UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
SETOR DE CIÊNCIAS HUMANAS, LETRAS E ARTES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FILOSOFIA – MESTRADO
ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: HISTÓRIA DA FILOSOFIA MODERNA E CONTEMPORÂNEA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

QUESTÕES METODOLÓGICAS E ONTOLÓGICAS NAS PRÁTICAS MATEMÁTICAS DE DESCARTES E NEWTON

Veronica Ferreira Bahr Calazans

Curitiba
2008

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
SETOR DE CIÊNCIAS HUMANAS, LETRAS E ARTES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FILOSOFIA – MESTRADO
ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: HISTÓRIA DA FILOSOFIA MODERNA E CONTEMPORÂNEA

Veronica Ferreira Bahr Calazans

QUESTÕES METODOLÓGICAS E ONTOLÓGICAS NAS PRÁTICAS MATEMÁTICAS DE DESCARTES E NEWTON

Dissertação apresentada como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre em Filosofia. Curso de Mestrado em Filosofia do Setor de Educação, Letras e Artes da Universidade Federal do Paraná. Orientador: Prof. Dr. Eduardo Salles de Oliveira Barra.

Curitiba
2008

Para a Luíza, minha filha e inspiração.

Agradecimentos

Ao Prof. Dr. Eduardo Salles de Oliveira Barra, pela orientação atenta e pela amizade sincera.

Ao Prof. Dr. Luiz Alves Eva, ao Prof. Dr. Paulo Vieira Neto e ao Prof. Dr. Marco Antônio Valentim, pelas importantes contribuições.

Ao Prof. Dr. Pablo Rubén Mariconda pela valiosa participação na banca de defesa dessa dissertação.

Ao Prof. Dr. César Augusto Battisti, pela atenção dispensada a mim.

Ao Programa de Pós-Graduação em Filosofia da Universidade Federal do Paraná.

À Coordenadoria de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pela concessão de bolsa de estudos.

À minha família, por todo o apoio e a assistência, sem os quais não seria possível chegar até aqui. Em especial, aos meus pais Mide e Werner e à minha prima Dirceneide.

A todos os colegas do mestrado e, em particular, ao Alex, meu esposo, pelo coleguismo no trabalho e pelo companheirismo na vida.

ÍNDICE

RESUMO

Os estudos matemáticos de Descartes e Newton têm consequências importantes tanto no que diz respeito á metodologia quanto à metafísica. A crítica de Newton dirigida à matemática cartesiana é determinante para a prática matemática de Newton e, conseqüentemente, para suas diversas implicações e, portanto, constitui um ponto central de investigação para esta dissertação. A essa crítica, segue-se uma passagem do método analítico para o sintético, conhecida como a “virada metodológica” de Newton, em que o elemento principal refere-se ao caráter não representativo de alguns dos termos utilizados nas equações analíticas, particularmente, das grandezas infinitamente pequenas. Considerando que o método cartesiano e seus fundamentos epistemológicos estão diretamente assentados em uma ontologia relacional, a crítica a esse mesmo método revela a total discordância com a ontologia que está relacionada a ele. Da mesma forma, a crítica de Newton à concepção cartesiana de movimento evidencia o caráter realista de sua ontologia, na medida em que conduz diretamente à formulação do conceito de espaço absoluto. Embora o enfoque da discussão considerada aqui seja prioritariamente matemático, as dificuldades de ordem mecânica que a concepção cartesiana de movimento suscita, fornecem a Newton uma outra via para refutar os princípios metafísicos assumidos por Descartes e, como conseqüência disso, erguer seus próprios fundamentos.

Palavras-chave:

1. Análise; 2. Síntese; 3. Mathesis Universalis; 4; Pappus.

ABSTRACT

The mathematical studies of Descartes and Newton have important consequences both as regards the methodology as to metaphysics. Criticism of Newton to the Cartesian mathematics is crucial for the practical mathematics of Newton and, consequently, for its various implications and thus is a central point of research for this dissertation. That criticism, followed by a transition from synthetic to analytical method, known as the "methodological turn" from Newton, where the main element is the character not representative of some of the terms used in the analytical equations, particularly in infinitely small quantities. Whereas the Cartesian method and its epistemological foundations are directly settled on a relational ontology, the criticism that the method reveals the total disagreement with the ontology that is related to it. Similarly, criticism of Newton Cartesian conception of motion shows the character of its realistic ontology in that it leads directly to the formulation of the concept of absolute space. Although the focus of discussion here is primarily mathematical considered the difficulties in the mechanical design of Cartesian motion raises, Newton provide another way to refute the metaphysical principles made by Descartes, and as a result, raise its own grounds.

Keywords:

1. Analysis; 2. Synthesis; 3. Mathesis Universalis; 4. Pappus

Introdução

Questões metodológicas e ontológicas nas práticas matemáticas de Descartes e Newton, com duas ilustrações: o problema de Pappus e os fundamentos da mecânica.

As práticas matemáticas de Descartes e Newton têm implicações relevantes tanto metodológicas quanto ontológicas. Essas implicações, no entanto, tornam-se mais evidentes mediante um paralelo traçado entre tais práticas matemáticas. Isso, principalmente, devido ao papel que a crítica de Newton endereçada a Descartes exerce na fundamentação dos seus próprios conceitos matemáticos, físicos e, em última análise, ontológicos. Em linhas gerais, o que pretendo é investigar em que medida essa crítica a Descartes é determinante para a prática matemática de Newton e, conseqüentemente, para suas diversas implicações.

A pretensão de tratar de uma filosofia da matemática no pensamento newtoniano supõe a empreita de inventariar os pronunciamentos de Newton a esse respeito, ainda que não diretamente, e articulá-los em um conjunto coerente, de modo a fazê-la emergir, visto que Newton não dedica, especificamente, nenhum texto a esse assunto. Tal reconstrução, supõe uma remissão à sua prática matemática. A ampla utilização do método de análise cartesiano nos seus escritos matemáticos iniciais, por um lado, e a posterior crítica enfática a esse mesmo método, por outro, sugerem um interessante paralelo por meio do qual pretendo revelar elementos importantes da prática matemática de Newton e sua opção metodológica pela síntese. O ponto central da crítica à análise de Descartes, como procurarei mostrar, diz respeito à falta de correspondência geométrica de alguns termos e símbolos empregados nas suas equações e técnicas algébricas, ou seja, o caráter não representativo de boa parte da análise cartesiana.

A primeira parte do texto, composta por três capítulos, terá como tarefa analisar e distinguir as práticas matemáticas de Descartes e Newton, especialmente no que diz respeito às suas opções metodológicas pela análise e pela síntese, respectivamente. Tendo em vista esse propósito, o problema de Pappus serve como uma eficiente ilustração das distinções entre os dois autores, na medida em que as soluções propostas por Descartes e Newton para esse problema evidenciam suas diferenças.

O primeiro desses três capítulos é dedicado ao projeto cartesiano da *mathesis universalis*. As *Regras para a Orientação do Espírito* (1628) são consideradas o texto de Descartes metodológico por excelência. Essa ciência chamada de *mathesis universalis* é uma ciência geral, definida por seu método: investigar a ordem e a medida, sem que estejam aplicadas a alguma matéria especial. Tudo se resume a ordenar os objetos de investigação de modo a reduzir sua complexidade aos elementos mais simples e, em seguida, reconstituir essa complexidade de forma organizada a fim de torná-la compreensível. O método, descrito desse modo, mostra sua orientação declaradamente analítica. Embora o caráter universalista desse método caracterize-o pelo projeto de alcançar a todos os objetos dos quais o espírito possa ter um conhecimento "certo e indubitável", os objetos matemáticos apresentam-se como seus objetos privilegiados. Em virtude da simplicidade dos seus objetos, as matemáticas tornam-se o ponto de partida para a aplicação do método e, conseqüentemente, da extensão do domínio do conhecimento. O objetivo principal desse capítulo é o de esclarecer e articular os elementos principais desse projeto cartesiano.

Esse primeiro uso exemplar do método, citado acima, que consiste na sua aplicação ao campo das matemáticas, encontra sua realização na *Geometria* de 1637. A *mathesis universalis* prepara o surgimento da geometria analítica, estabelecendo uma relação entre as operações da aritmética e as construções da geometria. A tarefa do segundo capítulo será a de mostrar de que modo se torna aplicável o projeto da *mathesis universalis*, no que diz respeito às ciências matemáticas. Para tanto, apresentarei uma análise da solução que Descartes propõe ao problema de Pappus. Isso porque o desenvolvimento desse problema fornece o mais completo resultado prático da geometria cartesiana, além de servir como introdução e motivação para todas as demais problemáticas da obra.

Assim, resta ao terceiro capítulo a consideração da crítica e a fundamentação da prática matemática que dela se segue. Não há como negar o progresso que o método cartesiano representou para a matemática da modernidade. Newton, por exemplo, encontrou fundamento no método de Descartes para a solução de alguns dos problemas mais significativos do início dos seus trabalhos matemáticos. Porém, a partir de 1670, inicia-se um processo que chamarei aqui de "virada metodológica". Newton passa a dirigir críticas relevantes ao método de análise cartesiano. Essas críticas vêm acompanhadas de um interesse pelos textos de geometria dos antigos, o que culmina com o abandono da análise e a adesão ao método sintético dos antigos. Essa virada metodológica será o objeto principal desse capítulo. Dada a importância da solução do problema de Pappus como modelo da opção metodológica de Descartes pela análise, Newton apresenta uma solução para o mesmo problema, utilizando-se, entretanto, do método sintético dos antigos. Tratarei, portanto, neste capítulo, da solução newtoniana para o problema de Pappus com o objetivo de tornar evidentes os elementos dessa virada metodológica.

A segunda parte do texto é constituída por um único capítulo que pretende estender o paralelo entre Descartes e Newton para além do campo matemático. Trata-se de uma investigação acerca dos fundamentos da mecânica de ambos os autores: os conceitos de espaço e movimento. A escolha desses conceitos se deve ao fato de que o percurso através do qual eles adquirem sua formulação madura no sistema newtoniano de explicação da natureza é indiscutivelmente semelhante ao caso da prática matemática de Newton, exposto na primeira parte. Ou seja, é a partir da crítica aos conceitos cartesianos de espaço e movimento que Newton estabelece as bases para a exposição dos seus próprios conceitos. Não bastasse essa semelhança, o conceito de espaço alcançado após a crítica tem implicações geométricas significativas diretamente relacionadas às discussões consideradas nos três capítulos iniciais.

Tanto na primeira quanto na segunda parte do texto, o paralelo traçado entre Descartes e Newton aponta para uma diferença ainda mais radical: a orientação das teses ontológicas que se pode atribuir a cada um deles com base em suas considerações acerca da metodologia, da matemática e da mecânica. As posturas ontológicas que chamarei adiante de ontologia relacional de Descartes e ontologia essencial de Newton, longe de constituírem metas para o desenvolvimento desse trabalho, são conseqüências relevantes a serem tratadas com a merecida minúcia em pesquisas posteriores.

1 A matemática como método em Descartes

A questão da possibilidade de uma matematização da natureza toca em um ponto central do programa mecanicista do qual Descartes é um dos representantes. Isso se mostra ao tentarmos resumir, mesmo que em linhas gerais, a pretensão de tal programa apresentado nos *Princípios da Filosofia* (1644), a saber, a de que os mecanismos causais do mundo material fossem explicados exclusivamente em termos do movimento e das qualidades geométricas da matéria. Isto posto, perguntamo-nos pelas bases que dão sustentação a essa pretensão mecanicista. Em outras palavras, a questão é saber como se dá a aplicabilidade da matemática ao mundo físico e, mais ainda, que matemática é essa utilizada por Descartes em seu sistema. Para encaminhar o desenvolvimento dessas questões, faz-se necessária uma remissão às *Regras para a Orientação do Espírito* (1628).

A primeira seção deste capítulo é dedicada às quatro regras que dão início à obra. O objetivo é identificar os elementos centrais de cada regra que, tomados conjuntamente, formam as bases epistemológicas responsáveis pelos fundamentos do que se pode chamar de uma "teoria do método" apresentada a partir da Regra V. Nessas regras iniciais, são estabelecidos: o objetivo geral da obra, a definição de ciência, a delimitação dos objetos do conhecimento e das operações de intuição e dedução e o caráter necessário do método, só para citar o que é mais essencial. É nessa parte, também, que Descartes introduz a noção de que as disciplinas matemáticas servem como modelo metodológico para quem pretende alcançar algo de verdadeiro, qualquer que seja o objeto considerado.

Boa parte do conteúdo da Regra IV é reservada à segunda seção. Isso porque ela apresenta uma noção imprescindível para qualquer abordagem do método que se pretenda fazer: o conceito de *mathesis universalis*. Esse conceito, desenvolvido nas *Regulae*, introduz elementos importantes para a fundamentação da teoria cartesiana das ciências. Consideremos a definição apresentada na Regra IV segundo a qual *mathesis universalis* é aquela "ciência geral que explica tudo quanto se pode procurar referente à ordem e à medida, sem as aplicar a uma matéria especial" (Descartes. 1999. p.27). Ou seja, é a ciência das relações quantitativas sem que seja aplicada a este ou aquele objeto especificamente, como ocorre nas ciências das quantidades particulares. Ela distingue-se do que Descartes chama de matemáticas comuns por ser a fonte de todas as ciências matemáticas – inclusive a mecânica – e, por isso, ser anterior e mais fundamental em relação a todas as demais . Ao expor essa relação entre a *mathesis universalis* e as matemáticas comuns, pretendo tornar mais compreensível em que sentido a matemática fornece um modelo metodológico para as demais ciências e qual é a matemática considerada, desse modo, por Descartes.

Ainda na segunda seção, apresento a estrutura básica do método encontrada nas Regras V e VI. E, por fim, procuro tratar do modo como esse método é aplicado aos objetos que extrapolam o domínio das matemáticas. Para isso, recorro à Regra XIV onde Descartes apresenta a extensão como uma grandeza especial que, ao ser comparada a qualquer outra grandeza, fornece-lhe mensurabilidade. Esse expediente utilizado por Descartes estende o método aos mais diversos objetos prefigurando uma via de realização daquela pretensão do programa mecanicista, mencionada acima.

1.1 Os fundamentos do método

Se as quatro regras iniciais têm por objetivo apresentar as bases epistemológicas que servirão de guia para boa parte da metodologia cartesiana, a Regra I, em particular, condensa o objetivo geral da obra: “Os estudos devem ter por meta dar ao espírito uma direção que lhe permita formular juízos sólidos e verdadeiros sobre tudo que se lhe apresenta” (Descartes. 1999. p.1). É a metodologia que vai possibilitar a operacionalização desse objetivo; ela é a *direção* que possibilita ao espírito atingir sua pretensão.

Embora o enunciado da Regra I ocupe-se em apresentar o objetivo principal das *Regulae*, o texto que o acompanha trata de outro aspecto não menos importante: a inversão do foco do conhecimento. O foco deixa de ser a multiplicidade dos objetos a serem conhecidos e converte-se na razão una que os conhece. Segundo Descartes, os homens fazem uma aproximação errônea entre as ciências (que dependem apenas de conhecimento intelectual) e as artes (que exigem algum esforço do corpo). No caso das últimas, é preferível dedicar-se a uma delas de cada vez, pois o desenvolvimento de uma segunda arte pode implicar a necessidade de habilidades que atrapalhem a primeira. Seguindo o exemplo do texto, o cultivo da terra e o aprendizado da cítara exigem habilidades manuais incompatíveis. Entretanto, não é este o caso das ciências. Já que todas elas fazem parte da sabedoria humana, o estudo de uma contribui para o aprendizado das outras, não obstante a multiplicidade dos seus objetos. O argumento de Descartes parece seguir o seguinte percurso: se todas as ciências nada mais são do que sabedoria humana; se a sabedoria humana permanece uma e a mesma, seja qual for a diferença dos assuntos aos quais ela é aplicada; e, se ela não confere mais distinções aos assuntos aos quais ela é aplicada do que a luz do sol confere às coisas que ilumina; então, "não é necessário impor ao espírito nenhum limite" (Descartes. 1999. p.2) . Com isso, ficam estabelecidos dois elementos básicos necessariamente interligados: a unidade da razão e sua ausência de limites. Pelo que foi dito, a fim de procurar seriamente a verdade, não se deve escolher uma ciência em particular; todas elas estão ligadas e dependem umas das outras. Assim, como fruto metodológico mais importante desse percurso, está a possibilidade de se estabelecer um método único aplicável a todas as ciências.

Tendo estabelecido o fator que unifica as ciências, a Regra I não fornece, entretanto, uma definição de ciência, o que será apresentado na Regra II. A ciência é "um conhecimento certo e evidente" (Descartes. 1999. p.5). Essa definição limita o domínio dos objetos a serem tomados na investigação da verdade; eles devem ser apenas "aqueles que os nossos espíritos parecem ser suficientes para conhecer de uma maneira certa e indubitável" (*idem*). Ora, a Regra I proclamara a ausência de limites para a razão; porém, é estabelecido, agora, um limite para o escopo dos objetos. De que maneira essas duas regras podem ser entendidas sem que pareçam inconciliáveis?

O limite admitido na Regra II diz respeito ao domínio dos objetos que, como estabelece a Regra I, não exerce qualquer influência sobre o domínio do sujeito, ou melhor, da razão. Ao contrário, é a razão que estabelece os critérios pelos quais ilumina seus objetos e um deles, talvez o primeiro (critério), é justamente este: desprezar os objetos que não podem ser conhecidos com clareza e distinção. Sendo assim, a Regra II não contraria a autonomia da razão, mas fornece as condições para que a razão produza o conhecimento.

É também na Regra II que Descartes apresenta a matemática como modelo de conhecimento certo e seguro. "a aritmética e a geometria são as únicas [disciplinas conhecidas] isentas de qualquer defeito de falsidade ou de incerteza" (Descartes. 1999. p.8), ou seja, são as únicas que cumprem o requisito aqui estabelecido. Nas demais ciências, por outro lado, vê-se que seus estudiosos não conseguem entrar em acordo mesmo quando se trata de questões corriqueiras. O motivo para isso está nos objetos das matemáticas; eles são puros e simples, isto é, dispensam suposições da experiência sendo, então, suas conseqüências deduzidas racionalmente. Isso não quer dizer que a razão não possa atingir os objetos cujo conhecimento depende da via da experiência, mas que, mesmo nesse caso, "não se deve ocupar-se com nenhum objeto sobre o qual não se possa ter uma certeza tão grande quanto aquela das demonstrações da aritmética e da geometria" (Descartes. 1999. p.10).

Conseqüentemente, essa regra confere ao método a possibilidade de se ampliar o domínio do conhecimento para além das disciplinas matemáticas, contanto que se respeite o critério exposto pela regra. Em outras palavras, para lograr esse êxito, o método deve excluir do campo da ciência aquilo que é apenas provável e o que não é certo e evidente.

Dentre as regras iniciais que formam a *base epistemológica* para a metodologia cartesiana, a Regra III é a que trata das operações de indução e dedução. Eis o seu enunciado:

> "No que tange aos objetos considerados, não é o que pensa outrem ou o que nós mesmos conjeturamos que se deve investigar, mas o que podemos ver por intuição com clareza e evidência, ou o que podemos deduzir com certeza; não é de outro modo, de fato, que se adquire a ciência." (Descartes, 1999, p.11)

Descartes inicia o texto da regra traçando a substancial diferença entre aprender a história de uma ciência e aprender a própria ciência. Segundo ele, há vantagens em se dedicar à leitura das obras dos antigos, pois nelas se podem conhecer as invenções já feitas com sucesso e descobrir o que ainda falta para ser encontrado nas disciplinas. Entretanto, pode-se contrair o que Descartes chama de "manchas de erro". Os escritores utilizam argumentos para atrair seus leitores e fazê-los acreditar naquilo que eles mesmos acreditam sem que tenham passado por uma reflexão consistente. Mesmo quando mostram algo que é certo e evidente, fazem-no em meio a rodeios desnecessários. Adquirir o ensinamento dessa forma (por meio das obras dos antigos), ainda que estivesse correto, não é adquirir *ciência*, mas apenas *história*.

Então, prossegue Descartes, se queremos fazer algum juízo sobre a verdade das coisas, não devemos mesclar absolutamente nenhuma conjectura. Há somente dois atos do entendimento que nos permitem alcançar o conhecimento das coisas sem engano: a intuição e a dedução. Esta última é definida como "toda conclusão necessária tirada de outras coisas conhecidas com certeza" (Descartes. 1999. p.15). Todavia, cabe ainda expor o que Descartes entende por intuição:

> "Por intuição entendo não a confiança instável dada pelos sentidos ou o juízo enganador de uma imaginação com más construções, mas o conceito que a inteligência pura e atenta forma, sem dúvida possível, conceito que nasce apenas da luz da razão e cuja certeza é maior, por causa de sua maior simplicidade, do que a da própria dedução..." (Descartes, 1999, p.13-14)

A intuição é, portanto, uma evidência atual que fornece os primeiros princípios numa cadeia de conhecimento. As conclusões que são retiradas desses princípios são fruto de um movimento, de uma sucessão: a dedução. O método, entendido assim, não é uma composição dessas duas operações intelectuais. Visto que elas são as primeiras e mais simples operações, elas precedem o método, pois nem os preceitos desse método poderiam ser compreendidos sem que o entendimento fizesse uso delas. O papel do método é fornecer as regras de utilização dessas operações. Se a intuição e a dedução forem executadas corretamente, produzirão exclusivamente aquele "conhecimento certo e indubitável" requerido na Regra II. Isso quer dizer, que, ao definir a indução e a dedução como as operações do conhecimento, Descartes está redefinindo o domínio do conhecimento não mais do ponto de vista dos objetos, mas do ponto de vista do sujeito. Desse modo, essas duas regras (II e III) se complementam.

Finalmente, a Regra IV encerra esse conjunto de regras preliminares, afirmando a necessidade do método: "O método é necessário para a busca da verdade" (Descartes. 1999. p.11). Além disso, é nessa regra que Descartes expõe a definição e a função do método, mostra seus antecedentes históricos e apresenta a *mathesis universalis*.[1]

Descartes afirma que a maior parte dos estudiosos, nas mais diversas áreas, procura a verdade às cegas, de modo aleatório,como quem quer encontrar um tesouro e vagueia sem rumo procurando. Às vezes alguns deles têm sucesso, não por possuírem uma habilidade

---

[1] Cf. BATTISTI (2002. p.184)

especial, mas por pura sorte. Assim agindo, eles obscurecem a luz da razão, pois se acostumam a estudar sem ordem e produzir "meditações confusas". Por isso, seria preferível não buscar o conhecimento a buscá-lo sem método.

Porém, até esse ponto, Descartes não apresentou nenhuma definição do que seja esse método cuja importância e necessidade é tão categoricamente afirmada. É o que ele faz a seguir, caracterizando o método como um conjunto de regras que devem ser certas e fáceis. Qualquer um que observe essas regras com exatidão deve ser capaz de colher dois proveitos: jamais tomar algo que é falso por verdadeiro e alcançar o "verdadeiro conhecimento de tudo quanto for capaz de conhecer" , através de um processo gradual e contínuo e sem "despender inutilmente nenhum esforço de inteligência" (Descartes. 1999. p.20). A primeira parte (não tomar o falso por verdadeiro) é garantida pela intuição e a segunda (alcançar o conhecimento verdadeiro de tudo) pela dedução.

