

ISABEL CRISTINA MARCONCIN

**PRINCÍPIOS SUBJACENTES ÀS PRÁTICAS PEDAGÓGICAS EM
MATEMÁTICA DE PROFESSORAS NAS SÉRIES INICIAIS DO ENSINO
FUNDAMENTAL**

Dissertação apresentada como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre em Educação do Programa de Mestrado em Educação, linha de pesquisa Educação Matemática, Setor de Educação, Universidade Federal do Paraná.

Orientadora: Prof.^a Dr.^a Ettiène
Cordeiro Guérios

Curitiba

2009

Catálogo na publicação
Sirlei do Rocio Gdulla – CRB 9ª/985
Biblioteca de Ciências Humanas e Educação - UFPR

Marconcin, Isabel Cristina

Princípios subjacentes às práticas pedagógicas em matemática de professoras nas séries iniciais do ensino fundamental / Isabel Cristina Marconcin. – Curitiba, 2009. 181 f.

Orientadora: ProfªDrª Ettiéne Cordeiro Guérios
Dissertação (Mestrado em Educação) – Setor de Educação, Universidade Federal do Paraná.

1. Matemática – estudo e ensino. 2. Matemática – ensino fundamental – estudo e ensino. 3. Professores de matemática – formação. I. Título.

CDD 372.7
CDU 372.47



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E DO DESPORTO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
SETOR DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO

PARECER

Defesa de Dissertação de **ISABEL CRISTINA MARCONCIN** para obtenção do Título de MESTRE EM EDUCAÇÃO. As abaixo-assinadas, DR^a ETTIÈNE CORDEIRO GUÉRIOS, DR^a MARIA DA CONCEIÇÃO FERREIRA REIS FONSECA e DR^a MARIA TEREZA CARNEIRO SOARES argüiram, nesta data, a candidata acima citada, a qual apresentou a seguinte Dissertação: **“PRINCÍPIOS SUBJACENTES ÀS PRÁTICAS PEDAGÓGICAS EM MATEMÁTICA DE PROFESSORAS NAS SÉRIES INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL”**.

Procedida a argüição, segundo o Protocolo aprovado pelo Colegiado, a Banca é de Parecer que a candidata está apta ao Título de MESTRE EM EDUCAÇÃO, tendo merecido as apreciações abaixo:

BANCA	ASSINATURA	APRECIÇÃO
DR ^a ETTIÈNE CORDEIRO GUÉRIOS		Aprovada
DR ^a MARIA DA CONCEIÇÃO FERREIRA REIS FONSECA		aprovada
DR ^a MARIA TEREZA CARNEIRO SOARES		Aprovada

Curitiba, 26 de fevereiro de 2009.

Profª Drª Noela Invernizzi

Vice-Coordenadora do Programa de Pós-Graduação em Educação

Há coisas que sabemos, mas desconhecemos saber. São frequentemente conhecimentos importantes que nos orientam em nosso dia-a-dia, mas dos quais temos pouca consciência e, por isso, tais conhecimentos não se encontram disponíveis à crítica, à reformulação. Há um tipo de conhecimento, ou forma de conhecer, importante e necessário: o de quem conhece e sabe que conhece, logo, só esse conhecimento permite que se opere sobre ele e com ele, gerando uma crítica do saber. E é essa crítica que permite avançar no processo de conhecimento.

OLIVEIRA, 2003

A minha família, fonte de amor e inspiração, por me incentivar a seguir em busca de aprender, sempre mais.

A Deus, por tornar tudo possível.

Agradecimentos

Agradeço à Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal do Paraná e aos professores da Linha de Educação Matemática pela oportunidade de ter estudado e pesquisado.

À Prof.^a Dr.^a Ettiène Cordeiro Guérios, pela paciência e compreensão, pela atenção, valorização, incentivo e dedicação como Orientadora desta dissertação.

À Prof.^a Dr.^a Maria Tereza Carneiro Soares pelo empréstimo de inúmeros materiais e pelas conversas norteadoras dos seminários de pesquisa.

Às Prof.^{as} Dr.^{as} Alina Spinillo e Maria da Conceição Ferreira Reis Fonseca que prontamente responderam aos meus *e-mails*, indicando materiais para leitura, ou mesmo encaminhando-os via correio.

Agradeço, em geral, aos colegas da turma que sempre se preocuparam com o entendimento matemático desta pedagoga e ao colega Leivas, em específico, por partilhar comigo suas leituras e conhecimentos matemáticos.

Às professoras que gentilmente cederam seu tempo e se dispuseram a relatar suas práticas, dando vida e valor a esta pesquisa.

A todos os que, direta ou indiretamente, contribuíram para a realização desta dissertação.

RESUMO

Esta pesquisa investigou princípios relacionados ao ensino da matemática nas séries iniciais do Ensino Fundamental, os quais as professoras que atuam nesses ciclos mobilizam quando instadas a falar sobre a sua prática pedagógica. Para tal, buscou-se identificar nos autores que se filiam à numeralização, ao letramento em matemática, à matematização e ao senso numérico convergências com a perspectiva preocupada em desenvolver nos alunos a atitude de pensar e de fazer matemática na escola. A organização do marco conceitual, associada ao conteúdo depreendido da análise dos dados coletados empiricamente, teve como decorrência a estruturação de um rol de princípios relacionados ao tema desta pesquisa e possibilitou a organização de categorias de análise que contribuíram para a interpretação e atribuição de significados às falas das professoras que integram esta pesquisa. A análise dessas falas possibilitou uma reflexão, em âmbito geral, sobre o ensino de matemática e sobre as perspectivas do pensar e do fazer matemática por professores e alunos.

Palavras-chave: educação matemática, formação de professores, ensino-aprendizagem, pensar e fazer matemática, séries iniciais.

ABSTRACT

This research investigated the principles related to the teaching of mathematics in the initial grades of elementary school, that are mobilized by teachers who work in these cycles when they are required to talk about their teaching. This study tries to identify in which points the authors who are engaged in numeracy, numeration, literacy in mathematics, mathematization and in the numerical sense converge their ideas with the prospect of developing students' attitudes and resources for thinking and doing mathematics in school. The structuring of the conceptual framework, associated to the content gathered from the analysis of empirically collected data had, as a result, a list of principles related to the theme of this research and made possible the organization of categories of analysis that contributed to the interpretation and attribution of meaning to the words of the teachers who were part of this research. The analysis of their discourse contributed to the reflection, in general, in mathematics teaching and the perspective of thinking and doing mathematics by teachers and students.

Keywords: mathematics education, teachers formation, teaching-learning, thinking and doing mathematics, initial grades.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	01
1.1. Memorial – Registro da trajetória de uma educadora.....	01
1.2. Justificativa e delineamento da pesquisa	10
1.2.1. Problema	21
1.2.2. Objetivo da pesquisa	21
1.2.3. Encaminhamentos metodológicos	22
2. ALGUNS ESTUDOS RELACIONADOS AO ENSINO DA MATEMÁTICA	28
2.1. Numeralização.....	32
2.2. Letramento em Matemática	38
2.3. Senso numérico.....	46
2.4. Matematização	51
2.5. Princípios subjacentes ao pensar e ao fazer matemática na escola	56
3. A PESQUISA E OS SUJEITOS	62
3.1. Princípios subjacentes à ação do professor	62
3.2. Uma conversa com professores	68
3.2.1. Caracterização dos sujeitos da pesquisa.....	69
3.2.2. As entrevistas e as categorias de análise.....	72
4. PRODUZINDO SIGNIFICADOS – UMA ANÁLISE DAS FALAS DOS PROFESSORES	77
4.1. Características de uma aula de matemática.....	77
4.2. Atividades ou tarefas matemáticas que contribuem para o pensar e o fazer matemática na escola.....	93
4.3. Seleção dos conteúdos	108
4.4. A avaliação da aprendizagem	118
4.5. Princípios essenciais à prática do professor.....	128
4.6. Uma leitura transversal.....	149
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS	158

6. REFERÊNCIAS	166
7. ANEXOS.....	175
7.1. Distribuição do desempenho dos alunos na escala global de letramento em matemática – PISA 2000	175
7.2. Distribuição do desempenho dos alunos na escala global de letramento em matemática – PISA 2003	177
7.3. Distribuição do desempenho dos alunos na escala global de letramento em matemática – PISA 2006.....	177
7.4. Pisa – Resultado comparativo do desempenho em matemática.....	178
7.5. Tabela e gráfico apresentados no estudo comparativo SAEB – 2005.....	179
7.6. Matriz de referência para alunos de 4. ^a série do Ensino Fundamental na área de matemática – SAEB	180
7.7. Roteiro para as entrevistas com professores	181

1. INTRODUÇÃO

1.1. Memorial – Registro da trajetória de uma educadora

É provável que meu contato com a matemática tenha se iniciado bem antes de meu ingresso, aos seis anos, na pré-escola. Entretanto, ao pensar nessa área de conhecimento, recordo-me direto da professora Carminha. Ela era temida por todos, um verdadeiro mito. Em suas aulas não havia a menor chance para conversas. Com ela, nunca houve problemas disciplinares. Muito séria, muito exigente, muito coerente. Uma excelente professora com a qual só tive contato a partir da sexta série do Ensino Fundamental (antigo ginásio). Ela passeava pela matemática com gosto. Relutava em apresentar fórmulas. Queria que pensássemos, que descobríssemos um caminho próprio. Com ela aprendi que as fórmulas caracterizam-se como um “resumo” do caminho, mas que não é preciso saber ou decorar todas elas, basta saber deduzi-las.

Eu gostava muito de matemática e me saía muito bem. No decorrer da sexta série, essa professora me convidou para ajudar aos colegas da classe. Em algumas situações eu pedia dispensa da aula de Estudos Sociais (atual História e Geografia, nas quais só fazíamos resumos) e a acompanhava em outra turma, ajudando-a como uma espécie de monitora. Circulava pela sala, auxiliando os alunos na resolução dos exercícios.

Fiquei nessa escola, tendo-a como professora até a oitava série. Na época eu pensava em ser como ela, uma professora de matemática, mas estava dividida, já que minha mãe era professora das séries iniciais e eu adorava auxiliá-la.

No Ensino Médio (que na época era chamado de segundo grau), fiz Magistério e não tive a menor dificuldade com a matemática desse curso.

Nesse período, tive contato pela primeira vez com a Didática da Matemática. Algo muito diferente do que acredito, hoje, ser o adequado para essa disciplina. Preparávamos muitas atividades em folhas, discutíamos algumas técnicas... Não me recordo de ter estudado durante o curso, em nenhuma

disciplina, a relação entre o processo de ensino e de aprendizagem da matemática.

Durante o Magistério, sempre que possível, eu estava em sala, em estágios ou auxiliando minha mãe. Houve uma época em que eu preparava atividades para que ela explorasse com os seus alunos. Ela trabalhava no mesmo colégio estadual em que estudei durante o Ensino Fundamental. Nele não havia muitos recursos disponíveis. Eu adorava pesquisar e planejar atividades. Organizei vários cadernos. Espero que eles tenham sido de alguma valia.

Terminado o Magistério, veio a opção pela Pedagogia¹, que cursei na UFPR. Não é preciso falar que não se vê muito de matemática nesse curso. Ao contrário da maioria das minhas colegas, adorei a disciplina de Estatística. Outra disciplina de que me recordo é a de Psicologia. Por um semestre, discutimos um pouco sobre a construção de conceitos matemáticos pela criança em uma perspectiva piagetiana.

Durante a graduação, iniciei minhas atividades profissionais. Primeiro em um colégio da rede particular e, já no ano seguinte, na Rede Municipal de Curitiba.

Como funcionária da Prefeitura Municipal de Curitiba tive o privilégio de participar de um momento em que se discutia o currículo básico. Período esse que veio acompanhado por uma política de formação continuada, que era realizada nos dias de permanência², durante a jornada laboral.

Nesses encontros tive, pela primeira vez, contato com profissionais relacionados à Educação Matemática, dentre os quais me recordo de alguns dos que exerciam suas atividades na UFPR e UNB. Nesses encontros (realizados no final da década de 1980 e início da década de 1990) discutia-se uma nova proposta para o ensino de matemática. Entre os temas trabalhados, ressalta-se a questão da numerização (*Um novo currículo de Matemática para o 1.º grau - UNB*), o trabalho com as medidas, frações, geometria e operações, temas que foram preparados pelo Grupo de Matemática da Prefeitura Municipal de Curitiba

¹ Não me recordo porque abandonei a idéia da Licenciatura em Matemática. Na época da escolha do curso de graduação pensei até em Biologia Marinha.

² Permanências: dias destinados a planejamento e estudo. Nesses, os alunos eram atendidos por outros professores que trabalhavam com Artes, Literatura, Educação Física e Projetos, para que os regentes pudessem participar dos momentos de formação continuada.

entre os anos de 1988 e 1990. Além dos encontros presenciais, recebíamos um material impresso, que se constituía em uma sistematização dos temas abordados, buscando o estabelecimento de relações entre a teoria e a prática.

As discussões e os estudos realizados nessa época refletiam a busca de uma nova abordagem para o ensino da matemática, o que influenciou a produção de livros didáticos e paradidáticos disponibilizados pelo mercado editorial a partir desse período. Entre os materiais produzidos nessa época elenco os que eu utilizava em sala de aula, como professora de terceira série do Ensino Fundamental da Rede Municipal de Curitiba: *Matemática: educação e desenvolvimento do senso crítico* e a *Coleção de Matemática: projeto alternativo* (sendo o segundo produzido pelo GPREM – Grupo Paranaense de Educação Matemática, em 1991), ambos da Editora do Brasil. Esses livros eram utilizados como referência na organização das atividades de registro, que eram copiadas pelos alunos, visto que na época não havia um programa nacional de distribuição de livros didáticos.

Ressalta-se que as discussões dessa época ainda hoje me inquietam, por considerar que muito se fez em relação às propostas de trabalho em cada um dos eixos que integram os conteúdos da matemática escolar. Entretanto, pouco se alterou em relação ao modo de abordar os conteúdos matemáticos tendo em vista o desenvolvimento da numeralização³, do pensar matematicamente⁴, do letramento ou literacia matemática.

Após nove anos de dedicação exclusiva à Rede Municipal, retornei à rede particular, em um dos períodos, ingressando em uma escola cooperativa de pais, na qual permaneci por seis anos. Nessa escola, tínhamos um grupo de estudos efetivo, sendo esse mediado por professores de universidades. Estudamos a pedagogia histórico-cultural e o materialismo dialético. Debruçamo-nos sobre os Parâmetros Curriculares Nacionais. Buscávamos a reflexão sobre a prática, bem

3 O termo numeralização é utilizado na tradução do livro **Crianças fazendo matemática** (NUNES, BRYANT, 1997) para o português. Em nota de rodapé a tradutora pontua que no original os autores utilizam *numerate*. “Esta expressão designa uma criança ou adulto que tenha certo domínio do sistema numérico e das operações aritméticas, que possa pensar com conhecimento matemático” (N. de R. T. *apud* NUNES, BRYANT, 1997, p. 18).

4 A expressão *pensar matematicamente* relaciona-se aos estudos de Nunes e Bryant (1997), Spinillo (2006) e Matos (2003, 2004, s.d.). Envolve o conhecimento dos sistemas matemáticos de representação, bem como a relação dessas convenções com situações particulares, cujos princípios lógicos sejam compreendidos pelo sujeito. Em seus estudos Schoenfeld (1996) relaciona o pensar matematicamente ao desenvolvimento de um ponto de vista matemático sobre o mundo, à ação de matematizar compreendida como: modelar, simbolizar, abstrair, e aplicar ideias matemáticas a uma larga gama de situações. Esse teórico salienta a importância de se ter as ferramentas do ofício para matematizar com sucesso.

como uma sustentação teórica para nossa ação pedagógica. Nossos encontros aconteciam aos sábados pela manhã, a cada quinze dias, para que pudéssemos nos dedicar às leituras indicadas pelos mediadores.

No segundo ano de atuação nessa escola, fui convidada a assumir a coordenação de Educação Infantil e das séries iniciais do Ensino Fundamental. No ano seguinte incorporei às minhas atividades profissionais o atendimento às séries finais do Ensino Fundamental.

Ao assumir essa coordenação, migrei meu padrão da Rede Municipal para o período noturno e iniciei minha jornada pela Educação de Jovens e Adultos – EJA, na qual permaneci por seis anos consecutivos. Encantei-me com o modo prático com o qual os alunos lidavam com a matemática. Meus alunos eram na maioria egressos de sítios e fazendas de milho e de algodão, que perderam suas propriedades em um dos planos econômicos do ex-presidente Fernando Collor de Mello (plano econômico de combate à inflação). Em Curitiba, trabalhavam como pedreiros, serventes, domésticas, entre outros. Calculavam mentalmente, estabelecendo analogias com sacas de milho ou de algodão. Não estruturavam algoritmos, mas sabiam me dizer quantas caixas de um determinado piso seriam necessárias para revestir a nossa sala. Efetivavam o cálculo de modo a economizar no número de caixas, uma vez que discutiam entre si o aproveitamento das peças por meio de recortes das placas. Ao observá-los, muitas vezes pensei que a matemática da vida lhes proporcionava a subsistência e a da escola uma certificação que eles acreditavam que lhes ajudaria a “melhorar de vida”. Confesso que isso me incomodava um pouco, pois eu me questionava sobre a efetiva contribuição da matemática escolar para esses trabalhadores. Acreditava que o currículo da EJA deveria ser diferente do currículo do regular. Que deveríamos aproveitar melhor os conhecimentos práticos que esses alunos possuíam, que deveríamos “matematizá-los” para as atividades profissionais que exerciam e para as situações cotidianas que enfrentavam como: o controle do próprio salário, o pagamento de contas e a compra a crédito. Hoje, relaciono esse pensamento à Etnomatemática⁵ e à Matemática Realística⁶, que na época desconhecia.

⁵ A etnomatemática defende a matemática como uma manifestação cultural. Reconhece a matemática dos diferentes grupos culturais, propõe a valorização dos conceitos matemáticos informais construídos na vivência social (SCANDIUZZI s.d.;

Nesse mesmo período, a Rede Municipal de Curitiba elaborou uma proposta de educação a distância – EAD, composta por cinco fascículos impressos. Esse curso objetivava o resgate dos princípios básicos da matemática⁷ por meio da leitura orientada, da resolução de atividades de controle dos estudos e da interpretação do material. Participei desse curso e lembrei-me das discussões e estudos realizados logo que entrei na Rede Municipal, ao final da década de 1980.

Em 1999, a escola cooperativa assumiu uma outra configuração. Desliguei-me dessa escola e ingressei em uma outra da rede particular de Curitiba, na qual estou até hoje. Nessa escola, apliquei muito do que aprendi na Rede Municipal e ampliei meus conhecimentos profissionais por meio da atividade docente e de grupos de estudo realizados durante a jornada laboral. Essa escola segue o modelo de permanência adotado na Rede Municipal, deixando um dia da semana para que o professor encontre-se com seus pares, discutindo temas referentes ao processo de ensino e de aprendizagem. Esses encontros fazem parte de um Programa de Educação Corporativa, denominado PEC.

Ingressei nessa escola na época em que se discutia o Projeto Político Pedagógico. Logo me inscrevi para participar dos grupos de trabalho, primeiramente com os professores de terceira série do Ensino Fundamental e, em uma segunda etapa, com os professores que lecionam matemática de Educação Infantil ao Ensino Médio.

Em 2000, passei a atuar no Centro de Estudos e Pesquisas – CEP dessa instituição como coordenadora de terceira série do Ensino Fundamental. Quando comentei com a coordenadora geral sobre os estudos realizados na Rede

CLARETO, s.d.). Procura entender o “saber/fazer matemático ao longo da história da humanidade contextualizado em diferentes grupos de interesse, comunidades, povos e nações” (D’AMBROSIO, 2002, p. 17). Preocupa-se em entender o ciclo da geração, a organização intelectual e social e a difusão desse conhecimento por reconhecer que o conhecimento é gerado pela necessidade de uma resposta a problemas e situações distintas, estando subordinado a um contexto natural, social e cultural (D’AMBROSIO, 2002). Vale ressaltar que, para D’Ambrósio, a proposta da etnomatemática não significa a rejeição da matemática acadêmica, sendo importante, entretanto, o reconhecimento de que a matemática escolar acadêmica é um produto cultural da civilização européia predominantemente ocidental (D’AMBROSIO, 2002; CLARETO, s.d.). Ele considera um equívoco pensar que a etnomatemática pode substituir a matemática acadêmica e afirma ser importante incorporar a matemática do momento cultural, contextualizada, à Educação Matemática.

⁶ FREUDENTHAL, Hans – Educação Matemática Realística: baseada na resolução de problemas reais, factíveis e significativos a partir de experiências cotidianas em lugar de em regras de matemática abstratas e divorciadas da realidade vivencial ou cognitiva dos estudantes (LOPES, s.d.).

⁷ SANCHOTENE, Joyce de C.; CIPRIANO, Lúcia H. R.; WANDRESEN, Maria Otília L. **Matemática**: princípios básicos. Prefeitura Municipal de Curitiba. 2 ed. 1998.

Municipal ela interessou-se e organizou uma semana de atividades com alguns professores e alunos do Programa de Pós-Graduação em Educação da UFPR, para que discutíssemos, com os professores que atuam na Educação Infantil e nas séries iniciais do Ensino Fundamental, sobre a “*Resolução de problemas como um dos caminhos para o desenvolvimento matemático*”⁸.

Tendo como ponto de partida os estudos realizados no PEC, organizamos grupos de trabalho para revisarmos o Plano Curricular. Essa postura é adotada até hoje, uma vez que a cada final de trimestre nos reunimos para analisar os encaminhamentos pedagógicos, bem como o Plano Curricular.

A partir de 2001, passei a atuar como coordenadora de Educação Infantil a terceira série do Ensino Fundamental no CEP, efetuando em paralelo, alguns atendimentos às escolas conveniadas. Dentre as minhas atribuições profissionais destaco a participação na organização e/ou realização de encontros⁹ para o estudo de textos, para reflexão sobre a prática pedagógica, para a discussão de encaminhamentos pedagógicos.

Nos dois últimos anos, influenciada pela participação, como aluna especial, nas aulas do Programa de Pós-Graduação da UFPR, em alguns desses encontros estudamos textos de autores ligados à Educação Matemática, dentre os quais Constance Kamii (*A criança e o número; Crianças pequenas continuam reinventando a aritmética: séries iniciais*), Cecília Parra (*Cálculo mental na escola primária*), Irma Saiz (*Dividir com dificuldade ou a dificuldade de dividir*), Roland Charnay (*Aprendendo com a resolução de problemas*), Alina G. Spinillo (*O sentido do número e sua importância na educação matemática*) entre outros.

Atualmente as professoras que atuam de primeira a terceira série do Ensino Fundamental (com oito anos de duração) estão trabalhando com *Investigações Matemáticas na sala de aula* (PONTE, João P. da; BROCARD, Joana; OLIVEIRA, Hélia) e as de primeiro ano (Ensino Fundamental com nove

⁸ VIANNA, Carlo R.; ISOLANI, Clélia M. M.; SOARES, Maria Tereza C.; PANNUTI, Maisa. **Metodologia da área de matemática**: a resolução de problemas como um dos caminhos para o desenvolvimento matemático”. Apostila do PEC – 14 a 18, agosto, 2000.

⁹ Esses encontros se referem aos realizados quinzenalmente no PEC e aos realizados, mensalmente, nos Seminários Ampliando Horizontes até o ano de 2005. Destaca-se que esses seminários constituíam-se em um espaço para que os docentes compartilhassem estudos e pesquisas realizadas com seus colegas de trabalho. Hoje os encontros do PEC são mensais e os Seminários Ampliando Horizontes foram substituídos por palestras organizadas pela equipe do Desenvolvimento Institucional – DI.

anos de duração) estão estudando notações numéricas a partir de um texto da Delia Lerner e de Patrícia Sadovsky¹⁰.

Creio que posso delegar à minha atividade profissional a responsabilidade pelo fato de eu ter voltado a me dedicar ao estudo da matemática¹¹, uma vez que em um atendimento a uma escola conveniada as professoras me questionaram sobre os fatos básicos para construção do número. Como eu desconhecia qualquer referência sobre esse assunto busquei o tema na Internet. Não encontrei o que procurava, mas navegando me deparei com o Programa de Mestrado em Educação da UFPR, com a linha de Educação Matemática e com a disciplina de *Concepções e Tendências da Educação Matemática* ofertada no primeiro semestre de 2006. No início dessa disciplina eu estava cheia de perguntas e essas só aumentaram à medida que se desenvolviam os encontros. A cada um deles percebia que eu sabia muito pouco (quase nada) sobre Educação Matemática. Nunca havia lido sobre as concepções e as tendências relacionadas à Educação Matemática e, quanto mais lia, mais sede tinha, mais ansiosa ficava pela próxima semana.

O que se iniciou como uma busca por respostas para um atendimento às conveniadas suscitou muitas dúvidas que resgataram angústias antigas relacionadas ao desenvolvimento do pensamento matemático, da numeralização, do pensar matematicamente, do letramento ou literacia matemática. Por esse motivo, no início do segundo semestre de 2006 lá estava eu novamente, como aluna especial, participando das aulas da disciplina de *Educação Matemática e Escola*.

Então não havia mais alternativa, eu estava contaminada pela Educação Matemática. Queria estudar todos os temas e problemas relacionados ao ensino e à aprendizagem dessa área de conhecimento. Confesso que esse fato me atrapalhou um pouco na elaboração do projeto de pesquisa para ingresso no Programa de Mestrado em Educação que tem como linha de pesquisa a Educação Matemática. Foi preciso fazer uma opção, o que me levou a perceber

¹⁰ LERNER, Delia; SADOVSKY, Patrícia. O sistema de numeração: um problema didático. In: PARRA, Cecília [et al.]. **Didática da matemática**: reflexões psicopedagógicas. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

¹¹ Nos anos de 2000 a 2002 interessei-me pela educação a distância mediada pelas tecnologias da informação. Em seguida passei a estudar a organização do tempo e do espaço escolar na Educação Infantil e nas séries iniciais do Ensino Fundamental e, há três anos, estava me dedicando mais à alfabetização/letramento pautada no desenvolvimento da consciência linguística e da consciência fonológica.

que eu já me incomodava há tempos com a questão do “pensar matematicamente”. Tema esse, que muitos autores relacionam com: a numeralização ou *numerate* (NUNES; BRYANT, 1997), o letramento em matemática (PISA, 2000; FONSECA (org.), 2004), o desenvolvimento do senso numérico (SPINILLO) ou *numeracy* (CUMMING, GAL, GINSBURG, 1998; GAL, 1993, 1994, 1999; JOHNSTON, 1999).

Essa “inquietação” com o pensar matematicamente deve-se ao fato de que na equipe de educadores das séries iniciais do Ensino Fundamental percebe-se, atualmente, uma preocupação maior com a manipulação de materiais “concretos”, a contextualização de atividades, a implementação do lúdico, a exploração de jogos no trabalho com o conhecimento matemático escolar. Entretanto, na maioria das vezes, o uso desses materiais e estratégias reflete apenas a intenção de tornar as aulas mais agradáveis, e não uma concepção educacional centrada no desenvolvimento do “pensar matematicamente em situações diversas, empregando sistemas eficientes de representação e compreendendo as regras lógicas que regem os conceitos matemáticos inseridos nessas situações” (SPINILLO, 2006, p. 85).

A reflexão sobre a prática educativa gerou a necessidade de se buscarem respostas e alternativas para o modo como se “faz matemática”¹² ainda hoje, em muitas escolas. Esse fato se deve à constatação de que o ensino da Matemática, focado em uma visão hegemônica e universal, pautado na transmissão de técnicas, na conformação, na reprodução de modelos, no trabalho do professor centrado no conteúdo a ser ensinado (a partir da lógica do professor ou na do próprio conteúdo em si) não tem contribuído para a inserção consciente e crítica na sociedade (PISA, 2000; MATOS, s.d.; D’AMBROSIO, 2004).

A preocupação com o pensar matematicamente perpassa, ainda, a reflexão sobre a prática pedagógica, sobre as concepções e as tendências que norteiam as aulas de matemática, bem como sobre os estudos que têm como

¹² D’Ambrosio (1989) utiliza a expressão *fazer matemática* ao discutir o ensino dessa área de conhecimento. Ela pontua que, ainda hoje, muitos acreditam que fazer matemática na escola é seguir e aplicar regras transmitidas pelo professor. Apresenta uma proposta que envolve uma tentativa de se levar em conta as concepções dos alunos e professores sobre a natureza da matemática. Ressalta que fazer matemática requer do aluno confiança e criatividade para resolver problemas, criar hipóteses, conjecturas e investigá-las. Para essa pesquisadora “com essa abordagem a matemática deixa de ser um corpo de conhecimentos prontos e simplesmente transmitidos aos alunos e passa a ser algo em que o aluno faz parte integrante no processo de construção de seus conceitos” (*Ibidem*, p. 5). Essa abordagem de ensino pode ser reforçada por meio do documento *Normas profissionais para o ensino da matemática* (NCTM, 1991) no qual aprender/saber matemática é, sobretudo fazer matemática.

objeto de pesquisa a numeralização, o letramento em matemática, o desenvolvimento do senso numérico ou *numeracy*, a matematização, de modo a identificar as contribuições desses estudos para a matemática escolar. Torna necessária a revisão de situações de ensino focadas na transmissão de informações e de modelos de resolução a serem reproduzidos pelos alunos, sem preocupação com o pensar e o fazer matemática¹³. Requer a compreensão de que aprender matemática não é simplesmente entender a matemática já feita, mas ser capaz de realizar investigações de natureza matemática, percebendo o que ela é, qual a sua utilidade na compreensão e intervenção sobre o mundo, transferindo os conhecimentos escolares para situações novas (BRAUMANN *apud* PONTE, BROCARD e OLIVEIRA, 2005; D'AMBROSIO, 2004).

Nessa perspectiva, inicia-se uma nova trajetória como professora e como pesquisadora, em que busco observar que “princípios¹⁴” relacionados ao pensar e ao fazer matemática são subjacentes¹⁵ à prática pedagógica de professores que atuam nas séries iniciais do Ensino Fundamental.

Sei que há muito para aprender, que não há uma definição do percurso final. Que esse é apenas o início, do que espero, seja uma trajetória de pesquisa sobre o tema.

¹³ A expressão *pensar e fazer matemática* surge, nesta pesquisa, por meio da associação entre as leituras sobre o *pensar matematicamente* (NUNES e Bryant, 1997; SPINILLO, 2006; MATOS, 2003, 2004, s.d.) e o *fazer matemática* (D'AMBROSIO, 1989, NCTM, 1991, PISA, 2006, MUNIZ, 2004, ZUNINO, 1995; SKOVSMOSE, 2007 FREUDENTHAL, 1968) na escola. Considera-se importante destacar que essa expressão é utilizada por Bassanezi (2004) em seus estudos sobre o ensino e a aprendizagem com modelagem matemática e por D'Ambrosio (2002) quando indica que a etnomatemática procura entender o saber/fazer matemático histórico e culturalmente contextualizado.

¹⁴ Os princípios constituem-se em afirmações que refletem os pressupostos essenciais ao ensino (NCTM, 2008) que prime pelo pensar e pelo fazer matemática nas séries iniciais do Ensino Fundamental.

¹⁵ Princípios subjacentes: que estão por baixo, ocultos, subentendidos, implícitos (LUFT, 1999).

1.2. Justificativa e delineamento da pesquisa

Com o desenvolvimento da Psicologia da Educação Matemática e da própria Educação Matemática em si, a aprendizagem da matemática escolar deixa de ser encarada como um processo de transmissão de informações, teorias e explicações pautadas na memorização e na utilização mecânica de algoritmos e de técnicas, ou habilidades, de resolução de exercícios repetitivos. Concebida como uma construção cognitiva da criança, mediada pelas situações de ensino, passa a objetivar a compreensão de princípios e de relações matemáticas (SCHLIEMANN; CARRAHER (orgs.), 1998; D'AMBRÓSIO, 1996).

Nesse contexto, a compreensão e o significado atribuído pela criança a procedimentos e representações matemáticas, o estabelecimento de relações entre representações realizadas em diferentes sistemas simbólicos, os conhecimentos e experiências anteriores da criança, e o uso/aplicação do conhecimento matemático em situações cotidianas, constituem-se em aspectos importantes para o processo de ensino e de aprendizagem da matemática de modo que seja possível organizar atividades de ensino mais apropriadas¹⁶ ao desenvolvimento do pensar matematicamente.

As situações escolares podem favorecer o desenvolvimento das habilidades matemáticas que a criança possui, contribuindo para o estabelecimento de relações entre a linguagem matemática e o conhecimento informal. Para isso, é necessário criar situações em que se explore a transposição de situações reais para a linguagem matemática e vice-versa, em que se possam utilizar estratégias pessoais, contrastando-as com as utilizadas pelos colegas, descobrindo a ambiguidade dessas representações, bem como a importância de adotar-se uma representação comum para a comunicação dos fatos matemáticos. As atividades de ensino são necessárias para mediar a transformação dos conhecimentos espontâneos em representações simbólicas mais elaboradas e eficientes (SPINILLO, 1994).

¹⁶ “As situações criadas na escola devem abranger conceitos variados permitindo a descoberta de aspectos matemáticos que não são facilmente encontrados em situações fora da escola”. (SCHLIEMANN, 1998, p. 32). A elaboração de situações adequadas na escola requer do professor não apenas o conhecimento sobre os conteúdos da matemática, mas também “o conhecimento sobre como a criança desenvolve sua compreensão de conceitos matemáticos, quais as dificuldades que enfrenta e quais as características das concepções que desenvolve” (SCHLIEMANN, *et. al.*, 1997, p.10).

Essas atividades devem¹⁷ possibilitar ao aluno a interpretação, a produção e a expressão de ideias matemáticas; a utilização de fontes e de recursos tecnológicos na construção de conhecimentos; a formulação e a busca de resolução para problemas a partir da observação de situações reais. (SCHLIEMANN; CARRAHER (orgs.), 1998; NUNES *et al.*, 2005; MEC/SEF, 1997).

Resnick (1987, *apud* SCHLIEMANN, 1998, p. 23) afirma que

a aprendizagem na escola valoriza a cognição individual, o pensamento descontextualizado, a manipulação de símbolos e os princípios gerais, ao passo que a aprendizagem fora da escola caracteriza-se pela cognição distribuída, pela manipulação de instrumentos, pelo raciocínio contextualizado pela competência em situações.

Para este pesquisador, os princípios e as propriedades matemáticas constituem-se em ferramentas para a resolução de objetivos que apresentam relevância prática e social.

D'Ambrosio (2004, p.35) corrobora com essa premissa e utiliza trechos do *Plano Decenal de Educação para Todos 1993-2003*, do Ministério de Educação e do Desporto/MEC, para salientar que “os conteúdos e métodos de educação precisam ser desenvolvidos para servir às necessidades básicas de aprendizagem dos indivíduos e das sociedades”.

Esta preocupação com a educação matemática escolar pode ser observada em diferentes países. A título de exemplificação cita-se Portugal, cujo Ministério da Educação disponibiliza inúmeros documentos, dentre os quais destaca-se o *Currículo Nacional do Ensino Básico – Competências Essenciais*¹⁸ (2001) que trata a matemática como um patrimônio cultural da humanidade e um modo de pensar. Nesse documento, ser matematicamente competente envolve um conjunto de atitudes, capacidades e conhecimentos relativos à matemática que deve ser desenvolvido ao longo da educação básica. Essa competência matemática inclui a predisposição para raciocinar matematicamente, procurar regularidades, estabelecer e testar conjecturas, formular generalizações e pensar de maneira lógica; a concepção de que a validade de uma afirmação relaciona-se à consistência da argumentação lógica e não a uma autoridade exterior; a

¹⁷ Deve, pode, precisa: ressalta-se que o uso desses termos expressa uma visão sobre um conjunto de princípios relacionados ao pensar e ao fazer matemática em ambiente escolar. Essa formulação verbal não significa, de modo algum, a certeza de um resultado pré-determinado, constituindo-se antes, em uma forma de descrição da perspectiva desta pesquisa.

¹⁸ Disponível em <<http://www.dgicd.min-edu.pt/fichdown/livrocompetencias/LivroCompetenciasEssenciais.pdf>> Acesso em: 2 jan. 2009.

predisposição para compreender a estrutura de um problema e para buscar alternativas de resolução, para analisar erros e estratégias alternativas; a aptidão para decidir sobre a razoabilidade de um resultado; a tendência para usar a matemática em consonância com outros saberes na compreensão de situações da realidade, bem como o sentido crítico em relação à procedimentos e resultados matemáticos.

O referido documento utiliza-se, em sua fundamentação teórica, de algumas das publicações do *National Council of Teachers of Mathematics*¹⁹ – NCTM, entre elas a intitulada como *Normas profissionais para o ensino da matemática* (NCTM, 1991), que identifica cinco objetivos gerais vinculando-os ao currículo e à avaliação em matemática. A saber: valorizar a matemática, confiar em sua capacidade de fazer matemática, resolver problemas matemáticos, comunicar-se matematicamente e raciocinar matematicamente. Essa publicação ressalta a importância de evitar-se a separação entre o pensamento matemático e os conceitos ou aptidões matemáticas. Assim, valoriza o pensamento matemático e a resolução de problemas.

A competência matemática propicia a todos o uso da matemática na vida pessoal, no trabalho, e em estudos mais aprofundados. Oportuniza a compreensão do poder e da beleza da matemática. Desse modo, a matemática aprendida na escola relaciona-se ao compromisso de possibilitar a ação de calcular fluentemente e de resolver problemas criativamente, com recursos próprios – estratégias pessoais (NCTM, 2000).

No documento *Princípios e normas para a matemática escolar*²⁰, o NCTM (2000) salienta a importância de os alunos compreenderem a matemática. Associa essa compreensão ao uso dos conhecimentos matemáticos de modo flexível. Destaca que a compreensão conceitual permite aos alunos lidar com

¹⁹ O Conselho Nacional de Professores de Matemática – NCTM é uma organização internacional de profissionais comprometidos com o ensino e a aprendizagem de matemática, pautados em um princípio de excelência. Em 1980 essa instituição publicou *Uma Agenda para a Ação*. Essa publicação delineou dez recomendações para os programas de matemática, incidindo a necessidade fundamental de os alunos aprenderem a resolver problemas. Em 1989 publicou *Normas para o currículo e a avaliação em matemática escolar (Curriculum and evaluation standards for school mathematics)* como um esforço em melhorar a educação matemática nos Estados Unidos e no Canadá. Em 1991 editou *Normas profissionais para o ensino da Matemática (Professional standards for teaching mathematics)*, que descreve os elementos eficazes para o ensino da matemática. *Normas para a avaliação em matemática escolar (Assessment standards for school mathematics)*, publicada em 1995, estabelece objetivos para a avaliação em matemática. *Princípios e normas para a Matemática Escolar*, publicado em 2000, acrescenta princípios subjacentes à matemática escolar e esclarece sobre as metas e os padrões indicados para a educação infantil e para as doze etapas seguintes de escolaridade. Esse documento oferece subsídios para o pensar sobre o que é importante na matemática escolar. Disponível em: <<http://www.nctm.org/>> Acesso em: 16 nov. 2008.

²⁰ *Principles and standards for school mathematics*. Disponível em: <<http://standards.nctm.org/>>. Acesso em: 13 jul. 2008.

novos problemas e configurações. Desse modo, os alunos podem resolver problemas que eles não tenham encontrado antes. Segundo esse documento, quando os alunos são desafiados a resolver tarefas, escolhidas adequadamente, tornam-se confiantes em sua capacidade de resolver problemas, flexíveis em explorar ideias matemáticas e perseverantes no enfrentamento das tarefas mais difíceis.

Nessa perspectiva, um dos grandes equívocos do ensino de matemática é o de priorizar a memorização de fatos e a execução de técnicas como rotinas a serem executadas, bem como a aprendizagem de regras e de operações, enfatizando demasiadamente o ato de saber realizar com êxito determinados exercícios por meio da aplicação de regras e de convenções. Nessa concepção de ensino prioriza-se a apresentação dos conteúdos a partir de definições, exemplos, demonstrações de propriedades, seguidos de exercícios de aprendizagem, fixação e aplicação, considerando-se uma reprodução correta como sinônimo de aprendizagem. Esse ensino ocorre em detrimento da compreensão e da construção do conhecimento lógico-matemático que contribuem para o desenvolvimento do “pensar matematicamente” não apenas na escola, mas em diferentes situações no contexto social (MEC/SEF, 1997; NUNES *et al.*, 2005; VASCONCELOS, 1998; SELVA, 1998; SKOVSMOSE, 2007).

Em relação a essa perspectiva de ensino de matemática Nunes (*et al.*, 2005) pontua que, a resolução de uma série de problemas, todos do mesmo tipo, não contribui para o desenvolvimento do raciocínio sobre cada problema, uma vez que o aluno apenas reproduz as soluções anteriores, criando a ilusão de ter aprendido. A aplicação de conhecimentos escolares em contextos diferentes daqueles em que foram adquiridos exige “domínio de conceitos, flexibilidade de raciocínio, capacidade de análise e abstração” (MICOTTI, 1999, p. 154).

Nunes (*et al.*, 2005) e seus colaboradores afirmam que aprender matemática envolve o uso de instrumentos e de símbolos da matemática na resolução de problemas. Destacam a importância de análise, pelos alunos, das soluções utilizadas na resolução das atividades matemáticas, de modo que possam perceber se há contradições entre elas. Para eles, a formação da capacidade de pensar sobre possibilidades e analisá-las constitui-se em um dos

aspectos importantes do desenvolvimento cognitivo e da compreensão de conceitos matemáticos.

Schliemann (1998) reforça essa afirmação ao pontuar que o conhecimento matemático se desenvolve por meio da reflexão sobre as características de sistemas de representação, pautado em conhecimentos, crenças e experiências anteriores. Assim, o ensino dessa área deve visar à compreensão de relações matemáticas gerais, de modo que o desenvolvimento e o uso dos conhecimentos matemáticos escolares sejam aplicados às estratégias criadas pelas crianças em práticas sociais. Para essa pesquisadora, é importante o planejamento de atividades que possibilitem diferentes abordagens dos conhecimentos escolares. Ela ressalta que a incompreensão dos sistemas simbólicos²¹ e das convenções ensinadas na escola pode ser confundida com a incapacidade de raciocinar matematicamente. Afirma, ainda, que os algoritmos escolares nem sempre ajudam a resolver problemas fora do contexto escolar. Isso decorre do fato de que, muitas vezes, a aplicação desses algoritmos está ancorada em regras memorizadas, sem a compreensão das relações matemáticas a elas implícitas.

Spinillo (1994) complementa os apontamentos anteriores ao destacar a linguagem matemática (descontextualizada e sem referência a um objeto real) como uma grande dificuldade que as crianças enfrentam em ambiente escolar. Para essa pesquisadora, não é apenas a abstração, mas a linguagem matemática que gera a dificuldade em relação à compreensão e à expressão dos conhecimentos já construídos. Ela afirma que, muitas vezes, a dificuldade em matemática não reflete diretamente uma dificuldade de natureza conceitual, uma vez que essa pode residir na linguagem e não no conceito em si.

Ressalta-se que o simbolismo convencional da matemática não pode ser gerado espontaneamente. Depende da educação escolar para que seja utilizado com domínio e compreensão. É na escola que se efetiva a passagem das formas mais elementares para as mais “eficientes, poderosas e adequadas de

²¹ Sobre os sistemas simbólicos, o *Relatório Cockcroft* (1982, p. 1-4) pontua que a matemática proporciona um meio de comunicação de informação concisa e sem ambiguidade porque faz amplo uso da notação simbólica. No entanto, é a necessidade de utilizar esta notação e de interpretá-la, de relacioná-la às ideias abstratas e aos conceitos a ela subjacentes, que provê um obstáculo para muitas pessoas. Com efeito, a notação simbólica que permite que a matemática seja utilizada como um meio de comunicação e contribui de modo a torná-la “útil” também pode fazer com que ela seja difícil de compreender e de utilizar.

pensamento matemático, desenvolvendo, solidificando e ampliando as noções espontâneas já existentes” (*Ibidem*, p. 45).

A escola constitui-se em um espaço no qual é possível oportunizar aos alunos a vivência de uma ampla variedade de problemas e de situações para a discussão, o uso, a reflexão sobre as propriedades e as relações matemáticas, bem como sobre as representações simbólicas, utilizando compreensões prévias e novas descobertas como instrumentos na resolução de situações cotidianas e de problemas. Por meio das atividades escolares, é possível refletir sobre objetos matemáticos e manipulá-los de modo a compreender conceitos, percebendo que um conceito relaciona-se a diversas situações, podendo ser representado de várias formas.

Nesse contexto, retomam-se as orientações do NCTM (2000), que por meio dos *Princípios e normas para a matemática escolar* discute a necessidade de o currículo propiciar aos alunos a percepção das relações entre as ideias matemáticas, bem como a construção de conexões e competências que aprofundem e ampliem sua compreensão matemática. A educação matemática escolar deve oportunizar, no decorrer do processo, a aprendizagem de ideias matemáticas cada vez mais sofisticadas, por meio de um currículo articulado e das experiências que os professores organizam. Essas experiências de aprendizagem devem priorizar a comunicação, o raciocínio, a representação, o estabelecimento de conexões e a resolução de problemas, propiciando aos alunos a articulação dos conhecimentos matemáticos e de maneiras de pensar matematicamente em diferentes situações, sejam elas escolares ou não.

Segundo Nunes (*et al.*, 2005) e Shliemann (1998), um dos objetivos ao se ensinar matemática é possibilitar a promoção da coordenação dos esquemas de ação²² e de raciocínio que a criança desenvolve fora da sala de aula com as representações que fazem parte da cultura matemática, transformando assim os esquemas de ação em conceitos operatórios²³. A escola contribui para a

²² Esquema: organização invariante da conduta para uma determinada classe de situações, condutas em grande medida automatizadas. Os esquemas de ação refletem os conhecimentos-em-ato, ou seja, os elementos cognitivos que permitem à ação do sujeito ser operatória (VERGNAUD *apud* BRUN, 1996). “Um esquema de ação é constituído por uma representação da ação em que apenas os aspectos essenciais da ação aparecem: não importam, por exemplo, os objetos sobre os quais a ação foi executada”. (NUNES, *et al.*, 2005, p. 46).

²³ Conceito operatório: caracteriza uma compreensão mais avançada. Passando do conhecimento baseado em esquemas de ação para um conceito operatório, por meio da coordenação de dois ou mais esquemas, reconhecendo a relação inversa que há entre eles (NUNES, *et al.*, 2005, p.52).

superação gradual do suporte inicial para a representação de determinadas relações, proporcionando o uso de notações e de outros tipos de representações.

Desse modo, a construção dos conceitos matemáticos, em ambiente escolar, supera a repetição de técnicas ou a demonstração da capacidade de resolução de problemas de um tipo já conhecido (ou previamente trabalhado) e torna-se útil à vida diária por meio do desenvolvimento da capacidade de reunir conhecimentos variados e de lidar com uma situação nova e global. Essa transferência dos conhecimentos matemáticos escolares para situações que extrapolem o contexto escolar requer que eles sejam tratados de modo flexível, possibilitando a generalização a outros contextos (SCHLIEMANN, 1998; SELVA, 1998; D'AMBROSIO, 1996).

A matemática, como conhecimento que favorece o desenvolvimento do raciocínio, da capacidade expressiva, da sensibilidade estética e da imaginação, constitui-se em um princípio defendido pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (MEC/SEF, 1997). Esse documento orienta para a exploração de metodologias de ensino que priorizem a criação de estratégias, a comprovação, a justificativa, a argumentação, o espírito crítico, a criatividade, o trabalho coletivo, a iniciativa pessoal e a autonomia relacionada ao ato de aprender e de enfrentar desafios.

A exploração de tais metodologias atualiza o papel do professor, que passa a ser considerado como mediador ou organizador do processo de ensino e de aprendizagem, problematizando, fornecendo as informações necessárias, oportunizando situações em que o aluno utilize a analogia, a indução e a dedução no estabelecimento de relações.

Como mediador, o professor promove questionamentos, bem como a confrontação das estratégias de resolução elencadas pelos alunos e propicia o debate, orienta as reformulações, valoriza as soluções mais adequadas, promovendo a síntese das descobertas ou das aprendizagens efetivadas (MEC/SEF, 1997).

Assim, a ênfase da matemática escolar desloca-se do domínio de regras e técnicas, dos conhecimentos escolares isolados para a utilização dos conhecimentos matemáticos na resolução de problemas, no raciocínio e na comunicação de ideias matemáticas, o que implica confiança e motivação pessoal para fazê-lo (ME/DEB, 2001; D'AMBROSIO, 1996). Essa perspectiva de

ensino da matemática escolar é permeada por uma reflexão sobre a prática pedagógica.

A reflexão sobre a prática pedagógica e o ensino da matemática constitui-se em objeto de estudo de diversas pesquisas e publicações²⁴ desenvolvidas em Educação Matemática e áreas afins. Em muitas delas, relaciona-se à construção do conhecimento matemático, do pensar matematicamente, pelo aluno por meio da compreensão lógica, ao desenvolvimento da numeralização, do letramento em matemática, do senso numérico, da matematização. Ressalta-se que, para fins desta pesquisa, os termos supracitados são utilizados em uma perspectiva relacionada ao uso funcional dos conhecimentos matemáticos escolares. Desse modo, extrapolam as situações em que a aplicação deles se refere à apreensão e à construção de conhecimentos numéricos.

A importância da reflexão sobre o modo como se faz matemática ainda hoje, em muitas escolas, pode ser reforçada pela observação dos resultados obtidos pelo Brasil nas últimas avaliações realizadas pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira – INEP em parceria com a Organização para a Cooperação e o Desenvolvimento Econômico – OCDE, por meio do Programa Internacional de Avaliação de Estudantes – PISA²⁵.

Embora o PISA avalie o letramento em leitura, matemática e ciências, para fins desta pesquisa serão observados apenas os resultados referentes ao letramento em matemática. Esse é concebido como a capacidade de análise, reflexão e comunicação efetiva ao elaborar, resolver e interpretar problemas matemáticos em diversas situações que envolvem conceitos quantitativos, espaciais, probabilísticos e outros conceitos matemáticos. Envolve o ato de identificar e de compreender o papel que a matemática desempenha no mundo, de fazer julgamentos bem fundamentados e de usar e de se envolver na

²⁴ A título de exemplificação citam-se: BRITO (org.), 2006; SCHLIEMANN; CARRAHER (org.), 1998; D'AMBROSIO, 1996; MATTOS, 2006; NUNES [*et al.*], 2005; PARRA; SAIZ, 1996; PAVANELLO, 2004, entre outros.

²⁵ Programa Internacional de Avaliação de Estudantes – PISA. Esse programa destina-se a avaliação de alunos de quinze anos, no ensino regular (sétima série em diante). Participam desse programa os países-membros da Organização para a Cooperação e o Desenvolvimento Econômico – OCDE e países convidados. O Pisa representa um compromisso assumido pelos governos em monitorar regularmente os resultados dos sistemas educacionais. Tem como meta a produção de uma base para o diálogo entre políticas e para a colaboração na definição e operacionalização de metas educacionais que reflitam julgamentos sobre habilidades relevantes para a vida adulta. No Brasil, o programa é coordenado pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira – INEP. As avaliações ocorrem a cada três anos, sendo que em cada edição o foco recai sobre uma das bases referenciais de letramento: leitura, matemática e ciências. Em 2000 enfatizou-se o letramento em leitura, em 2003 a matemática e em 2006 as ciências. O objetivo do PISA é o de desenvolver indicadores que demonstrem se há a preparação dos estudantes de maneira eficaz para que se tornem cidadãos ativos, reflexivos e inteligentes na perspectiva de sua utilização da matemática. Nesse contexto, busca determinar em que medida os estudantes utilizam o que aprenderam na matemática escolar (INEP, 2003; PISA, 2000, 2006; GAVE, 2002, 2004).

resolução matemática relacionada ao cotidiano, enquanto cidadão construtivo, preocupado e reflexivo (PISA, 2000, 2006; OCDE, 2004; GAVE, 2002, 2004).

Pela análise dos resultados, constata-se que o desempenho dos estudantes brasileiros é preocupante, uma vez que a pontuação por eles obtida os classifica, nas três últimas edições do PISA, no nível mais baixo da escala²⁶ de letramento em matemática. Essa corresponde ao nível em que os estudantes usualmente são capazes de completar um único passo processual que consiste na reprodução de fatos ou processos matemáticos básicos, ou de aplicar habilidades de cálculo simples. Nesse nível, os estudantes respondem às questões que envolvem contextos conhecidos, nos quais todas as informações estão claramente definidas. Identificam a informação e executam procedimentos de rotina seguindo instruções diretas em situações explícitas. Os estudantes classificados nesse nível não generalizam as informações, nem aplicam o conhecimento matemático a situações diferentes das escolares (PISA, 2000, 2006; GAVE, 2002, 2004).

Outras avaliações realizadas pelo INEP possibilitam a visualização do problema relacionado ao ensino da matemática. Dentre essas se destacam a Prova Brasil²⁷ e o SAEB, como exames complementares.

O Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica – SAEB (desenvolvido no final dos anos 80 e aplicado a partir de 1990) coleta informações²⁸ sobre o desempenho acadêmico de alunos brasileiros, considerando as condições escolares por eles vivenciadas. Essa avaliação acontece a cada dois anos, sendo aplicada a uma amostra representativa dos alunos regularmente matriculados na quarta e na oitava série do Ensino Fundamental e no terceiro ano do Ensino Médio, de escolas públicas e privadas, localizadas em área urbana ou rural. As informações obtidas nessa avaliação podem ser utilizadas pelo Ministério da Educação – MEC e pelas Secretarias Estaduais e Municipais de Educação no planejamento de ações objetivando a

²⁶ O PISA utiliza uma escala de desempenho de cinco níveis (MASTERS e FORTES, 1996; MASTERS, ADAMS e EILSON, 1999 *apud* PISA, 2006).

²⁷ A Prova Brasil, criada em 2005, complementa a avaliação do SAEB tornando-a mais detalhada uma vez que avalia todos os estudantes da rede pública urbana de ensino, de 4.^a e 8.^a séries do Ensino Fundamental (INEP, s.d.).

²⁸ A coleta de informações se dá por meio de provas aplicadas aos alunos e de questionários destinados aos alunos, professores e diretores de modo a obterem-se dados que permitam “acompanhar a evolução do desempenho dos diversos fatores associados à qualidade e à efetividade do ensino ministrado nas escolas” (MEC/INEP, 2007, p. 3).

melhoria qualitativa e a universalização do acesso ao sistema educacional brasileiro, garantindo assim a qualidade, a equidade e a eficiência da educação brasileira.

Por meio da análise dos resultados dessa avaliação, identifica-se um baixo nível de pontuação obtido pelos alunos, bem como uma queda sistemática no aproveitamento dos alunos de quarta e de oitava séries do Ensino Fundamental no que diz respeito à proficiência em matemática. Ressalta-se que a matriz de referência do SAEB (anexa) e da Prova Brasil, para alunos de quarta série do Ensino Fundamental, objetiva a aplicação dos conteúdos matemáticos na resolução de problemas. Assim, os resultados evidenciam um baixo desempenho global e apontam como maior dificuldade as questões relacionadas à aplicação de conceitos e à resolução de problemas (MEC/SEF, 1997; INEP, s.d.; MEC/INEP, 2007; WAISELFISZ, 2004).

Desse modo, constata-se que os princípios defendidos pelos Parâmetros Curriculares Nacionais para a área de matemática, nas séries iniciais a partir de 1997, ainda não são observados no planejamento de situações de ensino, uma vez que os resultados das avaliações supracitadas demonstram que eles não foram atingidos por grande parte dos estudantes brasileiros. Os próprios Parâmetros salientam que, mesmo hoje, o ensino da matemática prioriza a “formalização precoce de conceitos e a pouca vinculação da matemática às suas aplicações práticas” (MEC/SEF, 1997, p. 23).

