

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

ROGERS ADEMIR DRUNN PEREIRA

CONEXÃO DAS REDES VERTICAIS FUNDAMENTAIS DO BRASIL E DA  
ARGENTINA COM BASE EM NÚMEROS GEOPOTENCIAIS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Setor de Ciências da Terra, Universidade Federal do Paraná, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ciências Geodésicas.

Orientador: Prof.º Dr. Sílvio Rogério  
Correia de Freitas

CURITIBA

2009

ROGERS ADEMIR DRUNN PEREIRA

CONEXÃO DAS REDES VERTICAIS FUNDAMENTAIS DO BRASIL E DA  
ARGENTINA COM BASE EM NÚMEROS GEOPOTENCIAIS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Setor de Ciências da Terra, Universidade Federal do Paraná, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ciências Geodésicas.

Orientador: Prof.º Dr. Sílvio Rogério  
Correia de Freitas

CURITIBA

2009

## TERMO DE APROVAÇÃO

ROGERS ADEMIR DRUNN PEREIRA

“CONEXÃO DAS REDES VERTICAIS FUNDAMENTAIS DO BRASIL E DA ARGENTINA COM BASE EM NÚMEROS GEOPOTENCIAIS”

Dissertação nº 231 aprovada como requisito parcial do grau de Mestre no Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Setor de Ciências da Terra da Universidade Federal do Paraná, pela seguinte banca examinadora:

Orientador



Prof. Dr. Sílvio Rogério Correia de Freitas  
Departamento de Geomática, UFPR



Eng. Dr. Roberto Teixeira Luz  
Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, IBGE



Profª. Drª. Regiane Dalazoana  
Departamento de Geomática, UFPR

Curitiba, 28 de setembro de 2009.

Aos primeiros Mestres, Hercílio e Álvaro;  
Aos Mestres da Prudência: João Kaminski Jr. e Gerson Alva;  
Aos Mestres que proporcionaram não somente um rumo, mas  
um sistema inteiro de referência: Carlito, Eno, Júlio e Gelson;  
Ao novo Mestre, Sílvio  
À Família,  
À Ana Paula.



## AGRADECIMENTOS

Ao Professor De Freitas, dentre diversas outras coisas, pela experiência proporcionada e apoio <<sempre>> incondicional;

Aos amigos João, João e Ângela, pelo ótimo convívio;

Ao inestimável Vagner e seu grande parceiro Molodenskii, que incentivaram sobremaneira a busca de novas concepções (em muitos diferentes sentidos);

Em especial ao Prof.º Pedro, ao Daniel, ao Roberto e ao Jéferson, pelo auxílio nas atividades de campo;

Às meninas do LARAS: Karol-pan, Alessandra-pan, Fabiani-pan;

A todo o pessoal que proporcionou um ótimo convívio durante o desenvolvimento do trabalho: Diuli-pan, Valdirene-pan, André-pan, Ana, Márcio, Anderson, Adriano, Sebastian, Paula, Nassau, Niarkios, Nadisson...

Aos professores: Quintino, Cláudias, Luis, Danilo, Daniel, Henrique, Centeno, com os quais surgiram ótimas conversas,

Às senhoras Ângela e Eliane, funcionárias da Biblioteca Setorial do Centro Politécnico da Universidade Federal do Paraná,

À Mônica,

À todo o pessoal da graduação e IC,

À Capes. Ao CNPQ, pelo fomento.

À Família. À Ana Paula. Aos ex –professores. Ao IGM e ao IBGE. À UFPR.

*“Bom senso é a coisa que no mundo está mais bem distribuída: de fato, cada um pensa estar tão bem provido dele, que até mesmo aqueles que são os mais difíceis de contentar em todas as outras coisas não têm de forma nenhuma o costume de desejar tê-lo mais do que o que têm.”*

Descartes

## RESUMO

A componente vertical do Sistema Geodésico de Referência de cada país na América do Sul possui realização independente dos demais tanto em época quanto superfície equipotencial selecionada. Para que seja possível integrar esses sistemas, a compatibilização entre *data* verticais de cada país se faz necessária. Dentro do contexto das atividades do Grupo Técnico III – *Datum* Vertical, do Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas, foram estabelecidas ações no sentido de realizar um sistema vertical local consistente para dar apoio às atividades regionais comuns entre os países e que também servisse de base para uma análise das discrepâncias entre o *Datum* Vertical Brasileiro (DVB) e o *Datum* Vertical Argentino (DVA). Para tal foram realizadas duas campanhas de observação com vistas à complementação de dados; as campanhas envolveram observações GNSS, gravimetria, nivelamento geométrico e nivelamento de travessia. Utilizaram-se linhas de nivelamento na forma de circuitos para dotar a rede estabelecida de rigidez. Em vista da heterogeneidade das informações encontradas, recorreu-se a modelos globais do geopotencial, a técnicas de interpolação não determinísticas e ao cálculo de geóide gravimétrico local para contornar o problema de dependência dos referenciais de cada país. A partir deste geóide foi estimado o afastamento entre os *data* verticais nacionais. Ao final, o *Datum* Vertical Local foi estabelecido a partir de observações da gravidade e nivelamento locais confrontados com um modelo global do geopotencial que melhor se adapta à região fronteiriça estudada.

Palavras-chave: Datum Vertical; estabelecimento; afastamento; conexão.

## **ABSTRACT**

The Vertical Component of the Geodetic Reference System in each country of South America has its particular realization not only time but also in the selected equipotential surface. In order to be able to integrate those systems, it is necessary somehow to connect them. Taking into account the objectives of the Geocentric Reference System to the Americas, Technical Group III, it was proposed the establishment of a Local Vertical Datum in the Brazil-Argentina border which main idea is to compute the magnitude of the difference in the vertical surfaces and to support local activities in each country. For this purpose, two field surveys were carried out. They were built with GNSS, gravimetry, leveling and river crossing. Also, two vertical geodetic networks were established in order to evaluate their precisions. Due to the difference of the kind of data found, global geodetic models, different interpolation techniques and geoid computing were applied in this methodology. From this last one, the vertical off-set was gauged. Finally, the Vertical Local Datum is implemented when the local gravity observations and spirit leveling results are compared to the global geopotential model which best fits the area mentioned above.

Keywords: Vertical Datum; establishment; connection.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Seqüência do raciocínio estabelecido para a compreensão das altitudes. .....	21
Figura 2 - Potencial gravitacional num ponto $P$ devido a um corpo qualquer (esquerda); e devido à Terra (direita). ....	23
Figura 3 - Geopes segundo o Campo de Gravidade Normal (a) e Idealização dos Geopes segundo o Campo da Gravidade da Terra (b). ....	32
Figura 4 - Não paralelismo das superfícies equipotenciais. ....	34
Figura 5 - Altitude Ortométrica e Altitude Elipsoidal. ....	38
Figura 6 - Altitude Normal. ....	40
Figura 7 - Latitude obtida da tangente a linha de campo da gravidade normal no ponto da S.F. $\varphi^*$ , latitude elipsoidal $\varphi$ e linha de campo da gravidade normal. ....	42
Figura 8 - Diferenças entre os comprimentos das linhas normal geométrica e a linha de campo da gravidade real. ....	43
Figura 9 - Geóides locais e global. ....	46
Figura 10 - Nivelamento geométrico. ....	56
Figura 11 - Visores utilizados no nivelamento de travessia. ....	58
Figura 12 - Esquema da mira de vante no nivelamento de travessia. ....	59
Figura 13 - Obtenção do desnível no nivelamento trigonométrico. ....	61
Figura 14 - Estações Gravimétricas determinadas pelo IBGE (Em Vermelho) e por outras instituições (Em Azul). ....	67
Figura 15 - Região de Estudos. ....	69
Figura 16 - Informação conhecida na região de estudos. ....	70
Figura 17 - Pontos utilizados na formação do circuito 1. ....	75
Figura 18 - Detalhamento dos pontos utilizados na concepção do circuito 2. ....	75
Figura 19 - Detalhe da conexão 1 - Con 1. ....	76
Figura 20 - Detalhe da Conexão 2 - Con2. ....	76
Figura 21 - Detalhe do nivelamento de travessia. ....	77
Figura 22 - Esquema da rede neural utilizada no procedimento de treinamento e predição de anomalias <i>free-air</i> . ....	89
Figura 23 - Tipo de informação presente nos circuitos. ....	98
Figura 24 - Esquema das informações presentes nas conexões. ....	99
Figura 25- Isolinhas de alturas geoidais (m) interpoladas utilizando a EFGF – situação “A”. ....	100
Figura 26 - Isolinhas de alturas geoidais (m) interpoladas utilizando a aproximação $h-H$ – Situação “B”. ....	101
Figura 27 - Isolinhas de alturas geóidais (m) interpoladas a partir de alturas geoidais fornecidas pelo MAPGEO – situação “C”. ....	102
Figura 28 - isolinhas de alturas geóidais (m) interpoladas do EGM2008 - situação “D”. ....	103
Figura 29 - Função de Stokes para a estação 1019 (à esquerda) e para todas as estações do circuito C1(à direita). ....	104
Figura 30 - Função $F(\psi)$ para a estação 1019 (à esquerda) e para todas as estações do circuito C1(à direita). ....	105
Figura 31 - Grade de anomalias bouguer (mGal) calculadas (krigagem) utilizando a base de dados brasileira (mais acima) e utilizando a base de dados argentina (mais abaixo). ....	107

Figura 32 - Grade de anomalias <i>free-air</i> (mGal) calculadas (krigagem) utilizando a base de dados brasileira (mais acima) e utilizando a base de dados argentina (mais abaixo).....	108
Figura 33 - Grade de anomalias <i>free-air</i> (mGal) calculada a partir da base de dados brasileira com a utilização rnas com função de transferência base radial (acima) e gráfico de treinamento da rede (abaixo).....	109
Figura 34 - Grade de anomalias <i>free-air</i> (mGal) calculada a partir da base de dados argentina com a utilização Rna e gráfico de treinamento da rede (abaixo). .....	110
Figura 35 - Diferença (mGal) entre as grades de anomalias <i>free-air</i> brasileira e argentina calculadas com Rnas com função de transferência do tipo base radial.....	111
Figura 36 - Diferença (mGal) entre as grades de anomalias <i>free-air</i> brasileira e argentina calculadas por krigagem.....	112
Figura 37- Extrapolação das diferenças em altura geoidal (m) obtidas a partir da extrapolação de anomalias <i>free-air</i> com krigagem.....	120
Figura 38 - Marco vinculado ao nivelamento gnss e trigonométrico e supostamente ao de travessia. ....	121
Figura 39 - Esquema do nivelamento de travessia.....	144
Figura 40 - Arquivo de entrada para o programa PREDGRAV.....	152
Figura 41 - Formato do arquivo de pontos a predizer no PREDGRAV.....	153
Figura 42 - Resultado gerado pelo PREDGRAV. ....	153
Figura 43 - Uma captura de tela do PREDGRAV. ....	154

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Associação utilizada para os circuitos e conexões.....	73
Tabela 2 - Valores máximo, médio e mínimo, RMS e média do cálculo do afastamento das ondulações geoidais entre os <i>data</i> brasileiro e argentino em função dos pontos dos circuitos C1 e C2 a partir das RNA. ....	112
Tabela 3 - Valores máximo, médio e mínimo, RMS e média do cálculo do afastamento das ondulações geoidais entre os <i>data</i> brasileiro e argentino em função dos pontos dos circuitos C1 e C2 a partir da krigagem.....	113
Tabela 4 - Resultados para diferenças de alturas geoidais relacionadas ao DVA e ao DVB num mesmo ponto para a CON3. ....	113
Tabela 5 - Resultados para diferenças de alturas geoidais relacionadas ao DVA e ao DVB num mesmo ponto para a CON1. ....	113
Tabela 6 - RMS, Valores máximo e mínimo da avaliação de distúrbios da gravidade para o EGM 2008 e o GGM03C em relação aos distúrbios da gravidade calculados na superfície.....	118
Tabela 7 - RMS, valores máximo e mínimo da avaliação de distúrbios da gravidade para o EIGEN 5C e o EIGEN GL04C em relação aos distúrbios da gravidade calculados na superfície. ....	118
Tabela 8 - RMS, valores máximo e mínimo da avaliação de distúrbios da gravidade para o EGM96 e o EIGEN CG03C em relação aos distúrbios da gravidade calculados na superfície. ....	118

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Transformação de altitudes de um sistema noutro e resultado no fechamento altimétrico do circuito para a CON1. ....	114
Quadro 2 - Transformação de altitudes de um sistema noutro e resultado no fechamento altimétrico do circuito para a CON3. ....	115
Quadro 3 - Transformação de altitudes de um sistema noutro e resultado no fechamento altimétrico do circuito utilizando somente altitudes niveladas na CON1. ....	116
Quadro 4 - 1. <sup>a</sup> Série do nivelamento de travessia. ....	145
Quadro 5 - Informações do nivelamento de travessia: instantes de observação e posição dos alvos. ....	147
Quadro 6 - Informações do nivelamento de travessia: leituras do parafuso micrométrico do nível tubular $n_1$ , $n_2$ e $d_1$ . ....	147
Quadro 7 - Informações do nivelamento de travessia. ....	148
Quadro 8 - Resultados do nivelamento trigonométrico, com ré no lado argentino e vante no lado brasileiro. ....	150
Quadro 9 - Resultados do nivelamento trigonométrico, com ré no lado brasileiro e vante no lado argentino. ....	151
Quadro 10 -RMS (Gravidade gerada pelo predgrav x gravidade fornecida pela univ. nacional de la plata.) . ....	154



## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AAGP	- Ajustamento Altimétrico Global Preliminar
C1	- Circuito 1
C2	- Circuito 2
CMQ	- Colocação por Mínimos Quadrados
CON1	- Conexão 1
CON2	- Conexão 2
CON3	- Conexão 3
CNO	- Correção Normal-Ortométrica
DV	- <i>Datum</i> Vertical
DVA	- <i>Datum</i> Vertical Argentino
DVB	- <i>Datum</i> Vertical Brasileiro
DVB-I	- Datum Vertical Brasileiro – Imbituba
EGM96	- <i>Earth Gravity Model 1996</i>
EGM2008	- <i>Earth Gravity Model 2008</i>
EFGF	- Equação Fundamental da Geodésia Física
e.g.	- <i>exempli gratia</i>
RBF	- Função de base radial
IBGE	- Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
GNSS	- <i>Geodetic Navigation Satellite System</i>
GRS80	- <i>Geodetic Reference System 1980</i>
IAG	- <i>International Association of Geodesy</i>
IGM	- Instituto Geográfico Militar
IGN	- Instituto Geográfico Nacional
IERS	- <i>International Earth Rotation and Reference Systems Service</i>
IGSN71	- <i>International Gravity Standardization Net 1971</i>
LAIG	- Laboratório de Instrumentação Geodésica
LARAS	- Laboratório de Referenciais Geodésicos e Altimetria por Satélites
MED	- Medidor Eletrônico de Distância
MMQ	- Método dos Mínimos Quadrados
MGG	- Modelo Global do Geopotencial
NMMs	- Nível Médio dos Mares
PVCG	- Problema de valor de contorno da Geodésia
RAAP	- Rede Altimétrica de Alta Precisão
RGFB	- Rede Gravimétrica Fundamental Brasileira
RMPG	- Rede Maregráfica Permanentemente para Geodésia
RNAM	- Rede neural artificial multicamada
RNAs	- Redes Neurais Artificiais
RNs	- Referências de Nível
RMS	- <i>Root Mean Square</i> (Erro Médio Quadrático)
SCGGSA	- Sub-Comissão da IAG para a gravidade e o geóide na Am. Do Sul
SGB	- Sistema Geodésico Brasileiro
SGA	- Sistema Global de Altitudes
SFT	- Superfície Física da Terra
TNMM	- Topografia do Nível Médio dos Mares
UFPR	- Universidade Federal do Paraná

## LISTA DE SÍMBOLOS

$f$	- Achatamento do elipsóide de referência, função
$Af_v$	- Afastamento entre visores
$H_P^{dyn}$	- Altitude dinâmica de $P$
$h_v$	- Altitude do visor
$h$	- Altitude elipsóidica
$H^*$	- Altitude normal
$H_P^{(j)}$	- Altitude ortométrica de $P$
$N$	- Altura geoidal
$\Delta g$	- Anomalia da gravidade
$\zeta$	- Anomalia de altitude
$A_k$	- Área de um compartimento numa grade
$B, L_{Ré}$	- <i>Backsight</i> (Leitura à ré)
$C_{nm}, S_{nm}$	- Coeficientes do Geopotencial de grau $n$ e ordem $m$
$\vartheta$	- Colatitude
$a_n$	- Componente radial da aceleração
$a_t$	- Componente tangencial da aceleração
$\xi, \eta$	- Componentes do desvio da vertical
$G$	- Constante Gravitacional
$\varphi', \lambda'$	- Coord. geodésicas ref. à linha de campo curva da gravidade normal
$\varphi^*, \lambda^*$	- Coordenadas geodésicas ref. à normal
$\rho$	- Densidade, distância de um ponto na SFT a um satélite
$\delta s$	- Deslocamento infinitesimal
$\delta n$	- Deslocamento infinitesimal sobre a linha da gravidade
$\Delta H$	- Desnível geométrico entre dois pontos
$\delta W$	- Diferença infinitesimal de Potencial
$R$	- Distância de um ponto até o Geocentro
$l$	- Distância do elemento gerador do potencial até o ponto de cálculo do potencial
$\psi$	- Distância geocêntrica
$r$	- Distância geocêntrica do elemento de massa da Terra
$s$	- Distância na superfície
$dm$	- Elemento diferencial de massa
$dM$	- Elemento diferencial de massa da Terra
$\delta C$	- Elemento diferencial de número geopotencial
$dv$	- Elemento diferencial de Volume
$\delta h$	- Erro cometido na aprox. da altitude elipsóidica contada pela normal
$U$	- Esferopotencial
$F_C, \mathbf{F}_C$	- Força centrífuga (escalar, vetorial)
$\mathbf{g}$	- Força da gravidade ou gravidade
$F_G, \mathbf{F}_G$	- Força gravitacional (escalar, vetorial)
$F, L_{Vante}$	- <i>Foresight</i> (Leitura à vante)
$S(\psi)$	- Função de Stokes
$F(\psi)$	- Função de Stokes modificada
$W$	- Geopotencial
$g_P^{-(j)}$	- Gravidade média entre o ponto $P$ e o homólogo na superfície $j$

$\gamma_p, \gamma_e$	- Gravidade no pólo, gravidade equatorial
$\gamma$	- Gravidade normal
$\gamma_0$	- Gravidade para um ponto calculada na superfície do elipsóide de referência
$\phi$	- Latitude Astronômica
$\varphi$	- Latitude Geodésica
$n_i$	- Leitura no parafuso basculante
$\lambda$	- Longitude Geodésica
$M$	- Massa da Terra
$C$	- Número geopotencial
$C_P^{(j)}$	- Número Geopotencial de $P$ em relação à superfície $j$
$\frac{d}{d}$	- Operador derivada
$\frac{\partial}{\partial}$	- Operador derivada parcial
$grad$	- Operador gradiente
$\Delta$	- Operador laplaciano
$\Delta C$	- Parcela do geopotencial relativamente a dois pontos quaisquer
$P_{nm}$	- Polinômios de Legendre de grau $n$ e ordem $m$
$\Phi$	- Potencial centrífugo
$V$	- Potencial gravitacional devido a Massa da Terra
$T$	- Potencial perturbador
$e^2$	- Quadrado da primeira excentricidade
$r_p$	- Raio do Paralelo
$R$	- Raio médio da Terra de mesmo volume que o elipsóide de referência
$a$	- Semi-eixo maior do elipsóide de referência
$b$	- Semi-eixo menor do elipsóide de referência
$\Delta N$	- Separação em altura geoidal entre dois <i>data</i> verticais num mesmo ponto.
$\Sigma$	- Superfície
$\omega$	- Velocidade angular
$L_a$	- Vetor de observações ajustadas
$\delta g, \delta g$	- Vetor distúrbio da gravidade, distúrbio da gravidade
$v$	- Volume, velocidade tangencial

## SUMÁRIO

<b>AGRADECIMENTOS</b> .....	<b>III</b>
<b>RESUMO</b> .....	<b>V</b>
<b>ABSTRACT</b> .....	<b>VI</b>
<b>LISTA DE FIGURAS</b> .....	<b>VII</b>
<b>LISTA DE TABELAS</b> .....	<b>IX</b>
<b>LISTA DE QUADROS</b> .....	<b>X</b>
<b>LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS</b> .....	<b>XI</b>
<b>LISTA DE SÍMBOLOS</b> .....	<b>XII</b>
<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	<b>16</b>
1.1 OBJETIVO GERAL.....	18
1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	19
1.3 JUSTIFICATIVA.....	19
<b>2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b> .....	<b>21</b>
2.1 GEOPOTENCIAL.....	21
2.1.1 O Potencial Gravitacional.....	22
2.1.2 Força centrífuga, Aceleração Centrífuga e Potencial centrífugo.....	25
2.1.3 O Geopotencial (Potencial da gravidade) e a Força da gravidade (Gravity).....	27
2.1.4 A Gravidade Normal.....	28
2.1.5 Elipsóide de Referência.....	28
2.2 SISTEMAS DE ALTITUDE.....	32
2.2.1 Geopes.....	32
2.2.2 Geóide.....	33
2.2.3 Altitudes.....	33
2.2.3.1 Efeito da curvatura das superfícies equipotenciais do campo da gravidade.....	34
2.2.3.2 Número Geopotencial.....	35
2.2.3.3 Altitude Dinâmica.....	36
2.2.3.4 Altitude Ortométrica.....	37
2.2.3.5 Altitude Normal.....	39
2.2.4 Influência da Geometria das Linhas de Campo visando à aproximação de diferenças de altitudes elipsoidais observadas com GNSS a desníveis equivalentes aos do nivelamento geométrico.....	41
2.3 OBTENÇÃO DE VALORES DO GEOPOTENCIAL.....	44
2.3.1 Forma Local de Obtenção de Valores do Geopotencial.....	44
2.3.2 Forma Global de Obtenção de Valores do Geopotencial.....	47
2.4 TÉCNICAS DE CONTROLE E INTERPOLAÇÃO DE VALORES DA GRAVIDADE.....	48
2.4.1 Colocação por Mínimos Quadrados.....	48
2.4.2 Redes Neurais Artificiais.....	51
2.4.2.1 Vantagens das RNAs.....	51
2.4.2.2 Rede neural multicamadas.....	52
2.4.2.3 Rede neural de funções de base radial.....	52
2.4.3 Krigagem.....	53
<b>3 CARACTERIZAÇÃO DA BASE DE DADOS E AMPARO À AQUISIÇÃO DE INFORMAÇÕES/METODOLOGIA</b> .....	<b>55</b>
3.1 OPERAÇÕES USUAIS DE CAMPO.....	55
3.1.1 O Nivelamento Geométrico.....	55
3.1.2 O Nivelamento de Travessia.....	57
3.1.3 O Nivelamento Trigonométrico.....	60
3.1.4 A Gravimetria Relativa.....	62
3.1.5 A Gravimetria Absoluta.....	63
3.1.6 Nivelamento GNSS.....	64
3.2 REDES ALTIMÉTRICA E GRAVIMÉTRICA DOS PAÍSES.....	65
3.2.1 Brasil.....	65
3.2.2 Argentina.....	68
3.3 CARACTERIZAÇÃO DA REGIÃO DE ESTUDOS, RECURSOS E SUPORTE.....	69
3.4 A RESPEITO DA INFORMAÇÃO DISPONÍVEL COM VISTAS À ELABORAÇÃO DA METODOLOGIA.....	71
<b>4 METODOLOGIA</b> .....	<b>73</b>

4.1	PARA O FECHAMENTO DOS CIRCUITOS NA ÁREA DE ESTUDOS COM DESNÍVEIS GEOPOTENCIAIS .....	73
4.1.1	Conexão com Base em Técnicas de Nivelamentos e Modelagem Gravimétrica .....	77
4.2	DETERMINAÇÃO DO AFASTAMENTO ENTRE OS DATA VERTICAIS BRASILEIRO E ARGENTINO .....	80
4.3	PARA A OBTENÇÃO DE ANOMALIAS DA GRAVIDADE EM FORMA DE GRADE .....	88
4.4	PARA O VÍNCULO DA REDE LOCAL COM UM DATUM GLOBAL.....	89
4.5	CONSIDERAÇÕES ACERCA DA METODOLOGIA .....	91
<b>5</b>	<b>OBSERVAÇÕES, RESULTADOS E ANÁLISES .....</b>	<b>93</b>
5.1	BASE DE DADOS NA REGIÃO DE ESTUDOS E CONEXÕES.....	93
5.1.1	Resultados obtidos na conexão 2 (CON2) considerando diferentes técnicas de nivelamento	94
5.1.2	Busca de grandezas homogêneas nas conexões (CON1 e CON3).....	97
5.2	AFASTAMENTO ENTRE O DVB E O DVA .....	104
5.2.1	Função de Stokes.....	104
5.2.2	Interpolação de Anomalias Bouguer e Free-Air .....	105
5.2.3	Diferença dos geóides locais.....	111
5.3	CIRCUITOS GEOPOTENCIAIS.....	114
5.4	COMPARAÇÃO COM MODELOS GEOPOTENCIAIS .....	117
5.5	COMPARAÇÃO DAS ALTITUDES REFERIDAS AO DATUM LOCAL COM AS ORIUNDAS DE UM MDÉ GLOBAL.....	119
5.6	CONSIDERAÇÕES FINAIS SOBRE OS RESULTADOS.....	121
<b>6</b>	<b>CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES .....</b>	<b>123</b>
<b>7</b>	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>126</b>
<b>8</b>	<b>DOCUMENTOS CONSULTADOS.....</b>	<b>130</b>
<b>9</b>	<b>APÊNDICE 01 .....</b>	<b>131</b>
<b>10</b>	<b>APÊNDICE 02 .....</b>	<b>133</b>
<b>11</b>	<b>APÊNDICE 03 .....</b>	<b>135</b>
<b>12</b>	<b>APÊNDICE 04 .....</b>	<b>137</b>
<b>13</b>	<b>APÊNDICE 05 .....</b>	<b>139</b>
<b>14</b>	<b>APÊNDICE 06 .....</b>	<b>141</b>
<b>15</b>	<b>APÊNDICE 07 .....</b>	<b>143</b>
<b>16</b>	<b>APÊNDICE 08 .....</b>	<b>144</b>
16.1.1	Nivelamento de Travessia .....	144
16.1.2	Nivelamento Trigonométrico.....	148
16.1.3	Nivelamento GNSS .....	151
<b>17</b>	<b>APÊNDICE 09 .....</b>	<b>152</b>
<b>18</b>	<b>ANEXO 01 .....</b>	<b>155</b>

## 1 INTRODUÇÃO

O problema fundamental da Geodésia - a determinação da forma, dimensões, campo da gravidade externo, bem como suas variações temporais, com base em mensurações na superfície física ou em seu exterior - tem como uma de suas maiores implicações os denominados problemas de valor de contorno da Geodésia (PVCG). A abordagem destes PVCG tem fundamentos na teoria da gravitação de Newton e atualmente são tratados dentro de duas correntes de pensamento: os problemas de valor de contorno fixados e os livres. Para compreensão destes, uma idéia básica é necessária: a das superfícies de referência e em particular as equipotenciais. As superfícies equipotenciais são essenciais dentro da Geodésia como base às operações de nivelamento por serem idealmente as mais adequadas para a realização das altitudes via a determinação de desníveis com significado físico. Apesar da aplicabilidade do geopotencial ser vasta, a humanidade caminha a passos curtos na direção da sua obtenção por observação direta. Assim tal grandeza permanece parametrizada em função de outras: em geral, a altitude desde que com significado físico e a definição de um potencial de referência.

Para definir a altitude de um ponto, um paradoxo é necessário: a fim de que se conheça uma altitude qualquer, outra é necessária. E, ainda que uma origem global seja estabelecida (um *Datum* Global, destacado em seção subsequente) em todas as escalas, manter informações absolutas com o mesmo rigor é uma tarefa que esbarra em outras dificuldades, como o da determinação das diferenças de altitudes. Atualmente, tal obtenção conta com dispositivos das mais diversas naturezas (desde goniômetros, níveis, até relógios atômicos).

As diferenças de altitudes, sobretudo aquelas que possuem somente caráter geométrico, são facilmente realizáveis e não demandam nenhuma abstração do ponto de vista prático (e.g. a associação com valores de gravidade). Isso é aplicável especialmente aos trabalhos de engenharia em áreas limitadas, onde estas exercem um papel fundamental. Todavia, a realização de redes em caráter nacional, ou mesmo regional, necessita da associação a valores da gravidade com a finalidade de estabelecer vínculos da rede com o geopotencial. O referido vínculo assegura

algumas vantagens às coordenadas verticais dos pontos realizadas em sistemas de referência geodésicos, dentre as quais é possível citar: a transformação para qualquer sistema de altitude com significado físico, a unicidade de valores de desníveis, e a independência do trajeto do nivelamento.

Caso quase geral na América do Sul, e em particular no Brasil e na Argentina, os países têm como realização principal da origem de seus sistemas verticais o nível médio do mar determinado a partir de observações maregráficas junto à costa. Além das séries históricas serem referidas a diferentes períodos de tempo, existem fenômenos estáticos e dinâmicos no mar que produzem o afastamento da superfície média dos mares relativamente a uma superfície equipotencial. As recentes missões satelitais altimétricas comprovam este afastamento decorrente de fenômenos estéricos e geostróficos nos oceanos. Aspectos dessa natureza decorrem, por exemplo, das correntes oceânicas, ressonâncias nas bacias costeiras e forçantes tais como ventos e a dinâmica do comportamento térmico. A existência destes fenômenos, por sua vez, afeta sobremaneira o nível de referência ou *datum* vertical empregado como origem da rede de altitudes e, por conseguinte, toda a realização de um sistema vinculado.

Conseqüência dos aspectos até agora pormenorizados e outros mais, as redes verticais sul-americanas estão atreladas cada uma a um *datum* particular. Entretanto, a utilização de uma rede vertical unívoca permitiria a utilização dos dados em escala continental, o que possibilita, por exemplo, uma melhor avaliação do ciclo hidrológico nas regiões pantaneira e amazônica, uma estimativa do fluxo de águas no aquífero Guarani, a operacionalidade entre obras de cunho internacional, etc.

Objetivando dar solução para essa questão, propõe-se determinar o afastamento entre as redes verticais brasileira e argentina utilizando informações relativas ao geopotencial provenientes das plataformas satelitais, associadas ou não a informações gravimétricas regionais em áreas onde é possível realizar a conexão entre as redes referidas. Para implementação desse raciocínio são estabelecidos alguns circuitos envolvendo pontos de ambas as redes e nestes avaliado o geopotencial ponto a ponto. Estes circuitos são preferencialmente constituídos por linhas de nivelamento existentes em ambas as redes, complementadas por linhas de conexão realizadas no contexto deste trabalho. Os desníveis geopotenciais da rede local são calculados a partir de desníveis geométricos brutos e valores da gravidade.

Parte das informações relativas aos desníveis brutos na área de estudos é disponibilizadas pelos Institutos Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE – Brasil) e Instituto Geográfico Nacional (IGN - Argentina) responsáveis pela realização e manutenção de seus respectivos sistemas de referência. Uma complementação de linhas de nivelamento está vinculada ao presente trabalho. Os valores da gravidade, nem sempre existentes ou disponíveis, são complementados via observações gravimétricas ou interpolação a partir de bases de dados existentes. Neste particular é feita a avaliação de técnicas não determinísticas, tais como a Colocação por Mínimos Quadrados (CMQ), Krigagem e as Redes Neurais Artificiais (RNAs).

Uma avaliação dos Erros Médios Quadráticos (RMS) das anomalias da gravidade em cada um dos pontos dos circuitos relativamente às anomalias obtidas de modelos globais do geopotencial deve refletir as discrepâncias entre as redes, supondo-se aqui que cada uma delas é consistente com os respectivos *data* verticais. Já o RMS dos distúrbios da gravidade para os pontos da rede de conexão, com consistência interna, relativamente aos distúrbios obtidos de modelos globais do geopotencial deve fornecer a adequabilidade do modelo global à área de estudos. Assim, um vínculo preliminar da rede local com um sistema global pode ser realizado com base no modelo melhor ajustado à região de estudos.

A partir, ou da média das diferenças de geopotencial, ou de um critério de ponderação que seja conveniente, propor-se-á um sistema de altitudes que atenda às questões científicas e de engenharia. Estes critérios serão validados/comparados com observações GNSS e de gravimetria feitas na Fronteira Brasil-Argentina.

## 1.1 OBJETIVO GERAL

Estabelecer um sistema de altitudes local em região de fronteira, envolvendo bases de dados existentes e observações em sistemas distintos.



## 1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- a) Avaliar o desempenho de modelos gravimétricos globais baseados em missões satelitais como instrumento de cálculo das discrepâncias geradas nos *data* verticais brasileiro e argentino bem como nas redes de nivelamento;
- b) Realizar análise das informações geradas ou disponíveis visando à estimativa do potencial perturbador relativamente a modelo global do geopotencial para aquela região;
- c) Otimizar a predição de dados gravimétricos a partir da interpolação/extrapolação de valores da gravidade ou de mapas regionais de anomalias da gravidade visando preencher a lacuna onde esta informação é desconhecida;
- d) Estimar o afastamento entre as superfícies de referência das redes verticais brasileira e argentina a partir de levantamentos locais e informações provenientes de modelos globais.

## 1.3 JUSTIFICATIVA

Historicamente, as obras de engenharia utilizam ou sistemas verticais arbitrários como base para o desenvolvimento de suas atividades quando de caráter local ou uma rede local vinculada à rede de referência vertical fundamental (ou redes dela derivadas), em vista das exigências decorrentes da extensão ou impactos da obra. Todas estas redes aplicadas à engenharia têm como característica central a utilização de métodos de nivelamento geométrico convencionais. De um modo geral, não são levadas em conta as possibilidades fornecidas pelas altitudes elipsoidais devido, em geral, à uma acurácia insuficiente, em vista das necessidades, dos modelos geoidais associados. Adquire cada vez maior importância a existência de sistemas de altitudes unívocos para o gerenciamento de questões nacionais e principalmente internacionais. Como ilustração destaca-se que, recentemente, questões referentes à falta de base para monitoramento adequado e correta

descrição do fluxo de sedimentos, impediram a construção de usinas hidroelétricas na Bacia Amazônica. Como existe a variabilidade sazonal da pluviometria daquela região, novamente um referencial adequado para monitoramento auxiliaria na tomada de decisões. Questões como a da elevação do nível dos oceanos, e de mudanças nas taxas de precipitação poderiam ser monitorados de forma mais consistente se um sistema vertical de referência único em escala global fosse conhecido. Diversas questões relacionadas à água, desde o volume de contribuição de um curso, passando pela pluviometria, gerenciamento de aquíferos e, de forma incisiva o nível médio dos mares são questões intimamente associadas aos Sistemas Verticais de um modo que um valor global para tal só contribuiria na solução de tais problemas.

A adoção de um sistema com características de unicidade, entretanto, configura-se como possível: Hoje, nos oceanos, em áreas afastadas dos continentes, o geóide é conhecido com acurácia na ordem do centímetro. No entanto existem problemas de modelagem na área continental e nas áreas de interação oceano-continente. Além destes aspectos restam ainda aqueles da determinação dos afastamentos das altitudes dos pontos constituintes de uma rede em relação ao valor dito "global".

Sob esses aspectos, o desenvolvimento de metodologias que abordam a sistematização no cálculo de diferenças geopotenciais merece destaque pela possibilidade da realização de um ajuste global da rede vertical de forma consistente e em nível continental.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

### 2.1 GEOPOTENCIAL

Uma vez que a altitude com significado físico é uma quantidade que deriva da diferença entre potenciais, o estabelecimento dos conceitos visando estruturar a metodologia será feito adotando a seqüência:

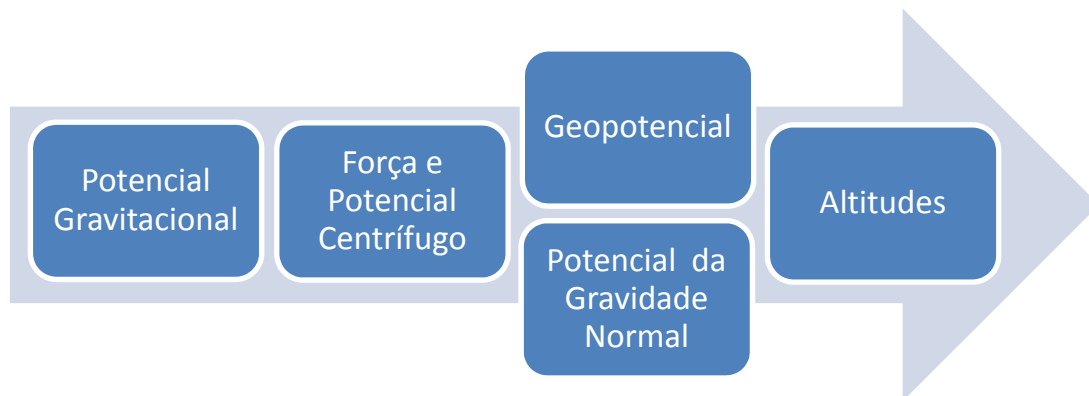


FIGURA 1 - SEQÜÊNCIA DO RACIOCÍNIO ESTABELECIDO PARA A COMPREENSÃO DAS ALTITUDES.

FONTE: O Autor (2009).

onde se justifica: O potencial gravitacional será explicitado para a compreensão do cálculo pontual do geopotencial. Este é calculado como a soma do primeiro (o potencial gravitacional) com o potencial centrífugo, portanto, também definido. O geopotencial é a chave para o estabelecimento das altitudes com significado físico. Dentro dos pressupostos do método científico, os aspectos induzidos das observações são confrontados com modelos deduzidos. Assim, o potencial da gravidade normal produzido pelo modelo Terra Normal é utilizado para determinação do potencial perturbador que explicita o afastamento do geopotencial de um modelo ideal do campo da gravidade. Com a Equação de Bruns serão calculadas altitudes geoidais. Estas, em conjunto com altitudes elipsoidais permitirão verificar se as

diferenças de geopotencial em composição com a gravidade fornecerão valores coerentes.

### 2.1.1 O Potencial Gravitacional

Aqui é expressa uma visão histórica encontrada em Ponce (2005):

*“A palavra “Potencial” tem origem na solução da Equação de Laplace quando tanto George Green (1793-1841) (recorrendo à expressão potential function, em inglês) como Karl Friederich Gauss (1777-1855) (potential, em alemão) apelaram ao mesmo termo para explicitar a solução da Equação de Laplace no exterior das massas atrativas (aqui, referendado por LAMBECK, 1988):*

$$\Delta V = 0 = \frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial V}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \phi^2} - \frac{\tan \phi}{r^2} \frac{\partial V}{\partial \phi} + \frac{1}{r^2 \cos^2 \phi} \frac{\partial^2 V}{\partial \lambda^2} \quad (2.1a)$$

*...A equação de Laplace por sua vez viria à luz somente em 1752, no trabalho Princípios do Movimento dos Flúidos de Leonhard Euler (1707-1783). Em termos teóricos, os primeiros avanços realmente reconhecidos no campo da Teoria do Potencial estão ligados à Astronomia, que recebeu grande parte dos esforços matemáticos do século 18, numa busca incessante pelo aprimoramento dos trabalhos de Newton (1643-1727). Lagrange (1736-1813) constatou que a Força Gravitacional poderia ser escrita como o gradiente do Potencial, numa observação que foi de grande valia para Laplace (1749-1827), pois transformava o estudo do campo gravitacional, com três componentes, à análise de uma única função escalar. Laplace verificou que a (2.1a) era válida no exterior de uma superfície pré-definida. Primeiramente, em coordenadas esféricas, e depois em coordenadas cartesianas...” (a última é verificada em LAPLACE, 1966, pp. 261-320).*

Uma forma de compreender fisicamente o potencial num ponto  $P$  (FIGURA 2, p. 23) é a de analisar o trabalho desenvolvido para deslocar uma determinada unidade de massa de um ponto a outro. Se estivermos tratando de um corpo sólido (ou no caso em que as massas forem contínuas), o potencial gravitacional devido a um volume  $v$  é dado por (HOFMANN-WELLENHOF & MORITZ, 2005, p.6):

$$V = G \iiint_v \frac{dm}{l} = G \iiint_v \frac{\rho \cdot dv}{l} \quad (2.1b)$$

E devido à Terra (Id., p. 57)

$$V = G \iiint_{Terra} \frac{dM}{l} \quad (2.2)$$

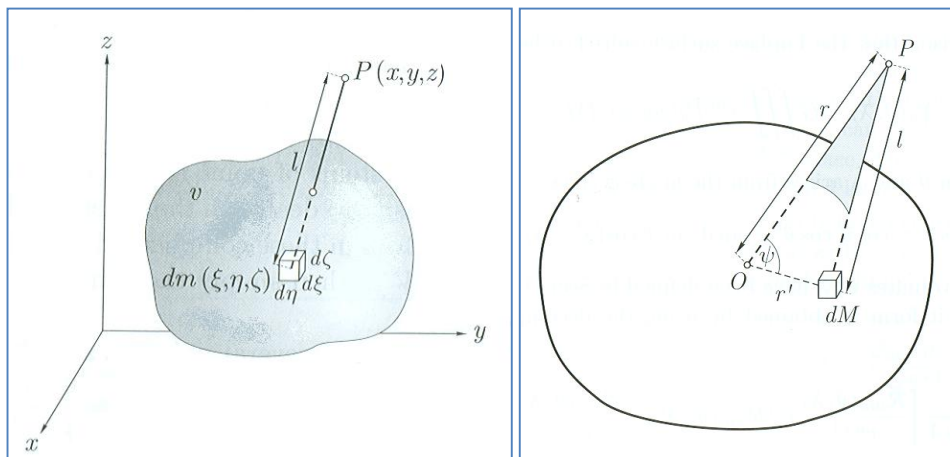


FIGURA 2 - POTENCIAL GRAVITACIONAL NUM PONTO  $P$  DEVIDO A UM CORPO QUALQUER (ESQUERDA); E DEVIDO À TERRA (DIREITA).

FONTE: HOFMANN-WELLENHOF & MORITZ, p. 6 e p. 57.

com  $dv = d\zeta \cdot d\xi \cdot d\eta$ , e  $\rho$  a densidade do elemento de volume.  $G$  é a constante da Gravitação Universal;  $dM$  é um elemento de massa da Terra.

Observe-se que a (2.1b) e a (2.2) só possuirão solução analítica se conhecidos os limites de integração e a densidade associada a cada elemento de massa de volume  $dv$ . Portanto, no âmbito real, ela não possui uma solução analítica em vista do desconhecimento das grandezas mencionadas. Também, considerando-se que o problema fundamental da Geodésia é o da determinação da forma, dimensões, campo da gravidade externo do planeta bem como as suas respectivas variações temporais, então também vislumbra-se que tal solução analítica além de

inexistente não se coaduna com os propósitos da Geodésia. O caminho, portanto, trata-se de buscar a análise dos efeitos das massas interiores no exterior planetário. De certa forma, este é o fundamento do chamado Problema do Valor de Contorno da Geodésia (PVCG) onde a avaliação do potencial é efetivada a partir de uma superfície limítrofe entre o interior e o exterior das massas.

