Pessoais* e *Estratégia*. A

Tarefa se refere às estruturas das informações coincidindo com a notação da representação externa; as Diferenças Pessoais se refere à possibilidade de optar por uma representação externa que mais se adapte às necessidades do aprendiz, que poderá ser modelo de compreensão (visual e/ou verbal) ou a experiências; e Estratégia, se refere à possibilidade de diferentes formas de representação externas incentivarem uso de diferentes estratégias.

Um exemplo de conteúdo a ser explorado no âmbito de papéis complementares seria o conceito de que envolvem valores de massa, força, atrito e velocidade. Nas MREs poderiam ser um gráfico, uma equação, uma exibição numérica, representando diferentes aspectos do conceito proposto. Mais especificamente, a massa poderia ser representada em um visor numérico simples, não sofrendo alteração quando a simulação fosse executada; a velocidade poderia ser representada em um gráfico dinâmico ou em uma tabela e, assim mostrar como a velocidade muda ao longo do tempo, permitindo que a informação pudesse ser representada de uma forma diferente e mais adequada às necessidades dos alunos. [2]

Outro exemplo seriam os diagramas para explorar processos perceptivos, reunindo informações relevantes para um reconhecimento mais objetivo. Ou, ainda, as tabelas para tornar a informação mais explícita, permitindo destacar os padrões e regularidades. As equações de forma direta a relação quantitativa entre as variáveis .

2.4.2.2 Função: Restrição de Interpretação

A função Restrição de Compreensão tem como objetivo restringir possíveis representações que não sejam relevantes para determinados conceitos.

As subdivisões consistem em Restringir por Familiaridade e Restringir por Propriedades Herdadas. A primeira refere-se à possibilidade de restringir a partir da apresentação de uma representação externa familiar, por exemplo, uma animação ou gráfico em uma simulação. A outra refere-se ao uso de propriedades intrínsecas à representação externa,

ou seja, uma representação externa ambígua limitando outra representação externa mais específica. [2]

Um exemplo poderia ser o aluno observar o objeto em movimento simultaneamente ao gráfico de velocidade/tempo, o referido fato por permitir validar que uma linha horizontal significa movimento uniforme ao invés de nenhum movimento. Para explicar pode-se analisar uma descrição em texto sobre o "movimento de objetos"(a moto mudou da esquerda para a direita). No entanto, uma representação poderia ter mais impacto se houvesse uma animação ou um vídeo apresentando a velocidade e aceleração de um objeto.

2.4.2.3 Função: Construção de Conhecimento mais Aprofundado

A função de construção de conhecimento aprofundado tem como objetivo explorar a possibilidade do uso de MREs para a criação de uma compreensão aprofundada obtida pela generalização de regularidades a partir do conteúdo apresentado. Neste caso usa-se integrar informações para atingir uma percepção do que poderia ser mais difícil somente com uma representação.

A respectiva função apresenta como subdivisões: Abstração, Extensão e Relações. A Abstração refere-se à representação externa que viabiliza a criação de entidades mentais que servirão como base para novos processos e conceitos em um nível superior de organização. A Extensão refere-se à possibilidade do uso de representação externa para estender o conhecimento conhecido para um conhecimento novo, mas sem fundamentalmente reorganizar a natureza desse conhecimento. Um exemplo seria interpretar a partir de um gráfico a velocidade/tempo, a fim de determinar se um corpo está acelerando e depois avançar em outra representação como tabelas. A Relação refere-se ao processo pelo qual duas representações externas estão novamente associadas sem reorganização de conhecimento, como, por exemplo, a construção de um gráfico a partir de uma equação. [2]

Outro exemplo, seria ilustrar questões de força e movimento não somente com carro ou moto, mas utilizando outros objetos (caminhões, aviões, patinadores, etc), permitindo aos alunos experimentar em a relação dos conceitos de cinemática em outros contextos.

2.5 Objetos de Aprendizagem

As técnicas de IA utilizadas em sistemas envolvendo propostas educacionais tem se tornado um forte objeto de investigação por parte dos pesquisadores da área de Informática aplicada à Educação. Estas técnicas permitem a modelagem das características do aprendiz, bem como a flexibilização do comportamento do sistema para simulações das interações professor-aprendiz.

Gomes [14] destaca que um OA caracteriza-se por ser uma entidade que, além de educacional, é reutilizável. Assim, entre os benefícios dessa abordagem encontra-se a economia justificada pelo reuso. No entanto, para atender a esta característica é necessário que o objeto de aprendizagem seja interoperável, além de modular, e ter capacidade para ser descoberto. O autor esclarece que a interoperabilidade é alcançada a partir da definição de padrões, ou seja, um OA deve ser modular o bastante para que possa ser enquadrado em contextos distintos.

Um OA considerado com características de *Inteligente* é uma peça de software com comportamento autônomo cujo comportamento é adaptativo de acordo com sua percepção do meio ambiente e das informações recebidas de outros agentes, a partir de sua capacidade de inferência, sem necessitar de intervenção externa contínua [28]. Também deve ser capaz de disponibilizar suas informações de metadados a outros agentes da plataforma, além de ser capaz de obter informações sobre os aspectos e características do aprendiz e de trocar informações com outros agentes da plataforma, contribuindo com o aumento da qualidade geral do processo de aprendizagem gerado [14].

Em um outro contexto para OA com características de STI surge um estudo que destaca a relevância de os objetos de aprendizagem atuarem de maneira formativa [12]. Esse aspecto trata da capacidade de constatar se os alunos estão alcançando os objetivos pretendidos. Os referidos autores esclarecem que o caráter formativo compreende o acompanhamento de todo o processo de aprendizagem do aluno, fornecendo feedback sempre que necessário. Assim, o caráter formativo aqui abordado induz à reflexão do aluno para um melhor desempenho.

Uma das principais características de um STI aplicada a objetos de aprendizagem está embutida no próprio sistema e pode estar na forma de estratégia de aprendizagem (modelo pedagógico), informações a respeito do nível/estado de conhecimento do aluno (modelo do aluno), que permitem personalizar a instrução e conhecimento de especialistas no assunto (modelo do domínio), que determina a abrangência daquilo que deverá ser transmitido ao aluno [47]. No Estado da Arte serão descritos alguns OA que possuem algum aspecto relacionado à remediação do erro do aluno ou mesmo ao feedback.

No caso do presente estudo, procurou-se usar as características de STI aplicadas a OA a partir da incorporação de alguns conceitos de STI, que foram aplicados, como a remediação de um erro específico apresentado pelo aluno através de uma representação externa, além do acompanhamento do caminho percorrido pelo aprendiz no processo de resolução de um problema.

2.6 Estado da Arte

O presente capítulo tem como objetivo apresentar estudos que tendem a embasar aspectos que convergem para o objeto da presente pesquisa, sabendo-se que tem foco em objetos de aprendizagem com características de STI, estudos que exploraram MREs para a aquisição de um conceito e a remediação de erros.

As pesquisas de Martina Rau (Human-Computer Interaction Institute, School of Com-

puter Science Carnegie Mellon University) têm foco no uso de representações gráficas mediada por tecnologia usada em materiais educativos. Os referidos estudos exploram diferentes tipos de suporte necessários para promover a aprendizagem, tanto na proposição de representações individuais, como no uso de representações umas em relação às outras. A autora vem confirmando em seus estudos que somente com o apoio adequado os alunos é possível se beneficiar do uso de representações gráficas.

Os principais resultados da pesquisa foram mediados pelo uso do Fractions Tutor, um STI para o ensino de Frações, com características de um Tutor Cognitivo, desenvolvido com conceitos do CTAT - *Cognitive Tutor Authoring Tools*, que consiste em um conjunto de ferramentas com o propósito de apoiar a criação de STI. Uma das últimas pesquisas [48], envolvendo o Fractions Tutor (Figura 2.5) foi para validar e experimentar os aspectos teóricos da pesquisa, aplicada a mais de 3000 alunos, em salas de aula. Neste experimento, além de a ferramenta fornecer mensagens personalizadas para os equívocos, os alunos ainda podiam solicitar uma sequência de sugestões para cada passo. As representações exploradas para o domínio de frações eram círculos, retângulos e reta numérica. Cada uma dessas representações tinha como objetivo enfatizar uma visão conceitual diferente do conceito de frações que os alunos precisavam para compreender o conceito pleno.

Making Fractions

A. Let's review a circle as an example to make a fraction!

Let's show $\frac{5}{7}$ on the circle.

1 Into how many equal sections must the unit be partitioned?

2 How many blue sections do you need to show $\frac{5}{7}$?

3 Look at the circle above to see the fraction.

B. Let's use a number line to make a different fraction!

Let's show $\frac{5}{7}$ on the number line.

1 Into how many equal sections must the unit be partitioned?

2 How many sections do you need to show $\frac{5}{7}$?

3 Place a dot on the number line that shows $\frac{5}{7}$.

C. What did we learn about the circle and the number line?

1 In the circle and the number line, the unit is partitioned into sections, and the number of sections is the .

2 The circle and the number line each show sections out of the unit, and that is the of the fraction.

? Hint

Students review a worked-out example with an area-model representation.

Then, students complete the same steps using a number line.

Finally, students are prompted to reflect on correspondences between representations.

Figura 2.5: Exemplo de atividade no Fractions Tutor [48]

Um outro estudo [24] relevante sobre aspectos de MRE se concentra em duas questões específicas dentro de um quadro geral de aprendizagem com múltiplas representações externas. A primeira questão é se a forma de visualização influencia a estrutura de modelos mentais e o padrão de desempenho quando os indivíduos têm de resolver tarefas após a aquisição de conhecimentos sobre a base de seus modelos mentais construídos anteriormente. A segunda questão era se a disponibilidade de mais uma representação externa na resolução de tarefas após a aquisição do conhecimento irá modificar a influência da forma de visualização no desempenho padrão dos alunos resultantes das diferentes estruturas dos modelos mentais adquiridos durante aprendizagem.

Os resultados indicaram que a forma de visualização afeta a estrutura do modelo mental construído durante a aprendizagem que, por sua vez influencia os padrões de desempenho que os indivíduos mostram depois de apreender. No entanto, estes efeitos são significativamente reduzidos se mais representações externas estão disponíveis durante o uso do adquirido conhecimento.

A conclusão dos pesquisadores foi que os alunos apreendem melhor a partir de texto com imagens do que a partir de imagens de texto sozinho em termos de retenção e compreensão de conceitos. Também, que os alunos parecem construir diferentes modelos mentais de um mesmo conteúdo de aprendizagem dependendo do que é visualizado e os que correspondentes modelos mentais são diferentemente adequados para diferentes tarefas. Assim, os alunos mostram padrões diferentes de desempenho da aprendizagem dependendo do tipo de visualização que experimentaram. A diferença entre os padrões de desempenho são mais fortes quando os alunos têm que resolver tarefas apenas com base em seus modelos mentais internos. Se representações externas adicionais estão disponíveis, os efeitos encontrados anteriormente diminuem, porque os indivíduos são neste caso menos dependentes da representação mental.

De um ponto de vista prático, o estudo indica que a forma de visualização requer

cuidadosa consideração no desenvolvimento de ambientes de aprendizagem, porque a visualização afeta a estrutura de modelos mentais adquiridas durante a aprendizagem.

Outro estudo é o PAT2Math (Personal Affective Tutor to Math) faz parte de um projeto que, desde 2009, vem incorporando estudos e resultados ([19];[17];[18];[6];[49]). É um STI voltado para o ensino de álgebra elementar, baseado em um plano de ensino a partir do perfil cognitivo do aluno, do conteúdo a ser exibido, de como e de quando mostrá-lo, de tipos de ajudas e de quando fornecê-las, assim como de auxílio na resolução dos exercícios propostos.

No PAT2Math, a base de domínio é composta por 2 componentes: o *modelo cognitivo* (resolvedor de problemas) e o *componente declarativo* (que contém todo o conhecimento textual). O Modelo Cognitivo consiste em um sistema especialista baseado em regras de produção. O Componente Declarativo da Base de Domínio apresenta conjuntos de problemas a resolver por níveis, bem como, o conhecimento declarativo do conteúdo a ser apreendido (textos de explanação).

O modelo de aluno do STI proposto foi implementado a partir de duas principais técnicas: (i) *knowledge tracing* e o (ii) *model tracing*. O knowledge tracing consiste em determinar o conhecimento do aluno, tanto o conhecimento correto do domínio, como de seus erros, sendo utilizado para a avaliação do aluno e para a tomada de decisões na continuidade da interação. O *model tracing* tem por objetivo analisar o procedimento adotado pelo aluno para a resolução dos problemas, sendo normalmente explorado por sistema, que têm por objetivo atender às solicitações de ajuda.

O principal componente do PAT2Math é o PATEquation (Figura 2.6), sendo responsável por fornecer uma equação para o aluno resolver, recebendo acompanhamento do tutor no processo de resolução, ou seja, verificar, a cada passo, qual foi a solução intermediária fornecida pelo aluno e qual a operação algébrica utilizada, valendo-se do *model*

tracing para identificar se a solução intermediária fornecida pelo aluno está correta ou não e fornecer um feedback ao aluno.

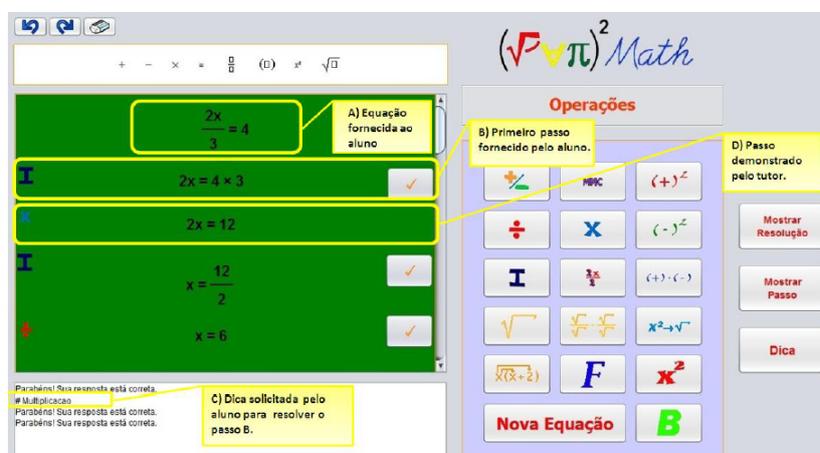


Figura 2.6: Interface do PATEquation [6]

Assim, o tutor exibe uma equação e oferece auxílio na resolução, validando se as soluções intermediárias apresentadas pelo aluno nos passos da resolução da equação estão corretas ou não, para, então, ativar um feedback. Para que possa verificar se a solução proposta pelo aluno está correta, usa um módulo inteligente, o Resolvedor, que é capaz de resolver qualquer equação fornecida de 1º e 2º grau com uma incógnita. O módulo cognitivo utiliza o resolvedor para verificar se a resposta fornecida pelo aluno é uma resposta possível e explicar qual seria a solução correta, no caso de passos incorretos providos.

Outra pesquisa [10] com quase três décadas está sendo desenvolvida no Carnegie Learning's Cognitive Tutores com foco em construção de modelos cognitivos para o ensino de matemática. Os pesquisadores envolvidos no projeto consideram o currículo em quatro componentes principais: (1) currículo baseado em uma sólida fundamentação teórica, (2) aplicação à teoria básica para o domínio e os objetivos particulares de interesse, (3) avaliação dos resultados e (4) desenvolvimento e implementação de uma metodologia para melhorar o currículo com base no uso.

Assim a pesquisa aborda e explora uma relação estreita e contínua entre a pesquisa básica, a pesquisa aplicada e os testes, servindo de base na aplicação da psicologia cog-

nitiva na aquisição de conhecimentos. A base da pesquisa envolve a Teoria ACT-R, que embora proporcione uma modelagem cognitiva, não especifica as habilidades específicas que incluem a capacidade de resolver uma equação linear, por exemplo. No entanto, os pesquisadores envolvidos no projeto utilizaram a Teoria do ACTR-R partindo de que o conhecimento dos procedimentos inclui o contexto em que é aplicável, atividades educativas que devem ser estruturadas para que os alunos possam praticar procedimentos dentro de uma adequada variedade de contextos. A decomposição de tarefas complexas em conhecimento individual leva a um modelo pedagógico enfatizando prática dos componentes individuais, independentes da tarefa principal. Ao mesmo tempo, alguns componentes do conhecimento (por exemplo, a integração de informação a partir de componentes menores) são inerentes à tarefa principal, o que proporciona outra razão para enfatizar o desempenho dentro de um contexto apropriado.

Uma técnica que está sendo utilizada com sucesso é a de compreender a maneira pela qual como os alunos abordam os problemas de matemática acompanhando os movimentos oculares.