O cenário que se observa, em muitas escolas, ainda é o do treinamento que possibilita a repetição de técnicas, a demonstração de habilidades ou da capacidade de resolver problemas conhecidos. O ensino da matemática, em grande parte, privilegia “a memorização e a automatização de procedimentos em detrimento da compreensão e da possibilidade de transferência e aplicação de conhecimentos a novas situações” (SPINILLO, 1994, p. 50). Nessa perspectiva, não há por parte dos alunos, a “demonstração de capacidade de reunir conhecimentos variados para lidar com uma situação nova e global” (D’AMBRÓSIO, 1996, p. 78). Falta-lhes a flexibilização na busca pela resolução por meio de estratégias alternativas, diferentes das propostas pela escola.

Vale lembrar que os Parâmetros Curriculares Nacionais estabelecem que a atividade matemática escolar não deve focar “coisas prontas e definitivas”

(MEC/SEF, 1997, p. 19), mas a construção e a apropriação de conhecimentos pelo aluno de modo que esse possa compreender e transformar sua realidade. Esse documento pontua que a aprendizagem da matemática está ligada à compreensão, à apreensão de significados por meio da percepção das relações que cada objeto de conhecimento estabelece com outros objetos e acontecimentos. Assim, requer uma abordagem que priorize o exercício da análise e da reflexão, bem como o estabelecimento de conexão entre os diferentes temas matemáticos e entre esses e o contexto social.

Essa abordagem se relaciona à reflexão sobre a prática pedagógica, subsidiada pelas pesquisas e estudos em Educação Matemática, preocupados com a superação de aspectos conteudistas e essencialmente formais da matemática ou, como possibilidade de superação da ênfase no formalismo e na transmissão de técnicas e de procedimentos de resolução de atividades matemáticas escolares. Acredita-se que essa prática possa ser analisada criticamente, sendo (re)estruturada, oportunizando a construção do conhecimento matemático e do pensar matematicamente por professores e alunos das séries iniciais do Ensino Fundamental, seja no ensino regular ou na educação de jovens e adultos.

Essa reflexão permeia a ação do professor como organizador e como mediador do processo de ensino e de aprendizagem, disposto a observar seus alunos e a reconhecer neles diversas maneiras de conhecer e de representar²⁹ um determinado saber matemático, contribuindo assim, para o desenvolvimento de um saber pedagógico. Requer a explicitação de estudos relacionados ao ensino da matemática em uma abordagem que prime pelo desenvolvimento do “pensar matematicamente”. Dentre esses estudos destacam-se os relacionados à numeralização, ao senso numérico ou sentido de número, ao letramento em matemática e à matematização. Essa explicitação justifica-se pela importância de se ter claro o porquê de se ensinar algo e de “como a criança constrói uma compreensão do que desejamos lhe ensinar” (NUNES, *et. al.*, 2005, p. 34).

²⁹ Procedimentos não-convencionais e algoritmos. Estratégias intuitivas que progridem para “estratégias de aplicação mais eficiente e geral” (SCHLIEMANN, *et al.*, 1997, p.10).

Nesse contexto, e considerando que a integração entre a teoria e a prática é essencial ao trabalho do professor³⁰, bem como a importância deste refletir criticamente sobre suas próprias concepções, ideias e práticas a fim de planejar seu programa de ensino, de modo a contribuir para o pensar matematicamente (NUNES *et. al.*, 2005; MEC/SEF, 1997), institui-se o problema desta pesquisa.

1.2.1. Problema

Investigar “princípios” estruturantes da prática pedagógica, relacionados ao pensar e ao fazer matemática, subjacentes à prática de professores que atuam nas séries iniciais do Ensino Fundamental.

Com base nesta problemática investigou-se princípios relacionados ao desenvolvimento do pensar e do fazer matemática que podem ser estruturados a partir da associação entre os estudos relacionados à perspectiva de ensino da matemática em questão e o conteúdo depreendido por meio da análise das falas dos professores sobre a sua prática pedagógica em matemática.

Ato contínuo, investigou-se usos que os professores fazem desses princípios em seu discurso sobre a prática pedagógica.

1.2.2. Objetivo da pesquisa

Identificar princípios relacionados ao pensar e ao fazer matemática nas séries iniciais do Ensino Fundamental, mobilizados por professores que atuam nesses ciclos, quando falam de sua prática pedagógica.

³⁰ D'Ambrosio (1996) afirma que a prática do professor solicita e alimenta teorizações e que o elo entre teoria e prática é o que se chama de pesquisa. Para ele, o professor busca novos conhecimentos que lhe possibilitam conhecer e entender os alunos, o modo como eles aprendem, bem como ampliar sua visão dos próprios conhecimentos escolares. Assim, a pesquisa é focalizada no indivíduo (entendido como ser complexo, sociocultural e histórico) e o referencial teórico é intrínseco ao processo de ensino-aprendizagem.

1.2.3. Encaminhamentos metodológicos

Este estudo caracteriza-se como uma pesquisa qualitativa. A opção por essa abordagem justifica-se pelo fato de que assim há informações mais descritivas, que primam pelo significado dado às ações. Nessa modalidade de pesquisa, a preocupação maior não é com a generalização dos resultados obtidos em uma amostra, mas com a caracterização, compreensão e interpretação dos fenômenos observados em um grupo específico (MOURA & FERREIRA, 2005; FIORENTINI & LORENZATO, 2006).

O tratamento metodológico desenvolveu-se em três momentos que, embora distintos, formaram uma tríade de eixos inter-relacionados para a análise dos dados obtidos empiricamente. Esses eixos serão especificados e explicados a seguir.

Delineou-se um marco conceitual, com o propósito de ampliar a abordagem teórica presente na justificativa por meio da pesquisa bibliográfica sobre alguns dos estudos³¹ relacionados ao desenvolvimento do pensamento matemático. Esse marco conceitual contribuiu, também, para a superação, por esta pesquisadora, do uso dos termos numeralização, letramento em matemática, senso numérico e matematização como se fossem heterônimos. Para atingir esta superação, houve a necessidade de uma revisão de literatura que possibilitasse a caracterização de cada um deles, para que então fosse possível relacioná-los à perspectiva do pensar e do fazer matemática na escola.

A organização desse marco conceitual se deu por meio de uma abordagem que buscou identificar algumas convergências entre os autores que se filiam à perspectiva da numeralização, do senso numérico, do letramento em matemática e da matematização, e desses com a perspectiva preocupada em desenvolver nos alunos a atitude e os recursos de pensar e fazer matemática (FONSECA, 2008).

A opção por essa abordagem decorreu do fato de que não se objetivava a distinção entre os marcos teóricos que subsidiam os trabalhos que adotam cada uma das referidas terminologias, uma vez que não havia a preocupação em

³¹ Numeralização, senso numérico ou sentido de número, letramento em matemática e matematização.

observar no discurso dos professores a aproximação com esse ou aquele campo conceitual (*Ibidem*).

Preocupou-se com a discussão sobre o desenvolvimento do pensar e do fazer matemática buscando, nos autores pesquisados, elementos para essa discussão, tomando-os como marco conceitual (*Ibidem*).

Esse marco conceitual constituiu-se no primeiro eixo da tríade: marco conceitual ↔ princípios estruturantes ↔ categorias de análise, doravante expressa pelo esquema: teoria ↔ princípios ↔ categorias. A análise e o estudo desse eixo possibilitaram a esta pesquisadora a estruturação preliminar de alguns princípios que, no âmbito desta pesquisa, relacionam-se ao pensar e ao fazer matemática na escola. Esses princípios orientaram o olhar da pesquisadora durante todo o percurso de coleta e de análise dos dados empíricos, conectando-os ao teórico. Estruturados os princípios, passou-se ao estudo-piloto do que seria o trabalho de campo. Os dados coletados no estudo-piloto contribuíram para a retomada e o afinamento dos princípios estruturados pela pesquisadora, constituindo o segundo eixo da referida tríade.

Considera-se importante destacar que os princípios elaborados a partir do primeiro eixo passaram por dois momentos de revisão, objetivando a sua reestruturação. O primeiro, após o estudo-piloto e o outro, ao término do processo de análise das falas dos professores. Essa revisão buscou a associação entre os elementos percebidos por meio da análise e os observados na literatura.

Ao debruçar-se sobre esses princípios, observou-se algo que antes estava velado: a complementaridade entre alguns deles e a possibilidade de agrupamento no que se denominou, em um primeiro momento, de princípios do aluno, do professor e da escola. Os princípios foram vasculhados, remexidos, cascavilhados à luz dos dados coletados no estudo-piloto. Esses princípios assumiram a configuração apresentada no segundo capítulo desta pesquisa, após serem analisados e complementados pelo conteúdo apreendido por meio do processo de análise dos dados empíricos. A partir desses princípios, organizou-se as categorias de análise em um movimento que buscou a conexão entre os princípios estruturados e a prática pedagógica. Posteriormente essas

categorias se tornaram mais específicas, sendo delimitadas ou complementadas por alguns elementos observados nas falas dos professores.

Estabelecido o terceiro eixo da tríade (categorias de análise), realizou-se o trabalho de campo e estabeleceu-se como sujeitos desta pesquisa seis professores que atuam como regentes, nas séries iniciais de Ensino Fundamental. A caracterização desses sujeitos será explicitada posteriormente. Os sujeitos constituem uma amostra não-probabilística intencional (MOURA & FERREIRA, 2005), já que a pesquisadora selecionou profissionais que têm, *a priori*, algumas características específicas que se relacionam ao pensar e ao fazer matemática nas séries iniciais.

O desenvolvimento das atividades com os sujeitos desta pesquisa efetivou-se por meio da realização de entrevistas³² semiestruturadas em formato de conversa entre educadores (Roteiro em anexo). Embora se tivesse um roteiro preliminar dos pontos a serem contemplados, houve uma liberdade na apresentação desses pontos, bem como na formulação de novas questões à medida que a conversa fluiu. Assim, a entrevista se moldou à situação concreta no decorrer do processo, permitindo que se aprofundassem pontos considerados relevantes aos propósitos da pesquisa (MOURA & FERREIRA, 2005).

Nessa perspectiva, a entrevista assumiu um caráter flexível e aberto que implicou tanto a participação da entrevistadora, quanto a condução de acordo com as características e desdobramentos da situação durante o processo de coleta de dados, de modo a obter a cooperação dos participantes, motivando-os a participar e, também, a sanar possíveis dúvidas da pesquisadora (*Ibidem*).

A realização dessas entrevistas caracterizou-se como uma abordagem qualitativa e de aproximação interpretativa (FIORENTINI & LORENZATO, 2006), em que a pesquisadora realizou as entrevistas e a análise das falas com o propósito de compreender e de interpretar os princípios subjacentes à ação do professor no que diz respeito ao pensar e ao fazer matemática nas séries iniciais.

³² Entrevista como uma comunicação bilateral que significa o “ato de perceber realizado entre duas pessoas” (RICHARDSON *et. al.*, 1985 *apud* FIORENTINI & LORENZATO, 2006, p. 120).

Essa abordagem assumiu uma perspectiva crítica no decorrer do processo de análise das entrevistas, explorando como categoria analítica a relação teoria/prática³³.

A análise das informações contidas na fala dos professores realizou-se por meio da estratégia de emparelhamento ou associação, uma vez que partiu de um referencial teórico prévio (*Ibidem*). Inicialmente, as categorias foram analisadas uma a uma e, por não serem dissociadas, foram integradas posteriormente tendo em vista a constituição de uma síntese dessa análise.

De modo a sistematizar, analisar e compreender o processo educativo na prerrogativa desta pesquisa, procurou-se estabelecer uma sistemática de análise do conteúdo (*Ibidem*) dos professores, a partir das entrevistas realizadas.

A análise do conteúdo foi entendida como uma atividade interpretativa que tem por função descobrir o que está por trás de uma mensagem, de uma fala. Por meio dessa análise, buscou-se a superação da compreensão imediata e espontânea por meio da observação mais atenta dos significados de um texto (*Ibidem*). Essa análise considerou os seguintes termos, utilizados pelos professores nas entrevistas, como indicativos de uma perspectiva de ação pedagógica pautada nos princípios do pensar e do fazer matemática na sala de aula: resolução de problemas, investigação do conhecimento prévio, “caminho” percorrido pelo aluno, desenvolvimento de estratégias pessoais, representação e comunicação de ideias matemáticas, percepção de padrões e de regularidades, generalização dos conhecimentos matemáticos, o erro como possibilidade de entendimento da perspectiva do aluno, discussão dos processos e análise das respostas.

Destaca-se que a análise das falas dos professores constituiu-se por meio de um movimento através dos eixos da tríade já nominada: teoria ↔ princípios ↔ categorias. A teoria associada ao conteúdo apreendido por meio da análise dos dados empíricos possibilitou a estruturação dos princípios que foram refinados a partir do estudo-piloto e do retorno ao marco conceitual após a sua realização. Dos princípios originaram-se as categorias de análise. Depois de categorizadas,

³³ Categorias estabelecidas: Categoria 1 – Características de uma aula de matemática: delimitação de aspectos preponderantes em uma aula de matemática. Categoria 2 – Atividades ou tarefas matemáticas que contribuem para o pensar e fazer matemática na escola. Categoria 3 – Seleção dos conteúdos. Categoria 4 – O processo de avaliação da aprendizagem. Categoria 5 – Elementos ou princípios essenciais à prática do professor.

as falas dos professores foram analisadas à luz dos princípios estruturados pela pesquisadora e da teoria (marco conceitual acrescido de novos elementos). Por meio desse movimento, buscou-se identificar quais princípios, dentre os estruturados nesta pesquisa, são subjacentes à prática dos professores sujeitos desta pesquisa.

Nesse processo, um mesmo princípio pôde ser relacionado a diferentes categorias de análise e novos elementos teóricos, complementares aos do marco conceitual até então, foram incorporados. Esse retorno ampliou o eixo “teoria” por meio da análise (teoria ↔ princípios ↔ categorias ↔ teoria). A opção pela incorporação desses novos elementos teóricos na análise deve-se à valorização da relação entre a teoria e a prática como categoria analítica.

Considerando o exposto, e com o objetivo de sistematizar aspectos relacionados à problemática estabelecida, constituíram-se em procedimentos desta pesquisa:

- Pesquisar teoricamente alguns estudos relacionados ao ensino da matemática em uma perspectiva que prime pelo pensar e fazer matemática na escola, de modo a criar um marco conceitual sobre eles.
- Identificar pontos de convergência entre os referidos estudos e a perspectiva do pensar e do fazer matemática nas séries iniciais.
- Estruturar princípios relacionados ao pensar e ao fazer matemática tendo por referência a fundamentação teórica (justificativa e marco conceitual) e o conteúdo obtido por meio da análise das falas dos professores.
- Observar que princípios, dentre os estruturados na presente pesquisa, podem ser percebidos, ou relacionados, ao discurso e às atividades relatadas pelos professores que atuam nas séries iniciais do Ensino Fundamental.
- Identificar princípios subjacentes à ação do professor ao pensar e ao fazer matemática nas séries iniciais do Ensino Fundamental.

Vale ressaltar que esta pesquisa decorre de uma necessidade profissional de entendimento sobre o desenvolvimento do “pensar matematicamente” por meio da construção dos conceitos matemáticos e da constatação de que um

professor que se torna pesquisador amplia suas possibilidades de atuação em sala de aula, superando a ato de “cumprir o currículo e vencer o programa” (NUNES, *et al.*, 2005, p. 204), contribuindo para a construção de um saber pedagógico.

Desse modo, a contribuição desta pesquisa à educação relaciona-se à possibilidade de reflexão, em âmbito geral, sobre o ensino de matemática, agregando novas perspectivas ao pensar e ao fazer matemática por professores e alunos das séries iniciais do Ensino Fundamental.

A contribuição desta pesquisa à educação também pode ser relacionada ao campo de formação de professores das séries iniciais, seja no ensino regular ou na educação de jovens e de adultos. Ao indicar princípios relacionados ao pensar e ao fazer matemática na escola, subjacentes à prática do professor, colabora para o desenvolvimento de um olhar crítico à prática tendo em vista a aprendizagem e a construção do conhecimento matemático pelos alunos. Nesse contexto, os princípios estruturados nesta pesquisa podem subsidiar discussões sobre a formação inicial e continuada de professores que atuam nas séries iniciais do Ensino Fundamental, com vistas a uma prática pedagógica mais consciente e consistente em termos conceituais.

2. ALGUNS ESTUDOS RELACIONADOS AO ENSINO DA MATEMÁTICA

A preocupação com o pensar e com o fazer matemática em situações escolares, bem como com a utilização dos conhecimentos matemáticos em situações cotidianas constitui-se um objeto de estudo que inquieta diferentes pesquisadores, dentre os quais destacam-se, para fins da presente pesquisa, Terezinha Nunes (*Institute of Education da University of London*) e Peter Bryant (*University of Oxford*), Maria da Conceição F. R. Fonseca (UFMG), Maria Elena R. de O. Toledo (Faculdade de Sumaré), Alina Spinillo (UFPE), Mauricio Lima e Jorge Falcão (UFPE) e Luiza Morgado (Universidade de Coimbra em Portugal), João Filipe Matos (Universidade de Lisboa).

Embora se perceba uma aproximação entre os objetos de estudos desses pesquisadores, há uma diferenciação tanto na abordagem, quanto nos termos utilizados por eles. Considera-se que essa ausência de uma convergência terminológica denota a multiplicidade de dimensões que envolvem o pensar e o fazer matemática em sala de aula.

Assim, emerge a necessidade de um posicionamento perante o que significa pensar e fazer matemática nas séries iniciais do Ensino Fundamental, o que envolve uma reflexão sobre o significado de aprender matemática e de ser matematicamente competente, bem como sobre os termos relacionados a essa perspectiva nos diferentes estudos.

Matos e Fernandes (2004) pontuam que na escola aprende-se certas formas de conhecimento matemático, o que em alguns casos, não possibilita a percepção da importância de outros conhecimentos que não são aprendidos escolarmente. Para esses pesquisadores, diferentes formas de matemática resultam de diferentes modos de pensar. Eles ressaltam que saber matemática implica conhecer fatos matemáticos, saber usá-los em novas situações e saber pensar matematicamente.

Pensar matematicamente refere-se ao desenvolvimento de um ponto de vista matemático sobre as coisas, o que implica necessariamente o domínio de conhecimentos matemáticos e a análise de diferentes situações, sejam elas

consideradas aplicações da matemática, modelagem matemática, matemática realista, investigações matemáticas, entre outras, bem como situações consideradas tipicamente fora da matemática (MATOS, s.d., 2004).

Nesse contexto, saber matemática e pensar matematicamente não pode ser entendido como adquirir (e demonstrar) certas destrezas relativas à matemática escolar. Extrapola o domínio de diferentes técnicas de cálculo e algoritmos em situações escolares e requer a resolução de um problema (cotidiano ou escolar) em que essas técnicas surgem incorporadas (*Ibidem*).

Aprender matemática não pode ser concebido como um processo determinado pelo ensino sistemático, é necessário reconhecer que a atividade intelectual do aluno desempenha um papel fundamental na apropriação do conhecimento, que há aprendizagem na interação com o objeto de conhecimento e com os demais sujeitos que participam do processo, que essa interação possibilita a comunicação, a formulação de hipóteses e o desenvolvimento de diferentes estratégias de resolução. A aprendizagem escolar insere-se em um processo mais amplo em que o ensino deve levar em conta a natureza do processo de aprendizagem (ZUNINO, 1995).

Aprender decorre do envolvimento dos alunos em situações que englobem a necessidade de ativar recursos matemáticos (conhecimentos e estratégias), bem como a percepção e o desenvolvimento de um ponto de vista matemático sobre as coisas. O essencial não é a matemática em si, mas o seu uso como um recurso estruturante do pensamento, da reflexão e da ação. (ME. DEB, 2001; MATOS, 2003, 2004).

Desse modo, reforça-se a estruturação e a consolidação de mudanças na cultura e na prática dos professores. “Há uma mudança de um modelo educacional baseado na ‘autoridade’ e ‘verdade’ para um modelo onde os alunos participam como aprendizes ativos e construtores do saber” (MATOS e FERNANDES, 2004, p. 9).

Esse “modelo” educacional encontra sustentação teórica em estudos filiados ao campo da Educação Matemática, bem como da Psicologia da Educação Matemática. Em alguns deles, observa-se que os pressupostos relacionados ao desenvolvimento do pensamento matemático vinculam-se à

numeralização, ao letramento em matemática, ao senso numérico e à matematização³⁴.

Esses pressupostos também podem ser associados ao numeramento. Em alguns estudos, o numeramento assume uma dimensão formativa pautada na construção de significados realizada de modo consciente pelo aluno que “*matemática*³⁵: usa, pensa, contesta, recria, inventa a matemática”. (FONSECA, 2005, p. 25). Esse fato abrange a negociação de significados em relação à matemática escolar, à compreensão dos conceitos e dos procedimentos, ao domínio de estratégias de organização e de controle das variáveis e dos resultados, em situações vivenciadas e apreciadas (*Ibidem*).

Ser numerado não corresponde ao domínio de habilidades matemáticas, mas à capacidade de mobilização, de modo autônomo, dessas habilidades em um determinado contexto social. Assim, pode ter diferentes significados, variando de pessoa para pessoa e de sociedade para sociedade, uma vez que a demanda de numeramento relaciona-se a uma comunidade particular, situada em um determinado tempo histórico (FONSECA, 2007; TOLEDO, 2003, 2004).

Essa abordagem engloba a matematização das situações escolares e cotidianas, por meio da resolução de problemas, do questionamento referente ao significado da solução matemática em relação ao mundo real, do pensamento em termos de relações, do uso crítico da matemática – matemática como instrumento para a compreensão e ação reflexiva em sociedade (FONSECA, 2007, TOLEDO, 2004; JOHNSTON, 1999 *apud* TOLEDO, s.d.).

Vale ressaltar que, muitas vezes, os pressupostos relacionados aos estudos que integram o marco conceitual desta pesquisa estão presentes de modo subjacente (consciente ou não), à prática educativa, sendo importante uma reflexão acerca dessa prática e dos princípios que a sustentam de modo a alinhar a ação pedagógica e a teoria, objetivando uma prática reflexiva³⁶ e consciente,

³⁴ Considera-se importante registrar que o percurso teórico desta pesquisa incluiu a investigação de outros estudos vinculados à perspectiva do pensar e do fazer matemática na escola e ao numeramento (FONSECA, 2005, 2007; MANCIBO, 2005; MENDES, 2007; TOLEDO, 2003, 2004; TUIJMAN, 1996). Em um primeiro momento esses estudos integraram o marco conceitual como um item distinto, posteriormente foram tratados como suporte teórico para a produção do texto, sendo os princípios a eles relacionados incorporados ao longo de toda a pesquisa.

³⁵ O termo *matemática* é utilizado por Fonseca (2005) para expressar a concepção do aluno como sujeito psicológico e cultural, que pensa e faz matemática, seja em situações cotidianas, seja na escola.

³⁶ Sobre a prática reflexiva destaca-se que há ciência dos trabalhos realizados por Perez (1996, 1999, 2002, 2005); Schön (1992, 1995, 1998); Mizukami (1996), Zeichner (1993), entre outros. Embora se saiba da contribuição desses para as discussões sobre o binômio prática/reflexão optou-se, no momento, por não aprofundar os estudos referentes a esse tema.

que permita ao professor “observar o desenvolvimento dos alunos, refletir sobre as observações feitas, experimentar soluções através de sua prática, analisar o que foi experimentado, e participar do processo de construção do conhecimento pedagógico, disseminando e discutindo ideias” (NUNES, *et. al.* , 2005, p. 9).

Sobre a teorização da prática, Guérios (2002) pontua que a reflexão iluminada por um plano teórico gera um modelo didático de referência e que este orienta e gera um modelo didático pessoal modificado.

Assim, faz-se necessário um estudo mais atento sobre os “princípios” relacionados ao pensar e ao fazer matemática, investigando como se configuram as possibilidades de aprendizagem no sentido de incorporar a perspectiva da numeralização, do letramento em matemática, do senso numérico e da matematização às situações escolares.

Por esse motivo, inicia-se esta pesquisa pela estruturação de um marco conceitual estabelecendo-se relações entre os referidos estudos e a possibilidade de superação da matemática escolar como prática de transmissão e de reprodução, de um modo de pensar e de operar estratificados.

Conforme apontado na metodologia da pesquisa, na organização desse marco conceitual opta-se por uma abordagem que busca identificar convergências entre os autores pesquisados, bem como desses com a perspectiva pautada no pensar e no fazer matemática na escola.

Esse marco conceitual preocupa-se com a discussão sobre o desenvolvimento do pensamento matemático e não com a distinção dos aportes teóricos que subsidiam os trabalhos em que se utilizam os referidos termos.

Desse modo, o marco conceitual integra-se aos argumentos apresentados na fundamentação teórica da justificativa, reforçando-os. Possibilita a observação dos diferentes estudos e perspectivas do pensar e do fazer matemática em ambiente escolar, bem como a constatação da existência de um conjunto de ideias centrais, comuns a esses estudos, sendo elas adaptadas pelos pesquisadores aos termos que integram o aporte teórico em função de seus modos de pensar, ver, conceber e interpretar noções, atitudes e recursos de pensar e fazer matemática (GUÉRIOS, 2002).

Nesse contexto, possibilita a esta pesquisadora a ampliação do entendimento sobre o ensino da matemática em uma perspectiva que prima pelo

desenvolvimento do pensar e do fazer matemática e subsidia a estruturação de alguns princípios relacionados à prática pedagógica em matemática de professores que atuam nas séries iniciais do Ensino Fundamental.

2.1. Numeralização

No Brasil, é provável que o termo numeralização tenha surgido na tradução, para o português, de *numerate* sendo utilizado por diferentes pesquisadores, dentre os quais destacam-se Terezinha Nunes e Peter Bryant. Estes aplicam o termo no registro das pesquisas realizadas por eles e por seus colaboradores³⁷.

No decorrer de dez anos, esses pesquisadores planejaram e escreveram o livro *Children doing mathematics*, publicado em 1996 e editado no Brasil (Crianças fazendo matemática) em 1997. O livro aborda como as crianças pensam e aprendem a matemática, a importância do desenvolvimento desse raciocínio para suas vidas e o quanto a aprendizagem da matemática influencia o pensamento da infantil.

Ressalta-se, que o termo numeralização, em alguns trabalhos³⁸, é utilizado em uma outra perspectiva. Geralmente, de modo análogo a letramento ou à alfabetização.

Há, ainda, uma aplicação mais restrita, em que a numeralização é relacionada ao ensino e a aprendizagem do sistema de numeração decimal – número³⁹. Essa opção pode ser relacionada a alguns cursos de pós-graduação. Cita-se, a título de exemplo, o caso da UNISALLE de Canoas que oferece um módulo intitulado “Alfabetização Matemática: Fundamentos em Numeralização, Geometria e Medidas”.

³⁷ LIMA, FALCÃO e SPINILLO da Universidade Federal de Pernambuco, no Brasil. MORGADO da Universidade de Coimbra, em Portugal. MASON da *Open University*, LIGHT da *University of Southampton* e FRYDMAN da Universidade de Mons, na Bélgica, entre outros.

³⁸ ROSE, 1996; ARAÚJO, 2006; JUNQUEIRA FILHO, s.d.; LIMA, 2001; DE SOUSA, 2003; DE LARA, 2008; MELO, 1999.

³⁹ CUNHA, 2002.

O uso do termo parece ser difundido no Rio Grande do Sul. No *site* da Prefeitura Municipal de Porto Alegre⁴⁰ encontra-se a divulgação de cursos ministrados aos professores em uma perspectiva de letramento e numeralização. Nesse *site* letramento e numeralização são descritos como “conceitos que se referem ao processo que permite aos alunos realizarem a interpretação dos códigos aprendidos, tanto no campo da língua quanto da matemática”.

Em uma perspectiva diferenciada e mais ampla do uso do termo numeralização, Nunes e Bryant (1997) pontuam que o conceito de numeralização (*numerate*) ampliou-se no decorrer do tempo, passando do domínio da aritmética e porcentagens para “ser capaz de pensar sobre e discutir relações numéricas e espaciais utilizando as convenções (ou seja, sistemas de numeração e medida, terminologias como volume de área, ferramentas como calculadoras e transferidores, etc.) da nossa própria cultura” (*Ibidem*, p. 19).

O Relatório Cockcroft⁴¹ (1982) foi utilizado por Nunes e Bryant (1997) em seus estudos sobre numeralização. Neste relatório encontram-se os termos *numeracy*⁴² e *numerate*, sendo eles relacionados à capacidade de lidar com a matemática, com confiança e competência, em qualquer situação cotidiana que requeira o uso da matemática.

Este documento pontua que a numeralização (*numeracy*) requer a habilidade de ler números e contar, para calcular o tempo, para pagar as compras e dar o troco, para pesar e medir, para utilizar calendários e entender gráficos e tabelas simples, associando-os a cálculos quando necessário.

Outra habilidade relacionada a *numeracy* é o senso numérico, ou sentido de número (*feeling for number*), que permite trabalhar com estimativa e aproximação de modo sensato, bem como a realização de cálculos mentais. Essas habilidades matemáticas devem ser acompanhadas de confiança

⁴⁰ Disponível em: <www.portoalegre.rs.gov.br> Acesso em: 14 jul. 2008.

⁴¹ *The Cockcroft Report – Mathematics counts*: relatório da Comissão de Inquérito sobre o ensino de matemática nas escolas da Inglaterra e do país de Gales sob a presidência do Dr. W. H. Cockcroft. Publicado em 1982, abrange os anos de 1974 a 1983. A comissão concluiu que muitas escolas oferecem ensino de Matemática insuficiente ou inadequado, e que há falta de qualificação profissional para muitos professores. Esse documento apresenta um grande número de recomendações para melhorias do processo educacional. Essas abrangem o desenvolvimento curricular, o planejamento, os métodos pedagógicos, a avaliação e a formação de professores.

⁴² O conceito de *numeracy* e a própria palavra foram introduzidas no Relatório *Crowther*, publicado em 1959. Em uma seção dedicada ao currículo o termo *numerate* é definido como análogo a *literacy*. Alguns pontos desse relatório relacionam essa definição a um nível bastante sofisticado de compreensão matemática (COCKCROFT REPORT, 1982, p.11)

suficiente e de compreensão para que se possa fazer um bom uso de qualquer uma delas em situações práticas e cotidianas.

Tendo em vista a perspectiva da numeralização (*numeracy – numerate*) o Relatório Cockcroft (1982, p. 4) indica algumas implicações para o professor, a saber:

- Possibilitar o desenvolvimento das habilidades matemáticas dos alunos e da compreensão necessária para a vida adulta, para o emprego, para novos estudos e para sua formação, sendo importante que o professor tenha consciência das dificuldades que alguns alunos podem apresentar na tentativa de alcançar um entendimento adequado do conhecimento matemático escolar.
- Explicitar aos alunos como a matemática é necessária não apenas em situações cotidianas, mas no estudo de outras disciplinas.
- Contribuir para o desenvolvimento, tanto quanto possível, da apreciação e fruição da matemática, bem como do papel que essa área desempenha no desenvolvimento da ciência, da tecnologia e da própria civilização.
- Tornar cada aluno consciente de que a matemática oferece-lhe um poderoso meio de comunicação.

No relatório em questão, *numerate* ou numeralização, na opção da tradutora, implica a posse de dois atributos. O primeiro deles é um *at-homeness* com números. Envolve a capacidade de fazer uso de habilidades matemáticas de modo a atender às demandas concretas da matemática em sua vida cotidiana. O segundo diz respeito à habilidade de apreciar e de compreender as informações que são apresentadas em termos matemáticos (gráficos, diagramas, tabelas, percentuais, proporção, entre outros). Essas habilidades implicam a apreciação e a compreensão das maneiras e das situações em que a matemática pode ser utilizada como um meio de comunicação. Desse modo, relaciona-se *numerate* e *numeracy – numeralização –* à concepção de letramento em matemática.

A partir do Relatório Cockcroft, Nunes e Bryant (1997) afirmam que ser numeralizado implica uma familiaridade com números, a habilidade de fazer uso das habilidades matemáticas em situações escolares e extra-escolares e a apreciação e compreensão das informações que são apresentadas em termos matemáticos (gráficos, mapas e tabelas ou por referência a aumento ou redução

de porcentagem), entendendo algumas formas pelas quais a matemática possa ser utilizada na comunicação sociocultural.

Sobre a numeralização e a educação escolar, eles pontuam que as crianças precisam aprender sobre matemática para entender o mundo ao seu redor, uma vez que muitas das atividades cotidianas requerem princípios matemáticos e o uso de técnicas matemáticas aprendidas na escola ou em casa. Afirmam que a escola preocupa-se com o produto final do ensino, caracterizado como a apreensão correta de conceitos matemáticos. Ressaltam que é preciso estar atento ao percurso, ao processo de aprendizagem, tendo em vista a compreensão plena de diferentes aspectos da matemática pelos alunos. Assim, é imperativo considerar como as crianças aprendem e como vêm a pensar matematicamente de maneira progressivamente mais complexa, tornando-se numeralizadas (*Ibidem*).

Para esses pesquisadores, tornar-se numeralizado requer o desenvolvimento e a coordenação de alguns aspectos convencionais, entre os quais se destacam: o estabelecimento de relações lógicas, o bom uso de sistemas matemáticos convencionais, a percepção da amplitude de determinadas relações matemáticas e a identificação das exigências matemáticas de diferentes situações.

Sobre as relações lógicas, os autores salientam que não se pode confiar apenas em transmitir uma convenção matemática projetada pela cultura. É preciso ter certeza de que a criança compreendeu os princípios lógicos que constituem a base do conhecimento matemático, que há exigências lógicas a serem respeitadas ao se pensar matematicamente. A essas exigências denominam invariáveis (PIAGET, 1965; VERGNAUD, 1985 *apud* NUNES, BRYANT, 1997) – a lógica do conceito. O termo invariáveis inclui relações que são introduzidas na matemática por convenções e que devem ser mantidas constantes por serem especificadas culturalmente. Destaca-se, que a compreensão lógica da criança muda várias vezes no decorrer do tempo e que esse desenvolvimento lógico influencia, de modo significativo, embora não exclusivo, o “curso da compreensão matemática das crianças” (*Ibidem*, p. 226).

Aprender matemática, em uma concepção de numeralização, é mais do que dominar regras lógicas, é preciso aprender sistemas convencionais e

procedimentos definidos culturalmente, pois esses “fornecem modos de representar conceitos que permitem às pessoas pensar e falar sobre eles” (*Ibidem*, p. 25). A criança precisa aprender a utilizar essas ferramentas culturais, que atuam como ferramentas para o pensamento, de modo a ampliar a habilidade lógica.

O desenvolvimento conceitual em matemática difere do domínio de procedimentos de resolução de exercícios. O progresso pode vir da compreensão de novas invariáveis, da capacidade de aprender novas formas de representação matemática, conectando-as com as antigas de modo a produzir significados (*Ibidem*).

Nessa perspectiva, há uma relação entre o desenvolvimento lógico das crianças e seu conhecimento dos sistemas convencionais. Desse modo, a compreensão de uma relação lógica interfere na aprendizagem de um sistema convencional específico e o domínio de um sistema convencional possibilita à criança ser mais efetiva ao aplicar sua lógica (melhor aproveitamento da lógica pela criança).

Segundo Nunes e Bryant (1997), a numeralização requer, ainda, a utilização do pensamento matemático de forma significativa e apropriada nas diferentes situações. Para esses pesquisadores, uma das dificuldades de se utilizar técnicas matemáticas como ferramentas de pensamento decorre da relação entre o domínio de procedimentos gerais e sua aplicação em situações específicas. O domínio de um procedimento geral, embora seja um modo prático de abordar novos problemas, não é suficiente. É preciso compreender a situação específica, entender a situação-problema a fim de pensar matematicamente sobre ela. “É a compreensão das situações que dá sentido a procedimentos matemáticos gerais” (*Ibidem*, p. 31). Assim, o uso apropriado de técnicas e ferramentas matemáticas envolve o reconhecimento das invariáveis relacionadas a elas e a identificação de equivalência, de conexão, entre essas e as da situação a ser resolvida.

Com base no exposto, ser numeralizado significa pensar matematicamente⁴³ sobre diferentes situações. Esse fato requer o conhecimento

⁴³ Pensar matematicamente: envolve o pensar numericamente, proporcionalmente, algebricamente, pensar em termos de função e em termos estatísticos.

dos sistemas matemáticos de representação que serão utilizados como ferramentas, a conexão às situações em que esses possam ser aplicados e o entendimento da lógica dessas situações, as invariáveis, que contribui para que se possam escolher as formas apropriadas de fazer matemática.

Considerando que o desenvolvimento conceitual, em matemática, não é equivalente ao domínio de procedimentos, pode-se supor que, em se tratando da matemática escolar, a aprendizagem de procedimentos deveria ser suplantada pela transformação desses em ferramentas de pensamento, pela compreensão de novas invariáveis, pela capacidade de aprender novas formas de representação matemática e de conectar essas a formas antigas.

Essa premissa respalda-se em Nunes e Bryant (1997) que, por meio de suas pesquisas, corroboraram com Piaget e concluíram que a compreensão das crianças sobre conceitos matemáticos é gerativa não sendo necessário aprender, de modo isolado, a cada item de conhecimento matemático. Respalda-se, ainda, nas pesquisas de Nunes e seus colaboradores (*et. al.*, 2005, p. 43), nas quais concluem que a compreensão de conceitos básicos “não é um pré-requisito para a aprendizagem: ela se desenvolve à medida que a criança pensa e resolve problemas”. Assim, se as crianças entendem como o conhecimento matemático é estruturado podem gerar conhecimentos que não aprenderam.

Nesse contexto, a matemática escolar pautada na transmissão mecânica de uma coletânea de fatos a serem decorados e reproduzidos é superada por meio de um conhecimento que possibilita ao professor reconhecer melhor as habilidades de raciocínio das crianças, atuando como mediador no processo de desenvolvimento delas. O entendimento de que o conhecimento de conceitos matemáticos é gerativo; de que há três facetas diferentes nos conceitos matemáticos⁴⁴ e que todo desenvolvimento decorre da transformação desses conceitos; de que a matemática é uma atividade socialmente definida e de que as representações sociais influenciam o modo como as crianças abordam um problema, interfere no planejamento de situações de ensino, contribuindo para o pensar matematicamente, para o processo de numeralização de alunos e professores (NUNES, BRYANT, 1997).

⁴⁴ Invariáveis lógicas, sistemas matemáticos convencionais, exigências matemáticas de situações diferentes (NUNES; BRYANT, 1997).

Desse modo, emerge a necessidade de uma mudança e consolidação de uma prática pedagógica que possibilite o desenvolvimento de habilidades matemáticas, tendo em vista a formação de indivíduos numeralizados, que pensem matematicamente sobre as situações, que conheçam os sistemas matemáticos de representação dos quais se utilizam como ferramentas, que entendam a lógica das situações, escolhendo formas apropriadas de matemática, transformando procedimentos em ferramentas de pensamento (*Ibidem*).

Os princípios descritos nesse tópico, sobre numeralização, relacionam-se ao pensar e fazer matemática em ambiente escolar. Eles refletem a compreensão de que a excelência em educação matemática exige equidade, expectativas e apoio a todos os alunos, considerando que todos têm diferentes habilidades, necessidades e interesses. Apesar das diferenças, em sendo numeralizados, todos devem ser capazes de usar matemática (suas ideias e métodos fundamentais) em sua vida pessoal, no local de trabalho e, em outros estudos. Todos merecem, ainda, uma oportunidade de compreender o poder e a beleza da matemática, de reconhecer que a matemática extrapola as atividades escolares, que é útil em todos os âmbitos da vida. Para isso, precisam aprender um novo “currículo” de matemática que promova uma educação em matemática, sobre a matemática e por meio da matemática, contribuindo para a sua formação geral (NCTM, 2000; ME.DEB, 2001, ZUNINO, 1995).

2.2. Letramento em Matemática

A palavra letramento tem, no Brasil, uma aplicação relativamente recente, sendo geralmente relacionada à Educação e à Linguística, embora muitas pesquisas no campo da História, Sociologia e Antropologia, atualmente, façam uso desse termo.

Pesquisadoras como Mortatti (2004) e Soares (2006) pontuam que a utilização do termo letramento inicia-se em nosso país em meados dos anos 80

em decorrência de transformações políticas, sociais e culturais que contribuem para uma reflexão sobre a relevância social dos conteúdos escolares e sobre a formação da cidadania. Para elas, por se tratar de um termo recente e de um conhecimento em construção, ainda não há unicidade quanto aos usos e significados a ele vinculados. Entretanto, vale ressaltar que a aplicação desse termo geralmente relaciona-se à aquisição, utilização e funções da leitura, escrita e cálculo matemático nas diferentes situações do cotidiano, como habilidades e conhecimentos a serem ensinados e aprendidos para o exercício pleno da cidadania.

Em Educação e na Linguística o termo letramento, muitas vezes, aparece relacionado à alfabetização (SOARES, 2006; KATO, 1986; TFOUNI, 1988, 1995; KLEIMAN, 1995), seja ela realizada em língua ou em matemática⁴⁵. Esse fato pode ser observado na evolução do conceito de alfabetização defendido pela UNESCO, que em 1962 já o relacionava à atual perspectiva de letramento ao considerar como alfabetizado um indivíduo que possui

o conhecimento e as habilidades essenciais que o capacitam a engajar-se em todas aquelas atividades necessárias para que ele tenha um funcionamento efetivo em seu grupo e em sua comunidade, e cujas conquistas em leitura, escrita e aritmética tornam-lhe possível fazer uso dessa habilidade em prol de seu próprio desenvolvimento e do desenvolvimento de sua comunidade. (UNESCO, 1962 *apud* HARRIS; HODGES, 1999, p. 152).

Em 1978, a UNESCO amplia o conceito de alfabetização⁴⁶ identificando-o como a capacidade para engajar-se em atividades em que o letramento é necessário de modo a inserir-se efetivamente em um grupo ou comunidade, bem como utilizar a leitura, a escrita e o cálculo matemático em prol do desenvolvimento individual e social. Nesse contexto, letramento reflete uma concepção de uso da leitura, da escrita e do raciocínio matemático em um nível mais amplo. Envolve a capacidade do indivíduo em lidar com os desafios não apenas no âmbito escolar, mas em práticas sociais, estabelecendo relações entre os conhecimentos. (HARRIS, HODGES, 1999; TOLEDO, 2004).

⁴⁵ Alfabetismo matemático: “capacidade de mobilização de conhecimentos associados à quantificação, à ordenação, à orientação, e as suas relações, operações e representações, na realização de tarefas ou na resolução de situações-problema (INAF, 2002, p. 6).

⁴⁶ Destaca-se que os autores Harris e Hodges (1999, p. 158) utilizam o termo alfabetização funcional e lectoescrita funcional. Sobre a lectoescrita Venezky (*apud* HARRIS, HODGES, 1999, p. 153) afirma que “Embora as concepções de lectoescrita tenham se baseado ao longo dos séculos na leitura e na escrita, o uso mais recente do termo ampliou o número de habilidades a fim de incluir a matemática”. Desse modo lectoescrita, assim como *literacy*, constitui-se em um termo que abrange todas as habilidades básicas de comunicação e de cálculo matemático necessários à vida social moderna.

Destaca-se que o termo letramento deriva do latim *litteratus* – *littera* (letra), com o sufixo “mento” (que denota o resultado de uma ação). Surge da tradução da palavra de língua inglesa *literacy*⁴⁷ que tem sua origem etimológica no latim: *littera* (letra) com o sufixo *-cy* (qualidade, estado, condição, fato de ser). Assim, *literacy* reflete o estado ou condição que assume aquele que sabe ler e escrever e que faz uso competente e frequente da leitura e da escrita. Pressupõe a interação entre as exigências sociais e a competência individual. Inclui a consciência de que esse estado ou condição acarreta consequências sociais, culturais, políticas, econômicas, cognitivas e linguísticas tanto para o indivíduo quanto para o grupo social no qual ele está inserido (SOARES, 2006; HARRIS, HODGES, 1999).

Fonseca (2004) pontua que o termo letramento foi cunhado em uma perspectiva que procura compreender a leitura e a escrita como práticas sociais complexas, marcadas pelas dimensões culturais, sociais, políticas e ideológicas.

Esse conceito, como habilidade e prática social, emerge em decorrência de uma demanda social, em que não basta saber ler e escrever, sendo necessário saber fazer uso do ler e do escrever em situações sociais.

A utilização do termo letramento em matemática também decorre de uma demanda social, sendo essa pautada na inserção, nas práticas sociais, dos conhecimentos matemáticos escolares, no uso que as pessoas fazem desses conhecimentos e das práticas sociais de que se apropriam por meio deles.

O conceito de letramento em matemática⁴⁸, entendido como capacidade de identificar, compreender e operar matematicamente, emitindo juízo sobre o papel dessa ciência na vida social e ocupacional, como cidadão construtivo e reflexivo relaciona-se ao de numeralização discutido anteriormente.

Letramento em matemática indica a capacidade de uso funcional do conhecimento e de habilidades matemáticas, reconhece que operar com matemática não inclui apenas ações físicas ou sociais como decidir o troco em

⁴⁷ *Literacy*: termo de língua inglesa que surge no começo da década de 1880, embora seu oposto *illiteracy* seja encontrado desde 1660 no *Oxford English Dictionary*. Esse termo pressupõe uma interação entre exigências sociais e competências individuais. Assim os níveis de letramento podem variar de uma cultura para outra e, em uma mesma cultura em épocas diferentes (HARRIS, HODGES, 1999; SOARES, 2006).

⁴⁸ O termo letramento em matemática, bem como a concepção que lhe é subjacente, é utilizado nos relatórios do PISA, onde se constata uma preocupação com a verificação do uso funcional dos conceitos matemáticos e com o pensar matematicamente. Há ainda, autores que utilizam esse termo como correspondente à alfabetização matemática, entre os quais destacam-se: MONTENEGRO e RIBEIRO, 2004; DAVID, 2004.

uma compra. Envolve a adoção de pontos de vista e o apreciar coisas expressas matematicamente. Implica a capacidade de raciocinar quantitativamente e de representar relações e dependências, de propor, interpretar ou resolver problemas matemáticos em diversas situações, bem como a propensão em fazê-lo (PISA, 2000, 2006⁴⁹).

Assim, envolve o conhecimento dos recursos da matemática, o que inclui conhecer os termos, os procedimentos e os conceitos básicos ensinados na escola, compreendendo de que modo eles são estruturados e utilizados. Requer a “matematização⁵⁰” das atividades escolares, priorizando a resolução de problemas que se situam na realidade e que podem ser reorganizados de acordo com os conceitos matemáticos, de modo a viabilizar a abstração gradual (transformar um problema real em um problema matemático, representando-o por meio de uma linguagem simbólica e formal necessária para a sua compreensão matemática), a percepção de regularidades, relações e padrões, a resolução do problema e o questionamento referente ao significado da solução matemática em termos de mundo real (PISA, 2006).

Em Portugal, nos relatórios do PISA, o letramento em matemática é denominado *literacia matemática*, sendo essa definida como

a capacidade de identificar, de compreender e se envolver em matemática e de realizar julgamentos bem fundamentados acerca do papel que a matemática desempenha na vida privada de cada indivíduo, na sua vida ocupacional e social, com colegas e familiares e na sua vida como cidadão construtivo, preocupado e reflexivo (OECD, 2002 *apud* GAVE⁵¹, 2002, p. 4).

Para os organizadores do PISA, esse conceito relaciona-se à identificação de três dimensões em letramento ou em *literacia matemática*, a saber: processos, conteúdos e contextos.

Os processos matemáticos são definidos por meio de competências gerais que são mobilizadas na resolução de tarefas matemáticas. Eles incluem a utilização de habilidades em linguagem matemática, modelagem e resolução de problemas. Dentre as competências destacam-se:

⁴⁹ Considera-se importante destacar que, no relatório do PISA de 2006, publicado pela Editora Moderna, o termo letramento em matemática adotado nas edições anteriores foi traduzido como alfabetização matemática, embora tenha sido mantida a especificação conceitual das outras edições.

⁵⁰ Estrutura matemática vinculada à estratégia geral utilizada pelos matemáticos (PISA, 2006, p. 74). Envolve a tradução do problema da realidade para a matemática (*Ibidem*).

⁵¹ GAVE – Gabinete de Avaliação Educacional do Ministério da Educação de Portugal.

- a reprodução, definições e cálculos: conhecimento de fatos e representação, reconhecimento de equivalências, memorização de objetos e de propriedades matemáticas conhecidas, desempenho de procedimentos de rotina, aplicação de algoritmos estandardizados e de habilidades técnicas padrão, manipulação de expressões com símbolos e fórmulas padronizadas, realização de cálculos;
- as conexões e integração de ideias e de procedimentos matemáticos para resolver problemas: distinguir e relacionar afirmações, tais como definições, pretensões, exemplos, proposições e demonstrações; descodificação e interpretação da linguagem simbólica e formal. Envolve: a elaboração de raciocínio matemático simples e a sensibilidade heurística, a compreensão e a expressão sobre assuntos matemáticos, a modelagem, a formulação e resolução de problemas, a representação, a utilização de linguagem e de operações simbólicas, formais e técnicas, a utilização de auxílios e ferramentas;
- a análise e reflexão ou matematização, pensamento matemático, generalização e perspicácia – *insight* : reflexão sobre os processos necessários para solucionar um problema; identificação da matemática implícita em diferentes situações; utilização da matemática na resolução de problemas; análise, interpretação, desenvolvimento de seus próprios modelos e estratégias; compreensão e manipulação de conceitos matemáticos em contextos novos ou complexos; estruturação de argumentos matemáticos, incluindo demonstrações e generalizações. Ressalta-se que essa última requer, do indivíduo, o procedimento de análise, tendo em vista a identificação de elementos matemáticos em uma determinada situação, bem como proposição de problemas. Inclui a reflexão por meio de análise, a crítica e o engajamento em comunicações mais complexas sobre modelos e modelagens e sobre a resolução de problemas: estratégias e soluções adotadas. Envolve o raciocínio avançado, a argumentação, a abstração, a generalização e a

modelagem aplicados a novos contextos. (OECD, 2002 *apud* GAVE, 2002; PISA, 2006).

Os conteúdos dizem respeito aos fenômenos e a problemas a eles relacionados, bem como a temas matemáticos amplos, tais como quantidade⁵², espaço e forma⁵³, mudança e relações⁵⁴, e incerteza ou indeterminação (dados e acaso – estatística e probabilidade). Desse modo, diferenciam-se dos conteúdos escolares por refletirem os padrões complexos presentes no entorno.

Já os contextos são extramatemáticos, sendo interpretados, analisados e transcritos matematicamente pelo aluno. Consistem na construção e utilização da matemática em diferentes situações, incluindo a vida pessoal, a vida escolar, o trabalho e o lazer, a comunidade local e a sociedade (*Ibidem*).

A opção pelo letramento em matemática denota uma preocupação com a matemática escolar, em que o ensino da matemática não pode ser reduzido ao “conhecimento da terminologia matemática, de fatos e procedimentos, assim como às habilidades para realizar certas operações e desempenhar certos métodos” (PISA, 2006, p.72-73). O letramento em matemática postula a utilização desta ciência na resolução de problemas reais, “em vez de ser meramente um veículo para praticar matemática” (*Ibidem*, p. 81).

Essa perspectiva assevera a necessidade de revisão do currículo escolar de matemática, que geralmente é organizado de modo linear e compartimentalizado, com ênfase nos cálculos e nas fórmulas. O letramento em matemática requer uma abordagem curricular que considere o pensamento funcional, ou seja, o pensamento em termos de relações, como um dos objetivos fundamentais do ensino de matemática. Sobre essa abordagem pode-se observar o PISA que explora mudanças e relações, espaço e forma, quantidade e incerteza como áreas de conteúdos matemáticos.

⁵² Quantidade inclui: tamanho relativo, reconhecimento de padrões numéricos, a utilização dos números na representação de quantidades e de atributos quantificáveis (contagem e medidas), processamento e compreensão de representações numéricas e raciocínio quantitativo. O raciocínio quantitativo envolve: sentido numérico, representação de números por meio de diferentes estratégias, compreensão do sentido das operações, sensibilidade para a magnitude dos números, cálculos matemáticos complexos, aritmética mental e estimativa. Destaca-se que o desenvolvimento da quantidade não se relaciona ao treinamento extensivo de algoritmos tradicionais, mas a uma aplicação inteligente e flexível, o que requer compreensão (PISA, 2006).

⁵³ Os aspectos básicos de espaço e forma são: reconhecer formas e padrões. Descrever, codificar e decodificar informações visuais. Compreender as mudanças dinâmicas das formas. Similaridades e diferenças. Posição relativa. Representações 2D e 3D e as relações entre elas. Navegação através do espaço (PISA, 2006, p. 84).

⁵⁴ Mudanças e relações envolvem o pensamento funcional – pensar em termos de relações e sobre relações (PISA, 2006).

Espaço e Forma relacionam-se aos fenômenos e às relações espaciais e geométricas. Mudança e relação envolvem manifestações matemáticas de mudança, assim como relações funcionais e de dependência entre variáveis e as diferentes possibilidades de representações (simbólicas, algébricas, gráficas, tabulares e geométricas), bem como os fins distintos de cada uma delas. Esta área de conteúdo aproxima-se da álgebra. Quantidade relaciona-se ao fenômeno numérico, bem como às relações de quantidade e de padrão (tamanho relativo, padrões numéricos, números que representem quantidades e atributos quantificáveis de objetos). Incerteza diz respeito à probabilidade e à estatística, bem como às suas relações.

Em seus estudos, Gonçalves (s.d., p. 10) concebe letramento matemático como uma “condição a partir da qual um indivíduo compreende e elabora de forma reflexiva, textos orais e escritos que contêm conceitos matemáticos, e transcende esta compreensão para uma esfera social e política”. Ele define como eixo central de sua concepção de letramento em matemática, os conceitos matemáticos e inclui a linguagem matemática entre eles. Esse pesquisador relaciona sua concepção de letramento em matemática a determinados parâmetros, dentre os quais se destacam:

- a interlocução com o ambiente social em que se vive por meio do uso da linguagem matemática (símbolos matemáticos associados aos conceitos que representam);
- a utilização do conhecimento matemático na resolução de problemas reais e na melhoria da qualidade de vida dos grupos sociais;
- as descobertas acerca da beleza das construções e das descobertas matemáticas;
- a abordagem da matemática como um corpo de conhecimento e como um ato político, desmistificando o fetiche que há sobre a matemática escolar, concebida como uma disciplina difícil e reservada a poucos;
- o planejamento de conteúdos estabelecidos paralelamente ao planejamento de uma metodologia adequada;
- a formação do professor como um profissional reflexivo.

O letramento em matemática relaciona-se ainda, à habilidade matemática⁵⁵ entendida como a “capacidade de mobilização de conhecimentos associados à quantificação, à ordenação, à orientação e a suas relações, operações e representações, na realização de tarefas ou na resolução de situações-problema” (FONSECA (org.), 2004, p.13), tendo como referência tarefas e situações cotidianas. Relaciona-se, também, à capacidade de analisar, argumentar e comunicar ideias matemáticas, bem como formular, interpretar e resolver problemas matemáticos em situações diversas (PISA, 2006).

Para reforçar os pontos apresentados anteriormente, pode-se citar Ponte⁵⁶ (2002, p. 2) que, em alguns de seus artigos, faz uso do termo *literacia matemática* como “capacidade de utilizar conhecimentos matemáticos na resolução de problemas da vida quotidiana – em especial, conhecimentos ligados aos números e operações numéricas – e capacidade de interpretar informação estatística”. Esse teórico relaciona *literacia matemática* (ou *numeracia*) ao uso de conhecimentos, de ferramentas (numéricas, estatísticas, probabilísticas e referentes ao uso de medidas), e de procedimentos matemáticos, de modo crítico, em situações concretas e complexas, conectando-a assim, à cidadania na sociedade moderna. Ele diferencia, no currículo escolar, *numeracia* e matemática. Embora reconheça que há uma relação de interdependência entre elas afirma que a *numeracia* constitui-se em uma competência interdisciplinar pautada no uso de noções matemáticas em contextos reais, complexos e dinâmicos.