Em vista do discutido no parágrafo precedente, deve ser manifestado que as primeiras derivadas de  $V$ , isto é, as componentes da força, são contínuas no espaço, mas as segundas derivadas, não. No caso do potencial gravitacional essas discontinuidades são explicadas pelas diferentes densidades encontradas no interior da Terra ou na transição do interior para o exterior. Este fato pode ser demonstrado pela equação de Poisson, obtida a partir da aplicação do operador laplaciano ao potencial e avaliando-o no interior da Terra, que resulta

$$\Delta V = -4\pi G\rho \quad (2.3)$$

analogamente, se o laplaciano do potencial for avaliado no exterior da Superfície Física da Terra (SFT), então a (2.3) se degenera na (2.4), em seguida. A seguir, é apontada uma das soluções das equações de Laplace, obtida expressando o laplaciano do potencial em coordenadas esféricas. Para a situação onde o laplaciano é nulo, as soluções da equação diferencial resultante são expressas por funções harmônicas. A apresentação do laplaciano em coordenadas esféricas evidencia claramente que ele pode ser desdobrado em duas componentes harmônicas: uma radial, visto que a função  $1/r$  é harmônica e uma em harmônicos esféricos de superfície expressos em função das coordenadas curvilíneas, fixado um valor de  $r$  para o ponto de cálculo. A forma como o potencial é expresso na Equação (2.4) é útil à metodologia, pois os coeficientes  $C_{nm}$  e  $S_{nm}$  estão disponíveis para um grande número de soluções, denominadas modelos globais do geopotencial (MGGs), usualmente em uma forma dita plenamente normalizada. Os coeficientes são obtidos a partir de medidas na superfície ou no exterior planetário via diversas técnicas. Estes coeficientes são usualmente disponibilizados em conjunto com aplicativos que permitem a avaliação ponto a ponto do potencial da gravidade bem

como de grandezas derivadas. A função a ser utilizada é dada por Lambeck (1988, p.11):

$$V = \frac{GM}{r} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{a}{r}\right)^n (C_{nm} \cos m\lambda + S_{nm} \text{sen} m\lambda) P_{nm}(\text{sen}\phi) \quad (2.4)$$

$C_{nm}$  e  $S_{nm}$  são os coeficientes de Stokes.  $a$  se refere aqui ao raio equatorial do planeta.  $G$  é a constante da gravitação universal e  $M$  é a massa da Terra.  $P_{nm}$  são polinômios de Legendre.

A força gravitacional não é a única responsável pela forma da Terra. Newton já previa que forças decorrentes da rotação do corpo planetário possuem também componentes que tendem a mover as massas para uma forma de equilíbrio hidrostático. Hoje, sabe-se que planetas tais como Vênus, Mercúrio ou a Lua cujas rotações são baixas, o coeficiente  $C_{20}$  do potencial gravitacional não é necessariamente o fator dominante na expansão do mesmo, indicando que Newton estava correto. Sobretudo as forças de caráter inercial desenvolvem um papel importante na Física, na Meteorologia, na Engenharia, etc. Aqui, tendo em vista o estabelecimento do conceito de geopotencial, apenas explicitar-se-á a força centrífuga.

### 2.1.2 Força centrífuga, Aceleração Centrífuga e Potencial centrífugo

Num sistema rotante, a velocidade de um ponto é dada por (PICK et al., 1973, p. 34):

$$v = \omega \cdot r_p \quad (2.5)$$

Na (2.5)  $\omega$  é a velocidade angular com a qual o sistema gira,  $r_p$  é a distância do ponto ao eixo de rotação (raio do paralelo). Esta velocidade pode ser decomposta em duas componentes: uma radial e uma tangencial. Como tal, às componentes de aceleração pode ser aplicado o mesmo tratamento. Estas são dadas por  $a_n$  e  $a_t$  (Ibid.)

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{v^2}{r_p} = \omega^2 \cdot r_p \\ a_t &= \frac{dv}{dt} = 0 \end{aligned} \quad (2.6)$$

Uma massa unitária localizada num ponto  $P$  será então submetida a uma força centrífuga  $F_c$  de (Ibid.)

$$F_c = \omega^2 r_p \quad (2.7)$$

o potencial dessa força (potencial centrífugo) pode ser representado por (Ibid.)

$$\Phi = \frac{1}{2} \omega^2 r_p^2 \quad (2.8)$$

e pode, portanto, ser analiticamente calculado conhecendo-se a velocidade angular do sistema e o raio do paralelo. O último é obtido facilmente dos sistemas de posicionamento global. A velocidade angular, apesar de ser conhecida com um *alto grau de acurácia pela astronomia* (TORGE, 1989, p. 25), sofre variações devido a



movimentações de longo período do núcleo fluído terrestre, bem como a atmosfera e os oceanos (WAHR<sup>1</sup>, apud IERS, 2004, p. 57). Apesar disso, até hoje não existe evidência *independente* da importância dessas variações (IERS, 2004, p. 57).

### 2.1.3 O Geopotencial (Potencial da gravidade) e a Força da gravidade (*Gravity*)

O potencial de gravidade ou geopotencial é uma quantidade associada à combinação dos efeitos provenientes do potencial gravitacional e do potencial centrífugo. Pick (1973, p.35) o define como

$$W = V + \Phi \quad (2.9)$$

Assim, aplicando o operador gradiente à quantidade  $W$  obtém-se o vetor gravidade

$$\text{grad}(V + \Phi) = \mathbf{g} = \text{grad}(W) \quad (2.10)$$

Que possui a seguinte interpretação física e matemática:

$$\mathbf{g} = \mathbf{F}_G + \mathbf{F}_C \quad (2.11)$$

---

<sup>1</sup>John Wahr. The Earth's C21 and S21 gravity coefficients and the rotation of the core. *Geophys. J. Roy. astr. Soc.*, 88, pp. 265–276.

Os termos do lado direito representam a força gravitacional  $F_G$  e a força centrífuga  $F_C$ , ambas por unidade de massa e, portanto, com dimensão física de aceleração.

#### 2.1.4 A Gravidade Normal

No sentido de facilitar os cálculos para uma série de aplicações no âmbito de diversas áreas de interesse tais como na Geologia, Geofísica, engenharias, Oceanografia e navegação, utilizam-se modelos da Terra, no presente caso destaca-se o modelo Terra Normal. Este modelo baseado no elipsóide de referência, ao qual se atribui a mesma massa da Terra e mesma velocidade angular e adotando-se sua superfície elipsóidica como equipotencial, permite modelar a maior parte dos efeitos do campo da gravidade da Terra. Esse modelo, além de propiciar valores de referência para análises relacionadas com afastamentos de uma distribuição ideal é útil também para atender aos critérios de custo-benefício tão presente nas áreas aplicadas. O modelo Terra Normal, possibilita a obtenção da denominada gravidade normal para pontos em sua superfície via fórmulas usualmente com uma única variável, a latitude, e via um denominado gradiente normal da gravidade normal, em função da altitude elipsóidica, permite a obtenção de valores teóricos da gravidade em pontos acima da superfície de referência, conforme apresentado na Seção 2.2.3.5. Na Geodésia, a principal aplicação do campo de gravidade normal é a obtenção do potencial perturbador (VANIČEK & KRAKIWSKI, 1986, p. 483). Dentre os diferentes modelos aproximativos, cita-se o elipsóide de referência.

#### 2.1.5 Elipsóide de Referência

O modelo Terra Normal tem em sua superfície esferopotencial  $U_0 = \text{constante}$  (TORGE, 1989, p. 35). Sua geometria é dada pelos semi-eixo maior  $a$  e achatamento geométrico  $f$ . A superfície do elipsóide é postulada simétrica com relação ao eixo de rotação e ao plano equatorial. De acordo com o Teorema de

Stokes, o campo exterior da gravidade desse elipsóide é completamente determinado pelos quatro parâmetros  $a$ ,  $f$ ,  $GM$ ,  $\omega$  e é descrito pelo potencial da gravidade normal  $U(r)$ . As superfícies equipotenciais desse elipsóide são definidas como

$$U(r) = cte. \quad (2.12)$$

Em particular, destaca-se aquela coincidente com a superfície do elipsóide de referência (apontado na FIGURA 3(a), p. 32) em que:

$$U(r) = U_0 \quad (2.13)$$

O potencial de gravidade normal no elipsóide de referência pode ser descrito por (HOFMANN-WELLENHOF & MORITZ, 2005, p. 79):

$$U_0 = \frac{GM}{b} \left( 1 - \frac{1}{3} e^2 + \frac{1}{5} e^4 \right) + \frac{1}{3} \omega^2 a^2 \quad (2.14)$$

com  $b$  o semi-eixo menor e  $e^2$  o quadrado da segunda excentricidade. Num ponto qualquer externo ao elipsóide, é dado por HEISKANEN & MORITZ (1967, p. 64 e p.73)

$$U(r) = \frac{GM}{r} \left\{ 1 + \sum_{n=2}^{\infty} \left( \frac{a}{r} \right)^{2n} C_{n,0} P_{n,0}(\sin\varphi) \right\} + \frac{\omega^2}{r} r^2 \cos^2\varphi \quad (2.15)$$

e  $n$  sempre par. E, assim como anteriormente, é possível definir a gravidade normal:

$$\gamma = \text{grad}(U(r)) \quad (2.16)$$

A gravidade normal de um ponto no elipsóide de referência, em uma de suas possíveis formulações, é dada pela fórmula de Somigliana (2.17).

$$\gamma_0 = \frac{a\gamma_e \cos^2 \varphi + b\gamma_p \sin^2 \varphi}{\sqrt{a^2 \cos^2 \varphi + b^2 \sin^2 \varphi}} \quad (2.17)$$

Também, a partir da (2.9) e a (2.13), é possível definir o potencial perturbador (HOFMANN-WELLENHOF & MORITZ, 2005, p. 239):

$$T = W - U \quad (2.18)$$

Do potencial perturbador, importantes quantidades são definidas. Destacam-se (HOFMANN-WELLENHOF & MORITZ, 2005, p. 91) a anomalia da gravidade

$$\Delta g = g_p - \gamma_Q \quad (2.19)$$

em que  $g_p$  é gravidade no geóide e  $\gamma_Q$  é a gravidade no elipsóide ao longo da mesma linha de campo da gravidade; e o vetor distúrbio da gravidade, aplicando o operador gradiente à (2.18) (Ibid., p. 94)

$$\delta \mathbf{g} = \text{grad}(W - U) = \text{grad}(T) \equiv \begin{bmatrix} \frac{\partial T}{\partial x} & \frac{\partial T}{\partial y} & \frac{\partial T}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

mas, sabendo-se que

$$\mathbf{g} = -\frac{\partial W}{\partial n} \quad \mathbf{e} \quad \gamma = -\frac{\partial U}{\partial n'} \doteq \frac{\partial U}{\partial n} \quad (2.21)$$

com  $n$  definindo a direção do vetor gravidade  $\mathbf{g}$  e  $n'$  a direção da normal elipsoidal, define-se o distúrbio da gravidade por

$$\delta g = g_p - \gamma_p = -\left(\frac{\partial W}{\partial n} - \frac{\partial U}{\partial n'}\right) \doteq -\left(\frac{\partial W}{\partial n} - \frac{\partial U}{\partial n}\right) = -\frac{\partial T}{\partial h} \quad (2.22)$$

e como  $h$  é contada ao longo da normal,

$$\delta \mathbf{g} = -\frac{\partial T}{\partial h} \quad (2.23)$$

e pode ser dito que o distúrbio da gravidade, além de ser a diferença entre a gravidade e a gravidade normal no mesmo ponto, é a componente normal do vetor distúrbio da gravidade.

## 2.2 SISTEMAS DE ALTITUDE

### 2.2.1 Geopes

Os geopes (*geopotential surfaces-geops*) são superfícies equipotenciais do Campo de Gravidade da Terra (TORGE, 1991, p.19). Se for tomado como referência o campo da Gravidade normal, então os geopes serão figuras regulares, denominadas esferopes (FIGURA 3(a)). Se, como no início, a referência for o campo de gravidade da Terra, os geopes assumirão uma forma tal àquela que condiz com as diferentes distribuições de massa e densidade no corpo planetário. (esboçado com exageros na FIGURA 3(b)).

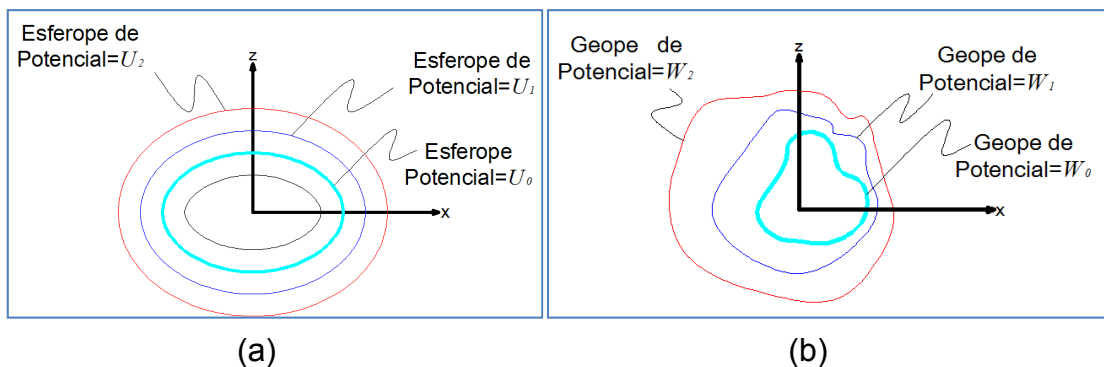


FIGURA 3 - GEOPES SEGUNDO O CAMPO DE GRAVIDADE NORMAL (a) E IDEALIZAÇÃO DOS GEOPES SEGUNDO O CAMPO DA GRAVIDADE DA TERRA (b).

FONTE: O autor (2009)

De particular interesse, é o geope de potencial  $W_0$ , comumente chamado de geóide global, referência desejável para um Sistema Global de Altitudes unívoco. Esta grandeza não deve ser confundida com os geopotenciais  $W_i$  relacionados com as altitudes zero dos sistemas particulares de altitudes tais como os diversos sistemas nacionais ora em uso.

### 2.2.2 Geóide

O geóide pode ser considerado como uma idealização dos oceanos em um estado de repouso tal que este possa ser estendido aos continentes (TORGE, 1991, p.41). Jekeli (2000, p.5), utiliza a seguinte expressão: “*the equipotential surface of  $W$ ,  $W(r, \theta, \lambda) = Constant=W_0$ , that closely agrees with mean sea level is known as the geoid*”. Dada a diversidade de definições e a complexidade das idéias envolvidas, sugere-se para uma conceituação pormenorizada o trabalho de Heck & Rummel (1990).

Aqui, o geóide é adotado como uma superfície cujo valor de potencial conhecido. Na FIGURA 3(b) (p.32), o geóide é representado pelo potencial  $W_0$ , tal como expresso em modelos globais do geopotencial ou derivados da análise do geóide nos oceanos, e, como já dito, é uma importante superfície de referência para as altitudes.

### 2.2.3 Altitudes

A altitude, propriedade de um ponto, pode ser compreendida como a distância, contada ao longo de uma linha, usualmente linha de campo da gravidade real ou normal desde uma determinada superfície de referência (equipotencial ou não) até o ponto. Esta é uma idéia adaptada de GEMAEL (1999, p.211).

Uma vez que alguns sistemas de altitudes são mais dependentes da gravidade real que outros, especial atenção tem sido dada a essa questão. Uma forma didática de visualizar esses efeitos é com o esboço da curvatura das superfícies equipotenciais do campo da gravidade.

### 2.2.3.1 Efeito da curvatura das superfícies equipotenciais do campo da gravidade

As verticais dos pontos de mensuração têm como propriedade fundamental a perpendicularidade em relação às superfícies equipotenciais ou de nível associadas aos pontos. Como as superfícies equipotenciais não são paralelas devido, por exemplo, às variações de distribuição das massas, além do aspecto da curvatura da superfície da Terra e do efeito centrífugo, então as verticais de dois pontos, em geral, também não o serão. Visando-se a ilustração da situação, apresenta-se na Figura 4, o descrito, com exagero em prol da clareza.

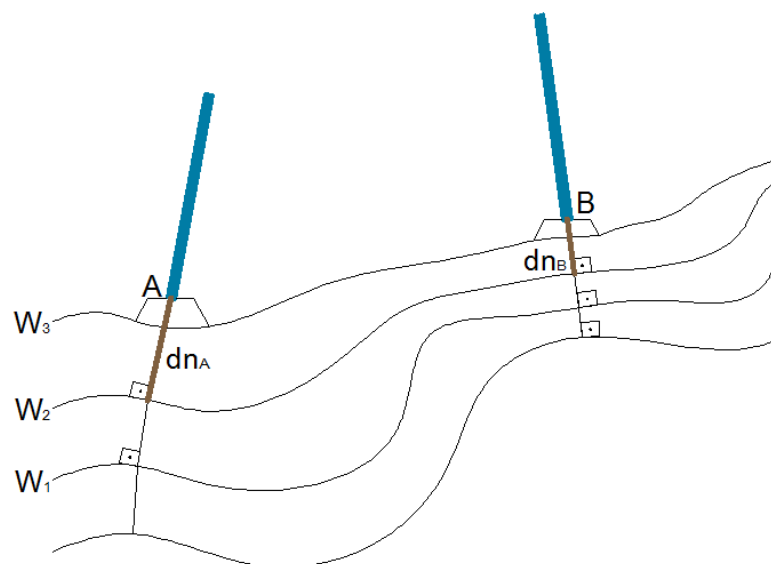


FIGURA 4 - NÃO PARALELISMO DAS SUPERFÍCIES EQUIPOTENCIAIS.  
FONTE: O autor (2009)

No sentido de utilizar uma quantidade que não seja afetada pelo não-paralelismo das superfícies equipotenciais, emprega-se o número geopotencial.



### 2.2.3.2 Número Geopotencial

Uma superfície  $\Sigma$  pode ser determinada num sistema de superfícies de nível pela sua diferença de potencial em relação ao geóide (TORGE, 1991, p.42). Para isto, utilizam-se algumas propriedades do geopotencial:

$$W = W(r) = cte \quad (2.24)$$

Gera-se um deslocamento infinitesimal, tal que

$$\delta W = \mathbf{g} \cdot \delta \mathbf{s} = g \cdot \delta s \cdot \cos(\theta) ; \theta = f(\mathbf{g}, \delta s) \quad (2.25)$$

Se o deslocamento for sobre a linha vertical, não haverá componentes horizontais na superfície de referência e então a (2.25) se degenera em

$$\delta W = -g \cdot \delta n \quad (2.26)$$

em que  $\delta n$  é o desnível devido ao deslocamento diferencial sobre a linha de campo da gravidade. Integrando a (2.26), fica

$$\int_0^A \delta W = \int_0^A -g \cdot \delta n \quad (2.27)$$

$$\int_0^A \delta W = -g \int_0^A \delta n \quad (2.28)$$

$$W|_0^A = -\bar{g} \int_0^A \delta n \quad (2.29)$$

$$W|_0^A = -\bar{g} \cdot \delta n|_0^A \quad (2.30)$$

$$C = -(W_A - W_0) = W_0 - W_A = \bar{g} \cdot \delta n|_0^A \quad (2.31)$$

$W_0$  é o potencial na superfície de referência (e.g., o geóide) e  $W_A$  é o potencial na superfície do ponto de avaliação. A quantidade  $C$ , adotada na Subcomissão da *International Association of Geodesy* (IAG), em setembro de 1954, é denominada número geopotencial e, tratando-se de uma diferença de potencial, independe do caminho percorrido (HOFMANN-WELLENHOF & MORITZ, 2005, p. 160). Nesse contexto, é conveniente explicitar que os números geopotenciais são os únicos passíveis de ajustamento pela condição  $f(L_a)=0$  (Gemael, 1994), uma vez que o trabalho da gravidade sobre um circuito fechado deve ser nulo.

Nas seções subseqüentes serão apresentados alguns sistemas de altitudes derivados dos números geopotenciais.

### 2.2.3.3 Altitude Dinâmica

A altitude dinâmica de um ponto  $P$ , na Superfície Física da Terra (SFT) pode ser obtida a partir do conhecimento de um fator de escala apropriado, como por exemplo, o valor da gravidade em uma latitude média (JEKELI, 2000, p.6):

$$H_P^{dyn} = \frac{C_P^{(j)}}{\gamma_0} \quad (2.32)$$

em que o termo do lado esquerdo da igualdade é a Altitude Dinâmica de um ponto  $P$ .  $C_P^{(j)}$  é o número geopotencial de  $P$  (referido à superfície (j)) e  $\gamma_0$  é um valor arbitrário

da gravidade, como por exemplo  $\gamma_{45} = 9,806199203 \text{ m/s}^2$ , para o *Geodetic Reference System 1980* (GRS80), na latitude de  $45^\circ$ . Esta altitude não tem qualquer significado geométrico, e é puramente uma quantidade física (Id.) relativa a uma superfície equipotencial. Freitas & Blitzkow (1999) apontam que este sistema é o mais simples para redes altimétricas modernas, de tal sorte que a altitude dinâmica apresenta valor constante ao longo de um geope. Entretanto, se utilizado em regiões excessivamente extensas, distorções de escala podem surgir (Id.). Aqueles autores apontam a subdivisão da área em blocos e posterior ajustamento como uma solução para o problema.

#### 2.2.3.4 Altitude Ortométrica

No sentido de encontrar um significado geométrico para as altitudes, isto é, uma distância mensurável, manipula-se a (2.26), como segue:

$$C_P^{(j)} = \int_{\bar{P}^{(j)}}^P g \cdot \delta n \quad (2.33)$$

$$C_P^{(j)} = \int_{\bar{P}^{(j)}}^P g \cdot \delta H \quad (2.34)$$

$$H_P^{(j)} = \frac{C_P^{(j)}}{\bar{g}_P^{(j)}} \quad (2.35)$$

Aqui,  $H_P^{(j)}$  é conhecido como a altitude ortométrica de  $P$ .  $\bar{g}_P^{(j)}$  é o valor médio da gravidade ao longo da linha de campo da gravidade e, não pode ser calculado exatamente devido ao desconhecimento da densidade das massas na crosta. Deste modo, em tese, altitudes ortométricas não são passíveis de serem determinadas de forma exata, pois, para sua realização prática é necessário assumir alguma hipótese simplificativa a respeito da estrutura da crosta que terá implicações

na determinação do valor médio da gravidade entre o ponto e o “geóide” estimado. Como  $\bar{g}_P^{(j)}$  depende da estrutura da crosta, é possível que altitudes de mesmo valor não possuam o mesmo valor do potencial. Na seqüência, é feita uma tentativa de explicitar o significado geométrico para tal altitude (FIGURA 5).

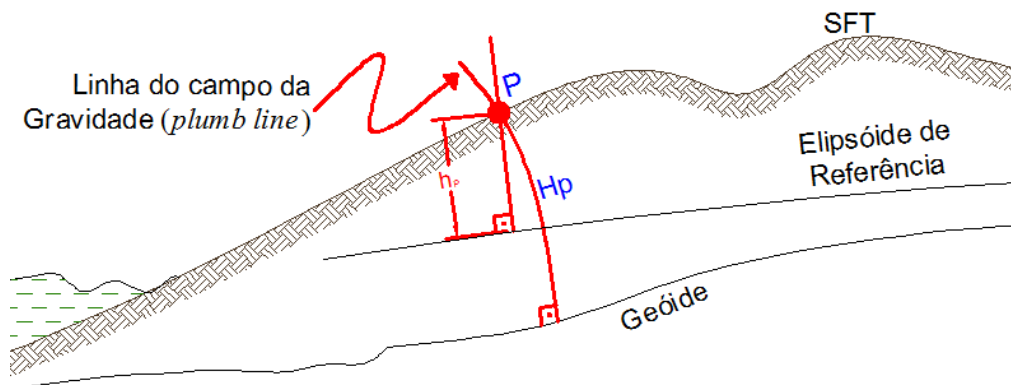


FIGURA 5 - ALTITUDE ORTOMÉTRICA E ALTITUDE ELIPSOIDAL.  
ADAPTADO DE GEMAEL (1999)

A importância dessa aproximação está na relação que é possível obter com a altitude elipsoidal:

$$N \approx h - H \quad (2.36)$$

$N$  é a ondulação geoidal obtida através da Equação de Pizetti-Stokes e da Equação de Bruns (HEISKANEN & MORITZ, 1967, p. 53).

### 2.2.3.5 Altitude Normal

As altitudes normais são base de um sistema de altitudes que evita as hipóteses simplificativas com base no Campo de Gravidade Normal e ainda possibilita a manutenção da unicidade de solução das redes altimétricas de forma independente do caminho seguido. O raciocínio é análogo à obtenção do número geopotencial. Considere-se, por enquanto, que

$$\begin{aligned} W &\approx U \\ g &\approx \gamma \end{aligned} \quad (2.37)$$

Dessa consideração é possível efetuar, substituindo na 2.27

$$W_0 - W = C = \int_0^{H^*} \gamma \cdot \delta H^* \quad (2.38)$$

$$H^* = \int_0^C \frac{\delta C}{\gamma} \quad (2.39)$$

$$C = \bar{\gamma} H^* \quad (2.40)$$

Onde  $\bar{\gamma}$  é a gravidade média ao longo da linha de campo da gravidade normal. Em geral, o potencial  $W_P$  é diferente de  $U_P$ . Entretanto, existe certo ponto  $Q$  na linha de campo da gravidade de  $P$  (FIGURA 6), tal que  $W_P = U_Q$ . A altitude normal de  $P$  é nada mais que a altitude de  $Q$  “acima” do elipsóide, assim como a altitude ortométrica de  $P$  é altitude “acima” do geóide.

Manipulando a (2.40) é possível obter a altitude normal:

$$H^* = \frac{C}{\gamma} \quad (2.41)$$

Com

$$\bar{\gamma} = \gamma \left[ 1 - (1 + f + m - 2f \sin^2 \varphi) \frac{H^*}{a} + \frac{H^{*2}}{a^2} \right] \quad (2.42)$$

A solução da (2.42) é obtida iterativamente com a (2.41). A altitude normal  $H^*$  é uma aproximação satisfatória para uma altitude com significado físico pleno, uma vez que preserva as propriedades contidas nos números geopotenciais, e pode ser interpretada segundo a Figura 6. Enfatiza-se que o teluróide (FIGURA 6) é obtido assumindo-se que o ponto Q tem o esferopotencial numericamente igual ao geopotencial no ponto P. A anomalia de altura  $\zeta$  expressa a distância do teluróide até o ponto P, sobre a normal e é idêntico à distância do elipsóide ao quase-geóide. Portanto, a altitude normal é, também, a distância do quase-geóide ao ponto, contada sobre a normal de P.

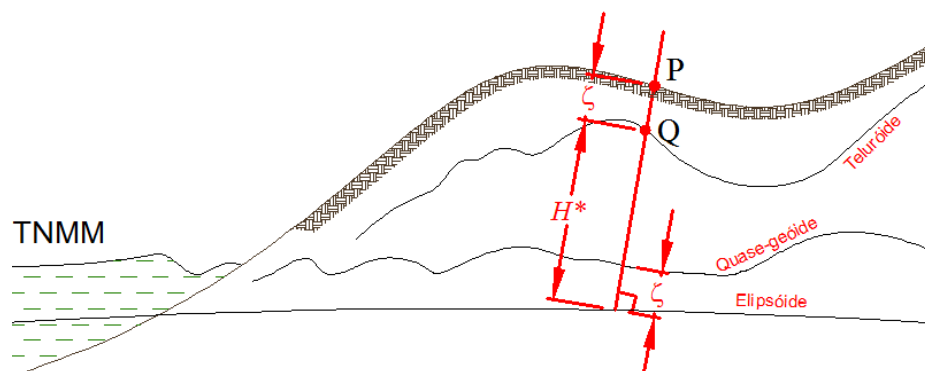


FIGURA 6 - ALTITUDE NORMAL.

FONTE: Adaptado de Hofmann-Wellenhof & Moritz (2005, p. 297).

Da Figura 6,

$$h = H^* + \zeta \quad (2.43)$$

Esta relação é importante do ponto de vista da Geodésia, uma vez que associa altitudes elipsoidais às altitudes normais. O sistema de altitudes elipsoidais é definido geometricamente. Os conceitos discutidos na seção a seguir contribuirão para a validação/verificação da possível substituição de desníveis oriundos do nivelamento geométrico por desníveis oriundos de altitudes elipsóidicas observadas facilmente com GNSS.

2.2.4 Influência da Geometria das Linhas de Campo visando à aproximação de diferenças de altitudes elipsoidais observadas com GNSS a desníveis equivalentes aos do nivelamento geométrico

O raciocínio que segue almeja apontar a possibilidade da aproximação de desníveis geométricos por desníveis geopotenciais. Para isto, verifica-se a geometria do problema no sentido de gerar uma combinação ótima de efeitos, caso tal aproximação seja possível. Considere as componentes do desvio da vertical dadas pela (2.44):

$$\begin{aligned} \xi &= \Phi - \varphi^* \\ \eta &= (\Lambda - \lambda^*) \cdot \cos \varphi \end{aligned} \quad (2.44)$$

Os símbolos  $\varphi^*$  e  $\lambda^*$  representam coordenadas geodésicas de  $P$ , respectivamente latitude e longitude. A partir da latitude geodésica é possível definir a direção da normal à superfície elipsóidica que é tangente à linha de campo da

gravidade normal em  $P$ . Elas não são idênticas às coordenadas elipsóidicas  $\varphi$  e  $\lambda$  de  $P$ , correspondentes às coordenadas  $Q_0$  da linha reta perpendicular ao elipsóide esboçado em seguida (FIGURA 7), onde distintamente se observam três latitudes.

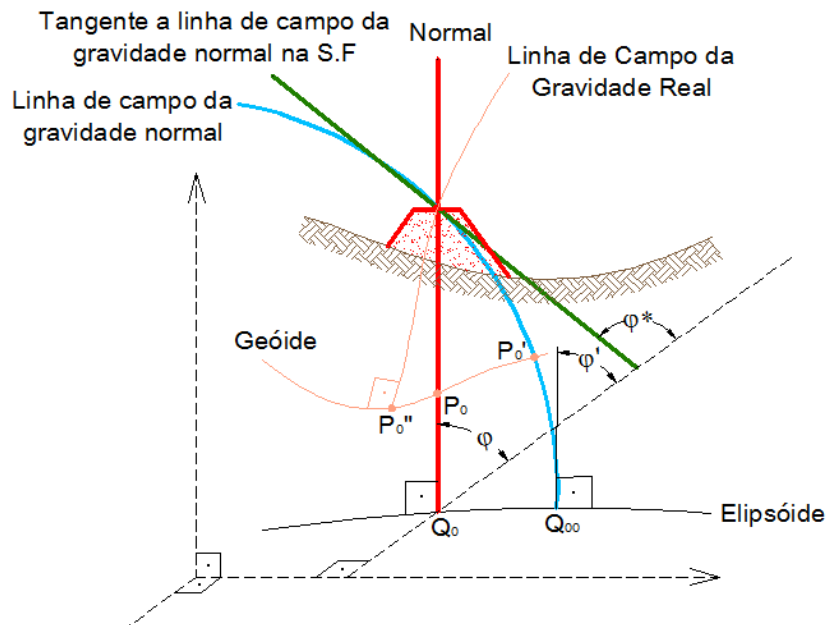


FIGURA 7 - LATITUDE OBTIDA DA TANGENTE A LINHA DE CAMPO DA GRAVIDADE NORMAL NO PONTO DA S.F.  $\varphi^*$ , LATITUDE ELIPSOIDAL  $\varphi$  E LINHA DE CAMPO DA GRAVIDADE NORMAL.

FONTE: Adaptado de Hofmann-Wellenhof & Moritz (2005, p. 318 e 332).

Assinalam-se três entes: a linha normal “reta” que, com o equador forma o ângulo  $\varphi^*$ ; a linha de campo da gravidade normal “curva” cuja tangente na sua intersecção com o elipsóide forma com o equador o ângulo  $\varphi'$ ; e a linha de campo da gravidade da Terra perpendicular ao geóide. A cada situação corresponde um diferente resultado para o posicionamento. Deste modo, quantificar os ângulos da linha de campo da gravidade em relação às linhas normal e de campo da gravidade normal “curva” apontam uma possível solução na avaliação de desníveis GNSS. Em Hofmann-Wellenhof & Moritz (2005, p. 334) o autor explicita “[...] *The points  $P_0$ ,  $P_0'$  and  $P_0''$  coincide within a few decimeters, and we will not distinguish them what follows. The reason is that the distance, in arcseconds, between  $P_0$  and  $P_0''$  is much smaller than the effect of plumb line curvature*”. A consideração que os autores



fazem refere-se a uma altitude bruta na ordem de 1000m. Porém, quando se consideram desníveis de pontos próximos, usualmente na ordem de poucas dezenas de metros, o efeito do erro relativo de assumir-se a linha de campo normal como aproximação da linha de campo real é irrelevante.

Qual seja, em termos práticos, se corrigida a linha normal “reta” para a linha de campo da gravidade normal “curva”, então se tem uma adequada aproximação da linha de campo da gravidade real. Destas considerações, conclui-se que a pior aproximação é aquela feita com a linha normal “reta”. Então, é possível calcular o efeito na avaliação das altitudes devido a essa aproximação. Tome a Figura 08 (JEKELI, 2000, p. 15) :

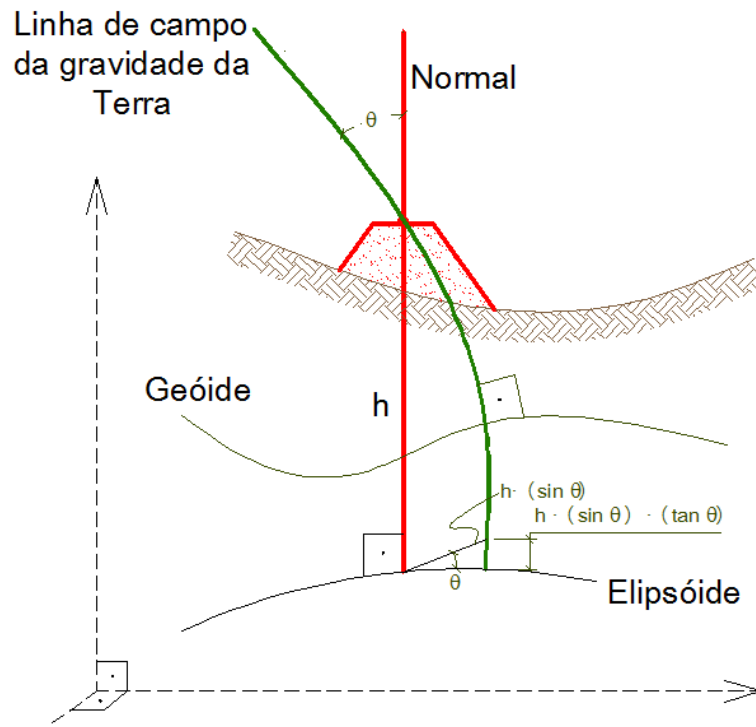


FIGURA 8 - DIFERENÇAS ENTRE OS COMPRIMENTOS DAS LINHAS NORMAL GEOMÉTRICA E A LINHA DE CAMPO DA GRAVIDADE REAL.

FONTE: Adaptado de JEKELI (2000, p. 15).

Da Figura 8, obtém-se a seguinte relação

$$\delta h = h \cdot \sin \theta \cdot \tan \theta \quad (2.45)$$

Que significa que, em casos extremos, tomando  $h=10000$  e  $\theta=1'$ , o  $\delta h$  é menor do que 1 mm. Assim, é possível considerar todas as distâncias interpretadas **geometricamente** como sendo ao longo da normal “reta” ao elipsóide, o que simplificará consideravelmente as conversões e comparações entre os diferentes tipos de altitudes (Ibid.) a serem analisados.

## 2.3 OBTENÇÃO DE VALORES DO GEOPOTENCIAL

Existem diferentes formas de obtenção de valores para o geopotencial de um ponto. Aqui serão tratadas uma forma dita “local” (relativa) e outra forma dita “global” (absoluta).

### 2.3.1 Forma Local de Obtenção de Valores do Geopotencial

A forma local (ou relativa) de obtenção de valores do geopotencial implica em assumir alguma superfície equipotencial  $W=\text{constante}$  como sendo a superfície de referência. O raciocínio estabelecido é o utilizado na obtenção do número geopotencial:

$$C = W_0 - W_A = g \cdot \delta n \Big|_0^A \quad (2.46)$$

onde aqui  $W_0$  é o geopotencial da suposta superfície de referência, sem discussão ainda de seu caráter ser local (arbitrário) ou global.

Mas, considerando que o potencial na superfície de referência passa a ser uma quantidade conhecida, então se observa:

$$W_A = W_0 - C \quad (2.47)$$

Aplicando o mesmo raciocínio, uma vez conhecido o geopotencial no ponto  $A$ , deseja-se avaliá-lo no ponto  $B$ :

$$W_B = W_A + \Delta C_{AB} \quad (2.48)$$

Onde  $\Delta C_{AB} = W_B - W_A$  é determinado pelo produto do desnível entre os pontos  $A$  e  $B$  e a gravidade média entre esses. Uma generalização pode ser efetuada da seguinte maneira: deseja-se avaliar o geopotencial  $W_B$  do Ponto  $B$  a partir do conhecimento do geopotencial num ponto qualquer  $A$ ,  $W_A$ , então:

$$W_B = W_A - \sum_{k=i}^j \overline{g}_k \cdot dn_k ; \quad \overline{g}_k = \frac{1}{2}(g_{k-1} + g_k) \quad (2.49)$$

de tal modo que a quantidade  $\overline{g}_k$  se refere à gravidade média entre os lances de nivelamento do ponto  $A$  até o ponto  $B$  e,  $dn_k$  aos desníveis obtidos de tal operação. Logicamente, para um resultado eficiente, é necessário conhecer o potencial  $W_A$  com um nível desejável de acurácia. Esta operação pode ser repetida sucessivamente até a área (ou ponto) de interesse. Um caso interessante é quando os pontos  $A$  e  $B$  se referem às superfícies de referência de duas redes verticais distintas, situação apresentada na Figura 9.

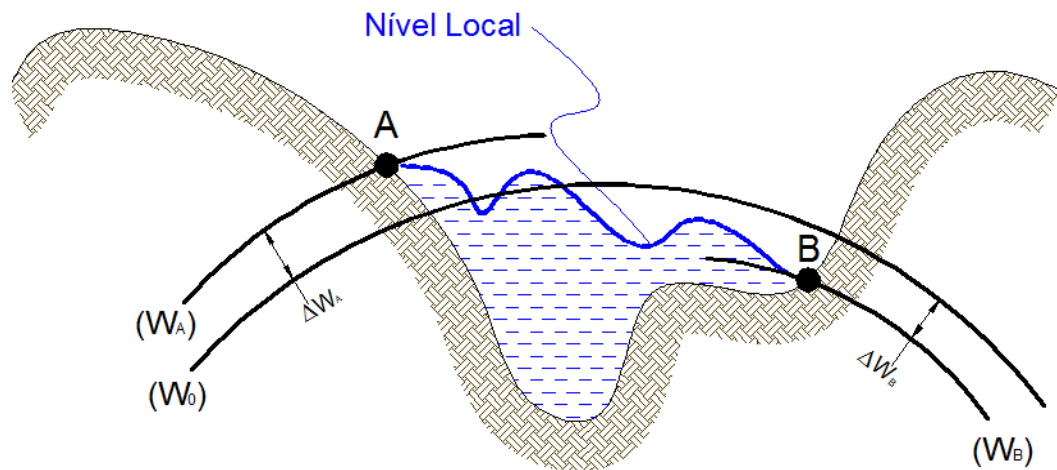


FIGURA 9 - GEÓIDES LOCAIS E GLOBAL.  
FONTE: O AUTOR.

Na origem à esquerda da Figura 9, o geóide local não apresentará o mesmo valor do geopotencial  $W_A$  do que o geóide local na situação à direita, com geopotencial  $W_B$ . Isto pode ser visualizado quando os casos expressos na Figura 9 são comparados com uma superfície equipotencial, por exemplo, uma superfície de referência  $W_0$  definida como sendo o geóide global. Tal efeito deve-se à Topografia do Nível Médio do Mar (*TNMM*) em cada um dos *data* verticais. Tais situações podem ser expressas por:

$$TNMM_A = \frac{W_0 - W_A}{\gamma_A} = \frac{\Delta W_A}{\gamma_A}; \quad TNMM_B = \frac{W_0 - W_B}{\gamma_B} = \frac{\Delta W_B}{\gamma_B} \quad (2.50)$$

de tal forma que se for conhecida a *TNMM*, é possível relacionar o geóide local com o global via diferenças de geopotencial.

### 2.3.2 Forma Global de Obtenção de Valores do Geopotencial

Uma forma inicial de avaliação do geopotencial globalmente é mediante a equação do potencial gravitacional – Equação (2.4). Os coeficientes de Stokes são definidos, de acordo com Torge (1989, p. 30) como:

$$\begin{Bmatrix} C_{n,m} \\ S_{n,m} \end{Bmatrix} = \frac{k}{M} \frac{(n-m)!}{(n+m)!} \iiint_{\text{terra}} \left(\frac{r'}{a}\right)^n P_{n,m}(\cos \vartheta') \begin{Bmatrix} \cos m\lambda' \\ \sin m\lambda' \end{Bmatrix} dm \quad (2.51)$$

sendo  $k = 1$ , para  $m = 0$  e  $k = 2$  para  $m \neq 0$ , e  $\vartheta$  é a colatitude. A obtenção dos coeficientes, na prática, é realizada a partir de observações associadas ao campo da gravidade externo da Terra, tais como perturbações do movimento orbital de satélites artificiais, medidas da gravidade na superfície sólida, nas porções líquidas ou ainda no exterior da superfície física, e efeitos relativos à distribuição de massas da Terra, tais como os de massas topográficas ou contrastes de densidade.

A aquisição desses dados se dá para as componentes espectrais de mais baixo grau (ou de comprimento de onda mais longo) mediante o rastreamento de satélites artificiais, dos quais se avaliam as variações dos elementos orbitais e das posições preditas do satélite relativamente ao movimento supostamente normal ou sem perturbações. Estas variações, eliminados os efeitos de perturbações não gravitacionais e efeitos de marés, podem ser associadas respectivamente aos harmônicos zonais e tesserais do campo gravitacional (HOFMANN-WELLENHOF & MORITZ, 2005, pp. 261-267; pp. 270-274). Modelos baseados somente em satélites, que podem determinar a superfície geoidal com acurácia na ordem do centímetro, no entanto com resolução espectral satisfatória para comprimentos de onda longos, são disponíveis no máximo para grau e ordem 180. Com a missão GOCE, ora em operação, tem-se a expectativa de atingir-se uma acurácia satisfatória para graus e ordens iguais a 360. Deve ser destacado que existem modelos globais combinados, os quais associam observações satelitais, terrestres e modelos de elevação do

terreno com resolução satisfatória para o grau 2190 e ordem 2159 (EGM2008) em regiões onde se disponha de cobertura gravimétrica adequada. No entanto, sua acurácia é questionável em regiões com baixa densidade de informações gravimétricas. Assim, se pretendida uma base global de referência em regiões tais como a de estudos, devem ser melhor avaliados os comprimentos de onda mais curtos.

Os modelos do Campo da Gravidade advindos das missões satelitais e os combinados serão avaliados mediante funcionais apresentadas nas Equações 2.19 e 2.23, até grau e ordem máximos do desenvolvimento dos modelos. Avaliações para graus e ordens menores também serão efetivadas visando-se a análise da estabilização das soluções que eles propiciam, evidenciando os limites de sua resolução espectral.