O modelo proposto de tutor cognitivo atende a dois propósitos: o modelo acompanha as ações do aluno, a fim de determinar a estratégia em particular na resolução de um problema (*model tracing*); e cada ação que do aluno está associada com uma ou mais capacidades, que são referências aos componentes de conhecimento no modelo cognitivo.

O desempenho individual do aluno é monitorado ao longo do tempo, então o Cognitive Tutor (Figura 2.7) usa perfil de competências de cada aluno para escolher problemas que enfatizam as habilidades em que o aluno é mais fraco.

As pesquisas destacam que em um futuro próximo será possível ampliar muito a capacidade de entender a cognição do modelo matemático dos alunos, além de ser possível o aperfeiçoamento das técnicas de modelagem estatística. Já foram coletados dados com

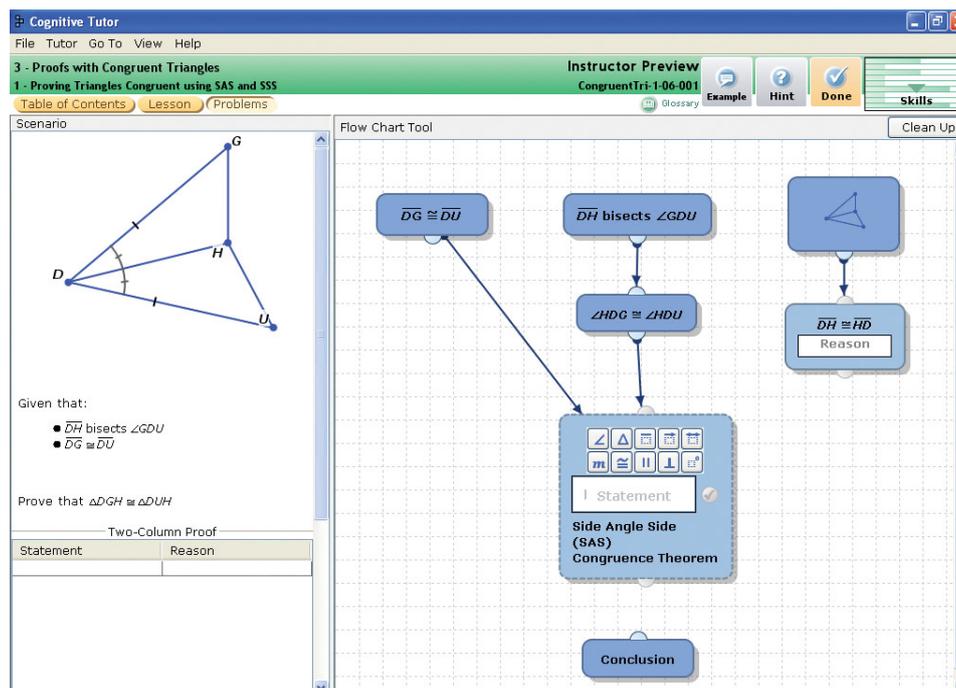


Figura 2.7: Interface do Cognitive Tutor [10]

mais de 7.000 alunos usando Tutor Cognitivo em uma turma de Álgebra. Estes dados compreendem mais de 35 milhões de observações, o que equivale à observação sobre uma ação de cada aluno a cada 9,5 segundos. Com um banco de dados desse porte esperam ser capazes de detectar fatores mais sutis que afetam a aprendizagem, incluindo a eficácia de tarefas individuais, sugestões e padrões de feedback.

Os autores da pesquisa acreditam que a combinação de um fluxo de dados de comportamento dos alunos e uma grande amostra de estudantes permitirá expandir o conhecimento da cognição matemática dos alunos e avançar na capacidade de ajudar os alunos a apreender matemática. As pesquisas até o momento identificaram 85% de melhora no desempenho em avaliações envolvendo problemas matemáticos complexos.

Outro estudo [7] apresenta o desenvolvimento de um tutor inteligente que será incorporado à ferramenta Geometria Interativa (GI), a partir do iGeom (Geometria Interativa na Internet), para facilitar o processo de ensino-aprendizagem de geometria, utilizando uma técnica STI, o Rastreamento de Padrões.

A GI é uma classe de ferramentas computacionais que proporcionam interatividade para aumentar a eficiência e melhorar o processo de ensino/aprendizagem de geometria. Alguns exemplos de GI são: Cabri-Geometre, Geometer's Sketchpad, C.a.R., Cinderella, além do próprio iGeom.

A pesquisa está desenvolvendo um tutor rastreador de padrões utilizando o CTAT (Cognitive Tutor Authoring Tools), para ser incorporado ao iGeom, a fim de criar STIs com construções geométricas interativas. A ideia principal é que o iGeom guie os alunos durante os processo de interação e aumente a facilidade e a rapidez com que os conteúdos são assimilados. Além disso, espera-se que os professores diminuam a carga de suporte direto aos alunos, uma vez que os alunos poderão tirar suas dúvidas por meio do próprio iGeom.

2.7 Discussão sobre o Capítulo

A proposta de remediação com representações externas a partir de uma classificação de erros aplicadas a OA exigiu o estudo de algumas teorias conceituais, para que o objetivo proposto ganhasse robustez.

A pesquisa bibliográfica referente a Classificação de erros matemáticos oportunizou a elaboração de uma classificação similar, mas contextualizando a necessidade da proposta. Embora a classificação encontrada na literatura fosse bem abrangente percebeu-se que para determinados erros inexistia, se tornando falha. Aspectos mais teóricos e práticos da nova classificação serão discutidos num capítulo próprio.

A contextualização sobre Sistemas Tutores Inteligentes se fez necessária, uma vez que seus conceitos serão aplicados para validar a proposta, mas no âmbito de OA. Assim, a necessidade de oferecer remediação para os erros apresentados na resolução de um problema, também um conceito presente em STI, exigiu o estudo de uma teoria que embasasse o uso de representações externas, no caso a Teoria de Ainsworth [1] sobre Múltiplas Represen-

tações Externas.

O estudo sobre o ACT permitiu a apresentação da Teoria e uma breve análise de alguns conceitos, que possibilitaram mais consistência na abordagem do problema, no que diz respeito à aquisição do conhecimento pelo aluno e à trajetória percorrida na resolução de um problema.

O estado da arte tinha como perspectiva abordar estudos realizadas que permeassem a fronteira do objeto de estudo desta tese. Foi possível perceber que o uso de Múltiplas Representações Externas vem sendo explorado como forma de ajuda, e que cada vez mais a remediação de erros vem ganhando destaque no processo de interação do aluno e apresentando resultados significativos em relação ao ganho nos processos de aprendizagens.

Nos próximos capítulos a proposta desta tese terá uma exposição mais aprofundada dos conceitos apresentados neste Capítulo.

CAPÍTULO 3

METODOLOGIA

A metodologia foi estruturada a partir do estudo de classificação de erros, MREs e processos de remediação aplicados a Objetos de Aprendizagem.

3.0.1 Proposta de classificação de erros matemáticos

Com o propósito de dar maior visibilidade aos estudos explorados referentes à classificação de erros matemáticos e apresentados na seção 2.2 do presente documento, então considerou-se relevante sintetizar a nomenclatura classificatória de erro vinculando-a aos seus respectivos autores. (Tabela 3.1)

Autores / Classificação	Radatz [43]	Vergnaud [59, 60]	Movshovitz- hadar e Zas- lavsky [16]	Peng e Luo [27]	Ramos [44]
Psicológico	Erro devido às dificuldades na obtenção de informações espaciais.			Psicológico	
Linguagem	Erro com origem nas dificuldades da linguagem.	Erro relacional.	Interpretação equivocada da linguagem.		
Numérico	Erro de deficiência no domínio, nas habilidades, nos fatos e nos conceitos, como pré-requisitos.	Erro numérico.	Uso inadequado de informações.	Matemático	Sub-generalização
Associações	Erro devido associações incorretas ou a rigidez de pensamento.		Distorções de teorema ou definições.	Estratégico	
Técnico		Erro técnico.			
Lógico		Inferências logicamente inválidas.	Lógico		Super-generalização
Inválido	Erro devido à aplicação de regras ou estratégias irrelevantes.		Solução não-verificada.		Miscelânea

Tabela 3.1: Síntese sobre estudos referentes à Classificação de Erro

A pesquisa para organizar uma classificação de erros matemáticos se apresentou bastante diversificada e abrangente com o propósito de atender à demanda à que se destinava

a proposta do estudo principal. Assim foi organizada uma classificação mínima para atender a demanda exigida:

- Interpretação equivocada da linguagem: este tipo de erro alertaria para a dificuldade do aprendiz em avançar na compreensão da estrutura do problema, ou seja, dificuldade para interpretar o que está sendo solicitado para, então, poder ser formulada uma estratégia;
- Diretamente identificáveis: Este tipo de erro pode ser sub-classificado como erro de deficiência no domínio ou uso inadequado de dados; erro de deficiência de regra, teorema ou definição, e erro referente a uso de operador.
- Indiretamente identificáveis: Demandam o acompanhamento passo-a-passo do aluno. A classificação contempla o erro apresentado pela falta de lógica correta. Neste caso, o aluno pode apresentar uma classificação incorreta, uma resposta para uma estratégia incorreta e/ou transformação sem avanço;
- Solução não-categorizável: O erro presente nesta categoria tem como objetivo contemplar a inexistência de classificação entre os demais. Assim, o aluno poderia estar no nível máximo de imaturidade para um determinado conceito e com isso propor estratégias aleatórias à resolução.

A ideia de re-estruturar a nomenclatura teve o intuito de uniformizar a diversidade existente nas pesquisas apresentadas nesta seção. A estruturação de uma classificação de erro observado na aquisição de conceitos matemáticos e suas relações com os tipos do conceito a serem assimilados, se bem consolidados, viabilizará a remediação de erro.

3.1 Classificação de erro e vínculo com Função de MRE

No uso da classificação presente na Taxonomia proposta por Ainsworth [2] é destacada a importância de MRE no processo de aquisição de um conceito. No caso do presente estudo será explorado no processo de remediação de erro.

A correspondência com a classificação de erros e as principais funções de MRE presente na Taxionomia tem como objetivo explorar uma MRE no processo de remediação de forma a tornar mais precisa possível a interação do aluno na busca da solução.

No caso do presente estudo, organizou-se uma correspondência estrutural (Tabela 3.2), onde é possível visualizar o tipo de erro, a sub-classificação, a função das MREs correspondente e a proposição da remediação.

Tipo de Erro	Subclassificação	Função de MREs	Remediação
Interpretação equivocada	-	Papéis complementares	Propor outras formas de apresentar o problema com a possibilidade de o aprendiz fazer uma releitura a partir de uma simbolização matemática
Diretamente Identificáveis	Deficiência em relação ao domínio ou uso inadequado de dados	Funções de Restrição de Interpretação	Mostrar que, embora a estratégia possa estar correta, a deficiência se encontra no uso das informações.
	Deficiência de regra, teorema ou definição	Compreensão mais aprofundada	Apresentar a regra ou teorema, com o propósito de o aprendiz reorganizar conceito ou generalizar.
	Deficiência na escolha do operador correto	Compreensão mais aprofundada	Apresentar ao aprendiz que seu equívoco encontra-se na escolha do operador correto.
Indiretamente identificáveis	-	Restrição de interpretação	Mostrar ao aprendiz que a lógica adotada não resulta na solução do problema.
Solução não-categorizável	-	Compreensão mais aprofundada	Propor ao aprendiz a revisão de conceitos elementares ou presente na base de domínio.

Tabela 3.2: Composição da Classificação de erro e Função de MRE

A presente etapa permitiu visualizar a estruturação das funções de MRE que irão compor o processo de remediação de erro. Assim, foi possível tornar mais clara a classificação de erros, bem como o vínculo com função MRE. Vale destacar que tanto o uso da classificação de erro como o vínculo a função de MRE devem ter a contribuição de especialistas de educação, por se entender a complexidade e a importância da especialidade de cada remediação.

3.2 Aplicação de conceitos da Teoria ACT e Processo de Remediação de erro

A remediação de erros é a ação executada por um STI quando um erro é capturado pelo sistema, por meio da oportunidade de expressar fatos e/ou regras que possam orientar o aluno a corrigir seu erro, a partir da recuperação de conceitos esquecidos ou fragmentado, que afastam o aluno da correta resolução.

A proposta da remediação de erros apoiada em MRE tem como intuito manter o aluno no caminho correto de resolução com o uso de subetapas em um conjunto de etapas resolutivas de um problema. Assim, vislumbra-se a possibilidade de o aluno ampliar a sua base de conhecimentos a partir da reflexão e da manipulação de uma informação sob um outro aspecto.

O processo para a apresentação da remediação de erro, além de ter como suporte a classificação de erro vinculada à função de MRE. Também buscou-se considerar aspectos como a **persistência no erro** condicionada ao **número de tentativas**; **Sucesso ou fracasso com representação externa anterior** condicionada a **ação** do aprendiz. Assim, a complexidade e suporte ao aluno, neste caso envolvendo o conhecimento do especialista em na área de domínio do conhecimento.

A proposta do uso do modelo cognitivo baseado na teoria ACT exige que o sistema explore um conjunto de regras de produção, com o intuito de gerar, justamente, a possibilidade de multiplicidade de passos. Este aspecto é explorado quando se estrutura o enunciado de um problema a partir das etapas que compõem o processo resolutivo. A ideia central é que as etapas permitam encontrar os equívocos/erros do aluno.

O procedimento adota características do *model tracing*, que aborda o aluno de forma individualizada em seu caminho no processo de resolução de um problema, interpretando cada ação e respondendo de forma específica. Assim, se em algum momento a resposta do aluno não for validada, inicia-se o processo de remediação do erro, partindo da classificação do erro matemático e posterior vínculo à MRE. As habilidades do aluno são validadas por meio de uma sequência de regras de produção que verifica a resposta do aluno e a efetividade da MRE no processo de resolução.

Ao se explorar o conceitos referentes ao *model tracing* buscou-se relacionar o erro apre-

sentado inicialmente a uma sequência de disparos de regras, inicialmente, para classificar o erro matemático apresentado, depois mais uma sequência de disparos de regras para vincular a função de MRE e finalmente apresentar a MRE compatível com a ação do aluno, permitindo alguma forma de interação com o aluno para guiá-lo em direção ao caminho correto.

3.3 Desenvolvimento de Objeto de Aprendizagem

Para estruturar um OA que se valesse da arquitetura funcionalista proposta, utilizou-se uma ferramenta de autoria, FARMA.

FARMA (Ferramenta de Autoria para a Remediação de erros com Mobilidade na Aprendizagem) é uma ferramenta de autoria web que permite a criação de OAs, sendo uma das principais características da ferramenta a possibilidade de explorar os erros apresentados pelos alunos durante a interação com o OA [11].

As pesquisas que envolvem a ferramenta FARMA destacam como objetivos principais do uso para desenvolvimento de sessões de ensino: (a) redução dos esforços necessários para construção de softwares educacionais, caracterizado pela intuitividade; (b) redução da habilidade mínima necessária para lidar com conteúdos fora do domínio específico do autor. Um exemplo é o das linguagens de programação; (c) facilidade de prototipagem rápida, ou seja, é possível validar em tempo real a ideia final do OA. Aspectos que convergem nitidamente para a conclusão e para a validação da pesquisa referente ao uso de MRE para remediação de erros matemáticos [11].

Uma outra característica da ferramenta FARMA, além do foco de aprendizado pela própria interação e a facilidade em automatizar muitas das rotinas necessárias à implementação da arquitetura proposta nesta tese é que promove um aprendizado mais colaborativo em duas linhas principais: (a) onde é possível o professor interagir com o aluno no sentido de visualizar os seus erros e fornecer feedback, caracterizada como uma remediação

a longo prazo; (b) onde o aluno colabora com seus colegas auxiliando-os na correção dos erros cometidos. Assim pode ser possível vislumbrar outras aplicações futuras para dar continuidade ao estudo e à posterior validação.

O uso da ferramenta FARMA possibilitou maior liberdade na elaboração e na estruturação do OA desta pesquisa, bem como, na aplicação da arquitetura apresentada neste estudo.

3.4 Discussão sobre o Capítulo

O procedimento para organizar e acompanhar todo o processo de interação do aluno com o OA tem como suporte a Teoria do ACT, como mecanismo de definição do momento de apresentação de uma representação externa para propor uma remediação do erro do aprendiz. Com o objetivo de otimizar o caminho ideal do aluno para a aquisição de um conceito foi usado o modelo conhecido como, *model tracing*, que aborda a possibilidade de explorar a etapa no processo de resolução em que o aluno se encontra de forma individualizada a partir da identificação do caminho de solução de determinado problema. Neste caso, se fez necessário dividir um problema em etapas, a fim de identificar em que momento o aluno se desviou do caminho ideal, para a remediação de erro atuar por meio da apresentação de uma representação externa.