Tendo definido o que ele entende por método, Descartes passa a considerar os antecedentes históricos desse método. Tais antecedentes, porém, não devem ser tomados como um reconhecimento de que outros, antes dele, tivessem desenvolvido os princípios de um método que Descartes levou a termo. Muito longe disso, Descartes toma para si a autoria do método e afirma que, durante a história que o precedeu, alguns perceberam a utilidade desse método como um fruto espontâneo da inteligência humana: "Isso porque a inteligência humana tem não sei quê de divino, onde as primeiras sementes de pensamentos úteis foram lançadas de tal modo que, em geral, por mais desprezadas e por mais sufocadas que sejam por estudos mal feitos, produzem um fruto espontâneo" (Descartes. 1999. p.21).

O exemplo que Descartes utiliza para apoiar sua tese é de suma importância para a compreensão dos fundamentos matemáticos desse método, pois é retirado das "mais fáceis das ciências, a aritmética e a geometria" (Descartes. 1999. p.21). Os geômetras antigos dominavam uma "espécie de análise" que podia ser estendida à solução de todos os problemas. Entretanto, não deixaram que a posteridade a ela tivesse acesso. O procedimento analítico dos antigos figura, então, entre aquelas "primeiras sementes de pensamentos úteis" que foram sufocadas. Outro exemplo, este mais recente, é a álgebra, que permite que "se faça com os números o que os antigos faziam com as figuras". Os dois exemplos são retirados das matemáticas pois, sendo seus objetos mais simples, seus estudiosos teriam alcançado maior êxito. O propósito de Descartes, no entanto, que começa a tomar forma no texto, é o de dar consistência a estas conquistas e estendê-las a assuntos mais complexos:

> "...e não me espanto que seja nessas artes, cujos objetos são muito simples, que eles cresceram até agora com mais felicidade do que nas outras, em que maiores obstáculos comumente os sufocam, mas em que, não obstante, tomando um cuidado extremo em cultivá-los, nós os faremos infalivelmente alcançar uma perfeita maturidade" (Descartes. 1999. p.22).

Alcançar a maturidade no que diz respeito àquelas ciências cujos objetos são mais complexos que os objetos matemáticos é, de certo modo, o projeto das *Regulae*. A aritmética e a geometria servem de modelo para essa empreita que poderia ser resumida na tarefa de conferir inteligibilidade e revelar o significado epistemológico daquelas conquistas alcançadas pelas matemáticas e estendê-las às demais ciências. Será tarefa para a próxima seção discutir de que modo as matemáticas devem exercer esse papel de padrão epistêmico para as demais e, como conseqüência disso, expor as razões da opção de Descartes pelo método de análise.

1.2 A estrutura geral do método

Lê-se na Regra II que "a Aritmética e a Geometria são as únicas disciplinas isentas de qualquer defeito de falsidade ou de incerteza". Essa afirmação pode parecer, a uma primeira leitura, a corroboração da tese, anunciada acima, de que a matemática fornece o modelo metodológico para as ciências. De certa forma é assim, mas são necessárias algumas distinções. Descartes opta por admitir entre os objetos da ciência apenas aqueles que possam ser conhecidos de modo certo e indubitável. O objeto da matemática cumpre esse requisito por ser tão puro e simples a ponto de dispensar as suposições cuja certeza é abalada pela experiência. Por isso, não há como se enganar na Aritmética e na Geometria: elas são inteiramente compostas de conseqüências deduzidas racionalmente, sem qualquer interferência da experiência. Assim, se o objeto de uma pretensa ciência não fornece a possibilidade de uma certeza tão grande quanto a daqueles cujas propriedades e relações são suscetíveis de demonstrações matemáticas, não se deve ocupar-se dele.

Entretanto, adiante Descartes observa: “Alguns deles (mortais possuídos por uma curiosidade cega) são como um homem que arderia de um desejo tão estúpido de encontrar um tesouro que ficaria incessantemente vagueando por praças públicas para procurar se, por acaso, não encontrasse algum perdido por um viajante. É assim que estudam quase todos os Químicos, a maior parte dos Geômetras e grande número dos filósofos”. (Descartes. 1999. p.19) Como pode que o geômetra, dedicando-se a uma ciência cujo objeto possibilita tamanha clareza, vagueie sem método em seus estudos? É possível porque, embora a Aritmética e a Geometria sejam modelos de certeza, nem sempre a clareza e a exatidão de uma demonstração trazem consigo um bom método. Descartes desvincula esses dois aspectos.

Portanto, não será qualquer uso das matemáticas que poderá servir como instância exemplar do padrão metodológico visado por Descartes, ainda que todos os casos sejam igualmente isentos da falsidade e da incerteza. É preciso considerar, aqui, a distinção entre as matemáticas comuns e a verdadeira matemática, chamada de *mathesis universalis*. Ela fica ainda mais clara na afirmação de que as Regras não têm como propósito “resolver os vãos problemas que servem normalmente de jogo para os Calculadores ou para os Geômetras em seus lazeres” (Descartes. 1999. p. 22). O que se diz dos problemas é que eles são vãos; não se põe em cheque a certeza dos seus resultados ou a clareza dos seus objetos. Descartes, em seguida, acrescenta que tratará de figuras e números “porque não se pode pedir a nenhuma das outras disciplinas exemplos tão evidentes e tão certos” (Descartes. 1999. p. 22). Ainda assim, tudo isso se refere às matemáticas comuns. Elas são as vestes, e não as partes, da *mathesis universalis*. As matemáticas comuns são as vestes porque seus objetos são simples e fazem com que a *mathesis universalis* apresente-se de modo mais adaptado ao espírito humano. Porém, elas não podem ser partes dessa disciplina porque deixaram perder-se justamente o procedimento que faz da *mathesis universalis* o modelo metodológico: a análise.: “Essa disciplina deve, de fato, conter os primeiros rudimentos da razão humana e estender sua ação até fazer jorrar as verdades de qualquer assunto que seja” (Descartes. 1999. p. 23). Estender sua ação é o mesmo que emprestar o método. Ela é a fonte das demais disciplinas, na medida em que, nela, todas encontram o modelo segundo o qual devem proceder.

Quanto às matemáticas comuns, visto que são as “mais fáceis das ciências”, sua história mostra que alguns antigos já haviam percebido a utilidade desse método, o que se deixa transparecer na espécie de análise que os geômetras utilizaram, de modo a estendê-la à solução de todos os problemas. Todavia, essa análise não foi preservada. Por outro lado, embora as matemáticas comuns estejam plenas de seqüências que evidenciam conseqüências rigorosas, a demonstração da solução de um problema, por mais certeza que carregue, não mostra, necessariamente, porque é assim e como se chega a ela. O estudo dessas disciplinas, feito desse modo, é fútil, pois não ensina o entendimento a resolver outros problemas e, em alguma medida, faz com que se perca o hábito de utilizar a razão. A *mathesis universalis* é analítica – condição para que possa servir como modelo metodológico. Já as matemáticas comuns, embora sejam exemplos de verdade e clareza, por serem sintéticas, isto é, limitam-se às demonstrações ou provas das descobertas feitas anteriormente na análise, são incapazes de converterem-se em qualquer tipo de orientação metodológica.

Descartes reconhece, não propriamente as fontes, mas traços da mathesis universalis, ou melhor, do método que a define, entre os antigos geômetras gregos ou inseridos na tradição dos gregos.

> “E, por certo, parece-me que alguns traços dessa verdadeira matemática ainda aparecem em Pappus e em Diofanto, que, sem serem dos primeiros anos, viveram, porém, numerosos séculos antes do nosso tempo. Quanto a ela, eu acreditaria de bom grado que, mais tarde, os próprios autores a fizeram desaparecer com uma espécie de ardil censurável. (...) e preferiram, para fazer-se admirar, apresentar-nos, em seu lugar, algumas verdades estéreis demonstradas com um sutil rigor lógico como efeitos de sua arte (...) Houve, por fim, alguns homens muito engenhosos que se esforçaram em nosso século para ressuscitar a mesma arte, pois aquela que é designada pelo nome bárbaro de álgebra não parece ser outra coisa ...” (Descartes, 1999, p.26)

Em linhas gerais, diz-se que a análise distingue-se por ser um método que procede “de trás para frente” ou “contra a corrente”, pois parte da solução do problema, considerado inicialmente como resolvido, para chegar ao que já era conhecido. Geralmente, a análise vem acompanhada de uma etapa complementar: a síntese, que faz o caminho inverso, ou seja, parte do que foi alcançado na análise (um entre os elementos conhecidos), em direção à solução do problema. A síntese, assim compreendida, é posterior à etapa inventivo-resolutiva, ou seja, é posterior à análise; ela é, portanto, um procedimento de prova que serve para mostrar que o elemento encontrado pela análise efetivamente soluciona o problema e não é um procedimento propriamente de descoberta.

Entre os geômetras antigos, o procedimento de análise era amplamente utilizado como uma das etapas da resolução de problemas de ordem geométrica. Entretanto, a grande maioria deles não faz constar essa etapa na redação final dos seus escritos. Apolônio e até mesmo Euclides – cuja obra (*Elementos*) é tida como o grande modelo de exposição sintética – assumem a existência de uma etapa analítica que precede a exposição sintética, mas que, no entanto, é suprimida. Progressivamente, a síntese passa a ser considerada isoladamente como o sistema axiomático de uma disciplina, sem qualquer dependência ou relação explícita com uma etapa analítica prévia. Pappus, ao contrário, não apenas preserva a parte analítica da resolução dos problemas, como fornece a descrição mais completa do método de análise a que os matemáticos do séc. XVII tiveram acesso.[2] Por essa razão, ele é citado por Descartes como representante da análise dos antigos, no que diz respeito ao seu alcance geométrico. Diofanto, igualmente citado por Descartes, utiliza o procedimento de análise aplicado, porém, às grandezas algébricas. Por isso, ele pode ser considerado um “pré-algebrista” ou um precursor da álgebra dos modernos. Sua contribuição mais significativa para os fundamentos da álgebra está na introdução das noções de “quantidade desconhecida” e de “equações” tomadas como uma relação entre o que é dado e o que é preciso determinar.

No entanto, ao mencionar os homens do “nosso século”, Descartes refere-se aos algebristas modernos, responsáveis pelo desenvolvimento dessa ciência cujos primeiros fundamentos aparecem em Diofanto. Destaca-se, entre eles, Viète, considerado o fundador da álgebra e que se autodeclara continuador da tradição dos praticantes do método de análise. Viète escreveu um breve texto intitulado *In artem analyticam isagoge* (1591) em que ele apresenta como objetivo estabelecer uma relação entre o método de análise apresentado por Pappus (relativo às grandezas geométricas) e o método de Diofanto (que trata das grandezas algébricas). Essa “arte analítica” possui duas características principais: a formulação de uma noção mais clara de equação e a recuperação e reavaliação da estrutura do método de análise dos geômetras antigos. Parece haver um consenso, levando-se em conta as posições tanto de Viète quanto de Descartes, sobre o papel do procedimento

---

[2] Essa descrição encontra-se, principalmente no Livro VII das *Coleções*.

analítico dos geômetras antigos na gênese metodológica da álgebra dos modernos. Com efeito, a álgebra não acrescenta nada ao método de análise propriamente dito; porém, amplia-lhe o escopo, permitindo que ele seja aplicável aos cálculos algébricos.

Via de regra, o passo inicial de qualquer procedimento analítico de resolução de problemas é supor o problema resolvido. Com efeito, não se trata de um simples expediente de ordem retórica, pois esse passo permite que a análise utilize o elemento desconhecido no exame das relações que integram a complexidade do problema. O propósito da análise é o de estabelecer relações entre todos os possíveis elementos do problema, sejam eles fornecidos ou procurados, até que se encontre uma relação que não dependa da suposição inicial (de que o problema já está resolvido) para, então, determinar o desconhecido em função do conhecido. A novidade que o método cartesiano de análise pretende trazer é a de fornecer um procedimento que permita, a qualquer um que o siga corretamente, desmembrar a complexidade do problema e ordenar sistematicamente as relações entre seus elementos, a fim de encontrar o que é procurado. Pode-se resumir assim o propósito da *mathesis universalis* exposta por Descartes nas Regras como uma ciência que se caracteriza, principalmente, por seu método analítico.

Para fornecer uma definição mais precisa da *mathesis universalis*, Descartes utiliza-se da seguinte questão: o que precisamente se entende por matemática? Em outras palavras, por que a astronomia, a música, a óptica, a mecânica e tantas outras se dizem partes das matemáticas? O que há em comum entre todas elas e as faz reconhecidamente matemáticas é o fato de que, nelas, se examinam a ordem e a medida de seus objetos. Esse ponto em comum é que deve ser a base de uma ciência que se pretende geral a ponto de abarcar todas as demais. Daí a definição da *mathesis universalis* como aquela "ciência geral que explica tudo quanto se pode procurar referente à ordem e a medida, sem as aplicar a uma matéria especial" (Descartes. 1999. p.27).

O cerne da *mathesis universalis*, a ordem e a medida, não é tomado de empréstimo, segundo o que pudemos ver acima, das matemáticas comuns (pois elas não constituem um modelo metodológico, mas apenas de certeza e precisão). Ele vem, isto sim, da constatação do elemento mais geral e comum a todas as disciplinas que se pretendem matemáticas. Por isso, a *mathesis* universalis estende-se a todas elas contanto que se domine as regras de sua operacionalização. Não por acaso, a Regra V apresenta a seguinte definição para o método:

"O método todo consiste na ordem e na organização dos objetos sobre os quais se deve fazer incidir a penetração da inteligência para descobrir alguma verdade" (Descartes. 1999. p.29). Vê-se, então, que a *mathesis universalis* é definida por seu método, e não poderia ser diferente, pois ela nada mais é que um conjunto de procedimentos metodológicos inspirados no potencial heurístico sui generis típico das matemáticas. É justamente a partir da Regra V que Descartes passa a fornecer uma "teoria do método" propriamente dita. O comentário que se segue ao enunciado da regra é curto, porém enfático ao destacar o caráter absoluto do método e a extrema importância que lhe deve ser atribuída:

> "O método todo consiste na ordem e na organização dos objetos sobre os quais se deve fazer incidir a penetração da inteligência para descobrir alguma verdade. Nós lhe ficaremos ciosamente fieis, se reduzirmos gradualmente as proposições complicadas e obscuras a proposições mais simples, e, em seguida, se, partindo da intuição daquelas que são as mais simples de todas, procurarmos elevar-nos pelas mesmas etapas ao conhecimento de todas as outras." (Descartes. 1999. p. 29).

Para descobrir algo de verdadeiro, é preciso ordenar e dispor os objetos: eis o resumo do método. Ordenar significa operar uma redução das proposições complicadas às mais simples e, em seguida, proceder uma elevação das mais simples, percorrendo os mesmos passos, até as mais complexas. A nova complexidade que surge daí está, então, reconstituída e totalmente compreendida. Esse procedimento, portanto, não está restrito ao caráter analítico, pois contempla uma parte sintética: aquela que vai do simples ao complexo. Diante disso, como se pode conciliar a parte sintética assumida pela Regra V e aquela crítica ao procedimento sintético exposta anteriormente? Descartes não nega ao procedimento sintético suas características de clareza e precisão. Entretanto, tal procedimento não acrescenta nada àquilo que já é conhecido, apenas serve como prova do que já se sabe. Nesse sentido, é a etapa analítica do método que se presta propriamente à solução do problema considerado, pois tem como finalidade encontrar os elementos desconhecidos mais simples desse problema. A etapa sintética retorna à complexidade já conhecida, a fim de ordená-la, mas com isso não produz nenhum conhecimento novo.

A Regra VI acrescenta à descrição dessas duas etapas do método a noção de disposição dos objetos em forma de séries, fornecendo os meios para que se possa submeter ao método ordens mais complexas, nos termos do texto, ordens obscuras e intrincadas. Isso porque nem sempre o problema possui um grau de facilidade tal que sua ordem seja por si evidente. Segundo Descartes, a disposição dos objetos em séries é, ao mesmo tempo, a grande utilidade e o segredo do método.

O método, considerado assim, não nos autoriza o acesso direto à natureza de cada coisa a fim de encerrá-las em categorias ou, nas palavras de Descartes, "gêneros de ser", pois ele é relação entre coisas. Ao deduzir um objeto desconhecido de outro já conhecido, não se chega a um novo gênero de ser, pois, para que haja qualquer tipo de comparação, um objeto deve participar de algum modo da natureza do outro. Mas, a fim de melhor caracterizar o conhecimento como um processo de comparação, é necessário estabelecer uma diferença entre as comparações simples e as outras (complexas). As primeiras são aquelas em que o que se procura e o que é fornecido participam de modo idêntico de uma certa natureza. Nesse caso, praticamente não resta ao espírito nenhuma operação. Porém, pode ocorrer que a natureza comum, requisito para a comparação entre os objetos, não se encontre de maneira idêntica em ambos, mas seguindo relações ou proporções. A tarefa do espírito, então, é transformar essas proporções de maneira a evidenciar o que há em comum entre o que se procura e o conhecido. "Quase toda a indústria da razão humana consiste em preparar essa operação" (Regra XIV).

Ora, evidenciar o que há em comum entre os objetos significa, de alguma forma, reduzi-los a uma unidade. Para proceder tal redução, não podemos prescindir do conceito de grandeza. Descartes entende por grandeza aquilo que comporta o mais e o menos. Assim, pode-se dizer de uma grandeza que ela é maior ou menor que outra, ou seja, pode-se estabelecer entre duas grandezas uma comparação. Essa comparação pode ser tanto de desigualdade (maior ou menor) quanto de igualdade. Por essa razão, de nada se pode afirmar a igualdade se não comportar o mais e o menos.

A fim de esclarecer de qual noção de grandeza que Descartes necessita para colocar em marcha seu método de redução das relações à igualdade – aquilo que futuramente se tornará conhecido pelo nome de "equações" –, considero, aqui, a Regra XIV. Em primeiro lugar, o que se diz das grandezas em geral pode-se dizer também daquelas particulares. Descartes tem em mente uma espécie de grandeza em especial, a espécie representada com mais facilidade na imaginação: a extensão[3]. A ela pode-se aplicar tudo o que couber às grandezas em geral ou a qualquer outra grandeza. O que se aplica a todas as grandezas,

---

[3] Refere-se, aqui, à extensão real do corpo excluindo-se todo o resto, exceto a figura.

aquilo que é sua característica mais geral, é exatamente a possibilidade de comparação exposta no parágrafo anterior; em outras palavras, qualquer que seja a grandeza, o que inclui a extensão, pode-se supor sua capacidade de estabelecer relações com outras grandezas. Entretanto, se é assim, todas as grandezas, tomadas isoladamente, seriam capazes de manter essa relação com as demais; o que suscita a questão de saber em que a extensão é preferível às outras. O que ocorre, segundo Descartes, é que na extensão se vêem com mais clareza todas as diferenças nas proporções. Por exemplo, considerando um objeto mais ou menos branco que outro, ou mais ou menos agudo que outro; como podemos tornar precisa a diferença entre eles? Como dizer se essa diferença é dupla, tripla etc? O único modo de saber é recorrendo a uma analogia com a extensão de um corpo figurado. A extensão serve, nesse caso, para mensurar a grandeza como a qual ela é comparada. Assim, não importam quais sejam as grandezas em questão, reduzir as proporções a igualdades significa reduzir as grandezas à extensão, evidenciando e fornecendo precisão às suas diferenças para que, só então, seja possível encontrar o que há de comum entre elas. Desse modo, o método estende seu domínio para além das disciplinas matemáticas, permitindo que todas as demais grandezas sejam ordenadas e medidas em virtude da mensurabilidade que lhes é conferida pela extensão.

1.3 Método, ontologia e representação

A possibilidade de uma "ciência universal" está inteiramente assentada em um requisito básico: a unidade do método. Esse, por sua vez, tem por fundamento último a unidade da própria razão. Ao inverter o referencial do conhecimento, que se desloca dos objetos desse conhecimento para a razão que os conhece, Descartes confere à razão a capacidade ilimitada de manipular todos os objetos. Se, do ponto de vista da razão, não há limites a serem estabelecidos, sobre o domínio dos objetos incide um critério segundo o qual nem todos os objetos se prestam ao conhecimento, apenas aqueles dos quais o espírito possa ter um conhecimento "certo e indubitável", como ensina a Regra II. Esse é, ao mesmo tempo, um critério ontológico, na medida em que não há sentido em considerar qualquer objeto que não se submeta à razão como objeto do conhecimento. Resta saber, pois, se diante da imposição desse novo critério o caráter representativo do conhecimento adquire um status secundário para Descartes.

Isso não quer dizer, absolutamente, que os objetos matemáticos e suas propriedades sejam avessos a qualquer pretensão sobre seus correspondentes ontológicos, para Descartes. Quer dizer, somente, que a *mathesis universalis*, ou, em outros termos, a ciência que se funda no método cartesiano, não depende dessa correspondência para estabelecer a validade de qualquer conhecimento. Como está posto acima, a Regra III apresenta a intuição e a dedução como as únicas operações do entendimento que se pode utilizar a fim de adquirir ciência. Ora, essas são operações puramente intelectuais e são elas que determinam a legitimidade de todo o conhecimento. Segundo Marion[4], as *Regulae* retiram da coisa o seu fundamento próprio, construindo em seu lugar um objeto medido pela inteligibilidade, ou, da mesma forma, pela sua cognoscibilidade. Mas, ao mesmo tempo, elas formulam, ou pretendem fazê-lo, uma ontologia do objeto, uma ontologia, que é, primeiramente negativa ao sujeitar o Ser ao entendimento. No entanto, a essa ontologia negativa se segue uma “recuperação dos ‘lugares’ da ontologia” . A partir da *mathesis universalis*, o que fornece fundamento ao Ser não é mais seu caráter individual ou de espécie, mas o seu caráter relacional, visto que o ser do objeto é pensado como ordem e medida. O sujeito do conhecimento reconstrói o objeto por meio do ordenamento das relações que o consideram. O princípio desse objeto, então, é destituído da própria coisa e retido pelo sujeito que o reconstrói, ou seja, que o ordena, tornando-se seu fundamento último.

Pode-se dizer, então, que a suposta unidade presente na natureza está inteiramente submetida à unidade da razão, à unidade do espírito humano. Porém, a unidade da natureza é reconstruída pela operação de ordenamento realizada pela razão una. A conseqüência disso é que o sucesso da aplicação do método não depende que a própria natureza seja matemática. Ao contrário, considerando-se o que Marion chama de “translação do centro de gravidade da relação epistêmica” , basta que o espírito possa proceder matematicamente na ordenação dos objetos do conhecimento.

[4] (Cf. MARION, 1975, p.257)

1.4 Conclusão

As regras iniciais, ao fornecerem as bases epistemológicas para a metodologia, garantem a possibilidade de se estabelecer um método único aplicável a todas as ciências. Nisto se resume o grande projeto da *mathesis universalis* uma ciência geral que pretende investigar a ordem e a medida qualquer que seja o objeto considerado. A realização desse projeto no campo das matemáticas é tida como certa e imediata, já que seus objetos são os mais simples de todos. Entretanto, Descartes confere ao método a possibilidade de se ampliar o domínio do conhecimento para além das disciplinas matemáticas.

Portanto, o projeto da *mathesis universalis*, de certo modo, antecipa o que será a prática matemática de Descartes em sua maturidade. O caráter metodológico dessa ciência não deixa dúvidas quanto à sua opção pelo método analítico; uma opção que, no que se refere às ciências matemáticas, será consolidada na *Geometria*.

