

ALESSANDRO ROGÉRIO BÉRGAMO SILVESTRE

**AVALIAÇÃO DE CRITÉRIOS PARA APROXIMAÇÃO DE SUPERFÍCIES
EM IMAGENS DIGITAIS UTILIZANDO MALHAS TRIANGULARES**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Informática da Universidade Federal do Paraná como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Informática.

Orientador: Prof. Dr. Hélio Pedrini

CURITIBA
2004



Ministério da Educação
Universidade Federal do Paraná
Mestrado em Informática

PARECER

Nós, abaixo assinados, membros da Banca Examinadora da defesa de Dissertação de Mestrado em Informática, do aluno *Alessandro Rogério Bérghamo Silvestre*, avaliamos o trabalho intitulado, "AVALLIAÇÃO DE CRITÉRIOS PARA APROXIMAÇÃO DE SUPERFÍCIES EM IMAGENS DIGITAIS UTILIZANDO MALHAS TRIANGULARES ", cuja defesa foi realizada no dia 27 de fevereiro de 2004, às dez horas, no Anfiteatro B do Setor de Ciências Exatas da Universidade Federal do Paraná. Após a avaliação, decidimos pela aprovação do candidato.

Curitiba, 27 de fevereiro de 2004.

Prof. Dr. Hélio Pedrini
DINF/UFPR – Orientador

Prof. Dra. Tania Mezzadri Centeno
CEFET/PR - Membro Externo

Prof. Dr. Klaus de Geus
DINF/UFPR - Membro Externo



AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar agradeço a Deus por ter me conduzido até aqui com toda saúde. Nos momentos mais difíceis, quando parecia não existir uma saída, esta força superior me proporcionava uma garra ainda maior para continuar o trabalho.

Agradeço em especial minha esposa, Cláudia, que sempre me deu força para não desistir, cuidando dos meus filhos gêmeos, Giovani e Lucas, hoje com quatro anos, para que eu pudesse me dedicar ainda mais aos estudos. Não foi fácil deixá-los sem a devida atenção de pai e amigo, nesse princípio de suas vidas, mas mesmo com o coração apertado, principalmente quando pediam: - Pai vamos brincar ! E por ter que terminar um trabalho, respondia: - Depois filho ! Portanto mais uma vez agradeço minha esposa pela paciência e dedicação a mim e meus filhos, suportando em muitas vezes minha irritabilidade com algum problema no decorrer desta jornada.

Tenho muito a agradecer, também, ao meu orientador Prof. Dr. Hélio Pedrini, pois seus ensinamentos, dedicação, amizade e principalmente as palavras de apoio e incentivo nos momentos em que pensei em desistir foram fundamentais.

Também não poderia esquecer de meus pais, irmãos, sogros e minha avó que acompanharam de perto este meu trabalho e me deram muito incentivo.

Deixo também um agradecimento do fundo do coração a todos os colegas de empresa e da universidade que me deram alguma ajuda com dicas valiosas para a continuidade dos estudos e dos diversos trabalhos desenvolvidos nas disciplinas. Quero externar meus sinceros agradecimentos ao João Paulo, companheiro de mestrado, por ser sempre prestativo e ter contribuído, bastante, principalmente na fase de execução dos experimentos, ajudando a preparar todo o ambiente de trabalho.

Agradeço também a empresa onde trabalho, Copel – Companhia Paranaense de Energia, pela cessão de um determinado tempo em horário de expediente, para que pudesse realizar parte destes estudos.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS.....	vi
LISTA DE TABELAS.....	xii
GLOSSÁRIO.....	xviii
RESUMO	xix
ABSTRACT	xx
1 INTRODUÇÃO	1
1.1 Motivação.....	2
1.2 Objetivos e Metodologia.....	4
1.3 Organização.....	5
2 MODELOS DE REPRESENTAÇÃO DE SUPERFÍCIES	6
2.1 Malhas Regulares.....	6
2.2 Malhas Hierárquicas	7
2.2.1 QUADTREES	7
2.2.2 K-D TREES.....	8
2.2.3 PIRÂMIDES	9
2.3 Malhas Irregulares.....	10
3 MÉTODOS DE TRIANGULAÇÃO	12
3.1 Triangulação de Delaunay	12
3.1.1 TRIANGULAÇÃO DE DELAUNAY COM RESTRIÇÕES.....	15
3.1.2 TRIANGULAÇÃO DE DELAUNAY COM CONFORMIDADE.....	17
3.1.3 ALGORITMOS PARA TRIANGULAÇÃO DE DELAUNAY	18
3.1.3.1 Algoritmos dividir-para-conquistar.....	19
3.1.3.2 Algoritmos de crescimento.....	21
3.1.3.3 Algoritmos incrementais.....	24
3.1.3.4 Algoritmo de varredura.....	26
3.2 Triangulação Dependente de Dados	27
3.3 Triangulação em Modelos de Multi-resolução de Superfície	28

3.3.1	MODELOS HIERÁRQUICOS	28
3.3.1.1	Modelos baseados em estruturas triangulares	29
3.3.1.2	Modelos baseados em estrutura de <i>quadtree</i>	30
3.3.2	MODELOS PIRAMIDAIS	32
4	METODOLOGIA PROPOSTA	34
4.1	Critérios para Seleção de Pontos	36
4.1.1	DISTÂNCIA MÁXIMA VERTICAL.....	36
4.1.2	CURVATURA	37
4.1.3	DISTÂNCIA MÁXIMA VERTICAL MODIFICADA.....	39
4.1.4	SOMA VERTICAL QUADRÁTICA	40
4.2	Medidas de Qualidade das Malhas	40
4.2.1	ERRO MÁXIMO.....	41
4.2.2	RAIZ DO ERRO QUADRÁTICO MÉDIO	41
4.2.3	PICO DA RELAÇÃO SINAL-RUÍDO.....	41
4.2.4	CORRELAÇÃO.....	42
4.2.5	COEFICIENTE DE JACCARD.....	42
4.2.6	VOLUME.....	43
4.2.7	FORMA DAS MALHAS TRIANGULARES.....	43
5	RESULTADOS EXPERIMENTAIS	45
5.1	Imagens de Teste	45
5.1.1	COMPARATIVO INICIAL DOS CRITÉRIOS DE SELEÇÃO DE PONTOS.....	48
5.2	Resultados dos Testes de Triangulações utilizando o Método Dependente de Dados e o Método de Delaunay.....	50
5.2.1	TABULAÇÃO DOS RESULTADOS PARA IMAGEM MOON.....	50
5.2.2	GRÁFICOS COMPARATIVOS PARA IMAGEM MOON.....	54
5.2.3	IMAGENS COMPARATIVAS PARA MOON.....	56
5.2.4	TABULAÇÃO DOS RESULTADOS PARA IMAGEM SAN_FRANCISCO-E.....	58
5.2.5	GRÁFICOS COMPARATIVOS PARA IMAGEM SAN_FRANCISCO-E.....	62

5.2.6	IMAGENS COMPARATIVAS PARA SAN_FRANCISCO-E	64
5.3	Resultados dos Testes para a Imagem Cape_Flattey-e_1Q.....	66
5.3.1	TABULAÇÃO DOS RESULTADOS PARA CAPE_FLATTERY-E_1Q.....	66
5.3.2	GRÁFICOS COMPARATIVOS PARA CAPE_FLATTERY-E_1Q	71
5.3.3	IMAGENS COMPARATIVAS PARA CAPE_FLATTERY-E_1Q.....	73
5.4	Resultados dos Testes para a Imagem Crater_Lake-w.....	77
5.4.1	TABULAÇÃO DOS RESULTADOS PARA CRATER_LAKE-W	77
5.4.2	GRÁFICOS COMPARATIVOS PARA CRATER_LAKE-W	81
5.4.3	IMAGENS COMPARATIVAS PARA CRATER_LAKE-W.....	83
5.5	Resultados dos Testes para a Imagem Emory_Peak-e.....	87
5.5.1	TABULAÇÃO DOS RESULTADOS PARA EMORY_PEAK-E	87
5.5.2	GRÁFICOS COMPARATIVOS PARA EMORY_PEAK-E	91
5.5.3	IMAGENS COMPARATIVAS PARA EMORY_PEAK-E.....	93
5.6	Resultados dos Testes para a Imagem Lena	97
5.6.1	TABULAÇÃO DOS RESULTADOS PARA LENA	97
5.6.2	GRÁFICOS COMPARATIVOS PARA LENA	101
5.6.3	IMAGENS COMPARATIVAS PARA LENA.....	103
5.7	Resultados dos Testes para a Imagem Moon.....	107
5.7.1	TABULAÇÃO DOS RESULTADOS PARA MOON	107
5.7.2	GRÁFICOS COMPARATIVOS PARA MOON	111
5.7.3	IMAGENS COMPARATIVAS PARA MOON.....	113
5.8	Resultados dos Testes para a Imagem Peppers	117
5.8.1	TABULAÇÃO DOS RESULTADOS PARA PEPPERS.....	117
5.8.2	GRÁFICOS COMPARATIVOS PARA PEPPERS.....	121
5.8.3	IMAGENS COMPARATIVAS PARA PEPPERS	123
5.9	Gráficos Comparativos por Critério de Seleção de Pontos.....	127
5.9.1	DISTÂNCIA MÁXIMA VERTICAL.....	127
5.9.2	DISTÂNCIA MÁXIMA VERTICAL PONDERADA PELO DESVIO PADRÃO.....	129
5.9.3	DISTÂNCIA MÁXIMA VERTICAL PONDERADA PELA CURVATURA.....	131

5.9.4 SOMA VERTICAL QUADRÁTICA	133
5.10 Considerações sobre os Testes	135
6 CONCLUSÕES	137
6.1 Propostas para Trabalhos Futuros	137
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	139

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1: Malhas regulares.....	7
Figura 2.2: (a) Uma região R ; (b) matriz binária; (c) decomposição da imagem em regiões homogêneas; (d) representação <i>quadtree</i> da imagem.	8
Figura 2.3: (a) Conjunto de pontos na imagem; (b) subdivisão em semi-planos; (c) representação <i>k-d tree</i>	9
Figura 2.4: Representação piramidal.	10
Figura 2.5: Uma malha irregular triangulada (TIN). (a) visão 2D; (b) visão 3D.	11
Figura 3.1: Triangulação. (a) não satisfaz propriedade de Delaunay; (b) satisfaz propriedade de Delaunay.	13
Figura 3.2: Propriedade do ângulo max-min. A diagonal e_A em (a) é substituída pela diagonal e_B , como em (b), de maneira a aumentar o mínimo dos seis ângulos internos.	13
Figura 3.3: (a) Uma triangulação arbitrária de um conjunto de pontos. (b) uma triangulação de Delaunay do mesmo conjunto de pontos.	14
Figura 3.4: Triangulação de Delaunay (linhas sólidas) e seu dual, o diagrama de Voronoi (linhas pontilhadas).	15
Figura 3.5: (a) um conjunto de segmentos de restrição; (b) correspondente grafo de visibilidade; (c) triangulação com restrições.	16
Figura 3.6: Ilustração de um triângulo em uma triangulação de Delaunay com restrições que satisfaz a versão modificada da propriedade do círculo.	17
Figura 3.7: Triangulação de Delaunay com Conformidade.	18
Figura 3.8: Ilustração da tangente superior e inferior de duas cascas convexas.	20
Figura 3.9: Passos da fusão de duas triangulações no algoritmo dividir-para-conquistar. As arestas pontilhadas devem ser removidas.	20
Figura 3.10: Seleção de um vizinho de Delaunay.	22
Figura 3.11: Algoritmo de varredura radial.	23
Figura 3.12: Ilustração dos passos do algoritmo de Watson.	24
Figura 3.13: Inserção de um ponto P dentro da triangulação. Linhas pontilhadas indicam arestas que precisam ser cheçadas pelo algoritmo.	25
Figura 3.14: Algoritmo de varredura. (a) diagrama de Voronoi original; (b) diagrama de Voronoi transformado.	27
Figura 3.15: Uma triangulação ternária.	29
Figura 3.16: Uma triangulação hierárquica de Delaunay.	30
Figura 3.17: Triangulação <i>quadtree</i> com falha (<i>crack</i>). (a) visão 2D; (b) visão 3D.	30

Figura 3.18: Triangulação <i>quadtree</i> restrita.	31
Figura 3.19: Visão esquemática da construção da QuadTIN.....	32
Figura 3.20: Subdivisão <i>QuadTIN</i> Irregular.....	32
Figura 4.1: Diagrama ilustrativo da metodologia proposta.	34
Figura 4.2: Distância máxima vertical.	37
Figura 5.1: Imagens de teste. (a) <i>cape_flattery-e_1Q</i> ; (b) <i>crater_lake-w</i> ; (c) <i>emory_peak-e_1Q</i> ; (d) <i>lena</i> ; (e) <i>moon</i> ; (f) <i>peppers</i> ; (g) <i>san_francisco-e</i>	47
Figura 5.2: Triangulações para a imagem <i>lena</i> considerando um RMSE da ordem de 16,11. (a) triangulação com 950 pontos para distância máxima vertical ponderada pela curvatura; (b) triangulação com 1615 pontos para soma vertical quadrática; (c) triangulação com 2604 pontos para distância máxima vertical ponderada pelo desvio padrão; (d) triangulação com 2630 pontos para distância máxima vertical.....	48
Figura 5.3: Imagens DEM de triangulações para a imagem <i>lena</i> considerando um RMSE da ordem de 16,11. (a) triangulação com 950 pontos para distância máxima vertical ponderada pela curvatura; (b) triangulação com 1615 pontos para soma vertical quadrática; (c) triangulação com 2604 pontos para distância máxima vertical ponderada pelo desvio padrão; (d) triangulação com 2630 pontos para distância máxima vertical.	49
Figura 5.4: Gráficos comparativos dos resultados dos testes para <i>moon</i> , considerando-se os métodos de Delaunay e Dependente de Dados e o percentual de pontos inseridos.	54
Figura 5.4 (continuação): Gráficos comparativos dos resultados dos testes para <i>moon</i> , considerando-se os métodos de Delaunay e Dependente de Dados e o percentual de pontos inseridos.....	55
Figura 5.5: Aproximações de <i>moon</i> utilizando o método de Delaunay para três níveis de resolução. (a) 0,332%; (b) 3,04%; (c) 5,07% de pontos da imagem original.....	56
Figura 5.6: Aproximações de <i>moon</i> utilizando o método Dependente de Dados para três níveis de resolução. (a) 0,332%; (b) 3,04%; (c) 5,07% de pontos da imagem original.....	57
Figura 5.7: Gráficos comparativos dos resultados dos testes para <i>san_francisco-e</i> , considerando-se os métodos de Delaunay e Dependente de Dados e o percentual de pontos inseridos.	62
Figura 5.7 (continuação): Gráficos comparativos dos resultados dos testes para <i>san_francisco-e</i> , considerando-se os métodos de Delaunay e Dependente de Dados e o percentual de pontos inseridos.	63
Figura 5.8: Aproximações de <i>san_francisco-e</i> utilizando o método de Delaunay para três níveis de resolução. (a) 0,024%; (b) 0,689%; (c) 1,01% de pontos da imagem original.....	64

Figura 5.9: Aproximações de <i>san_francisco-e</i> utilizando o método Dependente de Dados para três níveis de resolução. (a) 0,024%; (b) 0,689%; (c) 1,01% de pontos da imagem original.....	65
Figura 5.10: Gráficos comparativos dos resultados dos testes para <i>cape_flattery-e_1Q</i> , considerando-se os critérios de seleção de pontos e o percentual de pontos inseridos.	71
Figura 5.10 (continuação): Gráficos comparativos dos resultados dos testes para <i>cape_flattery-e_1Q</i> , considerando-se os critérios de seleção de pontos e o percentual de pontos inseridos.	72
Figura 5.11: Aproximações de <i>cape_flattery-e_1Q</i> pela distância máxima vertical para três níveis de resolução. (a) 0,5%; (b) 3%; (c) 5% de pontos da imagem original.....	73
Figura 5.12: Aproximações de <i>cape_flattery-e_1Q</i> pela distância máxima vertical ponderada pelo desvio padrão para três níveis de resolução. (a) 0,5%; (b) 3%; (c) 5% de pontos da imagem original.	74
Figura 5.13: Aproximações de <i>cape_flattery-e_1Q</i> pela distância máxima vertical ponderada pela curvatura para três níveis de resolução. (a) 0,5%; (b) 3%; (c) 5% de pontos da imagem original.	75
Figura 5.14: Aproximações de <i>cape_flattery-e_1Q</i> pela soma vertical quadrática para três níveis de resolução. (a) 0,5%; (b) 3%; (c) 5% de pontos da imagem original.....	76
Figura 5.15: Gráficos comparativos dos resultados dos testes para <i>crater_lake_w</i> , considerando-se os critérios de seleção de pontos e o percentual de pontos inseridos.....	81
Figura 5.15 (continuação): Gráficos comparativos dos resultados dos testes para <i>crater_lake_w</i> , considerando-se os critérios de seleção de pontos e o percentual de pontos inseridos.	82
Figura 5.16: Aproximações de <i>crater_lake-w</i> pela distância máxima vertical para três níveis de resolução. (a) 0,5%; (b) 3%; (c) 5% de pontos da imagem original.....	83
Figura 5.17: Aproximações de <i>crater_lake-w</i> pela distância máxima vertical ponderada pelo desvio padrão para três níveis de resolução. (a) 0,5%; (b) 3%; (c) 5% de pontos da imagem original.....	84
Figura 5.18: Aproximações de <i>crater_lake-w</i> pela distância máxima vertical ponderada pela curvatura para três níveis de resolução. (a) 0,5%; (b) 3%; (c) 5% de pontos da imagem original.	85
Figura 5.19: Aproximações de <i>crater_lake-w</i> pela soma vertical quadrática para três níveis de resolução. (a) 0,5%; (b) 3%; (c) 5% de pontos da imagem original.....	86
Figura 5.20: Gráficos comparativos dos resultados dos testes para <i>emory_peak-e</i> , considerando-se os critérios de seleção de pontos e o percentual de pontos inseridos.....	91

Figura 5.20 (continuação): Gráficos comparativos dos resultados dos testes para <i>emory_peak-e</i> , considerando-se os critérios de seleção de pontos e o percentual de pontos inseridos.	92
Figura 5.21: Aproximações de <i>emory_peak-e</i> pela distância máxima vertical para três níveis de resolução. (a) 0,5%; (b) 3%; (c) 5% de pontos da imagem original.....	93
Figura 5.22: Aproximações de <i>emory_peak-e</i> pela distância máxima vertical ponderada pelo desvio padrão para três níveis de resolução. (a) 0,5%; (b) 3%; (c) 5% de pontos da imagem original.....	94
Figura 5.23: Aproximações de <i>emory_peak-e</i> pela distância máxima vertical ponderada pela curvatura para três níveis de resolução. (a) 0,5%; (b) 3%; (c) 5% de pontos da imagem original.	95
Figura 5.24: Aproximações de <i>emory_peak-e</i> pela soma vertical quadrática para três níveis de resolução. (a) 0,5%; (b) 3%; (c) 5% de pontos da imagem original.....	96
Figura 5.25: Gráficos comparativos dos resultados dos testes para <i>lena</i> , considerando-se os critérios de seleção de pontos e o percentual de pontos inseridos.....	101
Figura 5.25 (continuação): Gráficos comparativos dos resultados dos testes para <i>lena</i> , considerando-se os critérios de seleção de pontos e o percentual de pontos inseridos.	102
Figura 5.26: Aproximações de <i>lena</i> pela distância máxima vertical para três níveis de resolução. (a) 0,5%; (b) 3%; (c) 5% de pontos da imagem original. ..	103
Figura 5.27: Aproximações de <i>lena</i> pela distância máxima vertical ponderada pelo desvio padrão para três níveis de resolução. (a) 0,5%; (b) 3%; (c) 5% de pontos da imagem original.....	104
Figura 5.28: Aproximações de <i>lena</i> pela distância máxima vertical ponderada pela curvatura para três níveis de resolução. (a) 0,5%; (b) 3%; (c) 5% de pontos da imagem original.....	105
Figura 5.29: Aproximações de <i>lena</i> pela soma vertical quadrática para três níveis de resolução. (a) 0,5%; (b) 3%; (c) 5% de pontos da imagem original. ..	106
Figura 5.30: Gráficos comparativos dos resultados dos testes para <i>moon</i> , considerando-se os critérios de seleção de pontos e o percentual de pontos inseridos.....	111
Figura 5.30 (continuação): Gráficos comparativos dos resultados dos testes para <i>moon</i> , considerando-se os critérios de seleção de pontos e o percentual de pontos inseridos.	112
Figura 5.31: Aproximações de <i>moon</i> pela distância máxima vertical para três níveis de resolução. (a) 0,5%; (b) 3%; (c) 5% de pontos da imagem original.	113

Figura 5.32: Aproximações de <i>moon</i> pela distância máxima vertical ponderada pelo desvio padrão para três níveis de resolução. (a) 0,5%; (b) 3%; (c) 5% de pontos da imagem original.....	114
Figura 5.33: Aproximações de <i>moon</i> pela distância máxima vertical ponderada pela curvatura para três níveis de resolução. (a) 0,5%; (b) 3%; (c) 5% de pontos da imagem original.....	115
Figura 5.34: Aproximações de <i>moon</i> pela soma vertical quadrática para três níveis de resolução. (a) 0,5%; (b) 3%; (c) 5% de pontos da imagem original.	116
Figura 5.35: Gráficos comparativos dos resultados dos testes para <i>peppers</i> , considerando-se os critérios de seleção de pontos e o percentual de pontos inseridos.....	121
Figura 5.35 (continuação): Gráficos comparativos dos resultados dos testes para <i>peppers</i> , considerando-se os critérios de seleção de pontos e o percentual de pontos inseridos.	122
Figura 5.36: Aproximações de <i>peppers</i> pela distância máxima vertical para três níveis de resolução. (a) 0,5%; (b) 3%; (c) 5% de pontos da imagem original.	123
Figura 5.37: Aproximações de <i>peppers</i> pela distância máxima vertical ponderada pelo desvio padrão para três níveis de resolução. (a) 0,5%; (b) 3%; (c) 5% de pontos da imagem original.....	124
Figura 5.38: Aproximações de <i>peppers</i> pela distância máxima vertical ponderada pela curvatura para três níveis de resolução. (a) 0,5%; (b) 3%; (c) 5% de pontos da imagem original.....	125
Figura 5.39: Aproximações de <i>peppers</i> pela soma vertical quadrática para três níveis de resolução. (a) 0,5%; (b) 3%; (c) 5% de pontos da imagem original.	126
Figura 5.40: Gráficos comparativos dos resultados dos testes para o critério de seleção de pontos pela <i>distância máxima vertical</i> , considerando-se as imagens testes e o percentual de pontos inseridos.	127
Figura 5.40 (continuação): Gráficos comparativos dos resultados dos testes para o critério de seleção de pontos pela <i>distância máxima vertical</i> , considerando-se as imagens testes e o percentual de pontos inseridos.	128
Figura 5.41: Gráficos comparativos dos resultados dos testes para o critério de seleção de pontos pela <i>distância máxima vertical ponderada pelo desvio padrão</i> , considerando-se as imagens testes e o percentual de pontos inseridos.....	129
Figura 5.41 (continuação): Gráficos comparativos dos resultados dos testes para o critério de seleção de pontos pela <i>distância máxima vertical ponderada pelo desvio padrão</i> , considerando-se as imagens testes e o percentual de pontos inseridos.	130

- Figura 5.42: Gráficos comparativos dos resultados dos testes para o critério de seleção de pontos pela *distância máxima vertical ponderada pela curvatura*, considerando-se as imagens testes e o percentual de pontos inseridos..... 131
- Figura 5.42 (continuação): Gráficos comparativos dos resultados dos testes para o critério de seleção de pontos pela *distância máxima vertical ponderada pela curvatura*, considerando-se as imagens testes e o percentual de pontos inseridos. 132
- Figura 5.43: Gráficos comparativos dos resultados dos testes para o critério de seleção de pontos pela *soma vertical quadrática*, considerando-se as imagens testes e o percentual de pontos inseridos. 133
- Figura 5.43 (continuação): Gráficos comparativos dos resultados dos testes para o critério de seleção de pontos pela *soma vertical quadrática*, considerando-se as imagens testes e o percentual de pontos inseridos. 134

LISTA DE TABELAS

Tabela 5.1: Informações sobre as imagens de teste: resolução, nível mínimo, nível máximo, média e desvio padrão dos valores da imagem.	46
Tabela 5.2: Quantidade de triângulos obtidos para a imagem <i>moon</i> nos métodos de Delaunay e Dependente de Dados.	50
Tabela 5.3: Valores de erro máximo obtidos para a imagem <i>moon</i> nos métodos de Delaunay e Dependente de Dados.	50
Tabela 5.4: Valores de RMSE obtidos para a imagem <i>moon</i> nos métodos de Delaunay e Dependente de Dados.	51
Tabela 5.5: Valores de PSNR obtidos para a imagem <i>moon</i> nos métodos de Delaunay e Dependente de Dados.	51
Tabela 5.6: Valores de coeficiente de correlação obtidos para a imagem <i>moon</i> nos métodos de Delaunay e Dependente de Dados.	51
Tabela 5.7: Valores de distorção estrutural obtidos para a imagem <i>moon</i> nos métodos de Delaunay e Dependente de Dados.	52
Tabela 5.8: Valores de coeficiente de Jaccard obtidos para a imagem <i>moon</i> nos métodos de Delaunay e Dependente de Dados.	52
Tabela 5.9: Valores de volume da malha triangular (TIN) obtidos para a imagem <i>moon</i> nos métodos de Delaunay e Dependente de Dados.	52
Tabela 5.10: Valores de valência obtidos para a imagem <i>moon</i> nos métodos de Delaunay e Dependente de Dados.	53
Tabela 5.11: Valores de compacidade obtidos para a imagem <i>moon</i> nos métodos de Delaunay e Dependente de Dados.	53
Tabela 5.12: Valores de ângulo mínimo obtidos para a imagem <i>moon</i> nos métodos de Delaunay e Dependente de Dados.	53
Tabela 5.13: Quantidade de triângulos obtidos para a imagem <i>san_francisco-e</i> nos métodos de Delaunay e Dependente de Dados.	58
Tabela 5.14: Valores de erro máximo obtidos para a imagem <i>san_francisco-e</i> nos métodos de Delaunay e Dependente de Dados.	58
Tabela 5.15: Valores de RMSE obtidos para a imagem <i>san_francisco-e</i> nos métodos de Delaunay e Dependente de Dados.	58

Tabela 5.16: Valores de PSNR obtidos para a imagem <i>san_francisco-e</i> nos métodos de Delaunay e Dependente de Dados.	59
Tabela 5.17: Valores de coeficiente de correlação obtidos para a imagem <i>san_francisco-e</i> nos métodos de Delaunay e Dependente de Dados.	59
Tabela 5.18: Valores de distorção estrutural obtidos para a imagem <i>san_francisco-e</i> nos métodos de Delaunay e Dependente de Dados.	59
Tabela 5.19: Valores de coeficiente de Jaccard obtidos para a imagem <i>san_francisco-e</i> nos métodos de Delaunay e Dependente de Dados.	60
Tabela 5.20: Valores de volume da malha triangular (TIN) obtidos para a imagem <i>san_francisco-e</i> nos métodos de Delaunay e Dependente de Dados.	60
Tabela 5.21: Valores de valência obtidos para a imagem <i>san_francisco-e</i> nos métodos de Delaunay e Dependente de Dados.	60
Tabela 5.22: Valores de compacidade obtidos para a imagem <i>san_francisco-e</i> nos métodos de Delaunay e Dependente de Dados.	61
Tabela 5.23: Valores de ângulo mínimo obtidos para a imagem <i>san_francisco-e</i> nos métodos de Delaunay e Dependente de Dados.	61
Tabela 5.24: Quantidade de triângulos obtidos para a imagem <i>cape_flattery-e_1Q</i> para cada critério de seleção de pontos.	66
Tabela 5.25: Valores de erro máximo obtidos para a imagem <i>cape_flattery-e_1Q</i> para cada critério de seleção de pontos.	66
Tabela 5.26: Valores de RMSE obtidos para a imagem <i>cape_flattery-e_1Q</i> para cada critério de seleção de pontos.	67
Tabela 5.27: Valores de PSNR obtidos para a imagem <i>cape_flattery-e_1Q</i> para cada critério de seleção de pontos.	67
Tabela 5.28: Valores de coeficiente de correlação obtidos para a imagem <i>cape_flattery-e_1Q</i> para cada critério de seleção de pontos.	67
Tabela 5.29: Valores de distorção estrutural obtidos para a imagem <i>cape_flattery-e_1Q</i> para cada critério de seleção de pontos.	68
Tabela 5.30: Valores de coeficiente de Jaccard obtidos para a imagem <i>cape_flattery-e_1Q</i> para cada critério de seleção de pontos.	68
Tabela 5.31: Valores de tempo de CPU obtidos para a imagem <i>cape_flattery-e_1Q</i> para cada critério de seleção de pontos.	68

Tabela 5.32: Valores de volume da malha triangular (TIN) obtidos para a imagem <i>cape_flattery-e_1Q</i> para cada critério de seleção de pontos.....	69
Tabela 5.33: Valores de valência obtidos para a imagem <i>cape_flattery-e_1Q</i> para cada critério de seleção de pontos.	69
Tabela 5.34: Valores de compacidade obtidos para a imagem <i>cape_flattery-e_1Q</i> para cada critério de seleção de pontos.	69
Tabela 5.35: Valores de ângulo mínimo obtidos para a imagem <i>cape_flattery-e_1Q</i> para cada critério de seleção de pontos.....	70
Tabela 5.36: Quantidade de triângulos obtidos para a imagem <i>crater_lake-w</i> para cada critério de seleção de pontos.	77
Tabela 5.37: Valores de erro máximo obtidos para a imagem <i>crater_lake-w</i> para cada critério de seleção de pontos.	77
Tabela 5.38: Valores de RMSE obtidos para a imagem <i>crater_lake-w</i> para cada critério de seleção de pontos.	77
Tabela 5.39: Valores de PSNR obtidos para a imagem <i>crater_lake-w</i> para cada critério de seleção de pontos.	78
Tabela 5.40: Valores de coeficiente de correlação obtidos para a imagem <i>crater_lake-w</i> para cada critério de seleção de pontos.....	78
Tabela 5.41: Valores de distorção estrutural obtidos para a imagem <i>crater_lake-w</i> para cada critério de seleção de pontos.	78
Tabela 5.42: Valores de coeficiente de Jaccard obtidos para a imagem <i>crater_lake-w</i> para cada critério de seleção de pontos.....	79
Tabela 5.43: Valores de tempo de CPU obtidos para a imagem <i>crater_lake-w</i> para cada critério de seleção de pontos.	79
Tabela 5.44: Valores de volume da malha triangular (TIN) obtidos para a imagem <i>crater_lake-w</i> para cada critério de seleção de pontos.....	79
Tabela 5.45: Valores de valência obtidos para a imagem <i>crater_lake-w</i> para cada critério de seleção de pontos.	80
Tabela 5.46: Valores de compacidade obtidos para a imagem <i>crater_lake-w</i> para cada critério de seleção de pontos.	80
Tabela 5.47: Valores de ângulo mínimo obtidos para a imagem <i>crater_lake-w</i> para cada critério de seleção de pontos.	80

Tabela 5.48: Quantidade de triângulos obtidos para a imagem <i>emory_peak-e</i> para cada critério de seleção de pontos.	87
Tabela 5.49: Valores de erro máximo obtidos para a imagem <i>emory_peak-e</i> para cada critério de seleção de pontos.	87
Tabela 5.50: Valores de RMSE obtidos para a imagem <i>emory_peak-e</i> para cada critério de seleção de pontos.	87
Tabela 5.51: Valores de PSNR obtidos para a imagem <i>emory_peak-e</i> para cada critério de seleção de pontos.	88
Tabela 5.52: Valores de coeficiente de correlação obtidos para a imagem <i>emory_peak-e</i> para cada critério de seleção de pontos.....	88
Tabela 5.53: Valores de distorção estrutural obtidos para a imagem <i>emory_peak-e</i> para cada critério de seleção de pontos.	88
Tabela 5.54: Valores de coeficiente de Jaccard obtidos para a imagem <i>emory_peak-e</i> para cada critério de seleção de pontos.....	89
Tabela 5.55: Valores de tempo de CPU obtidos para a imagem <i>emory_peak-e</i> para cada critério de seleção de pontos.	89
Tabela 5.56: Valores de volume da malha triangular (TIN) obtidos para a imagem <i>emory_peak-e</i> para cada critério de seleção de pontos.....	89
Tabela 5.57: Valores de valência obtidos para a imagem <i>emory_peak-e</i> para cada critério de seleção de pontos.	90
Tabela 5.58: Valores de compacidade obtidos para a imagem <i>emory_peak-e</i> para cada critério de seleção de pontos.	90
Tabela 5.59: Valores de ângulo mínimo obtidos para a imagem <i>emory_peak-e</i> para cada critério de seleção de pontos.	90
Tabela 5.60: Quantidade de triângulos obtidos para a imagem <i>lena</i> para cada critério de seleção de pontos.	97
Tabela 5.61: Valores de erro máximo obtidos para a imagem <i>lena</i> para cada critério de seleção de pontos.	97
Tabela 5.62: Valores de RMSE obtidos para a imagem <i>lena</i> para cada critério de seleção de pontos.....	97
Tabela 5.63: Valores de PSNR obtidos para a imagem <i>lena</i> para cada critério de seleção de pontos.....	98

Tabela 5.64: Valores de coeficiente de correlação obtidos para a imagem <i>lena</i> para cada critério de seleção de pontos.	98
Tabela 5.65: Valores de distorção estrutural obtidos para a imagem <i>lena</i> para cada critério de seleção de pontos.	98
Tabela 5.66: Valores de coeficiente de Jaccard obtidos para a imagem <i>lena</i> para cada critério de seleção de pontos.	99
Tabela 5.67: Valores de tempo de CPU obtidos para a imagem <i>lena</i> para cada critério de seleção de pontos.	99
Tabela 5.68: Valores de volume da malha triangular (TIN) obtidos para a imagem <i>lena</i> para cada critério de seleção de pontos.....	99
Tabela 5.69: Valores de valência obtidos para a imagem <i>lena</i> para cada critério de seleção de pontos.....	100
Tabela 5.70: Valores de compacidade obtidos para a imagem <i>lena</i> para cada critério de seleção de pontos.	100
Tabela 5.71: Valores de ângulo mínimo obtidos para a imagem <i>lena</i> para cada critério de seleção de pontos.	100
Tabela 5.72: Quantidade de triângulos obtidos para a imagem <i>moon</i> para cada critério de seleção de pontos.	107
Tabela 5.73: Valores de erro máximo obtidos para a imagem <i>moon</i> para cada critério de seleção de pontos.	107
Tabela 5.74: Valores de RMSE obtidos para a imagem <i>moon</i> para cada critério de seleção de pontos.....	107
Tabela 5.75: Valores de PSNR obtidos para a imagem <i>moon</i> para cada critério de seleção de pontos.....	108
Tabela 5.76: Valores de coeficiente de correlação obtidos para a imagem <i>moon</i> para cada critério de seleção de pontos.	108
Tabela 5.77: Valores de distorção estrutural obtidos para a imagem <i>moon</i> para cada critério de seleção de pontos.	108
Tabela 5.78: Valores de coeficiente de Jaccard obtidos para a imagem <i>moon</i> para cada critério de seleção de pontos.	109
Tabela 5.79: Valores de tempo de CPU obtidos para a imagem <i>moon</i> para cada critério de seleção de pontos.	109

Tabela 5.80: Valores de volume da malha triangular (TIN) obtidos para a imagem <i>moon</i> para cada critério de seleção de pontos.	109
Tabela 5.81: Valores de valência obtidos para a imagem <i>moon</i> para cada critério de seleção de pontos.	110
Tabela 5.82: Valores de compacidade obtidos para a imagem <i>moon</i> para cada critério de seleção de pontos.	110
Tabela 5.83: Valores de ângulo mínimo obtidos para a imagem <i>moon</i> para cada critério de seleção de pontos.	110
Tabela 5.84: Quantidade de triângulos obtidos para a imagem <i>peppers</i> para cada critério de seleção de pontos.	117
Tabela 5.85: Valores de erro máximo obtidos para a imagem <i>peppers</i> para cada critério de seleção de pontos.	117
Tabela 5.86: Valores de RMSE obtidos para a imagem <i>peppers</i> para cada critério de seleção de pontos.	117
Tabela 5.87: Valores de PSNR obtidos para a imagem <i>peppers</i> para cada critério de seleção de pontos.	118
Tabela 5.88: Valores de coeficiente de correlação obtidos para a imagem <i>peppers</i> para cada critério de seleção de pontos.	118
Tabela 5.89: Valores de distorção estrutural obtidos para a imagem <i>peppers</i> para cada critério de seleção de pontos.	118
Tabela 5.90: Valores de coeficiente de Jaccard obtidos para a imagem <i>peppers</i> para cada critério de seleção de pontos.	119
Tabela 5.91: Valores de tempo de CPU obtidos para a imagem <i>peppers</i> para cada critério de seleção de pontos.	119
Tabela 5.92: Valores de volume da malha triangular (TIN) obtidos para a imagem <i>peppers</i> para cada critério de seleção de pontos.	119
Tabela 5.93: Valores de valência obtidos para a imagem <i>peppers</i> para cada critério de seleção de pontos.	120
Tabela 5.94: Valores de compacidade obtidos para a imagem <i>peppers</i> para cada critério de seleção de pontos.	120
Tabela 5.95: Valores de ângulo mínimo obtidos para a imagem <i>peppers</i> para cada critério de seleção de pontos.	120

GLOSSÁRIO

CAD	<i>Computer Aided Design</i> – Projeto Auxiliado por Computador
CDT	<i>Constrained Delaunay Triangulation</i> – Triangulação de Delaunay com Restrição
DSM	<i>Digital Surface Model</i> – Modelo de Superfície Digital
GIS	<i>Geographic Information System</i> – Sistema de Informações Geográficas
HDT	<i>Hierarchical Delaunay Triangulation</i> – Triangulação de Delaunay Hierárquica
HSM	<i>Hierarchical Surface Model</i> – Modelo de Superfície Hierárquico
HTIN	<i>Hierarchical Triangulated Irregular Network</i> – Malha Irregular Triangulada Hierárquica
PGM	<i>Portable Gray Map</i> – Formato de Imagens em Níveis de Cinza
PSM	<i>Polyhedral Surface Models</i> – Modelo de Superfícies Poliédricas
PSNR	<i>Peak Signal to Noise Ratio</i> – Pico da Relação Sinal-Ruído
QuadTIN	<i>Quadtree based Triangulated Irregular Network</i> – Malha Irregular Triangulada baseada em <i>Quadtree</i>
RQT	<i>Restricted Quadtree Triangulation</i> – Triangulação <i>Quadtree</i> Restrita
RMSE	<i>Root Mean Square Error</i> – Raiz do Erro Quadrático Médio
TIN	<i>Triangulated Irregular Network</i> – Malha Irregular Triangulada
USGS	<i>United States Geological Survey</i>

RESUMO

O desenvolvimento de métodos eficientes para manipular grandes volumes de dados é uma atividade fundamental em modelagem de superfícies. Este trabalho tem como objetivo apresentar e avaliar uma metodologia para representação de superfícies em imagens digitais baseada em malhas irregulares triangulares, simplificando as tarefas de armazenamento, processamento e visualização das superfícies dos objetos presentes na imagem. Ao contrário dos modelos tradicionais utilizando malhas regulares, o método proposto constrói um conjunto contínuo de triângulos disjuntos que adaptativamente aproximam a superfície dos objetos, preservando suas características mais representativas. Novos critérios são propostos para a inserção de pontos durante o processo de refinamento das malhas triangulares, os quais levam em consideração a variabilidade da superfície. Esses critérios são capazes de produzir malhas com menor número de pontos com relação às métricas comumente utilizadas na maioria dos métodos de triangulação encontrados na literatura. Um conjunto de medidas para avaliar a qualidade das aproximações resultantes é apresentado, considerando-se os diferentes critérios de construção das malhas. Diversas amostras de dados são utilizadas para demonstrar o desempenho do método proposto.

ABSTRACT

The development of efficient methods for manipulating large volumes of data is a fundamental task in surface modeling. The purpose of this work is to present and evaluate a methodology for surface representation in digital images based on triangulated irregular meshes, reducing the complexity for storing, processing, and visualizing object surfaces in the image. As an alternative to traditional models using regular grid meshes, the proposed method constructs a set of nonoverlapping contiguous triangular faces that adaptively approximates the object surfaces, while preserving the most representative features. New criteria are proposed to insert points during the refinement process of the triangular meshes, taking the surface variability into consideration. Such criteria are capable of producing meshes with less number of points compared with commonly used metrics in the majority of the triangulation methods found in the literature. A set of measurements for assessing the quality of the resulting approximations is presented, considering different criteria for mesh construction. Several real digital data sets are used to demonstrate the performance of the proposed method.

1 INTRODUÇÃO

O crescente desenvolvimento dos sistemas computacionais, associado às técnicas de modelagem, tem permitido a construção de representações com alto grau de realismo. Por outro lado, a disponibilidade e a complexidade desses modelos estão crescendo rapidamente devido às sofisticadas técnicas de aquisição e distribuição de dados e também à necessidade de resoluções cada vez mais altas.

Exemplos de aplicações envolvendo grandes volumes de dados em domínios de conhecimento complexos incluem sensoriamento remoto, visão computacional, análise de imagens médicas e computação gráfica. Em modelagem de terrenos, por exemplo, a crescente disponibilidade de dados de terreno em resoluções cada vez maiores e a integração de dados espaciais adquiridos por meio de múltiplas fontes, tais como fotografias aéreas, digitalização de mapas e imagens de satélites, têm requerido o uso de estratégias de armazenamento altamente eficientes. Informações redundantes ou procedimentos triviais de análise podem demandar recursos computacionais muito acima das capacidades atualmente existentes. Desse modo, técnicas de redução ou compressão de dados devem ser utilizadas de modo a permitir que grandes volumes de dados sejam analisados e visualizados em tempo real.

Um método comum para representação de superfícies em imagens digitais utiliza uma grade regular ou mapa de elevação, onde amostras de pontos representando valores de intensidade ou medidas de elevação são armazenadas em intervalos regulares. Esta representação é simples para uma variedade de procedimentos de análise. Entretanto, sua inerente invariabilidade espacial não é adaptativa às irregularidades presentes na imagem, podendo produzir uma grande quantidade de dados redundantes.

Alternativamente, malhas irregulares triangulares não requerem que os pontos de dados estejam alocados em um padrão específico, sendo que a densidade pode variar sobre o espaço. Há muitas vantagens associadas às malhas triangulares. Primeiro, a estrutura da malha pode ser ajustada para refletir a densidade dos dados. Conseqüentemente, células tornam-se maiores onde os dados são esparsos e menores onde os dados são densos. Características dos

objetos da imagem podem também ser incorporadas ao modelo. Por exemplo, vértices da malha triangular podem descrever picos ou depressões de terrenos, enquanto arestas podem representar cristas, vales, rios ou rodovias. Malhas triangulares podem ser ainda organizadas em um modelo hierárquico em multi-resolução [Bon99], permitindo que a imagem possa ser representada em múltiplos níveis de detalhe ou precisão. Finalmente, triângulos são objetos geométricos simples, os quais podem ser facilmente manipulados e visualizados pela maioria das ferramentas gráficas existentes.

Com base nas considerações acima, este trabalho apresenta uma metodologia para construção de um modelo de representação de superfícies em imagens digitais baseado em malhas triangulares, o qual é capaz de preservar as características mais representativas dos objetos da imagem, satisfazendo uma tolerância de erro pré-definida.

Dois abordagens diferentes são adotadas para construir as malhas triangulares, a triangulação de Delaunay, que procura minimizar a ocorrência de triângulos finos e estreitos nas malhas e a triangulação Dependente de Dados, cuja topologia é escolhida de acordo com a aproximação tridimensional da superfície aos pontos da imagem.

Este trabalho também propõe a utilização de novas métricas para inserção de pontos nas malhas triangulares, em contraste com os métodos tradicionais baseados apenas em uma medida de erro máximo local, os quais muitas vezes deixam de incluir pontos relevantes da imagem durante o processo de construção das malhas.

Vários experimentos são realizados para comparar os critérios de construção das malhas triangulares, observando-se o comportamento de cada medida em imagens reais possuindo características distintas, por exemplo, imagens de intensidade, amostras de terrenos suaves e acidentados.

1.1 Motivação

Um modelo de dados pode ser definido como uma abstração de objetos do mundo real, a qual incorpora níveis de detalhes necessários para atender aos propósitos de uma dada aplicação. Esta abstração da realidade deve ser,

preferencialmente, independente de convenções de implementação ou de restrições do ambiente computacional sob consideração.

A construção de um modelo de dados para propósito geral é extremamente difícil, particularmente quando envolve fenômenos complexos. Quanto maior a capacidade do modelo em representar a realidade, maior será sua robustez e flexibilidade. Por outro lado, quanto maior a precisão com que o modelo se adapta a uma aplicação, mais eficiente ele tende a ser em relação aos requisitos de armazenamento e facilidade de uso.

Diversas aplicações fazem uso de grandes volumes de informação necessária para a geração, armazenamento e manipulação de modelos digitais, dentre as quais destacam-se:

- *Sistemas de Informação Geográfica:* sistemas para manipulação de dados geográficos, oferecendo ferramentas para geração de grades regulares e irregulares, análise de declividade, análise de visibilidade de pontos, obtenção de modelo de elevação a partir de curvas de nível, etc. O uso de mapas, imagens, animações, gráficos e tabelas auxiliam as tarefas de análise.
- *Análise de Imagens Médicas:* a utilização de técnicas de aquisição de imagens por meio de ressonância magnética, tomografia computadorizada e ultrassonografia geram um grande volume de dados médicos, requerendo modelos mais eficientes para processamento dessas imagens.
- *Microscopia:* permite a análise de imagens capturadas por meio de microscópios ópticos ou eletrônicos, em áreas que variam desde a biologia à metalurgia.
- *Computação Gráfica:* estuda técnicas de modelagem, manipulação e visualização de dados de terreno, fornecendo suporte a aplicações de diversas áreas, como algumas descritas acima.

Apesar da capacidade crescente dos sistemas de armazenamento, a disponibilidade de dados em resoluções cada vez maiores requer estratégias de

armazenamento mais eficientes, portanto a busca de modelos mais compactos deve estar sempre presente quando se trabalha com grandes volumes de dados, bem como nas imagens que são usadas em aplicações em tempo real.

Outra característica que desperta grande motivação é a adaptabilidade dos modelos às diversas situações irregulares que são peculiares ao mundo real.

1.2 Objetivos e Metodologia

O principal propósito deste trabalho é a construção de um modelo para representação de superfícies utilizando um menor subconjunto de pontos selecionados da amostra original de dados, bem como preservar as características mais representativas presentes nos dados. Novos critérios de seleção de pontos são propostos e testados em amostras reais de dados.

Embora o objetivo básico seja a geração de aproximações de alta qualidade, é também desejável a criação de modelos compactos de modo a reduzir a quantidade de informação necessária para armazenar, transmitir e visualizar os dados.

Os principais aspectos que influenciaram a concepção do método de aproximação são:

- *adaptabilidade*: o algoritmo deve ser facilmente controlável de modo a satisfazer o nível de precisão desejado;
- *compactação*: o método deve reduzir significativamente os requisitos de armazenamento com pouca ou nenhuma perda em termos de precisão;
- *precisão*: o modelo de aproximação deve manter alto grau de fidelidade com relação aos dados originais;
- *versatilidade*: o método deve ser suficientemente flexível para acomodar um número de aplicações sem requerer mudanças significativas;
- *eficiência*: o desempenho (tempo) do algoritmo associado com a taxa de compactação (armazenamento) do modelo deve ser compatível com os requisitos da aplicação;
- *simplicidade*: o método deve requerer estruturas de dados simples e um pequeno número de regras;

- *localidade*: a região sobre a qual um ponto na imagem influencia a forma da superfície deve ser pequena;
- *continuidade*: a representação resultante deve produzir superfícies suaves e contínuas. Regiões de descontinuidade (exemplo, cristas de montanhas em um terreno) devem ser adequadamente extraídas e modeladas.

A importância relativa de cada um dos fatores acima é função dos requisitos da aplicação em questão. Alguns desses critérios podem ser quantitativamente medidos, tais como eficiência em termos de tempo e espaço para um dado modelo. Entretanto, é muito difícil fornecer medidas quantitativas para fatores abstratos como versatilidade ou simplicidade.

A metodologia proposta neste trabalho inclui a descrição das principais técnicas utilizadas para a aproximação de superfícies de imagens digitais por meio de malhas triangulares. Um conjunto de medidas de qualidade é apresentado para avaliar a fidelidade dos modelos resultantes.

1.3 Organização

O restante desta dissertação está organizado em outros cinco capítulos, os quais estão descritos resumidamente nos parágrafos a seguir.

O capítulo 2 apresenta os principais métodos de representação de superfícies, particularmente as malhas retangulares regulares e as malhas triangulares irregulares.

O capítulo 3 discute os principais métodos de representação de superfícies baseados em malhas triangulares encontrados na literatura.

No capítulo 4, a metodologia proposta para construção de malhas triangulares é apresentada. Novos critérios para inclusão de pontos nas malhas triangulares são definidos e analisados. Medidas para avaliação da qualidade das malhas são apresentadas.

O capítulo 5 apresenta os resultados obtidos pela aplicação da metodologia proposta em diversas amostras de dados reais.

O capítulo 6 conclui o trabalho com alguns comentários finais e sugestões para trabalhos futuros.

2 MODELOS DE REPRESENTAÇÃO DE SUPERFÍCIES

O problema de representação de superfícies de objetos em imagens digitais pode ser genericamente descrito como a construção de uma representação de superfície por meio da interpolação de um conjunto finito de pontos no espaço. Para se construir essa representação da superfície é necessário definir um modelo que possa satisfatoriamente descrever as relações de vizinhança entre os pontos da amostra de dados.

As próximas seções apresentam alguns modelos típicos utilizados para representar superfícies de objetos em imagens digitais.

2.1 Malhas Regulares

Um modelo simples de representação de superfícies é utilizar células regulares para descrever um conjunto finito de pontos no domínio da superfície. A malha retangular é historicamente a mais usada e natural para armazenar os dados em grade de células bidimensionais.

Existem apenas três tipos de malhas regulares possíveis: retangular, triangular e hexagonal [Ahu83], as quais são ilustradas na figura 2.1. Na malha hexagonal, uma característica interessante é a de que todas as células vizinhas são eqüidistantes.

A principal diferença entre as malhas retangular, triangular e hexagonal no plano é que apenas a matriz retangular de células pode ser recursivamente subdividida em células menores de mesmo formato e orientação como as células originais. Triângulos podem ser subdivididos em outros triângulos, mas nem todos possuem a mesma orientação. Hexágonos não podem ser subdivididos em outros hexágonos menores.