O *model tracing* tem como propósito viabilizar que o aluno receba a remediação durante o processo de solução e, não ao final, como comumente pode ser observado em produtos de software educativo. No caso, o aspecto a ser evitado é o de mensagens de feedback do tipo: “*tente novamente*”, “*resposta incorreta*”, “*signalizações na cor vermelho*” para chamar a atenção do aluno, desviando do processo de solução.

Ao longo das etapas que avançaram para atender à proposta da arquitetura funcionalista para oferecer remediação de erros baseada em classificação de erros vinculados à MRE foram organizados várias simulações para validar a viabilidade da arquitetura.

Primeiramente foi a classificação de erros matemáticos; a seguir a aplicação a domínio do conhecimento. Posteriormente, o desenvolvimento de um protótipo com avanço dos dois modelos anteriores, mas agregando a remediação de erro vinculado à função de MRE e, finalmente, o uso da ferramenta FARMA para a aplicação de testes com o usuário. Vale destacar que o apoio de um especialista no domínio do conhecimento explorado foi aspecto de relevância em todas as etapas do estudo. Os aspectos referentes à modelagem do OA e as possibilidades de aplicação são apresentados no capítulo de 5 (ESTUDO DE CASO) e capítulo 6 (Validação da Arquitetura: OA Pitágoras).

CAPÍTULO 4

PROPOSTA DE ARQUITETURA

O objetivo deste capítulo é apresentar a abordagem de uma arquitetura para diagnosticar e remediar o erro apresentado pelo aprendiz por meio de MRE. Os módulos que compõem a arquitetura funcionalista possuem comunicação interligada, visando granularizar as etapas do processo de remediação por MRE.

A aplicação de uma abordagem de remediação de erros faz o uso de MRE apoiada em uma abordagem arquitetural, a fim de identificar o erro apresentado pelo aluno e seguidamente classificá-lo, a partir das categorias já definidas para os erros, para, então, avançar no sentido da classificação da função da MRE e, finalmente, oferecer a remediação ao aluno por meio de uma representação externa.

Uma pesquisa anterior foi realizada por Oliveira [34], que pode ser acompanhada pela autora da desta tese. A proposta do estudo de Oliveira consistia na proposição de uma arquitetura funcionalista (Figura 4.1) composta de módulo de detecção de erros e classificação, além do processo de remediação com o uso de MRE.

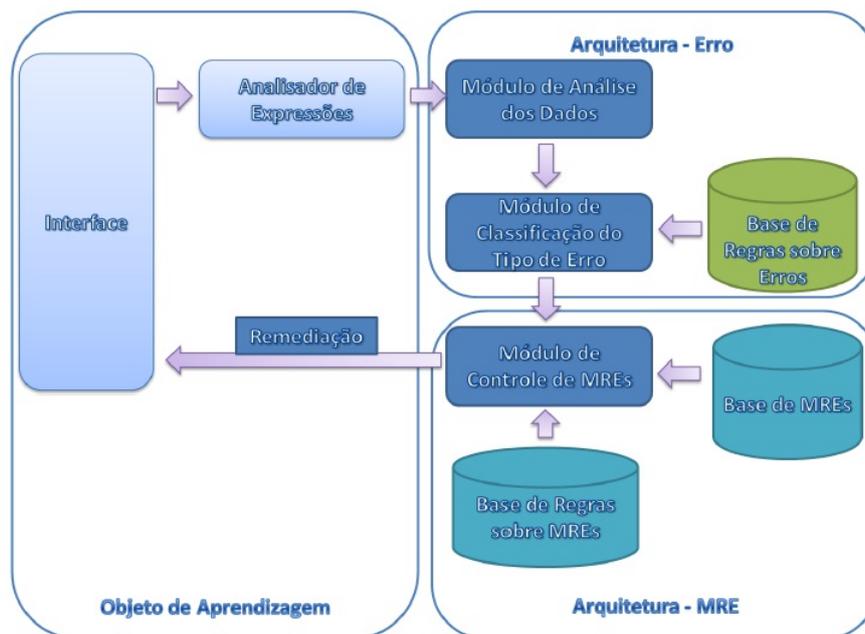


Figura 4.1: Arquitetura Funcionalista proposta por Oliveira [34]

Uma versão simplificada da arquitetura funcionalista sugerida pode ser observada na figura 4.2, que também foi apresentada em publicações ([38]; [41]) referentes aos estudos que acompanham a tese.

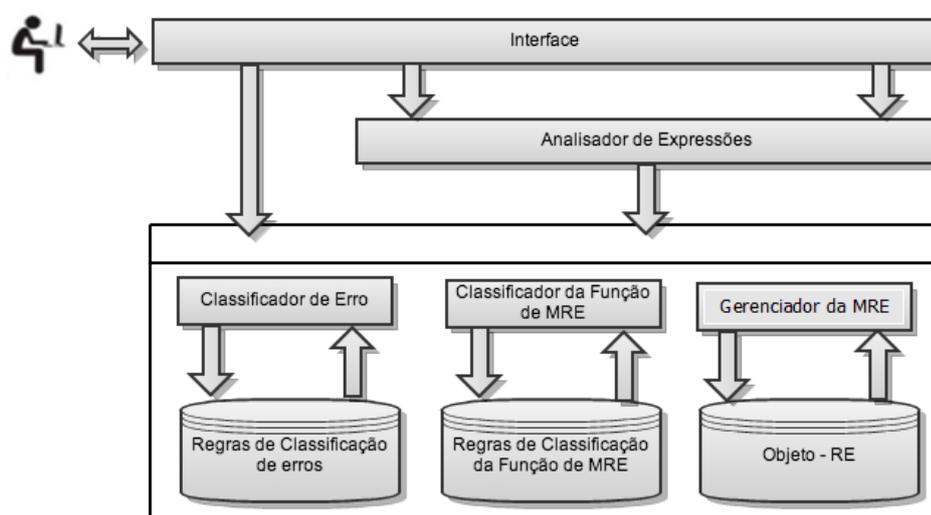


Figura 4.2: Arquitetura Funcionalista

Os respectivos módulos e interligações serão apresentados nas próximas seções, sendo que foram vinculados à ferramenta de autoria FARMA [11], onde foram validados consecutivos aspectos da arquitetura proposta, bem como, a possibilidade de uso no processo

de remediação de erro matemático baseado em MRE.

4.1 Módulo Identificador de Expressões

O referido módulo tem como objetivo fazer a conexão entre o OA e o sistema, sendo responsável pela comunicação inicial, além de receber a resposta do aluno para identificar como acerto ou erro. No caso do acerto pelo aluno os demais módulos subsequentes a este não serão acionados, mas em caso de erro, o Módulo Classificador de Erro é acionado. A Figura 4.3 apresenta um exemplo de regra que fazem parte do módulo Identificador de Expressões.

```

ENQUANTO (fimExercicio == falso) FAÇA
    respostaDoAluno = LerCampoSentenca();
    acao = "sentenca";
    numeroTentativas = numeroTentativas +1;
    SE (RespostaDoAluno != RespostaCerta) ENTAO
        ModuloClassificadorDeErro(acao; respostaDoAluno, numeroTentativas);
    SENAO
        fimExercicio = verdadeiro;
    FIM SE
FIM ENQUANTO

```

Figura 4.3: Estrutura do Módulo Identificador de Expressões

O Módulo Identificador de Expressões irá passar para o Módulo Classificador de Erro as seguintes informações:

- Erro: Capturado da interação com o aprendiz; poderá ser referente ao início, ao meio ou ao fim do caminho de resolução;
- Ação: Se refere à etapa do processo de resolução em que o aprendiz se encontra. Esse fato irá permitir uma instrução para o aprendiz (remediação) antes que o processo de resolução final seja apresentado, ou seja, a etapa da resolução para o tipo de MRE a ser apresentado depende desta informação;
- Tentativas: o número de tentativas tem como objetivo inicial validar se a MRE apresentada na remediação foi suficiente para o avanço do aprendiz.

O presente módulo é apenas um identificador de acerto ou de erro do aprendiz, mas é também, a chave para os demais módulos da arquitetura.

4.2 Módulo Classificador de Erro

A partir da identificação do dado ou expressão como erro, pelo Módulo Identificador de Expressões, então o Módulo Classificador de Erro tem como objetivo identificar o tipo de erro apresentado pelo aprendiz. Este módulo classificará o erro por meio regras presentes no Módulo de Regras sobre classificação de erro, que contém a classificação de erros organizadas neste estudo (Interpretação Equivocada, Diretamente Identificáveis, Indiretamente Identificáveis e Solução não-categorizável).

O processo para a organização dos possíveis erros presentes em determinados conceitos terá como suporte um especialista, para, posteriormente, ser estruturado em uma base de regras. A entrada deste módulo será um dado ou expressão que terá sido previamente identificada como erro. Além da captura do erro, serão armazenadas a ação e o número de tentativas do aprendiz.

A Base de Regras sobre Classificação de Erro tem como objetivo classificar o erro capturado. A ação e o número de tentativas armazenados terão como propósito individualizar a remediação junto ao aluno, uma vez que pretende-se acompanhar o aluno durante o processo de resolução. A ação irá mapear em que subetapa em um conjunto de etapas de resolução o aluno se encontra. O número de tentativas será responsável por identificar o sucesso ou fracasso da MRE oferecida para a remediação.

Para uma melhor ilustração do funcionamento dos módulo em um OA adotou-se um exemplo envolvendo um conceito matemático de Geometria. Um esboço de uma possível interface pode ser observado na Figura 4.4.

Neste caso, a possibilidade de analisar a trajetória de resolução do aluno iniciaria com

Problema: Duas retas paralelas cortadas por uma transversal formam ângulos colaterais externos cujas medidas, em graus, são dadas por x e $2x + 30$. Calcule a medida desses ângulos.

Sentença:

Valor de x :

Medida ângulo 1:

Medida ângulo 2:

Figura 4.4: Interface do Objeto de Aprendizagem *Inteligente*

a solicitação da apresentação da sentença, que posteriormente definiria a solução final do problema, mas antes seria necessário que o aluno identificasse o valor da variável x e, após, identificasse o valor de cada ângulo do problema. A sentença-resposta seria capturada para validar. Algumas das soluções possíveis para a sentença resolutive estão presentes na Tabela 4.1.

Sentença/erro	Classificação do erro	Sub-classificação
$a + b = 180$	Interpretação Equivocada	
$2x+30 = x$	Diretamente Identificáveis	Deficiência de domínio ou uso inadequado de dados
$2x+30 + x = 90$	Diretamente Identificáveis	Deficiência de regra, teorema ou definição
$2x+30 - x = 180$	Diretamente Identificáveis	Deficiência na escolha do operador correto
$x*(2x+30) = 180$	Indiretamente Identificáveis	
$3*(2x+30) - x = 180$	Solução não-aceitável	

Tabela 4.1: Exemplo de categorização de erros

O erro adotado para ilustrar a proposição seria o aluno apresentar a sentença: $(2x+30) + x = 90$. No caso desta sentença é provável que o aluno tenha confundido o conceito entre ângulos complementares e suplementares. Posteriormente a resposta para a variável x seria o valor 20, quando deveria ser 50.

Para este tipo de erro de sentença teríamos a entrada do *erro*, a ser classificado pela base de regras para Classificação de Erro, recebendo como retorno a classificação: *Di-*

retamente Identificável, e como subtipo deficiência de regra, teorema ou definição.

```

SE (RespostaDoAluno == "2x+30=x") ENTAO
    TipoErro = "Diretamente Identificáveis";
    SubTipoErro = "Deficiência de domínio ou uso inadequado de dados";

SENAO SE (RespostaDoAluno == "2x+30+x=90") ENTAO
    TipoErro = "Diretamente Identificáveis";
    SubTipoErro = "Deficiência de regra, teorema, definição";

SENAO SE (RespostaDoAluno == "2x+30-x=180") ENTAO
    TipoErro = "Diretamente Identificáveis";
    SubTipoErro = "Deficiência de escolha de operador correto";

FIM SE

```

Figura 4.5: Regras de Classificação de erro

A Figura 4.5 apresenta um exemplo de regras que fazem parte da Base de Regras do Módulo Classificador de Erro.

4.3 Módulo Classificador de Função de MRE

O principal objetivo deste módulo é identificar qual função das MRE (Papéis complementares, Restrição de interpretação ou Compreensão mais aprofundada) se correlaciona com a classificação de erros. Esse módulo tem seu destaque dentro da arquitetura referente as MRE, uma vez que começa a desencadear o processo de remediação de erros.

Esta etapa consiste em receber a entrada (erro, ação, número de tentativas e tipo de erro) e então validar o *tipo de erro* na base de regras (Base de Regras sobre Função da MREs). A base de regras deste módulo tem como objetivo principal determinar a função da MRE.

Dando continuidade ao exemplo sobre ângulos teríamos a entrada *erro*, que continuaria sendo armazenado; a *ação*, o número de *tentativas*; o *tipo de erro* já identificado e

classificado (Identificável Diretamente - deficiência de regra, teorema ou definição). Este último precisa ser validado na base de regras sobre Função de MREs. No caso, teríamos como classificação para MREs, função de *Compreensão mais aprofundada*.

```
SE (TipoDeErro == "Diretamente Identificáveis" E
    SubTipoErro == "Deficiência de regra, teorema, definição") ENTÃO
    FuncaoMRE = "Restrição de Interpretação";
FIMSE
```

Figura 4.6: Regras de Classificação de Função MRE

O Módulo Classificador de Função de MRE também possui uma Base de Regras de Classificação de Função de MRE. A Figura 4.6 apresenta um exemplo de regras da base.

4.4 Gerenciador de MRE

No Gerenciador de MRE se definirá qual o tipo de remediação que o aluno necessita para avançar em sua estratégia de resolução do problema. Como entrada o módulo recebe: *erro*, *ação*, número de *tentativas* e *função MRE*. Note que neste módulo não é necessário continuar armazenando o tipo de erro, uma vez que já foi usado para a classificação de MRE.

A função do Gerenciador é a escolha da apresentação da MRE no momento da remediação do erro já classificado, bem como, armazenar a última representação apresentada para avançar na eficácia junto ao aprendiz.

O repositório de objetos para representações externas tem como função selecionar qual representação externa será mais significativa para o aprendiz, considerando os seguintes critérios:

- Persistência no erro: É provável que o tipo de representação externa apresentada não seja suficiente para o aprendiz avançar em seu processo de aprendizagem, assim

seria relevante mudar o tipo de MRE;

- Sucesso ou fracasso com a representação externa em situações anteriores: Alguns critérios como idade, familiaridade, experiência, entre outros. O referido aspecto poderia ser determinante ao perfil do aprendiz;
- Maior ou menor complexidade da situação apresentada ao aprendiz: Para uma tarefa de pouca complexidade seria relevante usar representações externas menos complexas e continuamente avançar para outras mais complexas. Um exemplo seria apresentar uma representação pictórica para incentivar uma estratégia de percepção ou uma representação matemática para incentivar a geração de uma regra baseada em manipulação de símbolos [66].
- Máximo ou mínimo de suporte: Um aprendiz que já apresentasse uma certa experiência e/ou conhecimento para determinado conhecimento poderia se mostrar indiferente para determinadas representações. Um exemplo seria mostrar uma tabela quando o aprendiz parece ter interesse por gráficos;

Os dois primeiros itens enumerados poderiam ser facilmente explorados por meio do módulo gerenciador uma vez que a **persistência no erro** estaria vinculado ao **número de tentativas**; **Sucesso ou fracasso com representação externa anterior** vinculado à **ação** do aprendiz. O item referente a *Complexidade* ao aluno poderia estar associado à quantidade possível de MRE que serão disponibilizados para cada etapa do processo resolutivo e o *Suporte*, também poderia ser designado em número de MRE. Vale destacar que os dois últimos itens dependem diretamente da contribuição de um especialista da área do conhecimento de domínio explorado.

Finalizando o exemplo apresentado, após o módulo Gerenciador de MRE consultar os critérios para a apresentação de uma representação externa retornaria com a remediação através de uma representação, através de uma regra presente no Classificador de MRE (Figura: 4.7). Para que este tipo de erro acontecesse seria necessário que o aluno se equivocasse com os conceitos a respeito de ângulos colaterais externos, e nesse caso, poderia

ser suficiente um breve feedback com a apresentação da figura.