No que diz respeito às demais ciências do mundo físico, a noção de matematização da natureza que se pode retirar das *Regulae* deve ser entendida não como uma simples duplicação matemática dos objetos físicos ou de suas propriedades. A inspiração matemática do método de Descartes exige que os objetos sejam organizados em certas séries e conhecidos uns pelos outros. O que se pode disso depreender pouco tem a ver com a natureza intrínseca de cada um dos membros da série tomados individualmente ou como espécies. Um modo alternativo de compreender o ideal mecanicista segundo o qual todos os mecanismos da natureza devem ser explicados em função do movimento e das qualidades geométricas da matéria é tomá-lo como um desdobramento da ontologia *relacional* das *Regulae*. A aplicação dos métodos matemáticos ao mundo físico não resultaria senão na explicitação das *relações* entre os seus objetos e suas propriedades. Se tais relações são reais ou não, pouco ou nada se pode decidir a esse respeito com base apenas no método ou na matemática – a esse tipo de questões se dedica virtualmente a metafísica. O decisivo, entretanto, é que não se possa fazer de outro modo, se desejamos nos conduzir pelo método.

2 O Problema de Pappus: modelo de aplicação do método

Pode-se dizer que o primeiro passo da aplicação do método ou, em outras palavras, da realização do projeto da *mathesis universalis*, é dado no âmbito das matemáticas. A *Geometria* (1637) tem como objetivo traduzir propriedades geométricas em operações algébricas. A realização desse programa promove uma unificação ordenada dos domínios matemáticos, ou seja, promove entre as matemáticas, cujos objetos são os mais simples, aquilo que a *mathesis universalis* pretende estender para todas as ciências.

A importância do problema de Pappus no desenvolvimento da *Geometria* é indiscutível. Em primeiro lugar, pode-se dizer que a solução que lhe é apresentada por Descartes constitui um modelo metodológico para o restante da obra. Além do mais, é com fundamento nessa mesma solução que se levantam as principais questões interpretativas acerca da obra, tais como a classificação das curvas, a relação entre a complexidade da curva e o grau da sua equação, a diferenciação entre curvas geométricas e mecânicas, a importância da construtibilidade das curvas e assim por diante.

No entanto, antes de prosseguir tratando diretamente do problema de Pappus, é importante fazer algumas considerações preliminares a título de introdução ao problema. Tais considerações dizem respeito, principalmente, à teoria das proporções euclidiana, visto que Descartes a toma como um pressuposto em todo o seu percurso matemático. Euclides, por sua vez, trata da teoria das proporções a partir de duas fontes diferentes: Eudoxo e Teeteto. É necessário, portanto, estabelecer essa distinção e essa tarefa remete a uma questão central da *Geometria*: a escolha da unidade.

2.1 A teoria das proporções e a escolha da unidade

A teoria das proporções citada nas obras cartesianas é, sem dúvida, a teoria das proporções exposta nos *Elementos* de Euclides. No entanto, a fim de compreender tal teoria, é necessário, primeiramente, fazer uma importante distinção. A teoria das proporções, da maneira como é exposta por Euclides, possui duas fontes distintas: Eudoxo (apresentada no Livro V) e Teeteto (apresentada no Livro VII).

Quantidades e formas geométricas são as duas classes de objetos admitidos nas matemáticas gregas. Autores como Apolônio e o próprio Euclides admitem tratar os objetos geométricos como *quantidades*, a fim de estudar as suas propriedades a partir das suas relações de igualdade, similitude ou proporção. O Livro I dos *Elementos* pode nos fornecer exemplos desse tratamento: "Ângulo obtuso é o que é maior que o ângulo reto" (*Elementos*, L I, Def. XI), "O triângulo isósceles é o que tem somente dois lados iguais" (*Elementos*, L I, Def. XXV), "O triângulo escaleno é o que tem os três lados desiguais" (*Elementos*, L I, Def. XXVI), "Todos os ângulos retos são iguais" (*Elementos*, L I, Axioma. XI). Os termos 'maior que', 'iguais' e 'desiguais' expressam relações que são estabelecidas entre quantidades. Mas, nesse caso, o que se pode entender por quantidade?

Entre as matemáticas gregas, não havia uma definição explicita do que sejam quantidades, mas obviamente existe um critério subentendido para estabelecer se determinados objetos, dados como tais, são ou não quantidades. Diz-se que objetos são quantidades se e somente se é possível estabelecer se um deles é maior, menor ou igual a um outro e se é possível reuni-los em novas quantidades homogêneas, o que parece remeter quase que diretamente à teoria das proporções.

Ela – a teoria das proporções – seria, então, uma candidata a oferecer uma "teoria das quantidades em geral" capaz de definir com precisão o que se pode entender por quantidades? A resposta a essa questão não é tão imediata quanto pode parecer. Em primeiro lugar, como já está dito, a teoria das proporções não é constituída de um corpo único, mas está dividida em uma parte que trata dos números (a que tem sua origem em Teeteto) e outra que trata de grandezas (aquela cuja fonte é Eudoxo). Porém, tanto números quanto grandezas são quantidades. Os primeiros possuem claramente uma medida comum: a unidade. As grandezas, por sua vez, não possuem essa tal medida comum. Nem por isso, elas deixam de ser quantidades, já que podem ser comparadas entre si. É justamente essa a distinção entre as duas teorias das proporções.

Por exemplo, para que quatro números estejam em proporção, pressupõe-se que eles cumpram a condição de possuir uma medida comum. Essa condição não é aplicável às grandezas. Segundo a teoria originada com Eudoxo, quatro grandezas a, b, α, β, sendo duas a duas do mesmo gênero, estão em proporção se e somente se entre todos os múltiplos de a e b há a mesma relação de igualdade ou desigualdade que entre os múltiplos correspondentes de α e β.

$$(a : b = \alpha : \beta) = (na = mb) \Rightarrow (n\alpha = m\beta),$$
$$(na \prec mb) \Rightarrow (n\alpha \prec m\beta),$$
$$(na \succ mb) \Rightarrow (n\alpha \succ m\beta),$$

Por outro lado, pela teoria de Teeteto, tem-se que, dados quatro números, é sempre possível estabelecer, por um procedimento finito e geral, se eles estão ou não em proporção. "Quatro números estão em proporção se e somente se o produto do primeiro e do quarto é igual ao produto do segundo e do terceiro" (*Elementos*, L VII, Prop. 19). Ou, em outras palavras, o produto do meio é igual ao produto dos extremos.

$$a : b :: c : d$$
$$ad = bc$$
$$e = e$$

Assim, afirmar que quatro números estão em proporção é o mesmo que afirmar a igualdade entre dois produtos ($ad = bc$) ou a igualdade entre outros dois números ($e = e$). A relação de proporcionalidade, que é uma relação de quatro lugares, torna-se equivalente a uma relação de dois lugares: a igualdade.

O que permite aos números essa passagem da proporcionalidade à igualdade é a sua medida comum, ou seja, a unidade. Considerando as grandezas, pode-se dizer apenas que suas razões são iguais pois não há um elemento comum que autorize a comparação direta entre elas. Este seria, claramente, um obstáculo no que se refere à pretensão de realizar um tratamento algébrico da geometria. Todas as operações algébricas dependem de que se possa levar a cabo aquela passagem da proporcionalidade à igualdade. As grandezas geométricas, no entanto, não possuindo uma unidade, um elemento comum, estariam impedidas de receber um tratamento algébrico. Linhas, áreas e volumes são grandezas contínuas e, conseqüentemente, devem ser concebidas como totalidades que não resultam da operação de adicionar uma a uma unidades previamente dadas, como somente poderia ocorrer com as grandezas discretas, tais como os números.

A solução cartesiana para esse problema é, sem dúvida, um dos passos mais significativos da *Geometria*. Descartes escolhe, em cada problema, uma linha-unidade em função da qual podem ser expressas todas as outras.

> "…tendo uma [linha], que nomearei unidade para relacioná-la o melhor possível aos números, e que pode em geral ser tomada arbitrariamente, e tendo logo outras duas para encontrar uma quarta que esteja para uma dessas duas, como a outra está para a unidade, que é o mesmo que a multiplicação..." (Descartes, 1954, p. 4).

Descartes utiliza-se, aqui, da unidade para o caso da multiplicação. Por imposição da teoria das proporções (Teeteto), a multiplicação requer quatro termos: os dois que propriamente serão multiplicados, a solução da multiplicação e a unidade.

O primeiro livro da *Geometria* inicia-se com uma seção cujo título é: "Como o cálculo da aritmética se relaciona às operações da geometria"(Descartes, 1954, p. 4), onde Descartes percorre algumas das operações algébricas mostrando de que modo elas podem ser aplicadas aos problemas geométricos. Considerando o caso da multiplicação, toma-se duas linhas: DB e BC, que são aquelas que se quer multiplicar. Em seguida, escolhe-se uma terceira linha, que será tratada como a unidade: AB. As linhas que serão multiplicadas compartilham um ponto (B) e, portanto, formam um ângulo.

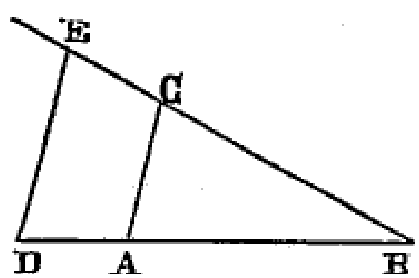

Figura 2.1

Neste ponto, são conhecidos três dos quatro elementos que formam a proporção, sendo que resta encontrar justamente aquele que será o resultado da multiplicação. Dito de outro modo, tem-se que a unidade AB está para a linha BD assim como a linha BC está para a linha procurada. A figura mostra que esta linha procurada é BE, pois, sendo AC e DE paralelas, BAC e BDE formam triângulos semelhantes e por isso seus lados correspondentes são proporcionais. Em termos da teoria das proporções, BD:AB::BE:BC. Tomando AB como a unidade, BD:1::BE:BC. Igualando o produto dos meios ao produto dos extremos, BE=BD.BC encontrando-se, assim, o resultado procurado. Vemos, pelo que foi apresentado, que somente é possível aplicar a teoria das proporções – exposta no Livro VII dos Elementos – às grandezas geométricas, se for utilizado este expediente de eleger arbitrariamente uma das linhas como unidade.

Assumir essa linha-unidade permite a Descartes realizar a primeira tarefa básica da *Geometria*: encontrar o correlato geométrico das operações algébricas. Entre essas operações, a soma e a subtração não apresentam qualquer dificuldade pois não há problema para associar o resultado dessas operações a uma construção geométrica. Entretanto, no que diz respeito à multiplicação, à divisão e à extração de raiz, esta solução não está livre de obstáculos. Por exemplo, dadas duas linhas, seu produto não é imediatamente determinável nem imediatamente passível de ser construído. O mesmo se dá quando se pretende encontrar o quadrado, ou raiz, de uma linha, a divisão entre duas linhas ou qualquer operação similar. A determinação dessas operações e a construção de suas linhas-resultado dependem da escolha da unidade; escolha essa que é arbitrária.

No procedimento clássico para a multiplicação de linhas, duas linhas multiplicadas resultam em um plano, ou seja, em uma grandeza perfeitamente determinada e homogênea aos dados. Descartes, por sua vez, utilizando a linha-unidade, põe em risco a homogeneidade das grandezas envolvidas. Por serem geométricas, as linhas são consideradas grandezas contínuas; porém, quando são associadas a uma linha-unidade, ganham um caráter discreto que, no entanto, não as faz grandezas numéricas pois, ao contrário destas, sua unidade é arbitrária. Essa nova espécie de grandeza é chamada de “grandeza graduada” e implica em dificuldades exatamente em função da arbitrariedade na escolha da unidade. O problema fica evidente ao se considerar que uma equação que contenha, por exemplo, uma multiplicação entre duas linhas, terá como resultado objetos geométricos distintos, dependendo da escolha da unidade.

2.2 O Problema de Pappus

Ao dedicar esta segunda seção à reconstrução do percurso da solução proposta por Descartes ao Problema de Pappus, pretendo evidenciar a aplicação do procedimento metodológico de análise. Porém, como esclarecimento preliminar, cabe uma breve exposição das origens desse problema e sua importância na tradição. Pappus, um matemático da escola de Alexandria, viveu do final do séc. IV ao início do séc. III a.C. Em seu livro VII da chamada *Coleção Matemática*, Pappus apresenta um problema que consiste, inicialmente, em encontrar um ponto que obedeça a certas condições de proporcionalidade entre as linhas que são traçadas a partir dele em direção a outras linhas dadas. Segundo Pappus, até então ninguém havia conseguido resolver satisfatoriamente tal problema. Euclides forneceu resultados insuficientes e Apolônio, embora também tenha criticado os resultados euclidianos, não forneceu nada além de resultados particulares. Pappus, por sua vez, oferece uma solução mais ampla para o problema; ainda que sua solução limite-se a um número máximo de seis linhas dadas.

Dito isso, qual é afinal essa questão cuja solução foi buscada inicialmente por Euclides e em seguida por Apolônio, sem que fosse satisfatoriamente obtida por nenhum deles? Uma exposição inicial do problema poderia ser a seguinte:

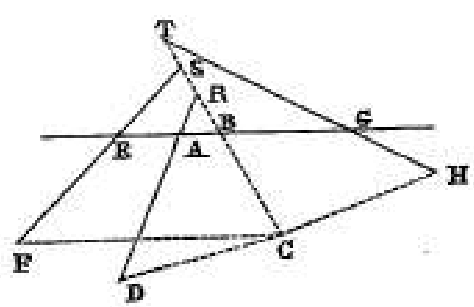

Figura 2.2

Dado um certo número de retas (ver figura 2.2), deve-se encontrar um ponto (chamado ponto *C*) a partir do qual seja possível traçar tantas retas quantas foram dadas e que formem um ângulo dado com as primeiras. Se forem três as retas dadas, o retângulo (produto) formado por duas das retas traçadas deve ser proporcional ao quadrado da terceira. Se forem quatro, o retângulo formado por duas delas deve ser proporcional ao formado pelas outras duas e assim sucessivamente.

Existem vários pontos que satisfazem tais condições, visto que se pede também que se conheça a linha onde eles se encontram. Dito de outro modo, para o mesmo conjunto de retas dadas, há um número indefinido de pontos a partir dos quais se podem traçar outras retas que formam ângulo com as primeiras e que cumprem as condições de proporcionalidade descritas acima. Pede-se, então, que se conheça também a linha onde eles se encontram e nisto consiste a segunda parte do problema: justamente, encontrar a linha onde estão situados todos os pontos que são convenientes. A formulação do problema por Descartes não acrescenta nem retira nada do conteúdo do problema abordado por Pappus. Resta, portanto, saber quais são as limitações atribuídas por Descartes a Pappus na resolução desse problema.

Como já foi dito, solução de Pappus limita-se a um certo número máximo de linhas dadas, e a ausência desse limite seria o principal ganho da solução cartesiana. Tendo em vista esse cenário, ao encerrar a apresentação do Problema de Pappus, Descartes atribui ao seu método a capacidade de levá-lo tão longe quanto foram os antigos, com a vantagem de proceder por um método capaz de alcançar uma solução tão genérica e completa como jamais a análise dos antigos permitiu almejar. Isso se mostra na pretensão de Descartes de ter obtido uma resposta que abrange um número infinito de linhas dadas. Com efeito, Descartes afirma que sua solução comporta os seguintes casos:

- para 3 ou 4 linhas quaisquer, ou 5 linhas não paralelas, encontram-se os pontos pela geometria plana (régua e compasso);
- no caso de 5 linhas paralelas, 6, 7 ou 8 linhas quaisquer, ou 9 linhas não paralelas, é necessário recorrer à geometria dos sólidos (seções cônicas);

- para 9 linhas paralelas, 10, 11 ou 12 linhas quaisquer, ou 13 linhas não paralelas, os pontos estarão em uma curva um grau mais composta que as seções cônicas;
- se forem dadas 13 linhas paralelas, 14, 15 ou 16 linhas quaisquer, ou 17 linhas não paralelas, estarão em uma curva um grau mais composta que a anterior; e assim por diante, podendo-se alcançar um número infinito de linhas.

Mais do que propriamente a resposta, interessa-nos seu desenvolvimento, pois ele colocará em evidência as exigências e as vantagens da utilização do método. Para tanto, será necessário reapresentar o enunciado do problema, do modo como ele é posto no início da prova oferecida por Descartes. Primeiramente, quatro retas coplanares são dadas em uma determinada posição. São elas: *AB*, *AD*, *EF* e *GH*. Consideram-se os segmentos *CB*, *CD*, *CF* e *CH* que formam ângulo com *AB*, *AD*, *EF* e *GH* respectivamente, ligando-os a um ponto *C*. Fixa-se, então, uma relação entre *CB.CD* e *CF.CH*. Essa relação é expressa por ***a*** na seguinte igualdade: *CB.CD* = ***a***.*CF.CH*, ou seja, a primeira parte é igual à segunda multiplicada pela relação que elas mantém entre si. Em outras palavras, o produto das duas primeiras retas pode ser igual ao produto das outras duas, mas esses produtos podem ser também apenas proporcionais.

Sendo estas as condições iniciais, pede-se, na primeira parte da solução do problema, que se encontre um ponto C correspondente à relação determinada; e, na segunda, que se procure a linha onde se encontram todos pontos convenientes. Isso porque, para uma mesma relação entre *CB.CD* e *CF.CH*, há diversos pontos que cumprem as condições do enunciado e tais pontos, supostamente, descrevem uma linha: aquela que se quer encontrar.

Esse problema pode estender-se a um número indefinido de linhas, mas, tratarei da solução envolvendo quatro linhas a respeito da qual pode-se dizer que é a solução-padrão elaborada por Descartes.

A primeira parte do problema consiste em encontrar um ponto conveniente, ou, em outras palavras, a equação desse ponto. O passo inicial de Descartes é supor que isso já está feito, ou seja, considerar que há ao menos um ponto que atende aos requisitos. Em seguida, destaca dentre as linhas uma que foi dada (*AB*) e outra pedida (*CB*) como as principais, isto é, aquelas através das quais se podem exprimir todas as outras. *AB* é chamado de x e *CB* de y.

Considerando o triângulo *ABR* (ver figura 2.2), tem-se que seus ângulos são dados e, por isso, é conhecida a proporção entre quaisquer dos seus lados. Diz-se, então, que a proporção entre *AB* e *RB* é a mesma que há entre z e b. Assim,

$$AB : RB :: z : b$$

Substituindo-se *AB* por x e igualando o produto dos meios ao produto dos extremos, obtemos o seguinte:

$$xb = zRB$$

$$RB = \frac{bx}{z}.$$

A linha *CR* é igual à soma das linhas *CB* (=y) e *RB* , que é igual a $\frac{bx}{z}$, ou seja,

$$CR = y + \frac{bx}{z},$$

notando que se o ponto R estivesse entre C e B, *CR* seria igual a $y - \frac{bx}{z}$ e se C estivesse entre B e R, *CR* seria $-y + \frac{bx}{z}$.

Tomando-se, agora, o triângulo *DRC*, é fácil notar que se pode utilizar o mesmo procedimento: já que seus ângulos são dados, é dada também a proporção entre seus lados. Diz-se que *CR* está para *CD* assim como z está para c. Temos, então, que se:

$$z.CD = c.CR,$$

então

$$z.CD = c.y + \frac{bcx}{z}$$

e, conseqüentemente

$$CD = \frac{cy}{z} + \frac{bcx}{zz}.$$

É desnecessário dizer que esse processo pode se repetir para todas as linhas, pois todas elas são dadas em posição: os ângulos que elas formam são conhecidos. Desse modo, Descartes fornece a maneira como se pode expressar todas as linhas envolvidas no problema, das quais ainda restam as seguintes:

$$BS = \frac{dk + dx}{z},$$
$$CS = \frac{zy + dk + dx}{z}z,$$
$$CF = \frac{ezy + dek + dex}{z},$$
$$CT = \frac{zy + fl - fx}{z},$$
$$CH = \frac{gzy + fgl - fgx}{zz}.$$

Porém, o que há em comum entre as linhas que partem do ponto *C*? Todas elas podem ser expressas, de modo geral, por três termos precedidos de + ou –, dependendo da localização dos pontos: um composto por y (quantidade desconhecida) multiplicado ou dividido por uma quantidade conhecida, outro composto posto por x (quantidade desconhecida) multiplicado ou dividido por uma quantidade conhecida e, por fim, por uma quantidade inteiramente conhecida. Então, pode-se dizer que cada uma das linhas pode ser representada por uma expressão algébrica do tipo:

$$ay \pm bx \pm c,$$

sendo a, b e c conhecidos.

Nesse caso, x ou y podem ser nulos se a linha for paralela a uma das linhas tomadas como base. Assim, ao multiplicarmos, por exemplo, duas dessas linhas, x e y estarão elevados no máximo ao quadrado, ou, nas palavras de Descartes, terão até duas dimensões (lembrando que se uma das linhas for paralela, *x* ou *y* serão nulos). Se o produto for entre três linhas, terão até três dimensões e assim por diante. Descartes pode mostrar, agora, que para até cinco linhas, o problema não vai além da geometria plana (o que contraria a resposta dada por Pappus ao problema).

Obedecendo ao enunciado do problema, para se encontrar o ponto C, para o caso de cinco linhas dadas, é necessário que o produto das três primeiras linhas seja igual ou proporcional ao produto das outras duas multiplicado, ainda, por uma sexta linha dada (*k*): $d_1.d_2.d_3 = a.d_4.d_5.k$, onde *a* é a relação fixada. Considerando que as linhas têm o formato $ay \pm bx \pm c$, a sua multiplicação resultará, no primeiro membro, em um polinômio de grau 3 em *y* e 2 em *x* (já que uma das linhas é BC que é igual a *y*, ou seja, não depende de *x*); no segundo membro, um polinômio de grau 2 em *y* e em *x* (pois *k* é uma linha conhecida). Em seguida, é fixado o valor de *y*, ou seja, uma quantidade conhecida é tomada por *y*, o que faz resultar na seguinte equação: $x^2 = \pm ax \pm b^2$. Isso mostra por que não é necessário ir além da geometria plana para o caso de cinco linhas dadas: o grau da equação determina o gênero da curva, de tal modo que a equação de segundo grau corresponde a uma curva traçada na geometria plana, enquanto uma de terceiro grau representa uma curva que necessita da geometria dos sólidos.

Descartes inicia o segundo livro da *Geometrie* tratando do critério segundo o qual se distingue quais as curvas que podem ser admitidas na geometria. Um problema significativo entre os antigos era o de definir quais curvas eram geométricas e quais eram mecânicas. Segundo Descartes, os antigos, acertadamente, fizeram a distinção entre (i) os problemas da geometria que podem ser construídos apenas utilizando-se retas e círculos, chamados de problemas planos; (ii) aqueles que necessitam de alguma das seções cônicas, os problemas sólidos; e, finalmente, (iii) aqueles que empregam uma linha mais composta que as últimas, os problemas lineares. Entretanto, eles não estabeleceram graus entre essas linhas mais compostas, chamando a todas elas de mecânicas, em oposição às outras: geométricas.

Descartes apresenta algumas possíveis interpretações para essa classificação dos antigos mas que, segundo ele, não são minimamente convincentes.[5] O que se retira dessas possibilidades é que o uso acabou por nomear como "geométrico" o que é preciso e exato e como "mecânico" o que carrega certo grau de imprecisão. A divergência de Descartes com essa classificação se deve ao caráter pouco objetivo do critério utilizado. Não há como estabelecer uma delimitação clara que separe o que é preciso e exato do que não o é. Além disso, mesmo que estivesse de acordo com esse critério, Descartes não vê razão para que aquelas linhas mais compostas que as cônicas sejam consideradas imprecisas; pois, por mais composta que seja uma determinada linha, ela não deve ser excluída da geometria se for possível concebê-la como "descrita por um movimento contínuo ou por vários movimentos de modo que cada um seja regido pelo movimento precedente" (Descartes, 1954, p. 22). Sendo assim, sempre se pode ter um conhecimento exato de sua medida, objetivo principal da geometria.