## 2.4 TÉCNICAS DE CONTROLE E INTERPOLAÇÃO DE VALORES DA GRAVIDADE

### 2.4.1 Colocação por Mínimos Quadrados

A Colocação por Mínimos Quadrados foi originalmente proposta por Krarup (1969) como um método para determinação do potencial anômalo usando diferentes tipos de observações (TSCHERNING, 1974). A técnica é uma generalização da predição e se presta tanto para extração de valores de um modelo gerado a partir de um conjunto de dados, como à filtragem daqueles.

A determinação do potencial anômalo da Terra pode ser considerada como um problema de valor de contorno “livre”. Os valores de contorno são anomalias da gravidade e desvios da vertical em pontos discretos (atualmente, também, os distúrbios da gravidade). Correspondentemente a essas observações, existem funcionais lineares que podem ser tratadas como uma combinação linear da avaliação daquele funcional e de algumas de suas derivadas primeiras (TSCHERNING, 1974, p 3). Aqui, será explicitado o mesmo raciocínio com base na combinação linear do potencial perturbador:

$$\Delta_P \tilde{T} = \sum_{i=1}^q \Delta_P (\text{cov}(T_P, s_i)) \cdot b_i = 0 \quad (2.52)$$

Onde  $\tilde{T}(P)$  é uma função harmônica. O operador  $\Delta_P$  neste caso aponta as diferenças relativas a um modelo global e  $b_i$  é um termo que se deseja avaliar. A função covariância é dada por uma funcional que depende da quantidade observada. Se por exemplo, deseja-se trabalhar com anomalias da gravidade então ela fica (TSCHERNING, 1974, p 9):

$$\text{cov}_K = (\Delta g_P, \Delta g_Q) = \sum_{x=0}^l \hat{\sigma}_x (\Delta g, \Delta g) \left( \frac{a^2}{r \cdot r'} \right)^{x+2} P_x(\cos \psi) + \sum_{x=l+1}^{\infty} \sigma_{k,x} (\Delta g, \Delta g) \cdot \left( \frac{a^2}{r \cdot r'} \right)^{x+2} P_x(\cos \psi) \quad (2.53)$$

$\hat{\sigma}_x$  são Variâncias de grau. Nota-se que as combinações são feitas tomando a distância esférica expressa na forma de Polinômios de Legendre e um termo que será ajustado de uma forma semelhante àquela utilizada do Modelo Paramétrico (descrito em GEMAEL, 1994). A idéia é de mais fácil compreensão se o potencial perturbador for tomado como uma observação qualquer  $x$ . Então ele pode ser modelado em função de uma componente sistemática  $\mathbf{AX}$ , onde o valor  $b_i$  da equação (2.52) será parametrizado, sinais  $s'$  relativos a mensurações locais (posteriormente somados a  $x$ ) e ruídos  $\mathbf{n}$ . Assim:

$$\mathbf{x} = \mathbf{AX} + \mathbf{s}' + \mathbf{n} \quad (2.54)$$

Deseja-se encontrar valores que, multiplicados por  $\mathbf{A}$  fornecerão o valor do potencial perturbador avaliado no local. A solução é

$$\mathbf{s} = \mathbf{C}^T \mathbf{C}^{-1} (\mathbf{x} - \mathbf{A}\mathbf{X}) \quad (2.55)$$

Mas  $\mathbf{X}$  é desconhecido, então

$$\mathbf{X} = (\mathbf{A}^T \mathbf{C}^{-1} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{C}^{-1} \mathbf{x} \quad (2.56)$$

e  $\mathbf{C}$  é uma função covariância do tipo daquela utilizada na (2.53). É razoável aceitar que o mesmo algoritmo (Equações (2.55) e (2.56)) possa ser utilizado para remoção de componentes ruidosas, uma vez que estas são separadas do funcional.

Como regra geral, combinações são construídas do potencial perturbador em componentes de longos, médios e curtos comprimentos de onda. Longos comprimentos de onda advém das missões satelitais. Médios, (de um modo geral) da gravimetria e os curtos de alguma informação local tal como de um modelo digital de elevações. Uma situação para longos/médios e curtos comprimentos de onda ficaria da seguinte maneira:

$$T = W - U + \sum_{i=1}^q \Delta_p (\text{cov}(T_p, s_i)) \cdot b_i \quad (2.57)$$

Onde os escalares  $b_i$  seriam os termos que se deseja encontrar, modeladores dos efeitos locais.



## 2.4.2 Redes Neurais Artificiais

As redes neurais artificiais (RNA) surgiram da observação do funcionamento do cérebro humano e da comparação deste com o trabalho dos computadores digitais. Foram concebidas originalmente na década de 40, pelo neurofisiologista Warren McCulloch e pelo matemático Walter Pitts, os quais fizeram uma analogia entre células nervosas vivas e o processo eletrônico (HAYKIN, <sup>2</sup>1999, apud TIERRA CRIOLLO, 2003, p. 26). As redes neurais tem se revelado eficientes para identificação, reconhecimento de padrões, classificação e sistemas de controle.

### 2.4.2.1 Vantagens das RNAs

As RNAs devem a sua capacidade de processamento da informação à sua estrutura maciçamente distribuída de forma paralela e à sua habilidade de aprender e, portanto, generalizar. A generalização se refere ao fato da rede neural produzir saídas adequadas para entradas que não estavam presentes durante o treinamento (aprendizagem). Algumas características interessantes à predição de valores da gravidade são citadas em Tierra Criollo (2003, p. 27):

- a) Habilidade de tratar sistemas não-lineares;
  - b) Tolerância a falhas;
  - c) Adaptabilidade;
  - d) Aprendizagem;
  - e) Generalização;
  - f) Resposta a evidências.
- 

<sup>2</sup> HAYKIN, S. **Neural Networks: A comprehensive Foundation**. 2.<sup>a</sup> Ed. New Jersey: Prentice Hall, 1999.

#### 2.4.2.2 Rede neural multicamadas

A RNA multicamada (RNAM) é uma estrutura de RNA desenvolvida na década de 80 e tem sido aplicada com sucesso para resolver diversos problemas, através do seu treinamento de forma supervisionada com um algoritmo conhecido como Retropropagação (*Back-Propagation*). A RNAM é uma estrutura organizada em camadas, e constituída por um conjunto de neurônios inteiramente interconectados. Os neurônios de uma camada admitem como entradas as saídas dos neurônios da camada anterior, mas não admitem interconexões entre neurônios da mesma camada.

A estrutura de uma RNAM tem alimentação progressiva para diante (*feedforward*), não tendo conexões entre camadas, seja diretamente ou indiretamente. O fluxo de sinal progride para frente, de camada em camada, partindo da primeira camada, conectando-se com os neurônios da camada seguinte, até chegar a camada de saída.

#### 2.4.2.3 Rede neural de funções de base radial

As Redes Neurais de Funções de Base Radial (RBFs) são do tipo RNAM. Na sua forma mais básica, uma RBF apresenta três camadas com funções distintas (TIERRA CRIOLLO, 2003, p.42):

- 1.<sup>a</sup>: É a conexão do modelo com o ambiente externo, à qual são apresentados os vetores de entrada;
- 2.<sup>a</sup>: A camada intermediária é composta de K unidades de processamento – os neurônios, totalmente conectados aos vetores de entrada. Esta camada tem a tarefa de realizar uma transformação não-linear do espaço n-dimensional de entrada, em outro espaço K-dimensional. Os neurônios desta camada são um conjunto de funções de base radial, que constitui uma base arbitrária no espaço por ele formado. As funções de base radial produzem uma resposta diferente de zero somente quando o padrão de entrada está dentro de uma região

pequena localizada no espaço de entrada. Cada função requer um centro e um parâmetro escalar denominado raio, na qual é calculada a distância entre o vetor de entrada e o centro da função de base radial associada. A função que é mais utilizada com a RBF é a função de Gauss;

**3.<sup>a</sup>:** A camada de saída (última camada) transforma o espaço vetorial interno em uma saída, através de um processo linear na qual realiza a soma ponderada das saídas das unidades radiais. A saída da rede RBF é, portanto, a soma das saídas de cada Gaussiana, ponderadas pelos respectivos pesos sinápticos.

### 2.4.3 Krigagem

A krigagem é um procedimento de estimação utilizado em geoestatística que utiliza valores conhecidos e um semivariograma – uma função base - para determinar valores desconhecidos (<<http://www.cee.vt.edu/ewr/environmental/teach/smprimer/kriging/kriging.html>>, acesso em 05/10/2009). O nome é devido à Danie. Krige, quem primeiro publicou um trabalho para estimativas de corpos de óleo mineral. O método foi rapidamente associado à filtragem linear ótima de Wiener desenvolvida para funções aleatórias, na análise objetiva de Gandin aplicado na meteorologia, no tratamento de splines espaciais e estimação generalizada por mínimos quadrados (SWITZER, 2009).

Algumas vantagens da krigagem são (BOHLING, 2005):

- i) Ajuda a compensar efeitos da distribuição espacial de dados,
- ii) Possibilita o cálculo do erro de predição;
- iii) Permite a geração de estatísticas básicas.

De acordo com Goovaers, 1997 (apud BOHLING, 2005), “*All the kriging estimators are but variants of the basic linear regression estimator  $Z^*(\mathbf{u})$* ” definido como:

$$Z^*(\mathbf{u}) - m(\mathbf{u}) = \sum_{\alpha=1}^{n(\mathbf{u})} \lambda_{\alpha} [Z(\mathbf{u}_{\alpha}) - m(\mathbf{u}_{\alpha})] \quad (2.58)$$

Com o objetivo de determinar os pesos  $\lambda_{\alpha}$ , que minimizam a variância do estimador

$$\sigma_E^2(\mathbf{u}) = Var\{Z^*(\mathbf{u}) - Z(\mathbf{u})\} \quad (2.59)$$

$Z(\mathbf{u})$  é tratado como um campo aleatório com uma componente tendenciosa  $m(\mathbf{u})$  e uma componente residual  $R(\mathbf{u}) = Z(\mathbf{u}) - m(\mathbf{u})$ . A krigagem estima os resíduos em  $\mathbf{u}$  como a soma dos resíduos na vizinhança dos pontos de dados. Os pesos  $\lambda_{\alpha}$  são derivados ou de uma função covariância ou do semivariograma, que pode caracterizar uma componente residual.

Muito do existente com relação à krigagem desenvolveu-se na década de 70, e hoje diversos tipos de krigagem são encontrados, a citar: a krigagem simples - (2.58) e (2.59) – a krigagem ordinária, a krigagem com tendência, a co-krigagem, etc. A cada tipo específico, corresponde às suas próprias características de interpolação, suavização e tratamento dos dados. Para o presente trabalho foi utilizada a krigagem por bloco, que se baseia na estimativa do valor médio de um bloco retangular que tem o tamanho e a forma de uma célula definidas pelo usuário. Um significado físico desta técnica é a busca da interpolação ótima, com suavização das isolinhas em torno dos pontos de interesse.

### 3 CARACTERIZAÇÃO DA BASE DE DADOS E AMPARO À AQUISIÇÃO DE INFORMAÇÕES/METODOLOGIA

#### 3.1 OPERAÇÕES USUAIS DE CAMPO

Dentro de uma visão clássica, as mensurações e os cálculos associados à realização das redes altimétricas eram conceitualmente mais simples do que no caso das redes horizontais e tri-dimensionais. Porém, mesmo com as limitações de acesso a uma superfície de referência equipotencial de carácter global, já exigiam a compreensão de alguns processos físicos envolvidos para se alcançar uma boa acurácia na realização das redes vinculadas (VANIČEK & KRAKIWSKI, 1986, p. 423). No entanto, a necessidade de Sistemas de Altitudes Globais (SGA) impõe o tratamento de aspectos físicos não abordados dentro da visão clássica, tal como o da determinação da *TNMM* em cada *Datum*. Aqui, serão tratados os aspectos relacionados apenas com as metodologias que servem à obtenção do geopotencial de forma local, como o nivelamento geométrico, ou método que possa eventualmente substituí-lo, e a gravimetria.

##### 3.1.1 O Nivelamento Geométrico

O nivelamento geométrico com níveis ópticos, consiste em, a partir da leitura em miras localizadas sobre um ponto *A* onde a altitude é conhecida, e sobre um ponto *B*, onde deseja-se saber o valor da altitude, determinar o desnível altimétrico entre *A* e *B*. De acordo com Kahmen e Faig (1988, p. 323) (ligeiramente modificado),

$$\Delta H_{A \rightarrow B} = R_A - V_B \quad (3.1)$$

Com  $R$ , a Leitura à ré e  $V$ , a Leitura à vante. A altitude do ponto  $B$  é dada por:

$$H_B = H_A + \Delta H_{A \rightarrow B} \quad (3.2)$$

Ainda que o nivelamento seja dito “geométrico”, em uma estação do nível, sua referência para estacionamento é a vertical local, tal que sua linha de colimação seja tangente à uma superfície de nível local. A sucessão de estações ocupadas pelo nível tem uma conseqüência prática bastante importante: a linha de colimação será tangente a diferentes superfícies de nível, as quais pelas heterogeneidades de distribuição das massas da Terra bem como devido ao efeito centrífugo, não serão paralelas entre si (FIGURA 10). Sendo assim, esta operação é conceitualmente correta somente quando as direções do vetor gravidade ao longo das linhas de nivelamento forem levadas em conta. Aspectos relacionados com erros instrumentais e efeitos físicos sobre as leituras devem ser considerados no nivelamento geométrico aplicado ao estabelecimento de redes verticais fundamentais.

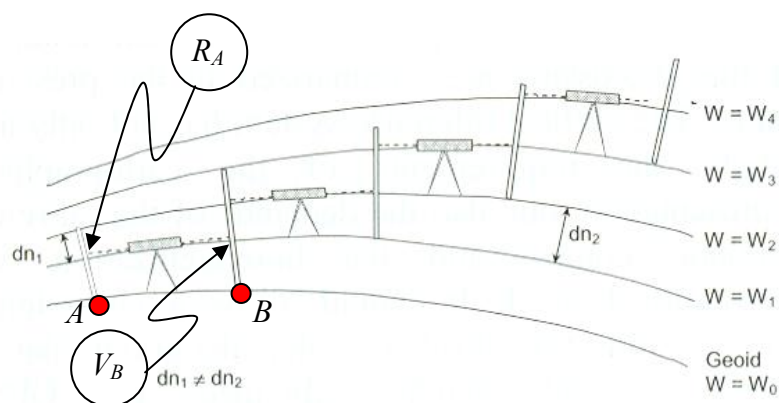


FIGURA 10 - NIVELAMENTO GEOMÉTRICO.  
FONTE: Adaptado de DREWES et al.(2001).

O nivelamento, de uma forma geral, dificilmente ultrapassa lances de 50 m e usualmente busca-se visadas iguais de vante e de ré para redução dos efeitos de

algumas fontes de erro. Em vista de não ser objeto central deste trabalho, as operações de nivelamento geométrico não serão enfatizadas. Em Medeiros (1999) pode ser encontrada uma boa discussão sobre fontes de erro e estratégias para sua mitigação nos levantamentos. Em IBGE (1983) são apresentadas as prescrições oficiais no Brasil para levantamentos altimétricos destinados ao estabelecimento das redes verticais.

No caso quando se faz necessário transpor grandes distâncias com uma única visada, métodos especiais são empregados. Um destes métodos, conhecido como nivelamento de travessia foi empregado em conjunto com nivelamento trigonométrico e nivelamento GNSS para transposição do Rio Uruguai na cidade de Itaqui - Brasil (Seção 3.1.2). Visando a disseminação do método não convencional, explicita-se uma introdução do que vem a ser aquela técnica. .

### 3.1.2 O Nivelamento de Travessia

O nivelamento de travessia tem algumas características, tal como a inclinação controlada da luneta do nível relativamente à horizontal, que permitem associá-lo ao nivelamento trigonométrico convencional (IBGE, 1981), mas de tal modo que não são necessárias observações de ângulos zenitais, sendo efetivado com equipamentos de nivelamento geométrico que permitem o controle numérico da inclinação da luneta. Experiências fornecidas pelo IBGE (Id.) apontam o nível WILD modelo N3, com placa plano-paralela e com parafuso micrométrico da calagem fina como adequado para a metodologia referida. As visadas de vante são executadas, portanto, de maneira não convencional. Utilizam-se dois visores (FIGURA 11) separados de uma distância que não seja suficientemente pequena para que sejam confundidos como um mesmo ponto, nem suficientemente grande que necessite de mais de uma operação para a movimentação do retículo na passagem da visualização do alvo inferior para o superior.



FIGURA 11 - VISORES UTILIZADOS NO NIVELAMENTO DE TRAVESSIA.  
FONTE: ROBERTO TEIXEIRA LUZ (2008).

Para a execução do nivelamento, são necessárias duas equipes atuando simultaneamente em lados opostos da margem e operando 25 leituras em intervalos de 15 minutos. Uma leitura compreende a observação do parafuso de calagem fina, do nível tubular, com coincidência do fio médio no visor inferior, a observação daquele parafuso com o instrumento nivelado, e uma observação da mesma natureza com o fio médio do instrumento fazendo coincidência no visor superior.

Os cálculos são feitos utilizando a configuração da mira de vante (IBGE, 1981, p. 3) apresentada na Figura 12.



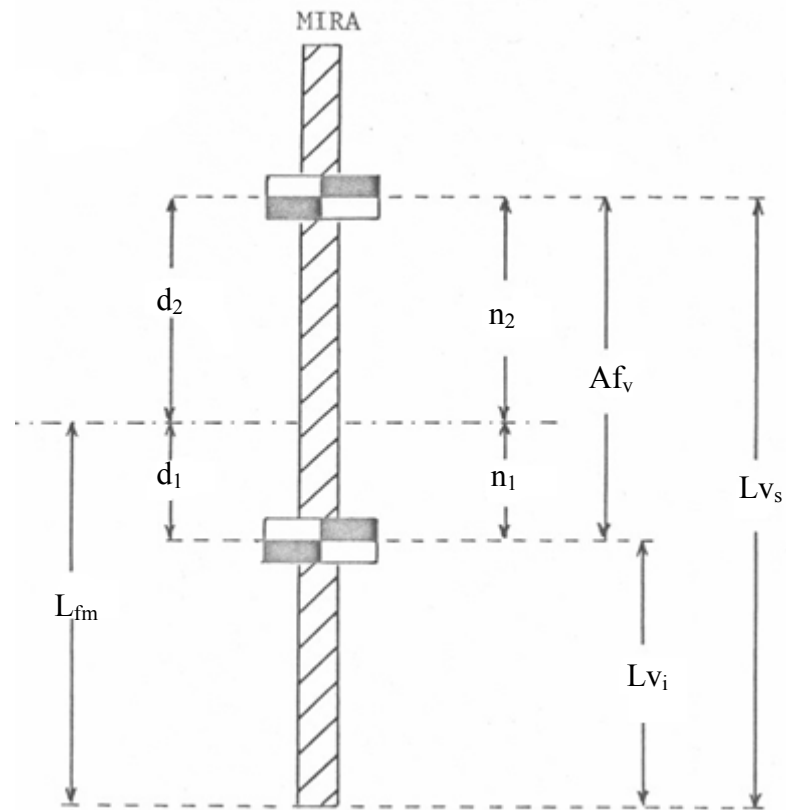


FIGURA 12 - ESQUEMA DA MIRA DE VANTE NO NIVELAMENTO DE TRAVESSIA.  
 FONTE: Adaptado do IBGE (1981)

Conhecidos o afastamento entre os visores ( $Af_v$ ), a altura do visor inferior ( $Lv_i$ ), a altura do visor superior ( $Lv_s$ ) (provenientes das leituras efetuadas na mira) e,  $n_1$  e  $n_2$  (da leitura no parafuso graduado que dá o movimentação na luneta), faz-se:

$$\frac{d_1}{n_1} = \frac{Af_v}{n_1 + n_2} \Rightarrow d_1 = \frac{Af_v * n_1}{n_1 + n_2}; \quad Af_v = Lv_s - Lv_i \quad (3.3)$$

E então a leitura a vante fica:

$$L_{fm} = d_1 + Lv_i \quad (3.4)$$

O desnível entre o ponto na margem do instrumento e o ponto na margem oposta é obtido com uma leitura convencional à ré:

$$\Delta H = L_{\text{fm}}(\text{ré}) - L_{\text{fm}}(\text{vante}) \quad (3.5)$$

Visando minimizar erros decorrentes da refração, duas equipes operam simultaneamente com o conjunto nível/miras em posições simétricas; o IBGE sugere que as operações transcorram entre 10 e 14h com altura superior a 3 metros do corpo d'água. Também, cuidados operacionais como a retificação dos equipamentos, colocação das miras sobre locais estáveis e, de um modo especial, a rigidez dos tripés e manutenção da verticalização das miras são levados em conta. Para que sejam minimizados, também, erros devido ao instrumento (e.g., a colimação), também sugere-se que se faça a intercambialidade entre as equipes de cada lado da margem. Um detalhamento completo exige uma revisão bibliográfica da técnica, de modo tal que é possível apontar o documento do IBGE referendado anteriormente como um ponto de partida inicial.

### 3.1.3 O Nivelamento Trigonométrico

De acordo com Kahmen e Faig (1988, p. 388), o nivelamento trigonométrico é um método baseado no conhecimento ou da distância inclinada ou da distância horizontal entre dois pontos e o ângulo zenital de uma estação para outra é medido, sendo esta a principal observável. A distância entre os pontos pode ser obtida de forma independente, tal com nas triangulações clássicas, ou simultaneamente como por taqueometria ou mensuração direta com MEDs. Na atualidade, a técnica é predominantemente aplicada com estações totais - equipamentos que conjugam teodolito eletrônico, distanciômetro e microcomputador (Pinto Gomes, 2006., p.23). Um exemplo para o cálculo do desnível utilizando nivelamento trigonométrico é dado na Figura 13.

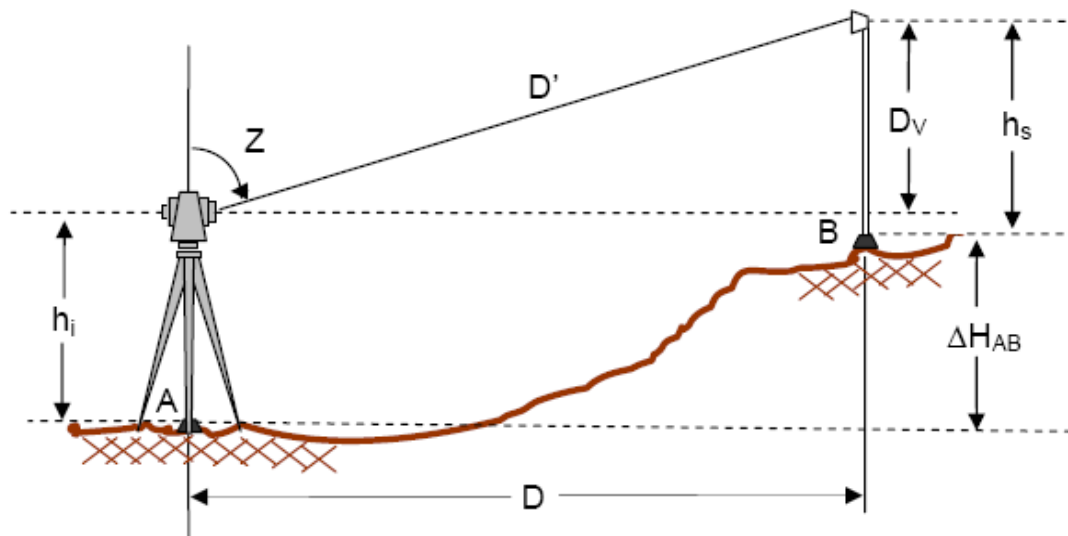


FIGURA 13 - OBTENÇÃO DO DESNÍVEL NO NIVELAMENTO TRIGONOMÉTRICO.  
 FONTE: PINTO GOMES (2006).

Tal que:

$Z$  = ângulo zenital

$D'$  = distância inclinada do instrumento ao alvo

$D$  = distância horizontal

$h_i$  = altura do instrumento

$h_s$  = altura do alvo

$\Delta H_{AB}$  = desnível de A para B

$D_v$  = distância vertical

(3.6)

Variantes deste método são empregadas no sentido de minimizar erros de refração e curvatura da Terra, tal como o método das visadas recíprocas e simultâneas (Ibid.). Uma das metodologias para fazer a Travessia do Rio Uruguai em Itaqui foi esta última.

### 3.1.4 A Gravimetria Relativa

Na gravimetria relativa, os valores da gravidade nos pontos de observação são obtidos a partir da determinação da variação da gravidade desde um ponto com gravidade conhecida. Assim, nos levantamentos gravimétricos relativos realizados na forma de linhas e circuitos, pelo menos um dos pontos deverá ter valor da gravidade conhecido. Usualmente as linhas são estabelecidas entre duas estações com gravidade conhecida. Existem casos especiais onde a estação inicial e a final são coincidentes. Em muitos aspectos, o tratamento deste tipo de levantamento tem similaridades com o tratamento das observações no nivelamento geométrico. Nos levantamentos gravimétricos existem fontes de erros devidas a operação em si (forma de execução e erros de operação), ao instrumento e aos efeitos ambientais, de modo que correções e reduções são necessárias.

O principal efeito a ser considerado é a deriva instrumental (*drift*). A deriva é causada pela perda de tensão na mola e por efeitos externos não compensados. O tipo e magnitude da deriva são características (TORGE, 1989, p. 249):

- a) do material de construção do equipamento. Por exemplo: sistemas baseados em molas de quartzo têm derivas maiores que sistemas baseados em mola de metal;
- b) da idade e utilização do instrumento. Para instrumentos LaCoste & Romberg, em determinações de longo período, a deriva sofre reduções da ordem de  $0,5 \mu\text{ms}^2/\text{dia}$ ;
- c) de flutuações na temperatura externa durante o transporte, bem como vibrações e choques agindo no sistema de medição;
- d) alterações não compensadas na pressão atmosférica ou na tensão do sistema de alimentação.

A deriva é superposta de outros efeitos externos, tais como as marés terrestres, a umidade no solo e a pressão atmosférica. Apesar de a modelagem das marés terrestres atingir um padrão que atende às necessidades usuais, o mesmo não acontece com relação à umidade do solo e variações da pressão atmosférica. Demais efeitos (e.g., oriundos de pequenas imperfeições construtivas, variações da

umidade e variações atmosféricas de curto período) são parametrizados como deriva e minimizados com um modelo temporal linear construído a partir de uma última mensuração na estação de referência. No que se refere à redução das marés terrestres, a acurácia da predição dependerá do número de termos utilizados no desenvolvimento do potencial de maré e alguns outros refinamentos (não citados aqui). O número de termos utilizados para o potencial de maré teve um grande incremento na complexidade do seu desenvolvimento: Doodson (1921) possuía 378 termos; Cartwright-Edden (CTE505, 1973), 505 termos; Tamura (TAM1200, 1987), 1200 termos; Xi-Qin-Wen (1989), 2933 termos. Em 2004, Kudryatsev propôs o desenvolvimento do potencial de Maré com 28806 termos. Comparações de alguns desses modelos bem como algumas de suas descrições são encontradas em Ducarme (2006). Efetuadas as devidas reduções, produtos da gravimetria relativa podem alcançar a acurácia da ordem de  $5 \cdot 10^{-9}g$  para gravímetros a mola e  $10^{-10}g$  para gravímetros supercondutores.

### 3.1.5 A Gravimetria Absoluta

Mensurações absolutas da gravidade são efetuadas calculando-se indiretamente a aceleração de corpos baseado no conhecimento preciso de propriedades de posição e tempo (TORGE, 1989). As metodologias aplicadas se valem da mecânica aplicada aos pêndulos (simples, de torção, etc.) e corpos em queda livre.

No caso em que se utilizam pêndulos, as observações se referem aos tempos de oscilação de uma massa considerada concentrada em um ponto. Em virtude das diferentes formas construtivas, é difícil afirmar qual o pêndulo mais adequado às mensurações da gravidade. Entretanto, sabe-se que a temperatura, considerando que esta altera o seu raio de oscilação e momento de Inércia, modifica sobremaneira os resultados caso não sejam tomados os cuidados necessários. Em menor escala, fricção atmosférica, microsísmica e perturbações magnéticas também afetam os resultados.

Observações absolutas da gravidade que utilizam pêndulos são realizadas há mais de 300 anos. Com a interferometria, diversos experimentos ganharam força,

dentre eles, os relacionados à determinação da gravidade com a análise do movimento de queda livre. Gravímetros baseados neste princípio utilizam-se da interferometria para o posicionamento do grave durante o movimento de queda livre com um nível de acurácia melhor que o  $\mu\text{m}$  que, quando associado à medida do tempo com acurácia melhor que  $10^{-9}$  do segundo, permite o cálculo da gravidade ao nível do  $\mu\text{Gal}$ . As maiores dificuldades nesse sentido são as reduções atmosféricas, ressonâncias locais, carregamento oceânico, e efeitos micro-sísmicos. Produtos da gravimetria absoluta são da ordem de  $1 \cdot 10^{-9}\text{g}$ .

### 3.1.6 Nivelamento GNSS

A posição de um ponto pode ser obtida da equação fundamental da Geodésia por satélites (SEEBER, 2003, p. 135):

$$r_S(t) = r_B(t) + \rho(t) \quad (3.7)$$

Em que  $r_S(t)$  é o raio vetor do geocentro da Terra até o satélite no instante  $t$ ,  $r_B(t)$  é o raio vetor do geocentro da Terra até o ponto onde se deseja conhecer a posição no mesmo instante e  $\rho$  é a distância deste ponto até o satélite também naquele instante. Para efetuar a estimação, utilizam-se pelo menos quatro observações, de tal modo que a equação (3.7) possa ser parametrizada visando ao ajustamento. Assim, sem efetuar quaisquer considerações a respeito dos erros inerentes ao processo, a posição tridimensional de um ponto pode ser estimada. Deve ser manifestado que a (3.7) envolve diferentes sistemas de referência, cujas compatibilizações devem ser estabelecidas na solução:

- i) um geocêntrico, onde é definida a posição do satélite e seus parâmetros orbitais, destacando-se que o satélite orbita em torno do centro de massa da Terra e todos os relógios dos satélites GNSS são reduzidos ao tempo coordenado geocêntrico;

- ii) um segundo referencial de natureza geométrica associado ao referencial geodésico tridimensional em relação ao qual é definida a posição geodésica de pontos na S.F.T., cuja origem, em geral, não coincide com o centro de massa da Terra;
- iii) e um terceiro topocêntrico, no qual se efetiva o rastreamento, afetado pelo campo da gravidade local no ponto de observação.

Este tipo de tratamento é de especial interesse, uma vez que a componente a coordenada vertical pode ser obtida com grande aproximação a partir das coordenadas geométricas associadas ao referencial geodésico global, conforme abordado na seção 2.2.4.

Muito embora o conceito de mensuração geométrica seja mais aplicado às mensurações com câmara zenital, aqui, esta idéia será estendida às observações GNSS. A idéia se baseia no fato de assumir coordenadas geodésicas como coordenadas puramente geométricas. Uma componente dessa tríade, a altitude elipsoidal ( $h$ ) se baseia na distância (geométrica) contada a partir da superfície elipsoidal até o ponto na Superfície Física do Terreno, ao longo da Normal.

O fato de não ser considerada a linha de campo da gravidade normal “curva” foi tratado anteriormente. Assim, a operação “nivelamento GNSS”, definida entre dois pontos, será considerada como a obtenção da diferença entre altitudes elipsóidicas daqueles pontos. As técnicas para obtenção de altitudes elipsoidais são as mesmas para obtenção de coordenadas geodésicas utilizando receptores GNSS. Essas técnicas são descritas em Seeber (2003) e Leick (1994).

## 3.2 REDES ALTIMÉTRICA E GRAVIMÉTRICA DOS PAÍSES

### 3.2.1 Brasil

- a) Rede altimétrica brasileira: Luz (2008) menciona que a implantação da Rede Altimétrica de Alta Precisão (RAAP) do Sistema Geodésico Brasileiro teve início em 1945 sob coordenação do então Conselho Nacional de Geografia (hoje IBGE), com apoio do Serviço Geográfico do

Exército (1950) e do Instituto Geográfico e Geológico de São Paulo (1692). Segundo aquele autor, o início dos trabalhos se deu no Sul do País, com direcionamento dos trabalhos para o seu interior na década de 70, constituindo uma rede com elevada heterogeneidade temporal e espacial;

- b) Datum altimétrico brasileiro: Até 1959, as altitudes da RAAP referiram-se provisoriamente ao Datum de Torres, no Rio Grande do Sul, materializado pela altitude da RN 3L em relação ao Nível Médio dos Mares, obtido de observações maregráficas no período de fevereiro de 1919 a fevereiro de 1920 (ALENCAR<sup>3</sup>, 1968 apud LUZ, 2008). Em 1959 foi concluído o terceiro ajustamento da RAAP, quando então suas altitudes passaram a referir-se ao Datum Vertical Brasileiro de Imbituba (DVB-I), em Santa Catarina. O IBGE adotou a média dos NMMs anuais entre 1949 e 1957 do marégrafo referente ao DVB-I como origem da RAAP, o qual persiste até o presente.
- c) Realização da rede altimétrica: de acordo com o portal do IBGE (<<http://www.ibge.gov.br/home/geociencias/geodesia/altimetrica.shtm>>., acesso em 19 de setembro de 2009), a atual rede altimétrica brasileira provém de um ajustamento global (AAGP) sobre macro-circuitos, terminado em 1993 e os acréscimos posteriores à rede não receberam tratamento equivalente ao ajustamento global. Ribeiro e Luz (1991) manifestam a inexistência de observações gravimétricas com vistas ao ajustamento da rede altimétrica até 1991. Ainda no AAGP foi aplicada somente correção normal-ortométrica (CNO), a qual é baseada unicamente no não paralelismo das superfícies equipotenciais do campo da gravidade normal. Tal informação é de suma importância, uma vez que o desenvolvimento da Rede Altimétrica Brasileira no interior da região Sul do País, e em particular, no Rio Grande do Sul, se deu entre 1981 e 2005;

---

<sup>3</sup> ALENCAR, J. C. M. **Sistema Nacional de Nivelamento de 1.ª Ordem**. In: CONFERÊNCIA NACIONAL DE GEOCIÊNCIAS, 1., 1968.



- d) Redes gravimétricas brasileiras: a Rede Gravimétrica Fundamental Brasileira (RGFB) foi estabelecida pelo Observatório Nacional em 1986. Foi constituída a partir de levantamentos gravimétricos de diversas instituições, vinculadas às vinte estações da Rede Internacional de Padronização da Gravidade (IGSN-71) existentes no território brasileiro (LUZ, 2008, p.100). Visando a modernização da Rede, foram estabelecidas vinte e duas estações de gravidade absoluta pelo Instituto de Geodésia da Universidade de Hannover (IfE) na América do Sul, sete das quais em território brasileiro. No IBGE, as observações da gravidade foram sistematizadas em 1991. A escolha das estações foi feita com base no acervo de estações da base de dados da Sub-Comissão para Geóide e Gravidade na América do Sul e da Associação Internacional de Geodésia. Após 12 anos de trabalhos (descritos por LUZ, 2008, p. 102), apresenta-se a configuração para a rede gravimétrica existente na Figura 14.

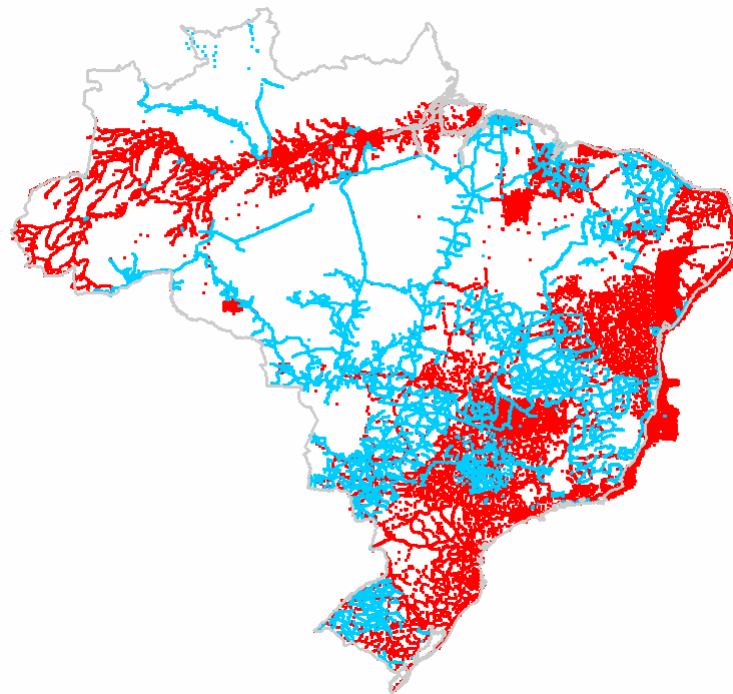


FIGURA 14- ESTAÇÕES GRAVIMÉTRICAS DETERMINADAS PELO IBGE (EM VERMELHO) E POR OUTRAS INSTITUIÇÕES (EM AZUL).

FONTE: IBGE (2007) e SCGSA (2006).

### 3.2.2 Argentina

- a) Rede altimétrica argentina: a rede fundamental foi completada em 2001 pelo então Instituto Geográfico Militar (hoje Instituto Geográfico Nacional - IGN) e é constituída de aproximadamente 16000 pontos distribuídos ao longo de linhas de nivelamento geodésico (MOIRANO et al., 2002) que não ultrapassam um erro de 3mm vezes a raiz quadrada da distância em quilômetros, quando comparadas as linhas niveladas e contra-niveladas (Id.). As distâncias entre marcos de nivelamento variam de 3 a 9 km e, de acordo com Pacino et. al (2007), todas as monumentações possuem coordenadas geodésicas horizontais geocêntricas; os posicionamentos mais recentes foram obtidos de rastreamento GPS com acurácia de alguns centímetros e as mais antigas, obtidas de cartas topográficas, as quais podem, eventualmente terem discrepâncias da ordem de 1' de arco ou cerca de até 1800 metros na posição horizontal;
- b) Datum altimétrico argentino: A origem do sistema de referência vertical para a Argentina foi realizada com uma curta série de observações coletadas junto ao marégrafo de Mar Del Plata, em 1924. Durante a década de 40, esta origem inicial foi conectada por nivelamento geométrico até um outro marco, mais estável, na cidade de Tandil, localizada aproximadamente a 200 km do marégrafo. Este ponto permanece hoje como origem do sistema vertical do país (MOIRANO et al., 2002);
- c) Realização da rede altimétrica: Moirano et al. (2002) destacam aspectos da realização da Rede Altimétrica Argentina relativos a procedimentos de análise e verificação dos dados altimétricos e gravimétricos com vistas à obtenção dos números geopotenciais, cálculo dos circuitos e cálculo de altitudes ortométricas e normais ao longo das linhas de nivelamento;
- d) Rede gravimétrica argentina: de todos os pontos da rede altimétrica argentina, aproximadamente 13300 possuem valor da gravidade. Destes, a maioria estava referida ao sistema POTSDAM. Para conversão à rede IGSN71, um fator de -14,93 mGal foi aplicado àquelas observações. A

fórmula foi testada em aproximadamente 800 pontos que tiveram mensurações em ambos os sistemas resultando numa diferença de  $0,2 \pm 0,3$  mGal. 76% dos marcos foram ocupados mais de uma vez com uma ocupação média de 3,2 vezes. Tais informações são reportadas no artigo de Pacino et al. (2007).

### 3.3 CARACTERIZAÇÃO DA REGIÃO DE ESTUDOS, RECURSOS E SUPORTE

A região de estudos compreende o intervalo  $W55^{\circ} < \lambda < W58^{\circ}$  e  $S27^{\circ} < \varphi < S31^{\circ}$ . (FIGURA 15, com a grade em graus). Duas campanhas de levantamento foram realizadas ao longo da rodovia BR 472 (FIGURA 13), com apoio do Laboratório de Instrumentação Geodésica (LAIG) e do Laboratório de Referenciais Geodésicos e Altimetria por Satélites (LARAS), ambos da UFPR.

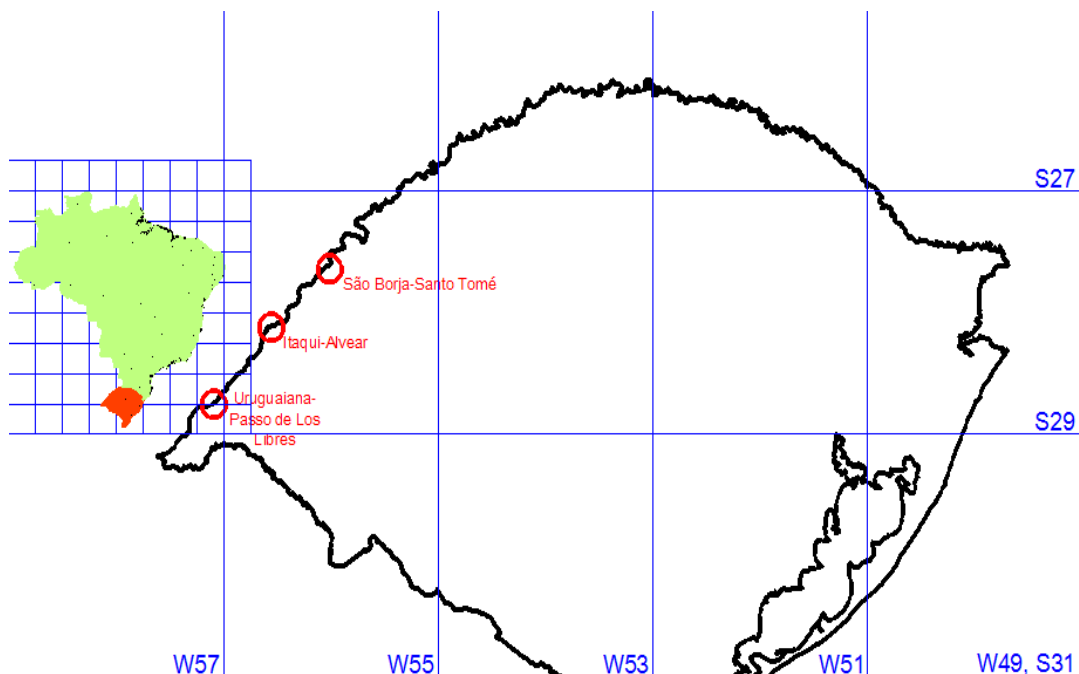


FIGURA 15 - REGIÃO DE ESTUDOS.  
FONTE: O Autor (2009).

As atividades compreenderam rastreo GNSS (dupla freqüência) e gravimetria predominantemente sobre marcos geodésicos do IBGE (principalmente referências de nível - RNs). Visando o fechamento de dois circuitos, foi implementada a Travessia do Rio Uruguai utilizando técnicas diversas. Informações do lado argentino foram fornecidas pelo Instituto Geográfico Militar (IGM). Os dados formam a configuração que segue na Figura 16.