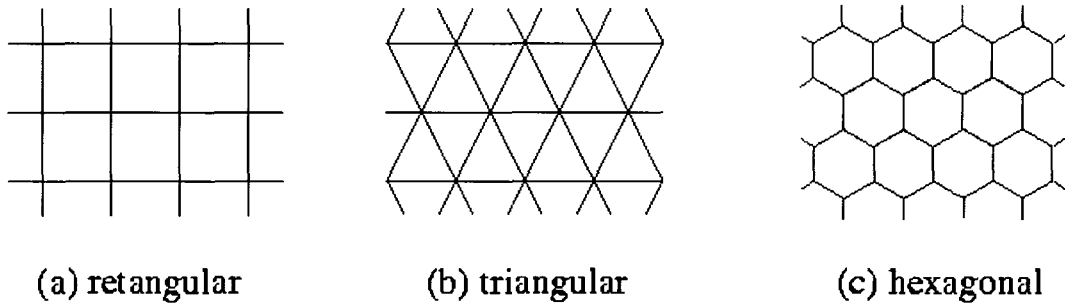


Figura 2.1: Malhas regulares

2.2 Malhas Hierárquicas

Imagens podem ser representadas em muitas resoluções diferentes. Reduzindo a resolução da imagem, pode-se reduzir o tamanho da imagem, embora isto cause perda de informações. Representações hierárquicas de imagens permitem representações em múltiplas resoluções. Algumas das estruturas mais utilizadas para representação hierárquica são as *quadtrees*, *k-d trees* e pirâmides.

2.2.1 QUADTREES

A representação *quadtree* é uma estrutura hierárquica baseada em decomposição regular e recursiva de uma região quadrada em quadrantes e subquadrantes, até que blocos homogêneos sejam obtidos. Para ilustrar este conceito, deve-se considerar a região mostrada na figura 2.2(a), a qual é representada por uma matriz binária de $2^3 \times 2^3$ na figura 2.2(b). Os blocos resultantes da decomposição da região *quadtree* são mostrados na figura 2.2(c), e a árvore da *quadtree* correspondente na figura 2.2(d). O nó raiz corresponde à região toda, os quatro filhos do nó raiz correspondem aos quadrantes, e os nós terminais correspondem àqueles blocos da matriz os quais não necessitam de mais nenhuma subdivisão. Os quadrantes são rotulados conforme a ordem A, B, C e D.

Diversas estruturas de dados para *quadtrees* têm sido propostas. Uma classe de estruturas representa explicitamente os relacionamentos entre todos os nós internos (não-folhas) e terminais (folhas) da *quadtree* com o uso de ponteiros [Hun79, Kli76, Ros79]. Nesta estrutura, cada nó interno possui cinco ponteiros

associados a ele, isto é, quatro para seus filhos e um para seu pai. Embora a *quadtree* resultante forneça um acesso rápido de uma posição para outra na árvore, como uma cadeia de ponteiros, isto requer uma grande quantidade de memória para seu armazenamento. A *quadtree* linear proposta por Gargantini [Gar82], é uma versão que não requer ponteiros, onde somente o nó folha forma uma lista linear, a qual codifica implicitamente o dado original. Existem muitas variações deste modelo, por exemplo, associando uma cor ou um valor de endereço a cada nó [Abe83, Lau85, Mar85, Sam84].

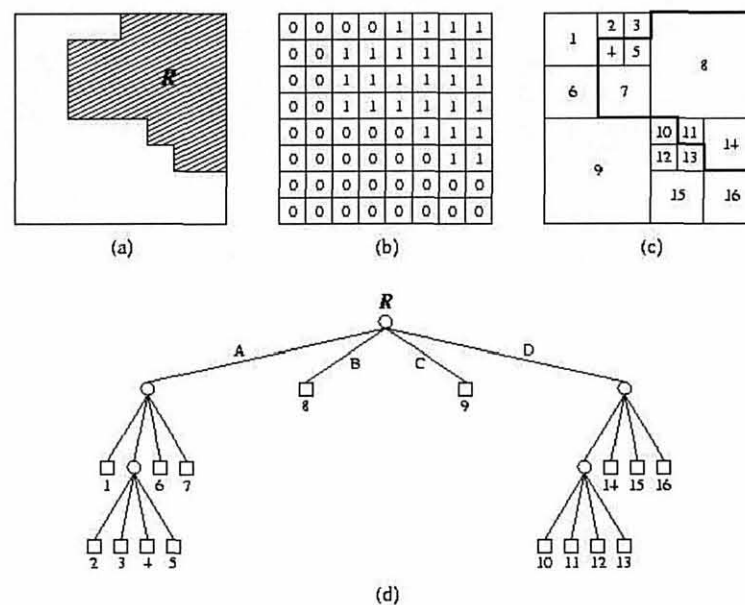


Figura 2.2: (a) Uma região R ; (b) matriz binária; (c) decomposição da imagem em regiões homogêneas; (d) representação *quadtree* da imagem.

2.2.2 K-D TREES

A árvore de pesquisa binária multidimensional ou *k-d tree*, proposta por Bentley [Ben75], oferece uma estrutura de dados eficiente em termos de espaço de armazenamento. Em duas dimensões, ela divide a área em duas regiões, ao invés de quatro em cada ponto como no caso da *quadtree*, resultando em uma árvore de grau 2. O primeiro ponto torna-se a raiz da árvore, cada ponto situado no semiplano esquerdo é inserido na sub-árvore esquerda e cada ponto situado no semi-plano direito é inserido na sub-árvore direita. Para pontos que dividem regiões

horizontalmente, os pontos no semiplano superior são inseridos na sub-árvore esquerda, enquanto que pontos no semiplano inferior são inseridos na sub-árvore direita. Assumindo que a raiz esteja no nível 0, nós nos níveis pares da árvore dividem o conjunto de pontos em semi-regiões esquerda e direita, e nós nos níveis ímpares dividem uma região em semi-regiões superior e inferior (figura 2.3).

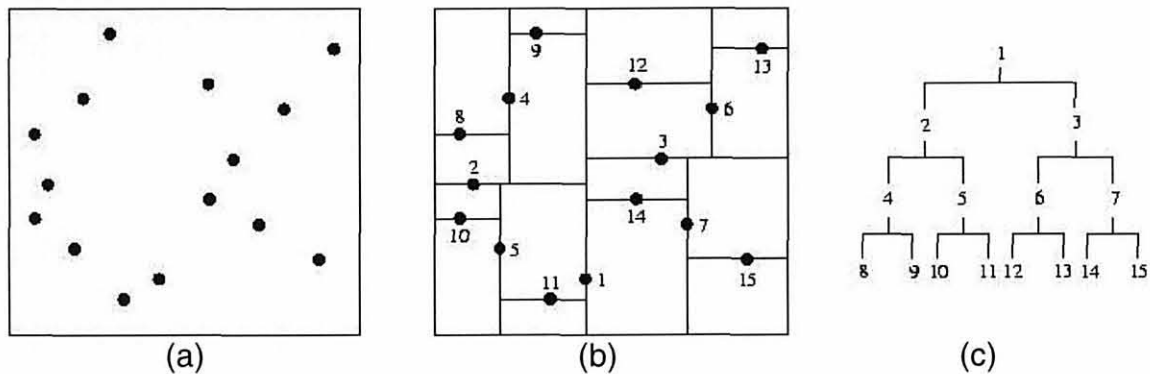


Figura 2.3: (a) Conjunto de pontos na imagem; (b) subdivisão em semi-planos; (c) representação *k-d tree*.

2.2.3 PIRÂMIDES

A representação piramidal de uma imagem $N \times N$ contém a imagem e k versões desta imagem. Normalmente, n é uma potência de 2 e as outras imagens são $n/2 \times n/2$, $n/4 \times n/4$, ..., 1×1 . Na representação piramidal, o pixel no nível l é obtido pela combinação de informação de vários pixels na imagem no nível $l+1$. A imagem inteira é representada como um único pixel no nível superior (nível 0), e o nível inferior é a imagem original (não reduzida). Um pixel em um nível representa informação agregada de vários pixels no nível seguinte. A figura 2.4 mostra uma imagem e suas versões reduzidas, formando uma pirâmide. Para este exemplo, a pirâmide é obtida pela média dos valores dos pixels com vizinhanças 2×2 .

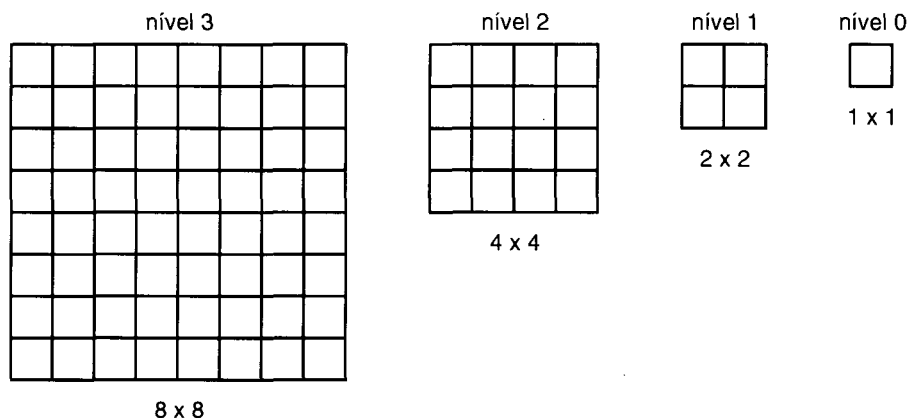


Figura 2.4: Representação piramidal.

2.3 Malhas Irregulares

A vantagem mais importante de uma representação irregular é que a estrutura da malha de pontos pode ser ajustada para refletir a densidade dos dados. Isto fornece um modelo de resolução variável tal que o tamanho e densidade de seus elementos ou células possam variar sobre o espaço. Como resultado, células se tornam maiores onde os dados são esparsos, e menores onde os dados são densos.

Malha Irregular Triangulada (*Triangulated Irregular Network - TIN*) é provavelmente a malha irregular mais freqüentemente utilizada como modelo espacial de dados. Ela consiste em um número de pontos espaçados irregularmente conectados por um conjunto de arestas para formar uma triangulação planar. Cada vértice da triangulação possui um valor de intensidade ou elevação. Se um ponto não estiver situado em um vértice, aresta ou triângulo, esta intensidade ou elevação pode ser obtida por interpolação linear por partes. Então, TIN é um modelo de interpolação linear que pode ser visto como um conjunto conectado de triângulos contíguos não sobrepostos (figura 2.5).

Um problema comum que ocorre com malhas irregulares de triângulos é que várias triangulações diferentes podem ser geradas a partir de um mesmo conjunto de pontos. Buscando uma solução para o problema, muitos algoritmos de triangulação têm sido usados para modelagem de superfície. A maioria dos métodos de triangulação é baseada em processos para selecionar um conjunto de pontos

para melhor aproximar a superfície modelada, segundo um critério de qualidade estabelecido.

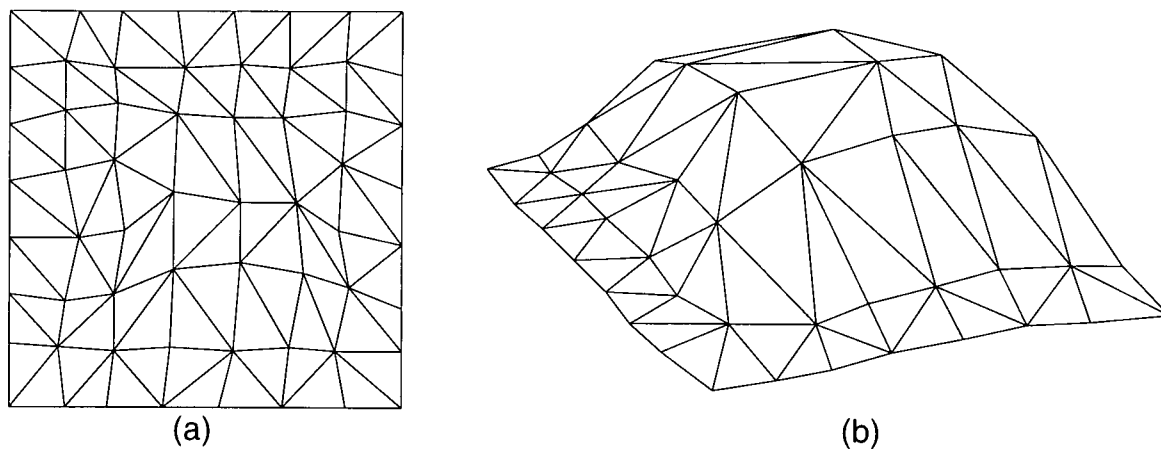


Figura 2.5: Uma malha irregular triangulada (TIN). (a) visão 2D; (b) visão 3D.

3 MÉTODOS DE TRIANGULAÇÃO

Este capítulo analisa alguns métodos de representação de superfícies baseados em malhas triangulares. A triangulação de um conjunto de pontos posicionados no plano pode ser definida em termos de um grafo planar, no qual pares de vértices são conectados por arestas cuja interseção ocorre apenas em seus pontos extremos, formando faces triangulares. Para uma triangulação no plano com N vértices, sendo N_b pontos da borda (isto é, pontos que estão situados sobre a casca convexa), E arestas e T triângulos, tem-se:

$$T = 2(N - 1) - N_b \quad (3.1)$$

$$E = T + N - 1 = 3(N - 1) - N_b \quad (3.2)$$

A expressão $E = T + N - 1$ [Ped00] é um caso especial da expressão de Euler, na qual T representa o número de regiões finitas no plano.

A topologia da triangulação pode ser escolhida usando apenas as projeções xy dos pontos de dados ou então usando a intensidade ou elevação z do ponto. O método de triangulação mais comum que utiliza apenas as projeções xy é a triangulação de Delaunay [Del34]. Esta triangulação é utilizada em diversos algoritmos porque possui algumas propriedades consideradas adequadas para a aproximação de superfícies.

Uma outra triangulação que vem sendo bastante utilizada na representação de superfícies, principalmente quando se deseja obter uma malha com característica de multi-resolução, é a triangulação de *quadtree* restrita (*Restricted Quadtree Triangulation - RQT*).

3.1 Triangulação de Delaunay

A triangulação de Delaunay possui a propriedade de que o círculo formado pelos vértices do triângulo não contém nenhum outro ponto em seu interior. Esta propriedade, conhecida como propriedade do círculo vazio, é mostrada na figura 3.1.

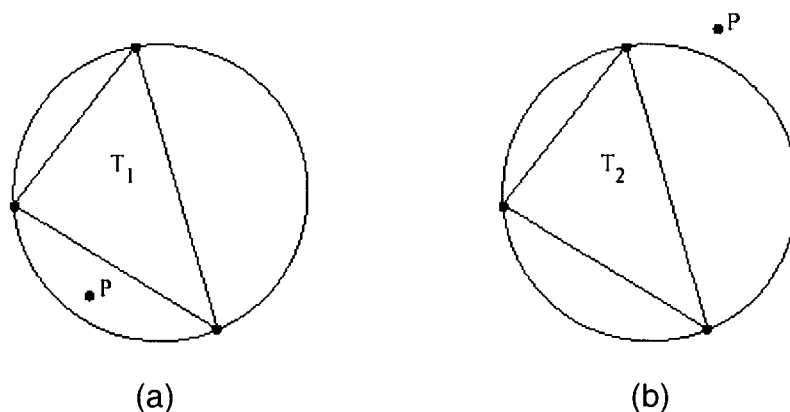


Figura 3.1: Triangulação. (a) não satisfaz propriedade de Delaunay; (b) satisfaz propriedade de Delaunay.

A triangulação de Delaunay gera uma malha que maximiza o ângulo mínimo de todos os triângulos. Esta propriedade é conhecida como propriedade do *ângulo max-min*. Tomando-se uma diagonal de um quadrilátero formado por dois triângulos adjacentes (figura 3.2), têm-se então seis ângulos internos, onde se toma o mínimo desses seis ângulos como referência; ao se tomar a diagonal oposta à anterior, têm-se então outros dois triângulos adjacentes e outros seis ângulos internos. Na figura 3.2, α representa o menor ângulo para os triângulos T_1 e T_2 , e β é o menor ângulo para os triângulos T_1' e T_2' . Assumindo $\alpha < \beta$, a figura 3.2(b) representa uma triangulação de Delaunay.

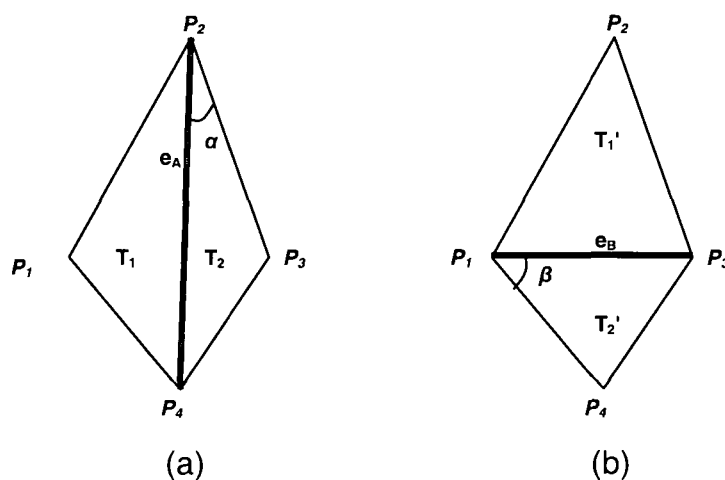


Figura 3.2: Propriedade do ângulo max-min. A diagonal e_A em (a) é substituída pela diagonal e_B , como em (b), de maneira a aumentar o mínimo dos seis ângulos internos.

Na triangulação de Delaunay, muitos dos triângulos são aproximadamente eqüiláteros (figura 3.3), ajudando a minimizar a ocorrência de triângulos finos e longos, os quais podem levar a um comportamento indesejável uma vez que estes podem produzir efeitos indesejáveis, tais como instabilidade numérica ou imprecisões no processo de visualização, esta propriedade está enunciada em O'Rourke [ORo93] e provada em Edelsbrunner [Ede87]. Além disso, a triangulação de Delaunay é única para um determinado conjunto de pontos, caso quatro ou mais pontos não sejam co-circulares no plano Euclidiano.

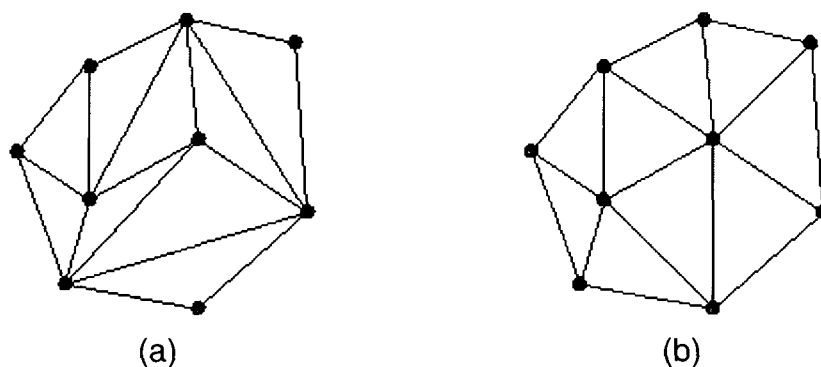


Figura 3.3: (a) Uma triangulação arbitrária de um conjunto de pontos. (b) uma triangulação de Delaunay do mesmo conjunto de pontos.

Baseado na propriedade do ângulo max-min, Lawson [Law72, Law77] propôs um *procedimento de otimização local* (*Local Optimization Procedure - LOP*) para trocar as diagonais dos quadriláteros convexos para assim obter triângulos mais próximos de eqüiláteros. Uma consequência importante deste procedimento é que a aplicação sucessiva do LOP a todas as arestas internas de uma triangulação arbitrária T produz uma triangulação de Delaunay, na qual todas as arestas são localmente otimizadas. Portanto, após um número finito de trocas de diagonais, a triangulação T pode ser transformada em uma triangulação de Delaunay.

Outra propriedade interessante é que os vértices dos triângulos estão mais próximos de seus circuncentros quando comparados com qualquer outro ponto de dados. Estes circuncentros são as posições dos vértices do diagrama de Voronoi, também conhecido como malha de Dirichlet [Dir50], Thiessen [Thi11] ou Wigner-Seitz [Wig33].

O diagrama de Voronoi de um conjunto V de n pontos no plano é uma subdivisão do plano em n regiões poligonais convexas, chamadas *regiões de*

Voronoi, cada uma associada a um ponto P_i de V . A região Voronoi de P_i é o conjunto de pontos do plano que estão situados mais próximos a P_i do que qualquer outro ponto em V . Dois pontos P_i e P_j de V são considerados *vizinhos Voronoi*, quando as *regiões de Voronoi* correspondentes são adjacentes.

O grafo geométrico dual do diagrama Voronoi é um grafo planar $T \equiv (V, E)$, chamado grafo Delaunay de V , o qual possibilita unir um par de pontos P_i e P_j , $i \neq j$, de V , tal que P_i e P_j são *vizinhos Voronoi*.

Um exemplo da triangulação de Delaunay e seu dual, o diagrama de Voronoi, para um dado conjunto de pontos é mostrado na figura 3.4.

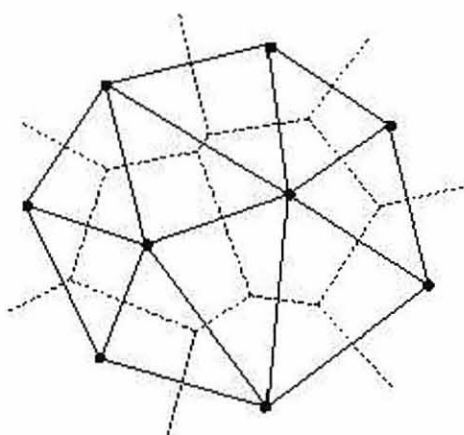


Figura 3.4: Triangulação de Delaunay (linhas sólidas) e seu dual, o diagrama de Voronoi (linhas pontilhadas).

3.1.1 TRIANGULAÇÃO DE DELAUNAY COM RESTRIÇÕES

Em algumas aplicações práticas, uma triangulação deve permitir a inclusão de um conjunto específico de arestas, por exemplo, características lineares (*linhas de quebra*) representando cristas e vales de um terreno, ou limites representando linhas de encosta e edifícios.

A *triangulação de Delaunay com restrições* é uma triangulação que inclui um conjunto pré-definido de arestas, e é mais próxima quanto possível da triangulação de Delaunay. Uma caracterização alternativa da triangulação com restrições pode ser dada por meio da noção de visibilidade. Supondo-se um conjunto V de pontos no plano e um conjunto L de arestas com seus pontos extremos em V , tal que estas arestas apresentem interseções apenas em seus pontos extremos. Dois pontos P_i e

P_j em V são chamados *mutuamente visíveis* com respeito a L se, e somente se, eles podem ser unidos por uma aresta sem que haja intersecção com qualquer outro segmento de restrição em L . Uma triangulação de V restrita por L é uma triangulação de V contendo o grafo de restrições como um sub-grafo. Um exemplo de triangulação com restrições é mostrada na figura 3.5.

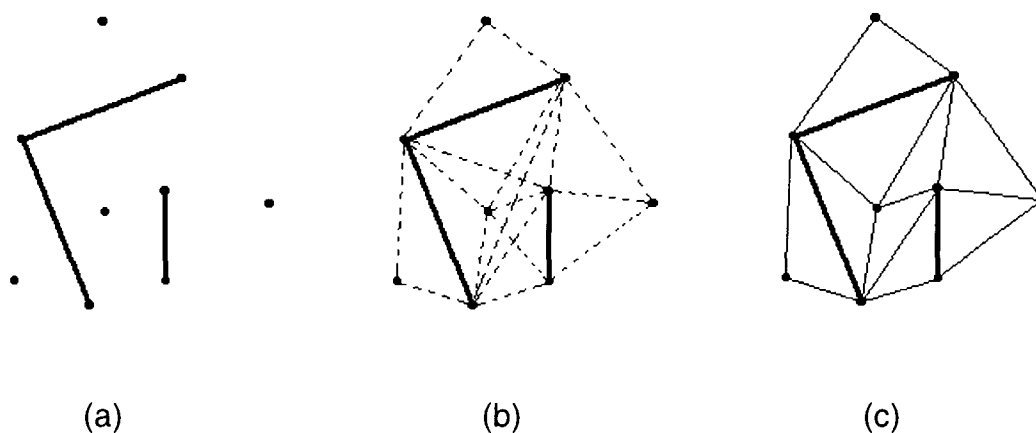


Figura 3.5: (a) um conjunto de segmentos de restrição; (b) correspondente grafo de visibilidade; (c) triangulação com restrições.

Uma triangulação de Delaunay com restrições para um conjunto V de pontos de dados com respeito a um conjunto L de segmentos de restrição é uma triangulação com restrição satisfazendo a seguinte modificação da propriedade do círculo: um triângulo é considerado de Delaunay com restrições se, e somente se, não existir qualquer outro ponto em V no interior de seu círculo o qual é visível para todos os três vértices do triângulo. Um exemplo é ilustrado na figura 3.6. Uma triangulação de Delaunay padrão é obtida se o conjunto L de segmentos de restrição é vazio.

As propriedades de uma triangulação de Delaunay podem ser estendidas para uma triangulação de Delaunay com restrições por meio de algumas modificações causadas pelo conjunto de segmentos de restrição. A propriedade do ângulo max-min pode ser reformulada para uma triangulação de Delaunay com restrições considerando-se somente quadriláteros convexos formados por dois triângulos adjacentes que não compartilham um segmento de restrição.

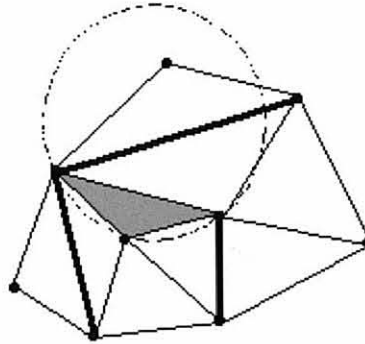


Figura 3.6: Ilustração de um triângulo em uma triangulação de Delaunay com restrições que satisfaz a versão modificada da propriedade do círculo.

Chew [Che87, Che89] apresenta um algoritmo dividir-para-conquistar para construir uma triangulação de Delaunay com restrições em tempo $O(n \log n)$, o mesmo tempo requerido para a construção de uma triangulação de Delaunay padrão. As extremidades das arestas são ordenadas pelas coordenadas x , e divididas em linhas verticais. As triangulações de Delaunay com restrições são calculadas para cada subconjunto e então unidas.

3.1.2 TRIANGULAÇÃO DE DELAUNAY COM CONFORMIDADE

Um problema no uso da triangulação de Delaunay com restrições na aproximação de superfície é que a inclusão forçada de arestas de restrição pode produzir triângulos finos e longos. Uma abordagem alternativa utiliza a noção de *triangulação de Delaunay com conformidade*. A idéia é dividir o segmento de restrição em segmentos mais curtos por meio da adição de novos vértices, conhecidos como *pontos de Steiner*, tal que cada segmento de restrição seja a união de arestas da triangulação.

A figura 3.7 mostra uma triangulação de Delaunay com conformidade do exemplo dado na figura 3.6. Três pontos extras são adicionados na construção de arestas.

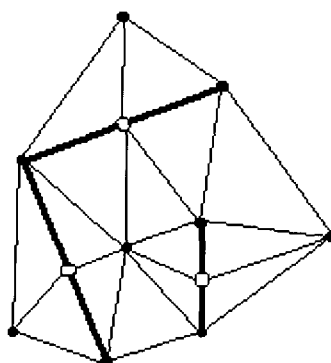


Figura 3.7: Triangulação de Delaunay com Conformidade.

Edelsbrunner e Tan [Ede93] provaram que a triangulação de Delaunay com conformidade pode ser obtida em $O(m^2 n)$, onde m é o número de arestas e n é o número de pontos. Algoritmos propostos por Boissonnat *et al.* [Boi90], Nackman e Srinivasan [Nac94], Oloufa [Olo91], e Saalfeld [Saa91] são baseados na idéia de adição de um número suficiente de pontos sobre as arestas dos grafos de restrição, tal que uma triangulação de Delaunay se adapte a todas as arestas adicionadas. Porém, esses algoritmos não utilizam um número mínimo de pontos para calcular a triangulação de Delaunay com conformidade.

3.1.3 ALGORITMOS PARA TRIANGULAÇÃO DE DELAUNAY

Inúmeros algoritmos diferentes para construção da triangulação de Delaunay têm sido propostos na literatura. Esta seção descreve alguns algoritmos para a geração de malhas triangulares baseados na triangulação de Delaunay em duas dimensões.

Os algoritmos de triangulação podem ser classificados nas quatro seguintes categorias:

- *algoritmos dividir-para-conquistar*: uma triangulação de Delaunay é construída pela divisão recursiva do conjunto de pontos de dados em dois subconjuntos, de tamanhos praticamente iguais. Esses pares de malhas são, posteriormente, unidos para formar a triangulação final.

- *algoritmos de crescimento*: uma triangulação de Delaunay é sucessivamente construída pela expansão (crescimento) da malha ao redor da região onde novos pontos são adicionados;
- *algoritmos incrementais*: uma triangulação de Delaunay é construída pela adição iterativa de pontos de dados, enquanto a triangulação é mantida atualizada após cada ponto ser adicionado;
- *algoritmos de varredura*: uma triangulação de Delaunay é calculada para um conjunto de pontos por meio de uma transformação geométrica tal que o algoritmo necessita considerar a região de um ponto apenas quando o ponto for uma interseção das linhas de varredura.

3.1.3.1 Algoritmos dividir-para-conquistar

A construção de um diagrama de Voronoi por meio de um algoritmo dividir-para-conquistar com tempo $O(n \log n)$, no pior caso, foi apresentado primeiramente por Shamos e Hoey [Sha75]. Lee e Schachter [Lee80] também descrevem um algoritmo ótimo para triangulação de Delaunay, em tempo $O(n \log n)$ no pior caso. Um algoritmo similar usando uma estrutura de dados diferente é apresentado por Guibas e Stolfi [Gui85], também com tempo $O(n \log n)$.

A idéia é baseada em uma divisão recursiva do conjunto de pontos de dados em dois subconjuntos disjuntos de tamanhos similares. Posteriormente procede-se a fusão desses dois sub-conjuntos que foram computados separadamente. Inicialmente, os pontos do conjunto V são organizados de forma crescente. Então, o conjunto V é dividido em metades V_L e V_R tal que V_L contenha a primeira metade dos pontos e V_R contenha a segunda. A triangulação de Delaunay de V_L e V_R é recursivamente construída em cada metade e, então, unidas para formar a triangulação de Delaunay de V .

O passo de fusão de V_L e V_R inicia com a determinação da casca convexa de $V = V_L \cup V_R$, a qual é o domínio da triangulação de Delaunay de V . Isto corresponde à determinação das tangentes comuns superior e inferior da casca convexa de V_L e V_R . Essas duas tangentes são ilustradas na figura 3.8.

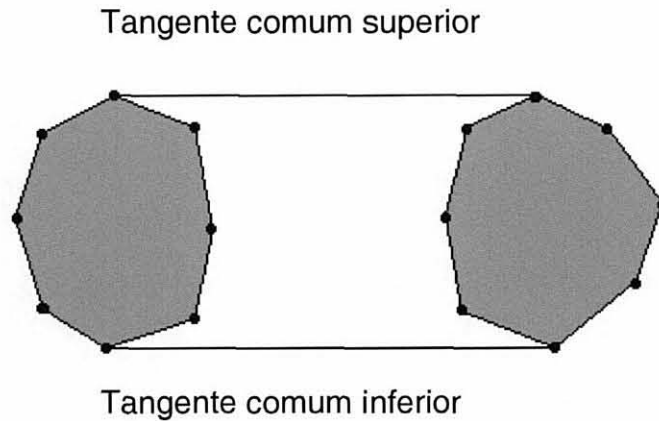


Figura 3.8: Ilustração da tangente superior e inferior de duas cascas convexas.

O procedimento de fusão remove as arestas que não são de Delaunay, determinando se o círculo de um triângulo contém qualquer outro ponto em seu interior. Ele também adiciona novas arestas à triangulação, iniciando com a tangente comum inferior, alternando até que a tangente comum superior seja alcançada. Uma ilustração do passo de fusão do algoritmo dividir-para-conquistar é mostrada na figura 3.9.

Dwyer [Dwy87] mostra que uma simples modificação no algoritmo dividir-para-conquistar produz um tempo de $O(n \log \log n)$ com os pontos uniformemente distribuídos. O algoritmo de Dwyer divide o conjunto de pontos em $(n / \log n)^{1/2}$ subconjuntos por linhas horizontais, construindo a triangulação de Delaunay de cada linha pela fusão ao longo das linhas verticais, e então fundem todas as linhas.

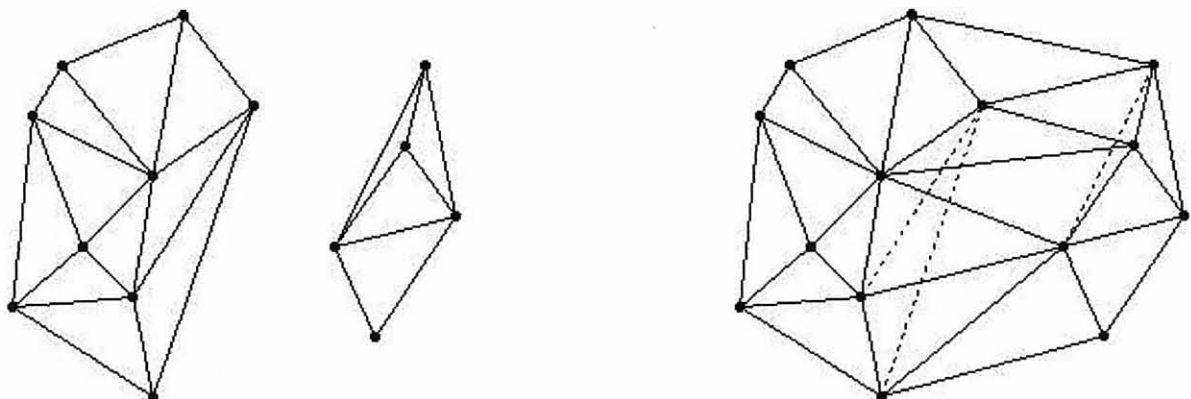


Figura 3.9: Passos da fusão de duas triangulações no algoritmo dividir-para-conquistar. As arestas pontilhadas devem ser removidas.

3.1.3.2 Algoritmos de crescimento

Green e Sibson [Gre78] descrevem um método recursivo para determinar um diagrama de Voronoi no plano, examinando os pontos e modificando recursivamente as vizinhanças quando cada ponto é adicionado ao diagrama. Cada região de Voronoi possui uma lista associada de vizinhanças, a qual é modificada quando novos pontos são inseridos ao redor daquela região.

O algoritmo gera o diagrama de Voronoi pela adição repetitiva de um ponto à malha corrente. Green e Sibson mostraram que o custo computacional para o crescimento de um polígono ao redor de um novo ponto é constante e, portanto, uma malha de n pontos resultaria em um custo de $O(n)$. O custo do passo para localizar o vizinho mais próximo de um novo ponto é crucial para a complexidade total do algoritmo. Uma busca trivial teria um custo de $O(n)$ por ponto, dando um custo total de $O(n^2)$.

Um melhoramento seria tirar vantagem das malhas construídas como um guia ao procurar o vizinho mais próximo de um novo ponto pela busca iterativa na malha a partir de um ponto arbitrário. Se pontos podem ser adicionados em posições aleatórias, então é razoável iniciar a partir de um local próximo ao centro dos pontos, resultando em $O(n^{1/2})$ para cada ponto, e um total de $O(n^{3/2})$. Sugere-se também que a complexidade total pode ser reduzida para $O(n \log n)$ se a busca pelo vizinho mais próximo for realizada sobre várias gerações de malhas, onde cada geração corresponde a uma malha salva após a adição de um número de pontos, com um custo no armazenamento.

McCullagh e Ross [McC80] descrevem um algoritmo conforme os passos descritos a seguir:

- i. criar uma linha inicial, chamada de linha base, pela conexão de um ponto arbitrário ao seu ponto mais próximo;
- ii. encontrar um terceiro ponto pela aplicação da propriedade do círculo vazio. Este ponto pode ser encontrado calculando-se o ângulo α para os pontos candidatos, como mostra a figura 3.10. O ponto que forma o maior ângulo α é o vizinho Delaunay da linha;

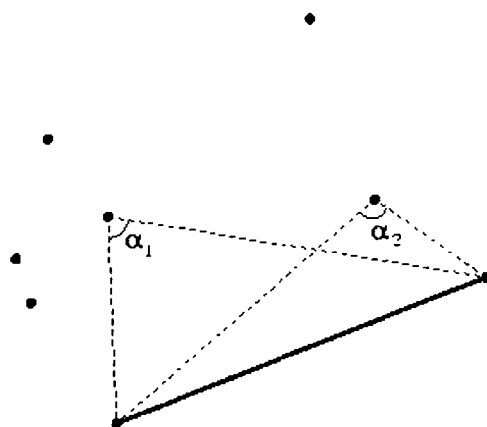


Figura 3.10: Seleção de um vizinho de Delaunay.

- iii. construir o triângulo de Delaunay e usar as outras duas novas arestas como novas linhas bases;
- iv. repetir os passos (i) e (ii) até que todas as linhas bases sejam consideradas.

Mirante e Weingarten [Mir82] descrevem um algoritmo de varredura radial para construir uma triangulação a partir de um conjunto de pontos. Os passos do algoritmo incluem:

- achar um ponto que está mais perto do centróide do conjunto;
- calcular as distâncias do ponto central a todos os outros pontos no conjunto usando uma reta radial (figura 3.11(a));
- ordenar todos os outros pontos em ordem crescente por distância e inclinação;
- iniciar a varredura e formar triângulos radiais por meio da conexão entre o ponto central e os demais pontos, e conectar quaisquer dois pontos consecutivos (figura 3.11(b));
- preencher as concavidades conectando os pontos que estão nas bordas dos triângulos radiais, formando a casca convexa do conjunto (figura 3.11(c)). Os triângulos formados são faces triangulares contíguas, entretanto, elas podem ter formas indesejáveis (isto é, muitos triângulos finos);

- sucessivamente otimizar a triangulação testando cada triângulo contra cada vizinho para determinar se sua geometria pode ser melhorada. Estes dois triângulos vizinhos definem um quadrilátero. A menor distância entre dois vértices opostos no quadrilátero é escolhida como a diagonal de modo a melhorar a forma dos triângulos. Este processo é repetido até que um passo inteiro pelo conjunto de dados não produza mudanças (figura 3.11(d)).

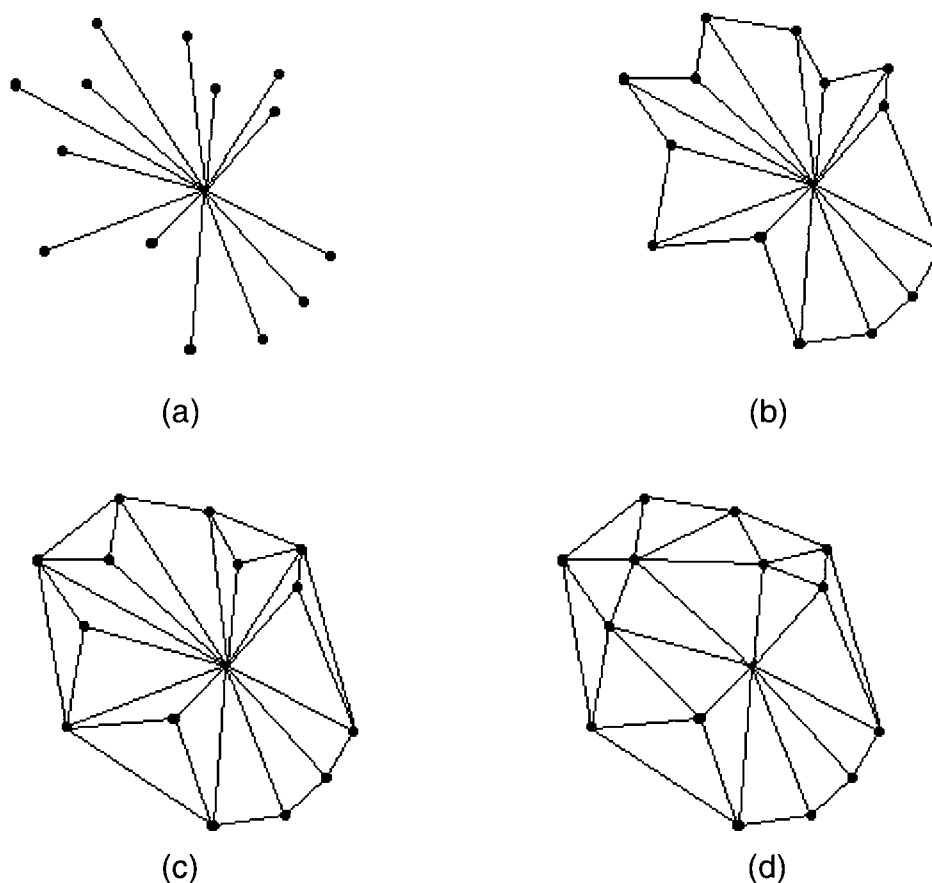


Figura 3.11: Algoritmo de varredura radial.

Este algoritmo normalmente não resulta em uma triangulação de Delaunay, uma vez que o uso da menor diagonal não satisfaz a propriedade do círculo vazio. Por outro lado, a triangulação de Delaunay pode ser obtida utilizando a propriedade do ângulo max-min.

3.1.3.3 Algoritmos incrementais

Algoritmos incrementais tipicamente constroem uma triangulação de Delaunay pela adição iterativa de novos pontos à malha, atualizando-a após cada ponto ser inserido.

Lee e Schachter [Lee80] descrevem um algoritmo iterativo que requer tempo $O(n^2)$ no pior caso. McLain [McL76] apresenta um algoritmo que ordena todos os pontos segundo a distância Euclidiana a partir de uma origem fixa e, então, constrói a triangulação tal que cada triângulo pertença à malha final.

De Floriani *et al.* [DeF85] descreve uma representação de superfície baseada em um algoritmo incremental de triangulação de Delaunay, onde pontos são selecionados até que o desvio máximo entre a triangulação atual e os dados originais satisfaça uma determinada tolerância de erro.

Um algoritmo descrito por Watson [Wat81] localiza o triângulo que contém o novo ponto. Iniciando-se a partir deste triângulo, o algoritmo remove todos os triângulos cujo circuncentro contenha o novo ponto. Tais triângulos formam uma região chamada de *polígono de influência*, contendo os pontos em seu interior. A nova triangulação de Delaunay é obtida simplesmente conectando-se o ponto a todos os vértices do polígono de influência. A figura 3.12 ilustra esses passos.

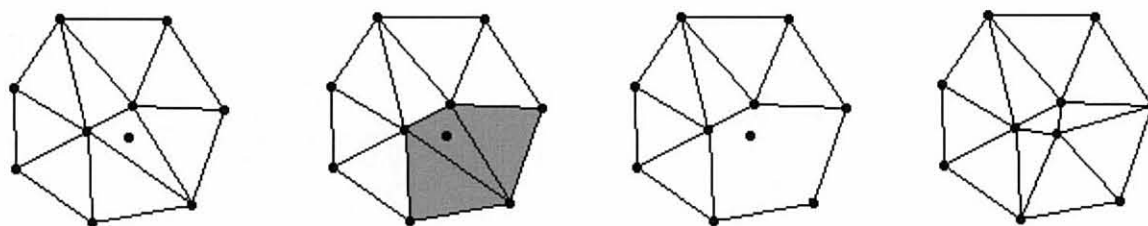


Figura 3.12: Ilustração dos passos do algoritmo de Watson.

O algoritmo de Watson requer tempo $O(n^{3/2})$ no melhor caso, e $O(n^2)$ no pior caso. Guibas e Stolfi [Gui85] descrevem um algoritmo que utiliza dois passos básicos. O primeiro localiza o triângulo contendo o novo ponto. O segundo passo atualiza a malha por meio de troca de arestas, até que todas as arestas invalidadas pelo novo ponto satisfaçam a propriedade do círculo vazio.

A figura 3.13 ilustra os passos desse algoritmo. Assume-se que os pontos dados sejam totalmente englobados por um grande polígono convexo, por exemplo, um triângulo. Para inserir um novo ponto P , o triângulo contendo este ponto é localizado (figura 3.13(a)). Se P se localizar sobre uma aresta existente, esta aresta é removida e P é conectado aos quatro vértices do quadrilátero. Novas arestas são criadas para conectar P aos vértices do polígono (figura 3.13(b)). Todas as arestas que definem o polígono são verificadas para determinar se satisfazem a propriedade do círculo vazio. Se a propriedade é satisfeita (figura 3.13(c)), a aresta permanece inalterada. Se ela é violada (figura 3.13(d)), a aresta é trocada com a outra diagonal deste quadrilátero. Neste caso, mais duas arestas tornam-se candidatas para inspeção (figura 3.13(e)). O processo continua até que não existam mais candidatas, resultando uma triangulação de Delaunay (figura 3.13(f)).

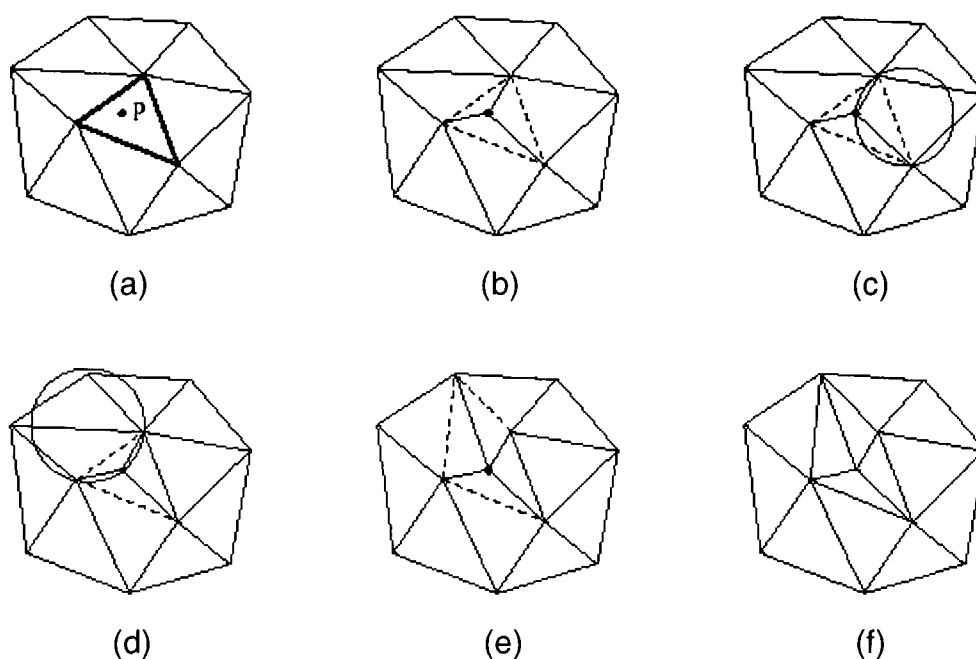


Figura 3.13: Inserção de um ponto P dentro da triangulação. Linhas pontilhadas indicam arestas que precisam ser checadadas pelo algoritmo.

No pior caso, a inserção de um ponto pode requerer $O(n)$ troca de arestas, portanto, resultando tempo $O(n^2)$ para a inserção de todos os n pontos. Porém, se os

pontos forem inseridos em ordem aleatória, Guibas *et al.* [Gui92] mostram que o número esperado de troca de arestas é linear.

Para localizar o triângulo que contém o ponto, o algoritmo de Guibas e Stolfi [Gui85] inicia em uma aresta qualquer na malha corrente e caminha por meio do diagrama na direção do novo ponto até que o triângulo correto seja encontrado, requerendo tempo $O(n^{1/2})$. Guibas *et al.* [Gui92] propõem uma estrutura de dados baseada em árvore, onde nós internos são triângulos que foram removidos ou subdivididos durante a construção, e a triangulação corrente é armazenada nas folhas. O custo total esperado do passo de busca é $O(n \log n)$.

3.1.3.4 Algoritmo de varredura

Fortune [For87] propôs um esquema para construção do diagrama de Voronoi utilizando o algoritmo de varredura. O algoritmo varre uma linha horizontal ao longo do plano, de baixo para cima, registrando todas as intersecções da linha com os pontos quando ela se move.

A dificuldade desta abordagem está no fato de que, como mostrado na figura 3.14, a linha de varredura possuirá intersecção com o interior do polígono ou região de Voronoi associada a um ponto antes de propriamente encontrar o ponto, tornando complexo o controle dos eventos envolvendo a intersecção. Este problema pode ser contornado com o uso de uma transformação do diagrama de Voronoi. Conforme figura 3.14, o diagrama original é transformado de forma a assegurar que o ponto de cada região de Voronoi torna-se o ponto mais inferior da região modificada de Voronoi, a qual não é mais poligonal. A aresta de Voronoi é mapeada para um segmento de hipérbole e um vértice de Voronoi é mapeado para uma intersecção de três (ou mais) hipérbolas. Como a varredura é realizada de baixo para cima, estes pontos extremos são encontrados primeiro quando a linha atinge um novo polígono durante seu deslocamento.

Tanto o diagrama de Voronoi quanto seu dual, a triangulação de Delaunay, podem ser gerados pelo grafo transformado, sendo eficiente em termos de espaço e esforço computacional.

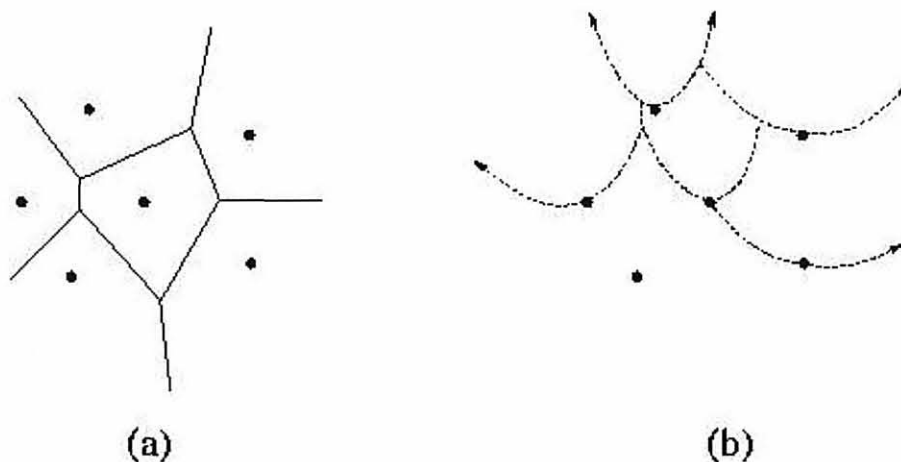


Figura 3.14: Algoritmo de varredura. (a) diagrama de Voronoi original; (b) diagrama de Voronoi transformado.