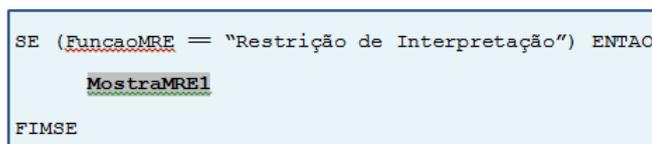


Figura 4.7: Apresentação de MRE

Considerando que estamos na primeira etapa de um conjunto de subetapas que o aluno possa percorrer, o Gerenciador de MRE irá apresentar a figura 4.8 como Remediação baseada em MRE.

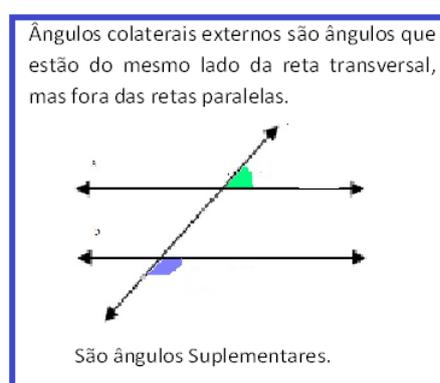


Figura 4.8: MRE apresentada como Remediação para o erro de sentença

Vale destacar que tanto a classificação do erro matemático como o vínculo a função de MRE e a posterior representação externa terão como suporte um especialista do domínio do conhecimento escolhido. Os exemplos apresentados nesta seção foram modelos ilustrativos para ilustrar a ideia.

4.5 Discussão sobre o Capítulo

A Arquitetura Funcionalista (Figura 4.2) apresentada teve o objetivo principal atender à proposição de remediação de erros matemáticos por meio de MRE, a partir de uma classificação de erro aplicada a OA.

Inicialmente pensou-se em modelos no formato de protótipo para validar a referida arquitetura com OA matemáticos, mas não se descarta a possibilidade de aplicação a outras

áreas do conhecimento, uma vez que se vislumbra uma arquitetura modular. A aplicação em outras áreas demandaria da construção de uma classificação de erro específica, bem como, representações externas compatíveis com o domínio do conhecimento, assim como, especialistas da área, o que não é possível neste momento.

Este capítulo apresenta o resultados encontrados durante o estudo, que foram aceitos pela comunidade científica da área, como segue:

- *A user-interface environment as a support in maths teaching for deaf children* na 12th International Conference on Enterprise Information Systems (ICEIS-2010), que permitiu validar as contribuições de MRE em ambientes de aprendizagens mediados por computador. A partir do estudo já desenvolvido por Leite [25] foram analisadas as contribuições de MRE aplicadas ao ambiente para ensino de matemática para surdos [51]. Este foi o primeiro contato teórico do referido pesquisador com a Teoria de MRE;
- *Um estudo sobre classificação de erros: uma proposta aplicada a Objetos de Aprendizagem* no 22º Simpósio Brasileiro de Informática na Educação (SBIE-2011) publicação que demandou de um estudo focado na classificação de erros matemáticos e as funções das MRE a serem aplicados à OA para remediação de erros [35];
- *Um Processo de Remediação de Erros com Base no Uso de Múltiplas Representações Externas no Contexto de Objetos de Aprendizagem* no 23º Simpósio Brasileiro de Informática na Educação (SBIE-2012) do Congresso Brasileiro de Informática na Educação, do qual a pesquisadora participou efetivamente em conjunto com o autor principal e orientador na análise e elaboração das MRE, para propor feedback ao aluno durante a interação com o Objeto de Aprendizagem Finance [39];
- *Remediação de erros baseada em Múltiplas Representações Externas e classificação de erros aplicada a Objetos de Aprendizagem Inteligentes* no 23º Simpósio Brasileiro de Informática na Educação (SBIE-2012) do Congresso Brasileiro de Informática na Educação, sendo colocados para validação da comunidade acadêmica a classificação

de erros matemáticos estruturada e vinculada à MRE, bem como, a arquitetura funcionalista que embasa o estudo. Neste estudo já foi possível apresentar a aplicação da arquitetura funcionalista, composto da classificação de erros vinculada a MRE para remediação de erro matemático, ao OA Pitágoras [38];

- *Objeto de Aprendizagem Pitágoras: uma aplicação do uso de Múltiplas de Representações Externas na Remediação de Erros Matemáticos* no Desafie! - II Workshop de Desafios da Computação Aplicada à Educação do XXXIII Congresso da Sociedade Brasileira de Computação - (CSBC-2013), que apresentou os resultados do primeiro experimento em uma escola pública do estado da cidade de Curitiba (PR), apresentando os arcabouços conceituais da classificação de erros matemáticos e das Múltiplas Representações Externas, bem como, a aplicação e resultados do experimento; [41]
- *Multiple External Representations in Remediation of Math Errors* no 15th International Conference on Enterprise Information Systems - ICEIS (2013), artigo apresentou os resultados do pré-teste e do pós-teste do experimento realizado com o OA Pitágoras já com o uso da ferramenta FARMA, validando arquitetura funcionalista; [40]

A pesquisa sobre classificação de erros matemáticos discutida neste artigo apresentou um embasamento teórico para atender a demanda da pesquisa. O estudo teve como objetivo a escolha de uma classificação que oportunizasse uma classificação com nomenclatura uniforme, a fim de facilitar a classificação do erro apresentado pelo aprendiz.

A proposta de análise de estudos sobre classificação de erros, apresentadas por Radatz (1979) e Movshovitz-Hadar e Zaslavsky (1987) tinha como objetivo a complementaridade de uma classificação única e abrangente. Mas com a evolução do estudo percebeu-se a consistência e completude dos autores citados, justamente porque nos demais estudos apenas foi encontrada uma classificação bem próxima, que pareceu evidenciar-se por uma denominação distinta. Esse fato gerou uma nova análise organizada por erros:

- Interpretação equivocada da linguagem: este tipo de erro alertaria para a dificuldade do aprendiz em avançar na compreensão da estrutura do problema, ou seja, dificuldade para interpretar o que está sendo solicitado para, então ser formulada uma estratégia;
- Diretamente Identificáveis: este tipo de erro pode ser sub-classificado como erro de deficiência no domínio ou uso inadequado de dados; erro de deficiência de regra, teorema ou definição, e erro referente a operador lógico.
- Indiretamente identificáveis: demandam do acompanhamento passo-a-passo do aprendiz. A classificação contempla o erro cometido pela falta de lógica correta, neste caso, o aprendiz pode apresentar uma classificação incorreta, uma resposta para uma estratégia incorreta e/ou transformação sem avanço;
- Solução não-categorizável: o erro cometido nesta categoria tem como objetivo contemplar a inexistência de classificação entre os demais. Neste caso, o aprendiz poderia estar no nível máximo de imaturidade para um determinado conceito e com isso propor estratégias aleatórias a resolução.

O destaque especial para o estudo de uma classificação de erros matemáticos é o vínculo e a complexidade em se mapear todo o tipo de erro que possivelmente possa ser cometido em qualquer conteúdo matemático. A classificação proposta ainda demanda de mais estudos, bem como, de validações para diferentes conteúdos matemáticos, podendo, assim, surgirem outras subcategorias.

4.6 Classificação de erros e o processo de remediação de erros

O uso das funções de MRE para oferecer a remediação do erro permitiu organizar uma tabela classificatória apresentada no Capítulo 3 (Tabela 3.2) para contextualizar a proposição deste estudo. Nesta tabela é possível visualizar o tipo de erro, sub-classificação, função das MREs e a proposição da remediação.

4.7 Validação da classificação de erros aplicadas a um conceito

Para uma melhor compreensão e visualização da aplicação da classificação de erros com o processo de remediação baseado MREs buscou-se escolher conceitos do campo matemático que apresentassem um variada gama de possíveis erros a serem cometidos por alunos durante o processo de resolução.

4.7.1 Aplicação no campo da Aritmética

A Aritmética é o ramo mais elementar da Matemática que utiliza números com suas possíveis operações, ou seja, trata todos os aspectos externos dos modelos matemáticos. Alguns exemplos dos referidos aspectos são o sistema de representação de números e os algoritmos para as operações fundamentais. Através da Aritmética é possível prover uma organização adequada e oferecer oportunidades para o desenvolvimento de processos matemáticos.

A habilidade para cálculos depende de estruturas, nas quaise se destacam o domínio da contagem e das combinações aritméticas. Como se sabe, a aprendizagem de um repertório de cálculos não depende da memorização de uma determinada operação, mas sim, da construção, da organização e da consequente memorização compreensiva desses fatos.

Exemplo. *Pedro comprou 10 laranjas e Helena comprou 6 laranjas a mais que Pedro. Quantas laranjas Helena comprou?*

Para o referido exemplo é possível considerar alguns tipos de erros e remediações associadas a partir da vinculação à função de MRE. A Tabela 4.2 tem com objetivo esclarecer a classificação do possível erro apresentado pelo aprendiz, bem como, a representação externa para o processo de remediação.

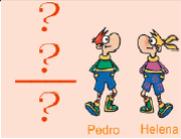
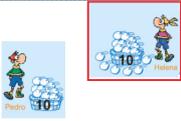
Tipo de Erro	Subtipo	Erro apresentado	Função de MREs	Remediação
Interpretação equivocada	-	O aprendiz não consegue avançar em nenhuma estratégia porque pode estar com dificuldade de passar o problema da linguagem verbal para a matemática.	Papéis complementares	
Diretamente Identificáveis	Deficiência do domínio ou uso inadequado de dados	O aprendiz não consegue identificar que Helena possui uma quantidade maior.	Funções de Restrição de Interpretação	
	Deficiência de regra, teorema ou definição	O aprendiz ainda não se apropriou da parte conceitual, quando não consegue identificar cada personagem com suas respectivas quantidades.	Compreensão mais aprofundada	
	Deficiência na escolha do operador correto	A estratégia do aprendiz apresenta a seguinte solução: $10 - 6 = ?$	Compreensão mais aprofundada	
Indiretamente identificáveis	-	O aprendiz não consegue perceber que a quantidade de laranjas de Helena é maior que a de Pedro.	Restrição de interpretação	
Solução não-categorizável	-	Caso o erro cometido não esteja contemplado em nenhuma classificação acima, o erro será incluído nesta seção até ser analisada a necessidade de uma nova categoria.	Compreensão mais aprofundada	Neste caso será apresentado ao aprendiz os principais conceitos aritméticos para retomar a base conceitual do aprendiz.

Tabela 4.2: Aplicação no campo da Aritmética

O campo da Aritmética é vasto e dependendo da forma como é explorado pode ser bastante complexo. Um exemplo é a classificação de problemas aritméticos proposta por Vergnaud ([59]). No entanto, este estudo de caso focou apenas a categorização do erro matemático, o vínculo a função MRE e a remediação do erro através de uma representação externa. É possível que existam outras representações externas, que oportunizem uma melhor compreensão pelo aprendiz, mas no momento não foi o foco da proposta do estudo de caso.

4.7.2 Aplicação no campo da Geometria

A Geometria é uma parte da Matemática que estuda o espaço e as figuras que podem ocupá-lo. A aquisição dos conceitos nesta área pode surgir a partir de experiências, ou intuitivamente, com a caracterização do espaço por certas qualidades fundamentais, também denominadas axiomas de geometria. Se os axiomas não são provados, mas podem ser usados em conjunto com os conceitos matemáticos de ponto, linha reta, linha curva, superfície e sólido para chegar a conclusões lógicas, então passam a ser denominados de teoremas.

Também fazem parte desta área os postulados e definições que estruturam a construção do conceito. Assim a Geometria é composta pelos conceitos: ponto, reta e plano; posições relativas entre retas; ângulos; triângulos; quadriláteros; polígonos; perímetro e áreas de regiões planas.

Como objeto para explorar a classificação de erros e o processo de remediação por meio de MRE foi usado um exemplo que contemplava conceitos sobre duas retas cortadas por uma transversal.

Exemplo. *Duas retas paralelas cortadas por uma transversal formam ângulos colaterais externos cujas medidas, em graus, são dadas por x e $2x + 30$. Calcule a medida desses ângulos.*

Um dos erros poderia ser a *Interpretação Equivocada*, ou seja, o sistema detecta que o erro cometido pelo aprendiz refere-se à dificuldade para transitar entre os tipos de linguagem (verbal e matemática). Neste caso, a função de MRE seria de *Papéis Complementares*, sendo apresentado o mesmo problema, mas com numa linguagem matemática.

Outro tipo de erro poderia ser do tipo *Identificável Diretamente*, com deficiência no teorema, onde o aprendiz confunde as propriedades referentes a paralelas cortadas por uma transversal e deduz que os ângulos possam ser colaterais correspondentes. Neste caso, é classificado como sendo da função de *Restrição de Interpretação* e para remediação da falha, além da revisão da propriedade é apresentada uma figura.

Para uma melhor compreensão a Tabela 4.3 apresenta possíveis erros que possam ocorrer para o referido problema.

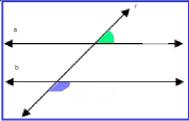
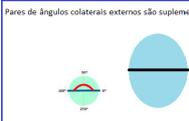
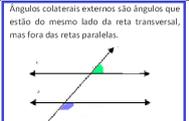
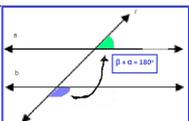
Tipo de Erro	Subtipo	Erro apresentado	Função de MREs	Remediação
Interpretação equivocada	-	Não consegue avançar em nenhuma estratégia porque está com dificuldade de passar o problema da linguagem verbal para a matemática.	Papéis complementares	
Diretamente Identificáveis	Deficiência do domínio ou uso inadequado de dados	Deduz que os ângulos são colaterais correspondentes e identifica como ângulos iguais. ($x = 2x+30$)	Funções de Restrição de Interpretação	<p>Pares de ângulos colaterais externos são suplementares.</p>  <p>Dois ângulos são suplementares quando a soma corresponde a 180 graus.</p>
	Deficiência de regra, teorema ou definição	Os pares de ângulos colaterais externos são suplementares. Dois ângulos são suplementares quando a soma é igual 180 graus.	Compreensão mais aprofundada	<p>Ângulos colaterais externos são ângulos que estão do mesmo lado da reta transversal, mas fora das retas paralelas.</p>  <p>São ângulos Suplementares.</p>
	Deficiência na escolha do operador correto	A estratégia adotada apresenta a seguinte solução: $x + 2x + 30 = 180$ $3x = 180 + 30$ $x = 70$	Compreensão mais aprofundada	$x + 2x + 30 = 180$ $3x = 180 - 30$ <p>Operação Inversa.</p> $x = 70$
Indiretamente identificáveis	-	Ao invés de usar a soma dos ângulos suplementares, adota a subtração entre os ângulos: ($2x + 30 - x = 180$)	Restrição de interpretação	

Tabela 4.3: Aplicação no campo da Geometria

O exemplo acima apresentou uma perspectiva mínima dos tipos de erros que poderiam ocorrer para esta situação, ainda não foi descartado outros prováveis erros para este conceito.

4.7.3 Aplicação no campo da Porcentagem

A Porcentagem é definida como a a centésima parte de uma grandeza, ou seja, seu cálculo é baseado em 100 unidades. De forma prática, pode-se dizer que a Porcentagem serve para representar o *quanto* de um *todo* está se referindo.

Uma de suas grandes aplicações é o mercado financeiro para capitalizar empréstimos e aplicações, expressar índices inflacionários e deflacionários, descontos, aumentos, taxas de juros, entre outros. No campo Estatístico, a Porcentagem possui participação ativa na apresentação de dados comparativos e organizacionais.

Assim para validar a proposição do campo da Porcentagem fez-se suposição a partir OA, **Finance**¹ desenvolvido pelo CONDIGITAL (MEC/UFPR), onde são explorados problemas envolvendo o conceito.



Figura 4.9: Problema de porcentagem do FINANCE

¹<http://condigital.c3sl.ufpr.br/finance/>

Para o referido problema do **Finance** tem-se as seguintes proposições:

Você pretende comprar um rádio cujo valor é R\$ 378,00. No entanto, você tem R\$ 240,00 para dar entrada. Optando pelo pagamento a vista é possível conseguir um desconto de 30 por cento. Assim:

- Qual é o preço do rádio a vista?
- Você possui dinheiro suficiente para pagar o rádio?

Para este tipo de situação foi organizada em uma Tabela (Tabela: 4.4) a estrutura de classificação de erro vinculada à função MRE com possíveis MRE para remediar a interação do aprendiz.