Essa concepção de habilidade matemática reflete um compromisso com o papel social da educação matemática, correlacionando-a ao acesso e ao

⁵⁵ Habilidade matemática: termo utilizado pelo INAF – Indicador Nacional de Alfabetismo Funcional (Ação Educativa e Instituto Paulo Montenegro) que, periodicamente, levanta dados sobre as habilidades de leitura, escrita e matemática da população brasileira entre quinze e sessenta e quatro anos. A avaliação das habilidades matemáticas ocorreu em 2002 e 2004. Esse programa avalia a capacidade de acessar e processar informações escritas como ferramenta para enfrentar as demandas cotidianas e tem por objetivo subsidiar a revisão das políticas e sistemas educacionais. Em 2007 os dados apresentados pelo INAF contemplaram leitura e escrita (letramento) e matemática, sendo o termo numeramento adotado na apresentação dos resultados.

⁵⁶ Em comunicação apresentada no *Congresso Literacia e Cidadania, Convergências e Interface*, realizado pelo Centro de Investigação em Educação “Paulo Freire”, da Universidade de Évora, em maio de 2002, Ponte utiliza os termos *literacia matemática* e *numeracia* como sinônimos (*mathematical literacy* e *numeracy*). Na publicação dessa comunicação *Mathematical Literacy e Numeracy* são utilizadas de modo análogo. Nela Ponte afirma que há várias acepções relativas às capacidades de *literacia matemática* “e também vários termos para as designar: *literacia quantitativa, literacia matemática, numeracia, matemacia, materacia...*” (*Ibidem*, p.2). Esse pesquisador ressalta que os diversos termos remetem a campos de discordância quanto ao que é fundamental: as competências ligadas ao uso dos conceitos numéricos ou se devem ser consideradas outras áreas da matemática (geometria, probabilidade, álgebra, estatística). Outra discordância diz respeito às capacidades de *literacia*: capacidade de utilização dos conhecimentos e procedimentos matemáticos em situações concretas (STEEN, 199, 2001 *apud* PONTE, 2002) ou à capacidade crítica relativa aos conhecimentos matemáticos (D’AMBRÓSIO, 1987; SKOVSMOSE, 2001 *apud* PONTE, 2002).

desenvolvimento de “estratégias e possibilidades de leitura de mundo para as quais conceitos e relações, critérios e procedimentos, resultados e culturas matemáticos possam contribuir” (FONSECA (org.), 2004, p.13). Traz subjacente, uma “concepção ampla de alfabetismo, expressa no termo *letramento*, que inclui também habilidades de operar com representações matemáticas” (MONTENEGRO, RIBEIRO, 2004 *apud* FONSECA (org.), 2004, p.10).

Desse modo, preocupa-se com o ensino da matemática fornecendo subsídios para a reflexão sobre a prática. Objetiva a superação do domínio de técnicas e a memorização de fórmulas ou de explicações teóricas, por meio de uma ação educativa que possibilite o desenvolvimento de estratégias, o acesso a representações matemáticas diversificadas, a interpretação e a produção de sentido, bem como uma dimensão formativa⁵⁷ do conhecimento matemático escolar. Assim, assevera uma concepção de aprendizagem como a “aquisição da capacidade de explicar, de aprender e compreender, e de lidar, criticamente, com situações novas” (D’AMBRÓSIO, 2004, p. 37).

Evidencia-se que o letramento em matemática remete à numeralização e articula-se ao pensar e ao fazer matemática na escola. Assim, seus pressupostos devem ser observados em propostas pedagógicas que se preocupem com a efetivação de uma matemática escolar menos compartimentada, relacionada a experiências de aprendizagem estimulantes e significativas para os alunos.

2.3. Senso Numérico

Spinillo (2006, p. 85) aponta para a necessidade de “ensinar matemática de forma a tornar os indivíduos numeralizados”. Para essa pesquisadora, tornar-se numeralizado é análogo a ser letrado que, por sua vez, vincula-se às práticas sociais de aplicação da leitura e da escrita.

⁵⁷ A dimensão formativa refere-se a aspectos do conhecimento matemático que oportunizam indagações de cunho filosófico, de natureza arquetípica, de construção histórica, integrando possibilidades de leitura de mundo (FONSECA (org.), 2004).

Nesse contexto, “ser numeralizado relaciona-se ao pensar matematicamente em situações diversas, empregando sistemas eficientes de representação e compreendendo as regras lógicas que regem os conceitos matemáticos inseridos nessas situações” (*Ibidem*, p. 85).

Requer o desenvolvimento do que, em literatura, denomina-se sentido do número⁵⁸, o qual pode ser entendido como uma habilidade cognitiva que possibilite a interação do indivíduo aos vários recursos que o ambiente oferece, de modo a gerar soluções apropriadas para realizar as atividades cotidianas que envolvem a matemática.

Assim, a numeralização não representa um conceito matemático específico, mas “refere-se à habilidade de lidar de forma eficiente e flexível, com situações cotidianas extraescolares que incluem números e quantidades” (*Ibidem*, p. 86-87). Desse modo, a compreensão numérica constitui-se em um aspecto importante do raciocínio lógico-matemático e manifesta-se em situações informais em que se faz uso da aritmética, da álgebra, da proporcionalidade, das medidas e da análise combinatória.

O senso numérico como inerente à numeralização, caracteriza-se como a construção de sentido para as situações numéricas, como uma forma de pensar matematicamente. Assim, a aplicação desse termo assume uma abordagem restrita. Essa é relacionada à compreensão numérica, à compreensão global dos números e das operações, ao seu uso de modo flexível na análise de situações e no desenvolvimento de estratégias úteis. Ressalta-se que, em alguns estudos, o desenvolvimento do sentido de número é incorporado como uma habilidade necessária ao letramento em matemática (PISA, 2006; DOSSEY, 1997).

A compreensão numérica inerente à numeralização relaciona-se à intuição sobre os números e seus vários usos e interpretações, envolve a investigação das propriedades dos números, a habilidade de detectar erros aritméticos, o uso do senso comum no trato numérico, o estabelecimento de relações que extrapolem os algoritmos tradicionais e sua visualização em contextos variados. É caracterizada pela intenção de construir sentido para situações numéricas, constituindo-se em uma forma de pensar que deve permear

⁵⁸ Sentido do número como equivalente a sentido numérico, senso numérico, compreensão do número ou compreensão numérica (SPINILLO, 2006).

todos os aspectos do ensino e aprendizagem da matemática (REYS *et al.*, 1991; HOWDEN, 1989 *apud* SPINILLO, 2006).

Ponte, Brocardo e Oliveira (2005) relacionam o desenvolvimento do sentido do número à aquisição de uma compreensão global dos números e das operações e ao seu uso de modo flexível na análise de situações e no desenvolvimento de estratégias úteis para lidar com os números e com as operações. Para eles, esse é um objetivo central da aprendizagem da matemática. Por esse motivo, defendem opções curriculares que “em vez de se centrarem na memorização e aplicação de técnicas de cálculo, dão ênfase à apropriação de aspectos essenciais dos números e suas relações” (*Ibidem*, p. 64).

O desenvolvimento do sentido de número, que permeia o pensar matematicamente, requer o desenvolvimento de certas habilidades, a saber: computação numérica flexível, julgamentos quantitativos e inferência, reconhecimento de um resultado como adequado ou absurdo, reconhecimento da magnitude absoluta e relativa dos números, compreensão do efeito das operações sobre os números, etc. (SPINILLO, 2006).

A computação numérica flexível relaciona-se ao “reconhecimento de equivalência entre quantidades que são decompostas e recombinações de diferentes formas” (*Ibidem*, p. 88). Possibilita a exploração das quantidades e a manutenção da representação mental do significado da situação (computação mental) durante o processo de resolução por meio do estabelecimento de equivalência entre as quantidades. Agiliza a forma de operar sobre as quantidades. Possibilita a flexibilização do raciocínio, o desenvolvimento de estratégias não convencionais (heurísticas) por estimativa, decomposição (decomposição de uma quantidade em outras menores) ou por agrupamentos repetidos (operação tendo por base quantidades iguais ou maiores – aproximação e arredondamento), de quantidades originais e intermediárias, o que pode gerar resultados aproximados.

O julgamento quantitativo e inferência são apontados como uma evidência de um sentido numérico por Greeno (1991 *apud* SPINILLO, 2006) e relacionam-se à estimativa e à intuição sobre a divisão por meio da percepção das relações entre o todo e suas partes.

Outra habilidade associada ao pensar matematicamente e destacada por Spinillo (2006, p. 93) é o uso de âncoras que, segundo ela, “revela formas flexíveis de raciocínio durante o processo de resolução e uma situação-problema”. O uso de âncoras refere-se a pontos de referência que auxiliam na resolução de tarefas matemáticas que envolvem conceitos complexos como proporção e probabilidade entre outros. Essa habilidade pode ser exemplificada por meio de aproximações, como no caso em que crianças utilizam o inteiro como referência para operar com frações próximas a um inteiro ou para estimar quantidades.

O sentido numérico comporta, também, a habilidade de reconhecer um resultado como adequado, razoável ou absurdo, avaliando se uma determinada resposta é plausível ou não, mesmo na ausência de um resultado numérico preciso. Envolve a habilidade de comparação de quantidades, em termos absolutos e relativos, distinguindo essas duas instâncias, auxiliando na compreensão de conceitos relacionais como fração, proporção, porcentagem e probabilidade. Requer a habilidade de compreender o efeito das operações sobre os números, inferindo operações realizadas, bem como a alteração que uma operação efetuará sobre as quantidades nela envolvidas (*Ibidem*).

O sentido de número relaciona-se, ainda, à escolha de instrumentos e suportes de representação apropriados a cada situação e quantidades trabalhadas, bem como ao reconhecimento dos usos, significados e funções dos números no dia-a-dia.

Vale ressaltar que uma “uma mesma habilidade pode estar envolvida em diversas atividades matemáticas e que uma mesma atividade pode demandar diversas habilidades indicadoras de um sentido numérico” (*Ibidem*, p. 103). Assim, as habilidades indicadoras de um sentido numérico não são trabalhadas de modo isolado. Elas se combinam.

O sentido numérico contribui para a resolução de problemas que requerem raciocínio direto, inverso e proporcional conjunto. Possibilita estimar e fornece uma base lógica para a escolha de dados e para o nível de precisão necessária às operações e à modelagem matemática. Usando o sentido numérico os alunos podem

examinar algoritmos alternativos, mostrando porque funcionam ou em que caso falham. Podem desenvolver modelos envolvendo operações, e relações entre operações, para problemas que envolvam dados do mundo real e relações numéricas que demandam operações e comparações (DOSSEY, 1997 *apud* PISA, 2006, p. 90).

Para Spinillo (2006), a relação entre o sentido de número e a educação matemática se manifesta por meio de uma postura, não podendo ser ensinado por instrução direta. Desse modo, o sentido de número resulta de outras aprendizagens, constitui-se em uma forma de pensar matematicamente que deve permear todo o currículo escolar.

Essa pesquisadora sugere que os esforços didáticos centrem-se na promoção das habilidades relacionadas ao sentido de número, muito mais do que na aplicação de “algoritmos corretos”. Sugere, ainda, que as situações de ensino integrem diferentes sistemas e suportes de representação (simbólica, icônica e gráfica), que se explore os números e suas relações a partir de situações em que os alunos sejam convidados a explicitar e refletir sobre seu modo de pensar e de proceder, comentando suas posições e ouvindo a dos outros, comparando e avaliando a sua adequação.

Nesse contexto, o sentido de número deve ser “desenvolvido a partir do ensino de cada conceito ou de cada tópico do currículo” (*Ibidem*, p. 104). Destaca-se que ensinar o aluno a raciocinar de modo flexível, permitindo que utilize pontos de referência, estimativa e âncoras, heurísticas e representações diversas, constitui-se em uma ferramenta intelectual para que ele se torne numeralizado, para que desenvolva o pensar e o fazer matemática.

Sobre o senso numérico é importante observar que, por constituir-se em uma forma de pensar matematicamente, não pode ser ensinado por instrução direta, devendo permear todo o currículo (*Ibidem*).

Considerando-se o exposto, pode-se observar que os princípios implícitos ao senso numérico aproximam-se muito dos descritos no tópico referente à numeralização. Os estudos relacionados a ambos buscam uma melhoria na aprendizagem matemática de modo que essa extrapole o ambiente escolar e que seja utilizada em situações extraescolares. Aprofundam as discussões sobre a necessidade de se aprender os conteúdos matemáticos por meio de processos que envolvam: resolução de problemas, raciocínio, prova, comunicação,

conexões e representações. Ressaltam a importância de os alunos discutirem e validarem seu pensamento matemático; de criarem, analisarem e estabelecerem conexões entre as diferentes possibilidades de representações matemáticas; de aplicarem na resolução de problemas, em julgamentos e na tomada de decisões a matemática que estão aprendendo (NCTM, 2000, 2008). Desse modo, subsidiam propostas que buscam o desenvolvimento de recursos que possibilitem o pensar e o fazer matemática por professores e alunos nas séries iniciais do Ensino Fundamental.

2.4. Matematização

Matematizar é uma atividade humana que se caracteriza como um processo de organização no qual os elementos de um contexto passam a ser considerados como objetos matemáticos que são analisados nas relações que estabelecem.

Esse conceito relaciona-se aos estudos de Freudenthal e à Matemática Realista, uma vez que a essência da matemática não se encontra nas estruturas matemáticas, mas no processo que leva a essas estruturas. Assim, “a essência da matemática é encontrada no processo do fazer matemática, isto é, no pensamento matemático” (SKOVSMOSE, 2007, p. 32). Esse processo tem como características a reinvenção por meio da matematização progressiva, a análise fenomenológica didática e o uso de modelos emergentes.

A Educação Matemática Realista (RME) como uma abordagem para o ensino e a aprendizagem da matemática respalda-se em princípios defendidos por Freudenthal, a saber: a matemática deve conectar-se à realidade e ser relevante para a sociedade, a matemática é uma atividade humana, os alunos não são receptores passivos de uma matemática pronta, a educação deve orientar os alunos para utilizar as oportunidades de fazer e de “re-inventar” a matemática, a resolução de problemas e as experiências significativas

constituem-se em recursos para a aprendizagem. Isto implica que, em educação matemática, o foco não deve recair sobre a matemática como um sistema fechado, mas sobre a atividade, sobre o processo de matematização em que os alunos desenvolvem progressivamente ferramentas matemáticas, bem como a compreensão matemática em um nível mais formal (FREUDENTHAL, 1968 *apud* INSTITUTO FREUDENTHAL⁵⁹, s.d.).

Nesse contexto, o pensamento dos estudantes e as atividades matemáticas que realizam constituem-se no centro da educação matemática. No âmbito da educação matemática os alunos podem aprender a essência da matemática (SKOVSMOSE, 2007).

Os estudos de Freudenthal foram utilizados por diferentes pesquisadores. Ao discutir o desenvolvimento e a compreensão das estruturas aditivas Nunes (*et al.*, 2005, p. 58) cita esse teórico afirmando que ele propunha

que todo conceito matemático esteja ligado a alguma realidade fenomenológica, de onde podemos partir para expandir o conceito do aluno. Há sempre novas possibilidades de expansão do conceito, englobando novos instrumentos de raciocínio, novas realidades fenomenológicas, ou novas relações lógicas e matemáticas.

Assumir uma postura fenomenológica, em educação matemática implica buscar o sentido do que se faz ao ensinar e aprender matemática. Buscar o sentido dos conteúdos matemáticos valorizados e propagados pela cultura, das ideologias que permeiam as redes de significados, das concepções matemáticas e pedagógicas e da própria prática pedagógica (BICUDO, 1999).

O ensino pautado na matematização prevê o trabalho com problemas contextuais bem como a valorização dos diferentes processos de solução. Respalda-se na análise fenomenológica didática que propõe a investigação de situações onde determinado tópico matemático é aplicado de modo a identificar o tipo e a conveniência de determinada aplicação, bem como a necessidade de sua antecipação por meio do ensino, tendo em vista a matematização progressiva. Envolve o trabalho com modelos emergentes (situação, esquema, descrição, notação) considerando esses como elo entre a matemática informal e a formal dos estudantes (COSTA, s.d.).

⁵⁹ Instituto Freudenthal. Disponível em: <<http://www.fi.uu.nl/en/>> Acesso em: 2 jan. 2009.

Para Costa (s.d.) a matematização é uma ideia-chave que assume duas vertentes: a formação de conceitos a partir de situações problemas da realidade (matematização horizontal) e a formalização dos aspectos matemáticos envolvidos nas situações (matematização vertical). Essa autora ressalta que a abordagem realística procura explorar essas duas vertentes. “É agindo sobre os objetos matemáticos que o sujeito poderá construir seu conhecimento. A aprendizagem da matemática requer ação cognitiva que implica na manipulação de ferramentas e objetos” (MUNIZ, 2004, p. 45).

É provável que Costa tenha se utilizado dos estudos de Treffers (1978, 1987 *apud* INSTITUTO FREUDENTHAL, s.d) que formulou a ideia de dois tipos de matematização no contexto escolar. Na matematização horizontal, observam-se como e quais ferramentas matemáticas podem ajudar a organizar e a resolver um problema real. Assim, envolve a representação matemática de uma situação real. Na matematização vertical, tem-se a reorganização do processo dentro do próprio sistema matemático, relacionando os conceitos e as estratégias, para em seguida aplicar esses na resolução da situação proposta. Essas duas formas de matematização são de igual valor e podem ocorrer em diferentes níveis de compreensão.

A matematização relaciona-se, ainda, ao letramento em matemática e ao desenvolvimento do pensamento matemático, bem como às capacidades de “compreender, comunicar, utilizar e explicar conceitos e procedimentos baseados no pensamento matemático” (PISA, 2006, p.76).

A matematização integra as bases teóricas do PISA (2006) e envolve a tradução do problema da realidade para a matemática; a identificação da matemática relevante deste problema; a organização dele de acordo com conceitos matemáticos por meio de uma linguagem simbólica e formal; a identificação de regularidades, de relações e de padrões, bem como de padrões isomórficos com problemas conhecidos; a tradução do problema para um modelo matemático, estabelecendo regularidades e conexões, criando um argumento matemático que viabilize as generalizações.

No processo de matematização a resolução de um problema compreende a reflexão sobre o processo e o resultado. Nesse contexto, os resultados devem ser interpretados criticamente, para então serem validados. Destaca-se que a

reflexão e validação envolvem a compreensão da extensão e dos limites dos conceitos matemáticos, a reflexão sobre os argumentos, a explicação e justificativa dos resultados, a comunicação do processo e da solução, a crítica ao modelo estabelecido, bem como a identificação de seus limites (PISA, 2006).

Niss (1999 *apud* PISA, 2006, p. 97) relaciona a matematização à níveis de domínio de oito competências matemáticas, a saber:

- Pensamento e raciocínio: formular questões próprias da matemática, conhecer as respostas que a matemática oferece, distinguir teoremas, definições, conjecturas, hipóteses exemplos, asserções condicionais e, compreender e manipular as extensões e os limites de conceitos matemáticos.
- Argumentação: conhecer e distinguir provas matemáticas, seguir e avaliar cadeias de argumentos matemáticos, possuir sensibilidade para a heurística, criar e expressar argumentos matemáticos.
- Comunicação: saber expressar-se sobre assuntos com conteúdo matemático, bem como entender declarações sobre esses assuntos.
- Modelagem: estruturar a situação a ser modelada, traduzi-la em estruturas matemáticas, interpretar, trabalhar e validar modelos matemáticos, analisar, refletir e criticar modelos matemáticos e seus resultados; comunicar-se acerca de um modelo e seu resultado, monitorar e controlar o processo de modelagem.
- Formulação e solução de problemas: propor, formular, definir e solucionar problemas matemáticos (puros, aplicados, abertos e fechados).
- Representação: decodificar e codificar, traduzir, interpretar e distinguir diferentes formas de representação de objetos e de situações matemáticas, inter-relacionar diferentes representações, selecionar (entre diferentes formas) a representação apropriada à situação e ao objetivo.
- Utilização de linguagem e operações simbólicas formais e técnicas: decodificar e interpretar a linguagem simbólica formal relacionando-a

com a linguagem natural, traduzir da linguagem natural para a simbólica formal, utilizar variáveis, resolver equações e fazer cálculos.

- Utilização de auxílios e ferramentas: utilizar e conhecer o limite de auxílios e ferramentas (incluindo as tecnológicas).

A matematização abrange o pressuposto de que a criança é um ser matemático e que realiza atividade matemática. Nessa perspectiva, a criança é considerada como um sujeito ativo, inteligente e pensante que assimila para aprender, que cria para assimilar, que transforma o que sabe, que constrói seu próprio conhecimento para entender outros conhecimentos (BRIZUELA, 1998).

Esse pressuposto opõe-se ao estereótipo da matemática como uma atividade distante das capacidades cognitivas das crianças, em que o fazer matemática “é fortemente dependente da mediação realizada pelo professor. É o professor quem porta o conhecimento essencial para habilitar o fazer matemático da criança” (MUNIZ, 2004, p. 37).

Nessa perspectiva, a matematização constitui-se em um processo em que a prática pedagógica se articula ao pensar e ao fazer matemática. Matematizar constitui um processo de formação crítica, que (re)significa, contextualiza, problematiza conhecimentos matemáticos. Que relaciona os saberes matemáticos (escolares ou não) às práticas, tanto no contexto escolar como no social. Assim, a escola constitui-se em um espaço de formação crítica, pautada na reflexão, no estudo, na análise a partir da contextualização ou da problematização da realidade (WESCHENFELDER, s.d.).

Desse modo, a matematização é recorrente nas discussões referentes aos termos explorados anteriormente, permeando as propostas que almejam o pensar e o fazer matemática em ambiente escolar.

2.5. Princípios subjacentes ao pensar e ao fazer matemática na escola

A estruturação do marco conceitual possibilitou uma primeira aproximação com a multiplicidade de dimensões que envolvem o pensar e o fazer matemática na escola.

Por meio dele foi possível constatar que, embora os autores pesquisados filiem-se a uma mesma perspectiva de ensino da matemática, ao reforçarem a importância do desenvolvimento do pensamento matemático e da superação da reprodução de modelos e de estratégias de resolução, observam-se algumas particularidades em relação aos estudos observados.

De modo geral, os termos utilizados nesses estudos têm a sua origem em trabalhos internacionais. Nesses encontram-se os termos *numeracy*, *literacy*, *numerate*, *numeracia*. Em alguns estudos, como no da numeralização, o uso do termo resulta de uma opção de tradução da obra original para o português.

Há pesquisas em que os referidos termos são tratados como análogos, como correlatos, tendo como princípio comum a capacidade de lidar com a matemática com confiança e competência, em qualquer situação cotidiana que requeira o uso dessa ciência. Para exemplificar, cita-se Spinillo (2006) que, em seus estudos sobre senso numérico, utiliza-se dos termos numeralização e letramento em matemática.

Em alguns trabalhos, como em Spinillo (2006), PISA (2006) e Dossey (1997), letramento em matemática compreende os princípios de numeralização e de senso numérico relacionados anteriormente. Nesse contexto, indica a capacidade de uso funcional do conhecimento e de habilidades matemáticas. Envolve a adoção de pontos de vista e o apreciar coisas expressas matematicamente, bem como o conhecimento dos recursos da matemática aliado ao desenvolvimento lógico – ferramentas culturais e matemáticas como ferramentas para o pensamento.

A pesquisa teórica sobre numeralização, letramento em matemática, senso numérico e matematização possibilitou, ainda, a observação de que há, muitas vezes, uma relação entre a opção por determinado termo e público envolvido no estudo.

Letramento em matemática, embora conste em estudos relacionados às crianças como em Spinillo (2006), é utilizado em pesquisas com adolescentes (PISA), enquanto que numeralização e sentido de número relacionam-se às crianças ou às séries iniciais do Ensino Fundamental.

A identificação com determinado público não foi percebida na pesquisa sobre matematização. Entretanto, esse termo também é utilizado no relatório PISA e em algumas publicações relacionadas ao senso numérico e à numeralização.

De modo geral, os trabalhos recentes sobre letramento em matemática, numeralização, senso numérico e matematização refletem um compromisso com o papel social e crítico da matemática escolar. Comprometem-se com a aprendizagem matemática pautada no desenvolvimento de capacidades de explicar, de aprender e compreender, de lidar de modo crítico e reflexivo com situações novas sejam elas escolares ou cotidianas (D'AMBRÓSIO, 2004).

Esse marco conceitual possibilitou a percepção de algumas convergências entre os autores que os aportam em seus estudos e a perspectiva do pensar e do fazer matemática na escola, o que contribui para as discussões sobre essa temática, bem como sobre algumas práticas referentes ao ensino da matemática.

Nesse contexto, o marco conceitual possibilitou a estruturação preliminar, por esta pesquisadora, de alguns princípios relacionados à prática pedagógica em matemática. Esses princípios foram estruturados por meio da identificação de alguns pontos de convergência entre os estudos pesquisados e a perspectiva do pensar e do fazer matemática na escola.

Os princípios “preliminares” foram retomados em diferentes momentos desta pesquisa, fato esse que instigou uma questão: *Que princípios relacionados ao desenvolvimento do pensar e do fazer matemática podem ser estruturados a partir da associação entre os estudos relacionados à perspectiva de ensino da matemática em questão e o conteúdo apreendido por meio da análise da fala dos professores sobre a sua prática pedagógica em matemática?* Responder à questão levou a estruturar os princípios.

A configuração que se apresenta a seguir decorre de um processo em que se buscou a confluência entre a teoria e a prática. Assim, os princípios foram

sendo reestruturados após a realização do estudo-piloto e durante todo o processo de análise das nas falas dos professores.

A relação que se segue decorre da integração entre o conteúdo teórico e o obtido por meio da análise das falas dos professores e, embora seja apresentada neste capítulo, corresponde à escrita final dos princípios estruturados por esta pesquisadora.

- A capacidade de fazer uso de habilidades matemáticas, com confiança e competência, no atendimento às demandas concretas da matemática em situações cotidianas.
- A habilidade de apreciar e de compreender informações expressas matematicamente.
- A aprendizagem e o uso das ferramentas culturais e matemáticas como ferramentas para o pensamento, entendido como conhecimento dos sistemas convencionais aliado ao desenvolvimento lógico.
- A valorização tanto do “aprender matemática”, quanto do “aprender sobre matemática”, considerando que esse aprendizado contribui para a compreensão dos princípios matemáticos implícitos em situações escolares e do cotidiano.
- A contribuição da matemática escolar para o desenvolvimento do pensar matematicamente em situações diversas, bem como o emprego de sistemas eficientes de representação, compreendendo as regras lógicas que regem os conceitos matemáticos inseridos nessas situações.
- A problematização de situações cotidianas que exijam a mobilização de conhecimentos, de habilidades e de procedimentos matemáticos em sua resolução.
- O desenvolvimento da capacidade de propor, interpretar, resolver e comunicar problemas matemáticos em diversas situações – matematização das atividades escolares.
- A percepção de regularidades, relações e padrões, a capacidade de analisar, argumentar e de comunicar ideias matemáticas, bem como,

de compreender e operar matematicamente de modo eficiente e flexível.

- A priorização de atividades matemáticas que possibilitem estabelecer relações lógicas, utilizar sistemas matemáticos convencionais e perceber a amplitude de determinadas relações matemáticas.
- A opção por uma abordagem curricular que considere o pensamento funcional, o pensamento em termos de relações, como um dos objetivos da matemática.
- A percepção da importância de se considerar como os alunos aprendem e como pensam matematicamente, de estar atento ao percurso, ao processo de aprendizagem, evitando avaliações em momentos estanques.
- A organização de situações pedagógicas que possibilitem o desenvolvimento de estratégias, o acesso a representações matemáticas diversificadas (algoritmos alternativos, uso de diferentes sistemas e suportes de representação), a interpretação e a produção de sentido e a dimensão formativa do conhecimento matemático escolar.
- O compromisso, pelo professor, de considerar a perspectiva do aluno em sua interação com o objeto de estudo no acesso e construção do conhecimento matemático.
- A organização, pelo professor, de situações de ensino e de aprendizagem que possibilitem a relação entre a complexidade do conhecimento matemático e o pensamento ainda em desenvolvimento dos alunos.
- A compreensão, pelo professor, dos princípios lógicos que constituem a base do conhecimento matemático – exigências lógicas do pensar matematicamente, bem como o entendimento de que a compreensão dos conceitos matemáticos é generativa.
- A investigação, pelo professor, do desenvolvimento e do raciocínio de seus alunos de modo que a sua atuação seja pautada nas evidências coletadas sistematicamente.

- O engajamento com o modo matemático de pensar.

Sobre esse último tópico, cita-se Skovsmose (2007, p. 69): “o pensamento matemático representa não só um pensamento formal, útil para avançar a fim de produzir encadeamentos dedutivos e reconhecer necessidades vinculadas às provas matemáticas, mas também expressa uma maneira de pensar que é útil para o desenvolvimento da cidade-estado, a *polis*”.

Os princípios elencados relacionam-se a uma concepção que reconhece “a ciência matemática como um produto cultural, resultado de uma longa evolução” (NUNES *et. al.*, 2005, p. 11) e que está em contínuo desenvolvimento. Nesse contexto, o professor constitui-se em um pesquisador tanto da matemática, quanto dos campos relacionados à Educação Matemática de modo que possa analisar, periodicamente, as propostas de currículos, bem como as tendências pedagógicas.

Sobre as tendências pedagógicas e a Educação Matemática, ressalta-se que a preocupação com o pensar e o fazer matemática constitui-se em uma constante. A expectativa é que os resultados do trabalho escolar extrapolem a sala de aula e que sejam aplicados na resolução de problemas da vida prática (desenvolvimento de um ponto de vista matemático sobre as coisas) e em novos aprendizados ou pesquisas; que o conhecimento se reverta em modos de agir que beneficiem não apenas o sujeito, mas a sociedade (desenvolvimento científico e tecnológico).

Nessa perspectiva, o ensino da matemática pode garantir tanto a aprendizagem de conceitos e processos matemáticos com compreensão, quanto o desenvolvimento de competências como: lidar com noções matemáticas, aplicar essas noções em diferentes contextos e refletir sobre essa aplicação.

Micotti (1999) pontua que a aplicação do que foi aprendido na escola em outros contextos exige mais do que a solução mecânica ou decorada de exercícios. Requer a construção de conhecimentos de modo que o aluno possa aplicar os seus conhecimentos e modos de pensar ao objeto de estudo. Nesse contexto, o aluno age, observa, seleciona os aspectos que considera relevantes, estabelece relações, atribui significados, desenvolve uma interpretação própria.

Assim, a extrapolação do âmbito escolar exige o domínio de conceitos, a flexibilidade de raciocínio, a capacidade de análise e de abstração.

Destaca-se que os princípios subjacentes ao pensar e ao fazer matemática na escola respaldam-se no pressuposto de que a educação se realiza no diálogo, na responsabilidade, no encontro de interpretações e compreensões dos sujeitos que participam do processo de ensino e aprendizagem, na busca constante da melhoria do processo, na incerteza ocasionada pela ausência de respostas absolutas ao modo como se faz matemática, ainda hoje, no âmbito escolar (SKOVSMOSE, 2007).

A investigação desses princípios pode ser atrelada à preocupação com o que é essencial em educação matemática, com o que é coerente e com a procura de novas ideias em um esforço para melhorar a educação matemática.

Esses princípios foram observados na estruturação das categorias de análise em um movimento que procurou relacioná-los à prática. Eles orientam o olhar da pesquisadora para a análise da fala dos professores.

3. A PESQUISA E OS SUJEITOS

3.1. Princípios subjacentes à ação do professor

A investigação de princípios subjacentes à ação do professor, relacionados ao pensar e ao fazer matemática, envolve a reflexão sobre a ação pedagógica. Essa reflexão ocorreu a partir do estudo teórico e de entrevistas semiestruturadas com professores que atuam nas séries iniciais do Ensino Fundamental, que transcorreram no formato de conversas entre educadores.

No decorrer das conversas, embora a pesquisadora possuísse um roteiro dos aspectos a serem discutidos, não houve preocupação com a sequência dos assuntos a serem tratados, com o tempo de duração, nem com a abordagem de assuntos que por ventura fossem distantes do objeto de estudo. A pesquisadora se preocupou em conduzir a entrevista sem tolher o entrevistado, mas sem perder o foco da conversa. Priorizou a informalidade de modo que as entrevistas se caracterizassem como conversas entre educadores preocupados com o ensino da matemática.

A conversa com os professores e a análise dessa conversa contribuiu para a percepção dos princípios por eles mobilizados quando instados a falar sobre a sua prática pedagógica. Contribuiu, também, para o desenvolvimento de uma visão crítica sobre a prática de profissionais que atuam nas séries iniciais do Ensino Fundamental. Desse modo, possibilitou à pesquisadora o estabelecimento de relações entre o que foi observado na fala dos professores e nos estudos pautados no desenvolvimento do pensar matematicamente que constituíram o marco conceitual.

A análise das conversas permitiu a reflexão sobre a prática pedagógica como uma ação intencional, considerando que essa requer, do professor, o reconhecimento de sua “real contribuição para o ensino e a aprendizagem da matemática” (SPINILLO, 2004, p. 7). Assim, correlaciona o ensinar e o aprender a ensinar e salienta a importância de o professor dominar progressivamente os

saberes⁶⁰ necessários à realização dessa prática. Nessa perspectiva, supõe a explicitação das representações sobre o próprio fazer didático, elaboradas e vivenciadas na ação pedagógica, bem como a explicitação dos significados e dos princípios que regem a própria ação de modo a se obter uma postura crítica e reflexiva (TARDIF, 2002).

Spinillo (2004) pontua a importância do desenvolvimento de uma postura crítica sobre a prática pedagógica em matemática. Destaca que é necessário analisar criticamente as “verdades” que respaldam o ensino dessa área.

Precisamos assumir posturas mais relativas que absolutas e buscar subsídios que nos atualizem (sem modismos desnecessários) e que nos preparem a levantar questionamentos pertinentes. Essa postura crítica necessita estar acompanhada de um esforço do educador em compreender o objeto de conhecimento que ensina, compreender as consequências de suas concepções sobre as formas de ensinar e aprender, e ter informações sobre o desenvolvimento cognitivo de seus alunos frente aos conceitos matemáticos que ensina (*Ibidem*, p. 30).

Educar matematicamente, tornando os alunos letrados matematicamente (ou numeralizados), requer do professor a compreensão de que o conhecimento matemático é resultado de construções realizadas pelo sujeito em contextos específicos. Requer, ainda, uma percepção peculiar do objeto de ensino, bem como uma prática pautada em um maior conhecimento sobre como as crianças pensam e aprendem matemática e sobre como essa aprendizagem influencia no desenvolvimento delas, de modo que a mediação do professor contribua para que se apropriem dos conhecimentos e os internalizem⁶¹, significando-os, utilizando-os para interpretar e entender matematicamente as situações cotidianas. (NUNES; BRYANT, 1997; BICUDO, 1999; MATOS, s.d.; MOREIRA, DAVID, 2005).

Fiorentini e Lorenzato (2006) coadunam com esses pressupostos e afirmam que o educador matemático concebe a matemática como um meio ou instrumento importante à formação intelectual e social dos indivíduos. Assim, interessa-se por estudos que tenham como perspectiva o desenvolvimento de

⁶⁰ Saberes entendidos como conhecimentos, saber-fazer, competências, habilidades, etc. mobilizados e utilizados pelo professor em sala e na escola. Esses saberes são incorporados, modificados e adaptados em função dos momentos, das fases da carreira e da história profissional do professor, sendo que ele aprende a ensinar ensinando. Esse saber está a serviço do trabalho. É utilizado, produzido e modelado no e pelo trabalho. Isso decorre da reflexividade, da retomada, reprodução, reiteração daquilo que se sabe, do saber-fazer produzindo, assim, a própria prática. (TARDIF, 2002).

⁶¹ Internalização entendida como reconstituição no plano pessoal das funções que já existem no plano social (VYGOTSKY, 1994).

conhecimentos e de práticas pedagógicas que contribuam para a formação integral e crítica do professor e do aluno. A Educação Matemática “caracteriza-se como uma *práxis* que envolve o domínio do conteúdo específico (matemática) e o domínio de ideias e processos pedagógicos relativos à transmissão/assimilação e/ou à apropriação/construção do saber matemático escolar” (*Ibidem*, p. 5).

A postura reflexiva do professor frente ao ensino da matemática é permeada pela reflexão sobre a prática pedagógica e os elementos que a compõem, bem como, sobre a sua relação com o conhecimento matemático e sua disposição em “indagar suas concepções e flexibilizá-las, de estudar as possibilidades e empenhar-se no exercício das mudanças de perspectivas e do trânsito entre elas” (FONSECA, 2005, p. 57). A reflexão acerca das concepções de matemática contribui, ainda, para a compreensão e para o questionamento de determinados mitos vinculados à matemática escolar.

Essa flexibilização engloba o conhecimento dos conteúdos e dos procedimentos matemáticos pelo professor. Considera a importância de que esse conheça seus “aspectos epistemológicos, sua história e seu papel no corpo de conhecimentos matemático, tanto quanto a sua utilidade, sua funcionalidade e seus limites na resolução de problemas práticos” (*Ibidem*, p. 58).

Moreira e David (2005) pontuam que o desenvolvimento de uma visão flexível do conhecimento matemático pode contribuir para o diálogo entre professor e aluno, de modo que esse possa reconhecer e validar determinada elaboração conceitual, como adequada (mesmo que provisoriamente), ainda que se mostre necessária sua reelaboração posterior. Para essas autoras, o conhecimento pedagógico do conteúdo trata-se de uma “construção elaborada no interior das práticas pedagógicas escolares, cuja fonte e destino são essas mesmas práticas” (*Ibidem*, p.39).

Considera-se importante observar que a reflexão sobre a ação pedagógica, tendo em vista a compreensão dos aspectos teóricos subjacentes à ação educativa, não é espontânea. Ela deve ser teorizada, possibilitando ao professor o distanciamento necessário à construção de novos saberes e a sua utilização em sala. É preciso superar o campo da ação, é preciso tempo de elaboração e construção, e distância em relação à tarefa concreta. Desse modo, alia-se a pesquisa, em que se constroem novos conhecimentos, à prática, em

que se encontram novos problemas e se criam novas soluções (HADJI, 2001; NÓVOA, 1992, s.d.).

Pode-se relacionar esse princípio às pesquisas de Guérios (2002) sobre formação de professores, em que exprime sua visão acerca do termo “educação permanente”. Essa pesquisadora define a expressão como um estado de abertura para crescer e desenvolver-se sempre, para “fazer-se na prática, embasando-a e subsidiando-a teoricamente, em um movimento cíclico e encadeado em que cada experiência teoriza-se e fundamenta o que há por vir” (*Ibidem*, p. 17). Para Guérios, a busca pelo aprimoramento pessoal e profissional decorre do posicionamento reflexivo do professor frente ao seu cotidiano, que não se limite a repetir fórmulas consolidadas em sua prática docente, em que ao dialogar com o novo, o professor desafia o pré-estabelecido e constitui-se profissionalmente em suas experiências.

Por meio dessa postura, reconhece-se a importância de o professor ocupar-se do seu processo de aprendizagem. Processo esse que possibilite a integração entre a teoria e a prática e que considere o caráter provisório das “soluções” encontradas para o ensino. Essas precisam ser “reanalisadas em consequência de avanços tanto nas ciências que constituem os conteúdos a serem ensinados como nas ciências auxiliares da educação” (NUNES, *et. al.*, 2005, p. 11).

Os pressupostos apresentados podem ser complementados com uma citação do documento *Princípios e normas para a matemática escolar* (NCTM, 2000). Esse documento pontua que os alunos aprendem a matemática escolar por meio das experiências que os professores organizam. Ressalta que ensinar matemática exige, do professor, conhecimento e compreensão do que os alunos precisam aprender, bem como o conhecimento de estratégias que os desafiem a aprender mais e melhor.

Os alunos devem aprender matemática com compreensão, participando ativamente na construção de novas experiências e conhecimentos a partir de seus conhecimentos prévios. Nesse contexto, o professor é responsável por criar um ambiente de aprendizagem, em que as situações de ensino oportunizem o desenvolvimento do pensamento matemático. Essa organização pedagógica

requer do professor conhecimentos sobre matemática⁶² e sobre pedagogia, abertura para aprender com os colegas e com os alunos e autorreflexão. Requer ainda, observação, análise e discussão sobre a prática pedagógica e sobre os alunos (*Ibidem*).

Nunes e Bryant (1997, p. 32) salientam a importância de se pensar sobre o ensino da matemática de forma diferente, lembrando que “a matemática que as crianças aprendem deve lhes dar acesso a novos meios de pensar e deve aumentar seu poder para pensar matematicamente”.

Nessa perspectiva, o estudo de como as crianças pensam e aprendem matemática é fundamental para o ensino da matemática. Esse estudo subsidia a ação do professor, bem como o ato de “saber o que a criança já sabe, partindo de suas estratégias de resolução e conceitos intuitivos que possui. Saber o que a criança já sabe é uma tentativa de localizar cognitivamente o aluno em relação ao objeto de conhecimento” (SIPINILLO, 1994, p.50).

É importante conhecer o caminho percorrido, pela criança, para alcançar uma compreensão mais efetiva acerca do objeto de conhecimento que está sendo ensinado. Refletir e interpretar as estratégias e os tipos de resolução adotados pelas crianças, não é fácil, mas é essencial ao professor que se propõe a compreender o raciocínio de seus alunos, implementando novas formas de desenvolvê-lo (SIPINILLO, 1994, 2004).

Nesse contexto, os princípios aqui estruturados que são subjacentes à ação do professor podem contribuir para a organização de situações didáticas que “permitam que a criança expresse suas noções iniciais e utilize suas estratégias de resolução” (CORREA, SPINILLO, 2004, p. 125). Essa ação docente decorre da compreensão de que há inúmeras maneiras de raciocinar e de resolver situações matemáticas e que estas podem ser diferentes das que são privilegiadas pela escola. Nesse enfoque, os raciocínios dos alunos constituem-se em ponto de partida para o ensino de conceitos matemáticos na escola.

Observa-se, entretanto, que permitir que o aluno descubra seu caminho, que expresse seu modo de raciocinar é pouco. É preciso refletir sobre e analisar as explicações, justificativas e ações para que se possa compreender como o

⁶² Moreira e David (2005) ressaltam a importância do conhecimento matemático e de um acompanhamento sistemático do professor, de modo a evitar-se o reforço às concepções inadequadas dos alunos, as quais poderiam constituir-se em “obstáculo ao desenvolvimento do processo de aprendizagem da matemática escolar” (*Ibidem*, p. 27).

aluno pensa. A reflexão e a análise devem constituir-se em ações desenvolvidas não apenas pelo professor, mas pelos alunos, coletiva e individualmente, de modo que cada um possa gerenciar seu raciocínio. A justificativa e a argumentação sobre os caminhos percorridos, na resolução matemática, possibilita o estabelecimento de conexões com outros conceitos matemáticos. Contribui, ainda, para o desenvolvimento de formas mais efetivas, gerais e formalizadas de raciocínio matemático, ampliando os limites de seu pensamento, superando as dificuldades encontradas (CORREA, SPINILLO, 2004; PONTE, BROCCADO, OLIVEIRA, 2005).

Ao planejar as aulas é preciso considerar o estabelecimento de relações entre o saber matemático e o desenvolvimento do pensamento dos alunos. É importante observar que pensar e fazer matemática em sala de aula requer que o aluno seja solicitado a pensar, a fazer inferência sobre o que observa, a formular hipóteses.

Desse modo, não cabe ao professor antecipar resultados, nem esperar por uma única resposta correta, mas organizar estratégias didáticas que busquem tornar explícitas as concepções dos alunos em relação a determinado tema de estudo (conhecimentos prévios), trazer à tona os conflitos entre as diferentes concepções, encorajar e acompanhar a estruturação de ideias (novas ou vigentes), utilizando diferentes contextos de aplicação, estimular a reflexão sobre a própria compreensão do conceito trabalhado (MOREIRA, DAVID, 2005; MICOTTI, 1999).

Considera-se que a participação dos alunos depende dos significados atribuídos às situações propostas, dos vínculos entre elas e os conceitos que eles já dominam. O professor deve assumir o compromisso de considerar a perspectiva dos alunos em sua interação com o objeto de estudo, compreendendo que isso não exclui o compromisso com o aprendizado conceitual de matemática (MICOTTI, 1999).

Assim, os princípios subjacentes à ação didática subsidiam não apenas a organização de estratégias pedagógicas, mas a própria reflexão sobre a prática. Tornados conhecidos, esses princípios podem ser retomados e flexibilizados, em

um processo de superação qualitativa⁶³ da ação pedagógica, por meio da ação reflexiva.

Para Guérios (2002, p. 20) a “reflexão com recursividade cria um elo entre práticas realizadas e por realizar. Ela vai além do *feedback* e da retroação” por articular elementos constitutivos da prática pedagógica, o que gera um movimento ininterrupto das ações neles fundamentadas. Essa pesquisadora pontua que a relação ação-reflexão não se caracteriza como uma relação de causa-efeito, mas como “um processo simultâneo, gerado pelo processo contínuo, mas não linear em que ação-reflexão interagem desencadeando-se em elos ação-reflexão-ação-reflexão...” (*Ibidem*, p. 21).

A partir dos pressupostos explicitados, considera-se que o professor como pesquisador de sua prática e do raciocínio de seus alunos, amplia seu campo de ação. Supera a execução e cumprimento de um programa escolar e contribui para o desenvolvimento do pensar e fazer matemática em sala de aula.

Desse modo, institui-se uma conversa com professores a fim de se observar que princípios relacionados ao pensar e ao fazer matemática são por eles mobilizados quando solicitados a comentar sobre sua prática pedagógica. Acredita-se que a observação desses princípios possa subsidiar uma reflexão tanto acerca da prática pedagógica quanto da própria formação do professor.

3.2. Uma conversa com professores

A realização das entrevistas, por meio de uma conversa com professores sobre as aulas de matemática que desenvolvem, extrapolou as expectativas. Tornou possível perceber o quanto os professores que atuam nas séries iniciais do Ensino Fundamental são ávidos por discutir o ensino da matemática, as práticas desenvolvidas e os resultados alcançados.

⁶³ Entendida como desenvolvimento ou transformação de ideias, crescimento, expansão e o ato de provocar modificações (GUÉRIOS, 2002, p. 7).

Deixou transparecer o reconhecimento, por esses profissionais, de que nem tudo está bem com o ensino da matemática. Alguns sinalizam que se iniciou um caminho em direção aos princípios relacionados ao pensar e ao fazer matemática em sala de aula, mas que ainda há muito para aprender, um longo caminho a percorrer.

Ao mesmo tempo, explicitou uma abertura desses profissionais para novos conhecimentos que subsidiem práticas pautadas em uma matemática mais significativa, que supere a mera demonstração e a reprodução de modelos.

Considera-se que esse reconhecimento, bem como essa abertura, por parte dos entrevistados, reforça a visão da educação como um processo em desenvolvimento, em que a mudança constitui-se parte inerente a ele.

3.2.1. Caracterização dos sujeitos da pesquisa

Professores ou professoras? Em se tratando de séries iniciais do Ensino Fundamental, pode-se afirmar que há um predomínio, quase absoluto, de professoras. Natural, portanto, que os sujeitos desta pesquisa sejam seis professoras que atuam nas séries iniciais do Ensino Fundamental, na cidade de Curitiba⁶⁴. Considerando que a conversa com elas versaria sobre a prática pedagógica, a definição dos sujeitos partiu de um pressuposto básico: todas deveriam atuar em sala, como professoras regentes.

Inicialmente pensou-se em trabalhar com profissionais que atuassem na rede particular e que tivessem, em paralelo, experiência no ensino público. Esta opção deveu-se ao fato de se acreditar que a prática pedagógica, seja ela na rede pública ou privada, está pautada nos mesmos princípios e de que a alteração desta prática perpassa as concepções que norteiam a ação docente, bem como a reflexão sobre e a partir da prática.

Entretanto, ao iniciar as entrevistas, percebeu-se que, embora a discussão sobre a relação entre o ensino público e o privado seja importante, neste momento ela não se constitui em um critério básico para a seleção dos

⁶⁴ A escolha da cidade diz respeito ao fato de que a pesquisadora reside nesta cidade, o que facilita o acesso aos profissionais entrevistados.

sujeitos. Além disso, abrir-se-ia um novo foco de investigação. Desse modo, optou-se por não se restringir os sujeitos da pesquisa a professoras que atuassem, paralelamente, no ensino público e no privado.

Considerando o fato de que a pesquisadora tem contato profissional com muitas professoras, buscaram-se alguns critérios que contribuíssem para a delimitação dos sujeitos que participariam desta pesquisa⁶⁵. Assim, optou-se pela conversa com professoras graduadas (Pedagogia ou licenciatura plena) e especialistas em educação (pós-graduação). Ressalta-se que não é foco de investigação a influência da formação profissional na estruturação de uma prática pedagógica que possibilite o pensar e o fazer matemática nas séries iniciais.

A seleção dos sujeitos teve, ainda, como critério a experiência das professoras. Participaram desta pesquisa profissionais que são reconhecidas, pela comunidade escolar, como professoras preocupadas com a aprendizagem em matemática de seus alunos. Professoras que são apontadas pelas colegas como referência na produção de atividades e estratégias para as aulas de matemática. Na maioria dos casos, foi possível perceber relação entre este critério e a experiência profissional delas, uma vez que a maioria atua, em educação, há mais de cinco anos.

Essas profissionais⁶⁶ não serão identificadas nominalmente, sendo utilizado como critério de apresentação, a ordem cronológica de realização das entrevistas.

1.^a professora – Pedagoga, com habilitação em supervisão escolar, pela UFPR, e especialista em *Modalidades de intervenção no processo de aprendizagem* pela PUC-PR. Tem trinta e oito anos de idade e dezessete anos de experiência no magistério, atuando sempre na rede pública e privada concomitantemente. É professora de segunda série (Ensino Fundamental com oito anos de duração) em um colégio estabelecido na cidade há quarenta e sete anos. Esse colégio atende a alunos do maternal a oitava série do Ensino Fundamental. Integra o quadro de educadores da Rede Municipal de Curitiba há

⁶⁵ A seleção dos sujeitos integrantes desta pesquisa poderia ter sido realizada por meio de um sorteio. Nesse caso ter-se-ia a restrição do local, uma vez que por facilidade de acesso optar-se-ia pelo trabalho com professores que atuam na mesma instituição que a entrevistadora. Entretanto, optou-se pela não restrição a um colégio, adotando-se outros critérios na seleção dos entrevistados.

⁶⁶ As professoras autorizaram a utilização de suas entrevistas na pesquisa assinando uma carta de cessão.

dezessete anos, atuando como pedagoga há oito anos. Anteriormente exerceu a função de professora.

2.^a professora – Graduada em Letras pela PUC-PR. Especialista em *Educação Infantil e séries iniciais do Ensino Fundamental no contexto da Educação Inclusiva*, pela Faculdade Bagozzi. Especialista em *Administração Escolar com área de concentração em atividades escolares – Língua Portuguesa* pela PUC-PR. Tem vinte e nove anos de idade e atua como professora de primeiro ano (Ensino Fundamental com nove anos de duração). Trabalha na rede particular de ensino há dez anos, sendo seis deles em uma instituição educacional estabelecida em Curitiba há cento e doze anos. Há três anos assumiu um padrão na Rede Municipal de Curitiba, onde exerce, atualmente, a função de professora substituta. Na Rede Municipal já trabalhou com alunos de primeira a quarta série (Ensino Fundamental com oito anos de duração).

3.^a professora – Graduada em Pedagogia pela UFPR e em Direito pela PUC-PR. Especialista em *Psicopedagogia e Administração Escolar* pela FESP. Mestre em Educação pela Universidade TUIUTI. Defendeu, como dissertação, uma pesquisa sobre a *Pós lato sensu* na Educação Infantil. Nessa pesquisa, realizou a análise de vários cursos para verificar o que seria viável em uma pós-graduação e na graduação de Pedagogia com habilitação em Educação Infantil. Tem trinta anos de idade e cinco anos de experiência no magistério, sendo três com adultos (na graduação e na pós-graduação) e dois anos no Ensino Fundamental (um ano e meio como regente). Trabalhou também com pré II (meio ano) e como não-regente (professora auxiliar). Atualmente leciona na segunda série (Ensino Fundamental com oito anos de duração) em um colégio estabelecido em Curitiba há cento e doze anos.

4.^a professora – Pedagoga, com habilitação em Administração Escolar, pela UNICEMP (antiga Faculdades Positivo). Especialista (Pós-graduação) em *Psicopedagogia* pela PUC-PR. Tem quarenta anos de idade e aproximadamente vinte e dois anos de experiência em sala de aula. Sempre trabalhou em escola particular. Atuou por mais de quinze anos em uma instituição, que atende alunos da Educação Infantil ao Ensino Médio, estabelecida em Curitiba há trinta e um anos. Atualmente leciona em outra escola particular, que atende a alunos do maternal a oitava série. Essa instituição está estabelecida na cidade há quarenta

e sete anos. É professora de segunda série (Ensino Fundamental com oito anos de duração). Fez o concurso público e ingressou no quadro da Prefeitura Municipal de Curitiba em 2003. Na Rede Municipal, já trabalhou como regente de primeira a quarta série, sendo que optou por acompanhar, uma de suas turmas da segunda a quarta série nos anos de 2005 a 2007. Atualmente é regente de outra quarta série.

5.^a professora – Pedagoga, especialista (Pós-graduação) em *Administração Escolar* pela FAE. Fez magistério. Tem quarenta e dois anos de idade e aproximadamente vinte e um anos de experiência em sala de aula. Sempre trabalhou em escola particular. Trabalha, há dezenove anos em uma instituição estabelecida, em Curitiba, há cento e doze anos. Antes de ingressar nessa escola, trabalhou no Rio de Janeiro em uma escola estadual – CIESC e em uma escola rural por dois anos. Tem experiência em alfabetização (primeira série do Ensino Fundamental com oito anos de duração). Nos últimos anos tem atuado em turmas de primeira e de segunda série (segundo e terceiro anos). Há dois anos foi coordenadora de primeira série, atuando em um centro de estudos e pesquisas mantido pela referida instituição. Atualmente é regente de segunda série (2007 e 2008).

6.^a professora – Tem vinte e nove anos. Fez magistério no Instituto de Educação. É graduada em Pedagogia pela UFPR e pós-graduada (especialista) em Projetos pela PUC-PR. Tem diversos cursos oportunizados pela Prefeitura Municipal de Curitiba. Integra o quadro da Rede Municipal de Curitiba há cinco anos, sendo um como professora e quatro como pedagoga. Trabalha há treze anos na rede particular de Curitiba, sendo que nos últimos seis anos está em um colégio que atende alunos de Educação Infantil ao Ensino Médio, estabelecido há cento e doze anos na cidade. É regente de segundo ano (Ensino Fundamental com nove anos de duração).

3.2.2. As entrevistas e as categorias de análise

A primeira conversa teve início em um feriado, com uma caminhada, em que duas velhas amigas se exercitavam e trocavam ideias sobre educação. O

que era para ser um “piloto” da entrevista transformou-se em uma conversa aprofundada. A riqueza dessa conversa gerou muito conteúdo, além de instigar a outras conversas. Algumas delas com professoras conhecidas⁶⁷, respeitadas pelo trabalho que desenvolvem e indicadas por seus coordenadores e/ou colegas. Outras, que passaram a ser conhecidas e admiradas. Foram indicadas por coordenadoras da Rede Municipal de Curitiba, em virtude do comprometimento e da prática pedagógica que desenvolvem. Embora não conhecessem a pesquisadora, dispuseram-se a conversar, a trocar ideias sobre o ensino e a aprendizagem em matemática. Disponibilizaram-se não apenas no dia da entrevista, mas para outras conversas. “Abriram” sua relação com a matemática em si e com o ensino dessa área. Contaram sobre suas práticas, seus sucessos e angústias, e ensinaram muito a esta pesquisadora.