Descartes, então, retira o foco do critério da necessidade de precisão e o coloca na possibilidade de determinar o movimento ou movimentos que descrevem a curva; essa determinação se dá através da equação da curva. Como visto na primeira parte, a cada problema é associada uma equação e o estudo dos graus da equação permite classificar as curvas em gênero. Os coeficientes dos polinômios sofrem modificações de acordo com as modificações de lugar e número das linhas, ou seja, de acordo com a modificação das posições geométricas. O desenvolvimento do problema de Pappus, do modo como foi tratado por Descartes, faz chegar a um critério muito mais preciso e detalhado de distinção entre curvas geométricas e mecânicas. A tese cartesiana é a seguinte: todo polinômio exprime uma curva geométrica. Essa é uma das razões pelas quais o problema de Pappus é absolutamente central para Descartes: seu desenvolvimento leva a um critério geométrico de ordem e classificação das curvas, abandonando o critério simplesmente construtivo dos antigos.

---

[5] Se os antigos chamavam essas curvas de mecânicas porque necessitam de algum tipo de máquina para a sua construção, Descartes argumenta que a régua e o compasso também são tipos de máquinas. Da mesma forma, não se pode dizer que os instrumentos que servem para traçar as tais curvas mecânicas sejam menos precisos por serem mais complicados, porque a mecânica exige tanta ou mais precisão que a geometria no que diz respeito às construções. Descartes levanta várias possibilidades para explicar a razão de os antigos classificarem as curvas desse modo, mas não se compromete com nenhuma delas; apenas põe em evidência a relação do termo "geométrica" com precisão e do termo "mecânica" com imprecisão, quando estão relacionados às curvas.

Nessa segunda parte, Descartes trata do problema de Pappus com 3 e 4 linhas. O conhecido método cartesiano das coordenadas, que já vinha sendo de algum modo utilizado por Descartes, torna-se, agora, mais evidente. Através desse método, são relacionadas linhas conhecidas e incógnitas, chegando a uma equação geral. Nesse ponto, ele passa a considerar a curva como um lugar geométrico expresso por um polinômio de duas variáveis.

Até aqui, as equações de duas incógnitas eram reduzidas em y de modo que se podia fixar y e encontrar o valor correspondente de x, formando os pares de coordenadas de quantos pontos quantos se desejasse. Esse era o critério para se distinguir as curvas geométricas das mecânicas. As últimas não admitiriam uma equação polinomial (algébrica). Ou seja, trata-se de um critério geométrico-algébrico de aceitação e construtibilidade de curvas. Daqui em diante, Descartes estudará os lugares segundo a estrutura do polinômio de duas variáveis que lhes corresponde. A construção não se dá mais por pontos, mas por elementos característicos. Por exemplo, para um círculo, busca-se, na estrutura do polinômio, o centro e o raio. Desse modo, pode-se dizer que o problema de Pappus é gerador das curvas cuja equação é um polinômio.

2.3 O método da *Geometria*

O desenvolvimento do problema de Pappus fornece importantes instrumentos para se compreender o método utilizado por Descartes na *Geometria*. Segundo Battisti, Descartes não nomeia explicitamente o método pelo qual resolve os problemas, mas “há indícios suficientes para que se possa chamá-lo de método de análise ou método de análise-e-síntese” [6]. Isso porque Descartes divide seu método em duas etapas: a primeira deve resultar em uma equação do problema e a segunda deve resolvê-lo propriamente. O objetivo de cada uma delas está declarado já no título das seções que as contemplam: “Como é necessário chegar às equações que servem à resolução dos problemas” e “Como eles (os problemas) são resolvidos”.

---

[6] BATTISTI, 2002. p.155

A primeira delas, embora Descartes não o diga expressamente, descreve os passos do procedimento analítico. O texto inicia com o clássico passo fundamental da análise: para resolver algum problema, considerá-lo inicialmente como já resolvido. Em seguida, nomear todas as linhas que pareçam necessárias para construir o problema, ou seja, para resolvê-lo. Devem-se nomear tanto as linhas que são conhecidas quanto as que não o são. Então, sem levar em conta qualquer diferença entre as linhas conhecidas e as desconhecidas, deve-se examiná-las segundo a ordem em que elas se apresentem mais naturalmente. Em outras palavras, deve-se examinar a dificuldade a partir da dependência mútua entre as linhas. O objetivo desse passo é encontrar uma maneira de expressar uma mesma quantidade de dois modos diferentes e afirmar a igualdade entre eles. Ou, o que é o mesmo, encontrar a equação dessa quantidade.

Para cada linha desconhecida considerada no problema, deve-se estabelecer uma equação. Se isso não for possível, ou seja, se mesmo considerando tudo o que está envolvido no problema não for possível obter a equação de alguma linha desconhecida, o problema não estará inteiramente determinado. Então, pode-se tomar, de modo aparentemente arbitrário, uma linha conhecida para cada linha desconhecida sem uma equação correspondente. Esse processo segue até que se chegue a uma linha, antes desconhecida, que pode ser igualada a uma outra conhecida. Ou, que o quadrado, cubo, quadrado do quadrado...dessa linha desconhecida possa ser igualado a uma relação entre linhas conhecidas:

$$z = b \text{, ou}$$

$$z^2 = -az + bb \text{, ou}$$

$$z^3 = +az^2 + bbz - c^3 \text{, ou}$$

$$z^4 = +az^3 - c^3z + d^4 \text{.}$$

Segue-se a isso um comentário que ilustra bem a utilidade que Descartes atribui ao método apresentado:

> "Assim, todas as quantidades desconhecidas podem ser reduzidas a uma só, quando o problema pode ser construído por meio de círculos e linhas retas, ou por seções cônicas, ou por qualquer outra linha composta por um grau que não seja maior do que o terceiro ou quarto. Mas eu não vou explicar isso em mais detalhes porque eu não quero privar cada um do prazer de aprendê-lo por si mesmo, nem impedir o cultivo útil do próprio espírito exercitando-o, o que é, na minha opinião, o maior benefício que se pode derivar dessa ciência." ·

A superioridade aqui conferida ao caráter metodológico da *Geometria* pode suscitar uma remissão à descrição da *mathesis universalis*, apresentada nas *Regras* como uma ciência eminentemente metodológica cujos primeiros frutos espontâneos podem ser encontrados na análise ocultada pelos geômetras antigos e que ensinava o modo como se chega à solução de um problema ao invés de uma mera demonstração dessa solução. Então, a primeira etapa do método exposto na *Geometria* parece contar com um status privilegiado.

A etapa seguinte consiste na resolução ou construção do problema. Por exemplo, se a equação obtida na etapa anterior for $z^2 = az + bb$, deve-se construir um triângulo retângulo NLM, em que $LM = b$ e $LN = \frac{1}{2}a$ já que a e b são quantidades conhecidas. Sendo conhecidos os dois catetos do triângulo retângulo, resta determinar a hipotenusa *MN*. Sabe-se que $MO = z$, $MO = NO + NM$ e $NO = NL = \frac{1}{2}a$, pois NO e NL equivalem ao raio da circunferência. Substituindo os valores, temos que $z = MN + \frac{1}{2}a$ e $MN = z - \frac{1}{2}a$.

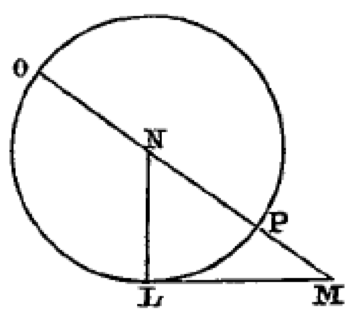

Figura 2.3

Tendo obtido o valor da hipotenusa, pode-se utilizar o teorema de Pitágoras (o quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos): $MN^2 = LN^2 + LM^2$. Substituindo os segmentos pelos seus respectivos valores, temos:

$$\left(z-\frac{1}{2}a\right)^2=\left(\frac{1}{2}a\right)^2+b^2, \text{ ou seja, } z^2-az+\frac{a^2}{4}=\frac{a^2}{4}+b^2.$$

Eliminando o termo $\frac{a^2}{4}$ que aparece nos dois lados da equação e isolando z^2, chega-se a: $z^2=az+b^2$, justamente a equação dada.

Descartes prossegue com a construção de outros problemas semelhantes. Porém, esse primeiro exemplo já é suficiente para evidenciar que a solução do problema tem um caráter sintético, pois nada mais é do que uma demonstração geométrica; razão pela qual alguns comentadores nomeiam o método cartesiano como método de análise-e-síntese, pois ele contempla uma etapa sintética. Entretanto, é à etapa analítica que Descartes atribui um status privilegiado, pois a síntese não fornece o método para a resolução do problema, mas apenas a demonstração da solução encontrada pela análise.

Retomando o exemplo do problema de Pappus, fica fácil identificar em seu desenvolvimento os vários passos da etapa analítica e sua primazia com relação à síntese. Exposto o enunciado do problema, Descartes supõe que ele já está resolvido, ou seja, considera que existe um ponto *C* que cumpre as exigências do enunciado. Esse é, sabidamente, o primeiro passo da análise. Em seguida, nomeia todas as linhas envolvidas e destaca duas dentre elas: *AB*, identificada a *x* e *CB*, identificada a *y*. Então, determina a equação de cada uma das linhas (*RB*,*CR*,*CD*,*BS*,*CS*,*CF*,*CT* e *CH*) e as reduz a uma única equação da forma $x^2=\pm ax\pm b^2$, como visto na seção anterior. A etapa sintética, entretanto, é suprimida, pois a equação a que Descartes chega é do tipo $z^2=+az+b^2$, exatamente como no exemplo de resolução de problemas considerado acima.

Esse processo permite que se estabeleçam relações entre linhas retas e curvas. Ao eleger duas linhas retas como principais, Descartes as está transformando em variáveis que determinam a curva, ou lugar geométrico, que soluciona o problema. Esse procedimento – que se pode chamar de um simbolismo e consiste em atribuir a cada linha uma variável – confere um alto grau de generalidade na solução de problemas.[7] Dito de outro modo, a equação que se encontra por esse meio dispensa a identificação de um número considerável de pontos para a construção da curva. Ao invés disso, a equação fornece os elementos característicos da curva, possibilitando sua construção. Portanto, a etapa analítica do

[7] (Cf. BATTISTI, 2002, p.169)

método é aquela que reduz a complexidade de um problema a um objeto simples: a equação. A partir dessa equação, pode-se proceder à construção do problema, reorganizando a complexidade, antes não compreendida, em um corpo inteligível e ordenado.

2.4 Conclusão

A teoria das proporções desempenha um papel fundamental na *Geometria*. Ela é o meio pelo qual a ciência matemática pode tornar-se unificada, pois permite que seja dado à geometria um tratamento algébrico. O método apresentado nas *Regulae* consiste justamente em ordenar os objetos e estudá-los segundo a relação de proporção que eles mantêm entre si. Esse núcleo comum, entre o projeto da *mathesis universalis* e a unificação das matemáticas operada na *Geometria*, suscita a questão de saber em que medida esta última é a realização da primeira.

A *mathesis universalis* é caracterizada como a ciência das relações que deveria presidir todas as ciências das quantidades particulares; portanto, ela é um projeto geral. A constituição de um domínio unificado e ordenado das partes da matemática não esgota a abrangência desse projeto, mas pode ser considerada um importante e necessário objetivo intermediário[8]. Ela é importante como argumento em favor da possibilidade de constituição daquela ciência geral e necessária como uma espécie de exercício para a aplicação do método a objetos mais complexos, visto que Descartes considera os objetos das matemáticas os mais simples entre todos. Ou seja, essa aplicação inicial do método pode ser considerada como terreno de treinamento no que diz respeito às ciências mais fáceis, em que as noções primeiras são claras e distintas, com vista a alcançar aqueles objetos mais complexos. Então, estando consumada a aplicação do método aos objetos mais simples, não há por que duvidar da possibilidade de que ele seja aplicado aos objetos que encerram maior grau de complexidade.

Finalmente, a *Geometria* nos oferece um modelo emblemático da opção cartesiana pelo método de análise. Os inegáveis resultados matemáticos promovidos por essa obra

[8] (Cf. JULLIEN, 1996, p.36)

servirão de fundamento para a resolução de problemas em diversos autores posteriores a Descartes; Newton entre eles. Entretanto, não obstante tenha aproveitado tais avanços em seus primeiros escritos, Newton acaba por rejeitar o método de análise cartesiano e optar definitivamente por um retorno ao método sintético dos antigos. O capítulo seguinte tratará dessa virada metodológica newtoniana.

3 A crítica newtoniana ao método de Descartes e sua opção pelo método sintético dos antigos

Diante do evidente progresso que o método cartesiano representou para a matemática da modernidade, Newton, ao menos no início do seu trabalho, é contado entre os seus seguidores. O método algébrico de Descartes possibilitou a Newton uma grande facilidade na solução de certos problemas; por exemplo, o problema de encontrar a tangente da curva, dada sua equação, o problema de encontrar a área delimitada por uma curva (conhecido como "quadrar a curva") e o problema de encontrar o comprimento do arco da curva. Entretanto, no início da década de 1670, Newton tece pesadas críticas aos modernos, mais especificamente a Descartes, no que diz respeito ao método de análise. Nessa mesma época, passa a dedicar-se ao estudo dos textos de geometria dos antigos (Pappus e Apollonius, por exemplo), o que culmina com o abandono progressivo da análise e, conseqüentemente, a reabilitação do método sintético dos antigos.

O propósito deste capítulo é inventariar os elementos centrais dessa virada metodológica. Uma das questões mais relevantes a ser considerada diz respeito ao caráter não representativo dos termos empregados nas equações cartesianas. O ponto central da crítica newtoniana a Descartes toca a falta de correspondência geométrica desses termos, ou seja, o fato de que alguns elementos das equações não nomeiam genuinamente nenhuma entidade matemática canônica (geométrica ou numérica).

O capítulo está dividido em duas partes. Na primeira delas, exponho os principais elementos da chamada *nova análise* – modo como o próprio Newton nomeou o método pelo qual conduziu seus primeiros trabalhos. A segunda parte é dedicada ao retorno de Newton ao método dos antigos e ilustrada pela solução newtoniana ao problema de Pappus – não por acaso o mesmo problema escolhido por Descartes para evidenciar os méritos e as vantagens da sua nova análise.

3.1 A nova análise e o problema do estatuto do infinitamente pequeno

Afirmar que Newton foi leitor de Descartes, aliás, um dos mais atentos de sua época, não é meramente um dado biográfico. As suas investigações matemáticas iniciais são marcadas por uma opção metodológica fortemente cartesiana: a análise, como um procedimento investigativo para o desenvolvimento de soluções matemáticas. Embora Newton faça também referência à análise dos matemáticos gregos, é inegável a influência de Descartes no que diz respeito ao tratamento de determinados problemas, particularmente aqueles que permitem expressar curvas por meio de equações e estudar as propriedades das curvas manipulando essas equações. Descartes seria, então, não o único, mas o principal representante daquilo que Newton chamou de *nova análise* para distingui-la da análise dos antigos.

A fim de caracterizar melhor o que Newton estaria tomando por nova análise, considero a seguinte afirmação: “A análise dos mais recentes tem sua origem na aritmética, e é nada além do que uma aritmética universal aplicada para quantidades, seja ela geométrica ou alguma outra qualquer” (Newton. MP. 1967-1981. V.8, p. 444). Fica evidente a possibilidade de uma referência à geometria cartesiana. A universalidade da aritmética em questão remete à transposição dos limites entre a aritmética e a geometria que Descartes preconizou. Aquelas regras, antes restritas às operações da aritmética, passam a ser aplicadas às quantidades geométricas, como foi exposto no capítulo anterior. Tanto as quantidades geométricas quanto as numéricas passam a ser representadas por símbolos que extrapolam o âmbito das quantidades particulares, fornecendo um caráter universal às regras que os manipulam. Assim, as equações compostas por esses símbolos e obedientes a tais regras podem representar, por exemplo, as curvas geométricas.

Porém, é preciso destacar que, embora o método analítico cartesiano seja uma fonte importantíssima para a nova análise, existem outras fontes que possibilitaram o progresso que Newton alcançou nesta fase inicial dos seus trabalhos. Segundo N. Guicciardini [9], a nova análise, pode ser caracterizada por três elementos principais, a saber, a representação simbólica cartesiana das curvas por equações, o uso do infinitamente pequeno e o uso das

---

[9] Cf. (Guicciardini. 2004. p.455-470).

técnicas de indução wallisianas[10], que, no entanto, não serão contempladas aqui. Um dos resultados mais significativos propiciados pela nova análise newtoniana diz respeito à utilização das infinitas séries na quadratura das curvas. O trabalho de Wallis propõe uma solução para a quadratura de curvas que, no entanto, restringe-se apenas a equações que comportam um número finito de termos; ou seja, equações do tipo $y = x^3$. Os resultados que Newton obtém permitem fornecer a área de curvas geradas por equações de "termos compostos", isto é, equações que podem conter séries infinitas de termos. Por exemplo,

$$(1-x^2)^{\frac{1}{2}} = 1 - \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{8}x^4 - \frac{1}{16}x^6 - \frac{5}{128}x^8 \ldots \text{ e}$$

$$(1+x)^{-1} = 1 - x + x^2 - x^3 + x^4 - \ldots$$

Entretanto, para chegar à solução de problemas dessa ordem, ele acaba recorrendo ao uso de uma espécie de magnitude no mínimo peculiar: o infinitamente pequeno. A utilização do infinitamente pequeno por Newton, e os obstáculos conceituais que ela implicará, é um dos fatores que contribuirão, posteriormente, para o rompimento com a análise em favor da síntese.

Não se pode negar que os métodos algébricos de Descartes e Wallis possibilitaram a Newton uma grande facilidade e eficiência na solução de problemas. Entretanto, o problema do estatuto do infinitamente pequeno começa a ganhar proporções difíceis de serem ignoradas. Referindo-se à sua tentativa de converter o método cartesiano para encontrar a subnormal em um método geral para encontrar tangentes e curvaturas, utilizando um incremento infinitesimal, Newton manifesta dúvidas quanto ao status desse incremento: "não podemos considerar boa idéia a menos que o infinitamente pequeno possa ser considerado geometricamente" (Newton. MP. 1967-1981. V.1, p. 282).[11] Com base nesta passagem, pode-se dizer que o estatuto controverso do infinitamente pequeno reside, principalmente, na falta de uma correspondência geométrica. Isso porque, ele reúne duas

---

[10] A principal contribuição de Wallis para o trabalho de Newton diz respeito às regras para quadrar as curvas. Esse fato é mencionado no *Commercium epistolicum* (1713): "Dr. Wallis publicou seu *Arithmetica infinitorum* no ano de 1655, e pela proposição 59 desse livro, se a abscissa de alguma figura curvilínea for x e a ordenada ereta em ângulo reto for $x^{m/n}$, sendo m e n números inteiros, a área dessa figura será $n/(m+n)x^{(m+n)/n}$. Isso é assumido por Mr Newton como a primeira regra pela qual ele encontra a quadratura de curvas." (Newton. MP. 1967-1981. V.8, p. 589).

[11] O texto *Normals, Curvature and the Resolution of the General Problem of Tangents* foi escrito em 1664 e publicado no ano seguinte. Nele, Newton trata do (incremento) infinitamente pequeno na construção da subtangente e na determinação da quadratura da curva: dois dos problemas mais significativos do início dos trabalhos matemáticos de Newton.

características aparentemente inconciliáveis. *Prima facie*, o infinitamente pequeno é uma quantidade, na medida em que pode ser somado a outras quantidades finitas. Porém, embora lhes possa ser somado, ele não pode alterá-las, pois não é mensurável por outras grandezas também de ordem finita. Sendo assim, embora seja uma quantidade, o infinitamente pequeno não encontra um correspondente na geometria.

Como foi dito no capítulo anterior, a teoria das proporções de Eudoxo, apresentada no Livro V dos *Elementos* de Euclides trata das grandezas contínuas, incluindo as geométricas. Esta era, na época de Newton, a única teoria a oferecer as bases para o tratamento desse tipo de quantidade. Euclides toma como um dos fundamentos da teoria das proporções a exigência da homogeneidade. No caso das quantidades contínuas, para que se possa estabelecer qualquer tipo de relação de proporção entre, por exemplo, dois pares de grandezas, é preciso que as duas grandezas que constituem cada par sejam, necessariamente, do mesmo gênero.

Os compromissos de Newton com os fundamentos matemáticos euclidianos se deixam transparecer justamente na sua preocupação com o problema da homogeneidade. A equação, considerada essencialmente como uma proporção generalizada, a exemplo de Euclides, exige que se cumpra o requisito da homogeneidade mencionado acima. Desse modo, ela deve comportar apenas quantidades da mesma espécie e, *a fortiori*, do mesmo grau. Se alguns dos seus termos representam quantidades geométricas, assim devem ser todos os demais termos da equação. Ao questionar a correspondência geométrica de alguns elementos utilizados na análise dos modernos, Newton tem em mente uma violação generalizada da exigência da homogeneidade.

Além do problema da homogeneidade, a admissão de grandezas desse tipo suscita a questão da composição do contínuo. Há, certamente, um debate entre os comentadores acerca da influência de Barrow no trabalho de Newton. Independentemente disso, pode-se assumir, seguramente, que esses dois autores compartilharam o que se chama de representação cinemática das grandezas geométricas. Barrow compromete-se com o caráter indivisível do infinitamente pequeno e, por isso mesmo, depara-se com o problema de explicar a composição do contínuo por indivisíveis[12]. Resumidamente, trata-se de saber de

[12] Não há, de fato, nenhuma evidência de que Newton, em seus primeiros manuscritos, tenha feito a mesma opção de Barrow pelo caráter indivisível do infinitamente pequeno.

que modo a composição de "grandezas" menores que qualquer grandeza dada pode formar uma grandeza geométrica contínua como, por exemplo, uma linha. Tal questão desemboca em importantes problemas que rodeavam a matemática da época. Basta lembrar do paradoxo de Zenão e de suas diversas variações.

Segundo Barrow, a representação cinemática é um recurso capaz de contornar esses problemas ao introduzir na geometria a dimensão do tempo. O tempo de que se trata aqui é um tempo geométrico, um recurso da mente que confere um caráter fluente às entidades geométricas. Assim, a linha deixa de ser considerada como um agregado dos seus pontos para ser tratada como um rastro, ou traçado, de um ponto que se desloca no espaço. Do mesmo modo, o plano é o resultado do movimento da linha e o sólido, do movimento do plano. Esse recurso, no entanto, não está livre de dificuldades. Segundo uma concepção clássica, razões são relações abstratas e quantidades são necessariamente coisas concretas. Portanto, razões não podem ser quantidades. Tal concepção é inteiramente assumida por Barrow. Põe-se, então, o problema de determinar a quantidade da velocidade. Ela é uma relação entre o tempo, considerado como uma noção apenas imaginável, e o espaço, tangível aos sentidos.

Newton esquiva-se desse problema assumindo que a expressão da curva pela equação faz com que as razões entre as quantidades estejam realmente implicadas na curva. Além disso, ele não considera o tempo apenas como um recurso para a geração de figuras. Ao contrário, ele assume o tempo e o espaço eles mesmos. Mostra-se, então, que o esquema cinemático de Barrow é assumido por Newton de uma maneira muito mais literal. Newton fornece a esse esquema uma re-interpretação ontológica. Se, para Barrow, o movimento é um método abstrato responsável pela geração de figuras na geometria, para Newton essa é a maneira real como as quantidades são geradas. Num tratado, *De quadratura curvarum*, escrito alguns anos mais tarde (1693; publicado integralmente apenas em 1704), Newton exprime de maneira clara suas divergências com o enfoque de Barrow:

> "Eu não considero quantidades matemáticas como constituídas de indivisíveis, seja de qualquer maneira, partes possíveis ou partes infinitamente pequenas, mas como descritas por um movimento contínuo. Linhas são descritas, e por descrição são geradas, não por uma justaposição de partes, mas pelo movimento contínuo dos pontos, planos pelo movimento de linhas, sólidos pelo movimento de planos, ângulos pela rotação dos seus lados, tempo por um fluxo contínuo, e assim por diante. Essa geração é fundamentada na Natureza, e todo dia decretada nos movimentos dos corpos, e exibida diante dos nossos olhos." (Newton. MP. 1967-1981. V.1, p. 106-107).

