

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

FRANCISCO BARTOSIEWICZ NETTO

**PLANEJAMENTO DE REDES DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA
ELÉTRICA VIA PROGRAMAÇÃO LINEAR CONVEXA**

CURITIBA

2008

FRANCISCO BARTOSIEVICZ NETTO

**PLANEJAMENTO DE REDES DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA
ELÉTRICA VIA PROGRAMAÇÃO LINEAR CONVEXA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, Área de Concentração em Programação Matemática, Departamentos de Construção Civil e de Matemática, Setores de Tecnologia e de Ciências Exatas, Universidade Federal do Paraná, como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre em Ciências

Orientador: Prof. Dr. Arinei Carlos Lindbeck
Silva

CURITIBA

2008

TERMO DE APROVAÇÃO

FRANCISCO BARTOSIEVICZ NETTO

PLANEJAMENTO DE REDES DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA VIA
PROGRAMAÇÃO LINEAR CONVEXA

Dissertação aprovada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Ciências no Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia - Área de Concentração em Programação Matemática, Setores de Tecnologia e de Ciências Exatas, pela seguinte banca examinadora:

Orientador: Prof. Arinei Carlos Lindbeck Silva, D. Eng.
Programa de Pós-Graduação em
Métodos Numéricos em Engenharia, UFPR

Prof^a. Neida Maria Patias Volpi, D. Eng.
Programa de Pós-Graduação em
Métodos Numéricos em Engenharia, UFPR

Prof. Alexandre Rasi Aoki, D. Eng.
Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Elétrica, UFPR

Curitiba, 3 de abril de 2008.

Dedicatória

À minha avó, Glaucia Fava Ribeiro de Carvalho.

In Memoriam.

Agradecimentos

Agradeço, antes de tudo, a Deus pela minha vida, família, amigos, saúde, disposição e capacitação para aprender e poder fazer este trabalho, mas principalmente pelo Seu amor por nós.

Agradeço a meu pai, Silvio Bartosiewicz, por me incentivar a nunca parar de estudar e a minha mãe, Regina F. R. de Carvalho, pelo exemplo de nunca desistir no meio da jornada, pois uma hora a vitória chega.

Agradeço à Rosilene G. P. Vriesman, por sempre estar a meu lado, me levantando quando quis esmorecer; sendo a força que não tive em muitos momentos até o fim deste trabalho chegar. A você, meu amor e carinho.

Agradeço ao Prof. Arinei Carlos Lindbeck Silva que aceitou me orientar, sempre com muita disposição, bom humor e principalmente paciência quando eu me perdia na jornada deste trabalho. À Prof^a Neida Maria Patias Volpi, que desde a graduação sempre me ajudou quando precisei. Ao Prof. Alexandre Rasi Aoki, pelos conselhos e dicas tão valorosas a este trabalho e por ter aceitado ser um dos avaliadores deste trabalho.

Agradeço a Maristela Brandil, secretária do Centro de Estudos de Engenharia Civil - Cesec, por estar sempre disposta a ajudar e servir com alegria os alunos e professores que passam a cada dia na secretaria do Cesec.

Aos meus bons amigos, Marco Aurélio Silva Neto e Ricardo Alexandre Valgas, pelos momentos de descontração neste mestrado. Tenha certeza absoluta de que sem a ajuda de vocês, não chegaria até aqui. Valeu!

Francisco Bartosiewicz Netto

Epígrafe

“Se você confessar com a sua boca que Jesus é Senhor e crer em seu coração que Deus o ressuscitou dentre os mortos, serás salvo”.
(Romanos 10:9)

“Não andem ansiosos por coisa alguma, mas em tudo, pela oração e súplicas, e com ação de graças, apresentem seus pedidos a Deus”.
(Filipenses 4:6)

Resumo

Na atualidade, a busca pela minimização dos custos em setores como indústria e comércio, entre outros, tem motivado o estudo de ferramentas para alcançar tal objetivo. Nessa busca, também estão as companhias de distribuição de energia elétrica, que além da diminuição dos custos, visam a melhoria do atendimento aos seus clientes, tanto no aumento da demanda, quanto no atendimento a novos clientes. Isso tem feito com que modelos matemáticos sejam desenvolvidos para a otimização dos recursos utilizados no projeto, manutenção e expansão das redes de distribuição de energia elétrica, ou seja, os modelos tentam apresentar o melhor planejamento para a rede. Estes modelos tem sido desenvolvidos, estudados e analisados a mais de 40 anos no mundo todo. O presente trabalho teve a preocupação de estudar estes modelos, propondo um novo modelo matemático, utilizando os princípios da Pesquisa Operacional, através da Programação Linear Convexa, com o objetivo de atender a crescente demanda durante um período de planejamento, minimizando os custos com instalação e manutenção de trechos do sistema, as perdas de energia elétrica que ocorrem na rede, além de um indicador de confiabilidade, a taxa de falha dos trechos. Neste modelo proposto, consideraram-se restrições de configuração radial, limites de corrente nos trechos e tensão nos nós de demanda, capacidade das subestações, além do atendimento às demandas. O modelo identifica se novos trechos ou subestações são necessários para atender as demandas atuais e futuras. O algoritmo desenvolvido para executar o modelo utiliza dados topológicos e técnicos, gerando com isso as restrições e a função objetivo a ser minimizada, retornando após a execução do modelo, a solução ótima. Tal modelo foi implementado no *software Lingo* e a interface com o usuário, na linguagem de programação *Visual Basic*. Testes foram feitos com uma rede pequena para ajustes da programação e após essa etapa foram realizados testes com dados reais de uma subestação da cidade de Curitiba e de toda a cidade de Cascavel.

Palavras-chave: rede de distribuição de energia elétrica, programação linear convexa, otimização de custos.

Abstract

In the present, the search for minimization of expenses in sectors like industry and economy, among others, has been caused the study of tools to reach such objective. In this search, there are also the distribution utilities, which besides the reduction of the expenses, aim at the improvement of the service to their clients, so much in the increase of the demand of the service, how much in the service to new clients. That has been done that mathematical models have been developed for the optimization of resources used in the design, maintenance and enlargement of the distribution network of electric energy, in other words, the models try to present the best projection for the net. These models have been developed, studied and analysed more than 40 years in all the world. The present work had the preoccupation in studying these models, proposing a new mathematical model, using the beginnings of the Operational Research, through the Goal Programming and the Linear Convex Programming, with the objective to attend the growing demand during a period of projection, minimizing costs with installation and maintenance of passages of the system and of the losses of electric energy that takes place in the net, besides an indicator of reliability, the tax of fault of the passages. In this proposed model, they were considered restrictions of radial configuration, limits of current in the passages and tension in the knots of demand, capacity of the substations, besides the service to the laws of Kirchhoff for current (that is the service the demands). The model identifies if new passages or substations are necessary to attend the current and future demands. The algorithm when the model was developed to execute uses topographical and technical data, producing with that the restrictions and the function I aim when the best solution is being minimized, returning after the execution of the model. Such a model was implemented in the software Lingo, and the guide user interface, in the programming language Visual Basic. Tests were done by a small net for agreements of the planning and after this stage tests were carried out with real data of electric nets, a substation from the city of Curitiba and the all city of Cascavel.

Key-words: net of distribution of electric energy, linear convex programming, optimization of costs.

Lista de Figuras

2.1	Fluxograma para o Método <i>Simplex</i>	26
3.1	Exemplo de uma rede de distribuição de energia elétrica	30
3.2	Configuração adaptada de Aoki (1990)	32
3.3	Curva Fluxo \times Custo/ <i>km</i> para os cabos em função de várias bitolas	36
3.4	Combinação convexa de x_i	37
3.5	Exemplo de conjunto não convexo formando por retas	40
3.6	Curva Fluxo \times Custo/ <i>km</i> para uma única bitola	41
3.7	Existência de b trechos entre dois nós de demanda	41
4.1	Alimentador representado por nó	49
4.2	Alimentador representado por trecho	49
5.1	Programa desenvolvido para o cálculo do planejamento	61
5.2	Botões para o carregamento dos dados	61
5.3	Botão para solucionar o modelo	62
5.4	Resultados função objetivo e número de iterações	62
5.5	Menu com as opções de salvar	63

6.1	Localização dos nós de demanda rotulados - rede exemplo	66
6.2	Trechos possíveis no planejamento - rede exemplo	66
6.3	Solução do 1º período do planejamento - rede exemplo	67
6.4	Solução do 2º período do planejamento - rede exemplo	67
6.5	Solução do 3º período do planejamento - rede exemplo	67
6.6	Localização dos nós de demanda rotulados - rede Batel	69
6.7	Trechos possíveis no planejamento - rede Batel	69
6.8	Solução do 1º período do planejamento - rede Batel	70
6.9	Solução do 2º período do planejamento - rede Batel	70
6.10	Localização dos nós de demanda não rotulados - rede Cascavel	72
6.11	Trechos possíveis no planejamento - rede Cascavel	73
6.12	Solução do planejamento - rede Cascavel	73
B.1	Localização dos nós de demanda rotulados - rede Cascavel	97

Lista de Tabelas

2.1	<i>Tableau</i> da Forma Canônica	24
2.2	<i>Tableau</i> de uma iteração do Método <i>Simplex</i>	27
4.1	Tensão Nominal superior ou igual a 1kV e inferior a 69 kV	52
5.1	Exemplo de dados topológicos de uma rede	59
5.2	Exemplo de dados técnicos de uma rede	60
6.1	Resultados obtidos - rede exemplo	68
6.2	Resultados obtidos - rede Batel	71
A.1	Dados topológicos - rede Batel	79
A.2	Dados técnicos - rede Batel	80
A.3	Dados topológicos - rede Cascavel continua	81
A.4	Dados técnicos - rede Cascavel continua	86
B.1	Resultados obtidos - rede Cascavel continua	91

Sumário

1	Introdução	14
1.1	O problema	14
1.2	Objetivos	16
1.2.1	Objetivo geral	16
1.2.2	Objetivos específicos	16
1.3	Justificativa	16
1.4	Planejamento de Redes de Energia Elétrica	17
1.5	Estrutura do trabalho	18
2	Fundamentação Teórica	19
2.1	Modelagem Matemática e Pesquisa Operacional	19
2.2	Programação Linear	21
2.3	Método <i>Simplex</i>	22
2.3.1	Método das Duas Fases	25
2.3.2	Método do Big-M	26
2.4	Programação Linear Inteira	27

2.5	Programação Quadrática	28
3	Revisão Bibliográfica	29
3.1	Modelos de planejamento de redes elétricas	29
3.2	Modelo Binário	31
3.3	Modelos Convexos	35
3.3.1	Modelo de Farrag	36
3.3.2	Modelo de Bartosievicz	40
3.4	Outros modelos	47
4	Metodologia	48
4.1	Desenvolvimento do modelo matemático	48
4.2	Notações	53
4.2.1	Índices	53
4.2.2	Constantes	54
4.2.3	Variáveis	55
4.3	Modelo matemático	56
5	Implementação	57
5.1	Dados de entrada	57
5.1.1	Dados topológicos	57
5.1.2	Dados técnicos da rede	58

5.2	Execução do programa	60
5.3	Saída de dados	62
6	Aplicações e Análise dos Resultados	64
6.1	Rede Exemplo	64
6.2	Rede Batel	68
6.3	Rede Cascavel	72
7	Conclusões	75
	Referências Bibliográficas	77
A	Dados de entrada	79
A.1	Rede de distribuição - subestação Batel	79
A.2	Rede de distribuição - cidade Cascavel	81
B	Resultados - cidade Cascavel	91

Introdução

1.1 O problema

A energia elétrica é, tradicionalmente, utilizada para fornecer iluminação, força motriz, frio, calor, entre outras funções. Na atual economia, além dessas funções, dependem de energia elétrica as atividades de informática e telecomunicações que são a base para a expansão do setor industrial e para o setor de serviços que vem apresentando uma verdadeira explosão de crescimento. Para transportar a energia elétrica gerada nas usinas hidrelétricas, eólicas, térmicas ou outra fonte geradora, são necessárias as chamadas redes de transmissão e distribuição de energia elétrica. As redes de transmissão transportam a energia das usinas às subestações localizadas nas cidades e as redes de distribuição levam a energia das subestações para as residências, comércio e indústrias.