Tipo de Erro	Subtipo	Erro apresentado	Função de MREs	Remediação
Interpretação equivocada	-	O aprendiz não consegue avançar em nenhuma estratégia, porque pode estar com dificuldade de passar o problema da linguagem verbal para a matemática.	Papéis complementares	
Diretamente Identificáveis	Deficiência do domínio ou uso inadequado de dados	O aprendiz na aplica corretamente o conceito de porcentagem.	Funções de Restrição de Interpretação	$30\% = 30/100 = 0,3$
	Deficiência de regra, teorema ou definição	O aprendiz não identifica a relação de desconto.	Compreensão mais aprofundada	
	Deficiência na escolha do operador correto	O aprendiz equivoca-se e calcula um acréscimo de 30 por cento.	Compreensão mais aprofundada	
Indiretamente identificáveis	-	O aprendiz não apresenta uma lógica correta para o conceito de desconto.	Restrição de interpretação	$30\% = \frac{30}{100}$ $P = (30\%)300$ $P = \frac{30}{100} \cdot 300$ $P = \frac{9000}{100}$ $P = 90$
Solução não-categorizável	-	Caso o erro cometido não esteja contemplado em nenhuma classificação acima, o erro será incluído nesta seção até ser analisada a necessidade de uma nova categoria.	Compreensão mais aprofundada	Neste caso será apresentado ao aprendiz os conceitos que embasam conhecimentos prévios referente a porcentagem

Tabela 4.4: Aplicação no campo da Porcentagem

O objeto de aprendizagem FINANCE apresenta outros exemplos de problemas envolvendo porcentagem, mas optou-se aplicar a categorização de erros e o vínculo às funções MREs somente com uma situação-problema. Ainda assim, é possível ter-se uma ideia dos tipos de representações externas, que poderiam ser usadas no processo de remediação do erro.

4.8 Discussão sobre o Capítulo

A aplicação do estudo sobre categorização de erros matemáticos, bem como, o vínculo às funções de MREs para a proposição de uma remediação do erro apresentado pelo aprendiz conduziu o estudo para um possível esboço da aplicação. De forma genérica, optou-se por uma aplicação nos campos da Aritmética, da Porcentagem e da Geometria, a fim de validar a aplicação da categorização de erros e as possibilidades de representações externas baseadas em MREs.

Vale salientar que todo o aporte conceitual do ramo de aplicação matemática terá como consultor um especialista da Educação Matemática, viabilizando aspectos conceituais mais eficientes no que se refere à aquisição de um conceito pelo aprendiz.

Os estudos de caso tiveram como objetivo elucidar a proposição da pesquisa de forma mais prática e específica ao ramo do conhecimento adotado.

CAPÍTULO 5

VALIDAÇÃO DA ARQUITETURA: OA PITÁGORAS

O referido Capítulo tem como objetivo apresentar a arquitetura funcionalista utilizada para elucidar a proposta de estudo. Além da descrição do roteiro utilizado na aplicação de dois experimentos para validar a eficiência da utilização de remediação através de MRE a partir de uma classificação de erros.

Em um momento inicial houve o contato com uma professora de uma escola Pública Estadual da cidade de Curitiba - Escola Bom Pastor, a professora de Matemática aderiu rapidamente a proposta, até mesmo por também ser pesquisadora de Educação Matemática e supervisora do Projeto Interdisciplinar de Pedagogia e Matemática, que faz parte do PIBID-UFPR (Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência) foi definido o campo de conhecimento, no caso, o Teorema de Pitágoras e as turmas a serem abordadas, 9º do Ensino Regular. Posteriormente, após alguns resultados considerou-se relevante aplicar novamente o experimento já com as alterações consideradas necessárias encontradas no primeiro experimento, então foi possível efetivar a proposta com os alunos do curso Técnico em Informática do SENAI, de São José dos Pinhais.

O objetivo da presente pesquisa foi avaliar a contribuição do uso das MREs no processo de remediação de erros durante o ensino-aprendizagem por meio de OAs. Os OAs utilizados no experimento, Pitágoras Max e Mix, foram desenvolvidos por meio da ferramenta de autoria FARMA (Ferramenta de Autoria para a Remediação de erros com Mobilidade na Aprendizagem), onde foram estruturados exercícios envolvendo o conceito de Teorema de Pitágoras, conforme definido inicialmente com o especialista de matemática.

O OA Pitágoras Max (Figura 5.1) atualmente contém todas as características e pro-

priedades abordadas na arquitetura proposta na presente pesquisa, ou seja, explora o processo de remediação a erros por meio de MRE, a partir de uma classificação de erros matemáticos.

Objeto de Aprendizagem Pitágoras Max - Senai - Curitiba/PR

[Página anterior](#) | Exercício 1: Atividade 1 | [Próximo página](#)

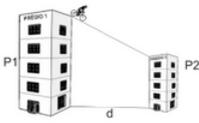
Atividade 1

Um ciclista acrobático deseja atravessar de um prédio a outro com uma bicicleta especial por meio de um cabo de aço rígido.

O prédio de partida tem a altura de 75 metros e o de chegada tem a altura de 25 metros. A distância entre as duas torres é de 120 metros.

Etapa 1

Quais as medidas indicadas na figura?



Obs: Informe a altura do Prédio 1 (P1), Prédio 2 (P2) e a distância (d) entre as torres respectivamente e separado por ponto e vírgula(,).

Resposta:

Clique aqui para responder

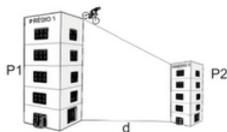
Figura 5.1: Atividade proposta no Pitágoras Max

Outro ponto de destaque do Pitágoras Max é que fornece um aprendizado gradual por meio da estruturação de passos, que neste caso do OA foram transformados em etapas de resolução a partir da partição do enunciado de um problema, possibilitando aplicar os conceitos presentes no ACT, como *model tracing*. A Figura 5.2 apresenta uma remediação do erro, para a terceira tentativa, do aluno ao se equivocar na etapa inicial da atividade, que consistia na identificação dos valores iniciais.

Um ciclista acrobático deseja atravessar de um prédio a outro com uma bicicleta especial por meio de um cabo de aço rígido. O prédio de partida tem a altura de 75 metros e o de chegada tem a altura de 25 metros. A distância entre as duas torres é de 120 metros.

Etapa 1

Quais as medidas indicadas na figura?



Obs: Informe a altura do Prédio 1 (P1), Prédio 2 (P2) e a distância (d) entre as torres respectivamente e separado por ponto e vírgula(,).

Resposta:

Incorreto

8,6;7

Resposta Incorreta, analise a dica e tente novamente

Tentativa: 3

Observe mais atentamente,...

Figura 5.2: MRE apresentada pelo Pitágoras Max

A cada interação do aluno com os exercícios propostos o erro apresentado é classificado, e também é armazenada a etapa pertinente ao evento em que o aluno se encontra, validado a ordem do equívoco, vinculado as funções de MRE, para então ser apresentada a remediação do erro.

O OA Pitágoras Mix (Figura 5.3), conforme definido anteriormente, foi organizado para apresentar os mesmo problemas matemáticos envolvendo o Teorema de Pitágoras presente no OA Max, porém as atividades são apresentadas sem uso de MREs, ou seja, somente o texto do enunciado é exibido ao aluno e não é utilizado nenhum tipo de remediação de erros com MREs. Ao aluno informar a resposta equivocada o OA somente destaca a resposta através de uma linha vermelho e a palavra *Incorreto*.

As validações dos enunciados, a divisão em etapas, a classificação de erros matemáticos e posterior organização das MREs contaram com contribuições de especialistas da educação, professores do doutores do programa de Doutorado da UFPR e do pesquisador e desenvolvedor da ferramenta FARMA¹. Vale destacar que foram inúmeras rodadas

¹<http://farma.educacional.mat.br/>

Ferramenta de Autoria FARMA
 Ferramenta de Autoria para a Remediação de erros com Mobilidade na Aprendizagem.
 Construa Objetos de Aprendizagem para o ensino de matemática

Home / Objeto de aprendizagem Pitágoras Mix - Senai - Curitiba/PR / Exercício 1: Atividade 1

Objeto de Aprendizagem Pitágoras Mix - Senai - Curitiba/PR

[Página anterior](#)
Exercício 1: Atividade 1
[Próxima página](#)

Atividade 1

Um ciclista acrobático deseja atravessar de um prédio a outro com uma bicicleta especial por meio de um cabo de aço rígido. O prédio de partida tem a altura de 75 metros e o de chegada tem a altura de 25 metros. A distância entre as duas torres é de 120 metros.

Questão 1
 Qual é a medida mínima do comprimento do cabo de aço?

Resposta:

Clique aqui para responder

Figura 5.3: Atividade proposta no Pitágoras Mix

de análise e validação de cada detalhe do OA Pitágoras Mix² e do OA Pitágoras Max³, inclusive no que se refere a formulação do texto que compõem a apresentação do conteúdo.

5.1 Hipóteses utilizadas no experimento

Para compor a análise estatística foram estruturadas as seguintes hipóteses:

- *Hipótese nula*: onde o efeito da aprendizagem nos níveis de conhecimento, compreensão e aplicação do grupo experimental não apresenta índices superiores aos do grupo de controle;
- *Hipótese I*: onde o efeito de aprendizagem nos níveis de conhecimento, compreensão e aplicação do grupo experimental apresenta índices superiores aos do grupo de controle;
- *Hipótese II*: onde o uso do Objeto de Aprendizagem torna o processo de aprendizagem mais atrativo. A hipótese II usou como suporte para a análise o resultado do questionário de satisfação aplicado após o participante cumprir as tarefas no OA.

²<http://farma.educacional.mat.br/published/los/51a0cc66759b7491ef00004b>

³<http://farma.educacional.mat.br/published/los/51a018ab759b7491ef00003d>

O experimento procurou encontrar uma confirmação positiva para o uso de MREs no processo de Remediação do erro, explorando a arquitetura proposta. Assim, se esperava encontrar resultados significativos no uso do OA Pitágoras Max, que apresentava a remediação do erro com MREs, com a apresentação da atividade dividida em etapas.

5.2 Teste de validação: Escola Pública

O teste de validação inicial contou com a colaboração da professora de matemática da rede estadual de ensino do 9º ano do ensino regular da Escola Bom Pastor, em Curitiba-PR. A professora, por ser também pesquisadora, contribuiu de forma significativa e relevante, tanto na escolha do conteúdo matemático como na elaboração, na validação e na aplicação do teste com os alunos.

Os participantes do experimento foram 20 estudantes do 9º ano, turmas A e B, do ensino regular da escola Estadual Bom Pastor, distribuídos a partir de uma avaliação formal aplicada pela professora de Matemática, a fim de posteriormente ser aplicado o pareamento estatístico para formar os grupos homogêneos.

5.2.1 Desenvolvimento do Experimento

O pré-teste foi composto de 4 questões relacionadas ao Teorema de Pitágoras, que foi elaborado pela professora de matemática da turma, como uma atividade regular de sala de aula (APÊNDICE A). A partir da aplicação da atividade a professora fez a correção e ajudou a organizar o ranking de notas dos alunos. Na sequência, foi feito o pareamento, e quando apareceram resultados idênticos procedeu-se ao sorteio.

A primeira etapa, que consistiu na aplicação do pré-teste, foi realizada em 2 hora/aula, cada uma com 50 minutos de duração, aplicada pela professora da sala. Em outra visita a escola, 4 dias após a primeira, os participantes foram convidados a interagirem com o OA Pitágoras Max e Mix, sendo que o OA Pitágoras Max apresentava o processo de re-

mediação de erros matemáticos e foi aplicado com o grupo experimental, enquanto que o AO Pitágoras Max, apresentava as mesmas questões no formato descritivo, sem qualquer tipo de imagem ou feedback. Os grupos controle e experimental não receberam qualquer informação que receberiam objetos de aprendizagem um pouco distintos. Ambos os grupos receberam 3 questões idênticas para serem resolvidas utilizando o OA Pitágoras Mix ou o OA Pitágoras Max.

Após a interação com o objeto de aprendizagem solicitamos que os alunos que utilizaram o Pitágoras Max respondessem um questionário de satisfação (Apêndice C e D) composto por 12 perguntas referentes aspectos relacionados com a utilização do Objeto de Aprendizagem, sendo 6 questões sobre facilidade de uso, 3 questões referente ao feedback apresentado ao aluno e, finalmente, 3 questões abrangendo o impacto do uso do OA para aprendizagem dos conceitos.

5.2.2 Análise dos resultados: Escola Pública

As notas dos alunos, a média e o desvio-padrão dos pré-teste e pós-teste podem ser observados na Tabela 5.1 para o OA Pitágoras Max e na Tabela 5.2 para o OA Pitágoras Mix. Os resultados sinalizam afirmativamente a expectativa geradora da hipótese, ou seja, o uso de remediação de erro apoiado em MREs a partir da classificação do erro contribuiu com o aluno.

Aluno	Pré-teste (%)	Pós-teste (%)
A1MI	93,3	100,0
A2MI	56,7	96,7
A3MI	66,7	66,7
A4MI	93,3	100,0
A5MI	96,7	100
A6MI	93,3	100,0
A7MI	83,3	83,3
A8MI	100	66,7
A9MI	96,7	100,0
A10MI	79,2	93,7
Média	85,9	90,7
Desvio Padrão	14,4	13,7

Tabela 5.1: Resultados do grupo controle - Pitágoras Mix

Aluno	Pré-teste (%)	Pós-teste (%)
A1MA	66,7	100,0
A2MA	50,0	66,7
A3MA	80,0	83,3
A4MA	96,7	96,7
A5MA	50,0	83,3
A6MA	83,3	100,0
A7MA	66,7	83,3
A8MA	67,5	90,6
A9MA	75,5	85,9
A10MA	68,5	86,3
Média	70,5	87,6
Desvio Padrão	14,3	10,0

Tabela 5.2: Resultados do grupo experimental - Pitágoras Max

Quanto ao desempenho dos participantes no OA Pitágoras Max pode-se afirmar que foi possível descartar a Hipótese Nula, que atingiu 0,05% de significância, concluindo satisfatoriamente, com 95% de confiança, que o OA trouxe ganhos para a aquisição de conceitos matemáticos.

A hipótese nula do OA Pitágoras Max é que a média do pós-teste é menor ou igual a média dos pré-teste. Por outro lado, a alegação visa saber se a média dos pós-teste foi significativamente maior que a média do pré-teste, identificando um ganho na aprendizagem dos alunos. Para tanto, foi utilizado um teste-t pareado, uma vez que a amostra tem tamanho menor que 30. Com um grau de confiança de 95% ($\alpha = 0.05$), obtemos $p=0,000412178$ ($t=4,9202$, $df=9$). Assim, como $p < \alpha$, pode-se negar a hipótese nula, concluindo, que há evidências para afirmar com 95% de confiança, que o OA Pitágoras Max auxiliou os participantes na aquisição de conceitos.

A hipótese nula do OA Pitágoras Mix é que a média do pós-teste é menor ou igual a média dos pré-teste. Com um grau de confiança de 95% ($\alpha=0.05$), obtemos $p=0,20834$ ($t=0,8527$, $df=9$). Assim, como $p > \alpha$, não se pode negar a hipótese nula, concluindo, que não existem evidências para afirmar que o OA Pitágoras Mix auxiliou os participantes na aquisição de conceitos. Isso talvez se de, ao fato de se tratar de uma reprodução do modelo didático de sala de aula, composto somente por enunciados de problemas.

Quanto ao questionário de satisfação aplicado ao final da interação com os OAs, Pitágoras Mix e Pitágoras Max: 48% do grupo de questões referente a facilidade de uso consideraram plenamente satisfatório aspectos referente a facilidade de uso do OA. No outro grupo, independente, onde foram analisados aspectos referente feedback, 42% se manifestaram de forma plenamente satisfatório quanto a forma de feedback apresentado. Enquanto, que o grupo resolução de tarefas usando o OA, também analisado de forma independente, 54% consideraram plenamente relevante o uso de um OA para aquisição de um conceito.

5.3 Teste de validação: Curso Técnico em Informática

O experimento realizado foi composto de 4 (quatro) etapas principais: pré-teste, onde foi realizada a aplicação de uma avaliação escrita para definição dos grupos experimental e controle; utilização dos OAs, aplicação prática dos OAs Pitágoras Mix e Max com os aprendizes envolvidos no experimento; pós-teste, avaliação escrita dos aprendizes após o uso dos OAs; e avaliação do OA Pitágoras Max, questionário referente a usabilidade do OA Max. Esse delineamento utilizado visa a realização sistemática de uma análise comparativa dos grupos experimental e controle.

O experimento foi realizado com 42 estudantes do Curso Técnico em Informática do SENAI (Serviço Nacional de Aprendizagem Industrial), unidade Afonso Pena, localizado na rua Rui Barbosa, nº 5881, em São José dos Pinhás, estado do Paraná, Brasil. Dentre as turmas existentes, foi escolhidas 50 aprendizes que estão cursando o Ensino Médio, entre o 2º ano, último ano e concluintes, com idade entre 15 e 22 anos.