As entrevistas foram realizadas individualmente, sendo gravadas em áudio. Posteriormente, essas entrevistas foram transcritas, lidas, revisadas e autorizadas pelas professoras entrevistadas.

A conversa seguiu os procedimentos de uma entrevista semiestruturada (Roteiro em anexo) conforme descrito na explicitação da metodologia da pesquisa. Solicitava-se às professoras que contassem um pouco sobre a sua prática em relação à matemática. Que comentassem o trabalho que realizam, os tipos de atividades que consideram importantes para a aprendizagem em matemática, como se processa a seleção e a organização dos conteúdos escolares e como veem a avaliação nesse processo. Finalizada esta etapa, perguntava-se à professora que dicas, sobre o ensino de matemática, ela daria a uma professora inexperiente (Se você fosse orientar uma professora nova, sem experiência, sobre o processo de ensino e de aprendizagem em matemática, o que falaria para ela?).

Encerrava-se a conversa, perguntando à professora se ela já ouvir falar em numeralização, senso numérico, letramento em matemática ou matematização. Nos casos em que a resposta era afirmativa, solicitava-se que contasse o que sabia e como relacionava esse conhecimento à sua prática. Nas situações em que a professora desconhecia os referidos estudos, a pesquisadora fazia um breve comentário sobre eles, estabelecendo, em alguns momentos,

⁶⁷ Professores que atuam na mesma instituição educacional que a pesquisadora.

analogia com a Língua Portuguesa. Essa se justifica pelo fato de que a maioria das professoras entrevistadas tem conhecimento teórico e prático sobre o processo de aquisição da língua escrita em uma perspectiva de letramento. Em seguida, perguntava-se às entrevistadas se elas consideravam que a escola, como instituição social, trabalha nessa perspectiva. Em alguns casos questionou-se sobre o tipo de atividades que elas acreditavam serem adequadas ao desenvolvimento do letramento em matemática (Termo que foi o mais indicado por elas.).

As conversas foram prazerosas. Muitas vezes demoraram mais do que previsto, pois havia inúmeros exemplos a serem relatados e discutidos. As professoras exemplificavam as atividades desenvolvidas relacionando-as à ação e reação dos alunos. Comentaram sobre sua experiência com a matemática quando foram alunas e como professoras.

Essas conversas, na maioria das vezes, mostraram-se impregnadas pelos princípios relacionados ao pensar e ao fazer matemática em ambiente escolar, estruturados a partir do marco conceitual. Explicitaram uma preocupação com o ensino e com a aprendizagem de matemática, tendo como máxima a compreensão, pelos alunos, dos conceitos trabalhados.

O material coletado, por meio das entrevistas, foi analisado e interpretado à luz dos princípios estruturados a partir do marco conceitual em um movimento que envolveu a organização das informações obtidas em categorias, de modo a facilitar a comparação dos dados. Conforme explicitado no tópico referente à metodologia da pesquisa, as categorias originaram-se dos princípios estruturados por esta pesquisadora e da busca de interação entre esses e a prática retratada nas falas das professoras. Desse modo, constituem-se em categorias de análise desta pesquisa:

- Categoria 1: Características de uma aula de matemática: delimitação de aspectos preponderantes em uma aula de matemática. Essa categoria visou à observação de aspectos considerados pelo professor, seja ao planejar ou ao executar uma aula de matemática, de modo a perceber a preocupação em investigar os conhecimentos prévios dos alunos, a problematização dos temas de estudo/conteúdos, a utilização da resolução de problemas e da investigação em matemática, a possibilidade de os alunos utilizarem-se de

- estratégias pessoais na resolução das situações propostas, a discussão com os alunos das diferentes possibilidades de resolução de um mesmo problema, entre outros.
- Categoria 2: Atividades ou tarefas matemáticas que contribuem para o pensar e fazer matemática na escola. Essa categoria reforça a anterior, complementando-a ao focar as atividades e tarefas. Por meio dela, pretendeu-se observar a presença da resolução de problemas e da investigação matemática, mesmo que de modo implícito nas atividades descritas ou apresentadas pelos professores. Assim, participaram dessa categoria as propostas de trabalho em que o professor não apresenta/demonstra um conteúdo “novo”, mas problematiza-o, permitindo aos alunos que utilizem seus conhecimentos na busca de soluções, mesmo que provisórias.
 - Categoria 3: Seleção dos conteúdos. Essa categoria objetivou a percepção da participação dos professores na seleção dos conteúdos, bem como a identificação de que conteúdos são considerados importantes por eles. Com ela, pretendeu-se observar se há uma preocupação com a abordagem de números, operações, medidas, geometria e tratamento da informação ou, se ao referir-se a conteúdos matemáticos remete-se a números e operações.
 - Categoria 4: O processo de avaliação da aprendizagem. Por meio dessa categoria pode-se perceber a confluência entre o modo de trabalhar e de avaliar em matemática. Muitas vezes altera-se a estrutura do trabalho pedagógico, mas se mantém o modo de avaliação. Considera-se que a preocupação com o desenvolvimento do pensar e do fazer matemática, em sala de aula, reflete diretamente na sistemática de avaliação adotada.
 - Categoria 5: Elementos ou princípios essenciais à prática do professor. Por meio dessa categoria observou-se que princípios os professores experientes consideram importantes de serem observados tanto por eles, quanto pelos professores iniciantes. A percepção de regularidades e de padrões, o estabelecimento de relações e as generalizações, o uso de materiais manipuláveis na representação do pensamento matemático (e não na demonstração de conteúdos ou modos de resolução), a priorização da resolução de problemas, a problematização dos conteúdos, o levantamento

dos conhecimentos prévios dos alunos sobre os conteúdos a serem trabalhados (considerando que eles geralmente têm um conhecimento social, sobre o tema de estudo, que antecede a sistematização do conhecimento escolar), o incentivo aos alunos para que busquem meios de resolver as situações propostas, a observação da atividade dos alunos, a valorização das estratégias pessoais entre outros refletem uma preocupação com o pensar e o fazer matemática em situações escolares.

A descrição da forma e dos procedimentos de análise consta no capítulo um, quando da especificação dos encaminhamentos metodológicos. Desse modo, com o objetivo de fornecer respostas às questões desta pesquisa, passa-se à interpretação das falas transcritas a partir das entrevistas realizadas.

4. PRODUZINDO SIGNIFICADOS – UMA ANÁLISE DAS FALAS DOS PROFESSORES

A preocupação com o pensar e com o fazer matemática no contexto escolar envolveu não apenas a investigação teórica de alguns estudos relacionados ao objeto de estudo, mas também a análise dos princípios subjacentes à prática dos professores, uma vez que “a prática pedagógica apóia-se sempre, explícita ou implicitamente, em uma determinada forma de conceber o processo de aprendizagem” (ZUNINO, 1995, p. 8).

A percepção desses princípios efetivou-se por meio de análise das falas dos professores. Tem-se clareza de que essas falas não representam a ação do professor em si, mas aquilo que ele diz sobre a sua ação em uma situação de entrevista concedida a esta pesquisadora (FONSECA, 2008).

Assim, o registro que segue constitui-se em uma interpretação permeada pelos significados e sentidos atribuídos à matemática escolar pelos professores. Tem-se consciência de que essa interpretação não é neutra, sendo influenciada pelos estudos teóricos realizados, bem como pelos significados e sentidos atribuídos pela própria pesquisadora a essas falas.

Por meio dessa análise, procurou-se identificar a contribuição desses depoimentos para a confrontação dos pressupostos teóricos com a prática vivenciada. Confrontação não como contraposição, mas “como uma atualização que lhes dá vigor, flexibilidade e, inclusive, aplicabilidade” (FONSECA, 2008, p. 3).

4.1. Características de uma aula de matemática

As professoras entrevistadas demonstraram segurança ao comentarem os aspectos preponderantes em uma aula de matemática.

Por meio das conversas pode-se perceber uma grande preocupação não apenas em tornar as aulas de matemática mais agradáveis, mas em fazer matemática na escola, possibilitando aos alunos situações em que o pensar matematicamente se sobrepõe ao memorizar ou ao reproduzir conceitos matemáticos, em que o descobrir ou o investigar, estratégias de resolução, supera a repetição de procedimentos, em que a manipulação de símbolos desprovidos de significados é suplantada pela contextualização dos conteúdos matemáticos escolares a partir de situações cotidianas. Essa postura coaduna com os princípios relacionados, nesta pesquisa, ao pensar e ao fazer matemática na escola, reforçando-os.

De modo geral, as professoras comentam sobre a importância de problematizar uma situação a fim de investigar os conhecimentos prévios dos alunos sobre o objeto de estudo, orientando-os no desenvolvimento de uma estratégia pessoal, com os recursos disponíveis (conhecimentos ou ferramentas matemáticas que o aluno possui), para então discutir e sistematizar com o grupo um novo conhecimento.

Sobre o conhecimento prévio, os PCNs ressaltam a importância de os levar em conta na construção de significados matemáticos. Esse documento afirma que “na maioria das vezes, subestimam-se os conhecimentos desenvolvidos no decorrer da atividade prática da criança, de suas interações sociais imediatas, e parte-se para o tratamento escolar, de forma esquemática” (MEC/SEF, 1997, p. 25). Nessa perspectiva, o aluno é privado da experiência pessoal.

O destaque dado, pelas professoras, à investigação dos conhecimentos prévios dos alunos exemplifica a superação do panorama descrito nos PCNs, bem como a percepção de que a aprendizagem deve considerar o caráter gerativo dos conhecimentos matemáticos. De que pensar matematicamente requer a mobilização dos recursos de que se dispõe na resolução de situações novas. Esse fato pode ser exemplificado por meio das seguintes falas:

Nesta segunda série a gente faz um trabalho de investigação do que as crianças já sabem e quais os caminhos que elas usam para resolver problemas. [...] O que elas já sabem. Como é que elas vão resolver aquilo. (1.^a professora)

Eu acho importante primeiro problematizar. Partir do momento em que você fala uma coisa para os alunos e traz já algum conceito, perguntando o que eles têm de conhecimento prévio. (3.^a professora)

Se eu estivesse começando um conteúdo? [...] Eu acho que seria partir de uma investigação. Investigar o que o aluno sabe sobre aquele assunto inicialmente. Não imaginar que eles não têm nenhum conhecimento. Investigar, fazer uma sondagem e depois propor alguma atividade que você possa observar que caminhos eles estão usando. E a partir dali, a partir do conhecimento deles, ir enriquecendo a aula. Eles já vêm com muita coisa. (5.^a professora)

Primeiro de ela buscar com os alunos essa questão do conhecimento prévio. Para ver o que eles sabem antes dela começar. Para ter uma idéia. Na verdade a criança tem uma base de conhecimentos que você não imagina. [...] Primeiro tem que ver isso. Perceber o que cada criança já sabe, em que ponto que ela está, para depois começar o trabalho com a turma. (6.^a professora – *Relato da primeira dica que ela daria a uma professora sem experiência*)

Por meio dessas falas constata-se o vigor com que alguns dos princípios estruturados podem ser associados ao relato dessas professoras. Constata-se, ainda, que a fala dessas professoras reflete a superação de alguns aspectos observados por Zunino⁶⁸ (1995) em sua pesquisa sobre o ensino da matemática. Na época, embora alguns dos professores pontuassem a necessidade de utilizar material concreto, a importância de utilizar fatos da vida, de explorar jogos e de trabalhar em grupo havia uma concordância de que o êxito do ensino dependia da explicação e da repetição. Essa crença era acompanhada, em alguns casos, da suposição de que cada conteúdo matemático escolar deveria ser ensinado de forma bem separada dos demais para evitar que as crianças se confundissem.

Na pesquisa de Zunino (1995) ensinar representava explicar e aprender era repetir e exercitar, saber reproduzir fielmente. Na presente pesquisa, entretanto, nem sempre ensinar consiste em explicar (embora a demonstração não seja descartada por elas) como se pode observar nos comentários sobre o melhor modo de apresentar um conteúdo:

Pela manhã (*escola particular*) é muito difícil ter um conteúdo que é extremamente novidade. Porque sempre tem uma criança que ouviu dizer, que ouviu falar [...] Traz do cotidiano, ou dos irmãos mais velhos. [...] Então, é muito difícil você ter na sala alguém que não tenha nenhum conhecimento. [...] Eu coloco o que eu quero trabalhar, vamos pegar multiplicação que é o que eu estava trabalhando com eles. Quando eu fui trabalhar isso tiramos os sapatos para uma atividade e organizamos os sapatos aos pares. Eles já sabiam o que era par. Eles já vêm com o conhecimento prévio. Eles já sabiam contar de dois em dois. O que nós fizemos, foi fazer uma notação matemática, nem sei se o nome é esse, para aquilo que eles já conheciam.

⁶⁸ No decorrer da análise das falas relacionadas a essa categoria lembrou-se de que Zunino (1995), em seu livro *A matemática na escola aqui e agora*, havia realizado entrevistas com professores nas quais eles falam sobre as aulas de matemática. Essa lembrança instigou o interesse de se observar as respostas obtidas por essa autora, comparando-as com as obtidas nesta pesquisa.

Aí eu comecei a trabalhar a multiplicação. [...] Eles têm conhecimentos prévios. O que eu fiz foi sistematizar isso. Depois trabalhamos com material, com repetições, colocamos no caderno e tal. [...] Dificilmente eu tenho um conteúdo extremamente novo. Quando isso acontece, eu coloco o conteúdo e eles vão dizer para mim o que eles conhecem daquilo. (1.^a professora)

Essa professora demonstra conhecimento e compreensão do que os alunos precisam aprender e, em seguida os desafia e os apóia na construção de um novo conhecimento a partir do que eles já sabem sobre o tema. Essa postura assevera outro princípio desta pesquisa. Esse princípio é reforçado pelo NCTM (2000) quando se lê que os alunos devem aprender matemática com compreensão, participando ativamente na construção de novas experiências e conhecimentos a partir de um conhecimento prévio.

Por meio da análise das transcrições pode-se perceber que a preocupação com a investigação dos conhecimentos prévios, geralmente, é acompanhada pela problematização dos temas de estudo, de modo que a criança possa buscar estratégias pessoais de resolução utilizando os conhecimentos matemáticos que já possui, como comenta a segunda professora.

Bom, primeiro partir deles. Lançar o desafio para eles, partir do que eles responderem para você e encaminhar a sua aula. Eu acho bem importante não chegar assim "Olha gente, isso aqui é adição. Coloca um número em cima do outro, coloca o símbolo, faz o tracinho". (2.^a professora)

A problematização de situações como estratégia de trabalho é um princípio defendido por diferentes pesquisadores preocupados com o ensino da matemática. Desde a década de 1990 observa-se a premissa de que “a matemática poderia ter um resultado muito mais significativo se partisse de problemas mais relevantes para a vida diária e se esclarecesse às origens das noções e das operações matemáticas” (ZUNINO, 1999, p.13).

A resolução de problemas, bem como a investigação, contribuem para que os alunos descubram em que consiste o conhecimento matemático, para que tomem consciência de seu próprio processo de aprendizagem e para que coloquem em ação suas próprias possibilidades de fazer matemática.

A possibilidade de fazer matemática na escola é permeada pelo uso de estratégias pessoais na resolução das situações propostas. É válido destacar que essa possibilita a discussão, a reflexão e a descoberta. Desse modo, envolve o uso de inúmeros recursos pelo aluno, o que permite a expressão de diferentes

formas de raciocinar, bem como a integração e o relacionamento de diversos conceitos matemáticos (SPINILLO, 2004). A preocupação com esse princípio foi constada no decorrer das conversas e pode ser observada nos trechos que se seguem:

Então, você coloca uma situação e cada criança pode resolver com a estratégia que ela conhece. Se a criança diz: “Ah, não sei, não consigo”. Você vai ajudar. Vê onde ela parou e dá algumas dicas. Depois que cada criança resolveu, você coloca (*as respostas ou modos de resolução*) no quadro ou em uma folha de papel grande. Registra a estratégia dessa criança. Você explica como é que a criança fez, ou a criança mesmo explica: “Ah, eu peguei tal valor, eu multipliquei, eu somei, eu fiz isso ou eu fiz aquilo”. Em seguida você coloca a estratégia de outra criança. [...] Se eu não peço com algoritmo, com desenho, se eu não determino qual é o caminho, cada criança pode resolver com o caminho que ela quiser. (1.^a professora).

O que eu vejo é assim: você pode colocar lá uma situação problema e fazer sentença matemática, operação e resposta e todo mundo resolve assim e funciona. Como você pode também fazer: “Fulano como é que você resolveu? Cicrano, como é que você resolveu?” Essa questão de deixar o aluno fazer o seu caminho, de deixar o aluno investigar qual é a resposta, qual é o melhor caminho para ele é o que eu acabei chamando de inovação, mas na verdade não é, porque todo mundo faz. Essa é a questão de... Como eu posso dizer... Essa perda de tempo, que é ganho no final. (1.^a professora)

Hoje eles procuram muitas estratégias. Há pouco tempo atrás eles tinham que usar a famosa continha para chegar ao resultado. Então eles faziam aquela coisa mecânica: pegavam aquele valor... “Ah não! Tem que colocar esse valor aqui, esse valor ali e fazer o procedimento”. Algo mecânico. (2.^a professora)

Aprendi a mostrar que você tem que compreender a matemática. Tem que entender. Então, é isso que eu tento passar para as crianças. Não é você decorar. Você tem que tentar resolver daquela maneira que você acha mais fácil. É por desenho? Então faz por desenho. Se você consegue fazer cálculo mental, então tudo bem. Faça. Você precisa fazer a conta? Faça a conta. Da maneira que você quiser. Eu sempre falo para eles assim: “A matemática tem vários caminhos. [...] São vários caminhos diferentes que você pode chegar/utilizar”. (4.^a professora).

A valorização do uso de estratégias pessoais, da análise e da reflexão sobre elas, pelas professoras que integram essa pesquisa, demonstra mais um dos princípios estruturados e, se comparado a pesquisas anteriores, denota uma atualização do que foi observado por Zunino em 1995. Em seu estudo essa pesquisadora constatou que o ensino prioriza uma única representação das operações, sendo necessário modificar o enfoque que, em geral, é feito na escola.

Na presente pesquisa, as professoras comentam sobre a importância de oportunizar às crianças o uso de formas de representação que elas consideram válidas, de comparar as utilizadas individualmente com as empregadas pelos

colegas, de discutir sobre a validade e a eficácia de cada representação sem deixar de lado as convencionais.

Algumas delas aliam o incentivo para que os alunos utilizem estratégias pessoais, na resolução e no registro das situações propostas, à reflexão sobre as diferentes possibilidades de resolução. Essa postura reflete uma concepção de ensino pautada no pensar matematicamente, em que se prioriza o descobrir, o investigar, o discutir e o interpretar em detrimento do repetir, memorizar, reproduzir. Por meio das falas dessas profissionais, pode-se constatar que há uma preocupação em oportunizar aos alunos momentos para que apresentem e reflitam sobre as estratégias adotadas, como se observa no seguinte comentário:

Você vai colocando no quadro o caminho de cada uma delas e vai comparando: quem trabalhou com mais números, com menos números, quem fez desenho, quem não fez, qual é a estratégia mais rápida, qual é a estratégia que eles preferem... No final a gente sempre conversa sobre qual das estratégias é a certa, para eles chegarem à conclusão de que todo mundo chegou ao resultado, de que não existe uma estratégia certa. Há criança que se adapta melhor com uma ou com a outra. (1.^a professora)

A resolução das situações propostas por meio de estratégias pessoais caracteriza-se, na fala dessas professoras, pelos “caminhos” escolhidos pelos alunos. Ressalta-se, entretanto, que o pensar e o fazer matemática em sala de aula envolve, não apenas, a valorização do uso de estratégias pessoais na resolução de situações propostas, mas a reflexão sobre elas. Assim, é necessário saber explicar o processo (o “caminho”), justificando as escolhas realizadas. Essa reflexão é mediada pelo professor que analisa a produção da criança. A correção das respostas é suplantada pela análise e interpretação dos registros realizados pelos alunos, pela confrontação das diferentes estratégias e pela discussão da validade de cada uma delas. Esse pressuposto pode ser relacionado a um trecho da fala de três das professoras:

Investigar isso é bastante importante. Sentar com a criança. É por isso que temos vinte alunos, que é uma coisa... Vinte no máximo vinte e cinco. [...] Você tem pouco aluno para você sentar com esse aluno e discutir: “Como é que você fez isso, como é que você chegou nesse problema, como é que você chegou nessa resolução?” Então a gente vai fazendo a investigação desse caminho que ele fez. (1.^a professora)

Eu os questiono. Eles vão ter que justificar a resposta. “Por que você respondeu isso? Por que você pensou dessa maneira?” Eu sempre peço uma justificativa. [...] Então, na hora de corrigir, você pergunta, lê o problema e eles: “Ah, a resposta deu tanto”. “Não, mas eu não quero a resposta. Como é que você pensou?”. Essa turminha (*Turma que a professora acompanhou, na Rede Municipal, da segunda a quarta série*) chegava: “Não você faz assim, assim, assim...” E a turma, “mas eu não fiz

desse jeito”. “Como você fez?” “Ah, eu fiz assim, assim, assim...” “Qual está certo?” “Ah, os dois estão certos”. “Por quê?” “Porque esse pensou assim, esse pensou assim”. “Ah, mas eu fiz de uma outra maneira?” “E como você fez?” Às vezes, a minha correção de um exercício simples levava tempo. Eu já cheguei a corrigir um problema de cinco maneiras diferentes. E todos eles assim: “Gente, tem mais alguma maneira diferente?” E mostrava para eles. “Olha que legal. Vocês conseguiram resolver. Pensaram de maneiras diferentes, mas a gente chegou ao mesmo resultado”. Então, os caminhos são diferentes... Isso é a matemática. É você tentar resolver da maneira que você acha mais fácil. (4.^a professora)

Quando é para fazer registro, cada um faz o seu. Depois eu deixo eles discutirem como é que cada um chegou. Eles gostam muito: “Professora, mas eu não cheguei ao mesmo resultado que ele chegou”. “Tá então podem discutir”. E eles discutem. Às vezes um mostra para o outro. O outro reconhece o que está errado. E com os registros no quadro, com os diferentes registros. Às vezes a lógica que um aluno usou, nesse momento pode ser que algum aluno não tenha compreendido. Mas depois, em uma outra situação, ele percebe que foi mais rápido o raciocínio que o amigo usou do que o dele. Então é importante expor, sempre, essa estratégia que o amigo usou. Talvez no momento, ainda, ele não esteja compreendendo, mas em uma certa hora ele vai poder escolher que caminho ele vai usar. (5.^a professora – *Comentário da professora em resposta ao questionamento “Você comentou sobre os trabalhos de investigação. Como que você os realiza?”*). Eu sempre coloco um exemplo no quadro e tento pegar mais uns dois ou três diferentes. E aí eles falam, mais ou menos, não dá para colocar todos. Só para eles verem que há outras possibilidades. “Então soma, quanto deu? Chegou no número? Não importa como você chegou. Importa que você chegou na quantidade. É o caminho que você usou” [...] Eu tento por três ou quatro exemplos. PARA ELES PERCEBEREM QUE NÃO EXISTE SÓ UM JEITO⁶⁹. Isso. Não existe só um jeito. Eu pego sempre exemplos dos alunos, nunca uma coisa que eu fiz. “Fulano fala como é que você fez”. Aí registra. “Agora, Cicrano...”. Para eles verem que há possibilidades diferentes para se chegar. (5.^a professora)

As falas evidenciam que a confrontação das diversas estratégias e a verificação da mais adequada para cada situação é acompanhada por uma intervenção planejada. Zunino (1995) pontua que uma estratégia adequada para resolver um problema é diferente de sua representação por meio de uma conta convencional; que a apresentação antecipada de um algoritmo convencional pode criar obstáculos para a elaboração de uma estratégia adequada; que é importante dar tempo à criança para repensar o problema e autocorriger seus erros; que é preciso diferenciar a adequação da estratégia da correção do resultado; que é necessário propor aos alunos uma variada gama de situações de tal modo que tenham a possibilidade de criar as estratégias pertinentes a cada caso, de comparar as utilizadas por outras crianças com as próprias, de analisar as semelhanças e diferenças entre as diversas situações.

⁶⁹ No processo de transcrição das entrevistas adotou-se a letra script maiúscula (caixa alta) no registro da fala da entrevistadora. Essa opção decorre da necessidade de se diferenciar a fala da entrevistadora da fala das professoras que integram esta pesquisa.

A confrontação das estratégias de cada um dos alunos e dessas com as formas convencionais contribui para uma aprendizagem significativa, principalmente por pressupor a necessidade de formulação e comunicação de argumentos e a de comprová-los (ME/SEF, 1997).

Há um elemento levantado por uma das professoras, que não é identificado na fala das demais, que causa inquietação e dúvida a esta pesquisadora. A professora em questão comenta que essa abordagem do ensino da matemática é influenciada pela formação anterior da criança, pelo modo como essa criança foi trabalhada nas séries anteriores.

Mas isso funciona muito quando a turma é bem receptiva e a turma gosta de trabalhar. Agora, essa minha turma deste ano não é assim. Este ano, vamos dizer assim... Eu estou frustrada com essa turma, porque parece que eu estou andando, andando, andando e não saio do lugar. [...] Eu estou tendo muita dificuldade. [...] Sabe quando você está desanimada, quando você não tem motivação para trabalhar? Eu falo “gente, pensem um pouco. Respondam”. [...] E a minha briga com eles é essa. Sabe? A turma tem que ter sido trabalhada. A turma tem que querer aprender. Se os alunos não quiserem aprender não tem como progredir. (4.^a professora)

Este ano eu senti que não deu muito certo. A minha turma é meio parada. [...] No começo do ano foi muito complicado. Você passava um exercício, “Não entendi. Não sei fazer”. “Gente, mas pensa. Leiam o enunciado. Tentem resolver. É um problema. Como você faria para resolver esse problema? Tem que ter uma solução, mas como você faria?” “Não sei. Não entendi. O que é pra fazer?” “Leia”. Às vezes o enunciado está claro. Está específico lá o que ele tem que fazer. “Não entendi”. Eles não querem ler. Não têm vontade de ler. Eles leem e não prestam atenção no que estão lendo. Sabe, eles não conseguem raciocinar sobre o que está sendo pedido. (4.^a professora)

A inquietação diz respeito a dois aspectos: o primeiro, o de se imaginar que é necessário que uma criança tenha sido trabalhada desde o início de sua escolaridade nessa abordagem para que consiga pensar/fazer matemática nas séries mais avançadas. O segundo, por se intuir que essa fala possa refletir a ausência de uma linha pedagógica que caracterize a abordagem da escola no que diz respeito ao trabalho com a matemática. Desse modo, a preocupação com o desenvolvimento do pensar matematicamente ficaria relegada a alguns profissionais da instituição e não se constituiria em uma meta ou em uma linha de trabalho do grupo.

Tendo por base essa preocupação a pesquisadora questiona: “Nós poderíamos falar que esse modo de ver a matemática está relacionado mais a postura e a formação do professor, do que em uma orientação da escola?”, ao que prontamente a professora responde: “Eu acho que não falta orientação.

Porque dentro da escola pública temos os cursos”. Assim, na opinião da professora, o problema de se ter modos tão distintos de ver e de trabalhar a matemática não é o investimento na formação continuada, nem a orientação emanada pelos órgãos competentes, podendo ser relacionado a uma opção do professor ou ao seu modo de ver o ensino da matemática.

Outro aspecto a ser observado é o entendimento que se tem sobre “estratégias pessoais”. Uma das entrevistadas pontua que, muitas vezes, o incentivo ao uso das estratégias pessoais é entendido de modo equivocado pelos professores:

Principalmente porque quando você fala em estratégias pessoais, algumas professoras pensam assim: “Ah, então do jeito que ele fizer está bom”. VALE TUDO. Vale tudo. E aí a gente discute assim: “Não é vale tudo”. A criança vai chegar em um ponto em que ela vai perceber que os algoritmos são mais rápidos. São mais práticos, desde que ela compreenda tudo bem. Então, não é assim vale tudo. No começo ela tem que pegar como é que a criança está pensando isso, mas ela não vai deixar de ensinar. Porque aquela criança que não aprendeu, ou aquela criança que tem mais dificuldade, ela vai ter que parar o que ela está fazendo e vai ter que ensinar de um jeito que a criança entenda. (1.^a professora – *Relato de uma vivência como Pedagoga da Rede Municipal.*)

Ressalta-se que o incentivo às estratégias pessoais não nega o uso dos algoritmos reconhecidos socialmente. O importante é que esses não sejam apresentados como a única representação possível, mas que sejam incluídos por meio da confrontação e discussão. Concorda-se com Zunino (1995) para quem as situações de aprendizagem devem permitir “às crianças descobrirem as razões que fundamentam a orientação convencional, já que é difícil que elas descubram por si mesmas que esta orientação permite uma maior economia no procedimento” (*Ibidem*, p. 59).

Deve-se considerar que o uso de estratégias pessoais contribui para o desenvolvimento do pensamento matemático, bem como para o fazer matemática em sala de aula. Entretanto, é importante que a escola possibilite às crianças o acesso ao saber cultural, apresentando a elas várias possibilidades e, entre elas, os algoritmos. A ênfase do trabalho com os algoritmos deve recair sobre a compreensão do significado de cada um deles, nas relações existentes entre eles e no estudo reflexivo do cálculo observando os diferentes tipos: mental e escrito, exato e aproximado (MEC/SEF, 1997).

Essa premissa pode ser exemplificada por meio da fala da primeira professora:

Depois que a criança viu todas as estratégias, depois que ela viu vários caminhos, depois que ela conheceu isso, aí a gente ensina. Depois que ensina ela ainda tem a opção de usar ou não o algoritmo padrão. DE USAR O PADRÃO OU UMA ESTRATÉGIA PESSOAL. O padrão ou não. [...] Quando eu quero, assim: “Ah eu quero que vocês resolvam esse problema, mas vocês têm que resolver com o algoritmo”. Então todo mundo resolve com o algoritmo, ou então, a gente vai ensinar o procedimento para resolver aquilo. (1.ª professora)

O incentivo e a valorização do uso de algoritmos “espontâneos”, que representem esquemas de pensamento produzidos pelo aluno, contribui para o desenvolvimento do pensamento autônomo e para a significação dos conteúdos matemáticos escolares. Assim, contribui para a superação da “representação social de ‘fazer matemática’ como simplesmente uma reprodução de algoritmos estáticos, fechados e sem significação” (MUNIZ, 2004, p. 44). Esse pressuposto fica claro na fala da quinta professora quando ela comenta o modo como trabalha com a divisão na segunda série:

O trabalho com a divisão, realizamos só por estimativa. É um trabalho bem legal também. Eu coloco para os pais. Na reunião eu explico para eles que é uma divisão na perspectiva da criança. O outro tipo de divisão é na perspectiva do adulto. Como o adulto enxerga. [...] Eu explico e os pais acham o máximo. Eu falo que é de última geração. Uma conta de última geração. E os pais entendem. Acham que tem bastante lógica no que eles fazem. Que cada um vai ao seu tempo. Cada criança busca a sua estratégia, a sua estimativa de acordo com aquilo... Até com o conhecimento que ele tem da tabuada. Tem criança que é mais ousada e já põe outros números. Tem criança que às vezes só domina o cinco vezes alguma coisa, ou o dez. Cada uma vai ao seu tempo. [...] Eu trouxe algumas (*Divisões*) por estimativa, para você ver. Cada um faz do seu jeito. Às vezes é mais longa. (*Apresenta algumas atividades de divisão por estimativa em que é possível perceber o caminho percorrido por cada criança na resolução da operação.*) [...] Vai muito do conhecimento que ele tem da tabuada, do quanto ele domina aquilo que está fazendo. [...] Se você tem trinta e um alunos são trinta e uma contas diferentes para você corrigir. Dá bastante trabalho para a gente. Mas é muito prazeroso porque você vê o raciocínio da criança, a estratégia que ela usou. (5.ª professora)

Essa professora mostra-se preocupada em fazer matemática em sala de aula, em instigar seus alunos a colocarem em ação diferentes estratégias de resolução, refletir sobre elas e determinar qual a mais útil para cada situação. Com essa postura supera as aulas de matemática em que a ação do aluno ficava reduzida a aplicar procedimentos que nem sempre compreendia.

A discussão das diferentes possibilidades de resolução de uma determinada atividade ou problema pode contribuir para a superação da visão dicotômica nas aulas de matemática. Nessas aulas trabalha-se com o “certo” ou

“errado” considerado em relação à aplicação de determinado algoritmo. Essa abordagem do ensino da matemática, pautada no ensino e na reprodução de alguns modos de resolução é percebida na fala de uma das professoras quando comenta situações atuais e recorda de uma aula que teve no ensino fundamental (antigo ginásio):

Bom, uma coisa que e eu sempre bato muito com os alunos é que eles têm que aprender a matemática. Não é decorar. Eu falo muito para os meus alunos. Na minha época a gente decorava. Você não questionava porque aquilo era daquele jeito. Eu sempre conto para eles assim, que na quinta ou sétima série, eu lembro que a gente perguntou uma vez para um professor de matemática de onde aquela fórmula? Por que aquela fórmula? Ele falou: “Olha, eu posso explicar para vocês. Eu encho esse quadro aqui e explico tudo, mas eu cobro na prova”. Aí o que a gente fez? Todo mundo ficou de boca fechada. Deus nos livre! Imaginou. Se a gente não entendia direito aquela fórmula, imagina a explicação. (4.^a professora)

Destaca-se a preocupação da entrevistada com a possível explicação do professor “Deus nos livre! Imaginou. Se a gente não entendia direito aquela fórmula, imagina a explicação”. Este trecho retrata uma perspectiva de ensino da matemática focado na memorização. Reflete a preocupação em memorizar toda uma explicação, não sendo possível a percepção pelos alunos, naquela época, de que a explicação poderia contribuir para o entendimento da fórmula.

Essa fala revela um ensino da época em que a maioria das entrevistadas frequentou a educação básica. Esse era pautado no ensino de procedimentos mecânicos em que não se preocupava com a compreensão dos mecanismos desses procedimentos, nem se favorecia o desenvolvimento de estratégias pessoais.

O foco na reprodução fez com que muitos profissionais que hoje atuam em educação aprendessem a matemática ao ensiná-la:

Eu falo para eles isso. A matemática naquela época era muito assim, o professor ensinava e você tinha que fazer exatamente igual. Se você não entendia daquela maneira, o problema era seu. Você tinha que se virar. O professor dava uma série de exercícios, você fazia o que conseguia. O que não conseguia ele corrigia no quadro e era assim. Só que você não aprendia matemática. Teve muita coisa que eu fui aprender da matemática, fui entender, dando aula. [...] Eu não entendia, não sabia. Você não entendia como você tinha que fazer. Você tinha que simplesmente copiar o que o professor fazia. Não tinha muito questionamento da ação. (4.^a professora)

Spinillo (2004) pontua a importância da compreensão, tanto pela criança quanto pelo professor, de que há muitos modos de resolução que podem representar uma compreensão mais simples ou mais elaborada dos conceitos matemáticos envolvidos. Nesse contexto, é essencial que as crianças comparem

as estratégias utilizadas descobrindo quais são equivalentes e porque levam a um mesmo resultado, que tomem consciência do procedimento utilizado.

Esse aspecto é observado nas entrevistas, seja por meio do relato sobre o uso das estratégias pessoais (bem como na análise delas com as crianças), ou em momentos em que as profissionais comentam suas percepções sobre o ensino da matemática:

Hoje eles procuram muitas estratégias. Há pouco tempo atrás eles tinham que usar a famosa continha para chegar ao resultado. [...] Eu vejo que eles estão muito mais questionadores. Eles querem entender o porquê daquele resultado. Antes era meramente se eles conseguiam o resultado e era aquilo. (2.^a professora)

Antes, até no nosso tempo de escola, era aquela situação: você recebia tudo pronto, não é assim que faz. Você fazia mecanicamente e não entendia o porquê. Agora eu, em sala de aula, estou refletindo mais sobre a matemática. Eu fiz uma nova descoberta, em sala. Pesquisando para os alunos, sobre como eu vou levá-los até aquele raciocínio e eu passei a raciocinar. [...] E agora eles têm toda essa preocupação com a reflexão: "Ah! É duas vezes a quantidade dois". A matemática hoje leva mais a questão do raciocínio. (2.^a professora)

E eu vejo que há um avanço muito rápido deles. E uma coisa muito interessante e que eu nunca tinha trabalhado em matemática, é a forma como eles pensaram. É a sequência do pensamento, da lógica, do raciocínio. [...] Não tem aquela coisa: "Ah, eu ensinei. O aluno que se vire, ele que quebre a cabeça". Não. Há caminhos, meios que você pode mostrar para o aluno. As estratégias são meios que facilitam ao aluno um cálculo mais rápido. O professor tem que mostrar isso. Algo que antes eu não fazia. (5.^a professora)

O que eu percebo é que já mudou bastante a maneira como a gente trabalhava, de treze anos atrás até hoje. Hoje a gente está levando mais em consideração o pensamento da criança. Muito isso de ela explicar, dela trocar as idéias com os colegas. Hoje em dia a matemática é mais construção. Antigamente era mais aquela coisa do treino. Hoje em dia eu percebo bem mais a construção das crianças. Elas estão construindo conhecimentos, elas estão socializando umas com as outras. (6.^a professora)

A valorização dos "caminhos" utilizados pelos alunos na resolução das situações propostas, bem como a preocupação do professor em entender o processo foi exemplificado por diferentes professoras. A título de ilustração destaca-se mais um trecho:

Eu tive uma aluna que conseguiu fazer de uma maneira completamente diferente. Todos os exercícios que ela fazia, quando eu corrigia, pela maneira que ela desenvolveu, sempre davam certo. O raciocínio dela não estava errado. [...] Ela desenvolveu uma maneira de resolver o exercício, diferente do que eu fazia. Ela chegava ao mesmo resultado e tinha lógica o que ela fazia. (4.^a professora)

Ao comparar a sua experiência como professora da rede particular com a de pedagoga, da Rede Municipal, a primeira entrevistada comenta as discussões realizadas com o grupo de professores de sua escola. Ela reforça a importância

da problematização, da investigação e da reflexão para o desenvolvimento do “pensar matematicamente”, embora não utilize esse termo em sua fala. Entretanto, ressalta que essa perspectiva de trabalho demanda tempo e que, muitas vezes, deixa de ser utilizada pelas professoras que atuam no primeiro ciclo pelo fato dessas darem prioridade à Língua Portuguesa em virtude da alfabetização.

O que elas pensam, errado ou não, é que se o aluno aprender a ler e a escrever ele vai conseguir ler o problema. Se ele não aprendeu a ler e a escrever, vai ler o problema como? Elas têm uma superpreocupação com as questões de alfabetização. Matemática, elas vão trabalhando, mas elas não inovam tanto. Porque ela tem uma carga de alfabetizadora muito grande. [...] O pessoal do ciclo dois pode parar o que está fazendo e perguntar: “Pera lá, mas porque você divide dessa forma sempre? O que aconteceu aqui? Como é que você pode ter, vamos supor 147 para dividir por 8 e ainda assim sobrar 40? Esse 40 não dá para você dividir novamente? Por que é que você está fazendo assim?” Esse questionamento, ela vai ter. Primeiro que a criança já tem uma linguagem mais avançada. Ela já tem três anos de escola. Já fez esse tipo de questionamento. O pessoal do ciclo dois inova mais. Elas utilizam mais os estudos que a gente faz. [...] Então, quem vai trabalhar mais com matemática, vai fazer inovações, vamos dizer assim, é o pessoal do ciclo dois. (1.^a professora – *Relato de sua experiência como pedagoga da Rede Municipal.*)

No ciclo um elas são menos ousadas porque elas têm um problema de tempo muito sério. Elas têm que entregar as crianças ao final do ciclo lendo, escrevendo e resolvendo operações. [...] A gente está sempre discutindo, mas existe uma preocupação como: “Tá e se eu não vencer o conteúdo? Aí a professora da série seguinte vai me pegar e não sei o quê”. (1.^a professora – *Relato de sua experiência como pedagoga da Rede Municipal.*)

Esse pressuposto também foi observado por Danyluk (2002) em seus estudos sobre a alfabetização matemática. Essa pesquisadora destaca a ênfase dada à alfabetização em língua pelos professores das séries iniciais. Ela atribui esse fato à ideia de que as “crianças precisam aprender a ler e a escrever para, então aprender matemática” (*Ibidem*, p. 232). Para essa pesquisadora, a alteração dessa postura depende de o professor se colocar no estado de observador do conhecimento do aluno, da percepção do que ele sabe fazer de matemática, do que ele cria. Assim, é preciso que o professor acredite e assuma que os alunos pensam e fazem matemática, mesmo antes de entrar na escola.

A questão do tempo de trabalho demandado em uma aula que prime pelo desenvolvimento do pensamento matemático é pontuada por outras profissionais. Algumas delas comparam essa prática com uma mais tradicional pautada na reprodução de modelos:

Então, tem que programar mais aulas de matemática na semana, para não ter acúmulo, não ter atraso. Gasta mais tempo porque eles precisam analisar, eles precisam investigar, eles precisam concluir. Não é uma aula rápida não. NÃO É FÁCIL. Não. É uma aula demorada. [Em seguida a professora comenta sobre o modo como era trabalhada a matemática em sua escola há dois anos] Tinha muito exercício. Era um livro grosso, mas não trabalhava com essa questão da investigação, de o aluno pensar. Era mais ou menos, siga o modelo. Você marcava a página e a criança fazia. (5.^a professora)

Você tem que trabalhar com atividades diferenciadas, com uma série de coisas que vão te ocupar muito mais tempo. Tanto para planejar quanto para aplicar. Em todos os momentos. E PARA AVALIAR? Para avaliar também. Em todos os momentos. Você vai planejar mais. Porque tem que planejar atividades diferenciadas para os níveis das crianças na turma. Depois para aplicar e para avaliar. Tudo vai envolver mais tempo. (6.^a professora)

Fechando essa categoria de análise ressalta-se o entusiasmo das professoras com os resultados obtidos. Muitas delas afirmam que passaram a compreender a matemática que aprenderam ao atuarem como professoras em uma perspectiva que contempla o pensar e o fazer matemática em situações escolares.

Eu tive de estudar muito para poder ensinar matemática. Para trabalhar efetivamente com matemática na escola particular. [...] Ela (*colega de trabalho*) foi me mostrando e eu fui aprendendo, com ela, que a matemática não era aquele bicho de sete cabeças e fui gostando cada vez mais. Eu nunca fui uma excelente aluna em matemática. Nunca. Sempre passei sobrando alguma coisa, mais não era excelente em matemática não. [...] E ela foi me mostrando uma maneira diferente de trabalhar a matemática. Eu sempre gostei da matemática. E eu fui gostando cada vez mais. (4.^a professora)

Tem toda essa preocupação com a matemática. Então a matemática passou a ser uma coisa gostosa. Até em sala quando eu falo hoje vamos trabalhar com matemática. "Oba, que legal!" HOJE ELES GOSTAM DA MATEMÁTICA. Gostam. Gostam muito e eles procuram passar desafios um para o outro. (2.^a professora)

E é muito legal ver as crianças buscando estratégias, construindo a matemática. Antes era de uma forma muito mecânica. A gente ia apresentando. Hoje as crianças constroem os conceitos matemáticos e é muito legal. É muito prazeroso dar aula de matemática. [...] Você coloca aula de matemática no quadro e eles dizem "Oba, aula de matemática!" O que eu acho que deve ressaltar é esse prazer que eu estou percebendo nas crianças. Não tem nada que pague essa paixão, esse entusiasmo. E VOCÊ? A AULA DE MATEMÁTICA PARA VOCÊ? Ah, eu gosto! Eu gosto de aula de matemática. Eu sempre gostei muito de matemática, mas agora está mais gostoso ainda de trabalhar. (5.^a professora)

Eu acho que a gente está no caminho. A gente já conseguiu mudar muito a visão da criança para que ele leve aquilo para a sua vida. Que aquele aprendizado não fica só na escola não fica mesmo. Mas eu acho que isso é todo ano... É UM CAMINHAR. E grande e árduo, porque a cada ano que ele vai passando, a cada série escolar ele vai tendo mais essa visão do todo, conseguindo fazer essa decifração da escrita matemática. (3.^a professora)

Ao interpretar as falas das professoras, em busca de alguns dos princípios, estruturados nesta pesquisa, presentes no pensar e no fazer matemática em ambiente escolar, pode-se perceber que há uma preocupação, por parte delas, em investigar os conhecimentos prévios dos alunos. Há um reconhecimento de que eles possuem conhecimentos matemáticos, escolares ou não, que possibilitam a eles a resolução de muitas das situações propostas.

Esse reconhecimento viabiliza a opção pela problematização dos temas de estudo/conteúdos, em que o professor propõe situações que instiguem o raciocínio, a reflexão sobre o problema e seu significado, suplantando a aplicação de algoritmos ou de modos de resolução demonstrados pelo professor e reproduzidos pelos alunos.

A opção pela problematização e pela investigação em matemática leva a revisão do procedimento de retomada das situações propostas. Assim, é necessário “discutir com os alunos as diferentes maneiras de se resolver um mesmo problema, comparar as diferenças entre os procedimentos adotados e compreender as formas de raciocinar dos alunos, sejam elas apropriadas ou não” (SPINILLO, 2004, p. 24).

Nessa perspectiva, possibilita-se ao aluno o desenvolvimento do conhecimento matemático por meio da negociação dos modos de resolução, da observação e da análise dos “caminhos” percorridos, validando tanto os procedimentos em que se utilizam algoritmos padrões, quanto os efetivados por meio de estratégias pessoais.

Por meio da análise realizada nesta categoria, constatou-se que os professores, quando instados a falar sobre a sua prática, mobilizam muitos dos princípios presentes ao pensar e ao fazer matemática, estruturados a partir do marco conceitual. Embora esses princípios tenham permeado toda a análise, considera-se importante relacioná-los de modo a torná-los explícitos.

Assim, são princípios subjacentes à prática dessas professoras observados a partir da presente categoria de análise:

- A priorização de atividades matemáticas que possibilitem estabelecer relações lógicas, utilizar sistemas matemáticos convencionais e perceber a amplitude de determinadas relações matemáticas.

- A problematização de situações cotidianas que exijam a mobilização de conhecimentos, de habilidades e de procedimentos matemáticos em sua resolução.
- A organização de situações pedagógicas que possibilitem o desenvolvimento de estratégias, o acesso a representações matemáticas diversificadas (algoritmos alternativos, uso de diferentes sistemas e suportes de representação), a interpretação e a produção de sentido e a dimensão formativa do conhecimento matemático escolar.
- A compreensão, pelo professor, dos princípios lógicos que constituem a base do conhecimento matemático – exigências lógicas do pensar matematicamente, bem como o entendimento de que a compreensão dos conceitos matemáticos é generativa.
- A percepção da importância de se considerar como os alunos aprendem e como pensam matematicamente, de estar atento ao percurso, ao processo de aprendizagem, evitando avaliações em momentos estanques.
- A organização, pelo professor, de situações de ensino e de aprendizagem que possibilitem a relação entre a complexidade do conhecimento matemático e o pensamento ainda em desenvolvimento dos alunos.
- A opção por uma abordagem curricular que considere o pensamento funcional, o pensamento em termos de relações, como um dos objetivos da matemática.
- A investigação, pelo professor, do desenvolvimento e do raciocínio de seus alunos de modo que a sua atuação seja pautada nas evidências coletadas sistematicamente.
- A contribuição da matemática escolar para o desenvolvimento do pensar matematicamente em situações diversas, bem como o emprego de sistemas eficientes de representação, compreendendo as regras lógicas que regem os conceitos matemáticos inseridos nessas situações.

- A capacidade de fazer uso de habilidades matemáticas, com confiança e competência, no atendimento às demandas concretas da matemática em situações cotidianas.
- A aprendizagem e o uso das ferramentas culturais e matemáticas como ferramentas para o pensamento, entendido como conhecimento dos sistemas convencionais aliado ao desenvolvimento lógico.
- O desenvolvimento da capacidade de propor, interpretar, resolver e comunicar problemas matemáticos em diversas situações – matematização das atividades escolares.
- O engajamento com o modo matemático de pensar.

Esses princípios revelam um compromisso com o desenvolvimento do pensar matematicamente e com o uso desse modo de pensar nas mais diversas situações, o que leva esta pesquisadora a intuir que as professoras entrevistadas possuem um conhecimento que extrapola os conteúdos matemáticos que ensinam. Embora não façam uso dos termos utilizados nesta pesquisa, demonstram a atitude didática preconizada por eles contribuindo tanto para a atualizar os pressupostos teóricos, quanto para demonstrar a sua aplicabilidade.

4.2. Atividades ou tarefas matemáticas que contribuem para o pensar e o fazer matemática na escola

Essa categoria reforça a anterior, complementando-a ao focar as atividades e as tarefas. Por meio dela, observa-se a presença da resolução de problemas⁷⁰ e da investigação matemática⁷¹, mesmo que de modo implícito nas atividades descritas ou apresentadas pelos professores.

⁷⁰ A resolução de problemas relaciona-se ao desenvolvimento do pensamento matemático, à aquisição e retenção desse conhecimento, às relações entre a matemática e outras áreas, ao ensino de matemática, entre outros. Preocupa-se com a preparação dos alunos como cidadãos, bons pensadores e bons solucionadores de problemas, uma vez que defende a construção significativa do conhecimento de alguns tópicos da matemática escolar (BRITO, 2006).

⁷¹ Para fins desta análise, considera-se como investigação matemática o trabalho com conceitos, procedimentos e representações matemáticas tendo por base a tríade conjectura-teste-demonstração (PONTE, BROCADO e OLIVEIRA, 2005).

A opção pela investigação matemática e pela resolução de problemas relaciona-se à faixa etária em que atuam as professoras entrevistadas, além de haver muitos trabalhos sobre essas duas tendências em educação matemática que contemplam os conteúdos próprios das séries iniciais. Já os estudos vinculados à modelagem matemática, etnomatemática, história na Educação Matemática são mais próprios aos conteúdos das séries avançadas (séries finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio).

Muitas vezes, a escola ocupa-se mais com o ensino de fórmulas e modelos de problemas, valorizando pouco ou quase nada a aprendizagem significativa de conceitos e princípios matemáticos. Brito (2006) afirma que, desde o ingresso na escola, os alunos devem trabalhar com problemas desafiadores que oportunizem o desenvolvimento de um pensamento flexível e produtivo na resolução de problemas de diferentes tipos.

No ensino da matemática, a resolução de problemas representa uma possibilidade de significação dos conhecimentos escolares. Nesse contexto, o aluno deve ser capaz de repetir, refazer e ressignificar os conhecimentos trabalhados em situações novas, de adaptar e transferir seus conhecimentos na resolução de novos problemas. Charnay (1996) pontua que a construção de sentido do conhecimento matemático, no princípio, caracteriza-se pela exploração das noções matemáticas como ferramentas para resolver problemas. Zunino (1995) comenta que é conveniente explorar problemas dos mais diversos tipos e que esses reflitam situações que os alunos possam encontrar na vida cotidiana.

A resolução de problemas é priorizada, por algumas professoras, como se observa nas seguintes transcrições:

QUE TIPO DE ATIVIDADES VOCÊS PRIORIZAM, QUE VOCÊS CONSIDERAM COMO SENDO IMPORTANTES OU FUNDAMENTAIS PARA O TRABALHO COM A MATEMÁTICA NA SEGUNDA SÉRIE? Resolução de problemas. Então, todo o caminho que você vai fazer ele tem que ter... Não adianta você ensinar a operação pela operação, ela tem que estar ligada com alguma coisa, porque senão a criança faz mecanicamente. (1.^a professora)

É, inclusive com a geometria. Porque situação-problema a gente fala, não só aquela pergunta com número. A gente pode propor um problema com figuras geométricas. Questões mesmo em que seja necessária a interpretação. Que leve ele a refletir. (3.^a professora)

É importante observar a relação estabelecida, na primeira fala, entre as operações e a resolução de problemas de modo que os alunos percebam que são muitas as situações que geram o aumento ou a diminuição de uma quantidade original, que não há uma única maneira de resolver cada problema e que o fato de não identificar qual é a “conta necessária” não impede a resolução por aproximação – aproximação como mecanismo de controle (ZUNINO, 1995).

Na segunda fala da professora percebe-se um dos princípios estruturados. Este diz respeito à necessidade de (re)formulação de problemas referentes a diferentes conteúdos e não apenas os que enfocam números.

Em outras situações, a opção pela resolução de problemas decorre de uma ampliação da visão do professor sobre o ensino da Matemática. Esse fato fica claro na conversa com a sexta professora, que na semana da entrevista havia participado de um curso de modelagem matemática oferecido pela Rede Municipal:

O meu projeto vai ser sobre a formatura das quartas séries. [...] ele pediu um problema real da escola e as crianças da quarta estão bem envolvidas com a questão da formatura. A minha idéia é eles elencarem o que eles querem nessa formatura. [...] Eles farão um levantamento de custos de toda formatura. De quanto custa cada coisa. Quanto ele vão ter que economizar. Como são crianças bem carentes, eles não conseguem pedir para os pais esse dinheiro. Então, de onde pode vir esse dinheiro? Uma das ideias que surgiu foi a de arrecadar garrafa *PET* e latinhas para vender. Então, quanto eles vão ter que juntar de garrafa *PET* e de latinhas para conseguir juntar o dinheiro para a formatura? Quanto tempo isso vai demorar? Quanto eles vão ter que trazer? Eu acho que vai ser um projeto que vai envolver todo mundo. É uma coisa do dia-a-dia deles. Isso atrai. (5.^a professora – *Relato de um projeto que desenvolverá em sua escola da Rede Municipal a partir de um curso de modelagem matemática oferecido pela Rede.*)

Nessa perspectiva de trabalho os problemas constituem-se em uma estratégia “para aprender” (INRP – ERMEL, 1995) permitem ao aluno a utilização de seus conhecimentos prévios na busca da solução ao mesmo tempo em que os levam à tomada de consciência da inadequação ou insuficiência desses mesmos conhecimentos. Desse modo, constitui-se em uma situação inicial que é ponto de partida para a mobilização, na estrutura cognitiva, dos elementos necessários à sua solução, ao restabelecimento do equilíbrio na estrutura cognitiva por meio da ampliação dos conceitos e princípios já existentes, caracterizando-se como uma reorganização conceitual cognitiva (BRITO, 2006).