As redes de distribuição de energia elétrica são projetadas para atender a demanda atual e futura. Devido às limitações técnicas, em vários momentos existe a necessidade de expandi-lá para obter um melhor atendimento à demanda dos seus usuários. Como a expansão de uma rede elétrica requer prazos médios, esse estudo deve ser feito periodicamente, através do planejamento da distribuição.

Existe também o interesse por parte das empresas que gerenciam o fornecimento de energia elétrica, em diminuir os custos com a rede de distribuição de energia, dado que os cabos utilizados possuem capacidades de transmissão e custos diferentes, necessitando também de manutenção periódica. Os custos para as empresas são influenciados diretamente pela escolha dos cabos, pois parte da energia gerada ao ser transmitida é dissipada na forma de perdas técnicas na distribuição. Logo, a escolha dos cabos para compor a rede, deve ser feita com cuidado e planejamento para que a demanda seja atendida ao menor custo possível, tanto para as empresas quanto para os usuários.

Em uma rede de distribuição de energia o planejamento busca a melhor solução para o atendimento das demandas, sujeito às leis físicas e restrições econômicas. Mas não basta apenas a rede satisfazer os objetivos já citados, esta também deve apresentar confiabilidade. Pode-se referir à confiabilidade como sendo *“a probabilidade (no sentido heurístico de frequência relativa ao longo do tempo) de desempenho satisfatório do sistema. Constitui-se, portanto, numa função do desempenho médio do sistema no tempo e a sua realização é um problema de planejamento do sistema”* (CAMARGO, 1981, p. 71).

Existem vários indicadores da confiabilidade numa rede de distribuição de energia elétrica, dentre eles a taxa de falha devido a interrupção da transmissão da energia elétrica. Essa taxa é aplicada caso um determinado trecho da rede tenha sua transmissão de energia interrompida por algum fator. Esse será o indicador de confiabilidade incluído no estudo.

Este trabalho mostra um estudo sobre métodos que podem ser utilizados para solucionar o problema do planejamento da distribuição de energia elétrica e propõe uma variação destes. Dentre os métodos de resolução existentes, existem os heurísticos e os exatos. Neste trabalho foi dada ênfase aos métodos exatos e, dentro destes, os modelos matemáticos binário e convexo.

Dentre os modelos estudados, percebeu-se a dificuldade em utilizar o binário, pois, devido ao grande número de variáveis binárias na sua formulação, o mesmo torna-se inviável para a resolução de problemas reais de distribuição de energia elétrica. Já o modelo convexo, que elimina o uso de variáveis binárias, pode ser executado em casos reais, em que o número de variáveis aumentam consideravelmente. A partir deste procedimento encontra-se a solução para o problema considerado neste trabalho.

Após o estudos destes modelos é proposto um modelo convexo, que otimiza os custos com as instalações de subestações, alimentadores e cabos além de minimizar as perdas de energia, bem como o planejamento futuro da expansão da rede de distribuição de energia elétrica e um indicador de confiabilidade na rede.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo geral

Aprimorar o planejamento de redes de distribuição de energia elétrica buscando a solução ótima para os desafios técnicos envolvidos.

1.2.2 Objetivos específicos

- Estudar e discutir modelos matemáticos para o planejamento de redes de distribuição de energia elétrica.
- Apresentar um modelo matemático para o planejamento de redes de distribuição de energia elétrica, minimizando custos com instalação e manutenção de subestações, alimentadores e cabos, bem como um indicador de confiabilidade e as perdas de energia durante a distribuição, ao longo de um período de planejamento.
- Implementar o modelo proposto e aplicá-lo a redes reais.

1.3 Justificativa

Para o desenvolvimento e bem-estar da sociedade brasileira, desde os mais variados tipos de grandes indústrias, até as mais simples residências, seja na cidade ou no campo, o esforço em compreender, estudar e desenvolver metodologias apropriadas para o planejamento das redes de distribuição elétrica se faz necessário.

Visto de forma resumida, a importância de tal planejamento concerne no interesse das companhias de fornecimento de energia elétrica em prestar os melhores serviços para os seus usuários, suprindo a demanda dos mesmos. Para tal, é necessário otimizar seus custos, para então poder investir em novas instalações e, com isso, ampliar a abrangência e a qualidade dos seus serviços.

1.4 Planejamento de Redes de Energia Elétrica

Neste tema, enquadram-se os projetos destinados ao desenvolvimento de metodologias, técnicas e ferramentas de auxílio ao planejamento de sistemas elétricos, incluindo os segmentos de geração, transmissão e distribuição de energia elétrica, no âmbito do Sistema Interligado Nacional (SIN) ou dos sistemas isolados.

A aplicação ótima dos recursos destinados à expansão do sistema de distribuição necessita de suporte à tomada de decisões por parte do planejador. Este suporte deve ser suprido através de ferramentas computacionais e modelos matemáticos que permitam ter domínio sobre as variáveis de projeto. Torna-se, assim, importante o desenvolvimento de ferramentas computacionais de auxílio ao planejamento dos sistemas de distribuição, utilizando técnicas de inteligência artificial de suporte à decisão nas alternativas de expansão dos sistemas. A experiência do planejador deve ser agregada a essas ferramentas, integrando condições econômicas, redução de perdas elétricas e qualidade no fornecimento dos serviços.

Outro aspecto relevante é a universalização dos serviços de energia elétrica, que requer, entre outros aspectos (novos materiais, equipamentos e tecnologias), ferramentas de auxílio ao planejamento que incorporem demandas específicas de cada sistema, de modo a minimizar os investimentos na implantação das redes de distribuição, sem comprometer a qualidade e a confiabilidade do fornecimento e sem aumentar os custos de operação e manutenção do sistema.

No segmento de transmissão, quase toda a rede básica é composta de linhas e equipamentos com vida média na faixa de 20 a 30 anos de serviço, o que acarreta inevitável degradação da confiabilidade do sistema, agravada pela reconhecida sobrecarga do sistema existente. Torna-se importante, assim, o desenvolvimento de tecnologias de transmissão que permitam aumentar a capacidade de transporte e a confiabilidade do sistema, o que pode ser conseguido ou facilitado por meio de novos materiais e componentes, como os supercondutores, bem como o desenvolvimento de tecnologias otimizadas de transmissão.

De modo similar, o segmento de distribuição requer investimentos em novos materiais e componentes (cabos, conectores, isolantes, óleos, etc.), visando à redução de custos de operação e manutenção e a adequação dos índices de qualidade e confiabilidade dos serviços fornecidos, entre outros aspectos (redução de impactos socioambientais). Ressalta-se, também, a necessidade de adequação física da rede de distribuição a novas demandas (universalização do atendimento) e formas de geração (geração distribuída, cogeração), o que requer atenção especial em relação aos materiais e componentes do sistema de distribuição.¹

Este trabalho se restringirá apenas ao estudo e desenvolvimento das ferramentas computacionais e dos modelos matemáticos para as redes de distribuição de energia elétrica.

1.5 Estrutura do trabalho

Este trabalho está dividido em sete capítulos. Neste primeiro foi introduzido o problema abordado pelo trabalho. No segundo capítulo é apresentada a teoria básica necessária para o entendimento das metodologias discutidas adiante. No terceiro são apresentados três modelos matemáticos já existentes para o planejamento de redes elétricas e no quarto capítulo está o modelo matemático proposto por este trabalho.

No quinto capítulo é explicado com maiores detalhes a implementação do modelo proposto. No sexto capítulo são feitas aplicações e análises de resultados, num primeiro momento em uma rede teste para ajustes na programação. Após a etapa de ajustes o programa implementado foi utilizado em duas redes reais. Em seguida, apresentam-se as análises finais e conclusões com sugestões para trabalhos futuros. Por fim, são apresentadas as referências bibliográficas e apêndices.

¹Este texto foi extraído do site: http://www.aneel.gov.br/visualizar_texto.cfm?idtxt=1615 - acesso em 26/10/2008.

Fundamentação Teórica

Neste capítulo, são apresentados os conceitos de Modelagem Matemática, Pesquisa Operacional e algumas teorias e métodos sobre modelos de Programação Linear, de Programação Linear Inteira e de Programação Quadrática.

2.1 Modelagem Matemática e Pesquisa Operacional

A humanidade sempre tentou entender e resolver as dúvidas e desafios que surgiram ao longo do tempo, não só como superação à sua própria razão, mas também por uma questão de sobrevivência. E a medida em que esses desafios foram ficando cada vez mais complexos as ferramentas para solucioná-los não conseguiram acompanhar o mesmo ritmo, até que a matemática começou a ser desenvolvida como auxílio à ciência e utilizada para compreender observações na natureza e resolver seus problemas.

Como exemplo, pode-se citar Leonardo de Pisa (1170-1250), mais conhecido como Fibbonaci, que observou como a quantidade de coelhos originados a partir de um casal apresentava uma relação numérica, e com a ajuda da matemática surgiu a famosa “seqüência de Fibbonaci”, que modelou vários outros fenômenos da natureza, tais como: o número de camadas das cebolas, de folhas de uma alface, entre outros exemplos. Outro personagem que utilizou ferramentas matemáticas para descrever e modelar o universo que nos cerca é Johan Kepler (1571-1630), astrônomo e filósofo alemão, que viveu no século XVII. Kepler deduziu que as órbitas dos planetas são elípticas e também desenvolveu o primeiro modelo de telescópio para fazer observações astronômicas. O epitáfio que Kepler compôs para sua lápide mostra o que é usar a matemática para esse desvendar do universo: *“Medi os céus, e agora as sombras meço, no céu brilhou o espírito, e na terra descansa o corpo”*. (VENTURINI, 2003).

Pode-se então entender modelagem matemática como uma visão adaptada e, geralmente, simplificada, da realidade através de símbolos e equações matemáticas, com o cuidado de preservar o máximo possível as características que o fenômeno ou a situação observada tem. Segundo Goldbarg (2000, p. 2): “*Os modelos são representações simplificadas da realidade que preservam, para determinadas situações e enfoques, uma equivalência adequada*”.

Mas um modelo matemático precisa ter certas características, a simplificação da realidade não pode ser tamanha a ponto de uma solução obtida na resolução do modelo ser irreal. Por exemplo, em um problema de medir os cortes de uma chapa de madeira, os tamanhos de corte na solução serem negativos ou maior que o tamanho da chapa. Isso nos mostra que o modelo sempre deve ser validado. Puccini (1990) define: “*A validação consiste em confrontar a solução com os dados do sistema real e fazer extensa crítica. Caso se constate que alguns elementos tenham sido omitidos, ou excessivamente simplificados, há que se fazer revisões no modelo ou nos dados de entrada*”. Além do modelo ter que representar bem a realidade, é necessário que este seja exeqüível, ou seja, o modelo deve ser de “possível” resolução. Existem várias formulações que na medida em que a quantidade de informações aumentam, a sua execução torna-se difícil, e muitas vezes, impossível.

Finalmente, no processo de criação de um modelo, temos de forma resumida, como primeira etapa a definição do(s) *objetivo(s)*, que pode começar com a seguinte pergunta: o que se quer alcançar com esse modelo? Em seguida, definir o que serão as *variáveis de decisão* do modelo: custo, tamanho ou quantidades? E então como essas variáveis se relacionam, entre si e com as limitações do problema (muitas vezes “recursos”) ou do método utilizado para fazer a modelagem, que recebe o nome de *restrições*.

A Pesquisa Operacional (PO) é uma área da matemática que tem por objetivo, fornecer ferramentas para a modelagem matemática. Os principais modelos de PO são chamados de Programação Matemática, ressaltando aqui que o termo “programação” não tem a ver, diretamente, com programação de computadores, por mais que para a resolução dos modelos, seja utilizado o computador. Das ferramentas existentes para a modelagem será destacada a Programação Linear, a Programação Inteira e a Programação Quadrática, que são a base dos modelos apresentados nos próximos capítulos.

2.2 Programação Linear

A Programação Linear modela um problema através de uma função objetivo linear, com restrições também lineares, nas suas variáveis. George B. Dantzig (1914 - 2005), durante a segunda guerra mundial, desenvolveu a formulação geral da Programação Linear enquanto trabalhou na Força Aérea dos Estados Unidos e, como consequência dos seus trabalhos desenvolveu o método *Simplex* para encontrar a solução desse tipo de problemas em 1947, detalhado na próxima seção deste capítulo. Esse foi um significativo passo no sentido de tornar a Programação Linear uma ferramenta usada em larga escala na atualidade.