O pré-teste foi realizado, inicialmente, com o objetivo de definir os participantes de cada grupo, o grupo controle e o grupo experimental. Sendo este composto por 5 (cinco) questões de múltipla escolha referente aos conceitos relacionados ao teorema do Pitágoras. Os acertos e erros gerados por este teste foram utilizados para a definição dos grupos. Para garantir a homogeneidade na divisão dos grupos foi utilizado o método de pareamento e

quando notas iguais foram identificadas, então um sorteio era realizado. Em um segundo momento, os mesmos dados são utilizados para comparação com os dados coletados no pós-teste, a fim de verificar se os OAs aplicados, entre a etapa de pré e pós teste, tiveram influência no conhecimento adquirido pelos alunos.

5.3.1 Desenvolvimento do Experimento

O experimento foi dividido em 3 etapas principais, cada uma com 2h/a, sendo cada hora-aula com 50 minutos de duração. Na primeira etapa foi apresentado um vídeo aos alunos, a fim de revisar o conceito referente ao Teorema de Pitágoras de forma contextualizada, o tempo de duração da apresentação do vídeo, assim como, das explicações posteriores foi de aproximadamente 20 minutos cada um, ocupando 2h/a com as explicações e considerações referente ao vídeo, o facilitador do processo foi o próprio professor de matemática da turma.

Após 2 dias foi aplicado o pré-teste com questões de múltipla escolha, objetivando identificar os conhecimentos prévios do aprendizes, assim como, a separação dos grupos controle e experimental. O pré-teste ocupou 2h/a.

Uma semana após a aplicação do pré-teste e separação dos grupos, os alunos foram convidados a interagirem com o OA a partir das 3 atividades propostas, sendo que o grupo controle recebeu o OA Pitágoras Mix com as questões na forma escrita, sem qualquer tipo de intervenção, enquanto que o grupo experimental recebeu o OA Pitágoras Max, com as questões divididas em etapas com a Remediação do erro baseada em MRE. Os participantes separados em grupos, controle e experimental, tiveram 4h/a para apresentação da ferramenta FARMA e OA Pitágoras, efetivação de cadastro com login e senha e interação com os exercícios propostos.

Posterior a finalização da resolução das tarefas, os participantes do Pitágoras Max foram direcionados a responder o questionário de satisfação on-line, link presente na fer-

ramenta FARMA, que apresentava 12 questões relacionadas com a utilização do OA Pitágoras Max, sendo 6 questões sobre facilidade de uso, 3 questões referente ao feedback apresentado ao aprendiz e, finalmente, 3 questões abrangendo o impacto do uso do OA para aprender um determinado conceito. A apresentação das respostas das questões de satisfação apresentavam uma escala de 1 a 5.

A aplicação do pós-teste ocorreu a 2 dias após e teve duração de 2 h/a. Nesse momento foi solicitado que todos os alunos respondessem 5 questões de múltiplas escolha, que exploravam, novamente, conceitos relacionados ao Teorema de Pitágoras, mas com questões distintas das aplicadas no pré-teste, embora com o mesmo grau de dificuldade. Ressalta-se que o objetivo do pós-teste foi confrontar os resultados para perceber a evolução na aprendizagem dos alunos, que interagiram com os OA Pitágoras Mix e Max.

5.3.2 Análise dos resultados

Os dados do pré-teste e pós-teste foram analisados de forma quantitativa e tratados mediante o teste paramétrico de hipóteses t-student.

No pré-teste e no pós-teste foram considerados o número de acertos para efeitos de comparação posterior análise dos resultados. As notas dos alunos, a média e o desvio-padrão dos pré-teste e pós-teste podem ser observados na Tabela 5.3 para o Grupo Controle e na Tabela 5.4 para Grupo experimental

Quanto ao desempenho dos participantes no OA Pitágoras Max pode-se afirmar que foi possível descartar a Hipótese Nula, com 0,05% de significância, concluindo satisfatoriamente, com 95% de confiança, que o OA trouxe ganhos para a aquisição de conceitos matemáticos.

A hipótese nula do OA Pitágoras Max é que a média do pós-teste é menor ou igual a média dos pré-teste. Por outro lado, a alegação visa saber se a média dos pós-teste foi significativamente maior que a média do pré-teste, identificando um ganho na aprendizagem

Aluno	Pré-teste (%)	Pós-teste (%)
A1SMI	5	5
A2SMI	5	5
A3SMI	5	5
A4SMI	5	5
A5SMI	5	4
A6SMI	5	4
A7SMI	5	3
A8SMI	5	4
A9SMI	5	5
A10SMI	5	5
A11SMI	4	4
A12SMI	4	4
A13SMI	4	5
A14SMI	4	4
A15SMI	3	5
A16SMI	3	4
A17SMI	2	4
A18SMI	2	2
A19SMI	2	2
A20SMI	2	4
Média	4,00	4,15
Desvio Padrão	1,2140	0,9333

Tabela 5.3: Resultados do Grupo Controle - Pitágoras Mix

dos alunos. Com um grau de confiança de 95% ($\alpha=0.05$), obtemos $p=0,0087$ ($t=2,6042$, $df=19$). Assim, como $p < \alpha$, pode-se negar a hipótese nula, concluindo, que há evidências para afirmar com 95% de confiança, que o OA Pitágoras Max auxiliou os participantes na aquisição de conceitos.

A hipótese nula do OA Pitágoras Mix é que a média do pós-teste é menor ou igual a média dos pré-teste. Com um grau de confiança de 95% ($\alpha=0.05$), obtemos $p=0,2633$ ($t=0,6450$, $df=19$). Assim, como $p > \alpha$, não se pode negar a hipótese nula, concluindo, que não existem evidências para afirmar que o OA Pitágoras Mix auxiliou os participantes na aquisição de conceitos. Isso talvez se dê, ao fato de se tratar de uma reprodução do modelo didático de sala de aula, composto somente por enunciados de problemas.

Isso evidencia a importância da mudança de paradigma quando se migra do modelo tradicional para uma abordagem mediada por computador. Se os OAs não forem construídos com os devidos cuidados podem não auxiliar o aluno e ainda mais podem acabar atrapalhando seu aprendizado.

Aluno	Pré-teste (%)	Pós-teste (%)
A1SMA	5	5
A2SMA	5	5
A3SMA	5	5
A4SMA	5	5
A5SMA	5	4
A6SMA	5	5
A7SMA	5	5
A8SMA	5	5
A9SMA	5	5
A10SMA	4	3
A11SMA	4	4
A12SMA	4	5
A13SMA	4	5
A14SMA	4	5
A15SMA	3	5
A16SMA	3	5
A17SMA	2	4
A18SMA	2	4
A19SMA	4	5
A20SMA	4	5
Média	4,15	4,7
Desvio Padrão	0,9881	0,5712

Tabela 5.4: Resultados do Grupo Experimental - Pitágoras Max

A hipótese nula é que o OA Pitágoras Max atingiu uma média menor ou igual a média dos OA Pitágoras Mix. Por outro lado, a alegação visa saber se a média do OA Max foi significativamente maior que a média do OA Mix, identificando um ganho na aprendizagem dos alunos. Com um grau de confiança de 95% ($\alpha=0.05$), obtemos $p= 0,0151$ ($t=2,3424$, $df=19$). Assim, como $p < \alpha$, pode-se negar a hipótese nula, concluindo, que há evidências para afirmar com 95% de confiança, que o OA Pitágoras Max proporcionou um ganho maior para os participantes na aquisição de conceitos do que o OA Mix.

O gráfico 5.4 mostra as pontuações médias dos grupos controle e experimental no pré-teste e no pós-teste.

A pontuação média do grupo experimental foi, no entanto, ligeiramente superior, e essa diferença foi estatisticamente significativa ($p = 0.0151$).

Continuando a análise das médias dos pós-testes dos dois grupos (experimental e controle), o teste t de student mostra que a diferença entre é estatisticamente significativa (p

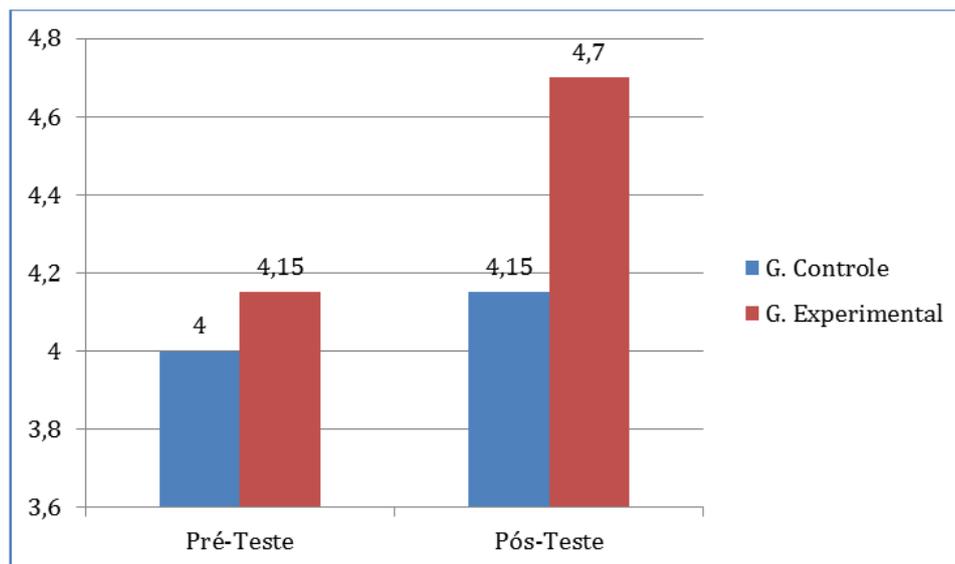


Figura 5.4: Média dos Grupos: Pré-teste e Pós-teste

= 0.0151).

A partir do gráfico 5.4 percebe-se que a pontuação média do grupo controle no pós-teste foi superior à pontuação média no pré-teste. Porém, essa diferença não é estatisticamente significativa ($t = 0.6450$; $p = 0.2633$; $p > 0,05$).

O gráfico 5.4 mostra, ainda, que o grupo experimental obteve no pós-teste uma pontuação média superior à pontuação no pré-teste. Esta diferença é estatisticamente significativa ($t = 2.6042$; $p = 0.0087$; $p < 0,05$). Este fato parece indicar que a intervenção utilizada teve efeitos positivos na aprendizagem dos estudantes.

Também foi verificado que em ambos os grupos (controle e experimental), a pontuação média no pós-teste foi significativamente superior à pontuação média no pré-teste. No entanto, pode-se observar que a diferença entre as pontuações médias é maior para o grupo experimental. Ainda vale destacar que no grupo experimental essa diferença foi significativa.

É importante analisar a diferença entre as médias de desempenho dos grupos pareados.

Houve um aumento da pontuação média, como se vê no gráfico 5.5. Cada coluna mostra a diferença entre a média no pré-teste e no pós-teste dos grupos controle e experimental respectivamente.

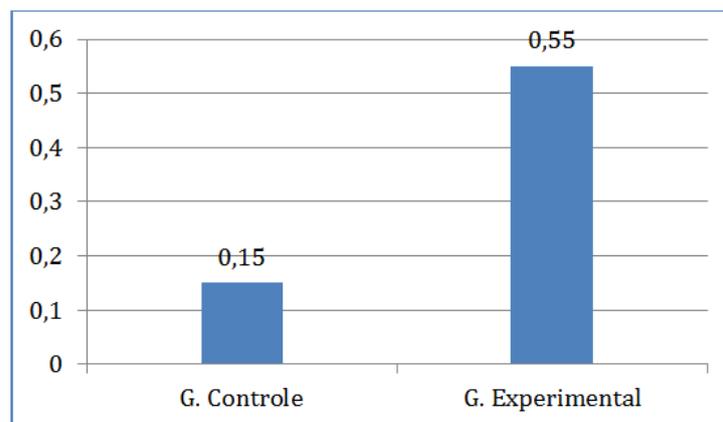


Figura 5.5: Diferença entre as Médias dos Grupos: Pré-teste e Pós-teste

No teste t de student para amostras independentes, aplicado às diferenças de desempenho apresentadas pelos grupos controle e experimental pode observar diferenças significativas entre os grupos controle e experimental ($t = 2.342407631$; $p = 0.0151$; $p < 0,05$) com relação à diferença de pontuação entre o pós-teste e pré-teste. O ganho médio do grupo experimental foi superior ao do grupo controle, ou seja, o grupo experimental teve, entre o pré e pós-teste, um aumento de pontuação significativamente superior ao grupo controle.

Em relação ao questionário de satisfação disponibilizado para os participantes responderem ao final do teste, que apresentava 12 questões relacionadas com a utilização do OA Pitágoras Max, sendo 6 questões sobre Facilidade de Uso (Gráfico 5.6), 3 questões referente ao Feedback (Gráfico 5.7 apresentado e, 3 questões abrangendo o impacto do uso do OA na resolução (Gráfico 5.8 de uma atividade. A apresentação das respostas das questões de satisfação apresentavam uma escala de 1 a 5.

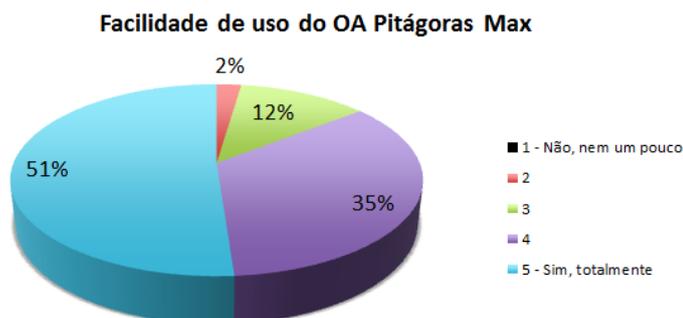


Figura 5.6: Resultados referente à facilidade de uso

Com pode-se observar no Gráfico 5.6 referente à facilidade de uso do OA Pitágoras Max, 58% dos participantes confirmaram a escala máxima, mostrando que além da proposta do uso da arquitetura o OA satisfaz quesitos em à relação apresentação do conteúdo de forma clara, facilidade de memorização em relação, controle sequencial de interação entre as etapas de cada atividade e entre atividades, localização da informação, compreensão da dinâmica da interação e navegação.

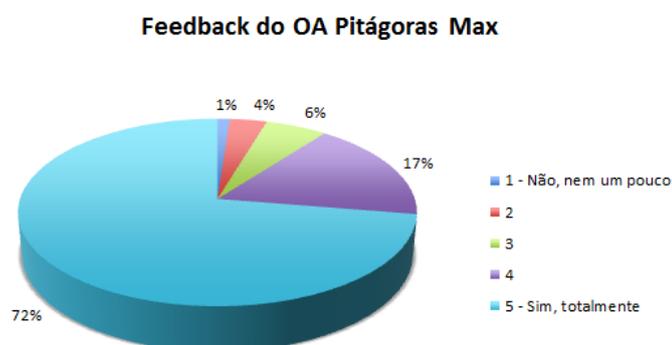


Figura 5.7: Resultados referente a facilidade de uso

O Gráfico 5.7 apresenta 72% satisfação referente ao feedback presente na remediação do erro, sendo a contribuição de uma representação externa no processo de resolução, a dica disponibilizada, por meio de uma representação externa, antes que o aluno chegasse a resolução final e a suficiência de uma representação externa para a processo de resolução.

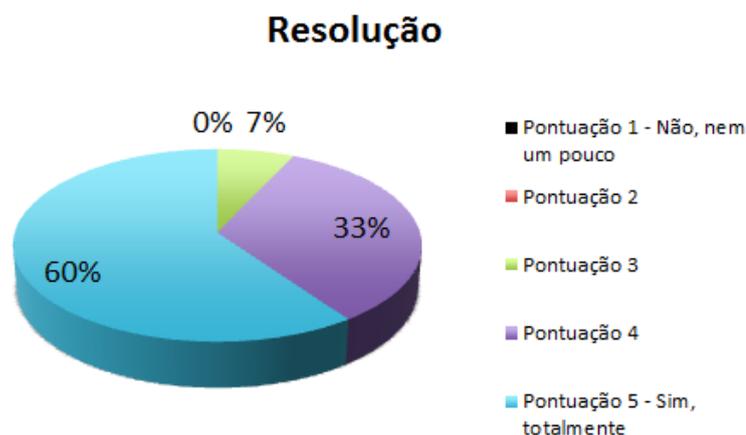


Figura 5.8: Resultados referente a facilidade de uso

Quanto ao processo de resolução Gráfico 5.8 apresentou 60% de satisfação em relação ao uso de um OA para resolução de tarefas e o interesse pelo processo mediado por computador.