Assumindo a geração das figuras no tempo fluente, Newton pode abrir mão da noção de uma tal grandeza infinitamente pequena, indivisível ou não, em proveito do conceito de limite. Ao invés de considerar uma porção infinitamente pequena da figura, tomam-se as razões entre as quantidades nascentes ou evanescentes no tempo que flui continuamente. A seção I do Livro I dos *Principia* trata justamente do método das primeiras e últimas razões de quantidades. A fim de ilustrar esse método, sem recorrer a uma série exaustiva de demonstrações, basta considerar o primeiro lema dessa seção. O enunciado do Lema I é o seguinte: “As quantidades e as razões de quantidades, que em qualquer tempo finito convergem continuamente para a igualdade, e antes do fim daquele tempo aproximam-se mais uma da outra do que por qualquer diferença dada, tornam-se finalmente iguais.” (Newton. *Principia.* 1999 p.433) Pode-se entender a expressão “antes do fim daquele tempo” como a última parcela infinitamente pequena desse intervalo de tempo finito que está sendo considerado. Considerar que o espaço possui uma tal grandeza infinitamente pequena gera, como mostrado acima, problemas relacionados ao contínuo. Porém, o tempo, embora também seja contínuo, permite que se considere uma parcela infinitamente pequena sua, em virtude do seu caráter fluente. É ao tempo, e não ao espaço, portanto, que se confere a tarefa de exprimir as quantidades infinitesimais.

3.2 O retorno ao método sintético dos antigos e a solução de Newton para o problema de Pappus

3.2.1 Considerações preliminares

Entre 1670 e 1671, após completar o *De Methodis* (1670-71), Newton escreveu um adendo apresentando uma “abordagem mais natural” aos mesmos problemas desenvolvidos no corpo do texto. Tal abordagem era baseada em demonstrações a partir de axiomas, um procedimento característico do método sintético. Embora as críticas ao uso do infinitamente pequeno e a outros elementos da análise sejam encontradas em textos anteriores a este, o apêndice que será reformulado em 1680 dando origem à *Geometria Curvilinea* é aceito pela maior parte dos comentadores como um marco na transição do método analítico para o sintético. Pode-se dizer que esse apêndice é resultado do crescente interesse de Newton pelos escritos geométricos dos geômetras antigos, que acompanhou as – também crescentes – críticas ao simbolismo abstrato dos modernos. Nos anos 70, Newton dedicou-se ao estudo das *Coleções* de Pappus e à reconstituição feita por Fermat do *Plane Loci* de Apollonius. Desses estudos, resultaram dois manuscritos dedicados à "restauração do *locus solido* dos antigos" (*veterum loca solida restituta*), que são precedidos das seguintes palavras a título de um discurso preliminar:

> "Com relação ao seu tratamento desse problema [de Pappus], Descartes promoveu um grande espetáculo como se ele tivesse alcançado algo que no passado fora tenazmente buscado pelos antigos e em cujo benefício Apollonius escrevera seus livros sobre as cônicas. Com todo respeito a um tão grande homem, não acredito que este tópico tenha restado como um mistério para os antigos. Pois Pappus nos fala de um método para traçar uma elipse através de cinco pontos dados e o raciocínio seria idêntico no caso das outras cônicas. E se os antigos sabiam como traçar uma cônica através de cinco pontos dados, como é que alguém pode não enxergar que eles descobriram a composição do *locus* sólido?" (Newton. MP. 1967-1981. V.4, p. 275)

A escolha do problema de Pappus para pôr em evidência o conteúdo da crítica a Descartes deve-se ao fato de que, como está exposto no capítulo anterior, o próprio Descartes elegeu esse problema para mostrar a superioridade do seu método com relação ao método dos antigos. A retomada dos antigos proposta por Newton, tem, justamente por isso, o problema de Pappus como um dos pontos de partida. A passagem acima deixa clara a defesa do método dos antigos no sentido de que não lhes teria faltado aparato matemático para resolver o problema. Ou seja, pode-se, perfeitamente, encontrar a solução para os demais números de linhas e para as demais cônicas, sem precisar abrir mão, no entanto, do método que eles utilizavam. É exatamente isso que Newton se propõe a fazer nos manuscritos supra citados e, posteriormente, nos *Principia*.

3.2.2 Veterum Loca Solida Restituta: os primeiros estudos newtonianos da solução dos antigos para o problema de Pappus

O propósito fundamental do *Veterum Loca Solida Restituta* é contestar a tese cartesiana de que o método dos antigos não foi capaz de fornecer uma solução satisfatória para o problema do *locus* sólido para três e quatro linhas. Para tanto, Newton se propõe a reconstruir a solução dos antigos para a construção da cônica através de três e cinco pontos dados argumentando que, se os antigos obtiveram tal êxito, não há porque duvidar de que seu método fosse capaz de resolver com o mesmo sucesso o problema de Pappus em sua formulação mais completa. Tratarei aqui da construção da cônica a partir de três pontos dados, supondo que seja suficiente para ilustrar o alcance da mudança metodológica considerada.

A passagem a seguir deixa evidente o componente anti-cartesiano da virada metodológica de Newton para a síntese:

> "Para ser exato, o método deles [dos antigos] é consideravelmente mais elegante que o método cartesiano. Pois, por esse ultimo, obtém-se o resultado por um cálculo algébrico que, quando transposto em palavras (seguindo a prática dos antigos em seus escritos) é tão tedioso e complicado a ponto de provocar náusea, além de não ser inteligível. Os antigos, ao contrário, realizaram o mesmo por meio de algumas proposições simples, julgando que qualquer coisa escrita num estilo diferente não mereceria ser lida e, por conseguinte, ocultando a análise pela qual obtiveram suas construções. Para mostrar que esse tópico não representava nenhum mistério para eles, tentarei restaurar suas descobertas seguindo os passos do problema de Pappus". (Newton. MP. 1967-1981. V.4, p. 277)[13]

Afirmar que o método cartesiano peca por falta de elegância pode não parecer, ainda, uma crítica forte o suficiente para descartá-lo – até porque essa crítica é feita do ponto de vista do próprio método dos antigos, dependendo de que o método de Descartes seja "transposto em palavras (seguindo a prática dos antigos em seus escritos)". O ponto mais grave da crítica é, no entanto, a acusação de ininteligibilidade. Não há como afirmar, de forma precisa, o que Newton quer dizer exatamente com o termo 'inteligível'. Minha leitura é a de que ele aponta para a falta de correspondente geométrico de alguns dos elementos mais importantes desse método, que, como já foi dito, é a ausência de um correlato ontológico para os termos das equações e sua potencial extensão às grandezas de

13 *Researches into the 'solid locus'* reúne um conjunto de textos, escritos no final da década de 1670. São pesquisas acerca do tratamento dos antigos para problemas referentes às cônicas. Os dois manuscritos considerados aqui fazem parte desse conjunto.

ordem infinitesimais. Entretanto, as razões que Newton aponta para preferir o método dos antigos são outras. Em primeiro lugar, ele é mais simples. Em segundo lugar, ele dá conta dos mesmos problemas que Descartes pretende ter resolvido; porém, sendo mais simples, o faz de modo mais elegante.

Em resposta à acusação de Descartes de que os antigos teriam privado a posteridade de sua análise, ou seja, do processo pelo qual obtiveram seus resultados, Newton sustenta que os antigos julgaram que nada que estivesse escrito num estilo diferente da síntese mereceria ser lido e, por isso, ocultaram a análise. Essa tese não é uma novidade newtoniana. Ao contrário; segundo Whiteside, era uma tese amplamente popular nesse período que "... os antigos teriam vestido suas deduções matemáticas no traje sintético das proporções seguindo um ideal lógico que ditava que a primeira análise pela qual elas foram originalmente derivadas deveria ser ocultada." (Newton. MP. 1967-1981. V.4, p. 223) Vê-se, neste ponto, um apelo à autoridade dos antigos. Sustentada por essa autoridade, está consolidada, então, a opção pela síntese, pelo método dos antigos, em substituição à análise dos modernos e seus "cálculos algébricos".

Finalmente, após reconhecer que os antigos ocultaram o processo de descoberta que envolveu a solução dos problemas, Newton se propõe a reconstruir seus passos sem, no entanto, recorrer a qualquer procedimento analítico. O que ele faz, ao invés disso, é uma reconstrução do modo como os antigos teriam resolvido o problema do *locus* sólido para três e cinco pontos dados. Tal reconstrução é, obviamente, geométrica e inteiramente pautada por um procedimento sintético.

Para cumprir essa tarefa de "seguir os passos do problema de Pappus", Newton propõe dois problemas: (i) descrever uma cônica através de três pontos dados A, B e C e um centro dado O; (ii) descrever uma cônica através de cinco pontos dados A, B, C, D e E. Basta apresentar o desenvolvimento do primeiro deles para pôr em evidência que a tentativa de reconstruir a solução dos antigos para o problema de Pappus está inteiramente baseada nas seções cônicas.

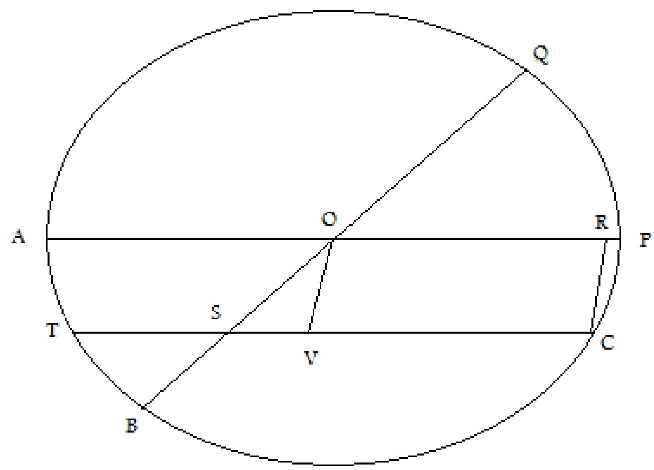

Figura 3.1

O enunciado do problema é exatamente o que está apresentado acima: "descrever uma cônica através de três pontos dados *A*, *B* e *C* e um centro dado *O*". O primeiro passo é traçar linhas retas partindo de *A* e *B* em direção ao centro; essas linhas são chamadas *AO* e *BO*, respectivamente. Em seguida, deve-se estender *AO* até *P* tal que *OP*=*AO*. Desse modo, *A* e *P* pertencem à curva e estão alinhados, são as extremidades de uma mesma linha. A partir de *C*, traça-se *CS* paralela a *AO* e cortando *OB* em *S*. Considerando-se um ponto T na curva e pertencendo ao prolongamento da linha SC, tem-se a seguinte relação:

$$ST : \frac{SB.SQ}{SC} :: AO^2 : BO^2 .$$

Sabe-se que $AO^2 = BO^2$, portanto, pode-se dizer que $ST = \frac{SB.SQ}{SC}$. O ponto Q é um ponto que está situado na curva, onde ela é tocada pela reta *BO*; ou seja, é o ponto oposto a *R*, na reta, com relação a *O*. Por uma simples manipulação algébrica: $ST.SC = SB.SQ$ que é um teorema da definição geral de cônicas, assumido por Apolônio. Em linhas gerais, *S* é o ponto de intersecção das retas *TC* e *BQ*, sendo que *T*, *C*, *B* e *Q* pertencem à curva. A multiplicação dos dois segmentos (*ST* e *SC*) da reta *TC* cortada por *S* é igual à multiplicação dos dois segmentos (*SB* e *SQ*) da reta *SQ* que intercepta *TC* em *S*.

Biseccionando-se *TC* em *V*, encontra-se a reta *VO*. Paralela a esta reta, traça-se *CR* cortando *AO* em *R*. Tem-se que *AP* é o diâmetro e *CR* será, então, sua ordenada. O *lactus* *rectum* estará para o diâmetro AP como CR^2 está para $AR.PR$, por definição. Chega-se, então, a um critério para classificar a curva considerada no problema: se R estiver entre A e P, a curva será uma elipse. Caso contrário, será uma hipérbole. A parábola não tem um centro cuja posição possa ser determinada por um segmento finito. Ela será construída no problema seguinte, por meio de quatro pontos dados. O *locus*, então, é determinado através das relações que se estabelecem entre os elementos considerados, ou seja, através das propriedades geométricas das cônicas.

O segundo problema proposto, a saber, o de descrever uma cônica através de cinco pontos dados, é resolvido de maneira bastante semelhante. O problema anterior fornecia três pontos e o centro da cônica. Esse, já que fornece apenas os pontos (que agora são cinco), tem com primeiro passo de sua solução encontrar o centro. A partir daí, a solução prossegue tratando de estabelecer as relações entre os elementos da curva, obedecendo às propriedades fundamentais das cônicas para determinar o *locus* a que pertencem os pontos dados.

No parágrafo que encerra essa seção, Newton afirma que esse parece ser o método mais natural para resolver o problema. Isso, não apenas por que é mais simples, mas, ele prossegue:

> "...já que a primeira parte do problema [de Pappus] (na forma proposta pelo próprio Descartes) é encontrar algum ponto, tendo uma dada condição, e em seguida, já que existe uma infinidade de pontos nesta classe, determinar o *locus* onde eles se encontram. O que pode ser mais natural do que reduzir as dificuldades dessa última parte àquela, de forma a determinar o *locus* de vários pontos após tê-los encontrado? Conseqüentemente, já que os antigos desenvolveram um procedimento para construir uma cônica através de cinco pontos dados, ninguém deveria duvidar de que eles construíram o *locus* sólido por esse meio." (Newton. MP. 1967-1981. V. 4, p. 283)

Essa passagem expõe de modo conciso a diferença entre o método que Descartes utiliza para resolver o problema e o método que Newton pretende ter reconstruído a partir dos antigos. Esse último consiste em reduzir as dificuldades da segunda parte do problema (determinar o *locus* onde se encontra a infinidade de pontos que cumpre as condições iniciais) à primeira parte (encontrar um dos pontos). Isso significa que o método consiste em encontrar vários pontos que cumprem as condições do enunciado e, em seguida, estabelecer a que curva eles pertencem. Por esse método, os antigos teriam chegado a um procedimento para construir uma cônica, dados cinco pontos e, justamente por isso, não haveria motivos para duvidar de que seu método fosse suficiente para resolver o problema em sua totalidade.

Tendo apresentado o que considera uma reconstrução do modo como os antigos chegaram à composição do *locus* sólido, Newton passa a desenvolver, no texto seguinte, sua própria solução para o problema de Pappus, pautando-se pelo método dos antigos.[14] Do ponto de vista dos avanços matemáticos que a análise dos modernos significou para os trabalhos iniciais de Newton, esse retorno ao método dos antigos representa uma renúncia a um dos expedientes mais significativos de tais avanços: a possibilidade das curvas serem expressas por equações, nas quais estão implícitas as razões entre as quantidades associadas à curva. Ao abrir mão desse expediente matemático capaz de contemplar toda a infinidade de pontos da curva através da mesma equação em benefício de um procedimento que necessita considerar individualmente alguns dos pontos da curva e, por composição, determinar seu *locus*, Newton está abrindo mão de algo que ele próprio considerou um grande avanço em seus primeiros escritos matemáticos. Essa prática, portanto, reafirma a gravidade da crítica dirigida ao método analítico, na medida em que a falta de correspondência geométrica de certos elementos utilizados na equação é, para Newton, razão suficiente para renunciar ao que antes era contado como um grande avanço matemático.

3.3.3 A solução newtoniana para o problema de Pappus apresentada nos "Principia"

As seções IV e V do Livro I dos *Principia* são inteiramente dedicadas à geometria das cônicas. Cohen, em um capítulo introdutório ao texto[15], afirma que essas suas seções constituíam um tratado à parte bem anterior aos *Principia*, e que foram incorporados ao texto por servirem de fundamento para questões relativas à órbita dos corpos celestes. Os manuscritos que formam o conjunto intitulado *Researches into the 'solid locus'*, citados

[14] *Solutio Problematis Veterum Loco Solido* trata, mais especificamente, da solução de Newton para o problema de Pappus. Pode-se dizer que essa é uma primeira formulação do que constituiria mais tarde as seções IV e V do Livro I dos *Principia*.

[15] Comentário introdutório ao texto dos *Principia*, na edição de 1999, p.136-137.

acima, são uma primeira formulação, mas não a única da apresentação newtoniana do problema de Pappus que acabou por constituir as seções IV e V do Livro I dos *Principia*.

Por ser uma obra da maturidade de Newton, vemos nesse texto já consolidada a opção pelo método dos geômetras antigos em oposição ao método dos modernos. Pode-se dizer que o Lema XIX concentra propriamente os passos da solução do problema de Pappus tomado precisamente com a mesma formulação de Descartes na *Geometria*.

Primeiramente, consideremos o enunciado do Lema XIX:

> "Encontrar um ponto P tal que se quatro linhas PQ, PR, PS e PT são traçadas a partir dele em ângulos dados, para quatro outras linhas AB, CD, AC e BD dadas em posição, e traçadas a partir do ponto P, até encontrar as quatro outras linhas, o retângulo PQ.PR sob duas das linhas traçadas terá uma dada razão para o retângulo PS.PT sob as outras duas." (Newton. *Principia.* 1999 p.483)

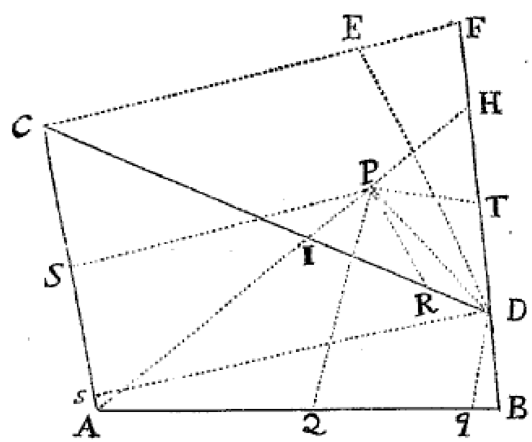

Figura 3. 2

Vale destacar que a escolha da letra P, para designar o ponto que se quer encontrar, não é por acaso. Newton está tratando, aqui, da órbita de um planeta: o ponto P. Logo no enunciado notam-se as semelhanças com a apresentação cartesiana do problema de Pappus. A partir desse ponto P, são traçadas quatro linhas que formam, entre si, ângulos conhecidos. Estas encontram outras quatro linhas, formando ângulos que também são dados. São elas AB, CD, AC e BD. O retângulo PQ.PR, ou seja, a multiplicação ou combinação entre as linhas PQ e PR, deve manter uma dada razão para o retângulo PS.PT. Nota-se que cada retângulo está sob duas linhas quaisquer daquelas quatro linhas dadas, cujos extremos são o ponto P e uma outra linha também dada. Neste caso vemos, na figura, que PS encontra CA, PQ encontra AB, PR encontra CD e PT encontra BD, ou melhor, seu prolongamento.

As semelhanças com Descartes restringem-se ao enunciado. Ao invés de, como Descartes, supor o problema como já solucionado e fornecer o meio pelo qual se chega a tal solução, Newton inicia por uma construção geométrica. Considerando os pontos A, B, C e D, supõe-se que neles são dadas em posição as retas AB e CD para as quais são traçadas as retas PQ e PR, que compõe um dos retângulos ou multiplicações. Partindo de um dos pontos, no caso A, é traçada uma linha que passará pelo ponto P e cortará o prolongamento de BD em H e a linha CD em I. Essa linha funcionará como uma ordenada que dará a posição do ponto P.

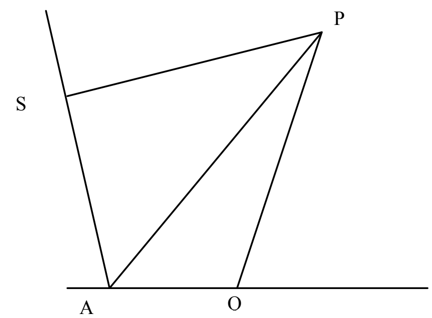

Figura 3.3

Já que as linhas todas são dadas em posição, pode-se afirmar que todos os ângulos são conhecidos. Assim, os pontos A, P e Q formam um triângulo e os pontos A, P e S formam outro triângulo que compartilha com o primeiro o lado AP. Sendo assim, PQ e PA possuem uma certa razão e ela é conhecida, pois são os lados de um mesmo triângulo cujos ângulos são dados. O mesmo ocorre entre PA e PS. Ora, se é conhecida a razão entre PQ e PA e também a razão entre PA e PS, é sabida, conseqüentemente, a razão entre PQ e PS. O enunciado garante que os retângulos PQ.PR e PS.PT mantém entre si uma dada razão. Se, como dito acima, é dada a razão entre PQ e PS, então também é dada a razão entre PR e PT. Ou, nas palavras de Newton, “tomando essa razão (entre PQ e PS) como um divisor para a razão dada de PQ.PR para PS.PT, obtemos a razão de PR para PT”. (Newton. *Principia.* 1999 p.484)

Considerando os pontos IPR e HTP, sabe-se que formam respectivamente dois triângulos cujos ângulos são dados. Então, do mesmo modo que acima, pode-se inferir que PI e PR têm uma razão

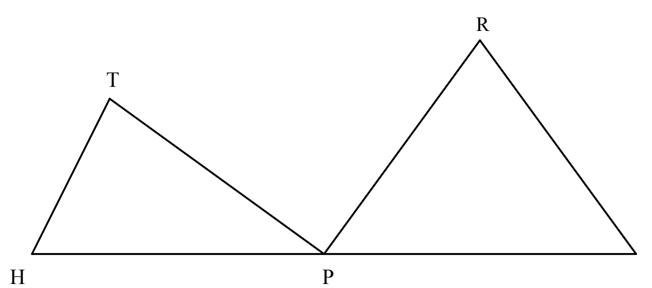

Figura 3. 4

dada como lados do mesmo triângulo; PT e PH da mesma forma. Se PI é proporcional a PR e PT a PH, então PI é proporcional a PH e essa razão é conhecida, já que todos os ângulos são dados. Como dito no início do desenvolvimento, I, P e H são pontos situados na mesma linha: aquela que serviria de ordenada para se localizar o ponto P. Sendo conhecidas as razões entre as linhas PI e PH, é conhecido o ponto P que se pretendia encontrar. Com isso se chega à solução que se pedia no enunciado. No entanto, para se resolver o problema de Pappus na formulação dos antigos ou do próprio Descartes, é preciso identificar (ou fornecer um método para isso) o *locus*, ou seja, o lugar geométrico do ponto P, o que será apresentado nos Corolários.

O Corolário I garante que se pode traçar uma tangente em qualquer um dos pontos do *locus* onde se localizam todos os pontos P possíveis. Para isso, Newton utiliza-se o método das primeiras e últimas razões. Toma-se, por exemplo, o ponto D. Quando AH é conduzida para o ponto D, de modo que os pontos P e D reúnam-se, a corda PD torna-se uma tangente. O Lema VII serve de fundamento para tal afirmação: “O mesmo sendo suposto (que os dois pontos em questão reúnam-se), afirmo que a razão final do arco, da corda e da tangente, qualquer um para qualquer outro, é a razão última de igualdade.”