3.2 Triangulação Dependente de Dados

Os algoritmos para construção de triangulação de Delaunay são baseados apenas na distribuição bidimensional dos pontos de dados, ignorando a intensidade ou elevação dos vértices a serem aproximados. O principal propósito dos algoritmos de Delaunay é evitar a criação de triângulos finos e longos, os quais são tradicionalmente indesejáveis, uma vez que eles podem afetar a estabilidade numérica e produzir efeitos visuais artificiais.

Uma abordagem diferente, chamada de *triangulação dependente de dados*, é baseada na aproximação tridimensional da superfície dos dados de entrada. O algoritmo incremental da triangulação de Delaunay, descrito na seção 3.1.3.3, testa arestas candidatas utilizando critérios geométricos bidimensionais. Ao invés de verificar a validade das arestas por meio da propriedade do círculo vazio, a triangulação dependente de dados adota outros critérios para otimizar a triangulação.

Um primeiro critério tenta minimizar a soma dos erros quadráticos entre a função de aproximação e o conjunto de pontos. Um segundo critério tenta minimizar o ângulo entre os vetores normais definidos em dois triângulos adjacentes.

Triangulações dependentes de dados podem produzir triângulos longos e finos. Utilizando limites de erro obtidos por Gregory [Gre75], Rippa [Rip92] mostra que tais triângulos são adequados para aproximar uma função que possui uma

direção preferencial, ou seja, que possui derivadas de segunda ordem em uma das direções. Em tais casos, triângulos deveriam ser finos nas direções onde a magnitude da derivada de segunda ordem é grande e deveriam ser longos nas direções de baixa curvatura.

3.3 Triangulação em Modelos de Multi-resolução de Superfície

Organizar representações de superfície em diferentes níveis de detalhes é um assunto que vem recebendo crescente interesse. Modelos de multi-resolução de superfície [DeF96, Paj02a] provêm um mecanismo de compressão de dados tão bom quanto um método de resolução variável para representar uma superfície em diferentes níveis de abstração. Uma organização multinível permite uma implementação de busca simples e outras operações geométricas, tais como encontrar interseção entre superfícies, ou técnica de *zoom* ao visualizar a superfície. Além disso, possibilita visualização na qual certas áreas de maior importância são descritas com muitos detalhes.

Modelos de multi-resolução consistem em coleções de modelos digitais de superfície (*Digital Surface Models - DSMs*) construídas com base no aumento progressivo dos subconjuntos de determinado conjunto de dados S . A estrutura na qual cada DSM individual está conectada, induz uma classificação de modelos de multi-resolução de superfície em modelos *hierárquico* e *piramidal* [DeF94], descritos a seguir.

3.3.1 MODELOS HIERÁRQUICOS

O conceito de modelo hierárquico de superfície está baseado na subdivisão hierárquica do domínio. Intuitivamente, dada uma subdivisão Σ , uma região f de Σ pode ser vista como uma entidade individual e refinada em uma subdivisão Σ_f , do qual o domínio engloba f . O refinamento de f é executado adicionando novos vértices dentro de f ou em um de seus lados e a aplicação recursiva de processos de refinamentos dirigidos para uma hierarquia de subdivisões.

Representações hierárquicas comuns incluem os modelos baseados em estruturas triangulares e os modelos baseados em estrutura de *quadtree*.

3.3.1.1 Modelos baseados em estruturas triangulares

Modelos hierárquicos de superfície (Hierarchical Surface Models - HSMs) baseados em triângulos, construídos em dados distribuídos irregularmente, provêm uma descrição de superfície mais flexível, visto que eles podem melhor se adaptar às irregularidades da superfície e incluir pontos e linhas específicos da superfície. Tais modelos são baseados em uma decomposição hierárquica fixa, na qual faces são triângulos arbitrários. *Triangulações ternárias* [DeF84, DeF92, Pon87] (figura 3.15) representam uma primeira tentativa nesta direção, usando um modelo de decomposição com topologia fixa e geometria variável, mas eles apresentam a desvantagem de produzir triângulos longos e finos, sendo assim uma aproximação de superfície menos eficiente. *Redes Hierárquicas Trianguladas Irregulares (Hierarchical Triangulated Irregular Networks - HTINs)* são modelos hierárquicos baseados em uma hierarquia de triangulações, nos quais o processo de refinamento recursivo é dirigido por um critério de precisão.

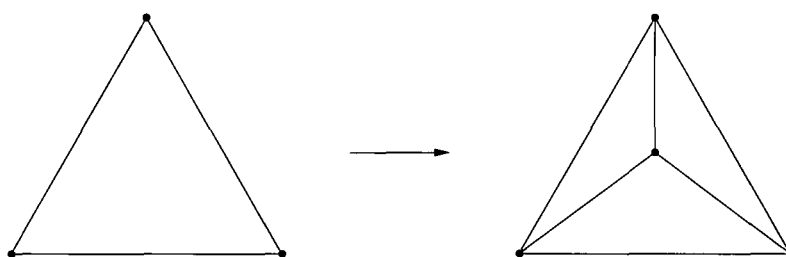


Figura 3.15: Uma triangulação ternária.

A regra usada para selecionar e inserir pontos em um triângulo caracteriza os diferentes tipos de HTINs (em todos os casos, o critério é baseado numa avaliação de erro e assegura a regra adequada para satisfazê-lo).

As *Triangulações Hierárquicas de Delaunay (Hierarchical Delaunay Triangulations - HDTs)* [DeF92, DeF93], são baseadas em uma hierarquia onde cada elemento é uma triangulação de Delaunay. Note que, conforme figura 3.16, a subdivisão dentro de todo macrotriângulo é localmente uma triangulação de Delaunay. O refinamento de um triângulo t é executado por uma aplicação iterativa do *seletor de Delaunay*, o qual, a cada passo, atualiza a triangulação de Delaunay corrente inserindo o ponto com maior erro.

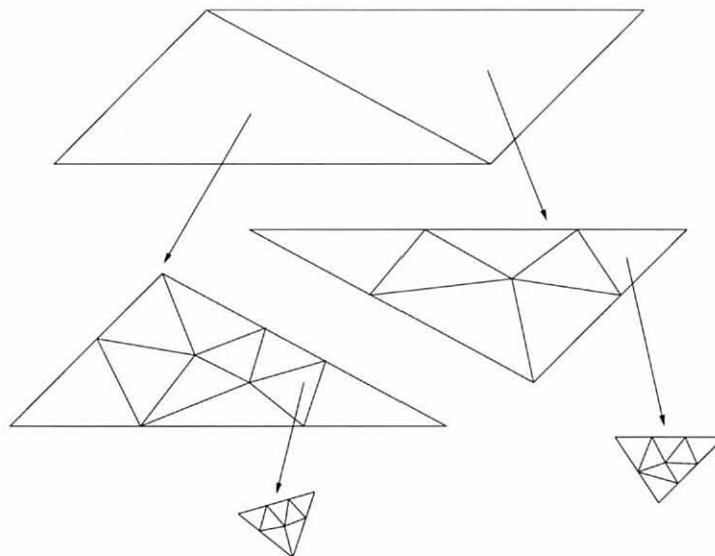


Figura 3.16: Uma triangulação hierárquica de Delaunay.

3.3.1.2 Modelos baseados em estrutura de *quadtree*

Uma alternativa para a geração de malhas triangulares que vem sendo bastante estudada e utilizada é a que tem como origem uma malha do tipo *quadtree* [Sch89, Son93], discutida na seção 2.2.1.

Ao subdividir as regiões quadradas em triângulos, deve-se tomar cuidado para evitar a ocorrência de falhas (*cracks*), conforme ilustrado na Figura 3.17.

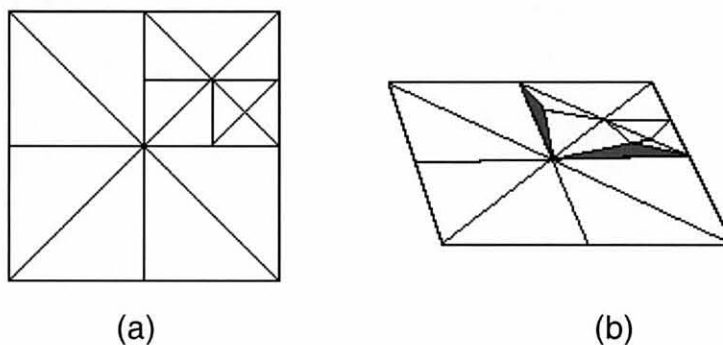


Figura 3.17: Triangulação *quadtree* com falha (*crack*). (a) visão 2D; (b) visão 3D.

Para uma triangulação mais apropriada e isenta de falhas indesejadas, foi proposta por Herzen e Barr [Her87] e, posteriormente, estudada e desenvolvida por Pajarola *et al.* [Paj02a, Paj02b], a *triangulação quadtree restrita* (*Restricted Quadtree Triangulation - RQT*).

Na triangulação *quadtree* restrita, a *quadtree* é triangulada observando uma restrição nos níveis de subdivisões. Primeiro, a *quadtree* deve atender a uma propriedade conhecida como *propriedade da quadtree restrita*, que diz que duas regiões adjacentes da *quadtree* só podem diferir em apenas um nível. Isto pode ser observado na figura 3.18, em que a *quadtree* original (figura 3.18(a)) teve que ser dividida para atender a esta propriedade (figura 3.18(b)).

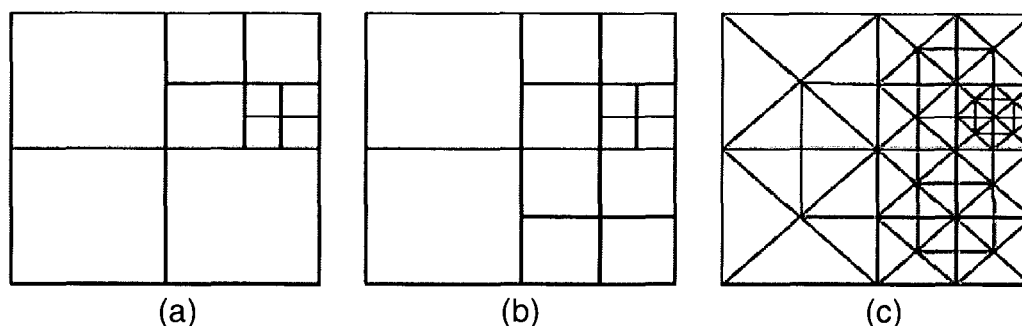


Figura 3.18: Triangulação *quadtree* restrita.

Com a propriedade da *quadtree* restrita atendida, a *quadtree* é triangulada da seguinte forma: para cada lado da região, se a região adjacente possuir um nível maior, então são criados dois triângulos. Caso contrário, ou seja, se a região adjacente possuir o mesmo nível ou um nível inferior, então é criado apenas um triângulo. Assim cada região possuirá de quatro a oito triângulos, como observado na figura 3.18(c).

Para a construção da *quadtree* restrita, Sivan e Samet [Siv92] apresentam dois métodos: um baseado em uma abordagem denominada *top-down*, em que a *quadtree* é construída a partir de uma região inicial que cobre toda a imagem inicial, e que pode ser subdividida em quatro novas regiões se necessário. Essas quatro novas regiões podem ser novamente subdivididas e, assim, a subdivisão continua recursivamente até que o nível de detalhe requerido seja alcançado.

O outro método é baseado em uma abordagem denominada *bottom-up*, que inicia com a imagem formada por diversas regiões de 3x3 pixels, que cobrem toda a imagem original, formando uma *quadtree* totalmente balanceada. Depois, quatro dessas regiões adjacentes podem ser simplificadas em uma, caso o nível de detalhe requerido permaneça o mesmo com essa simplificação.

Em um outro trabalho, Pajarola [Paj02b] apresentou uma variação da *quadtree* restrita, utilizada em conjunto com uma malha irregular triangulada (TIN), denominada de *QuadTIN* (*Quadtree based Triangulated Irregular Networks*)

Como mostra a figura 3.19, a aproximação *QuadTIN* consiste em um pré-processamento para construir a *quadtree* restrita hierárquica de uma TIN ou, simplesmente, um conjunto de pontos de elevação ou intensidade, se a informação do triângulo não for considerada. É importante que a entrada de dados esteja organizada em uma estrutura de índices espaciais eficiente, que permita acessos rápidos para o processo de construção da *QuadTIN*.

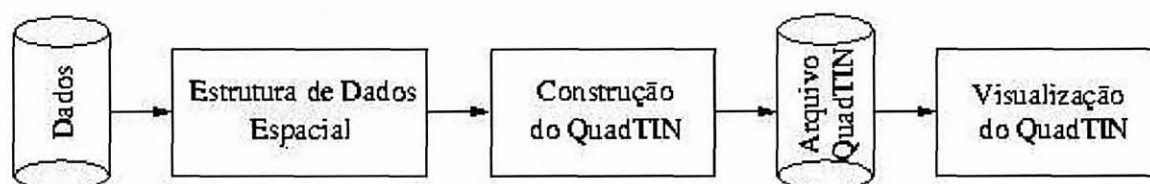


Figura 3.19: Visão esquemática da construção da *QuadTIN*.

Como ilustrado na figura 3.20, os triângulos em uma *QuadTIN* não são mais isósceles, e sim triângulos quaisquer.

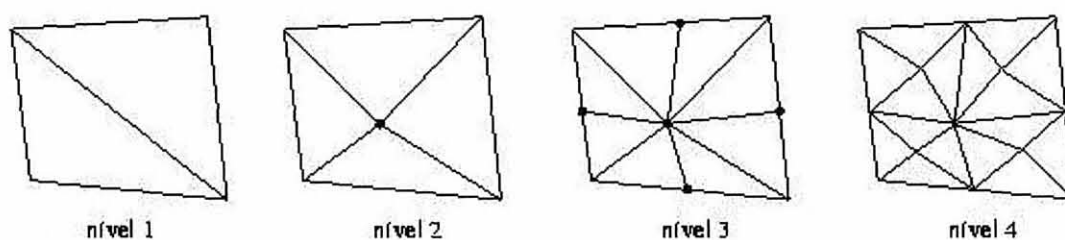


Figura 3.20: Subdivisão *QuadTIN* Irregular.

3.3.2 MODELOS PIRAMIDAIS

Uma estrutura estritamente hierárquica não pode ser imposta em uma triangulação de Delaunay, visto que a inserção de um novo ponto pode causar uma modificação que pode comprometer toda a estrutura. Mesmo em HDTs, nem sempre uma descrição da superfície correspondendo a um nível intermediário na árvore que

descreve o modelo hierárquico, corresponde a uma triangulação de Delaunay do domínio. Modelos piramidais de superfície têm sido desenvolvidos como alternativa aos métodos de multi-resolução hierárquicos; tais modelos permitem que propriedades globais possam ser satisfeitas com respeito a todo o domínio.

A *Pirâmide de Delaunay* [DeF89] é um modelo de multi-resolução de superfície composta de uma seqüência de triangulações de Delaunay, as quais representam a superfície em um nível progressivo de refinamento de detalhes sobre todo o domínio. Cada triangulação é obtida a partir de uma inserção prévia e iterativa do ponto correspondente ao erro máximo, até que a triangulação de Delaunay atual satisfaça a precisão requerida. Diferente de uma triangulação hierárquica de Delaunay, a piramidal de Delaunay garante que a propriedade de eqüiangularidade seja satisfeita globalmente. Esta vantagem é acompanhada de um aumento da complexidade. Além disso, uma estrutura piramidal não permite refinamentos locais fáceis nas áreas de interesse.

4 METODOLOGIA PROPOSTA

Este capítulo descreve a metodologia proposta para representação de superfícies baseada em malhas triangulares. As malhas são construídas por meio de um algoritmo de triangulação incremental de Delaunay (maiores detalhes na seção 3.1.3.3), onde um ponto é inserido a cada iteração.

Duas técnicas são utilizadas para construir as malhas triangulares, a triangulação de Delaunay e a triangulação Dependente de Dados, ambas descritas no capítulo 3.

A figura 4.1 apresenta um diagrama ilustrando as principais etapas da metodologia proposta.

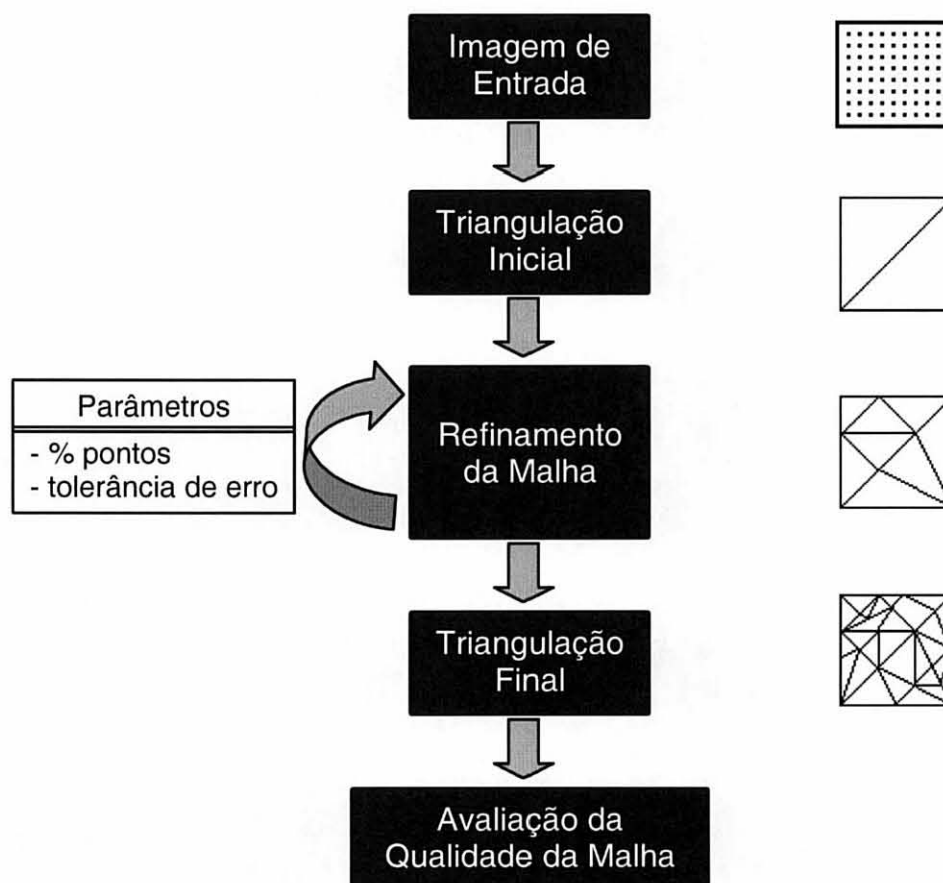


Figura 4.1: Diagrama ilustrativo da metodologia proposta.

Inicialmente, uma triangulação mínima consistindo de dois triângulos é construída. A partir dessa triangulação inicial, novos pontos são iterativamente

inseridos com base em um critério de seleção que define a ordem na qual os pontos são inseridos na triangulação.

O processo de refinamento pode ser controlado por meio de dois parâmetros, o número máximo de pontos inseridos ou a tolerância de erro permitida. O primeiro parâmetro é útil quando se deseja limitar o tamanho da aproximação produzida. O segundo parâmetro é baseado na raiz do erro quadrático médio (*Root Mean Square Error - RMSE*) entre a superfície original e a superfície aproximada pelas malhas triangulares, garantindo que o erro final entre estas duas superfícies seja menor do que a tolerância de erro pré-estabelecida.

O critério de inserção de pontos associa uma medida de importância a cada ponto. Dessa forma, o critério de seleção deve selecionar o ponto cuja medida de importância seja máxima a cada iteração.

Uma vez escolhido o ponto a ser inserido na triangulação, deve-se localizar o triângulo que o contém. Uma estrutura de dados contendo uma lista dos triângulos pertencentes à malha é mantida pelo algoritmo. Tendo sido localizado o triângulo, deve-se verificar se o ponto é interno ou se ele se encontra sobre uma de suas arestas. Se o ponto encontra-se sobre uma aresta, esta deve ser removida. Em qualquer uma das situações, obtém-se um triângulo ou quadrilátero que engloba o ponto inserido. Novas arestas devem então ser criadas para conectar o ponto inserido aos vértices do polígono. Finalmente, a triangulação deve ser atualizada de forma a satisfazer as propriedades da triangulação de Delaunay ou Dependente de Dados, conforme a abordagem adotada.

De modo a acelerar o processo de seleção de pontos que são inseridos nas malhas, o algoritmo também mantém uma lista de prioridades implementada sob a forma de um *heap*, a qual contém, para cada triângulo da malha, o erro do ponto que possui maior distância entre a superfície original e a aproximada. Um ponteiro entre a lista de triângulos e a estrutura de *heap* permite uma rápida recuperação do erro dos pontos candidatos, além de facilitar a atualização de valores de erro a cada vez que um ponto é inserido. Uma vez que as modificações causadas pela inserção de um novo ponto na triangulação são geralmente locais, grande parte dos pontos continuará com seus erros locais inalterados.

A grande maioria dos métodos incrementais de triangulação encontrados na literatura utiliza um critério de erro baseado na distância vertical local dos pontos.

Entretanto, esse critério nem sempre fornece bons resultados com relação à qualidade dos modelos gerados, particularmente quando a superfície apresenta regiões com intensidade ou elevações muito diferentes.

O presente trabalho propõe um conjunto de novos critérios para inserção de pontos durante o processo de refinamento das malhas, bem como métricas de qualidade para medir o grau de fidelidade entre os dados originais e a superfície aproximada.

As próximas seções descrevem tais medidas em maiores detalhes.

4.1 Critérios para Seleção de Pontos

A seguir são apresentados os critérios para seleção dos pontos de dados que serão inseridos durante a construção das malhas. Esses critérios procuram associar um grau de importância a cada ponto, determinando assim, a sua escolha para a triangulação. No caso de imagens de terrenos, esses pontos normalmente representam características topográficas como picos ou vales, como foi observado por Pedrini [Ped01a, Ped01b].

4.1.1 DISTÂNCIA MÁXIMA VERTICAL

O critério mais comum baseia-se na diferença (distância) máxima entre a superfície aproximada pela triangulação e os dados originais. Essa diferença corresponde a um erro vertical local (figura 4.1).

A medida da distância máxima vertical consiste simplesmente em medir o erro dado por

$$ME(p) = \max|f(p) - g(p)| \quad (4.1)$$

onde $f(p)$ é o valor da altura do ponto p e $g(p)$ é o valor obtido com a aproximação do ponto com base na projeção de p no plano horizontal. Embora não haja nenhuma garantia de que a distância máxima vertical diminua monotonicamente a cada nova inserção, resultados experimentais demonstram que o erro converge a zero à medida que o processo de refinamento da triangulação é realizado.

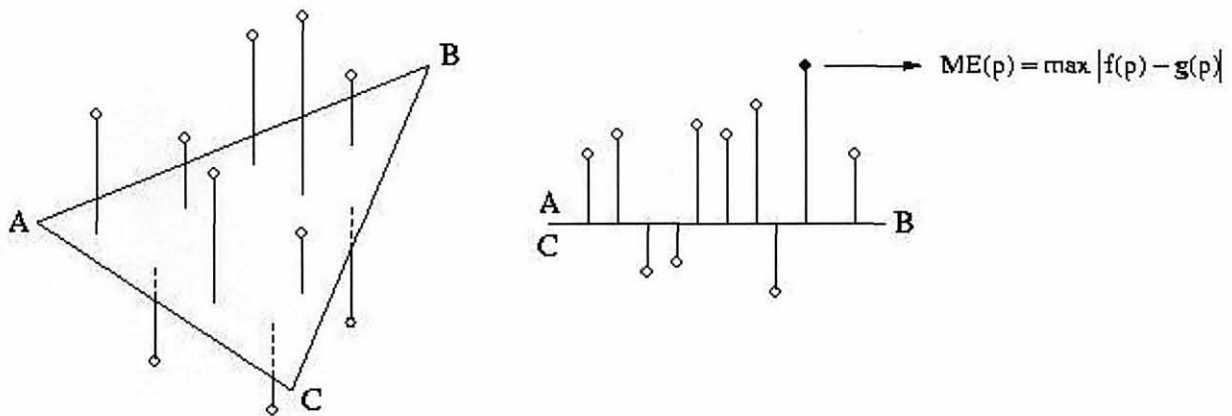


Figura 4.2: Distância máxima vertical.

4.1.2 CURVATURA

Este critério associa uma medida de importância a cada ponto conforme o grau de curvatura da região dentro de uma determinada vizinhança. Com essa medida, pontos característicos tais como picos, depressões, vales e outros tendem a ser selecionados para inserção, uma vez que apresentam graus de curvatura elevados.

Diversas abordagens têm sido propostas na literatura para calcular a curvatura de uma região.

Uma superfície quadrática local para ajustar a superfície do objeto sobre uma janela de 3x3, é proposta por Evans [Eva79]

$$z = a_{00} + a_{10}x + a_{01}y + a_{11}xy + a_{20}x^2 + a_{02}y^2 \quad (4.2)$$

Os coeficientes são estimados usando o método dos mínimos quadrados, o qual é grandemente simplificado utilizando-se uma vizinhança 3x3. As expressões para os seis coeficientes são obtidas como funções de pontos vizinhos, como a seguir:

$$\begin{aligned}
a_{00} &= \frac{2(z_{i-1,j} + z_{i,j-1} + z_{i,j+1} + z_{i+1,j}) - (z_{i-1,j-1} + z_{i-1,j+1} + z_{i+1,j-1} + z_{i+1,j+1}) + 5z_{i,j}}{9\Delta} \\
a_{10} &= \frac{(z_{i-1,j+1} + z_{i,j+1} + z_{i+1,j+1}) - (z_{i-1,j-1} + z_{i,j-1} + z_{i+1,j-1})}{6\Delta} \\
a_{01} &= \frac{(z_{i-1,j-1} + z_{i-1,j} + z_{i-1,j+1}) - (z_{i+1,j-1} + z_{i+1,j} + z_{i+1,j+1})}{6\Delta} \\
a_{11} &= \frac{(z_{i-1,j+1} + z_{i-1,j} + z_{i-1,j+1}) - (z_{i-1,j-1} + z_{i+1,j+1})}{4\Delta^2} \\
a_{20} &= \frac{(z_{i-1,j-1} + z_{i-1,j+1} + z_{i,j-1} + z_{i,j+1} + z_{i+1,j-1} + z_{i+1,j+1})}{6\Delta^2} - \frac{(z_{i-1,j} + z_{i,j} + z_{i+1,j})}{3\Delta^2} \\
a_{02} &= \frac{(z_{i-1,j-1} + z_{i-1,j} + z_{i-1,j+1} + z_{i+1,j-1} + z_{i+1,j} + z_{i+1,j+1})}{6\Delta^2} - \frac{(z_{i,j-1} + z_{i,j} + z_{i,j+1})}{3\Delta^2}
\end{aligned} \tag{4.3}$$

onde Δ é o espaçamento da grade.

Uma expressão simples para estimar a curvatura da superfície é o Laplaciano [Pap84]

$$\eta = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \tag{4.4}$$

Tomando-se a Equação 4.4, as derivadas de segunda ordem são

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 2a_{20} \quad \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 2a_{02} \tag{4.5}$$

então

$$\eta = 2(a_{20} + a_{02}) \tag{4.6}$$

Neste trabalho, a curvatura $C(p)$ de um ponto p é calculada dentro de uma vizinhança 3x3 do ponto com base na derivada de segunda ordem da função no ponto $p(x, y)$ tal que:

$$C(p) = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \tag{4.7}$$

onde as derivadas são calculadas como:

$$\begin{aligned}\frac{\partial z}{\partial x} &= \frac{(z_{i+1,j+1} + z_{i+1,j} + z_{i+1,j-1}) - (z_{i-1,j+1} + z_{i-1,j} + z_{i-1,j-1})}{6\Delta x} \\ \frac{\partial z}{\partial y} &= \frac{(z_{i+1,j+1} + z_{i,j+1} + z_{i-1,j+1}) - (z_{i+1,j-1} + z_{i,j-1} + z_{i-1,j-1})}{6\Delta y}\end{aligned}\quad (4.8)$$

tal que Δx e Δy são os espaçamentos entre pontos na direção horizontal e vertical, respectivamente.

4.1.3 DISTÂNCIA MÁXIMA VERTICAL MODIFICADA

Embora o critério baseado na distância máxima vertical forneça resultados satisfatórios, ele pode apresentar alguns comportamentos indesejáveis em relação à densidade de triângulos gerados nas regiões do modelo.

Um problema surge quando a superfície a ser aproximada possui regiões com altitudes bastante heterogêneas, por exemplo, amostras de terrenos contendo áreas planas e áreas bem acidentadas.

Para minimizar essa falta de adaptabilidade do critério baseado no erro máximo vertical, foram propostas medidas de importância que relacionam não apenas a distância máxima vertical, mas também a variabilidade da região ao qual o ponto sob consideração pertence.

Uma primeira proposta consiste em adotar uma medida de importância a cada ponto calculada com respeito à curvatura da região na vizinhança do ponto. Esta medida é definida como:

$$ME(p) = \max \frac{|f(p) - g(p)|}{C(p)} \quad (4.9)$$

onde $f(p)$ é o valor da altura do ponto p , $g(p)$ é o valor obtido com a aproximação do ponto p e $C(p)$ a curvatura calculada dentro de uma vizinhança 3x3 do ponto p , conforme equação 4.7.

Uma segunda proposta consiste em adotar o desvio padrão como medida de variabilidade da região dentro de uma certa vizinhança do ponto, dada por

$$ME(p) = \max \frac{|f(p) - g(p)|}{\sigma(p)} \quad (4.10)$$

onde $f(p)$ é o valor da altura do ponto p , $g(p)$ é o valor obtido por meio da aproximação do ponto p e $\sigma(p)$ o desvio padrão calculado dentro de uma vizinhança 3x3 do ponto p .

O objetivo de se realizar a ponderação do erro vertical máximo com o valor de curvatura e de desvio padrão em uma vizinhança do ponto é associar maior importância aos pontos em regiões onde a variabilidade local dos dados é alta. Isto é particularmente importante quando o terreno apresenta regiões com altitudes bem distintas, por exemplo, a presença de áreas montanhosas e áreas planas na mesma amostra de dados.

4.1.4 SOMA VERTICAL QUADRÁTICA

A soma vertical quadrática (*Square Vertical Sum – SVS*), é definida como:

$$SVS(p) = \max \sum_{p \in t} [f(p) - g(p)]^2 \quad (4.11)$$

ou seja, dentre todos os triângulos t da malha, escolhe-se o triângulo cuja diferença quadrática entre cada ponto da superfície aproximada e dos dados originais seja máxima. O ponto p selecionado nesse triângulo é aquele que possui maior distância máxima vertical.

4.2 Medidas de Qualidade das Malhas

Esta seção descreve algumas medidas que serão utilizadas para determinar o grau de fidelidade entre a superfície original, $f(x, y)$, e a superfície aproximada por meio das malhas triangulares, $g(x, y)$.

4.2.1 ERRO MÁXIMO

É a maior diferença absoluta entre a imagem original e a imagem aproximada. Quanto menor essa medida, melhor a imagem resultante se aproxima da original. O erro máximo (*Maximum Error – ME*), chamado de L_∞ por Garland e Heckbert [Gar95], é definido como

$$ME = L_\infty = \max |f(x, y) - g(x, y)| \quad (4.12)$$

4.2.2 RAIZ DO ERRO QUADRÁTICO MÉDIO

Uma medida para descrever a precisão entre dois conjuntos de dados é o erro médio quadrático (*RMSE*), definido como

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{M \times N} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} [f(x, y) - g(x, y)]^2} \quad (4.13)$$

onde $f(x, y)$ e $g(x, y)$ são dois valores correspondentes de intensidade ou elevação nas imagens original e aproximada, respectivamente; M e N são as dimensões das imagens.

Esta métrica é utilizada por diversos pesquisadores como medida de avaliação da qualidade de uma aproximação. Quanto menor essa métrica, melhor a nova imagem aproxima-se à original.

4.2.3 PICO DA RELAÇÃO SINAL-RUÍDO

Esta métrica é utilizada, por exemplo, por Yang [Yan01] como métrica de avaliação global entre duas imagens. Quanto maior essa métrica, melhor a nova imagem aproxima-se à original. O pico da relação sinal-ruído (*Peak Signal to Noise Ratio – PSNR*) é expresso em *decibel* (dB).

$$PSNR = 10 \log_{10} \left(\frac{M \times N \times L^2}{\sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} [f(x, y) - g(x, y)]^2} \right) \quad (4.14)$$

onde $f(x, y)$, $g(x, y)$, M e N são definidos na seção 4.2.2 e L corresponde ao valor máximo de intensidade ou elevação da imagem original.

4.2.4 CORRELAÇÃO

A similaridade entre duas imagens também pode ser quantificada em termos da função de correlação. Duas medidas de correlação utilizadas, conforme apresentadas por Avcibas [Avc02], são:

- Distorção Estrutural:

$$DE = \frac{\sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} [f(x, y)]^2}{\sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} [g(x, y)]^2} \quad (4.15)$$

onde $f(x, y)$, $g(x, y)$ são pontos nas imagem original e aproximada, respectivamente.

- Correlação Normalizada:

$$CN = \frac{\sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} [f(x, y) - \mu_f][g(x, y) - \mu_g]}{\sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} [f(x, y) - \mu_f]^2 [g(x, y) - \mu_g]^2} \quad (4.16)$$

onde μ_f e μ_g correspondem às médias dos valores de intensidade ou elevação das imagens original e aproximada, respectivamente.

4.2.5 COEFICIENTE DE JACCARD

O coeficiente de Jaccard é definido como:

$$CJ = \frac{\sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} \left\{ \begin{array}{l} 1, \text{ se } f(x, y) = g(x, y) \\ 0, \text{ caso contrário} \end{array} \right\}}{M \times N} \quad (4.17)$$

A igualdade $f(x, y) = g(x, y)$ é obtida considerando-se um determinado valor de tolerância δ , ou seja, $|f - g| \leq \delta$.

4.2.6 VOLUME

O volume V_f da imagem original e o volume V_g da imagem aproximada pela malha triangular são definidos como:

$$\begin{aligned} V_f &= \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) \\ V_g &= \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} g(x, y) \end{aligned} \tag{4.18}$$

sendo que quanto mais próximos os valores V_f e V_g , melhor será o resultado desta medida.

4.2.7 FORMA DAS MALHAS TRIANGULARES

A qualidade de uma malha triangular também pode ser estimada por meio da análise de algumas medidas, como por exemplo:

- *Valência*: corresponde ao número de arestas que compartilham um único vértice. Uma malha triangular que possui 6 arestas ligadas a um vértice é considerada ótima [Can97]. Para uma malha triangular, utiliza-se a média das valências de todos os pontos da triangulação;
- *Compacidade*: faces triangulares muito longas e estreitas podem afetar a estabilidade numérica dos algoritmos e produzir objetos visuais indesejáveis. A compacidade de um triângulo é definida como

$$\text{Compacidade} = \frac{\text{Perímetro}^2}{\text{Área}} \tag{4.19}$$

Por exemplo, para um triângulo equilátero de lado igual a 2 sua compacidade é $36/\sqrt{3} \approx 20,78$.

A compacidade média para uma triangulação completa, em geral, é calculada e normalizada pela compacidade de um triângulo equilátero. Uma compacidade baixa representa uma melhor triangulação;

- *Ângulo mínimo*: o ângulo mínimo para cada triângulo é medido e, então, a média desses ângulos para a triangulação completa é calculada.

5 RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Este capítulo tem por finalidade apresentar e discutir os resultados dos experimentos realizados, aplicando a metodologia proposta em amostras de dados reais. As imagens, em formato PGM (*Portable Gray Map*), representam valores de intensidade ou de elevação dos dados.

Os algoritmos para construção das malhas triangulares foram implementados em linguagem de programação C++ em ambiente Linux. A visualização das imagens é realizada por meio do pacote OpenGL [Nei93], o qual oferece uma grande variedade de funções gráficas em 2D e 3D, incluindo transformações geométricas, recursos de iluminação, cor e textura.

A construção das malhas triangulares foi realizada por meio da técnica de Delaunay e Dependente de Dados. Os critérios utilizados na inserção de novos pontos à malha foram: *distância máxima vertical*, *distância máxima vertical ponderada pelo desvio padrão*, *distância máxima vertical ponderada pela curvatura* e *soma vertical quadrática*, definidos no capítulo 4.

Diferentes triangulações foram construídas variando-se o número de pontos inseridos. As métricas utilizadas na avaliação da qualidade dessas malhas triangulares foram: *número de triângulos gerados*, *erro máximo*, *raiz do erro médio quadrático*, *pico da relação sinal-ruído*, *coeficiente de correlação*, *coeficiente de distorção estrutural*, *coeficiente de Jaccard*, *tempo de CPU na execução*, *volume da malha triangular*, *valência do ponto*, *compacidade dos triângulos* e *o ângulo mínimo dos triângulos*. Essas características foram definidas no capítulo 4.

As aproximações resultantes podem ser armazenadas como uma lista de faces triangulares indexadas pelos vértices x, y e z, ou convertidas em imagens de intensidade ou de elevação.

Os experimentos foram realizados em um microcomputador Pentium 4 com 1,60 GHz e 256 MBytes de memória RAM.

5.1 Imagens de Teste

A tabela 5.1 apresenta um quadro resumo com informações sobre as principais características das imagens originais utilizadas nos testes. Para as

comparações foram utilizadas 7 imagens de teste, das quais 4 são mapas de elevação digital (*Digital Elevation Maps - DEMs*) e 3 são imagens de luminância. As imagens podem ser vistas na figura 5.1.

As imagens de intensidade utilizadas (*lena*, *moon*, *peppers*) são bem conhecidas e adotadas em pesquisas na área de processamento de imagens. As imagens de elevação (*cape_flattery-e_1Q*, *crater_lake-w*, *emory_peak-e_1Q*, *san_francisco-e*), foram obtidas a partir da base disponibilizada pela *United States Geological Survey [USGS]*, sendo que foram escolhidas imagens de terrenos irregulares, que possuem desvio padrão alto e grande amplitude de níveis, e terrenos mais planos, com desvio padrão e amplitude de níveis menores.

As imagens de elevação com a indicação *_1Q* no final de seu nome foram obtidas pela seleção do 1º quadrante de sua imagem original de 1201x1201 pixels (primeiros 512x512 pixels a partir da posição superior esquerda da imagem original), com a finalidade de selecionar uma parte menor, mas com grandes variações topográficas, bem como obter algumas imagens de elevação com o mesmo tamanho (resolução) das imagens de intensidade.

Imagem	Resolução (pixels)	Mínimo	Máximo	Média	Desvio Padrão
cape_flattery-e_1Q	512x512	0	549	24,10	61,12
crater_lake-w	336x459	1533	2478	1896,75	162,65
emory_peak-e_1Q	512x512	509	2655	1106,49	433,92
lena	512x512	29	243	127,46	46,61
moon	512x512	0	249	127,75	27,74
peppers	512x512	0	229	104,21	57,41
san_francisco-e	1201x1201	0	976	73,18	139,92

Tabela 5.1: Informações sobre as imagens de teste: resolução, nível mínimo, nível máximo, média e desvio padrão dos valores da imagem.

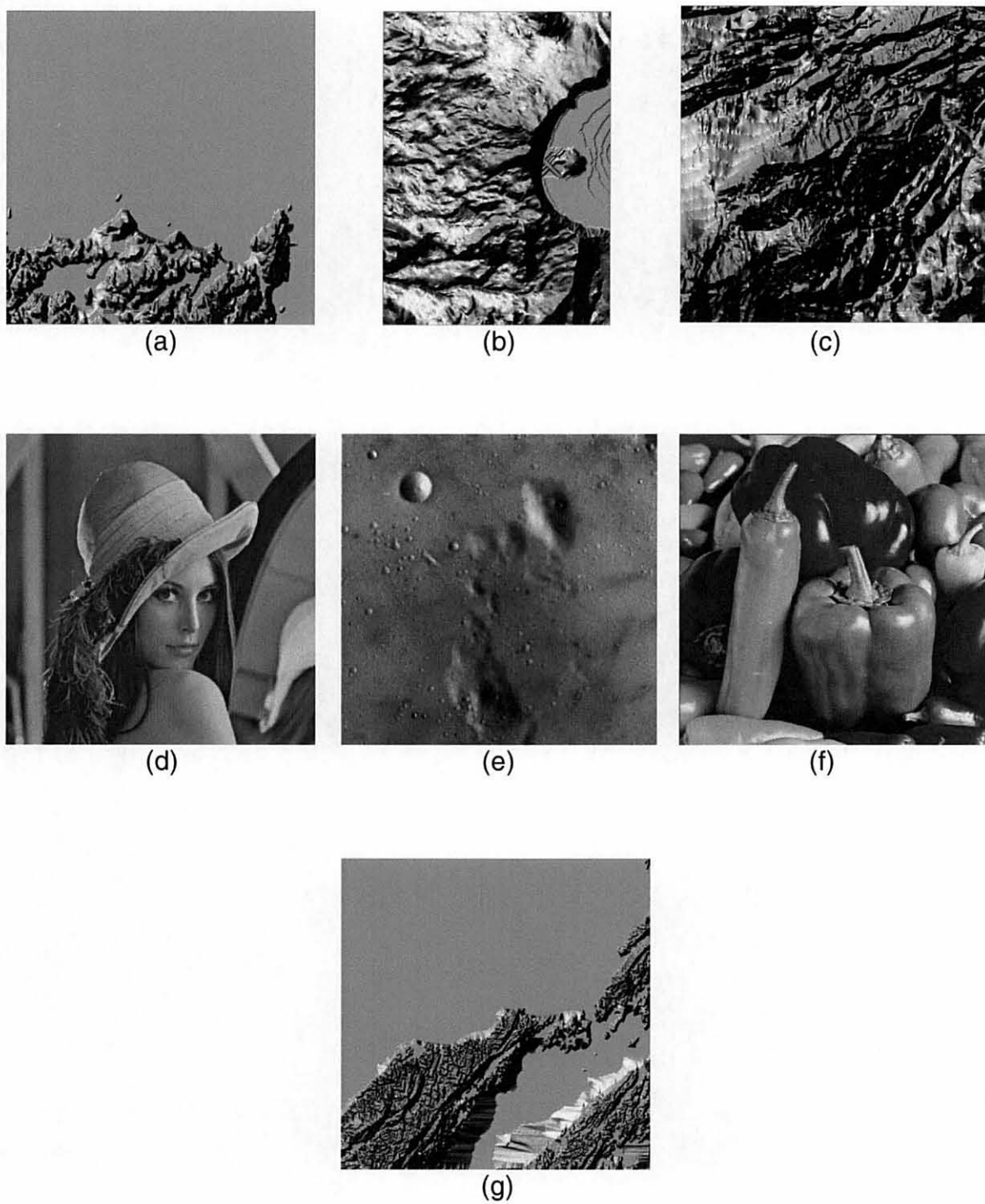


Figura 5.1: Imagens de teste. (a) cape_flattery-e_1Q; (b) crater_lake-w; (c) emory_peak-e_1Q; (d) lena; (e) moon; (f) peppers; (g) san_francisco-e.

5.1.1 COMPARATIVO INICIAL DOS CRITÉRIOS DE SELEÇÃO DE PONTOS

A figura 5.2 mostra que a utilização de diferentes critérios de seleção de pontos pode influenciar significativamente os resultados da construção das malhas triangulares. Neste exemplo, a imagem *lena* é aproximada utilizando-se quatro critérios diferentes até atingir um RMSE de 16,11. Uma redução de 36% de pontos pode ser obtida entre o critério da distância máxima vertical (figura 5.2d) e critério ponderado pela curvatura (figura 5.2a).

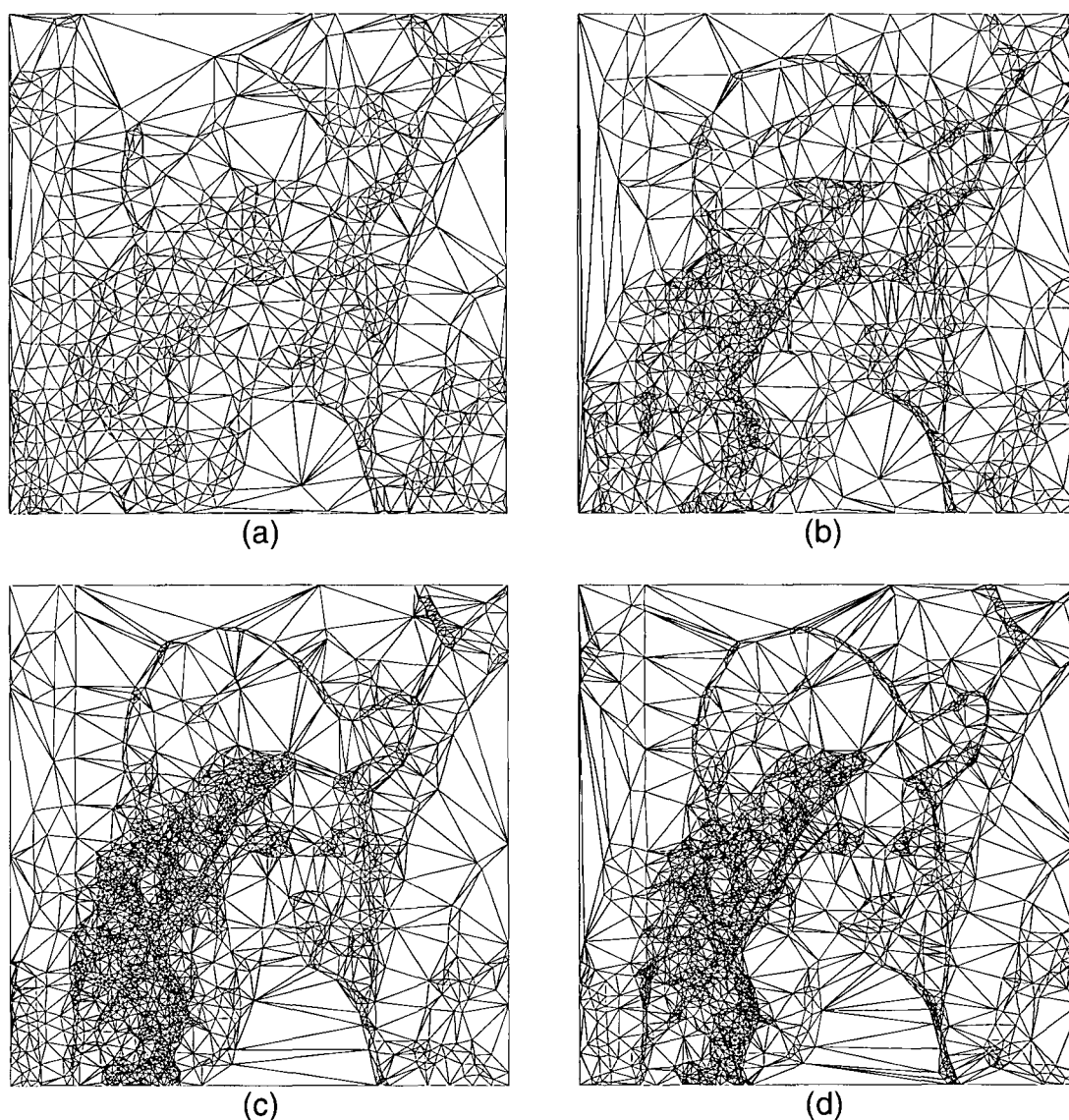


Figura 5.2: Triangulações para a imagem *lena* considerando um RMSE da ordem de 16,11. (a) triangulação com 950 pontos para distância máxima vertical ponderada pela curvatura; (b) triangulação com 1615 pontos para soma vertical quadrática; (c) triangulação com 2604 pontos para distância máxima vertical ponderada pelo desvio padrão; (d) triangulação com 2630 pontos para distância máxima vertical.

A figura 5.3 apresenta as imagens aproximadas a partir das malhas triangulares da figura 5.2, utilizando-se quatro critérios diferentes para inserção de pontos.



(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 5.3: Imagens DEM de triangulações para a imagem *lena* considerando um RMSE da ordem de 16,11. (a) triangulação com 950 pontos para distância máxima vertical ponderada pela curvatura; (b) triangulação com 1615 pontos para soma vertical quadrática; (c) triangulação com 2604 pontos para distância máxima vertical ponderada pelo desvio padrão; (d) triangulação com 2630 pontos para distância máxima vertical.

5.2 Resultados dos Testes de Triangulações utilizando o Método Dependente de Dados e o Método de Delaunay

A seguir, são apresentados os resultados numéricos e visuais para 6 níveis de resolução das simplificações de duas imagens digitais, uma de intensidade (*moon*) e outra de elevação (*san_francisco-e*), bem como um comparativo gráfico das métricas de qualidade das malhas triangulares geradas pelo método de Delaunay e pelo método Dependente de Dados.

5.2.1 TABULAÇÃO DOS RESULTADOS PARA IMAGEM MOON

Resolução	% Pontos	Qtd Pontos	Quantidade de Triângulos	
			Delaunay	Dependente de Dados
1	0,332	870	1716	1718
2	0,817	2143	4241	4243
3	1,77	4652	9229	9234
4	3,04	7967	15823	15840
5	4,06	10642	21160	21164
6	5,07	13300	26443	26448

Tabela 5.2: Quantidade de triângulos obtidos para a imagem *moon* nos métodos de Delaunay e Dependente de Dados.

Resolução	% Pontos	Qtd Pontos	Erro Máximo (metros)	
			Delaunay	Dependente de Dados
1	0,332	870	64,07	70,24
2	0,817	2143	43,71	89,50
3	1,77	4652	31,17	46,33
4	3,04	7967	32,00	40,00
5	4,06	10642	23,00	43,00
6	5,07	13300	19,44	39,00

Tabela 5.3: Valores de erro máximo obtidos para a imagem *moon* nos métodos de Delaunay e Dependente de Dados.

Resolução	% Pontos	Qtd Pontos	RMSE (metros)	
			Delaunay	Dependente de Dados
1	0,332	870	20,90	14,26
2	0,817	2143	14,94	11,54
3	1,77	4652	10,89	9,38
4	3,04	7967	8,91	8,11
5	4,06	10642	7,94	7,40
6	5,07	13300	7,24	6,96

Tabela 5.4: Valores de RMSE obtidos para a imagem *moon* nos métodos de Delaunay e Dependente de Dados.

Resolução	% Pontos	Qtd Pontos	PSNR (dB)	
			Delaunay	Dependente de Dados
1	0,332	870	21,52	24,84
2	0,817	2143	24,43	26,68
3	1,77	4652	27,18	28,48
4	3,04	7967	28,93	29,75
5	4,06	10642	29,93	30,53
6	5,07	13300	30,73	31,08

Tabela 5.5: Valores de PSNR obtidos para a imagem *moon* nos métodos de Delaunay e Dependente de Dados.

