

**SINVALDO RODRIGUES MORENO**

**OTIMIZAÇÃO DO PLANEJAMENTO DIÁRIO DE  
GERAÇÃO EM USINAS HIDRELÉTRICAS**

**CURITIBA**

**2012**

**SINVALDO RODRIGUES MORENO**

**OTIMIZAÇÃO DO PLANEJAMENTO DIÁRIO DE  
GERAÇÃO EM USINAS HIDRELÉTRICAS**

Dissertação apresentada como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre em Engenharia de Recursos Hídricos, pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Recursos Hídricos e Ambiental, Setor de Tecnologia, da Universidade Federal do Paraná.

Orientador: Prof. Dr. Eloy Kaviski

**CURITIBA**

**2012**

Moreno, Sinvaldo Rodrigues

Otimização do planejamento diário de geração em usinas hidrelétricas / Sinvaldo Rodrigues Moreno. – Curitiba, 2012.

104 f. : il.; graf., tab. + mapas

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Paraná, Setor de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Recursos Hídricos e Ambiental.

Orientador: Eloy Kaviski

1. Energia hidrelétrica - Otimização combinatória. I Kaviski, Eloy  
II. Título.

CDD 621.4



## TERMO DE APROVAÇÃO

### SINVALDO RODRIGUES MORENO

# “OTIMIZAÇÃO DO PLANEJAMENTO DIÁRIO DA GERAÇÃO DE ENERGIA DE USINAS HIDRELÉTRICAS”

Dissertação aprovada como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre, pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Recursos Hídricos e Ambiental do Setor de Tecnologia da Universidade Federal do Paraná, pela comissão formada pelos professores:

PRESIDENTE:

**Eloy Kaviski**

Universidade Federal do Paraná  
Orientador

MEMBROS:

**Julio César Nievola**

Pontifícia Universidade Católica do Paraná

**Marcelo Rodrigues Bessa**

Universidade Federal do Paraná

**Miriam Rita Moro Mine**

Universidade Federal do Paraná

Curitiba, 14 de dezembro de 2012





## Dedicatória

À minha esposa Quézia,

Pelo amor, carinho e principalmente pela compreensão quando tive que abdicar de momentos em família em prol deste trabalho.

## Agradecimentos

À Deus,

Por ter me proporcionado saúde, força e perseverança para trilhar este caminho.

Ao Prof. Dr. Eloy,

Pela paciência e tempo dedicado à orientação deste trabalho.

À Profa. Dra. Miriam,

Pela enorme contribuição e revisão abrangente deste trabalho!

Ao Prof. Dr. Marcelo Bessa,

Pelo entusiasmo, incentivo e pelo esforço em participar da etapa final deste trabalho;

Ao Prof. Dr. Júlio Nievola da PUC-PR,

Pela contribuição na revisão e pelo incentivo.

Aos colegas Leandro Nacif e Rodrigo Ávila,

Pelas inúmeras idéias trocadas ao longos dos "cafezinhos".

Ao PPGERHA,

Pela oportunidade oferecida, favorecendo à concretização deste sonho.

## Epígrafe

*Um abismo assustador, uma profusão de questões de todos os tipos, onde minhas responsabilidades em jogo, se presenciando em mim. E o mais importante: "O que deve substituir o objeto perdido?" O perigo de uma arte ornamental me parecia claramente a morte, existência ilusória das formas estilizadas não poderiam me repelir. E somente depois de inúmeros anos de um trabalho paciente, de uma reflexão intensa, de cuidadosas e inúmeras tentativas onde eu desenvolvia ainda mais a capacidade de viver puramente, abstratamente as formas pictóricas e de me absorver ainda mais profundamente nessa profundidade insondável, que eu chegava a estas formas pictóricas com as quais eu trabalho hoje e que, como eu espero e a vejo, se desenvolverão bem mais ainda. Levou muito tempo antes que esta questão: "O que deve substituir o objeto?" pudesse ser respondida. Encontrei em mim uma resposta real. Frequentemente eu retorno ao meu passado e fico desesperado ao ver quanto tempo levou para eu chegar a esta solução.*

**Wassily Kandinsky, *Regards sur le passé.***

# Conteúdo

<b>Lista de Figuras</b> .....	<b>x</b>
<b>Lista de Tabelas</b> .....	<b>xiii</b>
<b>Resumo</b> .....	<b>xv</b>
<b>Abstract</b> .....	<b>xvi</b>
<b>1 Introdução</b> .....	<b>1</b>
1.1 Otimização e Técnicas Computacionais .....	1
1.2 Objetivos e Contribuições.....	4
1.3 Organização do Trabalho .....	5
<b>2 Revisão Bibliográfica</b> .....	<b>7</b>
2.1 Problemas de Otimização .....	7
2.2 Técnicas Exatas de Otimização .....	8
2.2.1 Programação Linear (PL) .....	9
2.2.2 Programação Dinâmica (PD) .....	11
2.2.3 Programação Não Linear (PNL) .....	12
2.3 Inteligência Computacional (IC) .....	13
2.3.1 Algoritmo Genético (AG) .....	15
2.3.2 Otimização por Colônia de Formigas (ACO) .....	17
2.3.3 Recozimento Simulado (SA) .....	19
2.3.4 Otimização por Enxame de Partículas (PSO) .....	22

<b>3</b>	<b>Inteligência de Enxame (<i>Swarm Intelligence</i>)</b> .....	<b>25</b>
3.1	Algoritmo PSO Padrão .....	25
3.2	Coeficiente de Inércia - O Modelo de Eberhart .....	28
3.3	Fator de Construção - O Modelo de Clerc .....	28
3.4	Topologia de Vizinhança .....	30
<b>4</b>	<b>Algoritmo de Otimização por Enxame de Partículas Modificado</b> .....	<b>32</b>
4.1	Algoritmo de Enxame de Partículas Unificado - UPSO .....	32
4.2	Enxame de Partículas Unificado Modificado - <i>M</i> -UPSO .....	34
4.2.1	Convergência do Algoritmo .....	36
4.2.2	Seleção dos Parâmetros Iniciais .....	43
4.3	<i>Benchmark</i> de Funções Teste do <i>M</i> -UPSO .....	52
4.3.1	Função Rosenbrock Valley .....	52
4.3.2	Função Schaffer .....	53
4.3.3	Função Rastrigin .....	54
4.4	Resultados para o <i>Benchmark</i> de Funções Teste do <i>M</i> -UPSO .....	55
<b>5</b>	<b>Modelo de Otimização do Planejamento Diário para a Operação das Pequenas Centrais Hidrelétricas - PCHs</b> .....	<b>63</b>
5.1	Conceituação e Marco Regulatório das Fontes Renováveis .....	63
5.2	Pequenas Centrais Hidrelétricas .....	68
5.3	Modelo Matemático de Otimização .....	69
<b>6</b>	<b>Estudo de Caso</b> .....	<b>74</b>
6.1	Características das PCHs Estudadas .....	74
6.2	Experimentos e Resultados .....	77
6.3	Comparação de Técnicas .....	85
<b>7</b>	<b>Conclusão e Recomendações</b> .....	<b>87</b>

7.1 Conclusão .....	87
7.2 Recomendações .....	89
<b>Referências .....</b>	<b>90</b>

## Lista de Figuras

Figura 3.1	Topologias de Vizinhança (VIOT, 2010) .....	31
3.1.a	Anel .....	31
3.1.b	Estrela .....	31
3.1.c	Roda .....	31
Figura 4.1	Oscilações provocadas pela variação de $\omega$ ao longo da trajetória (ref. O autor) .....	41
Figura 4.2	Influência de $\omega$ , $c_1$ e $c_2$ na convergência do PSO - Padrão. ....	48
4.2.a	Variação de $\ \alpha\ $ .....	48
4.2.b	Variação de $\ \beta\ $ .....	48
Figura 4.3	Influência de $\chi$ e da variação de $\omega$ na convergência do PSO. ....	49
4.3.a	Variação de $\ \alpha\ $ .....	49
4.3.b	Variação de $\ \beta\ $ .....	49
Figura 4.4	$\ \alpha\ $ nos dois modelos do PSO para $c_1 = c_2 = 1,934$ e $\omega_{min} = 0,55$ . ....	50
4.4.a	Variação de $\ \alpha\ $ PSO padrão .....	50
4.4.b	Variação de $\ \alpha\ $ PSO proposto .....	50
Figura 4.5	$\ \beta\ $ nos dois modelos do PSO para $c_1 = c_2 = 1,934$ e $\omega_{min} = 0,55$ . ....	50
4.5.a	Variação de $\ \beta\ $ PSO padrão .....	50
4.5.b	Variação de $\ \beta\ $ PSO proposto .....	50



Figura 4.6	$\ \alpha\ $ nos dois modelos do PSO para $c_1 = c_2 = 2,052$ e $\omega_{min} = 0,55$ .	51
4.6.a	Variação de $\ \alpha\ $ PSO padrão	51
4.6.b	Variação de $\ \alpha\ $ PSO proposto	51
Figura 4.7	$\ \beta\ $ nos dois modelos do PSO para $c_1 = c_2 = 2,052$ e $\omega_{min} = 0,55$ .	51
4.7.a	Variação de $\ \beta\ $ PSO padrão	51
4.7.b	Variação de $\ \beta\ $ PSO proposto	51
Figura 4.8	Função Rosenbrock no espaço $\mathbb{R}^2$	53
Figura 4.9	Função Schaffer no espaço $\mathbb{R}^2$	54
Figura 4.10	Função Rastrigin no espaço $\mathbb{R}^2$	55
Figura 4.11	Mudança da fase com $\omega_{min} = 0,55$ e $c_1 = c_2 = 1,41$	57
4.11.a	Região de $\ \alpha\ $ com $\omega_{min} = 0,40$	57
4.11.b	Rotação de $\ \alpha\ $ com $\omega_{min} = 0,55$	57
Figura 4.12	$\ \alpha\ $ e $\ \beta\ $ para M-UPSO com $\chi c_1 = \chi c_2 = 1,410$ e $\omega_{min} = 0,75$ .	59
4.12.a	Variação de $\ \alpha\ $	59
4.12.b	Variação de $\ \beta\ $	59
Figura 4.13	$\ \alpha\ $ e $\ \beta\ $ para M-UPSO com $\chi c_1 = \chi c_2 = 1,496$ e $\omega_{min} = 0,75$ .	60
4.13.a	Variação de $\ \alpha\ $	60
4.13.b	Variação de $\ \beta\ $	60
Figura 5.1	Configuração em cascata de duas usinas (Ref. O autor)	70

Figura 6.1	Bacia Hidrográfica Paraíba do Sul - MG (FARIA, 2009).	75
Figura 6.2	Reservatórios das usinas em estudo (fonte: Google Earth)	76
Figura 6.3	Distribuição de Chuvas (1931-2011) - Est. Guarani (cód. 58730001)	77
Figura 6.4	Vazões afluentes ao Reservatório da SHPP1	80
6.4.a	Vazões afluentes em 07/05/2012	80
6.4.b	Vazões afluentes em 08/05/2012	80
6.4.c	Vazões afluentes em 09/05/2012	80
6.4.d	Vazões afluentes em 10/05/2012	80
6.4.e	Vazões afluentes em 11/05/2012	80
Figura 6.5	Operação do Reservatório da SHPP1	83
Figura 6.6	Operação do Reservatório da SHPP2	83
Figura 6.7	Totais de Produção de Energia (kWh) obtidos para a semana de planejamento	86

## Lista de Tabelas

Tabela 4.1	Resultados do PSO Padrão para a função Rosenbrock no $\mathbb{R}^{10}$	56
Tabela 4.2	Resultados do M-UPSO para a função Rosenbrock no $\mathbb{R}^{10}$	56
Tabela 4.3	PSO Padrão com $\omega_{min} = 0,55$ para a função Rosenbrock no $\mathbb{R}^{10}$	57
Tabela 4.4	M-UPSO para a função Rosenbrock no $\mathbb{R}^{10}$ com $\omega_{min} = 0,55$	58
Tabela 4.5	M-UPSO para a função Rosenbrock no $\mathbb{R}^{10}$ com $\omega_{min} = 0,75$	59
Tabela 4.6	Resultados para o <i>benchmark</i> de funções teste do PSO no espaço $\mathbb{R}^2$	61
Tabela 4.7	Comparação entre o PSO e o <i>Simulated Annealing</i>	62
Tabela 5.1	Critérios de avaliação de desempenho Portaria n° 463/2009 MME	66
Tabela 5.2	Critérios de exclusão do MRE conforme Resolução n° 409/2010 ANEEL	67
Tabela 6.1	Características das PCHs estudadas	77
Tabela 6.2	Resultados de operação da cascata para $\omega_{min} = 0,55$	78
Tabela 6.3	Ganho de eficiência e produtividade através do uso do M-UPSO	81
Tabela 6.4	Vazões afluentes ao Reservatório da SHPP1	82

Tabela 6.5	Operação do Reservatório da SHPP1 através do uso do M-UPSO	.....	84
Tabela 6.6	Operação do Reservatório da SHPP2 através do uso do M-UPSO	.....	85
Tabela 6.7	Parâmetros do Algoritmo PSO para a solução do PDGH	.....	86
Tabela 6.8	Resultados do PDGH para o horizonte de 07 à 11/05/2012	.....	86

## Resumo

Regras de operação de reservatórios são importantes para a gestão de recursos hídricos. Várias técnicas de otimização têm sido aplicadas para obter métodos eficientes de operação de reservatórios, entretanto, um método eficiente ainda se faz necessário devido a complexidade de um sistema de reservatórios, especialmente os de pequenas dimensões. Neste trabalho, um método de otimização melhorado, baseado em Enxame de Partículas, é apresentado. As melhorias envolvem o uso de um algoritmo que unifica os dois esquemas do algoritmo de Enxame de Partículas em um único, sem comprometer o desempenho computacional. É adotada a combinação do coeficiente de restrição ao coeficiente de inércia para o controle da velocidade das partículas. Uma nova abordagem da variação da inércia é utilizada para melhorar o desempenho do algoritmo. O algoritmo proposto é aplicado ao problema de otimização diária do planejamento de geração de pequenas centrais hidrelétricas, através de um modelo simplificado de otimização, que utiliza penalização da função objetivo para lidar com as restrições não lineares do problema. Esta abordagem mostrou boa performance e obteve resultados promissores, quando comparada ao algoritmo de Enxame de Partículas padrão e a outras técnicas heurísticas, como o Recozimento Simulado, por exemplo.

Palavras-chave: Otimização; Enxame de Partículas; Planejamento Diário de Geração Hidrelétrica.

## Abstract

Improved reservoir operation rules are important for effective and efficient management of available water resources. Although several optimization techniques have been applied to obtain improved reservoir scheduling rules, an efficient method still remains to be developed due to the complexity of the reservoir system, especially the small ones. An improved Particle Swarm Optimization (PSO) approach is introduced in this work. The improvements involve an algorithm that the major advantages of the global and the local PSO variant are combined in a unified scheme, without imposing additional computational burden in terms of function evaluations. The constriction coefficient velocity update of PSO was used with the inertia weight coefficient. Meanwhile, a linear inertia weight update is adopted to enhance the performance of the approach. With nonlinear constraints handled by a penalty function, the proposed approach is applied to solve the short-term small hydropower plants scheduling. This approach shows a higher performance and obtains promising results compared to the standard particle swarm optimization and other heuristics, such as Simulated Annealing.

Key-words: Optimization; Particles Swarm; Daily Scheduling Hydropower Dispatch.

# 1 Introdução

## 1.1 Otimização e Técnicas Computacionais

O planejamento da geração de usinas hidrelétricas tem sido objeto de várias pesquisas e estudos nos últimos anos. O principal objetivo destas pesquisas é a obtenção de uma técnica de otimização, viável computacionalmente, que possibilite maximizar a geração hidrelétrica, minimizando desta forma o custo da geração térmica. Este objetivo também visa proporcionar o aumento do benefício social, através do equilíbrio entre a modicidade tarifária e a remuneração dos contratos de venda de energia e ainda, manter o custo de operação e expansão do sistema em valores aceitáveis.

Dada a complexidade elétrica e diversidade geográfica do Sistema Interligado Nacional, o mesmo esta sujeito a regimes hidrológicos distintos, surge então a necessidade de complementaridade para evitar déficit de suprimento em períodos de baixa afluência. Desta forma, a existência de interligações proporciona a exploração de intercâmbios de geração entre regiões e, em última instância, também são compartilhados regimes complementares de geração através das usinas térmicas.

As usinas térmicas são utilizadas quando os níveis de armazenamento dos subsistemas, nos períodos de baixa afluência, ultrapassam os limites estabelecidos pela Curva de Aversão ao Risco (CAR). O custo de operação das plantas térmicas é elevado, sendo portanto, um dos objetivos da política ótima de operação do Sistema, obter o máximo aproveitamento dos recursos hídricos, minimizando o custo do despacho térmico, além de respeitar restrições de ordem técnica e ambiental.

Nas últimas quatro décadas, vários problemas de gestão de recursos hídricos foram solucionados através de diferentes abordagens, com a aplicação de técnicas exatas de otimização. Várias técnicas de otimização foram utilizadas e os métodos de otimização evoluíram com o poder computacional disponível. As diferentes abordagens ajudaram a examinar e identificar as melhores estratégias de gestão, considerando a complexidade dos

diferentes sistemas em estudo.

Entre os métodos de otimização tradicionais estão a Programação Linear (PL), Programação Dinâmica (PD) e a Programação Não Linear (PNL). Estas técnicas foram aplicadas a vários problemas de operação de reservatórios por Yeh (YEH, 1985) e Wurbs (WURBS, 1993). Uma revisão abrangente de aplicações destes métodos para a operação de reservatórios foi apresentada nos trabalhos publicados por Yeh (YEH, 1985) e Labadie (LABADIE, 2004).

Recentemente com o desenvolvimento da Inteligência Computacional, muitas técnicas Heurísticas e Metaheurísticas têm sido utilizadas para a solução dos mais variados problemas. Estas técnicas possuem baixo custo computacional além de apresentarem rápida convergência com um comportamento robusto. Os métodos de otimização por Algoritmo Genético, Lógica Difusa, Colônia de Formigas, Colônia de Bactérias, Enxame de Partículas, Recozimento Simulado, *Firefly*, *Harmony Search*, entre outros, têm tido aplicação nas mais diversas áreas da ciência.

O Enxame de Partículas (*Particle Swarm Optimization*) ou abreviadamente PSO, em particular, se destaca por sua simplicidade, eficiência e robustez. A técnica foi desenvolvida por Kennedy e Eberhart (1995) e consiste em um algoritmo de busca estocástica que é similar ao Algoritmo Genético (AG), porém a forma como a informação é utilizada para a otimização é inspirada não em operadores genéticos, mas na dinâmica de enxame.

A idéia básica do algoritmo foi originalmente inspirada na observação do comportamento social de bandos ou enxames, tais como bando de pássaros, cardume de peixes ou enxame de abelhas que percorrem uma trajetória de forma aparentemente aleatória em busca de alimento. A população do enxame troca informações entre si, em relação ao espaço explorado por cada indivíduo e, através dessa troca de informação, a população decide qual trajetória seguir, resultando sempre na decisão de seguir o indivíduo que está mais próximo ao objetivo. Essa decisão é tomada a partir da natureza do comportamento social, pois se qualquer membro descobrir um caminho melhor se comparado aos demais, o restante dos membros da população o seguirá rapidamente (KENNEDY; EBERHART, 1995).

No PSO cada membro da população é uma partícula (ou indivíduo) e a população é chamada de enxame. O processo de otimização do PSO tem início com a geração aleatória de uma população que se move com uma velocidade inicial, em direções definidas aleatoriamente, obedecendo aos limites do espaço de busca de forma que o enxame se mantenha coeso. A velocidade de cada partícula é controlada por um parâmetro, chamado de coeficiente de inércia. Este parâmetro controla a explosão da velocidade de cada



partícula, permitindo que a partícula explore o espaço de busca de maneira a obter a melhor solução (PARSOPOULOS; VRAHATIS, 2002).

Clerc (CLERC, 1999) também propôs um limitador da velocidade, chamado de fator de restrição, que substitui o coeficiente de inércia. Na literatura é possível encontrar as duas formas do algoritmo PSO, ou seja, utilizando o coeficiente de restrição ou apenas o coeficiente de inércia.

O PSO possui duas configurações clássicas conhecidas por PSO Global (ou esquema *Gbest*) e PSO Local (ou *Lbest*). As duas configurações diferem no conceito de vizinhança utilizado em cada esquema. O esquema *Gbest* considera o enxame como vizinho de cada partícula, enquanto no esquema *Lbest*, a vizinhança de uma partícula é limitada por um raio de pequena distância. Cada partícula explora o espaço de busca utilizando informações relativas às melhores posições já visitadas e também pelas posições visitadas por cada um de seus vizinhos.

As partículas do enxame trocam informações sobre as melhores posições já visitadas entre si, após comparar a sua posição atual em relação à do enxame, a partícula ajusta dinamicamente a sua própria posição e velocidade que é derivada da melhor posição de todas as partículas. O passo seguinte do processo de busca inicia-se quando todas as partículas atualizam suas velocidades e posições, finalmente, todas as partículas tendem a voar para posições cada vez melhores durante o processo de busca, até que o movimento do enxame alcance o ponto mais próximo de um ótimo da função objetivo.

Uma característica interessante deste método é marcada por uma exploração de caráter global no início do procedimento que, ao longo das iterações, torna-se local, quando ocorre a convergência final das partículas. No início é realizada uma busca em todo o espaço do domínio da função objetivo, permitindo a localização de possíveis ótimos locais; em seguida, o caráter local da busca permite aumentar a precisão do valor obtido, buscando atingir os ótimos globais.

Esta característica além de aumentar a probabilidade de encontrar o ótimo global, garante a precisão do valor obtido e uma boa exploração da região próxima ao ótimo, possibilitando uma representação da região de confiança através dos parâmetros e da utilização das avaliações da função objetivo realizadas pelo método durante a minimização (ou maximização).

## 1.2 Objetivos e Contribuições

Este trabalho tem como objetivo o desenvolvimento de um algoritmo para a solução do problema de planejamento diário de geração hidrelétrica. Este algoritmo utiliza as vantagens da otimização por Enxame de Partículas (PSO).

A técnica PSO é uma metaheurística que permite a concepção de uma nova abordagem para a otimização da operação de uma cascata de reservatórios. Na abordagem proposta neste trabalho, as restrições operacionais da usina, sejam de ordem técnica, construtiva ou ambientais, são inseridas dentro da função objetivo, facilitando o tratamento matemático do problema pois não existe a necessidade de cálculo de derivadas, gradiente ou inversão da matriz hessiana. As principais contribuições deste trabalho são descritas a seguir:

- Proposta de uma nova variante do algoritmo PSO Unificado: Esta proposta utiliza a combinação dos coeficientes de constrição  $\chi$  e a variação linear da inércia  $\omega$ , além da combinação das características de exploração local do esquema *Lbest* e da exploração global do *Gbest* em um único algoritmo. Este modelo recebeu o nome de algoritmo de Otimização por Enxame de Partículas Unificado Modificado (M-UPSO). Espera-se com esta alteração, diminuir o tempo de processamento e aumentar a exploração do espaço de busca.
- Proposta de um novo método de variação da inércia  $\omega$  das partículas: Espera-se resolver um problema existente atualmente no algoritmo PSO, relacionado ao fato das partículas ao terem sua inércia reduzida à  $\omega_{min}$  ao longo das iterações, não retornarem ao valor inicial da inércia  $\omega_{max}$  mesmo após ficarem presas a ótimos locais.
- Determinação dos parâmetros iniciais adequados ao PSO para a utilização do algoritmo em modelos de planejamento diário de geração: Para tal, é feita uma avaliação analítica da convergência do algoritmo na esperança de obter subsídios que orientem a escolha dos parâmetros velocidade inicial, número máximo de iterações, limite do valor de  $\omega_{min}$  para a redução da inércia.
- Realização de testes de convergência através da aplicação do algoritmo à um *benchmark* de funções teste (LIANG et al., 2005): Nesta etapa é possível avaliar características tais como: tempo de execução, precisão de convergência e facilidade para

sair de ótimos locais. Nestes testes é realizada a comparação do desempenho do algoritmo proposto contra algumas variantes do PSO.

- Proposta de uma função objetivo para a otimização diária do planejamento de geração de usinas hidrelétricas, com aplicação às Pequenas Centrais Hidrelétricas (PCHs). O modelo pode facilmente ser aplicado a uma única usina ou ainda ser estendido à uma cascata de reservatórios, devendo apenas ser incluído na função objetivo, os parâmetros das novas usinas que integrarão a cascata.

As inovações propostas para o algoritmo PSO têm como objetivo produzir soluções para problemas existentes no algoritmo PSO Padrão no contexto da otimização (incluindo a prematuridade, impossibilidade de retornar ao valor inicial da inércia e possibilidade de ficar preso em ótimos locais).

É realizado estudo de caso com duas PCHs, através da aplicação da técnica proposta neste trabalho, para a otimização do planejamento diário de geração. As PCHs estão instaladas em cascata e localizadas no Rio Pomba em Minas Gerais. Os resultados do método de otimização é comparado aos resultantes de um modelo de simulação utilizado atualmente no planejamento diário de geração destas usinas, aos resultados provenientes da aplicação da técnica de Recozimento Simulado, do PSO Padrão e do PSO Unificado, para verificar o desempenho do algoritmo na solução do problema de otimização diária de geração hidrelétrica.

### 1.3 Organização do Trabalho

Este trabalho foi desenvolvido em sete capítulos. A abordagem do tema nos capítulos subsequentes é feita da seguinte forma:

O Capítulo 2 apresenta uma revisão da literatura sobre os principais métodos de otimização, incluindo os métodos heurísticos e as principais aplicações dos mesmos na gestão de recursos hídricos e na operação de reservatórios.

O Capítulo 3 descreve o algoritmo PSO Padrão em suas duas variantes, o esquema *Lbest* e o *Gbest*, além do histórico de desenvolvimentos e melhorias ao longo dos anos deste método de otimização, as principais dificuldades e problemas ainda existentes no algoritmo PSO.

O Capítulo 4 aborda o algoritmo PSO proposto, chamado de Otimização por Enxame de Partículas Unificado Modificado, ou M-UPSO (do inglês: *Modified Unified*

*Particle Swarm Optimization*). Apresenta a análise da convergência e as equações para a obtenção dos parâmetros iniciais do algoritmo. Também são apresentados os resultados de desempenho do algoritmo. O desempenho foi medido através da aplicação do algoritmo proposto à um *benchmark* de funções teste e comparação dos resultados com o PSO Padrão, suas variantes e aos obtidos pela técnica de Recozimento Simulado para estas funções.

O Capítulo 5 apresenta a conceituação das principais normas e marcos regulatório que permitem a inserção das Fontes Renováveis, grupo onde se enquadram as PCHs, na matriz do Sistema Interligado, além de uma síntese do impacto destas no Mercado de Energia. Finalmente, é apresentado um modelo matemático de otimização para operação de dois pequenos reservatórios em cascata. Este modelo utiliza a técnica de penalização da função objetivo, facilitando o tratamento matemático pelo algoritmo.

O Capítulo 6 apresenta o estudo de caso, onde o algoritmo M-UPSO é aplicado à otimização do planejamento diário das PCHs. A solução obtida para o problema de otimização dos reservatórios, através do algoritmo proposto, é comparada à solução resultante da aplicação do PSO Padrão e suas variantes, e também aos resultados obtidos pela aplicação da técnica de Recozimento Simulado.

O Capítulo 7 apresenta as conclusões finais sobre os resultados obtidos por cada variante do PSO, para os problemas de otimização, tanto para a minimização das funções teste quanto para a operação dos reservatórios. Por fim, sugestões para trabalhos futuros são apresentadas.

## 2 Revisão Bibliográfica

Este capítulo apresenta uma revisão sobre o conceito de otimização e as principais técnicas aplicadas na solução de problemas de alocação de recursos hídricos. Uma breve discussão sobre as Técnicas Clássicas de Otimização, ou Técnicas Exatas, aborda as dificuldades computacionais e matemáticas decorrentes do uso das mesmas. Uma visão conceitual é apresentada sobre as técnicas classificadas como Inteligência Computacional, conhecidas como Heurística e Metaheurística, por imitarem processos que ocorrem na natureza. O capítulo também apresenta várias aplicações destas técnicas na área de recursos hídricos e assuntos correlatos. A Teoria de Enxame, técnica utilizada como referência para o presente trabalho, é apresentada através da revisão da literatura sobre o conceito utilizado por este método de otimização, além das principais aplicações do mesmo na gestão de recursos hídricos e operação de reservatórios.

### 2.1 Problemas de Otimização

Otimização é um processo de busca que visa encontrar a melhor solução, também chamada de solução ótima, para determinado problema. Segundo [Papadimitriou e Steiglitz \(1998\)](#), uma instância de um problema de otimização consiste no par  $(F, c)$  onde  $F$  é um conjunto qualquer, constituído por pontos viáveis e  $c$  é uma função de custo. O processo de otimização consiste em um mapeamento  $c : F \mapsto R$ , ou seja, o problema consiste em encontrar um  $f \in F$  tal que  $c(f) \leq c(g)$  para  $\forall g \in F$ .

Em um problema de otimização os principais componentes podem ser relacionados da seguinte forma:

- **Vizinhança:** dado um ponto viável  $f \in F$  em um determinado problema com instâncias  $(F, c)$ , sua vizinhança consiste no mapeamento  $N : F \mapsto 2^F$  definido para cada instância;
- **Ótimo Local:** em certas instâncias de problemas, encontrar uma solução ótima pode

ser uma tarefa difícil do ponto de vista do custo computacional. Nestes casos, é possível com custo computacional mais baixo, encontrar uma solução  $f$ , sendo esta, a melhor solução na vizinhança  $N(f)$ . Em uma instância  $(F, c)$  de um problema de otimização com vizinhança  $N(f)$ , a solução viável  $f \in F$  é definida como sendo ótimo local em relação a  $N$  se  $c(f) \leq c(y) \forall y \in N(f)$ ;

- Ótimo Global: o ponto  $f$  é denominado ótimo global para a instância comumente referenciado por ótimo se  $c(f) \leq c(g) \forall g \in F$ .

Em um processo de otimização o que se pretende é encontrar o ótimo global, porém em certos casos, aceita-se uma solução aproximada. Inteligência Computacional tem sido aplicada para obter solução aproximada para os mais diversos problemas, principalmente se o custo para atingir o ótimo global for maior que o benefício proporcionado pela pequena diferença existente entre a solução aproximada e a solução ótima.

Desta forma, as técnicas heurísticas e metaheurísticas são cada vez mais presentes em trabalhos que buscam a solução de problemas complexos onde, se aplicada as técnicas exatas de otimização tais como Programação Dinâmica, Programação Não Linear, etc., o custo computacional inviabilizaria o processo de tomada de decisão.

## 2.2 Técnicas Exatas de Otimização

Os métodos de busca por soluções denominados exatos são aqueles que sempre encontram a solução ótima para o problema, e se é que ela existe, a mesma deve satisfazer de forma ótima a função objetivo correspondente ao problema em questão, respeitando todas as restrições que se aplicam à resolução do problema.

Um problema pode ou não possuir um algoritmo exato para sua solução, existindo este algoritmo, o mesmo pode não encontrar um ótimo em tempo hábil. Diz-se que o algoritmo é inviável para a instância em questão devido ao elevado custo computacional. Geralmente se considera tempo hábil, um algoritmo na forma polinomial, ou seja, aquele que termina em um tempo definido por uma função polinomial, função esta da dimensão da entrada do problema (CORMEN et al., 2001).

As técnicas clássicas encontradas na literatura são Programação Linear, Programação Dinâmica, além de suas variantes e Programação Não Linear. Estas ainda podem ser subdivididas em classes tais como Programação Inteira e Mista.

### 2.2.1 Programação Linear (PL)

A mais simples de todas as técnicas de otimização é o Modelo de Programação Linear (PL). Esta técnica tem sido tratada exaustivamente e aplicada a vários estudos de caso de problemas de operação de reservatórios. A Programação Linear compreende os modelos de programação onde as variáveis são contínuas e todas as expressões apresentam um comportamento linear.

Um modelo de Programação Linear reduz um sistema real a um conjunto de equações ou expressões matemáticas, onde cada decisão a ser tomada é associada a uma variável de decisão. Uma função numérica das variáveis de decisão, chamada de função objetivo, expressa a medida procurada. Essa função pode ter como objetivo maximizar ou minimizar o argumento da função solução, ou a própria solução para um dado problema. As limitações de recursos, exigências ou condições são expressas por meio de equações e inequações, em restrições aos valores das variáveis.

Após a formulação do modelo, este deve ser reduzido à forma-padrão com a intenção de obter a solução ótima. As equações de (2.1) a (2.4) mostram um modelo de Programação Linear na forma-padrão. A equação (2.1) representa a função objetivo a ser minimizada. As equações (2.2), (2.3) e (2.4) são as restrições do problema de Programação Linear. A restrição de não-negatividade é expressa em (2.4) e garante que a variável de decisão não apresentará nenhum valor negativo. Com o modelo na forma-padrão, utilizam-se algoritmos para originar soluções numéricas para esses modelos.

$$\min \sum_{i=1}^n c_i x_i = Z(x) \quad (2.1)$$

Sujeito a:

$$\sum_{i=1}^n a_{ij} x_i = b_j \quad \forall j \in m \quad (2.2)$$

$$b_j \geq 0 \quad \forall j \in m \quad (2.3)$$

$$x_i \geq 0 \quad \forall i \in n \quad (2.4)$$

Nas equações acima, cada variável e seus subscritos correspondentes representam:

$x_i$  = a atividade a ser realizada;

$c_i$  = o custo da atividade  $i$ ;

$b_j$  = quantidade disponível do recurso  $j$ ;

$a_{ij}$  = quantidade do recurso  $j$  na atividade  $i$ ;  
 $x_i$  = nível de operação da atividade  $i$  (variável de decisão);  
 $n$  = número de atividades;  
 $m$  = número de recursos;

O modelo de Programação Linear, desenvolvido pela primeira vez por economistas na década de 1930, estava preocupado com a alocação ótima de recursos escassos. Dantzig formulou o problema PL geral e desenvolveu o *Método Simplex* de solução em 1947 (DANTZIG, 2002). Este método é um procedimento matricial que busca a solução ótima do modelo nos vértices do polígono formado pelas soluções viáveis do problema.

Algoritmos mais rápidos, tais como o de pontos interiores, foram concebidos na década de 1980 para resolver grandes problemas de PL que estavam além do escopo do Método Simplex (KARMARKAR, 1984). A popularidade do modelo de PL na análise de Sistemas de Recursos Hídricos, bem como em problemas de Pesquisa Operacional, Engenharia de Otimização, Gestão de Risco e em disciplinas de Engenharia de Sistemas, é em grande parte, devido à sua aplicabilidade a uma ampla variedade de problemas. Além disso, os algoritmos de solução eficiente e generalizada, juntamente com os pacotes de software de computador estão prontamente disponíveis nos dias de hoje.

Algumas das aplicações de PL em operação de reservatórios incluem: Dorfman (1962), Houck et al. (1980), Martin (1987), Palmer e Holmes (1988), Randall et al. (1990), Mohan e Raipure (1992), Jacobs et al. (1995) entre outros. Formulações de PL com restrições por chance (*chance constrained LP*) com regras de decisão linear foram investigadas por vários pesquisadores, dos quais pode-se citar Loucks (1970), Nayak e Arora (1971), Eisel (1972), Loucks e Dorfman (1975).

Outras abordagens para superar o problema da dimensionalidade incluem combinações das técnicas de Programação Linear e Programação Dinâmica - PLPD (exemplos: Becker e Yeh (1974), Mariño e Mohammadi (1983)). O uso do modelo PL de rede com fluxo restrito na gestão do reservatório foi desenvolvido por Bredecke et al. (1989), Sun et al. (1995), Khaliqzaman e Chander (1997), Lund e Ferreira (1996).

Embora a PL tenha muitas aplicações práticas seu uso é restrito. Somente quando a função objetivo e as restrições possuem comportamento linear a Programação Linear pode ser efetivamente usada. O comportamento da maioria das variáveis envolvidas na operação de um sistema de reservatórios, ou de qualquer outro sistema físico, é não linear o que limita a aplicação da técnica de Programação Linear. Esta limitação faz com que



a maioria dos pesquisadores adote a formulação não linear, ou utilizem a abordagem da Programação Dinâmica (PD), que pode lidar com não linearidades da função objetivo, bem como das restrições.

### 2.2.2 Programação Dinâmica (PD)

Programação Dinâmica (PD) tem sido descrita como uma teoria de processos de decisão multi-estágio ou sequencial (BELLMAN, 1957 apud BELLMAN et al., 1959). Este modelo de otimização tem capacidade de lidar com métodos adaptativos, problemas não lineares e estocásticos em sistemas de reservatório, especialmente quando os problemas podem ser representados como uma rede progressiva de estágios de decisão (LOUCKS et al., 1981).