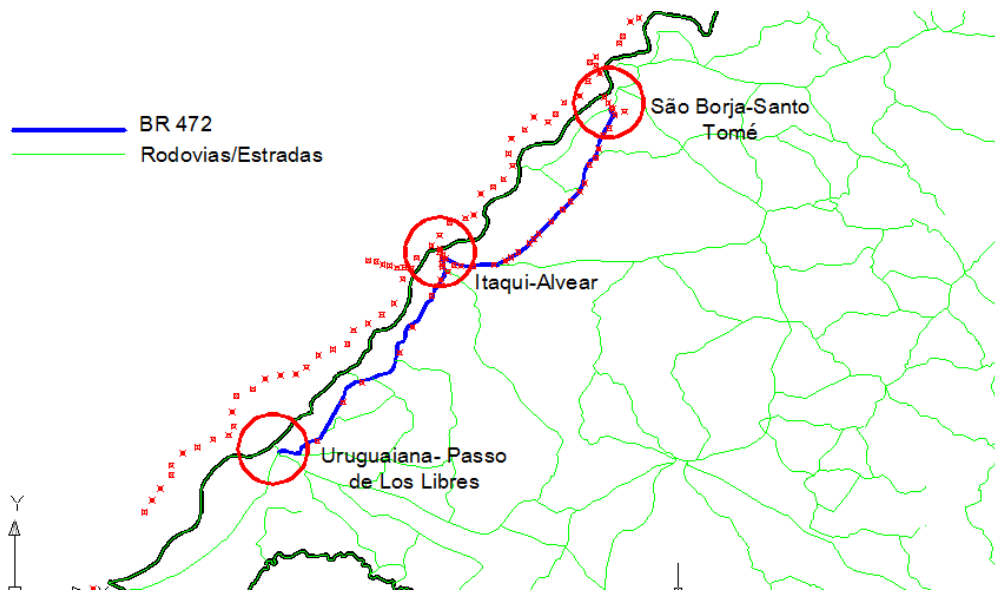


FIGURA 16 - INFORMAÇÃO CONHECIDA NA REGIÃO DE ESTUDOS.  
FONTE: O Autor (2009)

Pontos representados na Figura 1 por x denotam conhecimento sobre algum tipo de altitude e/ou conhecimento da gravidade (detalhes são encontrados na seção 5.1.2, pp. 98 e 99). A região é especialmente interessante para o problema em virtude de duas pontes internacionais (São Borja e Uruguaiana) e pela sua proximidade com o Uruguai, que autoriza possíveis atividades com este país. Em Itaqui – Alvear, existe a possibilidade de conexão em vista dos métodos trigonométrico, de travessia e GNSS para cruzamento do rio Uruguai. Além disso, as ligações rodoviárias reforçam os pontos positivos das localidades.

Durante a realização das atividades de campo relacionadas com duas campanhas realizadas na região em 2008 e descritas na seqüência, o instrumental do LAIG utilizado foi: uma Estação Total Trimble ELTA S20, um Nível Wild N3, de

placa plano-paralela e de parafuso nivelador micrométrico, adequado para levantamento de travessia; um nível eletrônico com compensador Leica DNA03 para o transporte da altitude da RN 1931A ao porto de Itaqui; um par de receptores GPS Leica 1200, equipados com RTK; um gravímetro Lacoste & Romberg modelo G e um SCINTREX CG3 pertencente ao LPGH/UFPR. Ainda, outro N3 do IGM completou as séries da Travessia.

Transporte, combustível, material de insumo e diárias foram financiadas mediante Projeto de Cooperação Internacional com a Argentina apoiado pelo CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - Brasil) e CONICET (Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas - Argentina), Edital 47/2007, Processo 490245/2007-2. Também, houve suporte para pesquisa oriundo da CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior)

#### 3.4 A RESPEITO DA INFORMAÇÃO DISPONÍVEL COM VISTAS À ELABORAÇÃO DA METODOLOGIA

Embora a densidade de informações disponível pareça ser extensa, a realidade não corresponde a essa impressão. Nem no caso brasileiro, nem no argentino são conhecidos desníveis brutos associados à gravimetria, desde o *datum* até a região de estudos (apresentada adiante), o que dificulta sobremaneira o trabalho conceitual com base em números geopotenciais. Somado a isso, estações gravimétricas da Rede Gravimétrica Nacional, no lado brasileiro, ocorrem apenas em alguns lugares esparsos. Como exemplificação, das cinco estações ditas existentes na região de estudos, apenas uma foi encontrada. Uma segunda foi ocupada, mas considerando que esse fato somente foi levado a cabo no final dos trabalhos, qualquer mensuração adicional ficou impossibilitada.

Como base para estabelecimento de um sistema regional de altitudes envolvendo uma área na região de fronteira do Brasil com a Argentina, objeto central deste trabalho, concebeu-se a formação de circuitos de nivelamento formando uma rede. Assume relevância na concepção da metodologia o aspecto da heterogeneidade das bases de dados brasileira e argentina. Por exemplo, o circuito formado por Itaqui e São Borja tem uma lacuna grande de informações (Seção 5.1.2,

p. 96) no lado brasileiro quanto às altitudes niveladas. Ainda que parte dessa lacuna tenha sido preenchida com rastreamento GNSS e gravimetria e, no outro circuito (Itaqui-Uruguaiana) o mesmo problema praticamente inexista (dois casos), a densidade de informações altimétricas brasileiras no último ainda pode ser considerada baixa. Outro aspecto é a Conexão Uruguaiana-Passo de Los Libres. Enquanto nas outras, a distância dificilmente ultrapassa 1 km, neste caso seguramente ultrapassa 5 km.

A porção da rede argentina, na área de estudos, é formada de estações monumentadas onde dispõe-se, aparentemente, de informações da altitude nivelada e gravimetria, e apenas um deles possui posicionamento com GNSS. Então, as altitudes argentinas utilizadas no trabalho não tem base de referência claramente apresentada.

Por último, a conexão Itaqui-Alvear é a única que contém informação de desnível. Deste modo, é interessante expressar que a informação utilizada nas outras conexões é proveniente das bases de dados dos dois países (valores de altitude e gravidade fornecidos pelo IGN e altitudes obtidas via acesso ao banco de dados disponível no portal do IBGE), estando, portanto, sujeitas às condições impostas por aquelas bases de informações (e.g., a correção normal-ortométrica aplicada às altitudes no caso brasileiro).

## 4 METODOLOGIA

### 4.1 PARA O FECHAMENTO DOS CIRCUITOS NA ÁREA DE ESTUDOS COM DESNÍVEIS GEOPOTENCIAIS

A proposição de estabelecimento de uma rede de nivelamento adequada a uma região de fronteira implica na consideração de linhas e circuitos os quais têm parte realizada em diferentes países. No presente trabalho parte das linhas são existentes e foram reocupadas como integrantes dos experimentos associados à presente investigação. Como implicações encontram-se envolvidas diferentes bases de dados, redes existentes vinculadas a diferentes *data* verticais e constituídas com operações baseadas em diferentes normas. Os novos levantamentos integraram novas técnicas (e.g. nivelamento com GNSS associado à gravimetria) e visaram complementar informações existentes. Assim, problemas devem ser encarados com estratégias de compatibilização e integração de novas informações. O pressuposto fundamental nas metodologias empregadas é o da caracterização dos desníveis em associação com o campo da gravidade.

Levando em conta a configuração das informações conhecidas até então (FIGURA 16), torna-se conveniente o estabelecimento de dois circuitos (formados por três conexões) denominados abaixo:

TABELA 1 - ASSOCIAÇÃO UTILIZADA PARA OS CIRCUITOS E CONEXÕES.

Rótulo	Circuito		
C1	São Borja - Itaqui - Alvear - Santo Tomé - São Borja		
C2	Itaqui - Uruguaiana - Paso de Los Libres - Alvear - Itaqui		

Conexão	Rótulo	Brasil	Argentina
1	CON1	São Borja	Santo Tomé
2	CON2	Itaqui	Alvear
3	CON3	Uruguaiana	Paso de Los Libres

FONTE: O AUTOR.

De forma que valores de discrepâncias entre as redes podem ser avaliados nas conexões e uma ligação é definida (CON2). Nas Figuras 17 e 18 têm-se os pontos utilizados para a concepção dos Circuito 1 e 2, respectivamente. Observa-se nas figuras duas classes de código: um que começa pela letra “E” (Estação) utilizado pelas funções de procura e referência, com aplicação no desenvolvimento desta dissertação e, imediatamente abaixo, um outro código nativo da instituição de Origem. No caso do lado brasileiro, os pontos cujas iniciais são dadas por “RN” referem-se à referências de Nível do IBGE. Demais pontos do lado brasileiro são pontos que foram ocupados pela UFPR; no lado argentino todas as informações referem-se à uma planilha fornecida pela Universidade Nacional de La Plata em Janeiro de 2009, a qual parece apresentar dados que representam altitudes niveladas e valores de gravimetria. Uma vez que existem outras RNs do IBGE (Brasil) na região, assim como também outros pontos do IGN (Argentina), então nas Figuras 17, 18, 19 e 20 são explicitados os pontos que foram considerados. Foram extraídos dos bancos de dados brasileiro e argentino. Também são mostrados os pontos que representam coleta de informações pela UFPR. A Figura 21 mostra a situação dos equipamentos e os pontos utilizados no nivelamento trigonométrico e de travessia, lembrando que para o nivelamento GNSS os pontos foram os mesmos do nivelamento trigonométrico.



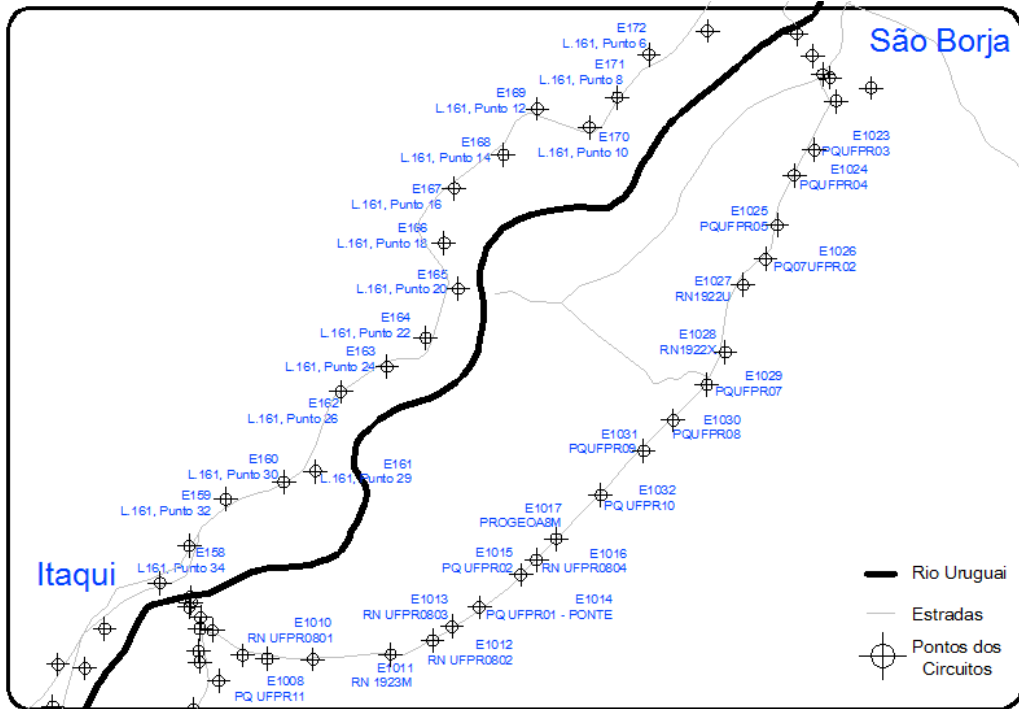


FIGURA 17 - PONTOS UTILIZADOS NA FORMAÇÃO DO CIRCUITO 1.  
FONTE: O Autor.

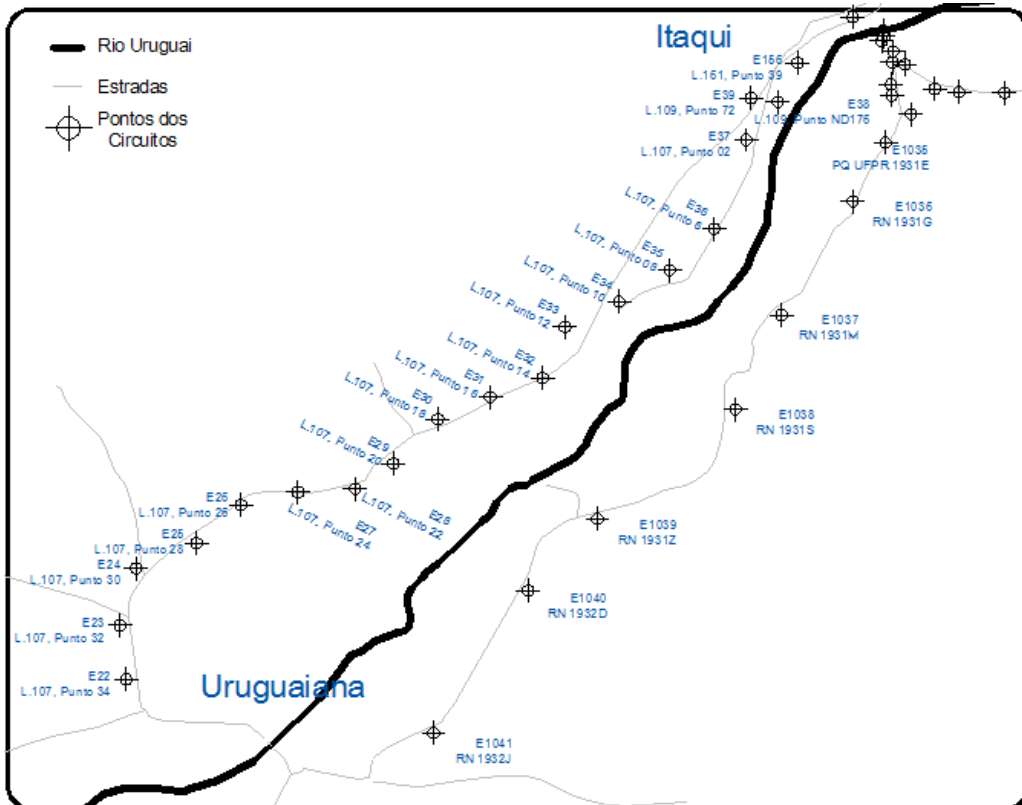


FIGURA 18- DETALHAMENTO DOS PONTOS UTILIZADOS NA CONCEPÇÃO DO CIRCUITO 2.  
FONTE: O Autor.

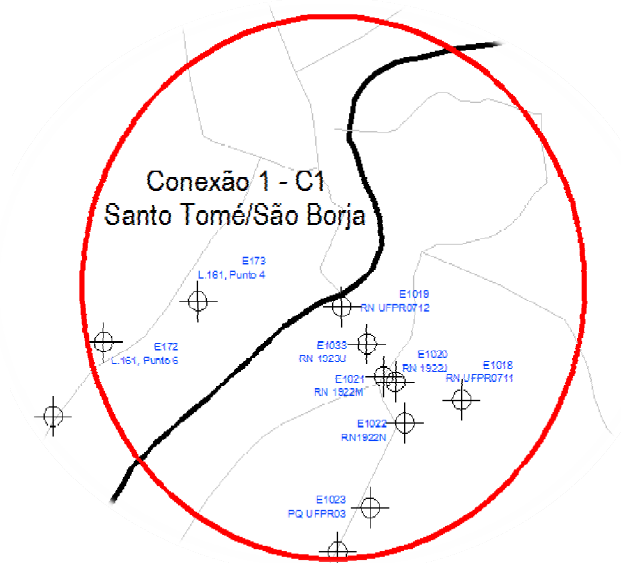


FIGURA 19 - DETALHE DA CONEXÃO 1 - CON 1.

FONTE: O Autor.

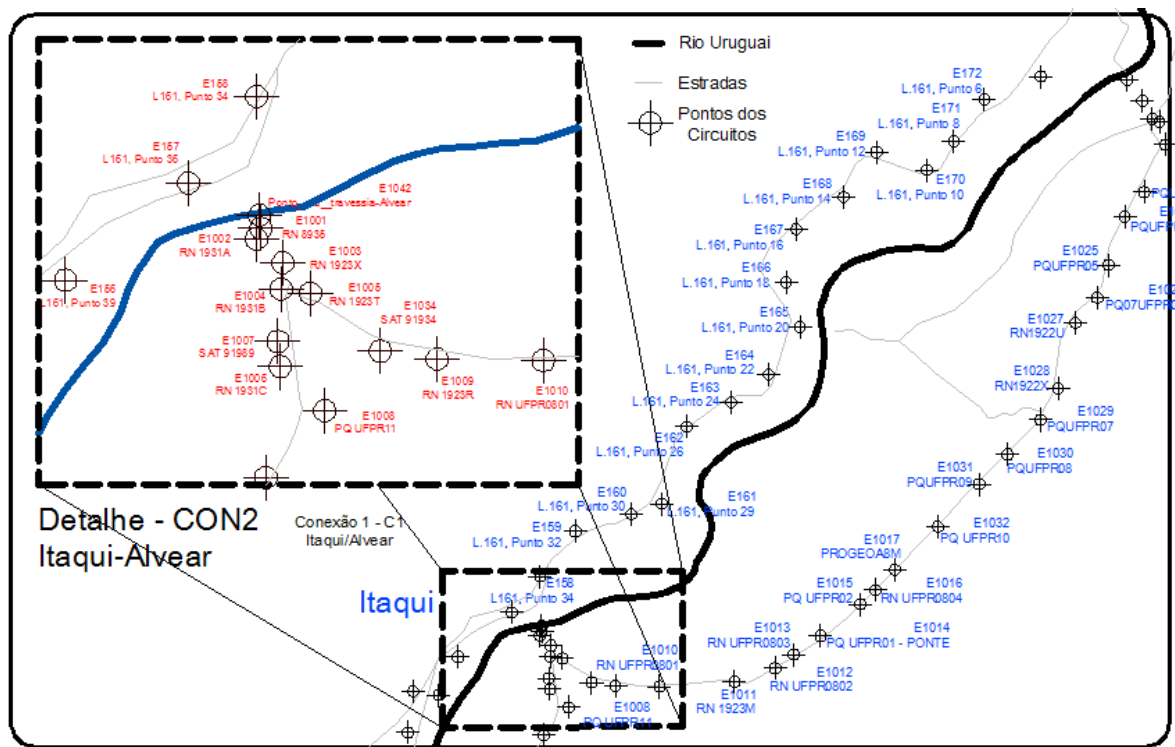


FIGURA 20 - DETALHE DA CONEXÃO 2 - CON2.

FONTE: O Autor.

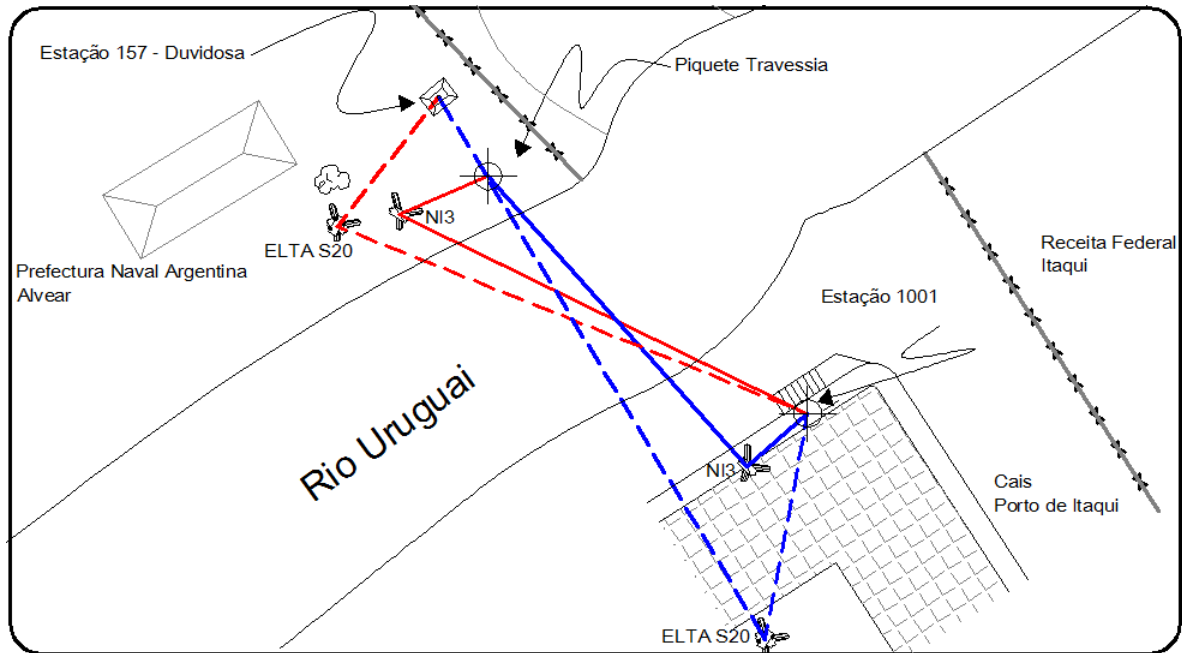


FIGURA 21 - DETALHE DO NIVELAMENTO DE TRAVESSIA.

FONTE: O Autor.

Os pontos constituintes das linhas da conexão 3 (Uruguaiana – Passo de Los Libres) podem ser visualizados na Figura 17.

#### 4.1.1 Conexão com Base em Técnicas de Nivelamentos e Modelagem Gravimétrica

Com a hipótese de que não são conhecidos de forma insofismável o valor das discrepâncias nas regiões de conexão, tal como ocorre entre Uruguaiana e Passo de los Libres e São Borja e São Tomé, em virtude das bases de dados brasileira e argentina não terem consistência entre elas, então se adota a estratégia de considerar como fundamental a conexão realizada entre Itaqui e Alvear (CON2). Esta conexão foi realizada com três técnicas distintas: Nivelamento trigonométrico com estação total, GPS e nivelamento de travessia. As três técnicas, cujos principais resultados e metodologia estão apresentados no Apêndice 08, fornecem uma base de dados para intercomparação.

Buscando-se uma relação local entre as redes verticais brasileira e argentina, parte-se da altura geoidal que é expressa como:

$$N \approx h - H \Rightarrow h \approx N + H \quad (4.1)$$

Então, impondo  $N^{(A)}$  e  $H^{(A)}$  referindo-se ao Datum Vertical Argentino (DVA) e  $N^{(B)}$  e  $H^{(B)}$  referindo-se ao Datum Vertical Brasileiro (DVB):

$$h^{(A)} \approx N^{(A)} + H^{(A)} \quad (4.2)$$

$$h^{(B)} \approx N^{(B)} + H^{(B)} \quad (4.3)$$

Observando a proximidade dos pontos de conexão, é possível considerar:

$$h^{(A)} - h^{(B)} \approx (N^{(A)} - H^{(A)}) + (N^{(B)} + H^{(B)}) \quad (4.4)$$

$$h^{(A)} - h^{(B)} \approx (N^{(A)} - N^{(B)}) + (H^{(A)} - H^{(B)}) \quad (4.5)$$

Visto que do lado argentino dispõe-se de altitudes niveladas e gravimetria em todos os pontos do circuito e, do lado brasileiro a mesma condição é atendida em alguns pontos chave, obedecendo ao princípio de que o trabalho ao longo de uma trajetória fechada em um campo conservativo é nulo, então este trabalho pode ser expresso como:

$$\delta W = -g \cdot \delta n \quad (4.6)$$

$$\oint \delta W = \oint g \cdot \delta n = 0 \quad (4.7)$$

Na prática, a (4.7) deve ser discretizada para sua solução. Considerando a variação de potencial como idêntica à variação do número geopotencial, então resulta:

$$\Delta C_{ij} = \sum_{k=1}^j \overline{g}_k dn_k = 0 \quad (4.8)$$

Onde

$$\overline{g}_k = \frac{1}{2}(g_{k-1} + g_k) \quad (4.9)$$

A (4.8) tem uma forma adequada ao ajustamento por mínimos quadrados se:

$$F(l_a) = \Delta C_{ij}; \quad \overline{g}_k dn_k = l_a; \quad (4.10)$$

A qual se adéqua ao modelo dos Correlatos dado por:

$$F(l_a) = 0 \quad (4.11)$$

A solução da (4.11) é encontrada em Gemael (1994, pp. 135-142), desde que inexistam erros grosseiros e sistemáticos. No problema em tela, a solução abrange a ligação matemática entre os dois circuitos propostos e garante a unicidade das observações (considere-se como tal o produto das observações).

## 4.2 DETERMINAÇÃO DO AFASTAMENTO ENTRE OS DATA VERTICAIS BRASILEIRO E ARGENTINO

Uma das variações da Equação Fundamental da Geodésia Física, que envolve a relação do potencial perturbador com o distúrbio da gravidade, permite isolar quantidades que se referem ao potencial perturbador e a gravidade normal (HOFMAN-WELLENHOF & MORITZ, 2005, p. 95):

$$\delta g = \Delta g - \frac{1}{\gamma} \frac{\partial \gamma}{\partial h} T \quad (4.12)$$

$$\delta g - \Delta g = -\frac{1}{\gamma} \frac{\partial \gamma}{\partial h} T \Rightarrow \frac{(\Delta g - \delta g)}{\frac{\partial \gamma}{\partial h}} = \frac{T}{\gamma} \quad (4.13)$$

Considerando que a altura geoidal pode ser expressa pela equação de Bruns (HEISKANEN & MORITZ, 1967 p.53), tal que aplicada à (4.13) resulta:

$$\frac{T}{\gamma} = \frac{(\Delta g - \delta g)}{\frac{\partial \gamma}{\partial h}} = N \quad (4.14)$$

De acordo com a concepção clássica, as anomalias da gravidade necessitam do conhecimento de valores da gravidade no geóide. Para tal, diferentes tipos de redução podem ser empregados. Em especial, neste trabalho são enfatizadas, em um primeiro momento, a redução *free-air* e a redução simplificada de Bouguer (HEISKANEN & MORITZ, 1967, p. 131), em vista da região de estudos não possuir relevo acidentado:

$$\begin{array}{l}
\text{Gravidade medida na SFT} \dots\dots\dots g_P \\
\text{Menos o platô Bouguer} \dots\dots\dots - 0.1119 \cdot H \\
\text{Mais a redução Free Air} \dots\dots\dots + 0.3086 \cdot H \\
\hline
\text{Gravidade em } P_0 \dots\dots\dots g_{P_0} = g_P + 0.1967 \cdot H
\end{array} \quad (4.15)$$

Uma consideração importante que deve ser efetivada neste momento é a de que na solução do PVCG considera-se que inexistem massas exteriores à superfície equipotencial, objeto de determinação. Assim, está implícito que a anomalia a ser utilizada na solução é a *free-air*. No entanto, a redução de Bouguer é um elemento essencial para a técnica de obtenção de valor da gravidade reduzido, onde a anomalia *free-air* é obtida a partir da anomalia de Bouguer e as massas entre o ponto de observação da gravidade e o geóide são removidas para a redução da gravidade e posteriormente seus efeitos restaurados. Esta restauração implica na chamada correção do efeito indireto (HOFMANN-WELLENHOF & MORITZ, 2005, P. 290).

Para calcular o valor da gravidade reduzido, entretanto, é necessária a informação altimétrica, a qual é dependente do sistema de referência das altitudes. No presente estudo, dois sistemas iniciais distintos são empregados: pontos das redes verticais fundamentais do Brasil e da Argentina. Novamente, associando-se o superíndice (*A*) a quantidades que se referem ao *Datum Vertical Argentino* (DVA) e o superíndice (*B*) a quantidades que se referem a quantidades do *Datum Vertical Brasileiro* (DVB), pode-se escrever:

$$\begin{array}{l}
g^{(A)} = g^{(SFT)} + 0,1967 \cdot H^{(A)} \\
g^{(B)} = g^{(SFT)} + 0,1967 \cdot H^{(B)}
\end{array} \quad (4.16)$$

E então a gravidade reduzida utilizando  $H^{(A)}$  se refere ao DVA; a gravidade reduzida utilizando  $H^{(B)}$  se refere ao DVB. Estendendo o raciocínio para as anomalias da gravidade,

$$\begin{aligned}\Delta g^{(A)} &= g^{(A)} - \gamma \\ \Delta g^{(B)} &= g^{(B)} - \gamma\end{aligned}\quad (4.17)$$

Em que  $\gamma$  é a gravidade normal calculada utilizando, por exemplo, a Fórmula de Somigliana. Considerando-se que os distúrbios da gravidade – independentes do *NMM* local - são calculados segundo a Equação 2.215 de Hofmann-Wellenhof & Moritz (2005, p.82):

$$\gamma_h = \gamma \left[ 1 - \frac{2}{a} (1 + f + m - 2f \sin^2 \varphi) \cdot h + \frac{3}{a^2} h^2 \right] \quad (4.18)$$

E o gradiente da gravidade normal a ser utilizado é o mesmo, tanto na região brasileira como na argentina, então as alturas geoidais calculadas a partir de anomalias da gravidade referidas a cada particular DV apontam a separação entre o modelo Terra Normal e aquele DV. Deste modo, com o conhecimento de altitudes elipsoidais e ortométricas de pontos em ambos os sistemas de referência opera-se

$$\begin{aligned}N^{(A)} &= \frac{(\Delta g^{(A)} - \delta g)}{\frac{\partial \gamma}{\partial h}} \\ N^{(B)} &= \frac{(\Delta g^{(B)} - \delta g)}{\frac{\partial \gamma}{\partial h}}\end{aligned}\quad (4.19)$$

E, com o valor da gravidade em um dos pontos e a altitude do mesmo ponto nos sistemas DVA e DVB, faz-se



$$N^{(A)} - N^{(B)} = \frac{(\Delta g^{(A)} - \delta g)}{\frac{\partial \gamma}{\partial h}} - \frac{(\Delta g^{(B)} - \delta g)}{\frac{\partial \gamma}{\partial h}} \quad (4.20)$$

$$N^{(A)} - N^{(B)} = \frac{(\Delta g^{(A)})}{\frac{\partial \gamma}{\partial h}} - \frac{\delta g}{\frac{\partial \gamma}{\partial h}} - \frac{(\Delta g^{(B)})}{\frac{\partial \gamma}{\partial h}} + \frac{\delta g}{\frac{\partial \gamma}{\partial h}} \quad (4.21)$$

$$N^{(A)} - N^{(B)} = \frac{(\Delta g^{(A)})}{\frac{\partial \gamma}{\partial h}} - \frac{(\Delta g^{(B)})}{\frac{\partial \gamma}{\partial h}} \quad (4.22)$$

$$N^{(A)} - N^{(B)} = \frac{1}{\frac{\partial \gamma}{\partial h}} (\Delta g^{(A)} - \Delta g^{(B)}) \quad (4.23)$$

$$N^{(A)} - N^{(B)} = \frac{1}{\frac{\partial \gamma}{\partial h}} \left( (g^{(A)} + 0.1967H^{(A)}) - (g^{(B)} + 0.1967H^{(B)}) \right) \quad (4.24)$$

Como os pontos  $A$  e  $B$  tratam-se do mesmo ponto,

$$N^{(A)} - N^{(B)} = \frac{1}{\frac{\partial \gamma}{\partial h}} (0.1967(H^{(A)} - H^{(B)})) \quad (4.25)$$

Utilizando o gradiente da gravidade normal  $\partial \gamma / \partial h = -0,3086$  mGal/m têm-se como determinação preliminar:

$$N^{(A)} - N^{(B)} = \frac{0.1967}{-0.3086} (H^{(A)} - H^{(B)}) \quad (4.26)$$

$$\Delta N = N^{(A)} - N^{(B)} = 0.6374 (H^{(B)} - H^{(A)}) \quad (4.27)$$

Que descreve o cálculo da diferença de alturas geoidais para um mesmo ponto utilizando as hipóteses simplificativas apontadas para as anomalias Bouguer (não refinadas) como função somente da diferença de altitude nivelada, ora em um sistema, ora em outro.

Uma solução alternativa é a utilização da Equação de Pizzeti-Stokes (HOFMANN-WELLENHOF & MORITZ, 2005, p. 104):

$$N = \frac{R}{4\pi\gamma_0} \iint_{\sigma} \Delta g \cdot S(\psi) \cdot d\sigma \quad (4.28)$$

Discretizando-a (Id., p. 124),

$$N = \sum_k c_k \overline{\Delta g_k} \quad (4.29)$$

em que  $\overline{\Delta g_k}$  é a anomalia da gravidade representativa de um bloco numa grade adequada. O primeiro termo do somatório é dado por

$$c_k = \frac{A_k \cdot S(\psi_k)}{4 \cdot \pi \cdot \gamma_0 \cdot R} \quad (4.30)$$

$A_k$  é a área de um compartimento numa grade.  $S(\psi_k)$  é a função de Stokes, dada por:

$$S(\psi) = \frac{1}{\sin(\psi/2)} - 6 \sin\left(\frac{\psi}{2}\right) + 1 - 5 \cos(\psi) - 3 \cos(\psi) \ln\left(\sin\left(\frac{\psi}{2}\right) + \sin^2\left(\frac{\psi}{2}\right)\right) \quad (4.31)$$

Com  $\psi$  sendo a distância geocêntrica definida em função das coordenadas geodésicas do ponto de cálculo ( $\varphi$  e  $\lambda$ ) e do ponto onde se conhece a anomalia da gravidade ( $\varphi'$  e  $\lambda'$ ) cuja expressão é dada por (HEISKANEN & MORITZ, 1967, p.97):

$$\psi = \arccos[\sin(\varphi) \cdot \sin(\varphi') + \cos(\varphi) \cdot \cos(\varphi') \cos(\lambda' - \lambda)] \quad (4.32)$$

Deve-se recordar que  $R$  é o raio médio da Terra, considerada aqui como a esfera de mesmo volume que o elipsóide de referência, dado por  $R = (a^2 \cdot b)^{1/3}$ . É testada uma funcional alternativa à função de Stokes, conforme Hofmann-Wellenhof e Moritz (2005, p. 104 e p.106), visando fugir da indeterminação para distâncias geocêntricas reduzidas quando  $S(\psi_k)$  tende ao infinito. Assim, introduz-se:

$$F(\psi) = \frac{\sin(\psi)}{2} \left[ \frac{1}{\sin(\psi/2)} - 6 \sin\left(\frac{\psi}{2}\right) + 1 - 5 \cos(\psi) - 3 \cos(\psi) \ln\left(\sin\left(\frac{\psi}{2}\right) + \sin^2\left(\frac{\psi}{2}\right)\right) \right] \quad (4.33)$$

Para tal, multiplicam-se ambos os membros da (4.29) por  $\frac{\sin(\psi)}{2}$

$$N \cdot \frac{\sin(\psi)}{2} = \sum_k \frac{A_k \cdot S(\psi_k)}{4 \cdot \pi \cdot \gamma_0 \cdot R} \Delta g_k \cdot \frac{\sin(\psi)}{2} \quad (4.34)$$

E assim

$$N \cdot \frac{\sin(\psi)}{2} = \sum_k \frac{A_k}{4 \cdot \pi \cdot \gamma_0 \cdot R} \overline{\Delta g_k} \cdot \frac{S(\psi_k) \cdot \sin(\psi)}{2} \quad (4.35)$$

$$N \cdot \frac{\sin(\psi)}{2} = \sum_k \frac{A_k}{4 \cdot \pi \cdot \gamma_0 \cdot R} \overline{\Delta g_k} \cdot F(\psi) \quad (4.36)$$

e como para o caso da região de estudos, é possível fazer

$$\sin(\psi) \approx (\psi) \quad (4.37)$$

tal que:

$$N \frac{\psi}{2} = \sum_k \frac{A_k}{4 \cdot \pi \cdot \gamma_0 \cdot R} \overline{\Delta g_k} \cdot F(\psi) \quad (4.38)$$

E multiplicando ambos os membros por  $R$

$$N \cdot R \frac{\psi}{2} = N \cdot \frac{s}{2} = \sum_k \frac{A_k}{4 \cdot \pi \cdot \gamma_0} \overline{\Delta g_k} \cdot F(\psi) \quad (4.39)$$

Com  $s$ , a distância na superfície. Isolando para  $N$

$$N = \sum_k \frac{A_k}{2 \cdot \pi \cdot \gamma_0 \cdot s} \overline{\Delta g_k} \cdot F(\psi) \quad (4.40)$$

Das (4.29) até (4.40) reúne-se de maneira análoga à primeira hipótese, considerando a substituição da  $S(\psi)$  pela  $F(\psi)$  quando adequado (Seção 5.2.2, p. 82),

$$N^{(A)} = \frac{R}{4\pi\gamma_0} \iint_{\sigma} \Delta g^{(A)} \cdot S(\psi) \cdot d\sigma \quad (4.41)$$

$$N^{(B)} = \frac{R}{4\pi\gamma_0} \iint_{\sigma} \Delta g^{(B)} \cdot S(\psi) \cdot d\sigma \quad (4.42)$$

$$N^{(A)} - N^{(B)} = \frac{R}{4\pi\gamma_0} \iint_{\sigma} \Delta g^{(A)} \cdot S(\psi) \cdot d\sigma - \frac{R}{4\pi\gamma_0} \iint_{\sigma} \Delta g^{(B)} \cdot S(\psi) \cdot d\sigma \quad (4.43)$$

$$N^{(A)} - N^{(B)} = \frac{R}{4\pi\gamma_0} \left( \iint_{\sigma} \Delta g^{(A)} \cdot S(\psi) \cdot d\sigma - \iint_{\sigma} \Delta g^{(B)} \cdot S(\psi) \cdot d\sigma \right) \quad (4.44)$$

Apesar das integrais serem avaliadas sobre toda a superfície terrestre, a separação espectral das quantidades que descrevem o geopotencial autoriza dizer que também as alturas geoidais podem ser descritas por longos, médios e curtos comprimentos de onda, possibilitando simplificações:

$$\left( N_{(L)}^{(A)} + N_{(M)}^{(A)} + N_{(C)}^{(A)} \right) - \left( N_{(L)}^{(B)} + N_{(M)}^{(B)} + N_{(C)}^{(B)} \right) = \Delta N \quad (4.45)$$

Recordando-se que os superíndices referem-se aos dois sistemas sob análise, os sub-índices referem-se respectivamente:  $(L)$  dos longos,  $(M)$  dos médios e  $(C)$  dos curtos comprimentos de onda. Como a região avaliada é a mesma, os longos comprimentos de onda terão aproximadamente o mesmo efeito nas duas localidades a menos das já mencionadas discrepâncias das *TNMM* em cada *datum* vertical. Os comprimentos de ondas médios também devem encerrar somente discrepâncias associadas com efeitos ao longo das linhas de nivelamento desde cada um dos *data* verticais e finalmente os curtos comprimentos de onda devem refletir efeitos locais. Os curtos comprimentos de onda, por sua vez, decorrem de

diversos fatores, sendo o preponderante o efeito gravitacional das massas topográficas bem como as heterogeneidades laterais de densidade. No entanto, os efeitos da topografia e heterogeneidades laterais devem implicar em efeitos pouco diferentes em ambas as redes devido à proximidade das linhas argentinas e brasileiras consideradas. Então, na determinação de  $\Delta N$ , o principal efeito refletido deve ser o da discrepância entre os diferentes data verticais. A discrepância tem informações contidas nas anomalias da gravidade já que elas referem-se a cada sistema de referência nacional, distintos entre si. Para superar estas discrepâncias é evidente que devam ser geradas anomalias da gravidade independentes dos sistemas locais, por exemplo, a partir distúrbios da gravidade determinados na região e de modelos globais do geopotencial.

Por conseguinte, a diferença relativa entre alturas geoidais calculadas sobre os mesmos pontos a partir de anomalias referidas ou ao DVA ou ao DVB apontarão o afastamento entre as respectivas superfícies, ainda que as integrais não sejam avaliadas sobre toda a SFT. Daí, a partir da (4.44), escrita para toda a Terra e com as considerações acima (4.45), têm-se simplesmente para a região de estudos, sem outra consideração:

$$\left(N^{(A)}\right) - \left(N^{(B)}\right) = \Delta N \quad (4.46)$$

que, conhecido, permite transformar altitudes niveladas de um sistema de referência (e.g., DVA) para outro (e.g., DVB).

### 4.3 PARA A OBTENÇÃO DE ANOMALIAS DA GRAVIDADE EM FORMA DE GRADE

Embora nas pequenas regiões (aqui consideradas até 2,5 graus) as Anomalias Bouguer não sejam correlacionadas com o terreno e permitam, portanto, a interpolação livre, a recuperação da informação altimétrica visando a sua

transformação em Anomalias *free-air* não é simples. Como a Equação de Stokes envolve a ausência de massas no exterior do geóide, devem ser aplicadas as anomalias *free-air* da gravidade, cuja interpolação é afetada fortemente por sua alta correlação com a altitude. Assim, a interpolação de Anomalias *free-air* é realizada usualmente com técnicas não determinísticas tal como a baseada em Redes Neurais Artificiais. Anomalias Bouguer, em vista da sua baixa correlação em relação às massas topográficas, são interpoladas de forma eficiente por métodos convencionais tal como a krigagem e CMQ. No entanto, para a distribuição de dados existente na região de estudos, a CMQ não pode ser utilizada de forma eficiente, uma vez que não existiam pontos em número suficiente para sua validação. A ferramenta disponível para a CMQ, o aplicativo PREDGRAV do SIRGAS, exige pelo menos 30 pontos para geração adequada de uma base de dados. Assim, não pôde ser aplicado a cada um dos lados isoladamente. Testes de sua aplicação estão apresentados no Apêndice 09. Para o caso das anomalias *free-air*, a RNA utilizada no treinamento e predição utilizou uma camada de entrada com funções de base radial compostas de cinco neurônios e uma camada de saída com função de transferência linear composta de um neurônio, esquematizada na Figura 22. É uma RNA com aprendizado do tipo *Feed Forward Back Propagation*.

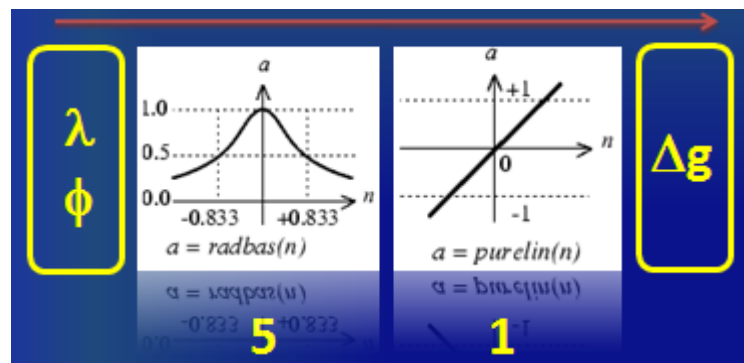


FIGURA 22- ESQUEMA DA REDE NEURAL UTILIZADA NO PROCEDIMENTO DE TREINAMENTO E PREDIÇÃO DE ANOMALIAS *FREE-AIR*.

#### 4.4 PARA O VÍNCULO DA REDE LOCAL COM UM DATUM GLOBAL

Conhecidas as diferenças de geopotencial com uma confiabilidade adequada (uma acurácia da ordem de  $0,1\text{m}^2/\text{s}^2$  nas diferenças de geopotencial apontará uma acurácia não melhor do que  $1,02\text{ cm}$ , para altitudes - desde que a gravidade não tenha incerteza maior que  $0,1\text{ m/s}^2$  ou  $10\text{ mGal}$ ), o passo seguinte é o da conexão do circuito com um Datum Global. Esta ligação é efetivada por meio da comparação de distúrbios da gravidade determinados com observações gravimétricas locais nos pontos que disponham de altitudes GNSS em relação a distúrbios da gravidade calculados com base em um modelo global do geopotencial. O padrão a ser avaliado é o *RMS*, dado por

$$RMS_{\text{distúrbio}} = \sum_{i=1}^n \sqrt{\frac{(\delta g_{\text{Local}} - \delta g_{\text{Global}})^2}{n}} \quad (4.47)$$

O modelo a ser utilizado como referência é escolhido com base no menor *RMS*.