Os modelos de Programação Linear apresentam as seguintes características:

1. todas as funções envolvidas na formulação do problema são lineares;
2. associação das variáveis por uma função linear, que representarão os objetivos a serem alcançados. Esta função é chamada de *função objetivo*, e seu valor deve ser otimizado (maximizado ou minimizado);
3. as relações das variáveis entre si, dado pelas limitações do problema e do modelo, que serão representadas por um conjunto de equações e/ou inequações lineares. Essas relações são chamadas de *restrições do modelo*;
4. com relação às variáveis, elas devem possuir as seguintes características:
 - a) *Não negatividade*: todas as variáveis do modelo são maiores ou iguais a zero;
 - b) *Proporcionalidade*: a quantia consumida de um recurso por uma variável deve ser proporcional à influência que essa variável tem na solução final do problema e o peso de cada variável na função objetivo é proporcional ao seu valor;
 - c) *Aditividade*: o valor total da função objetivo é a soma das parcelas associadas a cada variável;
 - d) *Separabilidade*: pode-se identificar o custo ou o “consumo de recursos” de cada variável separadamente no problema;

- e) *Divisibilidade*: as variáveis pertencem aos números reais. Há problemas em que as variáveis podem assumir apenas valores inteiros, nestes casos, os problemas são modelados pela Programação Linear Inteira e em alguns problemas, as variáveis podem assumir somente os valores 0 (zero) ou 1 (hum), e nestes casos, os problemas são modelados pela Programação Linear Binária.

Abaixo, a formulação algébrica geral da programação linear:

$$\begin{aligned} \text{Max } Z &= c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \\ \text{sujeito a: } &\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \leq b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \leq b_2 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \leq b_m \\ x_1 \geq 0 \quad x_2 \geq 0 \quad \dots \quad x_n \geq 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (2.1)$$

Podem haver variações do modelo 2.1 que são minimizar Z e/ou ter restrições com os sinais \leq , \geq ou $=$. Em notação matricial obtemos a seguinte formulação geral:

$$\begin{aligned} \text{Max } Z &= cx \\ \text{s. a: } &Ax \leq b \\ &x \geq 0 \end{aligned} \quad (2.2)$$

onde $A_{m \times n}$ é chamada de matriz tecnológica, $x_{n \times 1}$ o vetor com as variáveis do problema e $b_{m \times 1}$ o vetor dos “recursos disponíveis” e $c_{1 \times n}$ o vetor dos lucros unitários.

2.3 Método *Simplex*

Nesta seção é apresentado e discutido o método *Simplex* de Dantzig. A primeira aplicação significativa deste método, feita por outra pessoa que não o próprio Dantzig, ocorreu logo após a sua criação, ao final de 1947, por J. Laderman que resolveu o planejamento de uma dieta com 9 restrições de igualdade e 27 variáveis não negativas. Usando uma calculadora de mesa, esse problema levou 120 dias para ser resolvido (BAZARAA, 1977). Atualmente, usando as facilidades oferecidas pelos modernos computadores, e sofisticadas implementações do método *Simplex*, os problemas de Programação Linear com milhares de restrições e variáveis são possíveis de serem resolvidos.

A teoria do método *Simplex* está fortemente baseada na Álgebra Linear, e antes do método ser apresentado, deve ser compreendida duas formas de um problema de Programação Linear ser escrito: a Forma Padrão e a Forma Canônica.

A Forma Padrão requer as duas condições numeradas abaixo:

1. Todas as variáveis devem ser maiores ou iguais a zero;
2. Todas as restrições devem ser de igualdade:
 - a) Para as restrições do tipo “ \leq ”, soma-se uma *variável de folga*, também chamada de *slack*, e transforma-se a desigualdade em uma igualdade;
 - b) Para as restrições do tipo “ \geq ”, subtrai-se uma *variável de excesso*, também chamada de *surplus*, e transforma-se a desigualdade em uma igualdade.

A Forma Canônica é uma Forma Padrão que têm uma condição a mais: a matriz tecnológica do problema deve conter as colunas da matriz identidade de ordem m , ou seja, deve ter m colunas formadas pelos vetores canônicos e_1, e_2, \dots, e_m . Daí o nome Forma Canônica. Caso um problema, quando escrito na Forma Padrão, não estiver também na forma canônica, soma-se então, as chamadas *variáveis artificiais*, nas restrições que forem necessárias para obter-se a forma canônica abaixo, e então gera-se o *tableau* apresentados na tabela 2.1 (página 24).

$$\begin{array}{l} \text{Max (ou min) } Z = c_1x_1 + \dots + c_nx_n \\ \text{sujeito a: } \left\{ \begin{array}{ll} a_{11}x_1 + \dots + a_{1n}x_n & +x_{n+1} = b_1 \\ a_{21}x_1 + \dots + a_{2n}x_n & +x_{n+2} = b_2 \\ \vdots & \ddots \\ a_{m1}x_1 + \dots + a_{mn}x_n & +x_{n+n} = b_m \end{array} \right. \end{array}$$

Dado um sistema escrito na forma padrão com uma solução básica correspondente é possível “caminhar” em direção à solução básica vizinha por um pivoteamento. Assim, uma forma de encontrar a solução de um problema de Programação Linear é gerar todas as soluções básicas e selecionar uma que seja factível e que corresponda ao valor ótimo da função objetivo. Isto pode ser feito porque a solução ótima, se existe, sempre ocorre em um ponto extremo ou vértice do domínio factível do problema. O número de soluções

Tabela 2.1: *Tableau* da Forma Canônica

	x_1	\dots	x_n	x_{n+1}	x_{n+2}	\dots	x_{n+n}	\bar{b}
x_{n+1}	a_{11}	\dots	a_{1n}	1	0	\dots	0	b_1
x_{n+2}	a_{21}	\dots	a_{2n}	0	1	\dots	0	b_2
\vdots	\vdots		\vdots	\vdots	\vdots	\ddots	\vdots	\vdots
x_{n+n}	a_{m1}	\dots	a_{mn}	0	0	\dots	1	b_m
Z	c_1	\dots	c_n	0	0	\dots	0	0

básicas a ser verificada, num problema com m restrições de igualdade e n variáveis, é dado pelo número combinatorial:

$$\binom{n}{m} = \frac{n!}{(n-m)!m!}$$

Por exemplo, se $n = 20$ e $m = 10$, então há 184756 soluções básicas. Normalmente, não há necessidade de se verificar todas as soluções básicas, pois nem todas são factíveis. Entretanto, para n e m muito grande, haverá um número muito grande de soluções para serem verificadas uma a uma.

Então houve a necessidade de um método computacional que examina-se uma seqüência de soluções básicas factíveis, até que se encontre-se a ótima da função objetivo. O método *Simplex* é um método poderoso para obtenção de soluções básicas factíveis; se a solução não for a ótima, o método encontra uma solução básica factível vizinha que tenha um valor mais otimizado que o verificado anteriormente. O processo se repete até que, em um número finito de passos, um ótimo seja encontrado (RAO, 1996). Essa é a motivação do método *Simplex*, portanto, o método baseia-se na Solução Básica Factível (SBF).

Partindo da primeira SBF, o método *Simplex* busca outras SBF's e verifica se esta solução é ótima, e a cada verificação, se o problema é ilimitado. Então, dado o seguinte problema:

$$\begin{aligned} \min \quad & Z = cx \\ \text{s. a:} \quad & Ax = b \\ & x \geq 0 \end{aligned}$$

que já deve estar na forma canônica, monta-se o *tableau* inicial para o problema, conforme o esquema da tabela 2.1, e segue-se os seguintes passos em cada iteração:

Passo 1: Quem entra na base? Calcular $\bar{c}_S = \min \bar{c}_j$. Se $\bar{c}_S < 0$, então: x_j entra na base. Se $\bar{c}_S \geq 0$, FIM: a solução ótima foi encontrada.

Passo 2: Quem sai da base? Calcular o bloqueio $\min_i \left\{ \frac{\bar{b}_i}{\bar{a}_{is}}; \forall \bar{a}_{is} > 0 \right\}$. Se todos os $\bar{a}_{is} < 0$, FIM: a solução é ilimitada. Se houver um mínimo possível no bloqueio, então executar o **Passo 3** na linha em que o bloqueio foi o mínimo possível.

Passo 3: Pivoteamento. Fazer o pivoteamento no elemento \bar{a}_{rs} da linha r , onde r é o valor da linha onde o **Passo 2** passou. Voltar ao **Passo 1**.

Mas, normalmente, se faz necessária a inclusão das variáveis artificiais para obter-se um *tableau* como o da tabela 2.1. Elas tem esse nome pois são utilizadas apenas para o problema ficar escrito na Forma Canônica e não fazem parte do problema original, e elas começam como variáveis básicas no problema. Então é preciso que variáveis não artificiais sejam as variáveis básicas e com isso, obter a primeira SBF. Para eliminar essas variáveis artificiais, dois métodos são muito utilizados: o Método das Duas Fases ou o Método do Big-M.

2.3.1 Método das Duas Fases

Esse método, como o nome diz, tem duas fases:

Fase I: resolve-se o problema com as mesmas restrições, apenas com outra função objetivo, minimizar a soma das variáveis artificiais. Dada essa nova função objetivo, é preciso mudar o *tableau* para a forma canônica novamente e então aplicar o *Simplex*. Se, ao final desse problema modificado, na solução ótima ainda estiver alguma variável artificial com valor diferente de zero, então o problema original é infactível. Caso contrário, obtemos uma SBF, e terminou a Fase I.

Fase II: com o *tableau* final da Fase I, muda-se novamente a função objetivo para a original e aplica-se o método *Simplex* a partir deste *tableau* até chegar à solução final do problema.

2.3.2 Método do Big-M

A diferença deste método para o método das Duas Fases, é que não muda-se a função objetivo original por outra nova, apenas altera-se a função objetivo original, com a inclusão das variáveis artificiais na função original. Para o caso do problema ser de maximização, subtraí-se cada variável artificial multiplicada por um valor M , e para o caso do problema de minimização, soma-se cada variável artificial multiplicada por um valor M , onde esse M é uma constante suficientemente grande, ou seja, deve ter uma ordem de grandeza muito maior comparado aos coeficientes das variáveis originais do problema. Então resolve-se o aplica-se o método *Simplex* a partir deste problema alterado com os “big-M’s”.

Então, para ambos os métodos apresentados, pode-se seguir os passos descritos no fluxograma da figura 2.1 no caso de minimização da função objetivo.