Um aspecto chave deste tipo de problema é que as decisões não podem ser vistas isoladamente, é necessário balancear o desejo por custo baixo no presente e evitar a possibilidade de alto custo no futuro. Em cada estágio uma decisão é selecionada, desde que minimize o custo no estágio corrente e leve ao melhor custo esperado em estágios futuros.

A PD baseia-se no princípio da otimalidade de Bellman (BELLMAN, 1957), ou seja, uma política ótima apresenta a propriedade segundo a qual, a despeito das decisões tomadas para se assumir um estado particular num certo estágio, as decisões restantes a partir deste estado devem constituir uma política ótima.

Embora PD apresente várias vantagens para a solução de problemas de otimização, existem dificuldades que consistem em duas desvantagens observadas na utilização de PD para a solução de problemas com grande número de variáveis em estudo: a necessidade de grande memória de computador e tempo elevado de processamento. Há várias publicações, com inúmeras propostas, buscando meios de superar as dificuldades da PD na solução do problema de operação de reservatórios.

As técnicas propostas incluem Programação Dinâmica com Incremento de Estado (LARSON, 1968), Programação Dinâmica Diferencial (JACOBSEN; MAYNE, 1970), Programação Dinâmica de Espaço de Estado Incorporado (MORIN; ESGBUE, 1974). Uma revisão detalhada das aplicações de PD em recursos hídricos foi dada por Yakowitz (1982). O trabalho mais recente neste campo foi a utilização de Programação Dinâmica Dobrada (*Folded Dynamic Programming - FDP*) realizado por Kumar e Baliarsingh (2003), entre outros.

Nagesh Kumar (KUMAR et al., 2006) relacionou vários trabalhos com aplicações no âmbito de gestão de recursos hídricos. A maioria das aplicações descritas utilizaram defluências para maximizar as receitas advindas da política de operação de reservatórios. Exemplos podem ser encontrados em Hall et al. (1969), Heidari et al. (1971), Fults e Hancock (1972), Larson e Korsak (1970), Turgeon (1980). Modelos de PD também foram aplicados para a operação de reservatórios e para a alocação de água para a irrigação por Dudley (Dudley et al. (1971), Dudley et al. (1972)), Vedula e Mujumdar (1992) além de Mujumdar e Ramesh (1997).

Uma variante da PD, a Programação Dinâmica Estocástica (PDE), foi aplicada a sistemas com inúmeros reservatórios na literatura. A Programação Dinâmica Estocástica (PDE) apresenta muitas características interessantes como representar não linearidades e considerar aspectos estocásticos do problema. Porém, apresenta como desvantagem, a necessidade da discretização do espaço de estados, o que ocasiona o crescimento exponencial do esforço computacional com o número de variáveis de estado considerado. Esta limitação da PDE é conhecida como a maldição da dimensionalidade.

Regras de operação a partir de modelos desenvolvidos com PDE são descritos por Little (1955), Schweig e Cole (1968), Butcher (1971), Stedinger et al. (1984), Trezos e Yeh (1987), Kelman et al. (1990), Vedula e Mohan (1990), Karamouz e Vasiliadis (1992), Vasiliadis e Karamouz (1994), Tejada-Guibert et al. (1995).

A utilização de PDE para o planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos foi considerada inviável devido ao mal da dimensionalidade, que ocorre devido ao elevado número de estados obtidos na discretização dos volumes armazenados nos reservatórios das usinas hidrelétricas. As técnicas de Programação Dinâmica Dual Estocástica (PDDE) contornam o mal da dimensionalidade por não exigir a discretização do espaço de estados conforme Pereira e Pinto (1985), sendo esta técnica a utilizada nos estudos de planejamento de operação e de expansão do Sistema Interligado Nacional atualmente (SILVA, 2001).

### 2.2.3 Programação Não Linear (PNL)

Funções não lineares são comum em modelos de operação de reservatórios. Por exemplo, a geração de energia hidrelétrica é uma função do armazenamento (queda líquida), bem como da vazão defluente, pois a defluência ou descarga a jusante eleva o canal de fuga e reduz a queda líquida. Muitas vezes a função objetivo consiste em benefícios e custos expressos como funções não lineares de armazenamento e descarga.

As duas principais abordagens utilizadas na solução de Programação Não Linear (PNL) são o método de pesquisa direta e o método do gradiente. No entanto, em comparação com Programação Linear e Programação Dinâmica, o número de aplicações dos métodos de PNL em estudos de recursos hídricos é relativamente pequeno.

Técnicas de PNL aplicada à operação de reservatórios incluem o Método do Gradiente Projetado (LEE; WAZIRUDDIN, 1970), o Método de Lagrange (CHU; YEH, 1978) e o Método do Gradiente Reduzido (ROSENTHAL, 1981; LALL; MILLER, 1988). Duren e Beard (1972) incorporaram um algoritmo de busca univariada do gradiente com a técnica de convergência de Newton-Raphson, em um modelo de simulação de reservatório, para determinar o diagrama de controle de inundação economicamente ótimo para um único reservatório multiuso.

Chu e Yeh (1978) desenvolveram um modelo de projeção de gradiente, para otimização da operação horária de reservatórios de hidrelétricas, usando o teorema da Dualidade Não Linear e o Método de Lagrange. Díaz e Fontane (1989) apresentaram uma abordagem de Programação Sequencial Quadrática (PSQ), para otimizar a geração de energia hidrelétrica a partir de um sistema de reservatórios múltiplos, com o objetivo de maximizar os benefícios econômicos resultantes da produção de energia hidroelétrica. Tegavarapu e Simonovic (2000) desenvolveram um modelo de Programação Inteira Mista Não Linear para operação de curto prazo de reservatórios de hidrelétricas situadas em Manitoba, Canadá.

Como mencionado anteriormente, são poucas as aplicações disponíveis na literatura sobre o uso de PNL, sendo relativamente menor se comparada a PL e PD, isso porque PNL requer maior armazenamento de dados e maior poder computacional, além da convergência para a solução também ser lenta. Estas técnicas exigem que a função objetivo seja diferenciável e não conseguem lidar facilmente com as restrições. Os cálculos envolvidos em PNL são mais complexos e não podem facilmente acomodar a natureza estocástica das variáveis (YEH, 1985), como por exemplo, das vazões em um sistema de reservatórios de hidrelétricas. Há também os inconvenientes de convergência do algoritmo, ou seja, do mesmo estagnar em ótimos locais.

## 2.3 Inteligência Computacional (IC)

Os métodos de Inteligência Computacional (IC) possui a característica singular da simplicidade dos métodos de otimização observados na natureza e, do ponto de vista

prático, consegue resolver problemas de modelos matemáticos complexos de modo simples.

A área de IC foi proposta em 1994 por Zadeh (1994) e Bezdek (1998), e é utilizada para denominar sistemas que exploram a tolerância à imprecisão, incerteza e a verdade parcial, além de aproximações para obter soluções robustas a baixo custo e condizentes com a realidade (BONISSONE et al., 1999). Tais técnicas são classificadas em Heurísticas e Metaheurísticas.

Segundo Viot (VIOT, 2010), conceitualmente, quando um método é aplicado especificamente a um tipo de problema, sob a forma de um algoritmo, este é denominado um método Heurístico, ou simplesmente uma Heurística. Os métodos Heurísticos podem ser considerados como uma nova forma de abordagem para solução de problemas de otimização combinatória, onde o objetivo é a procura por soluções “boas” (as melhores possíveis), que não exijam um esforço computacional excessivo, especialmente para aplicações práticas, porém por definição, não garantem a otimalidade da solução do problema (VIOT, 2010).

Quando um método é capaz de resolver vários tipos de problemas de otimização combinatória o mesmo é denominado Metaheurística (VIOT, 2010). Além da abrangência de resolução dos problemas, as Metaheurísticas possuem como principal característica a existência de mecanismos internos que evitam parar em um ótimo local, mesmo que para isso piorem a valor da função objetivo (VIOT, 2010).

As abordagens da Metaheurística são inspiradas em mecanismos biológicos de aprendizado e adaptação ao meio. Dentro da classificação de Computação Evolucionária a Metaheurística é subdividida basicamente em Programação Genética, Algoritmo Genético, Algoritmo Evolucionário (ou Evolutivo), Evolução Diferencial, Programação Evolutiva, Inteligência de Enxame (*Particle Swarm*) e Colônia de Formigas.

Métodos de IC têm surgido como poderosas ferramentas para solucionar problemas de otimização. Dentro da classificação de Computação Evolucionária a técnica de Algoritmo Genético (AG) é o método mais popular, o mesmo foi introduzido pela primeira vez por Holland (HOLLAND, 1975) e posteriormente desenvolvido por diversos pesquisadores para a mais ampla aplicação na ciência e em muitos problemas de engenharia (GOLDBERG, 1989; MICHALEWICZ, 1998).

### 2.3.1 Algoritmo Genético (AG)

A técnica de Algoritmo Genético (AG) é baseada nos mecanismos de seleção natural e genética natural, ou seja, o conceito de Darwin da "sobrevivência do mais apto" (GOLDBERG, 1989). A técnica clássica do AG consiste no seguinte conceito: Uma população inicial aleatoriamente selecionada é formada a partir de cadeias de comprimento finito, baseada nos parâmetros da função objetivo. Esta população é pesquisada para o mais apto dos membros, e uma nova população é gerada pela seleção estocástica preservando o mais apto dos membros da população antiga.

Eventuais alterações aleatórias são feitas com pequena probabilidade dos valores em posições aleatórias em uma *string*, ou seja, uma cadeia de bits, por meio de mutação. Uma solução sub-ótima é obtida após repetições dos ciclos de evolução. Em comparação com outros métodos de otimização, a técnica de AG é conhecida por trabalhar com uma codificação do conjunto de parâmetros, ou seja, uma cadeia binária de comprimento finito. Existem outros exemplos de AGs especialmente desenvolvidos para utilização em problemas de otimização numérica restritos e codificação em ponto flutuante (BACK et al., 2000).

AG utiliza seleção de componente aleatório para localizar regiões ótimas do espaço de busca, desta forma, não utiliza regras determinísticas. Além disso, a busca por regiões ótimas é realizada a partir de uma população de pontos e não de um único ponto, minimizando assim, a possibilidade de rápida convergência em ótimos locais em um espaço de busca multi-nodal. AG trabalha diretamente com a função objetivo e não exige a existência de suas derivadas ou outras informações auxiliares, ao contrário de outras técnicas. Estas vantagens do AG resultaram em muitas aplicações.

Existem inúmeras aplicações de AG relacionadas à problemas de otimização do uso da água, por exemplo: operação de reservatórios (OLIVEIRA; LOUCKS, 1997; WARDLAW; SHARIF, 1999), projeto de sistemas de distribuição de água (SIMPSON et al., 1994; SAVIC; WALTERS, 1997; BABAYAN et al., 2005), gestão de águas subterrâneas (RITZEL et al., 1994; CIENIAWSKI et al., 1995; MCKINNEY; LIN, 1994), estimação de parâmetros em modelagem hidrológica (SOROOSHIAN et al., 1993; YAPO et al., 1998; VRUGT et al., 2003), gestão de bacias hidrográficas (MULETA; NICKLOW, 2005), minimização de custos de bombeamento (ILICH; SIMONOVIC, 1998).

Além da otimização monobjetivo, poucas aplicações de Algoritmo Evolutivo Multi-Objetivo (MOEAs) e de outras técnicas também foram relatadas. Por exemplo, para

aplicações hidrológicas (YAPO et al., 1998; VRUGT et al., 2003; KHU; MADSEN, 2005), para projeto do sistema de distribuição de água (KAPELAN et al., 2003; PRASAD; PARK, 2004; FARMANI et al., 2005) e para a gestão de águas subterrâneas (REED et al., 2001; REED et al., 2003; REED; MINSKER, 2004; KOLLAT; REED, 2006).

Esat e Hall (1994) aplicaram AG para o problema de quatro reservatórios em cascata, sugerindo que AG tem potencial na otimização de recursos hídricos com uma economia significativa no uso de memória computacional e no tempo de execução. Oliveira e Loucks (1997) usaram Algoritmo Genético para derivar políticas operacionais de um sistema múltiplo de reservatórios. Em um trabalho mais recente, Sharif e Wardlaw (2000) utilizaram o modelo de Algoritmo Genético para otimização de sistemas de reservatórios na Indonésia. Eles compararam os resultados do Algoritmo Genético com os produzidos por Programação Dinâmica Diferencial Discreta e descobriram que os resultados proporcionados pela técnica de AG estão mais próximos do ideal e que a técnica se mostra robusta.

Chang e Chang (2001) apresentaram uma abordagem baseada em AG e em um Sistema de Rede Adaptativo de Inferência *Fuzzy* (ANFIS - do inglês) para melhorar a operação de reservatórios em tempo real. Cai et al. (2001) apresentaram um AG combinado com a estratégia de Programação Linear (PL) para a solução de grandes problemas não-lineares de gestão de água. Huang et al. (2002) apresentaram um Algoritmo Genético baseado na abordagem de Programação Dinâmica Estocástica (AG baseado em PDE) para lidar com o problema da dimensionalidade de um sistema múltiplo de reservatórios. Ponnambalam et al. (2003) empregaram Sistemas de Inferência por Lógica Difusa, Redes Neurais Artificiais (RNA) e Algoritmo Genético (AG) para a otimização da operação de reservatórios com o objetivo de minimização da variância de benefícios.

Enfim existem inúmeras aplicações, das mais variadas e com diversas combinações feitas com a utilização da técnica de AG para operação de reservatórios. As recentes publicações em destaque são: Tospornsampan et al. (2005) desenvolveram uma combinação de Algoritmo Genético com abordagem de Programação Dinâmica Discreta Diferencial (AG-PDDD) para otimizar a operação de um sistema múltiplo de reservatórios; Kumar et al. (2006) desenvolveram um modelo aplicado de Algoritmo Genético para a obtenção de uma política ótima de operação de reservatório com alocação ideal de água para irrigação; Jothiprakash e Shanthi (2006) aplicaram AG para derivar políticas ótimas de operação de reservatório, que de forma satisfatória pôde atender as demandas para irrigação.

### 2.3.2 Otimização por Colônia de Formigas (ACO)

Otimização por Colônia de Formigas (*Ant Colony Optimization - ACO*) é um algoritmo de otimização combinatória discreto proposto por Colorni e Dorigo (COLORNI et al., 1991). A fonte inspiradora da ACO é o comportamento das formigas em sua busca por alimento, ou seja, durante um período de tempo as formigas têm capacidade de determinar o caminho mais curto, a partir de sua casa, para uma fonte de alimento.

Este processo é obtido através da acumulação de informações sobre a área circundante pela colônia de formigas. As formigas, enquanto vão do ninho para a fonte de comida e vice-versa, depositam no solo uma substância química denominada feromônio, possibilitando uma forma de comunicação indireta por modificação local do ambiente (estigmergia). Ao longo do processo os feromônios são depositados em maiores concentrações no caminho mais curto.

Dessa forma, quando as formigas ao se depararem com um ponto de decisão (interseção entre dois caminhos), elas fazem uma escolha probabilística, baseada na quantidade de feromônios que as mesmas sentem pelo cheiro (DORIGO et al., 1996). Este processo de averiguação do caminho mais curto, pela colônia de formigas, pode ser visto como uma forma de inteligência coletiva ou *swarm intelligence* (DORIGO; STÜTZLE, 2004). Este comportamento básico é a chave para uma interação cooperativa com a finalidade de proporcionar o surgimento de caminhos mais curtos.

O modelo *Ant System* criado por Dorigo (COLORNI et al., 1991 apud VIOT, 2010) é um exemplo inicial de modelo de otimização estocástica baseado na utilização de agentes simples, denominado formigas artificiais. Originalmente o modelo foi aplicado ao clássico Problema do Caixeiro Viajante (*Travelling Salesman Problem - TSP*) onde resumidamente, procura-se determinar o menor caminho a ser percorrido pelo caixeiro viajante em um caminho composto por cidades conectadas por estradas. O modelo *Ant Colony System* (DORIGO; GAMBARDELLA, 1997) utiliza como base o modelo *Ant System* conforme o pseudocódigo do Algoritmo 2.1.

As principais diferenças, em relação ao modelo original, permitiram a transformação do modelo *Ant System* em uma Metaheurística reconhecidamente capaz de resolver problemas de otimização combinatória em geral, tais como: o problema do caixeiro viajante (DORIGO et al., 1996), ordenação sequencial (DORIGO; GAMBARDELLA, 1997), especificação quadrática (CAIRONI; DORIGO, 1997; GAMBARDELLA et al., 1999) e problemas de roteamento de veículos (CHEN et al., 2005).



**Algoritmo *Ant Colony System***

```

1 Inicializar
2 enquanto critério de parada não for satisfeito faça
3   Posição de cada formiga em um nó inicial  $N$ 
4   repita
5     para cada formiga em  $N$  faça
6       Escolha o próximo nó diferente de  $N$ , aplicando a regra de transição de
       estado
7       Aplicar passo a passo a atualização de feromônio
8     fim para
9   até que cada formiga tenha construído uma solução
10  Atualizar melhor solução
11  Aplicar a atualização de feromônio off-line
12 fim enquanto
fim

```

Algoritmo 2.1: Pseudocódigo do algoritmo *Ant Colony System* (DORIGO; GAMBARDILLA, 1997)

Existem poucos trabalhos publicados com aplicações do modelo de otimização por colônia de formigas a problemas de recursos hídricos. Os principais podem ser relacionados como o trabalho de Abbaspour et al. (2001) que empregou o algoritmo de ACO, para estimar parâmetros hidráulicos do solo não saturado, e concluiu que o modelo é capaz de estimar os parâmetros dentro de uma precisão razoável; Maier et al. (2003) utilizou algoritmo ACO para encontrar uma solução global ótima para um sistema de distribuição de água, ilustrando que o algoritmo ACO pode vir a ser uma alternativa atraente como a técnica de Algoritmo Genético, no *design* de sistemas ideais de distribuição de água; Zecchin et al. (2005) realizou um estudo paramétrico, com aplicação do Algoritmo de Colônia Formigas a problemas de distribuição de água e, sugeriu algumas heurísticas para a obtenção dos parâmetros do ACO.

Kumar e Reddy (2006) exploraram o potencial do algoritmo de otimização por Colônia de Formigas em problemas de otimização não-linear de grande escala, ao aplicarem a um sistema de reservatórios com uso-múltiplo e com dois canais laterais com capacidade limitante do escoamento; Madadgar e Afshar (2009) realizaram aperfeiçoamentos no ACO, denominando o seu modelo de *Improved Continuous - ACO* e o aplicaram na otimização de recursos hídricos; Moeini e Afshar (2009) aplicaram o modelo de otimização por Colônia



de Formigas para a otimização da operação de um reservatório e o compararam com três técnicas tradicionais; Wang et al. (2009) introduziram o modelo ACO combinado à Teoria do Caos e o aplicaram em um sistema de reservatórios com grande sucesso.

Em 2010, algumas publicações com melhorias no algoritmo foram implementadas por Guo e Wang (2010) para determinar o modelo ótimo operacional do reservatório da Usina de Três Gargantas na China e, mais recentemente, Ataie-Ashtiani e Ketabchi (2011) aplicaram o modelo contínuo de ACO introduzindo o eletismo para a gestão otimizada de aquíferos costeiros.

### 2.3.3 Recozimento Simulado (SA)

Recozimento Simulado ou *Simulated Annealing (SA)* é uma técnica de busca aleatória para problemas de otimização global. Esta técnica imita o processo de recozimento em processamento de materiais metálicos, ou seja, simula o processo de um metal que após aquecido, se resfria lentamente e congela em um estado cristalino com o mínimo de energia e maior tamanho do cristal de modo a reduzir os defeitos de estruturas metálicas. O processo de recozimento envolve o controle cuidadoso da temperatura e da taxa de arrefecimento (YANG, 2010).

O algoritmo de Recozimento Simulado foi proposto originalmente por Kirkpatrick (KIRKPATRICK et al., 1983). Consiste em um método de busca local que aceita movimentos de piora como forma de escapar de ótimos locais. O algoritmo usa a idéia de uma aproximação estocástica, para dirigir a busca no espaço de soluções  $s$  e permite a partir de uma solução  $f(S)$ , encontrar uma solução  $f(S')$  em sua vizinhança, de tal forma que,  $f(S') < f(S)$  ou  $f(S') > f(S)$ , mesmo que esta nova solução  $f(S')$  signifique uma piora no valor da função objetivo.

Essa técnica representa um método natural, portanto, uma Heurística, pois se fundamenta numa analogia com a termodinâmica ao simular o resfriamento de um material aquecido, operação conhecida como recozimento ou *annealing*. Ao contrário dos métodos baseados em gradiente, ou outros métodos determinísticos de busca, que têm a desvantagem de ficarem presos em mínimos locais, a principal vantagem do Recozimento Simulado é a capacidade de evitar a estagnação em mínimos locais. Segundo Yang (2010), a busca irá convergir para o valor ótimo global se uma exploração aleatória suficiente combinada com o processo lento de arrefecimento for utilizada.

Este método Heurístico é muito simples e robusto, como pode ser visualizado no pseudocódigo do Algoritmo 2.2 proposto por Dowsland (1993).

**Algoritmo** *Recozimento Simulado*

```

1 Inicializar ( $f(\cdot)$ ,  $N(\cdot)$ ,  $\alpha$ ,  $SA_{max}$ ,  $T_0$ ,  $S$ )
2  $S^* \leftarrow S$     {Melhor solução obtida até então}
3  $IterT \leftarrow 0$   {Número de iterações na Temperatura  $T$ }
4  $T \leftarrow T_0$    {Temperatura corrente}
5 enquanto  $T > 0$  e  $IterT < SA_{max}$  faça
6    $IterT \leftarrow IterT + 1$ 
7   Gere um vizinho qualquer  $S' \in N(S)$ 
8    $\Delta E = f(S') - f(S)$ 
9   se  $\Delta E < 0$  então
10     $S \leftarrow S'$ 
11  senão
12    Gere um número aleatório  $rand \in [0, 1]$ 
13    se  $rand < e^{\frac{-\Delta E}{kT}}$  então
14      $S \leftarrow S'$ 
15    fim se
16  fim se
17  se  $f(S') < f(S^*)$  então
18    $S^* \leftarrow S'$ 
19  fim se
20   $T \leftarrow \alpha T$    {Resfriamento a uma taxa  $\alpha$ }
21   $IterT \leftarrow 0$ 
22 fim enquanto
23  $S \leftarrow S^*$ 
Saída Retorne o valor de  $S$ 
fim

```

Algoritmo 2.2: Pseudocódigo do algoritmo Recozimento Simulado (DOWSLAND, 1993).

Nesse algoritmo para cada vizinho  $S'$  de  $S$  é feito um teste da variação  $\Delta E$  do valor da função objetivo, ou seja,  $\Delta E = f(S') - f(S)$ . Se  $\Delta E < 0$ , o algoritmo aceita a solução e,  $S'$  passa a ser a nova solução corrente pois houve melhora na solução. Caso  $\Delta E \geq 0$ , a solução  $S'$  pode ser aceita com uma probabilidade  $p$  de aceitação dada por  $p = rand < e^{\frac{-\Delta E}{kT}}$ , onde  $rand$  é um número aleatório  $\in [0, 1]$ ,  $T$  é um parâmetro do

método, chamado de temperatura e que regula a probabilidade de aceitação de soluções com custo pior e  $k$  é a constante de Boltzmann, frequentemente adotada igual a unidade para facilitar a convergência.

A temperatura  $T$  assume, inicialmente, um valor elevado  $T = T_0$ , pois quanto maior a temperatura  $T$ , maior a probabilidade de aceitação de piora da solução atual. Após um número fixo de iterações (o qual representa o número de iterações necessárias para o sistema atingir o equilíbrio térmico em uma dada temperatura), a temperatura é gradativamente reduzida por uma razão de resfriamento  $\alpha$ , tal que  $T_n \leftarrow \alpha T_{n-1}$ , sendo  $0 < \alpha < 1$ . Com esse procedimento, há no início maior chance para o algoritmo escapar de ótimos locais e, à medida que  $T$  se aproxima de zero, o algoritmo comporta-se como o método de descida, uma vez que diminui a probabilidade de se aceitar movimentos de piora ( $T \rightarrow 0 \Rightarrow e^{-\frac{\Delta E}{kT}} \rightarrow 0$ ).

O procedimento termina quando a temperatura atingir valores próximo a zero e nenhuma solução que possibilite a piora do valor da melhor solução é mais aceita, isto ocorre quando o sistema está estável. A solução obtida quando o sistema encontra-se nesta situação evidencia o encontro de um ótimo global. Os parâmetros de controle do procedimento são a taxa de resfriamento  $\alpha$ , o número de iterações para cada temperatura ( $SA_{max}$ ), a temperatura inicial  $T_0$ , o decaimento de temperatura  $\xi$ , o número máximo de perturbações na solução corrente  $P$  e o número máximo de sucessos por iteração  $L$ . Estes dois últimos parâmetros devem satisfazer a condição de restrição  $L \leq P$ .

O algoritmo de Recozimento Simulado é um método de busca, que utiliza os princípios da Cadeia de Markov, que converge sob condições adequadas relativas à sua probabilidade de transição. Este método foi concebido por analogia ao algoritmo de Metropolis (METROPOLIS et al., 1953) que foi proposto para simular, através do método de Monte Carlo, problemas de física estatística (LAGE, 1995 apud KAVISKI et al., 2008).

Há inúmeras publicações utilizando tal técnica de otimização, desde trabalhos relacionados a especificação de processadores e alocação de tarefas (BECK; SIEWIOREK, 1996), solução do problema do caixeiro viajante (PRESS et al., 1992), alocação de salas (OLIVEIRA, 2006) até na solução de sistemas de equações não lineares (KAVISKI et al., 2008), entre outras.

Na área de recursos hídricos e operação de reservatórios, o algoritmo foi utilizado para otimização de parâmetros de calibração de modelo de escoamento de águas subterrâneas (DOUGHERTY; MARRYOT, 1991), otimização do despacho hidrotérmico (WONG; WONG, 1994a; WONG; WONG, 1994b), para solucionar problemas de demanda de aquíferos

(CUNHA, 1999), para otimização da rede de distribuição de água (CUNHA; SOUSA, 1999), para otimização da operação de um sistema reservatórios (TEEGAVARAPU; SIMONOVIC, 2002), para planejamento de longo termo da operação de reservatórios (MANTAWY et al., 2003), otimização do despacho hidrotérmico (M.; BASU, 2005), para parametrização de curvas de intensidade de precipitação (KAVISKI et al., 2007). Uma versão híbrida do algoritmo Recozimento Simulado e Algoritmo Genético foi utilizada por Zhang et al. (2010) para a otimização da operação de reservatórios.

### 2.3.4 Otimização por Enxame de Partículas (PSO)

Segundo Bonabeau (BONABEAU et al., 1999 apud VIOT, 2010), o termo inteligência de enxame foi usado originalmente para descrever um particular paradigma na pesquisa de robôs. Ainda nesse texto, os autores ampliaram o conceito de inteligência de enxame para incluir qualquer tipo de algoritmo, ou esquema de solução de problemas, inspirado no ambiente coletivo de colônia de insetos ou outras sociedades de animais.

Para Kennedy e Eberhart (2001), o termo enxame (*swarm*) deve ser ainda menos restritivo, devendo ser atribuído a qualquer tipo e estrutura fechada de interação de agentes. O exemplo clássico de enxame é o de abelhas, mas a metáfora de um enxame pode ser estendida para outros sistemas com arquitetura similar. Uma colônia de formigas pode ser entendida como um enxame cujos agentes individuais são formigas, um bando de pássaros é um enxame onde os agentes são pássaros, o tráfego um enxame de carros, uma multidão um enxame de pessoas, um sistema imune é um enxame de células e moléculas e uma economia um enxame de agentes econômicos.

Otimização por Enxame de Partículas, ou do original em inglês *Particle Swarm Optimization* (PSO), foi originalmente proposto por Kennedy e Eberhart (1995), é uma técnica de pesquisa com base heurística, inspirado pelo comportamento social de um bando de passáros. PSO compartilha muitas semelhanças com as técnicas de Computação Evolucionária como o Algoritmo Genético (AG). As partículas no PSO são inicializadas como uma população de soluções aleatórias (posições iniciais) e realizam a busca por soluções ótimas. As posições são atualizadas usando operadores e ocorrem até o final do número de iterações.

No entanto, em contraste com métodos como o Algoritmo Genético, no algoritmo PSO Padrão, não existem operadores inspirados na evolução natural para extrair

uma nova geração de soluções candidatas. Em vez disso, o PSO depende da troca de informações entre indivíduos (*partículas*) e entre toda a população (*swarm*). Como efeito, cada partícula ajusta a sua trajetória em direção a uma posição melhor que a posição anterior e para a melhor posição atual já alcançada por qualquer outro membro na sua vizinhança (PARSOPOULOS; VRAHATIS, 2002).

Existem algumas variantes do algoritmo PSO Padrão, em uma delas a busca é realizada localmente e outra onde a busca é realizada globalmente. Em uma terceira variante, a aceleração das partículas é inversamente proporcional à distância (PARSOPOULOS; VRAHATIS, 2002). Outros exemplos podem ser citados: PSO utilizando aprendizado cooperativo (BERGH; ENGELBRECHT, 2000), PSO carregado *Charged Particle Swarm Optimization* – *CPSO* desenvolvido por Blackwell (2003), PSO com base na estratégia min-max (LI, 2004), PSO hierárquico (JANSON; MIDDENDORF, 2004), PSO com operador de mutação (QIN et al., 2004), algoritmos resistentes a ruído (PUGH et al., 2005), algoritmos de co-evolução (GRANT; VENAYAGAMOORTHY, 2009) e também PSO quântico (ZHANG et al., 2009).

A utilização de PSO para resolver complicados problemas multidimensionais tem crescido expressivamente. Sua aplicação em problemas de operação de reservatórios, que é um problema multiobjetivo não linear, tem apresentado sucesso com baixo custo computacional e com rápida convergência. Na área de Recursos Hídricos, o algoritmo PSO foi utilizado para a estimação dos parâmetros do modelo hidrológico Sacramento (GILL et al., 2006), para a previsão de vazões (CHAU, 2007; HONG, 2008; WU; CHAU, 2006) e para suprimento da demanda de abastecimento de água (SHOURIAN et al., 2008).

Na operação de reservatórios e de sistemas hidrotérmicos, vários pesquisadores desenvolveram estudos e verificaram a robustez e rapidez de convergência do algoritmo PSO. O algoritmo foi aplicado para a solução de despacho econômico considerando restrições na geração (GAING, 2003), despacho econômico com funções de custo não suavizadas (PARK et al., 2005; PARK et al., 2006), planejamento de curto prazo para despacho hidrotérmico (YU et al., 2007), operação ótima de geradores hidroelétricos (DAOHUI et al., 2006), análise de operação de um reservatório multiuso (MA; CHU, 2006), planejamento de longo e médio termo para despacho ótimo de hidrogeradores (RUI et al., 2007) e operação de reservatório para controle de cheias (YUAN et al., 2006).

Políticas ótimas de operação de reservatório com uso para irrigação tiveram também aplicação com PSO (REDDY; KUMAR, 2007a), otimização de operação de reservatório para melhorar os *trade-offs* (REDDY; KUMAR, 2007b), aplicação de EPSO para

operação de um sistema hídrico (YUAN et al., 2008), utilização de PSO com teoria do caos e nichos para operação de sistema de reservatórios para a geração de energia elétrica (HUANG et al., 2009). PSO com alterações aleatória na inércia foi utilizada para otimização da operação de reservatório (WANG; QIU, 2010), PSO melhorado foi aplicado a operação de usina hidroelétrica (GUO; WANG, 2010; MA, 2010) e PSO Adaptativa para o planejamento diário de um sistema hidrotérmico (AMJADY; SOLEYMANPOUR, 2010).

Os trabalhos mais recentes, publicados em 2011, utilizando variantes do PSO foram para determinar a operação ecológica do reservatório de Três Gargantas (GUO et al., 2011) e para otimizar a operação de uma cascata de reservatórios (PENG, 2011). Após pesquisa exaustiva na literatura, não foi possível encontrar aplicações do PSO na otimização do planejamento diário de geração de Pequenas Centrais Hidrelétricas, tema ainda em aberto, sendo portanto, uma das contribuições deste trabalho.

### 3 Inteligência de Enxame (*Swarm Intelligence*)

Após realizada a apresentação das principais técnicas de otimização e aplicações na alocação de recursos hídricos, este capítulo aprofunda a análise do PSO através da apresentação do modelo matemático do PSO Padrão e do pseudocódigo do algoritmo. Para esclarecer os problemas existentes no algoritmo PSO Padrão, faz-se necessária a contextualização do modelo de inércia introduzido por Eberhart & Shi e do fator de constrição apresentado por Clerc. Estas duas abordagens fazem parte da solução, proposta por esses autores, para o problema da explosão da velocidade da partícula. O capítulo ainda aborda o conceito de vizinhança, dada a importância que este conceito representa na aplicação do algoritmo PSO.

#### 3.1 Algoritmo PSO Padrão

Se o espaço de busca  $S$  é  $D$ -dimensional então o indivíduo  $i^{th}$  (*partícula*) da população (*enxame*) pode ser representado por  $\vec{X}_i = [x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iD}]^T$ , que é um vetor  $D$ -dimensional. A velocidade responsável pela mudança de posição dessa partícula pode ser representada por outro vetor  $\vec{V}_i = [v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{iD}]^T$  de mesma dimensão, onde cada componente do vetor  $\vec{V}_i$  é limitada em  $V_{max}$ . A melhor posição visitada anteriormente pela  $i^{th}$  partícula é denotada como  $\vec{P}_i^{best} = [p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{iD}]^T$ .

Define-se  $\vec{G}_{best}$  como a melhor posição da melhor partícula em todo o enxame. Com sobrescritos denotando o número da iteração, a posição e velocidade das partículas são alteradas conforme equações (3.1) e (3.2), onde deve-se observar que as operações são vetoriais e devem ocorrer componente a componente.

$$\vec{V}_i^{k+1} = \omega \vec{V}_i^k + c_1 r_1^k (\vec{P}_i^{best} - \vec{X}_i^k) + c_2 r_2^k (\vec{G}_{best} - \vec{X}_i^k) \quad (3.1)$$

$$\vec{X}_i^{k+1} = \vec{X}_i^k + \vec{V}_i^{k+1} \quad (3.2)$$

Nas equações acima, cada variável e os índices correspondentes representam:

$d = 1, 2, \dots, D$ ;

$D$  é a dimensão do espaço de busca da solução;

$k$  é o número da iteração;

$\omega$  é o peso inercial;

$r_1$  e  $r_2$  são números aleatórios uniformemente distribuídos  $\in [0, 1]$ .

$c_1$  e  $c_2$  são dois parâmetros constantes positivos chamados de coeficiente cognitivo *individual e social*, geralmente  $c_1 = c_2 = 2,05$ ;

Uma generalização do processo de busca pelo ótimo global, realizado pelo algoritmo PSO, pode ser descrito como um passo (*step*) iterativo  $k \geq 0$  na equação (3.2), com  $i = 1, 2, \dots, N$ ; onde  $N$  é finito e representa o número de partículas.  $\vec{X}_i^k \in \mathbb{R}^D$  é a posição atual do  $i^{th}$  indivíduo ou partícula da população e  $D$  é a dimensão do espaço de busca da solução. A velocidade  $\vec{V}_i^{k+1} \in \mathbb{R}^D$  é a direção de busca e  $\vec{X}_i^{k+1}$  é a nova posição no passo  $k + 1$ . Uma observação importante é que  $\vec{V}_i^{k+1}$  pode não ser uma direção de descida para a função objetivo  $f(x)$  em  $\vec{X}_i^k$ , em particular, a direção  $\vec{V}_i^{k+1}$  depende da direção anterior  $\vec{V}_i^k$  e da posição das partículas.

O pseudocódigo do Algoritmo 3.1, de forma simplificada, mostra o comportamento do enxame na busca da solução ótima no espaço de busca. O efeito geral da equação (3.1) é que cada partícula oscila no espaço de busca, entre a sua melhor posição visitada anteriormente e a melhor posição alcançada por seu vizinho, tentando encontrar o ponto ótimo em sua trajetória. Um ajuste fino adequado dos parâmetros  $c_1$  e  $c_2$  na equação (3.1) pode resultar em convergência mais rápida do algoritmo e evitar o problema de estagnação em mínimos locais.

A análise de estabilidade do algoritmo PSO, bem como recomendações sobre a seleção dos seus parâmetros são fornecidas por Clerc e Kennedy (2002) e Trelea (2003). Todas as operações vetoriais nas equações (3.1) e (3.2) são realizadas componente a componente.