Resolução	% Pontos	Qtd Pontos	Coeficiente de Correlação	
			Delaunay	Dependente de Dados
1	0,332	870	0,7783	0,8525
2	0,817	2143	0,8725	0,9103
3	1,77	4652	0,9254	0,9415
4	3,04	7967	0,9499	0,9565
5	4,06	10642	0,9597	0,9639
6	5,07	13300	0,9665	0,9682

Tabela 5.6: Valores de coeficiente de correlação obtidos para a imagem *moon* nos métodos de Delaunay e Dependente de Dados

Resolução	% Pontos	Qtd Pontos	Distorção Estrutural	
			Delaunay	Dependente de Dados
1	0,332	870	0,7663	0,8550
2	0,817	2143	0,8688	0,9063
3	1,77	4652	0,9250	0,9392
4	3,04	7967	0,9496	0,9555
5	4,06	10642	0,9596	0,9631
6	5,07	13300	0,9664	0,9677

Tabela 5.7: Valores de distorção estrutural obtidos para a imagem *moon* nos métodos de Delaunay e Dependente de Dados.

Resolução	% Pontos	Qtd Pontos	Coeficiente de Jaccard	
			Delaunay	Dependente de Dados
1	0,332	870	0,0206	0,0374
2	0,817	2143	0,0339	0,0485
3	1,77	4652	0,0535	0,0658
4	3,04	7967	0,0730	0,0833
5	4,06	10642	0,0882	0,0966
6	5,07	13300	0,1021	0,1085

Tabela 5.8: Valores de coeficiente de Jaccard obtidos para a imagem *moon* nos métodos de Delaunay e Dependente de Dados.

Resolução	% Pontos	Qtd Pontos	Volume da Malha Triangular - TIN ⁽¹⁾	
			Delaunay	Dependente de Dados
1	0,332	870	33.641.700	32.700.800
2	0,817	2143	33.093.800	33.053.800
3	1,77	4652	33.265.200	33.164.700
4	3,04	7967	33.328.500	33.229.100
5	4,06	10642	33.349.100	33.225.000
6	5,07	13300	33.378.800	33.227.300

⁽¹⁾ Volume Total da Imagem Original = 33.491.500

Tabela 5.9: Valores de volume da malha triangular (TIN) obtidos para a imagem *moon* nos métodos de Delaunay e Dependente de Dados.

			Valência	
Resolução	% Pontos	Qtd Pontos	Delaunay	Dependente de Dados
1	0,332	870	5,94253	5,94713
2	0,817	2143	5,95707	5,95894
3	1,77	4652	5,96733	5,96948
4	3,04	7967	5,97188	5,97615
5	4,06	10642	5,97651	5,97726
6	5,07	13300	5,97624	5,97699

Tabela 5.10: Valores de valência obtidos para a imagem *moon* nos métodos de Delaunay e Dependente de Dados.

			Compacidade	
Resolução	% Pontos	Qtd Pontos	Delaunay	Dependente de Dados
1	0,332	870	2,18096	17,05450
2	0,817	2143	1,99316	10,11040
3	1,77	4652	1,78502	7,60617
4	3,04	7967	1,55805	6,13465
5	4,06	10642	1,51034	5,04724
6	5,07	13300	1,46757	4,67557

Tabela 5.11: Valores de compacidade obtidos para a imagem *moon* nos métodos de Delaunay e Dependente de Dados.

			Ângulo Mínimo	
Resolução	% Pontos	Qtd Pontos	Delaunay	Dependente de Dados
1	0,332	870	26,438	19,575
2	0,817	2143	28,226	22,091
3	1,77	4652	29,707	23,667
4	3,04	7967	30,982	24,687
5	4,06	10642	31,630	25,633
6	5,07	13300	32,146	26,456

Tabela 5.12: Valores de ângulo mínimo obtidos para a imagem *moon* nos métodos de Delaunay e Dependente de Dados.

5.2.2 GRÁFICOS COMPARATIVOS PARA IMAGEM MOON

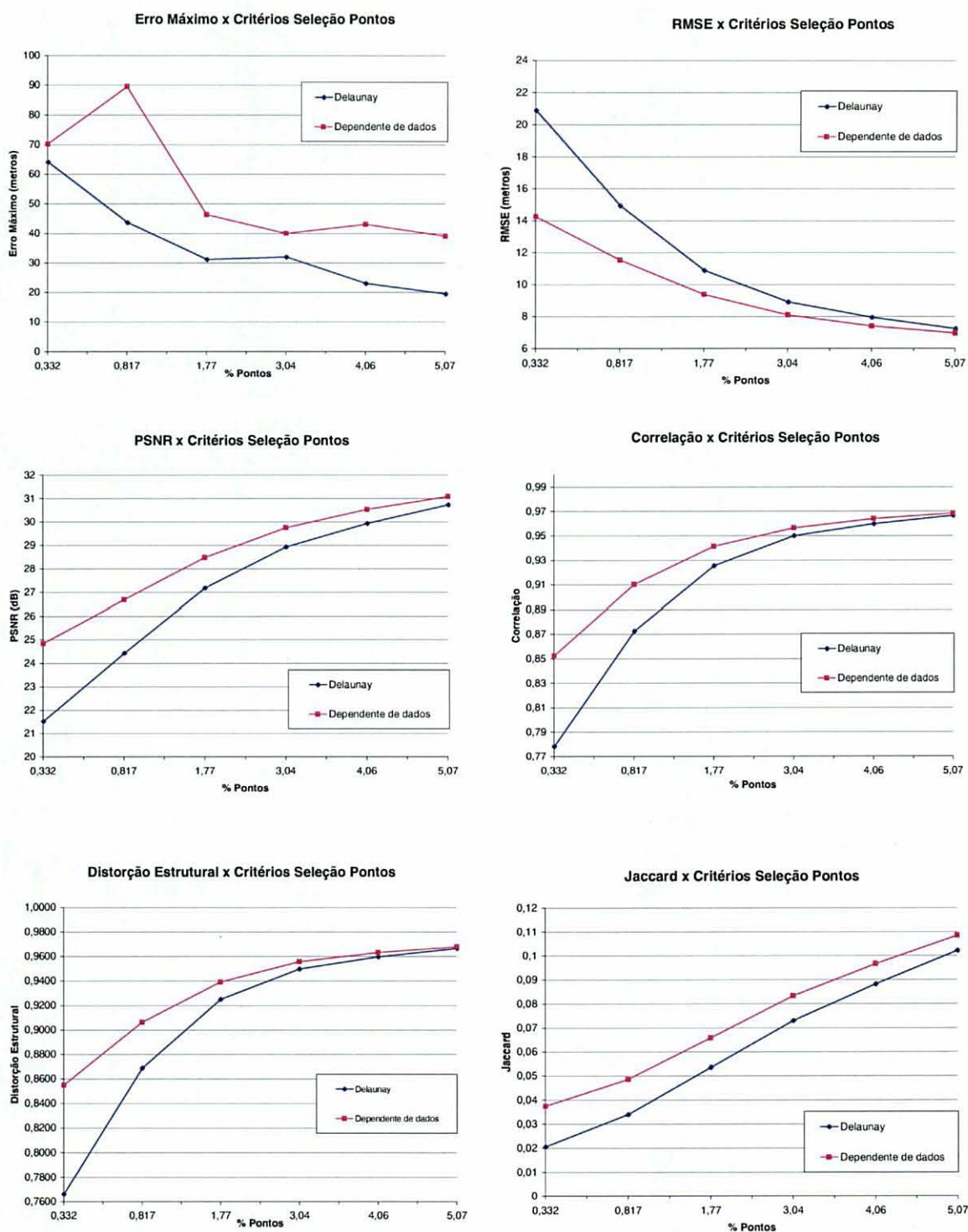


Figura 5.4: Gráficos comparativos dos resultados dos testes para *moon*, considerando-se os métodos de Delaunay e Dependente de Dados e o percentual de pontos inseridos.

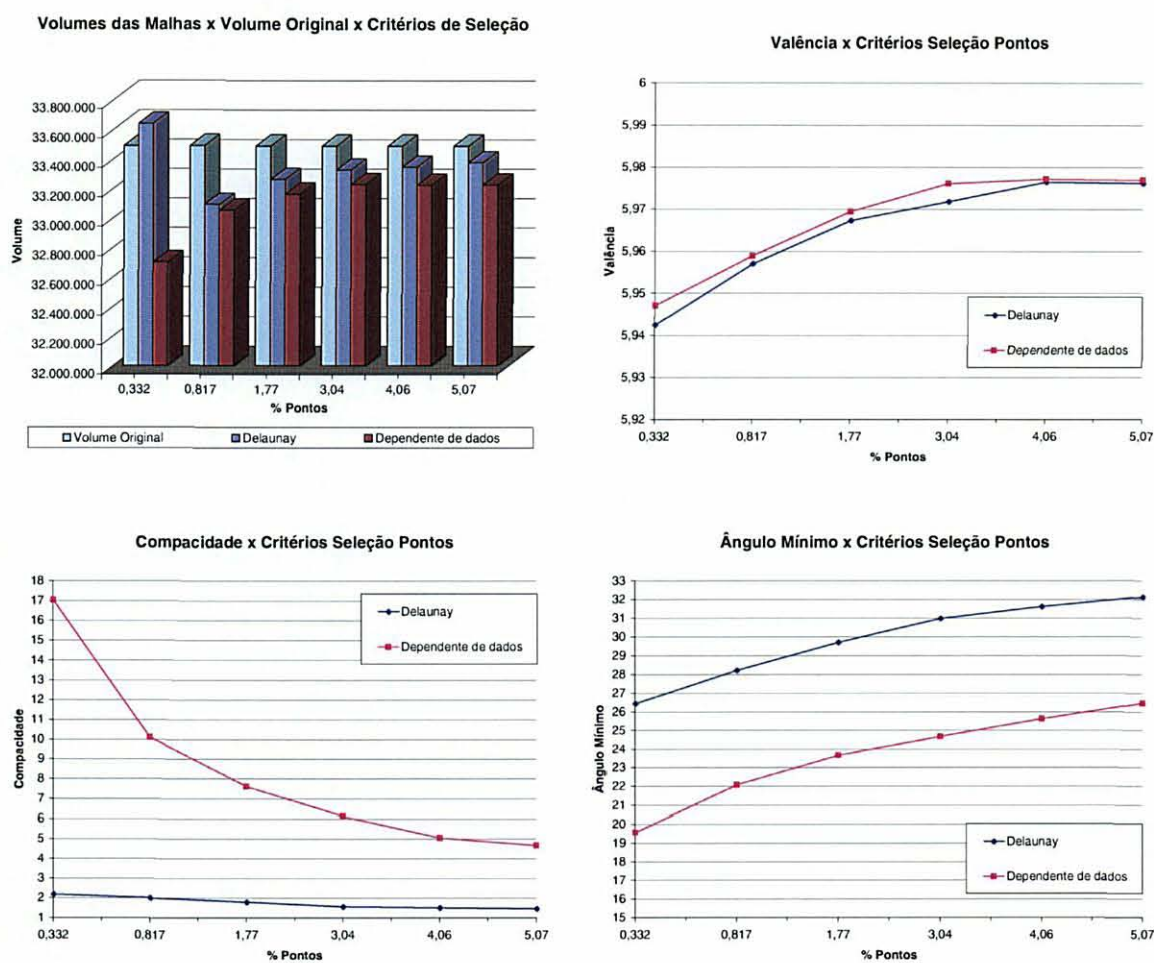
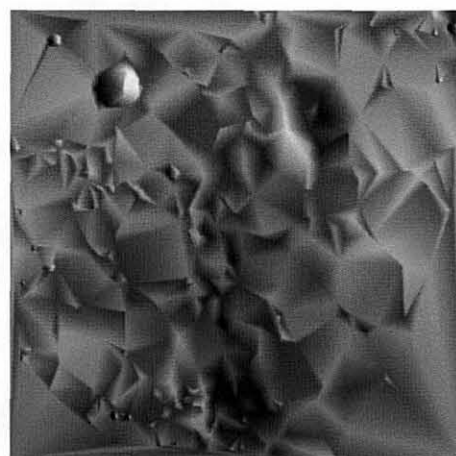
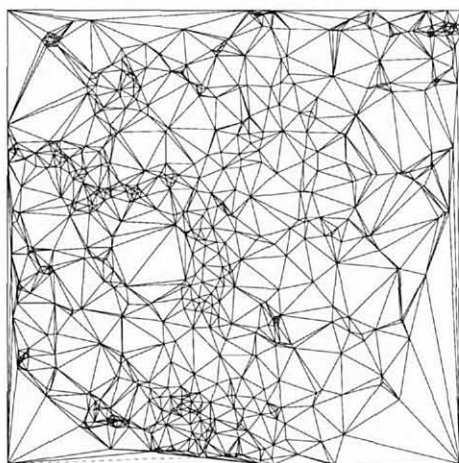
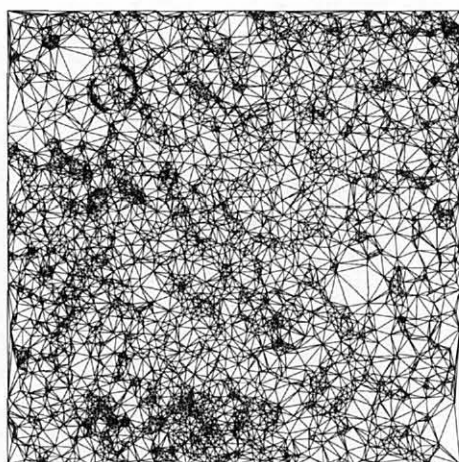


Figura 5.4 (continuação): Gráficos comparativos dos resultados dos testes para *moon*, considerando-se os métodos de Delaunay e Dependente de Dados e o percentual de pontos inseridos.

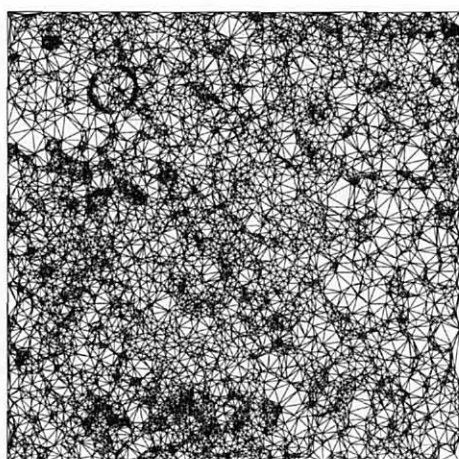
5.2.3 IMAGENS COMPARATIVAS PARA MOON



(a)

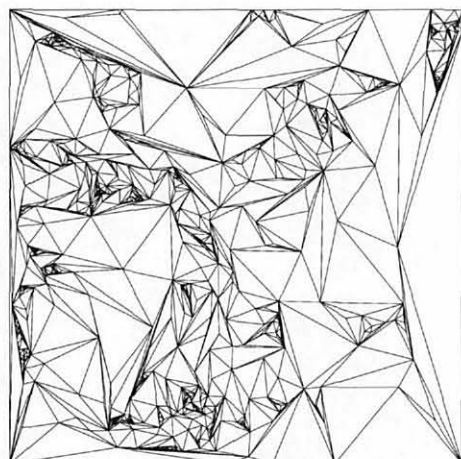


(b)

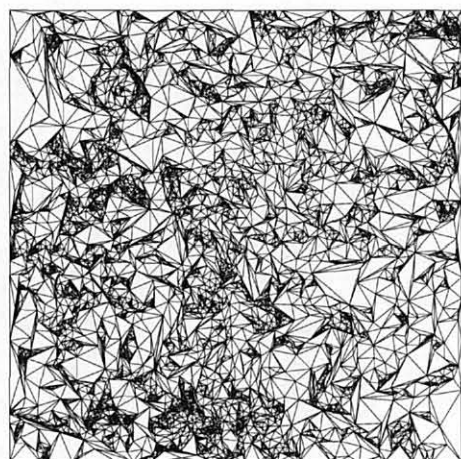
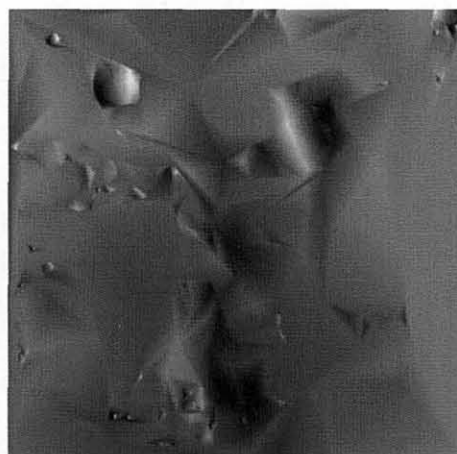


(c)

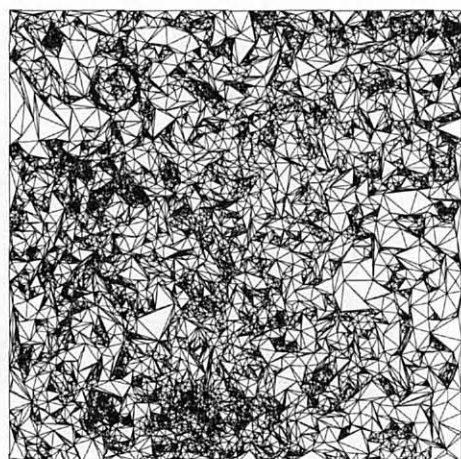
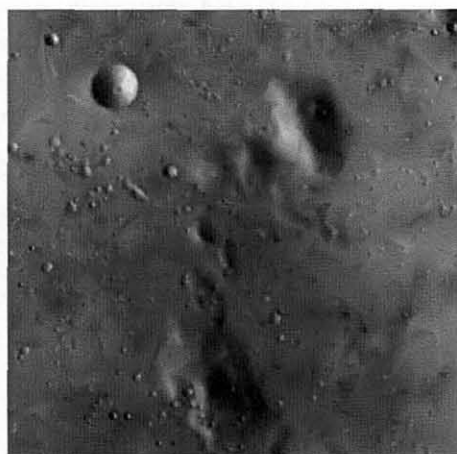
Figura 5.5: Aproximações de *moon* utilizando o método de Delaunay para três níveis de resolução. (a) 0,332%; (b) 3,04%; (c) 5,07% de pontos da imagem original.



(a)



(b)



(c)



Figura 5.6: Aproximações de *moon* utilizando o método Dependente de Dados para três níveis de resolução. (a) 0,332%; (b) 3,04%; (c) 5,07% de pontos da imagem original.

5.2.4 TABULAÇÃO DOS RESULTADOS PARA IMAGEM SAN_FRANCISCO-E

Resolução	% Pontos	Qtd Pontos	Quantidade de Triângulos	
			Delaunay	Dependente de Dados
1	0,024	340	662	658
2	0,116	1675	3308	3311
3	0,551	7949	15814	15827
4	0,689	9933	19774	19787
5	0,893	12886	25669	25685
6	1,01	14619	29128	29143

Tabela 5.13: Quantidade de triângulos obtidos para a imagem *san_francisco-e* nos métodos de Delaunay e Dependente de Dados.

Resolução	% Pontos	Qtd Pontos	Erro Máximo (metros)	
			Delaunay	Dependente de Dados
1	0,024	340	247,30	215,11
2	0,116	1675	121,50	162,40
3	0,551	7949	53,67	99,67
4	0,689	9933	46,59	68,13
5	0,893	12886	40,00	66,33
6	1,01	14619	65,05	55,20

Tabela 5.14: Valores de erro máximo obtidos para a imagem *san_francisco-e* nos métodos de Delaunay e Dependente de Dados.

Resolução	% Pontos	Qtd Pontos	RMSE (metros)	
			Delaunay	Dependente de Dados
1	0,024	340	51,38	73,29
2	0,116	1675	34,29	35,37
3	0,551	7949	10,30	18,37
4	0,689	9933	8,86	15,54
5	0,893	12886	7,64	13,18
6	1,01	14619	7,09	11,87

Tabela 5.15: Valores de RMSE obtidos para a imagem *san_francisco-e* nos métodos de Delaunay e Dependente de Dados.

Resolução	% Pontos	Qtd Pontos	PSNR (dB)	
			Delaunay	Dependente de Dados
1	0,024	340	25,57	22,49
2	0,116	1675	29,09	28,82
3	0,551	7949	39,53	34,51
4	0,689	9933	40,84	35,96
5	0,893	12886	42,12	37,39
6	1,01	14619	42,78	38,30

Tabela 5.16: Valores de PSNR obtidos para a imagem *san_francisco-e* nos métodos de Delaunay e Dependente de Dados.

Resolução	% Pontos	Qtd Pontos	Coeficiente de Correlação	
			Delaunay	Dependente de Dados
1	0,024	340	0,9377	0,9093
2	0,116	1675	0,9745	0,9756
3	0,551	7949	0,9973	0,9936
4	0,689	9933	0,9980	0,9953
5	0,893	12886	0,9985	0,9966
6	1,01	14619	0,9987	0,9971

Tabela 5.17: Valores de coeficiente de correlação obtidos para a imagem *san_francisco-e* nos métodos de Delaunay e Dependente de Dados.

Resolução	% Pontos	Qtd Pontos	Distorção Estrutural	
			Delaunay	Dependente de Dados
1	0,024	340	0,9190	0,8108
2	0,116	1675	0,9598	0,9531
3	0,551	7949	0,9973	0,9869
4	0,689	9933	0,9980	0,9908
5	0,893	12886	0,9985	0,9935
6	1,01	14619	0,9987	0,9949

Tabela 5.18: Valores de distorção estrutural obtidos para a imagem *san_francisco-e* nos métodos de Delaunay e Dependente de Dados.

Resolução	% Pontos	Qtd Pontos	Coeficiente de Jaccard	
			Delaunay	Dependente de Dados
1	0,024	340	0,2414	0,1285
2	0,116	1675	0,2640	0,1328
3	0,551	7949	0,5810	0,2245
4	0,689	9933	0,5966	0,1899
5	0,893	12886	0,6124	0,2182
6	1,01	14619	0,6254	0,2638

Tabela 5.19: Valores de coeficiente de Jaccard obtidos para a imagem *san_francisco-e* nos métodos de Delaunay e Dependente de Dados.

Resolução	% Pontos	Qtd Pontos	Volume da Malha Triangular - TIN ⁽¹⁾	
			Delaunay	Dependente de Dados
1	0,024	340	128.563.000	169.377.000
2	0,116	1675	125.104.000	129.771.000
3	0,551	7949	106.261.000	117.813.000
4	0,689	9933	105.508.000	115.521.000
5	0,893	12886	105.304.000	113.709.000
6	1,01	14619	105.343.000	112.332.000

⁽¹⁾ Volume Total da Imagem Original = 105.554.000

Tabela 5.20: Valores de volume da malha triangular (TIN) obtidos para a imagem *san_francisco-e* nos métodos de Delaunay e Dependente de Dados.

Resolução	% Pontos	Qtd Pontos	Valência	
			Delaunay	Dependente de Dados
1	0,024	340	5,88824	5,86471
2	0,116	1675	5,94866	5,95224
3	0,551	7949	5,97861	5,98188
4	0,689	9933	5,98127	5,98389
5	0,893	12886	5,98386	5,98634
6	1,01	14619	5,98481	5,98687

Tabela 5.21: Valores de valência obtidos para a imagem *san_francisco-e* nos métodos de Delaunay e Dependente de Dados.

Resolução	% Pontos	Qtd Pontos	Compacidade	
			Delaunay	Dependente de Dados
1	0,024	340	2,37033	17,92490
2	0,116	1675	1,57696	12,11710
3	0,551	7949	1,35801	9,52427
4	0,689	9933	1,36365	8,45794
5	0,893	12886	1,36605	4,70900
6	1,01	14619	1,36863	4,47047

Tabela 5.22: Valores de compacidade obtidos para a imagem *san_francisco-e* nos métodos de Delaunay e Dependente de Dados.

Resolução	% Pontos	Qtd Pontos	Ângulo Mínimo	
			Delaunay	Dependente de Dados
1	0,024	340	29,410	21,208
2	0,116	1675	33,270	23,540
3	0,551	7949	34,865	26,195
4	0,689	9933	34,583	26,863
5	0,893	12886	34,235	27,183
6	1,01	14619	34,112	27,424

Tabela 5.23: Valores de ângulo mínimo obtidos para a imagem *san_francisco-e* nos métodos de Delaunay e Dependente de Dados.

5.2.5 GRÁFICOS COMPARATIVOS PARA IMAGEM SAN_FRANCISCO-E

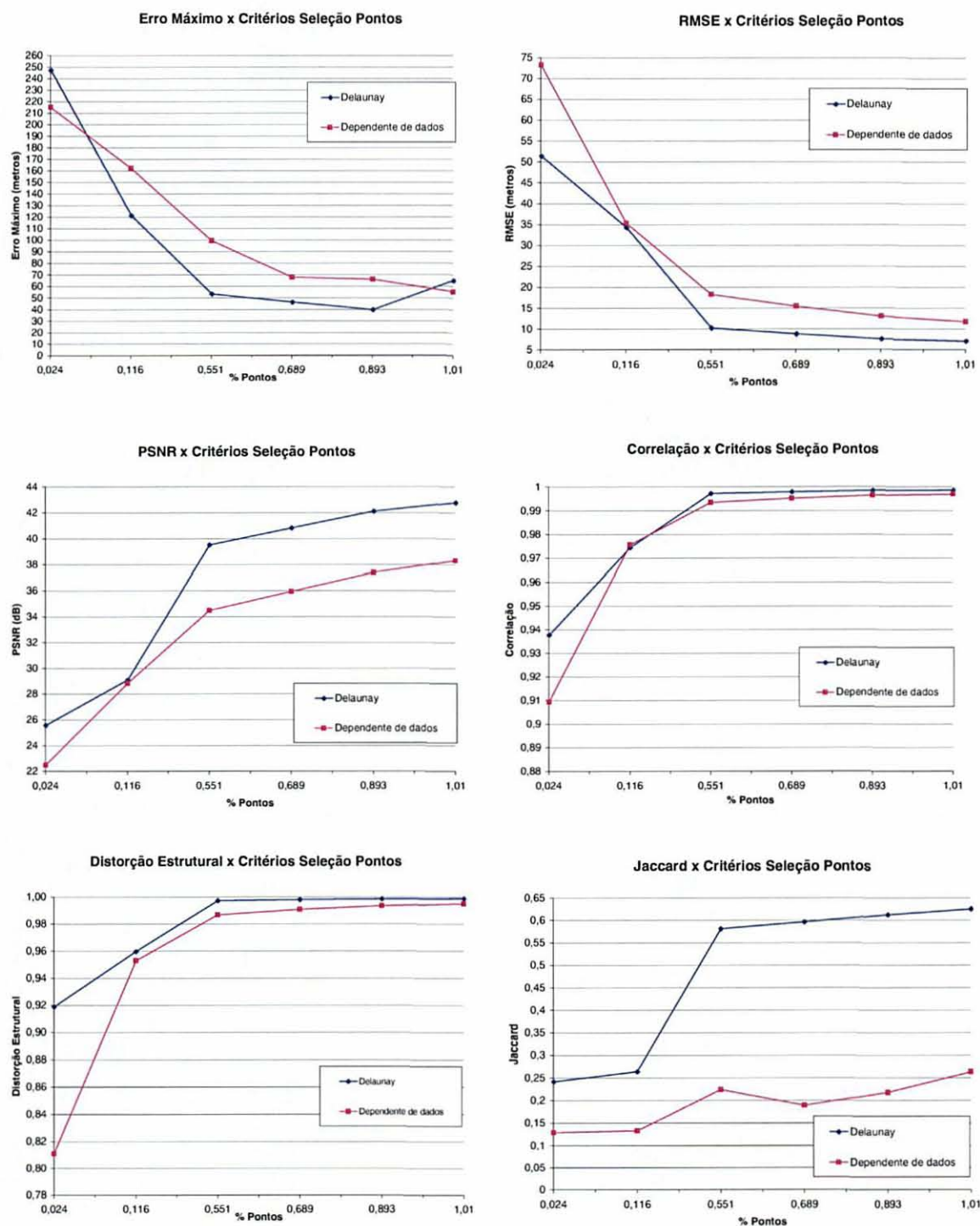


Figura 5.7: Gráficos comparativos dos resultados dos testes para *san_francisco-e*, considerando-se os métodos de Delaunay e Dependente de Dados e o percentual de pontos inseridos.

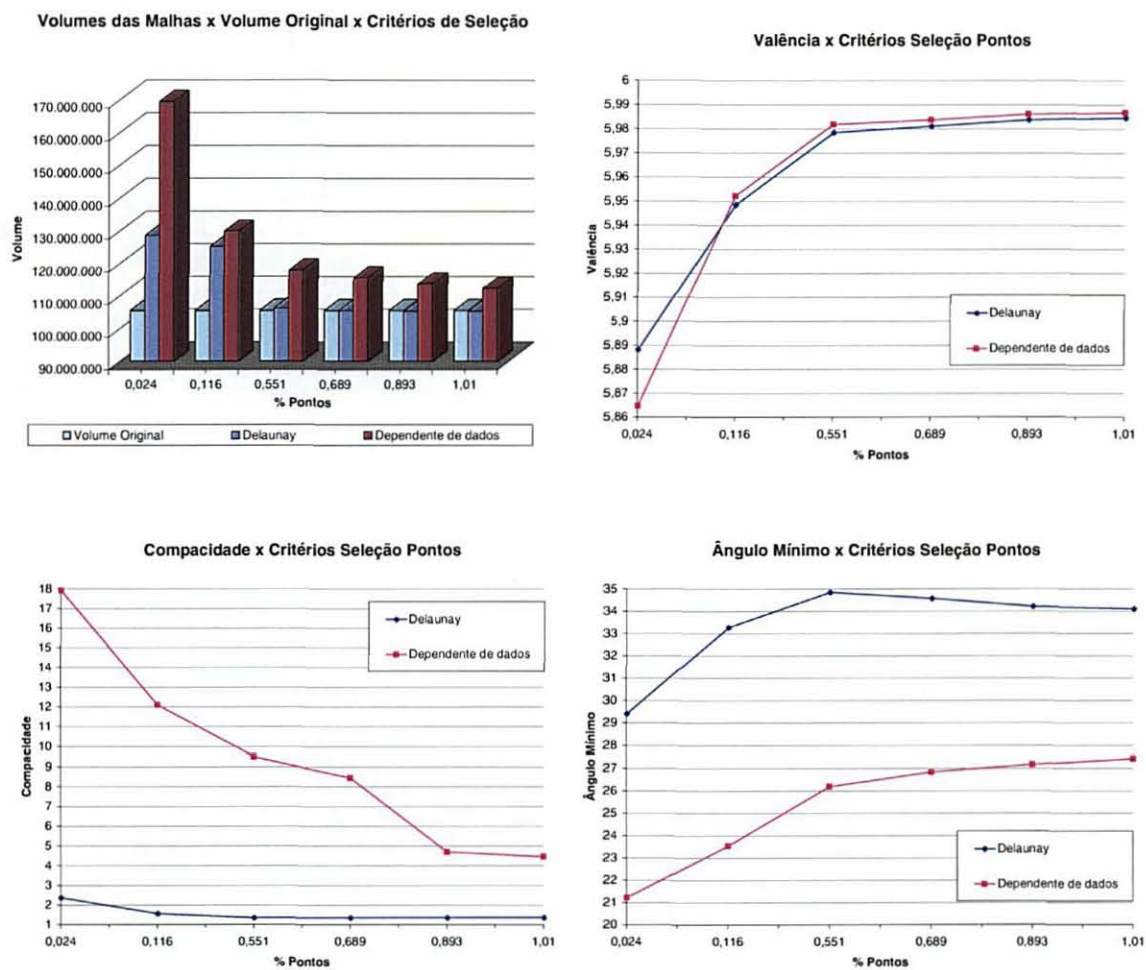
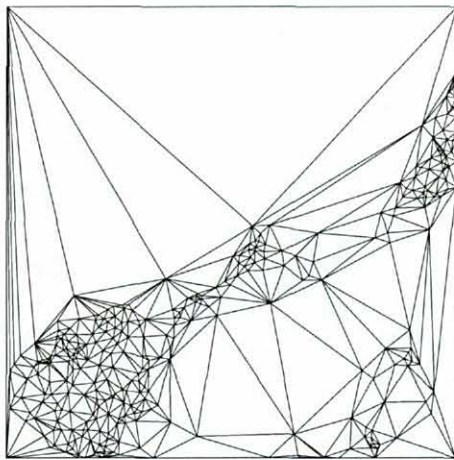
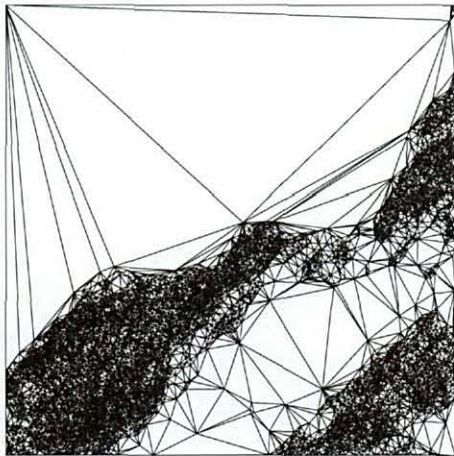
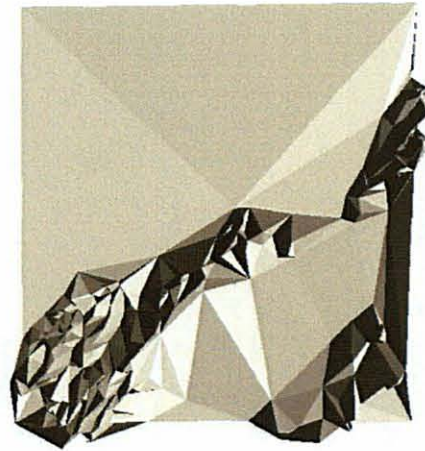


Figura 5.7 (continuação): Gráficos comparativos dos resultados dos testes para *san_francisco-e*, considerando-se os métodos de Delaunay e Dependente de Dados e o percentual de pontos inseridos.

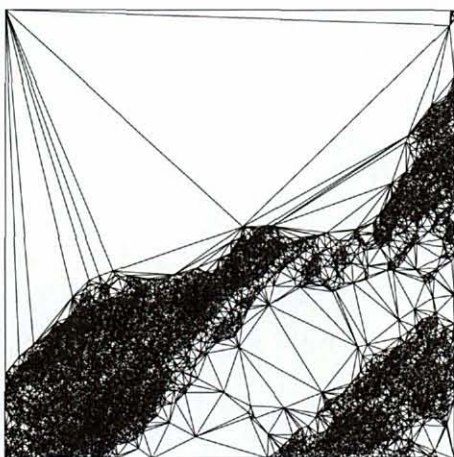
5.2.6 IMAGENS COMPARATIVAS PARA SAN_FRANCISCO-E



(a)



(b)



(c)

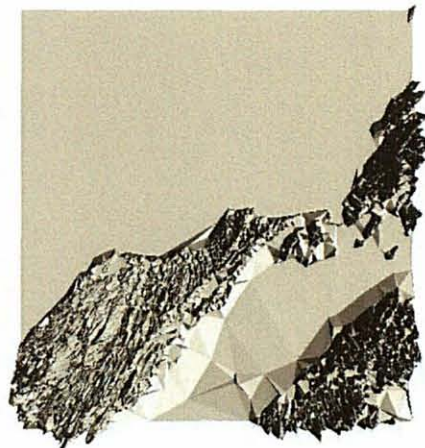
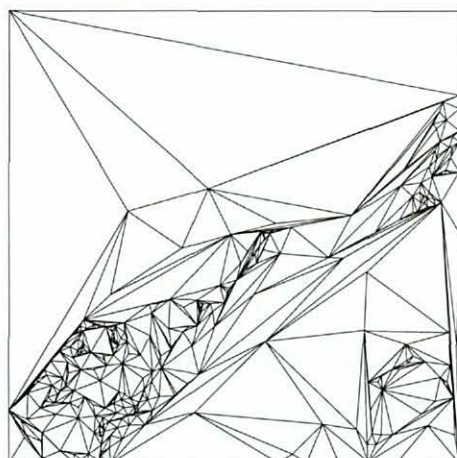
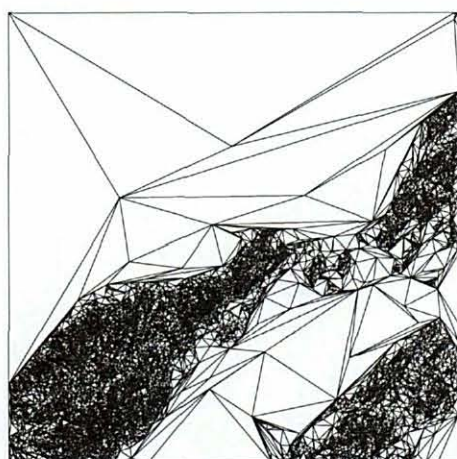


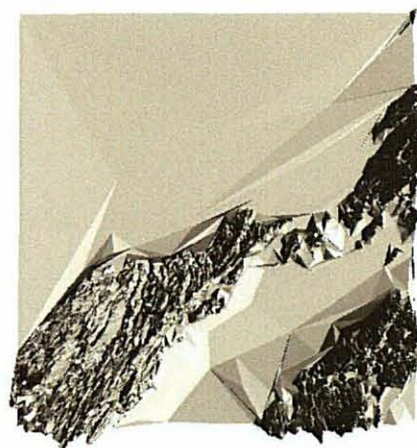
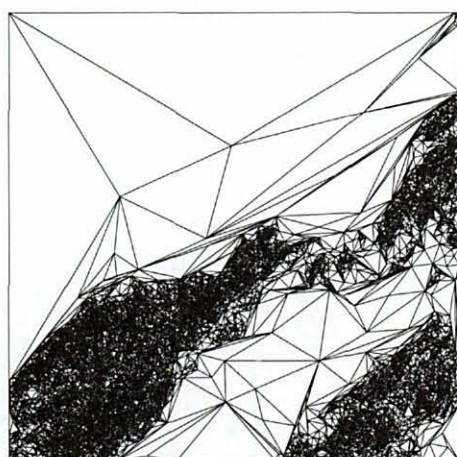
Figura 5.8: Aproximações de *san_francisco-e* utilizando o método de Delaunay para três níveis de resolução. (a) 0,024%; (b) 0,689%; (c) 1,01% de pontos da imagem original.



(a)



(b)



(c)

Figura 5.9: Aproximações de *san_francisco-e* utilizando o método Dependente de Dados para três níveis de resolução. (a) 0,024%; (b) 0,689%; (c) 1,01% de pontos da imagem original.

Nas seções 5.3 a 5.8 são apresentados os resultados obtidos com as imagens de teste para os quatro critérios de seleção de pontos descritos na seção 4.1, e analisados sob as medidas de qualidade das malhas descritas na seção 4.2. Em cada seção uma imagem teste diferente é avaliada fazendo-se comparativos numéricos, gráficos e visuais de cada medida de qualidade observando-se o desempenho entre os critérios de seleção de pontos.

5.3 Resultados dos Testes para a Imagem Cape_Flattery-e_1Q

5.3.1 TABULAÇÃO DOS RESULTADOS PARA CAPE_FLATTERY-E_1Q

% Pontos	Qty Pontos	Quantidade de Triângulos			
		Distância Máxima Vertical	Desvio Padrão	Curvatura	Soma Vertical Quadrática
0,5	1310	2568	2565	2579	2558
1	2621	5162	5159	5186	5150
2	5242	10373	10358	10378	10355
3	7864	15591	15577	15598	15548
4	10485	20803	20794	20817	20772
5	13107	26021	26014	26036	25977

Tabela 5.24: Quantidade de triângulos obtidos para a imagem *cape_flattery-e_1Q* para cada critério de seleção de pontos.

% Pontos	Qty Pontos	Erro Máximo (metros)			
		Distância Máxima Vertical	Desvio Padrão	Curvatura	Soma Vertical Quadrática
0,5	1310	34,00	10,02	10,70	23,82
1	2621	26,03	5,09	4,57	15,00
2	5242	18,33	2,85	1,69	24,00
3	7864	7,30	1,90	1,93	10,00
4	10485	5,17	1,36	0,65	5,50
5	13107	4,00	1,06	0,50	5,00

Tabela 5.25: Valores de erro máximo obtidos para a imagem *cape_flattery-e_1Q* para cada critério de seleção de pontos.

		RMSE (metros)			
% Pontos	Qtd Pontos	Distância Máxima Vertical	Desvio Padrão	Curvatura	Soma Vertical Quadrática
0,5	1310	5,34	4,89	6,52	5,23
1	2621	3,22	3,00	5,23	3,48
2	5242	1,77	1,72	4,18	2,05
3	7864	1,11	1,17	3,60	1,39
4	10485	0,82	0,87	3,22	1,04
5	13107	0,63	0,68	2,92	0,78

Tabela 5.26: Valores de RMSE obtidos para a imagem *cape_flattery-e_1Q* para cada critério de seleção de pontos.

		PSNR (dB)			
% Pontos	Qtd Pontos	Distância Máxima Vertical	Desvio Padrão	Curvatura	Soma Vertical Quadrática
0,5	1310	40,25	41,01	38,50	40,42
1	2621	44,62	45,26	40,42	43,97
2	5242	49,83	50,07	42,37	48,57
3	7864	53,88	53,44	43,67	51,90
4	10485	56,47	55,96	44,63	54,46
5	13107	58,76	58,08	45,48	56,96

Tabela 5.27: Valores de PSNR obtidos para a imagem *cape_flattery-e_1Q* para cada critério de seleção de pontos.

		Coeficiente de Correlação			
% Pontos	Qtd Pontos	Distância Máxima Vertical	Desvio Padrão	Curvatura	Soma Vertical Quadrática
0,5	1310	0,9962	0,9968	0,9944	0,9963
1	2621	0,9986	0,9988	0,9964	0,9984
2	5242	0,9996	0,9996	0,9977	0,9994
3	7864	0,9998	0,9998	0,9983	0,9997
4	10485	0,9999	0,9999	0,9986	0,9999
5	13107	0,9999	0,9999	0,9989	0,9999

Tabela 5.28: Valores de coeficiente de correlação obtidos para a imagem *cape_flattery-e_1Q* para cada critério de seleção de pontos.

		Distorção Estrutural			
% Pontos	Qtd Pontos	Distância Máxima Vertical	Desvio Padrão	Curvatura	Soma Vertical Quadrática
0,5	1310	0,9961	0,9968	0,9942	0,9963
1	2621	0,9986	0,9988	0,9963	0,9984
2	5242	0,9996	0,9996	0,9976	0,9994
3	7864	0,9998	0,9998	0,9983	0,9997
4	10485	0,9999	0,9999	0,9986	0,9999
5	13107	0,9999	0,9999	0,9988	0,9999

Tabela 5.29: Valores de distorção estrutural obtidos para a imagem *cape_flattery-e_1Q* para cada critério de seleção de pontos.

		Coeficiente de Jaccard			
% Pontos	Qtd Pontos	Distância Máxima Vertical	Desvio Padrão	Curvatura	Soma Vertical Quadrática
0,5	1310	0,6877	0,7937	0,7620	0,7754
1	2621	0,7637	0,8135	0,8106	0,7860
2	5242	0,7917	0,8341	0,8314	0,8154
3	7864	0,8352	0,8515	0,8482	0,8281
4	10485	0,8528	0,8677	0,8610	0,8443
5	13107	0,8690	0,8819	0,8715	0,8638

Tabela 5.30: Valores de coeficiente de Jaccard obtidos para a imagem *cape_flattery-e_1Q* para cada critério de seleção de pontos.

		Tempo CPU (segundos)			
% Pontos	Qtd Pontos	Distância Máxima Vertical	Desvio Padrão	Curvatura	Soma Vertical Quadrática
0,5	1310	40,41	407,23	196,71	46,99
1	2621	110,34	873,11	422,40	123,42
2	5242	345,93	1913,64	981,24	361,50
3	7864	743,08	3107,10	1670,33	711,30
4	10485	1367,65	4446,53	2486,25	1164,54
5	13107	2125,12	5932,81	3425,55	1728,17

Tabela 5.31: Valores de tempo de CPU obtidos para a imagem *cape_flattery-e_1Q* para cada critério de seleção de pontos.

Volume da Malha Triangular - TIN ⁽¹⁾					
% Pontos	Qtd Pontos	Distância Máxima Vertical	Desvio Padrão	Curvatura	Soma Vertical Quadrática
0,5	1310	6.365.850	6.261.310	6.246.110	6.339.960
1	2621	6.323.400	6.282.990	6.245.330	6.307.890
2	5242	6.311.340	6.280.530	6.264.880	6.290.300
3	7864	6.293.860	6.280.890	6.271.820	6.289.320
4	10485	6.289.210	6.280.740	6.271.720	6.288.380
5	13107	6.287.600	6.280.500	6.271.390	6.284.950

⁽¹⁾ Volume Total da Imagem Original = 6.319.270

Tabela 5.32: Valores de volume da malha triangular (TIN) obtidos para a imagem *cape_flutter-e_1Q* para cada critério de seleção de pontos.

Valência					
% Pontos	Qtd Pontos	Distância Máxima Vertical	Desvio Padrão	Curvatura	Soma Vertical Quadrática
0,5	1310	5,91908	5,91450	5,93588	5,90382
1	2621	5,93819	5,93590	5,95651	5,92903
2	5242	5,95727	5,95155	5,95918	5,95040
3	7864	5,96490	5,96134	5,96668	5,95397
4	10485	5,96795	5,96624	5,97062	5,96204
5	13107	5,97040	5,96933	5,97269	5,96368

Tabela 5.33: Valores de valência obtidos para a imagem *cape_flutter-e_1Q* para cada critério de seleção de pontos.

Compacidade					
% Pontos	Qtd Pontos	Distância Máxima Vertical	Desvio Padrão	Curvatura	Soma Vertical Quadrática
0,5	1310	1,52838	1,54835	1,49071	1,52346
1	2621	1,42414	1,45845	1,44578	1,47924
2	5242	1,39795	1,39468	1,41946	1,41684
3	7864	1,35251	1,36471	1,43367	1,38413
4	10485	1,31899	1,36533	1,37758	1,33215
5	13107	1,29932	1,34422	1,35849	1,31606

Tabela 5.34: Valores de compacidade obtidos para a imagem *cape_flutter-e_1Q* para cada critério de seleção de pontos.

		Ângulo Mínimo			
% Pontos	Qtd Pontos	Distância Máxima Vertical	Desvio Padrão	Curvatura	Soma Vertical Quadrática
0,5	1310	33,493	33,074	33,756	32,809
1	2621	34,228	33,497	33,776	32,301
2	5242	35,161	33,938	33,439	32,994
3	7864	35,640	34,664	33,641	34,209
4	10485	36,360	35,246	34,067	35,096
5	13107	37,089	35,966	34,507	36,051

Tabela 5.35: Valores de ângulo mínimo obtidos para a imagem *cape_flattery-e_1Q* para cada critério de seleção de pontos.

5.3.2 GRÁFICOS COMPARATIVOS PARA CAPE_FLATTERY-E_1Q

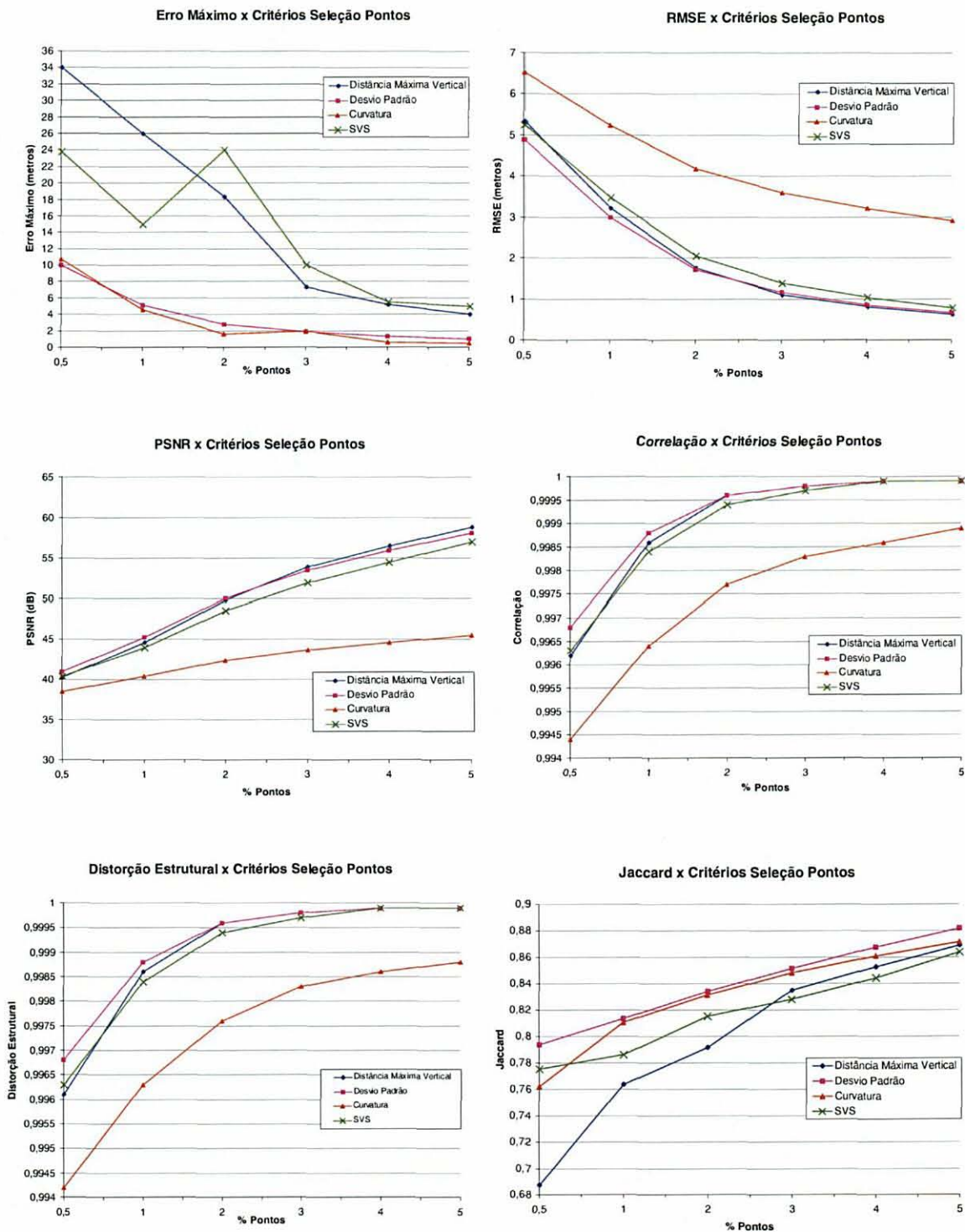


Figura 5.10: Gráficos comparativos dos resultados dos testes para *cape_flattery-e_1Q*, considerando-se os critérios de seleção de pontos e o percentual de pontos inseridos.