Embora o termo resolução de problemas não seja encontrado na fala de todas as professoras, percebe-se que, muitas vezes, elas utilizam-se de

problemas tanto na apresentação de um novo tema de estudos, quanto no incentivo para que os alunos procurem resolver situações novas a partir dos conhecimentos que possuem. Esse fato pode ser observado nos relatos abaixo:

Com a turma anterior eu fazia muito. Eu lembro que eu trabalhei com eles número misto sem explicar. Eu passei um desafio para eles no quadro. “Resolvam!” “Como?” “Resolvam, da maneira que vocês quiserem. Resolvam. Eu quero ver como vocês irão resolver”. Teve criança que conseguiu. Claro, eu tinha criança na minha sala que era muito esperta, muito inteligente. Para elas a matemática era fácil, fácil. Eles conseguiram. Do que eles me traziam como resposta eu ia puxando as outras coisas e ia ensinando. Então, na terceira série eu já estava ensinando para eles fração mista. (4.^a professora)

Outra atividade que eu lembro que eu fiz com eles. Isso eu vi em um livro, que eu comprei, de matemática. Dividir a folha ao meio, em duas partes exatamente iguais, só que eles não podiam dobrar fazendo a linha na vertical, horizontal, nem na diagonal. Você pega a folha e “*pu*” divide em duas assim ou assim (*Demonstrou com uma folha.*). Não podia. Tinha que achar uma outra maneira de dividir a folha em duas partes exatamente iguais. Sem dobrar ao meio na vertical, horizontal ou diagonal. Eu tive criança que conseguiu. De trinta e poucos alunos eu tive uns dois que conseguiram. Tem uma das maneiras que é você fazer como se fosse uma bota. Depois você recorta e vira. Tem que colocar uma folha em cima da outra e dá direitinho. Eles quebraram a cabeça. “Professora, mas não dá certo”. “Dá”. “Não dá!” “Dá sim. Eu sei que dá”. Eu sei que eles conseguiram. (4.^a professora)

Os trechos ilustram a preocupação da professora em problematizar os temas de estudo, em instigar o aluno a elaborar um ou vários procedimentos de resolução, a comparar seus resultados com o dos colegas e validar o procedimento (MEC/SEF, 1997). Demonstram assim, que a sua prática é impregnada, de modo subjacente, por alguns dos princípios relacionados ao pensar/fazer matemática em sala de aula, dentre os quais destacam-se: a problematização de situações que exijam a mobilização de conhecimentos, de habilidades e de procedimentos matemáticos em sua resolução; a organização de situações pedagógicas que possibilitem o desenvolvimento de estratégias, o acesso a representações matemáticas diversificadas, a interpretação e a produção de sentido e a dimensão formativa do conhecimento matemático escolar. Entretanto, observa-se um resquício da “mistificação” que envolvia a matemática no ensino tradicional, quando a professora associa o sucesso na resolução da situação proposta diretamente à inteligência da criança: “Claro, eu tinha criança na minha sala que era muito esperta, muito inteligente. Para elas a matemática era fácil, fácil”.

Para alguns autores como Ponte, Brocado e Oliveira (2005), no contexto da investigação matemática destacam-se as atividades em que o professor

elabora e apresenta tarefas que oportunizem, aos alunos, a formulação de questões, conjecturas, testes, o refinamento das conjecturas anteriores, a demonstração e seu refinamento, seguida pela comunicação dos resultados aos colegas e ao professor. O aluno é levado a identificar claramente o problema a resolver (reconhecimento da situação, exploração preliminar e formulação de questões), a antecipar o resultado de sua ação desenvolvendo uma certa ideia preliminar, tanto da natureza do objeto de estudo quanto dos efeitos possíveis da conjectura durante a realização dos testes que antecedem a demonstração e avaliação do trabalho realizado. O produto da investigação caracteriza-se pela materialização da ideia que preside a ação e traduz a significação da atividade e de seu resultado.

Considerando que “investigar é procurar conhecer o que não se sabe” (*Ibidem*, p. 13), embora a professora não tenha feito nenhuma referência à investigação matemática, assume-se a perspectiva de que as atividades descritas abaixo possam ser identificadas como sendo dessa natureza pelas características do encaminhamento relatado.

Para trabalhar área e perímetro. [...] Eles levavam um pedaço de tecido, fita, sianinha, agulha, fio. [...] Eles traziam e a gente media o pano, fazia todo um esquema no caderno. Media os lados do pano. Anotava no caderno. “Quanto você trouxe de fita ou sianinha?” Media e anotava no caderno. Aí a gente saía. Explicava o que a gente iria fazer. “Vocês vão costurar essa fita na borda”. A gente saía da sala e ia fazer isso. [...] Aí a gente voltava para a sala e media. “Quanto de fita você gastou?” Eles tinham que medir para saber. “A fita que você trouxe foi suficiente? Faltou? Quanto faltou? Quanto sobrou?” Então a gente fazia todo esse registro em caderno. Tinha sempre uma pergunta: “Como você fez para descobrir o quanto de fita você gastou?” Aí tinha criança que colocava: “Do total que eu tinha eu tirei o que sobrou”. Ou, “Eu somei os quatro lados, medi os quatro lados”. Aí você ia entrando... Com isso estava trabalhando perímetro. (4.^a professora)

Eles traziam a caixa de sapato, nós fazíamos a porta... Isso eu fiz com eles aqui (*No colégio municipal*). Fazia a portinha e você dizia que era um ambiente. Era um quarto. Então, você tinha que colocar piso naquele quarto. Eles colocavam papel ou alguma coisa assim. [...] Faziam a portinha. [...] E daí, um dos detalhes era fazer o piso. [...] Estava trabalhando com área e eles não sabiam. Eles pegavam uma folha quadriculada. Caderno quadriculado e faziam umas lajotas maiores. Colavam: “Quantas lajotas você precisou?” Eles tinham que contar. “Como você fez?” Tinha criança que multiplicava linha por coluna. Tinha uma contava... Então tudo isso você registrava. Aí o perímetro, tem que fazer o acabamento, o rodapé. [...] “Quanto você usou?” Dava aquela discussão: “Ah, eu usei tanto”. “Mas qual é a medida da caixa?” Eles mediam a caixa para saber a largura e o comprimento. Tudo anotado, tudo registrado. Aí você falava: “Agora você vai colocar o rodapé com barbante”. Eles colocavam o barbante. “Quanto você usou de barbante?” “Ah, foi a mesma medida que a da caixa”. “Mas porque a mesma medida?” “Porque eu coloquei nos quatro cantos e puxei aqui”. Aí os outros falavam: “Não, mas tem a porta”. “Você não colocou na porta?” “Não na porta eu não coloquei porque na porta não vai”. [...] Você

falava: “O que você fez é perímetro. O que você calculou foi área. O que é perímetro?” Então você diferenciava o que era perímetro do que era área. E daí você saía pela escola medindo. (4.^a professora)

Essa professora instiga a descoberta e o estabelecimento de relações entre objetos matemáticos conhecidos ou não pelos seus alunos. Demonstra preocupação com a compreensão da matemática, com a percepção do que é a matemática e de sua utilidade na compreensão e intervenção no mundo social. Desse modo, vivencia em sua prática alguns dos princípios elencados nesta pesquisa. A título de exemplificação, destaca-se o seguinte princípio: o compromisso, pelo professor, de considerar a perspectiva do aluno em sua interação com o objeto de estudo no acesso e na construção do conhecimento matemático. Por meio deste princípio, pode-se inferir que o envolvimento do aluno, mobilizando os seus recursos cognitivos e afetivos com vista a atingir um objetivo, é condição fundamental para a aprendizagem.

Vale ressaltar que, nas entrevistas realizadas, poucas professoras fazem referência à investigação matemática tal como Ponte, Brocado e Oliveira (2005) o entendem. Embora não façam referência ao termo, pode-se afirmar que, didaticamente, têm a atitude preconizada pelo termo (GUÉRIOS, 2002).

Assim a investigação, geralmente, está associado à resolução de problemas em que as crianças estruturam uma primeira possibilidade de resolução, discutem com os colegas para então definirem coletivamente qual a estratégia a ser adotada naquele momento. Nas falas analisadas, não há a percepção da exploração, pelas professoras, da estruturação de conjecturas a serem testadas e refinadas, para então serem demonstradas e comunicadas aos colegas. Talvez esse fato possa ser associado à faixa etária em questão: crianças de seis a dez anos. Entretanto, pode-se afirmar que é possível observar uma preocupação em lançar um problema para que os alunos resolvam por meio de estratégias pessoais, sendo essas analisadas e “refinadas” coletivamente, bem como em priorizar problemas que se situam na realidade e que podem ser reorganizados por meio de conceitos matemáticos contribuindo para um processo gradativo de construção e de abstração desses conceitos, como se observa no seguinte comentário:

Que nem quando a gente trabalhou formação de centena, a gente tinha lá milhares de tampinhas e eu queria que eles contassem as tampinhas. Tinha criança contando

de um em um, tinha criança contando de dois em dois, tinha criança que contava de dez em dez, até a hora em que estava tudo aquilo espalhado na sala e eles falaram: “Mas se a gente fizesse grupos de dez não é mais fácil”. “Então tá, vamos fazer grupos de dez”. O que acaba acontecendo é assim, como eles já estão lendo e escrevendo e já estão alfabetizados, eu disponho de mais tempo para fazer essa investigação. “Então tá, todo mundo vai contar de dez em dez”. No começo eles não estavam contando de dez em dez, mas quando eles viram o quanto era fácil [...] eles faziam assim, botavam a mão em cima das tampinhas, 10, 20, 30, 40... e chegavam no 100 com mais rapidez. Todo mundo passou a contar de 10 em 10. Então eu abri a centena, e a gente foi trabalhar quantas unidades, quantos grupos de 10. Como é que eu posso formar essa dezena, como é que eu posso decompor esse número... (1.^a professora)

O relato dessa professora reflete algumas fases da investigação matemática descritas por Ponte, Brocado e Oliveira (2005), dentre as quais destacam-se: identificação do problema a ser resolvido; compilação de informações e experimentação, sem a preocupação em se reproduzir resultados palpáveis; iluminação súbita e, finalmente, sistematização e verificação dos resultados.

Outro aspecto dessa atividade que assevera os pressupostos da investigação matemática, é o fato de que se trata de uma situação mais aberta, a questão não está bem definida no começo, cabendo aos alunos um papel fundamental em sua definição (*Ibidem*).

Algumas das atitudes didáticas preconizadas pela investigação matemática podem ser observados no relato de atividades em que o professor lança um desafio e instiga-os, desestabiliza as conjecturas estabelecidas pelos alunos, problematiza situações a partir das “respostas” obtidas, de modo que o aluno possa perceber regularidades e padrões, inferir uma regra ou conceito, estabelecer generalizações:

Partir mesmo para o raciocínio. Explorar... Fazer com que eles construam o conceito, não que a gente dê tudo pronto. Você vai instigando, instigando, vai apresentando situações para ver até que ponto eles vão respondendo. E a partir dali você levar à reflexão. Evitar: “Oh gente isso é isso e se faz assim”. Levá-los a chegar a esse conceito. (2.^a professora)

A valorização da resolução de problemas denota um pressuposto dos PCNs: “o ponto de partida da atividade matemática não é a definição, mas o problema” (MEC/SEF, 1997, p. 43), compreendido não como uma situação de aplicação, mas como uma situação em que o aluno precise desenvolver algum tipo de estratégia. Um problema possibilita a construção do conhecimento matemático quando leva o aluno a elaborar uma estratégia de resolução, a

descobrir a equivalência das diferentes estratégias e a estabelecer relações. Nessa perspectiva, a construção de conceitos matemáticos ocorre de modo articulado com outros conceitos, por meio de uma série de retificações e generalizações (MEC/SEF, 1997; ZUNINO, 1995).

Ao comentar sobre atividades que remetem à resolução de problemas ou à investigação matemática, as professoras demonstram reconhecimento do valor dessas abordagens tanto na construção de conhecimentos, quanto na valorização do trabalho criativo e independente, o que torna as aulas mais agradáveis, porém mais trabalhosas para o professor. Em suas falas, transparece uma preocupação com o tempo necessário a uma aula que prime pelo pensar/fazer matemática em sala.

“Olha, vamos trabalhar esse conteúdo em matemática desse jeito”. Mas elas têm um pouco de medo de gastar um tempo nessas inovações todas... Vamos fazer uma aula de investigação matemática? Você coloca lá um cubo e pede para as crianças, aquela clássica, pede para as crianças dizerem quantos cubos tem ali. Até a criança chegar naquele resultado, cada uma formular uma idéia... Você gasta um tempo que elas poderiam estar sistematizando. (1.^a professora – *Relatando uma certa resistência das professoras do primeiro ciclo da Rede Municipal em “inovar” nas aulas de matemática em virtude do tempo necessário para uma aula mais reflexiva.*)

Eu acabei de fazer um curso de resolução de problemas matemáticos, uma coisa assim. Onde o professor também trabalha com isso, com essa questão. Alguma coisa a gente comenta nesses cursos que... Não dá para trabalhar 100% do que eles mostram ali na matemática. O que eu quero dizer com isso? Ah, então eu saio para um passeio e vou criar uma situação problema em cima disso. Quanto tempo levou, então eu vou trabalhar com horas. Qual foi a distância? Tem que saber a quilometragem. Aí o ingresso custou tanto, foram tantos alunos e tal. Você pode fazer uma atividade dessa na sala, mas você não pode estender ela por duas ou três semanas. Uma porque as crianças saturam. Chega uma hora em que eles não querem fazer mais nada. E outra que você tem outros conteúdos para trabalhar. Você tem que dar conta de outros conteúdos em Português, Matemática, História, Geografia, Ciências, Religião. Agora tem o negócio da África. Aí vem a Prefeitura com concurso disso, concurso daquilo. Então você acaba tendo que trabalhar um monte de coisa e você não consegue trabalhar a Matemática como eles mostram, que seria legal. (4.^a professora)

Essa preocupação merece destaque uma vez que as professoras que atuam nas séries iniciais precisam trabalhar com os conhecimentos das cinco áreas da Base Nacional Comum (Língua Portuguesa, História, Geografia, Ciência e Matemática), possibilitando uma aprendizagem efetiva em cada uma delas. Como afirmam Ponte, Brocado e Oliveira, (2005, p. 24), “o grande desafio é articular esses diferentes tipos de tarefa de modo a constituir uma grade

curricular interessante e equilibrado, capaz de promover o desenvolvimento matemático dos alunos com diferentes níveis de desempenho”.

Muitas das atividades relatadas pelas professoras traziam implícitos alguns dos princípios vinculados ao desenvolvimento do pensamento matemático, ao pensar e fazer matemática na escola. Esse fato gerou uma curiosidade: observar se a opção por essa abordagem de ensino da matemática constituía-se em uma linha da escola ou em uma opção da professora. O que se constatou é que há uma linha da escola, mas que sua efetivação, na prática, depende do professor.

É uma linha, (*pausa*) teoricamente, adotada até a oitava série. É a linha da escola. O que a gente percebe é que até a quarta série a gente faz toda essa exploração do material. Tanto é que tem uma sequência de seis itens, que é uma estratégia da escola, da escola não, porque ela é da sociedade de matemática, adotada pela escola que é assim: exploração do material... MATERIAL MANIPULÁVEL? Isso material manipulável, um jogo sobre aquele conteúdo, um texto sobre aquele conteúdo... As crianças têm uma sequência com aquele conteúdo. São seis passos. (1.^a professora)

Se você faz isso com eles na prática, eles vão entendendo. Eles vão se acostumando a trabalhar, a tentar raciocinar. Mas para que isso seja feito, o professor tem que ter essa vontade. Primeiro tem que ter vontade também. E tem que ter essa disposição para querer fazer alguma coisa diferente com os alunos. (4.^a professora)

Depende muito, não tanto da escola, mas do profissional mesmo. Tem gente que faz um trabalho muito bacana (*na rede pública*) e às vezes tem professor da particular que não faz um trabalho bacana. Depende muito do profissional e das oportunidades que são propostas para ele. Lá na escola eu já percebi uma mudança porque foi proposta uma oportunidade e eles puderam aprender um pouco mais (*Curso sobre matemática oferecido na própria escola*). Talvez tivesse algum professor que nunca tinha ido atrás. QUE NUNCA HAVIA PARADO PARA PENSAR SOBRE ESSE MODO DE TRABALHAR. O mínimo que seja já tem uma mudança no teu modo de trabalhar. Não é uma questão de público e de particular, mas uma questão do próprio profissional. Do interesse que ele tem, do que ele está indo atrás para aprender. O público, pelo menos na prefeitura de Curitiba, oferece muita coisa bacana. Tem curso que não é legal, mas tem curso que é muito legal. (6.^a professora)

Nesse contexto, ressalta-se a importância do papel da pedagoga ou coordenadora da escola na mobilização do grupo de professores para um trabalho que prime pelo desenvolvimento do pensar e do fazer matemática na escola. Nas falas que se seguem observam-se dois exemplos, um da rede pública e outro da privada, em que há um vínculo da formação continuada com a prática, bem como a constatação de que “o trabalho de ensinar requer a construção de uma percepção peculiar do objeto de ensino” (MOREIRA; DAVID, 2005, p. 18):

A cada quinze dias eu tenho uma reunião. Toda semana com a minha coordenadora e a cada quinze dias com a diretora pedagógica que faz uma orientação e faz um acompanhamento também. [...] Ela faz essa ponte assim: “Oh! É o segundo ano que você trabalha do mesmo jeito, você já pensou em trabalhar de um outro jeito?” Ela tem esse olhar para dar uma movimentada e para não ficar aquela coisa de sempre a mesma sequência. (1.^a professora – *Comentário sobre os momentos em que ela e suas colegas de série se reúnem para discutir o planejamento das atividades com a coordenadora.*)

À tarde (*na rede pública*) eu vejo que o trabalho é mais individual. A gente tem, até porque tem a mistificação da matemática: “Ah eu não sou tão boa para trabalhar com a matemática” [...] Essa coisa da autoestima do professor, é um trabalho mais individual. Quem faz a ponte é a pedagoga. A gente vê que o ciclo dois trabalha desse jeito, mas porque eu dou uma puxada. [...] Você vê que elas fizeram, mas se você não está o tempo todo realimentando, então, passa o conteúdo no quadro e as crianças copiam, ou copiam do livro. Tem que ter um trabalho de equipe muito forte, senão você acaba ficando assim: cada uma trabalha o conteúdo que tem que trabalhar e mais na repetição: eu aprendi desse jeito eu passo desse jeito. (1.^a professora – *Comentário referente à sua percepção como pedagoga da Rede Municipal.*)

Considerando essas falas, pode-se intuir que a perspectiva do pensar e do fazer matemática na escola é permeada pela postura reflexiva do professor, em que a prática é examinada, analisada e criticada por meio de grupos de estudo ou de discussão. Esse investimento na formação a partir da prática é valorizado por Moreira e David (2005) quando afirmam que o desenvolvimento de uma visão flexível e multifacetada pode contribuir para que o professor seja capaz de dialogar, de reconhecer e validar certos pontos de partida adotados na construção de um conceito como adequado para determinada etapa, ainda que se mostre necessária uma reelaboração posterior.

Nunes (*et. al.*, 2005) e seus colaboradores enfatizam a existência de uma relação direta entre o desenvolvimento pessoal dos professores e a aprendizagem dos alunos. Esses pesquisadores reconhecem que a atividade do professor em sala “envolve simultaneamente dois processos de ensino-aprendizagem: um relacionado à aprendizagem do aluno e o outro relacionado à aprendizagem do professor” (*Ibidem*, p. 10). Assim, o professor pode aprender se ensinar refletindo sobre e a partir da prática⁷².

Observa-se que a realidade retratada nos trechos anteriores não é uma premissa básica em muitas escolas. Quando a orientação da escola, bem como a

⁷² A pesquisadora sabe das discussões sobre o binômio prática-reflexão, mas no presente estudo não se aprofundou nessa questão.

explicitação da linha de trabalho com a matemática não se tornam legíveis para o grupo de professores ouve-se comentários como:

Eu acho que falta um pouquinho de orientação da escola. Porque a rede oferece muitos cursos. Eu fiz esse da matemática e eu vi que não despertou interesse nas outras meninas. Eu vejo assim que elas estão um pouco acomodadas. Eu vejo que na escola a coordenação deveria ter um acompanhamento mais aprofundado para ver como os encaminhamentos são feitos. Porque acaba sendo bem tradicional. Até ontem nós tivemos o conselho de classe e a diretora ressaltou essa questão de explorar a matemática e de não apenas trabalhar aquele conteúdo e ficar naquilo. De ir além, de propor outras coisas em sala, levar a essa reflexão. [...] Elas estão acomodadas. Isso é triste. Porque a Rede investe muito em curso. (2.^a professora)

Retomando a discussão sobre atividades ou tarefas matemáticas que contribuem para o pensar e fazer matemática na escola, foco dessa categoria, destaca-se que, embora a maior parte das atividades relatadas pelas entrevistadas reflitam uma abordagem mais reflexiva para o ensino da matemática, em que é possível perceber-se alguns dos princípios relacionados ao pensar e ao fazer matemática na escola, há relatos em que se observam outros focos de trabalho.

Uma das entrevistadas comenta uma vivência como pedagoga de uma escola municipal e questiona a validade da tarefa proposta uma vez que essa está pautada no treino e na repetição.

A professora pegou uma folha, eu tive o trabalho de contar quando eu fiz RIT⁷³ de pedagoga aqui à tarde. Ela chegou indignada: “Uma hora e meia, eles não terminaram. E olha aqui errado”. Eu disse: “Deixa aqui que depois eu vou olhar”. Tinha quarenta e nove operações para eles fazerem. Quarenta e nove operações, todo o espaço que ela pode aproveitar da folha, tudo para fazer operação. Você imagine, quarenta e nove operações. A criança faz umas cinco ou seis e já não aguenta mais. Claro ela vai errar, ela não vai terminar, vai dar uma hora, duas horas... A tarde inteira. AÍ A PROFESSORA RECOLHE E CORRIGE. Corrige. DEVOLVE. Qual é o objetivo? Para o aluno sentar lá e ficar quieto? Então dá uma folha e manda desenhar. Dá uma quadrinha, coloca um filme. Agora, fazer praticamente cinquenta operações, uma hora e meia e não terminaram. Eu termino. Só que vai chegar uma hora que eu vou pensar *puts*, mas qual é o objetivo disso. (4.^a professora)

Esse trecho reflete uma prática em que fazer contas constitui-se um “hábito escolar” (ZUNINO, 1995), sendo esse caracterizado pela aplicação de um mecanismo, sem a garantia de que o mesmo tenha sido entendido. Converte os alunos em “consumidores” que renunciam à capacidade de pensar optando pela

⁷³ RIT – Termo utilizado para designar a atividade de complementação da jornada laboral por professores da Rede Municipal de Curitiba. Nessa atividade o professor assume, temporariamente, mais um turno de trabalho. Esse sistema é utilizado nas substituições de licenças médicas, de maternidade e prêmio, bem como e em casos em que se aguarda um professor concursado para a vaga.

aplicação de um modelo, limitando a capacidade de elaborar estratégias adequadas para resolver problemas diversos.

Esse pressuposto pode ser reforçado por meio de pesquisas anteriores, como a realizada por Zunino (1995, p. 116). Essa pesquisadora pontua que “a exercitação contínua em contas descontextualizadas não é o meio mais adequado para garantir que as crianças possam julgar a correção dos resultados que obtêm”.

O treino e a repetição também são discutidos por uma outra professora. Ela demonstra conhecimento sobre as ideias intrínsecas à construção do número pela criança, ressalta algumas atividades sobre contagem e ordenação⁷⁴. Ela se mostra indignada com uma proposta de atividades pautadas na reprodução gráfica dos algarismos e na apresentação desses em uma sequência linear, em que a “sequência numérica é ampliada por etapas, independentemente do conhecimento prévio do aluno” (NUNES *et.al.*, 2005, p. 37).

Me dá um chique quando algumas me pedem para passar atividade no caderno e é aquela repetição: "Vamos fazer o número 1". Daí eu tenho que repetir o 1 não sei quantas vezes, ocupando a folha inteira do caderno. Eu passo aquilo, mas me dá uma agonia. [...] JÁ QUE VOCÊ FALOU EM NÚMEROS: COMO ELAS ENXERGAM O TRABALHO COM NÚMEROS... Passar o número, pedir para a criança completar... Elas estão trabalhando até o número 5. Depois vem o 6. [...] Até os cartazes que têm os números não são eles que fazem. Nós fazemos com eles, construímos. Lá elas fazem bonitinho, colocam cinco corações e no caderninho: Pinte o conjunto que tem cinco elementos. Eu olho aquilo e falo "Não!" É uma coisa tão assim... Tão preparada... Não tem por que. "Agora é o 1. Agora o 2..." Porque não trabalham com o todo? O calendário vai até trinta e um, como que elas vão até o cinco? Você não fica no cinco. Você vai além no calendário. Vai além. (2.^a professora – *Comentário sobre uma vivência na Rede Municipal como professora substituta.*)

A prática descrita acima parece enfatizar o “adestramento gráfico” e a memória como sendo responsável pela aprendizagem, sem considerar que a compreensão dos conceitos básicos se desenvolve a medida em que a criança pensa e resolve problemas (*Ibidem*).

Essa professora relata que ao trabalhar com a construção dos números não o faz de modo linear, um número de cada vez, nem por meio da reprodução dos algarismos. Ela opta pela exploração a partir de situações cotidianas e,

⁷⁴ Considera-se importante pontuar que essa professora participa de um grupo de estudos – PEC das professoras de 1.^o ano com encontros mensais. Neles há a discussão de um texto seguida da troca de experiências, em que as professoras apresentam as produções de seus alunos e relatam o processo que as gerou. Durante um semestre as discussões tiveram como tema a construção do número.

exemplifica por meio da descrição de uma das atividades que realiza a partir do calendário:

O calendário é uma maneira bem bacana para você trabalhar [...]. Eu não falo para eles "Ah, hoje é dia três". Eu falo assim: "Olha gente, ontem foi dia dois que dia é hoje? Ah, é três. E amanhã? Quatro". Eu estou trabalhando antecessor e sucessor sem eles perceberem. O que vem antes e depois. Eu falo "Puxa que legal! Se ontem foi segunda, hoje é..." "Ah, é terça!" Explorando essa questão também dos dias da semana, de antecessor e sucessor. [...] E o registro do dia do aniversário (*Comentário sobre as fotos coladas no calendário anual*). [...] Eles mesmos podem explorar. Quando eles falam "O meu aniversário está chegando. O meu aniversário foi em fevereiro". Eles vão procurando referências [...] O meu amigo faz aniversário três dias depois. [...] E agora que tinha férias (*A entrevista foi realizada no último dia de aula do primeiro semestre.*) eles ficavam: "Olha só faltam dois dias!" Eles passaram a semana inteira falando faltam tantos dias. Eles foram subtraindo. (2.^a professora)

Os relatos que se seguem demonstram a preocupação com a construção de conhecimentos pelo aluno, embora, a ênfase dada às atividades pareça recair na busca de inovações que tornem as aulas mais lúdicas e agradáveis. Aparentemente essa prática diferencia-se no que diz respeito à estratégia adotada, mas deixa dúvidas quanto à concepção de ensino da matemática.

Uma coisa que eu fiz com eles e que foi bem bacana é a escolinha da Dona Maricota. A gente brincou. Cada um recebeu um copinho e eles pegaram os palitinhos de sorvete. Eu falei que iríamos brincar de Dona Maricota, que iríamos à feira. Eles ficaram segurando os copinhos balançando. Eu falei que ela chegou em uma banca e comprou cinco laranjas. Eles colocaram cinco palitos no copinho e eu anotei no quadro cinco. Falei que ela estava saindo e pensou: "Puxa se eu for fazer um suco para cinco pessoas vou precisar de mais laranjas". Ela resolveu voltar naquela banca e comprou mais sete. Eles colocaram mais sete. Eu fui ao quadro coloquei o sinal da adição e coloquei mais sete. Eu perguntei com quantas laranjas a Dona Maricota voltou para casa. Eles pegaram o copinho e contaram os palitos. Eu perguntei quantas laranjas no total. "Ah, doze". Eu falei [...] vamos anotar doze. Falei que ela usou nove laranjas no suco. Eles tinham que contar novamente os palitos. Tiraram nove. Eu perguntei: "Quantas laranjas ela não utilizou no suco?" E eles me falaram o resultado. É uma construção. Eu vou fazendo o registro com eles no quadro e eles aprendem a partir de uma brincadeira. (2.^a professora – *Comentário sobre o modo como trabalha com a construção do número.*)

Essa semana eu substituí em uma segunda série (*na Rede Municipal*). Trabalhei com a tabuada do dois. Fiz com eles móveis. Como estamos falando sobre a alimentação saudável fizemos com maçãzinhas. Nós fizemos dois barbantes, com determinada quantidade em cada barbante: dois barbantes vezes seis maçãs em cada um. Então eles fizeram a soma três mais três. Ficou exposto na sala. Nós usamos uma folha para registrar qual a tabuada que nós tínhamos feito. Deixamos um ar diferente na sala. (2.^a professora)

A interpretação da descrição da segunda atividade induz a acreditar-se que há uma valorização da forma de registro e não, necessariamente, do processo de construção do conceito por meio da percepção de relações, padrões e de regularidades associados à tabuada. Nesse ponto diferencia-se dos

princípios elencados neste estudo em que a aprendizagem e o uso das ferramentas culturais alinham-se ao desenvolvimento lógico e ao conhecimento dos sistemas convencionais. O valor dessa atividade está na discussão do que representa a tabuada e na proposta de outros modos de representação. Essa atividade poderia ser problematizada de modo que os alunos percebessem os padrões e as regularidades inerentes à tabuada, que estabelecessem relações e que generalizassem suas descobertas.

Eles já tinham explorado (*a tabuada*) e eu propus fazermos uma tabuada diferente da que estava na parede. Eles perguntaram como e eu expliquei que eles já descobriram que é duas vezes aquela quantidade. Que duas vezes o dois é: dois mais dois. Eu propus uma forma diferente e falei: “Não é duas vezes o dois?” Então vamos pegar dois barbantes. Eu falei duas vezes o um. Quantas maçãzinhas em cada barbante...” Ah! Cada barbante tem que ter um. Porque é uma. Porque está repetindo a quantidade um”. Eu disse: “Ótimo, então vamos colocar uma maçãzinha aqui e uma ali”. “E agora, duas vezes um barbante com uma maçãzinha em cada um deles dá quanto?”. “Ah, dá dois”. Porque eles estão visualizando o dois. Ficou bem rico. (2.^a professora – *Relato de uma vivência realizada na Rede Municipal.*)

Outro ponto a ser discutido é o papel da manipulação de materiais na construção de conhecimentos. Em alguns momentos teve-se a impressão de que essa construção é atribuída à manipulação de material em si, em outros essa manipulação parece respaldar-se em uma demonstração realizada pelo professor.

Depois disso, material concreto. O que eles precisarem para manipular, ou que eles possam fazer comparações também, para depois passar para a formação do conhecimento. Aquele conhecimento que eles têm que adquirir. (3.^a professora)

Com os números menores. O material concreto. Dá para eles usarem o material dourado que é bem fácil de manipular. Até porque eles já têm a ideia da unidade, da dezena e da centena. Dá para eles fazerem essa substituição de dezena por dez unidades. Isso vai ajudá-los. E separação de grupos mesmo. Inicialmente por grupos. Cores, as formas geométricas... De início dar o material concreto para que eles possam ir fazendo, em cima de suas mesas mesmo. Concretamente. Para depois ele ir passando para os números. Essa idéia de número. E COMO VOCÊ VÊ ESSA PASSAGEM DO MATERIAL PARA O REGISTRO DO ALGORITMO? Ela vai ter que ser... Ela se dá não simultânea, mas quase, porque no primeiro momento ele vai fazer com material concreto. Aquela notação no papel é quase simultânea, mas primeiro ele vai ter o momento em que ele vai ter que largar o material concreto para ir para a compreensão da forma de fazer, de como fazer. Depois que ele já tem o conceito formado ele vai conseguir fazer isso independente. [...] Eu acho que ele entende primeiro pela manipulação do material. Depois, a partir da manipulação do material é que ele vai conseguir internalizar aquilo e começar a fazer a partir do algoritmo. (3.^a professora – *Comentário sobre o caminho percorrido no trabalho com a divisão.*)

Porque o conhecimento dos algoritmos eles já têm. Que eles já trouxeram de antes (da primeira série). Então, depois de manipular concretamente eles vão passar para o algoritmo. Esse é um conceito que eles têm. (3.^a professora)

É legal porque eles estão aprendendo uns com os outros e também a questão do concreto. É bem importante antes de passar para o abstrato eles estarem trabalhando com o concreto. [...] Depois, colocar essa questão dela trabalhar com material concreto. Trabalhar a construção junto com a criança. (6.^a professora – *O segundo comentário refere-se a uma dica que ela daria a uma professora inexperiente.*)

Sobre esses aspectos considera-se pertinente resgatar as pesquisas de Spinillo (2004) em que ela discute alguns mitos sobre a educação matemática, dentre os quais o mito do concreto⁷⁵, como se a construção de conceitos matemáticos dependesse da manipulação de material. Ela ressalta que o material manipulável pode contribuir para a compreensão da formalização matemática, mas que nem sempre se estabelece uma relação entre as ações realizadas no material e a formalização matemática. Para ela o material em si facilita a representação, mas não oferece subsídios para a compreensão da lógica do problema. Desse modo, não é o único, nem o mais importante recurso na compreensão matemática. Essa pesquisadora pontua que “as situações de ensino poderiam combinar material concreto com representações gráficas diversas (convencionais ou não) de maneira que fosse possível associar referentes às quantidades, manipular objetos e operar mentalmente sobre eles” (*Ibidem*, p. 12).

A análise das falas associadas a esta categoria permitiu a percepção dos seguintes princípios investigados como sendo subjacente à prática pedagógica dessas professoras, a saber:

- A priorização de atividades matemáticas que possibilitem estabelecer relações lógicas, utilizar sistemas matemáticos convencionais e perceber a amplitude de determinadas relações matemáticas.
- A habilidade de apreciar e de compreender informações expressas matematicamente.
- A problematização de situações cotidianas que exijam a mobilização de conhecimentos, de habilidades e de procedimentos matemáticos em sua resolução.
- A organização de situações pedagógicas que possibilitem o desenvolvimento de estratégias, o acesso a representações matemáticas diversificadas (algoritmos alternativos, uso de diferentes

⁷⁵ Spinillo (2004) pontua que os professores defendem o uso de materiais “concretos” por acreditarem que a matemática só pode ser compreendida pelas crianças se tornada “concreta” e fisicamente manipulável.

sistemas e suportes de representação), a interpretação e a produção de sentido e a dimensão formativa do conhecimento matemático escolar.

- A aprendizagem e o uso das ferramentas culturais e matemáticas como ferramentas para o pensamento, entendido como conhecimento dos sistemas convencionais aliado ao desenvolvimento lógico.
- A percepção de regularidades, relações e padrões; a capacidade de analisar, argumentar e de comunicar ideias matemáticas, bem como, de compreender e operar matematicamente de modo eficiente e flexível.
- O desenvolvimento da capacidade de propor, interpretar, resolver e comunicar problemas matemáticos em diversas situações – matematização das atividades escolares.
- A contribuição da matemática escolar para o desenvolvimento do pensar matematicamente em situações diversas, bem como o emprego de sistemas eficientes de representação, compreendendo as regras lógicas que regem os conceitos matemáticos inseridos nessas situações.

Muitas das tarefas descritas convidam os alunos a pensar e a fazer matemática, contribuem para o desenvolvimento da capacidade de comunicar e de argumentar matematicamente, de refletir sobre o processo de resolução ou estratégia adotada. Assim, atribuem ao professor o papel de desafiar os alunos, de acompanhar e avaliar o processo, de pensar matematicamente com os alunos e de apoiar o trabalho deles.

4.3. Seleção dos conteúdos

A seleção dos conteúdos reflete o que os professores pesquisados consideram como sendo importante no ensino dessa área em ambiente escolar.

De acordo com uma abordagem que prime pelo desenvolvimento do pensar e do fazer matemática, é importante que essa seleção seja articulada com

as demais áreas de conhecimento; que considere o fato de que o pensar e o fazer matemática inclui a compreensão de um conjunto de ideias e métodos fundamentais da matemática (compreensão conceitual); que permita o desenvolvimento da capacidade e da confiança pessoal no uso dessa ciência para analisar e resolver situações problemáticas, para raciocinar e comunicar ideias e estratégias. É importante, ainda, que os temas de estudo sejam conectados de modo que os alunos percebam as relações entre as ideias matemáticas, construindo conexões e competências que possibilitem a eles aprofundar e ampliar sua compreensão matemática (ME.DEB, 2001; NCTM, 2006).

A opção por essa categoria de análise justifica-se por dois motivos: o de observar se há a participação dos professores na definição dos conteúdos, bem como identificar que conteúdos são considerados importantes por eles. Com essa categoria, pretendeu-se observar, também, se há uma preocupação com a abordagem de números, operações, medidas, geometria e tratamento da informação ou, se ao referirem a conteúdos matemáticos os professores remetem a números e operações como se observa no seguinte trecho:

Acho que é muito importante, imprescindível, a resolução de problemas com as quatro operações. O dobro e o triplo eu acho que é bastante importante para essa faixa etária também. [...] Mas o que é mais importante mesmo são operações fundamentais. E principalmente a interpretação dessas situações-problema. (3.^a professora)

Sobre esse aspecto destaca-se a preocupação de uma professora em comentar sobre a importância do trabalho com a geometria. Ela afirma que muitas vezes a geometria fica para o final do ano sendo sua exploração restrita a resolução das atividades propostas no material didático adotado. Ao discorrer sobre as dicas que daria para uma profissional iniciante, ela salienta que “conhecer geometria, trabalhar com geometria, também é uma boa dica”.

Essa categoria de análise revelou algumas surpresas, como o fato de que, em alguns casos, a seleção dos conteúdos é realizada ano a ano, tendo como ponto de partida os conteúdos ou temas de estudo trabalhados na série anterior.

Se você tem um grupo fixo, você consegue fazer o que fizemos no ano passado. Por exemplo, na terceira série: percebemos que não adiantava trabalhar com centena de milho e com não sei o que porque a criança não estava compreendendo o que era

mil, vai entender o que é cem mil? Então, combinamos que a terceira série vai trabalhar com números menores, porque se a criança entender com números menores, você só abre nova ordem e ela vai entender do mesmo jeito. Ou pelo menos pensávamos, naquele momento, que sim. Como toda a equipe continuou no ano seguinte, este ano sentei com as meninas de quarta série e disse: “Gente a terceira série foi até aqui. Então nós vamos continuar do ponto em que elas pararam”. (1.ª professora – *Relato de uma vivência como pedagoga.*)

Esse comentário vem acompanhado das seguintes justificativas: a permanência e a integração do grupo de professores que atuam na escola – “Se for uma equipe que está mudando, se é uma professora que não está bem integrada na equipe e tal, esse trabalho não funciona, porque ela quer cobrar que a outra tinha que ir até aquele ponto” – e a progressão dos alunos por ciclos.

Como trabalhamos com o ciclo, à tarde, isso é possível. Porque o ciclo vai dizer assim: “Olha eu tenho esse prazo e pode ser que eu adiante os conteúdos que são de quarta, pode ser que eu atrase os conteúdos que são de terceira, mas no final da quarta todo mundo deu conta de tudo (1.ª professora)

Essa flexibilização na seleção dos conteúdos anuais também é observada no relato desta professora quando comenta sobre o modo como se processa a seleção de conteúdos na escola particular em que atua como professora. Nesse caso, os conteúdos a serem trabalhados são definidos por meio de uma discussão entre os professores das diferentes séries:

Seleção dos conteúdos... Bom, normalmente fazemos uma discussão no começo do ano e vê assim... Como eu trabalho com segunda série, o que a primeira série já trabalhou e quais as estratégias que eles já usaram, para partir do ponto que elas pararam. Com o pessoal de terceira para ver até onde a gente vai. Então, no começo do ano fazemos uma discussão se esses conteúdos que são pré-selecionados, que já foram determinados, que são regulamentados pela Escola e pela Secretaria e tal, se esses conteúdos ainda são válidos para essa série, ou se temos que avançar ou reduzir um pouco. (1.ª professora – *Relato de uma prática da escola particular.*)

Tal procedimento busca um ensino centrado no aluno. Desse modo, associa dados sobre o desenvolvimento dos alunos, coletados por meio da prática no ano anterior, com o plano curricular formal.

Por exemplo, teve alguns anos em que trabalhávamos divisão no primeiro semestre, por que estava determinado, estava regulamentado na Secretaria de Educação... O que nós percebemos: as crianças eram muito novinhas, elas entendiam o conceito, elas faziam por desenho, elas tinham essa noção de divisão, mas elas ainda não estão na idade de dividir, elas não querem dividir nada com ninguém. Então, subtração e divisão, nós brincamos que tem uma coisa emocional. Não é assim. Eu não saio dividindo tudo, elas não têm isso tão forte. O que nós fizemos? Discutimos que esse era um conteúdo para segundo semestre. Fizemos isso no ano passado e este ano também. Por quê? Porque as crianças já estão um pouquinho mais maduras. Discutimos se esse conteúdo ainda está adaptado ou não, mas há um rol de conteúdos que é registrado [...] que é uma discussão maior e que só podemos

alterar quando fazemos uma alteração no plano curricular. (1.^a professora – *Relato de uma prática da escola particular.*)

Essa “flexibilidade” gera uma certa inquietude nesta pesquisadora uma vez que as mudanças ficam pautadas em pessoas e em suas práticas, não havendo um estudo ou uma discussão maior que possibilite a retomada do plano curricular como um todo. Essa inquietude relaciona-se ao pressuposto de que a reflexão sobre a prática deve respaldar-se em estudos e em pesquisas, suplantando as mudanças calcadas apenas no fazer pedagógico por meio das ancoradas na análise crítica e fundamentadas desse fazer.

Esse pressuposto é defendido por Nunes (*et. al.*, 2005). Essa pesquisadora e seus colaboradores desenvolveram o projeto *Ensinar é Construir* norteado pela concepção de que todo ensino deve ser baseado em evidências o que engloba a coleta de informações sobre o desenvolvimento dos alunos e a interpretação dessas a partir da pesquisa científica a fim de se planejar um programa de ensino.

Os alunos devem ter oportunidades para aprender ideias matemáticas cada vez mais sofisticadas à medida que progredem em sua escolaridade. Um currículo bem articulado é necessário para que os professores de cada nível possam saber o que foi trabalhado na série precedente, bem como o que será estudado nas séries subsequentes. Assim, a relação de conteúdos deve ser coerente, centrada na importância da matemática e muito bem articulada em todos as séries ou níveis (NCTM, 2000).

No que diz respeito à seleção dos conteúdos, considera-se importante observar que há situações em que a relação de conteúdos confunde-se com as estratégias de trabalho ou metodologias adotadas pela instituição ou pelo professor. Em algumas falas, a resolução de problemas e o desenvolvimento do raciocínio lógico aparecem como conteúdos matemáticos escolares.

Resolução de problemas. [...] Geometria, operações, resolução de problemas e, com essa coisa do raciocínio mesmo, de como você faz para chegar lá? Que caminho você fez? Às vezes, aquela criança errou tudo, mas ela errou tudo dentro de uma lógica de pensamento. Ela pensou daquele jeito do começo ao fim. (1.^a professora)

Partir bem para o raciocínio, depois partir para adição... Trabalhar bem a questão do raciocínio. Por que adição? Adição não meramente como a famosa continha de antigamente, mas levar a essa reflexão. (2.^a professora – *Comentário sobre o conteúdo que ela considera importante de ser trabalhado nas séries iniciais.*)

[...] a questão do raciocínio lógico matemático, que é uma coisa que está por trás. Se você não trabalhar isso com a criança, nenhum outro conteúdo você consegue. É o embasamento para tudo. É o raciocínio lógico como um conteúdo. As operações. Se a criança tem esse raciocínio lógico matemático, ela vai aplicar nas operações. Vai aplicar isso na resolução de problemas. Na decomposição, em tudo. Eu acho importantíssimo o aluno entender a construção do número. O que significa um número. De trás para frente de frente para trás. Compondo-o e decompondo-o. Percebendo os outros números que estão dentro desse número. A questão das operações e, imprescindível, a resolução de problemas. A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ACABA SENDO UMA ESTRATÉGIA PARA... As operações. (5.^a professora – Resposta ao questionamento “*Que conteúdos você considera imprescindíveis, que são importantes e que devem ser trabalhados?*”)

QUE CONTEÚDOS VOCÊ CONSIDERA IMPORTANTES DE SEREM TRABALHADOS EM UM SEGUNDO ANO? O raciocínio lógico. É bem importante para a criança. O raciocínio envolve tudo. (6.^a professora)

A exploração de regularidades também é citada como sendo um conteúdo matemático escolar.

Então, agora percebemos a importância da regularidade para eles. Com a regularidade, a partir de sequências, de situações diferentes, que não envolvam números, eles começam a perceber isso dentro do sistema de numeração. Esse conteúdo eu acho que é bem importante. É um conteúdo que antes não trabalhávamos tanto e que agora, parece que se não trabalharmos faz falta. É bem importante trabalhar isso. Trabalhar com questões do dia-a-dia deles mesmo. Com o sistema de medidas, a forma como eles utilizam aquilo no dia-a-dia. Sólidos geométricos. Eles já começam a associar tudo aquilo com o dia-a-dia deles. As situações-problema, sempre envolvendo o raciocínio lógico. (6.^a professora)

Esse fato denota uma fragilidade no reconhecimento e na especificação do que deve ser trabalhado (como conteúdo) nas séries iniciais do Ensino Fundamental e torna pertinente a observação dos documentos disponibilizados pelo MEC e de diferentes estudos e pesquisas sobre o tema.

Há um estudo desenvolvido pelo *Harvard College*⁷⁶ (1995) que pontua a distinção entre os objetos matemáticos e os processos ou ações.

Destaca como objetos matemáticos os números e quantidades (inteiros, racionais, medidas, reais – números complexos vetores e matrizes), a forma e o espaço (espaços topológicos, métricos), o padrão e a função, a chance (frequência e probabilidade) e os dados (coleta, organização e apresentação de dados).

Relaciona as ações à resolução de problemas e ao raciocínio matemático competente, e se dividem em quatro categorias: modelar e formular, transformar

⁷⁶ Balanced Assessment in Mathematics Project. **Assessing Mathematical Understanding and Skills Effectively**. Supported by NSF Grant MDR-9252902. 1995, President and Fellows of Harvard College.

e manipular, inferir, registrar e concluir, comunicar. Essas ações são permeadas pelos seguintes domínios: observar e coletar dados/provas e considerar quais são importantes, decidir o que pode ser matematizado expressando formalmente dependências, relações e restrições, manipular símbolos matemáticos, deslocar um ponto de vista e testar conjecturas, comunicar fazendo uma argumentação clara (oral e por escrito).

Uma das professoras manifesta preocupação com as ações e domínios matemáticos, embora não faça uso desses termos:

Eles têm dificuldade nisso principalmente. A gente vê que é mais no Português do que na Matemática. [...] se você der o número só, "Ah é tanto vezes tanto mais tanto", eles vão saber fazer. Daí você dá a situação problema para eles interpretarem. Essa é a principal dificuldade. ELES ERRAM... Errando pela falta, por não conseguirem interpretar o problema. (3.^a professora)

A indicação pelas professoras de que o raciocínio lógico, a resolução de problemas e as regularidades constituem-se em conteúdos importantes para as séries iniciais é um aspecto positivo por registrar a importância atribuída a esses elementos nas aulas de matemática. É pertinente lembrar que a percepção de regularidades, relações e padrões e a resolução de problemas são recursos matemáticos valorizados na perspectiva do letramento em matemática. Entretanto, essa indicação aponta para a necessidade de revisão do que se constitui em objeto de ensino na matemática escolar.

Com vistas a essa revisão, pode-se observar a relação de conteúdos apresentada nos PCNs (MEC/SEF, 1997, p. 53) que indica o estudo dos números e das operações (no campo da Aritmética e da Álgebra), o estudo dos espaços e das formas (no campo da Geometria) e o estudo das grandezas e das medidas", ressaltando que o último permite a interligação entre os campos da Aritmética, Álgebra e Geometria. Esse documento estabelece blocos de conteúdos para cada um desses estudos. Nele, a distinção entre conteúdos e procedimentos ou estratégias pode ser observada nos tópicos *Blocos de conteúdos* e *Orientações didáticas*.

Há outros documentos que podem ser utilizados na distinção dos conteúdos matemáticos escolares, dentre eles matriz de referência do SAEB, as quatro categorias de conteúdos matemáticos apresentados pelo PISA, as referências apresentadas no documento *Competências Essenciais – Matemática*

(ME. DEB, 2001), bem como nos documentos *Curriculum Focal Points for Prekindergarten through Grade 8 Mathematics*⁷⁷ (NCTM, 2006) e *Principles and Standards for School Mathematics* (NCTM 2000).

Os referidos documentos fazem distinção entre eixos de conteúdos (números e operações, espaço e forma, estatística e probabilidade, medidas, álgebra e funções⁷⁸), procedimentos e estratégias (investigação, modelagem, resolução de problemas, projetos e jogos). Desse modo, podem auxiliar no desenvolvimento de um currículo pautado no pensar/fazer matemática em âmbito escolar, possibilitando aos alunos o desenvolvimento de competências matemáticas, de processos e de formas de pensar e de comunicar o que sabem sobre os conhecimentos matemáticos.

Ressalta-se que documento do NCTM (2006) apresenta pontos focais que se constituem em estruturas que estabelecem uma base conceitual que pode servir para organizar os conteúdos conectando, de modo coerente, os vários conceitos e processos ensinados ao longo da escolaridade (em todos os níveis). O objetivo dessas estruturas é o de facilitar a compreensão, a fluência matemática e a capacidade de generalizar. Esses pontos são indispensáveis no desenvolvimento de soluções para problemas, raciocínio e demonstração, pensamento crítico e habilidades que são importantes para a aprendizagem matemática (comunicação, conexão e representação).

Outro aspecto observado nas falas das profissionais que integram essa pesquisa é o fato de que há situações em que o professor recebe uma relação de conteúdos, mas não se identifica com ela. Nesses casos, incorpora conteúdos que considera importantes a essa relação. Duas professoras exemplificam esse fato ao comentarem as Diretrizes Curriculares da Rede Municipal.

Até o ano passado não tínhamos os conteúdos estipulados. Na prefeitura, com essa história de ciclos perdeu-se tudo. [...] eu olhava o que se trabalhava na segunda, na terceira, na quarta... Fazia a seleção, mais ou menos, a partir do que os livros traziam. [...] Fração que eu sei que temos que trabalhar bastante e que começa lá na segunda, na terceira entra uma coisinha mais, na quarta tem fração de quantidade. [...] Das escolas particulares em que eu trabalhei, mais ou menos o que eu trabalhava, eu tentava acompanhar [...] no ano passado chegou na escola, pela

⁷⁷ O documento indica um pequeno número de “metas” significativas para cada série e pontua os processos de comunicação, raciocínio, representação, conexão e, sobretudo, resolução de problemas como preponderantes para o desenvolvimento do conhecimento matemático, bem como para o desenvolvimento do pensar matematicamente. Disponível em: <http://www.nctmmedia.org/cfp/full_document.pdf>. Acesso em 16 de nov. 2008. (Adaptado)

⁷⁸ Álgebra e funções – Competências Essenciais – Matemática (ME. DEB, 2001).

Secretaria, um documento... AS DIRETRIZES CURRICULARES? As Diretrizes. Foi organizado para cada série o que se tem que trabalhar. [...] isso tem que ser revisto este ano. [...] Nesse segundo bimestre eu vou trabalhar com estimativa. Eu acho que não é... Está meio fora. Eu acho que número decimal, fração, essas coisas... Eu não estou vendo por enquanto. Não sei... [...] É um processo que daqui a quatro ou cinco anos veremos se deu conta. (4.^a professora).

Eu tenho os conteúdos para trabalhar no bimestre. Eu trabalho aquilo e trabalho com outras coisas também. Eu trabalho com fração, com número misto, sabe? VOCÊ ESTÁ TRABALHANDO COM ELES UM POUCO DO QUE VOCÊ FAZ NA PARTICULAR? Isso. O que eu já trabalhava com os outros. Então eu estou mesclando. Trabalho o que tem que ser trabalhado no bimestre, mas eu estou encaixando outras coisas também. É mais ou menos assim que eu estou fazendo. (4.^a professora).

Temos as diretrizes para seguir, mas as diretrizes são divididas por ciclos. A DIRETRIZ É BEM AMPLA. É bem ampla. Sentimos a necessidade de trabalhar por etapa, pela série. Sentamos com as professoras. Fizemos isso no ano passado. Uma série de reuniões, de estudos à noite e dividimos. Fizemos o plano curricular da escola. Montamos todo esse plano com o que cada professor tem que trabalhar. Dentro disso, sentimos a necessidade da matemática. Chamamos a Renata. Ela trabalhou no ano passado a questão do raciocínio lógico e esse ano ela trabalhou um pouco sobre a geometria. A ideia é de que a cada ano ela trabalhe com um tema diferente para estudarmos bem isso. (6.^a professora)

No último trecho, merece atenção especial a preocupação com a organização colaborativa do currículo, sendo essa amparada em grupos de estudos. Pelo relato dessa professora percebe-se que há uma preocupação com o desenvolvimento de uma prática pedagógica focada na aprendizagem da matemática, na compreensão dos conceitos, de modo que eles possam ser utilizados de maneira coerente e conveniente na escola e em situações cotidianas.

Essa preocupação é reforçada por Nunes (*et. al.*, 2005) e seus colaboradores quando afirmam que a reflexão sobre os conceitos fundamentais é necessária para um processo de ensino-aprendizagem sólido nos primeiros anos de estudo da matemática. Eles destacam a importância da elaboração de uma síntese entre teoria e prática na seleção dos tópicos centrais ao desenvolvimento do raciocínio matemático dos alunos de modo que o professor possa superar, em sua prática, o ato de “cumprir o currículo e vencer o programa” (*Ibidem*, p. 204).

A conversa sobre a seleção do conteúdo remete, em alguns casos, à discussão sobre o planejamento das aulas. Nesse momento as professoras retomam os conteúdos e estratégias e revelam a valorização atribuída ao planejamento partilhado, à discussão de procedimentos de ensino com seus pares, como se observa no seguinte trecho:

O que a gente faz: senta e discute como é que vai abordar aquele conteúdo. Começamos a trabalhar multiplicação e fizemos toda aquela discussão: se usa tabuada, se não usa a tabuada, se faz por representação, se usa objeto, se não usa objeto, então conversamos nesse momento. (1.^a professora)

Nós trabalhávamos juntas, meio que planejávamos juntas. Na escola particular não tem isso de você sentar e planejar. A gente meio que trabalhava juntas. Ela vinha com uma ideia: “Eu fiz, tive essa ideia, vou fazer com eles, depois eu te passo”. Aí o que dava certo ela falava: “Oh! Deu certo. Isso aqui não deu, então modifique, faça assim”. [...] Eu trabalhei com ela acho que uns quatro ou cinco anos. Não lembro mais. Mas o tempo em que a gente trabalhou, eu aprendi bastante com ela. (4.^a professora)

A discussão sobre a seleção dos conteúdos oportunizou, ainda, a percepção de algumas profissionais em tornar claro, para os alunos, o objetivo das atividades propostas (sem cair no utilitarismo).

Às vezes eu falo pra eles: “Gente o meu objetivo, o que eu quero que vocês façam nesse exercício é isso, isso e isso”. Para que as crianças perceberem que você está trabalhando com uma coisa, mas que tem um porquê. Tem uma importância. Eu falo pra eles: “Eu não estou colocando aqui no quadro para ficar sentada olhando pra vocês, para ficar olhando caderno. Tem um porquê nisso daí. Você vai precisar disso mais tarde”. (4.^a professora)

Algumas das professoras fazem questão de comentar sobre o suporte oferecido pela Rede Municipal. Nesses casos pontuam que há disponibilidade de material, mas que nem todos utilizam esses recursos, adotando uma postura de comparação entre o ensino público e o privado para justificar os resultados obtidos.

A título de ilustração, destaca-se um trecho da fala de uma professora, em que ela ressalta alguns dos suportes oferecidos aos professores da Rede Municipal.