### Algoritmo PSO

{Inicialização do Swarm}

```

1  para cada Partícula em  $Swarm_{size}$  faça
2    Gerar Posição Inicial  $\vec{X}_i^0$ ;
3    Gerar Velocidade Inicial  $\vec{V}_i^0$ ;
4     $P_i^{best} \leftarrow \operatorname{argmin}_{0 \leq h \leq k} \{f(x_i^h)\}$ ; {Melhor valor inicial obtido até então}
5  fim para
6  Avalie o valor inicial de  $G_{best}$ ; {Melhor valor global}
   {Início da Execução do Swarm}
7  enquanto  $k < Iter$  faça
8    para cada Partícula faça
9      Calcule a nova Velocidade  $\vec{V}_i^{(k+1)}$  através da equação (3.1);
10     se  $\vec{V}_i^{(k+1)} > V_{max}$  então { $V_{max}$  é a máxima velocidade da partícula}
11       Faça  $\vec{V}_i^{(k+1)} = V_{max}$ 
12     senão se  $\vec{V}_i^{(k+1)} < V_{min}$  então { $V_{min}$  é a mínima velocidade da partícula}
13       Faça  $\vec{V}_i^{(k+1)} = V_{min}$ 
14     fim se
15     Calcule a nova Posição  $\vec{X}_i^{(k+1)}$  através da equação (3.2);
16     se  $\vec{X}_i^{(k+1)} > x_{max}$  então { $x_{max}$  é o máximo alcance dinâmico da partícula}
17       Faça  $\vec{X}_i^{(k+1)} = x_{max}$ 
18     senão se  $\vec{X}_i^{(k+1)} < x_{min}$  então
19       Faça  $\vec{X}_i^{(k+1)} = x_{min}$ 
20     fim se
21     se Fitness da partícula é melhor que  $\vec{P}_i^{best}$  então
22       Atualize  $\vec{P}_i^{best}$ , ou seja,  $\vec{P}_i^{best} \leftarrow \operatorname{argmin}_{0 \leq h \leq k} \{f(x_i^h)\}$ ;
23     fim se
24     se Fitness da partícula é melhor que  $G_{best}$  então
25       Atualize  $G_{best}$ , ou seja,  $G_{best} \leftarrow \operatorname{argmin}_{i=1, \dots, N} \{f(x_i^{best})\}$ ;
26     fim se
27   fim para
28    $k \leftarrow k + 1$ ; { $k$  é o contador de iterações}
29 fim enquanto
30 Retorne o valor da Função Objetivo
fim

```

Algoritmo 3.1: Pseudocódigo do PSO Padrão (CAMPANA et al., 2005).

### 3.2 Coeficiente de Inércia - O Modelo de Eberhart

O papel do peso inercial, ou coeficiente de inércia  $\omega$ , é controlar o impacto das velocidades anteriores sobre a atual. Um grande peso inercial facilita a exploração global (procura de novas áreas), enquanto um pequeno peso tende a facilitar a exploração local. A seleção de um valor adequado para o coeficiente de inércia  $\omega$  normalmente ajuda a reduzir o número de iterações necessárias para localizar a solução ótima (PARSOPOULOS; VRAHATIS, 2002).

O desempenho do PSO na convergência para o ponto ótimo nas iterações finais tem na componente inercial da velocidade seu principal fator. Para tentar melhorar esse desempenho, Eberhart (EBERHART; SHI, 1998a; EBERHART; SHI, 1998b) propôs que o valor de  $\omega$  possa ser estimado linearmente entre  $\omega_{max}$  e  $\omega_{min}$ . O emprego desta alteração, durante as iterações, proporciona um aumento do desempenho do PSO se comparado ao modelo padrão. A variação linear proposta pode ser calculada pela equação (3.3), onde  $\omega_{max}$  e  $\omega_{min}$  usualmente são especificados como 0,9 e 0,4, respectivamente.  $k_{max}$  representa o máximo número de iterações e  $k$  a iteração corrente.

$$\omega(k) = \omega_{max} - \left( \frac{\omega_{max} - \omega_{min}}{k_{max}} \right) k \quad (3.3)$$

Um dos inconvenientes deste modelo é a impossibilidade da inércia retornar ao valor  $\omega_{max}$  após atingir o valor  $\omega_{min}$ . Ao permanecer com o valor  $\omega_{min}$  o impacto do peso inercial no algoritmo é a redução da velocidade da partícula a cada iteração, impossibilitando a exploração de novas áreas. Desta forma, há um aumento da probabilidade de estagnação em ótimos locais devido a impossibilidade das partículas explorarem o espaço de busca próximo ao ótimo local. Se o problema for multimodal, isto é, com inúmeros mínimos locais, o impacto deste comportamento da inércia fará com que o PSO possa não apresentar bom desempenho.

### 3.3 Fator de Constrição - O Modelo de Clerc

Devido aos problemas verificados no Modelo de Eberhart, Clerc (CLERC, 1999) propôs um novo limitador da velocidade da partícula chamado de Fator de Constrição, em substituição ao Coeficiente de Inércia. Este fator limita a velocidade em função dos parâmetros  $c_1$  e  $c_2$  e é calculado da seguinte forma:

$$\chi = \frac{2}{\left|2 - \varphi - \sqrt{\varphi^2 - 4\varphi}\right|} \quad (3.4)$$

Onde  $\chi \in (0, 1]$ ;  $\varphi = c_1 + c_2$ . Para  $c_1 = c_2 = 2,05$ ,  $\varphi$  assume valor igual a  $\varphi = 4,1$  e  $\chi = 0,729$ .

Com a introdução do fator de restrição  $\chi$ , o coeficiente de inércia  $\omega$  deixa de existir na equação (3.1), ou seja, no modelo proposto por Clerc (CLERC, 1999) a equação da velocidade é dada por:

$$\vec{V}_i^{k+1} = \chi \left[ \vec{V}_i^k + c_1 r_1^k \left( \vec{P}_i^{best} - \vec{X}_i^k \right) + c_2 r_2^k \left( \vec{G}_{best} - \vec{X}_i^k \right) \right] \quad (3.5)$$

Ao comparar a equação (3.1) com a equação (3.5), pode-se observar que o fator de restrição  $\chi$  é aplicado a todos os elementos que compõem a equação da velocidade, enquanto o coeficiente de inércia  $\omega$ , é aplicado apenas ao vetor que representa a velocidade das partículas na iteração anterior  $\vec{V}_i^k$ . Esta alteração resolveu grande parte do problema da convergência prematura que o PSO apresentava quando aplicado em funções objetivo com vários mínimos locais, ou seja, o PSO apresentava rápida convergência para o mínimo local ficando estagnado neste valor (CLERC, 1999).

Eberhart e Shi (2000) fizeram um estudo comparativo de desempenho entre o algoritmo PSO com o coeficiente de inércia e o PSO com o fator de restrição. Nas conclusões, os autores mencionam que o algoritmo que faz uso do fator de restrição pode ser considerado um caso particular do algoritmo com coeficiente de inércia. Para que isso ocorra, os três parâmetros  $\omega$ ,  $\chi$  e  $\varphi$  devem estar conectados através da equação (3.4) e das restrições impostas pelo fator de restrição. Dessa forma, os resultados podem ser considerados semelhantes sempre que o PSO com fator de restrição for utilizado com  $V_{max} = x_{max}$  e o algoritmo com coeficiente de inércia for utilizado com  $\omega$ ,  $c_1$  e  $c_2$ , obedecendo às restrições da equação (3.4).

Os experimentos comparativos realizado por Eberhart e Shi (2000) concluem que o uso de  $V_{max}$  limitado ao valor de  $x_{max}$ , que representa o alcance dinâmico de cada variável em cada dimensão, apresentaram resultados surpreendentes quando empregados em conjunto com o fator de restrição.

### 3.4 Topologia de Vizinhança

Cada indivíduo é membro de uma vizinhança social e a influência social é resultado da observação de seus vizinhos. Nesse sentido, a partícula será afetada pelo melhor ponto encontrado por qualquer membro da sua vizinhança topológica. Diferentes topologias foram propostas e aplicadas, obtendo resultados promissores por Kennedy (KENNEDY, 2003) e por Mendes et al. (2004).

Uma vizinhança deve ser definida para cada partícula. Esta vizinhança determina o grau de interação social dentro do enxame e influencia o movimento das partículas próximas a essa vizinhança em particular. As interações são menores quando a vizinhança entre cada partícula do enxame é pequena, neste caso a convergência será mais lenta mas pode melhorar a qualidade das soluções, enquanto que, para um número maior de vizinhos, a convergência será mais rápida mas o risco de, por vezes, ficar estagnado em ótimos locais devido a convergência precoce, é maior (GUO et al., 2006).

Segundo Guo et al. (2006), as topologias de vizinhança mais conhecidas são:

- Topologia em Anel: conhecida como *Esquema PSO  $L_{best}$*  onde cada partícula está conectada com  $K$  vizinhos adjacentes e  $K$  é um parâmetro conforme figura 3.1.a. Os vizinhos imediatos da partícula  $i$  são as partículas  $i - 1$  e  $i + 1$ . A partícula  $i$  é considerada como sendo a partícula que se segue imediatamente após  $i^{th}$ . Muitas aplicações incluem a própria partícula  $i$  como um membro da sua vizinhança; então, a vizinhança de  $K = 2$ , na realidade, possui 3 membros (VIOT, 2010). Neste processo, quando uma partícula encontra um melhor resultado, esta partícula passa para os seus dois vizinhos imediatos a informação, e estes dois vizinhos passam aos seus vizinhos imediatos, o processo se repete até que atinja a última partícula do enxame. Assim, o melhor resultado encontrado espalha-se muito lentamente em torno do anel por todas as partículas, a convergência é mais lenta, mas grande parte do espaço de busca é coberto por esta topologia se comparada com a topologia em estrela;
- Topologia em Estrela: cada partícula se conecta com todas as outras partículas conforme figura 3.1.b. Esta topologia leva a uma convergência mais rápida do que outras topologias, mas há uma suscetibilidade do algoritmo ficar estagnado em mínimos locais. Devido todas as partículas conhecerem as posições já visitadas umas das outras, essa topologia é referida como *Esquema PSO  $G_{best}$* ;

- Topologia de Conexão em Roda: apenas uma partícula se conecta à todas as outras, conforme exemplo na figura 3.1.c, e todas as informações são transmitidas através desta partícula. Esta partícula focal compara o melhor desempenho de todas as partículas no enxame, e ajusta a sua posição em relação a partícula com melhor desempenho. Em seguida, o nova posição da partícula focal é informada a todas as partículas;
- Arquitetura Von Neumann: tem a forma de uma grade e considera a posição acima, abaixo, para direita e para esquerda como a vizinhança das partículas. As topologias de vizinhança como a  $L_{best}$  e Von Neumann resultam em uma solução superior ao custo de uma convergência mais lenta, visto que, a diversidade dentro do enxame é mantida por mais tempo.

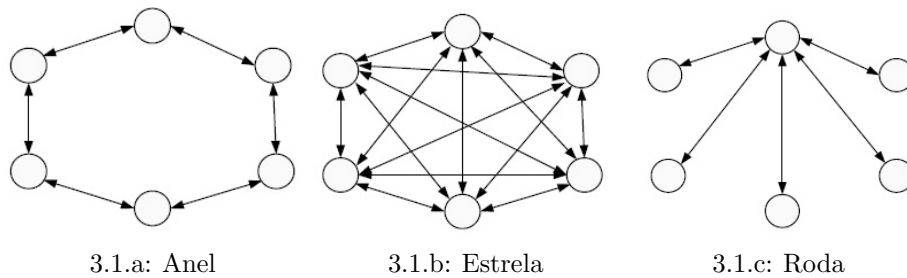


Figura 3.1: Topologias de Vizinhança (VIOT, 2010)

Existe uma infinita quantidade de topologias de vizinhança, entretanto, somente dois tipos têm sido frequentemente aplicado (GUO et al., 2006), a saber a topologia  $G_{best}$ , também conhecida como melhor global ou topologia em Estrela, e a  $L_{best}$  conhecida por melhor local ou topologia em Anel.

O algoritmo proposto neste trabalho faz uso da topologia em anel unificada à topologia em estrela. Através de um fator de unificação variável  $u$ , pode-se obter de forma isolada, para valores específicos do fator de unificação, cada uma das duas topologias de forma distinta ou a combinação linear de ambas. Portanto, o perfeito entendimento do conceito de vizinhança é importante para a compreensão do modelo à ser apresentado no próximo capítulo.

## 4 Algoritmo de Otimização por Enxame de Partículas Modificado

Este capítulo apresenta a fundamentação teórica e a motivação, proposta pelo autor, para melhorias do PSO Padrão. Estas alterações resultaram em uma nova variante do algoritmo, chamada de Enxame de Partículas Unificado Modificado (M-UPSO). O capítulo apresenta ainda a análise matemática do comportamento da partícula, em sua forma discreta, com objetivo de identificar os parâmetros que afetam a convergência do algoritmo. Esta análise também auxilia na obtenção de informações que contribuem para a determinação dos valores iniciais dos parâmetros do algoritmo. O capítulo finaliza apresentando a análise de convergência e estabilidade do M-UPSO, além de apresentar a comparação entre os resultados obtido pelo M-UPSO, PSO Padrão e a técnica de Recozimento Simulado, quando aplicados ao *benchmark* de funções teste.

### 4.1 Algoritmo de Enxame de Partículas Unificado - UPSO

Existem duas variantes principais do PSO Padrão e estas variantes se distinguem pela forma e número de partículas que compreendem a vizinhança de uma partícula. Estas variantes são classicamente chamadas de esquema  $L_{best}$  e  $G_{best}$ . O esquema  $L_{best}$ , também conhecido como *PSO Local*, está relacionado com a melhor partícula na vizinhança da partícula  $i$ . Já o esquema  $G_{best}$ , conhecido por *PSO Global*, está relacionado com a melhor partícula em todo enxame (KENNEDY; EBERHART, 1995).

O algoritmo PSO Unificado (*Unified PSO* - UPSO) aproveita as duas variantes do PSO Padrão em um único esquema que combina as características de cada variante. A habilidade de exploração local e a capacidade de explosão (ou de busca global) são combinadas através de um coeficiente de unificação  $u$  que pode assumir valores desde 0

até 1 (PARSOPOULOS; VRAHATIS, 2004).

O PSO Unificado utiliza o fator de restrição  $\chi$  para o controle da velocidade, ao contrário do PSO Padrão, que utiliza o coeficiente de inércia  $\omega$ . As equações resultantes para cada esquema são simples de serem obtidas. O vetor  $\vec{G}_i^{k+1}$  denota a atualização da velocidade da partícula  $i$  na variante do PSO Global e  $\vec{L}_i^{k+1}$  a atualização da velocidade correspondente para a variante Local. Cada esquema do PSO pode ser representado através das equações (4.1) e (4.2):

$$\vec{G}_i^{k+1} = \chi \left[ \vec{V}_i^k + c_1 r_1^k \left( \vec{P}_i^{best} - \vec{X}_i^k \right) + c_2 r_2^k \left( \vec{G}_{best}^k - \vec{X}_i^k \right) \right] \quad (4.1)$$

$$\vec{L}_i^{k+1} = \chi \left[ \vec{V}_i^k + c_1 r_1^k \left( \vec{P}_i^{best} - \vec{X}_i^k \right) + c_2 r_2^k \left( \vec{L}_{best}^k - \vec{X}_i^k \right) \right] \quad (4.2)$$

Estas duas direções de busca são combinadas em uma única equação, resultando no esquema UPSO proposto por Parsopoulos e Vrahatis (2004):

$$\vec{V}_i^{k+1} = u \vec{G}_i^{k+1} + (1 - u) \vec{L}_i^{k+1} \quad (4.3)$$

$$\vec{X}_i^{k+1} = \vec{X}_i^k + \vec{V}_i^{k+1} \quad (4.4)$$

O modelo UPSO faz uso do coeficiente de restrição  $\chi$  para limitar e controlar a velocidade das partículas, conforme equações (4.1) e (4.2). O coeficiente de restrição  $\chi$  assume valor igual a 0,729 quando  $c_1 = c_2 = 2,05$ . O parâmetro  $u$  chamado de coeficiente de unificação é um novo parâmetro que caracteriza o UPSO, conforme equação (4.3). O mesmo controla a velocidade local e global de exploração no espaço de busca e seu valor está compreendido no intervalo em que  $u \in [0, 1]$ .

Através da variação do valor de  $u$  pode-se obter uma combinação da configuração  $L_{best}$  e  $G_{best}$ . A variante original  $L_{best}$  pode ser obtida fazendo  $u = 0$  enquanto que, para  $u = 1$  a configuração  $G_{best}$  é obtida. Para outros valores intermediários de  $u \in (0, 1)$  definem-se novas variantes do PSO que combinam as características de  $L_{best}$  e  $G_{best}$  em proporções distintas.

Experimentos realizados por Parsopoulos e Vrahatis (2004), com  $u$  assumindo valores entre 0,1 a 0,9 mostraram que o algoritmo UPSO apresenta boa performance, além de reduzir o tempo para se obter o ótimo global, enquanto que, a possibilidade de

estagnação em ótimos locais é reduzida. Esta boa performance se deve ao fato do UPSO reunir a característica de exploração local do esquema  $L_{best}$  e a de exploração global do esquema  $G_{best}$ .

Para obter a mesma performance alcançada por [Parsopoulos e Vrahatis \(2004\)](#), para cada tipo de problema a ser resolvido, deve-se ajustar o valor mais adequado de  $u$  de forma a possibilitar que seja explorado a máxima capacidade do algoritmo UPSO, além de se fazer necessário o ajuste do valor da velocidade máxima da partícula  $V_{max}$ . É importante ressaltar que este último parâmetro é de difícil escolha e depende da característica de cada problema.

Visando resolver o problema de estimação dos parâmetros iniciais do PSO um novo algoritmo é proposto neste trabalho. Este algoritmo possui as seguintes inovações:

- Novo modelo de variação linear do coeficiente de inércia  $\omega$ ;
- Utilização do coeficiente de constrição  $\chi$  em conjunto com o coeficiente de inércia  $\omega$ ;
- Inexistência do parâmetro  $V_{max}$ ;
- O parâmetro velocidade inicial  $\vec{V}_i^0$  pode ser inicializado com valores nulos,  $\vec{V}_i^0 = 0$ .

Estas inovações são aplicadas ao algoritmo UPSO proposto por [Parsopoulos e Vrahatis \(2004\)](#).

## 4.2 Enxame de Partículas Unificado Modificado - $M$ -UPSO

A proposta do algoritmo modificado visa solucionar os dois maiores problemas que trazem dificuldades no momento da utilização do algoritmo PSO: a seleção do parâmetro velocidade máxima da partícula ( $V_{max}$ ) e a incapacidade do coeficiente de inércia  $\omega$  retornar ao seu valor inicial  $\omega_{max}$  após atingir o valor  $\omega_{min}$ , conforme esquema proposto por [Eberhart e Shi \(2000\)](#) descrito na equação (3.3).

O modelo proposto é derivado do UPSO descrito anteriormente. O mesmo resulta da inclusão do coeficiente de inércia  $\omega$ , aplicado somente ao vetor  $\vec{V}_i^k$  que representa as velocidades da iteração anterior, enquanto o fator de constrição  $\chi$  é aplicado somente às variáveis estocásticas das equações (4.1) e (4.2). O efeito provocado por estas alterações no desempenho do algoritmo é significativo, e está associado à combinação da variação



do coeficiente de inércia  $\omega$  sobre as velocidades anteriores, e ao fator de constrição  $\chi$  aplicado à dinâmica das partículas na iteração corrente. Além disso, neste modelo não há necessidade de aplicar o limitador da velocidade máxima ( $V_{max}$ ), o que simplifica sobremaneira a seleção dos parâmetros do algoritmo.

Com a inserção do coeficiente de constrição  $\chi$ , combinada ao método de variação do coeficiente de inércia  $\omega$ , o algoritmo proposto é capaz de escapar de ótimos locais devido ao comportamento oscilatório introduzido ao longo da trajetória da partícula. Este comportamento oscilatório ocorre quando o coeficiente de inércia se aproxima do valor  $\omega_{min}$ . Maiores detalhes são fornecidos na seção 4.2.1 onde é tratada a convergência do algoritmo. Esta qualidade é muito útil principalmente quando a função objetivo é multimodal e possui vários mínimos locais, sendo este, um dos grandes avanços proporcionado ao método de busca pelo ótimo por este novo algoritmo, cuja equações resultantes são:

$$\vec{G}_i^{k+1} = \omega \vec{V}_i^k + \chi \left[ c_1 r_1^k \left( \vec{P}_i^{best} - \vec{X}_i^k \right) + c_2 r_2^k \left( \vec{G}_{best}^k - \vec{X}_i^k \right) \right] \quad (4.5)$$

$$\vec{L}_i^{k+1} = \omega \vec{V}_i^k + \chi \left[ c_1 r_1^k \left( \vec{P}_i^{best} - \vec{X}_i^k \right) + c_2 r_2^k \left( \vec{L}_{best}^k - \vec{X}_i^k \right) \right] \quad (4.6)$$

$$\vec{V}_i^{k+1} = u \vec{G}_i^{k+1} + (1 - u) \vec{L}_i^{k+1} \quad (4.7)$$

$$\vec{X}_i^{k+1} = \vec{X}_i^k + \vec{V}_i^{k+1} \quad (4.8)$$

As duas direções de busca são combinadas em uma única equação, como no esquema UPSO proposto por [Parsopoulos e Vrahatis \(2004\)](#). A alteração proposta provoca uma alteração no comportamento do enxame, melhorando significativamente a exploração do espaço de busca. A vizinhança de cada partícula é definida neste modelo, como uma combinação linear dos esquemas de vizinhança em anel e em estrela.

Além de proporcionar a eliminação do parâmetro que limita a velocidade máxima da partícula ( $V_{max}$ ), também não se faz necessária a utilização do limitador de alcance máximo dinâmico da partícula no espaço de busca. Este último limitado no PSO Padrão entre a posição limite inferior  $x_{min}$  e superior  $x_{max}$ . Esta proposição será detalhada nas seções ulteriores.

### 4.2.1 Convergência do Algoritmo

Quando [Kennedy e Eberhart \(1995\)](#) publicaram o artigo com a proposta do algoritmo PSO, o artigo não trouxe nenhuma demonstração matemática formal, o mesmo se restringiu a fundamentar o algoritmo através da análise do relacionamento social e particular de enxame. O artigo destaca que um indivíduo (ou partícula) toma decisões com base na sua experiência pessoal e na experiência da sociedade a que pertence, principalmente na experiência de seus vizinhos. Desta forma, Kennedy concluiu que o modelo mais adequado do algoritmo para representar o comportamento de um enxame, deveria ter uma componente cognitiva e outra social ([KENNEDY; EBERHART, 1995](#)).

Devido à repercussão do algoritmo e da facilidade de implementação, vários pesquisadores buscaram fundamentar matematicamente o modelo. Da mesma forma, Clerc e Kennedy ([CLERC; KENNEDY, 2002](#)) apresentaram uma análise matemática mais formal e detalhada da convergência do algoritmo. Os autores também apresentaram possíveis implicações no desempenho do algoritmo, provocadas pela seleção de parâmetros inadequados.

O trabalho de [Ozcan e Mohan \(1998\)](#) foi pioneiro na análise de estabilidade e convergência do algoritmo PSO. [Bergh \(2002\)](#) fez uma representação discreta e provou a convergência do PSO além de propor alterações no algoritmo. [Campana et al. \(2005\)](#) analisaram a convergência do PSO através da teoria de sistemas dinâmicos de controle e mais recentemente, [Chen e Chen \(2011\)](#) fizeram uma análise estatística da convergência do PSO.

A análise de convergência do algoritmo proposto neste trabalho será feita considerando a trajetória da partícula no tempo discreto. O termo convergência é usado aqui para referir a propriedade na qual existe o limite:

$$\lim_{k \rightarrow +\infty} x(k) = p \quad (4.9)$$

Onde  $p$  é um ponto arbitrário no espaço de busca e  $x(k)$  é a posição da partícula na iteração (ou instante)  $k$ . A análise será feita apenas sobre uma componente do algoritmo, mas o raciocínio permanece e pode ser estendido para qualquer partícula do enxame. Tomando como base as equações (4.5) e (4.7), reescrevendo as mesmas para apenas uma dimensão, abandonando a notação vetorial e utilizando apenas o esquema  $G_{best}$  afim de facilitar a análise, obtém-se:

$$v_i^{k+1} = \omega v_i^k + \chi [c_1 r_1^k (p_i^k - x_i^k) + c_2 r_2^k (g_{best}^k - x_i^k)] \quad (4.10)$$

$$x_i^{k+1} = x_i^k + v_i^{k+1} \quad (4.11)$$

Sem perda de generalidade, esta forma pode ser adotada desde que não exista iteração entre as diferentes dimensões, conforme proposto por [Bergh \(2002\)](#). Simplificando ainda mais, pode-se considerar que todas as outras partículas estão estáticas enquanto apenas uma partícula se move. Desta forma, será avaliada a trajetória de uma única partícula isolada, neste caso, pode-se eliminar o subscrito  $i$ . A trajetória será avaliada em intervalo de tempo discreto.

Fazendo a substituição da equação (4.10) na equação (4.11) e adotando as proposições anteriores, o algoritmo pode ser equacionado da seguinte forma:

$$x^{k+1} = x^k + \omega v^k + \chi [c_1 r_1^k (p^k - x^k) + c_2 r_2^k (g_{best}^k - x^k)] \quad (4.12)$$

O PSO contém duas componentes estocásticas  $c_1 r_1^k$  e  $c_2 r_2^k$ , conforme descrito na Seção 3.1 do Capítulo 3, onde  $r_1^k$  e  $r_2^k$  assumem valores uniformemente distribuídos entre 0 e 1, ou seja,  $r_1^k$  e  $r_2^k \in U_c[0, 1]$ .

Para avaliar a convergência uma simplificação será adotada nas componentes estocásticas da equação (4.12), porém sem prejudicar o comportamento real do algoritmo como poderá ser visto mais adiante. Fazendo a componente estocástica  $c_1 r_1^k = \psi_1$  e  $c_2 r_2^k = \psi_2$  e utilizando a relação  $x^k = x^{k-1} + v^k$ , que pode ser obtida através da equação (4.11) na iteração  $k - 1$ , a velocidade na iteração  $k$  pode ser escrita como  $v^k = x^k - x^{k-1}$ , substituindo este valor na equação (4.12) e reorganizando os termos, o deslocamento da partícula pode ser escrito na seguinte forma de recorrência:

$$x^{k+1} = (1 + \omega - \chi\psi_1 - \chi\psi_2) x^k - \omega x^{k-1} + \chi\psi_1 p^k + \chi\psi_2 g_{best}^k \quad (4.13)$$

A equação (4.13) pode ser escrita na forma de um produto matricial:

$$\bar{z} = \underline{\mathbf{A}}\bar{y} \quad (4.14)$$

$$\begin{bmatrix} x^{k+1} \\ x^k \\ \chi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \omega - \chi\psi_1 - \chi\psi_2 & -\omega & \psi_1 p^k + \psi_2 g_{best}^k \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x^k \\ x^{k-1} \\ \chi \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

Utilizando recursos da álgebra linear, pode-se obter o polinômio característico que é expresso pela seguinte forma:

$$P(\lambda) = \det(\underline{\mathbf{A}} - \lambda \mathbf{I}) \quad (4.16)$$

Sendo:

$$\underline{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} 1 + \omega - \chi\psi_1 - \chi\psi_2 & -\omega & \psi_1 p^k + \psi_2 g_{best}^k \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

Realizando as operações matemáticas para obtenção do determinante, resulta na seguinte equação característica da matriz  $\underline{\mathbf{A}}$ :

$$(1 - \lambda) [\lambda^2 - \lambda(1 + \omega - \chi(\psi_1 + \psi_2)) + \omega] = 0 \quad (4.18)$$

Obtendo as três raízes da equação característica, têm-se uma raiz em  $\lambda_1 = 1$  e as duas outras dadas por:

$$\lambda_2 = \alpha = \frac{\omega - \chi(\psi_1 + \psi_2) + 1 + \gamma}{2} \quad (4.19)$$

$$\lambda_3 = \beta = \frac{\omega - \chi(\psi_1 + \psi_2) + 1 - \gamma}{2} \quad (4.20)$$

$$\gamma = \sqrt{[\omega - \chi(\psi_1 + \psi_2) + 1]^2 - 4\omega} \quad (4.21)$$

Pode-se observar que  $\alpha$  e  $\beta$  são autovalores da matriz representada na equação (4.15). Usando a relação  $\underline{\mathbf{A}}\bar{\mathbf{y}} = \lambda\bar{\mathbf{y}}$ , uma forma explícita da relação de recorrência dada pela equação (4.13) pode ser escrita como:

$$x^k = \lambda_1 \xi_1 + \xi_2 \lambda_2^k + \xi_3 \lambda_3^k \quad (4.22)$$

Substituindo os valores de  $\lambda_1 = 1$ ,  $\lambda_2 = \alpha$  e  $\lambda_3 = \beta$ , resulta em:

$$x^k = \xi_1 + \xi_2 \alpha^k + \xi_3 \beta^k \quad (4.23)$$

Onde  $\xi_1$ ,  $\xi_2$  e  $\xi_3$  são constantes determinadas pelas condições iniciais do sistema. Como há três incógnitas, um sistema de três equações pode ser utilizado para obter tais valores. As condições iniciais do PSO fornece duas destas três incógnitas,  $x^0$  e  $x^1$ , que correspondem a posição da partícula nas iterações  $k = 0$  e  $k = 1$ , estes valores são obtidos ao se especificar à posição inicial  $x^0$  e a velocidade inicial  $v^0$ .

Para obter o valor da terceira incógnita basta utilizar a equação de recorrência (4.13), ou seja, o valor de  $x^2$  será:

$$x^2 = [1 + \omega - \chi(\psi_1 + \psi_2)] x^1 - \omega x^0 + \chi \psi_1 p^k + \chi \psi_2 g_{best}^k \quad (4.24)$$

A partir destas três condições iniciais, obtém-se um sistema de três equações que estão representados na forma matricial pela equação (4.25) e que pode ser resolvido através do método de eliminação de Gauss, resultando:

$$\begin{bmatrix} x^0 \\ x^1 \\ x^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \beta \\ 1 & \alpha^2 & \beta^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_3 \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

$$\xi_1 = \frac{\alpha \beta x^0 - x^1(\alpha + \beta) + x^2}{(\alpha - 1)(\beta - 1)} \quad (4.26)$$

$$\xi_2 = \frac{\beta(x^0 - x^1) - x^1 + x^2}{(\alpha - \beta)(\alpha - 1)} \quad (4.27)$$

$$\xi_3 = \frac{\alpha(x^1 - x^0) + x^1 - x^2}{(\alpha - \beta)(\beta - 1)} \quad (4.28)$$

A soma, o produto e subtração das equações (4.19) e (4.20) resulta nas equações (4.29), (4.30) e (4.31) respectivamente:

$$\alpha + \beta = \omega - \chi(\psi_1 + \psi_2) + 1 \quad (4.29)$$

$$\alpha\beta = 2\omega \quad (4.30)$$

$$\alpha - \beta = \gamma \quad (4.31)$$

Substituindo os resultados de (4.29) a (4.31) em (4.26) a (4.28) obtém-se:

$$\xi_1 = \frac{\omega x^0 + \chi(\psi_1 p^k + \psi_2 g_{best}^k)}{\omega + \chi(\psi_1 + \psi_2)} \quad (4.32)$$

$$\xi_2 = \frac{\beta(x^0 - x^1) - x^1 + x^2}{\gamma(\alpha - 1)} \quad (4.33)$$

$$\xi_3 = \frac{\alpha(x^1 - x^0) + x^1 - x^2}{\gamma(\beta - 1)} \quad (4.34)$$

A equação (4.23) pode ser utilizada para calcular a trajetória da partícula assumindo que  $p^k$ ,  $g_{best}^k$ ,  $\xi_1$ ,  $\xi_2$  e  $\omega$  permanecem constantes. A sequência  $(x^k)_{k=0}^{+\infty}$  tem sua convergência determinada pela magnitude dos valores de  $\alpha$  e  $\beta$  obtidos através da equação (4.19) e (4.20).

Os valores de  $\gamma$  são obtidos através da equação (4.21) e para este algoritmo proposto, sempre deverão estar no domínio dos complexos ( $\gamma \in \mathbb{C}$ ), pois a desigualdade na equação (4.35) não pode ser satisfeita considerando a adoção de valores clássicos dos parâmetros  $c_1$  e  $c_2$ .

$$[\omega - \chi(\psi_1 + \psi_2) + 1]^2 > 4\omega \quad (4.35)$$

O fato de  $\gamma \in \mathbb{C}$  proporciona que existam componentes senoidais que introduzem um caráter oscilatório durante a trajetória da partícula no espaço de busca conforme figura 4.1, favorecendo maior exploração e possibilidade de escapar de ótimos locais. Desta forma, o modelo proposto elimina a possibilidade da existência de valores de  $\alpha$  e  $\beta$  cuja componente imaginária seja nula, porém deve existir o controle das oscilações para que a partícula não fique oscilando indefinidamente sem convergir para o ponto ótimo. Este

controle pode ser proporcionado pela variação da inércia  $\omega$ , como poderá ser verificado ulteriormente neste trabalho.

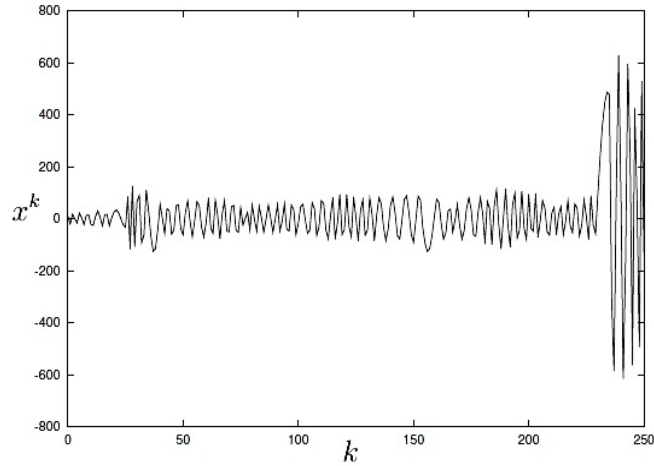


Figura 4.1: Oscilações provocadas pela variação de  $\omega$  ao longo da trajetória (ref. O autor)

As condições de convergência de uma série complexa são melhores visualizadas quando se adota a forma de Euler para a representação de um número complexo. Qualquer número complexo  $z^t$  pode ser escrito utilizando a forma de Euler, onde  $\theta = \text{arg}(z)$ :

$$\begin{aligned} z^k &= (\|z\| e^{i\theta})^k \\ &= \|z\|^k e^{i\theta k} \\ &= \|z\|^k (\cos(\theta k) + i \text{sen}(\theta k)) \end{aligned}$$

Neste caso o limite abaixo existe somente quando  $\|z\| < 1$  e assume o valor 0.

$$\lim_{k \rightarrow \infty} z^k = \lim_{k \rightarrow \infty} \|z\|^k (\cos(\theta k) + i \text{sen}(\theta k))$$

Considerando o valor de  $x^k$ , dado pela equação (4.23) no limite, tem-se:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} x^k = \lim_{k \rightarrow \infty} (\xi_1 + \xi_2 \alpha^k + \xi_3 \beta^k) \quad (4.36)$$

A equação (4.36) claramente mostra que a trajetória da partícula  $(x^k)_{k=0}^{+\infty}$  irá divergir sempre que  $\max(\|\alpha\|, \|\beta\|) > 1$ , ou seja, desde que o limite não exista. Consequentemente a sequência  $(x^k)_{k=0}^{+\infty}$  irá convergir quando  $\max(\|\alpha\|, \|\beta\|) < 1$ , ou seja:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} x^k = \lim_{k \rightarrow \infty} (\xi_1 + \xi_2 \alpha^k + \xi_3 \beta^k) = \xi_1 \quad (4.37)$$

A condição descrita na equação (4.37) ocorrerá desde que  $\lim_{k \rightarrow \infty} \alpha^k = 0$  se  $\|\alpha\| < 1$  e limite  $\lim_{k \rightarrow \infty} \beta^k = 0$  se  $\|\beta\| < 1$ . Entretanto se  $\|z\| = 1$ , neste caso  $z$  pode representar  $\alpha$  ou  $\beta$ , o limite dado pela equação (4.38) não existe e a sequência  $(x^k)_{k=0}^{+\infty}$  diverge.

$$\lim_{k \rightarrow \infty} z^k = \lim_{k \rightarrow \infty} \|z\|^k (\cos(\theta k) + i \operatorname{sen}(\theta k)) = \lim_{k \rightarrow \infty} 1^k (\cos(\theta k) + i \operatorname{sen}(\theta k)) \quad (4.38)$$

Vale ressaltar que as condições adotadas na equação (4.37) consideram que  $\psi_1 = c_1 r_1^k$  e  $\psi_2 = c_2 r_2^k$  permanecem constantes, o que não ocorre na prática para o algoritmo PSO, no entanto, os valores de  $c_1$  e  $c_2$  podem ser utilizados como limites superiores para  $\psi_1$  e  $\psi_2$ . O comportamento da trajetória das partículas poderá ser observado considerando o valor esperado de  $\psi_1$  e  $\psi_2$ , ou seja, assumindo uma distribuição uniforme para os valores de  $r_1^k$  e  $r_2^k$  de 0 a 1, ou seja,  $r_{1,2}^k \sim \mathbf{U}_c[0, 1]$ .