O caminho percorrido parte então das anomalias da gravidade, uma vez que anomalias podem ser obtidas dos distúrbios da gravidade, conforme as (4.12) e (4.13). Então, a diferença das anomalias observadas localmente e vinculadas ao sistema de referência em estudo, obtidas dos distúrbios da gravidade observados, com anomalias vinculadas às diferentes redes nacionais, ou ainda aquelas provenientes de modelos globais permitem também determinar as diferenças de altitudes nos diferentes sistemas. É o caso que acontece a partir da (4.48):

$$\Delta g_{\text{Global}} = g_{\text{Global}} + \frac{\partial \gamma}{\partial h} H_{\text{Global}} - \gamma \quad (4.48)$$

$$\Delta g_{\text{Local}} = g_{\text{Local}} + \frac{\partial \gamma}{\partial h} H_{\text{Local}} - \gamma \quad (4.49)$$

Tem-se



$$\Delta g_{Global} - \Delta g_{Local} = g_{Global} + \frac{\partial \gamma}{\partial h} H_{Global} - \gamma - \left( g_{Local} + \frac{\partial \gamma}{\partial h} H_{Local} - \gamma \right) \quad (4.50)$$

$$\Delta g_{Global} - \Delta g_{Local} = g_{Global} - g_{Local} + \frac{\partial \gamma}{\partial h} \cdot (H_{Global} - H_{Local}) \quad (4.51)$$

E, isolando para altitude

$$\frac{(\Delta g_{Global} - \Delta g_{Local} - g_{Global} + g_{Local})}{\frac{\partial \gamma}{\partial h}} = (H_{Global} - H_{Local}) = \Delta H_{Local \rightarrow Global} \quad (4.52)$$

E assim cada ponto particular da rede estará conectado a um sistema global.

#### 4.5 CONSIDERAÇÕES ACERCA DA METODOLOGIA

Dada a quantidade de caminhos possíveis dentro das Ciências Geodésicas, faz-se necessário discorrer sobre o motivo que levou ao descarte imediato de algumas metodologias consagradas. Inicialmente, a utilização da Função de Koch associada ao distúrbio da gravidade (HOFMANN-WELLENHOF & MORITZ, 2005, pp. 115-119) não foi implementada. Isto decorreu do fato da indisponibilidade de pontos com observações GNSS em proporção similar em ambas as redes nacionais envolvidas nas análises. Com relação às diferenças calculadas unicamente a partir de modelos globais, estes têm sua resolução prejudicada na região pela pequena quantidade de observações gravimétricas quando de sua geração.

Outro aspecto problemático diz respeito ao número de conexões: Se estas representam o mínimo necessário para o ajustamento da rede local proposta, têm grande importância para a validação do afastamento entre os *data* considerados. Talvez este aspecto seja fundamental para a qualidade da solução obtida: qualquer

metodologia estabelecida para conexão é altamente dependente da quantidade de desníveis conhecidos entre as redes a serem integradas. É extremamente importante considerar que enquanto tem-se a concepção clássica de conexão para formar circuitos que permitam o ajustamento pelo MMQ, a concepção de utilizar a gravimetria associada com posicionamento GNSS permite considerar cada ponto observado como ponto de conexão com o Sistema Global de Altitudes (SGA).

Diante do exposto, a aplicação das hipóteses baseadas na diferença espectral do geóide ou a obtenção do vínculo com um sistema global de altitudes a partir de observações GNSS e gravimetria parecem mais coerentes sob a óptica estatística, uma vez que leva em conta um número maior observações. Ainda, a extrapolação das anomalias da gravidade e a estabilidade do “*kernel*” são aspectos que exercem influência sobre a precisão dos resultados. Igualmente, a utilização das RNAs como ferramenta para interpolação, apesar de contornarem dificuldades como a alta correlação das anomalias free-air com a altitude do terreno, estas ainda não são tidas como técnicas convencionais dentro das Ciências Geodésicas.

Exploram-se, portanto, algumas combinações de forma a gerar uma solução compatível com o nível de informações existente e que absorva algum controle estatístico suficiente à aceitação ou rejeição das diferenças. Assim, seguem os resultados.

## 5 OBSERVAÇÕES, RESULTADOS E ANÁLISES

### 5.1 BASE DE DADOS NA REGIÃO DE ESTUDOS E CONEXÕES

O presente Capítulo tem como aspecto fundamental a aplicação de diferentes estruturas de dados visando à geração de uma rede de nivelamento regional entre dois países. Exercitam-se diversas soluções em busca de resultados com consistência. Neste sentido o disposto no Capítulo 4 é aplicado, com destaque às heterogeneidades das bases de dados em cada um dos países e, tão importante quanto, com considerações de suas possíveis inconsistências internas. Destaque-se que em particular no lado brasileiro, as linhas entre São Borja e Itaqui, com grandes trechos sem disponibilidade de RNs, tem característica totalmente diversa daquela entre Itaqui e Uruguaiana. Nesta última já existe uma distribuição mais satisfatória de RNs.

Todas as RNs encontradas no lado brasileiro tiveram determinadas suas altitudes elipsóidicas com GPS e determinados valores da gravidade com observações gravimétricas. Buscou-se também a densificação de pontos para o projeto de estabelecimento do referencial altimétrico regional. Esta densificação foi efetivada com nivelamento GPS associado a gravimetria. Ainda, do lado brasileiro, as altitudes das RNs encontradas em campo foram obtidas do Banco de Dados do IBGE, onde estão disponibilizadas altitudes ajustadas. Este aspecto irá receber atenção na seqüência, em vista da natureza dos dados argentinos, fornecidos como altitudes niveladas associadas com informações gravimétricas, com total ausência de altitudes elipsóidicas. Com este quadro em mente, fica claro que os problemas a serem encarados são os mais diversos possíveis, principalmente quando se busca a caracterização física da rede a ser estabelecida, seus vínculos com os *data* nacionais e com um SGA. Assim, as heterogeneidades apontadas deverão ser consideradas em cada uma das análises a seguir. Um aspecto crítico para a geração de uma rede consistente está relacionado com as conexões entre a parte argentina e a brasileira. Nas conexões entre Uruguaiana e Passo de Los Libres e entre São Borja e São Tomé não existem informações que possam ser consideradas como

inquestionáveis. Assim, são tratadas por uma modelagem física a partir do geopotencial. Adicionalmente, outro aspecto crítico é a distância envolvida entre os pontos para a modelagem das conexões por intermédio do último, que no caso de Uruguaiana e Passo de Los Libres é de cerca de 20 km, e cerca de 0,6 km na conexão São Borja – São Tomé. Embora inicialmente houvesse a convicção relativamente à consistência da conexão estabelecida entre Itaqui e Alvear, que envolve uma distância de cerca de 0,6 km entre as referências de nível disponíveis, isto não se configurou nas análises. Uma vez que a conexão foi realizada recentemente e com três métodos distintos, buscava-se nela o apoio para grande parte dos testes de modelos propostos neste estudo e para existir um ponto com informações seguras para apoiar testes e ajustamento. No entanto, as análises evidenciaram problemas relativos à correta identificação dos pontos envolvidos. Estudos preliminares em outras conexões apresentaram discrepância com os valores ora obtidos, conforme é apresentado na seção 5.1.1.

Deve ser enfatizado que desde inconsistências mais triviais que podem ser dirimidas com aplicação de modelos existentes até aspectos que não possibilitam controles convencionais estão envolvidos nas análises dos segmentos associados a cada uma das redes nacionais. Por exemplo, observações de altitudes elipsóidicas sobre RNs podem ser razoavelmente controladas com um modelo geoidal existente para a região ou derivado de um MGG. No entanto, pontos de nivelamento GPS associado à gravimetria, que são utilizados como complementação às linhas com deficiência de informações de desníveis em grandes distâncias, só terão indicativo de sua adequação quando do fechamento de extensos circuitos e sem controle de ponto ou pontos problemáticos. Para tanto, seriam fundamentais neste contexto a existência de conexões confiáveis entre os países e a busca da redução dos dados existentes em bases homogêneas.

#### 5.1.1 Resultados obtidos na conexão 2 (CON2) considerando diferentes técnicas de nivelamento

Dado que o ponto utilizado no nivelamento de travessia não foi o mesmo ponto ocupado com GNSS e nem o mesmo ponto no qual foi executado o

nivelamento trigonométrico (com os dois últimos realizados sobre os mesmos pontos), outro nivelamento foi executado desde o piquete no qual estava a mira do nivelamento de travessia até o ponto supostamente de referência, na margem argentina. Embora o resultado desta operação seja bem conhecido, destaque-se que não há qualquer informação sobre os pontos pertencentes a esta linha, exceto pelo fato de que num desses pontos houve observações GNSS. Como o rastreo foi executado com diferentes equipamentos e por diferentes equipes, adotou-se este desnível como sendo o do ponto de travessia até o marco utilizado pelas outras duas técnicas. Em virtude, portanto, da incompatibilidade de informações e da indisponibilidade de qualquer monografia relacionada ao marco de base dos nivelamentos trigonométrico e GNSS, associou-se aquele ponto à estação 157 (linha 161, Punto 36) do banco de dados argentino. A situação está ilustrada na Figura 20 (p. 76). O principal significado dessa consideração está em apontar a estação 157, do IGN (com incerteza posicional) à estação 1042, ocupada pela UFPR. Portanto, esta conexão é duvidosa. O desnível informado do ponto de travessia até o ponto GNSS associado à estação 157 é:

$$\Delta H_{157 \rightarrow MIRA} = H_{MIRA} - H_{157} = -0,808 \Rightarrow \Delta H_{MIRA \rightarrow 157} = 0,808\text{m} \quad (5.1)$$

Então, a partir do desnível da estação 1001, ponto onde se encontrava a mira utilizada no nivelamento de travessia – margem brasileira, até o ponto de travessia – margem argentina, e suposto conhecido o desnível do ponto de travessia na margem argentina até a estação 157, faz-se:

$$\Delta H_{1001 \rightarrow 157} = \Delta H_{1001 \rightarrow MIRA} + \Delta H_{MIRA \rightarrow 157} \quad (5.2)$$

$$\Delta H_{1001 \rightarrow 157} = 0,2757 + 0,808\text{m} \quad (5.3)$$

$$\Delta H_{1001 \rightarrow 157} = H_{157} - H_{1001} = 1,084\text{m} \quad (5.4)$$

Considerando o desnível GNSS para os mesmos pontos, resulta:

$$\Delta h_{1001 \rightarrow 157} = h_{157} - h_{1001} = 1,1362 \text{ m} \quad (5.5)$$

E utilizando o nivelamento trigonométrico, com correções de curvatura e refração (Apêndice 08)

$$\Delta H = 1,1721 \text{ m} \quad (5.6)$$

e verifica-se que nem o nivelamento GNSS nem o trigonométrico se aproximam do -1,4786m se considerado o desnível obtido por levantamento de travessia, e são totalmente inconsistentes com outras conexões prévias apresentadas no ANEXO 01. Também, não existe a convicção relativamente à estação 157, em princípio associada nivelamento de travessia, considerando como base para esta afirmativa o critério de  $3\sigma$  com base no desvio padrão do nivelamento de travessia.

No entanto tal aspecto se torna irrelevante em vista de outros problemas evidenciados relativamente aos pontos de apoio para a conexão Itaquí-Alvear. Em primeiro lugar, a conexão efetivada que evidencia uma diferença de -1,4732 m entre as redes brasileira e argentina se considerado o valor do desnível obtido do nivelamento de travessia, da estação 1042 à estação 157 - RN 36 da linha 161 da Argentina. Tanto valores de coordenadas horizontais obtidas quando da ocupação para determinação de desnível com GNSS quanto aqueles obtidos na medição expedita durante gravimetria e que concordam entre si na ordem do décimo do segundo, ambos apresentam discrepância significativa na ordem de 4" ou cerca de 120m relativamente às coordenadas da referida RN no banco de dados argentino. Em segundo lugar, como confirmação que tal ponto é discordante, valor da gravidade determinado na campanha de travessia difere de valor do banco de dados por cerca de 3 mGal. Tal valor é totalmente inconsistente em vista da qualidade do fechamento do levantamento realizado na campanha bem como o da base

gravimétrica argentina. Consulta à documentação fotográfica também aponta para a suspeita de que o ponto ocupado como referência argentina para a travessia não condiz com uma RN de rede fundamental. Para ser dirimida esta dúvida, deve-se buscar uma verificação em campo e confirmações dos parceiros argentinos.

#### 5.1.2 Busca de grandezas homogêneas nas conexões (CON1 e CON3)

Seria fundamental o conhecimento do desnível entre as redes brasileira e argentina no mínimo em um ponto na área de estudos. Os problemas apontados na seção precedente justificam, no entanto, que esta importante informação da diferença entre as redes não deva ser aplicada. Parte-se, portanto, de algumas hipóteses para possibilitar a seqüência das análises e aplicação dos modelos propostos. Assim, assume-se como hipótese central que a diferença entre as redes inexistente em Itaqui/Alvear. Eventualmente, altitudes absolutas na Argentina são utilizadas em injunções de ordem física, de forma secundária que não implique em significativa propagação de erros, tal como no cálculo de diferenças entre anomalias da gravidade em ambas as bases e para possibilitar uma primeira aproximação nas soluções preditas nas demais conexões. Desta forma, a modelagem proposta na seção 4.2 pode ser aplicada.

Como já exposto, a idéia chave para o ajustamento dos circuitos é a abordagem com a qual são tratadas as CON1 e CON3. As informações relativas aos circuitos estão contidas nos Apêndices 01, 02, 03, 04, 05 e 06, e são resumidas na FIGURA 23 a seguir.

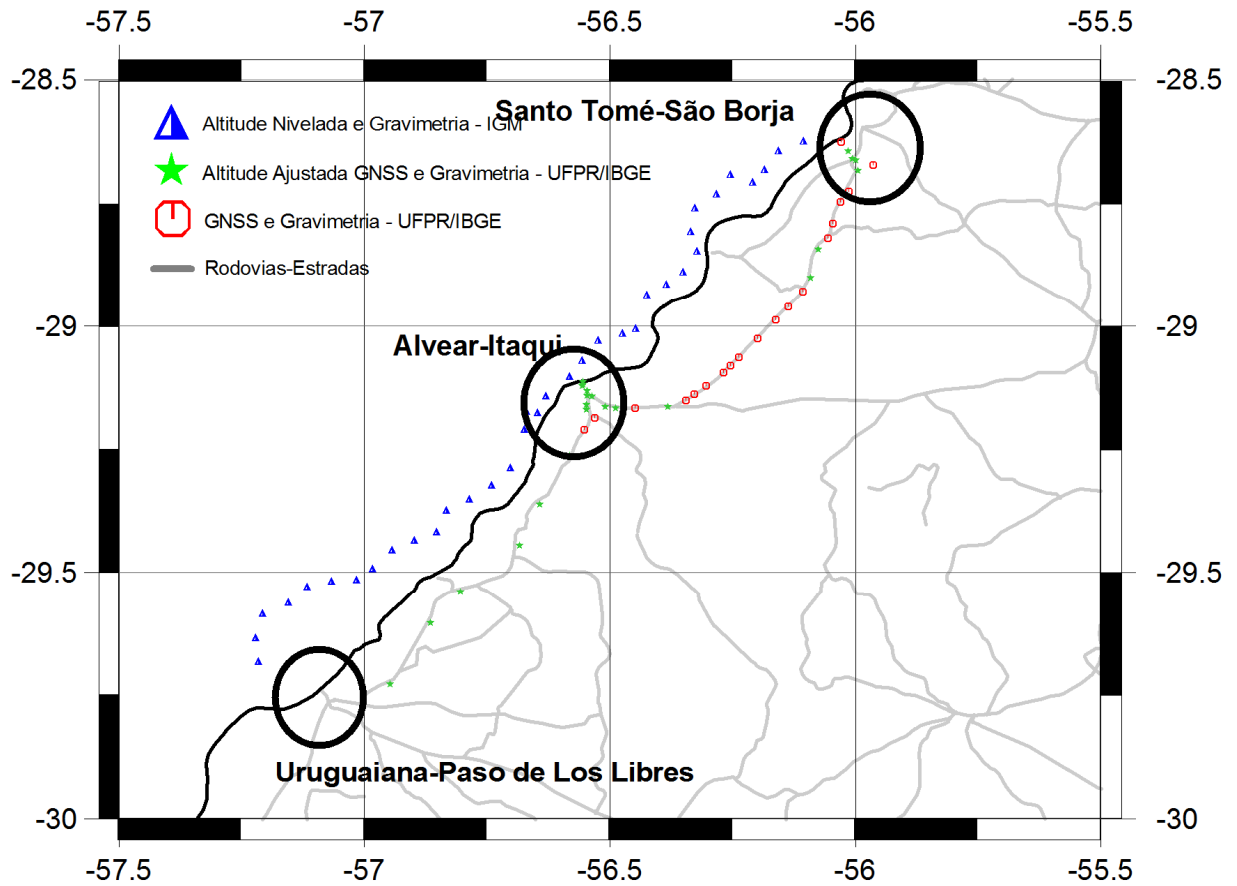


FIGURA 23 - TIPO DE INFORMAÇÃO PRESENTE NOS CIRCUITOS.  
 FONTE: O Autor (2009).

Deseja-se externar que as estações 1007 e 1034 são pontos SAT do IBGE (Figura 19).



Na Figura 24 são pormenorizadas as conexões.

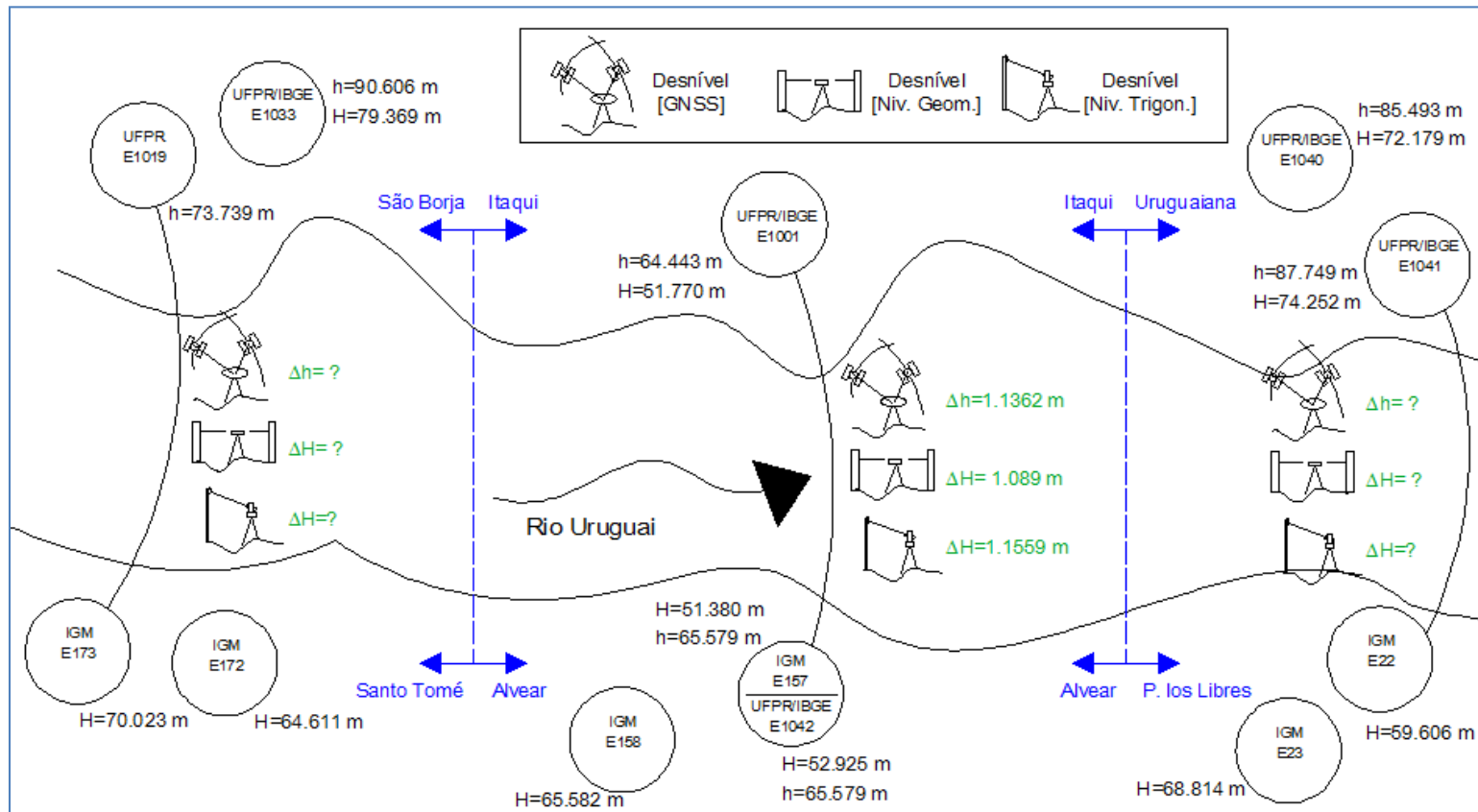


FIGURA 24 - ESQUEMA DAS INFORMAÇÕES PRESENTES NAS CONEXÕES.  
FONTE: O Autor (2009).

Para conectar as CON1 e CON3 algumas pré-análises são necessárias. Distinguem-se quatro casos (Situações A, B, C e D), levando em conta a indisponibilidade de altitudes GNSS naquelas conexões. Então os esforços se concentram na transformação de altitudes GNSS do lado brasileiro em quantidades que possibilitem a associação com as niveladas do lado argentino.

As possibilidades em questão são: Situação “A”: o cálculo de alturas geoidais por uma derivação da Equação Fundamental da Geodésia Física - EFGF (4.14); “B”: a aproximação da altura geoidal pela diferença  $h-H$ ; “C”: a utilização de uma base de dados brasileira expressa no MAPGEO2004 (IBGE, 2009); “D”: Utilização do GGM EGM2008. Na primeira situação, a partir da base de informações que é calculada da EFGF, obtém-se um geóide interpolado (FIGURA 25) que para um ponto fundamental (estação 1019) na CON1 resulta:

$$N_{1019} = 11,563\text{m} \Rightarrow H_{1019} = 62,176\text{ m} \quad (5.7)$$

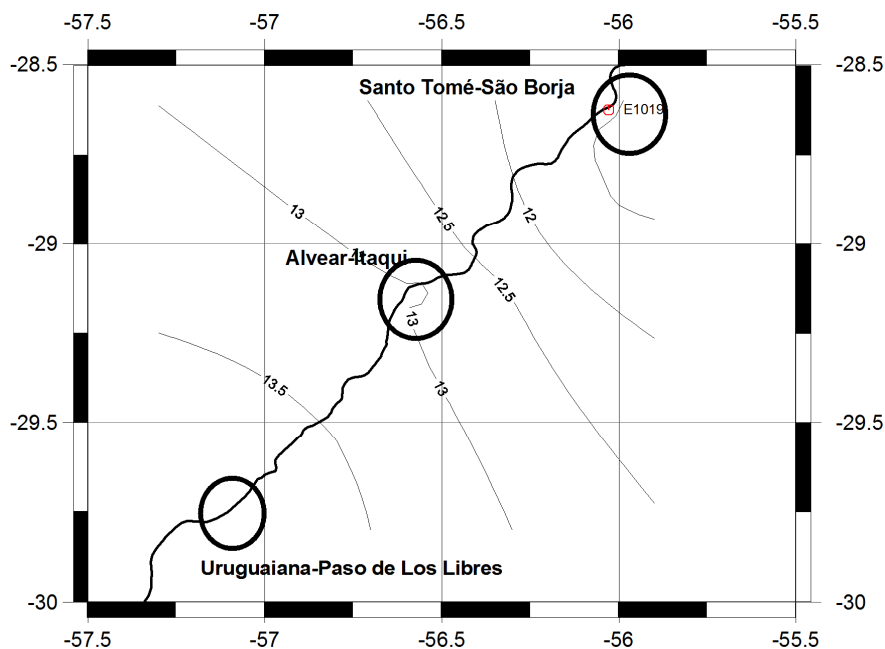


FIGURA 25- ISOLINHAS DE ALTURAS GEOIDAIS (m) INTERPOLADAS UTILIZANDO A EFGF – SITUAÇÃO “A”.

FONTE: O Autor (2009).

A partir da aproximação  $h-H$  fazendo nova interpolação têm-se a Situação “B” na FIGURA 26.

$$N_{1019} = 11,255\text{m} \Rightarrow H_{1019} = 62,4840\text{m} \quad (5.8)$$

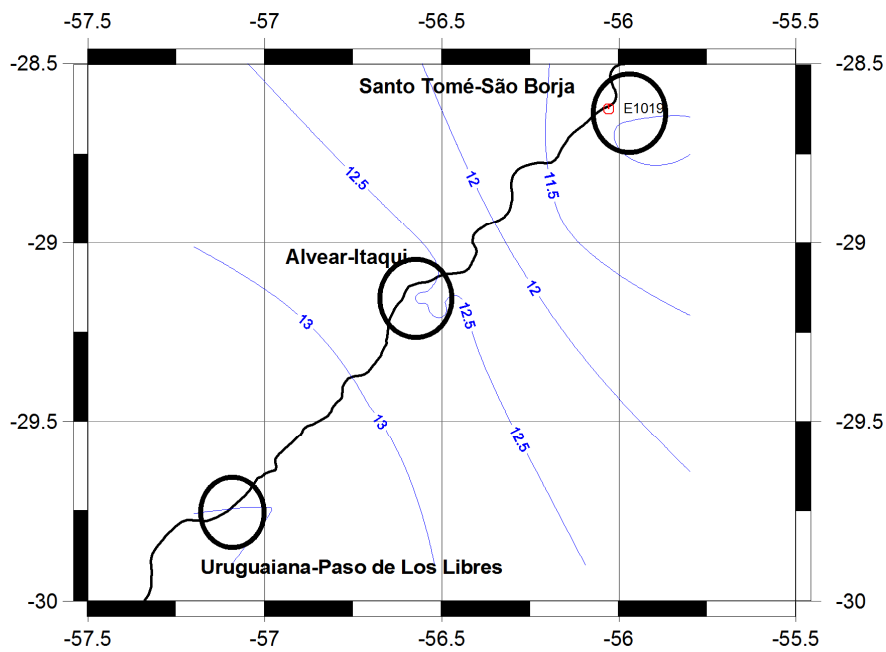


FIGURA 26- ISOLINHAS DE ALTURAS GEOIDAIS (m) INTERPOLADAS UTILIZANDO A APROXIMAÇÃO  $h-H$  – SITUAÇÃO “B”.

FONTE: O Autor (2009).

E da utilização de uma ferramenta para interpolação de alturas geoidais fornecida pelo IBGE com o MAPGEO2004, na Figura 27 a Situação “C” é explicitada.

$$N_{1019} = 10,405\text{m} \Rightarrow H_{1019} = 63,334\text{m} \quad (5.9)$$

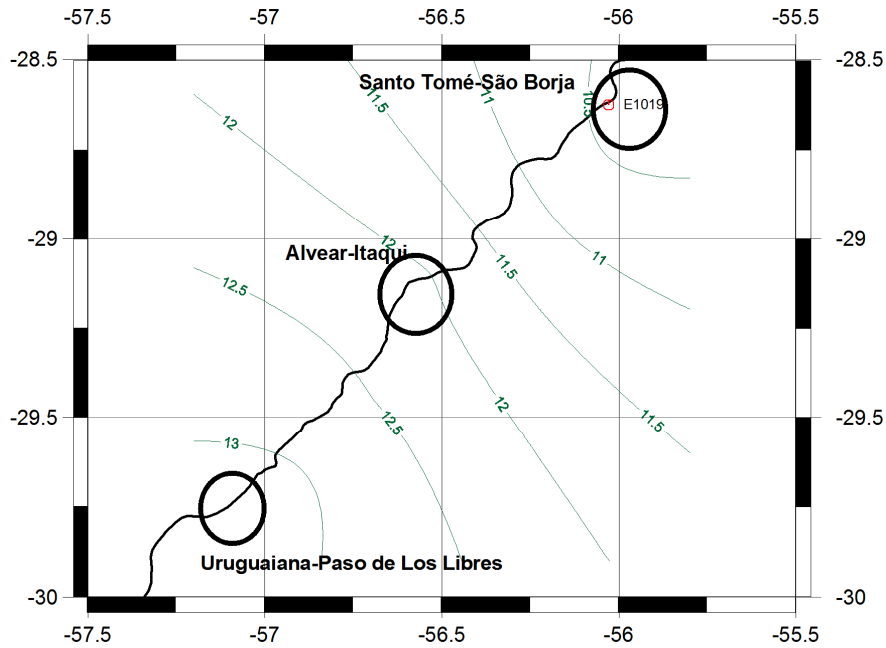


FIGURA 27–ISOLINHAS DE ALTURAS GEÓIDAS (m) INTERPOLADAS A PARTIR DE ALTURAS GEÓIDAS FORNECIDAS PELO MAPGEO – SITUAÇÃO “C”.  
FONTE: O Autor (2009).

Utilizando o serviço de cálculo do *International Centre for Global Models-ICGEM*, um modelo geoidal com base no GGM EGM2008 é calculado e expresso na Figura 28, resultando na Situação “D”.

$$N_{1019} = 10,941\text{m} \Rightarrow H_{1019} = 62,976\text{m} \quad (5.10)$$

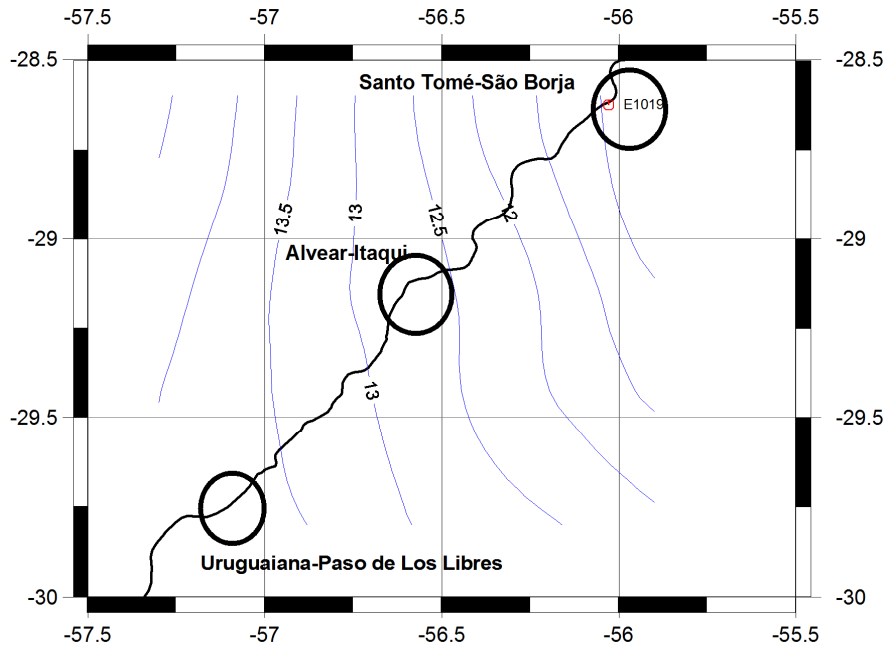


FIGURA 28 – ISOLINHAS DE ALTURAS GEOIDAIS (m) INTERPOLADAS DO EGM2008 - SITUAÇÃO "D".

FONTE: O Autor (2009).

Há a necessidade de constar que a estação 1004 não participou do cálculo por haverem sido observadas inconsistências quanto às informações a respeito daquele ponto. A estação 1005 também foi excluída visando minimizar inconvenientes devido ao ajustamento (caminho percorrido no C1 diferente do caminho percorrido no C2). Com relação à estação 1041, referente à conexão do lado brasileiro, em Uruguaiiana, destaque-se que ela dispõe de altitude elipsoidal e normal ortométrica em relação ao DVB.

Se a separação geoidal entre o DVB e o DVA for conhecida, então as altitudes brasileiras referidas ao DVB podem ser transformadas em altitudes referidas ao DVA e desníveis são obtidos da diferença simples em altitude. Ao final, as conexões a serem utilizadas serão aquelas que apresentarem menor somatório dos desníveis geopotenciais. Na seqüência, seguem os resultados para a separação entre o DVA e o DVB.

## 5.2 AFASTAMENTO ENTRE O DVB E O DVA

### 5.2.1 Função de Stokes

Foram considerados como pontos de cálculo para a função de Stokes (4.31), aqueles envolvidos nos circuitos, e como pontos de referência todos os de uma grade com resolução de 2,5' na região de estudos, pontos estes nos quais a anomalia da gravidade foi predita. Na Figura 29 apresentam-se os gráficos das distâncias do ponto de cálculo até os pontos de referência ordenadas da menor para a maior, com o intuito de se evidenciar a inadequação da função de Stokes para distâncias curtas.

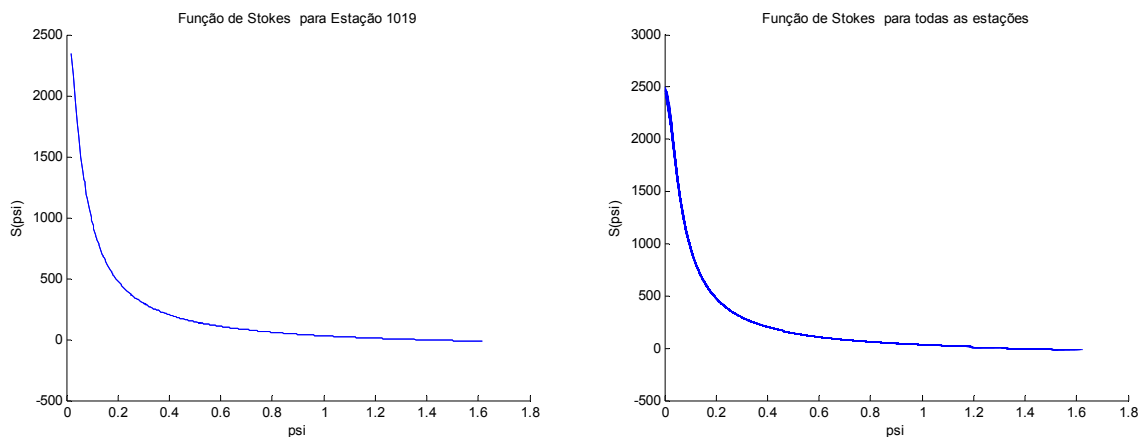


FIGURA 29- FUNÇÃO DE STOKES PARA A ESTAÇÃO 1019 (À ESQUERDA) E PARA TODAS AS ESTAÇÕES DO CIRCUITO C1(À DIREITA).

FONTE: O Autor (2009).

Com a substituição da função de Stokes pela  $F(\psi)$ , Equação (4.33), verifica-se a eliminação da indeterminação para curtas distâncias, conforme apresentado na Figura 30.

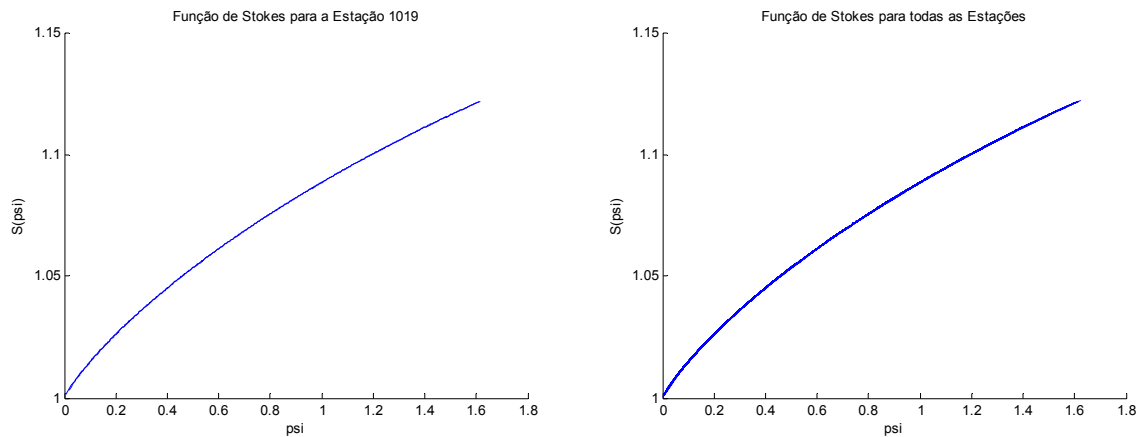


FIGURA 30- FUNÇÃO  $F(\psi)$  PARA A ESTAÇÃO 1019 (À ESQUERDA) E PARA TODAS AS ESTAÇÕES DO CIRCUITO C1(À DIREITA).

FONTE: O Autor (2009).

Em virtude do comportamento de “vizinhança” que ocorre com a Função de Stokes (divergente) e do comportamento para a Função  $F(\psi)$  (regular para todo o intervalo de distâncias), optou-se por utilizar a última em toda a área de estudos.

### 5.2.2 Interpolação de Anomalias Bouguer e Free-Air

Para calcular alturas geoidais em um ponto, é necessário o conhecimento de valores da anomalia *free-air* da gravidade sobre uma grade, no presente caso limitada à região de estudos. Destaca-se que, em vista da região de estudos ter topografia predominantemente plana, utiliza-se as anomalias de Bouguer em vista da sua independência da topografia para pequenas regiões, buscando-se um controle auxiliar dos resultados da predição. Estas anomalias podem evidenciar pontos com problemas de forma mais acentuada que com o emprego das anomalias *free-air* bem como existe a possibilidade destas últimas anomalias poderem ser obtidas das anomalias de Bouguer quando existente um MDE adequado. A necessidade da introdução de uma base de comparação desse tipo se faz necessária porque uma das técnicas testadas, com base nas Redes Neurais Artificiais, não apresenta uma solução que possa ser imediatamente validada via

observacionais independentes. Também, a necessária extrapolação de dados contida nas análises consiste em aspecto crítico a ser controlado com a comparação utilizada. Todavia, deseja-se esclarecer que as anomalias de Bouguer não foram, em nenhuma circunstância, empregadas para o cálculo de alturas geoidais. Isto decorre do fato de que para tanto, a condição fundamental é a de que inexistam massas exteriores ao geóide, aspecto que não é atendido pela anomalia de Bouguer e sim pela *free-air*. Este aspecto foi discutido na seção 4.2.

Então, inicialmente, visualizam-se as grades obtidas a partir da krigagem com Anomalias Bouguer (FIGURA 31) e a partir da krigagem com Anomalias *free-air* (FIGURA 32). Destas figuras pode ser concluído que não existem pontos anômalos que possam comprometer a análise.



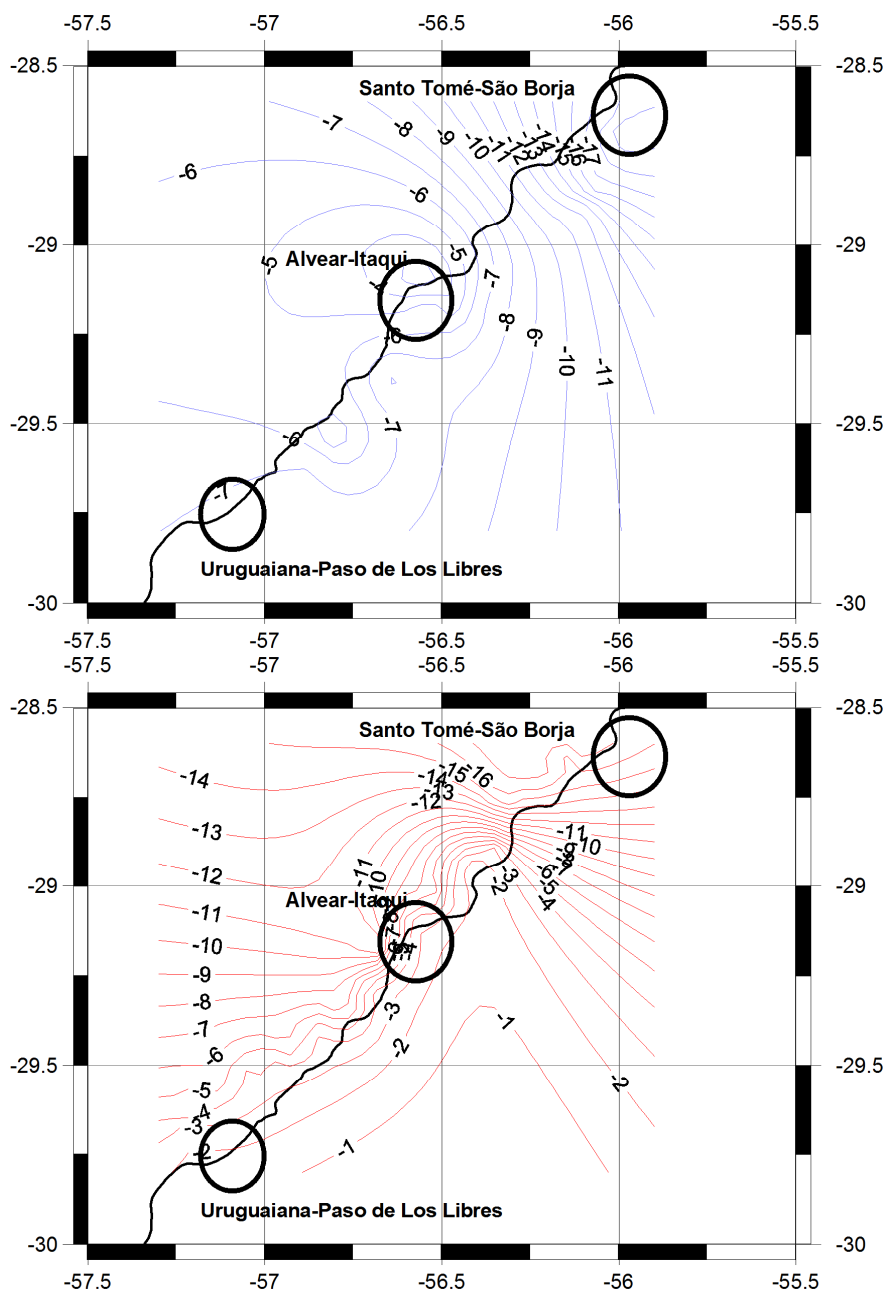


FIGURA 31- GRADE DE ANOMALIAS BOUGUER (mGal) CALCULADAS (KRIGAGEM) UTILIZANDO A BASE DE DADOS BRASILEIRA (MAIS ACIMA) E UTILIZANDO A BASE DE DADOS ARGENTINA (MAIS ABAIXO).

FONTE: O Autor (2009).