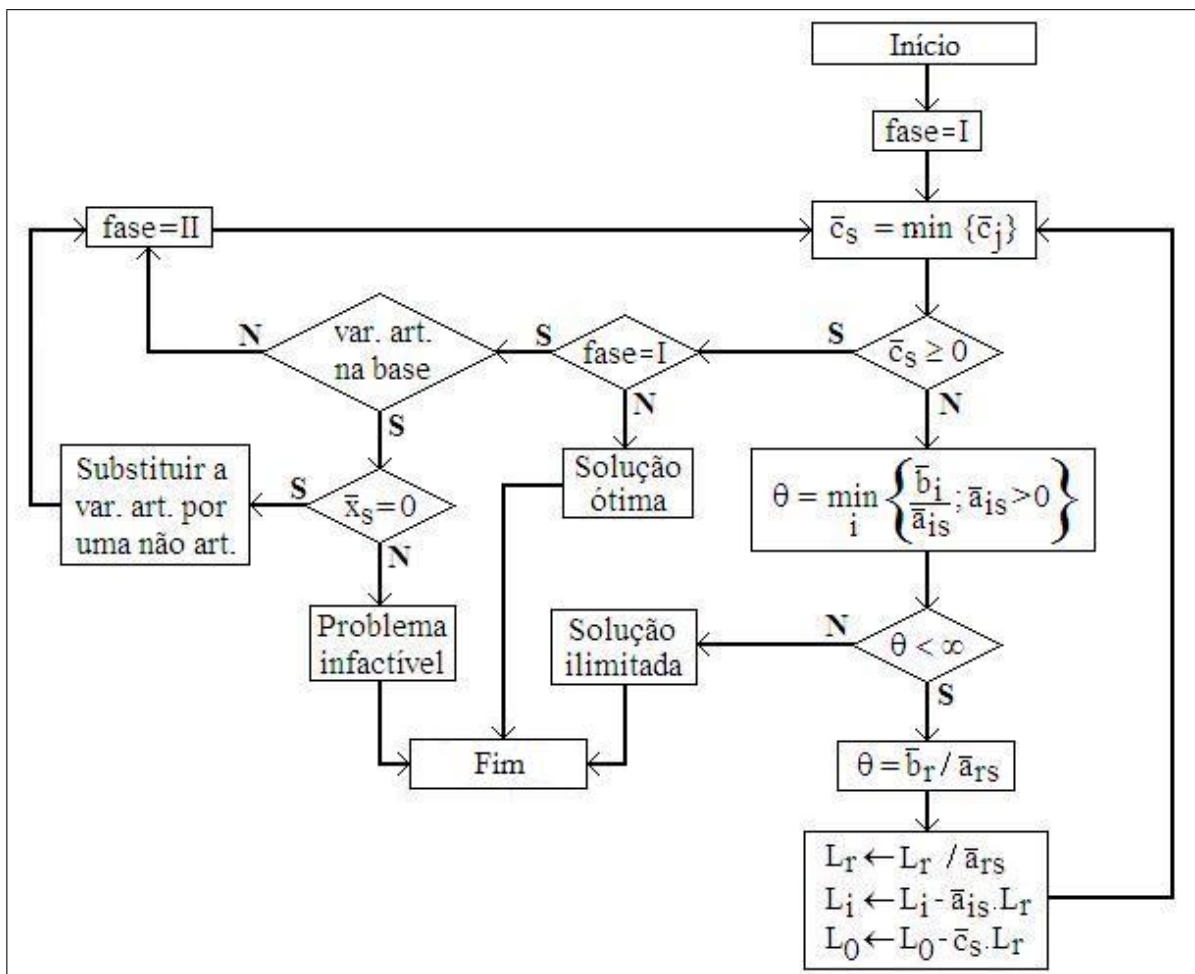


Figura 2.1: Fluxograma para o Método *Simplex*

O *tableau* na tabela 2.2 representa uma iteração qualquer e o valor da função objetivo aparece com o sinal trocado do seu valor verdadeiro em $-\bar{Z}_0$.

Tabela 2.2: *Tableau* de uma iteração do Método *Simplex*

	x_1	...	x_j	...	x_S	...	x_{n+n}	\bar{b}
L_1	\bar{a}_{11}	...	\bar{a}_{1j}	...	\bar{a}_{1S}	...	$\bar{a}_{1(n+n)}$	\bar{b}_1
L_2	\bar{a}_{21}	...	\bar{a}_{2j}	...	\bar{a}_{2S}	...	$\bar{a}_{2(n+n)}$	\bar{b}_2
\vdots	\vdots		\vdots		\vdots		\vdots	\vdots
L_m	\bar{a}_{m1}	...	\bar{a}_{mj}	...	\bar{a}_{mS}	...	$\bar{a}_{m(n+n)}$	\bar{b}_m
L_0	\bar{c}_1	...	\bar{c}_j	...	\bar{c}_S	...	\bar{c}_{n+n}	$-\bar{Z}_0$

2.4 Programação Linear Inteira

Se todas as variáveis do problema pertencerem ao conjunto dos números inteiros, então o modelo pertence à Programação Linear Inteira Pura, ou apenas Programação Inteira (PI). Ao contrário, da Programação Linear que pode-se encontrar a solução ótima em um tempo razoável, muitos problemas de Programação Inteira são considerados “NP-difícil”.

Essa classificação é baseada no tempo de resolução dos métodos, se ele é polinomial ou não, ou seja, se o tamanho do problema aumentar, o tempo para encontrar a solução crescerá de forma polinomial? As classificações são as seguintes quanto o tempo de execução dos métodos:

- **P**: polinomial. O método *Simplex* se enquadra aqui.
- **NP**: não polinomial. Essa classe de métodos, em certos casos, ainda são executados de forma satisfatória.
- **NP - difícil**: não polinomial difícil ou não polinomial duro (do inglês: *NP-hard*). O tempo de execução dos modelos é exponencial neste caso. A PI se enquadra aqui.

Se as variáveis do problema forem binárias, ou seja, assumirem somente os valores 0 (zero) ou 1 (um), temos um caso especial da PI, chamada de Programação Binária. Quando algumas das variáveis são inteiras e outras contínuas, classifica-se o modelo de “Programação Inteira Mista” (PIM). Dentre os métodos para resolver os problemas da PI, destacam-se: *branch and bound*, *branch and cut* e *branch and price*. Estes métodos são encontrados no livro *Otimização combinatória e programação linear: modelos e algoritmos* (GOLDBARG, 2000).

2.5 Programação Quadrática

Se um problema for modelado da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \min f(x) &= \frac{1}{2}x^T D x + c^T x \\ \text{s. a:} \quad &Ax \leq b \\ &x \geq 0 \end{aligned} \tag{2.3}$$

onde $c, x \in \mathbb{R}^n$, $b \in \mathbb{R}^m$ e $A, D \in \mathbb{R}^{n \times m}$, então o problema é classificado como de Programação Quadrática, devido à forma da função objetivo.

Se $D = 0$, então o problema torna-se de PL e aplica-se o *Simplex*. Se a matriz D for simétrica positiva definida, então $f(x)$ será uma função convexa, e como a região de factibilidade também é convexa devido às restrições serem lineares, então o mínimo local de $f(x)$ será o mínimo global dentro da região factível.

Um método para resolver essa classe de problemas é o *Método dos Multiplicadores de Lagrange*, que pode ser encontrado no livro *Elementos de programação não-linear* (FRIEDLANDER, [199-]).

Revisão Bibliográfica

Nesse capítulo são apresentados os elementos necessários para modelar o problema e três modelos matemáticos para o planejamento de redes de distribuição de energia elétrica: um modelo de Programação Quadrática Binária e dois modelos de Programação Linear Convexa. E ainda são citados outros modelos utilizados para o problema.

3.1 Modelos de planejamento de redes elétricas

O planejamento de redes de distribuição de energia elétrica é uma tarefa complexa, pois é preciso garantir que a rede tenha capacidade adequada, tanto das subestações como também dos alimentadores para atender aos consumidores, ao longo de um período P . Logo, é de interesse de todos que o serviço prestado pela companhia de energia seja o mais adequado possível, enquanto que os custos envolvidos e que as perdas de energia sejam minimizados, pois estas perdas também geram custos, para que ao final se obtenha uma modicidade tarifária¹.

Uma rede de distribuição de energia elétrica consiste de um número de subestações conectadas aos consumidores através de alimentadores, que são formados por condutores elétricos que transportam energia da subestação, para satisfazer a demanda dos consumidores existentes em sua rota. A Figura 3.1 exemplifica através de um grafo, um sistema de distribuição de energia elétrica.

O planejamento da distribuição de energia inclui decisões do tipo:

- localização ótima das subestações e da rota dos seus alimentadores;
- alocação ótima da carga e da capacidade da subestação.

¹Modicidade tarifária: tarifas acessíveis ou que não onere excessivamente o consumidor.

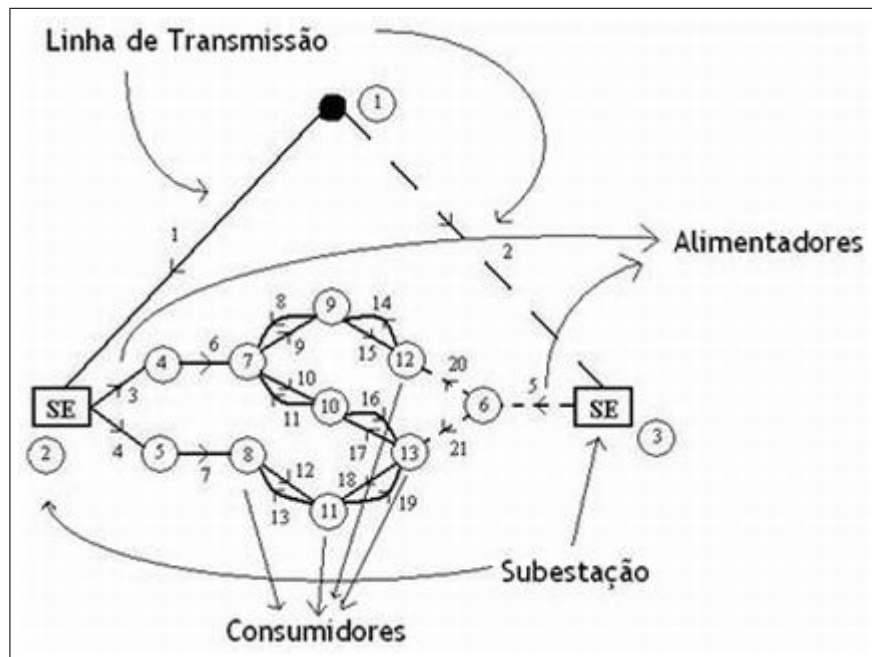


Figura 3.1: Exemplo de uma rede de distribuição de energia elétrica

Este trabalho considera que as subestações já têm configuração conhecida, não sendo possível mudar a localização, mas poderá propor a instalação de novas subestações, se necessário, e até mesmo ampliar a capacidade das já existentes.

Os fatores relevantes no ambiente de decisão incluem leis físicas como também questões operacionais, tais como:

- Radialidade na configuração dos alimentadores;
- Lei de Kirchhoff para corrente;
- Lei de Kirchhoff para tensão;
- limites de queda de tensão nos trechos dos alimentadores;
- capacidade de distribuição da subestação;
- capacidade de transmissão de energia para cada tipo de bitola (diâmetro dos cabos).

Estes fatores formam as restrições dos modelos matemáticos a seguir e melhores explicações são feitas no momento em que são apresentadas nos modelos.

Segundo Suresh (1997), podem ser considerados modelos de planejamento em condições normais e outros em situação de emergência, ou ambas. A situação de emergência pode significar uma falha em determinada região da rede de distribuição de energia, decorrente de algum tipo de acidente ou de mau tempo, por exemplo. Este trabalho revisa modelos que operam em condições normais de funcionamento, e propõe um modelo de planejamento em condições normais também, mas com as taxas e custo referentes às falhas das situações de emergência.

A seguir é feita uma apresentação de dois tipos de modelos de distribuição de energia elétrica. A classificação dos modelos é feita em função da ferramenta matemática que é utilizada na descrição do modelo: variáveis binárias e combinação convexa.

3.2 Modelo Binário

O modelo de programação quadrática binária, utilizado por Aoki *et al.* (1990) para o problema de planejamento de uma rede de distribuição de energia, busca minimizar o custo de instalação de novos trechos, que são as linhas que conduzem a energia elétrica entre os pontos de consumo, e o custo com a perda de energia, segundo as restrições de:

- configuração radial;
- capacidades de fornecimento de energia dos alimentadores e subestações;
- queda de tensão permitida em cada ponto de consumo do alimentador.

O modelo da rede de distribuição pode ser representado graficamente como na Figura 3.2. Através desta figura são representados os elementos de uma rede elétrica, que foram considerados no modelo de Aoki. Os pontos numerados na figura serão chamados de nós. O nó 1 representa o nó de transmissão (que fornece a energia para as subestações) e os trechos 1, 2 e 3 são “trechos virtuais”, cujo custo representa a instalação da subestação associada a ele. Em relação aos demais trechos, caso o mesmo já exista, seu custo é considerado zero ou o custo relativo à manutenção do trecho. Cada trecho tem sua própria capacidade de corrente e impedância.