A distribuição uniforme pode ser conceituada da seguinte forma: desde que  $Y$  seja uma variável aleatória contínua, que tome todos os valores no intervalo  $[a, b]$ , no qual  $a$  e  $b$  sejam ambos finitos, com  $a \neq b$ , se a função densidade de probabilidade de  $Y$  for dada por:

$$f(y) = \frac{1}{b - a}, \quad a \leq y \leq b.$$

Diz-se que  $Y$  é uniformemente distribuída no intervalo  $[a, b]$ , ou seja,  $Y \sim \mathbf{U}_c[a, b]$ . Para qualquer subintervalo  $[y_1, y_2]$ , onde  $a \leq y_1 \leq y_2 \leq b$ , tem-se:

$$P(y_1 \leq Y \leq y_2) = \int_{y_1}^{y_2} f(y) dy = \int_{y_1}^{y_2} \frac{1}{b - a} dy = \frac{y_2 - y_1}{b - a} \quad (4.39)$$

Portanto tomando-se  $\psi_1 = c_1 r_1^k$  e  $\psi_2 = c_2 r_2^k$  com  $r_1^k$  e  $r_2^k$  uniformemente distribuídos no intervalo  $[0, 1]$ , o valor esperado de  $\psi_1$  e  $\psi_2$  pode ser calculado da seguinte forma:

$$E[\psi_1] = c_1 \int_0^1 \frac{r_1}{1 - 0} dr_1 = c_1 \frac{r_1^2}{2(1 - 0)} \Big|_0^1 = \frac{c_1}{2} \quad (4.40)$$



$$E[\psi_2] = c_2 \int_0^1 \frac{r_2}{1-0} dr_2 = c_2 \frac{r_2^2}{2(1-0)} \Big|_0^1 = \frac{c_2}{2} \quad (4.41)$$

Assumindo-se que  $\psi_1$ ,  $\psi_2$  e  $\omega$  tenham valores de forma que  $\max(\|\alpha\|, \|\beta\|) < 1$ , ou seja, que a sequência  $(x^k)_{k=0}^{+\infty}$  seja convergente, isto significa que a partir das equações (4.37) e (4.32) pode-se escrever:

$$\begin{aligned} \lim_{k \rightarrow \infty} x^k &= \xi_1 \\ &= \frac{\omega x^0 + \chi (\psi_1 p^k + \psi_2 g_{best}^k)}{\omega + \chi (\psi_1 + \psi_2)} \end{aligned} \quad (4.42)$$

Substituindo o valor esperado de  $\psi_1$ ,  $\psi_2$  e adotando  $c_1 = c_2 = c$ , têm-se:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} x^k = \frac{2\omega x^0 + \chi c (p^k + g_{best}^k)}{2(\omega + \chi c)} \quad (4.43)$$

A equação (4.43) implica que a trajetória da partícula irá convergir para um valor derivado do melhor valor global  $g_{best}^k$  e do melhor valor local  $p^k$  na iteração  $k$ , além das condições iniciais da partícula  $x^0$  e  $x^1$ , todos estes valores são ponderados pelo valor de  $\omega$ ,  $\chi$  e de  $c = c_1 = c_2$ .

## 4.2.2 Seleção dos Parâmetros Iniciais

A seleção dos parâmetros iniciais influencia de forma expressiva o comportamento do algoritmo além de comprometer o resultado final, caso a escolha não seja adequada. É possível encontrar na literatura várias abordagens com diferentes escolhas dos parâmetros iniciais, porém sem uma fundamentação dos princípios relacionados à razão de tais escolhas, e isto leva muitos a manter escolhas que, em primeira mão, funcionaram muito bem para um determinado tipo de problema. Entretanto, outro com características diferentes, estas não apresentam o mesmo desempenho, proporcionando desta forma, uma baixa performance para o algoritmo PSO.

A principal motivação para a escolha adequada dos parâmetros iniciais é derivada principalmente das equações (4.35) e (4.43). O fato da convergência depender das condições iniciais da posição da partícula, contraria a hipótese de ser permitido adotar inicialmente  $\vec{X}_i^0 = 0$ , e também elimina a possibilidade de valores elevados para  $c_1$  e  $c_2$ , pois

isto estaria impondo a condição de que  $\gamma \notin \mathbb{C}$ , conseqüentemente eliminando o caráter oscilatório durante o processo de exploração do espaço de soluções, porém, por outro lado, não há restrições para a adoção da velocidade inicial  $\vec{V}_i^0$  nula.

A equação (4.43) proporciona uma informação relevante, pois para este modelo em questão, se for adotada a premissa de que a posição inicial  $\vec{X}_i^0$  das partículas é nula, o resultado do algoritmo terá uma qualidade muito ruim. Um dos princípios utilizado neste trabalho e que foi satisfatório, utilizou da distribuição uniforme da posição inicial, ou seja, utiliza-se o limite superior  $x_{max}$  e inferior  $x_{min}$  do espaço de busca, distribuído uniformemente para inicializar as posições das partículas em cada dimensão. O pseudocódigo proposto é apresentado no algoritmo 4.1.

#### **Algoritmo** *Inicialização da Posição*

##### **Entrada**

$N$  {Número máximo de partículas no exame}

$D$  {Dimensão do problema ou do espaço de busca}

##### **Saída**

$\vec{X}_i^0$  {Vetor das posições iniciais das partículas em cada dimensão}

1 **Inicializar**

2 **para cada**  $x_i$  **em**  $N$  **faça**

3     **para cada**  $i$  **em**  $i = 1 \dots D$  **faça**

4          $\vec{X}_i^0 \leftarrow (x_{max} - x_{min})rand(0, 1)$

5     **fim para**

6 **fim para**

**fim**

Algoritmo 4.1: Pseudocódigo da inicialização de  $\vec{X}_i^0$

O algoritmo 4.1 permite obter de forma aleatória e uniformemente distribuída, a posição inicial para cada partícula em cada uma das dimensões do problema, além de não violar o domínio do espaço de soluções pois, como foi demonstrado na seção anterior através das equações (4.40) e (4.41), a média de uma soma de variáveis aleatórias uniformemente distribuída tende ao valor esperado destas variáveis.

Para a seleção dos valores de  $c_1$  e  $c_2$  é preciso entender como estes dois parâmetros influenciam o desempenho do algoritmo, para isso, foram efetuadas simulações para vários valores de  $c_1$  e de  $c_2$  e realizada a análise do comportamento do valor de  $\gamma$ , adotando como critério o fato de que o valor de  $\gamma$  não deve estar no domínio dos números reais, ou seja,

$\gamma \in \mathbb{C}$ . Nesta mesma análise também é possível determinar o intervalo mais adequado para a variação de  $\omega$ , ou o melhor valor para o caso de se pretender utilizar  $\omega$  constante.

De acordo com o modelo do PSO Padrão proposto por Kennedy ([KENNEDY; EBERHART, 1995](#)), e com o modelo adaptativo da inércia proposto por [Eberhart e Shi \(2000\)](#), existe forte relação entre a velocidade de convergência e a variação do peso inercial, ou seja, a seleção adequada do coeficiente de inércia  $\omega$  tem grande influência no desempenho do algoritmo PSO. Um peso maior para o coeficiente de inércia melhora a velocidade de convergência de exploração global, enquanto um peso menor tende a facilitar exploração local.

Em geral, uma forma linear decrescente do coeficiente de inércia, proposto por Eberhart ([EBERHART; SHI, 1998a](#); [EBERHART; SHI, 1998b](#)) em que alterações do valor de  $\omega_{max}$  para  $\omega_{min}$  ocorrem através de um procedimento de redução tal como representado na equação (3.3), é utilizado no algoritmo PSO padrão.

Entretanto, têm se observado que uma das desvantagens deste processo de redução do coeficiente de inércia é a impossibilidade de retornar ao valor inicial  $\omega_{max}$ , além de ser necessário utilizar um limitador de velocidade da partícula, ou seja, o parâmetro  $V_{max}$ . Sendo este último de grande dificuldade para se determinar sem afetar o desempenho do PSO. Várias propostas surgiram para tentar solucionar este problema pois, apesar do algoritmo PSO convergir rapidamente, o modelo linear decrescente da inércia faz com que o PSO não consiga encontrar o ótimo global quando o problema é muito complexo, além de não existir um procedimento detalhado para estimar  $V_{max}$ .

Ao se observar a proposta original de [Eberhart e Shi \(1998a\)](#) para a inserção de um controle da inércia das partículas, os seguintes pontos podem ser destacados após a execução do algoritmo PSO padrão:

- Todas as partículas possuem igual coeficiente de inércia;
- Após o decréscimo da inércia, o modelo é inapto a retornar ao valor inicial;
- Necessidade de um limitador de velocidade para evitar explosão nas iterações iniciais;
- As velocidades finais são baixas não permitindo exploração local abrangente e, conseqüentemente;
- Partículas com maior tendência a ficarem presas a ótimos locais.

Com esses pontos descritos é possível observar as possíveis causas que levam o algoritmo PSO Padrão a ficar preso em ótimos locais, além de convergir rapidamente sem uma boa exploração do espaço de busca. Neste trabalho procedeu-se à investigação do efeito da variação da inércia e a possibilidade de cada partícula possuir inércia distinta, além da supressão do limitador de velocidade.

Ainda neste contexto, revisitando a gênese do algoritmo proposto por [Kennedy e Eberhart \(1995\)](#), ao comparar o algoritmo do PSO Padrão com o movimento de um bando de pássaros, os pontos que divergem da idéia original que consiste em representar a revoada do bando, quando é feita uma análise estatística do comportamento coletivo ([BIALEK et al., 2011](#)), podem ser descritas como:

- Em um bando de pássaros, cada elemento possui massa distinta, portanto forças de inércia distintas;
- O bando é influenciado por agentes externos, mudando significativamente seu comportamento, de tal forma que, sua trajetória pode oscilar em torno de um ponto;
- Antes de iniciar nova exploração do espaço de busca, a força de inércia tem seu valor máximo, ou seja, deixa de existir o equilíbrio de forças que há durante a exploração;
- O bando é influenciado pelo movimento individual de cada elemento. Se um indivíduo desvia sua trajetória, todo o bando pode ser influenciado pois, a velocidade do bando pode ser escrita como uma combinação linear da velocidade de cada componente do bando.

Na esperança de superar estas deficiências, uma alteração é proposta para a equação (3.3), tornando-a capaz de resolver alguns dos problemas do algoritmo. Esta alteração resulta na equação (4.44), que também faz uso de uma função linear com um coeficiente proporcional, que depende do tamanho do enxame e do número de partículas avaliadas, para ajustar  $\omega$  em cada avaliação do enxame. Este modelo é oposto ao modelo proposto por Eberhart que utiliza apenas o número de iteração e todas as partículas possuem o mesmo peso inercial.

$$\omega(i) = \omega_{max} - \left( \frac{\omega_{max} - \omega_{min}}{N} \right) i \quad (4.44)$$

Onde:

$i$  representa a partícula (ou indivíduo), avaliada na iteração corrente;  
 $N$  representa o total de partículas no enxame;

Esta proposta permite representar o enxame de partículas de tal forma que, cada partícula  $i$  possui coeficiente de inércia distinto  $\omega$  e após a realização de um pouso, que neste caso, pode ser comparada ao fim de uma iteração completa quando todas as partículas do enxame foram avaliadas, as forças de inércia assumem seu valor máximo, ou seja, retornam ao seu estado inicial  $\omega_{max}$ .

Seguindo os princípios da mecânica e da física, onde para qualquer partícula em repouso iniciar um novo movimento, a força de inércia que se opõe ao movimento deve ser superada, resultando em uma menor velocidade inicial. Com o avanço do movimento, a partícula ganha quantidade de movimento reduzindo a força de oposição ao movimento, neste caso a inércia, possibilitando desta forma maior exploração do espaço de busca.

Para melhor entendimento do modelo proposto, o pseudocódigo 4.2 ilustra a redução do coeficiente de inércia do valor inicial  $\omega_{max}$  até o valor final  $\omega_{min}$  para cada partícula em cada iteração, retornando ao valor de  $\omega_{max}$  na iteração seguinte para que o processo se repita até o fim das iterações.

#### **Algoritmo** *Coeficiente de Inércia*

##### **Entrada**

$i$  {Representa uma partícula do enxame}  
 $k$  {Número máximo de iterações}  
 $N$  {Número de partículas no enxame}

##### **Saída**

$\omega$  {Coeficiente de Inércia Auto-Adaptativo}

```

1 Inicializar
2 para cada iteração em  $k$  faça
3   para cada  $i$  em  $N$  faça
4      $\omega(i) \leftarrow \omega_{max} - \left(\frac{\omega_{max} - \omega_{min}}{N}\right) i$ 
5   fim para
6 fim para
fim
```

Algoritmo 4.2: Pseudocódigo do Cálculo do Coeficiente de Inércia.

Na figura 4.2 pode ser observado o comportamento do  $\|\alpha\|$  e  $\|\beta\|$  através da

variação de  $\omega$  e  $\psi_1 + \psi_2$  para o PSO Padrão, ou seja, com os valores para  $\omega_{max} = 0.9$ ,  $\omega_{min} = 0.4$  e  $c_1 = c_2 = 2.05$ . O valor do  $\|\alpha\|$  e  $\|\beta\|$  é representado nas curvas de níveis da figuras 4.2.a e 4.2.b através da variável *level*,  $\psi_1 + \psi_2$  pela variável *X* e  $\omega$  por *Y*. O valor mínimo de  $\|\alpha\|$  e  $\|\beta\|$  é encontrado na região azul escura sendo, portanto, o ponto onde a convergência é mais rápida.

O limite da região de convergência está indicado por setas nas figuras 4.2.a e 4.2.b. A região divergente está em destaque nas figuras, podendo ser observado que na região divergente o valor de  $\|\alpha\| > 1$  (representado por *level* nas figuras), o mesmo ocorrendo para o valor de  $\|\beta\|$ . Relembrando as condições de convergência da equação (4.37), a sequência só convergirá quando  $\max(\|\alpha\|, \|\beta\|) < 1$ .

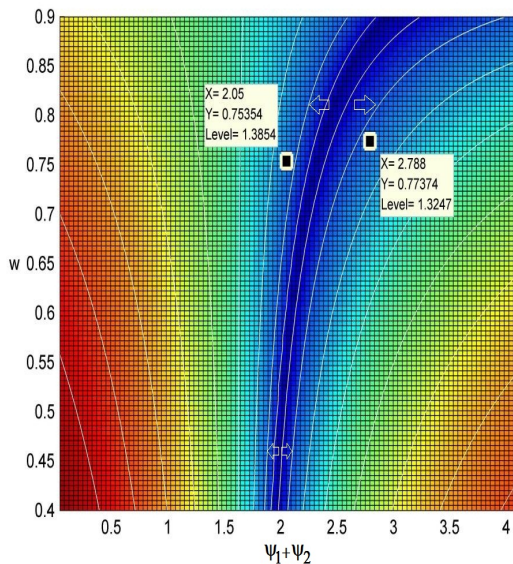
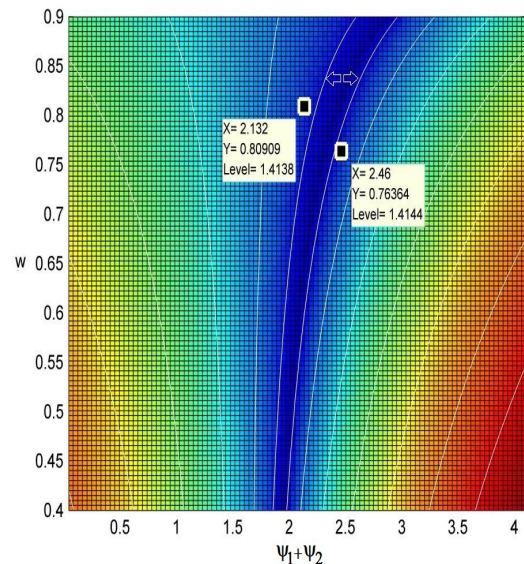
4.2.a: Variação de  $\|\alpha\|$ 4.2.b: Variação de  $\|\beta\|$ 

Figura 4.2: Influência de  $\omega$ ,  $c_1$  e  $c_2$  na convergência do PSO - Padrão.

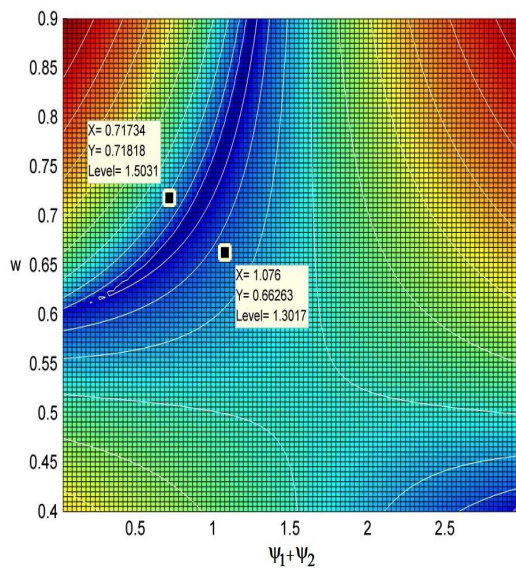
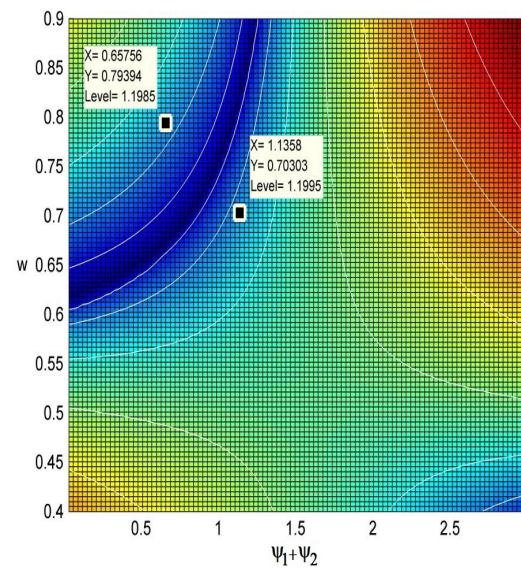
Analisando a figura 4.2.b, é possível notar que a região de convergência é muito estreita para  $\|\beta\|$ , além disso, a velocidade da convergência muda na horizontal com a variação de  $c_1 + c_2$  e na vertical com a variação do valor de  $\omega$ , fazendo com que para valores muito pequenos resultantes do produto  $c_2 r_2$ , onde  $r_2$  é a componente estocástica uniformemente distribuída, o algoritmo não seja convergente. O modelo proposto por Eberhart e Shi (2000) para a variação de  $\omega$  faz com que todas as partículas permaneçam nesta região de baixa convergência nas iterações finais, isso devido a impossibilidade de  $\omega$ , após atingir o valor de  $\omega_{min}$  retornar ao valor de  $\omega_{max}$ .

De acordo com as equações (4.40) e (4.41), é garantida a convergência em pelo



menos 50% do tempo, caso  $c_1$  e  $c_2$  estejam dentro dos valores resultantes destas equações. Por isso, ao ser imposta a melhoria no algoritmo, conforme equações (4.5) e (4.6), há uma mudança significativa nos valores de  $\|\alpha\|$  e  $\|\beta\|$ . Se for associado esta alteração ao modelo proposto de variação de  $\omega$ , é possível que a cada iteração, todas partículas excursionem dentro da região de convergência na horizontal pela variação de  $\psi_1 + \psi_2$  e na vertical pela variação  $\omega$ , além de proporcionar um alargamento da região de convergência, conforme figura 4.3.b, pela mudança de fase imposta pelo coeficiente de restrição  $\chi$ .

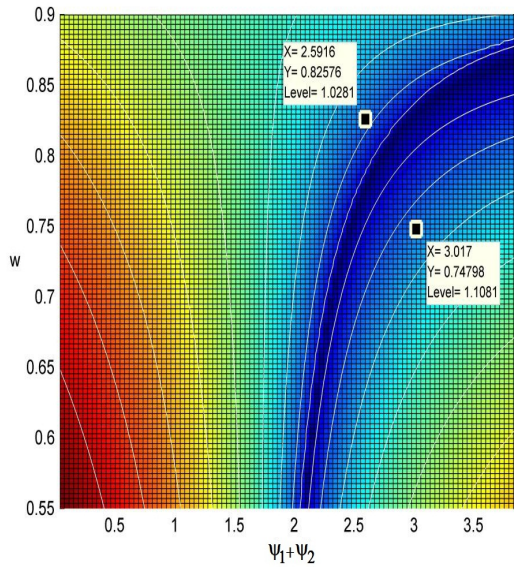
Um exemplo ilustrativo do comportamento do modelo proposto pode ser visualizado na figura 4.3, onde os resultados deste novo método são derivados de  $\chi = 0,729$  e para os mesmos valores adotado no PSO Padrão para  $\omega$ ,  $c_1$  e  $c_2$ . A inclusão de  $\chi$  faz com a região de convergência na horizontal exista para pequenos valores de  $\psi_1 + \psi_2$ , estes podem ser tão pequenos quanto  $\approx 0,01$  para o valor limite na vertical de  $\omega_{min}$ , como pode ser visto na figura 4.3.

4.3.a: Variação de  $\|\alpha\|$ 4.3.b: Variação de  $\|\beta\|$ Figura 4.3: Influência de  $\chi$  e da variação de  $\omega$  na convergência do PSO.

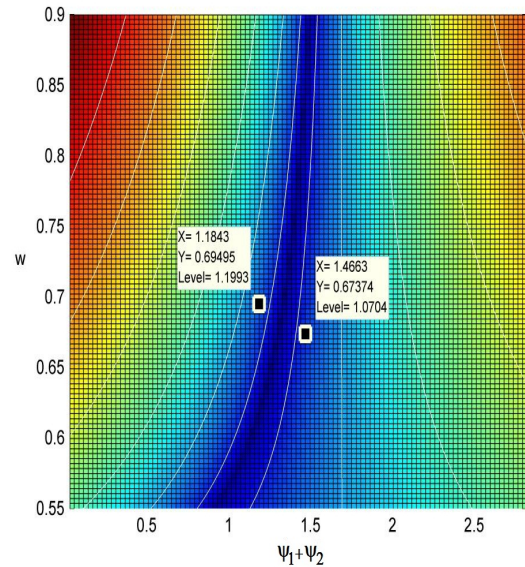
A alteração na fase de  $\alpha$  e  $\beta$  proporciona que a região de convergência seja explorada ao máximo. Para efeitos de comparação foi construído um gráfico para o modelo padrão de Eberhart e Shi (2000) e para o modelo proposto neste trabalho, com os seguintes parâmetros comum a ambos os modelos:  $\omega_{max} = 0,9$ ,  $\omega_{min} = 0,55$ ,  $c_1 = c_2 = 1,934$  e  $\chi = 0,729$  somente para o modelo PSO proposto.

A comparação do comportamento do  $\|\alpha\|$  e do  $\|\beta\|$  é feita para ambos os modelos

nas figuras 4.4 e 4.5 respectivamente. É possível notar na figura 4.5.b que há um ganho significativo da região de convergência, no modelo proposto, para o  $\|\beta\|$  devido a inversão de fase.

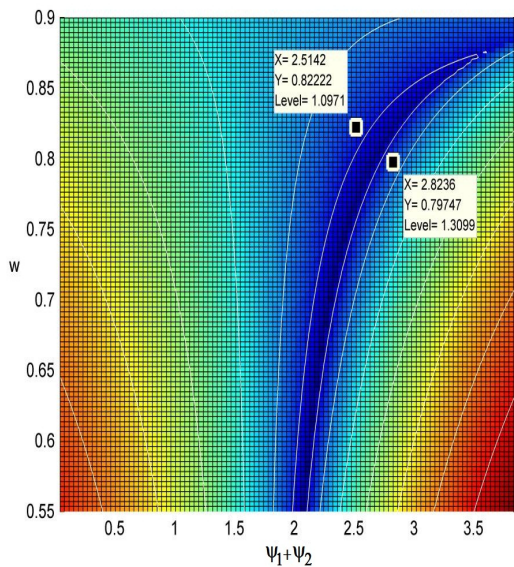


4.4.a: Variação de  $\|\alpha\|$  PSO padrão

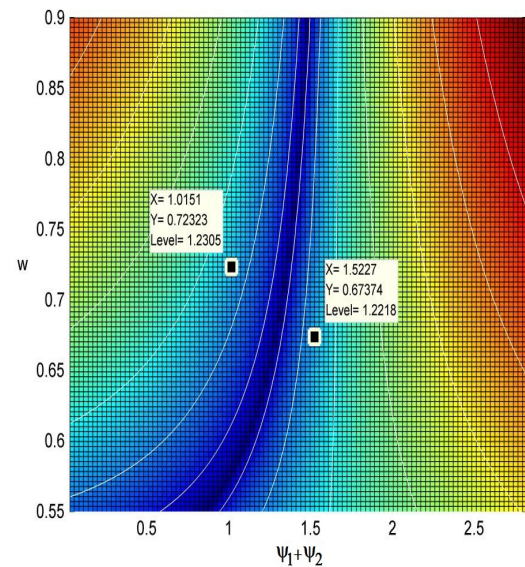


4.4.b: Variação de  $\|\alpha\|$  PSO proposto

Figura 4.4:  $\|\alpha\|$  nos dois modelos do PSO para  $c_1 = c_2 = 1,934$  e  $\omega_{min} = 0,55$ .



4.5.a: Variação de  $\|\beta\|$  PSO padrão



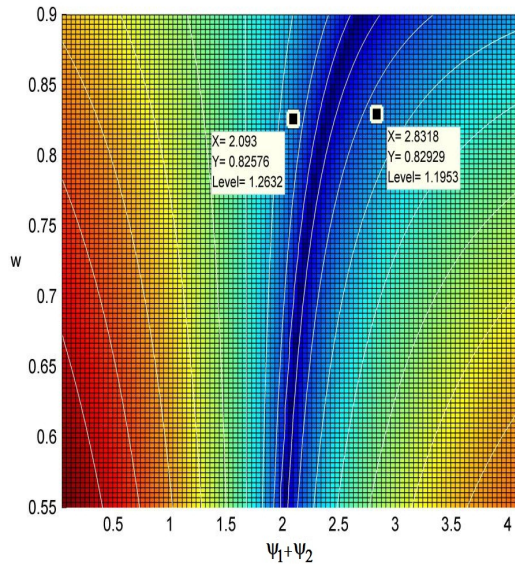
4.5.b: Variação de  $\|\beta\|$  PSO proposto

Figura 4.5:  $\|\beta\|$  nos dois modelos do PSO para  $c_1 = c_2 = 1,934$  e  $\omega_{min} = 0,55$ .

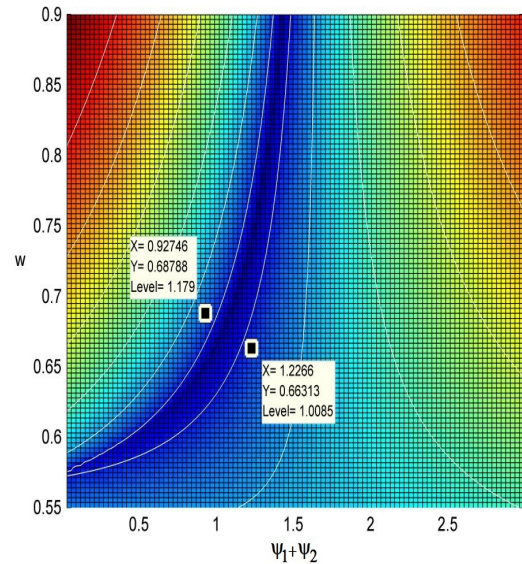
Para variações maiores de  $c_1 = c_2$ , ambos os modelos continuam tendo os mesmos



comportamentos, como pode ser visto nas figuras 4.6 e 4.7. Neste exemplo, o parâmetro que sofreu alteração foi apenas  $c_1 = c_2 = 2,052$ , os outros mantiveram os seus valores semelhantes aos utilizados na figuras 4.4 e 4.5.

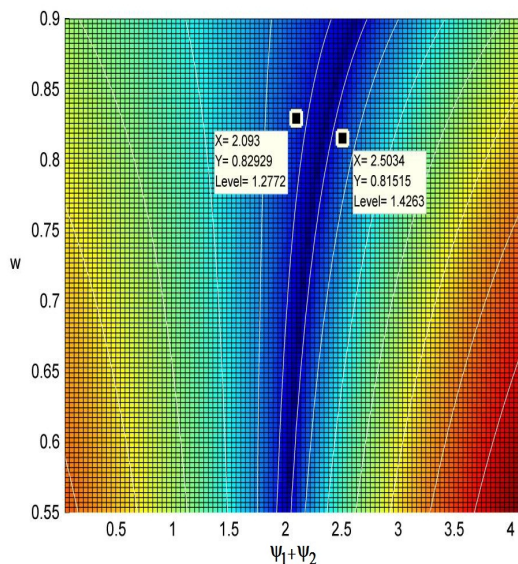


4.6.a: Variação de  $\|\alpha\|$  PSO padrão

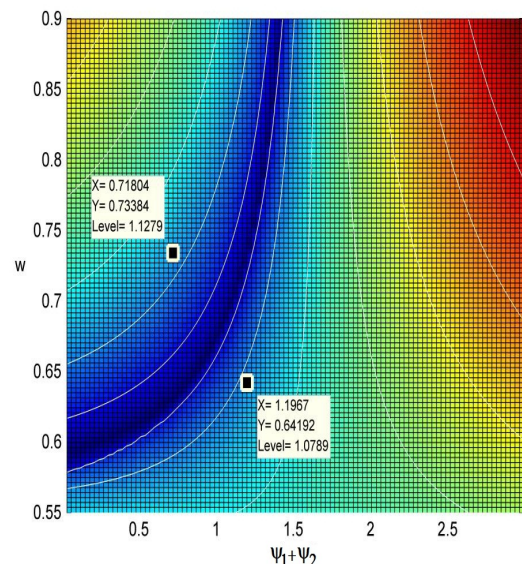


4.6.b: Variação de  $\|\alpha\|$  PSO proposto

Figura 4.6:  $\|\alpha\|$  nos dois modelos do PSO para  $c_1 = c_2 = 2,052$  e  $\omega_{min} = 0,55$ .



4.7.a: Variação de  $\|\beta\|$  PSO padrão



4.7.b: Variação de  $\|\beta\|$  PSO proposto

Figura 4.7:  $\|\beta\|$  nos dois modelos do PSO para  $c_1 = c_2 = 2,052$  e  $\omega_{min} = 0,55$ .

Claramente pode ser observado que o novo método de variação de  $\omega$  produz

uma melhoria significativa no algoritmo, além é claro, da introdução do coeficiente de constrição  $\chi$ . Outro fato que pode ser observado é que o valor de  $\omega_{min}$  pode ser escolhido a partir do valor de  $\omega_{min} = 0,55$ , pois abaixo deste valor, o desempenho será muito ruim já que a região de convergência se torna muito estreita para  $\|\alpha\|$  e  $\|\beta\|$  ou não existe.

Já os valores de  $c_1 = c_2$  devem satisfazer a condição de que  $\gamma \in \mathbb{C}$ . Pode ser observado na figura 4.6 que o valor de  $c_1 = c_2 = 1,934$  é uma boa escolha quando  $\omega_{max} = 0,90$  e  $\omega_{min} = 0,55$ .

### 4.3 *Benchmark* de Funções Teste do M-UPSO

A medida da qualidade dos procedimentos de otimização, sejam aqueles conhecidos ou os recentemente propostos, é frequentemente avaliada usando funções de teste. Este é um procedimento muito comum e encontrado na literatura (LIANG et al., 2005). Existem várias classes de funções de teste, neste trabalho são utilizadas três funções, com características bem distintas, para avaliar o algoritmo proposto: Rosenbrock Valley, a função Schaffer e função Rastrigin.

#### 4.3.1 Função Rosenbrock Valley

A função Rosenbrock Valley representa um problema de otimização clássico, também conhecida como "função banana" ou a segunda função de De Jong.

O ótimo global desta função reside dentro de um vale, na longa e estreita superfície em forma de uma parábola. Encontrar o vale através de procedimentos de otimização é trivial, no entanto, a convergência para o ótimo global é difícil, sendo este um dos motivos que este problema tem sido frequentemente utilizado para testar o desempenho de algoritmos de otimização. A função tem a seguinte definição matemática:

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{n-1} \left[ 100(x_{i+1} - x_i^2)^2 + (1 - x_i)^2 \right] \quad (4.45)$$

A região do espaço de busca é usualmente restrita ao hiper cubo  $-2,048 \leq x_i \leq 2,048$ ,  $i = 1, \dots, n$ . O mínimo global para esta função resulta em  $f(\mathbf{x}) = 0$  e é obtido para  $x_i = 1$ .

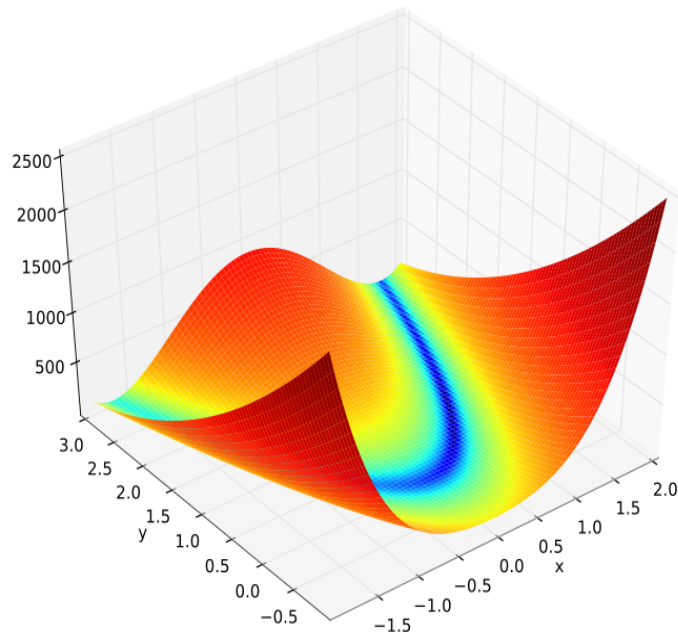


Figura 4.8: Função Rosenbrock no espaço  $\mathbb{R}^2$

Esta função foi utilizada para determinar a performance do algoritmo M-UPSO para o espaço de busca no  $\mathbb{R}^{10}$  e também para o  $\mathbb{R}^2$ . Os testes para o espaço  $\mathbb{R}^{10}$  foram utilizados para determinar o melhor valor de  $\omega_{min}$  e para o valor do coeficiente de unificação  $u$ .

### 4.3.2 Função Schaffer

A Função Schaffer é altamente multimodal, a mesma tem a seguinte formulação:

$$f(\mathbf{x}) = 0,5 + \frac{\left[ \sin\left(\sqrt{x_0^2 + x_1^2}\right) \right]^2 - 0,5}{\left[1.0 + 0.001(x_0^2 + x_1^2)\right]^2} \quad (4.46)$$

O espaço de busca é geralmente restrito em  $-100 \leq x_i \leq 100$ ,  $i = 0, 1$ . O mínimo global resulta em  $f(\mathbf{x}) = 0$  e é obtido quando  $x_i = 0$ .

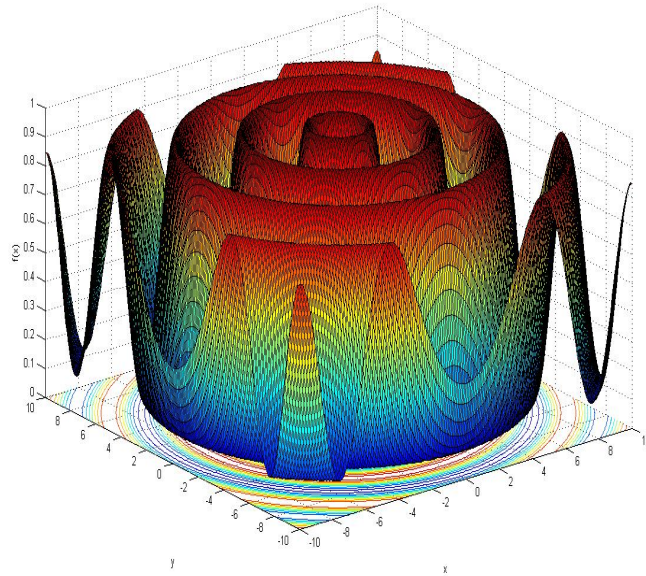


Figura 4.9: Função Schaffer no espaço  $\mathbb{R}^2$

### 4.3.3 Função Rastrigin

A Função Rastrigin baseia-se na função de De Jong com a adição de uma modulação senoidal de modo a produzir frequentes mínimos locais. A função de teste é altamente multimodal. No entanto, a localização dos mínimos é regularmente distribuída, a função tem a seguinte definição matemática:

$$f(\mathbf{x}) = 10n + \sum_{i=1}^n [x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i)] \quad (4.47)$$

A região do espaço de busca é usualmente restrita ao hipercubo  $-5,12 \leq x_i \leq 5,12$ , com  $i = 1, \dots, n$ . O mínimo global para esta função resulta em  $f(\mathbf{x}) = 0$  e é obtido quando  $x_i = 0$  para  $i = 1, \dots, n$ .