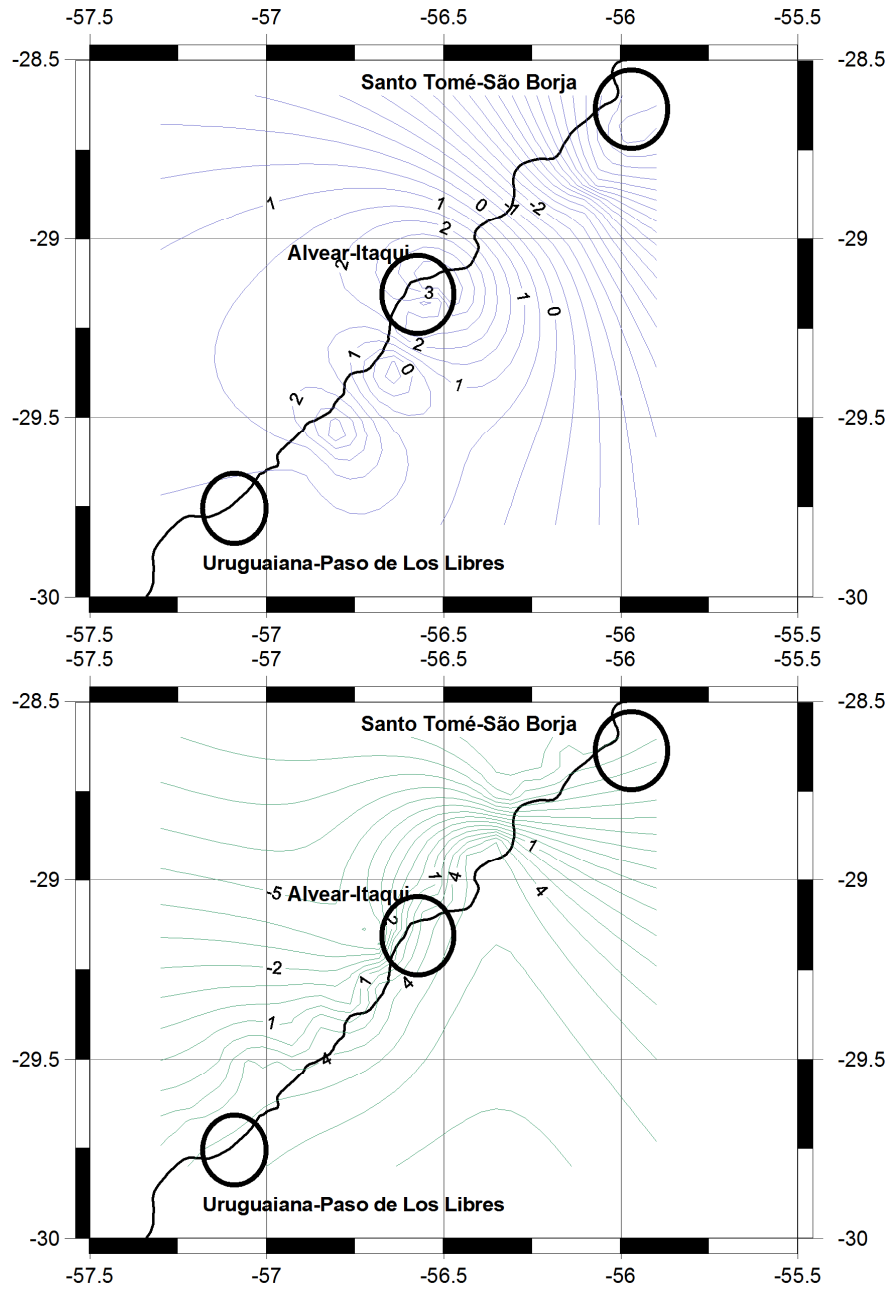


FIGURA 32- GRADE DE ANOMALIAS *FREE-AIR* (mGal) CALCULADAS (KRIGAGEM) UTILIZANDO A BASE DE DADOS BRASILEIRA (MAIS ACIMA) E UTILIZANDO A BASE DE DADOS ARGENTINA (MAIS ABAIXO).

FONTE: O Autor (2009).

Aplicando a estrutura de Rede Neural Artificial apresentada na seção 4.3, resulta a Figura 33, a partir da base de dados brasileira. Destaque-se que outras arquiteturas foram utilizadas, cada qual apresentando comportamentos ligeiramente distintos, optando-se pela estrutura já proposta como mais adequada por Tierra Criollo (2003) e que também apresentou o menor RMS nos testes. Cabe ainda ser

destacado que o número de camadas tido como mais adequado é determinado pelo número de conjuntos de variáveis separáveis.

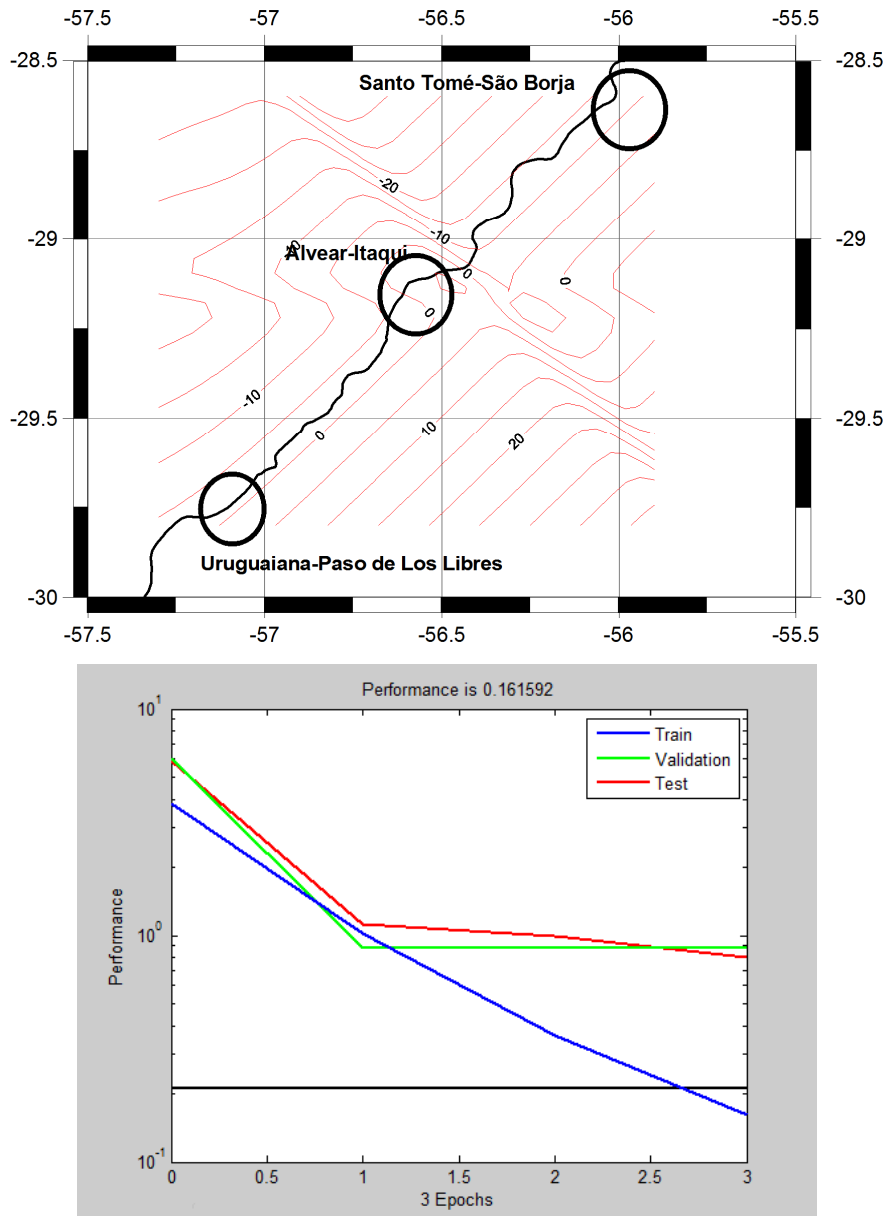


FIGURA 33- GRADE DE ANOMALIAS *FREE-AIR* (mGal) CALCULADA A PARTIR DA BASE DE DADOS BRASILEIRA COM A UTILIZAÇÃO RNAS COM FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA BASE RADIAL (ACIMA) E GRÁFICO DE TREINAMENTO DA REDE (ABAIXO).

FONTE: O Autor (2009).

Opera-se do mesmo modo para o lado argentino, a Figura 34 é obtida.

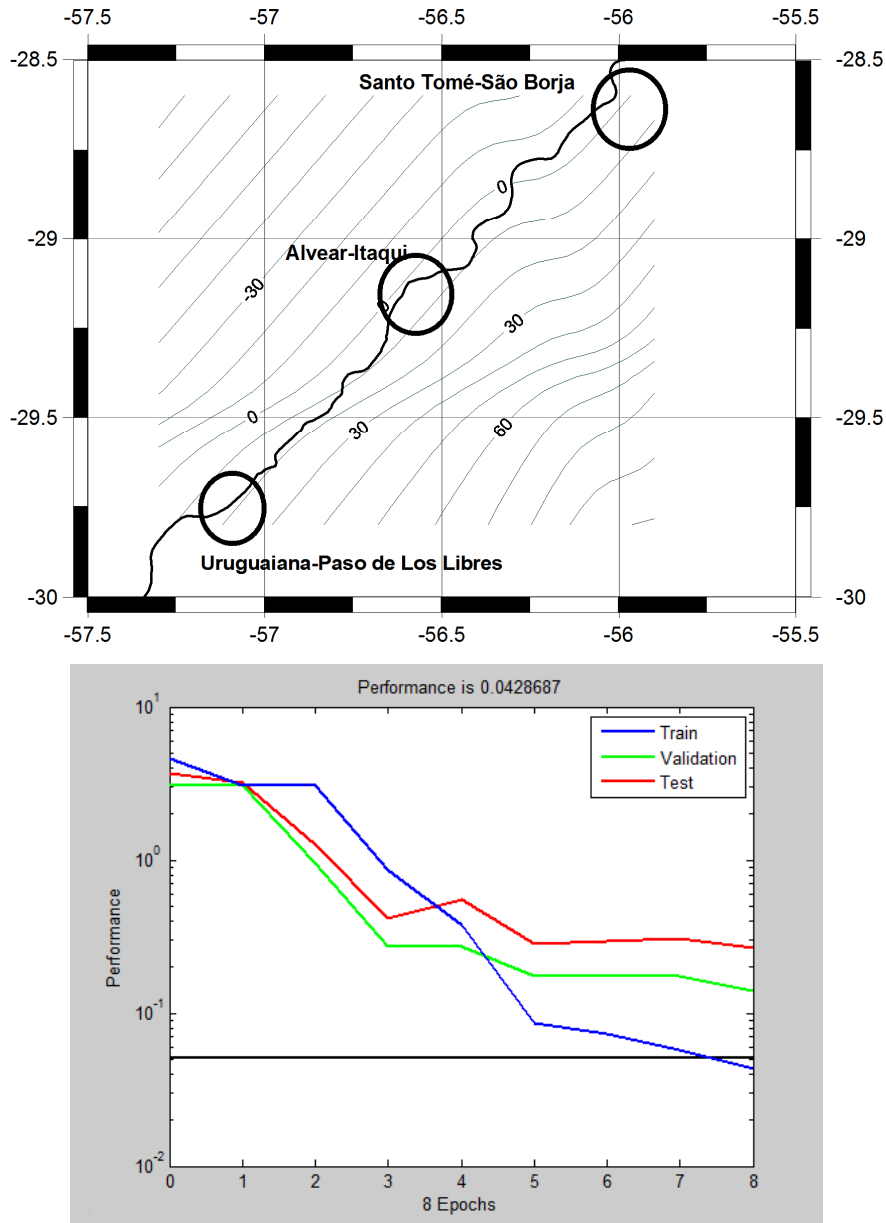


FIGURA 34- GRADE DE ANOMALIAS *FREE-AIR* (mGal) CALCULADA A PARTIR DA BASE DE DADOS ARGENTINA COM A UTILIZAÇÃO RNA E GRÁFICO DE TREINAMENTO DA REDE (ABAIXO).

FONTE: O Autor (2009).

De posse das grades de anomalias *free-air* e Bouguer com bases de dados argentina e brasileira, fazendo a simples diferença entre grades dos dois países e aplicação da função  $F(\psi)$ , obtém-se, então, as alturas geoidais.

### 5.2.3 Diferença dos geóides locais

Da diferença da grade brasileira de anomalias *free-air* (em função de RNAs segundo a estrutura apresentada na seção 4.3) com a grade argentina, para utilização das (4.40) e (4.46), resulta a Figura 35.

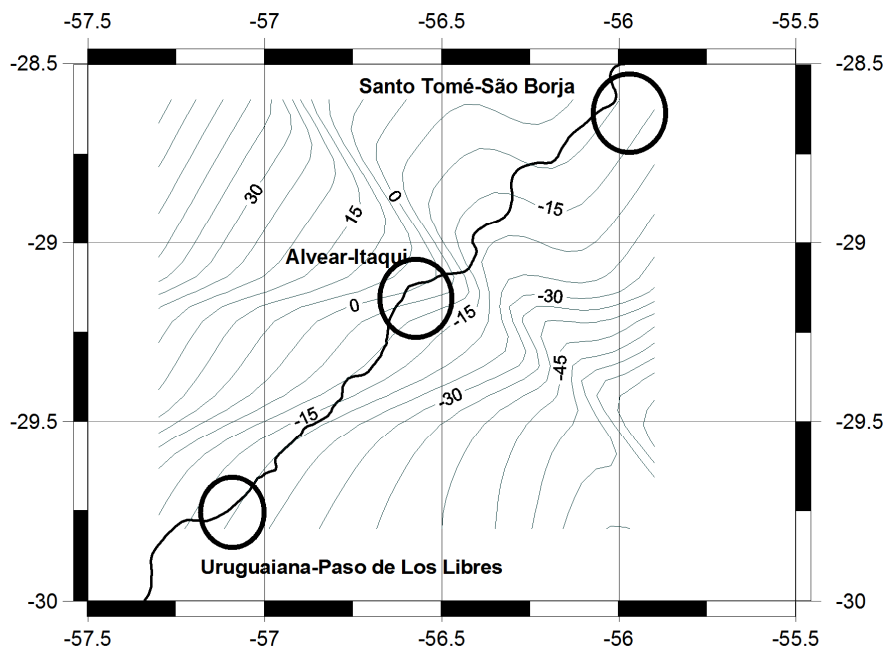


FIGURA 35- DIFERENÇA (mGal) ENTRE AS GRADES DE ANOMALIAS *FREE-AIR* BRASILEIRA E ARGENTINA CALCULADAS COM RNAs COM FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA DO TIPO BASE RADIAL.

FONTE: O Autor (2009).

E, fazendo uma diferença equivalente entre as grades brasileira e argentina para anomalias interpoladas por krigagem, a Figura 36.

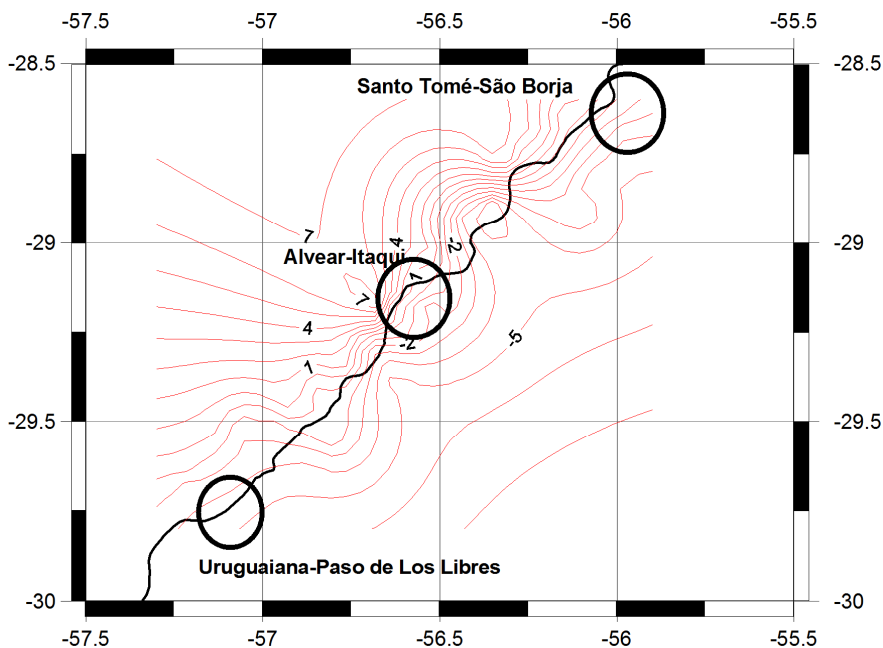


FIGURA 36- DIFERENÇA (mGal) ENTRE AS GRADES DE ANOMALIAS FREE-AIR BRASILEIRA E ARGENTINA CALCULADAS POR KRIGAGEM.

FONTE: O Autor (2009).

Os pontos em que a diferença em altura geoidal foram calculados são os mesmos pontos dos circuitos. Operando com a  $F(\psi)$ , para o cálculo a partir das grades de anomalias *free-air* obtidas das Redes Neurais Artificiais, têm-se a TABELA 2.

TABELA 2 - VALORES MÁXIMO, MÉDIO E MÍNIMO, RMS E MÉDIA DO CÁLCULO DO AFASTAMENTO DAS ONDULAÇÕES GEOIDAIIS ENTRE OS DATA BRASILEIRO E ARGENTINO EM FUNÇÃO DOS PONTOS DOS CIRCUITOS C1 E C2 A PARTIR DAS RNA.

Cálculo da diferença relativa entre os data Argentino e o Brasileiro a partir de RNAs RADBAS		
$f(\text{Anomalia Free-Air})$		
Média	(m)	-0.867
RMS	(m)	0.888389
Máximo	(m)	-0.5432
Mínimo	(m)	-1.305

FONTE: O Autor (2009).

Bse de dados apresentada no Apêndice 9?

E para o cálculo a partir da diferença calculada por krigagem, a Tabela 3.

TABELA 3 - VALORES MÁXIMO, MÉDIO E MÍNIMO, RMS E MÉDIA DO CÁLCULO DO AFASTAMENTO DAS ONDULAÇÕES GEOIDAIIS ENTRE OS DATA BRASILEIRO E ARGENTINO EM FUNÇÃO DOS PONTOS DOS CIRCUITOS C1 E C2 A PARTIR DA KRIGAGEM.

Cálculo da diferença relativa entre os data Argentino e o Brasileiro a partir da krigagem		
$f$ (Anomalia Free-Air)		
Média	(m)	-0.05154
RMS	(m)	0.07573
Máximo	(m)	0.0577
Mínimo	(m)	-0.1849

FONTE: O Autor (2009).

Que decorre, para a CON3:

TABELA 4- RESULTADOS PARA DIFERENÇAS DE ALTURAS GEOIDAIIS RELACIONADAS AO DVA E AO DVB NUM MESMO PONTO PARA A CON3.

Instituição	Estação	Latitude	Longitude	$\Delta N$ (RNA) (m)	$\Delta N$ (krigagem) (m)
UFPR	1041	-29.7276	-56.9482	-0.9763	-0.1425
IGM	22	-29.6806	-57.2167	-0.6100	-0.0938

FONTE: O Autor (2009).

E para a CON1,

TABELA 5 - RESULTADOS PARA DIFERENÇAS DE ALTURAS GEOIDAIIS RELACIONADAS AO DVA E AO DVB NUM MESMO PONTO PARA A CON1.

Instituição	Estação	Latitude	Longitude	$\Delta N$ (RNA) (m)	$\Delta N$ (krigagem) (m)
IGM	173	-28.6225	-56.1064	-0.6169	0.0010
UFPR	1019	-28.6251	-56.0290	-0.6335	-0.0221

FONTE: O Autor (2009).

Com as TABELAS 4 e 5, agora é possível reduzir os pontos de conexão à uma mesma superfície de referência.

### 5.3 CIRCUITOS GEOPOTENCIAIS

Para obtenção dos desníveis entre os pontos de conexão são consideradas as diferenças de altitude conjuntamente com as diferenças em altura geoidal. Como exemplo, considere-se a CON1 em São Borja (QUADRO 1): são calculadas as alturas geoidais para quatro situações já apresentadas, A, B, C e D, na coluna 1 – retirados da seção 5.1.2. Assim, da aproximação ( $h-H$ ), obtém-se  $H$ , referida ao DVB (coluna 2); na coluna 3 é transcrito o valor da TABELA 5, que aponta as diferenças entre alturas geoidais do DVB em relação ao DVA para a estação 1019. Com esta diferença,  $H^{(B)}$  é transformado em  $H^{(A)}$ , na coluna 4, e o erro de fechamento no circuito C1 fazendo aquela aproximação é apresentado na coluna 5. Todos os resultados das colunas 3, 4 e 5 referem-se à base de dados que vêm das RNAs. Os resultados referentes às colunas 6, 7 e 8 referem-se às anomalias obtidas por krigagem. Há que considerar que todas as altitudes GNSS foram convertidas em altitudes niveladas segundo a respectiva situação.

CON1	1	2	3	4	5	6	7	8
Estação 1019 h=73.739	N calculado (m)	H (DVB) (m)	$\Delta N$ $f(\text{RNA})$ (m)	H (DVA) $f(\text{RNA})$ (m)	Erro Fecham. Circ. C1 $f(\text{RNA})(m)$	$\Delta N$ $f(\text{krigagem})$ (m)	H (DVA) $f(\text{krigagem})$ (m)	Erro Fecham. Circ. C1 $f(\text{krigagem})(m)$
Situação "A"	11.563	62.1760	-0.6335	62.8095	1.9995	-0.0221	62.1981	1.3881
Situação "B"	11.233	62.5060	-0.6335	63.1395	1.9565	-0.0221	62.5281	1.3451
Situação "C"	10.405	63.3340	-0.6335	63.9675	3.4555	-0.0221	63.3561	2.8441
Situação "D"	10.941	62.7976	-0.6335	63.4311	2.8724	-0.0221	62.8197	2.2610

QUADRO 1-TRANSFORMAÇÃO DE ALTITUDES DE UM SISTEMA NOUTRO E RESULTADO NO FECHAMENTO ALTIMÉTRICO DO CIRCUITO PARA A CON1.

FONTE: O Autor (2009).

O caso da CON3 é apresentado no QUADRO 2 (na seqüência). Na tentativa de minimizar erros, desconsideram-se os pontos que possuem somente altitudes elipsóidicas para o Circuito C2. Tratando-se de altitude nivelada, a única



transformação restante é a mudança de *datum*, ocasionando para todas as situações no circuito 2 o mesmo erro de fechamento.

CON3	1	2	3	4	5	6	7	8
Estação 1041 H=74.2516	N calculado (m)	H (DVB) (m)	$\Delta N$ $f(\text{RNA})$ (m)	H (DVA) $f(\text{RNA})$ (m)	Erro Fecham. Circ. C2 $f(\text{RNA})(m)$	$\Delta N$ $f(\text{krigagem})$ (m)	H (DVA) $f(\text{krigagem})$ (m)	Erro Fecham. Circ. C2 $f(\text{krigagem})(m)$
Situação "A" "Alt. Nivelada"	74.2516	74.2516	-0.9763	75.2279	-2.2344	-0.1425	74.3941	-1.4006
Situação "B" "Alt. Nivelada"	74.2516	74.2516	-0.9763	75.2279	-2.2344	-0.1425	74.3941	-1.4006
Situação "C" "Alt. Nivelada"	74.2516	74.2516	-0.9763	75.2279	-2.2344	-0.1425	74.3941	-1.4006
Situação "D" "Alt. Nivelada"	74.2516	74.2516	-0.9763	75.2279	-2.2344	-0.1425	74.3941	-1.4006

QUADRO 2-TRANSFORMAÇÃO DE ALTITUDES DE UM SISTEMA NOUTRO E RESULTADO NO FECHAMENTO ALTIMÉTRICO DO CIRCUITO PARA A CON3.

FONTE: O Autor (2009).

Os resultados dos Quadros 1 e 2 consideram a substituição de desníveis do nivelamento convencional por desníveis elipsoidais associados ao respectivo “geóide”, conforme situações A, B, C, e D apresentados nos quadros. Adotando a Situação “A”, que envolve a utilização de modelo local calculado a partir da EFGF como a mais favorável e utilizando as gravidades médias ponto a ponto, então as quantidades referentes ao fechamento dos circuitos geopotenciais em função da Anomalia *free-air* obtida por Redes Neurais resultam um vetor erro de fechamento **W**:

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} w_{c1} \\ w_{c2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 19,5732 \\ 21,8817 \end{bmatrix} \left[ m^2 / s^2 \right] \quad (5.11)$$

E na seguinte unidade da variância de peso à posteriori

$$\hat{\sigma}_0^2 = 10,8421 \left[ (m^2 / s^2)^2 \right] \quad (5.12)$$

Efetuada os mesmos cálculos a partir da base de que procede da de anomalis *free-air* obtidas via krigagem, a partir da mesma situação, o erro de fechamento e a unidade da variância de peso à posteriori ficam:

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} w_{C1} \\ w_{C2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13,5865 \\ 13,7165 \end{bmatrix} \left[ m^2 / s^2 \right] \quad (5.13)$$

$$\hat{\sigma}_0^2 = 4,5618 \left[ \left( m^2 / s^2 \right)^2 \right] \quad (5.14)$$

Resultados considerando apenas altitudes niveladas no processo estão indicadas no Quadro 3. Ali é possível verificar que o efeito da utilização de altitudes não modeladas (niveladas, no caso do IGM e ajustadas, no caso do IBGE) não parece sobrepôr o efeito da distância entre os pontos de conexão, e, portanto, não foram analisados.

CON1	1	2	3	4	5	6	7	8
Estação 1033 h=79.369	N calculado (m)	H (DVB) (m)	$\Delta N$ $f(RNA)$ (m)	H (DVA) $f(RNA)$ (m)	Erro Fecham. Circ. C1 $f(RNA)(m)$	$\Delta N$ $f(krigagem)$ (m)	H (DVA) $f(krigagem)$ (m)	Erro Fecham. Circ. C1 $f(krigagem)(m)$
Situação "A" "Alt. Nivelada"	79.3693	79.3693	-0.6603	80.0296	2.1335	-0.0313	79.4006	1.5045
Situação "B" "Alt. Nivelada"	79.3693	79.3693	-0.6603	80.0296	2.1335	-0.0313	79.4006	1.5045
Situação "C" "Alt. Nivelada"	79.3693	79.3693	-0.6603	80.0296	2.1335	-0.0313	79.4006	1.5045
Situação "D" "Alt. Nivelada"	79.3693	79.3693	-0.6603	80.0296	2.1335	-0.0313	79.4006	1.5045

QUADRO 3-TRANSFORMAÇÃO DE ALTITUDES DE UM SISTEMA NOUTRO E RESULTADO NO FECHAMENTO ALTIMÉTRICO DO CIRCUITO UTILIZANDO SOMENTE ALTITUDES NIVELADAS NA CON1.

FONTE: O Autor (2009).

Os erros de fechamento  $\mathbf{W}$  apresentam valores que variam em módulo de **13 a 21**  $m^2/s^2$ . Considerando-se  $g=10$   $m/s^2$ , estes valores representam diferenças que variam de 1 a 2 metros, para circuitos de aproximadamente 200 km (cada). Em termos práticos, é uma precisão que está pelo menos uma ordem de grandeza acima daquela preconizada pelo IBGE. Mesmo considerando o fechamento dos circuitos a partir das anomalias obtidas via krigagem, cujas componentes do vetor erro de fechamento são numericamente menores do que no caso a partir das

anomalias oriundas das RNAs (e.g.,  $w_{C1} = 13,6394 \text{ m}^2/\text{s}^2$ ), implica numa precisão relativa de aproximadamente 1,53 cm/km, obtido da discrepância entre duas modelagens distintas para a estação 1019, em vista do erro de fechamento e o comprimento das linhas consideradas, além do efeito do valor duvidoso da CON2.

É necessário mencionar, portanto, que a precisão relativa do circuito não pode ser considerada como conclusiva para a rede a ser estabelecida. Nesse sentido, um caminho que não passa pelo cálculo das conexões é apresentado na seção 5.5.

#### 5.4 COMPARAÇÃO COM MODELOS GEOPOTENCIAIS

A partir do RMS da comparação de distúrbios da gravidade advindos de modelos globais do geopotencial com relação a distúrbios calculados a partir de mensurações efetuadas na SFT, é escolhido o modelo que melhor se adapta à região de estudos. A seleção do grau e ordem do desenvolvimento dos modelos foi feita a partir de testes em algumas estações (Circuito C1) particulares que indicaram como melhor solução a utilização do grau máximo disponível.

Visando eliminar possíveis tendências e/ou descontinuidades oriundos de modelos de elevação, utilizou-se o funcional *gravity\_earth* (gravidade) em vez do funcional *gravity\_disturbance* (distúrbio da gravidade) para os cálculos dos distúrbios (<<http://icgem.gfz-potsdam.de/ICGEM/ICGEM.html>>, acesso em 18/AGO/2009). Procurou-se não alterar o sistema de maré original do modelo e, valendo-se da idéia de resolução espacial, alguns modelos globais do geopotencial foram desenvolvidos até grau e ordem intermediários para que as comparações sejam mais eficazes. Demais resultados das avaliações são descritas nas TABELAS 6, 7 e 8.

TABELA 6 - RMS, VALORES MÁXIMO E MÍNIMO DA AVALIAÇÃO DE DISTÚRBIOS DA GRAVIDADE PARA O EGM 2008 E O GGM03C EM RELAÇÃO AOS DISTÚRBIOS DA GRAVIDADE CALCULADOS NA SUPERFÍCIE.

Modelo:	EGM 2008	EGM 2008	EGM 2008	GGM 03C	GGM 03C
Termo de Ordem Zero:	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM
Sistema de Maré do Modelo:	Tide Free	Tide Free	Tide Free	Zero Tide	Zero Tide
Aproximação Esférica:	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO
Grau do Desenvolvimento:	180	360	2190	180	360
RMS (1):	6.510	3.740	7.503	6.174	4.181
RMS (2):	6.556	3.792	7.526	6.225	4.239
Máxima Diferença (absoluta)	12.785	10.744	17.691	12.548	10.922
Mínima Diferença (absoluta)	0.676	0.006	0.288	0.191	0.052

FONTE: O Autor (2009).

TABELA 7- RMS, VALORES MÁXIMO E MÍNIMO DA AVALIAÇÃO DE DISTÚRBIOS DA GRAVIDADE PARA O EIGEN 5C E O EIGEN GL04C EM RELAÇÃO AOS DISTÚRBIOS DA GRAVIDADE CALCULADOS NA SUPERFÍCIE.

Modelo:	EIGEN 5C	EIGEN 5C	EIGEN GL04C	EIGEN GL04C
Termo de Ordem Zero:	SIM	SIM	SIM	SIM
Sistema de Maré do Modelo:	Tide Free	Tide Free	Tide Free	Tide Free
Aproximação Esférica:	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO
Grau do Desenvolvimento:	180	360	180	360
RMS (1):	6.178	4.321	6.013	4.337
RMS (2):	6.218	4.368	6.054	4.393
Máxima Diferença (absoluta)	13.996	14.005	13.845	14.047
Mínima Diferença (absoluta)	0.194	0.234	0.232	0.075

FONTE: O Autor (2009).

TABELA 8- RMS, VALORES MÁXIMO E MÍNIMO DA AVALIAÇÃO DE DISTÚRBIOS DA GRAVIDADE PARA O EGM96 E O EIGEN CG03C EM RELAÇÃO AOS DISTÚRBIOS DA GRAVIDADE CALCULADOS NA SUPERFÍCIE.

Modelo:	EGM 96	EGM 96	EIGEN CG03C	EIGEN CG03C
Termo de Ordem Zero:	SIM	SIM	SIM	SIM
Sistema de Maré do Modelo:	Tide Free	Tide Free	Tide Free	Tide Free
Aproximação Esférica:	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO
Grau do Desenvolvimento:	180	360	180	180
RMS (1):	5.507	3.806	4.899	4.318
RMS (2):	5.551	3.860	4.960	4.373
Máxima Diferença (absoluta)	12.833	11.435	13.801	11.999
Mínima Diferença (absoluta)	0.417	0.146	0.327	0.127

FONTE: O Autor (2009).

A quantidade RMS (1) é dada pela (4.47). O RMS (2) é calculado a partir do desvio e da média das diferenças do o distúrbio que vem do modelo em relação ao

homólogo local, e serve apenas como parâmetro de checagem. A “Máxima Diferença (absoluta)” será utilizada como parâmetro de rejeição.

Atendendo aos requisitos de mínimo RMS e “Mínima Diferença (absoluta)”, se destacam para a região o EGM2008 (desenvolvido até o grau 360), o GGM03C (desenvolvido até o grau 360) e o EGM96 (desenvolvido até 360). O sistema de marés de cada modelo foi mantido conforme suas definições iniciais (ICGEM, 2009). Deve-se considerar que o sistema recomendado pela *International Association of Geodesy* (IAG) durante a *XVIII General Assembly of the IUGG*, 1983 é o *zero-tide*, conforme expresso na sua **Resolution No. 16**. Esta resolução pré-recomenda que para correções de marés às observações geodésicas de várias quantidades tais como a gravidade e posições tridimensionais: **3. the indirect effect due to the the permanent tide yielding of the Earth be not removed** (DE FREITAS et al., 2007). No entanto, opta-se pelo EGM2008, *tide-free*, em vista da sua consistência com o GRS-80, base do SIRGAS.

## 5.5 COMPARAÇÃO DAS ALTITUDES REFERIDAS AO DATUM LOCAL COM AS ORIUNDAS DE UM MDE GLOBAL

Em vista das divergências ocorridas com os vetores erros de fechamento da seção 5.3, adota-se a metodologia que segue como para as análises finais. Do EGM2008 desenvolvido até o grau 360 (conforme a TABELA 6) e fazendo a diferença entre anomalias *free-air* de acordo com a seção 4.4, é calculado o afastamento entre o DVB e o EGM2008.

Como neste caso as diferenças em altitude são fornecidas entre os diferentes *data* verticais, pontualmente, então cada ponto particular pode ser encarado como um possível *datum*, no qual informações altimétricas podem ser transformadas, por exemplo, do sistema local para o EGM2008. Busca-se assim o ponto onde se obteve a menor discrepância entre os distúrbios da gravidade observado e o predito pelo modelo. Encara-se esta diferença como aproximadamente igual à diferença entre anomalias da gravidade. Tomando a estação 1034 do circuito C1 resulta, após as considerações acima:

$$\frac{(\Delta g_{Global} - \Delta g_{Local})}{\frac{\partial \gamma}{\partial h}} = (H_{Global} - H_{Local}) = \Delta H_{Local \rightarrow Global} \quad (5.15)$$

$$\Delta H_{Local \rightarrow Global} = \frac{(5,685 - 5,679)}{-0,30761} \quad (5.16)$$

$$\Delta H_{Local \rightarrow Global} = 0,019m \quad (5.17)$$

Assim, foi obtida a relação do sistema local fixado a partir de um ponto do lado brasileiro, onde existia observação GNSS associada com gravimetria e que permitiu o cálculo do distúrbio da gravidade, com o EGM2008. Os valores de referência encontram-se no Apêndice 7.

O afastamento entre os geóides locais brasileiro e argentino, obtidos nas análises precedentes por krigagem, está apresentada na Figura 37. Assim, mesmo com a ausência de observações GNSS no lado argentino, é possível deduzir-se o afastamento global da rede local relativamente ao EGM2008

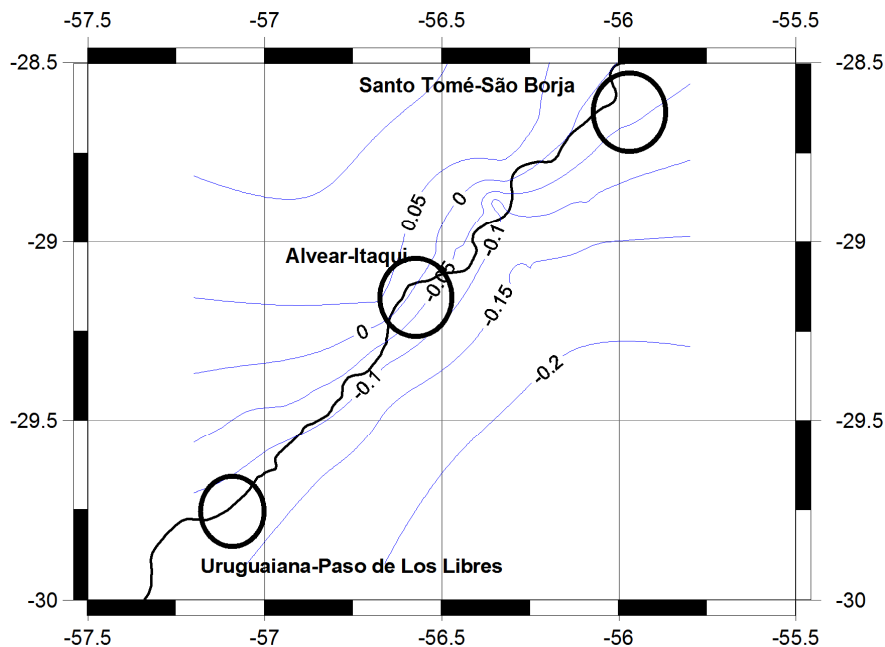


FIGURA 37- EXTRAPOLAÇÃO DAS DIFERENÇAS EM ALTURA GEOIDAL (m) OBTIDAS A PARTIR DA EXTRAPOLAÇÃO DE ANOMALIAS *FREE-AIR* COM KRIGAGEM.

FONTE: O Autor (2009).

## 5.6 CONSIDERAÇÕES FINAIS SOBRE OS RESULTADOS

A solução para o fechamento dos circuitos geopotenciais tem dois pontos fracos a considerar. O primeiro, já exposto anteriormente, trata-se da forma como são tratadas as CON1 e CON3: não existe “ligação física observada” entre os pontos de ambas as conexões, isto é, os desníveis são estimados a partir de fontes de dados que também estão sujeitas a erros. Isto significa dizer que os resultados são função de parâmetros estimados, quando na realidade seria importante que qualquer resultado fosse função de observações (ou o produto de duas observações: neste caso, desnível e gravidade). Com relação a CON2, embora existam desníveis calculados por três diferentes técnicas, existe uma desconfiança no que diz respeito à estação 157 não ser aquela que está ligada à rede altimétrica fundamental argentina. Tal fato é comprovado pelas diferenças no valor da gravidade e coordenadas apresentados pelo IGN e medidos pela UFPR, da ordem respectivamente de 3 mGal e 120m. Além disso, o ponto em questão não possui qualquer identificação que permita uma avaliação mais consistente. Uma ilustração que destaca bem essas incertezas é apresentada na seqüência (FIGURA 38).



FIGURA 38 - MARCO VINCULADO AO NIVELAMENTO GNSS E TRIGONOMÉTRICO E SUPOSTAMENTE AO DE TRAVESSIA.  
FONTE: O Autor (2009).

Assim, existem fortes indicativos no sentido de que tal materialização não faz parte da Rede Fundamental Argentina, uma vez que, além dos pormenores apresentados,

tal monumentação não é constituída de identificação adequada. Outro fato está associado ao desnível altimétrico calculado entre as redes. Fazendo-se a diferença em altitude da estação 157 (IGM) em relação a 1042 (UFPR) encontra-se um desnível de 1,4786 m, quando outras conexões (ANEXO 07) apontam uma discrepâncias menores (e.g. de 13,40 cm na região de Porto Xavier, próximo a São Borja). Também cabe ressaltar que este desnível obtido de -1,4732 m entre as redes parece coincidir com a diferença nos vetores erro de fechamento obtida a partir das anomalias interpoladas via krigagem.

O segundo ponto está relacionado ao tratamento dado à Equação de Pizetti-Stokes. Para a solução de tal, anomalias da gravidade devem ser conhecidas em uma área. Para obtenção dessas anomalias, processos são empregados visando a conhecer uma grade regular que facilite os cálculos. Esses, por sua vez, têm características especiais e não funcionam em todas as situações, como é o caso da interpolação de anomalias somente em pequenas áreas. Tierra Criollo e Freitas (2006) adaptaram sistemas de redes neurais que foram utilizados para obtenção de anomalias da gravidade em grades regulares, que foram utilizados nesse trabalho visando contornar as dificuldades impostas pela heterogeneidade e geometria da distribuição de pontos da base existente. Embora a técnica não seja sensível aos mesmos problemas das técnicas convencionais, ela apresenta muitas variantes que ainda necessitam ser melhor estudadas.

Os diversos testes apresentados, tais como a obtenção de geóides locais a partir de diferentes situações (uma escolha adequada dos pontos a utilizar influirá no resultado final) e a escolha dentre diferentes tipos de interpoladores não permite inferir uma única causa para um erro em magnitude do fechamento dos circuitos geopotenciais tal como ocorreu. Assim, apesar de ser possível atribuir a maior parte do vetor erro de fechamento dos circuitos à incerteza existente na CON2, só há sentido em considerar aproximações ou com o efeito ou com erro conhecido quando as discrepâncias das conexões forem bem conhecidas. Infelizmente, não foi o caso.

Um ponto fundamental a ser destacado, no entanto, é o de que foi possível realizar-se diversas estimativas de discrepâncias entre os *data* verticais brasileiro e argentino a partir da análise do campo da gravidade local e estabelecer seu vínculo com sistemas globais, sem a interferência dos *data* verticais de cada país



## 6 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Os modelos globais do Geopotencial oferecem muitas perspectivas de análise: em particular o *INTERNATIONAL CENTRE FOR GLOBAL EARTH MODELS – ICGEM* disponibiliza diversos funcionais, entre eles a anomalia e o distúrbio da gravidade. Com base nos RMS dos distúrbios da gravidade (TABELAS 6, 7 e 8) é possível confirmar a adaptabilidade de diferentes soluções à região de estudos. Como ferramenta de avaliação da discrepância entre dois *data*, entretanto, dois aspectos devem ser ponderados: a) a densidade espacial de informações e b) a magnitude da discrepância. Em virtude da má distribuição espacial das altitudes niveladas, apresentar um número que indique a dimensão do afastamento é uma tarefa complexa considerada a variabilidade das respostas (APÊNDICE 07). Como a solução baseada na função de Stokes indica um afastamento próximo do decímetro para anomalias *free-air*, desaconselha-se a utilização de modelos globais do geopotencial objetivando avaliar a separação “vertical” entre *data* verticais se houverem indícios de que a amplitude dessa separação seja pequena, como foi o presente caso, onde, de acordo com a Figura 37, as discrepâncias máximas foram da ordem de +10cm e mínima da ordem de -20cm..

No que se refere à densidade de informações para estimação de valores do geopotencial, este não parece ser um aspecto tão importante quanto a regularidade da distribuição com que elas ocorrem. Na Figura 31 (Interpolação de Anomalias Bouguer utilizando altitudes brasileiras e Interpolação de Anomalias Bouguer utilizando altitudes argentinas) nota-se que, embora a densidade de pontos com altitude nivelada do lado argentino (37) não seja muito maior, mas com distribuição mais regular) do que a do lado brasileiro (28), fazem com que detalhes presentes na interpolação do lado argentino não são possíveis de visualizar na interpolação baseada em informações do lado brasileiro. Considerando que as metodologias atuais de cálculo do geóide (e.g. *remove-restore*) necessitam de uma estrutura de dados na forma de grade, muito mais interessante para a consistência do resultado final são distribuições que atendam a esse requisito.

Os distintos enfoques dados às altitudes permitem algumas conclusões com relação ao afastamento do *Datum* brasileiro em relação ao argentino. Uma análise das isolinhas de valor nulo, representando as discrepâncias entre os data verticais na região da fronteira, reforça os resultados da solução equivalente à decomposição espectral do geóide, discutida na seção 4.2. Técnicas de filtragem poderiam ser utilizadas para uma análise mais detalhada da seção 5.5. Porém, em razão das incertezas acerca da representatividade real de cada componente espectral e qual a sua delimitação, optou-se pela consideração de efeitos equivalentes dos modelos globais em ambos os lados envolvidos e as discrepâncias puderam ser determinadas, de forma pouco dependente de cada *datum* nacional. Os curtos comprimentos de onda foram obtidos somente da base gravimétrica estabelecida na região, uma vez que a topografia local não é acentuada, tal que MDEs não foram aplicados para determinação de efeitos das massas topográficas locais. Idealmente, pela sua independência relativamente aos data verticais nacionais, deveriam ter sido aplicados somente distúrbios da gravidade em ambos os lados. Porém, tal não possível em vista da falta de observações GNSS associadas a gravimetria no lado argentino. Uma abordagem para contornar parcialmente tal problema foi realizada na seção 5.5 e com o destaque do último parágrafo da seção 5.6.