Tem uma aula pronta. Tem todo o encaminhamento para você fazer. É muito bacana. É um material excelente, super-rico. Tem gente que usa e tem gente que não usa. [...] Tem muita coisa. Tem muito material que eu uso. Muito material bom. Esses cadernos pedagógicos são excelentes. Tem coisas muito boas. Tem material no portal. Tem aulas prontas no portal. Você digita formas geométricas e aparece uma aula, com encaminhamento, com sugestão de atividade. Tem atividade em anexo que você pode imprimir. Avaliações. Tem muita coisa. Tem o portal “Cidade do Conhecimento”. Você clica na página do professor e tem tudo. É só ir atrás. Eles disponibilizam muita coisa boa. Aulas boas, materiais muito bons. Os jogos do *site* são excelentes. Tudo voltado para o conteúdo da série. Material não falta. (6.^a professora)

A análise das falas das professoras, tendo por base esta categoria, revelou que as discussões sobre o objeto de estudo da matemática, bem como sobre o que se quer que o aluno aprenda em cada uma das séries ainda são

pertinentes. É por meio dessas discussões que se pode definir que matemática deve ser o foco de ensino e de aprendizagem nas séries iniciais do Ensino Fundamental, bem como que estratégias (reflexão, análise e estabelecimento de relações) devem ser priorizadas, tendo em vista o desenvolvimento do pensar e do fazer matemática.

Até poucos anos atrás, o ensino da matemática consistia essencialmente e de maneira universal nas operações com os números inteiros e racionais, na prática dos decimais, nas proporções e na regra de três, porcentagens, figuras geométricas, escalas, interpretação de mapas e de gráficos, sistema métrico decimal (SANTALÓ, 1996). O tratamento dado a esses conteúdos era o da demonstração seguida pelo treino.

Atualmente a decisão a respeito dos conteúdos a serem trabalhados vem acompanhada não apenas da reflexão sobre a metodologia a ser utilizada, mas de uma discussão sobre os processos, capacidades e habilidades matemáticas que se pretende desenvolver nos alunos.

Considera-se que as decisões curriculares devam observar os princípios elencados a partir do marco conceitual, delegando uma atenção especial ao que retrata “a opção por uma abordagem curricular que considere o pensamento funcional, o pensamento em termos de relações como um dos objetivos da matemática”.

A discussão sobre os conteúdos escolares pode ser permeada pela valorização da articulação entre a proposta pedagógica e o plano curricular evitando-se que a seleção de conteúdos seja realizada ano a ano ou a partir de pressupostos individuais – conteúdos considerados como sendo imprescindíveis por determinado professor.

Sobre o desenvolvimento do plano curricular retoma-se outro material publicado pelo NCTM em 2000, *Princípios e normas para a matemática escolar*. Nele discute-se sobre aprendizagem de conteúdos matemáticos por meio de processos de resolução de problemas, raciocínio e investigação; comunicação, conexões e representações. Discute-se, ainda, sobre a necessidade do domínio dos conteúdos matemáticos escolares pelos alunos para que eles possam analisar e validar seu pensamento matemático, criar e analisar representações matemáticas, bem como aplicar a matemática em situações reais.

Assim, esta categoria de análise integra-se às duas primeiras ao incorporar falas relacionadas aos conteúdos, processos, recursos e estratégias matemáticas. Contribui para a reflexão sobre alguns dos princípios estruturados a partir do marco conceitual, dentre eles: a aprendizagem e o uso das ferramentas culturais e matemáticas como ferramentas para o pensamento, entendido como conhecimento dos sistemas convencionais aliado ao desenvolvimento lógico; a percepção de regularidades, relações e padrões; a capacidade de analisar, argumentar e de comunicar ideias matemáticas, bem como, de compreender e de operar matematicamente de modo eficiente e flexível.

Por meio dessa categoria reforçou-se a percepção de que a priorização de atividades matemáticas que possibilitem à criança estabelecer relações lógicas, utilizar sistemas matemáticos convencionais e perceber a amplitude de determinadas relações matemáticas constitui-se em um princípio subjacente à ação dessas professoras.

4.4. A avaliação da aprendizagem

Por meio desta categoria, pode-se perceber a confluência entre o modo de trabalhar e de avaliar em matemática. Muitas vezes altera-se a estrutura do trabalho pedagógico, mas se mantém o modo de avaliação. Considera-se que a preocupação com o desenvolvimento do pensar e do fazer matemática, em sala de aula, reflete diretamente na sistemática de avaliação adotada. Acredita-se que, nessa linha de trabalho, deve-se priorizar a avaliação processual e sistemática, em detrimento de avaliações ao final de etapas (mês, bimestre, trimestre, etc.).

Outros aspectos a serem observados são: a valorização do processo de resolução adotado pelo aluno e não só do resultado obtido, o respeito às estratégias pessoais de resolução e de registro, a superação da avaliação pautada em gabaritos com respostas consideradas “corretas” e a percepção de

que o erro caracteriza o modo de pensar do aluno, contribuindo para a compressão do processo por ele desenvolvido.

A avaliação, na perspectiva do pensar e do fazer matemática deve ser projetada para fornecer aos alunos, professores, escolas e pais informações úteis sobre a forma como os alunos e os programas se desenvolvem. Assim, constitui-se em uma atividade formativa que auxilia na compreensão das ideias matemáticas pelo aluno.

Interessante observar que na perspectiva do documento *Assessing Mathematical Understanding and Skills Effectively* (HARVARD COLLEGE, 1995), é por meio da avaliação que os alunos são convidados a resolver um problema, a explicitar o seu pensamento e a criar um produto. As informações sobre a resposta do aluno, e as características do processo adotado por ele dão uma imagem de sua compreensão dos conceitos matemáticos, estratégias, instrumentos e procedimentos.

A análise das falas das professoras possibilitou a identificação dos princípios supracitados. Essa avaliação apóia a aprendizagem da matemática, fornecendo informações úteis para professores e alunos (NCTM, 2000). Esse fato pode ser exemplificado no seguinte trecho:

E COMO VOCÊS VERIFICAM A APRENDIZAGEM, SE HOUVE OU NÃO A APRENDIZAGEM? No dia-a-dia, nessas discussões que você faz com o aluno. Então, eu sentei lá com o aluno e ele fez... Resolveu que ele pode subtrair um número maior de um menor. Fez o contrário, aquela coisa. Sabe quando a criança inverte a posição dos algarismos. Eu sentei com aquele aluno e expliquei para ele, peguei outro recurso, peguei material, peguei reta numérica, material dourado. Expliquei para ele e ele me explicou como ele estava pensando. O que eu fiz? Fiz uma sequência didática naquilo que ele errou. No decorrer da semana eu vejo nas tarefas do mesmo estilo se ele tem usado esses recursos que eu preparei, que eu ensinei. Vamos dizer assim, que eu ensinei naquela aula que eu dei para ele. Ele vai mostrar se ele aprendeu ou não pelos próprios resultados que ele tem. Fora isso, temos uma coisa que chama TP, que é tarefa pessoal. É uma tarefa que a criança faz sozinha com as estratégias que ela tem. A diferença do TP para a prova é que na prova ele não pode perguntar, não pode tirar dúvidas, ele faz e o que está feito, pronto acabou. No TP não. Ele faz, depois eu pego e converso com ele: aqui você errou isso, pense melhor nessa questão. Eu faço no meu caderno a anotação que ele precisa para resolver aquele TP. Nós temos algumas provas também. Mas não é aquela sequência, toda semana tem prova. (1.ª professora)

Por meio dessa fala a professora assume a avaliação como um exercício permanente de interpretação de sinais e indícios que subsidiam a organização de atividades pedagógicas que contribuam para o desenvolvimento e a aprendizagem de cada um dos alunos. Essa abordagem requer do professor

clareza quanto ao que se pretende observar, bem como do uso que se fará dos indícios levantados. Nesses casos o erro é analisado cuidadosamente por revelar muito sobre a lógica de pensamento do aluno. (MEC/SEF, 1997).

Esse mesmo princípio, relacionado à investigação do desenvolvimento e do raciocínio de seus alunos de modo que seu ensino seja pautado nas evidências coletadas, pode ser relacionado, implicitamente, a outras falas:

Eu trabalho muito com autocorreção na sala. [...] Na autocorreção é que eu falo para eles: “É o momento de você ver se você entendeu ou não”. “Ah, o meu resultado não deu esse. Não foi esse”. “Então, o que você fez? O que você pensou para chegar nesse resultado?” Ele fala e eu escrevo no quadro. Eu mostro para ele: “Olha, você não chegou no mesmo resultado porque aqui você somou ou subtraiu. Ou aqui você inverteu”. Mostro para ele onde está a falha. Para ele entender o porque. ELE NÃO CHEGOU... Exatamente. Então, a minha preocupação é essa. É que eles realmente entendam. Então, tarefa de casa, eu acho bem interessante fazer a correção de todos os exercícios. É perda de tempo? Eu acho que não é. Porque você está revisando o que você trabalhou. Você está vendo se as crianças estão entendendo. (4.^a professora)

Na verdade temos que estar bem junto para fazer a avaliação. Não é a prova que vai determinar se a criança sabe ou se ela não sabe. A avaliação tem que ser diária, processual. Às vezes a criança, naquela atividade do livro [...] conseguiu dar conta. Em outro momento ela pode não dar conta. Ela pode simplesmente copiar do colega e a gente não vê. O professor tem que estar o tempo todo junto ali. Inserido naquilo que está acontecendo. Senão, ele não vai conseguir avaliar o que as crianças estão dando conta e o que elas não estão dando conta. FICA COM UMA VISÃO SUPERFICIAL. É. Tem que estar junto, vendo o que elas estão fazendo, o que elas estão produzindo. Quem está sendo ajudado, quem está ajudando. Tem que estar em cima deles, junto com eles para ver o que eles estão fazendo. Senão a gente não consegue avaliar. (6.^a professora)

Essas professoras associam a avaliação ao processo de ensino e de aprendizagem, superando a visão da avaliação ancorada apenas na classificação.

A coleta de informações sobre o processo de ensino e de aprendizagem pode ocorrer de modo informal e espontâneo (no decorrer do processo por meio da observação e do diálogo) ou de modo formal (avaliação padronizada – prova). O importante é que os resultados sejam considerados como provisórios, como um diagnóstico e que haja uma preocupação com a devolutiva para o aluno (*feedback*). A questão básica a ser respondida sobre o progresso dos alunos é como cada um deles progride em relação aos objetivos, critérios ou metas fixadas (NCTM, 1995).

Nessa abordagem, a avaliação subsidia a tomada de decisões pedagógicas que contribuam para uma melhor aprendizagem. Assim, o professor

constitui-se em um assessor da matemática que os alunos sabem e que podem fazer. A questão fundamental em relação a esse ponto é como utilizar as evidências obtidas no replanejamento da ação pedagógica (NCTM, 1995).

Essa avaliação, como instrumento que subsidia o planejamento das aulas e que contribui para a reflexão sobre as estratégias ou procedimentos adotados pelos alunos, pode ser observado em alguns relatos como:

Essa semana todo mundo estava trabalhando geometria. Eu disse; “Gente que engraçado todo mundo trabalhando geometria”. Elas disseram: “Sabe o que é? É que a gente teve na avaliação umas questões de geometria que nos chamaram a atenção. Daí você conversou sobre esse conteúdo. A gente está sempre falando da importância de trabalhar e fizemos uma sequência didática para essa semana sobre geometria”. (1.^a professora – *Relato de uma vivência na Rede Municipal como pedagoga em que as professoras alteraram o planejamento em virtude de uma avaliação promovida pela Rede Municipal de Ensino.*)

Essa prova que teve agora, acho que foi da prefeitura. A gente fez a da prefeitura e fez a da Jornada de Matemática. Acho que foi a da prefeitura. Teve um conteúdo que eu não tinha trabalhado com eles e eu tive aluno que resolveu. Eu não me lembro agora de cabeça que exercício era. A menina teve um raciocínio... Ela foi tirando uma quantidade... Era uma distância, o caminhão tinha percorrido uma certa distância e ele queria saber a distância total, uma coisa assim. Ela fez um raciocínio e chegou ao resultado. Teve criança que pensou, mas o resultado que ela obteve não estava ali (*Nas opções – questão de múltipla escolha.*) ela foi para o mais próximo. São essas pequenas coisas que me deixam bem feliz. Porque eles tentaram resolver de alguma maneira. ELES BUSCARAM UMA ESTRATÉGIA... Eles montaram uma maneira de tentar resolver aquilo dali: “Eu não cheguei a um resultado que não está aqui, então eu vou para o mais próximo”. Eu tive um aluno que falou: “Aí eu olhei os resultados que tinha lá professora, o mais próximo era esse, eu marquei esse”. E estava certo. (4.^a professora)

Eu resolvi depois toda a prova no caderno com eles, mostrando o que tinham errado, quais eram os erros. Eu mostrei para eles que era um conteúdo que eles não tinham visto, mas que eles tinham tentado resolver e que tinha gente que tinha resolvido certo. Que faltou, alguma coisinha para, de repente, essa aluna chegar até a resposta. (4.^a professora – *Comentário sobre a devolutiva, aos alunos, de uma avaliação realizada pela Rede Municipal de Ensino.*)

Quando questionada sobre o processo de avaliação a professora do último relato comenta que a sua escola municipal optou por realizar uma avaliação formal ao final de cada bimestre, realizando ainda, uma avaliação a cada mês. Ela ressalta que as crianças “encaram isso como uma prova” e que querem saber a nota obtida nessa avaliação. Afirma que explicou, aos alunos, que o objetivo dessa atividade é verificar o que cada aluno realiza sem interferência, mas corrige e dá um conceito porque percebeu a importância desse procedimento não apenas para as crianças, mas para os familiares.

Essa professora pontua um objetivo importante da avaliação que é o acompanhamento, pelos alunos, dos progressos rumo às metas de aprendizagem. Esse procedimento encontra respaldo no NCTM (1995), que ao indicar o uso das normas de avaliação para diferentes fins⁷⁹ explicita a relação entre a avaliação e as expectativas e destaca a importância de o professor registrar um comentário sobre o progresso do aluno em relação aos objetivos. O *feedback* contribui para a promoção do crescimento de cada aluno e, em decorrência, da valorização do acompanhamento contínuo como se percebe na seguinte fala:

É, mas a avaliação tem que ser alí, no dia-a-dia, em sala de aula. Você fazendo um exercício, na hora da autocorreção, a criança te explicando o porquê. Se ela sabe explicar o porquê ela fez aquilo, ela está entendendo. Não digo para você assim, ela não sabe que palavra usar... MAS ELA CONSEGUE EXPRESSAR O PENSAMENTO. É. Eu tenho situações em que a criança fala: “Mas eu não consigo, eu não sei como dizer para você”. “Tente, fale com as palavras que você acha que é”. Então você percebe que ele entendeu o raciocínio. Que ele entendeu aquele exercício. Que ela entendeu a matemática. O que está faltando para ela são palavras para montar a frase. Aí eu monto uma frase e digo: “Olha, vê se é isso que você quis me dizer. Você disse isso, isso e isso. É isso?” É. “Dessa maneira?” [...] Às vezes faltam palavras, mas a criança entende. (4.ª professora)

Esse trecho ressalta a valorização do processo de resolução adotado pelo aluno e do entendimento desse pelo professor. Por meio da interpretação e análise dessa fala, pode-se supor que essa professora se respalda em um dos pressupostos de avaliação defendidos pelos PCNs em que o erro é interpretado como um caminho para buscar o acerto. “Quando o aluno não sabe como acertar, faz tentativas, à sua maneira, construindo uma lógica para encontrar a solução” (MEC/SEF, 1997, p. 59).

Eu sempre falo pra eles: “Registrem tudo o que vocês fazem e não apaguem. Não apaguem, porque eu quero ver. Se você faz o desenho e você mostra pra mim como você fez, como você resolveu. Eu vou olhar e vou dizer: “Puxa ela errou. Se você me dá o resultado, o resultado é 10 e você escreveu 12 e não tem nada registrado, eu vou olhar e vou pensar que você não entendeu. Está errado, não entendeu. Se você deixa ali o que você fez, a operação por exemplo. Eu vou olhar, Ah, tá ela entendeu aqui... Aqui ela não entendeu. Era para multiplicar e ela dividiu. Ah, nessa parte aqui ela não está entendendo”. Então eu vou trabalhar naquela parte do teu entendimento... É nesse sentido. Mas eles não gostam de registrar. “Ah, eu fiz de cabeça”. A tarde tem muito disso (*No colégio particular*). “Ah, eu fiz de cabeça”. Eu brinco: Como eu vou levar a tua cabeça para a minha casa para corrigir. Não tem como levar a cabeça. Escreva. Coloque no papel como você fez. Como? Escrevendo, fazendo uma operação, usando (*A representação do*) o material dourado, como você

⁷⁹ Disponível em: <<http://neasc.umf.maine.edu/data/tutorial/1995%20NCTM%20Assessment%20Standards%20for%20School%20Math%20Assessment%20Standards%20For%20Different%20Purposes.htm>> Acesso em: 5 jan. 2009.

quiser, mas registre para mim como você pensou”. AÍ VOCÊ VÊ O CAMINHO, O PROCESSO. Exatamente. Até mesmo na sala, explicando, eu consigo perceber se eles entenderam ou não. (4.^a professora)

Ao incentivar os alunos a registrarem todo o processo de resolução de uma atividade, essa profissional procura identificar o modo como eles pensaram. Assim, obtém pistas sobre o que estão compreendendo, sobre a causa do erro. Quando o professor identifica a causa do erro pode planejar estratégias de intervenção que possibilitem ao aluno a análise do caminho percorrido e a ampliação da compreensão dos conceitos envolvidos (*Ibidem*).

A avaliação, na perspectiva deste estudo, pode contribuir para que os alunos valorizem mais a compreensão dos conceitos do que a “resposta correta”. Esse princípio requer o entendimento, pelos alunos, da razão de se obter determinado resultado e não outro. Requer, ainda, a compreensão do que fizeram ao executar uma operação aritmética, do que significam as marcas escritas utilizadas como registro dessas operações. Desse modo, envolve a compreensão dos conteúdos escolares por meio de diferentes formas/estratégias de resolução – formas de solução próprias analisadas e confrontadas com a dos colegas e com as convencionais (MORO, 2004).

A relação entre a avaliação e o pensar e o fazer matemática na escola não se restringe à sala de aula ou à prática de professores. O PISA, INAF, SAEB, Prova Brasil, entre outros representam iniciativas em que a avaliação tem por objetivo fornecer um panorama sobre as competências matemáticas dos alunos e subsidiar a organização de propostas e projetos que contribuam para a melhoria do acesso e da aprendizagem dos conhecimentos matemáticos.

Considerando a preocupação com a avaliação do desempenho matemático dos alunos e dos programas de ensino o NCTM (1995) lançou *Normas para a avaliação em matemática escolar (Assessment standards for school mathematics)*, que prevê um conjunto de seis normas para orientar o desenvolvimento de instrumentos de avaliação matemática escolar. Esse documento pontua que a avaliação pode ter como objetivo o acompanhamento do progresso dos alunos, o uso das evidências obtidas por meio da avaliação na tomada de decisões pedagógicas, a comparação dos resultados obtidos com as metas estipuladas e a avaliação dos sistemas ou programas de ensino.

O último objetivo é observado na conversa com as professoras que atuam na Rede Municipal de Ensino quando elas comentam:

Nesses dias tinha uma tarefa com fração e os alunos de terceira série nunca tinham visto aquela notação $\frac{2}{3}$. Porque na vida real eles vêem receita que é $\frac{1}{2}$. O 1 esta barra 2 (na lateral). Aquela notação eles não conheciam. A professora teve que explicar: “Olha isso é um jeito de dizer que foi dividido em três partes, que peguei duas partes”. A professora fez uma explicação rapidinha porque eles estavam em avaliação, para que eles pudessem conhecer aquele jeito de escrever. (1.^a professora – *Relato de uma vivência na Rede Municipal de Ensino. A referida avaliação relaciona-se à promovida pela Secretaria Municipal. A explicação durante a avaliação foi justificada pelo fato de a professora não ter abordado frações em sala.*)

Teve agora uma avaliação da Secretaria que avaliou as segundas e quartas séries. A questão da Matemática ficou um pouco melhor que a de Língua Portuguesa, mas muito abaixo do esperado. As crianças não têm o raciocínio lógico desenvolvido. Elas tentam resolver tudo chutando. Não param para fazer uma operação, para pensar como é que tem que ser. Elas colocavam o número que vinha na cabeça delas. Nas provas, em quase nenhuma delas, percebíamos cálculos ou pelo menos uma hipótese... Com desenho ou alguma coisa. Eles vão pelo “adivinhômetro”. [...] Lêem a questão e não têm essa questão de refletir, de analisar, eles vão muito assim... Se tiver que marcar X então, menos ainda. [...] E a gente percebeu só números. Todas as provas das crianças só tinham números. Não tinha nada que trabalhasse com o raciocínio. ELES NÃO REFLETIRAM SOBRE O QUE ERA PEDIDO. Nada. NÃO ESTABELECEM HIPÓTESES. Nada, nada, nada. A grande maioria não. (6.^a professora)

Esta fala faz parecer que a avaliação elaborada pela Secretaria Municipal e o processo pedagógico desenvolvido na escola encontram-se dissociados. Faz parecer também, que a conduta dos alunos é responsabilizada pelos resultados, uma vez que eles “não raciocinam”, que tentam adivinhar as respostas. Entretanto, na continuidade do relato, percebe-se que os alunos resolveram com sucesso as questões que envolviam conceitos como antecessor, sucessor, sequência numérica.

Porque questões que não precisam refletir tanto como antecessor e sucessor, por exemplo, sequência numérica, esse tipo de coisa eles não erraram. Porque não tinha a questão do raciocínio envolvida. Era uma coisa mais... Você olha o número anterior e você só coloca o número posterior. Eram coisas mais mecânicas. Eles foram super bem nessas questões. Nas que envolviam raciocínio eles foram supermal. (6.^a professora)

Esse fato pode ser associado a diferentes práticas e posturas, dentre elas destaca-se uma possibilidade: o modo como a matemática foi trabalhada e a prioridades estabelecida na seleção dos conteúdos. Como afirma Zunino (1995), muitas vezes, a incompreensão dos procedimentos matemáticos utilizados reflete-se em uma incorreta aplicação dos mecanismos aprendidos.

Destaca-se que essa possibilidade constitui-se em uma especulação, uma vez que não se teve acesso a essa prova não sendo possível observar o grau de complexidade das noções e relações implicadas nas questões, nem os registros efetivados pelos alunos.

A diferenciação entre o modo como se trabalha e se avalia é comentado por outra profissional, quando pontua que há um longo caminho a percorrer para que se possa “atingir a proposta” – abordagem pautada no pensar e no fazer matemática em sala de aula:

Pois é, eu acho que a avaliação a gente ainda não mudou muita coisa. [...] efetivamente a avaliação ainda não mudou. [...] Embora a gente esteja tentando [...] Vamos usar mais tabelas, vamos usar mais gráficos, mais linha (*reta numérica*). Eu acho que a gente ainda não conseguiu atingir a proposta. (3.^a professora – *Resposta ao questionamento: “E como você vê o processo de avaliação da educação matemática?”*)

Ela justifica esse fato relacionando a atuação profissional à formação: “Eu acho que a gente acaba reproduzindo ainda. Talvez. Talvez não, certamente, por nós ainda termos aquela forma internalizada”.

Há situações em que os resultados obtidos em processos avaliativos ainda são atribuídos à situação social da criança, como observa-se no seguinte comentário:

ESSE RESULTADO FOI DE MODO GERAL, NA REDE? Depende. É que a minha escola é uma escola muito carente. Muito carente. Do Núcleo que eu trabalho é a mais carente e é a que fica com os piores resultados. A gente tem um crescimento todo ano no IDEB, mas é um crescimento muito pequeno. (6.^a professora)

Vale ressaltar que essa prova, promovida pela Rede Municipal, era descritiva e que ela foi corrigida na própria escola a partir de critérios estabelecidos pela Secretaria Municipal. Esses critérios possibilitavam ao corretor considerar o processo de resolução adotado pela criança, validando o uso de estratégias pessoais.

O que percebemos é que era muito o número. Eles só viam o número. Vendo depois com as crianças... Pensamos que fizeram cálculo mental, ou alguma coisa assim. Quem fez cálculo mental foi orientado a escrever. Tinha uns índices para fazer a correção. Tinha lá se a criança tentou aproximar, não fazendo a ideia de adição, mas resolveu de outra forma e chegou ao resultado correto, tranquilo. Não tinha que obrigatoriamente fazer a operação. VOCÊS CORRIGIRAM NA ESCOLA? Na escola. Todo o raciocínio da criança foi considerado. Se ela explicasse, mas errasse, mesmo assim... Não tinha o certo e o errado. Tinha o A que era o correto. Tinha o B que era a linha de pensamento correta, só que a resposta errada... Eram vários critérios até chegar ao E. (6.^a professora)

A reflexão sobre a avaliação promovida pela Rede Municipal possibilita a visualização do vínculo entre a avaliação, a reflexão sobre a prática e o planejamento de ações que visam à melhoria qualitativa dessa prática. Essa avaliação, em conexão com a dos professores, pode representar uma ajuda à organização do trabalho na escola e nas salas de aula, gerando uma cultura de responsabilização pelo processo educativo. Esse fato pode ser observado quando a professora relata:

A partir disso fizemos um trabalho, nas permanências em relação a essa questão dos índices que ficaram muito baixos. [...] Foi feito, pela rede, um seminário com todas as escolas. Analisamos o índice da nossa escola, o que eles tiveram dificuldade e, em cima disso, a gente propôs algumas ações. (6.^a professora)

Nós precisamos achar algumas ações dentro da nossa escola para verificarmos o que podemos fazer. A nossa escola acabou ficando em alguns itens melhor, em outros pior, do que as outras escolas. Fomos buscar alguma coisa em cima disso. O que eu percebo, um pouco, é a questão do tradicional. As professoras buscam muito as questões do tradicional. Do mecânico. Não têm muito isso de você puxar o raciocínio. Elas ainda trabalham em uma linha tradicional. Foi feito um trabalho muito grande em relação à alfabetização na prefeitura. Teve uma linha de estudos. Teve muito trabalho, muito investimento na alfabetização e a matemática, tem cursos e tudo, mas a gente acaba não falando tanto de matemática. Falamos muito da alfabetização que é o ponto mais fraco. (6.^a professora – *Comentário de suas percepções como pedagoga da Rede Municipal.*)

Essa avaliação serve tanto para o acompanhamento dos progressos dos alunos quanto para a tomada de decisões institucionais, envolvendo os professores nesse processo. Isso fica claro no comentário sobre o esforço colaborativo tanto na análise dos resultados quanto no estabelecimento das medidas a serem adotadas na efetivação de mudanças na prática.

Retomando o pressuposto da avaliação, foco central dessa categoria, destaca-se um trecho da fala da quinta professora em que ela avalia o modo como ela tem trabalhado com a matemática na segunda série. Essa profissional pontua que essa abordagem possibilita ao aluno a aplicação dos conhecimentos consolidados em situações diferentes das propostas no âmbito escolar.

E COMO VOCÊ VÊ A AVALIAÇÃO NESSE MODO DE TRABALHAR COM A MATEMÁTICA? A avaliação do que a gente tem feito? NÃO, A AVALIAÇÃO DE UM MODO GERAL. Eu achei que tem um resultado mais rápido. É uma coisa que é mais efetiva. Você vê que quem aprendeu, aprendeu mesmo. Não tem aquela coisa de "Eu acho que aprendi, mas aprendi só para aquela situação". Porque o tempo todo você tem que estar usando. (5.^a professora)

Quando questionada sobre o processo de avaliação dos alunos ela destaca a importância do acompanhamento, de cada um deles, pelo professor.

Explica que há casos em que um aluno necessita de uma intervenção, de uma explicação diferenciada ou de mais atividades. Ressalta que essa perspectiva de trabalho demanda mais tempo, bem como um olhar diferenciado do professor para o processo de aprendizagem de cada aluno.

E A MENSURAÇÃO DESSA APRENDIZAGEM DOS ALUNOS, FICOU MAIS FÁCIL OU MAIS DIFÍCIL? Tem que acompanhar bastante. Passando nas mesas, olhando. Olhando construir. Para você ver exatamente... Por exemplo: eu tenho crianças que pegaram super-rápido a divisão por estimativa e uns que não. Tem uns que pegam bem a divisão, tem umas crianças que precisam de mais atividades. É muito diversificado. Tem que ficar muito atenta. Quem está pegando e quem não está. EXIGE MUITO DO PROFESSOR. MAIS ACOMPANHAMENTO E MAIS OBSERVAÇÃO. Isso. Fazendo atendimentos individualizados na mesa. (5.^a professora)

É interessante que esse atendimento individualizado seja acompanhado pela comparação entre os resultados obtidos e as metas ou objetivos estipulados, valorizando as conquistas obtidas em intervalos regulares; que esses resultados sejam comunicados às partes interessadas; que os alunos sejam convidados a resolver uma diversidade de problemas, mostrar seu pensamento e criar um produto (NCTM, 1995; HARVARD COLLEGE, 1995).

Esta categoria de análise possibilitou a observação de alguns dos princípios vinculados ao pensar e ao fazer matemática em sala de aula, elencados por esta pesquisadora, que são subjacentes à prática do professor. Entre eles um que se relaciona à avaliação como processo integração ao ensino e à aprendizagem: a organização de situações pedagógicas que possibilitem o desenvolvimento de estratégias, o acesso a representações matemáticas diversificadas (algoritmos alternativos, uso de diferentes sistemas e suportes de representação), a interpretação e a produção de sentido e a dimensão formativa do conhecimento matemático escolar.

Em suas falas, essas professoras mobilizaram outros princípios relacionados ao pensar e ao fazer matemática na escola como o compromisso em considerar a perspectiva do aluno em sua interação com o objeto de estudo no acesso e construção do conhecimento matemático; a percepção da importância de se considerar como os alunos aprendem e como pensam matematicamente, de estar atento ao percurso, ao processo de aprendizagem, evitando avaliações de momentos estanques; a organização de situações de ensino e de aprendizagem que possibilitem a relação entre a complexidade do

conhecimento matemático e o pensamento ainda em desenvolvimento dos alunos e a investigação, pelo professor, do desenvolvimento e do raciocínio de seus alunos de modo que a sua atuação seja pautada nas evidências coletadas sistematicamente.

Esses princípios se tornaram evidentes, para esta pesquisadora, nos comentários sobre a observação e a preocupação com o entendimento do processo ou das estratégias utilizadas pelos alunos na resolução das situações propostas; o acompanhamento individualizado; a compreensão de que o erro como um fenômeno psicológico envolve aspectos relacionados ao desenvolvimento dos processos de ensino e aprendizagem (MOREIRA; DAVID, 2005); a observação das conquistas e dificuldades dos alunos, de modo a organizar estratégias de intervenção que potencializem as situações de aprendizagem.

Nesse contexto, pode-se intuir que os fins educativos da avaliação na perspectiva do pensar e do fazer matemática denotam a responsabilidade e o comprometimento com a educação matemática.

4.5. Princípios essenciais à prática do professor

Por meio desta categoria observou-se que princípios os professores experientes consideram importantes de serem observados na prática pedagógica tanto por eles, quanto pelos professores iniciantes. A percepção de regularidades e de padrões, o estabelecimento de relações e as generalizações, o uso de materiais manipuláveis na representação do pensamento matemático (e não na demonstração de conteúdos ou modos de resolução), a priorização da resolução de problemas, a problematização dos conteúdos, o levantamento dos conhecimentos prévios dos alunos sobre os conteúdos a serem trabalhados (considerando que eles geralmente têm um conhecimento social, sobre o tema de estudo, que antecede a sistematização do conhecimento escolar), o incentivo

aos alunos para que busquem meios de resolver as situações propostas, a observação da atividade dos alunos, a valorização das estratégias pessoais, refletem uma preocupação com o pensar e o fazer matemática em situações escolares.

Nesse contexto, a presente categoria incorpora as anteriores buscando observar se o relato da prática, de cada uma das professoras, reflete uma postura e uma preocupação individual ou um princípio que elas acreditam ser imprescindível ao ensino da matemática que tenha como foco a aprendizagem e o desenvolvimento do pensamento matemático.

A contribuição da matemática escolar para o desenvolvimento do pensar matematicamente em situações diversas, bem como o emprego de sistemas eficientes de representação, compreendendo as regras lógicas que regem os conceitos matemáticos inseridos nessas situações, como um princípio elencados neste estudo, pode ser observado na fala de uma professora que demonstra entusiasmo ao comentar sobre a abordagem de ensino da matemática aplicada em sua turma de segunda série.

Então é assim, a gente trabalhou primeiro com as tabelas, buscando as regularidades. Como isso fez diferença. Como fez diferença trabalhar com a reta numérica buscando regularidades. As crianças começaram a enxergar regularidades em tudo. Então, tudo que você dá elas buscam uma regularidade, é muito rápido. Na tabuada, no relógio, que é de cinco em cinco. É muito legal. Fez muita diferença. E eles têm uma sequência de coisas, de atividades, que realmente levam à construção. Tem a estratégia da adição, a estratégia da subtração, a estratégia... Mostrando que o professor pode facilitar a vida do aluno. (5.^a professora)

Uma coisa que é fundamental, que está bem consolidado nas crianças, é a questão das estratégias. Da estratégia da soma, do dobro, do quase o dobro. Isso foi fantástico. Fez uma diferença enorme. ELES UTILIZAM ISSO COMO UMA ESTRATÉGIA DE CÁLCULO? Para um cálculo mais rápido. Começamos com todos para chegar ao dez. Parece uma coisa boba que todo mundo já faz. Então nós vimos todas as possibilidades e regularidades de números para se chegar ao dez. Isso ajudou bastante elas a utilizarem, a fazerem, o cálculo. Depois o dobro: $2 + 2$, $4 + 4$, $6 + 6$. Depois, quase o dobro: $6 + 7$. "Seis mais seis eu já sei que é doze. Mais um treze". Esse é o quase o dobro. Isso facilitou também. Teve um avanço bem grande. E as aproximações. É muito bom. É muito legal trabalhar com a matemática desse jeito. (5.^a professora)

Essa fala retrata ainda outros princípios elencados a partir do marco conceitual, dentre eles destacam-se: a preocupação em priorizar atividades matemáticas que possibilitem à criança estabelecer relações lógicas, a utilizar sistemas matemáticos convencionais e a perceber a amplitude de determinadas relações matemáticas; a percepção de regularidades, relações e padrões, a

capacidade de analisar, argumentar e de comunicar ideias matemáticas, bem como, de compreender e de operar matematicamente de modo eficiente e flexível.

A abordagem comentada pela quinta professora demonstra na prática alguns dos aspectos defendidos por Loureiro (2004) na teoria. Essa pesquisadora destaca a importância de se explorar, nas aulas de matemática, as relações numéricas que os números inteiros oferecem, compreendendo melhor as operações e padrões numéricos, desenvolvendo instrumentos para justificar e explicitar as relações encontradas (estudo das relações entre números, padrões e regularidades, famílias de números – números triangulares/quadrados).

Ressalta a importância do desenvolvimento de estratégias pessoais de cálculo e de resolução de problemas. Diferencia cálculo mental da resolução de situações mentalmente por meio da organização do algoritmo na cabeça.

Sobre as estratégias de cálculo comenta que muitos professores só conhecem um algoritmo para cada operação aritmética e têm muita dificuldade em compreender tanto o algoritmo que ensinam quanto os alternativos (históricos e culturais). Afirma que a formação dos professores deveria enfatizar o estudo desse tópico, oportunizando aos professores não apenas a técnica, mas a compreensão de cada um dos algoritmos (raciocínio algorítmico).

A aprendizagem e o uso das ferramentas culturais e matemáticas como ferramentas para o pensamento, aliando o desenvolvimento lógico ao conhecimento dos sistemas convencionais é outro princípio que pode ser associado tanto às falas anteriores quanto à que se segue. Nela a primeira professora comenta como ensinou, aos seus alunos a tabuada do três.

Aí, passamos a trabalhar com multiplicação por três. Tinha acabado de passar o jogo do Coritiba e do Atlético e vários jogos no Brasil. A gente trabalhou com trios de arbitragem. Um jogo um trio, dois jogos dois trios, três jogos, três trios... Então, quantos árbitros foram utilizados naquele final de semana para apitar todos aqueles jogos? Quantas vezes eu repeti o três? Eles já sabiam trabalhar com trios. Eles já sabiam o que é um trio de arbitragem. Até têm uns que corrigem, não é juiz é árbitro. (1.^a professora)

O modo como essa profissional associa a matemática escolar às situações cotidianas reflete a aplicação prática do primeiro princípio elencado por esta pesquisadora: a capacidade de fazer uso de habilidades matemáticas, com

confiança e competência, no atendimento às demandas concretas da matemática em situações cotidianas.

As falas supracitadas demonstram a preocupação em oportunizar aos alunos a resolução de problemas diversificados, de elaborar estratégias e de compará-las com as de outros, de construir formas de representação, de confrontá-las e de discuti-las com os colegas, de antecipar e de julgar resultados procedimentos e resultados (ZUNINO, 1995). Desse modo, relacionam-se aos princípios desta pesquisa e possibilitam a esta pesquisadora a constatação da atualidade desses, bem como a percepção de que eles estão incorporados às práticas dessas profissionais, mesmo que de modo implícito.

No intuito de observar os princípios subjacente à prática das professoras, bem como de estabelecer um paralelo entre esses princípios e o modo de trabalhar um determinado tema de estudo, em algumas das entrevistas a pesquisadora levantou questionamentos que provocassem comentários sobre o trabalho com a tabuada. Essa opção decorre do relato da primeira professora sobre a construção das tabuadas do dois e do três e da curiosidade desta pesquisadora em observar as estratégias utilizadas pelas profissionais que participam desta pesquisa.

A partir de questionamentos como “*Como você trabalhou a tabuada com os seus alunos?*” obteve-se:

A gente construiu primeiro a tabuada do dois, do quatro e do oito para eles irem vendo o dobro um do outro. A do três, do seis e do nove. A do dez eles já sabiam com os pés nas costas. Eles gostaram de trazer também. Eles trazem: “Ah professora, eu sei que a do nove dá para fazer assim”. Eles me ensinaram Eles fizeram 1, 2, 3... E ao contrário... Essa sistematização. [...] Agora tem aquela Tábua de Pitágoras. Mas não aquela tradicional. Mas eu te digo que a minha primeira intenção era fazer aquela que é mais comum, mais padrão (para o meu cérebro). É O QUE APRENDEMOS. Embora a gente tenha em nossa agenda, no final da agenda, essa aí 1, 2, 3... coladinha. (3.^a professora)

A análise desse comentário possibilita a percepção de que essa professora foi orientada a trabalhar com a tabuada em uma perspectiva que explore regularidades e padrões, bem como conceitos como dobro, triplo e metade. Faz emergir a possibilidade de que essa orientação tenha ocasionado um desconforto, uma vez que ela afirma que sua primeira intenção “era fazer aquela que é mais comum, mais padrão”. Acredita-se que por meio dessa fala ela reforce sua concepção de ensino de tabuada, bem como a importância de se

oportunizar aos alunos diferentes estratégias de registro, entre elas “a mais tradicional”. Assim, essa fala representa a articulação entre um modo próprio de ensinar com vista a possibilitar a compreensão da tabuada e a tradicional apreensão por memorização.

Destaca-se que a análise sobre essa fala não se institui como um julgamento de valor, em que um modo de trabalhar pode ser considerado melhor ou pior do que outro. A intenção que se tem é, apenas, a de contribuir para uma reflexão sobre a consonância entre a orientação recebida e aquilo em que se acredita. Considera-se que a aplicação de um procedimento sem a convicção conceitual de sua validade ou dos resultados obtidos por meio dele possa gerar um desconforto pedagógico.

Sobre esse aspecto, cita-se Parra e Saiz (1996) que pontuam sobre a necessidade de uma fundamentação para que o professor conheça o significado de suas opções e se comprometa com elas, para que se aproprie das situações de ensino e mantenha controle sobre elas.

Nessa perspectiva é importante que o professor perceba que os resultados matemáticos são mais significativos quando construídos pelos alunos do que quando lhes são diretamente apresentados. Assim, o foco das aulas está no estilo de trabalho utilizado pelos matemáticos (resolução de problemas, atividades de investigação e projetos) mais do que na apresentação e demonstração focadas na reprodução dos resultados (CUOCO, 2001 *apud* LOUREIRO, 2004).

Há um outro comentário sobre o ensino da tabuada que merece destaque. A fala dessa professora é reveladora ao indicar que, muitas vezes, o professor trabalha de modo diverso ao que acredita ser o ideal por duas razões. A primeira, seguir uma determinação da escola e a segunda, não ter um conhecimento teórico que justifique a sua prática e que permita contra-argumentar uma orientação recebida da coordenação, ou justificar sua opção por uma ou por outra estratégia. Nesse caso identifica-se uma prática que coaduna com os princípios do pensar e do fazer matemática em sala de aula. Essa prática se torna consciente e consistente uma vez que a professora busca mais conhecimentos matemáticos que permitam a ela compreender a matemática que ensina, bem como fundamentar o modo como a ensina.

Na escola particular atual a tabuada que a gente trabalha é assim: “Você tem duas vezes o um, duas vezes o dois, duas vezes o três.” (2X1, 2X2, 2X3) Na prefeitura a gente trabalha assim: um conjunto dois elementos, dois conjuntos dois elementos (1X2, 2X2, 3X2). O elemento é sempre o mesmo, o que muda é a quantidade de conjuntos. No começo do ano a minha coordenadora falou: “Olha, eu briguei com a Fulana (*Colega da Rede que a indicou para esse colégio particular.*) porque ela falou que não é desse jeito, tem que ser assim, como vocês trabalham na prefeitura”. Eu tentei colocar para ela o porquê, mas sabe quando você não consegue explicar, não consegue argumentar. Aí eu fui para esse curso de matemática e falei com o professor: “Professor, na escola da tarde é trabalhado assim, assim, assim, mas eu não consigo passar para a coordenadora”. Ele falou: “Olha, o que está acontecendo. Aqui você tem uma regularidade de objetos. Você está sempre colocando a mesma quantidade de objetos. [...] Você sempre está colocando dois, dois, dois. Você tem agora quatro conjuntos, mas dentro de cada conjunto tem sempre duas flores. A regularidade está aqui. A criança vai entender que ela sempre vai colocar dois objetos a mais. Ela está entendendo que dentro de cada conjunto tem sempre dois”. Mas daí a tarde a gente trabalha 2 X 3 e 3 X 2 para mostrar para eles que é a mesma coisa. [...] Eu comentei com a coordenadora e ela falou: “Sabe que realmente, eu não tinha pensado nisso. Essa regularidade que eles vão acrescentando”. Mas como lá tem essa maneira de trabalho, a gente tem que seguir essa maneira, que é assim que a dona da escola quer e acabou. Não tem muito que discutir. (4.^a professora)

Essa professora institui como básico, para o ensino da tabuada, a percepção de padrões e regularidades. Explora a construção da tabuada compreendendo que o “invariante conceitual do raciocínio multiplicativo é a existência de uma relação fixa entre duas variáveis (ou duas grandezas ou quantidades)” (NUNES *et. al.*, 2005, p. 85). Assim, qualquer situação multiplicativa envolve duas quantidades em relação constante entre si. Demonstra preocupação com a organização de situações que possibilitem o desenvolvimento de estratégias de cálculo, bem como o acesso a representações matemáticas diversificadas (uso de diferentes sistemas e suportes de representação). Assim, ilustra mais um dos princípios relacionados ao pensar e fazer matemática na escola elencados nesta pesquisa.

Eu lembro que a gente fez com eles uma escadinha. [...] (*Representa por meio de desenho.*) Vamos supor que nós iríamos trabalhar com a tabuada do dois, então você tem um quadradinho com duas florzinhas. Um conjunto vezes duas flores, quantas flores eu tenho. “Ah, eu tenho duas flores”. Agora eu tenho dois conjuntos. Dentro de cada conjunto eu vou ter duas flores. Isso, fazendo um por um com eles, na segunda série. Nossa, a tabuada do dois leva quase que uma manhã inteira. Você tem que ver. Tem criança que não entende, tem que ir lá ensinar, explicar. A tabuada do três já melhora. Quando chega a do quatro ou do cinco, você está no dois e eles já estão no seis. Você está no cinco e eles já terminaram a tabuada. [...] “Você tem dois conjuntos, dentro de cada conjunto tem quanto? Tem dois elementos. Dois conjuntos vezes dois elementos dentro de cada conjunto dá quanto? Dá quatro”. Aí são três conjuntos, dentro de cada conjunto dois elementos e assim vai. (4.^a professora)

O compromisso, pela professora, de considerar a perspectiva do aluno em sua interação com o objeto de estudo no acesso e construção do

conhecimento matemático, bem como a priorização de atividades matemáticas que possibilitem ao aluno estabelecer relações lógicas, utilizar sistemas matemáticos convencionais e perceber a amplitude de determinadas relações matemáticas estão entre os princípios associados ao marco conceitual desta pesquisa e são observados tanto na fala anterior, quanto na que se segue.

O próximo trecho também ressalta a importância da percepção de regularidades, pelas crianças, no trabalho com a tabuada, bem como o uso dessa como uma estratégia que agiliza o cálculo.

A tabuada também está envolvida na questão do raciocínio, das operações. Tudo vem muito junto. Se a criança tem um bom raciocínio lógico-matemático ela vai entender a tabuada, ela vai construir rapidamente. São suportes para ela chegar de modo mais rápido à conta. COMO VOCÊ TRABALHOU A TABUADA? Primeiro eu trabalhei no concreto. Eles fazendo, eles manipulando. Aí eles fazendo com desenhos. Depois a gente trabalhou bastante com a Tábua de Pitágoras. Porque eles conseguem perceber toda a relação... (*Apresentou uma tábua de Pitágoras produzida por uma aluna*). [...] A gente montou uma sequência assim: a do zero, do um e do dez. Depois, montamos dois, quatro e oito. E depois três e seis. E por último o sete e o nove. [...] Eles perceberam essa regularidade. Algumas crianças entenderam bem. Outras demoram um pouquinho mais. Cada um tem o seu tempo. (5.^a professora)

Eles precisam consultar, porque ainda não dominam, não decoraram. A função é aprender pelo uso. Quanto mais ele usar, quanto mais ele consultar... Até que tem uma hora que ele diz: "Puxa vida, já fui três vezes no 5×2 , é 10". Não precisa ir novamente. A gente tenta trabalhar assim: aprender a tabuada pelo uso. Pela praticidade dela. [...] pela função que ela tem. Agora ela é um suporte. Daqui a pouco eles vão se distanciando dela. No momento eles não ficam sem. Às vezes eles constroem ao lado. AO LADO DA CONTA. É. Às vezes constroem ao lado. Outras vezes, por exemplo: 2×9 , tem criança que põe $9 + 9$ (*Ao lado da conta.*) e dá o resultado e depois volta para cá (*Para a conta de divisão.*). Cada um tem a sua estratégia, o seu meio de resolver. É bem pessoal mesmo. A estratégia é bem pessoal. (5.^a professora – *Comentário sobre a utilização da tabuada como ferramenta que auxilia na resolução das operações.*)

Pode-se afirmar que esses comentários asseveram muitos dos princípios relacionados nesta pesquisa e desse modo atualizam o eixo teoria (primeiro eixo da tríade instituída na metodologia da pesquisa) ao demonstrar a sua aplicabilidade. Neles percebe-se a organização de situações em que os alunos fazem funcionar o saber. A situação organizada pelo professor evolui de forma, que o conhecimento que se quer que os alunos aprendam se constitui em um meio eficaz para o controle da situação (GÁLVEZ, 1996). A proposta apresentada pela professora, por ser matematicamente contextualizada, propicia a significação do conhecimento ao mesmo tempo em que se constitui em um instrumento de controle dos resultados de sua atividade.

Além do depoimento transcrito anteriormente, foi possível observar algumas das atividades de registro realizadas em caderno, dentre as quais destacam-se:

A TABUADA DAS PATAS, ISSO É BEM LEGAL (PATAS DA PATA, PATAS DO CACHORRO, PATAS DA ARANHA...). QUE GRAÇA! NA TABUADA DO DOIS, DO QUATRO E DO OITO O PRODUTO É O DOBRO UM DO OUTRO (*Registro de uma descoberta realizada pela criança*). Por isso é que a gente trabalhou dois, quatro e oito. Por causa da relação que tem. Depois três seis e nove. Para trabalhar o triplo. [...] QUE GRAÇA COMO ELA FEZ A ADIÇÃO CORRESPONDENTE A CADA MULTIPLICAÇÃO POR MEIO DE DESENHO. O QUADRO DAS PATAS DOS INSETOS. (5.^a professora – *Observação: a pesquisadora leu os enunciados com o intuito de gravá-los e transcrevê-los posteriormente. O registro dessa leitura está representado pelo uso de letra de fôrma maiúscula.*)

O último depoimento sobre o trabalho com a tabuada retoma a discussão entre a orientação da escola e a opção do professor. A professora estabelece um comparativo entre as abordagens observadas em sua escola hoje e há algum tempo. Esse comparativo deve-se ao investimento em cursos de Educação Matemática que contribuiriam para a modificação das estratégias adotadas no decorrer dos anos.

Eu vejo que as turmas da segunda série estão construindo. Eu vejo que a maioria ainda não decorou a tabuada, mas eles sabem como chegar naquele resultado. Já os de quarta série não têm isso, porque os de quarta aprenderam na maneira decorada. Eles têm mais dificuldade. Ou eles precisam de apoio, ou eles têm que construir a tabuada inteira. Mais na decoreba. Na segunda não. Se eles não sabem o resultado para aquele número, eles sabem como chegar até ele construindo. A gente percebe uma mudança. Eles estão aprendendo. Eles sabem fazer pelo método da adição: cinco vezes o oito é: $8 + 8 + 8$... cinco vezes. Eles já sabem como chegar naquele número. Os de quarta série têm que escrever a tabuada inteira porque eles não têm essa noção da construção. Com eles foi trabalhado de modo tradicional e agora é mais difícil de tirar. (6.^a professora)

Por meio desse depoimento pode-se intuir que a alteração na configuração do trabalho pedagógico está em processo e se relaciona ao investimento feito na formação dos professores para o ensino da matemática. O investimento na formação continuada é louvável uma vez que o modo como se ensina é influenciado pelo modo como se entende o que se quer ensinar, pela compreensão que se tem tanto do conteúdo matemático quanto do pedagógico – conhecimento da aprendizagem (SOARES, s.d.). Essa formação, se bem estruturada, pode contribuir para o desenvolvimento de atitudes e capacidades e para a apropriação de conhecimentos, constituindo-se em uma estratégia para a construção de um conhecimento matemático sólido e consistente pelos professores.

Esse aspecto merece destaque, uma vez que a investigação dos elementos ou princípios considerados pelas professoras como essenciais à prática do professor revelou uma grande preocupação, por parte delas, como o domínio do conteúdo a ser trabalhado.

A minha visão, eu posso estar errada, é que o professor não gosta de trabalhar matemática. Ele não trabalha matemática dessa maneira, fazendo com que a criança aprenda. Primeiro porque ele não domina isso. A maioria dos professores que estão em sala de aula tiveram uma aprendizagem da matemática da “decoreba”. Eu sou dessa época da “decoreba”. Muitos professores estão nessa fase da “decoreba”. Porque não aprenderam, não entenderam a matemática. Para eles fazerem um trabalho em cima disso terão que ter muita firmeza. Se não tiverem essa firmeza não vão fazer. Porque se a criança faz uma pergunta que ele não sabe responder, ele vai ficar em xeque. [...] O que falta, o que está acontecendo, é que o professor tem medo da matemática, porque a matemática é difícil. Isso é uma coisa que, às vezes, os pais falam. “Ah professora, porque a matemática é difícil”. Porque eu entendo... Não é difícil. [...] A partir do momento que você entenda, que você saiba o que você está fazendo, que você entenda o que é aquilo, não é difícil a matemática. Só que como a gente veio de uma educação que era “memorística”, o tempo todo, o professor não pára para pensar, para analisar. [...] O problema parte, primeiro, do medo do professor. Dele não ter esse domínio da matemática. (4.^a professora)

Essa preocupação das professoras pode ser relacionada ao seu profissionalismo. Guérios (2002) pontua que o professor como profissional possui um conjunto de saberes que os diferencia de um artesão que intuitivamente opera um ofício. Esse conjunto de saberes se constituem a partir da coexistência do conhecimento específico da matéria de ensino, ou seja, o conteúdo do ensino e da aprendizagem em matemática; e o “específico pedagógico, composto pelo conjunto dos conhecimentos relativos às dimensões que envolvem o ensino, considerando-se os saberes da ação docente, os quais definem o estatuto profissional do professor” (*Ibidem*, p. 12).

A reflexão e a tomada de consciência, pelo professor, de seus percursos na compreensão conceitual do conhecimento matemático e a interferência desse na compreensão do conteúdo pelo professor, bem como no direcionamento do seu olhar para o processo de aprendizagem do aluno foi investigado por Soares (s.d.). Essa pesquisadora pontua que “a compreensão matemática do professor interfere em suas orientações pedagógicas e decisões, em sua capacidade de colocar questões, selecionar tarefas, avaliar a compreensão dos alunos e fazer escolhas curriculares (*Ibidem*, p. 4).

A preocupação indicada pela fala da professora encontra respaldo, ainda, nas pesquisas realizadas por Loureiro (2004) sobre a formação de futuros

professores do primeiro ciclo e da Educação Infantil tendo em vista as orientações curriculares portuguesas. A busca pelos estudos dessa pesquisadora decorre do interesse em observar-se o tratamento da temática em questão na literatura estrangeira. A opção por Portugal é resultado da facilidade de acesso, da quantidade e qualidade de materiais editados na perspectiva da literacia matemática, do desenvolvimento do pensamento matemático por alunos e professores.

As orientações curriculares portuguesas que norteiam os estudos de Loureiro são centradas no desenvolvimento e aptidão para raciocinar matematicamente, no gosto e confiança pessoal em desenvolver atividades intelectuais que envolvem raciocínio matemático, na aptidão para discutir com outros e comunicar descobertas e ideias matemáticas, na compreensão de noções como conjectura, teorema e demonstração, na predisposição para resolver problema, na capacidade de decidir sobre a razoabilidade de resultados e de usar instrumentos mais adequados à sua obtenção e na tendência de procurar ver e apreciar a estrutura abstrata. Essa pesquisadora estabelece relação entre os pressupostos elencados e o “ensinar bem” e ressalta a necessidade de se incorporar na formação desses profissionais os componentes matemáticos e os didáticos, articulando a formação matemática à formação didática.

Essa premissa é reforçada por muitos educadores matemáticos⁸⁰ que salientam a importância dos conhecimentos matemáticos dos professores no ensino e, portanto de se oportunizar experiências que favoreçam a construção do conhecimento matemático, a compreensão do conteúdo a ser ensinado, desenvolvendo uma atitude de investigação e de constante questionamento – como e porquê ensinar matemática.

O domínio de conteúdos diz respeito aos conhecimentos matemáticos, a uma percepção peculiar do objeto de ensino. Se o professor não tem segurança em relação ao conteúdo que ensina é provável que se limite a reproduzir um ritual, mantendo as crianças ocupadas em tarefas individuais (DANYLUK, 2002).