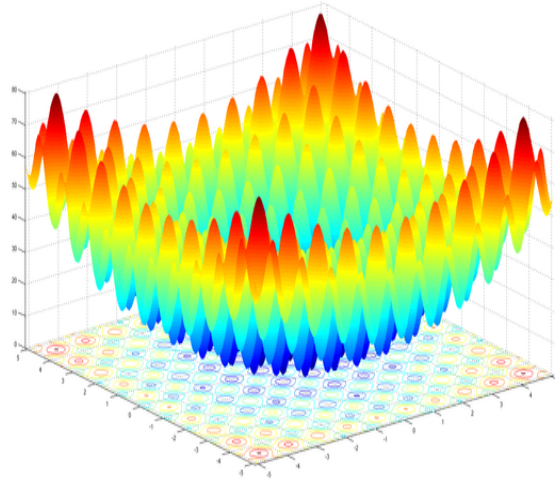


Figura 4.10: Função Rastrigin no espaço  $\mathbb{R}^2$

#### 4.4 Resultados para o *Benchmark* de Funções Teste do M-UPSO

Os resultados das simulações são detalhados nesta seção. Compara-se o desempenho do PSO Padrão, nas suas duas variantes  $G_{best}$  e  $L_{best}$ , contra o M-UPSO proposto neste trabalho. Os parâmetros utilizados são mantidos constantes para as duas variantes do PSO Padrão e também para o M-UPSO. São realizados 280 experimentos para cada modelo.

Os experimentos são agrupados em grupos de 20, totalizando 14 grupos, cada grupo possui o valor médio de desempenho dos 20 experimentos que o compõem. Para facilitar a análise, foram construídas as tabelas 4.1 e 4.2 com resultados para o PSO Padrão e para o M-UPSO, respectivamente.

Para o PSO Padrão os experimentos foram realizados com o número de iterações máximo igual a 2.300;  $\omega_{max} = 0,90$ ;  $\omega_{min} = 0,40$ . Para os coeficientes  $c_1 = c_2$  foi efetuado o teste de vários valores conforme dados da tabela 4.1. O limitador de velocidade foi adotado como  $V_{max} = x_{max}$ , onde  $x_{max} = 2,048$  para a função Rosenbrock. O procedimento de redução de inércia para este caso é o descrito na equação (3.3).

O M-UPSO utilizou os mesmos valores do PSO Padrão para os parâmetros  $\omega_{max}$ ,  $\omega_{min}$  e número de iterações. Os coeficientes  $c_1 = c_2$  no M-UPSO são multiplicados pelo coeficiente de constrição  $\chi = 0,729$ , mas nestes experimentos o produto  $\chi c_1 = \chi c_2$  resultou nos mesmos valores dos coeficientes utilizados no PSO Padrão. No M-UPSO não se faz necessário a utilização do limitador de velocidades  $V_{max}$ , a redução da inércia utilizada

foi o método proposto e descrito pela equação (4.44).

Os melhores resultados de cada método estão destacados em **negrito** nas tabelas 4.1 e 4.2. Pode-se observar que os mesmos ocorreram para valores de  $c_1 = c_2$  pertencentes ao intervalo  $1,40 \leq c_1 = c_2 \leq 1,65$ . A coluna **RMSE** contém o erro médio quadrático dos 20 experimentos para cada grupo. O mínimo global da função Rosenbrock ocorre quando  $f(\mathbf{x}) = 0$  para  $\mathbf{x} = 1$  com  $x \in \mathbb{R}^{10}$ .

Tabela 4.1: Resultados do PSO Padrão para a função Rosenbrock no  $\mathbb{R}^{10}$

Grupo de Exp.	Parâmetros $c_1 = c_2$	PSO $L_{best}$		PSO $G_{best}$	
		Média $f(\mathbf{x})$	<i>RMSE</i>	Média $f(\mathbf{x})$	<i>RMSE</i>
1	1,40	$7,321E^{-01}$	$2,716E^{-01}$	$1,253E^{+00}$	$3,518E^{-01}$
2	1,45	<b><math>4,614E^{-01}</math></b>	<b><math>2,184E^{-01}</math></b>	$1,309E^{+00}$	$3,418E^{-01}$
3	1,50	$8,257E^{-01}$	$2,904E^{-01}$	$1,539E^{+00}$	$3,813E^{-01}$
4	1,55	$5,216E^{-01}$	$2,030E^{-01}$	$1,629E^{+00}$	$4,108E^{-01}$
5	1,60	$1,482E^{+00}$	$3,751E^{-01}$	<b><math>1,021E^{+00}</math></b>	<b><math>3,182E^{-01}</math></b>
6	1,65	$1,204E^{+00}$	$3,658E^{-01}$	$1,537E^{+00}$	$4,177E^{-01}$
7	1,70	$1,857E^{+00}$	$4,288E^{-01}$	$2,001E^{+00}$	$4,891E^{-01}$
8	1,75	$1,236E^{+00}$	$3,480E^{-01}$	$2,187E^{+00}$	$4,565E^{-01}$
9	1,80	$1,754E^{+00}$	$4,555E^{-01}$	$1,998E^{+00}$	$4,622E^{-01}$
10	1,85	$2,397E^{+00}$	$5,271E^{-01}$	$1,811E^{+00}$	$4,260E^{-01}$
11	1,90	$2,876E^{+00}$	$5,757E^{-01}$	$2,217E^{+00}$	$5,279E^{-01}$
12	1,95	$3,039E^{+00}$	$6,000E^{-01}$	$2,240E^{+00}$	$4,661E^{-01}$
13	2,00	$3,288E^{+00}$	$6,043E^{-01}$	$3,143E^{+00}$	$6,004E^{-01}$
14	2,05	$4,070E^{+00}$	$6,713E^{-01}$	$3,385E^{+00}$	$6,533E^{-01}$

Tabela 4.2: Resultados do M-UPSO para a função Rosenbrock no  $\mathbb{R}^{10}$

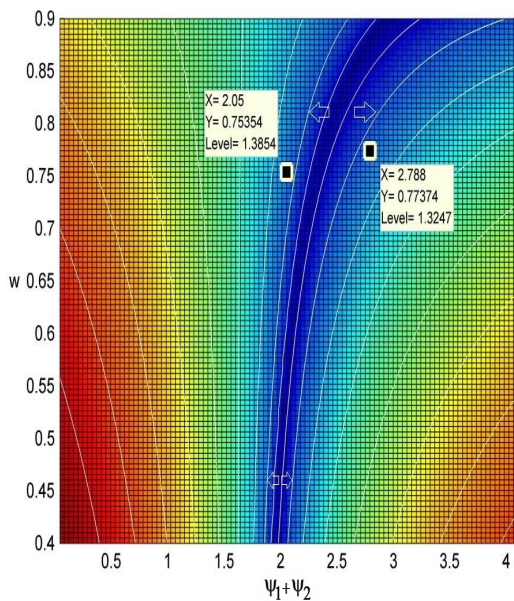
Grupo de Exp.	Parâmetros $\chi_{c_1} = \chi_{c_2}$	M-UPSO $L_{best} u = 0$		M-UPSO $G_{best} u = 1$		M-UPSO $u = 0,5$	
		Média $f(\mathbf{x})$	<i>RMSE</i>	Média $f(\mathbf{x})$	<i>RMSE</i>	Média $f(\mathbf{x})$	<i>RMSE</i>
1	1,40	$3,050E^{-02}$	$8,350E^{-02}$	$1,058E^{+00}$	$2,271E^{-01}$	$2,631E^{-01}$	$1,094E^{-01}$
2	1,45	<b><math>1,741E^{-02}</math></b>	<b><math>6,532E^{-02}</math></b>	$8,640E^{-01}$	$2,083E^{-01}$	$1,390E^{-01}$	$8,448E^{-02}$
3	1,50	$5,975E^{-02}$	$1,060E^{-01}$	$1,227E^{+00}$	$3,066E^{-01}$	<b><math>1,283E^{-02}</math></b>	<b><math>4,339E^{-02}</math></b>
4	1,55	$4,343E^{-02}$	$7,840E^{-02}$	$7,638E^{+00}$	$2,104E^{-01}$	$9,462E^{-02}$	$8,022E^{-02}$
5	1,60	$8,581E^{-02}$	$1,199E^{-01}$	$1,111E^{+00}$	$3,222E^{-01}$	$2,180E^{-01}$	$6,630E^{-02}$
6	1,65	$7,122E^{-02}$	$1,134E^{-01}$	<b><math>3,977E^{-01}</math></b>	<b><math>1,475E^{-01}</math></b>	$3,184E^{-02}$	$5,260E^{-02}$
7	1,70	$3,814E^{-02}$	$9,084E^{-02}$	$7,454E^{-01}$	$2,151E^{-01}$	$1,017E^{-01}$	$6,400E^{-02}$
8	1,75	$1,639E^{-01}$	$1,317E^{-01}$	$1,017E^{+00}$	$3,186E^{-01}$	$2,340E^{-01}$	$9,762E^{-02}$
9	1,80	$3,354E^{-01}$	$1,515E^{-01}$	$1,105E^{+00}$	$2,848E^{-01}$	$2,706E^{-02}$	$4,960E^{-02}$
10	1,85	$2,202E^{-01}$	$1,602E^{-01}$	$1,373E^{+00}$	$3,377E^{-01}$	$2,234E^{-02}$	$5,762E^{-02}$
11	1,90	$5,043E^{-01}$	$1,978E^{-01}$	$1,125E^{+00}$	$2,845E^{-01}$	$7,954E^{-02}$	$9,304E^{-02}$
12	1,95	$2,747E^{-01}$	$1,565E^{-01}$	$1,002E^{+00}$	$2,713E^{-01}$	$2,068E^{-02}$	$5,049E^{-02}$
13	2,00	$6,778E^{-01}$	$2,384E^{-01}$	$1,3253E^{+00}$	$3,302E^{-01}$	$7,887E^{-02}$	$9,336E^{-02}$
14	2,05	$4,144E^{-01}$	$1,963E^{-01}$	$1,786E^{+00}$	$4,523E^{-01}$	$7,943E^{-01}$	$1,699E^{-02}$

Outra bateria de experimentos foi realizada para o PSO Padrão. Este novo experimento foi realizado apenas para dois valores de  $c_1 = c_2$ , a saber 1,410 e 1,496, e com  $\omega_{min} = 0,55$ . Os outros parâmetros se mantiveram inalterados, os resultados podem ser encontrados na tabela 4.3.

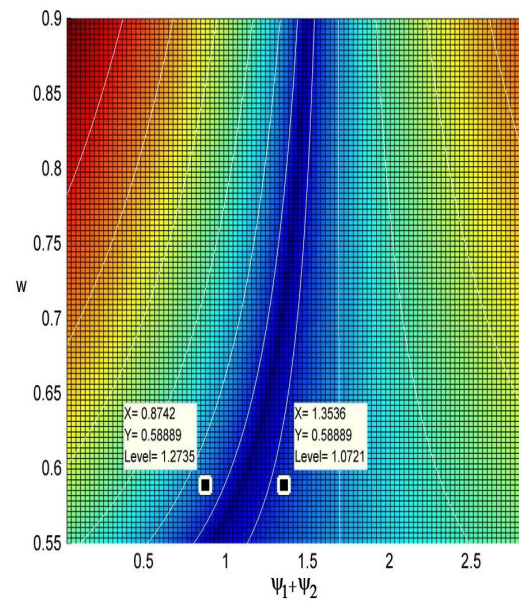
Tabela 4.3: PSO Padrão com  $\omega_{min} = 0,55$  para a função Rosenbrock no  $\mathbb{R}^{10}$

Grupo de Exp.	Parâmetros $c_1 = c_2$	PSO $L_{best}$		PSO $G_{best}$	
		Média $f(\mathbf{x})$	$RMSE$	Média $f(\mathbf{x})$	$RMSE$
1	1,410	$3,400E^{-01}$	$1,959E^{-01}$	$7,930E^{-01}$	$3,115E^{-01}$
2	1,496	$7,380E^{-01}$	$2,689E^{-01}$	$7,931E^{-01}$	$2,741E^{-01}$

Pode-se observar uma melhora nos valores de  $f(\mathbf{x})$ , se compararmos aos valores da tabela 4.1 obtidos no experimento anterior. Para este novo experimento houve melhora, conforme tabela 4.3, quando o valor de  $c_1 = c_2 = 1,41$  e  $\omega_{min} = 0,55$ . O desempenho melhorou tanto para o PSO  $L_{best}$  como para o PSO  $G_{best}$ . Isto se deve ao fato do valor de  $\omega_{min} = 0,40$  estar numa estreita região de convergência, enquanto a região de maior convergência está para  $\omega_{max} = 0,90$  com  $c_1 = c_2 = 2,052$ . Ao fazer  $\omega_{min} = 0,55$  e  $c_1 = c_2 = 1,410$ , esta alteração provoca mudança de fase nas raízes imaginárias  $\alpha$  e  $\beta$ , fazendo com que a região de maior convergência rotacione, conforme figura abaixo:



4.11.a: Região de  $\|\alpha\|$  com  $\omega_{min} = 0,40$



4.11.b: Rotação de  $\|\alpha\|$  com  $\omega_{min} = 0,55$

Figura 4.11: Mudança da fase com  $\omega_{min} = 0,55$  e  $c_1 = c_2 = 1,41$

Este mesmo experimento é realizado para o M-UPSO, para verificar a influência do método proposto para a variação da inércia  $\omega$ , mantendo os mesmos valores dos parâmetros utilizados no experimento da tabela 4.3. Apenas recalculando o valor de  $c_1 = c_2$  para que o produto  $\chi c_1 = \chi c_2 = 1,41$ , os outros valores do M-UPSO são mantidos inalterados.

Tabela 4.4: M-UPSO para a função Rosenbrock no  $\mathbb{R}^{10}$  com  $\omega_{min} = 0,55$

Grupo de Exp.	Parâmetros	M-UPSO $L_{best}$ $u = 0$		M-UPSO $G_{best}$ $u = 1$		M-UPSO $u = 0,5$	
		$\chi c_1 = \chi c_2$	Média $f(\mathbf{x})$	$RMSE$	Média $f(\mathbf{x})$	$RMSE$	Média $f(\mathbf{x})$
1	1,410	$4,573E^{-02}$	$9,613E^{-02}$	$6,015E^{-02}$	$7,714E^{-02}$	$5,607E^{-03}$	$2,328E^{-02}$
2	1,496	$5,208E^{-01}$	$1,748E^{-01}$	$4,232E^{-01}$	$1,201E^{-01}$	$2,073E^{-01}$	$5,586E^{-02}$

Ao comparar estes resultados para os valores mais próximos de  $\chi c_1 = \chi c_2$  nas tabela 4.2, observa-se uma melhora expressiva para a configuração do M-UPSO  $G_{best}$   $u = 1$  e para M-UPSO  $u = 0,5$ . Confirmando a hipótese de que o processo de redução da inércia proposto, combinado ao coeficiente de restrição  $\chi$  multiplicando as variáveis estocásticas, proporciona além da redução do tempo de busca, melhores resultados para a função objetivo.

Outra hipótese foi analisada partindo de um princípio comprovado, que é a utilização de  $\chi$  nas componentes estocásticas de forma a produzir uma inversão de fase proporcionando um alargamento da região de convergência. Se  $\omega$  estiver sujeito a uma variação tal que permita a partícula explorar apenas esta região de maior convergência e eliminar a região onde a convergência possui uma estreita faixa, os resultados também melhorarão, ou poderá haver explosão da velocidade das partículas, dado que não existe limitador de velocidade máxima ?

A resposta pode ser visualizada na tabela 4.5, onde foi utilizado os mesmos parâmetros anteriores para o M-UPSO, apenas com alteração no valor de  $\omega_{min}$  que assumiu o valor de 0,75. Dado que nos experimentos anteriores verificou-se que a variante  $L_{best}$  apresenta resultados melhores que a variante  $G_{best}$ , conforme tabelas 4.1 a 4.4, a seguir será também testado uma configuração do M-UPSO com maior influência da variante  $L_{best}$ . A saber, a composição será de 70% para  $L_{best}$  e 30% para  $G_{best}$ , resultando em  $u = 0,3$ . Esta composição também será avaliada com os mesmos parâmetros do M-UPSO com  $u = 0,5$ .

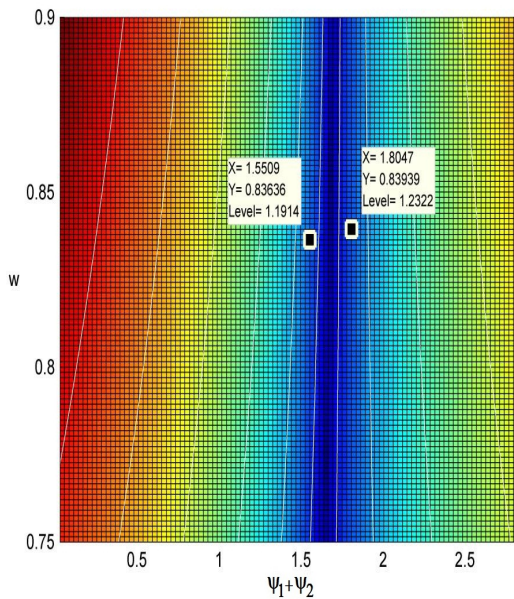
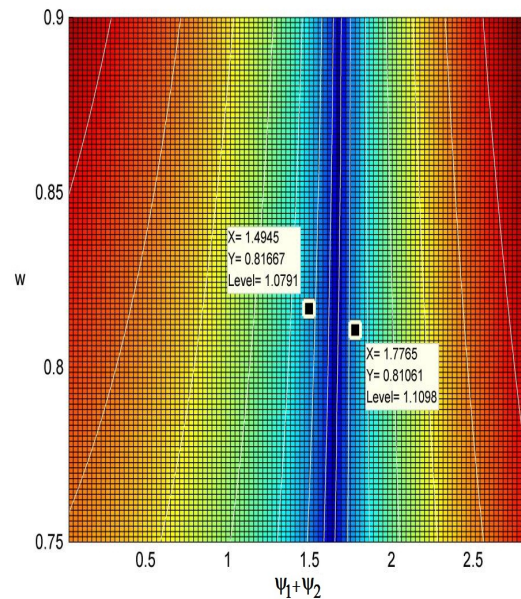


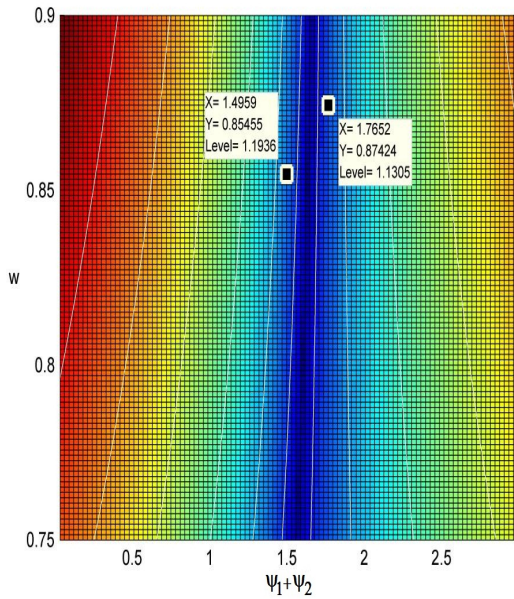
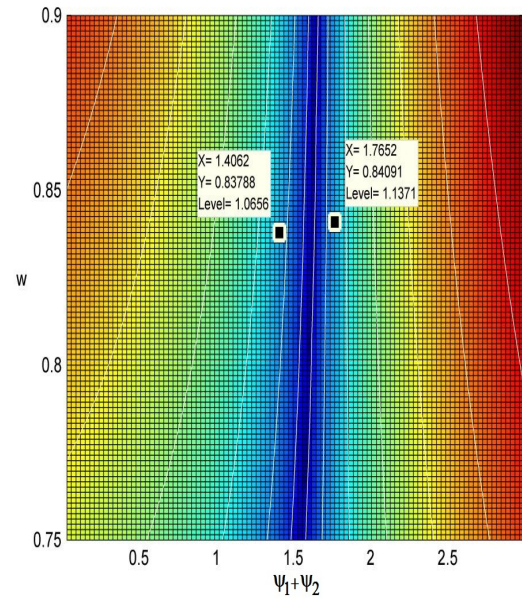
Tabela 4.5: M-UPSO para a função Rosenbrock no  $\mathbb{R}^{10}$  com  $\omega_{min} = 0,75$ 

Grupo de Exp.	Parâmetros	M-UPSO $u = 0,5$		M-UPSO $u = 0,3$	
	$\chi_{c1} = \chi_{c2}$	Média $f(\mathbf{x})$	$RMSE$	Média $f(\mathbf{x})$	$RMSE$
1	1,410	$3,995E^{-04}$	$6,659E^{-03}$	$1,404E^{-05}$	$1,718E^{-03}$
2	1,496	$7,288E^{-06}$	$1,086E^{-03}$	$5,290E^{-05}$	$3,854E^{-03}$

Os resultados para o M-UPSO com  $u = 0,5$  mostrados na tabela 4.5 melhoraram significativamente se comparados aos da tabela 4.4. A explicação pode ser visualizada nas figuras 4.12 e 4.13. A região de convergência praticamente ficou confinada entre duas retas paralelas permitindo nas iterações finais, quando a velocidade já é bem pequena, que a partícula excursiona somente dentro da região de convergência, seja com movimentos na horizontal, provocado pela variação das componentes estocásticas ou na vertical pela variação de  $\omega$ .

Para  $u = 0,3$  os resultados permaneceram com a mesma ordem de grandeza para a configuração com  $\chi_{c1} = \chi_{c2} = 1,410$  e para  $\chi_{c1} = \chi_{c2} = 1,496$ . O erro médio quadrático também manteve o mesmo comportamento. Vale a pena lembrar que, cada grupo de experimento compreende a média de resultados de 20 experimentos com 2300 iterações cada.

4.12.a: Variação de  $\|\alpha\|$ 4.12.b: Variação de  $\|\beta\|$ Figura 4.12:  $\|\alpha\|$  e  $\|\beta\|$  para M-UPSO com  $\chi_{c1} = \chi_{c2} = 1,410$  e  $\omega_{min} = 0,75$ .

4.13.a: Variação de  $\|\alpha\|$ 4.13.b: Variação de  $\|\beta\|$ Figura 4.13:  $\|\alpha\|$  e  $\|\beta\|$  para M-UPSO com  $\chi c_1 = \chi c_2 = 1,496$  e  $\omega_{min} = 0,75$ .

Os experimentos realizados para as funções Schaffer e Rastrigin foram realizados no domínio  $\mathbb{R}^2$ . Estas duas funções apresentam características multimodais com vários mínimos locais e são dois ótimos modelos para testar a eficiência do algoritmo proposto. Os testes foram realizados mantendo as mesmas premissas adotadas para a função Rosenbrock  $\in \mathbb{R}^{10}$ , ou seja, cada grupo de experimentos representa a resposta média de 20 experimentos com 2300 iterações cada.

Como vários parâmetros do M-UPSO foram largamente testados nos experimentos com a função Rosenbrock  $\in \mathbb{R}^{10}$ , nesta etapa é realizado testes para o PSO Padrão, além de ser também realizado experimentos para o modelo UPSO para possibilitar a comparação de resultados com o M-UPSO. Os valores utilizados são:  $\omega_{max} = 0,90$ ;  $\omega_{min} = 0,55$ ; número máximo de iterações 2.300 e fator de unificação  $u = 0,5$  para o UPSO e M-UPSO. O equacionamento utilizado para o UPSO é o descrito na seção 4.1.

As configurações descritas acima foram aplicadas às três funções: Rosenbrock, Schaffer e Rastrigin todas com o domínio  $\in \mathbb{R}^2$ . Para possibilitar a comparação entre os modelos do PSO a semente do gerador de números aleatórios foi mantida constante.

Tabela 4.6: Resultados para o *benchmark* de funções teste do PSO no espaço  $\mathbb{R}^2$ 

Função	PSO Padrão		UPSO			M-UPSO		
	$L_{best}$	$G_{best}$	$u = 0$	$u = 0.5$	$u = 1$	$u = 0$	$u = 0.5$	$u = 1$
<b>Rosenbrock</b>								
Média $f(\mathbf{x})$	$3,2E^{-21}$	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
RMSE	$2.4E^{-11}$	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
Média Iterações	2.300	1.483	1.248	703	1.018	1.790	572	667
Média Avaliações	72.024	59.628	53.985	16.896	24.472	42.984	13.759	16.009
Runtime (s)	21,20	17,50	15,00	4,80	6,80	13,74	4,00	4,51
<b>Schaffer</b>								
Média $f(\mathbf{x})$	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
RMSE	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
Média Iterações	1.024	975	160	105	147	65	43	51
Média Avaliações	24.619	23.445	3.854	2.566	3.496	1.606	1.077	1.262
Runtime (s)	8,90	9,50	1,40	0,97	1,33	0,59	0,39	0,46
<b>Rastrigin</b>								
Média $f(\mathbf{x})$	$3,0E^{-15}$	$2,4E^{-15}$	$2,1E^{-15}$	$2,5E^{-15}$	$2,8E^{-15}$	$1,0E^{-15}$	$6,2E^{-16}$	$8,4E^{-16}$
RMSE	$1,8E^{-9}$	$1,7E^{-9}$	$1,4E^{-9}$	$1,6E^{-9}$	$1,6E^{-9}$	$9,8E^{-10}$	$9,1E^{-10}$	$9,3E^{-10}$
Média Iterações	1.011	949	199	132	152	110	67	61
Média Avaliações	24.306	22.812	4.806	3.195	3.679	2.684	1.651	1.494
Runtime (s)	8,3	7,8	1,67	1,09	2,44	0,92	4,15	1,81

É possível verificar que, além de proporcionar uma melhora no desempenho do algoritmo, o tempo para obter os melhores resultados também sofreu redução expressiva. Para as funções multimodais como a Schaffer, os resultados do M-UPSO foram superiores no quesito tempo de execução. Para a função Rastrigin além de melhorar o tempo, os resultados obtidos foram superiores aos obtidos pelo PSO Padrão e pelo UPSO.

Um último teste realizado compara as soluções obtidas pelo M-UPSO e pelo *Simulated Annealing* (SA). Esta metaheurística tem apresentado resultados satisfatórios em muitas aplicações como citado na seção 2.3.3. Para o SA os parâmetros utilizados foram: número máximo de iterações 2.300; taxa de resfriamento  $\alpha = 0,95$ ; decaimento de temperatura  $\xi = 0,80$ ; número máximo de perturbações na solução corrente  $P = 500$ ; número máximo de sucessos por iteração  $L = 100$ , satisfazendo a condição de restrição  $L \leq P$  (YANG, 2010).

A temperatura inicial foi obtida através da variação de energia  $\Delta E$  das soluções geradas de forma aleatória, conforme equação abaixo:

$$T_0 = \frac{-\Delta E}{\log \xi} \quad (4.48)$$

Os resultados são descritos na tabela 4.7, pode-se observar que o *Simulated Annealing* tem um custo computacional mais elevado e a qualidade da solução é inferior ao M-UPSO, porém deve-se observar o teorema do *no free lunch* antes de se formalizar qualquer conclusão (WOLPERT; MACREADY, 1997). Este teorema tem provocado impacto no campo das pesquisas de otimização. O teorema diz que nenhum algoritmo é melhor que outro quando a comparação não é realizada com todas as funções (CHRISTENSEN; OPPACHER, 2001).

Tabela 4.7: Comparação entre o PSO e o *Simulated Annealing*

Função	UPSO			M-UPSO			<i>Simulated Annealing</i>
	$u = 0$	$u = 0.5$	$u = 1$	$u = 0$	$u = 0.5$	$u = 1$	
<b>Rosenbrock</b>							
Média $f(\mathbf{x})$	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	$7,360E^{-011}$
RMSE	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	$4,233E^{-08}$
Média Iterações	1.248	703	1.018	1.790	572	667	2.300
Média Avaliações	53.985	16.896	24.472	42.984	13.759	16.009	$272,4e^{+06}$
<i>Runtime</i> (s)	15,00	4,80	6,80	13,74	4,00	4,51	344,05
<b>Função Schaffer</b>							
Média $f(\mathbf{x})$	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	$9,718E^{-03}$
RMSE	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	$6,541E^{-02}$
Média Iterações	160	105	147	65	43	51	2.300
Média Avaliações	3.854	2.566	3.496	1.606	1.077	1.262	$271,1E^{+06}$
<i>Runtime</i> (s)	1,40	0,97	1,33	0,59	0,39	0,46	477,43
<b>Função Rastrigin</b>							
Média $f(\mathbf{x})$	$2,1E^{-15}$	$2,5E^{-15}$	$2,8E^{-15}$	$1,0E^{-15}$	$6,2E^{-16}$	$8,4E^{-16}$	$2,2E^{-09}$
RMSE	$1,4E^{-9}$	$1,6E^{-9}$	$1,6E^{-9}$	$9,8E^{-10}$	$9,1E^{-10}$	$9,3E^{-10}$	$6,9E^{-08}$
Média Iterações	199	132	152	110	67	61	2.300
Média Avaliações	4.806	3.195	3.679	2.684	1.651	1.494	$281,1E^{+06}$
<i>Runtime</i> (s)	1,67	1,09	2,44	0,92	4,15	1,81	437,92

Neste caso para as três funções avaliadas o PSO foi superior, o que não significa, por exemplo, que para outras funções ou tipos de problemas, o *Simulated Annealing* não possa ser superior. Deve-se levar em consideração que o uso de outros parâmetros no algoritmo *Simulated Annealing* poderão levá-lo a obter melhores resultados para as funções de teste utilizadas neste trabalho.

Todos os algoritmos foram desenvolvidos em *Matlab*<sup>®</sup> R2007b instalado em um PC com processador AMD Athlon II Dual-Core 2GHz com 3GB de memória e sistema operacional *Windows*<sup>®</sup> 7 - 32 Bits. O gerador de números aleatórios utilizado é nativo do *Matlab*<sup>®</sup> e em todos os experimentos a semente do gerador foi a mesma.



## 5 Modelo de Otimização do Planejamento Diário para a Operação das Pequenas Centrais Hidrelétricas - PCHs

Este capítulo apresenta o contexto atual do Mercado Brasileiro de Energia Elétrica após a regulamentação e incentivo para a inserção das Pequenas Centrais Hidrelétricas, classificadas como Energia Renovável, na matriz energética nacional. O capítulo apresenta ainda as regulamentações do poder concedente para amenizar impactos provocado pelo fraco desempenho das Fontes Renováveis no PROINFA e MRE, além de medidas mitigadoras do risco advindo da participação desta classe de usinas nestes mecanismos. O capítulo finaliza com a apresentação do modelo de otimização proposto para o planejamento diário de geração de duas PCHs em cascata.

### 5.1 Conceituação e Marco Regulatório das Fontes Renováveis

O Mercado Brasileiro de Energia Elétrica sofreu várias mudanças desde a desverticalização do Setor. Foram criados vários mecanismos de incentivo com o intuito de assegurar a confiabilidade do Sistema. Uma das fontes incentivadas, que teve um crescimento significativo, foi a produção de energia por Fontes Renováveis através do Programa de Incentivo a Fontes Alternativas de Energia Elétrica - PROINFA, através do Decreto nº 5.025 de 30 de março de 2004 ([BRASIL, 2004](#)), onde se enquadram as Pequenas Centrais Hidrelétricas (PCHs), a Geração Eólica e Biomassa.

Nos últimos anos, além do PROINFA, o governo tem reconhecido o potencial das Fontes Renováveis através de medidas que visam incentivar seu desenvolvimento, tais como:

- Criação de leilões de contratação específicos para fontes renováveis;
- Redução de pelo menos 50% nas chamadas “tarifas de fio” das distribuidoras e/ou nas tarifas de uso dos sistemas de transmissão, seja para esses geradores como para

os consumidores incentivados que contratarem seu suprimento com estas fontes, desde que não seja violada a máxima demanda contratada; e

- Incentivo às usinas que economizem o consumo de combustíveis fósseis nos sistemas isolados (sub-rogação).

Além dos incentivos relacionados anteriormente, destinados às Fontes Renováveis de forma geral, o governo motivado pelo fato de que as PCHs possuem potencial para suprir uma parcela substancial do crescimento do consumo nas próximas décadas, principalmente por possuírem características tais como: rápida construção e implantação devido ao pequeno porte da barragem, pequeno impacto ambiental, possibilidade de serem instaladas mais próximas aos centros de consumo reduzindo custos com sistemas de transmissão e a existência de potencial hídrico ainda a ser explorado pelas PCHs, lançou medidas de incentivo específicas para as PCHs que incluem:

- A Garantia Física (GF) das PCHs é calculada como sendo a produção esperada de energia e;
- As PCHs podem optar entre participar ou não do Mecanismo de Realocação de Energia - MRE.

Com a inserção da Modalidade de Energia Renovável no Mecanismo de Realocação de Energia - MRE<sup>1</sup>, há uma garantia proporcionada aos investidores, pelo MRE, de um fluxo de caixa estável. Essa atratividade provocou um crescimento e especulações no Mercado de Energia, gerando distorções no MRE e impactos consideráveis no Mercado. Devido a estas alterações, o Mercado teve que ser ajustado a esta nova realidade através da edição de novos instrumentos reguladores.

Com o aumento da participação deste tipo de fonte na matriz energética, um olhar mais atento foi dirigido para as Fontes Renováveis, que não se mostraram eficientes e adequadas, uma vez que os empreendimentos, à medida que entravam em operação comercial, não apresentavam o desempenho pressuposto por seus empreendedores e pelo Poder Concedente. Como exemplo, das usinas que possuem Garantia Física (GF) publicada pelo MME, a razão entre Geração Média (GM) e a Garantia Física (GF) entre

---

<sup>1</sup>O MRE tem como premissa básica o compartilhamento do risco hidrológico, conforme Artigo 20 do Decreto nº 3.653 de novembro de 2000 da Presidência da República, que altera a redação do Art. 20 do Decreto nº 2.655 de 2 de julho de 1998: "Art.20: Os riscos de indisponibilidade das usinas de geração hidrelétrica, de natureza não hidrológica, serão assumidos individualmente pelas usinas participantes, não sendo, portanto, cobertos pelo MRE" (BRASIL, 2000).

janeiro de 2006 e dezembro de 2010 é de 79% para Pequenas Centrais Hidrelétricas – PCHs, de 54 % para termelétricas movidas a biomassa e de 76 % para eólicas. Não cabe aqui, avaliar os motivos para o descasamento do valor da garantia física com a geração efetiva das usinas, mas este fato não foi ignorado frente à premente necessidade de se planejar corretamente a operação do sistema (ANEEL, 2011b).

Uma das medidas adotadas pelo órgão regulador, ao tomar conhecimento dos riscos de déficits e das distorções no mercado, foi a publicação de normas com mecanismos para corrigir tais distorções. Entre estes mecanismos estão o Mecanismo de Redução de Energia Assegurada – MRA, instituído pela Resolução Normativa ANEEL nº 266/2007 com aplicação exclusiva às PCHs, e que foi recentemente substituído pela Portaria nº 463/2009 do MME devido à ineficácia verificada em dois anos de aplicação. Como complemento à Portaria nº 463/2009 foi publicado em 2010 a Resolução Normativa nº 409/2010, que estabelece critérios mínimos de desempenho para usinas não despachadas centralizadamente<sup>2</sup> poderem participar do Mecanismo de Realocação de Energia.

Estes dois atos regulatórios trouxeram um certo desconforto aos investidores e produtores independentes, devido tais medidas provocarem impactos financeiros pois, caso o desempenho mínimo não seja atingido pela planta hidrelétrica, as sanções impostas pelas duas normas são a redução da Garantia Física<sup>3</sup>, ou seja, do lastro de contrato, que é o montante de energia que pode ser negociado no mercado e a exclusão do MRE, respectivamente.

Os critérios de desempenho estabelecidos nestes dois atos normativos buscam objetivos comuns porém com critérios de análise distintos. A Portaria nº 463/2009 avalia o desempenho da PCH através do histórico de geração. Neste caso são considerados no mínimo 48 meses de histórico de dados registrados na Câmara de Comercialização de Energia Elétrica - CCEE, de onde se deve descontar os 12 primeiros meses de operação comercial, sendo este período considerado como de ajustes de equipamentos, também conhecido como "curva da banheira". Desta forma, existe uma expectativa menor de geração de energia no primeiro ano de operacionalização do empreendimento.

---

<sup>2</sup>Usinas não despachadas centralizadamente são as PCH's e usinas com capacidade superior a 30MW e inferior a 50MW de potência instalada, que não têm o seu planejamento de geração realizado pelo Operador Nacional do Sistema - ONS.