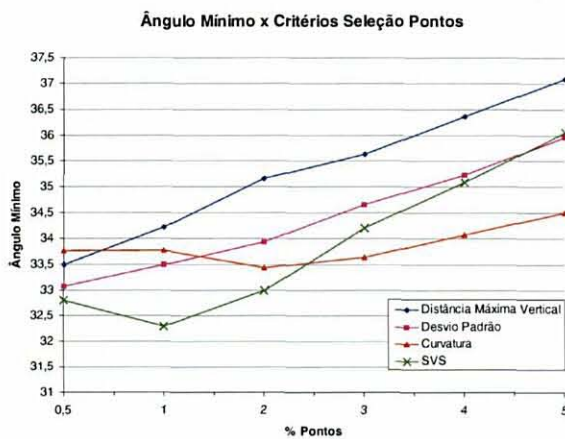
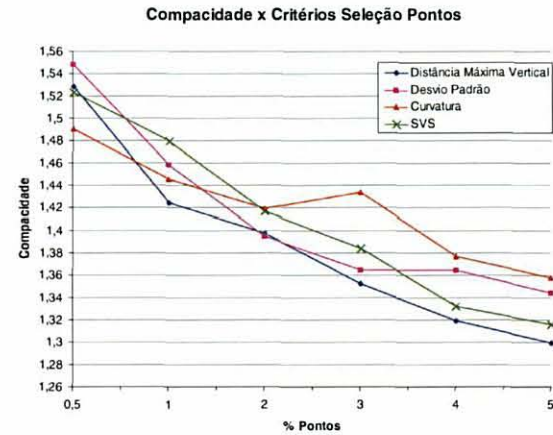
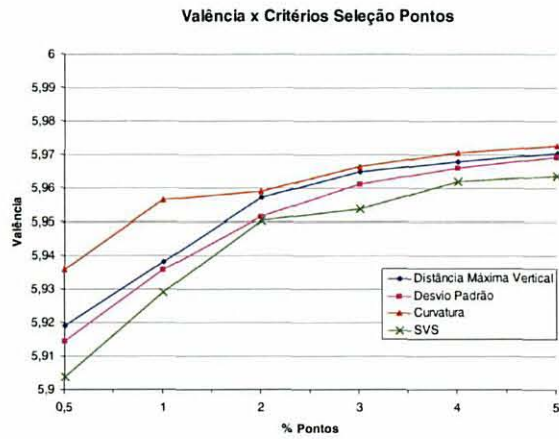
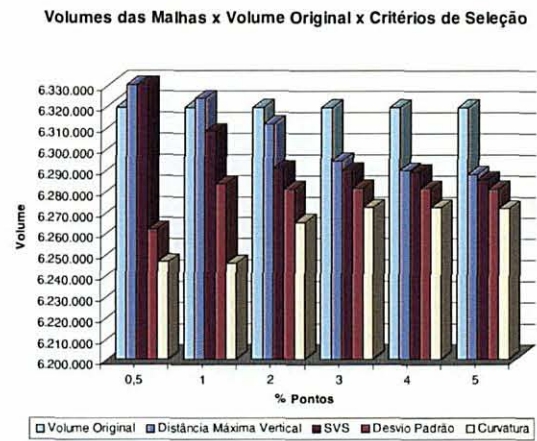
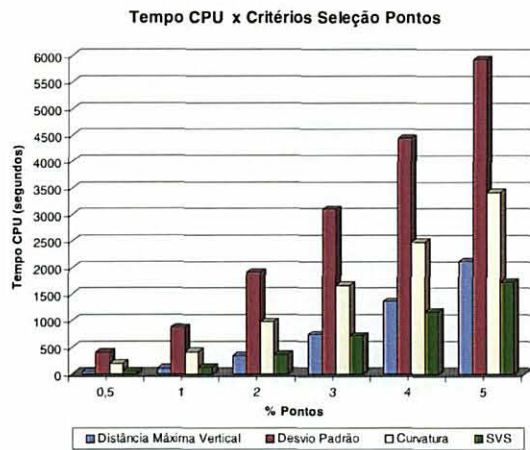
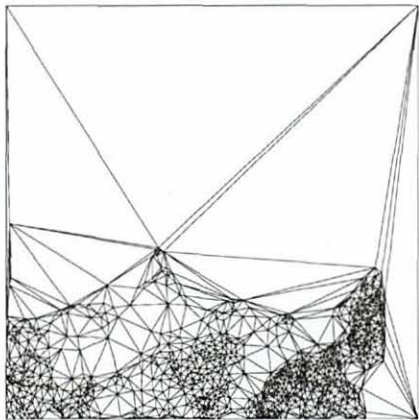
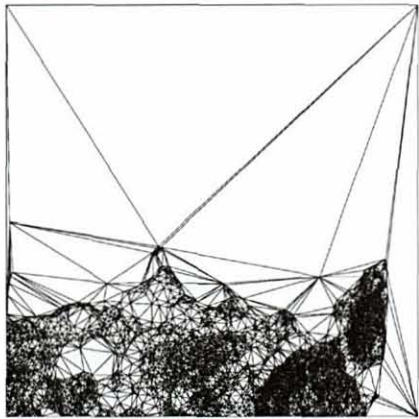


Figura 5.10 (continuação): Gráficos comparativos dos resultados dos testes para *cape_flutter_e_1Q*, considerando-se os critérios de seleção de pontos e o percentual de pontos inseridos.

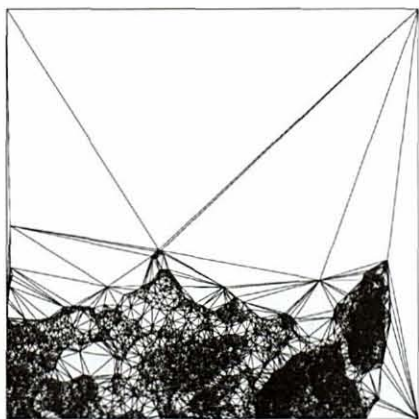
5.3.3 IMAGENS COMPARATIVAS PARA CAPE_FLATTERY-E_1Q



(a)

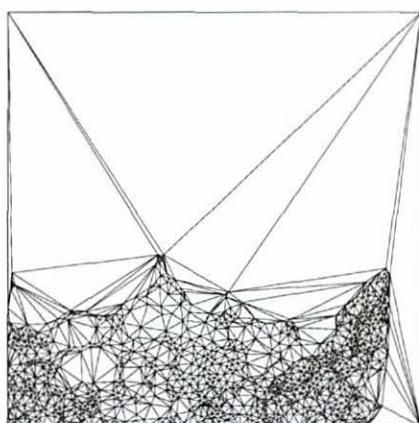


(b)

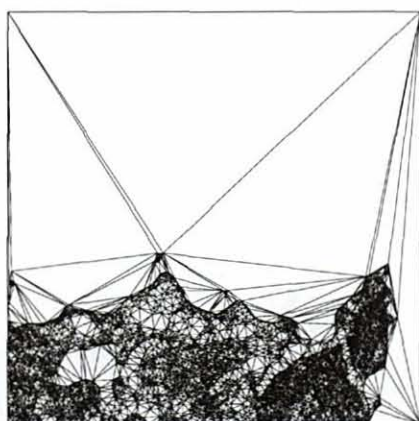


(c)

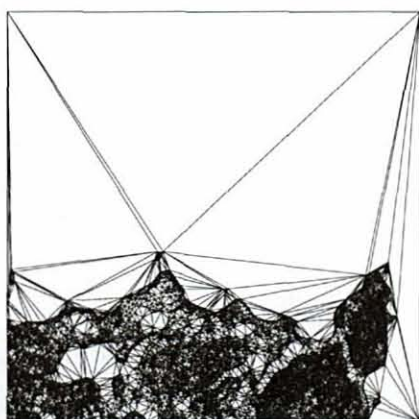
Figura 5.11: Aproximações de *cape_flattery-e_1Q* pela distância máxima vertical para três níveis de resolução. (a) 0,5%; (b) 3%; (c) 5% de pontos da imagem original.



(a)



(b)



(c)

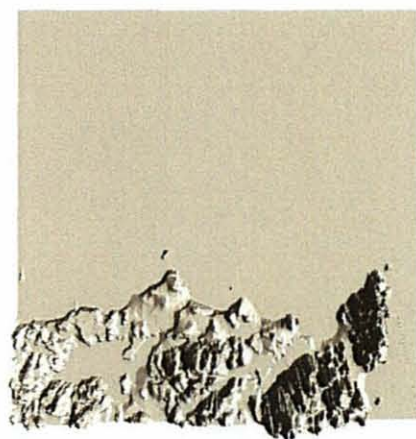
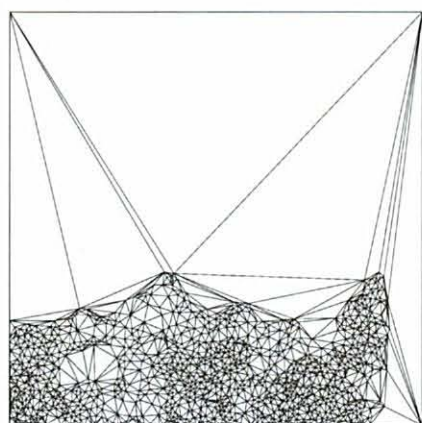
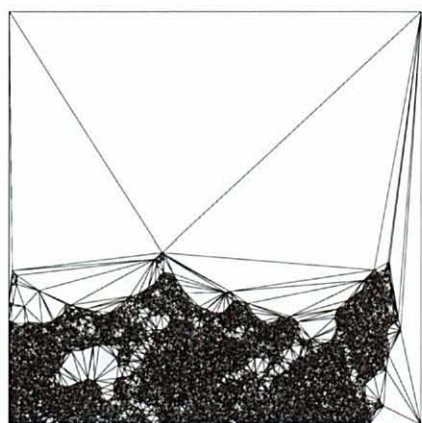


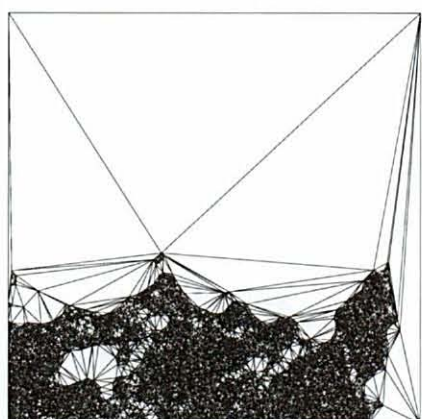
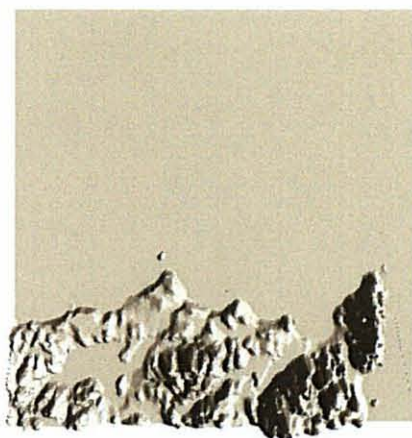
Figura 5.12: Aproximações de *cape_flutter-e_1Q* pela distância máxima vertical ponderada pelo desvio padrão para três níveis de resolução. (a) 0,5%; (b) 3%; (c) 5% de pontos da imagem original.



(a)



(b)



(c)

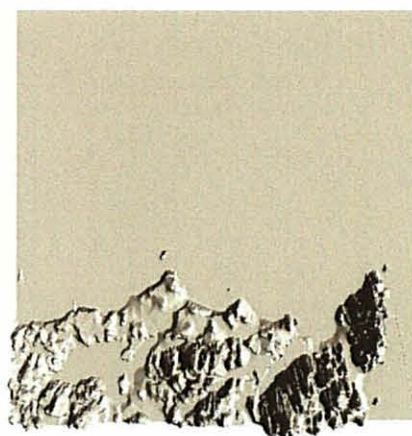
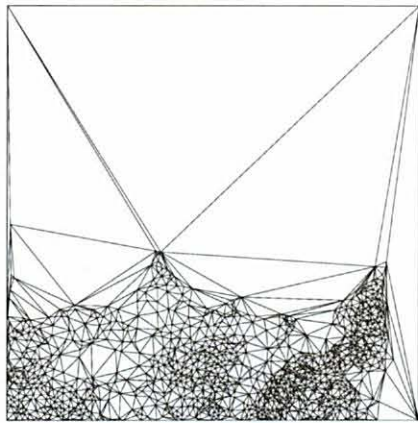
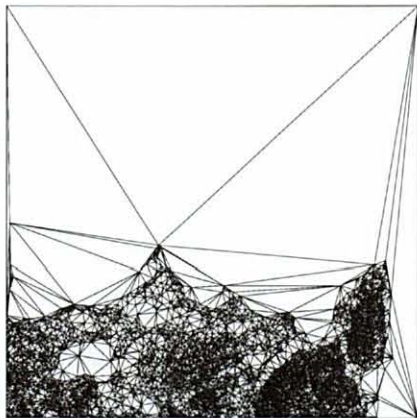
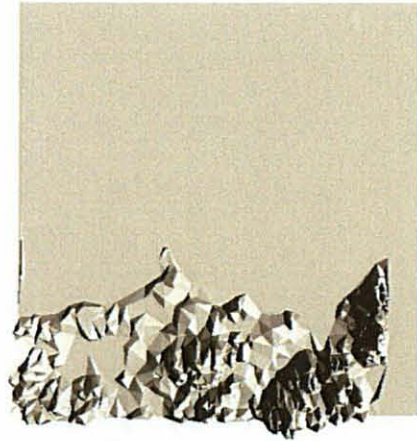


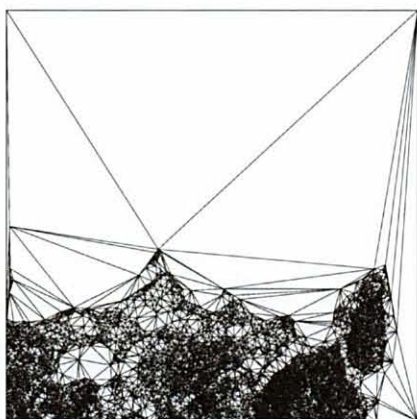
Figura 5.13: Aproximações de *cape_flattery-e_1Q* pela distância máxima vertical ponderada pela curvatura para três níveis de resolução. (a) 0,5%; (b) 3%; (c) 5% de pontos da imagem original.



(a)



(b)



(c)

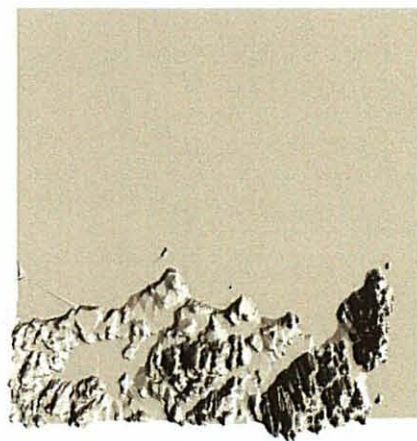


Figura 5.14: Aproximações de *cape_flattery-e_1Q* pela soma vertical quadrática para três níveis de resolução. (a) 0,5%; (b) 3%; (c) 5% de pontos da imagem original.

5.4 Resultados dos Testes para a Imagem Crater_Lake-w

5.4.1 TABULAÇÃO DOS RESULTADOS PARA CRATER_LAKE-W

		Quantidade de Triângulos			
% Pontos	Qtd Pontos	Distância Máxima Vertical	Desvio Padrão	Curvatura	Soma Vertical Quadrática
0,5	771	1484	1476	1496	1489
1	1542	3011	2994	3021	2992
2	3084	6053	6044	6075	6020
3	4626	9111	9097	9143	9065
4	6168	12171	12149	12214	12118
5	7711	15232	15210	15273	15171

Tabela 5.36: Quantidade de triângulos obtidos para a imagem *crater_lake-w* para cada critério de seleção de pontos.

		Erro Máximo (metros)			
% Pontos	Qtd Pontos	Distância Máxima Vertical	Desvio Padrão	Curvatura	Soma Vertical Quadrática
0,5	771	37,05	2,41	20,49	34,07
1	1542	24,25	1,68	10,74	12,21
2	3084	21,42	0,89	5,33	23,25
3	4626	10,15	0,64	3,50	9,77
4	6168	8,38	0,50	2,53	6,76
5	7711	6,46	0,40	2,00	3,00

Tabela 5.37: Valores de erro máximo obtidos para a imagem *crater_lake-w* para cada critério de seleção de pontos.

		RMSE (metros)			
% Pontos	Qtd Pontos	Distância Máxima Vertical	Desvio Padrão	Curvatura	Soma Vertical Quadrática
0,5	771	10,86	10,57	9,76	10,04
1	1542	7,06	6,89	7,70	6,52
2	3084	4,18	4,18	6,21	4,33
3	4626	3,07	3,04	5,53	3,38
4	6168	2,44	2,42	5,15	2,76
5	7711	2,00	1,99	4,84	2,48

Tabela 5.38: Valores de RMSE obtidos para a imagem *crater_lake-w* para cada critério de seleção de pontos.

		PSNR (dB)			
% Pontos	Qtd Pontos	Distância Máxima Vertical	Desvio Padrão	Curvatura	Soma Vertical Quadrática
0,5	771	47,17	47,40	48,09	47,85
1	1542	50,91	51,12	50,15	51,60
2	3084	55,47	55,46	52,02	55,15
3	4626	58,15	58,22	53,02	57,31
4	6168	60,13	60,22	53,64	59,05
5	7711	61,86	61,92	54,18	59,98

Tabela 5.39: Valores de PSNR obtidos para a imagem *crater_lake-w* para cada critério de seleção de pontos.

		Coeficiente de Correlação			
% Pontos	Qtd Pontos	Distância Máxima Vertical	Desvio Padrão	Curvatura	Soma Vertical Quadrática
0,5	771	0,9978	0,9979	0,9982	0,9981
1	1542	0,9991	0,9991	0,9989	0,9992
2	3084	0,9997	0,9997	0,9993	0,9996
3	4626	0,9998	0,9998	0,9994	0,9998
4	6168	0,9999	0,9999	0,9995	0,9999
5	7711	0,9999	0,9999	0,9996	0,9999

Tabela 5.40: Valores de coeficiente de correlação obtidos para a imagem *crater_lake-w* para cada critério de seleção de pontos.

		Distorção Estrutural			
% Pontos	Qtd Pontos	Distância Máxima Vertical	Desvio Padrão	Curvatura	Soma Vertical Quadrática
0,5	771	0,9978	0,9979	0,9982	0,9981
1	1542	0,9991	0,9991	0,9989	0,9992
2	3084	0,9997	0,9997	0,9993	0,9996
3	4626	0,9998	0,9998	0,9994	0,9998
4	6168	0,9999	0,9999	0,9995	0,9999
5	7711	0,9999	0,9999	0,9996	0,9999

Tabela 5.41: Valores de distorção estrutural obtidos para a imagem *crater_lake-w* para cada critério de seleção de pontos.

		Coeficiente de Jaccard			
% Pontos	Qtd Pontos	Distância Máxima Vertical	Desvio Padrão	Curvatura	Soma Vertical Quadrática
0,5	771	0,0615	0,0573	0,0833	0,0887
1	1542	0,0940	0,0891	0,1237	0,1220
2	3084	0,1427	0,1422	0,1860	0,1827
3	4626	0,1889	0,1896	0,2440	0,2299
4	6168	0,2239	0,2256	0,2864	0,2650
5	7711	0,2626	0,2620	0,3185	0,2921

Tabela 5.42: Valores de coeficiente de Jaccard obtidos para a imagem *crater_lake-w* para cada critério de seleção de pontos.

		Tempo CPU (segundos)			
% Pontos	Qtd Pontos	Distância Máxima Vertical	Desvio Padrão	Curvatura	Soma Vertical Quadrática
0,5	771	14,25	150,24	69,15	11,59
1	1542	38,81	317,45	152,05	31,85
2	3084	118,33	696,26	356,18	92,02
3	4626	236,67	1132,92	608,91	177,51
4	6168	393,04	1625,10	909,14	296,70
5	7711	587,20	2174,97	1256,00	450,85

Tabela 5.43: Valores de tempo de CPU obtidos para a imagem *crater_lake-w* para cada critério de seleção de pontos.

		Volume da Malha Triangular - TIN ⁽¹⁾			
% Pontos	Qtd Pontos	Distância Máxima Vertical	Desvio Padrão	Curvatura	Soma Vertical Quadrática
0,5	771	291.226.000	291.096.000	291.014.000	291.128.000
1	1542	291.110.000	291.135.000	291.079.000	291.094.000
2	3084	291.070.000	291.070.000	291.067.000	291.064.000
3	4626	291.073.000	291.060.000	291.051.000	291.061.000
4	6168	291.063.000	291.060.000	291.052.000	291.061.000
5	7711	291.056.000	291.052.000	291.056.000	291.062.000

⁽¹⁾ Volume Total da Imagem Original = 292.525.000

Tabela 5.44: Valores de volume da malha triangular (TIN) obtidos para a imagem *crater_lake-w* para cada critério de seleção de pontos.

		Valência			
% Pontos	Qtd Pontos	Distância Máxima Vertical	Desvio Padrão	Curvatura	Soma Vertical Quadrática
0,5	771	5,84695	5,82620	5,87808	5,85992
1	1542	5,90402	5,88197	5,91699	5,87938
2	3084	5,92477	5,91894	5,93904	5,90337
3	4626	5,93861	5,93256	5,95244	5,91872
4	6168	5,94617	5,93904	5,96012	5,92899
5	7711	5,95046	5,94475	5,96109	5,93464

Tabela 5.45: Valores de valência obtidos para a imagem *crater_lake-w* para cada critério de seleção de pontos.

		Compacidade			
% Pontos	Qtd Pontos	Distância Máxima Vertical	Desvio Padrão	Curvatura	Soma Vertical Quadrática
0,5	771	1,68087	1,57470	1,84272	1,60591
1	1542	1,49040	1,44026	1,54636	1,49462
2	3084	1,38448	1,36988	1,43391	1,42813
3	4626	1,35615	1,35759	1,39415	1,42348
4	6168	1,33868	1,32142	1,36206	1,42398
5	7711	1,32131	1,30888	1,32794	1,42585

Tabela 5.46: Valores de compacidade obtidos para a imagem *crater_lake-w* para cada critério de seleção de pontos.

		Ângulo Mínimo			
% Pontos	Qtd Pontos	Distância Máxima Vertical	Desvio Padrão	Curvatura	Soma Vertical Quadrática
0,5	771	29,820	30,627	32,542	32,127
1	1542	31,996	32,664	34,255	31,976
2	3084	33,863	33,822	34,900	32,350
3	4626	34,781	34,608	35,178	32,367
4	6168	35,054	35,259	35,411	32,177
5	7711	35,509	35,665	35,279	32,221

Tabela 5.47: Valores de ângulo mínimo obtidos para a imagem *crater_lake-w* para cada critério de seleção de pontos.

5.4.2 GRÁFICOS COMPARATIVOS PARA CRATER_LAKE-W

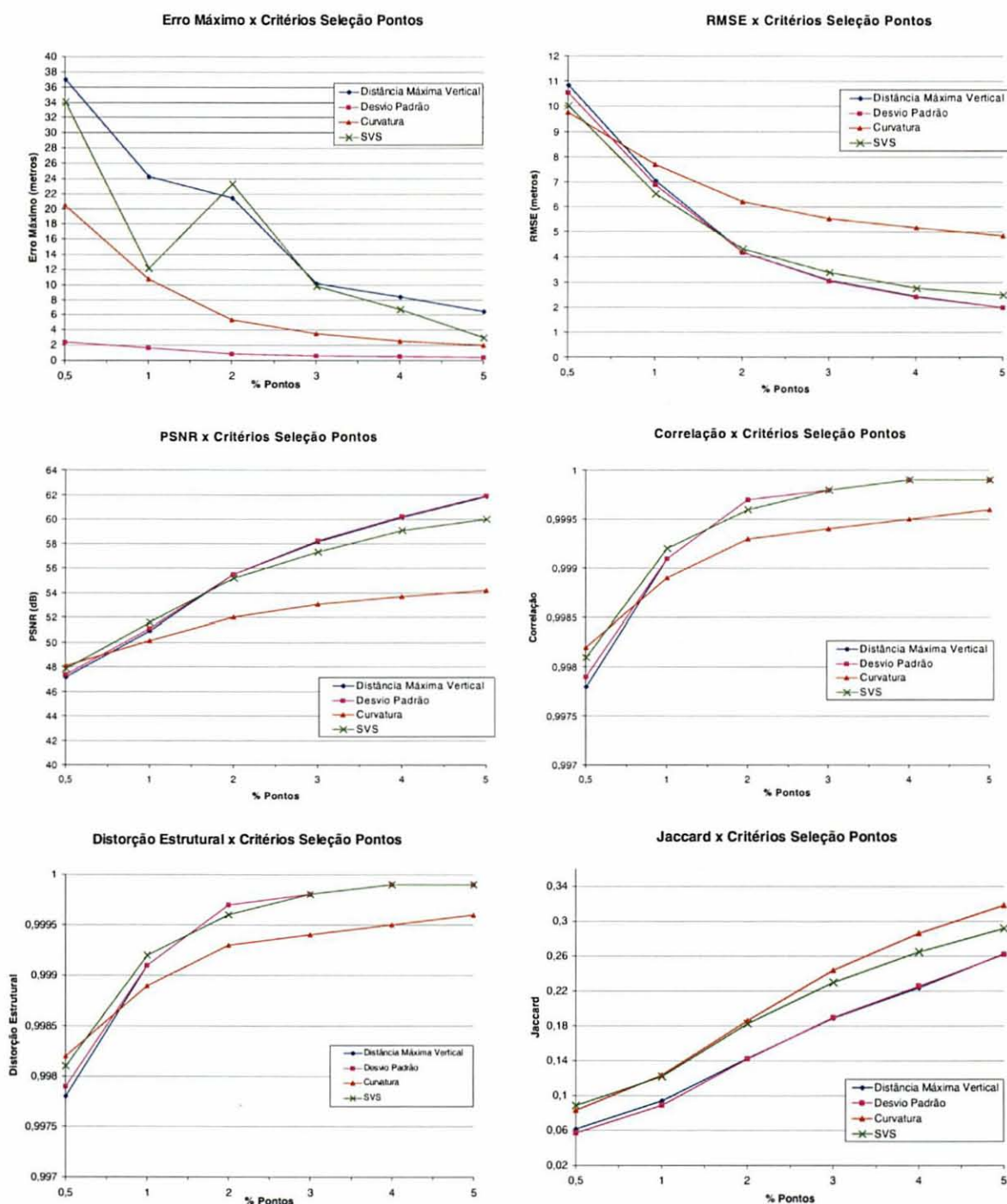


Figura 5.15: Gráficos comparativos dos resultados dos testes para *crater_lake_w*, considerando-se os critérios de seleção de pontos e o percentual de pontos inseridos.

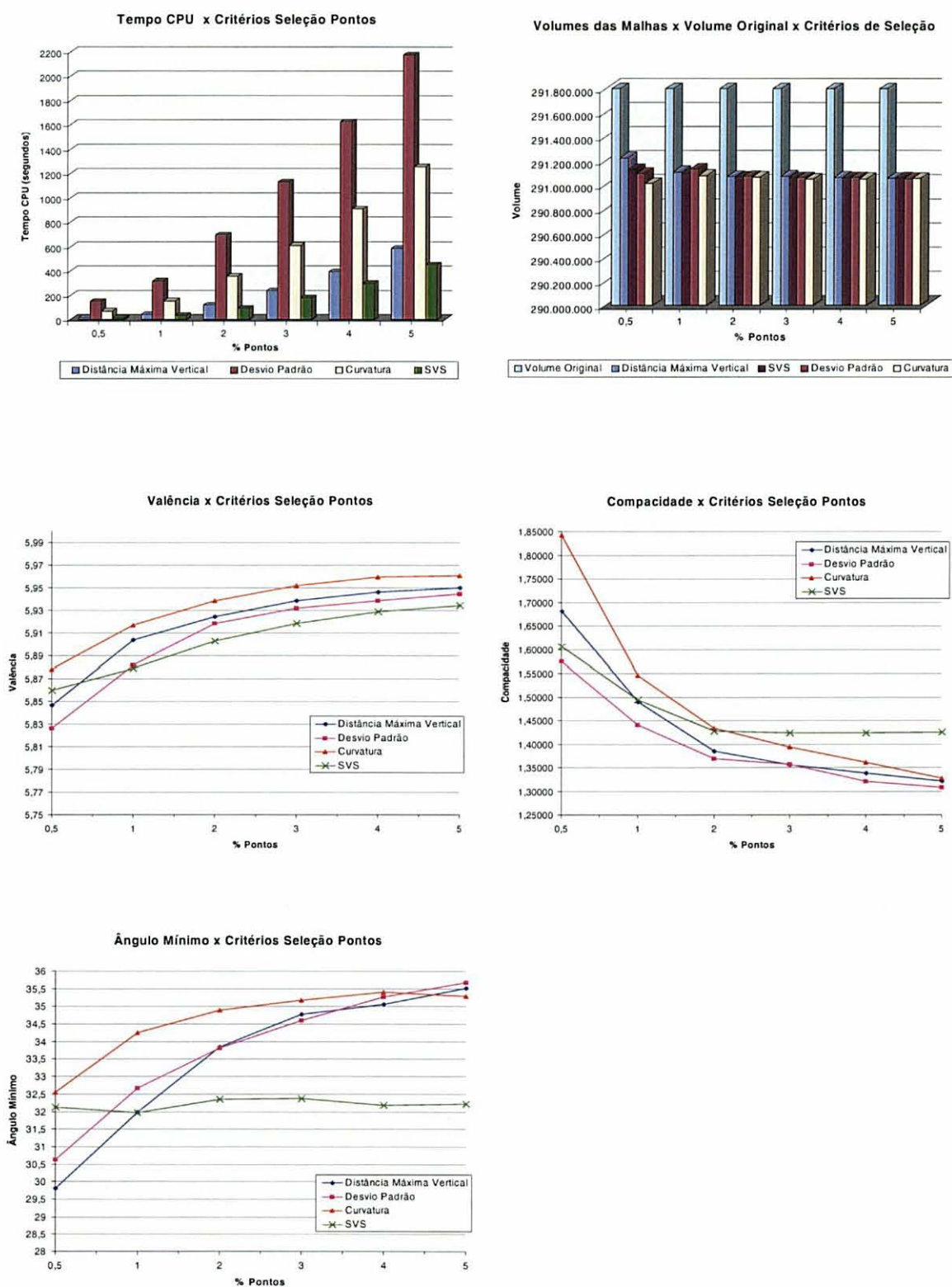
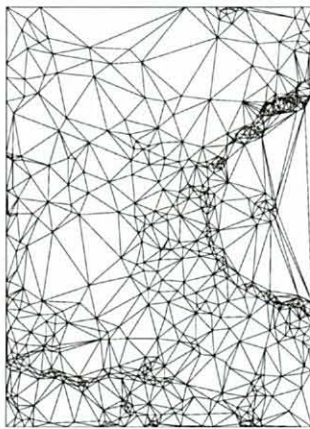
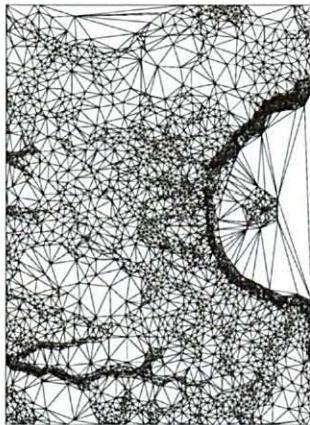


Figura 5.15 (continuação): Gráficos comparativos dos resultados dos testes para *crater_lake_w*, considerando-se os critérios de seleção de pontos e o percentual de pontos inseridos.

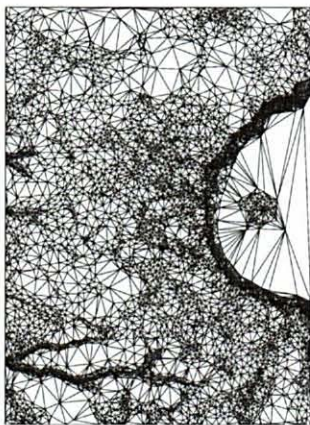
5.4.3 IMAGENS COMPARATIVAS PARA CRATER_LAKE-W



(a)



(b)



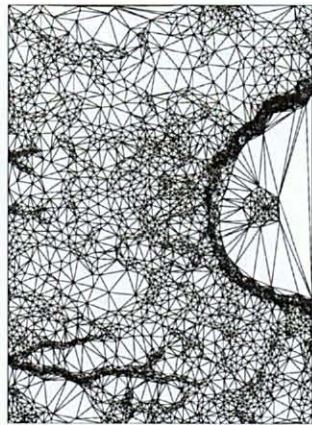
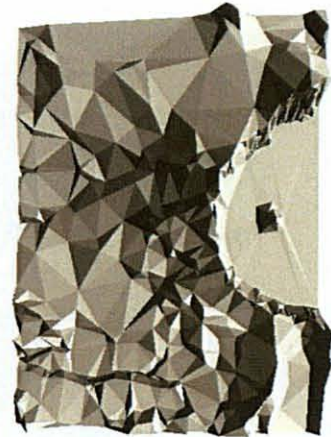
(c)



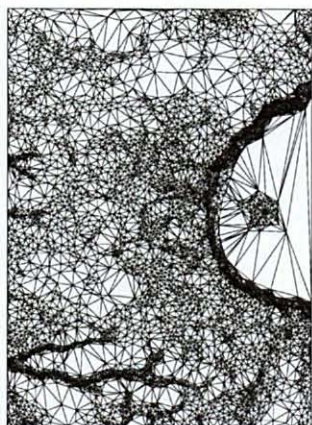
Figura 5.16: Aproximações de *crater_lake-w* pela distância máxima vertical para três níveis de resolução. (a) 0,5%; (b) 3%; (c) 5% de pontos da imagem original.



(a)



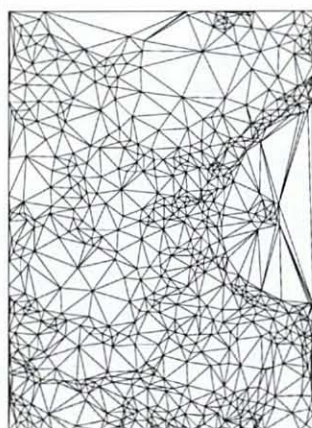
(b)



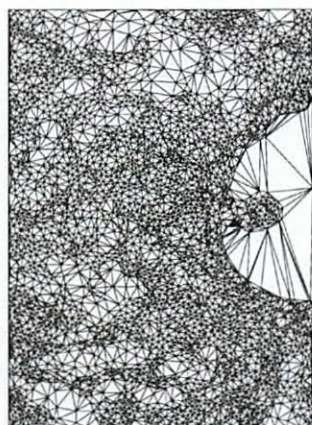
(c)



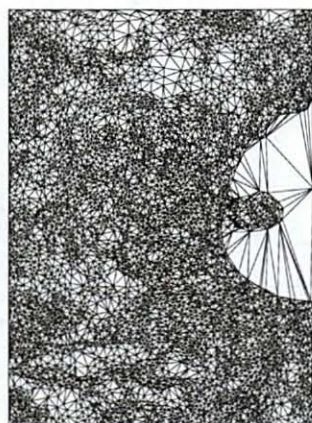
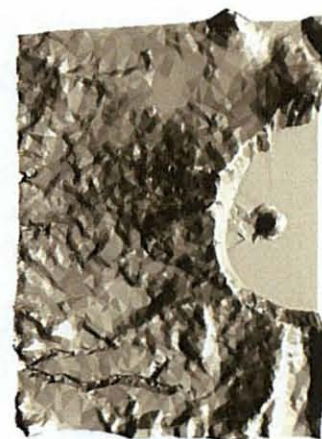
Figura 5.17: Aproximações de *crater_lake-w* pela distância máxima vertical ponderada pelo desvio padrão para três níveis de resolução. (a) 0,5%; (b) 3%; (c) 5% de pontos da imagem original.



(a)



(b)



(c)

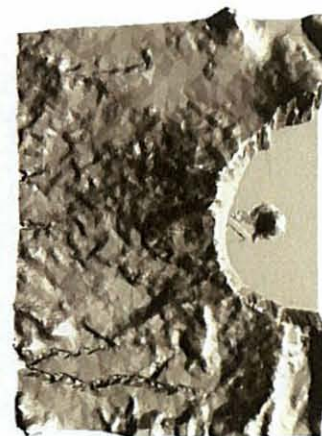
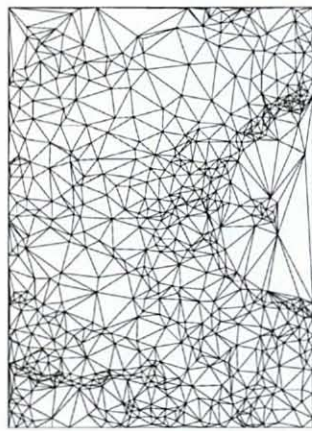
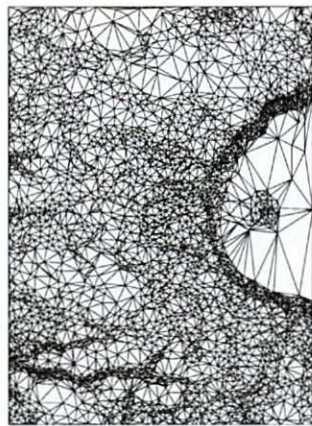


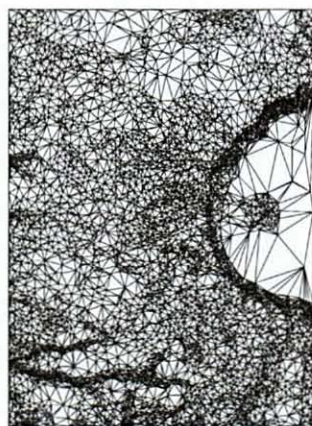
Figura 5.18: Aproximações de *crater_lake-w* pela distância máxima vertical ponderada pela curvatura para três níveis de resolução. (a) 0,5%; (b) 3%; (c) 5% de pontos da imagem original.



(a)



(b)



(c)



Figura 5.19: Aproximações de *crater_lake-w* pela soma vertical quadrática para três níveis de resolução. (a) 0,5%; (b) 3%; (c) 5% de pontos da imagem original.

5.5 Resultados dos Testes para a Imagem Emory_Peak-e

5.5.1 TABULAÇÃO DOS RESULTADOS PARA EMORY_PEAK-E

		Quantidade de Triângulos			
% Pontos	Qtd Pontos	Distância Máxima Vertical	Desvio Padrão	Curvatura	Soma Vertical Quadrática
0,5	1310	2564	2555	2580	2568
1	2621	5168	5155	5177	5156
2	5242	10376	10357	10386	10352
3	7864	15589	15561	15600	15546
4	10485	20806	20783	20807	20751
5	13107	26028	26006	26031	25966

Tabela 5.48: Quantidade de triângulos obtidos para a imagem *emory_peak-e* para cada critério de seleção de pontos.

		Erro Máximo (metros)			
% Pontos	Qtd Pontos	Distância Máxima Vertical	Desvio Padrão	Curvatura	Soma Vertical Quadrática
0,5	1310	139,02	8,63	47,47	60,52
1	2621	68,64	5,68	24,83	52,00
2	5242	62,33	7,71	27,06	20,33
3	7864	48,70	2,64	7,82	58,60
4	10485	32,45	2,32	4,80	39,14
5	13107	22,00	1,77	3,56	13,00

Tabela 5.49: Valores de erro máximo obtidos para a imagem *emory_peak-e* para cada critério de seleção de pontos.

		RMSE (metros)			
% Pontos	Qtd Pontos	Distância Máxima Vertical	Desvio Padrão	Curvatura	Soma Vertical Quadrática
0,5	1310	30,77	30,29	29,91	29,82
1	2621	20,25	19,73	24,19	20,67
2	5242	13,16	13,22	19,42	14,13
3	7864	10,27	10,06	17,10	11,38
4	10485	8,33	8,14	15,53	9,48
5	13107	7,14	6,91	14,38	8,39

Tabela 5.50: Valores de RMSE obtidos para a imagem *emory_peak-e* para cada critério de seleção de pontos.

		PSNR (dB)			
% Pontos	Qtd Pontos	Distância Máxima Vertical	Desvio Padrão	Curvatura	Soma Vertical Quadrática
0,5	1310	38,72	38,85	38,96	38,99
1	2621	42,35	42,58	40,81	42,17
2	5242	46,09	46,06	42,72	45,48
3	7864	48,25	48,43	43,82	47,36
4	10485	50,07	50,27	44,66	48,95
5	13107	51,40	51,69	45,32	50,00

Tabela 5.51: Valores de PSNR obtidos para a imagem *emory_peak-e* para cada critério de seleção de pontos.

		Coeficiente de Correlação			
% Pontos	Qtd Pontos	Distância Máxima Vertical	Desvio Padrão	Curvatura	Soma Vertical Quadrática
0,5	1310	0,9975	0,9976	0,9976	0,9977
1	2621	0,9989	0,9990	0,9985	0,9989
2	5242	0,9995	0,9995	0,9990	0,9995
3	7864	0,9997	0,9997	0,9992	0,9997
4	10485	0,9998	0,9998	0,9994	0,9998
5	13107	0,9999	0,9999	0,9995	0,9998

Tabela 5.52: Valores de coeficiente de correlação obtidos para a imagem *emory_peak-e* para cada critério de seleção de pontos.

		Distorção Estrutural			
% Pontos	Qtd Pontos	Distância Máxima Vertical	Desvio Padrão	Curvatura	Soma Vertical Quadrática
0,5	1310	0,9975	0,9976	0,9976	0,9976
1	2621	0,9989	0,9990	0,9984	0,9989
2	5242	0,9995	0,9995	0,9990	0,9995
3	7864	0,9997	0,9997	0,9992	0,9997
4	10485	0,9998	0,9998	0,9994	0,9998
5	13107	0,9999	0,9999	0,9994	0,9998

Tabela 5.53: Valores de distorção estrutural obtidos para a imagem *emory_peak-e* para cada critério de seleção de pontos.

		Coeficiente de Jaccard			
% Pontos	Qtd Pontos	Distância Máxima Vertical	Desvio Padrão	Curvatura	Soma Vertical Quadrática
0,5	1310	0,0227	0,0244	0,0277	0,0278
1	2621	0,0362	0,0376	0,0459	0,0420
2	5242	0,0576	0,0605	0,0792	0,0679
3	7864	0,0785	0,0829	0,1102	0,0906
4	10485	0,0998	0,1044	0,1385	0,1090
5	13107	0,1175	0,1250	0,1623	0,1265

Tabela 5.54: Valores de coeficiente de Jaccard obtidos para a imagem *emory_peak-e* para cada critério de seleção de pontos.

		Tempo CPU (segundos)			
% Pontos	Qtd Pontos	Distância Máxima Vertical	Desvio Padrão	Curvatura	Soma Vertical Quadrática
0,5	1310	79,62	428,89	226,74	33,90
1	2621	289,06	1352,41	739,43	91,28
2	5242	677,02	2512,28	1944,48	270,25
3	7864	1226,45	3891,95	2855,46	530,94
4	10485	1929,31	5474,34	3945,93	874,04
5	13107	2776,62	7253,79	5203,88	1291,57

Tabela 5.55: Valores de tempo de CPU obtidos para a imagem *emory_peak-e* para cada critério de seleção de pontos.

		Volume da Malha Triangular - TIN ⁽¹⁾			
% Pontos	Qtd Pontos	Distância Máxima Vertical	Desvio Padrão	Curvatura	Soma Vertical Quadrática
0,5	1310	289.115.000	289.172.000	289.102.000	289.703.000
1	2621	289.079.000	288.936.000	288.996.000	289.231.000
2	5242	289.111.000	289.092.000	288.911.000	289.068.000
3	7864	289.102.000	288.991.000	288.916.000	289.016.000
4	10485	288.982.000	288.945.000	288.913.000	289.003.000
5	13107	288.970.000	288.951.000	288.945.000	288.982.000

⁽¹⁾ Volume Total da Imagem Original = 290.061.000

Tabela 5.56: Valores de volume da malha triangular (TIN) obtidos para a imagem *emory_peak-e* para cada critério de seleção de pontos.

		Valência			
% Pontos	Qtd Pontos	Distância Máxima Vertical	Desvio Padrão	Curvatura	Soma Vertical Quadrática
0,5	1310	5,91298	5,89924	5,93740	5,91908
1	2621	5,94277	5,93285	5,94964	5,93361
2	5242	5,95841	5,95116	5,96223	5,94926
3	7864	5,96439	5,95727	5,96719	5,95346
4	10485	5,96853	5,96414	5,96872	5,95804
5	13107	5,97147	5,96811	5,97192	5,96201

Tabela 5.57: Valores de valência obtidos para a imagem *emory_peak-e* para cada critério de seleção de pontos.

		Compacidade			
% Pontos	Qtd Pontos	Distância Máxima Vertical	Desvio Padrão	Curvatura	Soma Vertical Quadrática
0,5	1310	1,54568	1,42888	1,84646	1,6342
1	2621	1,44742	1,34167	1,43689	1,53745
2	5242	1,33594	1,31223	1,39698	1,43096
3	7864	1,30712	1,29142	1,36062	1,41588
4	10485	1,29343	1,28704	1,33439	1,40831
5	13107	1,28536	1,28573	1,32874	1,40081

Tabela 5.58: Valores de compacidade obtidos para a imagem *emory_peak-e* para cada critério de seleção de pontos.

		Ângulo Mínimo			
% Pontos	Qtd Pontos	Distância Máxima Vertical	Desvio Padrão	Curvatura	Soma Vertical Quadrática
0,5	1310	32,952	33,385	33,911	32,108
1	2621	33,980	34,311	34,819	32,744
2	5242	34,844	34,899	34,689	32,373
3	7864	35,204	35,328	34,820	32,185
4	10485	35,340	35,389	34,828	32,246
5	13107	35,535	35,431	34,859	32,313

Tabela 5.59: Valores de ângulo mínimo obtidos para a imagem *emory_peak-e* para cada critério de seleção de pontos.

5.5.2 GRÁFICOS COMPARATIVOS PARA EMORY_PEAK-E

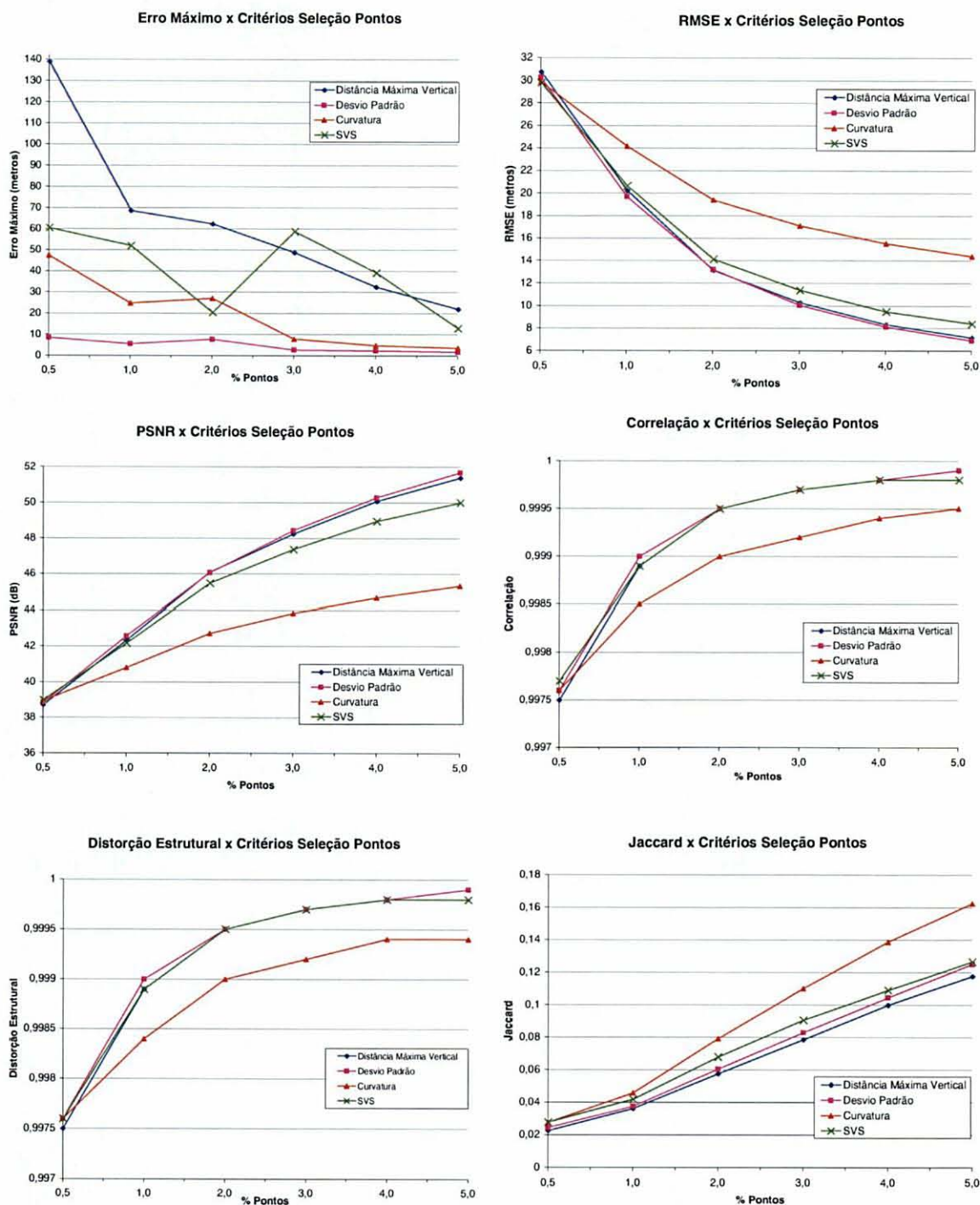


Figura 5.20: Gráficos comparativos dos resultados dos testes para *emory_peak-e*, considerando-se os critérios de seleção de pontos e o percentual de pontos inseridos.