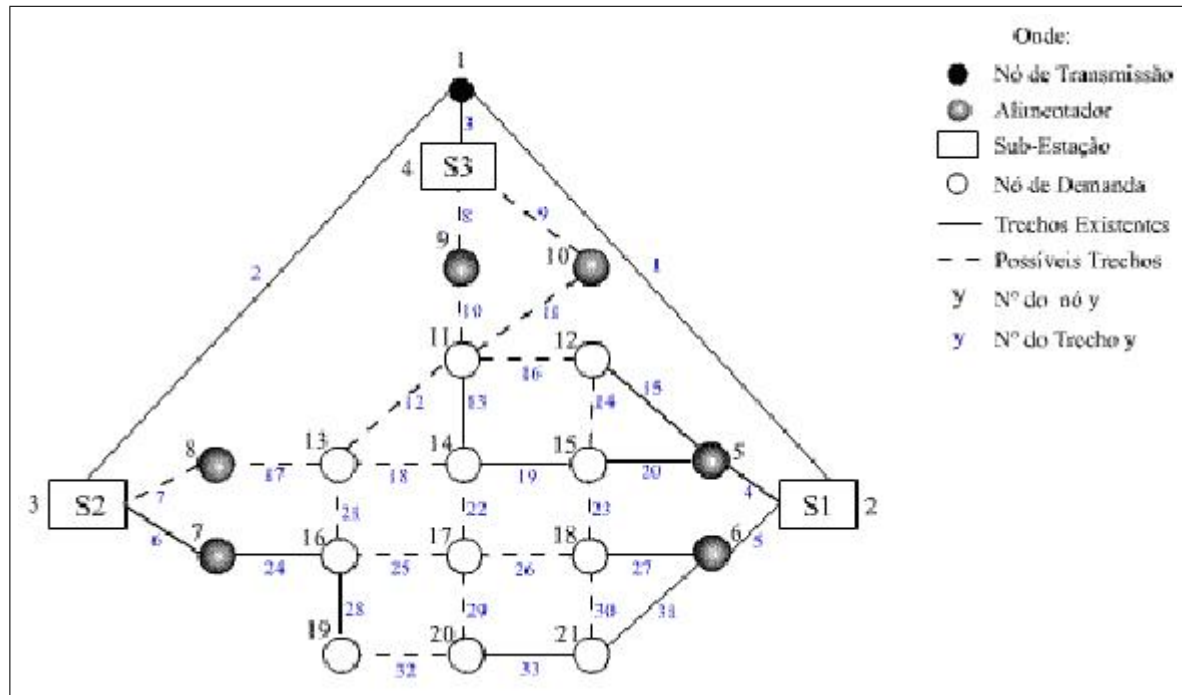


Figura 3.2: Configuração adaptada de Aoki (1990)

Os trechos saindo das subestações correspondem a alimentadores existentes ou propostos. Esse trecho é virtual, pois os alimentadores representam quantas “saídas” existem em uma subestação, logo, esse trecho virtual serve para associar o custo desse alimentador. O custo fixo de instalação do alimentador estará associado ao custo desse trecho. Qualquer linha contínua significa que o trecho já existe e a linha pontilhada significa que ele está sendo proposto no planejamento.

Cada trecho tem seu próprio custo, que depende o que ele representa: se for um trecho entre o nó fonte e a subestação, representa o custo da construção da subestação; o custo de um trecho entre a subestação e o alimentador representa o custo de instalação do alimentador; e o custo de um trecho entre o alimentador e um nó de demanda, ou entre dois nós de demanda, representa o custo daquela linha.

Este modelo utiliza as seguintes notações:

- j : trecho $j = 1, 2, \dots, J$ J : número total de trechos
- s : subestação $s = 1, 2, \dots, S$ S : número total de subestações
- k : período $k = 1, 2, \dots, K$ K : número total de períodos

- i : nó $i = 1, 2, \dots, N$ N : número total de nós
- l : alimentador $l = 1, 2, \dots, L$ L : número total de alimentadores
- x_{jk} : corrente que passa no trecho j , no período k (*Ampère*)
- x_k : vetor corrente no período k ($J \times 1$)
- $\delta_{jk} = \begin{cases} 1, & \text{se o trecho } j \text{ existe ou for instalado no período } k \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$
- δ_k : vetor de decisão de instalação no período k ($J \times 1$)
- D_{ik} : demanda do nó i no período k
- D_k : vetor de demanda no período k
- R_{jj} : resistência do trecho j no período k
- R : matriz diagonal de resistência ($J \times J$)
- V_{ik} : tensão no nó i no período k
- V_k : vetor de tensão no período k
- c_{jk} : custo de instalação do trecho (facilidade) j no período k
- c_k : vetor custo de instalação no período k ($J \times 1$)
- ΔV : diferença de potencial
- M : constante suficientemente grande
- A : matriz de incidência nó x trecho de dimensão $(N-1) \times J$; não contém o nó de transmissão, onde:

$$a_{ij} = \begin{cases} -1, & \text{se a corrente do trecho } j \text{ chega no nó } i \\ 1, & \text{se a corrente do trecho } j \text{ sai do nó } i \\ 0, & \text{nos demais casos} \end{cases}$$
- B : matriz de adjacência trecho x nó de dimensão $(J \times N)$, onde:

$$b_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se a corrente no trecho } j \text{ sai do nó } i \\ -1, & \text{se a corrente no trecho } j \text{ chega no nó } i \\ 0, & \text{nos demais casos} \end{cases}$$

Modelo Matemático:**Função objetivo:**

$$\min \sum_{k=1}^K (\alpha c_k^T \delta_k + \beta x_k^T R x_k^T) = \min \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^J (\alpha c_{jk} \delta_{jk} + \beta x_{jk} R x_{jk}) \quad (3.1)$$

Onde: $\alpha c_k^T \delta_k$ refere-se ao custo de instalação de todos os trechos no período k ; $\beta x_k^T R x_k^T$ refere-se à perda de energia que ocorre na rede elétrica; α e β são parâmetros que são usados para ponderar os valores das duas funções objetivos.

Restrição 1 - Radialidade:

$$\sum_{j=1}^J \delta_{jk} = N_k - 1, \quad \forall k \quad (3.2)$$

Garante que a configuração proposta pelo modelo será radial (de árvore), ou seja, cada nó só pode ser alimentado por um único trecho, evitando que *loops* sejam formados. Caso exista mais de uma SE (subestação) instalada no período k , a restrição deve ser alterada, pois para todos as SE's devemos ter uma configuração radial, ou seja, $\sum_{j=1}^J \delta_{jk} = N_k - NSE_k, \forall k$, onde NSE_k corresponde ao número de SE's no período k (N_k : número total de nós com demanda no período k).

Restrição 2 - Lei de Kirchhoff para corrente:

$$Ax_k = D_k, \quad \forall k \quad (3.3)$$

Garante que a corrente chega em um nó é igual a que sai mais a demanda no nó.

Restrição 3 - Lei de Kirchhoff para tensão:

$$BV_k = Rx_k, \quad \forall k \Rightarrow v_{i_1} - v_{i_2} = R_{jj} x_{jk}, \quad \forall k, \forall j \quad (3.4)$$

Garante que a diferença de potencial no trecho j é igual ao produto entre a resistência do trecho j e a corrente que passa no trecho j , em cada período k .

Restrição 4 - Limite das tensões:

$$v_{min} \leq v_{ik} \leq v_{max}, \quad \forall i, k \quad (3.5)$$

Garante que a tensão no nó i , estará entre os limites mínimo e o máximo permitidos.

Restrição 5 - Limites das correntes:

$$\delta_{jk}x_{min} \leq x_{jk} \leq \delta_{jk}x_{max}, \quad \forall j, k \quad (3.6)$$

Garante que a corrente no trecho j , estará entre os limites mínimo e máximo, caso o trecho j seja instalado no período k .

Restrição 6 - Tipo de variáveis:

$$x_{jk} \geq 0, \quad V_{ik} \geq 0, \text{ contínuas. } \delta_{jk} \text{ binária.}$$

Este modelo apresentado por Aoki quando aplicado em uma situação real, apresenta um número de trechos possíveis muito grande e muitas variáveis binárias, o que acarreta um esforço computacional muito grande, tornando inviável a sua aplicação em redes de porte médio.

3.3 Modelos Convexos

Uma maneira de evitar o uso de variáveis binárias é utilizar os modelos que seguem, um desenvolvido por Farrag *et al.* (1999) e outro por Bartosiewicz (2005), ambos baseados na Programação Linear Convexa que, apesar de aumentar o número de variáveis contínuas, não utiliza as variáveis binárias.

A nomenclatura dada a esses modelos deve-se ao fato de trocar a função objetivo quadrática do modelo binário apresentado, pela sua linearização por partes, e com isso, usar as propriedades de conjuntos convexos, recaindo na Programação Linear.

3.3.1 Modelo de Farrag

A variável do fluxo de carga (energia) neste modelo é representada por uma combinação convexa de variáveis contínuas:

$$x_j = y_{j1}b_1 + y_{j2}b_2 + y_{j3}b_3 + \dots + y_{jT}b_T \quad (3.7)$$

(para cada trecho j), onde $y_{j1} + y_{j2} + \dots + y_{jT} = 1$ e $y_{jt} \geq 0, \forall k, t = 1, 2, \dots, T$ para garantir a convexidade da combinação. O custo de instalação C_j do trecho j então pode ser representado por $C_j = y_{j1}c_1 + y_{j2}c_2 + \dots + y_{jT}c_T$. Essa combinação convexa para representar o fluxo de carga nos trechos e o seu custo, é devido à substituição da função objetivo quadrática do modelo de Aoki, por uma função linear por partes. Essa linearização está representada na figura 3.3.

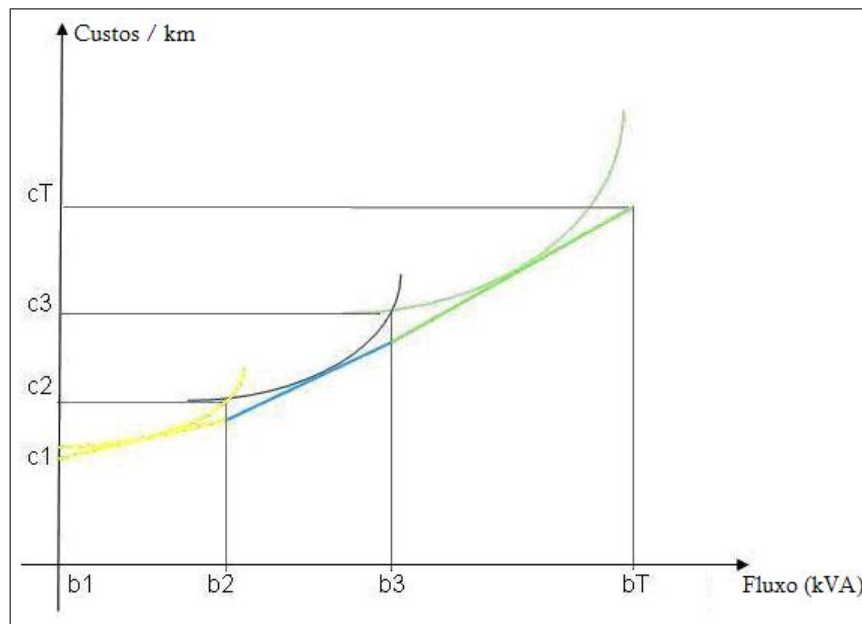


Figura 3.3: Curva Fluxo \times Custo/ km para os cabos em função de várias bitolas

Caso não haja fluxo de carga passando pelo trecho j , $y_{j1} = 1$ necessariamente para que $x_j = 1b_1 + 0b_2 + \dots + 0b_T$, pois $b_1 = 0$ e com isso $C_j = 1c_1 + 0c_2 + \dots + 0c_T$. Neste caso ocorre um problema com o cálculo de C_j , pois $c_1 \neq 0$ e o valor de C_j deveria neste caso ser nulo. Este problema pode ser parcialmente resolvido fazendo o trecho $[b_1, b_2]$ pequeno o suficiente e uma escolha adequada para c_1 . Caso haja fluxo no trecho, ele será uma combinação linear dos b_i 's dada por $x_j = y_{j1}b_1 + y_{j2}b_2 + \dots + y_{jT}b_T$, onde $y_{j1} = 0$.

O valor da variável fluxo se dará através de uma combinação convexa usando apenas dois b_i 's consecutivos mais próximos do valor do fluxo devido à forma da curva, conforme ilustrado na figura 3.4.