<sup>3</sup>A definição da Garantia Física encontra-se no Decreto nº 5163/2004, Art. 2º no seu §2º e é complementada pelo Anexo I da Portaria MME nº 303/2004, conforme segue: "§2º A garantia física de energia e potência de um empreendimento de geração, a ser definida pelo Ministério de Minas e Energia e constante do contrato de concessão ou ato de autorização, corresponderá às quantidades máximas de energia e potência elétricas associadas ao empreendimento, incluindo importação, que poderão ser utilizadas para comprovação de atendimento de carga ou comercialização por meio de contratos."

As metas estabelecidas por esta Portaria estão sintetizadas na tabela 5.1, onde o desempenho é verificado pelo histórico de geração e caso este seja inferior à meta estabelecida, há uma penalização inicial que consiste em 5% de redução da garantia física. Podendo ocorrer nova redução na próxima verificação, de mais 5%, caso o desempenho não tenha atingido o mínimo necessário.

Tabela 5.1: Critérios de avaliação de desempenho Portaria nº 463/2009 MME

<b><i>m</i> é o nº de meses em operação comercial</b>	<b>Verificação de desempenho</b>	<b>Ação do MME com aplicação após 6 meses da verificação.</b>
$48 \leq m < 60$	$\frac{GM}{GF} < 80\%$	Reduz GF em até 10% durante a concessão limitado em 5% cada redução.
$m > 60$	$\frac{GM}{GF} < 90\%$	
$48 \leq m < 60$	$\frac{GM}{GF} > 120\%$	Aumenta GF <i>p/</i> o Valor de GM verificado durante o período.
$m > 60$	$\frac{GM}{GF} > 110\%$	

O limite máximo estabelecido pelo Decreto nº 5163/2004 para a perda de garantia física é de 10% do montante original. Portanto, pode ocorrer uma terceira aplicação de penalidade, imputando o resíduo que falta para atingir os 10%. No caso da PCH ter superado o limite superior de desempenho, a mesma é beneficiada com aumento de sua garantia física. Neste caso, a GF é igualada ao valor da geração média de energia (GM) observada durante o período. O cálculo da geração média de energia (GM) é realizado da seguinte forma:

$$GM = \frac{12}{8760} \frac{\sum_{i=1}^m Eger_i}{m} \quad (5.1)$$

onde:

$i = 1, 2, 3, \dots, m$ ;

$m$ : número de meses (múltiplo de doze) desde o décimo terceiro mês de operação comercial até o penúltimo mês do período em análise;

$Eger_i$ : quantidade de energia gerada no mês  $i$ , referida ao ponto de conexão;

$GM$ : geração média de energia elétrica em MW médio.

A Resolução Normativa nº 409/2010 também utiliza da equação 5.1 para avaliar a possibilidade de exclusão da PCH que participa do MRE, porém os critérios de



desempenho são distintos da Portaria n° 463/2009 e estão relacionados na tabela 5.2.

Após a primeira verificação que ocorre sempre em agosto de cada ano, caso o desempenho observado seja inferior aos valores referidos na tabela 5.2 para cada período do histórico de operação, o agente responsável pela PCH receberá uma notificação do MME informando a possibilidade de exclusão do MRE caso, na verificação do ano seguinte, a PCH não tenha atingido os critérios mínimos. Uma vez decretada a exclusão, o agente deverá, para fins de cobertura do seu lastro de contrato, adquirir o montante de energia que não produzir, no mercado de curto prazo, resultando em perda de receita devido ao alto custo da energia negociada neste mercado.

O fato da PCH ser excluída do MRE produz outro impacto: O critério de avaliação de desempenho para redução da garantia física deixa de ser limitado em 10%. Isto se deve ao fato desta limitação para a redução máxima, existente na Portaria n° 463/2009, ser direcionada apenas à usinas participantes do MRE, conforme Decreto n° 5163/2004. A partir do momento que a usina deixa de participar do MRE, o critério deixa de existir. Desta forma, a GF será revisada semestralmente e assumirá o valor médio de geração GM, verificado ao longo do histórico de operação comercial da usina.

Tabela 5.2: Critérios de exclusão do MRE conforme Resolução n° 409/2010 ANEEL

<b><i>m</i> é o n° de meses em operação comercial</b>	<b>Critério verificado a cada 12 meses</b>	<b>Ação do MME</b>	
		<b>caso afirmativo</b>	<b>caso negativo</b>
$24 \leq m < 36$	$(\frac{GM}{GF} \cdot 100) \geq 10\%$	Nenhuma ação é tomada pelo MME até nova verificação no ano seguinte.	Notificação da possibilidade de exclusão caso na verificação seguinte não tenha atingido o desempenho mínimo requerido.
$36 \leq m < 48$	$(\frac{GM}{GF} \cdot 100) \geq 55\%$		
$48 \leq m < 60$	$(\frac{GM}{GF} \cdot 100) \geq 60\%$		
$60 \leq m < 72$	$(\frac{GM}{GF} \cdot 100) \geq 65\%$		
$72 \leq m < 84$	$(\frac{GM}{GF} \cdot 100) \geq 70\%$		
$84 \leq m < 96$	$(\frac{GM}{GF} \cdot 100) \geq 75\%$		
$96 \leq m < 120$	$(\frac{GM}{GF} \cdot 100) \geq 80\%$		
$m > 120$	$(\frac{GM}{GF} \cdot 100) \geq 85\%$		

A principal motivação e justificativa dos atos normativos serem rigorosos com as usinas não despachadas centralizadamente advém das distorções verificadas no mercado. Principalmente pelo fato, de não ter sido verificado na prática, o ganho de eficiência energética e redução da volatilidade dos preços no mercado de energia. O principal incentivo

para a implantação de PCHs se deu pelo fato de serem vistas, juntamente com a cogeração, a biomassa de cana-de-açúcar (bioeletricidade) e as usinas eólicas, como uma opção de energia “limpa” e competitiva.

Devido as PCHs participarem do MRE, isto proporciona ao proprietário da usina uma garantia de atendimento do seu contrato de venda de energia, mesmo que a PCH não produza o montante de energia contratado, pois a diferença de energia que falta para complementar o montante é coberto pelo MRE e tratado como risco hidrológico. Desta forma, muitos produtores não tinham preocupação com o risco de déficit do sistema, pois a remuneração do seu contrato era garantida pelo MRE a um custo inexpressivo, mesmo que não houvesse nenhum montante de energia sendo gerada pela sua PCH.

A partir da aplicação dos mecanismos que estão contidos nestes dois dispositivos regulatórios, muitos produtores independentes tiveram redução do lastro de contrato, tendo que recorrer ao mercado de curto prazo para honrar seus compromissos contratuais. O mercado de curto prazo é muito volátil e muitas vezes o valor negociado ali, supera o valor venal do contrato de fornecimento, tornando o negócio que antes era atrativo e com riscos controláveis, totalmente volátil.

Uma possível solução para este problema, que até então não havia sido estudado e explorado, é buscar a otimização do aproveitamento das Pequenas Centrais Hidrelétricas, não só em sua fase de projeto, mas também na fase de operação. A otimização da maneira de operar, a busca pela eficiência na produção obedecendo as características de projeto e as condições hidrológicas que se apresentam para a região é quase inexistente na literatura, sendo esta a grande contribuição deste trabalho.

## 5.2 Pequenas Centrais Hidrelétricas

As PCHs têm suas características regulamentadas pela Resolução ANEEL n° 652 de 9 de dezembro de 2003 (ANEEL, 2003) e pela Resolução Normativa ANEEL n° 425 de 1° de fevereiro de 2011 (ANEEL, 2011a). As principais características deste tipo de usina é o pequeno reservatório, com acumulação suficiente apenas para prover regularização diária ou semanal, ou ainda que utilize diretamente a vazão afluyente ao aproveitamento, além da potência máxima instalada ser limitada a 30MW<sup>4</sup>.

---

<sup>4</sup>Requisitos adicionais para que seja considerada uma PCH: (i) área do reservatório  $A < 3km^2$ ; ou simultaneamente (ii)  $A < 13km^2$  e  $A < \frac{14,3P}{H_b}$ , onde  $P$  é a potência (MW) e  $H_b$  é a queda bruta (m)(ANEEL, 2003).

Conforme destacado anteriormente, as PCH's são usinas não despachadas centralizadamente pelo O.N.S. O cálculo de sua garantia física é simplificado, se comparado ao cálculo de garantia física das usinas de grande porte ou UHE's. A garantia física das PCHs não fazem parte do cálculo da garantia de suprimento do Sistema, que possui um risco de déficit de energia limitado a 5% além de um aspecto econômico, como será verificado adiante.

Devido ao expressivo crescimento da presença de PCHs no Sistema Interligado, o montante de energia correspondente a este tipo de usinas já em operação e usinas ainda não construídas, representou mais de 2.000 MW médios em 2011, chegando a quase 3.000 MW médios no final do horizonte do planejamento em 2015. Esse valor é bastante expressivo e pode afetar significativamente a política de operação, bem como o Preço de Liquidação das Diferenças - PLD, que representa o valor da energia no mercado de curto prazo.

Por se tratar de montante representativo de energia, a expectativa de geração das Fontes Renováveis passaram a compor o modelo de cálculo do Custo Marginal de Operação (CMO) e de Expansão (CME) do sistema, estes dois custos representam o aspecto econômico - a igualdade entre o valor médio do CMO e o CME - que é a economicidade.

Diante do exposto e dada a característica de regularização diária ou semanal do reservatório das PCH's, se faz necessário a otimização da utilização do mesmo para operar de maneira eficiente e obter o máximo benefício econômico e social, além do uso racional dos recursos hídricos.

### 5.3 Modelo Matemático de Otimização

A modelagem do problema de planejamento da operação e do despacho econômico de curto prazo para usinas hidrelétricas em cascata, pode ser descrito como a busca de um modelo de otimização capaz de obter a quantidade ótima de insumos a ser retirada de cada reservatório, que maximize a geração hidrelétrica total da cascata sem violar as várias restrições operacionais, regulatórias, físicas e ambientais.

Porém este não é um problema simples, pois em sistemas de reservatórios em cascata como exemplificado na figura 5.1, o nível de água do reservatório de uma planta

a jusante é influenciado pela operação da planta localizada a montante, ou em situação oposta, o nível do canal de fuga da planta de montante pode ser influenciado pelo nível do reservatório de jusante. Portanto, o planejamento hidrelétrico de um sistema de reservatórios é um problema de otimização não-linear complexo e dinâmico que inclui relações de iteração não-lineares entre as variáveis de entrada e de saída do modelo, como por exemplo, a relação entre queda líquida e volume do reservatório.

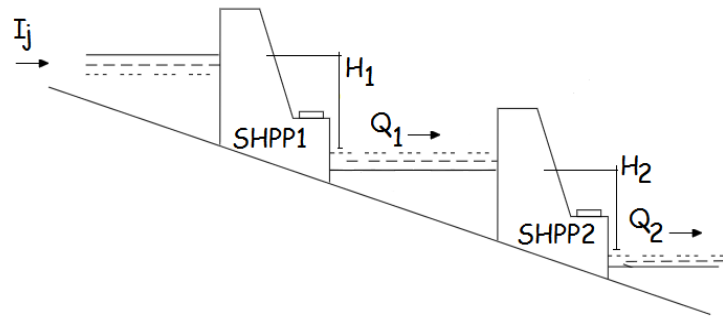


Figura 5.1: Configuração em cascata de duas usinas (Ref. O autor)

O objetivo principal do modelo é a melhor utilização dos recursos hídricos disponíveis para obter a máxima geração hidrelétrica, dada por um conjunto de condições iniciais, sujeitas a várias restrições. Muitas vezes, dependendo dos tipos de restrição, o modelo resultante possui alto grau de complexidade. O modelo utilizado neste trabalho pode ser matematicamente formulado do seguinte modo:

$$\max F = \max \sum_{j=1}^N \sum_{t=1}^{24} P_j^t (Q_j^t, V_j^t, V_j^{t+1}) \Delta t \quad (5.2)$$

$$P_j^t = 0,00981\eta H_l Q_j^t \quad (5.3)$$

Na equação (5.2) a variável  $P_j^t$  representa a potência hidrelétrica gerada pelas unidades geradoras da usina no período de planejamento e é obtida tal como descrito na equação (5.3), onde a constante  $\eta$  representa o rendimento do grupo turbina/gerador, e é resultante do produto entre os rendimentos individuais de cada turbina e cada gerador da usina, para o caso de várias máquinas com capacidades distintas. A variável  $H_l$  representa a queda líquida,  $Q_j^t$  representa a vazão defluente total da usina  $j$  no intervalo de tempo  $t$ ,  $V_j^t$  é o volume armazenado no reservatório da usina  $j$  no intervalo de tempo  $t$  e  $V_j^{t+1}$  o volume no instante de tempo  $t + 1$ .

Dependendo da configuração da usina e da função objetivo que se quer maximizar (ou minimizar), as restrições podem ser as mais diversas possíveis. Neste caso estudado, as restrições são de ordem técnica e ambiental. As restrições técnicas estão relacionadas à potência máxima e mínima disponível no conjunto turbina/gerador. A restrição ambiental está vinculada à vazão descarregada para jusante. Ambas são modeladas da seguinte forma:

$$P_{jmin} \leq P_j^t \leq P_{jmax} \quad (5.4)$$

$$Q_{jmin} \leq Q_j^t \leq Q_{jmax} \quad (5.5)$$

A equação (5.4) descreve os limites técnicos impostos ao equipamento pelo fabricante, ou seja, a máxima e mínima potência admissível no conjunto turbina/gerador. Esta restrição pode ainda descrever em alguns casos, os limites máximos de potência permitidos a serem injetados em um sistema de distribuição ou transmissão, por exemplo, ou ainda, para estabelecer limites operacionais onde o rendimento da turbina tem uma melhor performance.

A potência no eixo de uma turbina está diretamente relacionada à vazão de consumo da turbina, existindo também as restrições de vazão mínima e máxima admissível na turbina, conforme equação (5.5). Este modelo pode ainda, em muitos casos, ser utilizado para estabelecer limites mínimos de operação dado necessidades e restrições impostas por órgãos ambientais, ou para manter uma vazão mínima a jusante para usos múltiplos.

Outra variável de controle é o volume do reservatório, pois o mesmo deve ser utilizado de forma racional devido à necessidade de manter a usina em operação para atender a demanda contratada. Isto é feito utilizando a vazão natural afluyente, porém quando esta não é suficiente, o reservatório é utilizado como complemento, sendo feita a retirada de um volume diário do mesmo de forma a atender as demandas existentes.

Como a vazão pode sofrer restrições pelo órgão ambiental quanto a sua variação a jusante, o volume armazenado no reservatório também está sob esta influência. Existem casos onde os licenciamentos ambientais de implantação do projeto (LI) e licenças de operação (LO) restringem as variações máximas do nível de água dos reservatórios ao longo de um mesmo dia.

O modelo matemático proposto para o problema de planejamento diário pode ser

escrito, de forma geral, considerando todas as restrições, conforme equações:

$$\max F = \begin{cases} \max \sum_{j=1}^N \sum_{t=1}^{24} P_j^t (Q_j^t, V_j^t, V_j^{t+1}) \Delta t \\ P_j^t = 0,00981\eta H_l Q_j^t \end{cases} \quad (5.6)$$

Sujeito a:

$$P_{jmin} \leq P_j^t \leq P_{jmax} \quad (5.7)$$

$$Q_{jmin} \leq Q_j^t \leq Q_{jmax} \quad (5.8)$$

$$V_j^{t+1} = V_j^t + (I_j^t - Q_j^t - q_j - S_j^t) \Delta t \quad (5.9)$$

$$V_{jmin} \leq V_j^{t+1} \leq V_{jmax} \quad (5.10)$$

$$V_j^1 = V_j^{inicio} \quad (5.11)$$

$$V_j^{25} = V_j^{fim} \quad (5.12)$$

As variáveis em cada equação, bem como os índices subscritos e sobrescritos representam respectivamente:

$N$  é o número total de usinas hidrelétricas na cascata;

$P_j^t$  é a potência hidrelétrica da planta  $j$  no intervalo  $t$ ;

$P_{jmin}$  é a potência mínima admissível na planta  $j$ ;

$P_{jmax}$  é a potência máxima admissível na planta  $j$ ;

$\eta$  representa o rendimento do grupo turbina/gerador;

$H_l$  representa a queda líquida;

$V_j^t$  representa o volume de água do reservatório  $j$  no final do intervalo  $t$ ;

$V_{jmin}$  representa o volume mínimo do reservatório  $j$ ;

$V_{jmax}$  representa o volume máximo do reservatório  $j$ ;

$Q_j^t$  é a vazão defluente da planta  $j$  no intervalo  $t$ ;

$Q_{jmin}$  é a mínima vazão defluente resultante da operação da planta  $j$ ;

$Q_{jmax}$  é a máxima vazão defluente resultante da operação da planta  $j$ ;

$q_j$  é a vazão mínima necessária para usos consultivos a jusante (*downstream*);

$S_j^t$  é a vazão vertida pela planta  $j$  no instante  $t$ ;

$I_j^t$  representa a vazão afluyente natural ao reservatório da planta  $j$  no instante  $t$ ;

$V_j^{inicio}$  é o armazenamento inicial da planta  $j$ ;

$V_j^{fim}$  é o armazenamento final da planta  $j$ .

Como o PSO avalia a função objetivo diretamente no espaço de busca e as variáveis de entrada estão condicionadas a pertencerem ao domínio do espaço de busca  $S$ , o valor de  $Q_j^t$ , que neste caso é a variável de entrada para o PSO, deverá satisfazer a definição do domínio de validade da função objetivo e, neste caso, as restrições de vazão defluente são automaticamente satisfeitas. As outras restrições são reescritas de forma a poderem ser inseridas na função objetivo. Desta forma, o problema de otimização com restrições é transformado em um problema irrestrito através da utilização de coeficientes de penalização da função objetivo, conforme equação (5.13).

$$\max f = \max \left[ F - \left( \gamma_1 \sum_{j=1}^N \sum_{t=1}^{24} (V_j^{t+1} - V_j^{lim})^2 + \gamma_2 \sum_{j=1}^N \sum_{t=1}^{24} (P_j^t - P_j^{lim})^2 \right) \right] \quad (5.13)$$

As constantes  $\gamma_1$  e  $\gamma_2$  são dois coeficientes de penalização da função objetivo e os termos  $V_j^{lim}$  e  $P_j^{lim}$  da equação (5.13) agrupam as restrições de volume e potência. Os mesmos foram definidos de tal forma, que podem ser escritos como variáveis condicionais dentro do algoritmo de otimização, conforme equação (5.14), facilitando sobremaneira o desenvolvimento e acondicionamento das mesmas dentro do algoritmo.

$$V_j^{lim} = \begin{cases} V_{jmax} & se \quad V_j^{t+1} > V_{jmax} \\ V_{jmin} & se \quad V_j^{t+1} < V_{jmin} \\ V_j^{t+1} & p/ \quad \text{qualquer V} \end{cases} \quad P_j^{lim} = \begin{cases} P_{jmax} & se \quad P_j^t > P_{jmax} \\ P_{jmin} & se \quad P_j^t < P_{jmin} \\ P_j^t & p/ \quad \text{qualquer P} \end{cases} \quad (5.14)$$

## 6 Estudo de Caso

Este capítulo apresenta as características das duas PCHs que são utilizadas no estudo de caso. As características técnicas das usinas, os critérios operacionais e as características da bacia hidrográfica são detalhadas, tornando evidente a complexidade operacional deste tipo de usina devido às reduzidas dimensões dos reservatórios. O capítulo descreve ainda os resultados provenientes do modelo M-UPSO, comparando-os aos resultados do PSO Padrão, UPSO e à técnica de Recozimento Simulado.

### 6.1 Características das PCHs Estudadas

As duas PCHs, objeto de estudo neste trabalho, estão localizadas no Rio Pomba na Bacia Hidrográfica do Rio Paraíba do Sul no estado de Minas Gerais, conforme figura 6.1. O Rio Pomba nasce na Serra Conceição, pertencente à cadeia da Mantiqueira, em Barbacena, a 1.100 *m* de altitude, apresenta uma declividade relevante, uma vez que cerca de 90 *km* da nascente atinge a altitude de 4200 *m*.

A bacia do Rio Pomba apresenta uma área de drenagem de 8.616 *km*<sup>2</sup>, com o uso e ocupação do solo relativamente uniforme, abrangendo cerca de 35 municípios mineiros e 3 municípios fluminenses, onde vive uma população de aproximadamente 450 mil habitantes (FARIA, 2009).

A primeira PCH da cascata é denominada SHPP1 e a segunda SHPP2. As mesmas pertencem a Produtores Independentes de Energia Elétrica (PIE) e têm participação no Mecanismo de Realocação de Energia - MRE. Estas usinas estão sujeitas às normas que regem este mecanismo, mais especificamente a Portaria nº 463/2009 do Ministério de Minas e Energia - MME e a Resolução Normativa nº 409/2010 da Agência Nacional de Energia Elétrica - ANEEL.



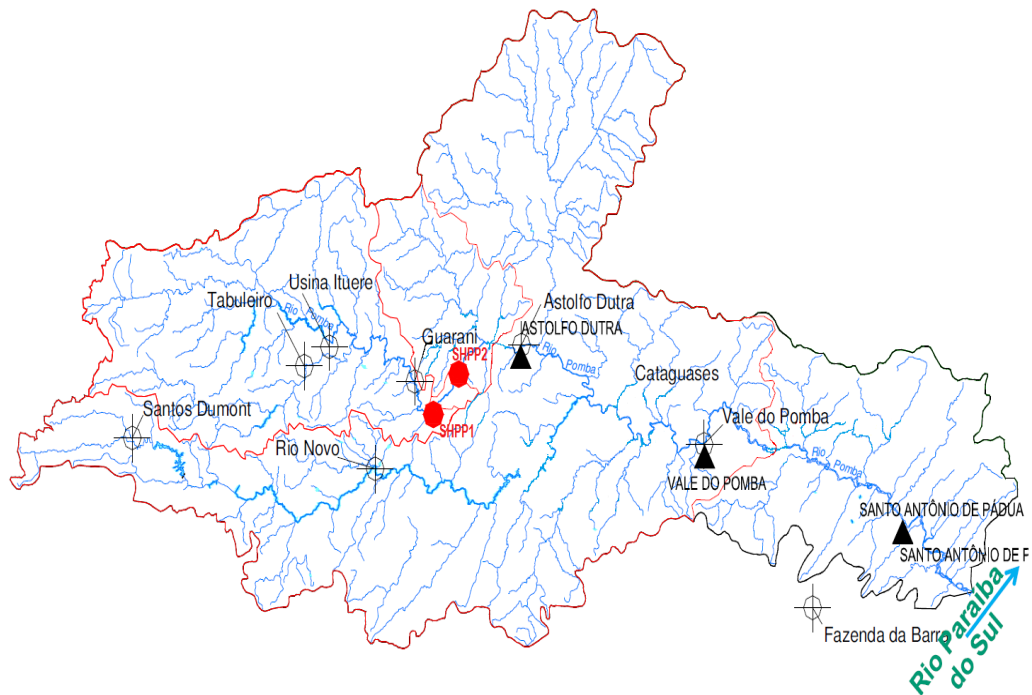


Figura 6.1: Bacia Hidrográfica Paraíba do Sul - MG (FARIA, 2009).

As características das PCHs estão relacionadas na tabela 6.1, onde é possível observar o pequeno volume útil existente nos dois reservatórios. O reservatório da PCH SHPP1 possui uma área de drenagem de  $1.771 \text{ km}^2$  e para a SHPP2 este valor é de  $1.796 \text{ km}^2$ . O reservatório da SHPP2 está a aproximadamente  $4 \text{ km}$  de distância a jusante da SHPP1. É possível ter uma visão da pequena dimensão dos reservatórios na figura 6.2.

A taxa de variação dos reservatórios descrita na tabela 6.1 é um critério de otimização adotado para possibilitar a operação da usina ao longo da semana, utilizando os finais de semana para recuperar o volume útil deplecionado. Portanto, estas duas PCHs têm características de reservatório com regularização diária.

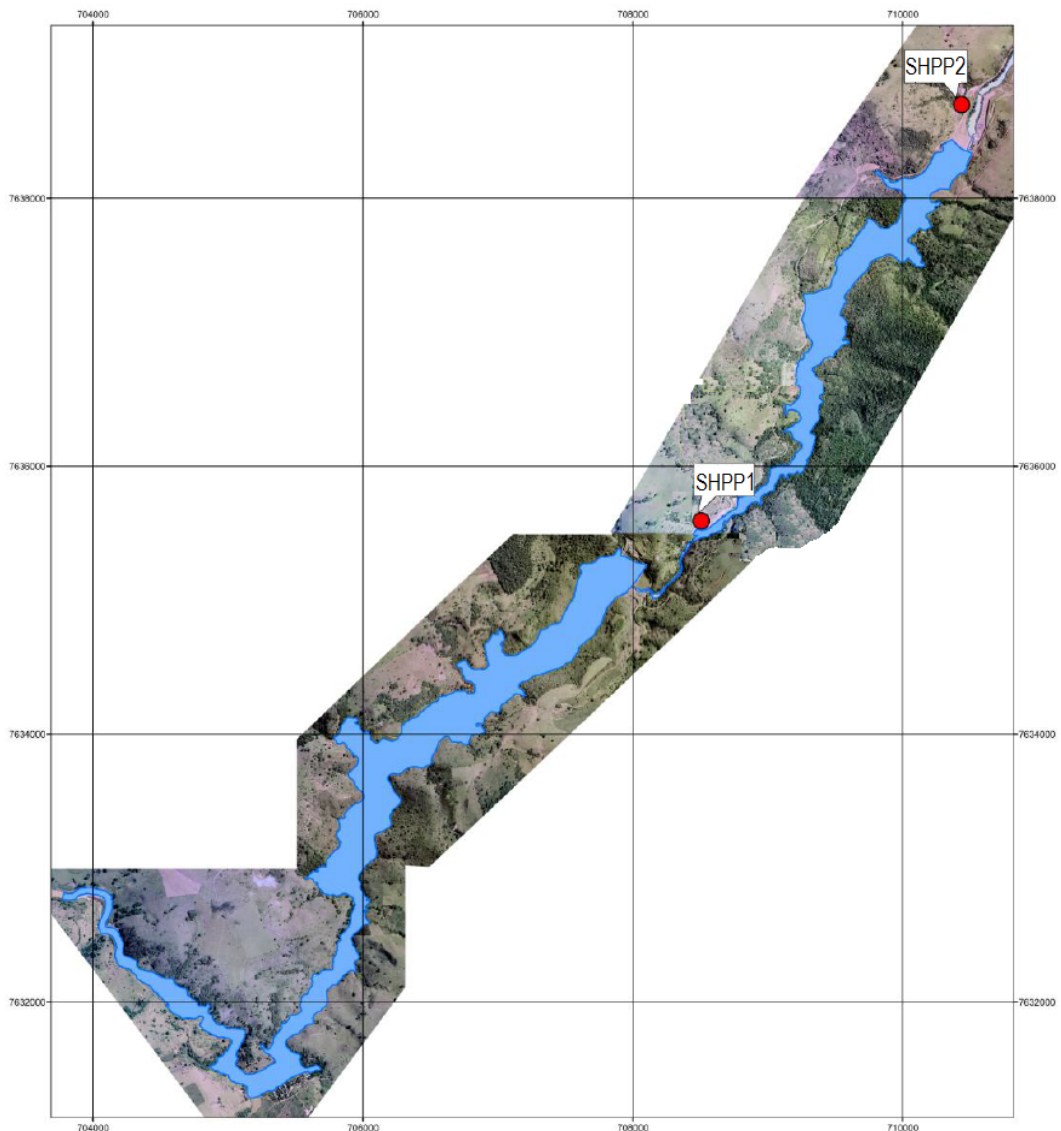


Figura 6.2: Reservatórios das usinas em estudo (fonte: Google Earth)

As características hidrológicas para a região são muito bem definidas. O período de estiagem compreende os meses de maio a agosto e o período chuvoso, ou úmido, compreende os meses de outubro a março. Os meses de abril e setembro são caracterizados como períodos de transição entre as duas estações conforme figura 6.3. Dado estas características, o pior cenário para a operação das PCHs é durante os períodos de transição e ao longo do período seco, surgindo a necessidade de uma forma eficiente para o gerenciamento do recurso hídrico, com objetivo de minimizar perdas energéticas.

Tabela 6.1: Características das PCHs estudadas

<b>Características Construtivas</b>	<b>SHPP1</b>	<b>SHPP2</b>
Máxima Capacidade de Geração(kWh)	24.400	12.400
Mínima Capacidade de Geração(kWh)	7.000	3.800
Taxa de Variação do Reservatório/Dia ( $hm^3$ )	0,250	0,200
Rendimento Turbina/Gerador $\eta$	0,8988	0,864
Queda Líquida Ponderada (m)	56	25
Volume Útil Total ( $hm^3$ )	2,050	0,700

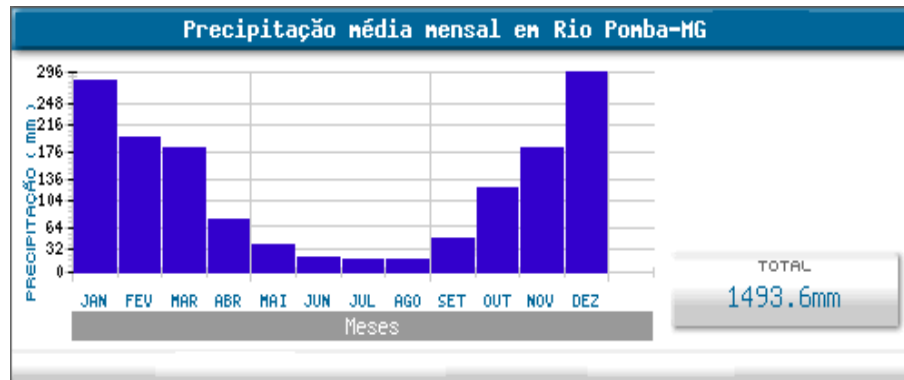


Figura 6.3: Distribuição de Chuvas (1931-2011) - Est. Guarani (cód. 58730001)

## 6.2 Experimentos e Resultados

As configurações iniciais de cada reservatório foram adotadas como: a SHPP1 com o volume útil inicial de  $1,850 hm^3$  e a SHPP2 com o volume útil inicial de  $0,650 hm^3$ . A operação destes dois reservatórios inicialmente foi realizada para o horizonte de um dia, discretizado hora a hora para verificar a precisão do algoritmo no quesito utilização do reservatório. Foi considerado o limite máximo diário estabelecido para a utilização de cada um dos reservatórios de  $0,250 hm^3$  e  $0,150 hm^3$ , respectivamente.

As vazões de entrada a priori são determinísticas, dado que se referem a uma realização observada no passado e estão discretizadas no intervalo de uma hora respeitando a ordem de ocorrência, portanto são utilizados os seguintes valores para a vazão afluente à SHPP1:  $I_1(m^3/s) = [21; 22,5; 23,3; 22,7; 23,06; 23,0; 22,93; 22,1; 21,87; 22,10; 23,2; 22,97; 23,3; 24,40; 25,20; 24,84; 24,97; 24,56; 24,23; 24,23; 25; 23,5; 22,4; 21]$ . Para a SHPP2, a vazão afluente é igual a vazão defluente total da SHPP1, ou seja  $Q_2^t = Q_1^t$ .

Para o PSO Padrão foi realizado o experimento com as variantes  $L_{best}$  e  $G_{best}$ , os parâmetros utilizados foram:  $\omega_{max} = 0,90$ ;  $\omega_{min} = 0,55$ ;  $c_1 = c_2 = 1,41$ ; *número de iterações* = 2300;  $V_{max} = Q_{max}$  e  $V_{min} = Q_{min}$ . Para o M-UPSO  $\chi c_1 = \chi c_2 = 1,41$ , o coeficiente de unificação adotado foi  $u = 0,5$  e posteriormente  $u = 0,3$ , não foi utilizado o limitador de velocidade superior  $V_{max}$  e nem inferior  $V_{min}$ .

Para a função objetivo, os coeficientes de penalização  $\gamma_1$  e  $\gamma_2$  receberam os mesmos valores, sendo portanto  $\gamma_1 = \gamma_2 = 500$ . A precisão desejada na utilização da taxa de variação do reservatório foi de 1% para o reservatório da SHPP1 e de 1,25% para a SHPP2.

Os resultados para este experimento estão descritos na tabela 6.2 e, representam a média de 20 experimentos para cada configuração do PSO. O percentual de utilização do reservatório a que se refere a tabela é a relação entre a quantidade utilizada durante as 24 horas de operação e a taxa de variação diária proposta.

Tabela 6.2: Resultados de operação da cascata para  $\omega_{min} = 0,55$

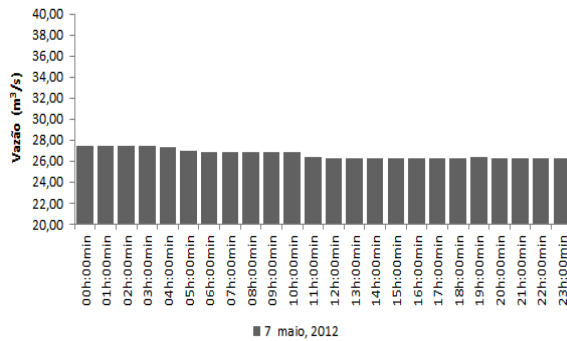
$\omega_{min} = 0,55$	PSO Padrão		M-UPSO	
	$L_{best}$	$G_{best}$	$u = 0,3$	$u = 0,5$
Parâmetro de Saída				
max $f(x)$ em kWh/dia	450.224,340	450.443,780	456.879,080	456.879,460
Média de Iterações	680	656	84	81
Média de Avaliações de $f(x)$	16.351	15.788	2.028	1.968
% de Utilização Reservatório 1	98,20 %	98,30 %	100,00 %	100,00 %
% de Utilização Reservatório 2	98,00 %	98,89 %	99,98 %	99,99 %

Há uma expressiva diferença quanto ao desempenho do algoritmo M-UPSO ao compará-lo com o PSO Padrão. Além de obter um melhor resultado para a função objetivo, os tempos de execução e a quantidade de vezes que a função objetivo foi avaliada são bem inferiores. A precisão obtida na utilização do reservatório não violou nenhuma restrição. O algoritmo utilizou toda a vazão afluyente e retirou o restante do reservatório, respeitando as restrições impostas, maximizando dessa forma a produção de energia da cascata, com uma diferença de aproximadamente 6.500 kWh/dia em relação ao resultado obtido pelo PSO Padrão.

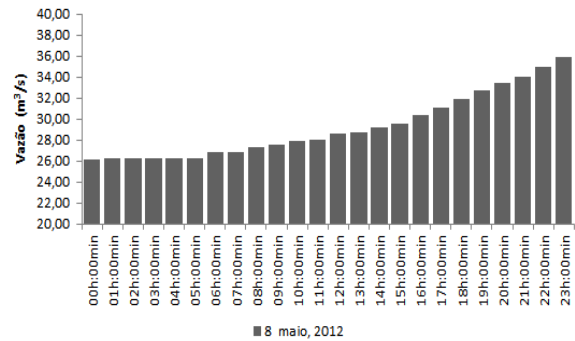
É possível notar ainda que ao aplicar o M-UPSO com o coeficiente de unificação

assumindo valores iguais a  $u = 0,3$  e  $u = 0,5$ , a resposta final não sofreu grandes alterações. Pequenas diferenças podem ser observadas no número de iterações e na quantidade de vezes que a função objetivo foi avaliada.

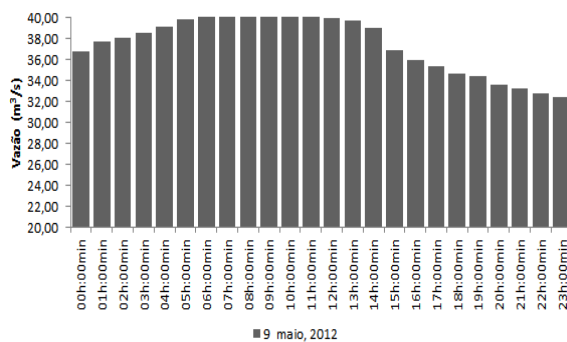
Para avaliar a eficiência da utilização do M-UPSO, foi realizado o planejamento energético diário ao longo de cinco dias úteis no mês de maio de 2012. O horizonte de planejamento considerado teve início em 07/05/2012 e término em 11/05/2012. As vazões utilizadas são valores previstos, resultantes do modelo de previsão e planejamento, de propriedade do agente de geração. Este modelo utiliza a técnica heurística de Redes Neurais Artificiais (RNA) para a previsão das afluências. Os valores horários das afluências estão representados nas figuras 6.4.a a 6.4.e.