Na segunda abordagem (seção 5.2.3), a diferença encontrada dos geóides locais é de uma ordem de grandeza quando se compara a diferença entre o geóide calculado por RNAs e o calculado por krigagem. Sugere-se adotar o resultado proveniente da krigagem, uma vez que esta técnica parece ser mais estável do que as RNAs e não são encontradas grandes diferenças quando interpoladas e/ou extrapoladas anomalias por krigagem. Entretanto, o resultado obtido por RNAs dá um valor que condiz com a primeira sugestão para determinação do afastamento entre os *data* verticais (4.27) já que claramente evidencia o problema da CON2 pela distorção apresentada na região desta conexão, o que não se evidencia na predição por krigagem..

O estabelecimento do datum local com vistas às necessidades do estudo a partir do que foi exposto na seção 5.5 poderia ter solução duvidosa se consideradas a resolução dos modelos digitais de elevação e dos MGGs. Tal fato é evidente uma vez que tais modelos apresentam resoluções espectrais insuficientes para análises vinculadas a cada um dos pontos da rede estabelecida. No entanto são ferramentas valiosas para reduções e conversões de distúrbios em anomalias da gravidade e

vice-versa. Assim, vislumbra-se uma forma de abordagem sobre a questão de determinação dos afastamentos dos *data* nacionais relativos a um SGA.

Por último, há que considerar que resultados mais conclusivos poderiam ser obtidos caso houvesse um número maior de observações GNSS do lado argentino. Este fato, além de minimizar as probabilidades de pesquisa fortemente, inviabilizou a utilização plena dos dados GNSS existentes no lado brasileiro, aumentando a heterogeneidade já existente na rede.

É necessário externar que a quantidade de dados existentes atendeu parcialmente ao problema do estabelecimento do *datum* vertical local e da determinação do seu afastamento relativamente àqueles das redes argentina e brasileira; porém, existe margem à melhores resultados. Deste modo, se levadas em conta as considerações mencionadas, a pesquisa efetivada atendeu a grande parte dos objetivos propostos.

Recomenda-se que:

- i) As conexões sejam viabilizadas com técnicas convencionais e GNSS associado à gravimetria, com linhas locais mais densas;
- ii) estudos já efetivados na região, dos quais só existem informações esparsas, sejam levantados e associados com os aqui realizados;
- iii) mais pontos de conexão sejam associados aos estudos;
- iv) Seja buscada a integração também de linhas uruguaias ao presente estudo;
- v) seja buscada uma melhoria da predição das anomalias da gravidade em ambos os lados, via integração das duas bases de dados. Para tanto, prevê-se que as anomalias da gravidade sejam determinadas a partir de distúrbios da gravidade em ambos os lados e incorporando observações adicionais na região para melhoria da distribuição de pontos.

## 7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BOHLING, G. **Kriging**. Disponível em: <<http://people.ku.edu/~gbohling/cpe940>>. Acesso em: 05/10/2009.

DE FREITAS, S.R.C; BLITZKOW, D. Altitudes e Geopotencial. **Iges Bulletin**, n. 9, 1999.

DE FREITAS, S. R. C; FERREIRA, V. G.; PALMEIRO, A. S.; DALAZOANA, R.; LUZ, R. T.; FAGGION, P. L. Modelagem do potencial anômalo no Datum Vertical brasileiro visando a sua nova definição. **Boletim de Ciências Geodésicas**, Curitiba, v. 13, n. 2. p. 395-419, 2007.

DREWES, H., SÁNCHEZ, L., BLITZKOW, D., DE FREITAS, S. R. C. Scientific Foundations of the SIRGAS Vertical Reference System. **IAG Series**, v.124. NewYork: SpringerWien, 2001.

DUCARME , B. Comparison of some tidal prediction programs and accuracy assessment of tidal gravity predictions. **Bull. Inf. Marées Terrestres**, v. 141, p. 11175-11184, 2006.

GEMAEL, C. **Introdução ao ajustamento de observações**. Curitiba: Editora da Universidade Federal do Paraná, 1994.

GEMAEL, C. **Introdução à geodésia física**. Curitiba: Editora da Universidade Federal do Paraná, 1999.

HECK, B; RUMMEL, R. Strategies for Solving the Vertical Datum Problem Using Terrestrial and Satellite Geodetic Data. **IAG Series**, v. 104, 1990.

HOFMANN-WELLENHOF, B; MORITZ, H. **Physical geodesy**. New York: Springer Wien, 2005.

HEISKANEN, W. A.; MORITZ, H. **Physical geodesy**. San Francisco: W. H. Freeman and Company, 1967.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. **Resolução PR n.º 22 de 21/07/1983**. Rio de Janeiro: IBGE, 1983.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. **Experiências do IBGE nas travessias de rio com nivelamento de precisão**. Rio de Janeiro: IBGE, 1981.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. **Sistema de Interpolação de Ondulação Geoidal MAPGEO2004**. Disponível em: <[http://www.ibge.gov.br/home/geociencias/geodesia/modelo\\_geoidal\\_3.shtm](http://www.ibge.gov.br/home/geociencias/geodesia/modelo_geoidal_3.shtm)>. Acesso em: 05/08/2009.

IERS Technical Note No.32. **IERS Conventions 2003**. Frankfurt: Verlag des Bundesamts für Kartographie und Geodäsie, 2004.

JEKELI, C. Heights, the Geopotential, and Vertical Datums 35f. **Technical Report**. Ohio State University, 2000.

KAHMEN, H.; FAIG, W. **Surveying**. Berlim: Walter de Gruyter, 1988.

LAMBECK, K. **Geophysical geodesy: the slow deformations of the earth**. New York: Oxford University Press, 1988.

LAPLACE, P.S. **Celestial mechanics**. Obra composta em data não definida entre os anos de 1780 e 1830. Translated by Nathaniel Bowditch, LL. D. New York: Chelsea Publishing Company, Inc, 1966.

LEICK, A. **GPS satellite surveying**. New York: John Wiley & Sons, 1994.

LUZ, R. T. L. **Estratégias para modernização da componente vertical do Sistema Geodésico Brasileiro e sua integração ao SIRGAS**. 207f. Tese (Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas). Universidade Federal do Paraná, 2008.

MEDEIROS, Z. F. **Considerações sobre a metodologia de levantamentos altimétricos de alta precisão e propostas para sua implementação**. 142 f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas). Universidade Federal do Paraná, 1999

MOIRANO, J.; BRUNINI, C.; FONT, G.; LAURIA, E.; RAMOS, R. Hacia una nueva referencia vertical em Argentina. In: **Reunión Científica AAGG**, 21. Rosário, 2002. Rosário: AAGP, 2002. p. 89-93.

PACINO, M. C.; DEL COGLIANO, D.; FONT, G.; MOIRANO, P.; LAURÍA, E.; RAMOS, R.; MIRANDA, S. Activities related to the materialization of a New Vertical Sytem for Argentina. **IAG Series**, v. 130, 2007.

PICK, M.; PICHA, J.; VYSKOCIL. **Theory of the earth's gravity field**. Amsterdam: Elsevier Scientific Publishing Company, 1973

PINTO GOMES, J. **Determinação de desníveis utilizando estação total**. 106 f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas). Universidade Federal do Paraná, 2006.

PONCE, A. **Métodos clássicos em teoria do potencial. curso ministrado em dezembro de 2005**. Disponível em: <[http://www.impa.br/opencms/pt/eventos/downloads/2006\\_II\\_EBED/minicursos/2006\\_minicurso\\_agosto\\_ponce.pdf](http://www.impa.br/opencms/pt/eventos/downloads/2006_II_EBED/minicursos/2006_minicurso_agosto_ponce.pdf)>. Acesso em: 27/08/2009.

RIBEIRO, G.P.; LUZ, R.T. **Resultados preliminares do ajustamento global da rede altimétrica de alta precisão do sistema geodésico brasileiro**. Rio de Janeiro: IBGE, 1991.

SEEBER, G. **Satellite geodesy**. Berlim: Walter de Gruyter, 2003.

SWITZER, P. **Kriging**. Disponível em: <<http://www.pdf-search-engine.com/kriging-com-pdf.html>>. Acesso em: 05/10/2009.

TIERRA CRIOLLO, A. R. **Metodologia para a Geração da Malha de Anomalias Gravimétricas para Obtenção de Geóide Gravimétrico Local a partir de dados esparsos**. 140 f. Tese (Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas). Universidade Federal do Paraná, 2003

TORGE, W. **Gravimetry**. Berlim; New York: Walter de Gruyter, 1989.

TORGE, W. **Geodesy**. 2.<sup>a</sup> ed. Berlim: New York: Walter de Gruyter, 1991.

TRIMBLE. **Trimble Zeiss elta s user guide**. 6. ed. [Berlin: s.n.], 2001.

TSHERNING, C.C. **A Fortran IV Program for the Determination of the Anomalous Potential Using Stepwise Least Squares Collocation.** Ohio: The Ohio State University, 1974. 130p. Reports of the Department of Geodetic Science, Report No. 212.

VANICECK, P.; KRAKIWSKY, E. J. **Geodesy: the Concepts.** 2. ed. Amsterdam: Elsevier, 1986.

## 8 DOCUMENTOS CONSULTADOS

DE FREITAS, S.R.C.; FERREIRA, V.G.; PALMEIRO, A.S. **Analysis of the Geopotential Anomalous Component at Brazilian Vertical Datum Region Based on the Imarui Lagoon System.** IAG Series, 2009.

DEMUTH, H.; BEALE, M.; HAGAN, M. **Neural Network Toolbox 6 User's Guide.** Mathworks, 1992-2009.

ELLMANN, A.; VANICECK, P. Determination of regional geoid models by combining local and global datasets. EGU GENERAL ASSEMBLY, 2008. Vienna. **Geophysical Research Abstracts.**

FERREIRA, V.G. **Análise da Componente Anômala do Geopotencial no Datum Vertical Brasileiro com Base no Sistema Langunar de Imaruí, SC.** 115 f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas). Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2008.

GRAFAREND, E. W. What is a Geoid? **Geoid and Its Geophysical Interpretations.** London: CRC Press, 1993.

KIAMEHR, R. **Precise Gravimetric Geoid Model for Iran based on GRACE and SRTM data and the least-squares modification of Stokes' formula with some geodynamic interpretations.** 89 f. Tese (Doctoral Dissertation in Geodesy), Royal Institute of Technology, Estocolmo, 2006. Arquivo PDF.

SIDERIS, M.G. **Regional Geoid Determination. Geoid an Its Geophysical Interpretations.** Boca Raton: CRC Press, 1994. Arquivo PDF.



9 APÊNDICE 01

Circuito: C1												
Aproximação em Altitude: EFGF												
Instituição	Estação	Long (GD)	Lat (GD)	Grav. Obs. (mgal)	H nivelada (m)	h elipsoidal (m)	gmédio A-B	Tipo Desnivel	DH Utilizado (m)	dW (m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> )	Sentido	Ond. Geod. Calc. (m)
UFPR	1019	-56.028992881	-28.625126633	979189.9828	N/D	73.7390						<b>11.5460</b>
UFPR	1033	-56.015259642	-28.644043822	979186.8991	79.3693	90.6060	9.791884409	Trans	16.8670	165.1597	1019 => 1033	11.5460
UFPR	1021	-56.006286694	-28.660270997	979184.0561	93.6149	104.6860	9.791854776	N	14.2456	139.4908	1033 => 1021	11.5340
UFPR	1020	-55.999985731	-28.662984375	979184.6511	91.6570	102.9010	9.791843536	N	-1.9579	-19.1715	1021 => 1020	11.3520
UFPR	1018	-55.964197128	-28.671987175	979184.3562	N/D	100.5100	9.791845037	Trans	-2.3240	-22.7562	1020 => 1018	11.2850
UFPR	1022	-55.994677958	-28.683462897	979186.4977	86.9427	97.8520	9.791854269	Trans	-2.6730	-26.1736	1018 => 1022	11.3000
UFPR	1023	-56.013534772	-28.725755803	979194.8057	N/D	76.3370	9.791906517	Trans	-21.5500	-211.0156	1022 => 1023	11.3350
UFPR	1024	-56.031011339	-28.747697964	979194.1536	N/D	96.4900	9.791944797	Trans	20.0840	196.6614	1023 => 1024	11.4040
UFPR	1025	-56.045783161	-28.790867131	979201.2215	N/D	80.8360	9.791976875	Trans	-15.7290	-154.0180	1024 => 1025	11.4790
UFPR	1026	-56.055840739	-28.820316467	979198.2444	N/D	103.0770	9.791997333	Trans	22.2110	217.4901	1025 => 1026	11.5090
UFPR	1027	-56.075441119	-28.842672306	979203.5879	79.0971	90.3680	9.792009162	Trans	-12.7700	-125.0440	1026 => 1027	11.5700
UFPR	1028	-56.090946742	-28.900971289	979212.6394	77.6022	88.8570	9.792081136	N	-1.4949	-14.6382	1027 => 1028	11.6040
UFPR	1029	-56.106908678	-28.929122264	979213.9963	N/D	98.9750	9.792133178	Trans	10.0790	98.6949	1028 => 1029	11.6430
UFPR	1030	-56.136266111	-28.960050089	979221.8617	N/D	78.6000	9.79217929	Trans	-20.5120	-200.8572	1029 => 1030	11.7800
UFPR	1031	-56.161861197	-28.986569119	979224.2120	N/D	78.3810	9.792230369	Trans	-0.2700	-2.6439	1030 => 1031	11.8310
UFPR	1032	-56.199140322	-29.024811200	979228.9479	N/D	82.3310	9.792265799	Trans	3.2750	32.0697	1031 => 1032	12.5060
UFPR	1017	-56.237824978	-29.062887336	979232.8269	N/D	99.6560	9.792308874	Trans	17.6470	172.8049	1032 => 1017	12.1840
UFPR	1016	-56.254967031	-29.081046208	979240.0723	N/D	77.3760	9.792364496	Trans	-22.3890	-219.2412	1017 => 1016	12.2930
UFPR	1015	-56.268437242	-29.093959328	979238.4417	N/D	89.4180	9.79239257	Trans	12.0170	117.6752	1016 => 1015	12.3180
UFPR	1014	-56.304478161	-29.122123486	979242.8374	N/D	67.3790	9.792406395	Trans	-22.1720	-217.1172	1015 => 1014	12.4510
UFPR	1013	-56.328315297	-29.138797797	979243.7673	N/D	72.5520	9.792433024	Trans	5.0850	49.7945	1014 => 1013	12.5390
UFPR	1012	-56.345170989	-29.150917522	979237.6530	N/D	91.6230	9.792407102	Trans	19.0190	186.2418	1013 => 1012	12.5910
UFPR	1011	-56.381655281	-29.163114486	979236.3252	84.8539	97.2260	9.792369891	Trans	5.5060	53.9168	1012 => 1011	12.6680
UFPR	1010	-56.449076675	-29.167300808	979238.7125	N/D	91.7740	9.792375188	Trans	-5.5660	-54.5044	1011 => 1010	12.8020
UFPR	1009	-56.488732386	-29.166691072	979243.2831	68.4545	81.0400	9.792409978	Trans	-10.7740	-105.5034	1010 => 1009	12.8420
UFPR	1034	-56.510046028	-29.163728972	979241.2448	67.3200	79.2500	9.792422639	N	-1.1345	-11.1095	1009 => 1034	12.3360
UFPR	1008	-56.530811278	-29.185930067	979232.9394	N/D	84.6000	9.792370921	Trans	5.0370	49.3242	1034 => 1008	12.6490
UFPR	1006	-56.547537111	-29.169496608	979242.9286	62.3995	75.0390	9.79237934	Trans	-9.6400	-94.3985	1008 => 1006	12.7280
UFPR	1007	-56.548446347	-29.160071981	979240.8464	66.5900	78.5620	9.792418875	N	4.1905	41.0351	1006 => 1007	12.0800

UFPR	1005	-56.536288811	-29.142143133	979242.2236	64.0274	76.6730			***			0.0000		12.0500
UFPR	1004	-56.547220483	-29.140662628	979240.6058	67.1395	80.7560			***			0.0000		12.0700
UFPR	1003	-56.546552467	-29.130851064	979238.5149	79.3536	92.0560	9.792396806		N	12.7636		124.9862	1007 => 1003	12.0600
UFPR	1002	-56.556541981	-29.121996881	979243.1117	58.5766	71.2829	9.792408133		N	-20.7770		-203.4569	1003 => 1002	12.0700
UFPR	1001	-56.554728989	-29.117985033	979243.5049	51.7695	64.4430	9.792433083		N	-6.8071		-66.6581	1002 => 1001	12.0700
UFPR	1042	-56.555326631	-29.113145189	979243.7799	52.8532	65.5792	9.792436424			<b>1.0837</b>		10.6121	1001 => 1042	12.0700
IGM	157	-56.581944444	-29.101111111	979241.9200	51.3800	65.5792	9.7924285		**	<b>0.0000</b>		0.0000	1042 => 157	
IGM	158	-56.556388889	-29.068888889	979235.6400	65.5820	N/D	9.7923878		N	14.2020		139.0715	157 => 158	
IGM	159	-56.524722222	-29.028611111	979229.8200	66.0120	N/D	9.7923273		N	0.4300		4.2107	158 => 159	
IGM	160	-56.474444444	-29.013611111	979232.6800	64.9880	N/D	9.7923125		N	-1.0240		-10.0273	159 => 160	
IGM	161	-56.446944444	-29.004166667	979233.1000	62.7030	N/D	9.7923289		N	-2.2850		-22.3755	160 => 161	
IGM	162	-56.424722222	-28.935277778	979228.5700	64.0940	N/D	9.79230835		N	1.3910		13.6211	161 => 162	
IGM	163	-56.384722222	-28.913611111	979225.1600	66.8230	N/D	9.79226865		N	2.7290		26.7231	162 => 163	
IGM	164	-56.351111111	-28.888611111	979221.8200	71.8420	N/D	9.7922349		N	5.0190		49.1472	163 => 164	
IGM	165	-56.322777778	-28.846111111	979212.7400	70.7340	N/D	9.7921728		N	-1.1080		-10.8497	164 => 165	
IGM	166	-56.335277778	-28.806388889	979209.1200	59.7510	N/D	9.7921093		N	-10.9830		-107.5467	165 => 166	
IGM	167	-56.326388889	-28.758888889	979202.2000	54.4380	N/D	9.7920566		N	-5.3130		-52.0252	166 => 167	
IGM	168	-56.283611111	-28.730000000	979198.3400	65.0550	N/D	9.7920027		N	10.6170		103.9617	167 => 168	
IGM	169	-56.254166667	-28.690000000	979193.4000	64.8730	N/D	9.7919587		N	-0.1820		-1.7821	168 => 169	
IGM	170	-56.208888889	-28.706111111	979195.7200	65.1040	N/D	9.7919456		N	0.2310		2.2619	169 => 170	
IGM	171	-56.184722222	-28.680277778	979193.1400	66.8960	N/D	9.7919443		N	1.7920		17.5472	170 => 171	
IGM	172	-56.157222222	-28.643055556	979192.1400	64.6110	N/D	9.7919264		N	-2.2850		-22.3746	171 => 172	
IGM	173	-56.106388889	-28.622500000	979187.3600	70.0230	N/D	9.7918975		N	5.4120		52.9937	172 => 173	
UFPR	1019	-56.028952881	-28.625126633	979189.9828	N/D	73.7390	9.791886714		Trans				173 => 1019	

Altitude Transformada (RNAs) (m)	62.8095
Desnível Encontrado (RNAs)/Dif. Geop. Equivalente (m)   (m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> )	-7.2135
Somatório dos Desníveis (m)   (m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> )	1.9995
Altitude Transformada (Krigagem) (m)	62.1981
Desnível Encontrado (Krigagem)/Dif. Geop. Equivalente (m)   (m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> )	-7.8249
Somatório dos Desníveis (m)   (m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> )	1.3881

Altitude Transformada (RNAs) (m)	62.8095
Desnível Encontrado (RNAs)/Dif. Geop. Equivalente (m)   (m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> )	-7.2135
Somatório dos Desníveis (m)   (m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> )	1.9995
Altitude Transformada (Krigagem) (m)	62.1981
Desnível Encontrado (Krigagem)/Dif. Geop. Equivalente (m)   (m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> )	-7.8249
Somatório dos Desníveis (m)   (m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> )	1.3881



UFPR	1005	-56.536288811	-29.142143133	979242.2236	64.0274	76.6730	9.79241535				0.0000			12.3240
UFPR	1004	-56.547220483	-29.140662628	979240.6058	67.1395	80.7560	9.792414147				0.0000			12.3800
UFPR	1003	-56.546552467	-29.130851064	979238.5149	79.3536	92.0560	9.792396806	N	12.7636	124.9862	1007 => 1003			12.6320
UFPR	1002	-56.556541981	-29.121996881	979243.1117	58.5766	71.2829	9.792408133	N	-20.7770	-203.4569	1003 => 1002			12.6180
UFPR	1001	-56.554728989	-29.117985033	979243.5049	51.7695	64.4430	9.792433083	N	-6.8071	-66.6581	1002 => 1001			12.6730
UFPR	1042	-56.555326631	-29.113145189	979243.7799	52.8532	65.5792	9.792436424		<b>1.0837</b>	10.6121	1001 => 1042			12.6420
IGM	157	-56.581944444	-29.101111111	979241.9200	51.3800	65.5792	9.7924285		<b>0.0000</b>	0.0000	1042 => 157			
IGM	158	-56.556388889	-29.068888889	979235.6400	65.5820	N/D	9.7923878	N	14.2020	139.0715	157 => 158			
IGM	159	-56.524722222	-29.028611111	979229.8200	66.0120	N/D	9.7923273	N	0.4300	4.2107	158 => 159			
IGM	160	-56.474444444	-29.013611111	979232.6800	64.9880	N/D	9.7923125	N	-1.0240	-10.0273	159 => 160			
IGM	161	-56.446944444	-29.004166667	979233.1000	62.7030	N/D	9.7923289	N	-2.2850	-22.3755	160 => 161			
IGM	162	-56.424722222	-28.935277778	979228.5700	64.0940	N/D	9.79230835	N	1.3910	13.6211	161 => 162			
IGM	163	-56.384722222	-28.913611111	979225.1600	66.8230	N/D	9.79226865	N	2.7290	26.7231	162 => 163			
IGM	164	-56.351111111	-28.888611111	979221.8200	71.8420	N/D	9.7922349	N	5.0190	49.1472	163 => 164			
IGM	165	-56.322777778	-28.846111111	979212.7400	70.7340	N/D	9.7921728	N	-1.1080	-10.8497	164 => 165			
IGM	166	-56.335277778	-28.806388889	979209.1200	59.7510	N/D	9.7921093	N	-10.9830	-107.5467	165 => 166			
IGM	167	-56.326388889	-28.758888889	979202.2000	54.4380	N/D	9.7920566	N	-5.3130	-52.0252	166 => 167			
IGM	168	-56.283611111	-28.730000000	979198.3400	65.0550	N/D	9.7920027	N	10.6170	103.9617	167 => 168			
IGM	169	-56.254166667	-28.690000000	979193.4000	64.8730	N/D	9.7919587	N	-0.1820	-1.7821	168 => 169			
IGM	170	-56.208888889	-28.706111111	979195.7200	65.1040	N/D	9.7919456	N	0.2310	2.2619	169 => 170			
IGM	171	-56.184722222	-28.680277778	979193.1400	66.8960	N/D	9.7919443	N	1.7920	17.5472	170 => 171			
IGM	172	-56.157222222	-28.643055556	979192.1400	64.6110	N/D	9.7919264	N	-2.2850	-22.3746	171 => 172			
IGM	173	-56.106388889	-28.622500000	979187.3600	70.0230	N/D	9.7918975	N	5.4120	52.9937	172 => 173			
UFPR	1019	-56.028952881	-28.625126633	979189.9828	N/D	73.7390	9.791886714	Trans				173 => 1019		

Altitude Transformada (RNAs) (m) 63.1395  
 Desnível Encontrado (RNAs)/Dif. Geop. Equivalente (m) | (m<sup>2</sup>/s<sup>2</sup>) -6.8835 | -67.4025  
 Somatório dos Desníveis (m) | (m<sup>2</sup>/s<sup>2</sup>) 1.9565 19.1521

Altitude Transformada (Krigagem) (m) 62.5281  
 Desnível Encontrado (Krigagem)/Dif. Geop. Equivalente (m) | (m<sup>2</sup>/s<sup>2</sup>) -7.4949 | -73.3892  
 Somatório dos Desníveis (m) | (m<sup>2</sup>/s<sup>2</sup>) 1.3451 13.1653

# 11 APÊNDICE 03

Circuito: C1 Aproximação em Altitude: MAPGEO												
Instituição	Estação	Long (GD)	Lat (GD)	Grav. Obs. (mgal)	H nivelada (m)	h elipsoidal (m)	gmédio A-B	Tipo Desnivel	DH Utilizado (m)	dW (m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> )	Sentido	Ond. Geoid. Calc. (m)
UFPR	1019	-56.028952881	-28.625126633	979189.9828	N/D	73.7390						10.4200
UFPR	1033	-56.015259642	-28.644043822	979186.8991	79.3693	90.6060	9.791884409	Trans	16.8970	165.4535	1019 => 1033	10.3900
UFPR	1021	-56.006286694	-28.660270997	979184.0561	93.6149	104.6860	9.791854776	N	14.2456	139.4908	1033 => 1021	10.3700
UFPR	1020	-55.999985731	-28.662984375	979184.6511	91.6570	102.9010	9.791843536	N	-1.9579	-19.1715	1021 => 1020	10.3500
UFPR	1018	-55.964197128	-28.671987175	979184.3562	N/D	100.5100	9.791845037	Trans	-2.3010	-22.5310	1020 => 1018	10.2600
UFPR	1022	-55.994677958	-28.683462897	979186.4977	86.9427	97.8520	9.791854269	Trans	-2.7480	-26.9080	1018 => 1022	10.3500
UFPR	1023	-56.013534772	-28.725755803	979194.8057	N/D	76.3370	9.791906517	Trans	-21.5750	-211.2604	1022 => 1023	10.4100
UFPR	1024	-56.031011339	-28.747697964	979194.1536	N/D	96.4900	9.791944797	Trans	20.1030	196.8475	1023 => 1024	10.4600
UFPR	1025	-56.045783161	-28.790867131	979201.2215	N/D	80.8360	9.791976875	Trans	-15.7140	-153.8711	1024 => 1025	10.5200
UFPR	1026	-56.055840739	-28.820316467	979198.2444	N/D	103.0770	9.791997333	Trans	22.2010	217.3921	1025 => 1026	10.5600
UFPR	1027	-56.075441119	-28.842672306	979203.5879	79.0971	90.3680	9.792009162	Trans	-12.7890	-125.2300	1026 => 1027	10.6400
UFPR	1028	-56.090946742	-28.900971289	979212.6394	77.6022	88.8570	9.792081136	N	-1.4949	-14.6382	1027 => 1028	10.7500
UFPR	1029	-56.106908678	-28.929122264	979213.9963	N/D	98.9760	9.792133178	Trans	10.0480	98.3914	1028 => 1029	10.8200
UFPR	1030	-56.136266111	-28.960050089	979221.8617	N/D	78.6000	9.79217929	Trans	-20.5150	-200.8866	1029 => 1030	10.9600
UFPR	1031	-56.161861197	-28.986569119	979224.2120	N/D	78.3810	9.792230369	Trans	-0.3290	-3.2216	1030 => 1031	11.0700
UFPR	1032	-56.199140322	-29.024811200	979228.9479	N/D	82.3310	9.792265799	Trans	3.7800	37.0148	1031 => 1032	11.2400
UFPR	1017	-56.237824978	-29.062887336	979232.8269	N/D	99.6560	9.792308874	Trans	17.1550	167.9871	1032 => 1017	11.4100
UFPR	1016	-56.254967031	-29.081046208	979240.0723	N/D	77.3760	9.792364496	Trans	-22.3400	-218.7614	1017 => 1016	11.4700
UFPR	1015	-56.268437242	-29.093959328	979238.4417	N/D	89.4180	9.79239257	Trans	12.0020	117.5283	1016 => 1015	11.5100
UFPR	1014	-56.304478161	-29.122123486	979242.8374	N/D	67.3790	9.792406395	Trans	-22.1190	-216.5982	1015 => 1014	11.5900
UFPR	1013	-56.328315297	-29.138797797	979243.7673	N/D	72.5520	9.792433024	Trans	5.1230	50.1666	1014 => 1013	11.6400
UFPR	1012	-56.345170989	-29.150917522	979237.6530	N/D	91.6230	9.792407102	Trans	19.0310	186.3593	1013 => 1012	11.6600
UFPR	1011	-56.381655281	-29.163114486	979236.3252	84.8539	97.2260	9.792369891	Trans	5.5330	54.1812	1012 => 1011	11.7500
UFPR	1010	-56.449076675	-29.167300808	979238.7125	84.8539	97.2260	9.792375188	Trans	-5.5920	-54.7590	1011 => 1010	11.8900
UFPR	1009	-56.488732386	-29.166691072	979243.2831	68.4545	91.7740	9.792409978	Trans	-10.8140	-105.8951	1010 => 1009	11.9700
UFPR	1034	-56.510046028	-29.163728972	979241.2448	67.3200	79.2500	9.792422639	N	-1.1345	-11.1095	1009 => 1034	12.0100
UFPR	1008	-56.530811278	-29.185930067	979232.9394	N/D	84.6000	9.792370921	Trans	5.3000	51.8996	1034 => 1008	12.0600
UFPR	1006	-56.547537111	-29.189496608	979242.9286	62.3995	75.0390	9.79237934	Trans	-9.5810	-93.8208	1008 => 1006	12.0800
UFPR	1007	-56.548446347	-29.160071981	979240.8464	66.5900	78.5620	9.792418875	N	4.1905	41.0351	1006 => 1007	12.0800





12 APÊNDICE 04

Circuito: C1												
Aproximação em Altitude: EGM2008												
Instituição	Estação	Long (GD)	Lat (GD)	Grav. Obs. (mgal)	H nivelada (m)	h elipsoidal (m)	gmédio A-B	Tipo Desnivel	DH Utilizado (m)	dW (m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> )	Sentido	Ond. Geoid. Calc. (m)
UFPR	1019	-56.028952881	-28.625126633	979189.9828	N/D	73.7390						10.9414
UFPR	1033	-56.015259642	-28.644043822	979186.8991	79.3693	90.6060	9.791884409	Trans	16.8977	165.4606	1019 => 1033	10.9106
UFPR	1021	-56.006286694	-28.660270997	979184.0561	93.6149	104.6860	9.791854776	N	14.2456	139.4908	1033 => 1021	10.8914
UFPR	1020	-55.999985731	-28.662984375	979184.6511	91.6570	102.9010	9.791843536	N	-1.9579	-19.1715	1021 => 1020	10.8755
UFPR	1018	-55.964197128	-28.671987175	979184.3582	N/D	100.5100	9.791845037	Trans	-2.2985	-22.5062	1020 => 1018	10.7830
UFPR	1022	-55.994677958	-28.683462897	979186.4977	86.9427	97.8520	9.791854269	Trans	-2.7409	-26.8388	1018 => 1022	10.8659
UFPR	1023	-56.013534772	-28.725755803	979194.8057	N/D	76.3370	9.791906517	Trans	-21.5754	-211.2643	1022 => 1023	10.9263
UFPR	1024	-56.031011339	-28.747697964	979194.1536	N/D	96.4900	9.791944797	Trans	20.0967	196.7856	1023 => 1024	10.9827
UFPR	1025	-56.045783161	-28.790867131	979201.2215	N/D	80.8360	9.791976875	Trans	-15.7182	-153.9126	1024 => 1025	11.0469
UFPR	1026	-56.055840739	-28.820316467	979198.2444	N/D	103.0770	9.79199733	Trans	22.1903	217.2872	1025 => 1026	11.0976
UFPR	1027	-56.075441119	-28.842672306	979203.5879	79.0971	90.3680	9.792009162	Trans	-12.7914	-125.2536	1026 => 1027	11.1800
UFPR	1028	-56.090946742	-28.900971289	979212.6394	77.6022	88.8570	9.792081136	N	-1.4949	-14.6382	1027 => 1028	11.2949
UFPR	1029	-56.106908678	-28.929122264	979213.9963	N/D	98.9750	9.792133178	Trans	10.0272	98.1876	1028 => 1029	11.3857
UFPR	1030	-56.136266111	-28.960050089	979221.8617	N/D	78.6000	9.792179229	Trans	-20.5146	-200.8823	1029 => 1030	11.5253
UFPR	1031	-56.161861197	-28.986569119	979224.2120	N/D	78.3810	9.792230369	Trans	-0.3366	-3.2964	1030 => 1031	11.6429
UFPR	1032	-56.199140322	-29.024811200	979228.9479	N/D	82.3310	9.792265799	Trans	3.7868	37.0816	1031 => 1032	11.8061
UFPR	1017	-56.237824978	-29.062887336	979232.8269	N/D	99.6560	9.792308874	Trans	17.1723	168.1569	1032 => 1017	11.9587
UFPR	1016	-56.254967031	-29.081046208	979240.0723	N/D	77.3760	9.792364496	Trans	-22.3420	-218.7811	1017 => 1016	12.0207
UFPR	1015	-56.268437242	-29.093959328	979238.4417	N/D	89.4180	9.79239257	Trans	11.9977	117.4864	1016 => 1015	12.0650
UFPR	1014	-56.304478161	-29.122123486	979242.8374	N/D	67.3790	9.792406395	Trans	-22.1414	-216.8179	1015 => 1014	12.1675
UFPR	1013	-56.328315297	-29.138797797	979243.7673	N/D	72.5520	9.792433024	Trans	5.1130	50.0691	1014 => 1013	12.2274
UFPR	1012	-56.345170989	-29.150917522	979237.6530	N/D	91.6230	9.792407102	Trans	19.0305	186.3544	1013 => 1012	12.2679
UFPR	1011	-56.381655281	-29.163114486	979236.3252	84.8539	97.2260	9.792369891	Trans	5.5255	54.1075	1012 => 1011	12.3454
UFPR	1010	-56.449076675	-29.167300808	979238.7125	N/D	91.7740	9.792375188	Trans	-5.5862	-54.7022	1011 => 1010	12.4796
UFPR	1009	-56.488732386	-29.166691072	979243.2831	68.4545	81.0400	9.792409978	Trans	-10.8092	-105.8477	1010 => 1009	12.5548
UFPR	1034	-56.510046028	-29.163728972	979241.2448	67.3200	79.2500	9.792422639	N	-1.1345	-11.1095	1009 => 1034	12.5913
UFPR	1008	-56.530811278	-29.185930067	979232.9394	N/D	84.6000	9.792370921	Trans	5.3075	51.9730	1034 => 1008	12.6338
UFPR	1006	-56.547537111	-29.169498608	979242.9286	62.3995	75.0390	9.79237934	Trans	-9.5815	-93.8257	1008 => 1006	12.6543
UFPR	1007	-56.548446347	-29.160071981	979240.8464	66.5900	78.5620	9.792418875	N	4.1905	41.0351	1006 => 1007	12.6338

UFPR	1005	-56.536288811	-29.142143133	979242.2236	64.0274	76.6730	9.79241535	***		0.0000			12.6262
UFPR	1004	-56.547220483	-29.140662628	979240.6058	67.1395	80.7560	9.792414147	***		0.0000			12.6431
UFPR	1003	-56.546552467	-29.130851064	979238.5149	79.3536	92.0560	9.792396806	N	12.7636	124.9862	1007 => 1003		12.6385
UFPR	1002	-56.556541981	-29.121996881	979243.1117	58.5766	71.2829	9.792408133	N	-20.7770	-203.4569	1003 => 1002		12.6514
UFPR	1001	-56.554728989	-29.117985033	979243.5049	51.7695	64.4430	9.792433083	N	-6.8071	-66.6581	1002 => 1001		12.6471
UFPR	1042	-56.555326631	-29.113145189	979243.7799	52.8532	65.5792	9.792436424		<b>1.0837</b>	10.6121	1001 => 1042		12.6464
IGM	157	-56.581944444	-29.101111111	979241.9200	51.3800	65.5792	9.7924285	***	<b>0.0000</b>	0.0000	1042 => 157		
IGM	158	-56.556388889	-29.068888889	979235.6400	65.5820	N/D	9.7923878	N	14.2020	139.0715	157 => 158		
IGM	159	-56.524722222	-29.028611111	979229.8200	66.0120	N/D	9.7923273	N	0.4300	4.2107	158 => 159		
IGM	160	-56.474444444	-29.013611111	979232.6800	64.9880	N/D	9.7923125	N	-1.0240	-10.0273	159 => 160		
IGM	161	-56.446944444	-29.004166667	979233.1000	62.7030	N/D	9.7923289	N	-2.2850	-22.3755	160 => 161		
IGM	162	-56.424722222	-28.935277778	979228.5700	64.0940	N/D	9.79230835	N	1.3910	13.6211	161 => 162		
IGM	163	-56.384722222	-28.913611111	979225.1600	66.8230	N/D	9.79226865	N	2.7290	26.7231	162 => 163		
IGM	164	-56.351111111	-28.888611111	979221.8200	71.8420	N/D	9.7922349	N	5.0190	49.1472	163 => 164		
IGM	165	-56.322777778	-28.846111111	979212.7400	70.7340	N/D	9.7921728	N	-1.1080	-10.8497	164 => 165		
IGM	166	-56.335277778	-28.806388889	979209.1200	59.7510	N/D	9.7921093	N	-10.9830	-107.5467	165 => 166		
IGM	167	-56.326388889	-28.758888889	979202.2000	54.4380	N/D	9.7920566	N	-5.3130	-52.0252	166 => 167		
IGM	168	-56.283611111	-28.730000000	979198.3400	65.0550	N/D	9.7920027	N	10.6170	103.9617	167 => 168		
IGM	169	-56.254166667	-28.690000000	979193.4000	64.8730	N/D	9.7919587	N	-0.1820	-1.7821	168 => 169		
IGM	170	-56.208888889	-28.706111111	979195.7200	65.1040	N/D	9.7919456	N	0.2310	2.2619	169 => 170		
IGM	171	-56.184722222	-28.680277778	979193.1400	66.8960	N/D	9.7919443	N	1.7920	17.5472	170 => 171		
IGM	172	-56.157222222	-28.643055556	979192.1400	64.6110	N/D	9.7919264	N	-2.2850	-22.3746	171 => 172		
IGM	173	-56.106388889	-28.622500000	979187.3600	70.0230	N/D	9.7918975	N	5.4120	52.9937	172 => 173		
UFPR	1019	-56.028952881	-28.625126633	979189.9828	N/D	73.7390	9.791886714	Trans			173 => 1019		

Altitude Transformada (RNAs) (m)	63.4311
Desnivel Encontrado (RNAs)/Dif. Geop. Equivalente (m)   (m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> )	-6.5919
Somatório dos Desníveis (m)   (m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> )	2.8724
Altitude Transformada (Krigagem) (m)	62.8197
Desnivel Encontrado (Krigagem)/Dif. Geop. Equivalente (m)   (m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> )	-7.2033
Somatório dos Desníveis (m)   (m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> )	2.2610



# 13 APÊNDICE 05

Circuito: C1												
Aproximação em Altitude: Sem Aproximação												
Instituição	Estação	Long (GD)	Lat (GD)	Grav. Obs. (mgal)	H nivelada (m)	h elipsoidal (m)	gmédio A-B	Tipo Desnível	DH Utilizado (m)	dW (m²/s²)	Sentido	Ond. Geoid. Calc. (m)
UFPR	1019	-56.028952881	-28.625126633	979189.9828	N/D	73.7390						11.2330
UFPR	1033	-56.015259642	-28.644043822	979186.8991	79.3693	90.6060				0.0000		11.4090
UFPR	1021	-56.006286694	-28.660270997	979184.0561	93.6149	104.6860	9.791854776	N	14.2456	139.4908	1033 => 1021	11.1730
UFPR	1020	-55.99985731	-28.662984375	979184.6511	91.6570	102.9010	9.791843536	N	-1.9579	-19.1715	1021 => 1020	11.0040
UFPR	1018	-55.964197128	-28.671987175	979184.3562	N/D	100.5100				0.0000		11.0650
UFPR	1022	-55.994677958	-28.683462897	979186.4977	86.9427	97.8520	9.791855744	N	-4.7143	-46.1617	1020 => 1022	10.9160
UFPR	1023	-56.013534772	-28.725755803	979194.8057	N/D	76.3370				0.0000		11.0200
UFPR	1024	-56.031011339	-28.747697964	979194.1536	N/D	96.4900				0.0000		11.0310
UFPR	1025	-56.045783161	-28.790867131	979201.2215	N/D	80.8360				0.0000		11.1610
UFPR	1026	-56.055840739	-28.820316467	979198.2444	N/D	103.0770				0.0000		11.1940
UFPR	1027	-56.075441119	-28.842672306	979203.5879	79.0971	90.3680	9.791950428	N	-7.8456	-76.8237	1022 => 1027	11.2600
UFPR	1028	-56.090946742	-28.900971289	979212.6394	77.6022	88.8570	9.792081136	N	-1.4949	-14.6382	1027 => 1028	11.2710
UFPR	1029	-56.106908678	-28.929122264	979213.9963	N/D	98.9750				0.0000		11.3370
UFPR	1030	-56.136266111	-28.960050089	979221.8617	N/D	78.6000				0.0000		11.4720
UFPR	1031	-56.161861197	-28.986569119	979224.2120	N/D	78.3810				0.0000		11.5610
UFPR	1032	-56.199140322	-29.024811200	979228.9479	N/D	82.3310				0.0000		11.7370
UFPR	1017	-56.237824978	-29.062887336	979232.8269	N/D	99.6560				0.0000		11.8680
UFPR	1016	-56.254967031	-29.081046208	979240.0723	N/D	77.3760				0.0000		11.9540
UFPR	1015	-56.268437242	-29.093959328	979238.4417	N/D	89.4180				0.0000		11.9970
UFPR	1014	-56.304478161	-29.122123486	979242.8374	N/D	67.3790				0.0000		12.1250
UFPR	1013	-56.328315297	-29.138797797	979243.7673	N/D	72.5520				0.0000		12.1940
UFPR	1012	-56.345170989	-29.150917522	979237.6530	N/D	91.6230				0.0000		12.2620
UFPR	1011	-56.381655281	-29.163114486	979236.3252	84.8539	97.2260	9.792244823	N	7.2517	71.0104	1028 => 1011	12.3930
UFPR	1010	-56.449076675	-29.167300808	979238.7125	68.4545	91.7740				0.0000		12.5220
UFPR	1009	-56.488732386	-29.166691072	979243.2831	68.4545	81.0400				0.0000		12.5630
UFPR	1034	-56.510046028	-29.163728972	979241.2448	67.3200	79.2500	9.79238785	N	-17.5339	-171.6987	1011 => 1034	12.0280
UFPR	1008	-56.530811278	-29.185930067	979232.9394	N/D	84.6000				0.0000		12.4420
UFPR	1006	-56.547537111	-29.169498608	979242.9286	62.3995	75.0390				0.0000		12.5250
UFPR	1007	-56.548446347	-29.160071981	979240.8464	66.5900	78.5620	9.792410456	N	-0.7300	-7.1485	1034 => 1007	12.0410