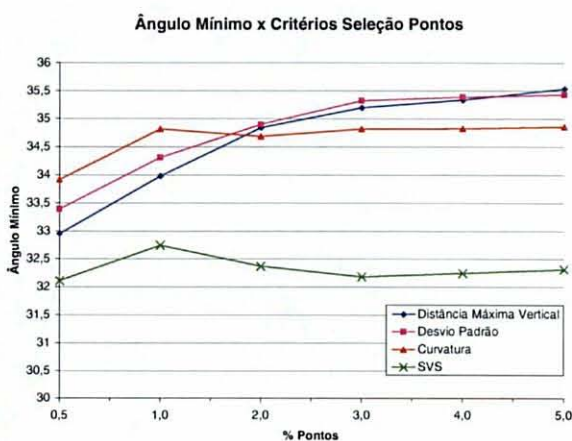
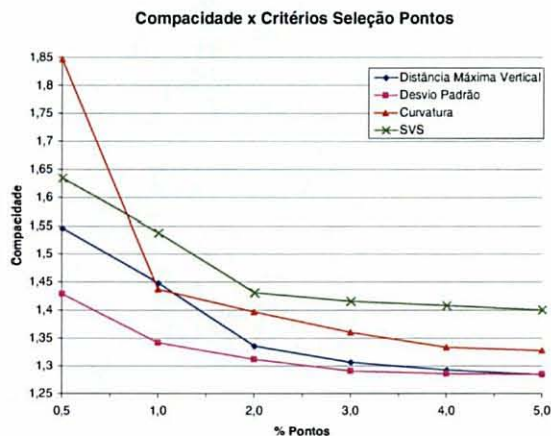
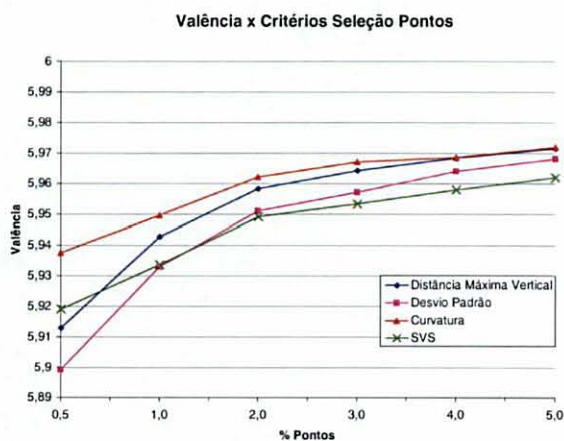
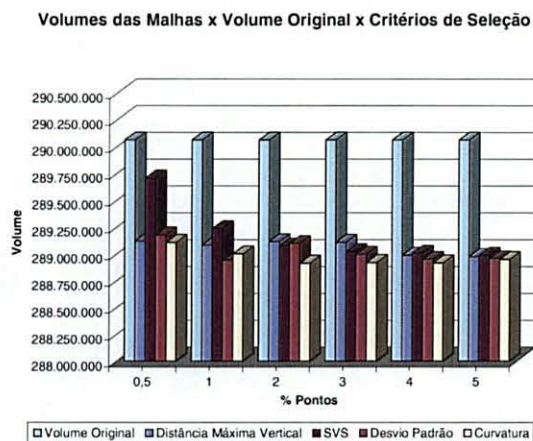
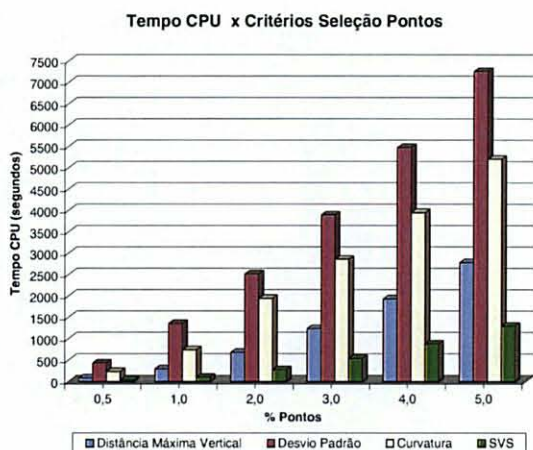


Figura 5.20 (continuação): Gráficos comparativos dos resultados dos testes para *emory_peak-e*, considerando-se os critérios de seleção de pontos e o percentual de pontos inseridos.

5.5.3 IMAGENS COMPARATIVAS PARA EMORY_PEAK-E

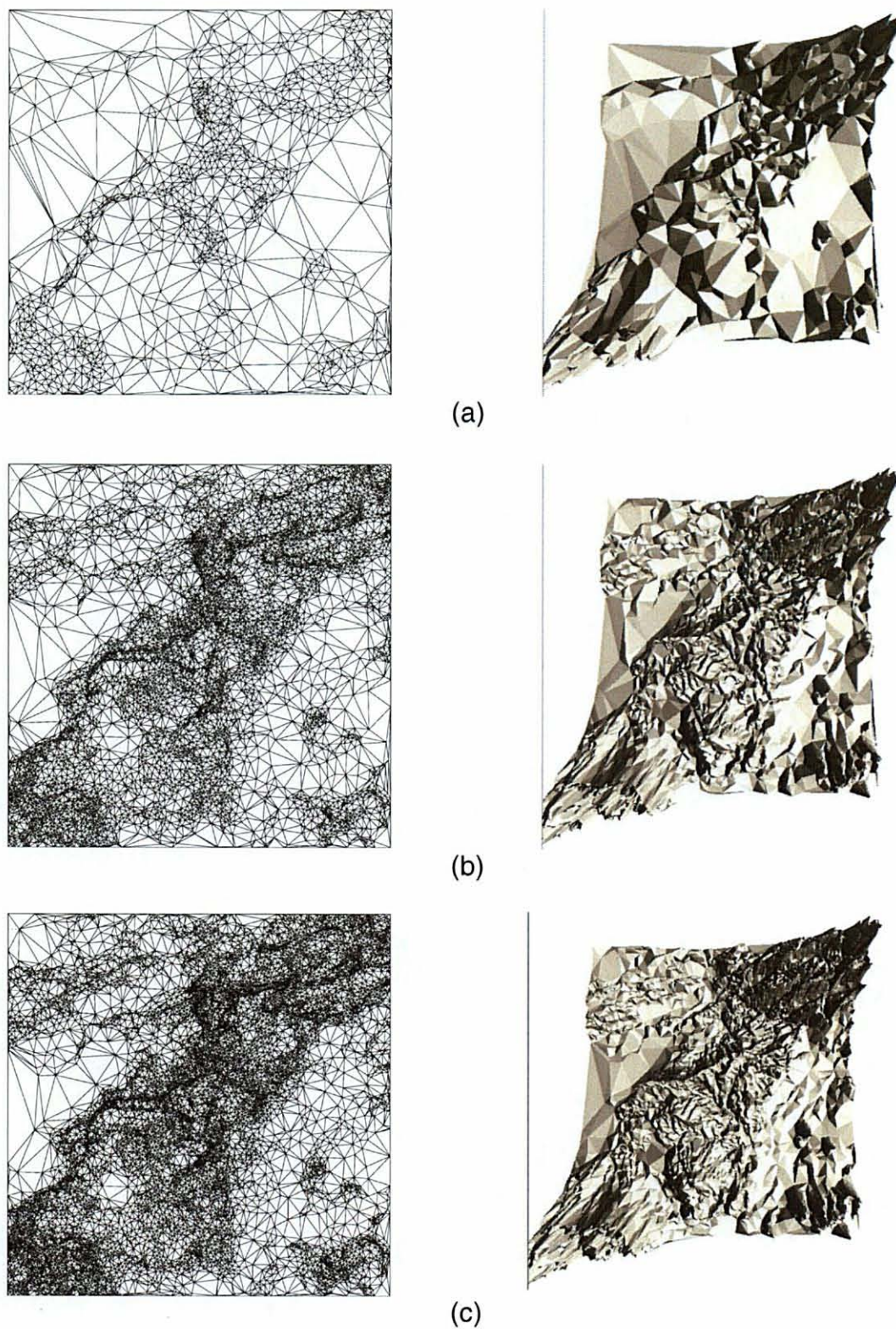
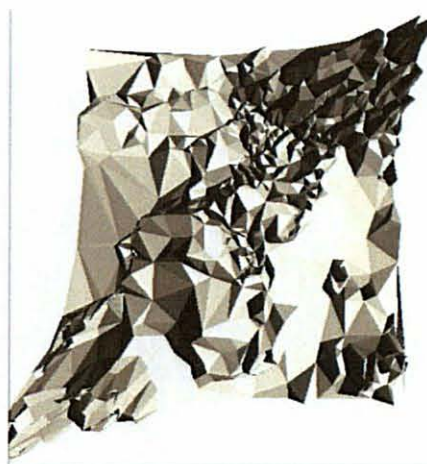
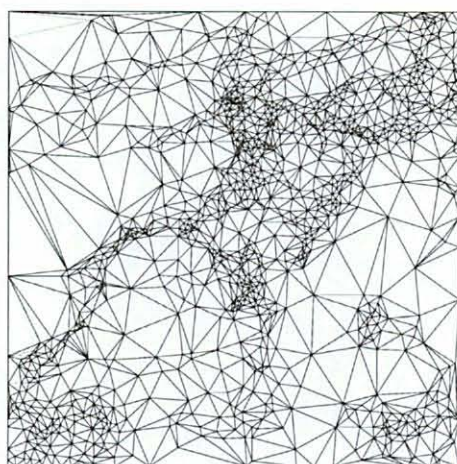
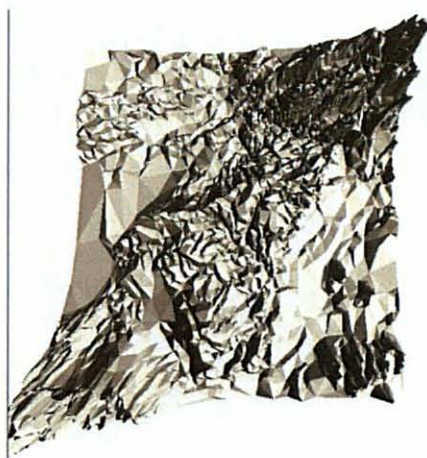
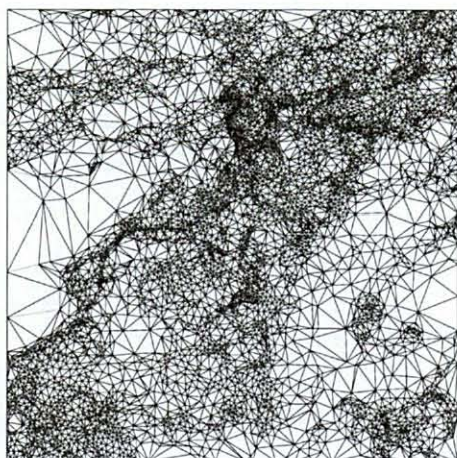


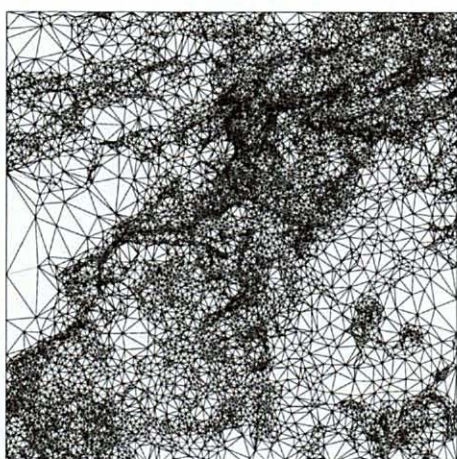
Figura 5.21: Aproximações de *emory_peak-e* pela distância máxima vertical para três níveis de resolução. (a) 0,5%; (b) 3%; (c) 5% de pontos da imagem original.



(a)

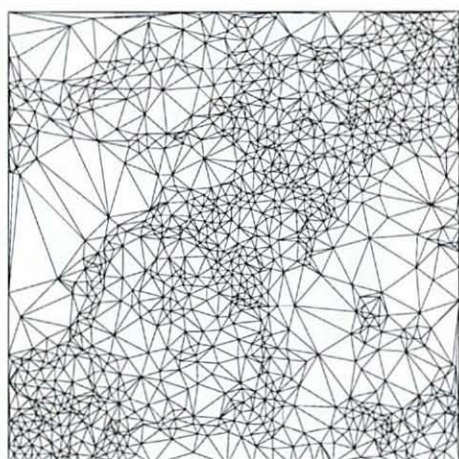


(b)

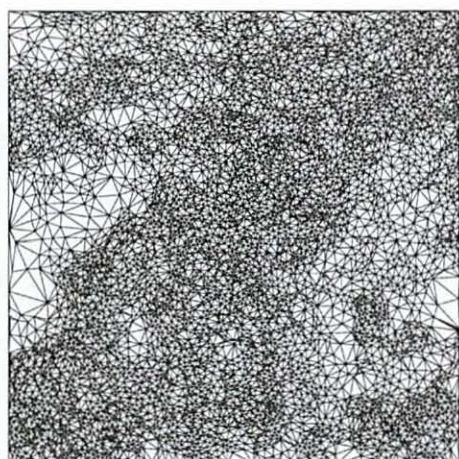


(c)

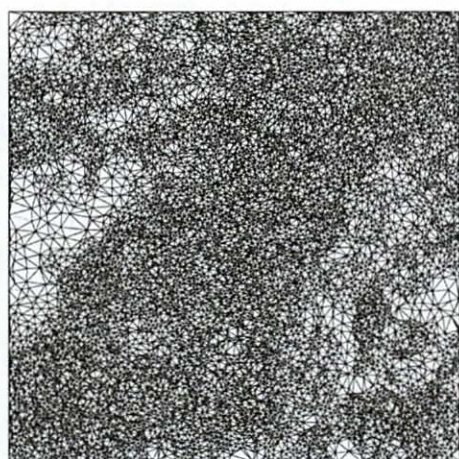
Figura 5.22: Aproximações de *emory_peak-e* pela distância máxima vertical ponderada pelo desvio padrão para três níveis de resolução. (a) 0,5%; (b) 3%; (c) 5% de pontos da imagem original.



(a)



(b)



(c)



Figura 5.23: Aproximações de *emory_peak-e* pela distância máxima vertical ponderada pela curvatura para três níveis de resolução. (a) 0,5%; (b) 3%; (c) 5% de pontos da imagem original.

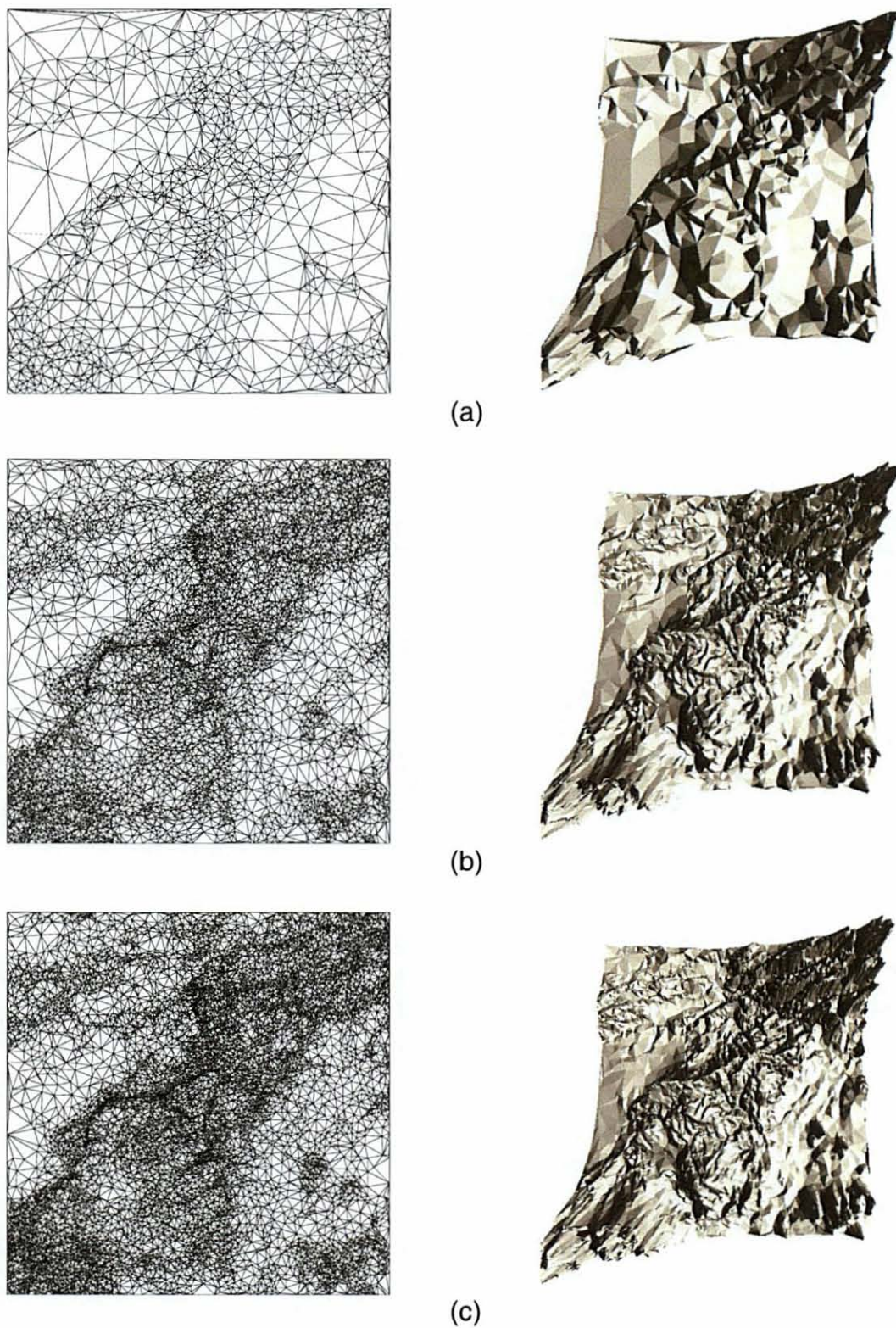


Figura 5.24: Aproximações de *emory_peak-e* pela soma vertical quadrática para três níveis de resolução. (a) 0,5%; (b) 3%; (c) 5% de pontos da imagem original.

5.6 Resultados dos Testes para a Imagem Lena

5.6.1 TABULAÇÃO DOS RESULTADOS PARA LENA

		Quantidade de Triângulos			
% Pontos	Qtd Pontos	Distância Máxima Vertical	Desvio Padrão	Curvatura	Soma Vertical Quadrática
0,5	1310	2592	2572	2569	2576
1	2621	5190	5181	5176	5165
2	5242	10405	10396	10389	10373
3	7864	15626	15608	15604	15587
4	10485	20848	20827	20825	20801
5	13107	26076	26049	26051	26016

Tabela 5.60: Quantidade de triângulos obtidos para a imagem *lena* para cada critério de seleção de pontos.

		Erro Máximo (metros)			
% Pontos	Qtd Pontos	Distância Máxima Vertical	Desvio Padrão	Curvatura	Soma Vertical Quadrática
0,5	1310	98,25	17,29	19,57	62,25
1	2621	55,86	12,38	11,83	49,93
2	5242	45,33	9,52	6,25	34,46
3	7864	25,67	6,40	3,50	15,00
4	10485	20,67	6,60	2,70	15,31
5	13107	18,06	5,48	2,16	17,42

Tabela 5.61: Valores de erro máximo obtidos para a imagem *lena* para cada critério de seleção de pontos.

		RMSE (metros)			
% Pontos	Qtd Pontos	Distância Máxima Vertical	Desvio Padrão	Curvatura	Soma Vertical Quadrática
0,5	1310	21,69	21,47	14,64	16,45
1	2621	16,12	16,03	12,75	12,32
2	5242	9,80	10,67	11,36	9,22
3	7864	7,70	8,28	10,68	7,64
4	10485	6,58	7,09	10,26	6,79
5	13107	5,83	6,31	9,88	6,10

Tabela 5.62: Valores de RMSE obtidos para a imagem *lena* para cada critério de seleção de pontos.

		PSNR (dB)			
% Pontos	Qtd Pontos	Distância Máxima Vertical	Desvio Padrão	Curvatura	Soma Vertical Quadrática
0,5	1310	20,99	21,08	24,40	23,39
1	2621	23,56	23,62	25,60	25,90
2	5242	27,89	27,15	26,61	28,42
3	7864	29,98	29,36	27,14	30,05
4	10485	31,35	30,69	27,49	31,07
5	13107	32,40	31,72	27,81	32,00

Tabela 5.63: Valores de PSNR obtidos para a imagem *lena* para cada critério de seleção de pontos.

		Coeficiente de Correlação			
% Pontos	Qtd Pontos	Distância Máxima Vertical	Desvio Padrão	Curvatura	Soma Vertical Quadrática
0,5	1310	0,9000	0,9111	0,9499	0,9366
1	2621	0,9472	0,9459	0,9619	0,9645
2	5242	0,9780	0,9743	0,9699	0,9803
3	7864	0,9863	0,9843	0,9734	0,9865
4	10485	0,9900	0,9884	0,9756	0,9893
5	13107	0,9922	0,9908	0,9773	0,9914

Tabela 5.64: Valores de coeficiente de correlação obtidos para a imagem *lena* para cada critério de seleção de pontos.

		Distorção Estrutural			
% Pontos	Qtd Pontos	Distância Máxima Vertical	Desvio Padrão	Curvatura	Soma Vertical Quadrática
0,5	1310	0,8986	0,9081	0,9491	0,9363
1	2621	0,9456	0,9452	0,9610	0,9641
2	5242	0,9779	0,9741	0,9692	0,9800
3	7864	0,9863	0,9842	0,9727	0,9863
4	10485	0,9900	0,9883	0,9749	0,9892
5	13107	0,9922	0,9908	0,9767	0,9913

Tabela 5.65: Valores de distorção estrutural obtidos para a imagem *lena* para cada critério de seleção de pontos.

		Coeficiente de Jaccard			
% Pontos	Qtd Pontos	Distância Máxima Vertical	Desvio Padrão	Curvatura	Soma Vertical Quadrática
0,5	1310	0,0244	0,0264	0,0556	0,0442
1	2621	0,0366	0,0378	0,0808	0,0612
2	5242	0,0648	0,0603	0,1090	0,0832
3	7864	0,0832	0,0802	0,1262	0,1001
4	10485	0,0989	0,0953	0,1385	0,1156
5	13107	0,1126	0,1095	0,1498	0,1296

Tabela 5.66: Valores de coeficiente de Jaccard obtidos para a imagem *lena* para cada critério de seleção de pontos.

		Tempo CPU (segundos)			
% Pontos	Qtd Pontos	Distância Máxima Vertical	Desvio Padrão	Curvatura	Soma Vertical Quadrática
0,5	1310	35,81	284,60	133,99	41,10
1	2621	87,14	629,62	296,01	99,97
2	5242	219,13	1480,61	696,55	250,54
3	7864	405,77	2242,26	1195,95	461,25
4	10485	683,08	3357,32	1790,48	779,42
5	13107	923,78	4647,41	2478,64	1055,11

Tabela 5.67: Valores de tempo de CPU obtidos para a imagem *lena* para cada critério de seleção de pontos.

		Volume da Malha Triangular - TIN ⁽¹⁾			
% Pontos	Qtd Pontos	Distância Máxima Vertical	Desvio Padrão	Curvatura	Soma Vertical Quadrática
0,5	1310	32.571.600	31.626.300	32.947.600	33.200.800
1	2621	32.339.700	32.259.200	33.193.000	33.260.600
2	5242	33.017.900	32.828.400	33.226.800	33.256.400
3	7864	33.208.700	33.057.400	33.240.500	33.289.600
4	10485	33.366.800	33.222.500	33.238.600	33.301.000
5	13107	33.353.900	33.351.100	33.235.800	33.309.100

⁽¹⁾ Volume Total da Imagem Original = 33.413.900

Tabela 5.68: Valores de volume da malha triangular (TIN) obtidos para a imagem *lena* para cada critério de seleção de pontos.

		Valência			
% Pontos	Qtd Pontos	Distância Máxima Vertical	Desvio Padrão	Curvatura	Soma Vertical Quadrática
0,5	1310	5,95573	5,92519	5,92061	5,93130
1	2621	5,95956	5,95269	5,94887	5,94048
2	5242	5,96948	5,96604	5,96337	5,95727
3	7864	5,97380	5,96923	5,96821	5,96389
4	10485	5,97654	5,97253	5,97215	5,96757
5	13107	5,97879	5,97467	5,97498	5,96963

Tabela 5.69: Valores de valência obtidos para a imagem *lena* para cada critério de seleção de pontos.

		Compacidade			
% Pontos	Qtd Pontos	Distância Máxima Vertical	Desvio Padrão	Curvatura	Soma Vertical Quadrática
0,5	1310	2,08102	1,50567	1,52639	1,79669
1	2621	1,59054	1,39651	1,43083	1,54567
2	5242	1,41099	1,3347	1,40664	1,47283
3	7864	1,36028	1,31833	1,4119	1,44456
4	10485	1,33608	1,31048	1,41264	1,43294
5	13107	1,31899	1,30524	1,41573	1,41819

Tabela 5.70: Valores de compacidade obtidos para a imagem *lena* para cada critério de seleção de pontos.

		Ângulo Mínimo			
% Pontos	Qtd Pontos	Distância Máxima Vertical	Desvio Padrão	Curvatura	Soma Vertical Quadrática
0,5	1310	29,594	31,582	32,088	30,367
1	2621	31,808	33,371	33,206	30,888
2	5242	33,366	34,634	33,469	31,729
3	7864	34,075	34,872	33,254	32,025
4	10485	34,569	34,894	33,191	32,071
5	13107	34,757	34,987	33,076	32,311

Tabela 5.71: Valores de ângulo mínimo obtidos para a imagem *lena* para cada critério de seleção de pontos.

5.6.2 GRÁFICOS COMPARATIVOS PARA LENA

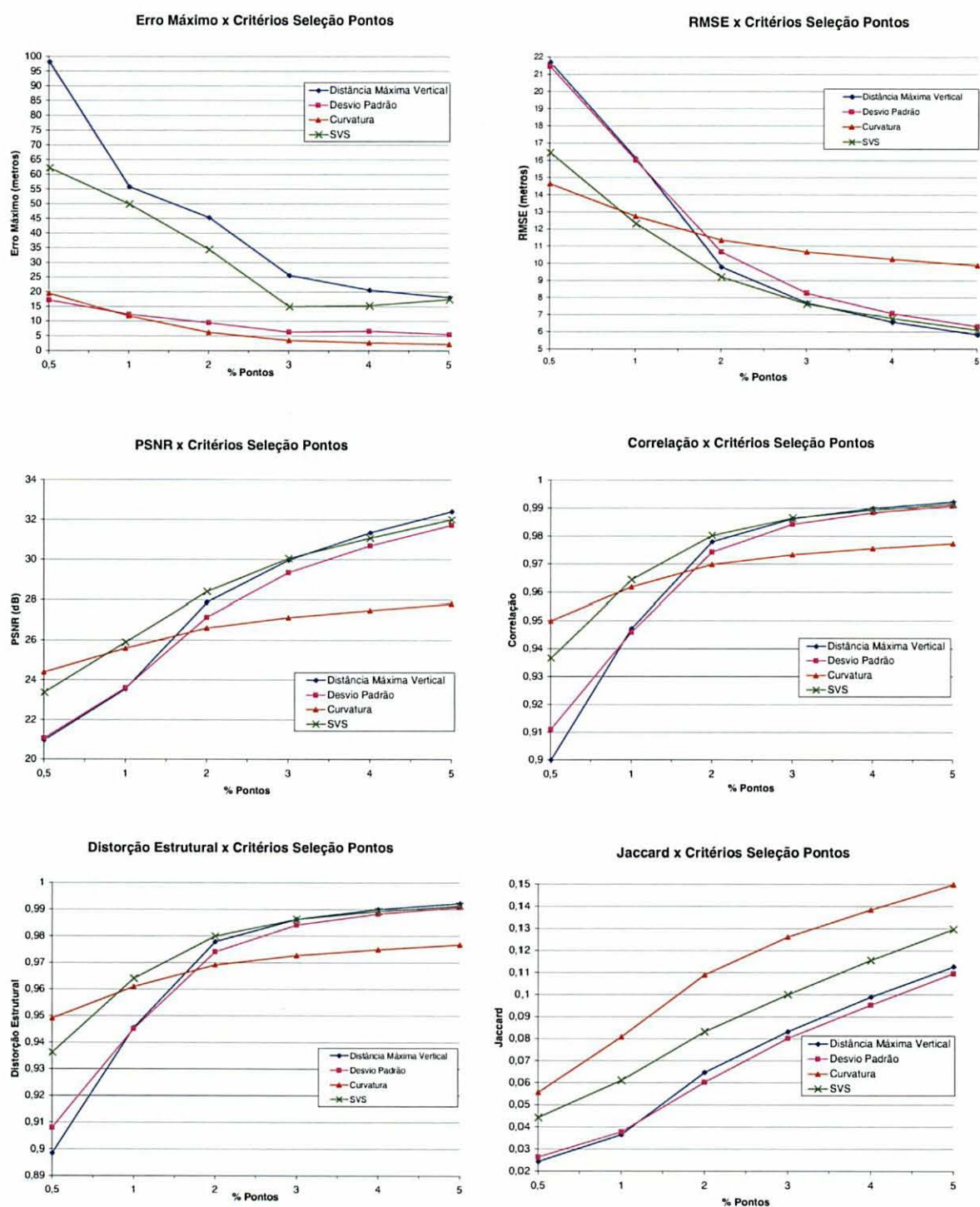


Figura 5.25: Gráficos comparativos dos resultados dos testes para *lena*, considerando-se os critérios de seleção de pontos e o percentual de pontos inseridos.

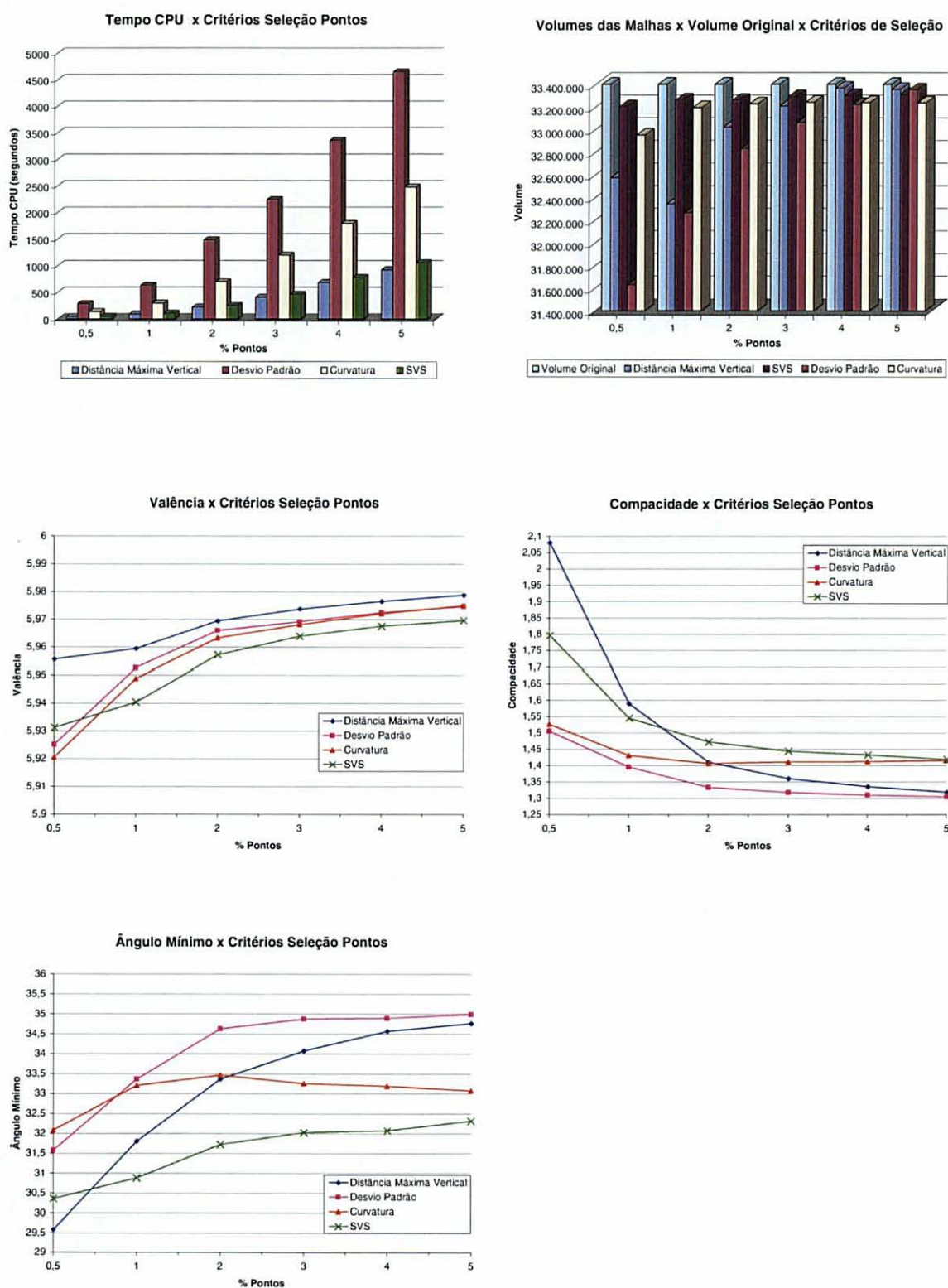
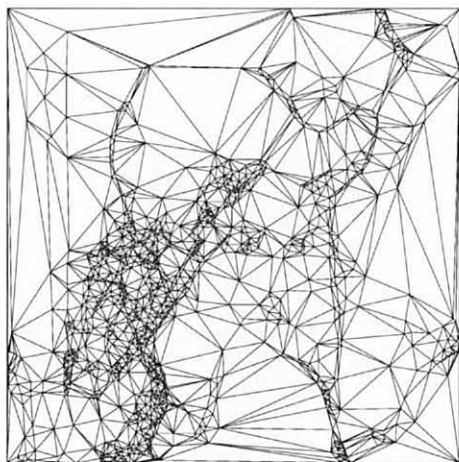
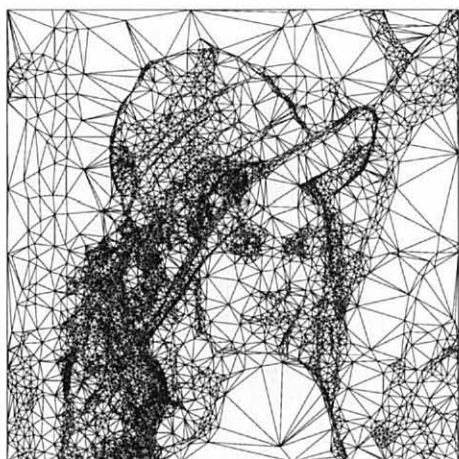


Figura 5.25 (continuação): Gráficos comparativos dos resultados dos testes para *lena*, considerando-se os critérios de seleção de pontos e o percentual de pontos inseridos.

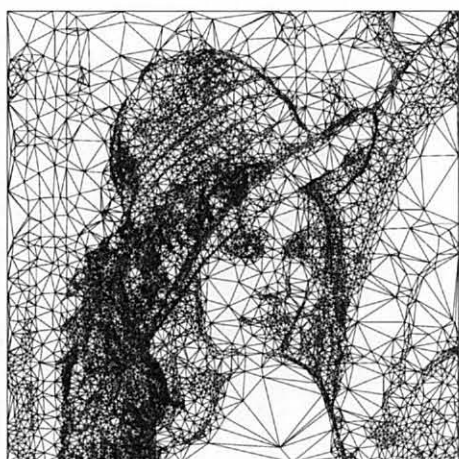
5.6.3 IMAGENS COMPARATIVAS PARA LENA



(a)



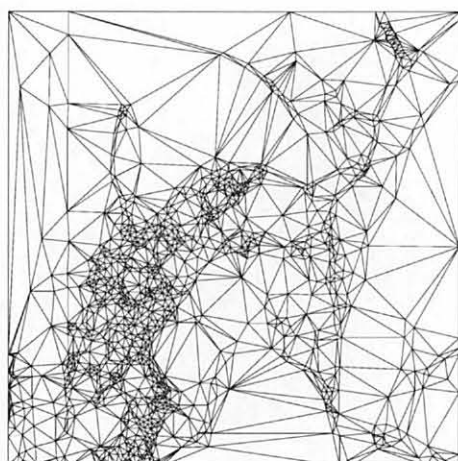
(b)



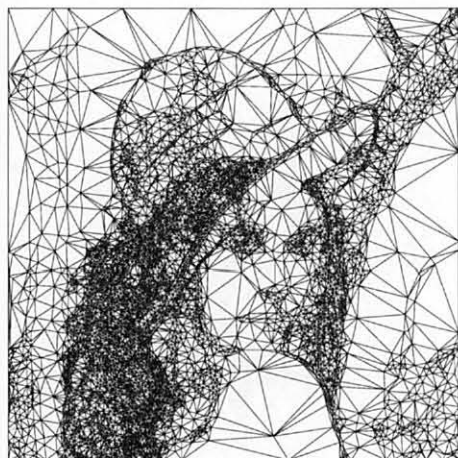
(c)



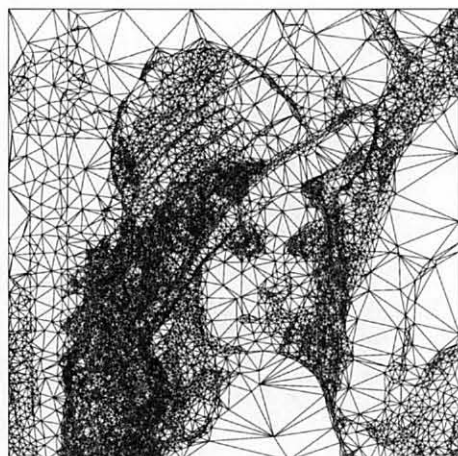
Figura 5.26: Aproximações de *lena* pela distância máxima vertical para três níveis de resolução. (a) 0,5%; (b) 3%; (c) 5% de pontos da imagem original.



(a)



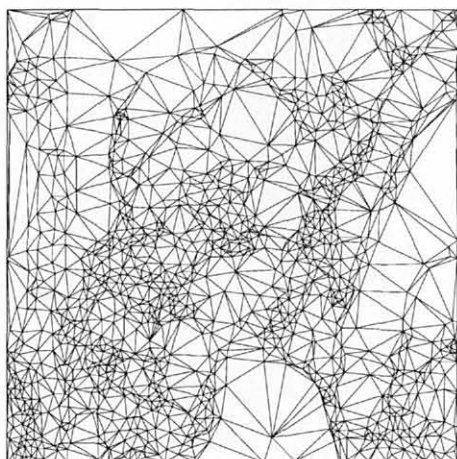
(b)



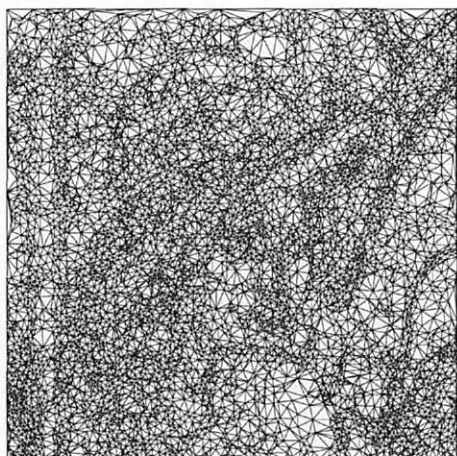
(c)



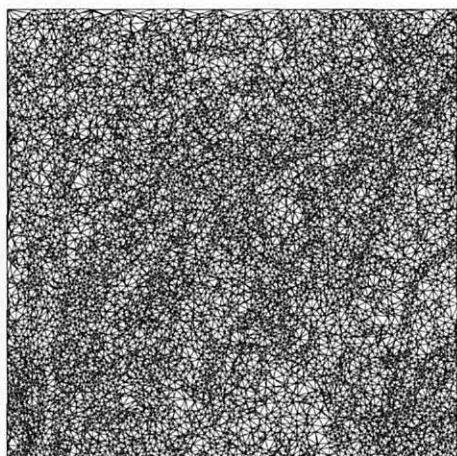
Figura 5.27: Aproximações de *lena* pela distância máxima vertical ponderada pelo desvio padrão para três níveis de resolução. (a) 0,5%; (b) 3%; (c) 5% de pontos da imagem original.



(a)



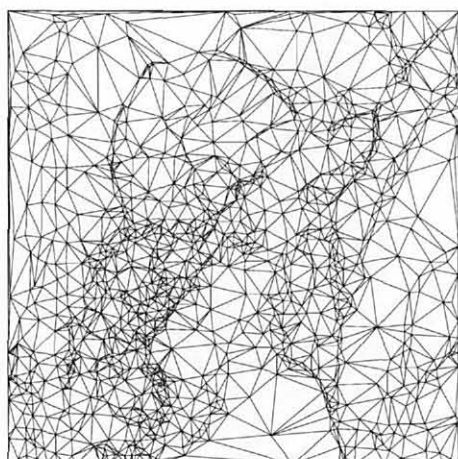
(b)



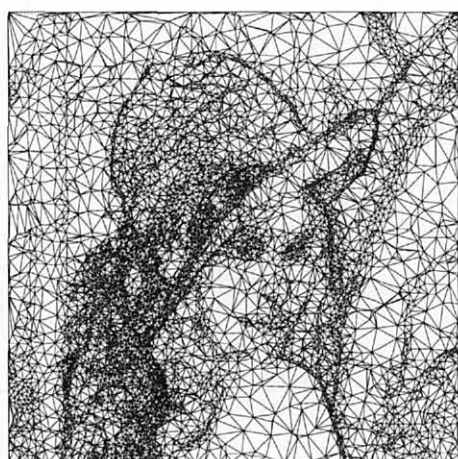
(c)



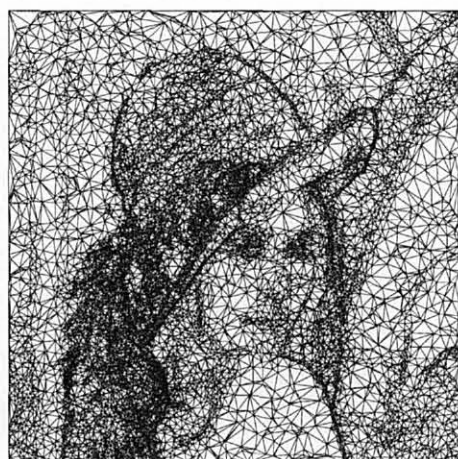
Figura 5.28: Aproximações de *lena* pela distância máxima vertical ponderada pela curvatura para três níveis de resolução. (a) 0,5%; (b) 3%; (c) 5% de pontos da imagem original.



(a)



(b)



(c)



Figura 5.29: Aproximações de *lena* pela soma vertical quadrática para três níveis de resolução. (a) 0,5%; (b) 3%; (c) 5% de pontos da imagem original.

5.7 Resultados dos Testes para a Imagem Moon

5.7.1 TABULAÇÃO DOS RESULTADOS PARA MOON

		Quantidade de Triângulos			
% Pontos	Qtd Pontos	Distância Máxima Vertical	Desvio Padrão	Curvatura	Soma Vertical Quadrática
0,5	1310	2591	2579	2595	2596
1	2621	5191	5175	5200	5183
2	5242	10405	10390	10422	10369
3	7864	15617	15609	15638	15562
4	10485	20846	20820	20849	20773
5	13107	26058	26040	26063	25965

Tabela 5.72: Quantidade de triângulos obtidos para a imagem *moon* para cada critério de seleção de pontos.

		Erro Máximo (metros)			
% Pontos	Qtd Pontos	Distância Máxima Vertical	Desvio Padrão	Curvatura	Soma Vertical Quadrática
0,5	1310	53,24	12,15	12,54	46,63
1	2621	40,07	9,11	7,79	23,30
2	5242	32,00	6,85	4,94	12,08
3	7864	24,82	5,84	2,82	12,15
4	10485	21,73	5,51	2,00	9,93
5	13107	19,52	4,77	1,54	7,36

Tabela 5.73: Valores de erro máximo obtidos para a imagem *moon* para cada critério de seleção de pontos.

		RMSE (metros)			
% Pontos	Qtd Pontos	Distância Máxima Vertical	Desvio Padrão	Curvatura	Soma Vertical Quadrática
0,5	1310	18,08	17,41	10,52	14,33
1	2621	13,76	13,20	9,60	11,48
2	5242	10,47	10,14	8,78	9,47
3	7864	8,94	8,84	8,22	8,31
4	10485	7,99	8,01	7,84	7,73
5	13107	7,29	7,32	7,56	7,16

Tabela 5.74: Valores de RMSE obtidos para a imagem *moon* para cada critério de seleção de pontos.

		PSNR (dB)			
% Pontos	Qtd Pontos	Distância Máxima Vertical	Desvio Padrão	Curvatura	Soma Vertical Quadrática
0,5	1310	22,78	23,11	27,48	24,80
1	2621	25,15	25,51	28,28	26,72
2	5242	27,52	27,80	29,06	28,40
3	7864	28,90	29,00	29,63	29,54
4	10485	29,88	29,85	30,04	30,16
5	13107	30,67	30,63	30,35	30,83

Tabela 5.75: Valores de PSNR obtidos para a imagem *moon* para cada critério de seleção de pontos.

		Coeficiente de Correlação			
% Pontos	Qtd Pontos	Distância Máxima Vertical	Desvio Padrão	Curvatura	Soma Vertical Quadrática
0,5	1310	0,8195	0,8273	0,9254	0,8710
1	2621	0,8878	0,8944	0,9383	0,9146
2	5242	0,9311	0,9345	0,9487	0,9413
3	7864	0,9495	0,9498	0,9552	0,9547
4	10485	0,9592	0,9584	0,9593	0,9609
5	13107	0,9661	0,9654	0,9623	0,9664

Tabela 5.76: Valores de coeficiente de correlação obtidos para a imagem *moon* para cada critério de seleção de pontos.

		Distorção Estrutural			
% Pontos	Qtd Pontos	Distância Máxima Vertical	Desvio Padrão	Curvatura	Soma Vertical Quadrática
0,5	1310	0,8135	0,8246	0,9233	0,8706
1	2621	0,8857	0,8933	0,9362	0,9146
2	5242	0,9308	0,9344	0,9467	0,9413
3	7864	0,9493	0,9498	0,9535	0,9547
4	10485	0,9591	0,9584	0,9578	0,9608
5	13107	0,9660	0,9654	0,9608	0,9664

Tabela 5.77: Valores de distorção estrutural obtidos para a imagem *moon* para cada critério de seleção de pontos.

		Coeficiente de Jaccard			
% Pontos	Qtd Pontos	Distância Máxima Vertical	Desvio Padrão	Curvatura	Soma Vertical Quadrática
0,5	1310	0,0261	0,0281	0,0580	0,0370
1	2621	0,0382	0,0394	0,0726	0,0497
2	5242	0,0568	0,0582	0,0908	0,0683
3	7864	0,0727	0,0735	0,1058	0,0836
4	10485	0,0874	0,0868	0,1195	0,0961
5	13107	0,1011	0,1010	0,1303	0,1093

Tabela 5.78: Valores de coeficiente de Jaccard obtidos para a imagem *moon* para cada critério de seleção de pontos.

		Tempo CPU (segundos)			
% Pontos	Qtd Pontos	Distância Máxima Vertical	Desvio Padrão	Curvatura	Soma Vertical Quadrática
0,5	1310	31,18	277,44	134,32	35,93
1	2621	87,23	594,73	296,91	97,91
2	5242	253,81	1329,72	699,41	286,06
3	7864	503,38	2179,37	1200,66	575,00
4	10485	827,98	3139,50	1796,67	942,49
5	13107	1203,86	4198,40	2485,93	1376,00

Tabela 5.79: Valores de tempo de CPU obtidos para a imagem *moon* para cada critério de seleção de pontos.

		Volume da Malha Triangular - TIN ⁽¹⁾			
% Pontos	Qtd Pontos	Distância Máxima Vertical	Desvio Padrão	Curvatura	Soma Vertical Quadrática
0,5	1310	33.284.500	32.473.000	33.464.400	33.402.100
1	2621	33.119.000	33.015.900	33.458.600	33.356.900
2	5242	33.201.900	33.161.000	33.414.600	33.339.300
3	7864	33.322.800	33.248.800	33.389.400	33.341.100
4	10485	33.348.400	33.260.300	33.380.900	33.325.000
5	13107	33.385.100	33.329.400	33.379.300	33.327.100

⁽¹⁾ Volume Total da Imagem Original = 33.491.500

Tabela 5.80: Valores de volume da malha triangular (TIN) obtidos para a imagem *moon* para cada critério de seleção de pontos.

		Valência			
% Pontos	Qtd Pontos	Distância Máxima Vertical	Desvio Padrão	Curvatura	Soma Vertical Quadrática
0,5	1310	5,95420	5,93588	5,96031	5,96183
1	2621	5,96032	5,94811	5,96719	5,95422
2	5242	5,96948	5,96375	5,97596	5,95574
3	7864	5,97152	5,96948	5,97686	5,95753
4	10485	5,97616	5,97120	5,97673	5,96223
5	13107	5,97604	5,97330	5,97681	5,96185

Tabela 5.81: Valores de valência obtidos para a imagem *moon* para cada critério de seleção de pontos.

		Compacidade			
% Pontos	Qtd Pontos	Distância Máxima Vertical	Desvio Padrão	Curvatura	Soma Vertical Quadrática
0,5	1310	2,17946	1,76069	1,76475	3,03702
1	2621	1,86795	1,61636	1,53893	1,80002
2	5242	1,70666	1,50044	1,44912	1,64500
3	7864	1,55884	1,45861	1,42266	1,55897
4	10485	1,51212	1,44419	1,38955	1,51754
5	13107	1,47046	1,42467	1,36292	1,47892

Tabela 5.82: Valores de compacidade obtidos para a imagem *moon* para cada critério de seleção de pontos.

		Ângulo Mínimo			
% Pontos	Qtd Pontos	Distância Máxima Vertical	Desvio Padrão	Curvatura	Soma Vertical Quadrática
0,5	1310	27,078	29,582	32,482	28,692
1	2621	28,700	30,829	33,378	29,265
2	5242	29,959	31,630	33,775	29,830
3	7864	30,966	31,926	34,152	30,230
4	10485	31,587	32,217	34,097	30,629
5	13107	32,104	32,431	33,990	30,946

Tabela 5.83: Valores de ângulo mínimo obtidos para a imagem *moon* para cada critério de seleção de pontos.

5.7.2 GRÁFICOS COMPARATIVOS PARA MOON

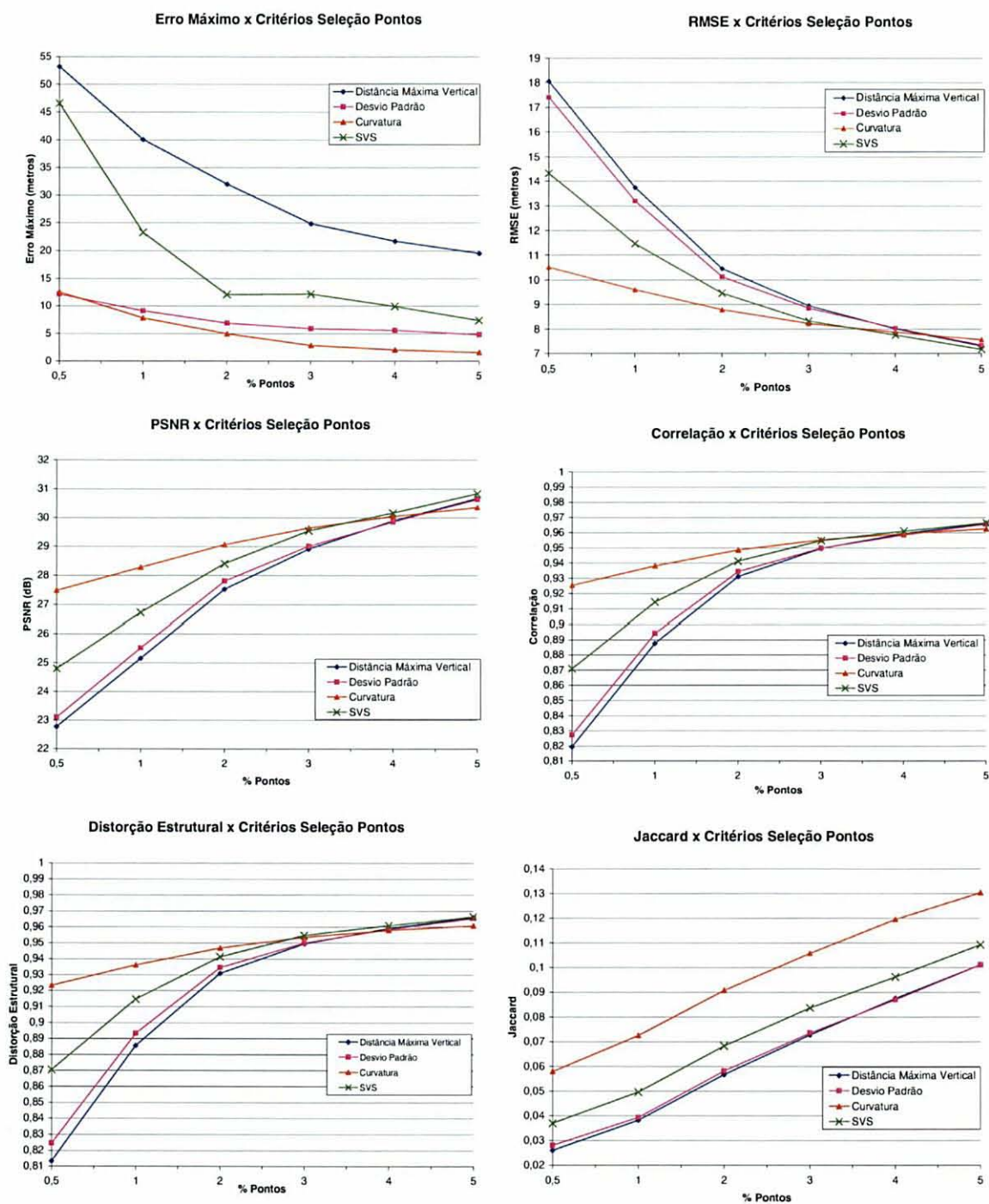


Figura 5.30: Gráficos comparativos dos resultados dos testes para *moon*, considerando-se os critérios de seleção de pontos e o percentual de pontos inseridos.