Esse pressuposto é reconhecido pelas professoras. Algumas das entrevistadas pontuam que a superação das aulas de matemática pautadas na

⁸⁰ BAUERSFELD, 1993; COONEY, 1994; SHUARD, 1994; SERRAZIANA, 2002; GUÉRIOS, 2002; MOREIRA e DAVID, 2005.

apresentação ou na demonstração de determinados procedimentos a serem aprendidos e repetidos pelos alunos requer, por parte do professor, o domínio do conteúdo, além do conhecimento de metodologias que possam ser incorporadas às aulas. Esse aspecto fica claro nas seguintes afirmativas:

Conhecer o conteúdo, aprender bem esse conteúdo. Porque, às vezes, o que acaba acontecendo é assim, você faz uma repetição daquilo que você aprendeu quando você estava na escola. Então, procurar conhecer bem esse conteúdo. Procurar fazer uma discussão com pessoas que também dão aquele conteúdo, que também ensinam aquele conteúdo para que ela possa saber como que as crianças pensam e como que ela pode ensinar. (1.^a professora – *Dicas para uma professora iniciante.*)

Eu acho que a primeira coisa que eu falaria para ela é o seguinte: “Você tem que gostar da matemática. Tem que ter vontade de aprender a matemática”. Por que gostar? Porque senão fica aquele negócio: “A matemática é difícil, eu não gosto”. Se você está disposta a aprender a matemática... A partir do momento que você aprende a matemática, que você entende o que é o duas vezes o três, que são dois conjuntos, com três elementos dentro de cada conjunto e que isso vai dar seis. A partir do momento em que ela entende o que é $1/2 + 1/2$, que ela começa a dominar, não digo o conceito, mas que ela começa a dominar essa matemática básica, ela vai se encantar e vai ver que não é difícil. Ela vai tentar mostrar isso para os alunos. Então, a primeira coisa que eu falaria para ela é você tem que gostar da matemática, ou melhor, acho que seria o inverso, você tem que estar predisposta a aprender matemática. Porque você estando disposta a isso, você aprendendo, você vai gostar. A minha briga muito grande é essa. Eu gosto de matemática. Nunca fui crânio ou gênio em matemática. Tenho lá minhas patinadas na quarta série. Às vezes eu tenho que olhar, relembrar, rever e tal. Mas eu acho que é muito mais gostoso você trabalhar a matemática ensinando para as crianças, para que elas entendam, do que simplesmente falar: “É dessa maneira, faz e acabou”. (4.^a professora – *Dicas para uma professora iniciante.*)

A fala dessas professoras encontra suporte na teoria. Alguns estudos pontuam que professores com uma compreensão rica do conteúdo matemático valorizam os aspectos conceituais, a resolução de problemas e o questionamento, enquanto que os professores com menos conhecimento tendem a dar ênfase aos fatos e procedimentos (PUTMAN e BORKO, 1997 *apud* LOUREIRO, 2004). Desse modo, é necessário desenvolver o poder matemático dos professores para que saibam explorar e para que valorizem o seu papel no desenvolvimento e na aprendizagem das crianças (LOUREIRO, 2004).

As professoras corroboram com a pesquisa de Loureiro e de Soares ao firmar que o domínio do conteúdo reflete na relação entre o professor e o aluno, na confiança que o aluno deposita no professor como mediador entre o que ele sabe e o que precisa saber (em se tratando de um conhecimento escolar). O domínio do conteúdo interfere também na validação das respostas e dos modos

de resolução apresentados pelos alunos, bem como na elaboração de intervenções pelo professor.

Entrei no carro e falei para o meu marido: “Hoje fui trabalhar linha perpendicular e não encontrei nenhum conceito no livro, não sei o que é”. “Fulana é um ângulo de 90.º”. Eu falei: “Eu não achei no livro, eu fiquei em dúvida. Eu fiquei receosa de passar para eles uma coisa” [...] A pior coisa que tem para mim é eu dizer para eles assim: “Linhas perpendiculares são linhas que se encontram e formam um ângulo de 90.º e, de repente, eu tenho que chegar no dia seguinte e dizer... NÃO ERA BEM ISSO. Não era isso. Sabe, aí eu me culpo. Porque você deu, falou e não foi pesquisar mais primeiro?” (4.ª professora)

Eu tenho que ter segurança. Eu tenho que saber o que eu vou trabalhar com eles. Se eles tiverem dúvida, eu vou saber responder para eles ou falar “Olha, agora no momento eu não sei te responder, mas amanhã eu dou um retorno”. Às vezes eles fazem uma pergunta e você tem que ser muito rápida. O teu raciocínio tem que ser muito rápido para responder para eles. Às vezes eles perguntam uma coisa e você diz “puts”, mas como é que é. Você tem que entender o que ele quer saber. Você tem que entender, lembrar... ENTENDER QUAL É A DÚVIDA. Exatamente. Montar a resposta e passar. E você não pode esperar dez, quinze minutos e falar para ele “Espera um pouquinho”. (4.ª professora)

Às vezes eles me dão uma resposta que eu sei que não é aquela resposta, mas espera aí: “A resposta não é essa, mas será que ele pensou certo?” “Mas professora: assim, assim, assim...” Então, eu tenho que entender o raciocínio dele. Rapidinho. Verificar se aquilo é possível ou não. Se eu deixei passar algum detalhe. Se eu, de repente, na hora em que montei o enunciado... Qual foi o meu objetivo ao perguntar ou ao fazer aquele exercício? E ver se o que ele fez está certo. Se ele não está certo, por que não está certo. (4.ª professora)

Sobre a construção do conhecimento matemático pelos professores Loureiro (2004) destaca, ainda, que as experiências de aprendizagem devem favorecer o desenvolvimento de concepções, atitudes e capacidades positivas⁸¹ frente à matemática, dando-lhes condições para que continuem interessados em estudar e aprender matemática.

Alan Tucker (2001 *apud* LOUREIRO, 2004) sugere que aprender a ensinar é um processo que se estende por toda a vida e que o sucesso dessa atividade depende de alicerces sólidos pautados nas capacidades de raciocínio crítico e no pensar a partir de princípios matemáticos básicos (pensar sobre o conhecimento matemático).

As profissionais entrevistadas declaram que o conhecimento do conteúdo a ser ensinado é fundamental, mas em si não basta. Ele deve ser acompanhado de uma prática reflexiva em que professores que atuam em uma mesma série

⁸¹ Atitudes positivas e capacidades favoráveis: gosto por aprender, autonomia, vontade e gosto por enfrentar dificuldades, persistência, valorização da ajuda dos outros, capacidade de procurar ajuda, confiança nas ideias próprias, comunicação de ideias, reconhecimento do valor das ideias dos outros, desenvolvimento de conhecimentos próprios integrando-os a outros conhecimentos, organização de ideias próprias em diferentes perspectivas, espírito crítico e argumentação.

discutam determinado tema de estudo, bem como estratégias de trabalho e resultados obtidos.

Uma outra coisa é assim: o jeito que você aprendeu funciona, mas existem outros jeitos também e ela (*a professora*) precisa saber. Precisa investigar que outras maneiras as pessoas usam para resolver as questões de matemática. (1.^a professora – *dicas para uma professora iniciante*)

E a gente trabalhava juntas, planejava juntas. Na escola particular não tem isso de você sentar e planejar, mas a gente meio que trabalhava juntas. [...] Mas o tempo que a gente trabalhou eu aprendi bastante com ela. (4.^a professora – *Comentário sobre a contribuição de uma colega para a alteração de sua prática pedagógica.*)

Eu tenho que elogiar o meu grupo aqui. É muito bom trabalhar com as meninas. A F. (*Colega em comum.*) COMENTA QUE VOCÊS TRABALHAM DE UM MODO MUITO LEGAL. A gente troca muito. Para trabalhar matemática a gente senta junto para estudar, para preparar. (5.^a professora)

É bem importante. A gente faz, não em todas as permanências, mas temos uma rotina de trabalho em que sentamos com as professoras e fazemos um estudo com elas. [...] Na matemática nós percebemos a questão dos problemas. Elas tinham muita dificuldade em interpretar um problema, em resolver, em buscar uma solução. Estamos procurando algum texto, algum livro, alguma coisa que fale sobre isso para estudar com elas na permanência. Sempre que eu vejo que tem um curso legal eu informo. (6.^a professora – *Relato de uma prática como pedagoga da Rede Municipal de Curitiba.*)

Essa prática, para tornar-se reflexiva necessita de um suporte teórico. Pensando nesse suporte, cita-se Loureiro (2004) que indica o próprio raciocínio matemático como objeto de estudo pelos professores, distinguindo dois aspectos desse pensar: o desenvolvimento das capacidades de pensar matematicamente e as competências para uso dessas capacidades no ensino. A fala de algumas das professoras entrevistadas exemplifica e reforça esse pressuposto. Como se observa abaixo:

A minha questão da matemática tem dois momentos: antes do estudo que eu fiz, quando eu estava na coordenação (*Atuou como coordenadora de primeira série em um centro de estudos e pesquisas da instituição em que leciona*). A leitura que eu fiz. Antes e depois. Depois das leituras e daquela experiência que eu tive lá tem uma grande diferença. Uma grande diferença na minha vida profissional. QUE LEGAL! Muita diferença. Eu sempre gostei de matemática e de aula de matemática. Mas agora ficou muito melhor porque eu aliei a teoria à prática. Coisas que faltavam na minha formação. Eu tive essa oportunidade lá. De estudar. De fazer esse estudo. Eu acho que hoje eu sou uma profissional que tem um olhar bem diferente para a matemática. As aulas são mais interessantes. As crianças se entusiasma mais com as aulas. (5.^a professora)

Esse trabalho que o PEC faz de estudo, de fazer a gente aplicar em sala e de levar para a troca de experiências fez uma grande diferença. [...] Mesmo a pessoa que não leu, na troca de experiências, a pessoa que não leu está prestando atenção e está tendo um conhecimento ali. [...] Eu acho que o professor tem que ter essa característica de querer aprender. De não achar que sabe tudo. Por mais que eu faça

ainda acho que não está bom e é isso que me ajuda a crescer. ISSO É VERDADE. Achar que não está bom, que eu ainda posso crescer. E eu acho que tem outra coisa que é fundamental: paixão, entusiasmo. Você vê que eu tenho vinte e um anos de magistério e eu ainda gosto do que eu faço. (5.^a professora)

Então, conhecer o livro, conhecer o material, conhecer a parte teórica que é muito importante. Estudar. Não tem outro jeito. SE VOCÊ ENTRAR EM SALA SEM ESTUDAR... Não consegue. Não é que não consiga, mas vai trabalhar mecanicamente. Não vai entender a fundamentação daquele exercício, daquela proposta. Vai fazer por fazer. Mas para fazer a diferença você tem que estudar. Não tem outro caminho se não for por meio do estudo e do conhecimento. Mesmo que o professor tenha a prática, se ele tiver a teoria, o trabalho dele vai mais rápido também. Eu te falei da estratégia que o professor pode ensinar para o aluno. O aluno vai muito mais rápido do que se ficasse quebrando a cabeça. O professor tem que ler. Tem que investir um pouco nisso também. SE FUNDAMENTAR UM POUQUINHO MAIS. Se fundamentar. (3.^a professora)

Então, isso já mudou bastante na matemática. Hoje em dia a gente trabalha dessa maneira. Também é minha prática. A gente precisa estudar bastante. Rever bastante os conceitos para estar mudando isso também. (6.^a professora – *Após comentário sobre o modo como se trabalha com a matemática atualmente: matemática como uma construção.*)

Desse modo, considera-se que um ensino pautado no pensar e no fazer matemática requer dos professores: aprender a linguagem e as ideias matemáticas vigentes; desenvolver o sentido das questões e da atividade matemática; aprender a pensar matematicamente, incluindo a compreensão do papel das regras e definições, das representações e a diferença entre ilustração, exemplificação e demonstração (BALL, 1993 *apud* LOUREIRO, 2004).

Os professores precisam entender que estão envolvidos no desenvolvimento das capacidades das crianças para construir demonstrações⁸², para compreenderem e observarem as ferramentas culturais e matemáticas, para empregarem sistemas eficientes de representação, compreendendo as regras lógicas que regem os conceitos matemáticos inseridos em situações escolares ou não.

Esses pressupostos reforçam a importância do investimento na formação do professor. A preocupação com a formação continuada dos profissionais que atuam nas séries iniciais do Ensino Fundamental pode ser percebida, também, nos casos em que algumas das professoras entrevistadas comentam sobre a sua prática como pedagoga da Rede Municipal. A título de exemplificação, destacam-se dois trechos da fala da sexta professora. Neles ela ressalta a oferta e a

⁸² Demonstrações não no sentido formal, mas no sentido construtivo, de compreensão e explicação, acessíveis ao nível de desenvolvimento matemático dos alunos nos primeiros anos.

qualidade dos cursos oferecidos pela Rede Municipal e pontua que, nem sempre, os de matemática constituem-se na primeira opção das professoras. Como ela afirma, depende do “gosto”.

Na verdade, a prefeitura promove muitos cursos. Cursos muito bons. Na semana pedagógica a gente procura ter um cuidado de sempre chamar alguém da matemática. [...] Desde que eu entrei lá a gente percebe essa necessidade de um trabalho com a matemática. [...] Então, esse ano e no ano passado eu a chamei para ir a escola. A cada ano ela está desenvolvendo um conteúdo diferente. (6.^a professora – *relato de uma prática como pedagoga da Rede Municipal de Curitiba.*)

A QUE VOCÊ ATRIBUI ESSA QUESTÃO DE OS PROFESSORES NÃO BUSCAREM TANTO OS CURSOS DE MATEMÁTICA? ... O QUE ACONTECE? Um pouco é a questão de gosto. Eu vejo que... A pedagoga que trabalhava comigo esse ano era professora no ano passado e ela tinha paixão por matemática. Agora ela saiu para fazer o mestrado. Então, todos esses cursos de matemática que tinha ela ia atrás. Ela se inscrevia. Eu gosto também. Sempre que tem um curso de matemática... (6.^a professora)

Embora não estivesse previsto *a priori*, a relação do professor com a matemática pode ser observada, nas falas das professoras, como um dos elementos que interferem na prática pedagógica. Algumas delas afirmam que há professores que não sabem o conteúdo, ou que tiveram uma experiência negativa com a matemática durante a sua escolaridade e que, por esse motivo, consideram-na como sendo muito difícil.

Eu vejo que algumas professoras têm mais dificuldades. Por quê? Porque sempre foi feito um cavalo de batalha: olha é matemática e tal. Até tem aquela piadinha de que quem é bom em matemática vai para o CEFET⁸³ e quem não é vai para o Instituto⁸⁴. E a gente vê que algumas pessoas acreditaram nisso e elas pensam que não são boas. [...] Quando ela vê que funcionou, que deu certo. Quando se trabalha com essa autoestima da professora, você vê que tem um ganho com os alunos também. (1.^a professora – *Comentário de sua vivência na Rede Municipal, como pedagoga.*)

Cooney (1994) e Murray (1999) citados por Loureiro (2004) pontuam que muitas das dificuldades que os professores revelam se situam ao nível da sua formação matemática como um aprofundamento da didática da matemática. Defendem como prioridade uma formação que possibilite ao professor desenvolver competências didáticas e aprender matemática de modo simultâneo

⁸³ Centro Federal de Educação Tecnológica do Paraná (CEFET-PR). Instituição educacional que ofertava cursos técnicos, em nível de 2.^o grau (atual ensino médio), e cursos de graduação plena. Com a Lei de Diretrizes e Bases da Educação (LDBE), de 1996, que não permitia mais a oferta dos cursos técnicos integrados, a Instituição decidiu implantar o Ensino Médio e cursos de Tecnologia. Em 1998, em virtude das legislações complementares à LDBE, a diretoria do então CEFET-PR criou um projeto de transformação da Instituição em Universidade Tecnológica – Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Disponível em: <<http://www.utfpr.edu.br/materia.php?page=historico&tipo=estatico>> Acesso em: 3 ago. 2008.

⁸⁴ O Instituto de Educação do Paraná foi criado pela Lei n.º 456 de 12 de abril de 1876, com o nome de Escola Normal. Adequando-se às disposições da Lei 5692 de 11 de agosto de 1971, o Instituto de Educação do Paraná implantou o Ensino de 1.^o Grau, integrando os cursos Primário e Ginásial. Em 1998, com a proposta da nova Lei de Diretrizes e Bases da Educação – Lei n.º 9.394/96 -, tiveram início as primeiras turmas de Ensino Médio, com formação geral do aluno. Disponível em: <<http://www.ieppepoficial.kit.net/histgeral.htm>> Acesso em: 3 ago. 2008.

– o conteúdo matemático como conteúdo de trabalho e de discussão, para que os professores saibam resolver os problemas e reconhecer a matemática presente nas atividades em discussão.

Para Murray (1999) a experiência dos professores ao resolverem problemas pode encorajá-los a refletir sobre o que é a matemática, como ocorre a aprendizagem dessa área e que fatores encorajam ou dificultam essa aprendizagem. Essa reflexão contribui para a percepção, pelo professor das necessidades dos alunos.

Sobre a formação, as entrevistadas comentam que muitas professoras repetem o ensino que tiveram por não se considerarem capazes de “inovar”. Em outros se percebe a necessidade de resgate da auto-estima dos professores das séries iniciais em relação à matemática.

Então, quando você vai para a escola e as pessoas te dizem assim: “Eu não sou boa em matemática, eu não consigo fazer, eu não estou dando conta e tal”. Ela realmente acredita nisso que foi dito para ela a vida inteira: que ela não é boa em matemática, que as pessoas mais inteligentes se saem superbem em matemática é que vão fazer esse caminho, de ter a graduação em matemática. Aí quando você pega o material que ela fez, o caminho que ela ensinou para os alunos e quando ela vê que os alunos estão aprendendo, que eles estão dando conta disso, ela fala: “Ah! Puxa, que sorte. Deu certo”. O que eu trabalho com a professora é que não foi sorte, de que “Ah puxa deu certo”, é que ela dá conta de ensinar isso. Mas, você faz esse trabalho todo de autoestima na escola e ela continua ouvindo da Secretaria Municipal, dos professores especialistas que ela é a professorinha de Ensino Fundamental, que ela é a professorinha da primeira ou da segunda série. (1.^a professora – *comentário de sua vivência na Rede Municipal, como pedagoga*)

Nesses casos, o papel da pedagoga pode tornar-se fundamental. O conhecimento, por essa profissional, do conteúdo a ser ensinado, de estratégias e metodologias que melhor se aplicam a um determinado conteúdo ou série pode auxiliar os professores na organização das aulas, contribuindo para que ajudem os alunos a compreenderem os conteúdos dessa área, encorajando-os a acreditar que é natural e desejável continuar aprendendo matemática (WILLOUGHBY, 2000 *apud* LOUREIRO, 2004). Nessa perspectiva, a importância da matemática para o desenvolvimento pessoal e social, é reconhecida, constituindo-se, portanto em um componente essencial na formação dos professores para que esses possam desvelar uma matemática para além da matemática escolar.

Você vê que muitas professoras gostam de ensinar e elas fazem todo esse trabalho que eu faço pela manhã como professora, elas fazem também. Mas, algumas

professoras têm um certo problema. Uma certa mistificação da matemática. Daí você tem que primeiro desmistificar para que ela veja assim: “É possível ensinar esse conteúdo”. É possível ver outras estratégias para ensinar. (1.^a professora – *Comentário de sua vivência na Rede Municipal, como pedagoga.*)

O que a gente teria que fazer é trabalhar com essa professora ao invés de ficar só criticando, criticando, criticando. Trabalhar o que ela sabe e o que podemos ajudar... Ajudá-la a descobrir o que ela também sabe, o que ela pensa que ela não sabe, para que ela possa ter segurança de ensinar as crianças. Porque senão tem sempre essa mistificação dos conteúdos de matemática, essa mistificação do professor de matemática. (1.^a professora – *Comentário de sua vivência na Rede Municipal, como pedagoga.*)

É. Às vezes a gente precisa de um pouco de insistência. De você falar para a pessoa. Todo ano colocamos um curso de matemática, então já mudou. A gente percebe que quem não usava jogo começou a usar depois que a Renata foi lá. Quem trabalhava com a multiplicação tradicional começou a trabalhar com a construção, como ela ensinou. Eu já percebo um pouco de mudança, mas às vezes, trazendo para dentro da escola é mais fácil. Porque é difícil para elas irem até o local. Não é no lugar em que ela trabalha. É longe de casa. Dá um pouco de preguiça, eu acho. Agora, quando trazemos para dentro da escola já se percebe um resultado melhor. NÃO TEM COMO NÃO PARTICIPAR DO CURSO. Não porque está todo mundo ali. Está todo mundo envolvido. Elas começam a aplicar. Aos pouquinhos eu vejo que elas começam a aplicar mais coisas. (6.^a professora – *Relato de sua vivência na Rede Municipal.*)

Em outras falas, é possível identificar o papel da pedagoga no estímulo aos professores para que invistam em sua formação continuada.

Sempre que tem alguma coisa a gente fala: “Olha tem um curso legal”. Quem sabe divulga para os outros. “Tem um curso sobre Matemática, assim, assim, assim. Eu acho que seria legal você fazer”. Você já pensa naquela pessoa. “Seria legal você estar participando do curso. Nossa, tem tudo a ver com o que você gosta, ou teus alunos precisam”. A gente é quem faz essa ponte, mas não podemos obrigar ninguém. Algumas vezes elas querem e fazem a inscrição e em outras não fazem. Depende muito, às vezes do compromisso da professora. (6.^a professora – *Relato de sua vivência na Rede Municipal como pedagoga.*)

A relação do professor com a matemática requer um posicionamento desse profissional em relação à sua prática, sem estabelecer a dicotomia entre o tradicional e o moderno. Nessa perspectiva, a prática ancora-se em princípios, concepções e tendências percebidos e validados pelo professor e por seus pares, não sendo influenciada por “modismos” educacionais.

Essa prática consciente envolve a percepção de que há momentos em que conseguem desenvolver propostas que favorecem o desenvolvimento do pensamento matemático e outras, em que transmite informações e padrões a serem reproduzidos pelos alunos.

Eu não vou dizer para você que eu faço isso 100%. Que todo dia eu faço isso. Tem momento na sala que eu percebo que o negócio não está indo, que não tem como... Tem momento que eu chego e é mais no tradicional. “Oh, isso é isso, isso é isso, vamos para o trabalho”. Mas não que eu parta do conceito, dê um exercício e tem

que fazer assim. Eu procuro, de repente, eu dou um conceito. Estou trabalhando alguma coisa: o que é reta. Dei o conceito de reta e em cima disso fiz uma planta baixa. Onde tem linhas paralelas, onde tem linhas perpendiculares? (4.^a professora)

Mas eu não fui bolar uma aula, fazer uma coisa estupenda para isso. Peguei mais ou menos no ritmo que estava... Porque conforme o tempo e os conteúdos eu tenho que trabalhar... (4.^a professora – *Comentário sobre a aula em que explorou retas perpendiculares.*)

É o que eu falo para você. Não pense assim: "Tudo ela usa material concreto", "Tudo ela faz desafio"... Não. Tem certos momentos que eu largo, paro, vou para o tradicional e... ATÉ PORQUE TEM A QUESTÃO DO TEMPO DO CONTEÚDO... Exatamente. Mas a medida em que eu posso ir retomando, fazendo com outras coisas, mostrando para eles, jogando uma situação um pouquinho mais complicada que eles vão tentando resolver eu faço. (4.^a professora)

Pelo que se observa durante a análise das falas das professoras, constata-se que, em alguns momentos, a quantidade de conteúdo (extensão do plano curricular) e o tempo justificam a opção por uma abordagem mais tradicional. Nesse contexto, retoma-se o papel da formação, inicial e continuada dos professores. Esse investimento na formação justifica-se pelo fato de o professor caracterizar-se como mediador do processo de construção do conhecimento matemático pela criança, sendo necessários, portanto, os conhecimentos sobre como a criança aprende e sobre o conteúdo matemático que ensina.

Eu acho que a gente ainda tem que estudar bastante. Ainda tem essa questão do medo da matemática. Nessa escola nós temos um grupo meio a meio. Tem umas professoras que estão bem interessadas, que vão atrás e tal, mas tem aquelas que seguem o livro didático. Que precisam de uma seqüência mais sistematizada e tal. (1.^a professora – *Comentário de sua vivência na Rede Municipal, como pedagoga.*)

Então, sempre que tem um curso de matemática eu me inscrevo. Um pouco eu acho que é isso. De você ter um pouco de receio de trabalhar diferente. Porque dá trabalho. [...] É verdade, porque dá bagunça. Jogo é uma coisa que cria uma bagunça na sala, uma confusão. Tem discussão. Não vai ficar aquela turma todo mundo quietinho, fazendo atividade igual, seguindo aquele modelo. É diferente, dá bastante trabalho. Você tem que se desdobrar. Um pouco eu acho que é comodismo, eu percebo. E um pouco é questão de gosto. Você já está acomodado. Já está acostumada a trabalhar daquela maneira e você se sente segura em trabalhar daquela maneira. Às vezes dá um pouco de medo de buscar uma coisa nova, uma coisa diferente que você não sabe se vai dar certo ou não vai. (6.^a professora)

Há um reconhecimento, por parte das professoras de que o domínio dos conteúdos matemáticos, bem como dos pautados na Educação Matemática interferem no desenvolvimento de aulas que viabilizem o pensar e o fazer matemática na escola, como um princípio fundamental das aulas de matemática. Pensar matematicamente significa desenvolver um ponto de vista matemático

valorizando os processos de matematização e de abstração, tendo uma predileção por aplicá-los e desenvolver competências na utilização destes instrumentos com objetivo de compreender e dar sentido às estruturas matemáticas (SCHOENFELD, 1989 *apud* LOUREIRO, 2004).

Eu posso estar errada na minha linha de pensamento, mas eu acho que o mais importante é você compreender. É você compreender. Se você compreende a matemática, se você consegue entender o que você está fazendo, por meio de um jogo, de uma brincadeira, do "tradicional" (Vamos dizer assim), mas que você entenda. Eu acho que o importante é você compreender o que você está fazendo na matemática. [...] Como? Com recurso, sem recurso... Da maneira que der. Mas você entender a matemática, como trabalhar com ela. Eu acho que isso é essencial. (4.^a professora)

Finalizando a análise desta categoria, pode-se intuir que a prática das professoras que participam desta pesquisa está impregnada pelos princípios subjacentes ao pensar e ao fazer matemática na escola apresentados no segundo capítulo desta pesquisa.

Os relatos levam a crer que essa prática é consolidada e que há uma preocupação com a sustentação teórica dela. Esse fato é percebido por meio da argumentação que as professoras utilizam ao comentarem o que fazem e porque o fazem desse modo. Entretanto, há relatos em que a prática parece pautar-se em orientações ou na aplicação de determinado material didático.

Como observado, a prática reflete a formação dessas profissionais e sofre influência da relação que elas têm com a matemática, sendo comum a utilização de termos como fácil/difícil, gostoso, maravilhoso, ao referir-se ao trabalho com essa área de conhecimento.

Vale ressaltar que, entre os estudos contemplados na estruturação do marco conceitual, há um maior reconhecimento de letramento em matemática. Geralmente as professoras estabelecem relação, por analogia, com o letramento em língua portuguesa. Elas comentam que os termos são desconhecidos, mas que em virtude da conversa efetivada devem refletir a preocupação com o uso, com a aplicação da matemática em situações que extrapolem as escolares. Para ilustrar esse fato utiliza-se a fala da quinta professora.

Eu acho que o letramento é o uso, o dia-a-dia. Como você vê a matemática. Como que você usa. Às vezes pode ser uma pessoa que nunca foi na escola, mas sabe usar a matemática. Ele sabe dar troco pela vivência. O uso mesmo da matemática. Acho que o letramento seria isso. (5.^a professora)

Os pressupostos destacados nesta categoria de análise revelam alguns dos princípios relacionados ao pensar e ao fazer matemática nas séries iniciais estruturados nesta pesquisa. Permitem a constatação da importância do conhecimento matemático pelo professor para que ele seja capaz de examinar a lógica da criança determinando que aspecto do seu raciocínio é válido, utilize instrumentos matemáticos para avaliar a qualidade dos raciocínios matemáticos apresentados pelos alunos, reconheça a matemática que há na sala e a que está inerente ao que a criança diz, possa aproveitar as oportunidades, promovendo o aprendizado de alunos mais avançados (atividades diferenciadas), utilizando os avanços desses alunos para auxiliar os demais e para que desenvolva ideias matemáticas dando-lhes sentido (LOUREIRO, 2004).

Desse modo, revelam a necessidade de desenvolver-se uma postura crítica e reflexiva sobre a prática pedagógica em matemática. Essa postura perpassa a compreensão do objeto de ensino, a explicitação dos princípios subjacentes à prática, ao modo como se ensina e se aprende matemática, bem como o conhecimento sobre o desenvolvimento cognitivo dos alunos em relação aos conceitos matemáticos trabalhados na escola (SPINILLO, 2004).

Embora esses princípios tenham permeado toda a análise das falas, considera-se pertinente destacar os que foram mobilizados, de modo subjacente, nos relatos por essas profissionais:

- A capacidade de fazer uso de habilidades matemáticas, com confiança e competência, no atendimento às demandas concretas da matemática em situações cotidianas.
- A habilidade de apreciar e de compreender informações expressas matematicamente.
- A aprendizagem e o uso das ferramentas culturais e matemáticas como ferramentas para o pensamento, entendido como conhecimento dos sistemas convencionais aliado ao desenvolvimento lógico.
- A valorização tanto do “aprender matemática”, quanto do “aprender sobre matemática”, considerando que esse aprendizado contribui para a compreensão dos princípios matemáticos implícitos em situações escolares e do cotidiano.

- A percepção de regularidades, relações e padrões, a capacidade de analisar, argumentar e de comunicar ideias matemáticas, bem como, de compreender e operar matematicamente de modo eficiente e flexível.
- O engajamento com o modo matemático de pensar.
- A contribuição da matemática escolar para o desenvolvimento do pensar matematicamente em situações diversas, bem como o emprego de sistemas eficientes de representação, compreendendo as regras lógicas que regem os conceitos matemáticos inseridos nessas situações.
- A priorização de atividades matemáticas que possibilitem estabelecer relações lógicas, utilizar sistemas matemáticos convencionais e perceber a amplitude de determinadas relações matemáticas.
- A organização de situações pedagógicas que possibilitem o desenvolvimento de estratégias, o acesso a representações matemáticas diversificadas (algoritmos alternativos, uso de diferentes sistemas e suportes de representação), a interpretação e a produção de sentido e a dimensão formativa do conhecimento matemático escolar.
- A compreensão, pelo professor, dos princípios lógicos que constituem a base do conhecimento matemático – exigências lógicas do pensar matematicamente, bem como o entendimento de que a compreensão dos conceitos matemáticos é generativa.
- A opção por uma abordagem curricular que considere o pensamento funcional, o pensamento em termos de relações, como um dos objetivos da matemática.
- A percepção da importância de se considerar como os alunos aprendem e como pensam matematicamente, de estar atento ao percurso, ao processo de aprendizagem, evitando avaliações de momentos estanques.

- O compromisso, pelo professor, de considerar a perspectiva do aluno em sua interação com o objeto de estudo no acesso e construção do conhecimento matemático.
- A investigação, pelo professor, do desenvolvimento e do raciocínio de seus alunos de modo que a sua atuação seja pautada nas evidências coletadas sistematicamente.

Essa categoria trouxe um elemento novo, a discussão sobre a formação do professor e o reconhecimento da importância de investir-se tanto no conhecimento matemático quanto no pedagógico. A reflexão sobre a formação do professor que atua nas séries iniciais possibilitou a discussão de um princípio estruturado e apresentado no segundo capítulo que até então não havia emergido: a valorização tanto do “aprender matemática”, quanto do “aprender sobre matemática”, considerando que esse aprendizado contribui para a compreensão dos princípios matemáticos implícitos em situações escolares e do cotidiano.

Esse princípio valoriza a articulação entre a formação pedagógica e a específica em matemática e demonstra o comprometimento dessas profissionais com a educação matemática.

4.6. Uma leitura transversal

No decorrer da análise e interpretação das falas das professoras, houve preocupação com a articulação entre os princípios relacionados ao pensar e ao fazer matemática que as professoras mobilizam quando instadas a falar sobre sua prática pedagógica, as categorias de análise e a fundamentação teórica utilizada nesta pesquisa.

Nessa análise, observou-se que os princípios estruturados a partir do eixo teoria podem ser relacionados à prática dessas professoras, o que delega um caráter de atualização e de aplicabilidade ao aporte teórico.

Constatou-se que há uma relação de interdependência entre esses princípios e que um mesmo princípio pode estar envolvido em diversas atividades e em diferentes categorias de análise.

O princípio referente à *capacidade de fazer uso de habilidades matemáticas, com confiança e competência, no atendimento às demandas concretas da matemática em situações cotidianas* foi exemplificado em diferentes falas das categorias um e cinco, embora o termo habilidades matemática não tenha sido utilizado. Constatou-se que as professoras instigam o desenvolvimento das habilidades matemáticas e buscam integrar os conteúdos a serem trabalhados com situações reais (como no caso em que a tabuada é trabalhada a partir da discussão dos jogos de futebol que ocorreram no final de semana – trio de arbitragem).

A preocupação com o desenvolvimento e a aplicação das habilidades matemáticas é observada no Relatório Cockcroft (1982) e nos estudos sobre numeralização, matematização e letramento em matemática, sendo que o conceito de habilidades matemáticas é discutido nos estudos referentes a letramento em uma perspectiva que supera o domínio e filia-se à capacidade de mobilização em um contexto social. Essa mobilização requer a compreensão de conceitos, o conhecimento de fatos e o domínio de processos matemáticos, ou seja, um ensino sólido que apóie a aprendizagem em matemática.

Esse princípio pode ser observado, também, nos estudos de Spinillo sobre o senso numérico.

O princípio que postula *a habilidade de apreciar e de compreender informações expressas matematicamente*, relaciona-se ao anterior, uma vez que para mobilizar as habilidades matemáticas em situações cotidianas é preciso primeiro que se tenha um olhar matemático sobre as coisas e processos. Esse princípio pode ser observado nos comentários sobre a exploração do calendário no trabalho com os números ou, da utilização de tabelas na exploração de padrões e de regularidades numéricas (categorias dois e cinco). É observado, ainda, quando comentam sobre o prazer que elas sentem com as aulas de matemática, bem como o que percebem em seus alunos “Oba! Aula de Matemática!”, entre outros.

Esse princípio é discutido nos estudos sobre numeralização e implica a apreciação e a compreensão das maneiras e das situações em que a matemática pode ser utilizada como meio de comunicação (gráficos, diagramas, tabelas, percentuais, proporção, entre outros). Envolve, ainda, a compreensão de ideias matemáticas e de como essas ideias se constroem, a partir de, ou como se relacionam a outras ideias matemáticas. É ressaltado pelos autores filiados ao letramento em matemática (letramento envolve a adoção de pontos de vista e o apreciar coisas expressas matematicamente) e pode ser observado em estudos relativos à matematização.

O princípio que destaca a *aprendizagem e o uso das ferramentas culturais*⁸⁵ e *matemáticas como ferramentas para o pensamento, entendido como conhecimento dos sistemas convencionais aliado ao desenvolvimento lógico* foi associado à fala das professoras discutidas e analisadas nas categorias um, dois, três e cinco.

Esse princípio filia-se a numeralização e senso numérico quando os autores discutem sobre a importância das relações lógicas, da compreensão pelo aluno dos princípios lógicos do conhecimento matemático, do reconhecimento das regras lógicas do pensar matematicamente. Alguns teóricos se utilizam deste princípio para comentar sobre a superação do ensino pautado na transmissão de convenções projetadas pela cultura.

Pode-se observar o referido princípio nas discussões sobre letramento em matemática e matematização associados ao PISA, sendo identificado, ainda, nas abordagens de Costa e de Treffers sobre a matematização.

A contribuição da matemática escolar para o desenvolvimento do pensar matematicamente em situações diversas, bem como o emprego de sistemas eficientes de representação, compreendendo as regras lógicas que regem os conceitos matemáticos inseridos nessas situações constitui-se em um princípio que complementa o anterior. Assim, também foi associado à fala das professoras discutidas e analisadas nas categorias um, dois, três e cinco.

Ele permeia os estudos referentes à numeralização, ao senso numérico, ao letramento em matemática e à matematização (PISA) quando comentam

⁸⁵ Os conhecimentos matemáticos surgiram em contextos funcionais e se transformaram em objetos culturais (NCTM, 2000).

sobre a necessidade de estar atento ao percurso, ao processo de aprendizagem, bem como à compreensão plena de diferentes aspectos da matemática.

Esse princípio reflete a necessidade de o aluno construir seu conhecimento por meio de um processo adaptativo em que o conhecimento matemático possibilite a ele selecionar, antecipar, executar e controlar estratégias de resolução de situações matemáticas.

A problematização de situações cotidianas que exijam a mobilização de conhecimentos, de habilidades e de procedimentos matemáticos em sua resolução é um princípio observado pelos diferentes estudos que se filiam à perspectiva do pensar e do fazer matemática na escola, entretanto, é na matematização e no letramento em matemática que ele pode ser observado de modo mais sistemático.

Relaciona-se à possibilidade de abstração gradual das situações cotidianas, por meio da reorganização matemática de problemas reais. Esse princípio foi associado à fala das professoras nas categorias um e dois.

Em alguns estudos relativos à matematização e ao letramento em matemática esse princípio é associado à matematização das situações cotidianas, em que o pensar e o fazer matemática possibilitam um novo olhar ou uma proposta de resolução. A matematização se caracteriza como um processo de organização no qual os elementos de um contexto passam a ser considerados como objetos matemáticos que são analisados nas relações que estabelecem.

O desenvolvimento da capacidade de propor, interpretar, resolver e comunicar problemas matemáticos em diversas situações – matematização das atividades escolares é um princípio que pode ser integrado aos dois anteriores. Ele foi observado nas falas das professoras quando da análise das categorias um e dois. Esse princípio reflete o reconhecimento pelas professoras de que é por meio das situações e dos problemas a resolver que um conceito matemático adquire significado para o aluno.

Do mesmo modo que seu antecessor, esse princípio relaciona-se aos diferentes estudos que integram o marco conceitual, estando implícito em algumas ideias subjacentes a eles. Já no letramento em matemática e na matematização é discutido de modo mais sistemático.

Alguns autores relacionam a esse princípio à propensão de fazê-lo, ou seja, o interesse de propor, interpretar ou resolver problemas matemáticos.

A percepção de regularidades, relações e padrões; a capacidade de analisar, argumentar e de comunicar ideias matemáticas, bem como, de compreender e operar matematicamente de modo eficiente e flexível é um princípio que foi observado em diferentes relatos (categorias dois, três e cinco), dentre os quais destacam-se o modo de apresentação das tabuadas (2, 4 e 8; 3, 6 e 9; 5 e 10; 7) e a exploração dos padrões e das regularidades a partir delas.

Esse princípio ancora-se na matematização, no letramento em matemática e no senso numérico e é relacionado à competência matemática e às habilidades do pensar matematicamente indicadas por Spinillo.

A priorização de atividades matemáticas que possibilitem estabelecer relações lógicas, utilizar sistemas matemáticos convencionais e perceber a amplitude de determinadas relações matemáticas caracteriza-se como um dos princípios observados nas falas das professoras a partir das categorias um, dois e cinco.

Reflete a preocupação com a flexibilidade de raciocínio, a compreensão de que ideias e conceitos fundamentados e relacionados são mais facilmente aplicados às novas situações.

Esse se relaciona ao letramento em matemática e ao senso numérico, sendo observado, também, de modo implícito pelos autores filiados aos demais termos pesquisados.

A valorização tanto do “aprender matemática”, quanto do “aprender sobre matemática”, considerando que esse aprendizado contribui para a compreensão dos princípios matemáticos implícitos em situações escolares e do cotidiano é um princípio, que como os demais, relaciona-se a diferentes perspectivas do pensar e do fazer matemática na escola. Entretanto, optou-se por ressaltar seu aporte nas discussões referentes à numeralização e ao senso numérico, em que os autores afirmam que as crianças precisam aprender sobre a matemática para entender o mundo ao seu redor, observando os princípios matemáticos imbuídos nas atividades cotidianas. Esses autores defendem a compreensão plena dos diferentes aspectos da matemática pelos alunos. Ressaltam a valorização da matemática enquanto disciplina e criação humana.

A preocupação com o aprender matemática e sobre a matemática emergiu quando as professoras comentam os processos de formação continuada (categoria cinco). Elas reconhecem que uma perspectiva de ensino, pautada nos preceitos defendidos na presente pesquisa, requer do professor conhecimento de matemática, sobre a matemática, bem como o conhecimento e a compreensão de como as crianças pensam e aprendem a matemática.

A organização de situações pedagógicas que possibilitem o desenvolvimento de estratégias, o acesso a representações matemáticas diversificadas (algoritmos alternativos, uso de diferentes sistemas e suportes de representação), a interpretação e a produção de sentido e a dimensão formativa do conhecimento matemático escolar é outro princípio subjacente à fala das professoras que pode ser inferido por meio das categorias um, dois, quatro e cinco. A título de ilustração podem-se lembrar as situações em que as professoras destacam o valor do uso de estratégias pessoais em suas aulas, bem como a confrontação dessas de modo a observar como cada aluno pensou e de se identificar qual a mais rápida, mais funcional, mais econômica, etc.

O referido princípio ancora-se nos pressupostos do letramento em matemática quando discute a negociação de significados, a compreensão dos conceitos e dos procedimentos, o domínio de estratégias de organização e de controle das variáveis e dos resultados. Destaca que o conhecimento da matemática é essencial às diferentes representações de ideias matemáticas, à percepção da “força ou fraqueza” de cada uma delas, bem como ao estabelecimento de relações entre elas.

O compromisso, pelo professor, de considerar a perspectiva do aluno em sua interação com o objeto de estudo no acesso e construção do conhecimento matemático é um princípio que complementa o anterior e que por isso foi observado em duas das categorias de análise citadas no anterior – quatro e cinco, embora também possa ser associado à primeira categoria. Há concordância, por parte das professoras, sobre a importância de se considerar os conhecimentos que o aluno já possui, de se observar os caminhos ou as estratégias utilizadas na resolução das situações propostas solicitando aos alunos que expliquem como “pensaram”.

Esse princípio é observado nos estudos pautados na numeralização, quando ressaltam que é imperativo considerar como as crianças aprendem e pensam matematicamente, de modo cada vez mais complexo. Os estudos sobre senso numérico reforçam a importância desse princípio, quando se lê: “que os alunos sejam convidados a explicitar e refletir sobre seu modo de pensar e proceder, comentando suas posições e ouvindo a dos outros, comparando e avaliando a sua adequação”.

A compreensão, pelo professor, dos princípios lógicos que constituem a base do conhecimento matemático – exigências lógicas do pensar matematicamente, bem como o entendimento de que a compreensão dos conceitos matemáticos é generativa como princípio que contribuiu para a organização das categorias de análise foi observado nas falas analisadas a partir da primeira e da última categoria, na qual relaciona-se ao ensino e aprendizagem da tabuada.

Os estudos sobre numeralização e senso numérico aportam esse princípio ao ressaltarem que o professor deve considerar como as crianças aprendem e pensam matematicamente, bem como o fato de que o conceito matemático é gerativo não sendo necessário aprender cada item do conhecimento matemático de modo isolado.

A investigação, pelo professor, do desenvolvimento e do raciocínio de seus alunos de modo que a sua atuação seja pautada nas evidências coletadas sistematicamente. Esse princípio pode ser observado por meio das categorias um, quatro e cinco. As professoras comentam que observam e acompanham a produção dos alunos. Analisam os resultados e organizam estratégias de intervenção. Nesse contexto a avaliação do processo e do produto reflete em subsídio para o replanejamento das aulas. Assim, a avaliação constitui-se em um apoio à aprendizagem, fornecendo informações úteis tanto para os professores, quanto para os alunos.

Os estudos sobre numeramento e letramento em matemática dão suporte teórico e metodológico para alguns procedimentos de avaliação que objetivam a coleta de dados sobre o processo.

Os estudos sobre numeralização pontuam que é necessário, ao professor, um conhecimento que possibilite a ele reconhecer melhor as habilidades de

raciocínio das crianças, atuando como mediador do processo de desenvolvimento delas.

Esse princípio pode ser relacionado, ainda, à valorização da investigação dos conhecimentos prévios dos alunos, em que o professor busca investigar o nível em que cada aluno se encontra, de modo a entender as relações matemáticas que correspondem a cada estratégia utilizada.

A opção por uma abordagem curricular que considere o pensamento funcional, o pensamento em termos de relações, como um dos objetivos da matemática. Esse princípio poderia ter sido discutido, de modo mais aprofundado, na categoria três⁸⁶, mas não o foi. Ele apareceu de modo implícito nas discussões sobre as atividades e no modo como as professoras apresentam os conteúdos. Assim, foi percebido nas categorias um e cinco.

A valorização do pensamento em termos de relações pode ser observada quando as professoras comentam que antes de apresentar um modo convencional de resolver determinada situação, preocupam-se em problematizar o tema de estudo levando os alunos a buscarem uma estratégia pessoal de resolução para o mesmo. Desse modo, os alunos são incentivados a utilizar o que sabem na resolução de uma situação nova, estabelecendo relações entre as ferramentas matemáticas que possuem e a situação que pretendem resolver.

Esse princípio encontra respaldo nos estudos referentes a: numeração na discussão sobre o caráter gerativo dos conhecimentos matemáticos; letramento em matemática quando este defende uma abordagem curricular que considere o pensamento funcional; senso numérico como uma opção à memorização e à aplicação de técnicas.

O princípio referente à percepção da importância de se considerar como os alunos aprendem e como pensam matematicamente, de estar atento ao percurso, ao processo de aprendizagem, evitando avaliações de momentos estanques foi relacionado às falas das professoras por meio das categorias um, quatro e cinco. Talvez esse tenha sido o princípio mais evidente na fala das professoras. Elas ressaltam com veemência a importância de se observar o caminho que os alunos utilizam na resolução das situações propostas, de se

⁸⁶ Currículo bem articulado ao longo da escolaridade abordando conceitos matemáticos inter-relacionados de modo cada vez mais aprofundado.

discutir as diferentes estratégias utilizadas pelos alunos da turma, confrontando-as observando em que se assemelham ou se diferenciam. Comentam que os alunos aprendem associando novas ideias aos conhecimentos prévios. Esse princípio ancora-se nos estudos referentes a numeração e senso numérico.

A organização, pelo professor, de situações de ensino e de aprendizagem que possibilitem a relação entre a complexidade do conhecimento matemático e o pensamento ainda em desenvolvimento dos alunos. Embora não se tenha identificado esse princípio nas falas das professoras de modo explícito, ele foi associado às falas analisadas nas categorias um e quatro. A organização das tarefas pessoais elaboradas a partir de uma intervenção individualizada relatadas pela primeira professora pode exemplificá-lo. Esse princípio filia-se à numeração e ao senso numérico e reflete a valorização, pelas professoras, de situações de apoio e de estímulo que potencializam a aprendizagem dos alunos, por meio da compreensão, por elas, daquilo que os alunos sabem e do que precisam aprender.

O engajamento com o modo matemático de pensar, como um dos princípios estruturados nesta pesquisa, foi relacionado às falas analisadas nas categorias um e cinco.

Esse princípio requer o conhecimento dos sistemas matemáticos de representação que serão utilizados como ferramentas de pensamento, a conexão às situações em que essas possam ser aplicadas e o entendimento da lógica dessas situações. Assim, pode ser associado à numeração (ser numerado significa pensar matematicamente) e ao senso numérico (domínio das habilidades matemáticas como uma ferramenta intelectual).

Os princípios comentados neste tópico relacionam-se à aprendizagem da matemática com significado, profundidade e compreensão.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A investigação de princípios subjacentes à prática pedagógica em matemática de professores que atuam nas séries iniciais do Ensino Fundamental revelou-se trabalhosa, mas muito prazerosa.

Fez emergir as raízes de minha inquietação em relação ao ensino da matemática, quanto ao pensar e ao fazer matemática nas séries iniciais do Ensino Fundamental, tornando-me consciente de que algo que eu acreditava ser “recente” permeou toda a minha trajetória como educadora.

Possibilitou a ampliação da visão que eu tinha sobre o tema e ensinou-me a ser mais cuidadosa com os comentários e termos que utilizo ao defender meu posicionamento frente ao ensino da matemática nas séries iniciais.

Na busca de uma resposta possível ao problema desta pesquisa, deparei-me com diferentes estudos que tratavam da importância do ensino da matemática pautado na compreensão e na construção de conhecimentos pelos alunos. Um ensino da matemática que se preocupa mais com o desenvolvimento de ferramentas e de estratégias de resolução de problemas do que com a reprodução de modos de operar; que prima pela aplicação dos conhecimentos escolares em situações diversas; que instrumentaliza o aluno no desenvolvimento de sistemas de representação; que extrapola os muros da escola contribuindo para o desenvolvimento de um modo de ver e de pensar matematicamente as situações escolares e extraescolares.

Por meio desses estudos apropriei-me de termos como numeralização, letramento em matemática, matematização e senso numérico. Em um primeiro momento tratei a todos eles como análogos utilizando-os tanto em minha fala quanto em minhas produções como se não houvesse a menor distinção entre eles. A preocupação com a possibilidade de uma apropriação indevida fez com que buscasse, na literatura, fundamentos teóricos que contribuíssem para a organização de um marco conceitual.

A estruturação desse marco conceitual levou aos autores que se utilizam em suas pesquisas dos termos supracitados. O estudo desse marco conceitual

fez emergir elementos (pontos de convergência entre os estudos e a perspectiva do pensar/fazer matemática) que contribuíram para um melhor entendimento dos recursos e das atitudes relacionados ao pensar e ao fazer matemática na escola, ampliando assim as possibilidades de discussões sobre esse tema.

Os pressupostos teóricos apresentados no marco conceitual levaram à estruturação preliminar de princípios subjacentes ao pensar e ao fazer matemática na escola. Estes foram revisados e reestruturados após o estudo-piloto e deram origem às categorias de análise, por meio de um processo de elaboração que se constituiu em um movimento pelos eixos descritos na metodologia desta pesquisa: teoria ↔ princípios ↔ categoria ↔ teoria.

A estruturação final dos princípios efetivou-se ao término do processo de análise das falas das professoras, em um retorno que buscou a associação entre os elementos apreendidos por meio da análise e os observados na literatura (eixo teoria).

Por meio da análise das falas das professoras procurou-se identificar a contribuição desses depoimentos para o alinhamento ou a confrontação dos pressupostos teóricos com a prática vivenciada. Essa confrontação não se caracterizou como uma contraposição, mas como uma busca de atualização desses pressupostos, inculcando-lhes vigor, flexibilidade e aplicabilidade.

As falas das professoras revelaram que elas mobilizam os princípios relacionados ao pensar e ao fazer matemática que foram estruturados e descritos no capítulo dois. Elas os utilizam, de modo subjacente às falas, nos comentários sobre as situações propostas em sala, sobre o modo como incitam os alunos a buscar caminhos, discutem as diferentes estratégias de resolução e de registro, apresentam os sistemas convencionais, acompanham e orientam os alunos, selecionam os conteúdos, efetivam a avaliação da aprendizagem e a observação do desenvolvimento dos alunos, refletem sobre a própria prática, entre outros.

É pertinente comentar que o princípio referente à *“valorização tanto do aprender matemática, quanto do aprender sobre a matemática, considerando que esse aprendizado contribui para a compreensão dos princípios matemáticos implícitos em situações escolares e do cotidiano”* foi observado apenas nos relatos sobre a formação do professor. Muitas das entrevistadas ressaltam a importância do conhecimento, pelo professor, do conteúdo matemático que

ensina. Relacionam esse conhecimento à possibilidade de desenvolver-se uma abordagem de ensino que prime pelo desenvolvimento do pensar e do fazer matemática na escola. Não foi possível observar esse princípio em relação à aprendizagem dos alunos ou às atividades propostas pelo professor. Isso não significa que tal princípio não seja observado ou valorizado pelas profissionais que integram esta pesquisa. É provável que o caminho percorrido nas entrevistas não tenha contribuído para que ele emergisse nas falas das professoras.

Sobre os princípios relacionados ao pensar e ao fazer matemática que são subjacentes à prática dessas professoras que atuam nas séries iniciais do Ensino Fundamental e que são mobilizados por elas quando comentam sobre a sua prática, observou-se que alguns refletem posturas do professor preocupado com o desenvolvimento das atitudes e dos recursos do pensar e do fazer matemática na escola. Esses ressaltam o papel do professor reconhecendo-o como organizador ou mediador do processo de ensino e de aprendizagem. Dentre eles destacam-se:

- A problematização de situações cotidianas que exijam a mobilização de conhecimentos, de habilidades e de procedimentos matemáticos em sua resolução.
- A priorização de atividades matemáticas que possibilitem à criança estabelecer relações lógicas, utilizar sistemas matemáticos convencionais e perceber a amplitude de determinadas relações matemáticas.
- A opção por uma abordagem curricular que considere o pensamento funcional, o pensamento em termos de relações, como um dos objetivos da matemática.
- A percepção da importância de se considerar como as crianças aprendem e como pensam matematicamente, de estar atento ao percurso, ao processo de aprendizagem, evitando avaliações de momentos estanques.
- A organização de situações pedagógicas que possibilitem o desenvolvimento de estratégias, o acesso a representações matemáticas diversificadas (algoritmos alternativos, uso de diferentes sistemas e suportes de representação), a interpretação e a produção

de sentido e a dimensão formativa do conhecimento matemático escolar.

- O compromisso de considerar a perspectiva do aluno em sua interação com o objeto de estudo no acesso e construção do conhecimento matemático.
- A organização de situações de ensino e de aprendizagem que possibilitem a relação entre a complexidade do conhecimento matemático e o pensamento ainda em desenvolvimento dos alunos.
- A compreensão dos princípios lógicos que constituem a base do conhecimento matemático – exigências lógicas do pensar matematicamente, bem como o entendimento de que a compreensão dos conceitos matemáticos é generativa.
- A investigação do desenvolvimento e do raciocínio de seus alunos de modo que a sua atuação seja pautada nas evidências coletadas sistematicamente.
- O engajamento com o modo matemático de pensar.

Esses princípios refletem uma preocupação didática com a organização e o desenvolvimento das habilidades matemáticas tanto dos alunos quanto dos professores. Essa preocupação é observada nos relatos em que as professoras valorizam os conhecimentos prévios dos alunos, a problematização das situações de ensino, a compreensão e o significado atribuído pela criança a procedimentos e representações matemáticas, a comparação e análise dos diferentes procedimentos e estratégias adotados (“caminhos”), entre outros. Nesse contexto podem ser considerados princípios didático-metodológicos.

Outros princípios indicam capacidades e habilidades matemáticas desenvolvidas pelos alunos trabalhados a partir de uma perspectiva de ensino da matemática pautado na educação, no desenvolvimento do pensamento e do raciocínio dedutivo, na ação. Nessa perspectiva, os alunos aprendem mobilizando seus conhecimentos, aplicando-os a situações novas, selecionando, executando e analisando as estratégias que utiliza, resolvendo problemas.

Os princípios que podem ser relacionados a esse grupo são:

- A capacidade de fazer uso de habilidades matemáticas, com confiança e competência, no atendimento às demandas concretas da matemática em situações cotidianas.
- A habilidade de apreciar e de compreender informações expressas matematicamente.
- A aprendizagem e o uso das ferramentas culturais e matemáticas como ferramentas para o pensamento, entendido como conhecimento dos sistemas convencionais aliado ao desenvolvimento lógico.
- A valorização tanto do “aprender matemática”, quanto do “aprender sobre matemática”, considerando que esse aprendizado contribui para a compreensão dos princípios matemáticos implícitos em situações escolares e do cotidiano.
- O desenvolvimento da capacidade de propor, interpretar, resolver e comunicar problemas matemáticos em diversas situações – matematização das atividades escolares.
- A percepção de regularidades, relações e padrões; a capacidade de analisar, argumentar e de comunicar ideias matemáticas, bem como, de compreender e operar matematicamente de modo eficiente e flexível.
- O engajamento com o modo matemático de pensar.

A convergência desse grupo relaciona-se à compreensão de princípios e de relações matemáticas pelo aluno de modo que possam interpretar, produzir e expressar ideias matemáticas, propor e resolver problemas. Envolve a predisposição para pensar matematicamente e argumentar de modo lógico, para mobilizar conhecimentos e recursos matemáticos, utilizando-os de modo flexível, aplicando-os a novas situações e contextos. Esses princípios podem ser considerados como sendo formativos.

O princípio referente ao “*engajamento com o modo matemático de pensar*” aparece nos dois grupos por refletir uma postura frente ao ensino e à aprendizagem da matemática. Desse modo, diz respeito tanto ao aluno quanto

ao professor constituindo-se em um princípio que é formativo e também didático-metodológico.