14 APÊNDICE 06

Circuito: C2											
Aproximação em Altitude: Sem Aproximação											
Instituição	Estação	Long	Lat	Grav.	H. Niv	h elipsoidal (m)	gmédio A-B	Desn. Elip. (E) ou Desn. Nivel. (N)	DH Utilizado	dW (m²/s²)	Sentido
UFPR	1042	-56.555326631	-29.113145189	979243.7799	52.8532	65.5792					
UFPR	1001	-56.554728989	-29.117985033	979243.5049	51.7695	64.4430	9.792436424	N	-1.0837	-10.6121	1042 => 1001
UFPR	1002	-56.556541981	-29.121996881	979243.1117	58.5766	71.2829	9.792433083	N	6.8071	66.6581	1001 => 1002
UFPR	1003	-56.546552467	-29.130851064	979238.5149	79.3536	92.0560	9.792408133	N	20.7770	203.4569	1002 => 1003
UFPR	1004	-56.5472220483	-29.140662628	979240.6058	67.1395	80.7560	9.792395603	**		0.0000	1003 => 1004
UFPR	1007	-56.548446347	-29.160071981	979240.8464	66.5900	78.5620	9.792396806	N	-12.7636	-124.9862	1004 => 1007
UFPR	1006	-56.547537111	-29.169498608	979242.9286	62.3995	75.0390	9.792418875	N	-4.1905	-41.0351	1007 => 1006
UFPR	1008	-56.530811278	-29.185930067	979232.9394	N/D	84.6000	9.792379394	E		0.0000	1006 => 1008
UFPR	1035	-56.552918661	-29.210793094	979245.5390	N/D	72.8393	9.792392392	E		0.0000	1008 => 1035
UFPR	1036	-56.581752589	-29.262033925	979245.4382	82.3554	95.0603	9.792454886	E		0.0000	1035 => 1036
UFPR	1037	-56.643962989	-29.361648511	979254.4654	63.7601	76.6147	9.79248697	N	1.5757	15.4300	1036 => 1037
UFPR	1038	-56.684353722	-29.444240806	979262.1470	64.4873	77.4470	9.792583062	N	0.7272	7.1212	1037 => 1038
UFPR	1039	-56.804991411	-29.540028539	979271.1086	70.5187	83.7334	9.792666278	N	6.0314	59.0635	1038 => 1039
UFPR	1040	-56.865600578	-29.602716619	979272.9333	72.1785	85.4928	9.792720210	N	1.6598	16.2540	1039 => 1040
UFPR	1041	-56.948199886	-29.727590192	979281.4717	74.2516	87.7492	9.792772025	N	2.0731	20.3014	1040 => 1041
IGM	22	-57.216666667	-29.680555556	979285.9700	59.6060	N/D	9.792837209	***			1041 => 22
IGM	23	-57.222222222	-29.633333333	979277.9000	68.8140	N/D	9.792819350	N	9.2080	90.1723	22 => 23
IGM	24	-57.208333333	-29.583333333	979276.0000	60.9000	N/D	9.792769500	N	-7.9140	-77.5000	23 => 24
IGM	25	-57.155555556	-29.561111111	979271.1400	71.6510	N/D	9.792735700	N	10.7510	105.2817	24 => 25
IGM	26	-57.116666667	-29.527777778	979268.6400	70.7590	N/D	9.792698900	N	-0.8920	-8.7351	25 => 26
IGM	27	-57.066666667	-29.516666667	979268.9300	74.4760	N/D	9.792687850	N	3.7170	36.3994	26 => 27
IGM	28	-57.016666667	-29.513888889	979268.4100	72.5760	N/D	9.792686700	N	-1.9000	-18.6061	27 => 28
IGM	29	-56.983333333	-29.491666667	979269.0300	66.7920	N/D	9.792687200	N	-5.7840	-56.6409	28 => 29
IGM	30	-56.944444444	-29.452777778	979263.6900	64.4950	N/D	9.792663600	N	-2.2970	-22.4937	29 => 30
IGM	31	-56.898611111	-29.433333333	979262.9900	64.0490	N/D	9.792633400	N	-0.4460	-4.3675	30 => 31
IGM	32	-56.852777778	-29.416666667	979263.1300	64.2900	N/D	9.792630600	N	0.2410	2.3600	31 => 32
IGM	33	-56.833333333	-29.372222222	979257.9500	65.9620	N/D	9.792605400	N	1.6720	16.3732	32 => 33
IGM	34	-56.786111111	-29.350000000	979254.2700	64.5720	N/D	9.792561100	N	-1.3900	-13.6117	33 => 34
IGM	35	-56.741666667	-29.322222222	979254.8300	55.9160	N/D	9.792545500	N	-8.6560	-84.7643	34 => 35

IGM	36	-56.702777778	-29.286111111	979252.9900	65.7390	N/D	9.792539100	N	9.8230	96.1921	35 => 36
IGM	37	-56.675000000	-29.208333333	979244.8000	51.3890	N/D	9.792488950	N	-14.3600	-140.5222	36 => 37
IGM	39	-56.670555556	-29.171666667	979235.4800	63.9510	N/D	9.792442350	N	12.5620	123.0127	37 => 39
IGM	38	-56.647222222	-29.175000000	979240.8200	66.8900	N/D	9.792381500	N	2.9390	28.7798	39 => 38
IGM	156	-56.630000000	-29.140833333	979241.6000	51.7930	N/D	9.792412100	N	-15.0970	-147.8360	38 => 156
IGM	157	-56.581944444	-29.101111111	979241.9200	51.3800	65.5792	9.792417600	N	-0.4130	-4.0443	156 => 157
UFPR	1042	-56.555326631	-29.113145189	979243.7799	52.8532	65.5792	9.792428500	***	0.0000	0.0000	157 => 1042
<p>Desnível Encontrado (RNAs)/Dif. Geop. Equivalente (m)   (m<sup>2</sup>/s<sup>2</sup>)</p> <p>Altitude Transformada (RNAs) (m)   (m<sup>2</sup>/s<sup>2</sup>)</p> <p>Somatório dos Desníveis (m)   (m<sup>2</sup>/s<sup>2</sup>)</p>											
<p>Desnível Encontrado (Krigagem)/Dif. Geop. Equivalente (m)   (m<sup>2</sup>/s<sup>2</sup>)</p> <p>Altitude Transformada (Krigagem) (m)   (m<sup>2</sup>/s<sup>2</sup>)</p> <p>Somatório dos Desníveis (m)   (m<sup>2</sup>/s<sup>2</sup>)</p>											

# 15 APÊNDICE 07

C1	Grau e Ordem				180.000	360.000	2,190.000	180.000	360.000	
	Média das Diferenças				-4.606	-0.346	-6.616	-3.981	-0.714	
	Desvio Padrão das Diferenças				4.666	3.776	3.589	4.786	4.178	
Instituição	Estação	Long	Lat	Distúrbio f ( g observado) (mGal)	Gravidade teórica na Superfície (mGal)	GravSFT no sa, yes zero (egm2008, tide free, up to 180)	GravSFT no sa, yes zero (egm2008, tide free, up to 360)	GravSFT no sa, yes zero (egm2008, tide free, up to 2190)	GravSFT no sa, yes zero (GGM03C, zero tide, up to 180)	GravSFT no sa, yes zero (GGM03C, zero tide, up to 360)
UFPR	1019	-56.028952881	-28.625126633	-6.1349	979196.5095	979,197.472	979,192.124	979,193.749	979,196.940	979,192.664
UFPR	1033	-56.015259642	-28.644043822	-5.4493	979192.9398	979,196.662	979,190.506	979,193.305	979,196.168	979,191.636
UFPR	1021	-56.008286694	-28.660270997	-5.1794	979190.0248	979,195.225	979,188.495	979,191.913	979,194.747	979,190.055
UFPR	1020	-55.999885731	-28.662984375	-5.3416	979190.7553	979,194.620	979,187.635	979,191.421	979,194.167	979,189.389
UFPR	1018	-55.964197128	-28.671987175	-7.0589	979192.1427	979,195.465	979,187.185	979,192.488	979,195.158	979,189.947
UFPR	1022	-55.994677958	-28.683462897	-6.6103	979193.7977	979,196.977	979,189.504	979,193.184	979,196.512	979,191.635
UFPR	1023	-56.013534772	-28.725755803	-8.1608	979203.3864	979,202.252	979,194.807	979,196.336	979,201.648	979,196.940
UFPR	1024	-56.031011339	-28.747697964	-4.2629	979199.0872	979,205.621	979,198.462	979,198.886	979,204.929	979,200.400
UFPR	1025	-56.045783161	-28.790867131	-5.3159	979207.0082	979,208.915	979,201.743	979,201.404	979,208.151	979,203.735
UFPR	1026	-56.055840739	-28.820316467	-3.6735	979202.6832	979,210.279	979,203.144	979,202.796	979,209.484	979,205.140
UFPR	1027	-56.075441119	-28.842672306	-3.9584	979208.1346	979,214.146	979,207.409	979,207.879	979,213.306	979,209.150
UFPR	1028	-56.090946742	-28.900971289	0.1747	979213.0334	979,219.026	979,212.399	979,215.422	979,218.207	979,214.113
UFPR	1029	-56.106908678	-28.929122264	2.5030	979212.1989	979,219.564	979,213.270	979,218.630	979,218.760	979,214.780
UFPR	1030	-56.136266111	-28.960050089	1.7139	979220.5930	979,228.170	979,222.520	979,230.664	979,227.382	979,223.631
UFPR	1031	-56.161861197	-28.986569119	1.9670	979222.6877	979,231.724	979,226.607	979,236.644	979,230.970	979,227.396
UFPR	1032	-56.199140322	-29.024811200	4.9931	979224.4431	979,231.302	979,226.889	979,239.423	979,230.626	979,227.254
UFPR	1017	-56.237824978	-29.062887336	11.3011	979222.2412	979,229.785	979,225.989	979,240.543	979,229.217	979,225.971
UFPR	1016	-56.254967031	-29.081046208	10.2767	979230.2270	979,233.320	979,229.759	979,244.730	979,232.814	979,229.582
UFPR	1015	-56.268437242	-29.093959328	11.3722	979227.6454	979,237.268	979,233.870	979,248.849	979,233.579	979,233.579
UFPR	1014	-56.304478161	-29.122123486	6.8034	979236.3612	979,241.874	979,238.815	979,252.708	979,241.520	979,238.277
UFPR	1013	-56.328315297	-29.138797797	8.0495	979236.0971	979,243.412	979,240.514	979,253.193	979,243.123	979,239.844
UFPR	1012	-56.345170989	-29.150917522	6.8907	979231.3671	979,241.415	979,238.607	979,250.397	979,241.176	979,237.849
UFPR	1011	-56.381655281	-29.163114486	6.3550	979230.6511	979,238.034	979,235.340	979,245.330	979,237.830	979,234.501
UFPR	1010	-56.449076675	-29.167300808	6.7378	979232.5814	979,242.629	979,240.090	979,249.067	979,242.382	979,239.267
UFPR	1009	-56.488732386	-29.166691072	8.0420	979235.7142	979,243.080	979,240.667	979,249.437	979,242.782	979,239.887
UFPR	1034	-56.510046028	-29.163728972	5.6790	979236.0184	979,244.020	979,241.704	979,249.692	979,243.678	979,240.962
UFPR	1008	-56.530811278	-29.185930067	-2.6818	979236.1368	979,246.240	979,243.884	979,251.146	979,246.003	979,243.053
UFPR	1006	-56.547537111	-29.169498608	5.6195	979237.7148	979,245.541	979,243.357	979,248.934	979,245.183	979,242.637
UFPR	1007	-56.548446347	-29.160071981	5.3492	979235.9419	979,245.697	979,243.582	979,248.819	979,245.281	979,242.904
UFPR	1005	-56.536288811	-29.142143133	7.5208	979235.1264	979,246.575	979,244.530	979,250.248	979,246.069	979,243.898
UFPR	1004	-56.547220483	-29.140662628	7.2770	979233.7986	979,246.660	979,244.686	979,249.490	979,246.130	979,244.071
UFPR	1003	-56.546552467	-29.130851064	9.4276	979229.6977	979,246.765	979,244.869	979,249.470	979,246.177	979,244.275
UFPR	1002	-56.556541981	-29.121996881	8.2925	979235.1854	979,245.862	979,244.103	979,247.713	979,245.206	979,243.533
UFPR	1001	-56.554728989	-29.117985033	6.8825	979236.9218	979,245.453	979,243.721	979,247.387	979,244.777	979,243.152
UFPR	1042	-56.555326631	-29.113145189	7.8798	979236.2101	979,244.987	979,243.304	979,246.830	979,244.281	979,242.739
UFPR	1019	-56.0290	-28.6251	-6.1349	979196.5095	979,197.472	979,192.124	979,193.749	979,196.940	979,192.664
				RMS:	6.510	3.740	7.503	6.174	4.181	
				RMS:	6.556	3.792	7.526	6.225	4.239	
				Máximo (Abs)	12.785	10.744	17.691	12.548	10.922	
				Mínimo (Abs)	0.676	0.006	0.288	0.191	0.052	

## 16 APÊNDICE 08

### 16.1.1 Nivelamento de Travessia

Utilizando dois níveis WILD NI3, no dia 12/12/2008 foram executadas 8 séries do nivelamento de travessia (início às 9h08; final às 16h38) para obtenção de desníveis geométricos na conexão Itaqui-Alvear (CON2). As séries ocorreram simultaneamente, em uma das margens próximo da Aduana Brasileira e na outra, à periferia da Prefectura Naval Argentina. A metodologia utilizada é introduzida na seção 3.1.2 Atendendo às questões de simetria, a configuração utilizada foi a apresentada na Figura 39.



FIGURA 39 - ESQUEMA DO NIVELAMENTO DE TRAVESSIA.  
FONTE: Adaptado do GOOGLE EARTH™(2009).



Na Figura 39, as setas apontam o sentido equipamento/mira de vante. Devido a dificuldade de deslocamento entre as margens (o único transporte disponível entre margens é a balsa local), houve intervalos que variaram desde 12 min até 1h40min entre os inícios das séries. Considere-se a primeira série na margem brasileira tomando como instantes das observações a interpolação entre os instantes inicial e final da série. Os valores apresentados no Quadro 4 são de leituras no parafuso calante dos níveis, com décimos de leitura estimados.

Visada (n.º)	Leitura no Parafuso Basculante			Instante (h:min:s)
	Visor Inferior	Instr. Nivelado	Visor Superior	
1	40.1	65.2	93.6	09:08:00
2	37.8	65.8	95.6	09:09:30
3	38.2	64.8	94.1	09:11:00
4	36.8	65.2	94.5	09:12:30
5	38.1	64.9	92.6	09:14:00
6	37.7	64.8	93.9	09:15:30
7	38.9	64.5	92.9	09:17:00
8	30.6	59.1	89.8	09:18:30
9	29.3	57.8	85.7	09:20:00
10	29.8	57.2	85.1	09:21:30
11	29.8	57.1	85.2	09:23:00
12	31.3	57.5	86.1	09:24:30
13	31.1	56.8	85.7	09:26:00
14	30.8	56.2	86	09:27:30
15	31.6	56.2	83.9	09:29:00
16	30.4	56.6	85.5	09:30:30
17	30.8	56.7	85	09:32:00
18	29.3	55.9	83.6	09:33:30
19	28.5	57.1	85.9	09:35:00
Médias	33.205	59.968	88.668	09:21:30

QUADRO 4 - 1.ª SÉRIE DO NIVELAMENTO DE TRAVESSIA.

FONTE: O Autor (2009).

Das médias das séries de observações, obtém-se  $n_1$  e  $n_2$ :

$$\begin{aligned} n_1 &= \text{Instrumento Nivelado} - \text{Leitura Inferior} \\ n_1 + n_2 &= \text{Leitura Superior} - \text{Leitura Inferior} \end{aligned} \quad (16.1)$$

$$\begin{aligned} n_1 &= 59,968 - 33,205 = 26,763 \\ n_1 + n_2 &= 88,668 - 33,205 = 55,463 \end{aligned} \quad (16.2)$$

O afastamento é conhecido da medição física direta nos visores:

$$\begin{aligned}Lv_s &= 1,350 \text{ m} \\Lv_i &= 1,080 \text{ m} \\Af_v &= 1,350 - 1,080 = 0,270 \text{ m}\end{aligned}\tag{16.3}$$

Cuja solução para  $d_1$  resulta:

$$d_1 = \frac{Af_v * n_1}{n_1 + n_2} = \frac{0,270 * (26,763)}{(55,463)} = 0,13028 \text{ m}\tag{16.4}$$

E quando somado com a altura do visor inferior, dá a leitura de vante:

$$L_{\text{vante}} = d_1 + hv_i\tag{16.5}$$

$$L_{\text{vante}} = 0,13028 + 1,080 = 1,2103 \text{ m}\tag{16.6}$$

Como já descrito, com o resultado de uma leitura convencional à ré, calcula-se o desnível entre os dois pontos:

$$\Delta H_{\text{Itaqui} \rightarrow \text{Alvear}} = L_{\text{ré}} - L_{\text{vante}} = 1,4621 - 1,2103 = 0,2518 \text{ m}\tag{16.7}$$

O mesmo raciocínio é estendido para todas as outras séries, originando os Quadros 5, 6 e 7 (incluídas as informações do exemplo), na seqüência.



Ordem	Data	Ré	Estação	Vante	Instante Inicial (h:min)	Instante Final (h:min)	Alvo Superior (m)	Alvo Inferior (m)	Dif. Entre os Alvos (m)
1	12/12/2008	RN UFPR2 - Itaquí	Itaquí	Piquete - Alvear	09:08	09:35	1.3500	1.0800	0.2700
2	12/12/2008	Piquete - Alvear	Alvear	RN UFPR2 - Itaquí	09:08	09:35	1.9050	1.6850	0.2200
3	12/12/2008	RN UFPR2 - Itaquí	Itaquí	Piquete - Alvear	10:30	10:53	1.3500	1.0800	0.2700
4	12/12/2008	Piquete - Alvear	Alvear	RN UFPR2 - Itaquí	10:30	10:53	1.9050	1.6850	0.2200
5	12/12/2008	RN UFPR2 - Itaquí	Itaquí	Piquete - Alvear	11:02	11:22	1.3500	1.0800	0.2700
6	12/12/2008	Piquete - Alvear	Alvear	RN UFPR2 - Itaquí	11:02	11:22	1.9050	1.6850	0.2200
7	12/12/2008	RN UFPR2 - Itaquí	Itaquí	Piquete - Alvear	12:51	13:12	1.3500	1.0800	0.2700
8	12/12/2008	Piquete - Alvear	Alvear	RN UFPR2 - Itaquí	12:51	13:12	1.9050	1.6850	0.2200
9	12/12/2008	RN UFPR2 - Itaquí	Itaquí	Piquete - Alvear	13:17	13:36	1.3500	1.0800	0.2700
10	12/12/2008	Piquete - Alvear	Alvear	RN UFPR2 - Itaquí	13:17	13:36	1.9050	1.6850	0.2200
11	12/12/2008	RN UFPR2 - Itaquí	Itaquí	Piquete - Alvear	14:40	15:00	1.3500	1.0800	0.2700
12	12/12/2008	Piquete - Alvear	Alvear	RN UFPR2 - Itaquí	14:40	15:00	1.9050	1.6850	0.2200
13	12/12/2008	RN UFPR2 - Itaquí	Itaquí	Piquete - Alvear	15:12	15:35	1.3500	1.0800	0.2700
14	12/12/2008	Piquete - Alvear	Alvear	RN UFPR2 - Itaquí	15:12	15:35	1.9050	1.6850	0.2200
15	12/12/2008	RN UFPR2 - Itaquí	Itaquí	Piquete - Alvear	16:19	16:38	1.3500	1.0800	0.2700
16	12/12/2008	Piquete - Alvear	Alvear	RN UFPR2 - Itaquí	16:19	16:38	1.9050	1.6850	0.2200

QUADRO 5-INFORMAÇÕES DO NIVELAMENTO DE TRAVESSIA: INSTANTES DE OBSERVAÇÃO E POSIÇÃO DOS ALVOS.

FONTE: O Autor (2009).

Ordem	Data	Ré	Estação	Vante	Leitura Superior (L.Inst.)	Leitura de Nível (L.Inst.)	Leitura Inferior (L.Inst.)	Diferença Sup./Inf. (L.Inst.)	Diferença Nív./Inf. (L.Inst.)	d <sub>1</sub> (m)
1	12/12/2008	RN UFPR2 - Itaquí	Itaquí	Piquete - Alvear	88.668	59.968	33.205	55.463	26.763	0.130
2	12/12/2008	Piquete - Alvear	Alvear	RN UFPR2 - Itaquí	67.000	42.213	22.627	44.373	19.587	0.097
3	12/12/2008	RN UFPR2 - Itaquí	Itaquí	Piquete - Alvear	77.347	43.540	23.347	54.000	20.193	0.101
4	12/12/2008	Piquete - Alvear	Alvear	RN UFPR2 - Itaquí	99.956	82.944	55.300	44.656	27.644	0.136
5	12/12/2008	RN UFPR2 - Itaquí	Itaquí	Piquete - Alvear	74.360	39.867	20.000	54.360	19.867	0.099
6	12/12/2008	Piquete - Alvear	Alvear	RN UFPR2 - Itaquí	98.853	82.047	55.326	43.526	26.721	0.135
7	12/12/2008	RN UFPR2 - Itaquí	Itaquí	Piquete - Alvear	94.131	65.644	41.044	53.088	24.600	0.125
8	12/12/2008	Piquete - Alvear	Alvear	RN UFPR2 - Itaquí	77.893	54.960	32.733	45.160	22.227	0.108
9	12/12/2008	RN UFPR2 - Itaquí	Itaquí	Piquete - Alvear	90.273	62.473	37.120	53.153	25.353	0.129
10	12/12/2008	Piquete - Alvear	Alvear	RN UFPR2 - Itaquí	77.340	54.979	31.987	45.353	22.992	0.112
11	12/12/2008	RN UFPR2 - Itaquí	Itaquí	Piquete - Alvear	111.273	75.953	54.327	56.947	21.627	0.103
12	12/12/2008	Piquete - Alvear	Alvear	RN UFPR2 - Itaquí	99.394	81.444	54.006	45.389	27.439	0.133
13	12/12/2008	RN UFPR2 - Itaquí	Itaquí	Piquete - Alvear	88.120	54.107	32.236	55.884	21.871	0.106
14	12/12/2008	Piquete - Alvear	Alvear	RN UFPR2 - Itaquí	97.963	80.395	53.879	44.084	26.516	0.132
15	12/12/2008	RN UFPR2 - Itaquí	Itaquí	Piquete - Alvear	113.307	85.220	60.100	53.207	25.120	0.127
16	12/12/2008	Piquete - Alvear	Alvear	RN UFPR2 - Itaquí	79.171	57.735	32.759	46.412	24.976	0.118

QUADRO 6-INFORMAÇÕES DO NIVELAMENTO DE TRAVESSIA: LEITURAS DO PARAFUSO MICROMÉTRICO DO NÍVEL TUBULAR N<sub>1</sub>, N<sub>2</sub> E D<sub>1</sub>.

FONTE: O Autor (2009).

Ordem	Data	Ré	Estação	Vante	Leit. Ré (m)	Leit. Vante (m)	Desnível (m)	Médias das Séries (m)
1	12/12/2008	RN UFPR2 - Itaquí	Itaquí	Piquete - Alvear	1.462	1.210	0.252	0.2564544
2	12/12/2008	Piquete - Alvear	Alvear	RN UFPR2 - Itaquí	1.521	1.782	-0.261	
3	12/12/2008	RN UFPR2 - Itaquí	Itaquí	Piquete - Alvear	1.462	1.181	0.281	0.2890607
4	12/12/2008	Piquete - Alvear	Alvear	RN UFPR2 - Itaquí	1.524	1.821	-0.297	
5	12/12/2008	RN UFPR2 - Itaquí	Itaquí	Piquete - Alvear	1.462	1.179	0.283	0.2896194
6	12/12/2008	Piquete - Alvear	Alvear	RN UFPR2 - Itaquí	1.524	1.820	-0.296	
7	12/12/2008	RN UFPR2 - Itaquí	Itaquí	Piquete - Alvear	1.464	1.205	0.259	0.2649998
8	12/12/2008	Piquete - Alvear	Alvear	RN UFPR2 - Itaquí	1.522	1.793	-0.271	
9	12/12/2008	RN UFPR2 - Itaquí	Itaquí	Piquete - Alvear	1.464	1.209	0.255	0.2647891
10	12/12/2008	Piquete - Alvear	Alvear	RN UFPR2 - Itaquí	1.522	1.797	-0.275	
11	12/12/2008	RN UFPR2 - Itaquí	Itaquí	Piquete - Alvear	1.462	1.183	0.279	0.2865941
12	12/12/2008	Piquete - Alvear	Alvear	RN UFPR2 - Itaquí	1.524	1.818	-0.294	
13	12/12/2008	RN UFPR2 - Itaquí	Itaquí	Piquete - Alvear	1.462	1.186	0.276	0.2846354
14	12/12/2008	Piquete - Alvear	Alvear	RN UFPR2 - Itaquí	1.524	1.817	-0.293	
15	12/12/2008	RN UFPR2 - Itaquí	Itaquí	Piquete - Alvear	1.465	1.207	0.258	0.2695401
16	12/12/2008	Piquete - Alvear	Alvear	RN UFPR2 - Itaquí	1.522	1.803	-0.282	
<b>Média (m)</b>								<b>0.2757</b>
<b>Desvio Padrão (m)</b>								<b>0.0132</b>

QUADRO 7-INFORMAÇÕES DO NIVELAMENTO DE TRAVESSIA.  
FONTE: O Autor (2009).

### 16.1.2 Nivelamento Trigonométrico

Concomitante ao nivelamento de travessia, foram realizadas séries de nivelamento trigonométrico utilizando uma estação total ELTA S20. Para a compreensão das grandezas envolvidas, considere  $P$  a pressão em mBar,  $T_s$  a temperatura seca e  $T_U$  a temperatura úmida, ambas em graus Celsius. Também considere

$$XT_U = \frac{7,5 \cdot T_U}{237,3 + T_U} + 0,7857 \quad (16.8)$$

$$SatT_U = 10^{XT_U} \quad (16.9)$$

$$XT_S = \frac{7,5 \cdot T_S}{237,3 + T_S} + 0,7857 \quad (16.10)$$

$$SatT_S = 10^{XT_S} \quad (16.11)$$

$$e = SatT_u - 0,0067 \cdot P \cdot (T_s - T_u) \quad (16.12)$$

$$umidade = \frac{e}{SatT_s} \cdot 100 \quad (16.13)$$

$$correção(PPM) = 281,8 \cdot \left( \frac{0,29065 \cdot P}{1 + \frac{1}{273,16 \cdot T_u}} \right) - \left( \frac{0,0004126 \cdot umidade}{1 + \frac{1}{273,16 \cdot T_s}} \right) \cdot (16.14)$$

Essas correção são encontradas no manual do respectivo equipamento (TRIMBLE, 2001). A distância inclinada corrigida ( $DI_{corr}$ ) dos efeitos atmosféricos é dada por

$$DI_{corr} = Di + Di \cdot correção(PPM) \quad (16.15)$$

E, de maneira convencional, após as leituras em PI e PD é possível obter:

$$D = DI_{corr} \cdot \text{sen}(Z) \quad (16.16)$$

$$D_v = DI_{corr} \cdot \text{cos}(Z) \quad (16.17)$$

A correção devido à curvatura ( $Cc$ ) da Terra é dada por

$$Cc = \frac{D^2}{2R} \quad (16.18)$$

Com  $R$  o raio médio da Terra. E devido à refração e curvatura ( $Cr$ )

$$Cr = \frac{(1 - \text{Coefr}) \cdot D^2}{2R} \quad (16.19)$$

Coefr é o coeficiente de refração, utilizado nos cálculos como Coefr=0,13.

O nivelamento trigonométrico executado com ré no lado argentino e vante no lado brasileiro, tem os resultados que são resumidos no Quadro 8. Para a operação com ré no lado brasileiro e vante no lado argentino, as informações estão apresentadas no Quadro 9.

Ré: Lado Argentino; Vante: Lado Brasileiro			D	DV	Cr	Dv Corrigido	Desnível corrigido de pressão e				
<b>Nivelamento</b>	1ª Série	Ré	15.51352	0.42186							
		Vante	529.62016	-0.77788							
	2ª Série	Ré	15.51350	0.42253							
		Vante	529.61967	-0.78738							
	3ª Série	Ré	15.51351	0.42244							
		Vante	529.61967	-0.78494							
	4ª Série	Ré	15.51452	0.42212							
		Vante	529.61928	-0.78340							
Média Ré			<b>15.51376</b>	<b>0.42224</b>	1.6407E-05	<b>4.2225E-01</b>	<b>1.18653</b>				
Média Vante			<b>529.61969</b>	<b>-0.78340</b>	1.9122E-02	<b>-7.6427E-01</b>					
<b>C.-Nivelamento</b>	1ª Série	Ré	530.17683	-0.81314							
		Vante	13.44830	0.39942							
	2ª Série	Ré	530.17634	-0.80273							
		Vante	13.44881	0.39904							
	3ª Série	Ré	530.17653	-0.81275							
		Vante	13.44831	0.39926							
	4ª Série	Ré	530.17677	-0.81031							
		Vante	13.44830	0.39936							
	Média Ré			<b>530.17662</b>				<b>-0.80973</b>	0.019162	<b>-0.790569</b>	<b>-1.18985</b>
	Média Vante			<b>13.44843</b>				<b>0.39927</b>	0.000012	<b>0.399283</b>	
<b>Média</b>							<b>1.18819</b>				

QUADRO 8 - RESULTADOS DO NIVELAMENTO TRIGONOMÉTRICO, COM RÉ NO LADO ARGENTINO E VANTE NO LADO BRASILEIRO.

FONTE: O Autor.

Ré: Lado Brasileiro; Vante: Lado Argentino			D	Dv	Cr	Dv Corrigido	Desnível corrigido de pressão e				
<b>Nivelamento</b>	1ª Série	Ré	32.20033	-0.06955							
		Vante	558.01795	1.06550							
	2ª Série	Ré	32.20033	-0.06964							
		Vante	558.01858	1.06632							
	3ª Série	Ré	32.20032	-0.06964							
		Vante	558.01878	1.06361							
	4ª Série	Ré									
		Vante									
Média Ré			<b>32.20033</b>	<b>-0.06961</b>	7.0684E-05	<b>-6.9540E-02</b>	<b>-1.15591</b>				
Média Vante			<b>558.01844</b>	<b>1.06514</b>	2.1227E-02	<b>1.0864E+00</b>					
<b>C.-Nivelamento</b>	1ª Série	Ré	563.01009	0.99902							
		Vante	34.08617	-0.13860							
	2ª Série	Ré	563.00960	0.99588							
		Vante	34.08617	-0.13795							
	3ª Série	Ré	563.00985	0.99369							
		Vante	34.08619	-0.13791							
	4ª Série	Ré	563.00934	0.99656							
		Vante	34.08619	-0.13790							
	Média Ré			<b>563.00972</b>				<b>0.99629</b>	0.021609	<b>1.017895</b>	<b>1.15590</b>
	Média Vante			<b>34.08618</b>				<b>-0.13809</b>	0.000079	<b>-0.138008</b>	
<b>Média</b>							<b>-1.15591</b>				

QUADRO 9 - RESULTADOS DO NIVELAMENTO TRIGONOMÉTRICO, COM RÉ NO LADO BRASILEIRO E VANTE NO LADO ARGENTINO.

FONTE: O Autor.

### 16.1.3 Nivelamento GNSS

Todo o processamento das campanhas efetuadas nas regiões de Itaqui e São Borja foram feito utilizando o software comercial da empresa fabricante dos receptores GNSS utilizados nas campanhas. No caso o pacote GeoOffice da Leica. São disponibilizados arquivos RINEX das observações no Laboratório de Referenciais Geodésicos e Altimetria por Satélites da Universidade Federal do Paraná (<http://www.laras.ufpr.br>). Em virtude da dificuldade em exploração dos processamentos de linha das linhas de base e ajustamento efetuados, os resultados das observações não serão apresentados aqui.

## 17 APÊNDICE 09

Inicialmente propunha-se à utilização do programa PREDGRAV baseado em CMQ, fornecido pelo SIRGAS, para interpolação gravimétrica, em vista da forte recomendação desta técnica em Geodésia. Este programa gera uma base de dados a partir de coordenadas horizontais (latitude e longitude), altitude (não existe qualquer menção à natureza desta coordenada) e anomalias de Bouguer. Um aspecto inicial a ser destacado é que os valores a serem preditos necessitam ter informação espacial completa, isto é, latitude longitude e altitude. Outro problema diz respeito ao número de pontos necessários à geração da base de dados: são necessários pelo menos trinta. Assim, uma vez que a base de informações brasileira não condiz com as condições oferecidas pelo programa, optou-se pela utilização de outras técnicas. Segue, na seqüência (FIGURA 40), resultados gerados a partir da base de dados Argentina.

```
Base de Dados Argentina - Un. Nac. La Plata. Anomalias Calc. pela UFPR
157, -29.10111 -56.58194 51.3800 -3.24
158, -29.06889 -56.55639 65.5820 -4.27
159, -29.02861 -56.52472 66.0120 -6.92
160, -29.01361 -56.47444 64.9880 -3.11
161, -29.00417 -56.44694 62.7030 -2.41
162, -28.93528 -56.42472 64.0940 -1.40
163, -28.91361 -56.38472 66.8230 -2.62
164, -28.88861 -56.35111 71.8420 -3.07
165, -28.84611 -56.32278 70.7340 -9.12
166, -28.80639 -56.33528 59.7510 -11.86
167, -28.75889 -56.32639 54.4380 -16.20
168, -28.73000 -56.28361 65.0550 -15.78
169, -28.69000 -56.25417 64.8730 -17.71
170, -28.70611 -56.20889 65.1040 -16.57
171, -28.68028 -56.18472 66.8960 -16.84
172, -28.64306 -56.15722 64.6110 -15.46
173, -28.62250 -56.10639 70.0230 -17.61
22, -29.68056 -57.21667 59.6060 -2.33
23, -29.63333 -57.22222 68.8140 -4.93
24, -29.58333 -57.20833 60.9000 -4.50
25, -29.56111 -57.15556 71.6510 -5.54
26, -29.52778 -57.11667 70.7590 -5.63
27, -29.51667 -57.06667 74.4760 -3.75
28, -29.51389 -57.01667 72.5760 -4.43
29, -29.49167 -56.98333 66.7920 -3.22
30, -29.45278 -56.94444 64.4950 -6.00
31, -29.43333 -56.89861 64.0490 -5.28
32, -29.41667 -56.85278 64.2900 -3.81
33, -29.37222 -56.83333 65.9620 -5.23
34, -29.35000 -56.78611 64.5720 -7.46
```

FIGURA 40 - ARQUIVO DE ENTRADA PARA O PROGRAMA PREDGRAV.

FONTE: O Autor.

A primeira linha refere-se à um cabeçalho (aleatório); a primeira da esquerda coluna trata-se da descrição do ponto; as duas seguintes referem-se à latitude e longitude; a quarta coluna trata de altitude e a quinta, à anomalia de Bouguer. A partir do arquivo anterior, e com o arquivo de pontos a predizer (FIGURA 41), o programa gera os resultados para valores da gravidade (FIGURA 42).

```

Coordenadas a calcular a gravidade, base da Un. Nac. La Plata
36, -29.28611 -56.70278 65.7390
37, -29.20833 -56.67500 51.3890
39, -29.17167 -56.67056 63.9510
38, -29.17500 -56.64722 66.8900
156, -29.14083 -56.63000 51.7930
157, -29.10111 -56.58194 51.3800

```

FIGURA 41 - FORMATO DO ARQUIVO DE PONTOS A PREDIZER NO PREDGRAV.

FONTE: O Autor.

```

Prediccion de valores de gravedad a partir del archivo nbase.bgr
-----
Valores de referencia: Base de Datos Argentina - Un. Nac. La Plata. Anomalias Calc. pela
UFPR
Puntos interpolados : Coordenadas a calcular a gravidade, base da Un. Nac. La Plata

Nombre      Latitud  Longitud  Altura  Gravedad  Sigma
36          -29.2861 -56.7028   65.7   979249.7   4.8
37          -29.2083 -56.6750   51.4   979247.2   5.0
39          -29.1717 -56.6706   64.0   979242.2   4.9
38          -29.1750 -56.6472   66.9   979242.1   4.8
156         -29.1408 -56.6300   51.8   979243.2   4.3
157         -29.1011 -56.5819   51.4   979241.9   0.0

```

FIGURA 42 - RESULTADO GERADO PELO PREDGRAV.

FONTE: O Autor.

É possível verificar que, além de restarem poucos pontos para o cálculo do RMS (Quadro 10), o programa retorna valores da gravidade, que para aplicação das necessidades dessa dissertação ainda necessitariam de redução à uma superfície de referência utilizando-se de altitudes conhecidas, gerando outra lacuna de informações. Assim, a situação presente neste apêndice não foi implementada para o caso brasileiro, com menor e mais esparsa quantidade de informações. Na Figura 43 apresenta-se uma captura de tela do PREDGRAV, onde é possível visualizar a impossibilidade de predição de, por exemplo, anomalias da gravidade.

Identif.	Latitude (G.Decimais)	Longitudo (G.Decimais)	Altitude Niv. (m)	Anom. Bouguer (mGal)	Grav. Forn. UNLP (mGal)	Grav. Predita PREDGRAV (mGal)	Dif. Quadrática
36	-29.2861	-56.7028	65.739	-3.5897	979253.0	979249.7	10.8241
37	-29.2083	-56.6750	51.389	-8.5999	979244.8	979247.2	5.76
39	-29.1717	-56.6706	63.951	-12.6419	979235.5	979242.2	45.1584
38	-29.1750	-56.6472	66.890	-6.9829	979240.8	979242.1	1.6384
156	-29.1408	-56.6300	51.793	-6.5321	979241.6	979243.2	2.56
157	-29.1011	-56.5819	51.380	-3.2430	979241.9	979241.9	0.0004
						<b>RMS</b>	<b>3.631564</b>

QUADRO 10 - RMS (GRAVIDADE GERADA PELO PREDGRAV X GRAVIDADE FORNECIDA PELA UNIV. NACIONAL DE LA PLATA.).

Fonte: O Autor.

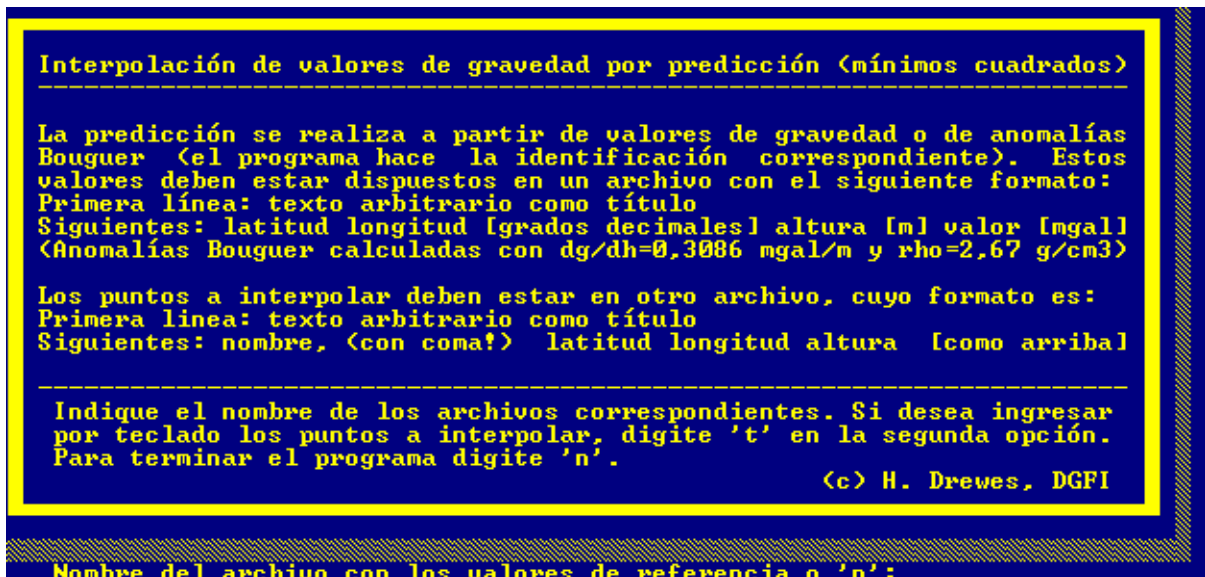


FIGURA 43 - UMA CAPTURA DE TELA DO PREDGRAV.

FONTE: O Autor.



## Vinculaciones

### Altimétricas

(Argentina-Brasil-Uruguay-Paraguay)



RNA 60.3455

COTAS DE MARCAS ALTIMÉTRICAS BRASILEÑAS REFERIDAS A LAS RED ARGENTINA

MARCA	UBICACIÓN	FECHA DE MEDICIÓN	COTA PROVISIONAL (m)	
RNA	Uruguayana	Noviembre 1970	60.3026	60.2688
B1 (Aux)	Acceso Puente Uruguayana	Noviembre 1970	57.3303	57.2965
B2 (Aux)	Escalinata Peristilo Iglesia Uruguayana	Noviembre 1970	59.9269	59.8931
Tetón Testigo	Uruguayana Edificio Marina	Noviembre 1970	59.9613	59.9225
PX01 (P.F. Ppal de vínculo)	Porto Xavier (Batallón de fusileros)	Noviembre 1974	91.4686	
PX03 (Auxiliar para vínculo)	Porto Xavier (Batallón fusileros)	Noviembre 1974	88.6136	

**X. Javier**DIFERENCIAS DATOS IGM - IBGE (extraoficial)

	Cota IGM (m)	Cota IBGE (m)	Diferencia (m)
PX01	91.4686	91.6035	0.1349
PX03	88.6136	88.7489	0.1353

## PARAGUAY

DENOMINACIÓN	PROVINCIA	P.F. (Vínculo) ARGENTINA	DESNIVEL MAR DEL PLATA (m)	P.F. (Vínculo) URUGUAY	DESNIVEL CRUCE (m)
Paso de la Patria - Itá Pirú	Corrientes	Aux Trans. "A"	+ 47.345,5	Aux Trans "B"	- 0.086
Itá Pirú - Tela del Cerrito	Corrientes	Mojón Bronce 2	+ 49.724,7	Mojón Bronce 1	- 0.1256
Itá Ibaté - Yabebiry	Corrientes	Aux. Trans. "A"	+ 56.325,6	Trans. "C"	+ 0.001
Isla Paraguaya - Zona Yabebery	Paraguay	Aux. Trans. "C" (Paraguay)	+ 55.891,2	Aux. Trans. "D"	+ 0.214
Puerto Nuevo - Pirapó	Misiones	Aux. Cruce "C"	+ 84.938,3	Aux. "P"	- 0.1119
Picomayo - Itá Enramada	Formosa	Aux. "A"	+/- 54.339,2	Aux. "B"	- 0.0064
Candelaria - Campichuelo	Misiones	Trans. 1	+ 80.151,1	Trans. 2	- 0.037
Formosa - Alberdi	Formosa	Aux. "A"	+ 51.992,2	Aux. "B"	+ 0.0008

## BRASIL

DENOMINACIÓN	PROVINCIA	P.F. (Vínculo) ARGENTINA	DESNIVEL MAR DEL PLATA (m)	P.F. (Vínculo) BRASIL	DESNIVEL CRUCE (m)
Huerto Iguazui - Puerto Meira	Misiones	Aux. "A <sub>1</sub> "	+ 108.979,7	Aux. "B <sub>1</sub> "	- 0.002
San Javier - Porto Xavier	Misiones	Aux. "A"	+ 88.607,9	PX 03	+ 0.004
Paso de Ics Libres - Uruguayana	Corrientes	Nodal "A"	+ 55.023,9	RNA	+ 5.421,6