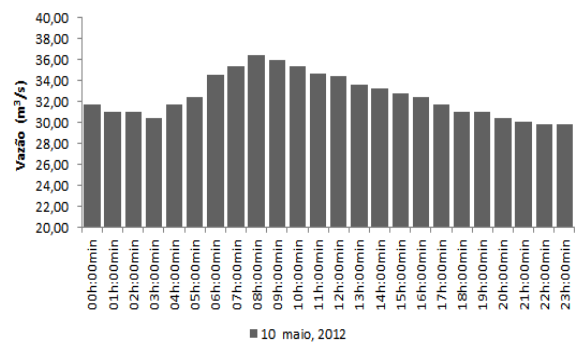
6.4.a: Vazões afluentes em 07/05/2012



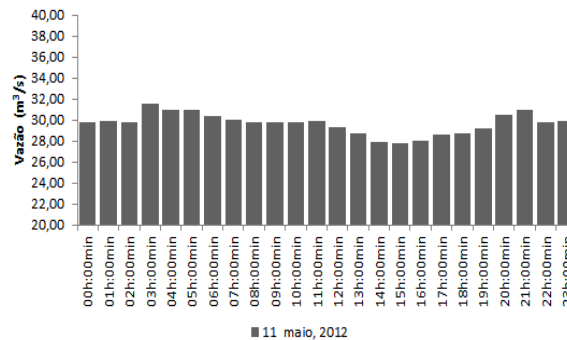
6.4.b: Vazões afluentes em 08/05/2012



6.4.c: Vazões afluentes em 09/05/2012



6.4.d: Vazões afluentes em 10/05/2012



6.4.e: Vazões afluentes em 11/05/2012

Figura 6.4: Vazões afluentes ao Reservatório da SHPP1

Para o planejamento diário de geração é utilizado um modelo de simulação denominado de SimuVert<sup>5</sup>, desenvolvido para avaliação do reservatório. O modelo de simulação utiliza equações do balanço hídrico, produtividade específica da usina e a curva cota vo-

<sup>5</sup>SimuVert é um software de simulação que utiliza os parâmetros construtivos de cada usina. O mesmo tem como entrada os valores de vazão afluente, nível de água do reservatório e a potência a ser produzida durante o período desejado, a resposta do *software* consiste na taxa de variação do reservatório, que neste caso é pré-definida.

lume. Atualmente o SimuVert é o único *software* utilizado para realizar simulação dos níveis de produção, o planejamento é realizado através da discretização do volume útil dos reservatório de forma a evitar perda de energia por vertimento.

Os resultados do M-UPSO são comparados aos valores produzidos pela simulação do SimuVert e também é avaliada a forma de utilização dos reservatórios. Isto porque, o modelo de planejamento empregado no dia-a-dia adota a mesma taxa de variação diária do reservatório descrita na tabela 6.1. Os resultados estão descritos na tabela 6.3.

Tabela 6.3: Ganho de eficiência e produtividade através do uso do M-UPSO

Planejamento Diário de Geração	Modelo de Simulação			M-UPSO		
	Produção kWh/dia	Utilização Reserv.1	Utilização Reserv.2	Produção kWh/dia	Utilização Reserv.1	Utilização Reserv.2
07/05/2012	513.710,000	102,50%	96,00%	513.368,480	100,00%	99,99%
08/05/2012	508.703,000	82,50%	82,12%	557.083,980	100,00%	99,99%
09/05/2012	548.146,000	85,80%	94,26%	697.812,720	99,98%	99,99%
10/05/2012	663.128,000	117,00%	81,6%	602.927,220	100,00%	99,99%
11/05/2012	514.581,000	70,20%	89,30%	552.073,030	100,00%	99,99%
<b>Total (kWh)</b>	<b>2.748.268,000</b>			<b>2.923.265,440</b>		
<b>Aumento de Eficiência com o M-UPSO (%)</b>				<b>6,367%</b>		

Analisando os resultados nota-se que, ao utilizar apenas o modelo de Simulação sem otimização, há uma certa descoordenação durante o processo de uso dos reservatórios ao longo do período, resultando em violação da taxa de variação diária do reservatório. Isto pode ser observado, por exemplo, no dia 10/05/2012 onde houve excesso de utilização do reservatório de montante enquanto o de jusante foi preservado. Já no dia 11/05/2012, ocorreu a preservação do reservatório da SHPP1 e maior utilização do reservatório da SHPP2.

Ao aplicar o modelo de otimização, os valores de variação do reservatório que resultaram na tabela 6.3, estão discretizados nas tabelas 6.5 e 6.6 em base horária. As vazões afluentes que deram origem aos dados de saída do modelo de otimização, além de serem apresentadas na forma de gráfico na figura 6.4, estão também relacionadas na tabela 6.4.

Tabela 6.4: Vazões afluentes ao Reservatório da SHPP1

<b>Intervalo em horas</b>	<b>07/05/2012</b>	<b>08/05/2012</b>	<b>09/05/2012</b>	<b>10/05/2012</b>	<b>11/05/2012</b>
	<i>m<sup>3</sup>/s</i>	<i>m<sup>3</sup>/s</i>	<i>m<sup>3</sup>/s</i>	<i>m<sup>3</sup>/s</i>	<i>m<sup>3</sup>/s</i>
00h:00min	27,45	26,18	36,69	31,72	29,78
01h:00min	27,45	26,32	37,66	30,97	29,93
02h:00min	27,45	26,32	37,98	30,97	29,78
03h:00min	27,45	26,32	38,47	30,37	31,61
04h:00min	27,31	26,32	39,12	31,72	30,97
05h:00min	27,02	26,32	39,77	32,33	30,97
06h:00min	26,88	26,88	40,43	34,44	30,37
07h:00min	26,88	26,88	40,77	35,27	30,08
08h:00min	26,88	27,31	41,10	36,32	29,78
09h:00min	26,88	27,60	41,10	35,90	29,78
10h:00min	26,88	27,89	41,10	35,37	29,78
11h:00min	26,46	28,03	40,60	34,64	29,93
12h:00min	26,32	28,61	39,94	34,33	29,78
13h:00min	26,32	28,76	39,61	33,56	27,31
14h:00min	26,32	29,19	38,96	33,25	27,60
15h:00min	26,32	29,63	36,86	32,79	27,89
16h:00min	26,32	30,37	35,90	32,33	28,03
17h:00min	26,32	31,12	35,27	31,72	28,61
18h:00min	26,32	31,88	34,64	30,97	28,76
19h:00min	26,46	32,79	34,33	30,97	29,19
20h:00min	26,32	33,40	33,56	30,37	30,50
21h:00min	26,32	34,02	33,25	30,08	30,97
22h:00min	26,32	34,96	32,79	29,78	29,82
23h:00min	26,32	35,90	32,33	29,78	29,89

O ganho proporcionado através da utilização do algoritmo de otimização, para a semana de planejamento de 07 a 11/05/2012, foi de 6,367%. É importante ressaltar que este valor foi obtido respeitando todas as restrições das duas usinas. As variações dos reservatórios resultantes desta operação estão nos gráficos da figura 6.5 e 6.6, bem como os limites de restrições diárias.



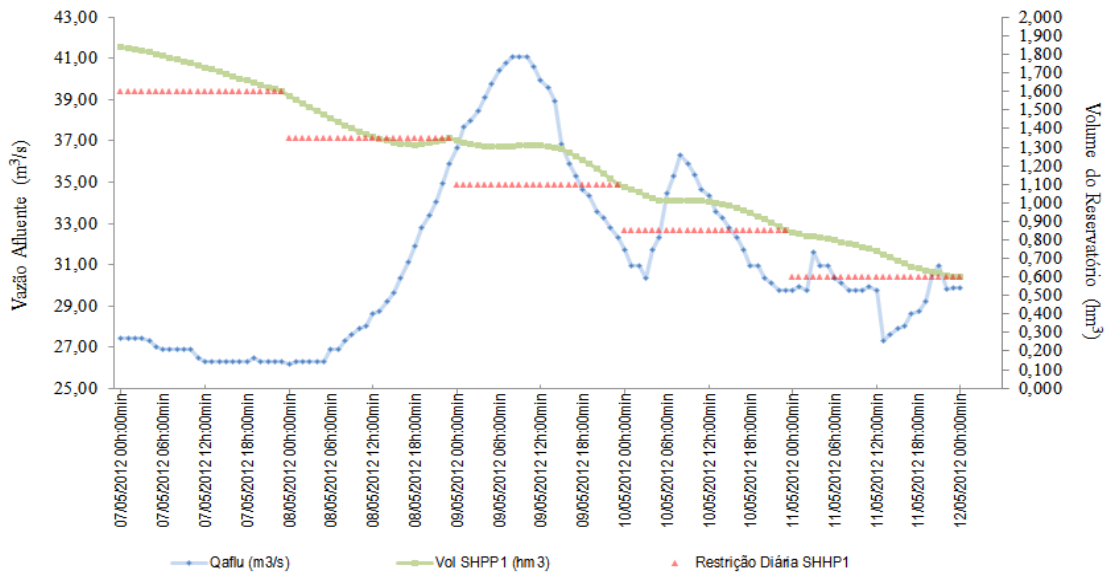


Figura 6.5: Operação do Reservatório da SHPP1

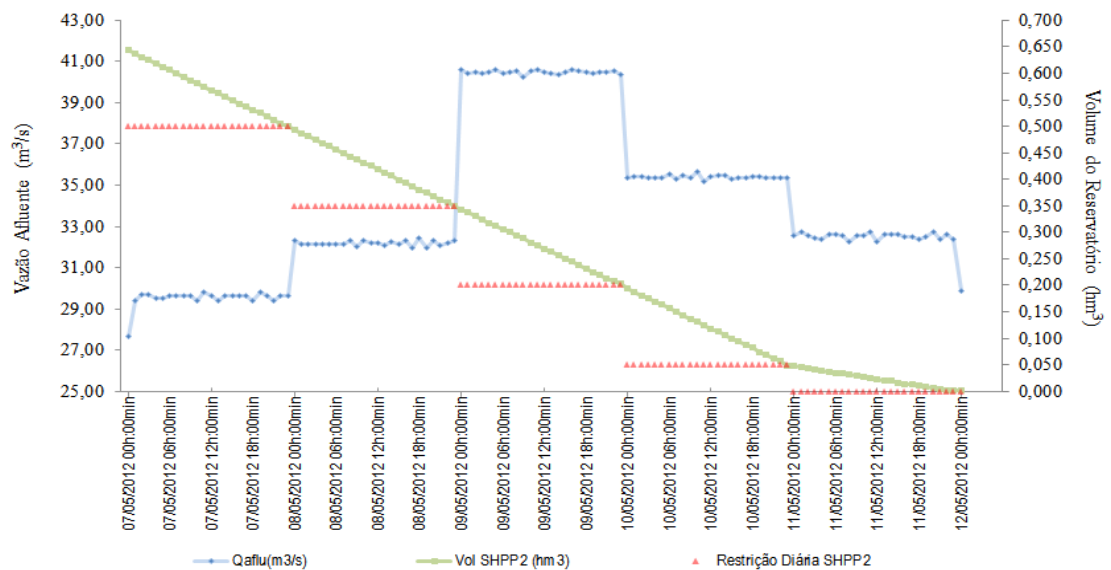


Figura 6.6: Operação do Reservatório da SHPP2

Como os reservatórios são de regularização diária, o deplecionamento ocorrido ao longo da semana é recuperado nos finais de semana, quando a demanda de consumo de energia é muito pequena. A recuperação dos reservatórios ocorre parcialmente no sábado e finaliza no domingo. O tempo de recuperação médio do volume útil de cada PCH, conforme dados de projeto, está em torno 0,35 dia para SHPP1 e 0,20 dia para a SHPP2. Durante a recuperação não se faz a otimização da geração, sendo produzida

energia apenas para atender à pequena demanda existente.

Tabela 6.5: Operação do Reservatório da SHPP1 através do uso do M-UPSO

Intervalo em horas	07/05/2012	08/05/2012	09/05/2012	10/05/2012	11/05/2012
	<i>Vol. hm<sup>3</sup></i>	<i>Vol. hm<sup>3</sup></i>	<i>Vol. hm<sup>3</sup></i>	<i>Vol. hm<sup>3</sup></i>	<i>Vol. hm<sup>3</sup></i>
01h:00min	1,842	1,578	1,336	1,087	0,840
02h:00min	1,835	1,557	1,326	1,071	0,830
03h:00min	1,827	1,536	1,317	1,055	0,820
04h:00min	1,819	1,515	1,310	1,037	0,817
05h:00min	1,811	1,494	1,305	1,024	0,812
06h:00min	1,802	1,473	1,302	1,013	0,806
07h:00min	1,792	1,454	1,302	1,009	0,798
08h:00min	1,782	1,435	1,303	1,009	0,789
09h:00min	1,772	1,417	1,305	1,012	0,780
10h:00min	1,762	1,401	1,308	1,014	0,770
11h:00min	1,753	1,385	1,310	1,013	0,760
12h:00min	1,741	1,370	1,310	1,011	0,750
13h:00min	1,729	1,357	1,308	1,007	0,741
14h:00min	1,718	1,345	1,305	1,000	0,722
15h:00min	1,706	1,334	1,300	0,992	0,704
16h:00min	1,694	1,325	1,287	0,983	0,687
17h:00min	1,682	1,318	1,270	0,972	0,671
18h:00min	1,670	1,315	1,251	0,959	0,657
19h:00min	1,659	1,313	1,230	0,943	0,644
20h:00min	1,647	1,316	1,208	0,927	0,632
21h:00min	1,635	1,320	1,183	0,909	0,624
22h:00min	1,624	1,327	1,157	0,890	0,619
23h:00min	1,612	1,337	1,129	0,870	0,609
00h:00min	1,600	1,350	1,100	0,850	0,600

A variação diária do reservatório da SHPP1 não violou a taxa máxima de deplecionamento de  $0,250\text{hm}^3$ . Pode-se notar que em alguns momentos ocorreu uma elevação do volume armazenado no reservatório, isso se deve à elevação da vazão afluyente, conforme pode ser visto na tabela 6.4.

A SHPP2 que está situada a jusante, possui um reservatório menor cerca de  $1/3$  se comparado ao reservatório da SHPP1, o algoritmo otimizou a operação de ambos os reservatórios de forma a evitar vertimentos na SHPP2, como verificado na tabela 6.6.

Tabela 6.6: Operação do Reservatório da SHPP2 através do uso do M-UPSO

<b>Intervalo</b>	<b>07/05/2012</b>	<b>08/05/2012</b>	<b>09/05/2012</b>	<b>10/05/2012</b>	<b>11/05/2012</b>
<b>em horas</b>	<b><i>Vol. hm<sup>3</sup></i></b>	<b><i>Vol. hm<sup>3</sup></i></b>	<b><i>Vol. hm<sup>3</sup></i></b>	<b><i>Vol. hm<sup>3</sup></i></b>	<b><i>Vol. hm<sup>3</sup></i></b>
01h:00min	0,643	0,493	0,343	0,193	0,048
02h:00min	0,637	0,487	0,337	0,187	0,045
03h:00min	0,631	0,481	0,332	0,181	0,043
04h:00min	0,625	0,475	0,325	0,175	0,041
05h:00min	0,618	0,468	0,318	0,168	0,039
06h:00min	0,612	0,462	0,312	0,163	0,037
07h:00min	0,606	0,456	0,306	0,156	0,035
08h:00min	0,600	0,450	0,300	0,150	0,033
09h:00min	0,593	0,443	0,294	0,144	0,031
10h:00min	0,587	0,437	0,288	0,137	0,029
11h:00min	0,581	0,431	0,281	0,131	0,027
12h:00min	0,575	0,425	0,276	0,125	0,025
13h:00min	0,568	0,419	0,269	0,118	0,023
14h:00min	0,562	0,413	0,263	0,112	0,020
15h:00min	0,556	0,407	0,256	0,106	0,019
16h:00min	0,550	0,399	0,250	0,099	0,016
17h:00min	0,543	0,393	0,244	0,094	0,014
18h:00min	0,537	0,387	0,238	0,088	0,012
19h:00min	0,531	0,380	0,231	0,082	0,010
20h:00min	0,525	0,375	0,224	0,074	0,008
21h:00min	0,519	0,368	0,219	0,068	0,006
22h:00min	0,512	0,361	0,213	0,062	0,004
23h:00min	0,506	0,356	0,207	0,056	0,002
00h:00min	0,500	0,349	0,204	0,049	0,001

### 6.3 Comparação de Técnicas

A aplicação do M-UPSO na solução do planejamento diário de geração hidrelétrica apresentou bons resultados. Para melhor comparação do desempenho do algoritmo proposto na solução deste problema, é feita a comparação de resultados com o PSO Padrão, com o UPSO e com a técnica de Recozimento Simulado.

Os critérios de operação dos reservatórios utilizado para a aplicação em cada técnica foram mantidos, ou seja, a taxa de variação diária de cada reservatório e as vazões afluentes. O parâmetros para cada variante do PSO estão descritos na tabela 6.7.

Tabela 6.7: Parâmetros do Algoritmo PSO para a solução do PDGH

Parâmetros	M-UPSO	UPSO	PSO
Número Máximo de Iterações	2300	2300	2300
Número de Partículas	24	24	24
Valor Máximo de $\omega_{max}$	0,90	<i>não aplicável</i>	0,90
Valor Mínimo de $\omega_{min}$	0,55	<i>não aplicável</i>	0,55
Fator de Unificação $u$	0,5	0,5	<i>não aplicável</i>
Coefficiente de Construção $\chi$	0,729	0,729	<i>não aplicável</i>

Os parâmetros utilizados para o Recozimento Simulado foram: número máximo de iterações 2.300; taxa de resfriamento  $\alpha = 0,95$ ; decaimento de temperatura  $\xi = 0,80$ ; número máximo de perturbações na solução corrente  $P = 500$ ; número máximo de sucessos por iteração  $L = 400$ , satisfazendo a condição de restrição  $L \leq P$  (YANG, 2010).

Os resultados do problema de planejamento diário de geração hidrelétrica podem ser vistos na tabela 6.8. No gráfico da figura 6.7 os resultados estão apresentados em ordem decrescente dos totais obtidos para a semana de planejamento por cada técnica.

Tabela 6.8: Resultados do PDGH para o horizonte de 07 à 11/05/2012

Data do Planejamento	M-UPSO (kWh)	UPSO (kWh)	PSO (kWh)	Recozimento Simulado (kWh)
07/05/2012	513.368,48	513.246,92	512.556,41	512.799,61
08/05/2012	557.083,98	556.961,11	557.028,07	556.916,68
09/05/2012	697.812,72	697.606,32	696.729,40	696.757,53
10/05/2012	602.927,22	602.673,91	602.632,57	602.681,02
11/05/2012	552.073,03	551.803,84	551.961,64	551.767,45
<b>Total (kWh)</b>	<b>2.923.265,44</b>	<b>2.922.292,09</b>	<b>2.920.908,09</b>	<b>2.920.922,30</b>

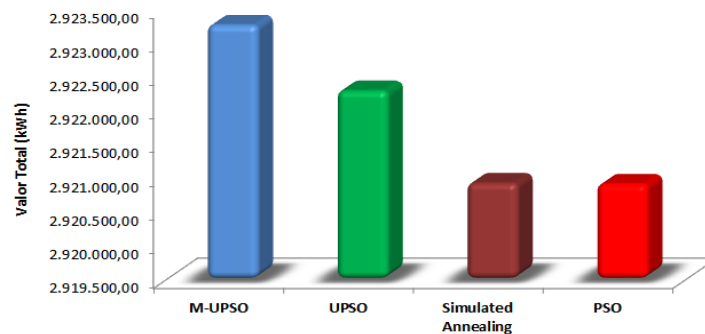


Figura 6.7: Totais de Produção de Energia (kWh) obtidos para a semana de planejamento

## 7 Conclusão e Recomendações

### 7.1 Conclusão

Ao aplicar o M-UPSO ao *benchmark* de funções teste, os resultados obtidos quando comparados aos do PSO Padrão, foram superiores. Para a obtenção do mínimo global da função Rosenbrock no  $\mathbb{R}^{10}$  que assume o valor de  $f(\mathbf{x}) = 0$ , o M-UPSO com coeficiente de unificação  $u = 0,5$  apresentou o melhor resultado. Para esta configuração o valor resultante foi de  $f(\mathbf{x}) = 0,0128$ , que é superior ao valor de  $f(\mathbf{x}) = 0,46$ , obtido pelo PSO Padrão.

Comparando os resultados da tabela 4.2 obtidos pelas três configurações do M-UPSO, aos resultados do PSO Padrão descritos na tabela 4.1. Observou-se que o M-UPSO foi superior em todos os grupos de experimentos utilizando os mesmos parâmetros do PSO Padrão.

Ao realizar alteração do intervalo de variação da inércia, ou seja, ao ser utilizado  $\omega_{max} = 0,90$  e  $\omega_{min} = 0,55$ , obteve-se pouca melhora no desempenho do PSO Padrão. O mínimo global para a função Rosenbrock no  $\mathbb{R}^{10}$  obtido nesta configuração, resultou em valores da ordem de 0,1 a 0,7. Ao aplicar ao M-UPSO com estes valores de inércia, o resultado melhorou significativamente, o valor obtido para o mínimo da função Rosenbrock foi  $f(\mathbf{x}) = 0,0056$  com  $u = 0,5$ .

O melhor desempenho do M-UPSO para a função Rosenbrock no  $\mathbb{R}^{10}$  foi obtido quando o coeficiente de inércia foi limitado em  $\omega_{min} = 0,75$ . O valor de  $f(\mathbf{x}) = 7,288E^{-06}$  foi obtido com o coeficiente de unificação  $u = 0,5$  e  $f(\mathbf{x}) = 5,290E^{-05}$  para  $u = 0,3$ , conforme resultados na tabela 4.5.

Para as funções Rosenbrock, Schaffer e Rastrigin no  $\mathbb{R}^2$ , o M-UPSO foi superior, além de reduzir o tempo de processamento. Foi realizada também uma comparação dos resultados obtidos pela M-UPSO aos obtidos pelo *Simulated Annealing*. Apesar de não ter sido explorado, neste trabalho, o estudo para a seleção dos parâmetros do *Simulated*

*Annealing*, a comparação dos resultados deve ser analisada com cautela, pois é possível que o *Simulated Annealing* ofereça soluções melhores quando utilizado com diferentes parâmetros daqueles aqui adotado.

A aplicação do M-UPSO, para otimização do planejamento diário de geração de pequenas centrais hidrelétricas, demonstrou que o algoritmo oferece uma forma de obter ganhos energéticos, devido à operação de forma eficiente dos reservatórios resultante. As principais vantagens do uso do M-UPSO no PDGH é o baixo custo computacional e inexistência da necessidade de recalibrar os parâmetros para cada avaliação da função objetivo.

Com a crescente necessidade de operar de modo eficiente e a falta de ferramentas a um custo razoável para a otimização de pequenos reservatórios, este trabalho traz uma abordagem importante e que resulta em ganhos financeiros e sociais, devido ser possível otimizar a operação das PCHs através do uso do M-UPSO, atingindo os objetivos para os quais as PCHs foram incentivadas no momento da sua regulamentação.

É notória a ausência de pesquisas que abordem o desenvolvimento de ferramentas para a operação de PCHs de forma ótima ou eficiente. Com o advento da inteligência computacional, a barreira de elevados custos computacionais para solucionar problemas, que necessitam de uma resposta rápida foi vencida. É importante ressaltar que comparações entre os métodos tradicionais de otimização, também conhecidos como métodos exatos, e os métodos heurísticos, são sempre difíceis e até mesmo impróprias. Deve-se discutir o tipo de problema que se espera resolver e o quão próximo do ótimo a solução é aceitável e a que custo.

A operação de PCHs com as novas regras de mercado e marcos regulatórios, deve ser encarada sempre com o objetivo de maximizar a produção, respeitando as restrições ambientais e técnicas. Ao fazer um paralelo destas regras com o ganho de eficiência, resultante da otimização realizada para a operação em uma semana do mês de maio, observa-se que o valor agregado de 6,367% é superior ao valor da penalidade de 5%, a qual estará sujeita a PCH que não atingir o desempenho mínimo.

Deve ser considerado ainda o fato de que existem PCHs com reservatórios que não possuem nenhuma acumulação, ou seja, operam completamente a fio d'água. Neste caso, o algoritmo de otimização pode ser aplicado na fase de projeto, para determinar a potência ótima a ser instalada e evitar a superestimação do potencial energético. Desta forma, evita-se a exposição ao risco de possíveis penalizações ao longo da concessão do empreendimento.

## 7.2 Recomendações

Este trabalho abordou o desenvolvimento e melhoria de uma técnica de otimização existente. Para tal foi feita análise dos fatores que influenciam na convergência do algoritmo. Após a determinação destes parâmetros, o algoritmo foi aplicado a um *benchmark* de funções teste para avaliar o desempenho do algoritmo. Em uma segunda etapa, o algoritmo foi aplicado a uma cascata composta por duas usinas, para a solução do problema de otimização do planejamento diário de geração.

Como sugestão para trabalhos futuros, recomenda-se avaliar os seguintes pontos:

- Aplicar o M-UPSO a problemas combinatórios, como por exemplo, ao problema do Caixeiro Viajante, para avaliar o desempenho do mesmo;
- Aplicar o M-UPSO a uma cascata complexa, com maior número de restrições técnicas e operacionais para as usinas, de forma a avaliar a qualidade da resposta e o tempo de execução do mesmo;
- Utilizar o M-UPSO para obter a solução inicial de um problema de otimização e, em segundo estágio, utilizar esta solução inicial como entrada para um modelo exato de otimização. O objetivo é verificar se é possível obter o ótimo global em tempo inferior ao tempo resultante apenas da aplicação do método exato;
- Aplicar o M-UPSO ao modelo de despacho hidrotérmico do Sistema Interligado Nacional e avaliar a qualidade da resposta frente às técnicas já utilizadas e consagradas;
- Comparar o M-UPSO com outras técnicas de Inteligência Computacional, como por exemplo: Algoritmo Genético, Recozimento Simulado, etc.;
- Combinar o M-UPSO a outra técnica, como exemplo, ao Recozimento Simulado e obter um modelo híbrido para a solução de problemas de otimização não linear, verificar se há melhora na solução.

## Referências

- ABBASPOUR, K.; SCHULIN, R.; GENUCHTEN, M. van. Estimating unsaturated soil hydraulic parameters using ant colony optimization. *Advances in Water Resources*, v. 24, n. 8, p. 827–841, 2001. ISSN 0309-1708. Disponível em: <[www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0309170801000185](http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0309170801000185)>.
- AMJADY, N.; SOLEYMANPOUR, H. R. Daily hydrothermal generation scheduling by a new modified adaptive particle swarm optimization technique. *Electric Power Systems Research*, v. 80, n. 6, p. 723–732, 2010.
- ANEEL. *Critérios para o enquadramento de aproveitamento hidroelétrico como PCH*. Dezembro 2003. Resolução 652 da Agência Nacional de Energia Elétrica. Disponível em: <<http://www.aneel.gov.br/cedoc/res2003652.pdf>>.
- ANEEL. *Definição das instalações de geração hidroelétricas*. Fevereiro 2011. Resolução Normativa 425 da Agência Nacional de Energia Elétrica. Disponível em: <<http://www.aneel.gov.br/cedoc/bren2011425.pdf>>.
- ANEEL. *Nota Técnica 23 - Representação de Pequenas Usinas nos Modelos Computacionais*. Abril 2011. Nota Técnica 23. Disponível em: <[http://www.aneel.gov.br/aplicacoes/audiencia/arquivo/2011/047/documento/nt\\_023\\_-\\_abertura\\_de\\_audiencia\\_publica\\_-\\_representacao\\_de\\_pequenas\\_usinas\\_nos\\_modelos\\_computacionais\\_v1.pdf](http://www.aneel.gov.br/aplicacoes/audiencia/arquivo/2011/047/documento/nt_023_-_abertura_de_audiencia_publica_-_representacao_de_pequenas_usinas_nos_modelos_computacionais_v1.pdf)>.
- ATAIE-ASHTIANI, B.; KETABCHI, H. Elitist continuous ant colony optimization algorithm for optimal management of coastal aquifers. *Water Resources Management*, v. 25, n. 1, p. 165–190, 2011.
- BABAYAN, A.; KAPELAN, Z.; SAVIC, D.; WALTERS, G. Least-cost design of water distribution networks under demand uncertainty. *Journal of Water Resources Planning and Management, ASCE*, v. 131, n. 5, p. 375–382, 2005. Disponível em: <[http://dx.doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9496\(2005\)131:5\(375\)](http://dx.doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9496(2005)131:5(375))>.
- BACK, T.; FOGEL, D.; MICHALEWICZ, Z. Evolutionary computation 1: Basic algorithms and operators. *Institute of Physics Publishing*, 2000.
- BECK, J.; SIEWIOREK, D. Simulated annealing applied to multicomputer task allocation and processor specification. In: *Parallel and Distributed Processing, 1996. Eighth IEEE Symposium*. [S.l.: s.n.], 1996. p. 232–239.
- BECKER, L.; YEH, W. W.-G. Optimization of real time operation of a multiple-reservoir system. *Journal of Water Resources Research*, v. 10, n. 6, p. 1107–11012, 1974. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1029/WR010i006p01107>>.
- BELLMAN, R. *Dynamic Programming*. [S.l.]: Princeton University Press, Princeton, NJ., 1957.



- BELLMAN, R.; HOLLAND, J.; KALABA, R. On an application of dynamic programming to the synthesis of logical systems. *Journal of the ACM (JACM)*, v. 6, n. 4, p. 486–493, 1959.
- BERGH, F.; ENGELBRECHT, A. Cooperative learning in neural networks using particle swarm optimizers. *South African Computer Journal*, v. 26, p. 84–90, 2000.
- BERGH, F. van den. *An Analysis of Particle Swarm Optimizers*. Tese (Doutorado) — Department of Computer Science, University of Pretoria, Pretoria, South Africa, 2002.
- BEZDEK, J. C. Computational intelligence defined-by everyone! In: *Computational Intelligence: Soft Computing and Fuzzy-Neuro Integration with Applications*. [S.l.]: Springer Berlin, Heidelberg, 1998, (NATO ASI Series, v. 162). p. 10–37. ISBN 978-3-642-58930-0.
- BIALEK, W.; CAVAGNA, A.; GIARDINA, I.; MORA, T.; SILVESTRI, E.; VIALE, M.; WALCZAK, A. M. Statistical mechanics for natural flocks of birds. *Proceedings of the National Academy of Science of the United States of America*, p. 1–14, June 2011.
- BLACKWELL, T. Swarm in dynamic environments. In: *Genetic and Evolutionary Computation Conference – GECCO 2003*. [S.l.: s.n.], 2003. p. 1–12. GECCO 2003, Chicago, Estados Unidos.
- BONABEAU, E.; DORIGO, M.; THERAULAZ, G. *Swarm Intelligence: From Natural to Artificial Systems*. New York: Oxford University Press, 1999.
- BONISSONE, P.; CHEN, Y.-T.; GOEBEL, K.; KHEDKAR, P. Hybrid soft computing systems: industrial and commercial applications. *Proceedings of the IEEE*, v. 87, n. 9, p. 1641–1667, sep 1999. ISSN 0018-9219.
- BRASIL. *Regulamentação do Mercado de Energia*. Julho 2000. Decreto 3653 da Presidência da República. Disponível em: <[http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/decreto/D3653.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/decreto/D3653.htm)>.
- BRASIL. *Instituição do PROINFA*. Março 2004. Decreto 5025 da Presidência da República. Disponível em: <<http://www.aneel.gov.br/cedoc/dec20045025.pdf>>.
- BRENDECKE, C. M.; DEOREO, W. B.; PAYTON, E. A.; ROZAKLIS, L. T. Network models of water rights and system operations. *Journal of Water Resources Planning and Management*, v. 115, n. 5, p. 684–696, 1989. Disponível em: <[http://dx.doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9496\(1989\)115:5\(684\)](http://dx.doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9496(1989)115:5(684))>.
- BUTCHER, W. S. Stochastic dynamic programming for optimum reservoir operation. *JAWRA, Journal of the American Water Resources Association*, v. 7, n. 1, p. 115–123, 1971. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1111/j.1752-1688.1971.tb01683.x>>.
- CAI, X.; MCKINNEY, D. C.; LASDON, L. S. Solving nonlinear water management models using a combined genetic algorithm and linear programming approach. *Advances in Water Resources*, v. 24, n. 6, p. 667–676, 2001. Disponível em: <[http://dx.doi.org/10.1016/S0309-1708\(00\)00069-5](http://dx.doi.org/10.1016/S0309-1708(00)00069-5)>.
- CAIRONI, P. V. C.; DORIGO, M. Training and delayed reinforcements in Q-learning agents. *International Journal of Intelligent Systems*, v. 12, n. 10, p. 695–724, 1997.

- CAMPANA, E. F.; FASANO, G.; PINTO, A. Particle swarm optimization: dynamic system analysis for parameter selection in global optimization frameworks. *INSEAN*, n. 203, 2005. Italy.
- CHANG, L.; CHANG, F. Intelligent control for modelling of real-time reservoir operation. *Hydrological Processes*, v. 15, n. 9, p. 1621–1634, 2001.
- CHAU, K.-W. A split-step particle swarm optimization algorithm in river stage forecasting. *Journal of Hydrology*, v. 346, n. 3-4, p. 131–135, 2007. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.jhydrol.2007.09.004>>.
- CHEN, C.-H.; CHEN, Y.-P. Convergence time analysis of particle swarm optimization based on particle interaction. *Advances in Artificial Intelligence*, v. 2011, n. ID 204750, p. 1–7, December 2011. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1155/2011/204750>>.
- CHEN, C.-H.; TING, C.-J.; CHANG, P.-C. Applying a hybrid ant colony system to the vehicle routing problem. In: *Computational Science and Its Applications – ICCSA 2005*. Springer Berlin, Heidelberg, 2005, (Lecture Notes in Computer Science, v. 3483). p. 817–817. ISBN 978-3-540-25863-6. Disponível em: <[http://dx.doi.org/10.1007/11424925\\_45](http://dx.doi.org/10.1007/11424925_45)>.
- CHRISTENSEN, S.; OPPACHER, F. What can we learn from no free lunch? a first attempt to characterize the concept of a searchable function. *Genetic and Evolutionary Computation Conference*, San Francisco, California, v. 10, n. 3:263-282, p. 1219–1226, June 2001.
- CHU, W.; YEH, W.-G. A nonlinear programming algorithm for real-time hourly reservoir operations. *JAWRA, Journal of the American Water Resources Association*, Blackwell Publishing Ltd, v. 14, n. 5, p. 1048–1063, 1978. ISSN 1752-1688. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1111/j.1752-1688.1978.tb02245.x>>.
- CIENIAWSKI, S. E.; EHEART, J. W.; RANJITHAN, S. Using genetic algorithms to solve a multiobjective groundwater monitoring problem. *Water Resources Research*, v. 31, n. 2, p. 399–409, 1995. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1029/94WR02039>>.
- CLERC, M. The swarm and the queen: towards a deterministic and adaptive particle swarm optimization. In: *Congress on Evolutionary Computation*. [s.n.], 1999. v. 3, p. 1951–1957. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1109/CEC.1999.785513>>.
- CLERC, M.; KENNEDY, J. The particle swarm - explosion, stability, and convergence in a multidimensional complex space. *Evolutionary Computation, IEEE Transactions on*, v. 6, n. 1, p. 58–73, feb 2002. ISSN 1089-778X. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1109/4235.985692>>.
- COLORNI, A.; DORIGO, M.; MANIEZZO, V. Il "modello formiche- un approccio distribuito ai problemi di ottimizzazione combinatoria. In: *Annual Conference Operational Research Society of Italy Operations Research and Knowledge-Based Models and Systems*. Riva del Garda, Italy: [s.n.], 1991.
- CORMEN, T. H.; LEISERSON, C. E.; STEIN, R. L. R. C. *Introduction to Algorithms*. [S.l.]: MIT Press, 2001. The MIT Press; 2nd edition (September 1, 2001). ISBN 0-262-03293-7.