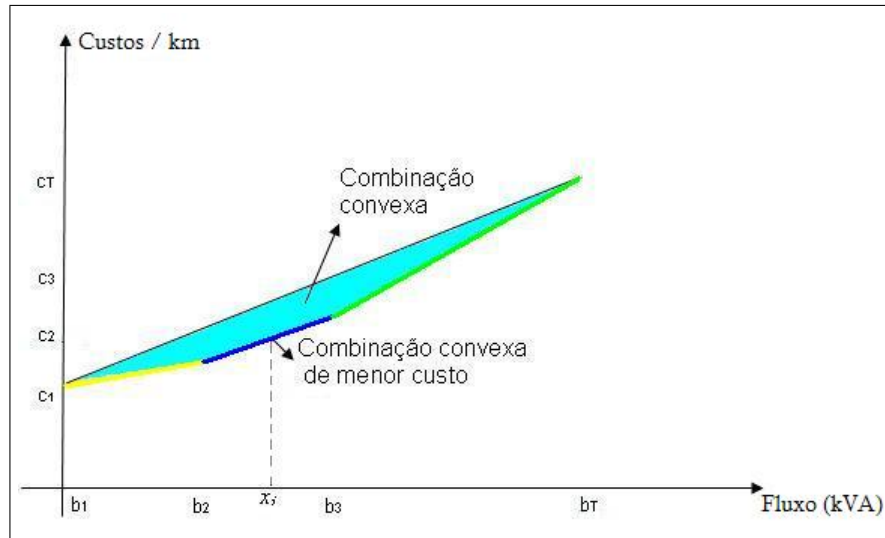


Figura 3.4: Combinação convexa de x_i

Este modelo utiliza as seguintes notações:

- N : número total de nós
- J : número total de trechos
- K : número total de novos trechos propostos
- T : número de pontos usados na linearização da função custo
- c_j : custo de instalação do trecho j
- θ : parâmetro que relaciona a diferença de custos entre trechos de alimentadores a serem instalados e os existentes
- y_{jt} : variável associada ao ponto t da função custo linearizada do trecho j
- d_j : comprimento do trecho j
- $ent(i)$: número de trechos que chegam ao nó i
- $sai(i)$: número de trechos que saem ao nó i
- b_t : parâmetro associado ao ponto t da função custo

- D_i : demanda do nó i
- R_j : resistência do trecho j
- $h1_j, h2_j$: variáveis auxiliares associadas ao trecho j
- $v_f - v_i$: diferença de potencial existente entre o nó final e o nó inicial de cada trecho
- M : constante suficientemente grande

Modelo Matemático:

Função objetivo:

$$\min z = \sum_{j=1}^J \sum_{t=1}^T c_j y_{jt} d_j + \sum_{j=J+1}^{J+K} \sum_{t=1}^T \theta c_j y_j d_j \quad (3.8)$$

onde: $c_j y_{jt} d_j$ refere-se aos custos de manutenção dos trechos existentes e $\theta c_j y_j d_j$ refere-se aos custos de instalação dos novos trechos de alimentador.

Restrição 1 - Lei de Kirchhoff para a corrente:

$$\sum_{j=1}^{ent(i)} \sum_{t=1}^T b_t y_{jt} - \sum_{j=1}^{sai(i)} \sum_{t=1}^T b_t y_{jt} = D_i, \quad \forall i \quad (3.9)$$

Garante que a corrente que sai do nó i é a que chega menos a demanda no nó.

Restrição 2 - Combinação convexa:

$$\sum_{t=1}^T y_{jt} = 1, \quad j = 1, \dots, J \quad (3.10)$$

Garante a convexidade da representação da variável fluxo.

Restrição 3 - Radialidade:

$$ent(i) - \sum_{j=1}^{ent(i)} y_{j1} \leq 1, \quad i = 1, \dots, N \quad (3.11)$$

“Alimentação” de um nó de demanda por um único trecho.

Restrição 4 - Queda de tensão em cada trecho:

$$\left(\sum_{t=1}^T b_j y_{jt} \right) R_j + h1_j - h2_j = v_f - v_i, \quad \forall \text{ trecho } j \quad (3.12)$$

$$h1_j \leq M y_{j1} \quad (3.13)$$

$$h2_j \leq M y_{j1} \quad (3.14)$$

Lei de Kirchhoff para a tensão (ou *Lei de Ohm*). Se o trecho j é instalado, $h1_j = h2_j = 0$, já que neste caso $y_{j1} = 0$. Se o trecho não é escolhido, $h1_j$ e $h2_j$ assumem valores quaisquer e $\Delta V = Ri$ não precisa ser satisfeita.

Restrição 5 - Limite de tensão em cada nó:

$$v_i \geq v_{min}, \quad \forall i \quad (3.15)$$

Garante que a tensão será a mínima exigida (v_{min} : tensão mínima).

Restrição 6 - Sentido único do trecho (ida ou volta):

$$y_{j,r1} + y_{j,s1} \geq 1, \quad \forall j \quad (3.16)$$

Como a cada trecho são associados dois sentidos para o fluxo e apenas no máximo um pode ser instalado, esta restrição representa esta condição.

Restrição 7 - Radialidade 2:

$$J - \sum_{j=1}^J y_{j1} = N - ns \quad (3.17)$$

Garante que a rede proposta pelo modelo terá a configuração de árvore, não permitindo *loops* (ns é o número de subestações), baseado em $n^\circ \text{ trechos} = n^\circ \text{ nós} - 1$.

Este modelo está representado para um único período. Caso se deseje aplicá-lo para um planejamento com período P , um índice associado ao período p de planejamento deverá ser acrescentado. As variáveis do modelo serão y_{jt}^p e v_i^p , ambas contínuas.

3.3.2 Modelo de Bartosiewicz

A função custo no modelo de Farrag, com todas as bitolas consideradas no mesmo gráfico e apenas uma linearização por partes, leva ao problema de avaliar se o conjunto que o segmento de retas formam, é convexo ou não, pois não há garantias de que essa linearização gere, de fato, um conjunto convexo, vide a figura 3.5, e só assim a possível a execução do modelo; caso o conjunto formado não seja convexo, alterações teriam de ser feitas nessas funções, para se formar um conjunto convexo, e isso acarretaria mais e maiores erros numéricos ao problema.

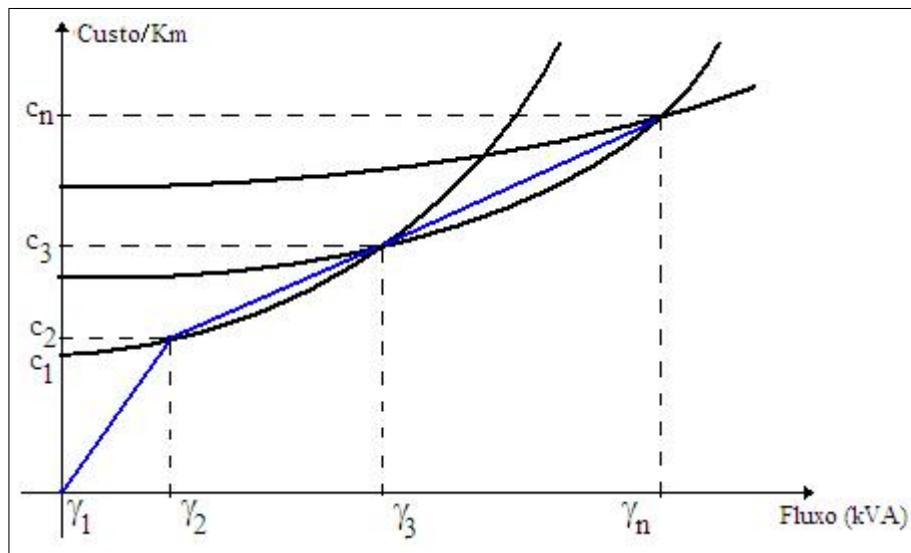


Figura 3.5: Exemplo de conjunto não convexo formado por retas

Outra mudança em relação ao modelo de Farrag, é que quando se faz necessária a instalação de um trecho com outro tipo de bitola, a resistência consequentemente mudará, mas o valor na matriz de resistências do modelo de Farrag (Restrição 4, página 39) é constante para garantir que a restrição seja linear e isso faz com que o modelo desvie da realidade.

Neste novo modelo, um indicador de confiabilidade da rede foi introduzido. Quando o fluxo de um trecho próximo do início da rede, por alguma razão é interrompido, isso acarreta o não atendimento das demandas que estão na rota daquele alimentador e multas para as concessionárias de transmissão e distribuição de energia elétrica.

A linearização da função custo de cada bitola é feita separadamente, o que nos leva a conjuntos convexos, pois a “curva” de cada bitola é uma função quadrática positiva, com gráficos como o da figura 3.6 para cada bitola possível no sistema.

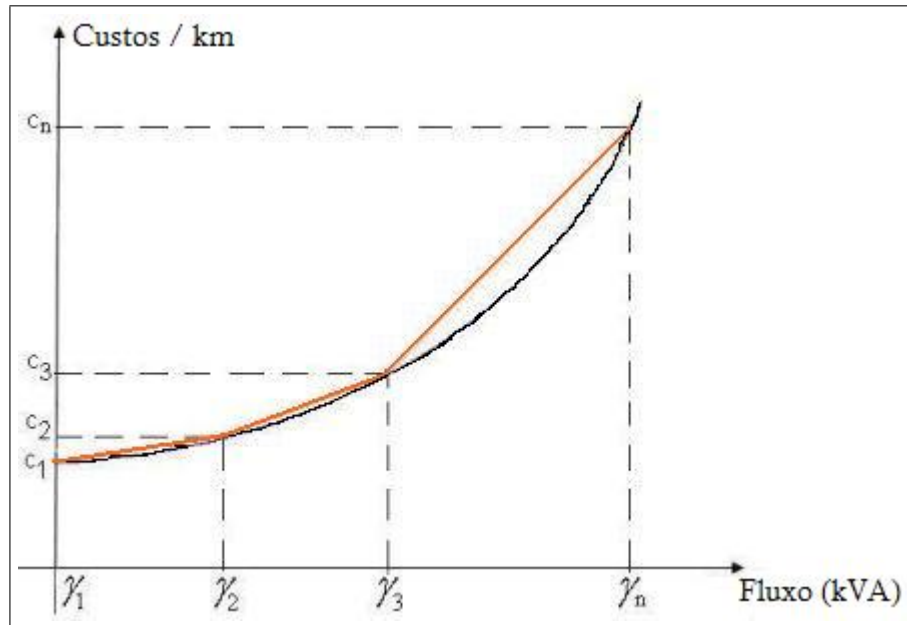


Figura 3.6: Curva Fluxo \times Custo/ km para uma única bitola

Isso leva a um problema maior que nos modelos anteriores no número de variáveis, pois são considerados B trechos de transmissão entre dois nós de demanda (onde B é o número de bitolas consideradas no planejamento). Esse é um preço a ser pago para garantir que o problema do conjunto das retas formado pela linearização por partes com todas as bitolas no mesmo gráfico seja convexo.

A consideração de apenas uma bitola por trecho - lembrar que agora entre dois nós de demanda há B trechos, conforme a figura 3.7 - é para que se houver a necessidade da instalação de um novo trecho, o valor da resistência será o valor real.

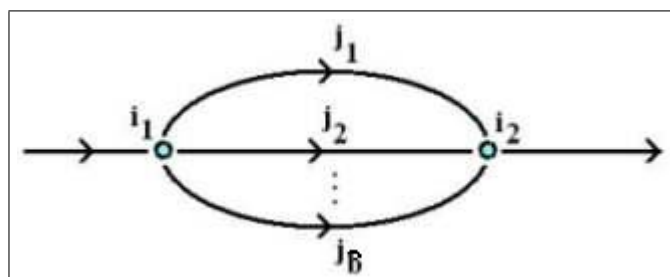


Figura 3.7: Existência de b trechos entre dois nós de demanda

A representação do fluxo (kVA) dos trechos é semelhante ao modelo anterior: $x_j = y_{j1}\gamma_1 + y_{j2}\gamma_2 + y_{j3}\gamma_3 + \dots + y_{jT}\gamma_n$, com $\sum_{t=1}^T y_{jt} = 1$. Os custos terão a mesma representação que foi apresentada no modelo anterior, mas nos índices agora apresentados e o indicador de confiabilidade citado anteriormente é a taxa de falha por km (tf/km).

Para encontrar esse custo, é multiplicado o fluxo (kVA) do trecho pelo seu comprimento (km), obtendo a energia interrompida (kWh) e, finalmente por um custo médio da energia interrompida ($$/kWh$).