Na situação em que os pontos reúnem-se, as linhas evanescentes IP e PH ainda mantêm a mesma razão obtida acima antes de anularem-se completamente. Supondo-se uma linha AD, traça-se uma outra paralela a esta partindo do ponto C e tocando o prolongamento de BD em F. Essa linha é cortada em E na mesma razão última entre IP e PH, como se fosse um prolongamento de DP quando as linhas IP e PH são evanescentes. Assim, DE será a tangente, já que a evanescente IH é paralela a CF semelhantemente cortadas em E e P. Pode-se encontrar, então, a tangente em qualquer ponto do lugar geométrico.

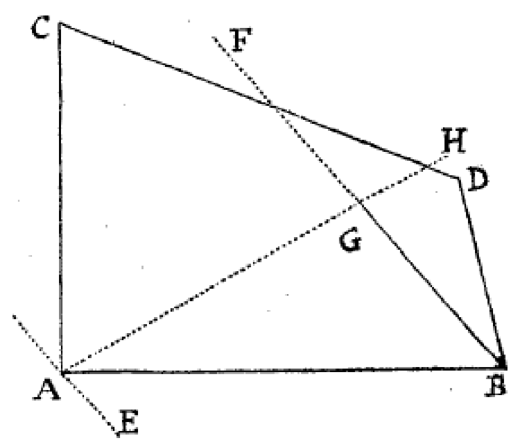

Figura 3. 5

Por fim, o Corolário II completa a solução do problema de Pappus, na medida em que permite identificar qual o lugar geométrico de todos os pontos P. A partir daqui, Newton passa a usar apenas a geometria das seções cônicas para expor o modo pelo qual se pode determinar o *locus* em cada caso. Partindo de qualquer um dos pontos (A, B, C, D), por exemplo A, é traçada a tangente AE. Paralelamente a ela, traça-se BF supondo que F toca o *locus*. Encontra-se, então, F por este mesmo lema, do modo como foi encontrado P. Bisseccionando BF em G, traça-se a linha AG que será a posição do diâmetro. BG e FG são ordenadas desse diâmetro por determinarem sua posição através da razão que mantém entre si. Fazendo AG tocar o *locus* em H, encontra-se o diâmetro, ou *latus transversus* AH. Conhecidos esses dois elementos básicos das cônicas, a tangente e o diâmetro, pode-se determinar o *locus* através das relações geométricas.

O diâmetro, ou *latus transversus*, guarda com o *latus rectum* a mesma razão que há entre AG.GH e BG^2. Se AG não encontrar o *locus*, sendo, portanto, infinita, o *locus* será uma parábola. Nesse caso, seu *latus rectum* correspondente ao diâmetro AG será $\frac{BG^2}{AG}$.

Se AG encontra o *locus* em algum lugar, ele pode ser uma hipérbole, uma elipse ou um círculo. Será uma hipérbole se o ponto H estiver localizado entre o ponto A e o ponto G. Uma elipse, se o ponto G estiver entre os pontos A e H. Porém, se AGB formar um ângulo reto e, simultaneamente, BG^2 for igual a GA.GH, então o *locus* será um círculo.

O parágrafo final do texto deixa claro seu propósito:

> "E, desta maneira, está apresentado neste corolário, não um cálculo analítico, mas uma síntese geométrica, como requerido pelos antigos, daquele clássico problema de quatro linhas, que foi iniciado por Euclides e desenvolvido por Apollonius." (Newton. *Principia.* 1999 p.485)

3.3 Conclusão

Descartes submeteu o problema de Pappus a uma habilidosa, como até mesmo Newton reconhece, exploração analítica, introduzindo um par de coordenadas obliquas (x e y) a fim de traduzir em uma equação as condições que definem o *locus* e tomando um certo ponto como origem da curva. Esse que significou um significativo recurso matemático do qual Newton serviu-se amplamente em seu primeiros escritos, tornou-se, entretanto, alvo de severas críticas que culminaram com uma virada radical do ponto de vista metodológico por parte de Newton, a partir dos anos de 1670. Os principais elementos dessa virada podem fornecer esclarecimentos relevantes no que diz respeito aos fundamentos do pensamento newtoniano tomado em sua maturidade.

Considerando as duas soluções apresentadas para o problema de Pappus, pode-se identificar um núcleo comum e, além dele, as alterações substanciais que ocorreram na transição da análise cartesiana para a síntese newtoniana. Descartes e Newton parecem concordar que a resolução de problemas na geometria comporta duas etapas: uma analítica e outra sintética. Descartes fundamenta na etapa analítica toda a estrutura do seu método, restando à etapa sintética o caráter de simples demonstração complementar. Newton, por sua vez, confere à etapa analítica a característica de uma etapa preliminar de descoberta que deve ser ocultada a exemplo do que fizeram os antigos; e à etapa sintética, a responsabilidade de, sozinha, apresentar a solução do problema. Essa distinção entre eles se torna evidente nos respectivos desenvolvimentos do problema de Pappus. Descartes procede uma exploração analítica do problema, a fim de reduzir sua complexidade a uma equação e, só então, passa para uma etapa sintética que tem como finalidade construir a curva-solução do problema, através dos elementos característicos evidenciados pela equação. Newton, por outro lado, despreza a etapa analítica cartesiana, partindo diretamente para a construção. Entretanto, já que ele abriu mão da etapa analítica, não utiliza a equação nesse processo de construção, mas, recorre à identificação de vários pontos que, através da construção geométrica, fornecem a curva procurada. A consolidação dessas diferenças tem a crítica como seu ponto de partida.

Procurei sustentar que o ponto central da crítica de Newton ao simbolismo analítico repousa sobre a falta de um correspondente geométrico para alguns dos elementos utilizados nas equações. Aliado a isso, as grandezas infinitesimais suscitam problemas não apenas dessa ordem, mas também aquelas dificuldades relativas à composição do contínuo. Embora Newton não trate propriamente de critérios ontológicos para os referentes matemáticos, a renúncia aos recursos matemáticos logrados pela análise em virtude da falta de correspondente geométrico dos seus elementos denuncia um radical comprometimento com o realismo matemático. O modo como Newton contorna o problema da composição do contínuo aponta na mesma direção. A partir da re-interpretação ontológica do modelo cinemático de Barrow, o tempo e o espaço geométricos se revestiram do status do tempo e do espaço eles mesmos, ou seja, absolutos. Isso denota que um forte realismo matemático esteve permanentemente associado à re-orientação metodológica da pratica matemática de Newton.

4 O conceito de movimento como fundamento para a concepção do espaço absoluto

A influência que a matemática cartesiana exerce sobre os primeiros estudos de Newton repete-se no que diz respeito à mecânica. Em um primeiro exame, inúmeras são as semelhanças entre esses dois autores, no que se refere aos seus sistemas de explicação mecânica do mundo, a exemplo do que ocorre na matemática. Manuscritos redigidos pelo jovem Newton atestam que ele não apenas foi leitor de Descartes, como também se utilizou, nessa época, de modelos cartesianos para investigar explicações dos movimentos locais. Entretanto, havia razões metafísicas e teológicas para que Newton discordasse dos princípios metafísicos cartesianos; estes, teriam, segundo o que se difundia na época da juventude de Newton, implicações nefastas no tocante à religião. O dualismo metafísico cartesiano negaria a possibilidade de interações reais entre as substâncias imateriais e as extensas (materiais), impedindo, em tese, a possibilidade de intervenção divina no mundo material.

Porém, em 1670, no manuscrito convencionalmente chamado de "*De Gravitatione*", Newton afirma que "o ensinamento (de Descartes, no que diz respeito a definições cruciais, como lugar e movimento) é confuso e contrário à razão". É tecida, então, uma crítica ao *sistema mundi* cartesiano, que evidencia dificuldades insuperáveis, do ponto de vista da mecânica. O propósito principal desse capítulo é o de investigar em que medida a crítica dirigida por Newton ao "ensinamento" de Descartes, sob o ponto de vista da mecânica, fornece fundamentos ao próprio *sistema mundi* newtoniano, sem contemplar, no entanto, as implicações teológicas dessa crítica. Pode-se dizer que o principal desses fundamentos é o conceito de espaço absoluto. Se, do ponto de vista dos estudos matemáticos, a interpretação literal do esquema cinemático de Barrow sugere a necessidade de se considerar o tempo e o espaço como absolutos; do ponto de vista da mecânica a crítica à noção cartesiana de movimento tem como uma de suas conseqüências, talvez a principal delas, que o espaço seja concebido, no interior do sistema mecânico newtoniano, como espaço absoluto.

A fim de levar a termo o propósito estabelecido acima, exponho, primeiramente, os conceitos fundamentais da explicação cartesiana da Natureza: a extensão e o movimento, considerando o texto dos *Princípios da Filosofia* (1644)[16], mais precisamente o livro II. Na segunda seção, trato da crítica newtoniana a essa explicação e dos fundamentos que se erguem a partir dela. Serão, então, fundamentais os seguintes textos: *De Gravitatione et Aequipondio Fluidorum* (1670) e *Princípios Matemáticos da Filosofia Natural* (1687-1726).

4.1 A concepção cartesiana de movimento

O *sistema mundi* cartesiano está, em última análise, assentado sobre um princípio metafísico: o dualismo, ou seja, a distinção substancial entre corpo e alma. Pode-se considerar que o dualismo tem como conseqüência direta um outro princípio cartesiano fundamental: a identificação cartesiana entre espaço e matéria. A questão a ser considerada aqui é a de saber qual a concepção de movimento que é gerada por essa identificação; visto que será – justamente a concepção de movimento – um dos principais alvos da crítica newtoniana à filosofia de Descartes. Em outros termos, trata-se de investigar qual o estatuto do movimento no sistema cartesiano de mundo, já que ele não é um atributo essencial da matéria, mas tampouco pode ser posto no mesmo nível daquelas qualidades transitórias e disposicionais. Diretamente ligada a essa questão principal está a questão de saber em que sentido Descartes estabelece que o movimento é um modo do corpo, sendo que se entende como modo aquilo que pertence ao corpo, e o movimento, segundo a doutrina cartesiana, é intrinsecamente relacional, na medida em que sua definição envolve, além do próprio corpo, sua vizinhança contígua. Como outro desdobramento da questão, pode-se considerar a surpreendente opção terminológica, de identificar os princípios mecânicos do movimento com as Leis da Natureza; opção que deve se justificar, em grande medida, pelo estatuto especial que o movimento assume no mundo físico cartesiano. A fim de fornecer as bases

[16] A partir daqui, citarei os *Princípios da Filosofia* através de uma abreviação. Por exemplo, onde se encontra Pr II, 31; leia-se *Princípios da Filosofia*, Livro II, Artigo 31.

para a discussão de tais questões, iniciamos tratando do dualismo entre a alma e o corpo e a conseqüente identidade entre a matéria e a extensão.

4.1.1 O Dualismo metafísico e a identidade entre matéria e extensão

No percurso das *Meditações*, Descartes fundamenta o dualismo da seguinte forma: quando concebo clara e distintamente uma coisa, essa coisa pode ser produzida por Deus tal como foi concebida por mim. Então, se eu posso conceber clara e distintamente uma coisa sem outra, posso ter a certeza de que, do mesmo modo, elas foram produzidas por Deus; ou seja, uma distinta da outra. Ora, ao ter a certeza de que existo, tenho também a clareza de que "minha essência consiste apenas em que sou uma coisa que pensa" (Descartes, 1999: 320), pois não percebo que minha natureza necessite de qualquer outra coisa para que eu exista. Posteriormente, ao alcançar a certeza de que estou ligado a um corpo, "tenho uma idéia distinta do corpo, na medida em que é somente algo com extensão e que não pensa" (idem). Da mesma forma, tenho uma idéia clara e distinta de que a minha alma é "apenas uma coisa pensante e sem extensão" (idem). Evidencia-se, então, uma distinção completa entre o corpo e a alma, que pode existir sem ele. Tal distinção estende-se a tudo o que, como o corpo, for substância material e, da mesma forma, a tudo aquilo que, como a alma, for imaterial (caso de Deus, por exemplo).

Ao alcançar a certeza do *Cogito*, Descartes pode afirmar com segurança que a natureza da alma é a de ser uma coisa pensante; entretanto, o que lhe serviria de suporte para a afirmação de que a natureza do corpo (e de toda a matéria) é a de ser uma coisa extensa ? Com o propósito de fundamentar a afirmação de que a matéria é, essencialmente, extensão, Descartes toma como ponto de partida a concepção de que não é possível apreender a natureza das coisas através dos sentidos. As percepções sensoriais fariam parte da relação entre o espírito e o corpo a ele ligado. Por isso mesmo, por fazerem parte de um composto de corpo e espírito, as percepções sensoriais não podem gerar um conhecimento que dê conta da natureza das coisas, um conhecimento que cabe, *ipso facto*, ao espírito como tal e somente a ele. Descartes estabelece claramente essa supremacia do espírito sobre os sentidos no seguinte trecho da *Sexta Meditação*:

> “Mas essa natureza me ensina realmente a fugir das coisas que causam em mim o sentimento da dor e a dirigir-me para aquelas que me transmitem algum sentimento de prazer; porém, não vejo que, além disso, ela me ensine que dessas diferentes percepções dos sentidos devêssemos concluir alguma coisa acerca das coisas que existem fora de nós, sem que o espírito as tenha analisado cuidadosamente. Pois é, ao espírito, e não ao composto de espírito e corpo, que cabe conhecer a verdade dessas coisas” (Descartes, 1999: 325).

Fica evidente que aos sentidos cabe o conhecimento prático destinado à conservação da vida, restando ao entendimento, e somente a ele, conhecer a natureza das coisas. “Depois dessa reflexão facilmente abandonamos todos os preconceitos fundados nos sentidos, e só nos serviremos do entendimento para examinar a (...) natureza...” (Pr II 3).

Ora, no que diz respeito às qualidades da matéria, não seriam a dureza, o peso, a cor e outras tantas, qualidades apreendidas pelos sentidos? Portanto, nenhuma dessas – ou quaisquer outras qualidades às quais temos acesso através dos sentidos – faz parte da natureza da matéria. “Sua natureza consiste apenas no fato de ser uma substância que tem extensão” (Pr II 4). Isso significa que é possível pensarmos um corpo desprovido de qualquer uma das demais qualidades, mas nunca desprovido de extensão. Desse modo, a extensão é reconhecida como atributo essencial da matéria.

Segundo Descartes, ao examinarmos a idéia que temos de corpo, consideramos que se trata de “uma substância extensa em comprimento, largura e altura” (Pr II, 11), coincidindo, então, com a idéia de espaço. Assim, é somente pelo pensamento que espaço e corpo se diferem, pois a extensão, que constitui o corpo, do mesmo modo constitui o espaço, ou seja, a natureza de ambos é a extensão. Corpo e espaço “só se diferem entre si como a natureza do gênero ou da espécie difere da natureza do indivíduo” (idem). Fica, portanto, estabelecida uma identidade entre a matéria e o espaço, visto que compartilham a extensão, como atributo essencial.

Entretanto, embora espaço e corpo não sejam distintos na medida em que possuem uma natureza comum e já que Descartes afirma que é somente pelo pensamento que eles se diferem, cabe-nos perguntar de que modo eles são distintos pelo pensamento e quais as conseqüências dessa distinção. O pensamento atribui ao corpo uma extensão particular; isso porque se considera que esse corpo pode ser transportado, ou seja, é uma extensão que pode mudar de lugar. Da mesma forma, o pensamento atribui ao espaço uma extensão que, segundo Descartes, é vaga: determinamos o espaço a partir de certos corpos que consideramos externos e imóveis. Ao mover um determinado corpo, não pensamos que transportamos também a extensão que ele ocupava, ao contrário, acreditamos que ela ainda está lá, pois sua posição não se alterou com relação aos tais corpos externos. Se aceitarmos isso, devemos aceitar também que a extensão que antes era ocupada pelo corpo (extensão particular), pode agora ser ocupada por outro corpo ou, até mesmo, pelo vazio. Porém, ainda segundo Descartes, essa é uma noção vulgar de espaço e leva ao engano e ao relativismo, justamente ao fixar corpos ditos externos e imóveis; pois, se para determinar a posição de um determinado corpo, recorremos à observação dos corpos que consideramos imóveis, podemos dizer que esse corpo muda e não muda de lugar ao mesmo tempo, na medida em que são muitos os corpos externos que podemos considerar imóveis.

> "Por exemplo, se vemos um homem sentado na popa de um barco que o vento leva para fora do porto e só fixarmos o barco, parecer-nos-á que este homem não muda de lugar, porque vemos que se mantém sempre na mesma posição relativamente às partes do barco; mas se fixarmos as terras vizinhas, parecer-nos-á que este homem muda continuamente de lugar porque se afasta de umas e aproxima-se de outras." (Pr II, 13).

Descartes vai retomar essa conseqüência ao apresentar a concepção vulgar de movimento.

4.2 A concepção cartesiana de movimento

Da identificação entre espaço e matéria segue-se uma impossibilidade de que um ocorra sem o outro. Então, se todo o espaço é matéria, não pode haver nele aquilo que se chama de vazio. Conseqüentemente, o movimento torna-se condição para a divisibilidade da matéria, na medida em que, para dividir duas partes quaisquer, é necessário separá-las. Além disso, a matéria é una; pois, ao se considerar qualquer porção de matéria – ou qualquer outro possível mundo material – será necessário admitir que em sua essência ela é puramente extensão, como tudo aquilo que é material, e por isso, porque toda matéria compartilha da mesma essência, não seria possível conceber nenhuma outra matéria. "Logo, só há uma matéria em todo o universo e só a conhecemos porque é extensa" (Pr II 23). Se for assim, a matéria, por essência, é homogênea; entretanto, ela se manifesta indiscutivelmente de forma heterogênea; o que somente é possível através do movimento, que gera divisibilidade: "todas as propriedades que nela (na matéria) apercebemos distintamente apenas se referem ao fato de poder ser dividida e movimentada segundo as suas partes e, por conseqüência, poder receber todas as afecções resultantes do movimento dessas partes" (Pr II 23). Ou seja, o movimento – e conseqüentemente a divisibilidade – é o mais direto responsável pela diversidade em que a matéria se encontra disposta.

Cabe, então, perguntar pelo estatuto do movimento no sistema de mundo cartesiano, visto que, se por um lado o único atributo essencial à matéria é a extensão, por outro, o movimento não pode ser posto no mesmo nível das demais qualidades da matéria, na medida em que todas elas resultam do próprio movimento. Portanto, a questão que aqui se impõe é a de saber se o movimento assumiria, para Descartes, um papel de mediação entre a extensão e as demais qualidades, sem ser, ele mesmo, uma delas. Poderíamos reformular a questão nos seguintes termos: se a natureza da matéria é, unicamente, a extensão, ela é essencialmente homogênea. Opondo-se a isto, ao menos aparentemente, o que os sentidos apreendem da matéria é a sua heterogeneidade, ou seja, os sentidos apreendem aquelas outras qualidades que não constituem a natureza dos corpos. Ora, se é o movimento que possibilita à matéria homogênea apresentar-se de maneiras diversificadas, podemos afirmar que ele tem um papel mediador entre o atributo que constitui a essência da matéria e a maneira como essa mesma matéria se apresenta aos sentidos, ou seja, aquelas qualidades disposicionais.

Essa mediação – entre a extensão e as demais qualidades – só é possível pelo status que o movimento ocupa no sistema cartesiano: "o movimento não é mais do que um modo na matéria que se move" (Pr II 36). Entretanto, o que significa dizer que o movimento não é uma qualidade, mas um modo da matéria? Ou, em outras palavras, como devemos entender a diferença entre modo e qualidade? Descartes apresenta duas acepções para o termo modo. Em sentido mais amplo, os modos são as qualidades e atributos; eles diferem da substância na medida em que dependem de outra coisa para existir, que é, via de regra, a própria substância. Esta última, ao contrário, depende apenas do concurso ordinário de Deus. Porém, num sentido estrito, o nome modo é usado particularmente quando se considera "que a substância se dispõe ou diversifica de outra maneira" (Pr I 56). Nesse sentido, o modo difere da qualidade e do atributo. Quando a substância é denominada em virtude de uma certa disposição, chama-se essa disposição de qualidade. Ainda, ela é chamada de atributo quando está presente na substância e é considerada apenas em sua relação de dependência com respeito a essa substância. Não seria apressado dizer que nenhum dos dois casos se aplica ao movimento, pois, embora Descartes não mencione explicitamente em qual dos dois sentidos entende o movimento como modo, as evidências nos permitem afirmar que se trata do segundo sentido: o mais estrito. Isso porque, na primeira acepção, o modo toma para si os significados de qualidade e de atributo. E, portanto, assumir que o movimento é um modo, no primeiro sentido, é comprometer-se com a exigência de que ele esteja propriamente na substância – como o atributo –, ou que denomine a substância – como a qualidade.[17] Entretanto, embora o movimento não pertença permanentemente à substância, nem a denomine (caso do atributo e da qualidade respectivamente); ele é um modo, e como tal, deve ser atribuído ao corpo que se considera em movimento.

A garantia dessa atribuição passa pela possibilidade de oferecer uma definição de movimento, uma tarefa que Descartes enfrenta na Segunda Parte dos *Princípios*. Ele identifica duas definições possíveis: aquela que define o movimento segundo o senso comum e a que define o movimento "verdadeiramente". Perguntamos, acima, quais seriam as conseqüências da distinção, feita pelo pensamento, entre matéria e espaço. A principal delas é a concepção vulgar de movimento. Segundo o senso comum, o movimento é a "ação pela qual um corpo passa de um local para outro" (Pr II 24). Já aí, Descartes pretende eliminar a multiplicidade de sentidos dada ao movimento pela tradição aristotélica, ao afirmar que não é "necessário supor outro (sentido para o movimento) na natureza" (idem). Porém, essa definição ainda deixa espaço para um certo relativismo na medida em que, assim como se pode afirmar que uma coisa muda e não muda de lugar ao mesmo tempo, se pode afirmar também que um corpo ao mesmo tempo está em movimento – com relação a um certo local – e não está em movimento – com relação a outro; tal como vimos acima no exemplo do homem sentado na popa de um barco.

É justamente para eliminar esse relativismo que Descartes se empenha em "saber o que é verdadeiramente o movimento", e conclui que "o movimento é a translação de uma parte da matéria ou de um corpo da proximidade daqueles que lhe são imediatamente

---

[17] Em especial, a primeira exigência não pode ser cumprida, pois o movimento adquire, na definição cartesiana, um caráter relacional; na medida em que, como veremos adiante, essa definição não considera apenas o corpo, ao qual se atribui movimento, mas também a sua vizinhança contígua.

contíguos” (Pr II 25). Dessa maneira, ele substitui a noção de corpo pela de “tudo aquilo que é transportado conjuntamente” (idem), e estabelece como único referencial aquela porção de matéria que circunda o corpo. Isso permite dizer que “só podemos atribuir ao mesmo móbil um único movimento pois só existe uma determinada quantidade de corpos que o podem tocar ao mesmo tempo” (Pr II 28). Porém, para que essa vizinhança contígua possa servir de referencial, é necessário fixá-la, atribuindo-lhe o estado de repouso. Isso significa dizer que a atribuição de movimento a um corpo ainda se faz mediante a sua relação com outros; de tal modo que, se porventura fixarmos o corpo ao qual antes atribuíamos movimento, teremos que atribuir movimento à sua vizinhança contígua, que anteriormente havíamos posto em repouso. Além disso, da substituição da noção de corpo pela de “tudo aquilo que é transportado conjuntamente”, decorre o fato de que um mesmo corpo pode participar de diversos movimentos distintos, na medida em que compõe várias partes de matéria:

> “Por exemplo, se um marinheiro ao passear no seu barco trouxer consigo um relógio, ainda que as rodas deste tenham um único movimento que lhes é próprio, é claro que fazem parte do movimento do marinheiro que passeia, uma vez que constituem um corpo que é conjuntamente transportado; também (...) participam do movimento do barco, (...) do [movimento] do mar, (...) e também do [movimento] da Terra.” (Pr II,31)

Desse modo, Descartes admite que, embora haja apenas um movimento que se pode atribuir verdadeiramente a determinado corpo, os inúmeros movimentos dos quais ele participa – como parte de outros corpos – , igualmente, pertencem a ele: “todos estes movimentos estão nas rodas deste relógio” (idem). Entretanto, somente podemos ter um conhecimento certo daquele movimento que é próprio de cada corpo, e portanto, bastará que este seja considerado.