- CUNHA, M. C.; SOUSA, J. Water distribution network design optimization:simulated annealing approach. *Journal of Water Resources Management*, v. 125, n. 4, p. 215–221, 1999.
- CUNHA, M. da C. On solving aquifer management problems with simulated annealing algorithms. *Journal of Water Resources Management*, Springer Netherlands, v. 13, p. 153–170, 1999. ISSN 0920-4741. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1023/A:1008149626428>>.
- DANTZIG, G. B. Linear programming. *Operations Research*, v. 50, n. 1, p. 42–47, 2002.
- DAOHUI, Y.; GUANGWEN, M.; GUO, X.; TU, Y.; CHEN, J. Application of particle swarm optimization technique to optimal operation of hydropower station. *Journal of Hydroelectric Engineering*, v. 25, n. 5, p. 5–7, 2006.
- DÍAZ, G. E.; FONTANE, D. G. Hydropower optimization via sequential quadratic programming. *Water Resources Research*, v. 115, n. 6, p. 715–734, 1989. Disponível em: <[http://dx.doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9496\(1989\)115:6\(715\)](http://dx.doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9496(1989)115:6(715))>.
- DORFMAN, R. *Mathematical models: The multi-structure approach*. [S.l.: s.n.], 1962. Design of water resources systems, ed. by A. Maass, Harvard University Press, Cambridge, MA.
- DORIGO, M.; GAMBARDELLA, L. M. Ant Colony System: A cooperative learning approach to the traveling salesman problem. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, v. 1, n. 1, p. 53–66, 1997. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1109/4235.585892>>.
- DORIGO, M.; MANIEZO, V.; COLORNI, A. The ant system: Optimization by a colony of cooperating ants. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, n. Partb, p. 1–13, 1996.
- DORIGO, M.; STÜTZLE, T. *Ant Colony Optimization*. Cambridge - MA: MIT Press, 2004.
- DOUGHERTY, D.; MARRYOT, R. Optimal ground water management, 1. simulated annealing. *Water Resources Research*, v. 27, n. 10, p. 2493–2508, 1991.
- DOWSLAND, K. *Modern Heuristic Techniques for Combinatorial Problems - Simulated annealing*. [S.l.]: C.R. Reeves, 1993. 20-69 p. BlackWell, 1993, London.
- DUDLEY, N.; HOWELL, D.; MUSGRAVE, W. Optimal intraseasonal irrigation water allocation. *Water Resources Research*, v. 7, n. 4, p. 770–788, 1971.
- DUDLEY, N.; MUSGRAVE, W.; HOWELL, D. Irrigation planning, 3, the best size of irrigation area for a reservoir. *Water Resources Research*, v. 8, n. 1, p. 7–17, 1972.
- DUREN, F. K.; BEARD, L. R. Optimizing flood control allocation for a multipurpose reservoir. *JAWRA, Journal of the American Water Resources Association*, Blackwell Publishing Ltd, v. 8, n. 4, p. 735–744, 1972. ISSN 1752-1688. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1111/j.1752-1688.1972.tb05215.x>>.

- EBERHART, R.; SHI, Y. A modified particle swarm optimizer. In: *IEEE World Congress on Computational Intelligence, IEEE Press*. [S.l.: s.n.], 1998. p. 1951–1957.
- EBERHART, R.; SHI, Y. A modified particle swarm optimizer. In: *Proceedings of the IEEE Congress on Evolutionary Computation, NJ - IEEE Press*. [S.l.: s.n.], 1998. p. 303–308.
- EBERHART, R.; SHI, Y. Comparing inertia weights and constriction factors in particle swarm optimization. In: *Evolutionary Computation, 2000. Proceedings of the 2000 Congress on*. [s.n.], 2000. v. 1, p. 84–88. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1109/CEC.2000.870279>>.
- EISEL, L. Chance constrained reservoir model. *Journal of Water Resources Research*, v. 8, n. 2, p. 339–347, 1972. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1029/WR008i002p00339>>.
- ESAT, V.; HALL, M. *Water resources system optimization using genetic algorithms*. 1994. 1st International Conference on Hydroinformatics. Balkema, Rotterdam, pp. 225-231.
- FARIA, M. M. *Compartimentação Geomorfológica e Morfometria da Bacia do Rio Pomba - MG/RJ*. dezembro 2009. Monografia apresentada ao Curso de Geografia da Universidade Federal de Viçosa - MG.
- FARMANI, R.; WALTERS, G. A.; SAVIC, D. A. Trade-off between total cost and reliability for anytown water distribution network. *Journal of Water Resources Planning and Management, ASCE*, v. 131, n. 3, p. 161–171, 2005.
- FULTS, D.; HANCOCK, L. Optimal operations models for shasta-trinity system. *Journal of the Hydraulic Division, ASCE*, v. 98, n. HY9, p. 1497–1514, 1972.
- GAING, Z.-L. Particle swarm optimization to solving the economic dispatch considering the generator constraints. *IEEE Transactions on Power System*, v. 18, n. 3, p. 1187–1195, 2003. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1109/TPWRS.2003.814889>>.
- GAMBARDELLA, L. M.; TAILLARD, E. D.; DORIGO, M. Ant colonies for the quadratic assignment problem. *Journal of the Operational Research Society*, v. 50, n. 2, p. 167–176, 1999.
- GILL, M. K.; KAHEIL, Y. H.; KHALIL, A.; MCKEE, M.; BASTIDAS, L. Multiobjective particle swarm optimization for parameter estimation in hydrology. *Water Resources Research*, v. 42, n. W07417, 2006. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1029/2005WR004528>>.
- GOLDBERG, D. E. *Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning*. 1. ed. [S.l.]: Addison Wesley: Reading, USA, 1989. ISBN-10:0201157675.
- GRANT, L.; VENAYAGAMOORTHY, G. Swarm intelligence for collective robotic search. In: *Design and Control of Intelligent Robotic Systems*. Springer Berlin / Heidelberg, 2009, (Studies in Computational Intelligence, v. 177). p. 29–47. ISBN 978-3-540-89932-7. Disponível em: <[http://dx.doi.org/10.1007/978-3-540-89933-4\\_2](http://dx.doi.org/10.1007/978-3-540-89933-4_2)>.

GUO, Q.-J.; YU, H.-B.; XU, A.-D. A hybrid pso-gd based intelligent method for machine diagnosis. *Digital Signal Processing*, v. 16, n. 4, p. 402–418, 2006. ISSN 1051-2004. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.dsp.2005.12.004>>.

GUO, W.; WANG, H. Optimal operation of three gorges reservoir based on ant colony algorithm. In: *Intelligent Computing and Cognitive Informatics (ICICCI), 2010 International Conference on*. [S.l.: s.n.], 2010. p. 360–363.

GUO, W.-X.; WANG, H.-X.; XU, J.-X.; XIA, Z.-Q. Ecological operation for three gorges reservoir. *Water Science and Engineering*, v. 4, n. 2, p. 143–156, 2011.

HALL, W.; TAUXE, G.; YEH, W. An alternative procedure for the optimisation of operations for planning with multiple river multiple purpose systems. *Water Resources Research*, v. 5, n. 6, p. 1367–1372, 1969.

HEIDARI, M.; CHOW, V.; KOKOTOVIC, P.; MEREDITH, D. Discrete differential dynamic programming approach to water resources systems optimization. *Water Resources Research*, v. 7, n. 2, p. 273–282, 1971.

HOLLAND, J. *Adaptation in Natural and Artificial Systems*. 1975. University of Michigan Press, 1975.

HONG, W.-C. Rainfall forecasting by technological machine learning models. *Applied Mathematics and Computation*, v. 200, n. 1, p. 41–57, 2008. ISSN 0096-3003. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.amc.2007.10.046>>.

HOUCK, M.; COHON, J.; REVELLE, C. Linear decision rule in reservoir design and management:6. incorporation of economic efficiency benefits and hydroelectric energy generation. *Water Resources Research*, n. 1, p. 196–200, 1980.

HUANG, W.-C.; YUAN, L.-C.; LEE, C.-M. Linking genetic algorithms with stochastic dynamic programming to the long-term operation of a multireservoir system. *Water Resources Research*, v. 38, n. 12, p. 104–1313, 2002. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1029/2001WR001122>>.

HUANG, X.; JI, C.; PEI, Z. Chaotic particle swarm optimization algorithm with niche and its application in cascade hydropower reservoirs operation. In: *Proceedings of the 2009 International Conference on Artificial Intelligence and Computational Intelligence*. Washington, DC, USA: IEEE Computer Society, 2009. (AICI09, v. 1), p. 568–572. ISBN 978-0-7695-3816-7.

ILICH, N.; SIMONOVIC, S. Evolutionary algorithm for minimization of pumping cost. *Journal of Computing in Civil Engineering, ASCE*, v. 12, n. 4, p. 232–240, 1998.

JACOBS, J. et al. Socrates: A system for scheduling hydroelectric generation under uncertainty. *Annals of Operations Research*, n. 59, p. 99–133, 1995.

JACOBSEN, D.; MAYNE, D. Differential dynamic programming. *American Elsevier*, 1970. Elsevier, New York, NY.

- JANSON, S.; MIDDENDORF, M. A hierarchical particle swarm optimizer for dynamic optimization problems. In: *Applications of Evolutionary Computing*. Springer Berlin / Heidelberg, 2004, (Lecture Notes in Computer Science, v. 3005). p. 513–524. ISBN 978-3-540-21378-9. Disponível em: <[http://dx.doi.org/10.1007/978-3-540-24653-4\\_52](http://dx.doi.org/10.1007/978-3-540-24653-4_52)>.
- JOTHIPRAKASH, V.; SHANTHI, G. Single reservoir operating policies using genetic algorithm. *Water Resources Management*, Springer Netherlands, v. 20, p. 917–929, 2006. ISSN 0920-4741. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1007/s11269-005-9014-y>>.
- KAPELAN, Z. S.; SAVIC, D. A.; WALTERS, G. A. Multiobjective sampling design for water distribution model calibration. *Journal of Water Resources Planning and Management, ASCE*, v. 129, n. 6, p. 466–479, 2003. Disponível em: <[http://dx.doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9496\(2003\)129:6\(466\)](http://dx.doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9496(2003)129:6(466))>.
- KARAMOUZ, M.; VASILIADIS, H. V. Bayesian stochastic optimization of reservoir operation using uncertain forecasts. *Water Resources Research*, v. 28, n. 5, p. 1221–1232, 1992. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1029/92WR00103>>.
- KARMAKAR, N. K. A new polynomial-time algorithm for linear programming. *Combinatorica*, Springer-Verlag New York, Inc., Secaucus, NJ, USA, v. 4, p. 373–395, December 1984. ISSN 0209-9683.
- KAVISKI, E.; CUNHA, L. M. da; LAMBROS, D.; GARCIA, C. S. Parametrização de curvas de intensidade de precipitação pelo método de recozimento simulado. In: *XVII Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos*. [S.l.: s.n.], 2007.
- KAVISKI, E.; PRADO, A. L.; CUMIN, L. M. G. Solução de sistemas de equações não-lineares pelo método do recozimento simulado. In: *XXXI CNMAC*. [S.l.: s.n.], 2008. Anais do XXXI Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional, Belém - PA.
- KELMAN, J.; STEDINGER, J. R.; COOPER, L. A.; HSU, E.; YUAN, S.-Q. Sampling stochastic dynamic programming applied to reservoir operation. *Water Resources Research*, v. 26, n. 3, p. 447–454, 1990. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1029/WR026i003p00447>>.
- KENNEDY, J. Bare bones particle swarms. In: *Swarm Intelligence Symposium, 2003. SIS '03. Proceedings of the 2003 IEEE*. [s.n.], 2003. p. 80–87. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1109/SIS.2003.1202251>>.
- KENNEDY, J.; EBERHART, R. *Swarm Intelligence*. San Francisco, CA: Morgan Kaufmann Publishers, 2001. ISBN 1-55860-595-9.
- KENNEDY, J.; EBERHART, R. C. Particle swarm optimization. In: . [S.l.]: Proc. IEEE, 1995. p. 1942–1948. International Conference on Neural Networks (Perth, Australia), IEEE Service Center, Piscataway, NJ, pp. IV:.
- KHALIQUZZAMAN; CHANDER, S. Network flow programming model for multireservoir sizing. *Journal of Water Resources Planning and Management*, v. 123, n. 1, p. 15–22, 1997. Disponível em: <[http://dx.doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9496\(1997\)123:1\(15\)](http://dx.doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9496(1997)123:1(15))>.

- KHU, S. T.; MADSEN, H. Multiobjective calibration with pareto preference ordering: An application to rainfall-runoff model calibration. *Water Resources Research*, v. 41, n. 3, 2005. W03004. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1029/2004WR003041>>.
- KIRKPATRICK, S.; GELATT, C.; VECCHI, M. Optimization by simulated annealing. *American Association for the Advancement of Science*, v. 220, n. 4598, p. 671–680, 1983.
- KOLLAT, J.; REED, P. Comparing state-of-the-art evolutionary multi-objective algorithms for long-term groundwater monitoring design. *Advances in Water Resources*, v. 29, n. 6, p. 792–807, 2006. ISSN 0309-1708.
- KUMAR, D.; REDDY, M. Ant colony optimization for multi-purpose reservoir operation. *Water Resources Management*, Springer Netherlands, v. 20, p. 879–898, 2006. ISSN 0920-4741. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1007/s11269-005-9012-0>>.
- KUMAR, D. N.; BALIARSINGH, F. Folded dynamic programming for optimal operation of multireservoir system. *Water Resources Management*, Springer Netherlands, v. 17, p. 337–353, 2003. ISSN 0920-4741. 10.1023/A:1025894500491. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1023/A:1025894500491>>.
- KUMAR, D. N.; RAJU, K. S.; ASHOK, B. Optimal reservoir operation for irrigation of multiple crops using genetic algorithms. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, v. 132, n. 2, p. 123–129, 2006. Disponível em: <[http://dx.doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9437\(2006\)132:2\(123\)](http://dx.doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9437(2006)132:2(123))>.
- LABADIE, J. W. Optimal operation of multi reservoir systems: state-of-the-art review. *Journal of Water Resources Planning and Management*, v. 130, n. 93, p. 93–111, 2004. Disponível em: <[http://dx.doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9496\(2004\)130:2\(93\)](http://dx.doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9496(2004)130:2(93))>.
- LAGE, E. *Física Estatística*, 1995. Fundação Calouste Gulbenkian, Lisboa.
- LALL, U.; MILLER, C. W. An optimization model for screening multipurpose reservoir systems. *Water Resources Research*, v. 24, n. 7, p. 953–968, 1988. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1029/WR024i007p00953>>.
- LARSON, R. State increment dynamic programming. *American Elsevier*, 1968. American Elsevier, New York (1968) American Elsevier, New York (1967).
- LARSON, R.; KORSAK, A. A dynamic programming successive approximations technique with convergence proofs. *Automatica*, v. 6, n. 2, p. 245–252, 1970. ISSN 0005-1098. Disponível em: <[http://dx.doi.org/10.1016/0005-1098\(70\)90095-6](http://dx.doi.org/10.1016/0005-1098(70)90095-6)>.
- LEE, E.; WAZIRUDDIN, S. Applying gradient projection and conjugate gradient to the optimum operation of reservoirs. *JAWRA, Journal of the American Water Resources Association*, Blackwell Publishing Ltd, v. 6, n. 5, p. 713–724, 1970. ISSN 1752-1688. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1111/j.1752-1688.1970.tb01616.x>>.
- LI, X. Better spread and convergence: Particle swarm multiobjective optimization using the maximin fitness function. In: DEB, K. (Ed.). *Genetic and Evolutionary Computation – GECCO 2004*. Springer Berlin / Heidelberg, 2004, (Lecture Notes in Computer Science, v. 3102). p. 117–128. ISBN 978-3-540-22344-3. Disponível em: <[http://dx.doi.org/10.1007/978-3-540-24854-5\\_11](http://dx.doi.org/10.1007/978-3-540-24854-5_11)>.

- LIANG, J.; SUGANTHAN, P.; DEB, K. Novel composition test functions for numerical global optimization. In: *Swarm Intelligence Symposium, 2005. SIS 2005. Proceedings 2005 IEEE*. [S.l.: s.n.], 2005. p. 68–75.
- LITTLE, J. D. C. The use of storage water in a hydroelectric system. *Operations Research Society of America*, v. 3, n. 2, p. 187–197, 1955. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1287/opre.3.2.187>>.
- LOUCKS, D.; STEDINGER, J. R.; HAITH, D. A. *Water Resources Systems Planning and Analysis*. [S.l.]: Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J, 1981. 559 p.
- LOUCKS, D. P. Some comments on linear decision rules and chance constraints. *Journal of Water Resources Research*, v. 6, n. 2, p. 668–671, 1970. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1029/WR006i002p00668>>.
- LOUCKS, D. P.; DORFMAN, P. J. An evaluation of some linear decision rules in chance-constrained models for reservoir planning and operation. *Journal of Water Resources Research*, v. 11, n. 6, p. 777–782, 1975. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1029/WR011i006p00777>>.
- LUND, J. R.; FERREIRA, I. Operating rule optimization for missouri river reservoir system. *Journal of Water Resources Planning and Management*, v. 122, n. 4, p. 287–295, 1996. Disponível em: <[http://dx.doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9496\(1996\)122:4\(287\)](http://dx.doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9496(1996)122:4(287))>.
- M.; BASU. A simulated annealing-based goal-attainment method for economic emission load dispatch of fixed head hydrothermal power systems. *International Journal of Electrical Power*, v. 2, p. 147–153, 2005. ISSN 0142-0615.
- MA, X. Analysis on optimal operation of hydropower station based on cultural particle swarm optimization algorithm. In: *Information Engineering and Electronic Commerce (IEEC), 2010 2nd International Symposium*. [S.l.: s.n.], 2010. p. 1–4.
- MA, X.; CHU, D. Application analysis on reservoir operation by particle swarm optimization. *Journal of Zhengzhou University (Engineering Science)*, v. 27, n. 4, p. 121–124, 2006.
- MADADGAR, S.; AFSHAR, A. An improved continuous ant algorithm for optimization of water resources problems. *Water Resources Management*, v. 23, n. 10, p. 2119–2139, 2009.
- MAIER, H. R.; SIMPSON, A. R.; ZECCHIN, A. C.; FOONG, W. K.; PHANG, K. Y.; SEAH, H. Y.; TAN, C. L. Ant colony optimization for design of water distribution systems. *Journal of Water Resources Planning and Management, ASCE*, v. 129, n. 3, p. 200–209, 2003. Disponível em: <[http://dx.doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9496\(2003\)129:3\(200\)](http://dx.doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9496(2003)129:3(200))>.
- MANTAWY, A.; SOLIMAN, S.; EL-HAWARY, M. An innovative simulated annealing approach to the long-term hydroscheduling problem. *International Journal of Electrical Power*, v. 25, n. 1, p. 41–46, 2003. ISSN 0142-0615.
- MARIÑO, M.; MOHAMMADI, B. Reservoir management: A reliability programming approach. *Journal of Water Resources Research*, v. 19, n. 3, p. 613–620, 1983. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1029/WR019i003p00613>>.



- MARTIN, Q. W. Optimal daily operation of surface water systems. *Journal of Water Resources Planning and Management*, v. 113, n. 4, p. 453–470, 1987. Disponível em: <[http://dx.doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9496\(1987\)113:4\(453\)](http://dx.doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9496(1987)113:4(453))>.
- MCKINNEY, D. C.; LIN, M.-D. Genetic algorithm solution of groundwater management models. *Water Resources Research*, v. 30, n. 6, p. 1897–1906, 1994. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1029/94WR00554>>.
- MENDES, R.; KENNEDY, J.; NEVES, J. The fully informed particle swarm: simpler, maybe better. *Evolutionary Computation, IEEE Transactions on*, v. 8, n. 3, p. 204–210, june 2004. ISSN 1089-778X. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1109/TEVC.2004.826074>>.
- METROPOLIS, N.; ROSENBLUTH, A. W.; ROSENBLUTH, M. N.; TELLER, A. H.; TELLER, E. Equation of state calculations by fast computing machines. *The Journal of Chemistry Physics*, v. 21, n. 6, 1953. 1087.
- MICHALEWICZ, Z. *Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs*. 3. ed. [S.l.]: Springer, 1998. ISBN-10: 3540606769.
- MOEINI, R.; AFSHAR, M. Application of an ant colony optimization algorithm for optimal operation of reservoirs - a comparative study of three proposed formulations. *Scientia Iranica, Transaction A, Civil Engineering*, v. 16, n. 4, p. 273–285, 2009.
- MOHAN, S.; RAIPURE, D. Multiobjective analysis of multireservoir system. *Journal of Water Resources Planning and Management*, v. 118, n. 4, p. 356–370, 1992.
- MORIN, T. L.; ESOGBUE, A. M. The imbedded state space approach to reducing dimensionality in dynamic programs of higher dimensions. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, v. 48, n. 3, p. 801–810, 1974. Disponível em: <[http://dx.doi.org/10.1016/0022-247X\(74\)90154-1](http://dx.doi.org/10.1016/0022-247X(74)90154-1)>.
- MUJUMDAR, P.; RAMESH, T. S. V. Real-time reservoir operation for irrigation. *Water Resources Research*, v. 33, n. 5, p. 1157–1164, 1997. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1029/96WR03907>>.
- MULETA, M. K.; NICKLOW, J. W. Decision support for watershed management using evolutionary algorithms. *Water Resources Research*, v. 131, n. 1, p. 35–44, 2005. Disponível em: <[http://dx.doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9496\(2005\)131:1\(35\)](http://dx.doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9496(2005)131:1(35))>.
- NAYAK, S. C.; ARORA, S. R. Optimal capacities for a multireservoir system using the linear decision rule. *Journal of Water Resources Research*, v. 7, n. 3, p. 485–498, 1971. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1029/WR007i003p00485>>.
- OLIVEIRA, A. C. *Uso do Algoritmo Genético e Recozimento Simulado para o Problema de Alocação de Salas*. 2006. Universidade Federal de Lavras. Departamento de Ciência da Computação.
- OLIVEIRA, R.; LOUCKS, D. P. Operating rules for multireservoir systems. *Water Resources Research*, v. 33, n. 4, p. 839–852, 1997. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1029/96WR03745>>.

- OZACN, E.; MOHAN, C. K. Analysis of a simple "pso system". *Intelligent Engineering Systems Through Artificial Neural Networks*, v. 8, p. 253–258, October 1998.
- PALMER, R. N.; HOLMES, K. J. Operational guidance during droughts: Expert system approach. *Journal of Water Resources Planning and Management*, v. 114, n. 6, p. 647–666, 1988. Disponível em: <[http://dx.doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9496\(1988\)114:6\(647\)](http://dx.doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9496(1988)114:6(647))>.
- PAPADIMITRIOU, C. H.; STEIGLITZ, K. *Combinatorial Optimization - algorithms and complexity*. 31 East 2nd Street, Mineola, N.Y 11501: Dover Publications, Inc, 1998. ISBN 0-486-40258-4.
- PARK, J.-B.; JEONG, Y.-W.; LEE, W.-N.; SHIN, J.-R. An improved particle swarm optimization for economic dispatch problems with non-smooth cost functions. In: *Power Engineering Society General Meeting, 2006. IEEE*. [s.n.], 2006. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1109/PES.2006.1709300>>.
- PARK, J.-B.; LEE, W.-N.; SHIN, J.-R.; LEE, K. Y. A particle swarm optimization for economic dispatch with nonsmooth cost functions. v. 20, n. 1, p. 34–42, 2005.
- PARSOPOULOS, K.; VRAHATIS, M. Recent approaches to global optimization problems through particle swarm optimization. Kluwer Academic Publishers, Hingham, MA, USA, v. 1, p. 235–306, June 2002. ISSN 1567-7818.
- PARSOPOULOS, K.; VRAHATIS, M. "upso": A unified particle swarm optimization scheme. In: *Proceedings of the International Conference of Computational Methods in Sciences and Engineering (ICCMSE 2004): VSP International Science Publishers, Zeist, The Netherlands*. [S.l.: s.n.], 2004. v. 1, p. 868–873.
- PENG, Y. An improved artificial fish swarm algorithm for optimal operation of cascade reservoirs. *Journal of Computers*, v. 6, n. 4, April 2011.
- PEREIRA, M. V. F.; PINTO, L. Stochastic optimization of a multireservoir hydroelectric system: A decomposition approach. *Water Resources Research*, v. 21, 1985.
- PONNAMBALAM, K.; KARRAY, F.; MOUSAVI, S. J. Minimizing variance of reservoir systems operations benefits using soft computing tools. *Fuzzy Sets and Systems*, v. 139, n. 2, p. 451–461, 2003. ISSN 0165-0114.
- PRASAD, T.; PARK, N. Multiobjective genetic algorithms for design of water distribution networks. *Journal of Water Resources Planning and Management, ASCE*, v. 130, n. 1, p. 73–82, 2004.
- PRESS, W.; TEUKOLSKY, W. V. S.; FLANNERY, B. *Numerical Recipes in C: The Art of Scientific Computing*. [S.l.: s.n.], 1992. 444-457 p. Second Edition, New York: Cambridge University Press.
- PUGH, J.; MARTINOLI, A.; ZHANG, Y. Particle swarm optimization for unsupervised robotic learning. In: *IEEE Swarm Intelligence Symposium*. [S.l.: s.n.], 2005. p. 92–99.
- QIN, Y.-Q.; SUN, D.-B.; LI, N.; CEN, Y.-G. Path planning for mobile robot using the particle swarm optimization with mutation operator. In: *Proceedings of the Third International Conference on Machine Learning and Cybernetics*. [S.l.: s.n.], 2004. p. 2473–2478.

RANDALL, D.; HOUCK, M. H.; WRIGHT, J. R. Drought management of existing water supply system. *Journal of Water Resources Planning and Management*, v. 116, n. 1, p. 1–20, 1990. Disponível em: <[http://dx.doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9496\(1990\)116:1\(1\)](http://dx.doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9496(1990)116:1(1))>.

REDDY, M. J.; KUMAR, D. N. Optimal reservoir operation for irrigation of multiple crops using elitist-mutated particle swarm optimization. *Hydrological Sciences Journal*, v. 52, n. 4, p. 686–701, 2007a. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1623/hysj.52.4.686>>.

REDDY, M. J.; KUMAR, D. N. Multi-objective particle swarm optimization for generating optimal trade-offs in reservoir operation. *Hydrological Processes*, John Wiley and Sons, Ltd., v. 21, n. 21, p. 2897–2909, 2007b. ISSN 1099-1085.

REED, P.; MINSKER, B. S. Striking the balance: Long-term groundwater monitoring design for conflicting objectives. *Journal of Water Resources Planning and Management, ASCE*, v. 130, n. 2, p. 140–149, 2004. Disponível em: <[http://dx.doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9496\(2004\)130:2\(140\)](http://dx.doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9496(2004)130:2(140))>.

REED, P.; MINSKER, B. S.; GOLDBERG, D. E. Simplifying multiobjective optimization: An automated design methodology for the nondominated sorted genetic algorithm-ii. *Water Resources Research*, v. 39, n. 7, p. 1196–1201, 2003. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1029/2002WR001483>>.

REED, P. M.; MINSKER, B. S.; GOLDBERG, D. E. A multiobjective approach to cost effective long-term groundwater monitoring using an elitist nondominated sorted genetic algorithm with historical data. *Journal of Hydroinformatics*, v. 3, n. 2, p. 71–89, 2001.

RITZEL, B. J.; EHEART, J. W.; RANJITHAN, S. Using genetic algorithms to solve a multiple objective groundwater pollution containment problem. *Water Resources Research*, v. 30, n. 5, p. 1589–1603, 1994. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1029/93WR03511>>.

ROSENTHAL, R. E. A nonlinear network flow algorithm for maximization of benefits in a hydroelectric power system. *Operations Research*, v. 29, n. 4, p. 763–786, 1981.

RUI, J.; LIANG, W.; CHEN, S. Application of particle swarm algorithm to middle-long term optimal dispatch of hydropower station. *Hydropower Energy and Science*, v. 25, n. 5, p. 99–101, 2007.

SAVIC, D. A.; WALTERS, G. A. Genetic algorithms for least-cost design of water distribution networks. *Journal of Water Resources Planning and Management*, v. 123, n. 2, p. 67–77, 1997. Disponível em: <[http://dx.doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9496\(1997\)123:2\(67\)](http://dx.doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9496(1997)123:2(67))>.

SCHWEIG, Z.; COLE, J. A. Optimal control of linked reservoirs. *Water Resources Research*, v. 4, n. 3, p. 479–497, 1968. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1029/WR004i003p00479>>.

SHARIF, M.; WARDLAW, R. Multi reservoir systems optimization using genetic algorithms. *Journal of Computing in Civil Engineering, ASCE*, v. 14, n. 1, p. 255–263, 2000.

SHOURIAN, M.; MOUSAVI, S.; TAHERSHAMSI, A. Basin-wide water resources planning by integrating pso algorithm and modsim. *Water Resources Management*, Springer Netherlands, v. 22, p. 1347–1366, 2008. ISSN 0920-4741. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1007/s11269-007-9229-1>>.

SILVA, E. L. *Formação de Preços em Mercados de Energia Elétrica*. [S.l.: s.n.], 2001. Ed. Sagra Luzzatto, Porto Alegre, RS.

SIMPSON, A.; DANDY, G.; MURPHY, L. Genetic algorithms compared to other techniques for pipe optimization. *Journal of Water Resources Planning and Management, ASCE*, v. 120, n. 4, p. 423–443, 1994.

SOROOSHIAN, S.; DUAN, Q.; GUPTA, V. K. Calibration of rainfall-runoff models: Application of global optimization to the sacramento soil moisture accounting model. *Water Resources Research*, v. 29, n. 4, p. 1185–1194, 1993.

STEDINGER, J. R.; SULE, B. F.; LOUCKS, D. P. Stochastic dynamic programming models for reservoir operation optimization. *Water Resources Research*, v. 20, n. 11, p. 1499–1505, 1984. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1029/WR020i011p01499>>.

SUN, Y.-H.; YEH, W. W.-G.; HSU, N.-S.; LOUIE, P. W. Generalized network algorithm for water-supply-system optimization. *Journal of Water Resources Planning and Management*, v. 121, n. 5, p. 392–398, 1995. Disponível em: <[http://dx.doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9496\(1995\)121:5\(392\)](http://dx.doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9496(1995)121:5(392))>.

TEEGAVARAPU, R. S. V.; SIMONOVIC, S. P. Optimal operation of reservoir systems using simulated annealing. *Journal of Water Resources Management*, Springer Netherlands, v. 16, p. 401–428, 2002. ISSN 0920-4741. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1023/A:1021993222371>>.

TEEGAVARAPU, T.; SIMONOVIC, S. Short-term operation model for coupled hydropower reservoirs. *Journal of Water Resources Planning and Management*, v. 126, n. 2, p. 98–106, 2000.

TEJADA-GUIBERT, J.; JOHNSON, S. A.; STEDINGER, J. R. Comparison of two approaches for implementing multireservoir operating policies derived using dynamic programming. *Water Resources Research*, v. 29, n. 12, p. 3969–3980, 1995.

TOSPORNAMPAN, J.; KITA, I.; ISHII, M.; KITAMURA, Y. Optimization of a multiple reservoir system operation using a combination of genetic algorithm and discrete differential dynamic programming: a case study in mae klong system, thailand. *Paddy and Water Environment*, Springer Berlin, Heidelberg, v. 3, p. 29–38, 2005. ISSN 1611-2490. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1007/s10333-005-0070-y>>.

TRELEA, I. C. The particle swarm optimization algorithm: convergence analysis and parameter selection. *Information Processing Letters*, v. 85, n. 6, p. 317–325, 2003. ISSN 0020-0190. Disponível em: <[http://dx.doi.org/10.1016/S0020-0190\(02\)00447-7](http://dx.doi.org/10.1016/S0020-0190(02)00447-7)>.

TREZOS, T.; YEH, W. W.-G. Use of stochastic dynamic programming for reservoir management. *Water Resources Research*, v. 23, n. 6, p. 983–996, 1987. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1029/WR023i006p00983>>.

TURGEON, A. Optimal operation of multireservoir power systems with stochastic inflows. *Water Resources Research*, v. 16, n. 2, p. 275–283, 1980.

VASILIADIS, H. V.; KARAMOUZ, M. Demand-driven operation of reservoirs using uncertainty-based optimal operating policies. *Journal of Water Resources Planning and Management*, v. 120, n. 1, p. 101–114, 1994. Disponível em: <[http://dx.doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9496\(1994\)120:1\(101\)](http://dx.doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9496(1994)120:1(101))>.

VEDULA, S.; MOHAN, S. Real-time multipurpose reservoir operation: a case study - exploitation en temps réel d'un reservoir à buts multiples: étude d'un cas. *Hydrological Sciences Journal*, v. 35, n. 4, p. 447–462, 1990.

VEDULA, S.; MUJUMDAR, P. Optimal reservoir operation for irrigation of multiple crops. *Water Resources Research*, v. 28, n. 1, p. 1–9, 1992. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1029/91WR02360>>.

VIOT, J. *Otimização por Enxame de Partículas com Congregação Passiva Seletiva*. Tese (Doutorado) — UFRJ/COPPE, março 2010. Tese (doutorado) – UFRJ/ COPPE/ Programa de Engenharia Civil, 2010.

VRUGT, J. A.; GUPTA, H. V.; BASTIDAS, L. A.; BOUTEN, W.; SOROOSHIAN, S. Effective and efficient algorithm for multiobjective optimization of hydrologic models. *Water Resources Research*, v. 39, n. 8, p. 1214–1233, 2003. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1029/2002WR001746>>.

WANG, W.; QIU, L. Optimal reservoir operation using pso with adaptive random inertia weight. In: *Artificial Intelligence and Computational Intelligence (AICI), 2010 International Conference*. [S.l.: s.n.], 2010. v. 3, p. 377–381.

WANG, Z.; HAN, J.; PAN, W. *Operation of reservoir based on chaos ant colony algorithm*. 2009. 198-200 p. ISCID 2009 - 2009 International Symposium on Computational Intelligence and Design 1.

WARDLAW, R.; SHARIF, M. Evaluation of genetic algorithms for optimal reservoir system operation. *Journal of Water Resources Planning and Management*, v. 125, n. 25, p. 25–33, 1999. Disponível em: <[http://dx.doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9496\(1999\)125:1\(25\)](http://dx.doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9496(1999)125:1(25))>.

WOLPERT, D. H.; MACREARY, W. G. No free lunch theorems for optimization. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, v. 1, p. 67–82, 1997.

WONG, K.; WONG, Y. Short-term hydrothermal scheduling part. i. simulated annealing approach. *Generation, Transmission and Distribution, IEEE Proceedings*, v. 141, n. 5, p. 497–501, September 1994a. ISSN 1350-2360.

WONG, K.; WONG, Y. Short-term hydrothermal scheduling part. ii. parallel simulated annealing approach. *Generation, Transmission and Distribution, IEEE Proceedings*-, v. 141, n. 5, p. 502–506, September 1994b. ISSN 1350-2360.

WU, C. L.; CHAU, K. wing. *Evaluation of several algorithms in forecasting flood*. [S.l.]: Berlin:Springer, 2006. 111-116 p.

- WURBS, R. A. Reservoir-system simulation and optimization models. *Journal of Water Resources Planning and Management*, v. 119, n. 4, p. 445–472, 1993. Disponível em: <[http://dx.doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9496\(1993\)119:4\(455\)](http://dx.doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9496(1993)119:4(455))>.
- YAKOWITZ, S. Dynamic programming applications in water resources. *Water Resources Research*, v. 18, n. 4, p. 673–696, 1982. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1029/WR018i004p00673>>.
- YANG, X.-S. *Engineering Optimization: An Introduction with Metaheuristic Application*. USA: John Wiley and Sons, 2010. Hardcover, 347 pages. ISBN 978-0-470-58246-6.
- YAPO, P.; GUPTA, V.; SOORISHIAN, S. Multi-objective global optimization for hydrological models. *Journal of Hydrology*, v. 204, n. 1, p. 83–97, 1998.
- YEH, W. W.-G. Reservoir management and operation models: A state-of-the-art review. *Water Resources Research*, v. 21, n. 12, p. 1797–1818, 1985. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1029/WR021i012p01797>>.
- YU, B.; YUAN, X.; WANG, J. Short-term hydro-thermal scheduling using particle swarm optimization method. *Energy Conversion and Management*, v. 48, p. 1902–1908, 2007.
- YUAN, P.; CHANG, J.; BING, Z. Applying the inertia weight model of particle swarm optimization in reservoir flood control operation. *Journal of Sichuan University (Engineering Science Edition)*, v. 38, n. 3, p. 54–57, 2006.
- YUAN, X.; WANG, L.; YUAN, Y. Application of enhanced pso approach to optimal scheduling of hydro system. *Energy Conversion and Management*, p. 2966–2972, 2008.
- ZADEH, L. A. *Fuzzy logic and soft computing: issues, contentions and perspectives*. 1994. Iizuka, Japão, pp. 1-2.
- ZECCHIN, A.; SIMPSON, A.; MAIER, H.; NIXON, J. Parametric study for an ant algorithm applied to water distribution system optimization. *Evolutionary Computation, IEEE Transactions*, v. 9, n. 2, p. 175–191, april 2005. ISSN 1089-778X.
- ZHANG, X.; WANG, J.; DU, H.; YANG, T.; LIU, Y. A quantum particle swarm optimization used for spatial clustering with obstacles constraints. In: *Proceedings of the Intelligent computing 5th international conference on Emerging intelligent computing technology and applications*. Berlin, Heidelberg: Springer, Verlag, 2009. (ICIC'09), p. 424–433. ISBN 3-642-04019-5, 978-3-642-04019-1.
- ZHANG, Y.-Y.; HUANG, Q.; GAO, F.; SUN, X. yi. Optimal reservoir operation using a hybrid simulated annealing algorithm-genetic algorithm. In: *Bio-Inspired Computing: Theories and Applications (BIC-TA), 2010 IEEE Fifth International Conference*. [S.l.: s.n.], 2010. p. 454–458.