Este modelo utiliza as seguintes notações:

- i : nó $i = 1, 2, \dots, N$
- j : trecho $j = 1, 2, \dots, J$
- p : períodos $p = 1, 2, \dots, P$
- b : bitola $b = 1, 2, \dots, B$
- h : ponto da linearização $h = 1, 2, \dots, n$
- N : número total de nós
- J : número total de trechos iniciais e propostos
- P : número total de períodos
- B : número total de subestações
- A : número total de alimentadores
- S : número total de subestações
- n : número de pontos utilizados na linearização
- γ_h : ponto do eixo do fluxo (kVA) utilizado nas linearizações por partes
- l_j : comprimento do trecho j
- R_b : resistência $/km$ da bitola j

- $\alpha_{1jp} = \begin{cases} 1, & \text{se o trecho } j \text{ não existir} \\ < 1, & \text{se o trecho } j \text{ for instalado} \end{cases}$
- $\beta_j = \begin{cases} 1, & \text{se o trecho } j \text{ for existente} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$
- CS_s : capacidade da SE (subestação), $\forall s$
- CA_a : capacidade do AL (alimentador), $\forall a$
- D_{ip} : demanda do nó i no período p
- v_{ip} : tensão no nó i no período p
- c_{hb} : custo de manutenção da bitola b
- ci_b : custo de instalação da bitola b
- cf : custo médio da energia interrompida ($\$/kWh$)
- $TS(k)$ ou $TS(1, k)$: vetor que contém na coordenada k o trecho que chega às subestações vindo do nó de transmissão
- $SA(i, k)$: elemento da matriz que contém a numeração dos trechos que ligam a subestação i ao alimentador k
- $AN(i, k)$: elemento da matriz que contém a numeração dos trechos que ligam o alimentador i ao nó de demanda k , ou entre dois nós de demanda quaisquer da rede
- z_{mp}^1, z_{mp}^2 : variáveis auxiliares associadas aos trechos m que estão entre dois nós de demanda da rede
- $L = JB + (1 - B)(S + A)$: número total de trechos (iniciais, propostos e propostos pelo modelo) em toda a rede
- M : número total de trechos entre os nós de demanda
- Q : constante suficientemente grande

As variáveis deste modelo: $\alpha_{hjp} \geq 0, v_{ip} \geq 0, z_{mp}^1 \geq 0, z_{mp}^2 \geq 0$ são todas contínuas.

Modelo Matemático:**Função objetivo:**

$$\min \sum_{p=1}^P \left\{ \sum_{j=1}^L \left[\sum_{h=1}^n (\alpha_{hjp} l_j (c_{hb} + ci_b - ci_b \beta_j + \gamma_h cf)) \right] \right\} \quad (3.18)$$

A função minimiza a combinação convexa do custo. O valor de ci_b representa o custo de instalação do cabo de bitola b . $\sum_{h=1}^n l_j (\alpha_{hjp} \gamma_{hb}) cf$ representa a taxa de falha do trecho j .

Restrição 1: Radialidade 1

$$\sum_{j=1}^L (1 - \alpha_{1jp}) \leq N + S + A, \quad \forall p = 1, \dots, P \quad (3.19)$$

Essa restrição garante que a configuração da rede seja radial.

Restrição 2: Radialidade 2

$$\sum_{b=0}^{B-1} \sum_{k=1}^{A+N} (1 - \alpha_{1[AN(k,i)+b(J-S-A)]p}) \leq 1, \quad \forall i = 1, \dots, N, \forall p = 1, \dots, P \quad (3.20)$$

Essa restrição é um reforço a **Restrição 1**, para que não haja *loops*, exigindo que apenas um trecho j chegue ao nó i .

Restrição 3: Convexidade

$$\sum_{h=1}^n \alpha_{hjp} = 1, \quad \forall j = 1, \dots, L, \forall p = 1, \dots, P \quad (3.21)$$

Garante que a corrente tenha uma representação através de uma combinação convexa.

Restrição 4: Lei de Kirchhoff para corrente

Separado para as subestações, alimentadores e nós do sistema, devido às notações apresentadas:

$$\sum_{h=1}^n \left[\alpha_{h[TS(1,s)]p} \gamma_h - \sum_{k=1}^A \alpha_{h[SA(s,k)]p} \gamma_h \right] = 0, \quad \forall s = 1, \dots, S, \forall p = 1, \dots, P \quad (3.22)$$

$$\sum_{h=1}^n \left\{ \sum_{k=1}^S \alpha_{h[SA(k,a)]p} \gamma_h - \sum_{k=1}^N \left[\sum_{b=0}^{B-1} \alpha_{h[AN(a,k)]+b(J-S-A)p} \gamma_h \right] \right\} = 0 \quad (3.23)$$

$$\forall a = 1, \dots, A, \forall p = 1, \dots, P$$

$$\sum_{h=1}^n \left\{ \sum_{b=0}^{B-1} \left[\sum_{k=1}^{A+N} \alpha_{h[AN(k,i)]+b(J-S-A)p} \gamma_h - \sum_{k=1}^N \alpha_{h[AN(i,k)]+b(J-S-A)p} \gamma_h \right] \right\} = D_{ip} \quad (3.24)$$

$$\forall i = 1, \dots, N, \forall p = 1, \dots, P$$

Essa restrição garante que o fluxo que sai de um determinado nó i é a corrente que chega nele menos a sua demanda.

Restrição 5: Lei de Kirchhoff para tensão ou Lei de Ohm

$$v_{ip} - v_{kp} = R_{[AN(i,k)+b(J-S-A)]} \frac{1}{tn} \sum_{h=1}^n (\alpha_{h[AN(i,k)+b(J-S-A)]p} \gamma_h) + z_{mp}^1 - z_{mp}^2 \quad (3.25)$$

$$\forall AN(i, k) \neq 0, i = 1 + A, \dots, N, k = 1, \dots, N$$

$$\forall b = 0, \dots, B - 1, \forall m = 1, \dots, M, \forall p = 1, \dots, P$$

Se o trecho j for escolhido, as variáveis z_{mp}^1 e z_{mp}^2 desse trecho serão nulas (Restrição 10 deste modelo, página 46). Nos trechos não escolhidos, a equação é satisfeita para algum valor de z_{mp}^1 e z_{mp}^2 , pois a Lei de Ohm não precisa valer.

Restrição 6: Apenas um trecho instalado entre dois nós

$$\sum_{b=0}^{B-1} \left[(1 - \alpha_{1[AN(i,k)+b(J-S-A)]p}) + (1 - \alpha_{1[AN(k,i)+b(J-S-A)]p}) \right] \leq 1 \quad (3.26)$$

$$\forall AN(i, k) \neq 0, i = A + 2, \dots, N, k = 1, \dots, N, \forall p$$

Restrição que garante que só haja no máximo um trecho entre dois nós, excluindo com isso a possibilidade de loop entre dois nós.

Restrição 7: Escolha de apenas um cabo para cada trecho instalado

$$\sum_{b=0}^{B-1} (1 - \alpha_{1[j+b(J-(S+A))]p}) \leq 1, \quad \forall j = S + A + 1, \dots, J, \forall p = 1, \dots, P \quad (3.27)$$

Restrição que garante que não seja escolhido mais de uma bitola para um trecho que seja, ou que se torne, existente.

Restrição 8: Existência ou não de z_{mp}^1 e z_{mp}^2

$$z_{mp}^1 + z_{mp}^2 \leq Q\alpha_{1jp}, \quad \forall m = 1, \dots, M, \forall p = 1, \dots, P \quad (3.28)$$

Se o trecho m é escolhido, z_{mp}^1 e z_{mp}^2 serão nulos, já que $\alpha_{1j} = 0$ e $z_{mp}^1 \geq 0$ e $z_{mp}^2 \geq 0$. Caso contrário, $\alpha_{1j} \neq 0$, logo $z_{mp}^1 + z_{mp}^2 \leq Q$.

Restrição 9: Capacidade das subestações e alimentadores

$$\sum_{k=1}^A \alpha_{h[SA(s,k)]p} \gamma_h \leq CS_s, \quad \forall s = 1, \dots, S, \forall p = 1, \dots, P \quad (3.29)$$

$$\sum_{k=1}^N \left[\sum_{b=0}^{B-1} \alpha_{h[AN(a,k)+b(J-S-A)p} \gamma_h \right] \leq CA_a, \quad \forall a = 1, \dots, A, \forall p = 1, \dots, P \quad (3.30)$$

Cada subestação e alimentador tem uma capacidade máxima a ser respeitada.

Restrição 10: Limite de tensão

$$v_{min} \leq v_{ip}, \quad \forall i = 1, \dots, N, \forall p = 1, \dots, P \quad (3.31)$$

A tensão em cada nó de demanda do sistema tem que ser maior que uma tensão mínima permitida.

Restrição 11: Limite das correntes

$$\sum_{h=1}^n (\alpha_{hjp} \gamma_h) \leq correntemax_j tn(1 - \alpha_{1jp}), \forall j = S + A + 1, \dots, L, \forall p = 1, \dots, P \quad (3.32)$$

Cada bitola suporta uma dada capacidade de fluxo e como os valores são dados em corrente (*Ampère*), se faz necessária a conversão para fluxo de carga (*KVA*), multiplicando o valor da corrente pela tensão nominal do sistema.

3.4 Outros modelos

O trabalho escrito por Kuwabara *et al.* (1997) trata de um modelo de PI, sem utilizar uma função quadrática na função objetivo, além de introduzir um método para tornar o algoritmo de resolução do modelo mais eficiente.

Um dos trabalhos escritos por Vaziri *et al.* (199-) é apresentado em duas partes: a primeira traz uma revisão das categorias de métodos, futuras direções aos trabalho para resolver o problema de redes de distribuição de energia elétrica e vários trabalhos relacionados ao problema, dos quais os próximos trabalhos citados foram retirados deste. A segunda parte deste trabalho traz um método de fluxo em redes com mínimo custo dos trechos multi-período.

Retirado das referências do trabalho citado acima, dois trabalho consideram a questão da confiabilidade no planejamento das redes de distribuição de energia elétrica. O primeiro trabalho foi escrito por Tang (1996) propondo um modelo de programação inteira mista e não-linear multi-período, resolvido por um algoritmo de fluxo em redes, onde a confiabilidade é considerada através de uma variável binária para cada trecho, onde ela tem seu valor igual a um para o trecho onde houve falha. O segundo, de Brooks *et al.* (1998) considera a frequência das falhas ocorridas na rede, e propõe ferramentas para avaliar índices de confiabilidade em redes.

Metodologia

Neste capítulo é apresentado o modelo matemático que foi desenvolvido e utilizado no planejamento de redes de distribuição de energia elétrica. Primeiro, é explicado o desenvolvimento de cada uma das restrições que compõem o modelo e a função objetivo, após isto, são apresentadas as notações utilizadas e então o modelo é apresentado.

4.1 Desenvolvimento do modelo matemático

Seguindo a mesma linha apresentada pelo modelo de Bartosiewicz, o modelo matemático utilizado no presente trabalho foi baseado na programação linear convexa.

Na Figura 4.1, os alimentadores são representados por nós, com o seu custo de instalação considerado no trecho que sai da subestação e chega no alimentador. Mas esse trecho é virtual e isso implica, no modelo, em mais nós e trechos a serem considerados, aumentando o tamanho do problema, sendo que a necessidade nesse ponto da rede, é a consideração do custo dos alimentadores e isso pode ser considerado diretamente no trecho que sai da subestação aos nós de demanda. Essa é a primeira diferença em relação aos modelos apresentados no capítulo anterior.

A rede considerada por este trabalho também é representada através de um grafo, com a seguinte diferença: os alimentadores não são mais representados como um nó da rede, com seu trecho de origem virtual, apenas para representar sua utilização. Agora, os trechos saem da subestação direto para os nós de demanda com o custo de instalação do alimentador considerado no próprio trecho que liga a subestação ao nó de demanda. O número de alimentadores de cada subestação, é o número de trechos que saem da mesma, como está exemplificado na Figura 4.2.