Há ainda dois princípios que poderiam ter sido relacionados aos anteriores, mas que se definiu por deixá-los separados uma vez que indicam um posicionamento pedagógico da escola, bem como o engajamento dos profissionais da educação de modo a articular a perspectiva relacionada ao pensar e ao fazer matemática ao projeto político-pedagógico da instituição. São eles:

- A contribuição da matemática escolar para o desenvolvimento do pensar matematicamente em situações diversas, bem como o emprego de sistemas eficientes de representação, compreendendo as regras lógicas que regem os conceitos matemáticos inseridos nessas situações.
- A opção por uma abordagem curricular que considere o pensamento funcional, o pensamento em termos de relações, como um dos objetivos da matemática.

Esses princípios delegam à escola a responsabilidade por um currículo que contribua para a percepção das relações entre as ideias matemáticas e para a construção de conexões e competências que ampliem, gradativamente, a compreensão matemática dos alunos; por um ensino que respeite a natureza do processo de aprendizagem; por uma abordagem metodológica que priorize o exercício da análise e da reflexão, o estabelecimento de conexões entre os conhecimentos matemáticos e entre esses e o contexto social.

Asseveram o valor formativo da matemática, contribuem para a superação de um ensino que a trata como um sistema de definições e de descrições de propriedades, por meio de um ensino ancorado na resolução e na proposta de problemas, na estruturação do pensamento e na agilidade de raciocínio dedutivo como ferramenta para atuação diária. Desse modo, integram os princípios didático-metodológicos e os formativos, constituindo-se em princípios integradores.

Sobre os princípios estruturados considera-se importante comentar que representam um primeiro momento de construção. Acredita-se que o avanço desta pesquisa encontra-se justamente na possibilidade de reestruturação

desses princípios, o que pode contribuir para a organização de categorias de princípios de diferentes naturezas, de princípios que possam ser generalizados e utilizados como apoio à formação de professores que atuam nas séries iniciais, seja no ensino regular ou na educação de jovens e adultos.

Desse modo, a presente pesquisa pode ser utilizada como aporte para a estruturação de macroprincípios didático-metodológicos, formativos e organizacionais que contribuam tanto para a compreensão do processo educativo, quanto para a orientação na formação de professores.

Sobre os estudos referentes à numeralização, letramento em matemática, matematização e senso numérico a que se filiam alguns autores preocupados com o desenvolvimento das atitudes e recursos que possibilitam o pensar e o fazer matemática é importante observar que, embora as professoras não manifestem um conhecimento explícito sobre eles, nem utilizem os termos a eles associados em seus relatos, demonstram atitudes pedagógicas preconizadas por eles.

Desse modo, considera-se que há um alinhamento entre os pressupostos teóricos e a prática retratada nas falas das professoras que dão vida a esta pesquisa. Há por parte delas a consciência do caminho percorrido, dos princípios consolidados.

Há também o reconhecimento do caminho a percorrer, representado pelas dúvidas e angústias, pela preocupação com o tempo e com o rol de conteúdos curriculares, com modos de trabalhar que elas denominam como sendo “mais tradicional”. O mérito desse reconhecimento é que ele é decorrente de uma ação refletida, não fruto de uma avaliação externa. Ninguém lhes disse. Elas sabem. Sabem porque são profissionais comprometidas com a educação.

As professoras sabem quais são os problemas do ensino da matemática, sabem o que é preciso alterar seja no campo metodológico, na configuração do currículo ou na avaliação. Elas alinham essa preocupação ao seu processo de formação e, por isso, não têm pressa. Sabem que a mudança pela mudança não se sustenta. Assim, caminham. Caminham a passos largos e firmes tendo como destino o ensino da matemática pautado na perspectiva do pensar e do fazer matemática. Caminham em terreno firme, consolidado pela busca contínua de conhecimentos, não de receitas. Enquanto caminham buscam conhecimentos

matemáticos, sobre a matemática e sobre o ensino da matemática. Assim imprimem vigor, aplicabilidade e atualidade às pesquisas sobre o pensar e o fazer matemática na escola, por professores e alunos.

A elas, o meu muito obrigada!

6. REFERÊNCIAS

Balanced Assessment in Mathematics Project. **Assessing Mathematical Understanding and Skills Effectively**. Supported by NSF Grant MDR-9252902. 1995, President and Fellows of Harvard College.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. 2 ed. São Paulo: Contexto, 2004.

BEHRENS, M. A. **Formação continuada dos professores e a prática pedagógica**. Curitiba: Champagnat, 1996.

BERTONI, N. B.; GUIDI, R. M. Projeto para melhoria do ensino de Ciência e Matemática: **Um novo currículo de Matemática para o 1.º grau: numerização**. Apostila/proposta. Versão preliminar II – abril, 1997. Universidade de Brasília: Departamento de Matemática. MEC/CAPES/PADCT. Subprograma Educação para a Ciência.

BICUDO, M. A. V. Algumas pesquisas em educação matemática realizadas no programa de mestrado em Educação Matemática do Instituto de Geociências e Ciências Exatas da UNESP – Campus de Rio Claro. **Bolema**. UNESP – Campus Rio Claro, ano 5, n. 6, 1990.

_____. **Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas**. São Paulo: Editora UNESP, 1999. – (Seminários e Debates).

BORBA, M. de C.; ARAÚJO, J. de L. (orgs.). **Pesquisa qualitativa em educação matemática**. 2 ed. – Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

BORRALHO, A.; MONTEIRO, C.; ESPADEIRO, R. (orgs.). **A matemática na formação do professor**. Lisboa: Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação. 1 ed., 2004.

Brasil. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática**. Secretaria de Educação fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRITO, M. R. F. de (org.). **Solução de problemas e a matemática escolar**. Campinas, SP: Editora Alínea, 2006.

BRIZUELA, B. Invenções e convenções: uma história sobre números maiúsculos. In: SCHLIEMANN, A.; CARRAHER, D. (org.). **A compreensão de conceitos aritméticos: ensino e pesquisa**. Campinas, SP: Papyrus, 1998. – (Perspectivas em educação matemática).

BRUN, J. **Didática das matemáticas**. Lisboa: Instituto Piaget, 1996.

CARVALHO, D. L. de. A matemática no alfabetismo funcional. In: SILVA, E. T. da (org.). **Alfabetização no Brasil: questões e provocações da atualidade**. Campinas, SP: Autores Associados, 2007. – (Coleção educação contemporânea).

CHARNAY, R. Aprendendo (com) a resolução de problemas. In: PARRA, C.; SAIZ, I. [et. al.]. **Didática da matemática: reflexões psicopedagógicas**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

CHARLIER, É. Formar professores profissionais para uma formação contínua articulada à prática. In: PERRENOUD, P. [et al.]. **Formando professores profissionais: quais estratégias? Quais competências?** 2 ed. rev. Porto Alegre: ArtMed, 2001.

CLARETO, S. M. Educação Matemática e Contemporaneidade: enfrentando discursos pós-modernos. **Bolema**. Rio Claro: v. 15, n. 17, p. 18-34, 2002.

COCKCROFT, Dr. W.H. **Mathematics counts**: report of the Committee of Inquiry into the teaching of mathematics in schools under the chairmanship of Dr. W. H. Cockcroft. Department of Education and Science, 1982. Disponível em: <<http://www.bopcris.ac.uk/bopall/ref18870.html>> Acesso em: 26 out. 2007.

Conhecimentos e atitudes para a vida: resultados do PISA 2000 – Programa Internacional de Avaliação de Estudantes/OCDE – Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômicos (Tradução B&C Revisão de Textos S.C. Ltda.). – 1. ed. São Paulo: Moderna, 2003.

CORREA, J.; SPINILLO, A. G. O desenvolvimento do raciocínio multiplicativo em crianças. In: PAVANELLO, R. M. (org.). **Matemática nas séries iniciais do ensino fundamental: a pesquisa e a sala de aula**. São Paulo: Biblioteca do educador matemático, 2004. Coleção SBEM – v. 2.

COSTA, C. **Visualização, veículo para educação em geometria**. s.d. (texto impresso). Disponível em: <<http://www.spce.org.pt/sem/CC.pdf>> Acesso em: 6 jan. 2008.

Currículo Nacional do Ensino Básico: Competências Essenciais. Ministério da Educação. Departamento da Educação Básica. Direção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular (DGIDC). Lisboa ME/DEB, 2001. Disponível em: <<http://www.dgdc.min-edu.pt/fichdown /livrocompetencias/LivroCompetenciasEssenciais.pdf>> Acesso em: 2 jan. 2009.

Curriculum Focal Points for Prekindergarten through Grade 8 Mathematics: A Quest for Coherence is na official position of the National Council of Teachers of Mathematics as approved by its Board of Directors, April 2006. Disponível em: <http://www.nctmmedia.org/cfp/full_document.pdf>. Acesso em: 16 de nov. 2008.

D'AMBROSIO, B. S. **Como ensinar matemática hoje?** Temas e Debates. SBEM. Ano II. n. 2. Brasília. 1989. P. 15-19. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/diaadia/diadia/arquivos/File/conteudo/artigos_teses/MATEMATICA/Artigo Beatriz.pdf> Acesso em: 2 nov. 2007.

D'AMBROSIO, U. Um enfoque transdisciplinar à educação e à história da matemática. In: BICUDO, M. A. V., BORBA, M de C. (orgs.). **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. 2 ed. revisada. São Paulo: Cortez, 2005.

_____. A relevância do projeto Indicador Nacional de Alfabetismo Funcional – INAF como critério de avaliação da qualidade do ensino de matemática. In: FONSECA, M. da C. F. R. (org.). **Letramento no Brasil: habilidades matemáticas**. São Paulo: Global: Ação Educativa Assessoria, Pesquisa e Informação: Instituto Paulo Montenegro, 2004.

_____. **Etnomatemática: elo entre as tradições e a modernidade**. 2 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

_____. **Educação Matemática:** da teoria a prática. 13 ed. Campinas, SP: Papyrus, 1996. – (Coleção perspectivas em educação matemática).

DANYLUK, O. **Alfabetização matemática:** as primeiras manifestações da escrita infantil. 2 ed. Porto Alegre: Sulina, Passo Fundo, 2002.

DAVID, M. M. M. S. Habilidades funcionais em matemática e escolarização. In: FONSECA, M. da C. F. R.. (org.). **Letramento no Brasil:** habilidades matemáticas. São Paulo: Global: Ação Educativa Assessoria, Pesquisa e Informação: Instituto Paulo Montenegro, 2004.

FANTINATO, M. C. de C. B. A construção de saberes matemáticos entre jovens e adultos do Morro de São Carlos. Universidade Federal Fluminense, Faculdade de Educação. **Revista Brasileira de Educação.** set., out., nov., dez. 2004. n. 27.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática:** percursos teóricos e metodológicos. Campinas, SP: Autores Associados, 2006. – (Coleção formação de professores).

FONSECA, M. da C. F. Reis. (org.) **Letramento no Brasil:** habilidades matemáticas. São Paulo: Global: Ação Educativa Assessoria, Pesquisa e Informação: Instituto Paulo Montenegro, 2004.

FONSECA, M. da C. F. R. **Sobre a adoção do conceito de numeramento no desenvolvimento de pesquisas e práticas pedagógicas na educação matemática de jovens e adultos.** IX Encontro Brasileiro de Educação Matemática. 2007, Belo Horizonte – MG.

_____. O sentido matemático do letramento nas práticas sociais. **Presença Pedagógica.** Belo Horizonte: Editora Dimensão, jul/ago, 2005, p. 5-19.

_____. **Educação matemática de jovens e adultos.** 2 ed. – 1 reimp. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

_____. Exame de qualificação. **Parecer – Projeto de Dissertação.** PPGE, Universidade Federal do Paraná, 2008.

GÁLVEZ, G. A didática da matemática. In: PARRA, C.; SAIZ, I. [et. al.]. **Didática da matemática:** reflexões psicopedagógicas. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

GONÇALVES, H. A. **O conceito de letramento matemático:** algumas aproximações. Disponível em: <<http://www.virtu.ufjf.br/artigo%20a14.pdf>> Acesso em: 1 maio 2008.

GUÉRIOS, E. C. **Espaços oficiais e intersticiais da formação docente:** histórias de um grupo de professores na área de ciências e matemática. Campinas, SP [s.n], 2002.

HADJI, C. A formação permanente de professores: uma necessidade da era da profissionalização. **Pátio.** Porto Alegre: Artmed. ano 4, n.17, maio/jul., 2001.

HARRIS, T. L.; HODGES, R. E. **Dicionário de alfabetização:** vocabulário de leitura e escrita. Trad. Beatriz Viégas-Faria. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 1999.

INAF. O que é INAF. Disponível em: <http://www.ipm.org.br/ipmb_pagina.php?mpg=4.02.00.00&ver=por> Acesso em: 2 nov. 2007.

INEP/MEC – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Programa Internacional de Avaliação de Alunos – PISA**. Brasília, DF, Brasil, 2003. Disponível em: <http://www.inep.gov.br/download/internacional/pisa/result_pisa2003_resum_tec.pdf> Acesso em: 2 nov. 2007.

INEP/MEC. Matriz de Referência – Matemática – 4.^a série do Ensino Fundamental. s.d. Disponível em: <http://provabrazil.inep.gov.br/index.php?option=com_wrapper &Itemid=148> Acesso em: 4 fev. 2008.

INRP– ERMEL. **À Descoberta dos números**: contar, cantar e calcular. Lisboa: Edições ASA, 1995. (Institut National de Recherche Pédagogique – Equipa de didáctica das matemáticas dirigida por Jacques Colomb).

Investigações no currículo: Inglaterra. Investigar e Aprender. Disponível em: <<http://ia.fc.ul.pt/investigacoes/invcur/invcur-eua.htm>> Acesso em: 2 nov. 2007.

LOPES, A. J. **Educadores matemáticos**: Hans Freudenthal. Disponível em: <<http://www.matematicahoje.com.br/telas/cultura/historia/educadores.asp?aux =K>> Acesso em: 2 nov. 2007.

LOUREIRO, C. Que formação matemática para os professores do 1.^o ciclo e para os educadores de infância? In: BORRALHO, A.; MONTEIRO, C.; ESPADEIRO, R. (orgs.). **A matemática na formação do professor**. Lisboa: Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação. 1 ed. , 2004.

LUFT, Celso Pedro. **Minidicionário Luft**. São Paulo: Ática, 1999.

MANCENO, M. E. **A comparative study on national conceptions of literacy, numeracy, and life skills**. Background paper prepared for the Education for All Global Monitoring Report 2006 *Literacy for Life*. Educatio, 2005. – (2006/ED/EFA/MRT/PI/58).

Marcos teóricos de PISA 2003: la medida de los conocimientos y destrezas en matemáticas, lectura, ciencias y resolución de problemas / OCDE. — Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia, Instituto Nacional de Evaluación y Calidad del Sistema Educativo, 2004.

MATOS, J. F. **Aprender matemática hoje**: a educação matemática como fenómeno emergente. Conferência proferida no RealMat – Encontro Regional da APM. Vila Real. 2004.

_____. **A educação matemática como fenómeno emergente**: desafios e perspectivas possíveis. Conferência Paralela apresentada na *XI Conferência Interamericana de Educação Matemática (XI CIAEM)* – Educação Matemática & Desafios e Perspectivas, 2003. Disponível em: <<http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jfmatos/comunicacoes/cibeam.doc>> Acesso em: 3 jul. 2006.

_____. **Matemática, educação e desenvolvimento social**: questionando mitos que sustentam opções actuais em desenvolvimento curricular em matemática. Universidade de Lisboa. Faculdade de Ciências. Centro de Investigação em Educação. Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jfmatos/comunicacoes/jfm_seminario_pa.pdf> Acesso em: 6 jan. 2009.

MATOS, J. F.; FERNANDES, E. **Aprender Matemática na escola versus ser matematicamente competente – que relação?** Actas do XV Seminário de investigação em

Educação Matemática. Lisboa. APM. 2004. Disponível em: <<http://dme.uma.pt/people/faculty/elsa.fernandes/artigos/SIEMI.pdf>> Acesso em: 2 jan. 2009.

MENDES, J. R.; GRANADO, R. C. **Múltiplos olhares: Matemática e produção de conhecimento**. São Paulo: Musa Editora, 2007. – (Musa educação matemática v. 3).

MICHAELIS. **Moderno Dicionário da Língua Portuguesa**. São Paulo: Melhoramentos, s. d. Disponível em: <<http://michaelis.uol.com.br/moderno/portugues/index.php?lingua=portugues-portugues&palavra=numeramento>> Acesso em: 27 jan. 2008.

MICOTTI, M. C. de O. O ensino e as propostas pedagógicas. In: BICUDO, M. A. V. **Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas**. São Paulo: Editora UNESP, 1999. – (Seminários e Debates).

MOREIRA, P. C.; DAVID, M. M. M. S. **A formação matemática do professor: licenciatura e prática docente escolar**. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

MORO, M. L. F. Aprender a somar/subtrair: uma construção em pareceria. In: PAVANELLO, R. M. (org.) **Matemática nas séries iniciais do ensino fundamental: a pesquisa e a sala de aula**. São Paulo: Biblioteca do educador matemático, 2004. Coleção SBEM – v. 2.

MORTATTI, M. do R. L. **Educação e letramento**. São Paulo: UNESP, 2004.

MOURA, M. L. S de; FERREIRA, M. C. **Projetos de pesquisa: elaboração, redação e apresentação**. Rio de Janeiro: EDUERJ, 2005.

MUNIZ, C. A criança das séries iniciais faz matemática? In: PAVANELLO, R. M. (org.) **Matemática nas séries iniciais do ensino fundamental: a pesquisa e a sala de aula**. São Paulo: Biblioteca do educador matemático, 2004. Coleção SBEM – v. 2.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS (1994). **Normas profissionais para o ensino da matemática**. Lisboa: Associação de Professores de Matemática e Instituto de Inovação Educacional. (tradução portuguesa de *Professional standards for teaching mathematics*, 1991).

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS (1998). **Normas para a avaliação em matemática escolar**. Lisboa: Associação de Professores de Matemática e Instituto de Inovação Educacional. (tradução portuguesa de *Assessment standards for school mathematics*, 1995).

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS (2008). **Princípios e normas para a matemática escolar**. Lisboa: Associação de Professores de Matemática e Instituto de Inovação Educacional. (tradução portuguesa de *Principles e standards for school mathematics*, 2000).

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. **Principles e standards for school mathematics**. United States, 2000. Disponível em: <<http://standards.nctm.org/>>. Acesso em: 13 jul. 2008.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. **Curriculum focal points for prekindergarten though grade 8 mathematics: a quest for coherence**. United States, 2006. Disponível em: <<http://www.nctm.org/standards/content.aspx?id=270>> Acesso em: 30 dez. 2008.

NUNES, T.; BRYANT, P. **Crianças fazendo matemática**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

NUNES, T. [et al.]. **Educação matemática 1: números e operações numéricas**. São Paulo: Cortez, 2005.

NÓVOA, A. (org.). **Os professores e sua formação**. Lisboa: Dom Quixote, 1992.

_____. **A formação de professores**. Universidade de Lisboa. [s.d.]

OCDE 2006. PISA 2006. **Marco de la evaluación**. Conocimientos y habilidades en Ciencias, Matemáticas y Lectura.

O'DONOGHUE, J. Irish Math. **Numeracy and Mathematics**. Soc. Bulletin 48 (2002), 47–55 47. Disponível em: <http://www.maths.tcd.ie/pub/ims/bull48/M48_02.pdf> Acesso em: 14 jul. 2008.

ONUCHIC, L. de La R.. Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V. **Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas**. São Paulo: Editora UNESP, 1999. – (Seminários e Debates).

PARRA, C.; SAIZ, I. [et. al.]. **Didática da matemática: reflexões psicopedagógicas**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

PEREZ, G. Prática reflexiva do professor de matemática. In: BICUDO, M. A. V., BORBA, M de C. (orgs.). **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. 2 ed. revisada. São Paulo: Cortez, 2005.

PINTO-FERREIRA, C. (coord.). **PISA 2006. Competências científicas dos alunos portugueses**. GAVE – Gabinete de Avaliação Educacional. Ministério da Educação. Edição eletrônica. Dezembro 2007. Disponível em: <http://www.gave.min-edu.pt/np3content/?newsId=156&fileName=relatorioPISA2006_versao1_rec.pdf> Acesso em: 3 out. 2008.

PISA 2003. Conceitos fundamentais em jogo na avaliação de literacia matemática. Gabinete de Avaliação Educacional do Ministério da Educação – GAVE. 1 ed. maio, 2004⁸⁷.

PISA 2006. Relatório Internacional – Resumo. O programa internacional de avaliação dos alunos (PISA). Disponível em: <http://www.inep.gov.br/download/_internacional/pisa/PISA2006-Resultados_internacionais_resumo.pdf> Acesso em: 4 fev. 2008.

PISA 2006. Estrutura da avaliação: conhecimentos e habilidades em Ciências, Leitura e Matemática. – Programa Internacional de Avaliação de Estudantes/OCDE – Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômicos; (tradução B&C Revisão de Textos S.C. Ltda.). – 1 ed. São Paulo: Moderna, 2007.

PONTE, J. P. da; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. 1 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

⁸⁷ Publicado originalmente pela OCDE em inglês e francês, sob os títulos: The PISA 2003 Assessment Framework: Mathematics, Reading, Science and Problem Solving Knowledge e Skills-Cadre d'évaluation de PISA 2003, pages 23-102: Connaissances et compétences en mathématiques, lecture, science et résolution de problèmes, pages 23-102, 2003, Organisation for Economic Co-operation and Development (OCDE).

PONTE, João P. da. **Literacia matemática**. Comunicação apresentada no Congresso Literacia e Cidadania, Convergências e Interface, realizado pelo Centro de Investigação em Educação “Paulo Freire” da Universidade de Évora, de 28 a 30 de maio de 2002, publicado nas Actas em CD-ROM com o n.º 37. Disponível em: <[http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/02-Ponte%20\(Literacia-Evora\).pdf](http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/02-Ponte%20(Literacia-Evora).pdf)> Acesso em: 23 fev. 2008.

Programa para la Evaluación Internacional de Alunos. Informe PISA 2003. Aprender para el mundo del mañana. Santillana Educación S.L., 2005 para la edición española. OCDE 2004.

SAEB 2005. **Primeiros resultados**: médias de desempenho do SAEB/2005 em perspectiva comparada. MEC/INEP, fev 2007. Disponível em: <http://www.inep.gov.br/salas/download/prova_brasil/Resultados/Saeb_resultados95_05_UF.pdf> Acesso em: 3 fev. 2008.

SANTALÓ, L. A. Matemática para não-matemáticos. In: PARRA, C.; SAIZ, I. [et. al.]. **Didática da matemática**: reflexões psicopedagógicas. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

SCANDIUZZI, Pedro Paulo. **Água e Óleo: modelagem e etnomatemática?** s.d. Disponível em: <<http://www.ethnomath.org/resources/brazil/agua-e-oleo.pdf>> Acesso em: 3 fev. 2008.

SCHLIEMANN, A.; CARRAHER, D. (org.). **A compreensão de conceitos aritméticos**: ensino e pesquisa. Campinas, SP: Papirus, 1998. – (Perspectivas em educação matemática).

SCHLIEMANN, A. Da matemática da vida diária à matemática da escola. In: SCHLIEMANN, A.; CARRAHER, D. (org.). **A compreensão de conceitos aritméticos**: ensino e pesquisa. Campinas, SP: Papirus, 1998. – (Perspectivas em educação matemática).

SCHOENFELD, A. (1996). Porquê toda esta agitação acerca da resolução de problemas? In: ABRANTES, P.; LEAL, L. C.; PONTE, J. P. (Eds.). **Investigar para aprender matemática**. Lisboa: APM e Projecto MPT. (Artigo originalmente publicado em 1991 na revista ZDM). Disponível em: <<http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/fdm/textos/schoenfeld%2091.pdf>> Acesso em: 5 jan. 2009.

SELVA, A. C. V. Discutindo o uso de materiais concretos na resolução de problemas de divisão. In: SCHLIEMANN, A.; CARRAHER, D. (org.). **A compreensão de conceitos aritméticos**: ensino e pesquisa. Campinas, SP: Papirus, 1998. – (Perspectivas em educação matemática).

SILVA, A.; VELOSO, E.; PORFÍRIO, J; ABRANTES, P. **O Currículo de Matemática e as Atividades de Investigação**. Disponível em: <<http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/fdm/textos/silva-etc%2099.pdf>> Acesso em: 12 jan. 2009.

SILVA, E. M. da. **Reflexões acerca do letramento**: origem, contexto histórico e características. Centro de Referência em Educação de Jovens e Adultos – Cereja. Disponível em: <http://www.cereja.org.br/pdf/20041105_Elson.pdf> Acesso em: 3 nov. 2007.

SKOVSMOSE, O. **Educação crítica**: incerteza, matemática, responsabilidade. São Paulo: Cortez, 2007.

SOARES, M. **Letramento**: um tema em três gêneros. 2 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

SOARES, M. T. C. (coord.). **Matemática: projeto alternativo**. São Paulo: Editora do Brasil, 1991. (Coleção de matemática: projeto alternativo) GPREM – Grupo Paranaense de Educação Matemática.

SOARES, M. T. C. **A formação do professor pela pesquisa na universidade e na escola:** investigando situações de ensino de matemática. Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/seminario_curitiba_files/Maria%20Tereza.doc> Acesso em: 2 jan. 2009.

SOUZA, M. C. R. F. de. **Configurações das relações entre Gênero e as Práticas de Numeramento de Alunas e Alunos da Educação de Pessoas Jovens e Adultas – EJA**. Programa de Pós-Graduação em Educação. Universidade Federal de Minas Gerais – UFMG. Disponível em: <<http://www.faeufmg.br:8080ebrapem/resumos/12-03res.pdf>> Acesso em: 1 maio 2008.

SPINILLO, A. G. O sentido de número e sua importância na educação matemática. In: BRITO, M. R. F. de (org.). **Solução de problemas e a matemática escolar**. Campinas, SP: editora Alínea, 2006.

_____. O conhecimento matemático de crianças antes do ensino da matemática na escola. **Educação Matemática em Revista**. SBEM, ano II, n.º 3, 2.º sem. 1994.

SPINILLO, A. G; MAGINA, S. Alguns mitos sobre a educação matemática e suas consequências para o ensino fundamental. In: PAVANELLO, R. M. (org.) **Matemática nas séries iniciais do ensino fundamental: a pesquisa e a sala de aula**. São Paulo: Biblioteca do educador matemático, 2004. Coleção SBEM – v. 2.

RAMALHO, G. (org.). **PISA 2000: Conceitos fundamentais em jogo na avaliação de literacia matemática e competências dos alunos portugueses**. Gabinete de Avaliação Educacional do Ministério da Educação – GAVE. Lisboa. 1.ª ed. dez. 2002. Disponível em: <www.gave.pt> Acesso em: 2 jun. 2007.

_____. **Resultado do Estudo Internacional do PISA**. Gabinete de Avaliação Educacional do Ministério da Educação – GAVE. Lisboa. 1 ed. dez. 2004. Disponível em: <www.gave.pt>. Acesso em: 4 fev. 2008.

Relatório da Comissão de Inquérito sobre o ensino de matemática nas escolas sob a presidência do Dr. WH Cockcroft. **O Relatório Cockcroft: Matemática contagens**. Londres: Her Majesty's Stationery Office 1982.

SEIDL-DE-MOURA, M. L. & FERREIRA, M. C. **Projetos de pesquisa: elaboração, redação e apresentação**, Rio de Janeiro: EDUERJ, 2005.

Tabelas com os resultados dos países nas edições do PISA 2000-2006. Disponível em: <http://www.inep.gov.br/download/internacional/pisa/Pisa_desempenho_2006_doc>. Acesso em: 4 fev. 2008.

TARDIF, M. **Saberes docentes e formação profissional**. Petrópolis, RJ: Vozes, 2002.

TOLEDO, M. E. R. de O. Alfabetismo, escolarização e educação matemática: reflexões de uma professora de matemática. In: FONSECA, M. da C. F. R. (org.) **Letramento no Brasil: habilidades matemáticas**. São Paulo: Global: Ação Educativa Assessoria, Pesquisa e Informação: Instituto Paulo Montenegro, 2004.

_____. **Numeramento, metacognição e aprendizagem matemática de jovens e adultos.** Disponível em: <<http://www.anped.org.br/reunioes/25/excedentes25/mariaelenaoliveiratoledot18.rtf>> Acesso em: 14 jun. 2008.

VASCOLCELOS, L. Problemas de adição e subtração: modelos teóricos e práticos de ensino. In: SCHLIEMANN, A.; CARRAHER, D. (org.). **A compreensão de conceitos aritméticos:** ensino e pesquisa. Campinas, SP: Papirus, 1998. – (Perspectivas em educação matemática).

VERGNAUD, G. A teoria dos campos conceituais. In: BRUN, J. **Didática das matemáticas.** Lisboa: Instituto Piaget, 1996.

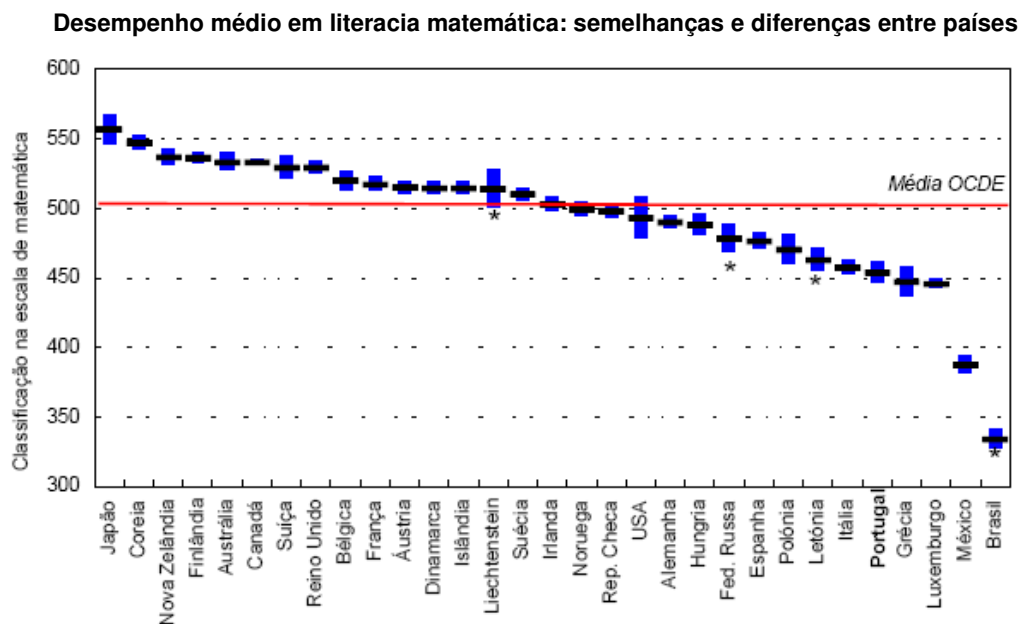
ZUNINO, D. L. de. **A matemática na escola: aqui e agora.** 2 ed. Porto Alegre: Artmed, 1995.

WASELFISZ, J. J. Relatório de desenvolvimento juvenil 2003. Brasília: Unesco, 2004, p. 57. in: MORTATTI, M. do R. L. **Educação e letramento.** São Paulo: UNESP, 2004.

WESCHENFELDER, M. H. **A matematização como processo formativo:** uma experiência em educação de pessoas jovens, adultas e idosas. Disponível em: <http://www.cereja.org.br/arquivos_upload/TrabalhoSala0206.pdf> Acesso em: 17 jul. 2008.

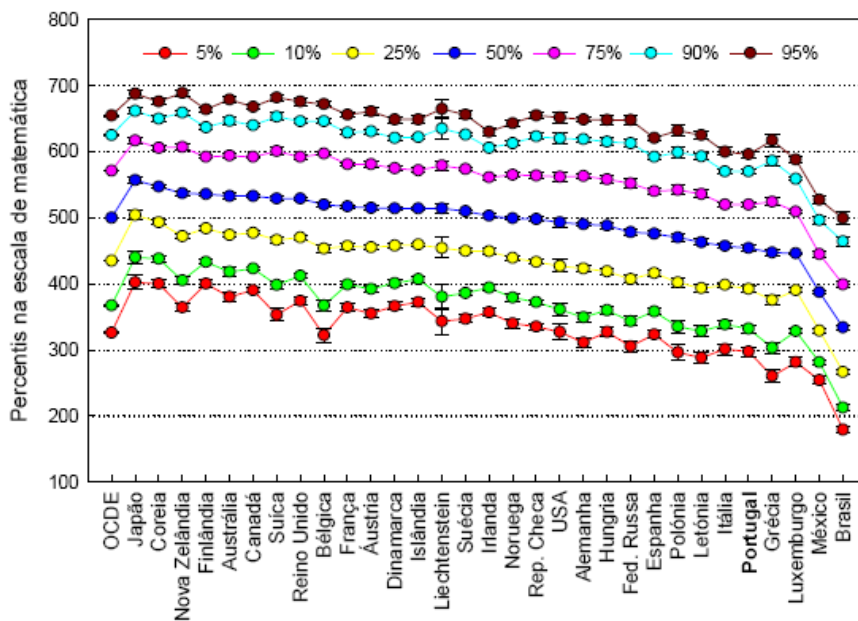
7. ANEXOS

7.1. Distribuição do desempenho dos alunos na escala global de letramento em matemática – PISA 2000.



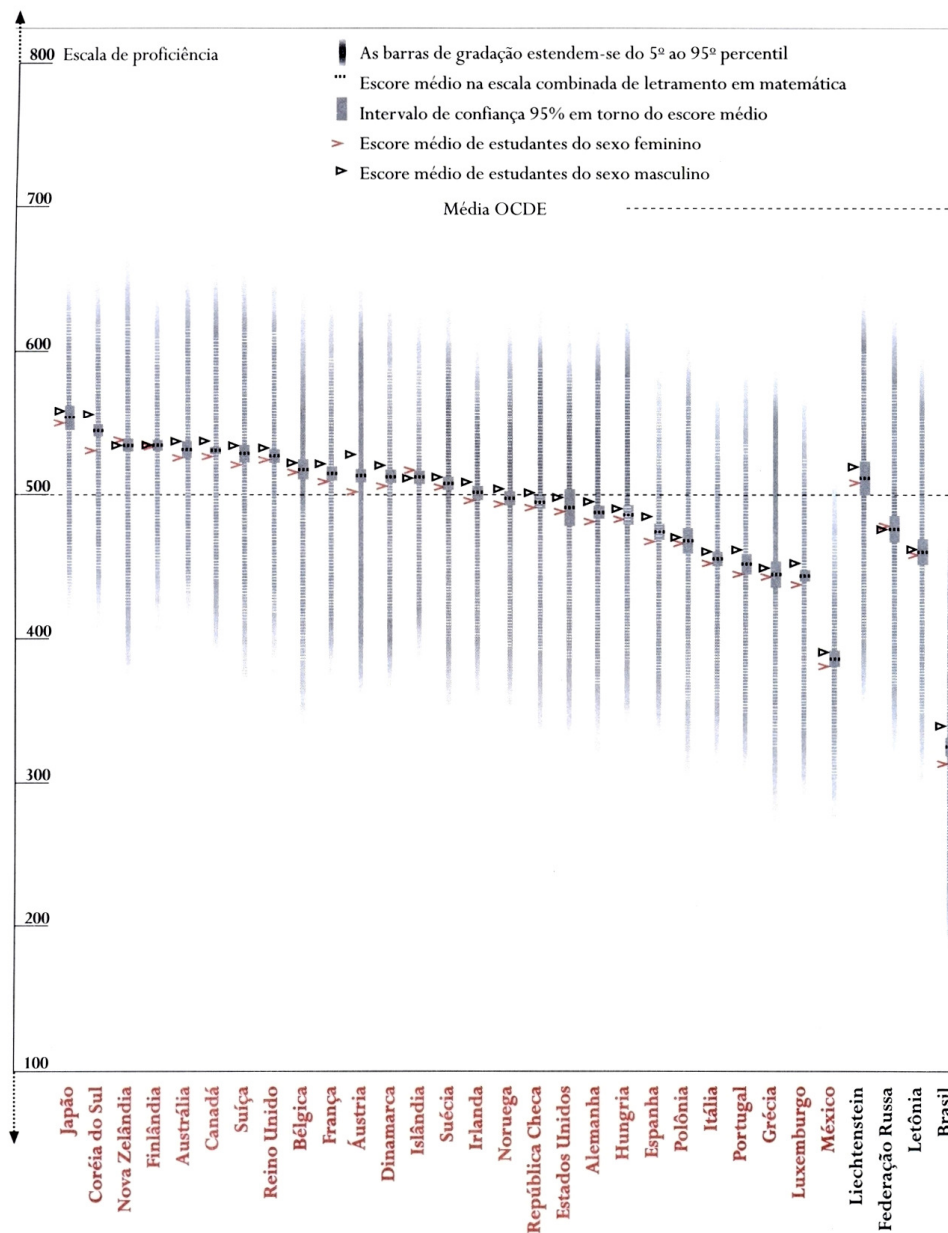
FONTE: RAMALHO, Glória (org.). **PISA 2000: Conceitos fundamentais em jogo na avaliação de literacia matemática e competências dos alunos portugueses.** Gabinete de Avaliação Educacional do Ministério da Educação – GAVE. Lisboa. 1 ed. dez. 2002. Disponível em: <www.gave.pt> Acesso em: 2 jun. 2007, p. 10.

Distribuição percentual dos alunos na escala de letramento em matemática



FONTE: RAMALHO, Glória (org.). **PISA 2000: Conceitos fundamentais em jogo na avaliação de literacia matemática e competências dos alunos portugueses.** Gabinete de Avaliação Educacional do Ministério da Educação – GAVE. Lisboa. 1 ed. dez. 2002. Disponível em: <www.gave.pt> Acesso em: 2 jun. 2007, p. 11.

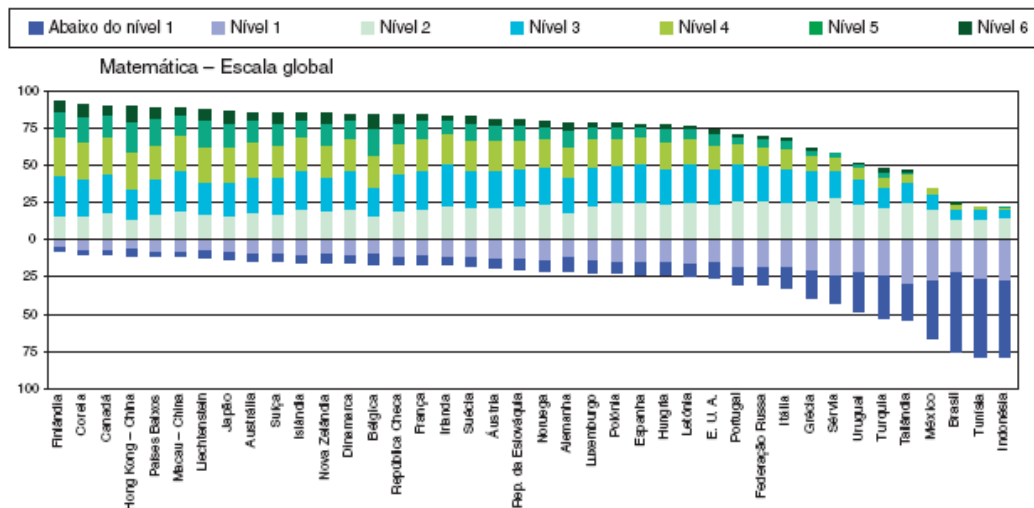
Distribuição do desempenho dos estudantes na escala de letramento em matemática



FONTE: **Conhecimentos e atitudes para a vida**: resultados do PISA 2000 – Programa Internacional de Avaliação de Estudantes/OCDE – Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômicos; (tradução B&C Revisão de Textos S.C. Ltda.). – 1 ed. São Paulo: Moderna, 2003, p. 88.

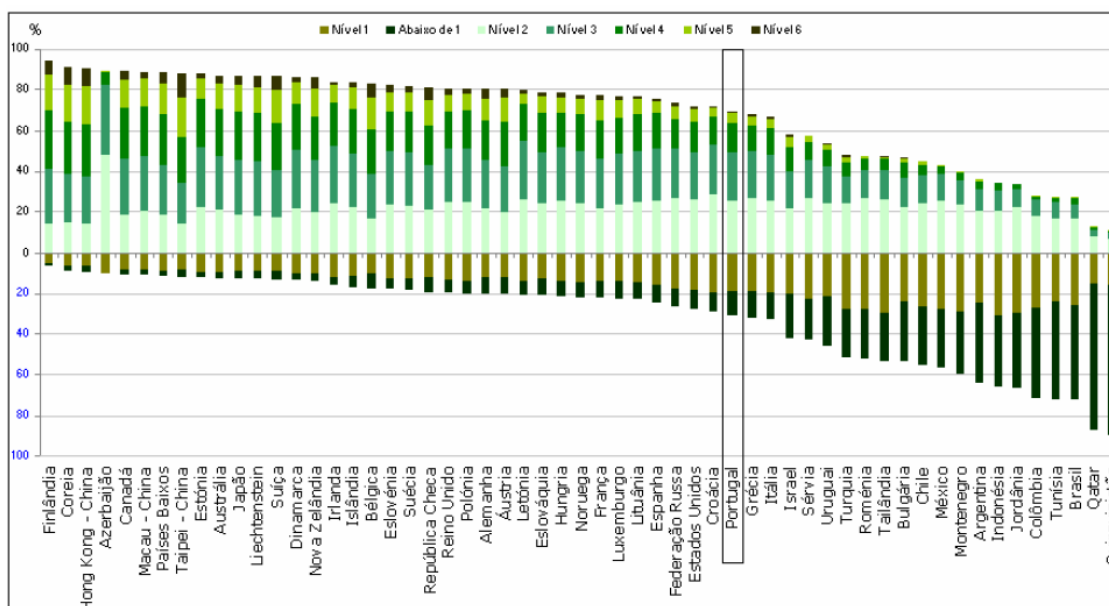
7.2. Distribuição do desempenho dos alunos na escala global de letramento em matemática – PISA 2003.

Os países estão ordenados por ordem decrescente de percentagem agregada dos níveis 2 a 6



FONTE: RAMALHO, Glória (org.) **Resultado do Estudo Internacional do PISA**. Gabinete de Avaliação Educacional do Ministério da Educação – GAVE. Lisboa. 1.ª ed. dez. 2004. Disponível em: <www.gave.pt>. Acesso em: 4 fev. 2008.

7.3. Distribuição do desempenho dos alunos na escala global de letramento em matemática – PISA 2006.



FONTE: PINTO-FERREIRA, Carlos (coord.). **PISA 2006. Competências científicas dos alunos portugueses**. GAVE – Gabinete de Avaliação Educacional. Ministério da Educação. Edição eletrônica. Dezembro 2007. Disponível em: <http://www.gave.min-edu.pt/np3content/?newsId=156&fileName=relatorioPISA2006_versoa1_rec.pdf> Acesso em: 3 out. 2008. p. 57.

7.4. Pisa – Resultado comparativo do desempenho em matemática

2000			2003			2006		
Clas.	País	Média	Clas.	País	Média	Clas.	País	Média
1	HOLANDA	563,82	1	HONG KONG	550,38	1	CHINA (TAIWAN)	549,36
2	HONG KONG	560,45	2	FINLÂNDIA	544,29	2	FINLÂNDIA	548,36
3	JAPÃO	556,61	3	COREIA	542,23	3	HONG KONG	547,46
4	COREIA	546,84	4	HOLANDA	537,82	4	COREIA	547,46
5	NOVA ZELÂNDIA	536,87	5	LIECHTENSTEIN	535,80	5	HOLANDA	530,65
6	FINLÂNDIA	536,16	6	JAPÃO	534,14	6	SUIÇA	529,66
7	AUSTRÁLIA	533,32	7	CANADÁ	532,49	7	CANADÁ	527,01
8	CANADA	533,00	8	BELGICA	529,29	8	MACAO	525,00
9	SUIÇA	529,34	9	MACAO	527,27	9	LIECHTENSTEIN	524,97
10	REINO UNIDO	529,20	10	SUIÇA	526,55	10	JAPÃO	523,10
11	BELGICA	519,60	11	AUSTRÁLIA	524,27	11	NOVA ZELÂNDIA	521,99
12	FRANÇA	517,15	12	NOVA ZELÂNDIA	523,49	12	BELGICA	520,35
13	AUSTRIA	514,97	13	REPUBLICA TCHECA	516,46	13	AUSTRÁLIA	519,91
14	DINAMARCA	514,48	14	ISLÂNDIA	515,11	14	ESTÔNIA	514,58
15	ISLÂNDIA	514,43	15	DINAMARCA	514,29	15	DINAMARCA	513,03
16	LIECHTENSTEIN	514,05	16	FRANÇA	510,80	16	REP. TCHECA	509,86
17	SUECIA	509,77	17	SUÉCIA	509,05	17	ISLÂNDIA	505,54
18	IRLÂNDIA	502,91	18	REINO UNIDO	508,26	18	AUSTRIA	505,48
19	NORUEGA	499,42	19	AUSTRIA	505,61	19	ESLOVÊNIA	504,46
20	TCHECOSLOVÁQUIA	497,58	20	ALEMANHA	502,99	20	ALEMANHA	503,79
21	ESTADOS UNIDOS	493,15	21	IRLÂNDIA	502,84	21	SUÉCIA	502,36
22	ALEMANHA	489,80	22	TCHECOSLOVÁQUIA	498,18	22	IRLÂNDIA	501,47
23	HUNGRIA	488,04	23	NORUEGA	495,19	23	FRANÇA	495,54
24	RUSSIA	478,33	24	LUXEMBURGO	493,21	24	REINO UNIDO	495,44
25	ESPAÑA	476,31	25	POLÓNIA	490,24	25	POLÓNIA	495,43
26	POLÓNIA	470,11	26	HUNGRIA	490,01	26	ESLOVÁQUIA	492,11
27	LATVIA	462,81	27	ESPAÑA	485,11	27	HUNGRIA	490,94
28	ITÁLIA	457,35	28	LATVIA	483,37	28	LUXEMBURGO	490,00
29	PORTUGAL	453,74	29	ESTADOS UNIDOS	482,88	29	NORUEGA	489,85
30	GRECIA	446,89	30	FEDERAÇÃO RUSSA	468,41	30	LITUÂNIA	486,42
31	LUXEMBURGO	445,66	31	PORTUGAL	466,02	31	LETÔNIA	486,17
32	ISRAEL	432,97	32	ITÁLIA	465,66	32	ESPAÑA	479,96
33	TAILÂNDIA	432,30	33	GRÉCIA	444,91	33	AZERBAIJÃO	476,00
34	BULGÁRIA	429,62	34	SERVIA	436,87	34	RUSSIA	475,68
35	ROMENIA	425,53	35	TURQUIA	423,42	35	ESTADOS UNIDOS	474,35
36	ARGENTINA	387,60	36	URUGUAI	422,20	36	CROÁCIA	467,25
37	MÉXICO	387,29	37	TAILÂNDIA	416,98	37	PORTUGAL	466,16
38	CHILE	383,51	38	MÉXICO	385,22	38	ITÁLIA	461,69
39	MACEDÔNIA	381,33	39	INDONÉSIA	360,16	39	GRÉCIA	459,20
40	ALBÂNIA	381,21	40	TUNISIA	358,73	40	ISRAEL	441,86
41	INDONÉSIA	366,74	41	BRASIL	356,02	41	SERVIA	435,38
42	BRASIL	333,89		Total	456,38	42	URUGUAI	426,80
43	PERU	292,07				43	TURQUIA	423,94
	Total	450,44				44	TAILÂNDIA	417,07
						45	ROMENIA	414,80
						46	BULGÁRIA	413,45
						47	CHILE	411,35
						48	MÉXICO	405,65
						49	MONTE NEGRO	399,31
						50	INDONÉSIA	391,01
						51	JORDÂNIA	384,04
						52	ARGENTINA	381,25
						53	COLOMBIA	369,98
						54	BRASIL	369,52
						55	TUNISIA	365,48
						56	CATAR	317,96
						57	QUIRZQUISTAO	310,58
							Total	454,12

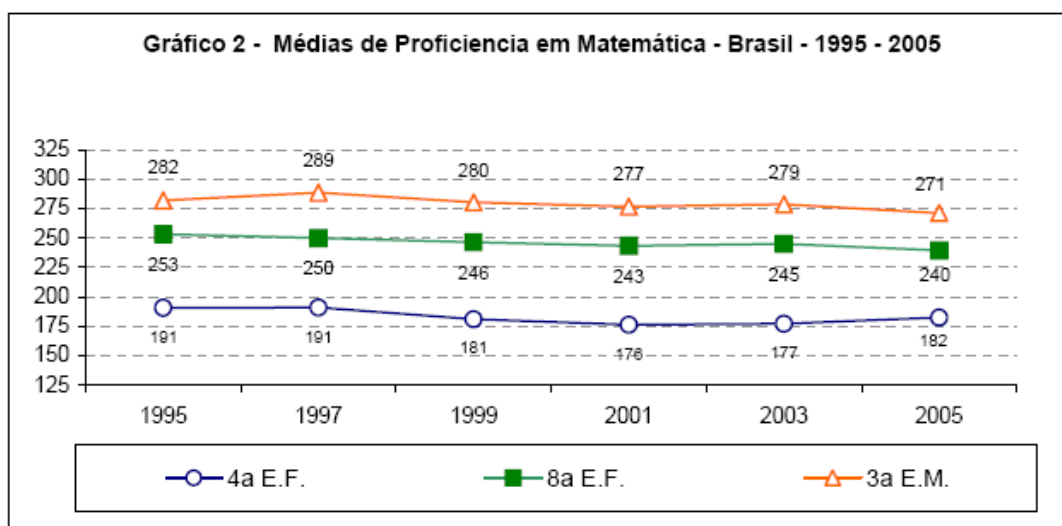
FONTE:

http://www.inep.gov.br/download/internacional/pisa/Pisa_desempenho_2006.doc. Acesso em: 4 fev. 2008.

7.5. Tabela e gráfico apresentados no estudo comparativo SAEB – 2005

**Tabela 2– Médias de Proficiência em Matemática
Brasil
1995 – 2005**

Série	1995	1997	1999	2001	2003	2005	Dif.	Sig.
4a Série do E.F.	190,6 (1,5)	190,8 (1,2)	181,0 (0,9)	176,3 (0,8)	177,1 (0,8)	182,4 (0,9)	5,3	*
8a Série do E.F.	253,2 (1,9)	250,0 (2,1)	246,4 (1,1)	243,4 (1,2)	245,0 (1,1)	239,5 (1,1)	-5,5	*
3a Série do E.M.	281,9 (2,6)	288,7 (3,0)	280,3 (1,7)	276,7 (1,3)	278,7 (1,4)	271,3 (1,8)	-7,4	*



Observação:

- As médias nos anos de 1995, 2003 e 2005, foram estimadas incluindo o estrato de escolas públicas e federais.
- Em todos os anos, a zona rural foi avaliada e incluída para a estimativa das médias apenas na 4.ª série.
- Para a composição do estrato rural não foi incluída a Região Norte em 1997 e em 1999 e 2001, apenas participaram os estados da Região Nordeste, Minas Gerais e o Mato Grosso.

FONTE: SAEB 2005. Primeiros resultados: médias de desempenho do SAEB/2005 em perspectiva comparada. MEC/INEP, fev. 2007.

7.6. Matriz de referência para alunos de 4.^a série do Ensino Fundamental na área de matemática – SAEB

▪ Espaço e forma:

- D1 – Identificar a localização/movimentação de objeto em mapas, croquis e outras representações gráficas.
- D2 – Identificar propriedades comuns e diferenças entre poliedros e corpos redondos, relacionando figuras tridimensionais com suas planificações.
- D3 – Identificar propriedades comuns e diferenças entre figuras bidimensionais pelo número de lados, pelos tipos de ângulos.
- D4 – Identificar quadriláteros observando as posições relativas entre seus lados (paralelos, concorrentes, perpendiculares).
- D5 – Reconhecer a conservação ou modificação de medidas dos lados, do perímetro, da área em ampliação e/ou redução de figuras poligonais usando malhas quadriculadas.

▪ Grandezas e medidas:

- D6 – Estimar a medida de grandezas utilizando unidades de medida convencionais ou não.
- D7 – Resolver problemas significativos utilizando unidades de medida padronizadas como km/m/cm/mm, kg/g/mg, l/ml.
- D8 – Estabelecer relações entre unidades de medida de tempo.
- D9 – Estabelecer relações entre o horário de início e término e /ou o intervalo da duração de um evento ou acontecimento.
- D10 – Num problema, estabelecer trocas entre cédulas e moedas do sistema monetário brasileiro, em função de seus valores.
- D11 – Resolver problema envolvendo o cálculo do perímetro de figuras planas, desenhadas em malhas quadriculadas.
- D12 – Resolver problema envolvendo o cálculo ou estimativa de áreas de figuras planas, desenhadas em malhas quadriculadas.

▪ Números e Operações / Álgebra e funções

- D13 – Reconhecer e utilizar características do sistema de numeração decimal, tais como agrupamentos e trocas na base 10 e princípio do valor posicional.
- D14 – Identificar a localização de números naturais na reta numérica.
- D15 – Reconhecer a decomposição de números naturais nas suas diversas ordens.
- D16 – Reconhecer a composição e a decomposição de números naturais em sua forma polinomial.
- D17 – Calcular o resultado de uma adição ou subtração de números naturais.
- D18 – Calcular o resultado de uma multiplicação ou divisão de números naturais.
- D19 – Resolver problema com números naturais, envolvendo diferentes significados da adição ou subtração: juntar, alteração de um estado inicial (positiva ou negativa), comparação e mais de uma transformação (positiva ou negativa).
- D20 – Resolver problema com números naturais, envolvendo diferentes significados da multiplicação ou divisão: multiplicação comparativa, idéia de proporcionalidade, configuração retangular e combinatória.
- D21 – Identificar diferentes representações de um mesmo número racional.
- D22 – Identificar a localização de números racionais representados na forma decimal na reta numérica.
- D23 – Resolver problema utilizando a escrita decimal de cédulas e moedas do sistema monetário brasileiro.
- D24 – Identificar fração como representação que pode estar associada a diferentes significados.
- D25 – Resolver problema com números racionais expressos na forma decimal envolvendo diferentes significados da adição ou subtração.
- D26 – Resolver problema envolvendo noções de porcentagem (25%, 50%, 100%).

▪ Tratamento da informação

- D27 – Ler informações e dados apresentados em tabelas.
- D28 – Ler informações e dados apresentados em gráficos (particularmente em gráficos de colunas).

7.7. Roteiro para as entrevistas com professores

1. Nome:
2. Tempo de atuação no magistério:
3. Série em que atua:
4. Experiência em séries anteriores:
5. Comente sobre o trabalho que você realiza em matemática.
 - a. Como inicia o trabalho com um determinado conteúdo.
 - b. Que tipo de atividades você considera importantes para a aprendizagem em matemática.
 - c. Como você seleciona e organiza os conteúdos escolares.
 - d. Como você vê a avaliação da aprendizagem matemática nesse processo.
6. Se você fosse orientar uma professora nova, sem experiência, sobre o processo de ensino e de aprendizagem em matemática, o que vocêalaria para ela?
7. Você já ouvir falar em numeralização, senso numérico, letramento em matemática ou matematização? O que sabe a respeito desses termos?
 - a. Em sua prática você desenvolve alguma atividade tendo em vista o desenvolvimento da numeralização, do senso numérico, do letramento em matemática ou da matematização? Que atividades são essas?
 - b. Que tipo de atividades você acredita que contribuem (ou que deveriam ser trabalhadas) para o desenvolvimento da numeralização, do senso numérico, do letramento em matemática ou da matematização?