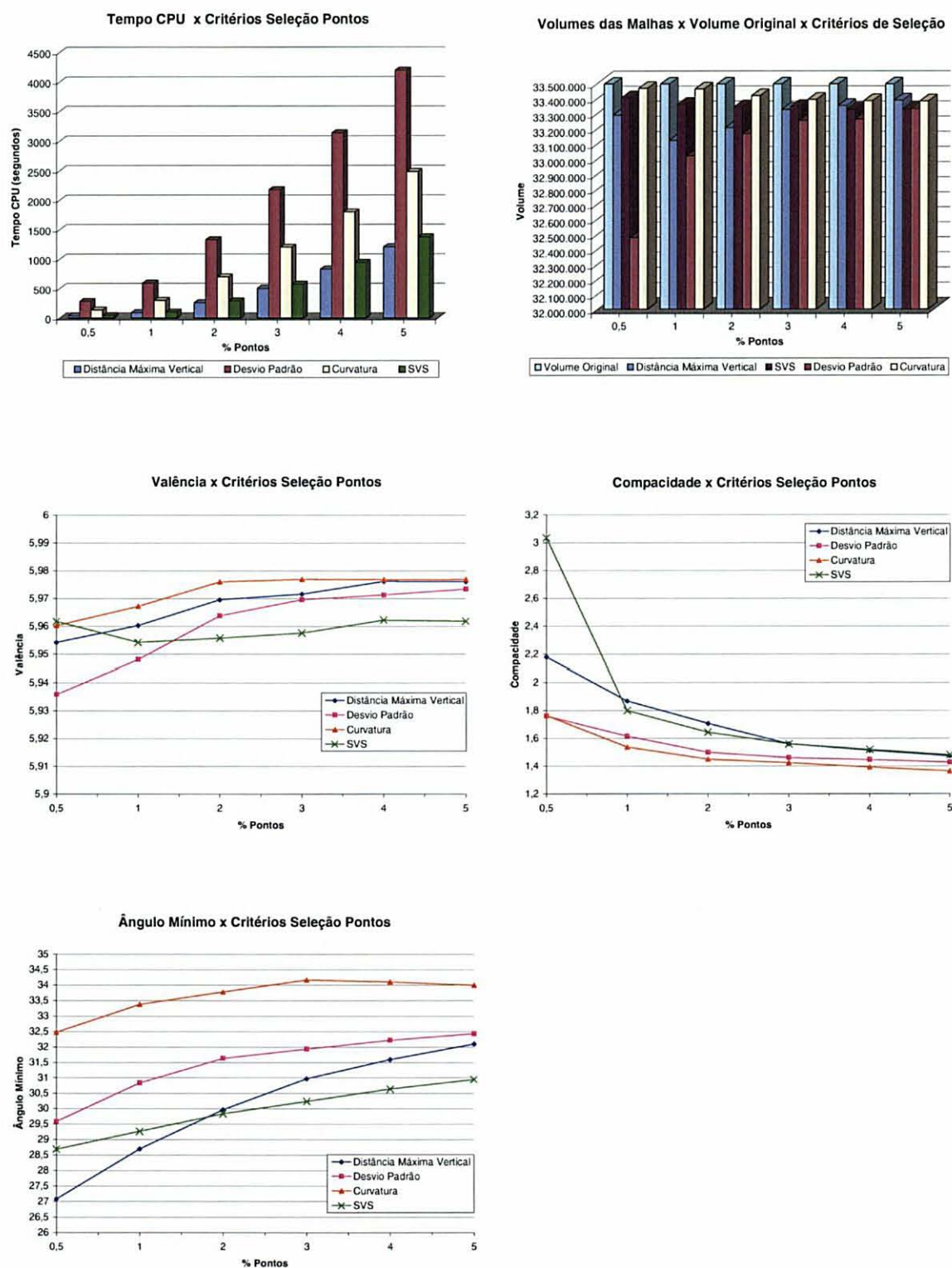


Figura 5.30 (continuação): Gráficos comparativos dos resultados dos testes para *moon*, considerando-se os critérios de seleção de pontos e o percentual de pontos inseridos.

5.7.3 IMAGENS COMPARATIVAS PARA MOON

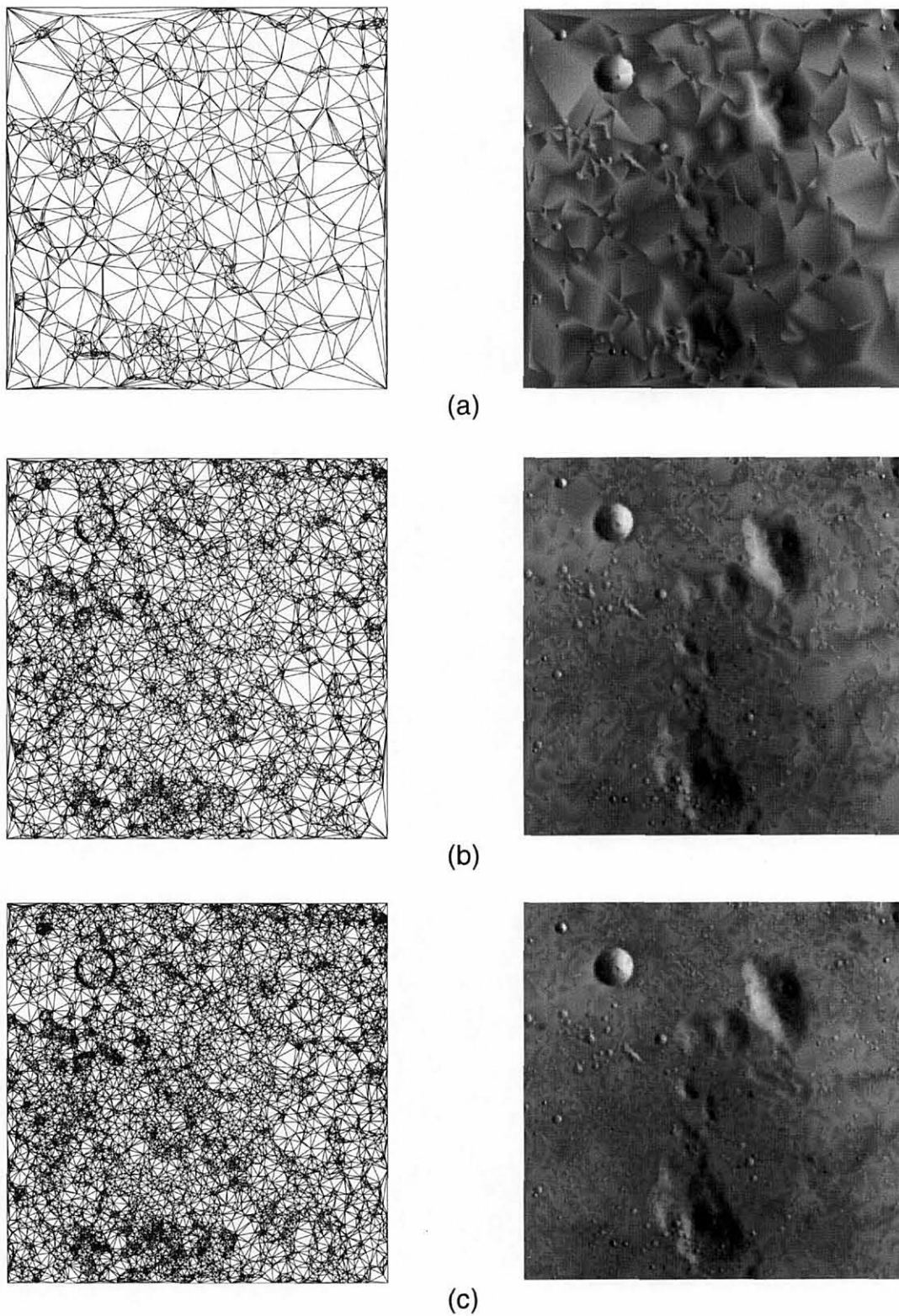
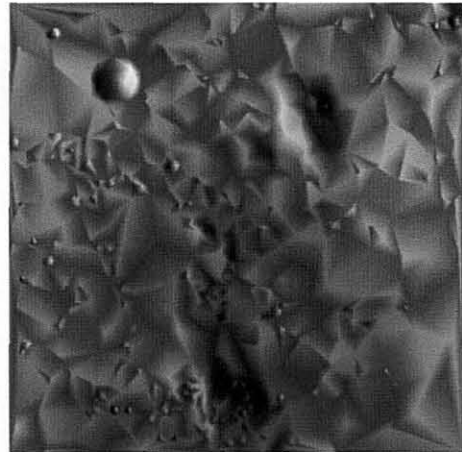
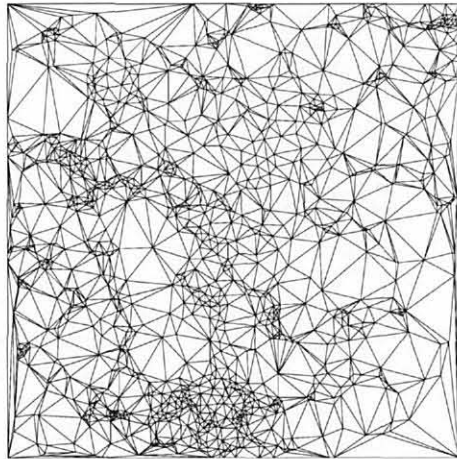
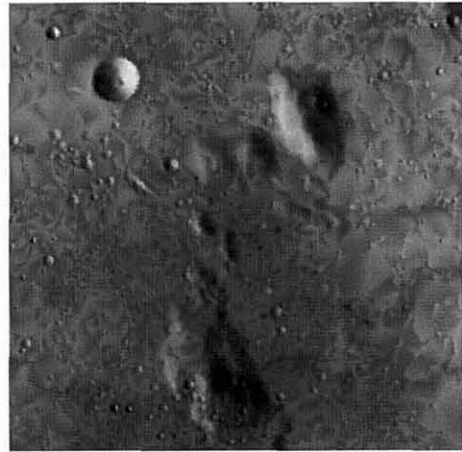
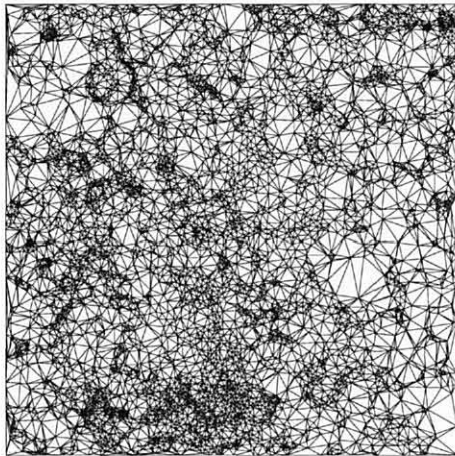


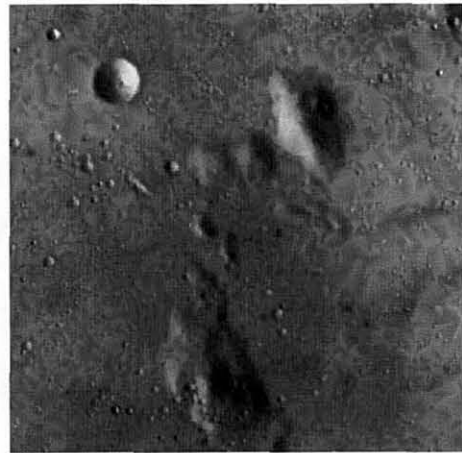
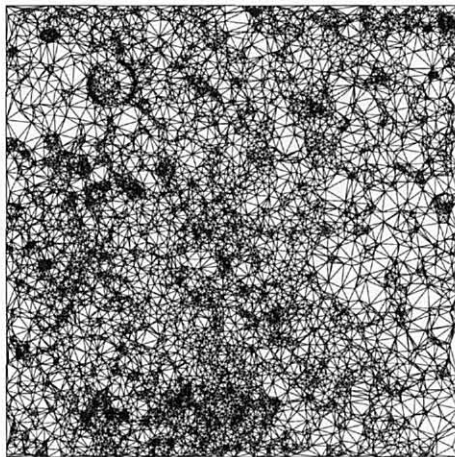
Figura 5.31: Aproximações de *moon* pela distância máxima vertical para três níveis de resolução. (a) 0,5%; (b) 3%; (c) 5% de pontos da imagem original.



(a)



(b)



(c)

Figura 5.32: Aproximações de *moon* pela distância máxima vertical ponderada pelo desvio padrão para três níveis de resolução. (a) 0,5%; (b) 3%; (c) 5% de pontos da imagem original.

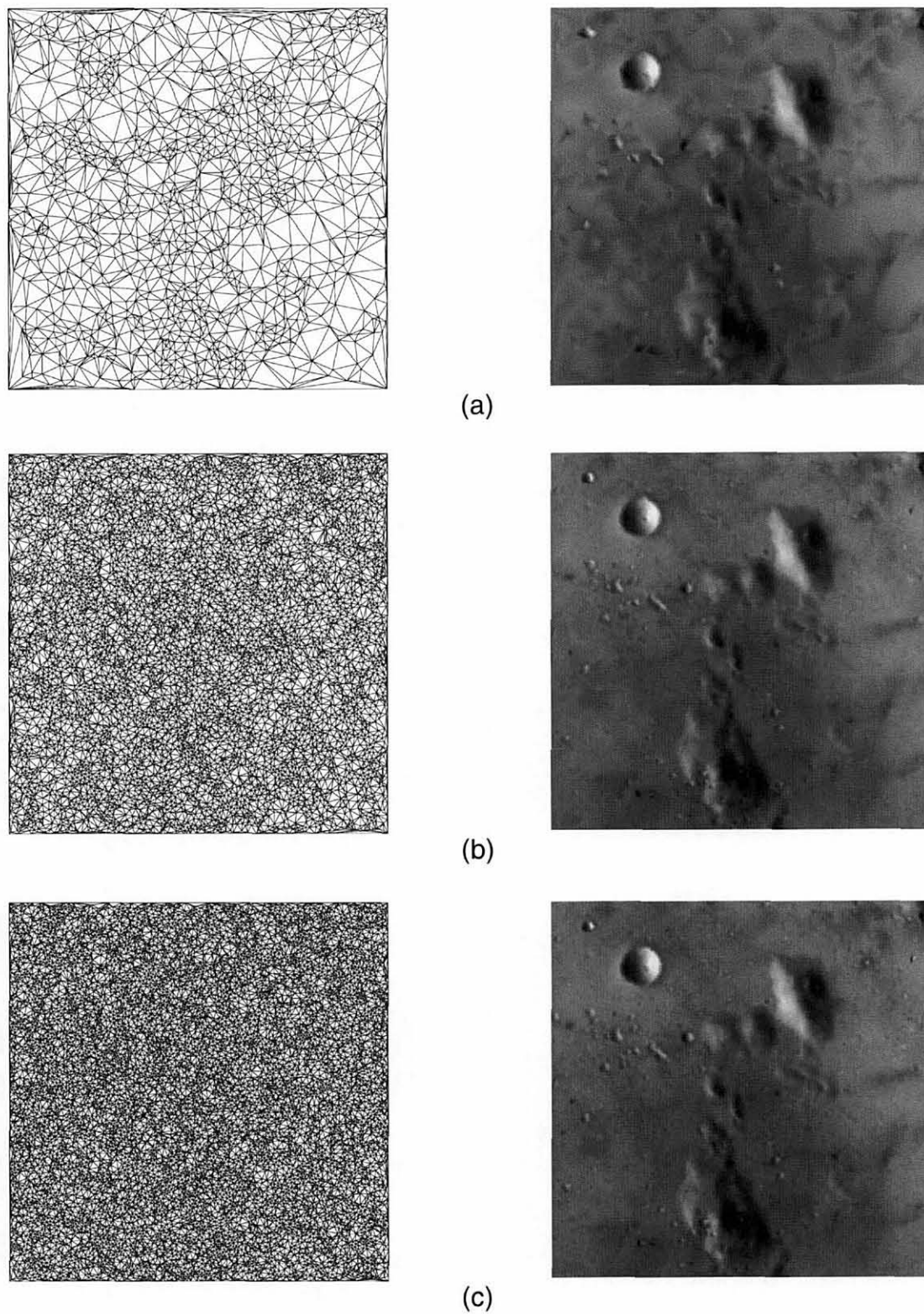


Figura 5.33: Aproximações de *moon* pela distância máxima vertical ponderada pela curvatura para três níveis de resolução. (a) 0,5%; (b) 3%; (c) 5% de pontos da imagem original.

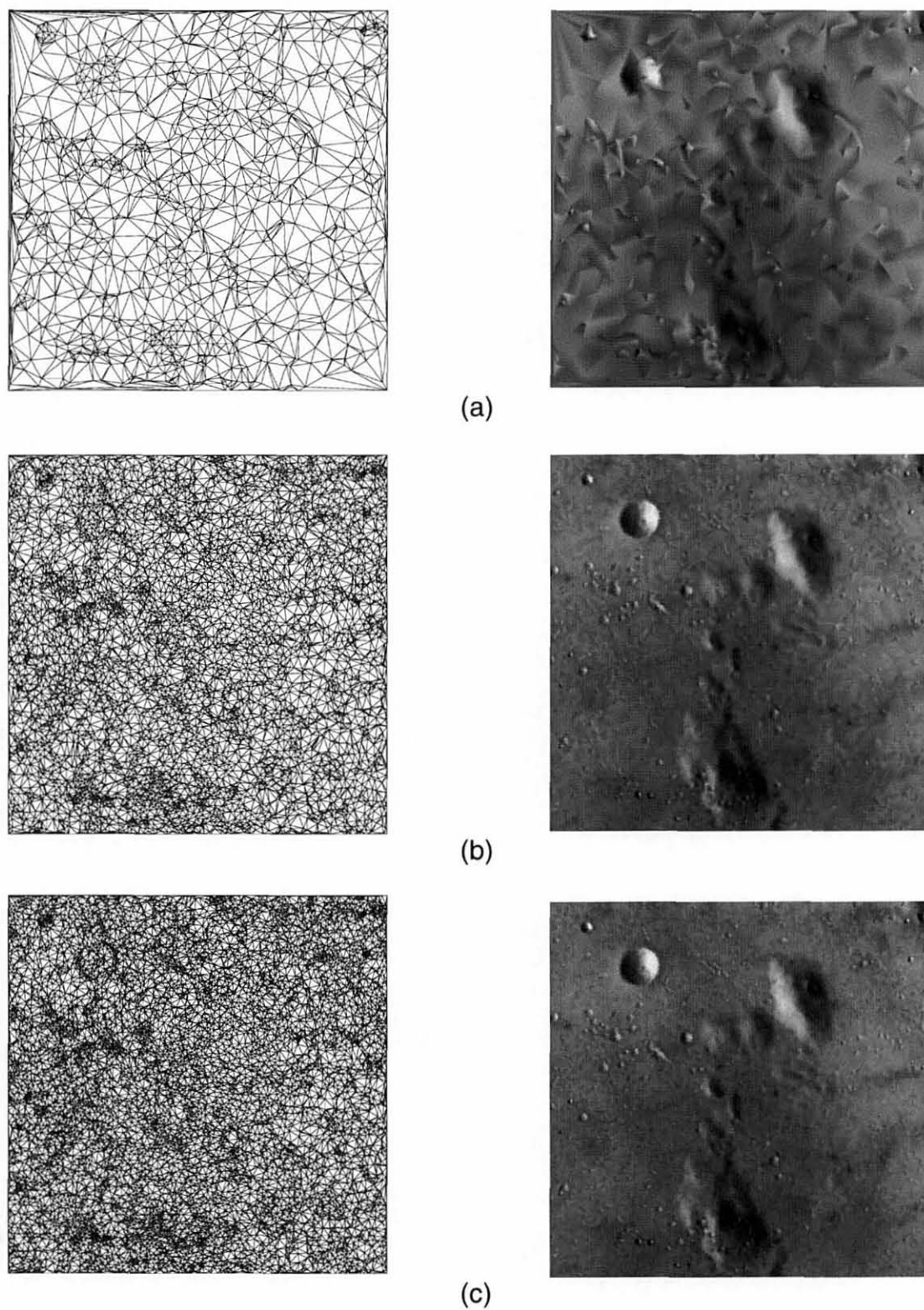


Figura 5.34: Aproximações de *moon* pela soma vertical quadrática para três níveis de resolução. (a) 0,5%; (b) 3%; (c) 5% de pontos da imagem original.

5.8 Resultados dos Testes para a Imagem Peppers

5.8.1 TABULAÇÃO DOS RESULTADOS PARA PEPPERS

% Pontos	Qtd Pontos	Quantidade de Triângulos			
		Distância Máxima Vertical	Desvio Padrão	Curvatura	Soma Vertical Quadrática
0,5	1310	2596	2591	2593	2593
1	2621	5203	5200	5203	5190
2	5242	10420	10425	10435	10402
3	7864	15657	15655	15665	15611
4	10485	20885	20891	20891	20823
5	13107	26120	26130	26130	26054

Tabela 5.84: Quantidade de triângulos obtidos para a imagem *peppers* para cada critério de seleção de pontos.

% Pontos	Qtd Pontos	Erro Máximo (metros)			
		Distância Máxima Vertical	Desvio Padrão	Curvatura	Soma Vertical Quadrática
0,5	1310	73,74	16,88	24,07	104,38
1	2621	51,43	11,71	12,59	17,82
2	5242	31,40	14,69	6,41	12,46
3	7864	24,17	6,72	4,50	18,74
4	10485	20,50	5,95	3,33	10,71
5	13107	19,42	5,42	2,67	8,89

Tabela 5.85: Valores de erro máximo obtidos para a imagem *peppers* para cada critério de seleção de pontos.

% Pontos	Qtd Pontos	RMSE (metros)			
		Distância Máxima Vertical	Desvio Padrão	Curvatura	Soma Vertical Quadrática
0,5	1310	20,65	18,95	15,91	17,20
1	2621	14,02	13,78	13,48	12,27
2	5242	9,48	10,25	12,03	9,32
3	7864	7,74	8,76	11,12	7,91
4	10485	6,83	7,92	10,64	7,03
5	13107	6,27	7,24	10,30	6,47

Tabela 5.86: Valores de RMSE obtidos para a imagem *peppers* para cada critério de seleção de pontos.

		PSNR (dB)			
% Pontos	Qtd Pontos	Distância Máxima Vertical	Desvio Padrão	Curvatura	Soma Vertical Quadrática
0,5	1310	20,90	21,64	23,16	22,49
1	2621	24,26	24,41	24,60	25,42
2	5242	27,66	26,99	25,59	27,81
3	7864	29,42	28,34	26,28	29,23
4	10485	30,51	29,22	26,66	30,26
5	13107	31,26	30,01	26,94	30,97

Tabela 5.87: Valores de PSNR obtidos para a imagem *peppers* para cada critério de seleção de pontos.

		Coeficiente de Correlação			
% Pontos	Qtd Pontos	Distância Máxima Vertical	Desvio Padrão	Curvatura	Soma Vertical Quadrática
0,5	1310	0,9400	0,9488	0,9609	0,9545
1	2621	0,9717	0,9717	0,9721	0,9770
2	5242	0,9865	0,9841	0,9779	0,9867
3	7864	0,9910	0,9884	0,9812	0,9905
4	10485	0,9929	0,9905	0,9828	0,9925
5	13107	0,9940	0,9921	0,9839	0,9936

Tabela 5.88: Valores de coeficiente de correlação obtidos para a imagem *peppers* para cada critério de seleção de pontos.

		Distorção Estrutural			
% Pontos	Qtd Pontos	Distância Máxima Vertical	Desvio Padrão	Curvatura	Soma Vertical Quadrática
0,5	1310	0,9387	0,9480	0,9603	0,9544
1	2621	0,9712	0,9716	0,9715	0,9768
2	5242	0,9865	0,9840	0,9774	0,9866
3	7864	0,9910	0,9883	0,9807	0,9904
4	10485	0,9929	0,9905	0,9823	0,9924
5	13107	0,9940	0,9921	0,9835	0,9936

Tabela 5.89: Valores de distorção estrutural obtidos para a imagem *peppers* para cada critério de seleção de pontos.

		Coeficiente de Jaccard			
% Pontos	Qtd Pontos	Distância Máxima Vertical	Desvio Padrão	Curvatura	Soma Vertical Quadrática
0,5	1310	0,0304	0,0387	0,0530	0,0438
1	2621	0,0440	0,0513	0,0737	0,0574
2	5242	0,0632	0,0693	0,0927	0,0762
3	7864	0,0796	0,0828	0,1068	0,0926
4	10485	0,0961	0,0949	0,1186	0,1072
5	13107	0,1089	0,1082	0,1297	0,1199

Tabela 5.90: Valores de coeficiente de Jaccard obtidos para a imagem *peppers* para cada critério de seleção de pontos.

		Tempo CPU (segundos)			
% Pontos	Qtd Pontos	Distância Máxima Vertical	Desvio Padrão	Curvatura	Soma Vertical Quadrática
0,5	1310	29,67	284,10	137,45	33,66
1	2621	119,50	893,64	435,80	136,85
2	5242	360,65	1628,11	840,31	402,70
3	7864	715,68	2476,64	1343,56	804,10
4	10485	1182,30	3436,82	1941,48	1353,46
5	13107	1755,64	4506,63	2632,93	2015,22

Tabela 5.91: Valores de tempo de CPU obtidos para a imagem *peppers* para cada critério de seleção de pontos.

		Volume da Malha Triangular - TIN ⁽¹⁾			
% Pontos	Qtd Pontos	Distância Máxima Vertical	Desvio Padrão	Curvatura	Soma Vertical Quadrática
0,5	1310	27.168.500	26.873.500	27.066.900	27.095.800
1	2621	27.027.700	26.815.100	27.062.700	27.117.100
2	5242	27.013.600	26.978.400	27.112.900	27.237.300
3	7864	27.034.700	27.007.000	27.133.300	27.239.600
4	10485	27.196.700	27.041.200	27.144.900	27.214.300
5	13107	27.174.800	27.085.800	27.139.400	27.233.000

⁽¹⁾ Volume Total da Imagem Original = 27.317.700

Tabela 5.92: Valores de volume da malha triangular (TIN) obtidos para a imagem *peppers* para cada critério de seleção de pontos.

		Valência			
% Pontos	Qtd Pontos	Distância Máxima Vertical	Desvio Padrão	Curvatura	Soma Vertical Quadrática
0,5	1310	5,96183	5,95420	5,95725	5,95725
1	2621	5,96948	5,96719	5,96948	5,95956
2	5242	5,97520	5,97711	5,98092	5,96833
3	7864	5,98169	5,98118	5,98372	5,96999
4	10485	5,98360	5,98474	5,98474	5,97177
5	13107	5,98550	5,98703	5,98703	5,97543

Tabela 5.93: Valores de valência obtidos para a imagem *peppers* para cada critério de seleção de pontos.

		Compacidade			
% Pontos	Qtd Pontos	Distância Máxima Vertical	Desvio Padrão	Curvatura	Soma Vertical Quadrática
0,5	1310	9,50346	5,30045	3,08831	5,54105
1	2621	10,63620	9,53195	2,97480	7,44583
2	5242	6,72193	9,13661	2,75925	4,36463
3	7864	6,72971	5,37867	2,35974	2,39720
4	10485	5,61857	4,40689	1,78641	2,03241
5	13107	5,12601	4,00612	1,75502	1,93636

Tabela 5.94: Valores de compacidade obtidos para a imagem *peppers* para cada critério de seleção de pontos.

		Ângulo Mínimo			
% Pontos	Qtd Pontos	Distância Máxima Vertical	Desvio Padrão	Curvatura	Soma Vertical Quadrática
0,5	1310	27,251	28,567	31,797	29,057
1	2621	29,139	30,241	32,884	30,089
2	5242	31,057	31,721	32,698	30,463
3	7864	31,757	32,255	32,609	30,632
4	10485	32,368	32,715	32,440	30,776
5	13107	32,860	32,988	32,419	30,901

Tabela 5.95: Valores de ângulo mínimo obtidos para a imagem *peppers* para cada critério de seleção de pontos.

5.8.2 GRÁFICOS COMPARATIVOS PARA PEPPERS

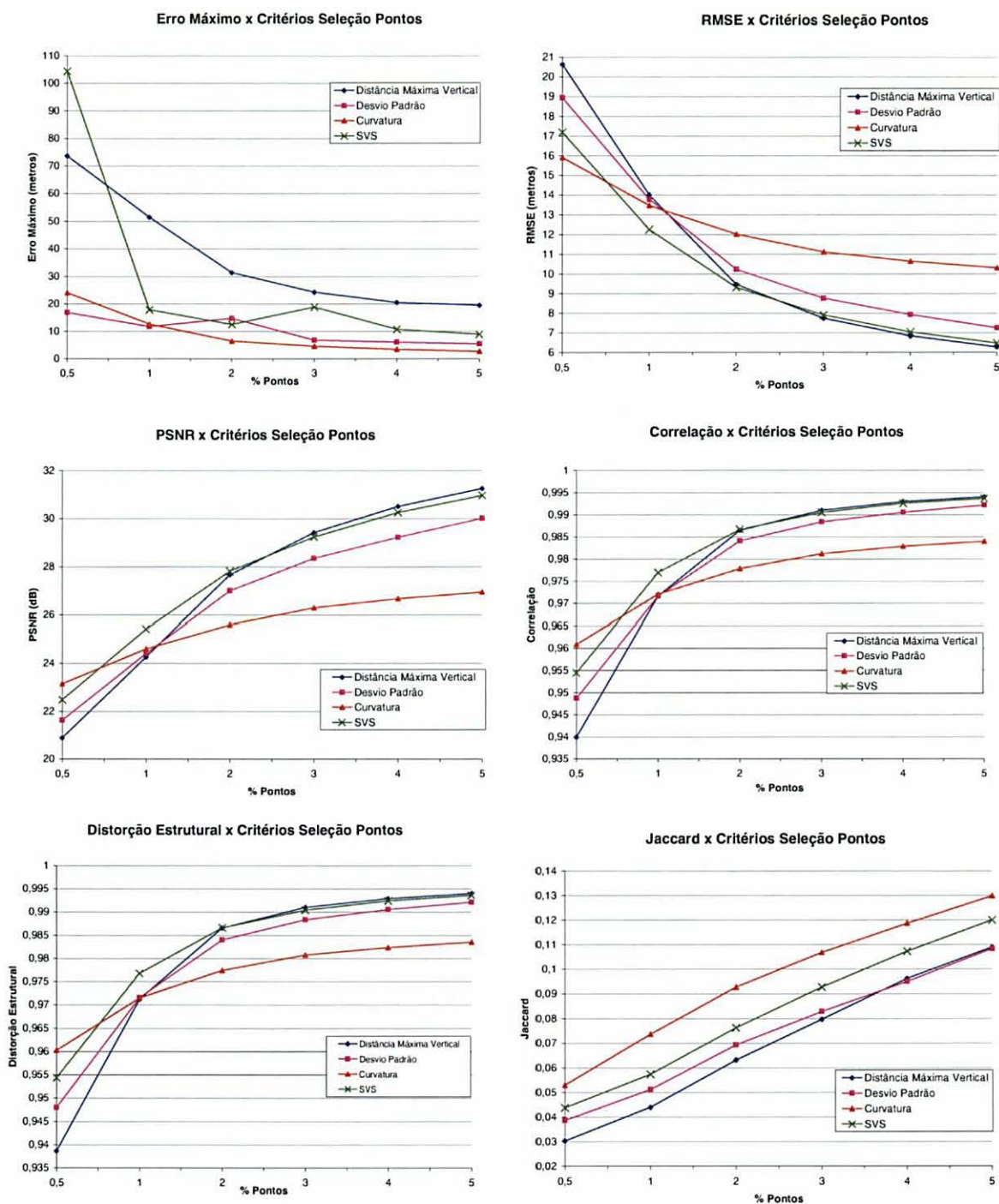


Figura 5.35: Gráficos comparativos dos resultados dos testes para *peppers*, considerando-se os critérios de seleção de pontos e o percentual de pontos inseridos.

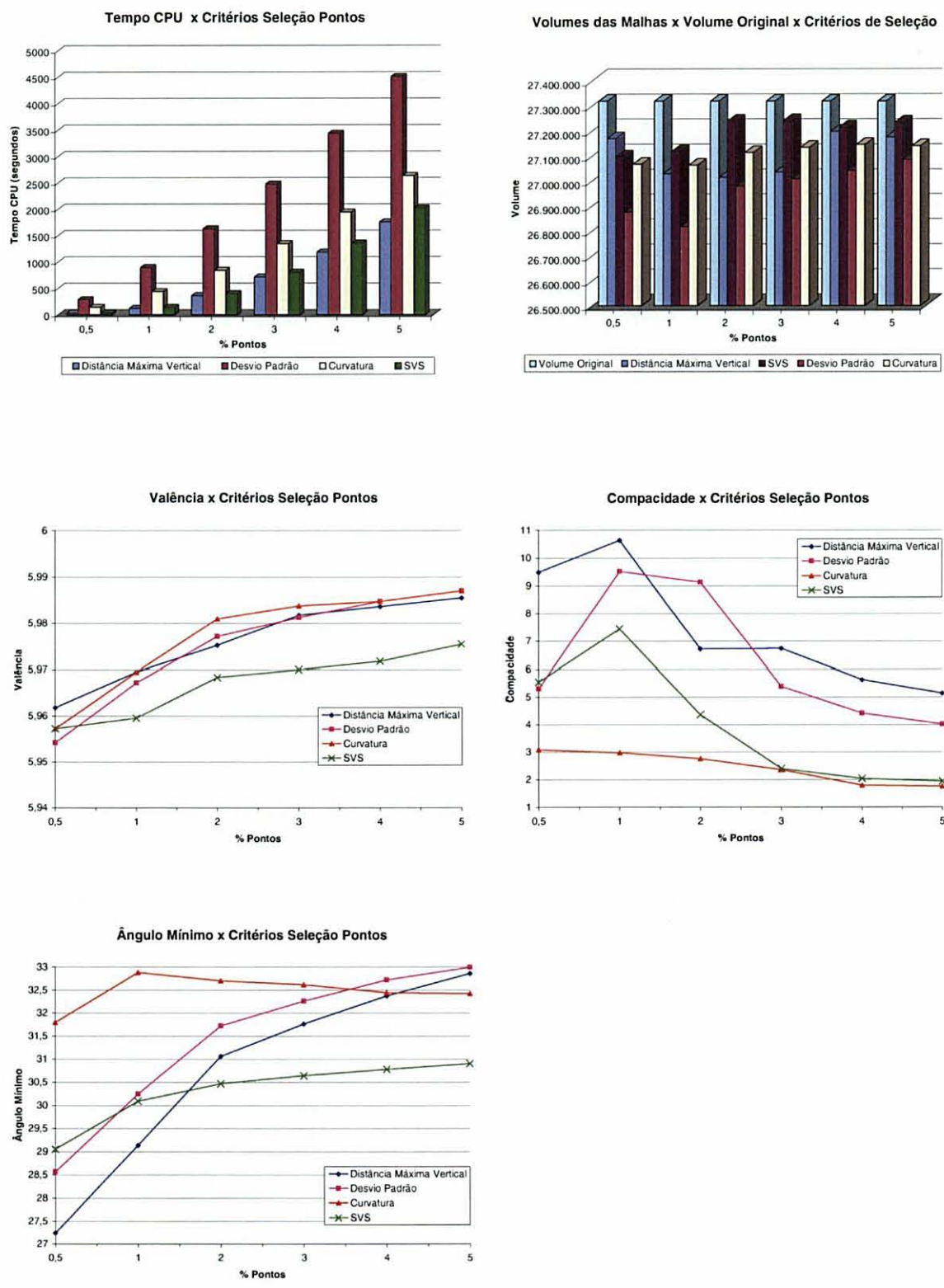
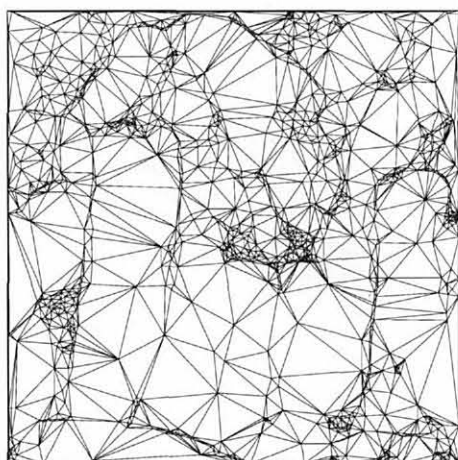
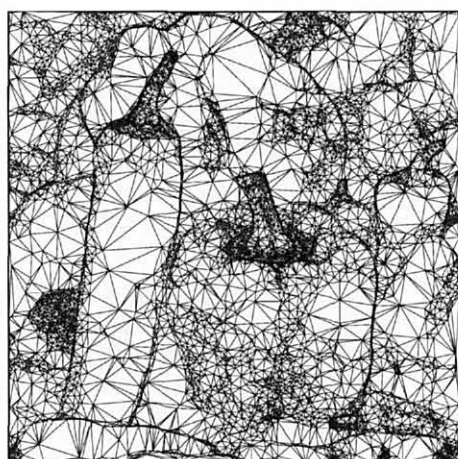
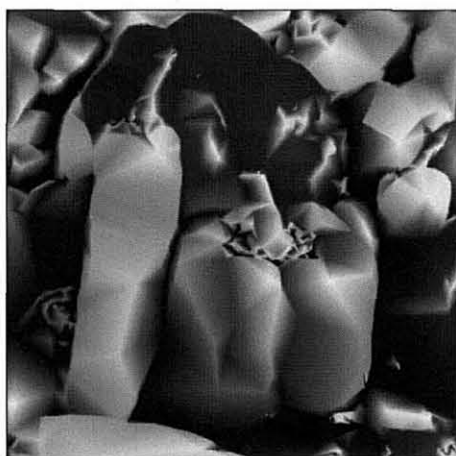


Figura 5.35 (continuação): Gráficos comparativos dos resultados dos testes para *peppers*, considerando-se os critérios de seleção de pontos e o percentual de pontos inseridos.

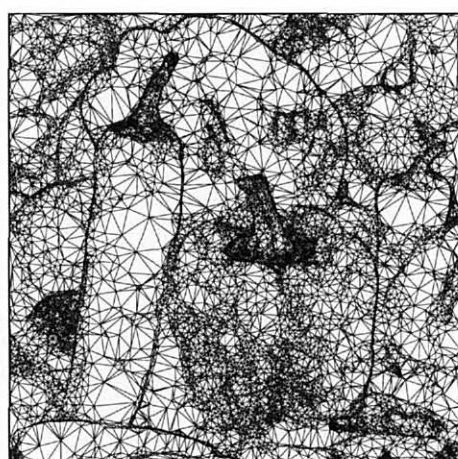
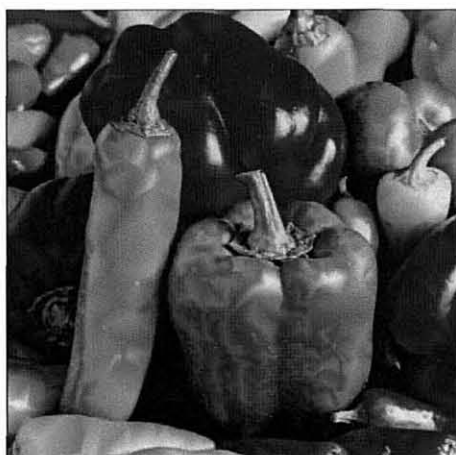
5.8.3 IMAGENS COMPARATIVAS PARA PEPPERS



(a)



(b)



(c)

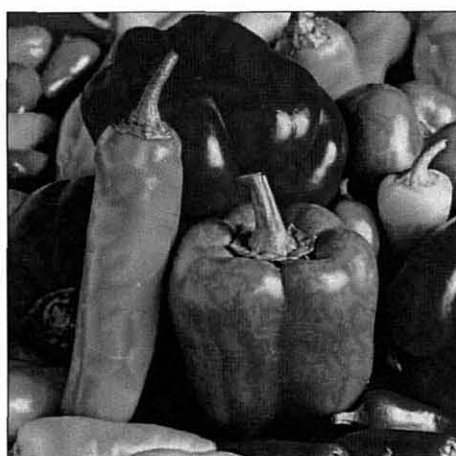
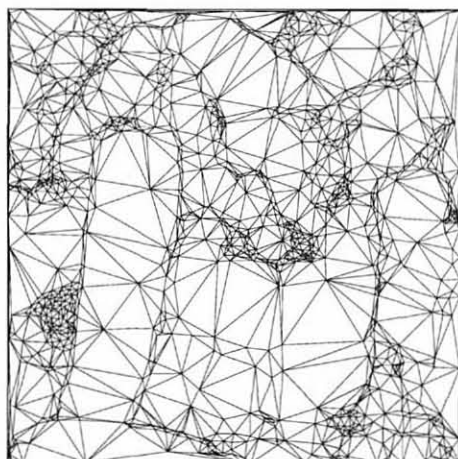
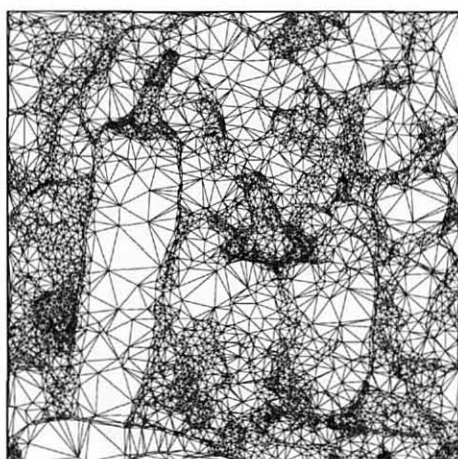
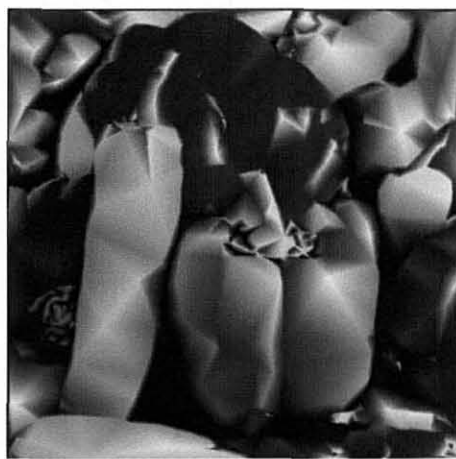


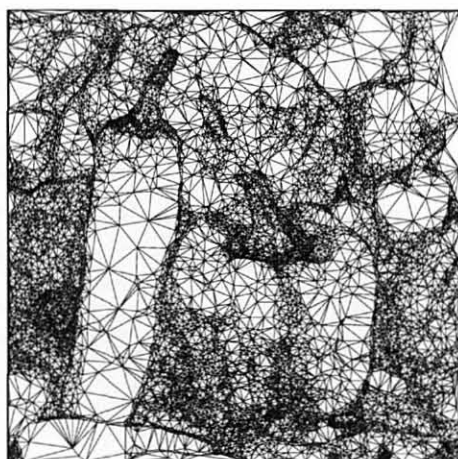
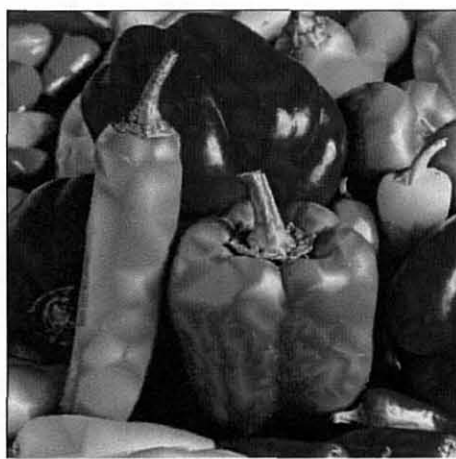
Figura 5.36: Aproximações de *peppers* pela distância máxima vertical para três níveis de resolução. (a) 0,5%; (b) 3%; (c) 5% de pontos da imagem original.



(a)



(b)



(c)



Figura 5.37: Aproximações de *peppers* pela distância máxima vertical ponderada pelo desvio padrão para três níveis de resolução. (a) 0,5%; (b) 3%; (c) 5% de pontos da imagem original.

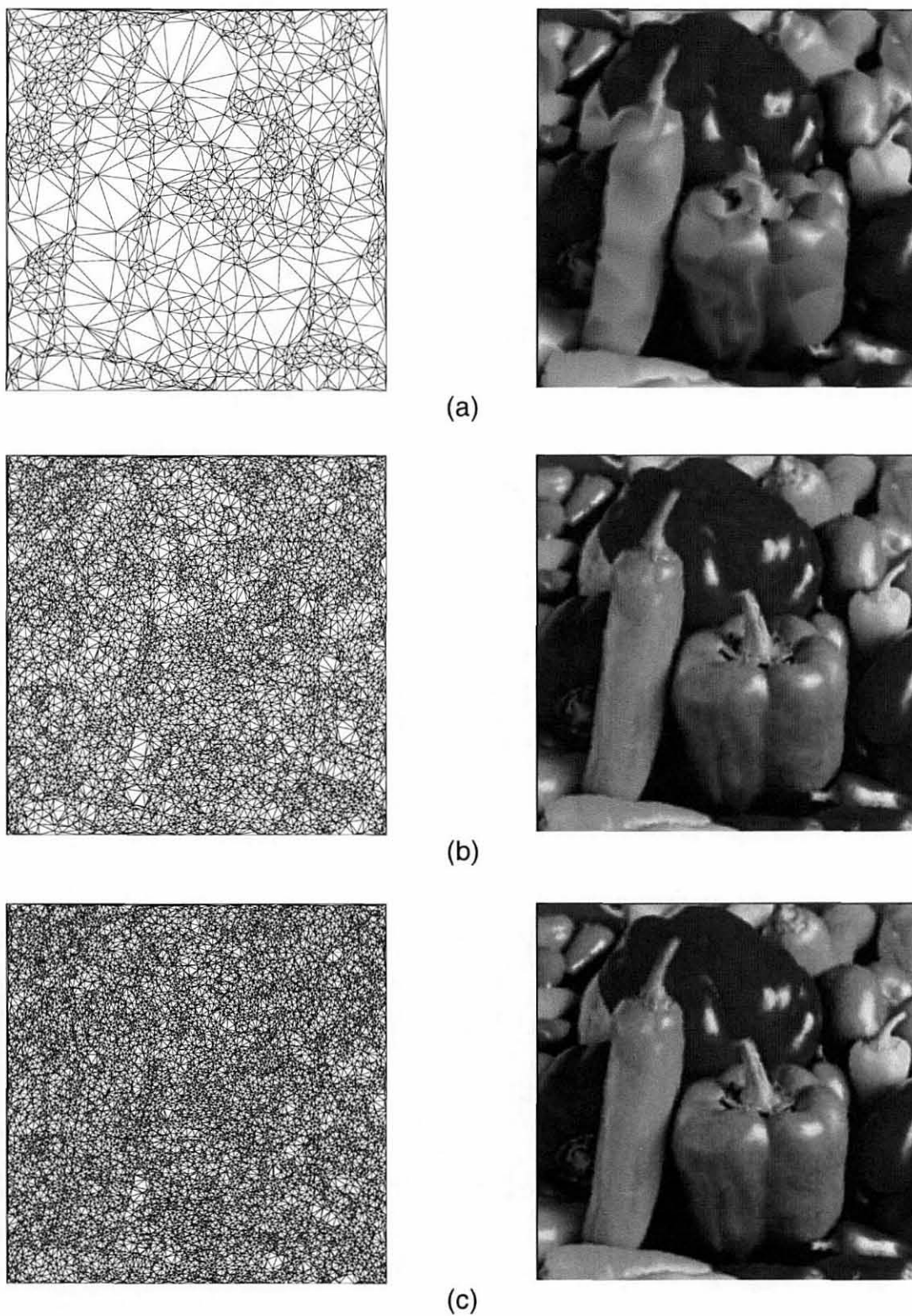
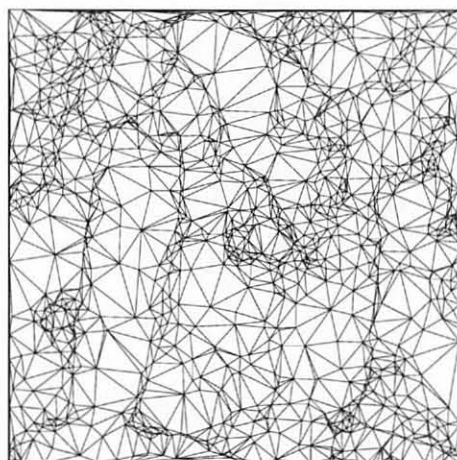
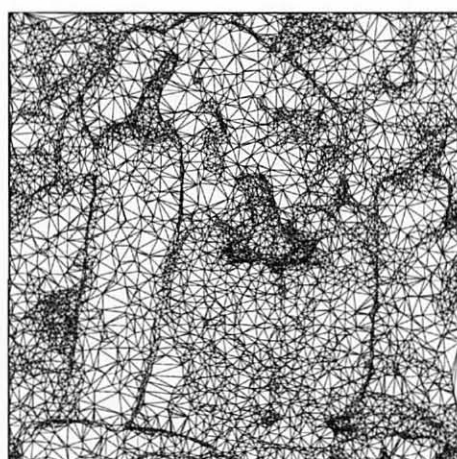
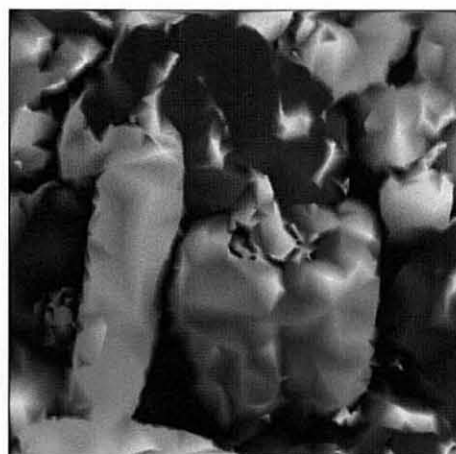


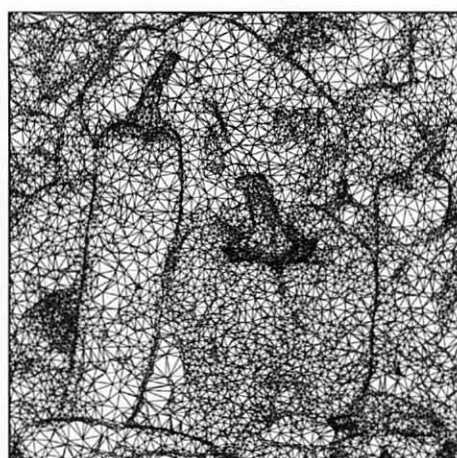
Figura 5.38: Aproximações de *peppers* pela distância máxima vertical ponderada pela curvatura para três níveis de resolução. (a) 0,5%; (b) 3%; (c) 5% de pontos da imagem original.