Os comentários deixados pelo alunos que utilizaram o OA Pitágoras Max comentários foram considerados dentro das expectativas positivas da linha da pesquisa:

1. *...achei a ferramenta muito interessante, porém na hora da **introdução** ao Teorema de Pitágoras achei os textos sem vida e pouco interativos, poderia ser melhorado.*
2. *....excelente. O princípio de utilizar imagens detalhadas e dicas quando a resposta estiver incorreta possibilita um grande auxílio na resposta das questões que foram propostas.*
3. *muito interessante a parte da calculadora e também a correção rápida que a ferramenta faz.*
4. *...seria uma ótima aplicação para as escolas públicas e privadas.*
5. *...ferramenta interativa e simples de usar.*

O comentário (1) alerta para a necessidade de mais animação em relação ao textos, esse aspecto pode ter origem na diversidade de recursos que oportunizam a aproximação

de uma evento em tempo real. No momento da elaboração do OA Pitágoras Max havia a preocupação com a aplicação da arquitetura, e quem sabe esse fato pode ter levado ao descuido de aplicações mais interessantes. Ainda vale destacar que muitas vezes se faz necessário a contribuição de um profissional habilitado para ferramentas gráficas e de animação, o que não foi possível no momento.

Quanto ao comentário (2) confirma a necessidade e o aproveitamento por parte do aluno quanto ao uso de remediação de erros. Foi possível perceber que indiretamente o aluno sinalizou quanto ao objetivo da pesquisa, assim como, percebeu a diferenciação quanto a apresentação da atividade.

O comentário (3) projeta opinião quanto ao uso da calculadora embutida como recurso no próprio OA Pitágoras Max e o feedback imediato, a partir de cada erro apresentado durante o percurso do processo de resolução, evitando alertas na a partir da resposta final.

Dentre todos os comentários pode-se perceber que um deles (4) alerta para a vontade e necessidade de mais recursos em ambientes escolares, a sugestão inserção de OAs em escolas públicas e privadas traz o alerta, que apesar da quantidade de recursos disponíveis, parece que a demanda ainda não foi sanada.

O último comentário (5), e vale destacar que embora tenham sido poucos foram de grande contribuição, reafirma a necessidade e interesse por parte do aluno a recursos interativos e simples. Pode-se arriscar dizer que o aluno se refere a necessidade da interatividade direta e eficiência, uma características do OAs.

Outros comentários alertam para a necessidade de mais revisões no âmbito conceitual e de design do OA Pitágoras Max:

- *...gostei da forma como torna motivador o estudo da matemática, porém não gostei muito da forma como as perguntas para a solução do problema foram "projetadas",*

o entendimento das questões acabaram se tornando mais lentos e complicados.

- *...sugiro uma calculadora que pudesse reservar os números em um espaço específico, para melhor visualização (dentro da calculadora, e visível para o usuário).*
- *...vídeos pequenos para maior interação com o usuário e imagens mais explicativas na introdução.*

Os comentários descritos no parágrafo anterior destacam futuras a necessidade de futuras revisões referente a forma como cada atividade foi dividida em etapas, quem uma pesquisa referente a apresentação e forma de interpretação de problemas matemáticos por parte dos alunos seja um aspecto que se considere, embora as atividades tenham sido elaboradas e avaliadas por mais de um especialista da área de domínio. Outro item é a possibilidade da calculadora armazenar o valores que o aluno já capturou de cada etapa, a dica parece ser bem interessante e de fácil modificação, no que se refere a ferramenta de autoria FARMA. O alerta para a necessidade vídeos e imagens mais explicativas já foi abordado, e já se pensa na possibilidade de uma profissional da área, como um design para atender de forma mais eficiente as solicitações consideradas relevantes.

5.4 Discussão sobre o Capítulo

Os experimentos aplicados em ambas as instituições de ensino permitiram contato direto com os usuários finais da proposta, além de resultados referente ao uso de um OA baseada em uma proposta de remediação de erros através de MRE, testando parte da arquitetura proposta, considerou-se relevante os resultados, mas acredita-se que ainda deve-se revisar o OA Pitágoras e aplicar novamente para uma amostra maior, e com mais detalhes da arquitetura proposta.

CAPÍTULO 6

CONSIDERAÇÕES FINAIS E TRABALHOS FUTUROS

A proposição arquitetura funcionalista de um OA vislumbra a aplicação de características de STI para atender de forma individual à lacuna dos alunos em determinado momento da interação com o objeto de estudo.

Ao se explorar a remediação de erro apresentado ao aluno durante o processo de resolução de problema com MRE pretendia-se possibilitar uma tutoria mais personalizada ao tipo de erro apresentado, bem como, a etapa do processo em que se encontra a lacuna do aprendiz. Assim, o estudo apresentou uma classificação de erros matemáticos que foi articulada com as funções de MREs.

A possibilidade de vincular as funções de MRE a uma classificação de erro matemático permitiu apresentar ao aluno uma remediação para o erro mais interessante e contextualizada com o momento do processo de resolução do problema, tornando a remediação do erro interessante.

O presente estudo pode abrir novas possibilidades para desenvolvimento de OA com conceitos presentes em STI. Ao se aplicar a classificação de erros a determinadas áreas do conhecimento - Aritmética, Geometria e Porcentagem - verificou-se além da possibilidade de classificação do erro dentro do conteúdo de domínio, mas também a possibilidade de vinculação às funções de MRE, que parecem possibilitar a apresentação de MRE mais direcionada à etapa do processo de resolução em que o aprendiz se encontra.

O OA Pitágoras permitiu mostrar a possibilidade de remediação de erro através de uma classificação de erro matemático vinculado às funções de MREs, inclusive já existe

demanda para elaboração de OAs em abordando outros conceitos matemáticos.

O uso da ferramenta de autoria FARMA permitiu que aspectos presentes na arquitetura proposta fossem implementados no OA Pitágoras para posterior validação junto com especialista de educação e alunos, a fim de verificar a remediação de erros com MRE a partir da classificação do erro do aluno, embasado em aspectos da Teoria do ACT. Inclusive a partir da arquitetura proposta neste estudo foram sugeridas e aceitas mudanças na ferramenta de autoria FARMA a fim de disponibilizar um melhor suporte na remediação de erros.

A contribuição deste estudo estende-se, também, no sentido de estimular o uso de OA como consolidador do conhecimento a ser buscado pelo aluno, e não, apenas como validação sistemáticas de práticas individualizadas de estudo. A ideia é se aproximar ao máximo da interação que o professor proporciona quando analisa o processo de resolução do aluno de forma individualizada, passando por todas as possíveis estratégias a serem organizadas mentalmente pelo aluno.

Inicialmente, optou-se por explorar o campo matemática, mas vislumbrou-se a aplicabilidade a outros contextos educacionais, embora fosse necessário determinar um foco de aplicação para validação, não se pretende encerrar em um único fim pedagógico.

A validação positiva junto ao público-alvo seria um sinal para avançar rumo à etapa de Autoria, com o objetivo de proporcionar ao professor maior autonomia na complexidade baixa ou alta da proposição de um conceito. Enfim, pretende-se contribuir como instrumento, no sentido de recurso, para atender à demanda de alunos e professores, que podem estar carentes de propostas de meios mais individualizados de revisão e fixação de conteúdos.

Isso evidência a importância da mudança de paradigma quando se migra do modelo

tradicional para uma abordagem mediada por computador. Se os OAs não forem construídos com os devidos cuidados podem não auxiliar ao aluno e, ainda, mais podem acabar atrapalhando seu aprendizado.

A aplicação do experimento não só agregou a experimentação da arquitetura proposta em um ambiente real e com uma situação contextualizada, mas, também, permitiu ao pesquisador agregar conhecimentos tanto referente à aplicação do experimento quanto análise. Vale destacar que a estruturação e à análise do experimento teve a contribuição do Laboratório de Estatística Aplicada da UFPR, sob a supervisão do Prof. Dr. Cesar Augusto Taconeli, juntamente com seu aluno de graduação em Estatística (UFPR) Guilherme Parreira da Silva.

6.1 Trabalhos Futuros

Para finalizar torna-se interessante destacar a possibilidade de continuidade da pesquisa, a fim de estender aspectos que ficaram limitados ou com lacunas.

Uma nova forma de oferecer o feedback no processo de aquisição de conhecimento mediado por recursos tecnológico pode alavancar o uso de OA de forma mais efetiva no processo de ensino/aprendizagem. Por isso, vislumbra-se estruturar a arquitetura em uma Ferramenta de Autoria para que o professor seja autônomo no momento de atender à demanda de um grupo de aluno. Vale destacar que ferramenta de autoria FARMA se adaptou proposta do presente estudo e exista um senso comum referente aos estudos entre os pesquisadores.

Uma análise do processo de interação do aluno com o OA Pitágoras Mix e Max seria interessante, a fim de conferir que aspectos da interação se mostraram falhos, como por exemplo, a possibilidade de interpretação de algum item ou tarefa. Também ficaram pendentes as informações armazenadas na ferramenta de autoria FARMA referente aos erros apresentados pelo aluno. Muito superficialmente os alunos que participaram do experi-

mento do Senai interagiram com seus colegas e alertaram para a estratégia correta para o erro apresentado, mas não houve sistemática para apreender esses resultados.

Inicialmente optou-se por explorar o campo matemática, mas é possível a aplicabilidade a outros contextos educacionais, embora fosse necessário determinar um foco de aplicação para validação, não se pretende encerrar em um único fim pedagógico. O pesquisador principal da ferramenta FARMA se mostra muito disposto a incluir aspectos não explorados exhaustivamente, aspecto que demonstra que a pesquisa se consolida em um grupo com o mesmo fim.

O uso do OA Pitágoras por um grupo maior de alunos também é uma proposta interessante, assim como a revisão de suas tarefas, classificação de erros, vínculo a funções de MRE e representação externas apresentadas por mais especialistas da campo de domínio e pelo professor titular de turma a ser aplicado.

Também pode ser uma outra atividade a possibilidade da ativação ou não da remediação do erro por parte do aluno diretamente ou a partir de um determinado número de erros, que poderá ser definido pelo próprio professor ou aluno. Outro aspecto interessante poderia ser a organização das atividades por níveis de dificuldades associado às etapas de cada problema.

ANEXO A

PRÉ-TESTE: ESCOLA BOM PASTOR

COLÉGIO ESTADUAL BOM PASTOR – EFM

Nome:..... Série:..... Nota:.....¹

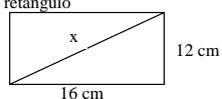
Data:.....

(Valor: 3,0)

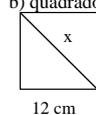
Avaliação escrita de Matemática – Teorema de Pitágoras – 9º ano

1- Calcule o valor de x nos casos a seguir: (1,2)

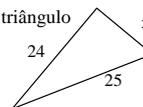
a) retângulo



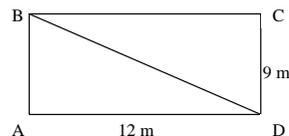
b) quadrado



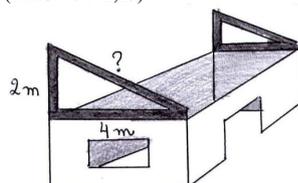
c) triângulo



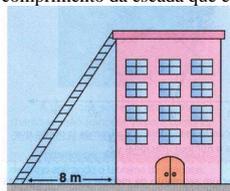
2- Suponha que a figura seguinte representa um jardim retangular, cujas medidas dos lados são expressas em metros. Nesse jardim, existe um caminho, em linha reta e em diagonal, que liga o ponto B ao ponto D. Qual é o comprimento d desse caminho? (0,6)



3- Observe o desenho. Qual deve ser o comprimento das vigas que sustentarão o telhado? (0,6)
(Dado: $\sqrt{5} = 2,23$)



4- A figura mostra um edifício que tem 15 m de altura. A escada está colocada no chão a 8 m do prédio. Qual o comprimento da escada que está encostada na parte superior do prédio? (0,6)
(Obs.: $17^2 = 289$)



ANEXO B

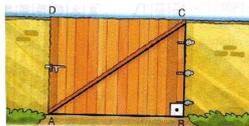
PÓS-TESTE: ESCOLA BOM PASTOR

Atividade integrante da avaliação do OA Pitágoras
Conteúdo: Teorema de Pitágoras

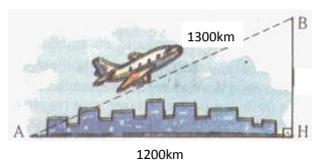
Nome do participante:	OA:	Data:
-----------------------	-----	-------

1 – Há uma torre com 10 metros de altura e em volta da torre há um canal com 3 metros de largura. Alguém precisa fazer uma escada que passe por cima da água até ao topo da torre. A pergunta é: que comprimento deve ter a escada?

2 – O portão de entrada de uma casa tem 4m de comprimento. Qual é a altura do portão sabendo que a trave de madeira, que se estende do ponto A ao ponto C da figura, tem 5m?



3 – Sabendo que o avião, a partir do momento que deixou o solo, percorreu a distância de 1300km, em linha reta, do ponto A até o ponto B, indicada na figura, determine qual é a sua altura quando ele alcança o ponto B?



ANEXO C

QUESTIONÁRIO DE SATISFAÇÃO

Facilidade de uso do Objeto de Aprendizagem

Questão 1 - O conteúdo foi apresentado de forma clara?

_____ 1 2 3 4 5 _____

Não, nem um pouco Sim, totalmente

Questão 2 - O Objeto de Aprendizagem apresenta facilidade de memorização das informações que são importantes para o seu uso?

_____ 1 2 3 4 5 _____

Não, nem um pouco Sim, totalmente

Questão 3 - O Objeto de Aprendizagem permite a navegação livre, isto é, permite que você controle a sequência de uso durante sua utilização?

_____ 1 2 3 4 5 _____

Não, nem um pouco Sim, totalmente

Questão 4 - O Objeto de Aprendizagem possui mecanismos que facilitam a localização da informação durante a sua utilização?

_____ 1 2 3 4 5 _____

Não, nem um pouco Sim, totalmente

Questão 5 - As formas de interação e navegação no software são rapidamente compreendidas?

_____ 1 2 3 4 5 _____

Não, nem um pouco Sim, totalmente

Questão 6 - Durante a navegação, é fácil retornar as informações anteriores?

_____ 1 2 3 4 5 _____

Não, nem um pouco Sim, totalmente

Feedback

Questão 7 - O fato de você receber uma imagem durante o processo de resolução de uma atividade contribuiu para sua resolução?

_____ 1 2 3 4 5 _____

Não, nem um pouco Sim, totalmente

Questão 8 - A dica apresentada antes mesmo de concluir a resolução final ajudou você?

_____ 1 2 3 4 5 _____

Não, nem um pouco Sim, totalmente

Questão 9 - As imagens apresentadas durante a resolução das atividades no Objeto de Aprendizagem foram suficientes para você encontrar a resposta correta?

_____ 1 2 3 4 5 _____

Não, nem um pouco Sim, totalmente

ANEXO D

QUESTIONÁRIO DE SATISFAÇÃO

continuação

Resolução das tarefas usando o Objeto de Aprendizagem

Questão 10 - Os recursos utilizados são motivadores?

1 2 3 4 5

Não, nem um pouco Sim, totalmente

Questão 11 - Você gostou da ideia de estudar matemática através do computador?

1 2 3 4 5

Não, nem um pouco Sim, totalmente

Questão 12 - Você acha importante este tipo de aplicação ser disponibilizado para outros conteúdos e disciplinas?

1 2 3 4 5

Não, nem um pouco Sim, totalmente**Sugestões**

Deixe suas sugestões, reclamações, elogios. Escreva o que você gostou e o que não gostou e contribua com o aprimoramento da ferramenta.



A rectangular text input area with a vertical scrollbar on the right side. Below the text area is a horizontal scrollbar and a button labeled 'Enviar'.

ANEXO E

QUESTÕES DO PRÉ-TESTE: SENAI

Atividade integrante da avaliação do OA Pitágoras
Conteúdo: Teorema de Pitágoras

Nome do participante:	OA:	Data:
-----------------------	-----	-------

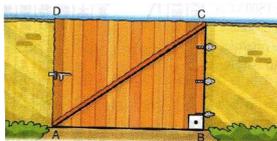
As questões são de cunho objetivo sendo necessário marcar a alternativa que representa a resposta correta:

1 – Para ir de sua casa a um ponto de ônibus uma certa pessoa anda 120m até uma esquina, então dobra a esquina seguindo a rua perpendicular e anda mais 160m. Certo dia ela percebeu que podia ir de sua casa até o ponto de ônibus em linha reta atravessando um terreno que os separa. Então passou a fazer o trajeto. Quantos metros ela andou neste dia?



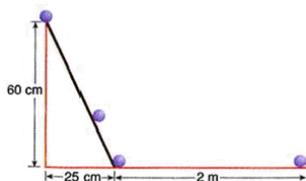
a) 105m (aprox.)	b) 200m
c) 20m	d) 1050m

2 - O portão de entrada de uma casa tem 4m de comprimento. Qual é a altura do portão sabendo que a trave de madeira, que se estende do ponto A ao ponto C da figura, tem 5m?