Numa segunda linha de ataque à concepção vulgar, Descartes ressalta que o movimento é a própria translação e não a força que provoca essa translação; com isso, ele assegura que o movimento seja um modo (naquele sentido estrito de que já tratamos), pois a translação é atribuída ao corpo que é transladado e, de um mesmo corpo (ou porção de matéria), pode-se dizer seguramente se ele está ou não está em movimento. Desse modo, eliminando as explicações pautadas pelas suas causas, o movimento pode ser reduzido exclusivamente aos seus elementos mecânicos e matemáticos.

Por fim, tendo investigado o estatuto e a definição de movimento no *sistema mundi* cartesiano, passo ao problema de saber em que se sustenta a identificação entre os princípios mecânicos do movimento e as Leis da Natureza. Tal identificação mostra-se relevante na medida em que uma possível crítica à concepção de movimento não abalaria apenas o conceito propriamente, mas comprometeria todo o sistema; visto que, ao atingir os princípios do movimento, atinge as Leis da Natureza, ou seja, as leis que regem o sistema.

No parágrafo 36 do Livro II dos *Princípios*, Descartes apresenta duas causas para o movimento: a que ele chama de mais universal e a outra, particular. Quanto à primeira, trata-se obviamente de Deus que, ao criar a matéria, impôs a ela uma certa quantidade de movimento. Essa quantidade permanece inalterada se considerada no todo, mas pode variar quando se trata de porções particulares da matéria. Neste segundo caso, a causa particular do movimento de um corpo é a transmissão da mesma quantidade de movimento por um outro corpo ou porção de matéria. “Deus, tendo posto as partes da matéria em movimento de diversas maneiras, manteve-as sempre a todas da mesma maneira e com as mesmas leis que lhes atribuiu ao criá-las e conserva incessantemente nesta matéria uma quantidade igual de movimento” (Pr II 36).

Se, como já foi dito, toda a diversidade da matéria tem o movimento como princípio; as leis que regem o movimento devem reger a Natureza, que, nada mais é do que a diversidade em que a matéria se apresenta. Sendo Deus a causa primeira do movimento, as causas particulares dos diversos movimentos são, segundo Descartes, as Leis da Natureza, ou seja, a maneira como o movimento é transferido de uma porção de matéria para outra. O que autoriza Descartes a identificar as Leis da Natureza à maneira como se dá o movimento, é a regularidade garantida por Deus: “Como Deus não está sujeito a mudanças, agindo sempre da mesma maneira, podemos chegar ao conhecimento de certas regras a que chamo as Leis da Natureza, e que são as causas segundas, particulares, dos diversos movimentos que observamos em todos os corpos...” (Pr II, 37). Fica evidente, então, que o esclarecimento da identificação terminológica entre as Leis da Natureza e as leis do movimento, depende de uma delimitação precisa do estatuto que o movimento assume no sistema de mundo cartesiano.

Por fim, com a intenção de por em evidência o modo como estão concatenados os passos que servem de fundamento para a noção cartesiana de movimento, apresento uma breve retomada do que foi considerado até aqui. A concepção cartesiana do movimento apresentada acima está fundamentada, em última análise, no dualismo metafísico, posto que é a partir dele que Descartes pode sustentar as colunas principais de seu sistema de mundo: a extensão como atributo essencial e exclusivo da matéria (pois a alma é puro pensamento sem extensão) e a identidade entre espaço e extensão. Decorre daí, um mundo homogêneo e sem vazios em que o movimento exerce um papel mediador na medida em que gera, a partir da matéria extensa, todas as demais qualidades. E, por isso mesmo, e pela regularidade garantida por Deus, as leis do movimento são as leis que regem a Natureza, tendo em vista que ela é a própria diversidade gerada pelo movimento. Igualmente, é produto dessa identidade entre matéria e extensão, a definição de movimento segundo a qual, para se atribuir movimento a um corpo, deve-se levar em conta sua vizinhança contígua e não os corpos distantes ou pretensas partes do espaço. É precisamente essa determinação do estado de movimento de um corpo tendo como referência a matéria que o circunda e a própria noção de corpo implicada aí, que serão os alvos principais da crítica dirigida por Newton.

4.3 A crítica newtoniana à noção de movimento de Descartes e a nova concepção de movimento fundamentada nessa crítica

Newton inicia o manuscrito *De Gravitatione et Aequipondio Fluidorum*, com quatro definições que, logo a uma primeira leitura, apontam para uma substancial diferença entre seu *sistema mundi* e o cartesiano. As definições são as seguintes: “Lugar é uma parte do espaço que uma coisa enche adequadamente", "Corpo é aquilo que enche um lugar", "Repouso é a permanência no mesmo lugar" e "Movimento é a mudança de lugar". Fica clara, aqui, uma distinção entre corpo e espaço que atinge uma das bases da doutrina cartesiana (no que se refere ao mundo físico): a identidade entre matéria e extensão. Da mesma maneira, a definição de movimento leva em conta as partes do espaço, ao invés da posição dos corpos vizinhos, como em Descartes. São estes os dois alvos principais da crítica newtoniana a Descartes, no texto acima citado. Porém, não é sem razão que Newton os põe em cheque, visto que, como vimos anteriormente, a concepção cartesiana de movimento depende diretamente do princípio da identidade entre matéria e extensão; e, por outro lado, é responsável direta pelo modo como se organiza todo o sistema. Resta saber qual o percurso dessa crítica, com o propósito de mostrar quais os fundamentos erguidos por Newton a partir dela e de que modo eles são estabelecidos.

4.4 A crítica ao "ensinamento" de Descartes

A crítica à noção cartesiana de movimento compreende duas partes bem distintas: em primeiro lugar, Newton mostra em que medida ela se contradiz internamente; e, a seguir, apresenta as conseqüências, tidas por ele como absurdas, que dela podem ser retiradas. A primeira dessas contradições internas refere-se a uma passagem que se encontra na Parte Terceira dos *Princípios*, Artigo 140. Lá, Descartes afirma que a Terra, assim como os outros planetas, tem uma tendência a afastar-se do Sol, e por isso mantém sua devida distância com relação a ele. Vale notar, que nesse caso o Sol é estabelecido como referencial para o movimento dos planetas. Ora, se o Sol é um corpo distante, isso caracteriza justamente a noção vulgar de movimento que já havia sido rejeitada. Igualmente, "Descartes parece contradizer-se ao postular que a cada corpo compete um movimento individual, conforme a natureza das coisas" (Newton, 1979: 212). A contradição reside no fato de, segundo Newton, a vizinhança contígua que Descartes toma por referência não estar em repouso, mas apenas parecer estar. Aliás, é o próprio sujeito quem a considera em repouso a fim de atribuir movimento a um determinado corpo. Então, como se poderia afirmar que esse movimento é o único conforme a natureza das coisas, visto que seu referencial foi deliberadamente estabelecido? E, por último, Descartes sustenta que, embora todo corpo participe de incontáveis movimentos, enquanto parte de outros corpos, cada um deles possui apenas um movimento “segundo a verdade das coisas”. Assim, é contraditório dizer que certos movimentos não são conforme a verdade das coisas, na medida em que se admite que eles constituem movimentos realmente naturais, pois o corpo realmente faz parte do movimento de outros corpos. Por isso, porque são “realmente naturais”, não se pode negar que esses movimentos sejam conformes à verdade das coisas e, portanto, sejam movimentos em sentido filosófico.

Na segunda parte dessa crítica, são elencadas oito conseqüências do ensinamento de Descartes no que concerne ao movimento. Em primeiro lugar, considerando um corpo qualquer, em movimento, podemos dizer que apenas sua superfície externa move-se no sentido estrito do movimento cartesiano; pois, se as suas partículas internas não se deslocam com relação à superfície externa (sua vizinhança contígua), elas não se movem com o movimento do corpo, propriamente dito, mas apenas participam desse movimento. A segunda conseqüência é a de que não há um movimento verdadeiro e absoluto. Segundo Newton, ao atribuirmos movimento a um corpo, em sentido próprio, não podemos negar essa atribuição às suas partes, se admitirmos que elas participam desse movimento. Ou seja, se um corpo participa do movimento de diversos outros, como afirma Descartes, todos esses movimentos estão em suas partículas, “no sentido verdadeiro e filosófico”, e não se pode dizer que um entre eles seja absoluto. Em terceiro lugar, o movimento, no sentido cartesiano, pode ser gerado sem a ação de nenhuma força. Considerando, por exemplo, um corpo em rotação e cuja vizinhança contígua encontra-se no mesmo estado. Dizemos que ele está em repouso pois não se desloca com relação a ela. Entretanto, se pararmos essa vizinhança sem aplicar nenhuma força ao corpo, do mesmo corpo diz-se que, agora, está em movimento. Disso decorre a quarta conseqüência, ainda mais espantosa: “o próprio Deus poderia não gerar movimento em alguns corpos, mesmo que os impulsionasse com a maior força” (Newton, 1979: 214).

Em quinto lugar, pautando-se pela concepção cartesiana, dois corpos em repouso podem mudar suas posições relativas. É o caso, por exemplo dos planetas: eles estão em repouso, pois não se movem com relação à sua vizinhança, ou seja, ao fluido que os envolve. Porém, a posição de cada um deles varia constantemente com relação aos outros. Diretamente ligada a esta última, a sexta conseqüência é a de que dois corpos que mantém a mesma posição relativa podem estar um em repouso e o outro em movimento. E, em sétimo lugar, Newton afirma que nem sempre podemos dizer com segurança da vizinhança contígua de um certo corpo, se ela está em repouso ou em movimento.

Finalmente, apresentaremos uma dupla conseqüência que, por si só, evidencia o absurdo do ensinamento de Descartes; segundo Newton, porque tal ensinamento nos "leva a concluir que um corpo em movimento não tem nenhuma velocidade determinada (primeira conseqüência) e nenhuma linha definida (segunda)" (Newton, 1979: 216). O que se segue daí é ainda mais grave, por abalar diretamente as duas primeiras leis cartesianas do movimento: "não se pode afirmar que a velocidade de um corpo que se move sem resistência seja uniforme, nem se pode dizer que é reta a linha na qual se efetua o seu movimento" (idem). Apresentadas essas oito "conseqüências do ensinamento cartesiano", a questão que se impõe é a de saber em que se sustentam essas afirmações de Newton.

Primeiramente, é preciso retomar a noção cartesiana de lugar. Este, é determinado pela posição da vizinhança contígua ao corpo que se está considerando. Nesse caso, como é possível determinar o ponto de partida do movimento desse corpo? Newton responde: é simplesmente impossível. Ao iniciar-se o movimento, aquela vizinhança que circundava o corpo, anteriormente, é desfeita. E, mesmo que se pretenda determinar o lugar de início do movimento a partir de corpos distantes (seguindo a concepção vulgar), o problema se mantém; já que, no sistema cartesiano, pode-se dizer de todos os corpos que, mesmo que não estejam verdadeiramente em movimento, participam do movimento de outros corpos. Então, pode-se dizer que o lugar existe apenas enquanto os corpos mantêm as mesmas posições. Pois bem, em se tratando do movimento de um corpo, assim que ele deixa o seu lugar de origem, esse lugar deixa de existir, e portanto, não pode mais ser determinado.

Disso decorre que não é possível determinar o espaço percorrido por um corpo, visto que não se consegue encontrar seu ponto de origem. Ou seja, não há como saber qual o comprimento, qual a distância percorrida. Vale notar que a velocidade de um corpo é obtida pela distância percorrida em um certo intervalo de tempo. Por isso mesmo – porque a velocidade depende da distância percorrida – , Newton conclui que "o movimento cartesiano não é movimento, pois não tem velocidade" (Newton, 1979: 217).

Pelas mesmas razões, assim como não se pode determinar o lugar do movimento, também não se podem encontrar seus pontos intermediários. Assim, tendo em vista as duas primeiras leis do movimento, ambas estão comprometidas. A primeira, porque não se pode afirmar que a velocidade de um corpo, que se move sem resistência, é uniforme; uma vez que, como já vimos, o corpo nem mesmo tem velocidade. A segunda, pela impossibilidade de se obter a localização dos pontos intermediários do movimento, o que evidentemente impediria a qualquer um de afirmar que um corpo se desloca em linha reta.

Destacamos essas duas conseqüências porque ela evidencia um problema que, segundo Newton, é crucial para provar o absurdo do sistema cartesiano: a definição de lugar. Até agora está provado que essa definição de lugar tem como produto uma concepção de movimento que gera, por sua vez, conseqüências absurdas. Entretanto, esta definição está firmada em certas bases que, por isso, serão o alvejadas pela crítica, daqui por diante. Isso fica claro ao levar-se em conta que o problema da definição de lugar é que ela se estrutura a partir de corpos que, de um modo ou de outro, estão constantemente em movimento. É preciso que se encontre algo destituído de movimento a que se possa referir a definição de lugar e, assim, possibilite uma coerente atribuição de movimento aos corpos. Dito isto, qual seria o melhor candidato para assumir essa condição? O espaço, a extensão por si mesma, dirá Newton. E, para tanto, é imprescindível distinguir o espaço, destituído de movimento, dos corpos, como coisas móveis.

É nesse percurso exposto até aqui, que se fundamenta a crítica ao princípio cartesiano da identidade entre matéria e espaço. Tendo mostrado a inconsistência a que conduz a concepção de movimento que é fruto desse princípio, Newton tem, agora, o próprio princípio como alvo:

> "... uma vez que Descartes parece haver demonstrado (...) que o corpo não difere em absoluto da extensão, (...) a fim de que não permaneça dúvida alguma acerca da natureza do movimento, responderei a esse argumento explicando o que é a extensão e o que é o corpo, e como diferem um do outro" (Newton, 1979: 218).[18]

---

[18] O objetivo dessa crítica é, segundo Newton, o de "assentar fundamentos mais verdadeiros para as ciências mecânicas" (DG p.218).

4.5 Propriedades da extensão: os fundamentos do Espaço Absoluto

A tarefa de explicar o que é a extensão é iniciada por sua parte negativa, a saber, a de explicar o que ela (a extensão) não é. A extensão não é um nada absoluto: ela tem uma maneira própria de existir. Entretanto, ela não é uma substância, nem um acidente, pois sua maneira de existir difere da maneira de um e de outro. Da maneira da substância, porque a extensão "não é absoluta em si mesma, mas é antes como se fosse um efeito emanante de Deus" (Newton, 1979: 218). Além disso, aceita-se que a substância deve ter a capacidade de agir sobre as coisas. Por exemplo, os corpos são móveis e podem excitar os sentidos. Não fossem essas capacidades – e outras do mesmo tipo – , dificilmente, segundo Newton, os corpos seriam caracterizados como substâncias.

A maneira de existir da extensão difere, igualmente, da do atributo, "já que podemos conceber claramente a extensão existindo sem qualquer sujeito" (idem). Newton afirma que podemos imaginar espaços fora do universo, ou seja, lugares onde não existem corpos e, nem por isso, a própria extensão deixa de existir. Se Deus destruísse um corpo, não se seguiria que o espaço que ele ocupava devesse também deixar de existir. Vê-se, então, que a extensão não é um acidente, na medida em que sua existência não depende de nenhum sujeito.

Por fim, não se pode definir a extensão como um nada. Segundo Newton, "ela é alguma coisa real, mais real do que um acidente, aproximando-se mais da natureza da substância" (idem). Isso se justifica pelo fato de que temos uma idéia clara da extensão, independentemente dos corpos; e, do nada não se pode ter idéia alguma. Além do mais, o nada não tem propriedades. Por esse motivo, Newton passa a enumerar as propriedades da extensão, pretendendo demonstrar que a extensão é alguma coisa e, ao mesmo tempo, "descrever o que ela é positivamente".

Pode-se afirmar que o ponto de chegada da crítica ao movimento cartesiano é a afirmação de que “é necessário que a definição de lugares, e conseqüentemente também dos movimentos locais, seja referida a alguma coisa destituída de movimento, tal como a extensão sozinha, ou o espaço, na medida em que se vê que este se distingue dos corpos” (Newton, 1979: 217). A partir desse ponto, Newton vai expor as bases do seu próprio sistema. Dito de outro modo, já que está provada a necessidade de se considerar a “extensão sozinha”, cabe mostrar em que consiste positivamente essa extensão, enumerando suas propriedades. Como ficará mais claro adiante, esse passo é, na realidade, o fundamento de um dos mais importantes princípios do *sistema mundi* newtoniano: o espaço absoluto.

Prosseguindo com as propriedades da extensão, o espaço newtoniano é, primeiramente, uma extensão que pode ser distinguida em partes. Isso não significa dizer que essas partes podem ser separadas, mas que se pode considerar superfícies que exercem a função de limite entre as partes do espaço. Isto é, ao tomarmos duas partes quaisquer do espaço, admitiremos necessariamente que o limite entre elas é uma superfície sem profundidade, caso contrário, as partes consideradas interpenetrar-se-iam em toda a profundidade dessa superfície-limite. Pelas mesmas razões, as superfícies podem ser distinguidas em linhas que não possuem largura, e estas, por sua vez, em pontos que não possuem dimensões. Considerando que cada uma dessas partes é contígua a outras partes do espaço, Newton afirma que “em toda parte existem limites comuns a partes contíguas” (Newton, 1979: 219). Se for assim, em toda parte existem superfícies, linhas e pontos-limite; e, portanto, “toda espécie de figuras”. Ou seja, quando uma figura qualquer passa a ser percebida pelos sentidos como existente, isso não quer dizer que ela foi produzida. Apenas, sua representação corpórea tornou sensível o que “anteriormente era insensível no espaço”. Essa propriedade da extensão será condição para uma posterior explicação da natureza dos corpos.

Está dito acima que cada parte do espaço é contígua a outras, isso se sustenta porque a extensão é infinita em todas as direções, ou seja, ao imaginarmos um limite no espaço, não poderemos conceber nada além dele que não seja outro espaço. Tem-se, até aqui, uma extensão infinita, mas que pode ser distinguida em partes. Entretanto, o que garante que essas partes não possam ser separadas, ou, em outras palavras, que essas partes sejam destituídas de movimento, como exige a própria crítica? Ao tentarmos atribuir movimento a uma parte do espaço, seremos obrigados a reconhecer que ela se move afastando-se das partes que lhe eram contíguas. Ora, não era justamente essa a base da concepção cartesiana, cuja absurdidade, segundo Newton, já foi suficientemente demonstrada? Fica, então, provada, pela própria crítica ao movimento cartesiano, a inconsistência de um espaço cujas partes são móveis. Além do mais, o único elemento que confere individuação às partes do espaço é a ordem em que elas se encontram. Assim, não faz sentido afirmar que uma parte do espaço mudou sua posição, pois, nesse caso, ela deixaria de ser aquela parte para ser outra.[19] "Nem as partes da duração nem as do espaço apresentam qualquer indício de individualidade, se abstrairmos dessas, ordem e posição recíprocas, as quais, por conseguinte, não podem ser alteradas." (Newton, 1979: 222)

A propriedade seguinte é a de que o espaço constitui uma "disposição do ser enquanto ser". Nesse ponto, Newton retoma a crítica ao dualismo cartesiano, afirmando que nenhum ser pode existir sem que mantenha alguma relação com o espaço. Isso contraria radicalmente o dualismo; pois, na medida em que a extensão é atributo essencial do corpo, ela não pode pertencer às substâncias imateriais, nem mesmo como atributo não essencial. Se for assim, segundo Newton, tais substâncias nem ao menos existem: não estão em "nenhum lugar, nem em algum lugar". Ao contrário, todo tipo de substância tem relação com o espaço: "Deus está em toda parte, as inteligências criadas estão em algum lugar, o corpo está no espaço que ocupa". (Newton, 1979: 222). É estabelecida, então, uma concepção da extensão, imóvel e distinta da matéria, que se torna fundamento para a formulação do conceito de espaço absoluto.

4.6 A natureza dos corpos

---

[19] Isso ocorre a exemplo da duração: "se o ontem pudesse mudar lugar com o hoje e pudesse tornar-se o último dos dois, perderia a sua individualidade e deixaria de ser o ontem, passando a ser o hoje." (Newton, 1979: 221)

A explicação da natureza dos corpos se faz, em um primeiro momento, em comparação com a natureza do espaço. Não sem propósito, a última propriedade do espaço – apresentada por Newton antes da explicação da natureza do corpo – é a de que "o espaço é eterno em sua duração e imutável em sua natureza" (Newton, 1979: 223). Como visto anteriormente, todas as substâncias devem ter alguma relação com o espaço para existir. Então, afirmar que o espaço não existiu em algum momento, é comprometer a existência de Deus; pois, nesse tal momento, "Deus não teria estado em nenhum lugar". Daí se segue que não se pode negar a existência do espaço. Opondo-se a isto, "o corpo não existe necessariamente, mas apenas em virtude da vontade de Deus" (idem).

Aí se mostra uma dificuldade em se conhecer a natureza dos corpos, pois não podemos conhecer os limites do poder de Deus, ou seja, não sabemos como a matéria foi criada e se poderia haver outros modos de criá-la. Diante dessa dificuldade, Newton afirma que não possui um conceito claro e distinto sobre isso. Por essa razão, ele não se compromete, inicialmente, em afirmar positivamente qual a natureza dos corpos: "prefiro descrever uma determinada espécie de ser, em tudo semelhante aos corpos, e cuja criação não podemos negar que esteja dentro do poder de Deus, de sorte que dificilmente podemos dizer que não seja corpo" (Newton, 1979: 223).

Em primeiro lugar, a descrição de tal ser semelhante aos corpos é deduzida da nossa faculdade de mover os próprios corpos. O argumento é o seguinte: se todo homem pode mover seu corpo exclusivamente pelo pensamento e a faculdade de pensamento é infinitamente maior, então o livre poder de mover os corpos não pode ser negado a Deus. Segue-se daí que, se Deus pode mover os corpos, pode também, exclusivamente pelo pensamento, evitar que um corpo penetre determinado espaço. Ou seja, Newton apresenta um argumento cuja conclusão confere a Deus o poder de mover os corpos e, "com base no mesmo argumento deve-se admitir que Deus, exclusivamente pelo pensamento e pela vontade, pode evitar que um corpo penetre qualquer espaço definido por certos limites." (Newton, 1979: 224).

Assim, supondo que Deus exercesse esse poder, ou seja, fizesse com que algum espaço fosse impenetrável aos corpos e, por conseguinte, refletisse a luz, o que nos impediria de considerar esse espaço limitado como um verdadeiro corpo? Nada, segundo

Newton. Tal evidência seria fornecida pelos sentidos[20]: a impenetrabilidade faria com que esse espaço fosse tangível; a reflexão da luz o tornaria visível, opaco e colorido; e, ao ser atingido ele ressoaria como um verdadeiro corpo.