(a)



(b)



(c)

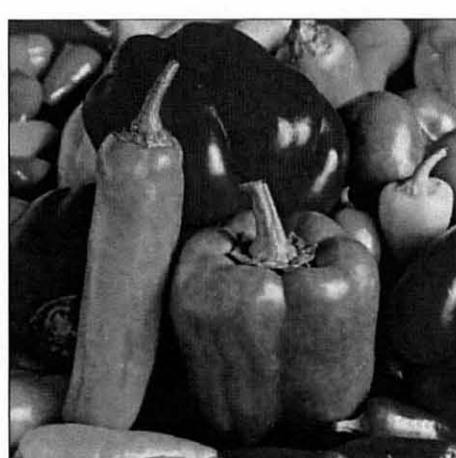


Figura 5.39: Aproximações de *peppers* pela soma vertical quadrática para três níveis de resolução. (a) 0,5%; (b) 3%; (c) 5% de pontos da imagem original.

5.9 Gráficos Comparativos por Critério de Seleção de Pontos

Nesta seção são apresentados comparativos gráficos, agrupados por critério de seleção de pontos, das medidas de precisão em relação a todas as imagens testes utilizadas nos experimentos.

5.9.1 DISTÂNCIA MÁXIMA VERTICAL

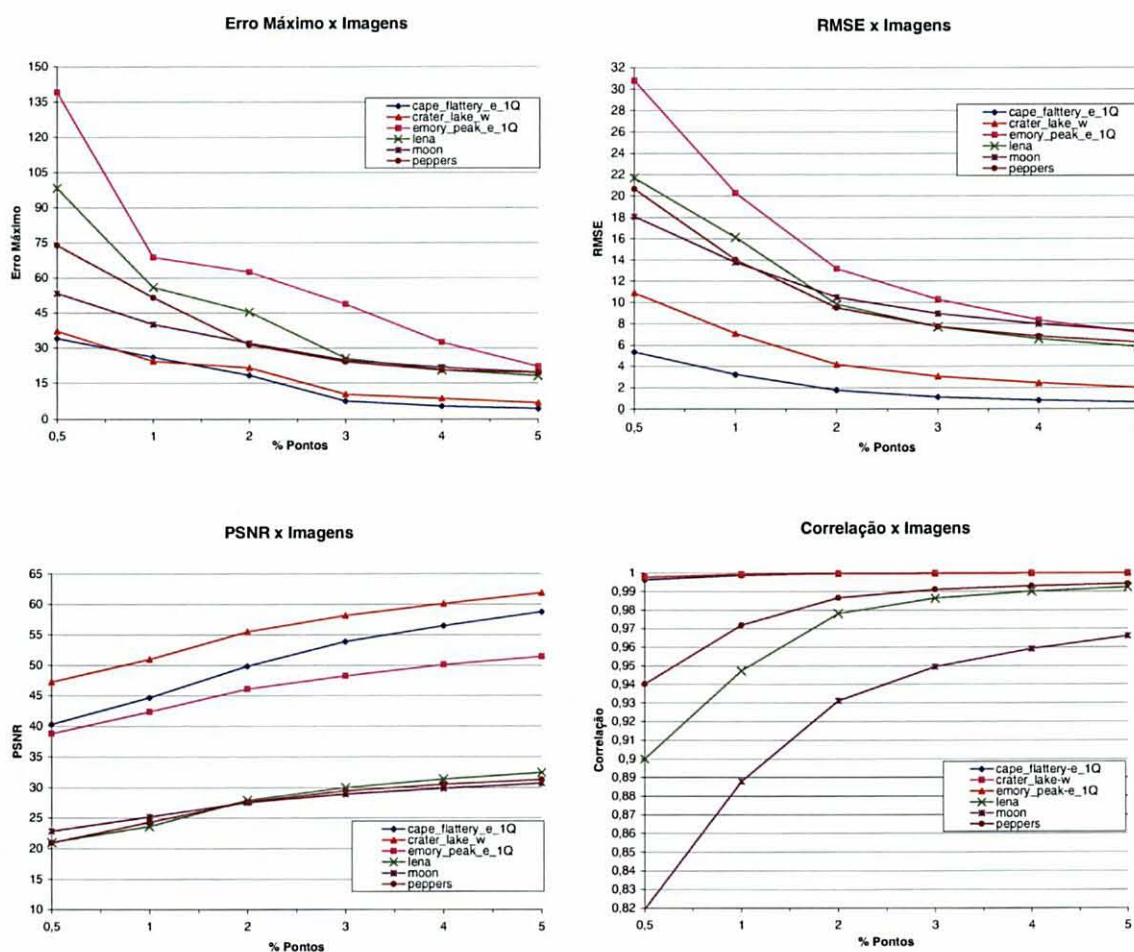


Figura 5.40: Gráficos comparativos dos resultados dos testes para o critério de seleção de pontos pela *distância máxima vertical*, considerando-se as imagens testes e o percentual de pontos inseridos.

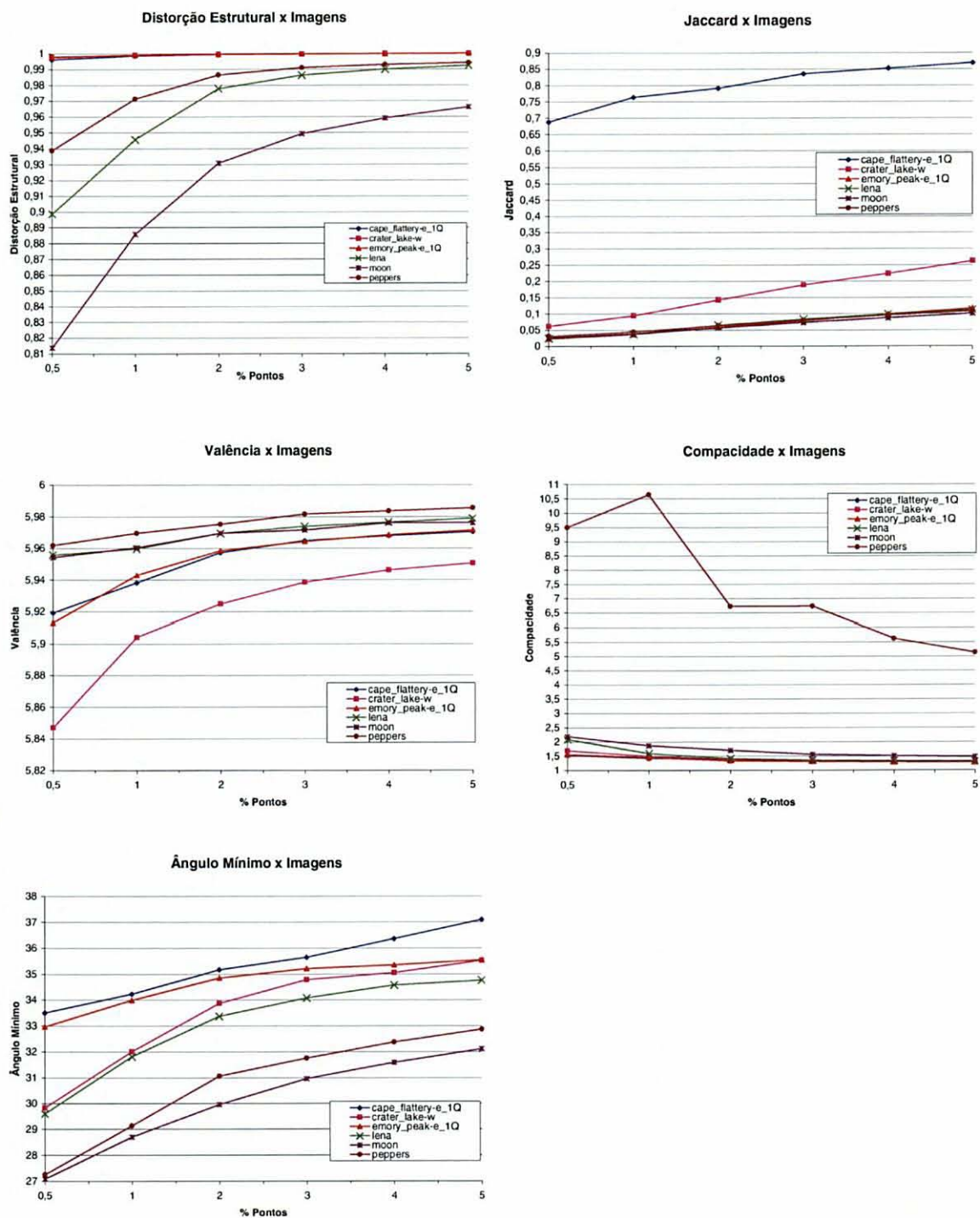


Figura 5.40 (continuação): Gráficos comparativos dos resultados dos testes para o critério de seleção de pontos pela *distância máxima vertical*, considerando-se as imagens testes e o percentual de pontos inseridos.

5.9.2 DISTÂNCIA MÁXIMA VERTICAL PONDERADA PELO DESVIO PADRÃO

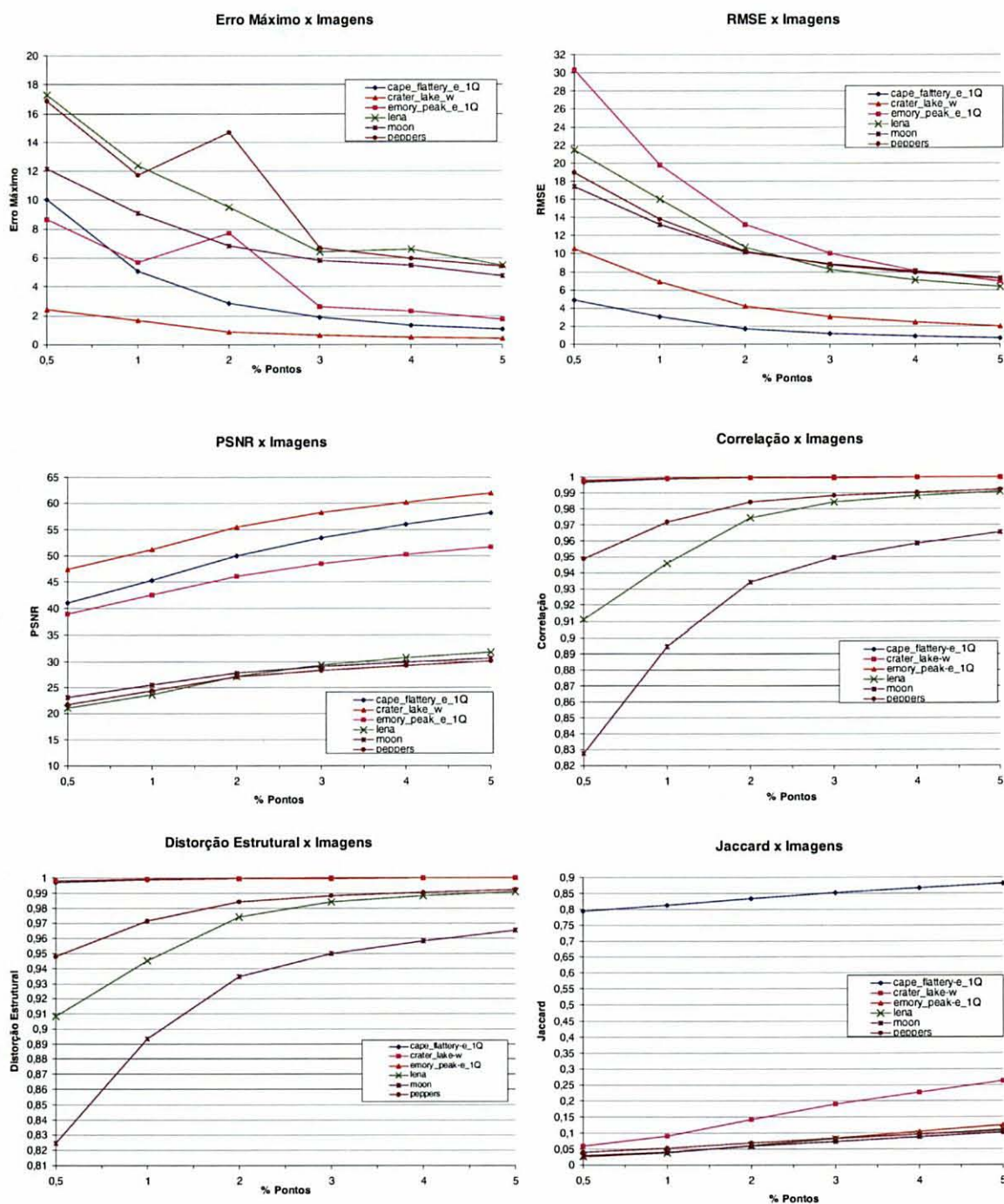


Figura 5.41: Gráficos comparativos dos resultados dos testes para o critério de seleção de pontos pela *distância máxima vertical ponderada pelo desvio padrão*, considerando-se as imagens testes e o percentual de pontos inseridos.

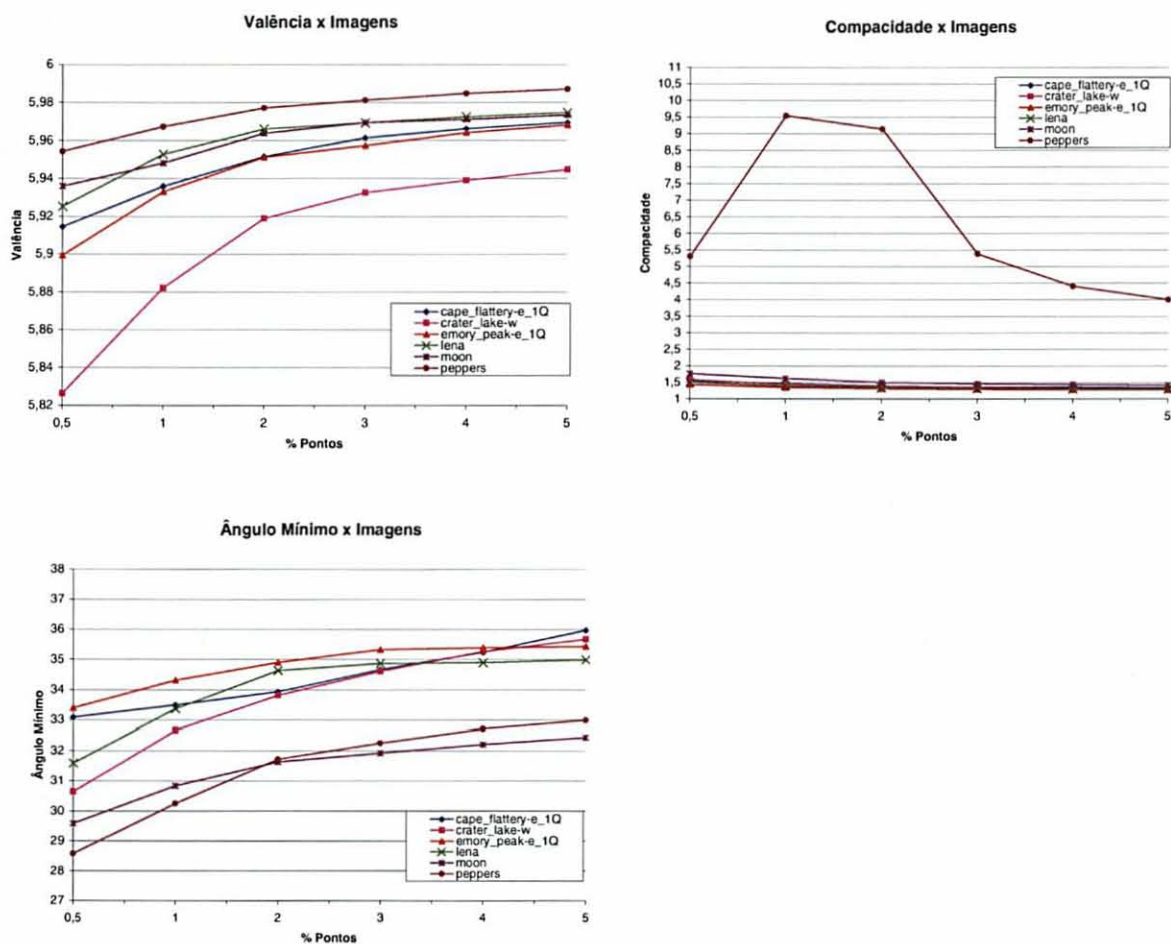


Figura 5.41 (continuação): Gráficos comparativos dos resultados dos testes para o critério de seleção de pontos pela *distância máxima vertical ponderada pelo desvio padrão*, considerando-se as imagens testes e o percentual de pontos inseridos.

5.9.3 DISTÂNCIA MÁXIMA VERTICAL PONDERADA PELA CURVATURA

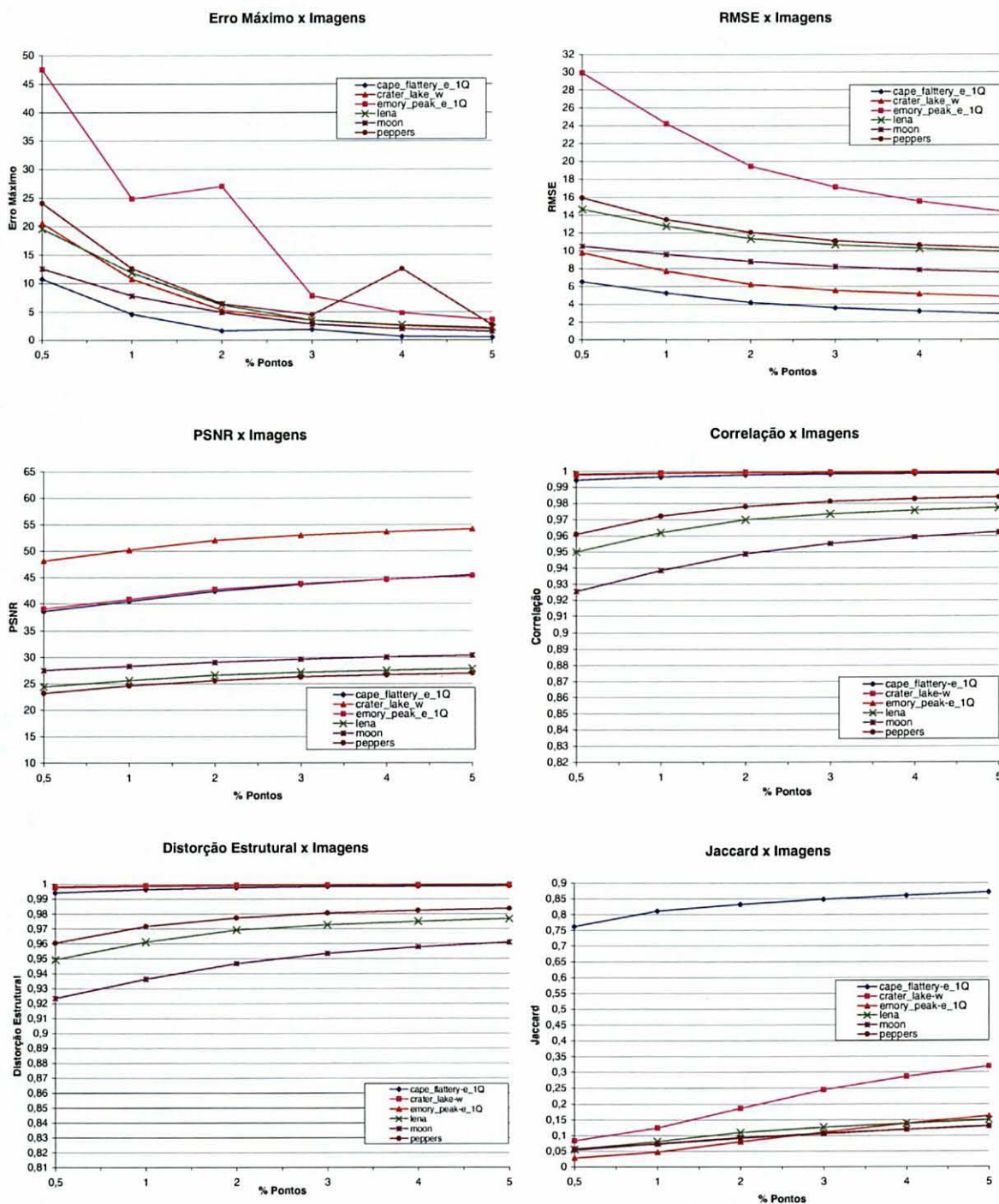


Figura 5.42: Gráficos comparativos dos resultados dos testes para o critério de seleção de pontos pela *distância máxima vertical ponderada pela curvatura*, considerando-se as imagens testes e o percentual de pontos inseridos.

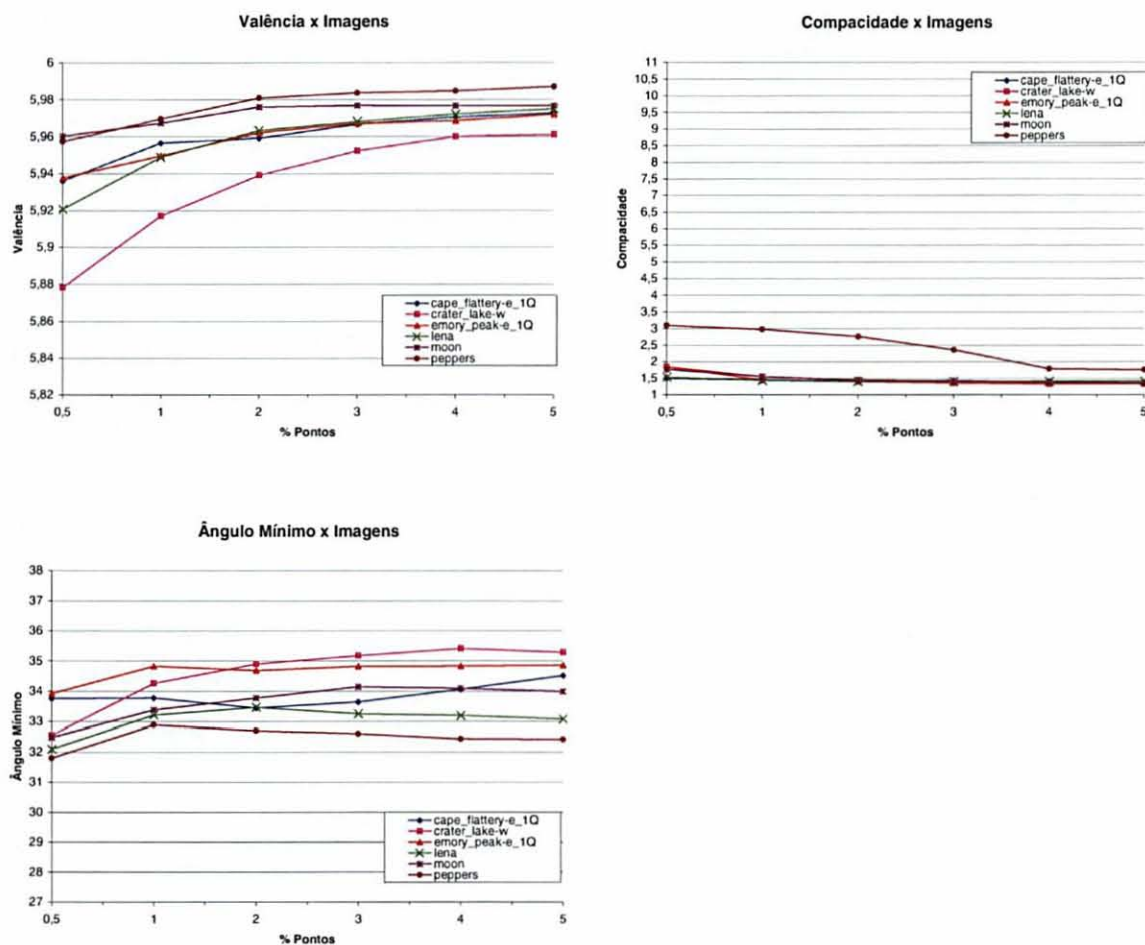


Figura 5.42 (continuação): Gráficos comparativos dos resultados dos testes para o critério de seleção de pontos pela *distância máxima vertical ponderada pela curvatura*, considerando-se as imagens testes e o percentual de pontos inseridos.

5.9.4 SOMA VERTICAL QUADRÁTICA

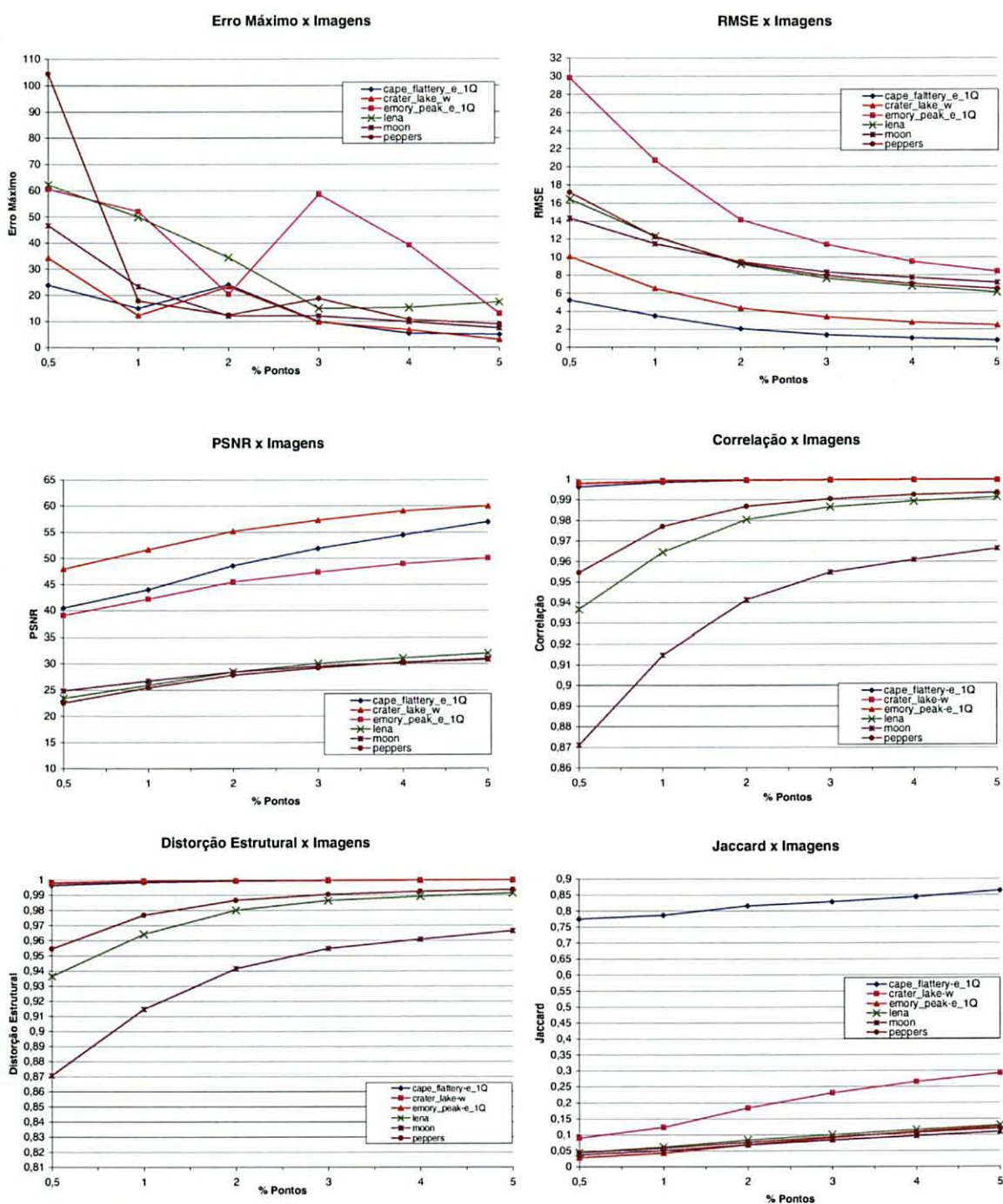


Figura 5.43: Gráficos comparativos dos resultados dos testes para o critério de seleção de pontos pela *soma vertical quadrática*, considerando-se as imagens testes e o percentual de pontos inseridos.

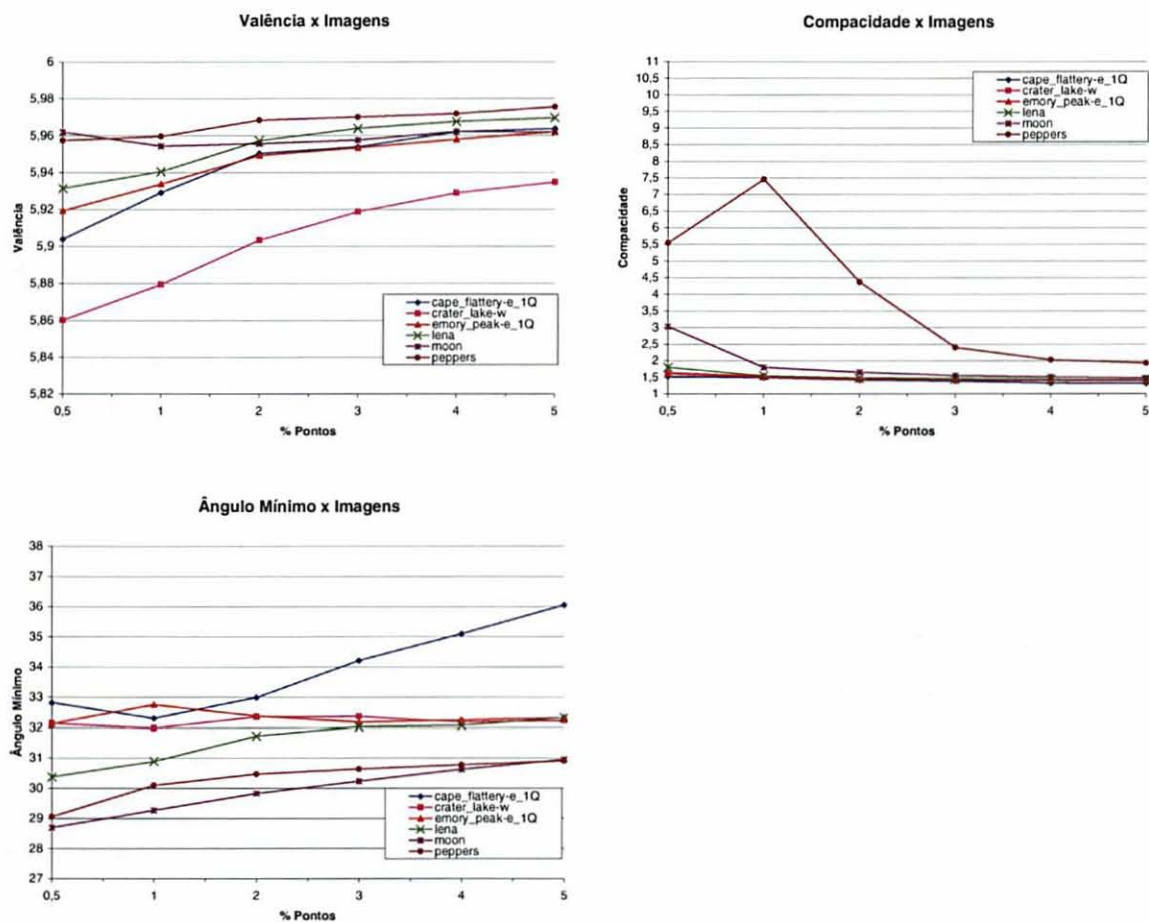


Figura 5.43 (continuação): Gráficos comparativos dos resultados dos testes para o critério de seleção de pontos pela *soma vertical quadrática*, considerando-se as imagens testes e o percentual de pontos inseridos.

5.10 Considerações sobre os Testes

A partir dos resultados dos testes efetuados, pode-se constatar pela comparação dos dados numéricos apresentados nas tabelas e pelos gráficos desses valores tabulados, que uma pequena quantidade de pontos inseridos na triangulação (em torno de 1% a 2% de pontos da malha original) foi suficiente para produzir modelos adequados para representação de superfícies. Este fato ilustra a característica adaptativa das malhas triangulares, cuja estrutura reflete a densidade irregular dos dados de entrada. Regiões planas são então aproximadas por grandes triângulos, enquanto regiões de mais alta curvatura são aproximadas por triângulos menores.

Os novos critérios propostos neste trabalho demonstram sua capacidade de produzir malhas com menor número de pontos para uma determinada tolerância de erro, em contraste com a utilização do critério de erro máximo local adotado pela maioria dos métodos de triangulação encontrados na literatura.

Os novos critérios procuram associar maior importância aos pontos em regiões onde a variabilidade local dos dados é alta. Isto é particularmente importante quando a amostra de dados apresenta regiões com intensidades ou elevações bem distintas, por exemplo, a presença de áreas montanhosas e áreas planas na mesma amostra de dados de um terreno.

Comparando-se os diferentes critérios de inserção de pontos, pode-se observar que o erro máximo decresce rapidamente ao se utilizar os critérios propostos neste trabalho, à medida que o número de pontos inseridos aumenta.

Com relação ao tempo de processamento, pode-se observar que o critério de seleção de pontos ponderado pelo desvio padrão produziu tempo de uso de CPU bem maior que os outros critérios.

A qualidade das aproximações foi bastante alta, mesmo quando um número reduzido de pontos (menos de 5%) da imagem original é selecionado. Além das métricas de qualidade utilizadas para avaliar as malhas triangulares, este fato pode ser constatado pelo aspecto visual das aproximações produzidas pelo método.

Como esperado, as malhas triangulares obtidas pela técnica de Delaunay possuem valores de compacidade mais próximos de 1 quando comparados com as malhas obtidas pela técnica de triangulação Dependente de Dados.

A média do ângulo mínimo dentre todos os triângulos também é maior nas triangulações de Delaunay, reduzindo a ocorrência de triângulos longos e estreitos que podem causar efeitos indesejáveis como instabilidade numérica e imprecisões no processo de visualização.

O critério ponderado pela curvatura, por inserir mais pontos nas regiões de curvatura alta, acaba por suavizar as formas da superfície. Este efeito pode ser interessante em determinadas aplicações.

A medida de qualidade por volume deveria utilizar valores de proporção em relação aos da imagem original, para assim obter uma melhor percepção da qualidade da malha aproximada.

Finalmente, pode-se constatar que é difícil afirmar que determinado critério de seleção de pontos é melhor que os demais, pois depende bastante do tipo e características da imagem e também da aplicação a que se destinará a imagem aproximada.

6 CONCLUSÕES

O propósito principal deste trabalho foi apresentar e avaliar uma metodologia para representação de superfícies em imagens digitais baseada no uso de malhas irregulares triangulares, como uma alternativa aos tradicionais modelos de representação de imagens sob a forma de matrizes bidimensionais.

Os métodos de triangulação foram implementados e aplicados em várias imagens digitais. Tanto a técnica de Delaunay quanto a técnica Dependente de Dados podem ser utilizadas para construir as malhas triangulares. As aproximações resultantes capturam características representativas das amostras de dados, enquanto satisfazem uma tolerância de erro pré-estabelecida.

Novos critérios são propostos para guiar a inserção de pontos durante o processo de refinamento das malhas triangulares, os quais levam em consideração a variabilidade da superfície. Tais critérios são capazes de produzir malhas com menor número de pontos com relação às métricas comumente utilizadas na maioria dos métodos de triangulação encontrados na literatura.

O trabalho também apresentou um conjunto de medidas para avaliar a qualidade das aproximações resultantes, considerando-se os diferentes critérios de construção das malhas.

Os resultados têm demonstrado um bom equilíbrio entre tempo de processamento e capacidade para processar grandes volumes de dados, embora os algoritmos possam ser ainda otimizados em alguns aspectos.

6.1 Propostas para Trabalhos Futuros

Com o crescimento de diversos campos do conhecimento envolvendo grandes volumes de dados, tais como sensoriamento remoto, análise de imagens médicas, prototipagem rápida e visão computacional, torna-se cada vez mais importante o armazenamento, manipulação, visualização e transmissão dos dados de maneira eficiente. A modelagem de superfícies em imagens digitais oferece uma área rica em possibilidades para investigação. Dentre os temas que requerem trabalho futuro, destacam-se os seguintes:

- novos critérios de inserção de pontos devem ser investigados, buscando-se métricas que possam ser utilizadas para representar cenas por meio de imagens de luminância ou de profundidade, para representar aproximações de superfícies de terrenos por meio de pontos de elevação dispostos em intervalos uniformes, ou para representar os vários cortes de uma imagem volumétrica;
- a representação de superfícies em múltiplos níveis de resolução requer mecanismos adicionais para selecionar e combinar diferentes níveis de detalhes, sendo particularmente importante para visualização de grandes volumes de dados em tempo real;
- uma técnica que poderia permitir melhores aproximações seria combinar passos de refinamento e passos de simplificação durante o processo de construção das malhas, onde vários pontos seriam inseridos à malha e, alternadamente, determinados pontos que se mostrassem desnecessários seriam removidos das malhas;
- uma investigação mais detalhada é necessária para avaliar o comportamento dos critérios propostos aplicados a imagens corrompidas pela presença de ruído;
- algumas formas de captura de dados de superfície, principalmente topográficas, geram dados com espaçamento não regular entre os pontos, portanto, para este tipo de imagem, poderia ser avaliada a aplicabilidade dos métodos de inserção de pontos descritos neste trabalho.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [Abe83] Abel, D.J.; Smith, J.L. A data structure and algorithm based on a linear key for a rectangle retrieval problem. *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, 24(1), pp. 1–13, Outubro de 1983.
- [Ahu83] Ahuja, N. On approaches to polygonal decomposition for hierarchical image decomposition. *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, 24(2), pp. 200–214, Novembro de 1983.
- [Avc02] Avcibas, I. Statistical evaluation of image quality measures. *Journal of Electronic Imaging*, 11(2), pp. 206–223, Abril de 2002.
- [Ben75] Bentley, J.L. Multidimensional binary search trees used for associative searching. *Communications of the ACM*, 18(9), pp. 509–517, Setembro de 1975.
- [Boi90] Boissonnat, J.-D.; Faugeras, O.D.; Bras-Mehlman, E.L. Representing stereo data with the Delaunay triangulation. *Artificial Intelligence*, 44, pp. 41–89, 1990.
- [Bon99] Bonneau, G.P. Multiresolution Analysis on Irregular Surface Meshes. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 4, pp. 365-378, 1998.
- [Can97] Canann, S.A.; Muthukrishnan, S.N.; Phillips, R.K. Topological refinement procedures for triangular finite element meshes. *Engineering with Computers*, 12, pp. 243–255, Dezembro de 1997.
- [Che87] Chew, L. P. Constrained Delaunay triangulations. In *Proceedings of the Third Annual Symposium on Computational Geometry*, Waterloo, Canada, ACM Press, pp. 215–222, Junho de 1987.
- [Che89] Chew, L.P. Constrained Delaunay triangulations. *Algorithmica*, 4(1), pp. 97–108, 1989.

- [DeF84] De Floriani, L.; Falcidieno, B.; Nagy, G.; Pienovi, C. A hierarchical structure for surface approximation. *Computer and Graphics*, 8(2), pp. 183–193, 1984.
- [DeF85] De Floriani, L.; Falcidieno, B.; Pienovi, C. Delaunay-based representation of surfaces defined over arbitrarily shaped domains. *Computer Vision, Graphics, and Image Processing* 32(1), pp. 127–140, Outubro de 1985.
- [DeF89] De Floriani, L. A pyramidal data structure for triangle-based surface description. *IEEE Computer Graphics and Applications*, 9(2), pp. 67–78, Março de 1989.
- [DeF92] De Floriani, L.; Puppo, E. A hierarchical triangle-based model for terrain description. In *Theories and Methods of Spatio-Temporal Reasoning in Geographic Space*, I.C.A.U. Frank and U. Formentini, Eds., Vol. Lecture Notes in Computer Science 639, Springer-Verlag, pp. 236–251, 1992.
- [DeF93] De Floriani, L.; Mirra, D.; Puppo, E. Extracting contour lines from a hierarchical surface model, *Computer Graphics Forum (Proceedings Eurographic Space)*, pp. 249-260, 1993.
- [DeF94] De Floriani, L.; Marzano, P.; Puppo, E. Hierarchical terrain models: Survey and formalization, *Proceedings ACM Symposium on Applied Computing (SAC'94)*, Phoenix, Arizona, Março de 1994.
- [DeF96] De Floriani, L.; Marzano, P.; Puppo, E. Multiresolution models for topographic surface description, *The Visual Computer*, Vol.12, No.7, Springer International, Agosto de 1996, pp.317-345.
- [Del34] Delaunay, B. Sur la sphère vide. *Izvestiia Akademii Nauk SSSR Otdelenie Matematicheskii i Estestvennyka Nauk* 7, pp. 793–800, 1934.
- [Dir50] Dirichlet, G. L. Über die reduktion der positiven quadratischen formen mit drei unbestimmten ganzen zahlen. *J. Reine und Angewandte Mathematik* 40, pp. 209–227, 1850.
- [Dwy87] Dwyer, R. A. A faster divide-and-conquer algorithm for constructing Delaunay triangulations. *Algorithmica* 2(2), pp. 137–151, 1987.

- [Ede87] Edelsbrunner, H. *Algorithms in combinatorial geometry*. Springer-Verlag, Berlin, Alemanha, 1987, p.302.
- [Ede93] Edelsbrunner, H.; Tan, T. S. An upper bound for conforming Delaunay triangulations. *Discrete & Computational Geometry*, 10, pp. 197–213, 1993.
- [Eva79] Evans, I.S. An integrated system of terrain analysis and slope mapping. Technical Report on grant DA-ERO-591-73-G0040, University of Durham, England, 1979.
- [For87] Fortune, S. A sweepline algorithm for Voronoi diagrams. *Algorithmica*, 2(2), pp. 153–174, 1987.
- [Gar82] Gargantini, I. An effective way to represent quadtrees. *Communications of the ACM*, 25(12), pp. 905–910, Dezembro de 1982.
- [Gar95] Garland, M.; Heckbert, P. S. Fast polygonal approximation of terrains and height fields. Technical Report CMU-CS-95-181, Carnegie Mellon University, Pittsburgh, Pennsylvania, USA, Setembro de 1995.
- [Gre78] Green, P. J.; Sibson, R. Computing Dirichlet tessellations in the plane. *The Computer Journal* 21(2), pp. 168–173, 1978.
- [Gre75] Gregory, J. A. Error bounds for linear interpolation in triangles. In *The Mathematics of Finite Elements and Application II*, J. R. Whiteman, Ed. Academic Press, London, pp. 163–170, 1975.
- [Gui85] Guibas, L. J.; Stolfi, J. Primitives for the manipulation of general subdivisions and the computation of Voronoi diagrams. *ACM Transactions on Graphics*, 4(2), pp. 74–123, Abril de 1985.
- [Gui92] Guibas, L. J.; Knuth, D. E.; Sharir, M. Randomized incremental construction of Delaunay and Voronoi diagrams. *Algorithmica* 7(4), pp. 381–413, 1992.
- [Her87] Herzen, B. V.; Barr, A. H. Accurate triangulations of deformed, intersecting surfaces. *ACM Journal Computer Graphics*, pp. 103–110, 1987.

- [Hun79] Hunter, G.M.; Steiglitz, K. Operations on images using quad trees. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1(2), pp. 145–153, Abril de 1979.
- [Kli76] Klinger, A.; Dyer, C.R. Experiments on picture representation using regular decomposition. *Computer Graphics and Image Processing*, 5(1), pp. 68–105, Março de 1976.
- [Lau85] Lauzon, J.P.; Mark, D. M.; Kikuchi, L.; Guevara, J.A. Two-dimensional run-encoding for quadtree representation. *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, 30(1), pp. 56–69, Abril de 1985.
- [Law72] Lawson, C.L. Generation of a triangulation grid with application to contour plotting. Technical Memorandum 299, California Institute of Technology, Jet Propulsion Laboratory, Pasadena, California, USA, Fevereiro de 1972.
- [Law77] Lawson, C.L. Software for C^1 surface interpolation. In *Mathematical Software III*, J. R. Rice, Ed. Academic Press, New York, pp. 161–164, 1977.
- [Lee80] Lee, D.T.; Schachter, B.J. Two algorithms for constructing a Delaunay triangulation. *International Journal of Computer and Information Sciences*, 9(3), pp. 219–242, Junho de 1980.
- [Mar85] Mark, D.M.; Abel, D.J. Linear quadtrees from vector representations of polygons. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 7(3), pp. 344–349, Maio de 1985.
- [McC80] McCullagh, M. J.; Ross, C. G. Delaunay triangulation of a random data set for isarithmic mapping. *The Cartographic Journal* 17, pp. 93–99, 1980.
- [McL76] McLain, D.H. Two dimensional interpolation from random data. *The Computer Journal*, 19(2), pp. 178–181, 1976.
- [Mir82] Mirante, A.; Weingarten, N. The radial sweep algorithm for computing triangulated irregular networks. *Computer Graphics and Applications* 2(3), pp. 11–21, Maio de 1982.

- [Nac94] Nackman, L. R.; Srinivasan, V. Point placement algorithms for Delaunay triangulation of polygonal domains. *Algorithmica* 12, 1 (Jul. 1994), pp. 1–17.
- [Nei93] Neider, J.; Davis, T.; Woo, M. OpenGL Programming Guide: The Official Guide to Learning OpenGL. Addison-Wesley, New Jersey, 1993.
- [Olo91] Oloufa, A. A. Triangulation applications in volume calculation. *Journal Comput. Civil Engineering* 5, pp. 103–119, 1991.
- [ORo93] O'Rourke, J. *Computational Geometry in C*. Cambridge University Press, 1993.
- [Paj02a] Pajarola, R. Overview of quadtree-based terrain triangulation and visualization. Technical Report UCI-ICS-02-01, Information & Computer Science, University of California Irvine, Janeiro de 2002.
- [Paj02b] Pajarola, R.; Antonijuan, M.; Lario, R. QuadTIN: Quadtree based triangulated irregular networks. In *Proceedings IEEE Visualization*, Boston, Estados Unidos, pp. 395-402, Outubro de 2002.
- [Pap84] Papo, H.B.; Gelbman, E. Digital terrain models for slopes and curvatures. *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, 50(6), pp. 695–701, Junho de 1984.
- [Ped00] Pedrini, H. An adaptive method for terrain surface approximation based on triangular meshes (Ph.D. Thesis). *Department of Electrical Computer and Systems Engineering. Rensselaer Polytechnic Institute, (Troy-NY, USA)*, pp. 136, Maio de 2000.
- [Ped01a] Pedrini, H. An improved refinement and decimation method for adaptive terrain surface approximation. *Proceedings of the 9th International Conference in Central Europe on Computer Graphics, Visualization and Computer Vision (WSCG'2001)*, pp.103-109, Plzen - Czech Republic, 2001.
- [Ped01b] Pedrini, H. Modeling Dense Range Images through Fast Polygonal Approximations. *Proceedings of 11th International Conference on Image*

Analysis and Processing (ICIAP'2001), Palermo, Italy, pp. 448-453, IEEE Computer Society Press, Setembro de 2001.

- [Pon87] Ponce, J.; Faugeras, O. An object centered hierarchical representation for 3D objects: The prism tree. *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, 38(1), pp. 1–28, Abril de 1987.
- [Rip92] Rippa, S. Long and thin triangles can be good for linear interpolation. *IMA Journal on Numerical Analysis* 29(1), pp. 257–270, Fevereiro de 1992.
- [Ros79] Rosenfeld, A.; Samet, H. Tree structures for region representation. In *Proceedings of the International Symposium on Cartography and Computing: Applications in Health and Environment - Auto-Carto 4* (Reston, Virginia, USA), vol. 1, pp. 108–118, Novembro de 1979.
- [Saa91] Saalfeld, A. Delaunay edge refinements. In *Proceedings 3rd Canadian Conference on Computational Geometry*, pp. 33–36, 1991.
- [Sam84] Samet, H. The quadtree and related hierarchical data structures. *ACM Computing Surveys*, 16(2), pp. 187–260, Junho de 1984.
- [Sch89] Schalkoff, R. J. *Digital Image Processing and Computer Vision*. John Wiley & Sons, New York, 1989.
- [Sha75] Shamos, M.; Hoey, D. Closest-point problems. In *Proceedings 16th Annual IEEE Symposium on Foundations of Computer Science* (Berkeley, California, USA), pp. 151–162, Outubro de 1975.
- [Siv92] Sivan, R.; Samet H. Algorithms for constructing quadtree surface maps. In *Proceedings of 5th International Symposium on Spatial Data Handling*, (Charleston, South Carolina, USA), pp 361–370, Agosto de 1992.
- [Son93] Sonka, M.; Hlavac, V.; Boyle, R. *Image Processing, Analysis and Machine Vision*. Chapman & Hall, London, 1993.
- [Thi11] Thiessen, A. H. Precipitation average for large area. *Monthly Weather Review* 39, pp. 1082–1084, 1911.
- [USGS] USGS. United States Geological Survey. <http://www.usgs.gov>.

- [Wat81] Watson, D.F. Computing the n-dimensional Delaunay tessellation with application to Voronoi polytopes. *The Computer Journal*, 24(2), pp. 728–746, Maio de 1981.
- [Wig33] Wigner, E.; Seitz, F. On the constitution of metallic sodium. *Physical Review* 43, pp. 804–810, 1933.
- [Yan01] Yang, Y.; Wernick, M. N.; Brankov, J. G. A fast adaptive accurate content-adaptive mesh generation, Em *Proceedings of IEEE International Conference on Image Processing (ICIP'2001)*, Thessaloniki, Grécia, Outubro de 2001, IEEE Computer Society Press, pp. 868-871.