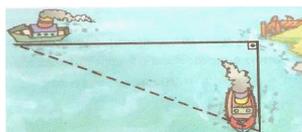
a) 3m	b) 9m
c) 5m	d) 3,5m

3 - Qual é a distância percorrida pelo berlinde (a bolinha roxa da figura), em centímetros?



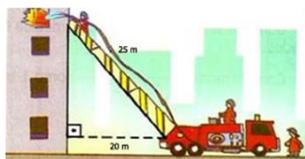
a) 265cm	b) 300cm
c) 310cm	d) 315m

4 – Dois navios partem de um mesmo ponto, em um mesmo instante, e viajam com velocidade constante em direções que formam um ângulo reto. Depois de uma hora de viagem, a distância entre os dois navios é de 13 milhas. Se um deles é 7 milhas por hora (mph) mais rápido que o outro, determine a velocidade de cada navio.



a) 5mph e 12mph	b) Aprox. 6mph e 14mph
c) Aprox. 8mph e 16mph	d) 10mph e 18mph

5 – Durante um incêndio em um apartamento de um edifício, os bombeiros utilizaram uma escada Magirus de 25 m para atingir a janela do apartamento com incêndio. A escada estava colocada sobre um caminhão a de distância 20 m do edifício. Determine a altura da janela deste apartamento até a base da escada.



a) 15m	b) 32m
c) 18m	d) 7m

ANEXO F

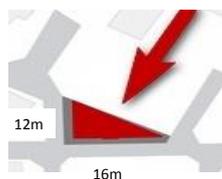
QUESTÕES DO PÓS-TESTE: SENAI

Atividade integrante da avaliação do OA Pitágoras
Conteúdo: Teorema de Pitágoras

Nome do participante:	OA:	Data:
-----------------------	-----	-------

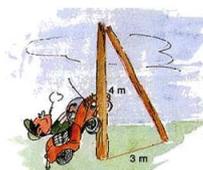
As questões são de cunho objetivo sendo necessário marcar a alternativa que representa a resposta correta:

1 – Um terreno retangular tem frentes de 12m e 16m em duas ruas que formam um ângulo de 90°. Quanto mede o terceiro lado desse terreno?



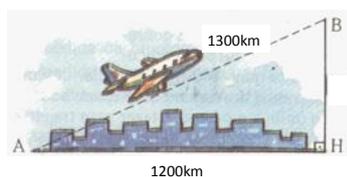
a) 20m	b) 32m
c) 15m	d) 25m

2 – De acordo com a figura abaixo determine a altura do poste?



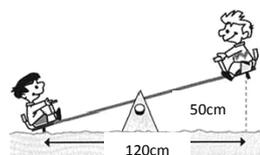
a) 5m	b) 7m
c) 9m	d) 11m

3 – Sabendo que o avião, a partir do momento que deixou o solo, percorreu a distância de 1300km, em linha reta, do ponto A até o ponto B, indicada na figura, determine qual é a sua altura quando ele alcança o ponto B?



a) 1769km (aprox.)	b) 500km
c) 50km	d) 250km

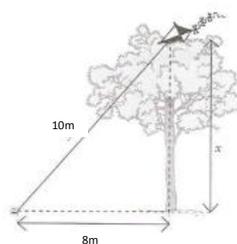
4 – O Pedro e o João estão brincando de gangorra, como indica a figura:



A altura máxima a que pode subir cada um deles é de 50 cm. Qual o comprimento da gangorra?

e) 190 cm ou 1,9 m	f) 130 cm ou 1,3 m
g) 180 cm ou 1,8 m	h) 157 cm ou 1,57 m

5 – Uma pipa está presa por um fio de 10m. De acordo com os dados da figura determina a altura da árvore.



a) 6m	b) 12m (aprox.)
c) 10m	d) 15m

BIBLIOGRAFIA

- [1] S. Ainsworth. Deft: A conceptual framework for considering learning with multiple representations.
- [2] S. Ainsworth. The educational value of multiple representations when learning complex scientific concepts. *Theory and Practice in Science Education*, páginas 191–208, 2008.
- [3] J. Anderson. The architecture of cognition. *Cambridge, MA: Harvard University Press*, 1983.
- [4] J. Anderson. Rules of the mind. *Hillsdale, NJ: Erlbaum*, 1993.
- [5] J. Anderson. *Psicologia Cognitiva e Suas Implicações Experimentais*. LTC, 2005.
- [6] H. Seffrin; G. Rubi; F. Morais; P. Jaques; S. Isotani; I. Bittencourt. Dicas inteligentes no sistema tutor inteligente pat2math. *XXIII Simpósio Brasileiro de Informática na Educação. Anais do Simpósio Brasileiro de Informática na Educação. Porto Alegre: SBC*, 2012.
- [7] D. L. Dalmon; S. Isotani; L. O. Brandão. Melhorando a geometria interativa com o uso de tutores rastreadores de padrões: igeom e ctat. *XVI Workshop de Informática na Escola. Anais do XXX CSBC. Belo Horizonte-MG.*, 2010.
- [8] R. Cox; P. Brna. Supporting the use of external representations in problem solving: The need for flexible learning environments. *Journal of Artificial Intelligence in Education*, 6:239–302, 1995.
- [9] H. L. Burns; C. G. Capps. Intelligent tutoring systems. *Lawrence Erlbaum Associates, Hillsdale, NJ.*, 1988.

- [10] S. Ritter; J. Anderson; K. R. Koedinger; A. Corbett. Cognitive tutor: Applied research in mathematics education. *Psychonomic Bulletin and Review*, 2(14):249–255, 2007.
- [11] D. Marczal; A. Direne. Farma: Uma ferramenta de autoria para objetos de aprendizagem de conceitos matemáticos. *Anais do 23º Simpósio Brasileiro de Informática na Educação. Rio de Janeiro*, páginas 249–255, 2012.
- [12] D. Marczal; A. I. Direne. Um arcabouço que enfatiza a retroação a contextos de erro na solução de problemas. *Revista Brasileira de Informática na Educação*, 19(63-73):19–27, 2011.
- [13] D. G. Fowler. A model for designing intelligent tutoring systems. *Journal of Medical Systems*, 15(1):47–63, 1991.
- [14] E. R. Gomes. Objetos de aprendizagem: uma abordagem baseada em agentes para objetos de aprendizagem. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio Grande do Sul - Instituto de Informática., 2005.
- [15] P. Gärdenfors. Mental representation, conceptual spaces and metaphors. *Synthese*, 106:21–47, 1996.
- [16] N. Movshovitz hadar; O. Zaslavsky. An empirical classification model for errors in high school mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 18(1):3–14, 1987.
- [17] H. Seffrin; G. Rubi; B. Cruz; F. Damasceno; P. Jaques. Patequation: Um objeto de aprendizagem para apoio a prática de resolução de equações. *V Congresso Latinoamericano de Objetos de Aprendizagem. Anais do Congresso Latinoamericano de Objetos de Aprendizagem. São Paulo*, 2010.
- [18] H. Seffrin; G. Rubi; P. Jaques. O modelo cognitivo do sistema tutor inteligente pat2math. *Anais do Simpósio Brasileiro de Informática na Educação. XXII Simpósio Brasileiro de Informática na Educação. Aracaju.*, 2011.

- [19] H. Seffrin; G. Rubi; T. Carlotto; G. Mello; P. Jaques. Um resolvidor de equações algébricas como ferramenta de apoio à sala de aula no ensino de equações algébricas. *XV Workshop de Informática na Escola - CSBC. Anais do Congresso da Sociedade Brasileira de Computação. Bento Gonçalves - RS*, páginas 1791–1800, 2009.
- [20] A. Cleeremans; L. Jimenez. *Implicit Learning and Consciousness: A Graded, Dynamic Perspective*. Psychology Press, 2002.
- [21] M. W. Van Someren; P. Reimann; H. P. A. Boshuizen; T. Jong. *Learning with Multiple Representations*. 1998.
- [22] J. Tchétagni; R. Nkambou; F. Kabanza. *Epistemological Remediation in Intelligent Tutoring Systems*. IEA/AIE'2004 Proceedings of the 17th international conference on Innovations in applied artificial intelligence, 2004.
- [23] A. Karmiloff-Smith. *Beyond modularity: A developmental perspective on cognitive science*. Cambridge: MIT Press, 1992.
- [24] Wolfgang Schnotz; Christian Kurschner. External and internal representations in the acquisition and use of knowledge: visualization effects on mental model construction. *Instructional Science*, 36(3):175–190, 2008.
- [25] M. D. Leite. Design da interação de interfaces educativas para o ensino de matemática para crianças e jovens surdos. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Pernambuco, 2007.
- [26] J. M. Lucas. Overgeneration in learning to read. *Annual Meeting of the American Educational Research Association*, páginas 15–19, 1974.
- [27] A. Peng; Z. Luo. A framework for examining mathematics teacher knowledge as used in error analysis. *For the Learning of Mathematics*, 3(29):22–25, 2009.
- [28] J. R. Silva; J. S. E. Germano; R. S. Mariano. Simquest - ferramenta de modelagem computacional para o ensino de física. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 33:1508, 2011.

- [29] K. R. Koedinger; J. R. Anderson; H. H. William; M. A. Mark. Intelligent tutoring goes to school in the big city. *International Journal of Artificial Intelligence in Education.*, 8:30–43, 1997.
- [30] L. A. Munárriz. Fundamentos da inteligência artificial. 1994.
- [31] J. Magalhães Netto. Um tutor inteligente para o ensino de xadrez. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Março de 1995.
- [32] J. J. Zhang; D. A. Norman. Representations in distributed cognitive tasks. *Cognitive Science*, 18:87–122, 1994.
- [33] H. Nwana. Intelligent tutoring systems: An overview. *Artificial Intelligent*, 4:251–277, 1990.
- [34] F. D. Oliveira. Suporte ao aprendizado apoiado por múltiplas representações externas através da análise e remediação de erros. Dissertação de Mestrado, Dissertação de Mestrado em Informática. Departamento de Informática. Universidade Federal do Paraná, 2010.
- [35] M. D. Leite; A. R. Pimentel; F. D. Oliveira. Um estudo sobre classificação de erros: uma proposta aplicada a objetos de aprendizagem. *22o. Simpósio Brasileiro de Informática na Educação. Anais do XXII SBIE - XVII WIE*, páginas 264–273, 2011.
- [36] R. M. Vicari; F. M. Oliveira. *Sistemas Tutores Inteligentes*. Universidade Federal do Rio Grande do Sul - Instituto de Informática, 1992.
- [37] S. E. Palmer. Fundamental aspects of cognitive representation. *Cognition and categorization*. Hillsdale, 1977.
- [38] M. D. Leite; A. R. Pimentel; M. H. Pietruchinski. Remediação de erros baseada em múltiplas representações externas e classificação de erros aplicada a objetos de aprendizagem inteligentes. *Anais do 23º Simpósio Brasileiro de Informática na Educação - SBIE. Rio de Janeiro*, 2012.

- [39] F. Oliveira; M. D. Leite; A. R. Pimentel. Um processo de remediação de erros com base no uso de múltiplas representações externas no contexto de objetos de aprendizagem. *Anais do 23º Simpósio Brasileiro de Informática na Educação - SBIE. Rio de Janeiro*, 2012.
- [40] M. D. Leite; D. Marczal; A. R. Pimentel. Multiple external representations in remediation of math errors. *15th International Conference on Enterprise Information Systems - ICEIS (2013)*, 1:540–544, 2013.
- [41] M. D. Leite; D. Marczal; A. R. Pimentel. Objeto de aprendizagem pitágoras: uma aplicação do uso de múltiplas de representações externas na remediação de erros matemáticos. *DesafIE! - II Workshop de Desafios da Computação Aplicada à Educação do XXXIII Congresso da Sociedade Brasileira de Computação. Alagoas*, páginas 1434–1442, 2013.
- [42] J. Jehng R. J. Spiro. Cognitive flexibility and hypertext: Theory and technology for nonlinear and multi-dimensional traversal o complex subject matter. *Cognition, Education, and Multimedia. Hillsdale, NJ: Erlbaum*, 1990.
- [43] H. Radatz. Error anaalyses in mathematics education. journal for research in mathematics education. *Journal Educational Studies in Mathematics*, 3(10):163–172, 1979.
- [44] G. S. Ramos. Detecção e remediação de erros na generalização de conceitos matemáticos por meio de sistemas tutores inteligentes. Dissertação de Mestrado, PPGInf - Universidade Federal do Paraná, 2010.
- [45] J. Anderson; C. F. Boyle; B. J. Reise. Intelligent tutoring systems. *Science*, 228:456–462, 1995.
- [46] J. R. Anderson; B. J. Reiser. The lisp tutor. *Artificial Intelligence*, 1985.
- [47] M. F. S. Rodrigues. Proposta de um framework para o desenvolvimento de sistemas tutores inteligentes. Dissertação de Mestrado, Universidade do Minho - Departamento de Sistemas de Informação, 2007.

- [48] M. A. Rau; R. Scheines. Searching for variables and models to investigate mediators of learning from multiple representations. *In Yacef, K., Zaiane, O., Hershkovitz, H., Yudelson, M., and Stamper, J. (Eds.), Proceedings of the 5th International Conference on Educational Data Mining*, páginas 110–117, 2012.
- [49] P. Jaques; G. Rubi; H. Seffrin. Evaluating different strategies to teach algebra with an intelligent equation solver. *VII Latin American Conference on Learning Objects and Technologies (LACLO). Ecuador*, 2012.
- [50] J. A. Self. The defining characteristics of intelligent tutoring systems research: Its care, precisely. *International Journal of Artificial Intelligence in Education*, 10:350–364, 1999.
- [51] M. D. Leite; L. S. Garcia; A. R. Pimentel; M. S. Sunye; M. A. Castilho; F. A. Silva. A user-interface environment as a support in maths teaching for deaf children. *12th International Conference on Enterprise Information Systems - ICEIS*, 5:79–85, 2010.
- [52] B. F. Skinner. Teaching machines. *Science*, 128:269–277, 1958.
- [53] J. R. Hartley; D. H. Sleman. Towards more intelligent teaching systems. *International Journal of Man Machine Studies.*, páginas 215–236, 1973.
- [54] J. R. Anderson; J. M. Fincham; Y. Qin; A. Stocco. A central circuit of the mind. *Trends in Cognitive Science*, 12(4):136–143, 2008.
- [55] A. N. Taatgen. Learning rules and productions. *Encyclopedia of Cognitive Science*, 2:822–830, 2003.
- [56] K. Vanlehn. Learning one subprocedure per lesson. *Artificial Intelligence*, 31(1):1–40, 1987.
- [57] K. VanLehn. *Student modeling*. Dept. of Psychology, Carnegie-Mellon University, 1988.
- [58] K. Vanlehn. The behavior of tutoring systems. *International Journal of Artificial Intelligence in Education.*, 16(3):227–265, 2006.

- [59] G. Vergnaud. A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and subtraction problems. *Hillsdale, N. J.: Lawrence Erlbaum*, 1982.
- [60] G. Vergnaud. Psicologia do desenvolvimento cognitivo e didáctica das matemáticas. un exemplo: as estruturas aditivas. *Análise Psicológica*, 1(5):76–90, 1986.
- [61] R. Vicari. *Um tutor inteligente para a programação em Lógica: Idealização, Projeto e Desenvolvimento*. Tese de Doutorado, Universidade de Coimbra, 1990.
- [62] R. Vicari. Inteligência artificial e educação: Indagações básicas. *Simpósio Brasileiro de Informática e Educação*, páginas 207–216, dezembro de 1993.
- [63] E. Wenger. *Artificial intelligence and tutoring systems: computational and cognitive approaches to the communication of knowledge*. Morgan Kaufmann Publishers, 1987.
- [64] R. Costa; V. Werneck. *Tutores Inteligentes*. Rio de Janeiro: COPPE-UFRJ, 1996.
- [65] P. Hall; P. Wood. Intelligent tutoring systems: A review for beginners. *Canadian Journal of Educational Communication*, 19:107–123, 1990.
- [66] S. Ainsworth; P. Bibby; D. Wood. Examining the effects of different multiple representational systems in learning primary mathematics. *Journal of the Learning Sciences*, 11(1):25–61, 2002.
- [67] J. R. Anderson; C. F. Boyle; G. Yost. The geometry tutor. *Proceedings of the International Joint Conference on Artificial Intelligence*, 1985.
- [68] C. Fiori; L. Zuccheri. An experimental research on error patterns in written subtraction. *Journal Educational Studies in Mathematics*, 3(60):323–331, 2005.