Contudo, esse espaço que, por hipótese, foi considerado como dotado por Deus de impenetrabilidade, até então, não está dotado de movimento, visto que se trata de uma parte do espaço imóvel. Então, para que esse determinado espaço possua todas as propriedades de um corpo, somos forçados a conceder que a impenetrabilidade possa ser transportada no espaço, segundo certas leis, sem que se alterem a quantidade e a forma desse espaço impenetrável. Ao aceitarmos essa premissa, somos levados a concluir que não há nenhuma propriedade dos corpos que esse espaço não possua: "teria forma, seria tangível e móvel, seria também capaz de refletir e ser refletido, constituindo também uma parte da estrutura das coisas" (Newton, 1979: 224). Desse modo, esse tal "ser semelhante aos corpos" seria "o produto da inteligência divina realizado em uma quantidade definida do espaço" e, portanto, seria capaz de operar sobre as nossas inteligências. Por um lado, Deus tem o poder de, apenas pela própria vontade, estimular a nossa percepção. Contudo, ele pode, igualmente, fazê-lo através dos efeitos da sua vontade.

Então, supondo que todo o universo seja composto por esses seres, ele não se comportaria de forma diferente daquela que percebemos, de tal modo que, "tais seres ou seriam corpos, ou semelhantes a corpos". Isso permite que Newton defina os corpos do seguinte modo: "determinadas quantidades de extensão que o Deus onipotente dota de certas condições" (Newton, 1979: 224).

Newton expõe, então, três condições a fim de definir o que são os corpos. Primeiramente, eles devem ser móveis. Já que são quantidades do espaço absoluto, os corpos distinguem-se deste pela mobilidade, ou seja, por poderem ser deslocados de um espaço ao outro. A segunda condição é a impenetrabilidade: dois corpos não podem coincidir na mesma parte do espaço. Quando eles se encontram, devem parar e serem refletidos conforme as leis do movimento. Por fim, estes seres, para que sejam corpos, devem atingir a nossa inteligência, excitando as percepções dos sentidos e da imaginação.

Entretanto, em certo sentido, Newton não se compromete com uma definição

---

[20] Newton afirma que os sentidos são os únicos juizes nessa matéria.

positiva da natureza dos corpos, visto que as condições acima citadas são inferidas a partir de uma hipótese, qual seja, a de que aqueles seres, dotados por Deus de impenetrabilidade e mobilidade, sejam os mesmos corpos que afetam as nossas inteligências.

4.7 O Movimento

Por fim, tendo exposto a crítica à concepção cartesiana de movimento e a conseqüente distinção entre espaço e matéria, resta-nos mostrar qual a concepção de movimento que se apóia nos novos fundamentos erguidos a partir da crítica. Para tanto, tomaremos o texto dos *Princípios Matemáticos de Filosofia Natural*, mais precisamente o Escólio das Definições.

Vimos que o ponto central da crítica diz respeito à definição do lugar a partir do qual se estabelece o movimento de um corpo. Por essa razão, inicio tratando da distinção newtoniana entre lugar relativo e absoluto. Newton define o lugar como "uma parte do espaço que um corpo ocupa" (Newton 1990: 6). Se o lugar é definido com relação ao espaço absoluto, então dizemos que é lugar absoluto; analogamente, se é definido com relação ao espaço relativo, é lugar relativo. Vale retomar, aqui, que o espaço absoluto é aquele que "em sua natureza, sem relação com qualquer coisa externa, permanece similar e imóvel" (Newton 1990: 7). Já o espaço relativo é uma medida móvel do espaço absoluto, determinada, através dos sentidos, por sua posição com relação aos corpos. O espaço relativo é, muitas vezes, tomado como imóvel. Por exemplo, medimos os espaços subterrâneos, aéreos e terrestres por meio de suas posições com relação à Terra.

Segundo Newton, os únicos movimentos absolutos são as translações a partir dos lugares absolutos. Entretanto, as partes do espaço não podem ser distinguidas pelos sentidos e, por isso torna-se impossível distinguir, pelos sentidos, o movimento relativo do movimento absoluto; além do mais, "pode ser que não haja um corpo realmente em repouso, com relação ao qual os lugares e movimentos de outros possam ser referidos"

(Newton, 1990: 9). Nesse caso, o que permitiria a distinção entre as duas espécies de movimento? Ou seja, a questão é a de saber o que permitiria a Newton escapar da sua própria crítica, na medida em que uma das conseqüências absurdas da concepção cartesiana de movimento era justamente a impossibilidade de distinguir o movimento absoluto entre os vários movimentos de um corpo. A resposta que Newton oferece a essa questão é a de que é possível diferenciar movimento absoluto de movimento relativo – e, analogamente, repouso absoluto de repouso relativo – por meio das suas propriedades, causas e efeitos.

Nesse ponto, cabe retomar as conseqüências da concepção cartesiana de movimento. Ao determinar conceitualmente as propriedades, causas e efeitos do repouso e do movimento absolutos, Newton parece que pretende oferecer as razões pelas quais sua concepção de movimento escapa à crítica, que ele próprio dirige, à concepção cartesiana, no que se refere às suas conseqüências. Primeiramente, Newton afirma que o repouso tem como propriedade "que os corpos realmente em repouso repousem uns com relação aos outros" (Newton, 1990: 9). Recordemos as conseqüências quinta e sexta, expostas acima. Newton afirmara, referindo-se ao "ensinamento cartesiano", que

> "parece contrário à razão admitir que os corpos mudam suas distâncias e posições relativas sem movimento físico (...) por outra parte, parece igualmente contrário à razão admitir que, de vários corpos que mantêm as mesmas posições relativas, alguns se movem fisicamente, ao passo que outros permanecem em repouso." (Newton, 1979: 215).

Ora, ao introduzir as noções de lugar, movimento e repouso absolutos, Newton assegura que os corpos em repouso mantenham suas posições relativas. Embora não tenhamos acesso ao lugar absoluto por meio dos sentidos, podemos supor um corpo, nas regiões remotas para além das nossas, que esteja verdadeiramente em repouso. Se for esse o caso, os corpos das nossas regiões que estiverem em repouso absoluto devem manter suas posições com relação a esse corpo e, conseqüentemente, suas posições recíprocas.

A segunda propriedade é a de que as partes que conservam suas posições com relação ao seu todo participam do movimento desse todo. Novamente, recordemo-nos da primeira conseqüência do ensinamento de Descartes, qual seja, a de que somente a superfície externa move-se com o movimento do corpo, ao passo que a superfície interna move-se por participação. Isso ocorre, como vimos, em virtude de a definição cartesiana de lugar se dar a partir da vizinhança contígua. Tendo Newton mostrado o absurdo desse procedimento, e estabelecido como referência um lugar (ou corpo) externo àquele ao qual se atribui o movimento, suas partes compartilham verdadeiramente desse movimento, enquanto mantiverem suas posições com relação a ele.

A terceira propriedade é a de que "se um lugar é movido, seja o que for colocado ali dentro move-se junto com ele; e, portanto, um corpo que é movido a partir de um lugar em movimento, compartilha também do movimento do seu lugar" (Newton, 1990: 10). Então, os movimentos que se dão a partir de lugares em movimento são apenas partes do movimento inteiro, absoluto. Este, por sua vez, é composto pelo movimento do corpo com relação ao seu lugar, somado ao movimento desse lugar com relação ao lugar a partir do qual se move, e assim por diante até que se tenha como referência o espaço imóvel. Não por acaso, Newton nos remete ao exemplo do marinheiro no navio, usado por Descartes ao afirmar a variedade de movimentos de um mesmo corpo, e por ele próprio na segunda conseqüência exposta na sua crítica. Entretanto, aqui, Newton desfaz o problema que apontara em Descartes, a saber, o de que cada corpo possui inúmeros movimentos e nenhum deles pode ser considerado absoluto. Consideremos o exemplo:

> "se a Terra está realmente em repouso, o corpo que está relativamente em repouso no navio, real e absolutamente se moverá com a mesma velocidade que o navio tem na Terra. Mas se a Terra também se mover, surgirá o movimento verdadeiro e absoluto do corpo em parte devido ao movimento verdadeiro da Terra, em espaço imóvel, e em parte devido ao movimento relativo do navio na Terra."

Dissemos que o movimento absoluto se distingue do relativo por suas propriedades, causas e efeitos. Passemos, então, à consideração das causas pelas quais se garante essa distinção: "as forças imprimidas sobre os corpos para gerar movimento". As conseqüências terceira e quarta, da crítica, nos mostraram que, segundo a concepção cartesiana, o movimento pode ser gerado sem a ação de uma força e, por isso, o próprio Deus não poderia gerar movimento em alguns corpos. Contra isso, Newton afirma que "o movimento verdadeiro não é nem gerado nem alterado, a não ser por alguma força imprimida sobre o corpo movido" (Newton, 1990:11), e nisso ele distingue-se do movimento relativo que, este sim, pode ser gerado ou alterado sem a ação de força alguma. Voltando ao caso em que um corpo move-se a partir de um lugar em movimento, se uma força é aplicada a esse corpo, mas também é aplicada ao lugar, sua condição não se altera. Por outro lado, como o movimento absoluto ocorre a partir do espaço imóvel, toda e qualquer força aplicada a um corpo, tomado deste modo, altera o seu estado: "E, portanto, qualquer movimento relativo pode ser modificado quando o movimento verdadeiro permanece inalterado, e o relativo pode ser preservado quando o verdadeiro sofre qualquer modificação. Assim, movimento verdadeiro de modo algum consiste em tais relações." (Newton, 1990: 11).

Finalmente, considero os efeitos que distinguem o movimento absoluto do relativo. Esses efeitos são, segundo Newton, "as forças que agem no sentido de promover um afastamento a partir do eixo do movimento circular" (Newton, 1990: 11). A fim de ilustrar essa afirmação, Newton utiliza-se da consagrada "experiência do balde". Trata-se de um balde suspenso por uma corda e girado de modo que esta fique torcida. O balde é cheio, então, com água e ambos são deixados em repouso. Em seguida, uma força é aplicada girando o balde para o lado contrário à torção da corda, fazendo com que ela desenrole-se. No início do movimento, a superfície da água será plana; mas, conforme o balde for, gradualmente, comunicando-lhe movimento, a água começará a girar, afastando-se do meio e subindo pelos lados do balde. Assim, sua superfície tornar-se-á côncava. Em certo ponto da experiência, a água passa a realizar suas rotações nos mesmos tempos que o balde e, portanto, fica em repouso com relação a ele. Esse repouso é, obviamente, relativo. Entretanto, nesse ponto, pode-se medir o movimento absoluto da água por intermédio dessa tendência a afastar-se do eixo do seu movimento, tendência essa que chega ao seu ápice quando a água atinge o repouso com relação ao balde. Notemos, porém, que com isso Newton não pretende provar, por vias experimentais, a existência do movimento ou do espaço absolutos; antes, pretende mostrar de que modo os movimentos absolutos podem ser evidenciados por seus efeitos.

Assim, somente por meio das propriedades, causas e efeitos do movimento absoluto é que ele pode ser diferenciado do movimento relativo, evidenciando, conseqüentemente, a diferenciação, que não pode ser feita através dos sentidos, entre o espaço absoluto, imóvel e o espaço relativo.

4.8 Conclusão

A crítica de Newton à concepção cartesiana de movimento atinge não apenas esse conceito, mas também todo o sistema e seus fundamentos. Isso porque o movimento assume, no sistema cartesiano, um estatuto privilegiado de mediador entre a matéria homogênea (essencialmente idêntica à extensão) e toda a diversidade em que ela se manifesta. Por isso mesmo, os princípios mecânicos do movimento são, em última análise, as Leis da Natureza, ou seja, as leis que regem o próprio sistema. Além disso, a definição de movimento, que se estabelece a partir da vizinhança contígua do corpo considerado, é fruto direto do princípio segundo o qual a matéria é idêntica ao próprio espaço.

Entretanto, as dificuldades insuperáveis, de ordem mecânica, a que conduziu tal concepção de movimento evidenciaram, através da crítica de Newton, a necessidade de pôr em questão, igualmente, os seus fundamentos: primeiramente, a identidade essencial entre matéria e extensão e, conseqüentemente, o dualismo metafísico.

Desse modo, se houveram razões teológicas para que Newton negasse, por meio da crítica, o dualismo metafísico, no que concerne à extensão, elas não foram as únicas. A conseqüente identidade essencial entre matéria e extensão[21] produz uma definição de lugar – a partir do qual se atribui movimento a um corpo – que, levada a cabo, resulta em uma indeterminação do ponto de partida, da trajetória e da velocidade do corpo, que se considera em movimento, reivindicando, contraditoriamente, a impossibilidade do movimento.

A fim de desvencilhar-se da absurdidade dessa (entre outras) contradição, Newton estabelece a distinção entre a matéria (móvel) e o espaço indistinto e imóvel no qual ela move-se livremente: o espaço absoluto. Segue-se daí uma outra concepção de movimento (o movimento absoluto) na qual ele refere-se não mais à vizinhança contígua do corpo, mas ao próprio espaço imóvel. As dificuldades metafísicas dessa distinção não podem ser desprezadas, a começar pela necessidade de se admitir o vazio; entretanto, do ponto de vista

[21] Como vimos, a identidade essencial entre matéria e extensão fundamenta-se, diretamente, no dualismo metafísico.

mecânico, ela estabelece novos rumos para a pretensão moderna de explicar o mundo segundo um sistema matematicamente estruturado.

Embora a noção de um espaço absoluto encontre seus fundamentos nas discussões acerca da mecânica; do ponto de vista do espaço geométrico, onde são geradas as curvas através do movimento de pontos que se dá no tempo fluente, não há como considerar o espaço de maneira diferente. As propriedades que Newton atribui à extensão – no percurso que vai da crítica às explicações cartesianas à fundação dos seus próprios fundamentos – nada mais são do que propriedades do espaço geométrico. E, visto que a geometria não precisa considerar a complexidade dos diversos movimentos relativos dos corpos, como é o caso da mecânica, o movimento gerador das figuras pode ser considerado absoluto em um sentido próprio, na medida em que espaço e tempo são tomados, pela geometria, não como expedientes para a transposição de obstáculos relativos ao contínuo, mas como o espaço e o tempo eles mesmos, ou seja, absolutos. Diante disso, o realismo matemático de Newton ganha ainda mais consistência já que o espaço geométrico e a extensão que comporta tudo o que se conhece como a realidade física são um e o mesmo espaço absoluto.

Conclusão

O propósito de traçar um paralelo entre as práticas matemáticas de Descartes e Newton ofereceu, no percurso de sua realização, importantes exemplos do contraste que existe entre esses dois autores, não apenas no campo matemático.

O projeto da *mathesis universalis* cartesiana mostrou-se um estratégico ponto de partida de tal percurso. Isso porque, a exposição do caráter metodológico dessa ciência concentra dois elementos bastante relevantes para essa discussão: uma minuciosa formulação das pretensões de Descartes no que se refere ao ideal mecanicista de explicação da natureza e, ao mesmo tempo, os fundamentos de sua prática matemática posterior. O primeiro, pode ser resumido na possibilidade de se estabelecer um método único, com inspiração matemática, aplicável a todas as ciências. O segundo, diz respeito ao caráter analítico desse método e seu campo de aplicação inicial: as ciências matemáticas. Nesse domínio, a opção pelo método analítico estabelecida nas *Regulae* ganha consistência ainda maior na *Geometria.* Além disso, o discurso epistemológico e metodológico exposto nas *Regulae* acaba por revelar implicações concernentes ao seu alcance ontológico; implicações que servirão mais adiante como outro importante ponto de contraste entre Descartes e Newton.

Esse projeto geral de uma ciência unificada tem, ainda no contexto das *Regulae*, um objetivo inicial estabelecido: a unificação dos domínios da matemática, visto que seus objetos são os mais simples. A realização desse primeiro passo está, sem dúvida alguma, contida na *Geometria*. Justamente por realizar, no campo das matemáticas, o que o projeto da *mathesis universalis* pretende para todos os objetos do conhecimento, a *Geometria* oferece um modelo emblemático da opção cartesiana pelo método de análise. O exemplo do problema de Pappus, considerado no segundo capítulo, concentra, em sua solução, um dos maiores avanços que essa abordagem analítica de Descartes significou, do ponto de vista matemático: a possibilidade de se traduzir em uma equação as condições que definem a curva-solução do problema.

A posterior renúncia de Newton a esse e outros expedientes analíticos incorporados aos seus estudos iniciais denuncia a gravidade de sua crítica. Abrir mão dos instrumentos matemáticos da nova análise significou, para Newton, “retroceder” a um procedimento para a solução de problemas que, ao prescindir das equações, precisa, a cada problema, determinar um certo número de pontos convenientes, a fim de encontrar, exclusivamente por construção geométrica, a curva a que eles pertencem. Dito de outro modo, diante de um método extremamente eficaz no que se refere à resolução de problemas, o componente desse método alvejado pela crítica deve gozar de uma importância tal que justifique a renúncia aos seus avanços. Esse componente é o simbolismo abstrato, que introduz termos em suas manipulações algorítmicas sem se importar com os seus correlatos geométricos.

Assim, para uma tentativa de se traçar um paralelo entre os projetos de matematização da natureza de Newton e Descartes, a “virada metodológica” de Newton, ou seja, a passagem do método analítico para o sintético que se segue à crítica ao cartesianismo, suscita dois elementos importantes. Em primeiro lugar, como está dito acima, o ponto central da crítica às praticas matemáticas inspiradas na “nova análise” de Descartes se refere ao caráter não representativo de alguns dos termos utilizados nas equações e, em especial, das grandezas infinitamente pequenas. Como segundo elemento, destaco a re-interpretação ontológica ao esquema cinemático de Barrow, ao considerar o espaço e o tempo eles mesmos e não apenas como recursos para a geração de curvas. Embora Newton não nos ofereça um tratado sobre o status ontológico das grandezas, sejam matemáticas ou físicas, a exigência de um caráter representativo dos termos cartesianos e a interpretação literal do esquema de Barrow apontam para um elemento fundamental de ruptura entre os dois autores: o alcance ontológico de suas teorias.

Considerando que o método cartesiano e seus fundamentos epistemológicos estão diretamente assentados em uma ontologia relacional, a crítica a esse mesmo método revela a total discordância com a ontologia que está relacionada a ele. Nesse sentido, a ontologia newtoniana dos objetos do conhecimento matemático que emerge dessa crítica representa um passo atrás, na direção do que Descartes havia abandonado. O realismo matemático newtoniano, redireciona o olhar do conhecimento para a essência do ser, no que diz respeito aos objetos matemáticos, contrariando, assim, aquela 'translação epistemológica' operada por Descartes nas *Regulae* e assumindo, definitivamente, uma ontologia essencial.

Da mesma forma, a crítica de Newton à concepção cartesiana de movimento evidencia o caráter realista de sua ontologia, na medida em que conduz diretamente à formulação do conceito de espaço absoluto. Embora o enfoque da discussão considerada aqui seja prioritariamente matemático, as dificuldades de ordem mecânica que a concepção cartesiana de movimento suscita, fornecem a Newton uma outra via para refutar os princípios metafísicos assumidos por Descartes e, como conseqüência disso, erguer seus próprios fundamentos.

O que se retira do confronto entre os fundamentos mecânicos de um e de outro autor não se distancia daquilo que resulta do paralelo traçado no campo das matemáticas. A caracterização newtoniana do espaço e do movimento absolutos revelam, também no tocante à mecânica, uma ontologia indiscutivelmente essencial. Embora Descartes não caracterize seu movimento como relativo, a identidade entre o espaço e a extensão e o referencial do movimento posto na vizinhança contígua ao corpo considerado denunciam o caráter relativo desses dois conceitos básicos de sua mecânica: espaço e movimento e conseqüentemente, o caráter relacional da ontologia implicada nesses conceitos.

Além das evidentes implicações geométricas decorrentes da afirmação de um espaço absoluto, mesmo que através de uma discussão de caráter mecânico, essa segunda via de crítica e reformulação por Newton dos fundamentos do sistema cartesiano conferem ainda maior importância ao propósito de se traçar um paralelo entre esses autores a fim de proceder seriamente qualquer estudo newtoniano.

Bibliografia

APOLLONIUS. (1952) *Conics.* Chicago: Britannica.

ARTHUR, R. T. W. (1995) "Newton's fluxions and equably flowing time" *Studies in History and Philosophy of Science*.

BATTISTI, C. A. (2002) *O método de Análise em Descartes: da resolução de problemas à constituição do sistema do conhecimento.* Cascavel: Edunioeste.

COHEN, I. B. (1971) *Introduction to Newton's Principia*. Cambridge, Mass.: Harvard University Press.

COHEN, I. B. (1980) *The Newtonian Revolution; with illustration of the transformation of scientific ideas*. Cambridge : Cambridge University Press.

DESCARTES, R. (1999[1628]) *Regras para a Orientação do Espírito*. [Trad. Maria E. Galvão] São Paulo: Martins Fontes.

DESCARTES, R. Princípios da Filosofia. [Trad. João Gama] Lisboa: Edições 70.

DESCARTES, R. (1982) *Principia Philosophiae.*Paris: J. Vrin. (Oeuvres de Descartes)

DESCARTES, R. (1954 [1637]) *The Geometry of René Descartes.* [Trad. Smith, D. e Lathan, M.). New York: Dover Pubications.

EUCLIDES. (1952) *The thirteen books of Euclid's Elements.* Chicago: Britannica.

GARBER, D.(1992) *Descartes' Metaphysical Physics*. Chicago and London: The University of Chicago Press.

GUICCIARDINI, N. (1999) *Reading the Principia: The Debate on Newton's Mathemetical Methods for Natural Philosophy from 1687 to 1736*. Cambridge: Cambridge University Press.

GUICCIARDINI, N. (2004) "Newton and the publication of his mathematical manuscripts" *Studies in History and Philosophy of Science*, v. 35, n. 3, p. 1-18.

MANCOSU, P.(1999) *Philosophy of Mathematics & Mathematical Practice in the Seventeenth Century* Oxford: Oxford University Press.

NEWTON, I. (1934 [1687]) *Sir Isaac Newton's Mathematical Principles of Natural Philosophy and his System of the World*. Translated into English by Andrew Motte in 1729. The translations revised, and supplied with an historical and explanatory appendix, by Florian Cajori. Berkeley : University of California Press. 2 vols.

NEWTON, I. (1959-1977) *The Correspondence of Isaac Newton*. (ed. H. W. Turnbull *et alii*) Cambridge: Cambridge University Press. 7 vols. [*Correspondence*]

NEWTON, I. (1999 [1687]). *The Principia: Mathematical Principles of Natural Philosophy*. Trad. I. B. Cohen e A. Whitman. Berkeley: University of California Press. [*Principia*]

NEWTON, Isaac. (1979) *Princípios matemáticos; Óptica; O peso e o equilíbrio dos fluídos*.(Traduções de Carlos Lopes de Matos, Pablo Rubén Mariconda e Luiz João Baraúna) São Paulo : Abril Cultural (Col. Os Pensadores)

PANZA, M. (2003) *Newton*. Paris: Belles Lettres.

PANZA, M. (2005) *Newton et les origines de l'analyse : 1664-1666*. Paris: Albert Blanchard.

SLOWIK, E. (2002) *Cartesian Spacetime: Descartes' Physics and the Relational Theory of Space and Motion.* Dordrecht, Boston and London: Kluwer Academic Publishers.

VINCENT, J. (1996) *Descarte la Géométrie de 1637*. Paris: Presses Universitaires de France.

WESTFALL, R. S. (1980) *Never at Rest; a Biography of Isaac Newton*. Cambridge : Cambridge University Press.

WHITESIDE, D. T. (1967-1980) (ed.) *The Mathematical Papers of Isaac Newton*. 8 vols. Cambridge: Cambridge University Press [*MP*].

QUESTÕES METODOLÓGICAS E ONTOLÓGICAS NAS PRÁTICAS MATEMÁTICAS DE DESCARTES E NEWTON

Veronica Ferreira Bahr Calazans

Versão Final aprovada pelo Orientador em ....../....../......

Eduardo Salles de Oliveira Barra

(orientador)