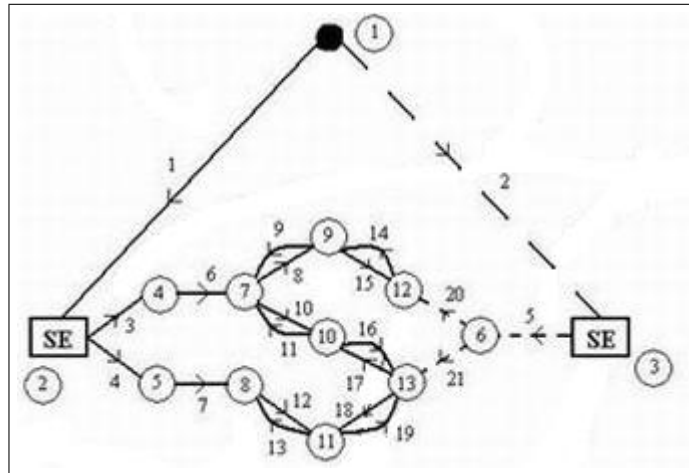


Figura 4.1: Alimentador representado por nó

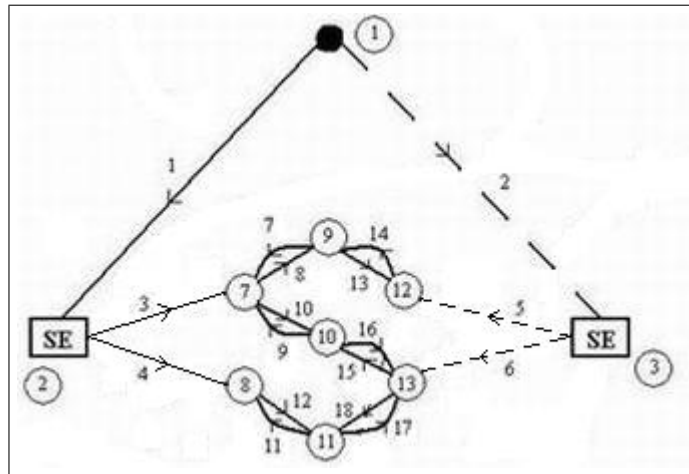


Figura 4.2: Alimentador representado por trecho

A segunda diferença, é a não utilização da restrição sobre a Lei de Ohm. Primeiramente, o modelo anteriormente apresentado, na restrição cinco, utiliza-se da tensão nominal para transformar a corrente em fluxo, na restrição da Lei de Ohm, o que não está correto. O certo seria utilizar a tensão do nó de origem do trecho, e isso geraria uma restrição não linear. Segundo, a utilização das variáveis auxiliares z_{mp}^1 e z_{mp}^2 também geram um erro: quando um trecho é instalado com seu fluxo entre γ_1 e γ_2 , então $0 < \alpha_{1jp} < 1$ tornando z_{mp}^1 e z_{mp}^2 diferentes de zero, assim a restrição não representa a Lei de Ohm.

Testes foram feitos no modelo apresentado neste capítulo para verificar a influência desta restrição nos resultados do modelo, e a inclusão ou não desta restrição não alteram os resultados, pelo fato das variáveis z_{mp}^1 e z_{mp}^2 deixarem a restrição “livre”. Como os resultados não foram alterados em função da não utilização desta restrição, estes testes não são apresentados no trabalho.

A descrição do modelo matemático tem início pelas restrições para então terminar na função objetivo. As restrições do modelo foram pensadas de forma tal a continuar atendendo às restrições ao problema estudado mas de forma mais simples, ou seja, restrições mais simples do ponto de vista matemático e em menor quantidade.

Restrição 1: Arborescência

Em um grafo, um caminho é uma sequência de nós tal que de cada um dos nós existe um trecho para o nó seguinte. Um caminho é chamado simples se nenhum dos nós no caminho se repete. Se for possível estabelecer um caminho de qualquer nó para qualquer outro nó de um grafo, diz-se que o grafo é conexo e quando um grafo não apresenta um *loop*, i. e., partindo de um nó da rede, não pode haver um caminho no grafo que retorne a este mesmo nó, diz-se que o grafo é acíclico. Uma árvore é um grafo simples acíclico e conexo.

Uma restrição física que há sobre uma rede de distribuição de energia elétrica, é que esta não deve apresentar malhas (fechamento de *loops*). Esta condição é obtida exigindo que o grafo da rede seja uma árvore, chamada de condição de arborescência. Daí a exigência da condição de arborescência no modelo.

Vale a observação de que em cada trecho do grafo, há a possibilidade de vários cabos serem instalados ali, mas cada cabo possível é considerado um trecho no grafo, ou seja, entre dois nós de demanda, há vários trechos propostos e com a condição de arborescência, apenas um destes cabos possíveis deve ser escolhido.

Restrição 2: Convexidade

Da mesma forma que nos modelos apresentados na revisão bibliográfica, esta restrição se faz necessária para garantir que a variável que representa o fluxo nos trechos possa ser representada por uma combinação linear convexa de pontos.

Restrição 3: Capacidade em fluxo dos cabos

No planejamento da rede, vários cabos são considerados para serem instalados entre os nós de demanda. Mas cada cabo tem que respeitar a sua capacidade máxima

de transmissão de corrente. O modelo considera o fluxo de potência dos trechos da rede, então, dada a capacidade máxima (em *Àmpere*) do cabo, esse valor é multiplicado pela tensão que há no nó de origem do trecho em que o cabo é considerado. Essa é uma restrição física do problema, que se faz necessária pois não se pode escolher aleatoriamente os cabos que farão parte da rede esquecendo suas limitações.

Restrição 4: Capacidade das subestações

Da mesma forma que na restrição quanto à capacidade dos cabos, as subestações também não podem fornecer energia indefinida e/ou ilimitadamente. Por isso é necessária a inclusão dessa restrição, para que essa restrição física do problema também seja respeitada.

Restrição 5: Lei de Kirchhoff para os nós de demanda

Essa restrição nos modelos apresentados, exige que o fluxo do trecho que chega a um nó, menos o fluxo dos trechos que saem do mesmo nó, seja igual a demanda do nó (para todo nó de demanda da rede). No modelo apresentado neste capítulo, é introduzido uma variável nova, que deixa a restrição com a seguinte formulação: o fluxo do trecho que chega ao nó, menos o fluxo dos trechos que saem do nó, é igual à demanda do nó **menos** a quantidade de demanda do nó que a rede não pode atender. Por exemplo: suponha que em um dado nó de uma rede chega $1000kVA$, a sua demanda é de $700kVA$ e é preciso passar para os nós seguintes $500kVA$. A restrição dos modelos anteriores não seria atendida: $1000 - 500 \neq 700$ e a infactibilidade aconteceria. Com essa nova variável, a restrição seria atendida para quaisquer valores: $1000 - 500 = 700 - F$, onde $F = 200$.

A restrição sempre será satisfeita com a inclusão dessa variável F , mas ela tem um custo de penalização alto na função objetivo. Além disso, com essa variável é possível identificar, quando ocorrer, que ponto da rede gera infactibilidade e estudar uma solução para ela.

Restrição 6: Tensão mínima

Toda rede elétrica depende da tensão que há em cada ponto da rede, e a corrente que passa por ela é calculada pela diferença de tensão entre os nós de demanda. Se a

tensão em cada nó de demanda for pequena, a diferença de tensão será pequena, que acarretará em um baixo nível de fluxo de potência na rede, e portanto, o não atendimento da demanda da rede. Logo, se faz necessária a inclusão desta restrição técnica da rede no modelo.

O valor estipulado como a tensão mínima vem da resolução 505 da Aneel, de 26 de novembro de 2001. Dada a tensão nominal que as subestações apresentam, é tomado o valor mínimo como o valor da faixa "Adequada", conforme a tabela 4.1 retirada da resolução citada acima.

Tabela 4.1: Tensão Nominal superior ou igual a 1kV e inferior a 69 kV

Classificação de Tensão de Atendimento (TA)	Faixa de variação da Tensão de Leitura (TL) em relação à Tensão Contratada (TC)
Adequada	$0,93 TC \leq TL \leq 1,05 TL$
Precária	$0,90 TC \leq TL \leq 0,93 TL$
Crítica	$TL < 0,90 TC$ ou $TL > 1,05 TC$

Função Objetivo:

A função objetivo do modelo é de minimização. Minimização com custos de:

- instalação de subestações e alimentadores;
- transmissão e perdas elétricas;
- taxa de falha (o indicador de confiabilidade do modelo);
- instalação de novos trechos penalizados com o tempo e
- penalização ao não atendimento de demanda pela variável F .

Então, duas metas são consideradas: o menor custo com instalação, transmissão e manutenção da rede e a menor quantidade de fluxo não atendida nos nós de demanda. A função objetivo é composta da soma ponderada da função quadrática linearizada por partes, com peso igual a um, e o não atendimento da demanda na rede, com o peso de dez vezes o maior custo de transmissão considerado para a bitola de maior custo.

Os custos de instalação das subestações está representado no trecho que começa no nó origem da rede e termina na subestação, esse trecho é utilizado para a consideração desse custo e respeitar a restrição 1 - arborescência. O custo de instalação dos alimentadores está representado no trecho que começa na subestação e termina em um nó de demanda.

Os custos com transmissão, perdas elétricas e taxa de falha, está representado na função quadrática linearizada por partes. A instalação de novos trechos em períodos posteriores é penalizada no sentido de postergar a obra, ou seja, o capital necessário para realizar a instalação de um trecho hoje, pode ser aplicado de alguma forma rentável e então a obra ser realizada mais para frente no planejamento, com o capital inicial maior e aplicado na instalação do trecho e em outras necessidades.

O não atendimento da demanda em algum ou alguns nós da rede é penalizado para que o problema sempre seja factível, mas com a indicação dos pontos de infactibilidade na rede.

4.2 Notações

Este modelo utiliza as seguintes notações para:

4.2.1 Índices

- i : nós
- j : trechos
- y_s : trechos que partem da subestação s
- j_{c_i} : trecho que chega ao nó i
- j_{s_i} : trecho que sai do nó i
- p : períodos

- b : bitola
- h : ponto da linearização
- s : subestação

4.2.2 Constantes

- N : número total de nós de demanda
- N_p : número total de nós de demanda no período p
- S : número total de subestações
- A : número total de alimentadores (de todas as subestações)
- J : número total de trechos
- P : número total de períodos de planejamento
- n : número total de pontos utilizados na linearização por partes da função custo
- γ_h : pontos do eixo do fluxo (kVA) utilizado na linearização por partes da função custo
- c_h : ponto do eixo dos custos ($\$/km$) utilizado na linearização por partes da função custo
- c_n : maior custo de transmissão ($\$/km$) considerado para a bitola de maior custo
- cf : custo médio da energia interrompida ($\$/kVA$) - taxa de falha
- ci_s : custo de instalação da subestação s
- cia_s : custo de instalação dos alimentadores da subestação s
- ci_b : custo de instalação da bitola b
- t_n : tensão nominal da rede
- A_{max_j} : capacidade de transmissão máxima do cabo considerado no trecho j em Ampère

- CS_s : Capacidade de distribuição da subestação s
- D_{ip} : demanda no nó i no período p
- l_j : comprimento do trecho j

4.2.3 Variáveis

- $\alpha_{hjp} \in [0, 1]$: variável associada ao ponto γ_h do trecho j no período p

$$\alpha_{1jp} = \begin{cases} 1, & \text{se o trecho } j \text{ não for instalado} \\ < 1, & \text{caso contrário} \end{cases}$$
- $\alpha_{hsp} \in [0, 1]$: variável associada ao ponto γ_h do trecho que chega à subestação s no período p

$$\alpha_{1sp} = \begin{cases} 1, & \text{se a subestação } s \text{ não for instalada} \\ < 1, & \text{caso contrário} \end{cases}$$
- $\alpha_{hy_p} \in [0, 1]$: variável associada ao ponto γ_h dos trechos que saem das subestações no período p

$$\alpha_{1y_p} = \begin{cases} 1, & \text{se o alimentador } y \text{ da subestação } s \text{ não for instalado} \\ < 1, & \text{caso contrário} \end{cases}$$
- v_{ip} : tensão no nó i no período p
- v_{ip_j} : tensão no nó i de origem do trecho j no período p
- F_{ip} : variável associada ao não atendimento da demanda do nó i no período p

4.3 Modelo matemático

Função objetivo:

$$\begin{aligned}
\min \quad & \left\{ \sum_p \left[\sum_{j \leq S} (1 - \alpha_{1jp}) \right] ci_s + \sum_p \left[\sum_{S < j \leq (\sum y_s) + S} (1 - \alpha_{1jp}) \right] cia_s \right. \\
& + \sum_p \left[\sum_{j > S} \left(\sum_h \alpha_{hjp} c_h \right) l_j \right] + \sum_p \left[\sum_{j > S} \left(\sum_h \alpha_{hjp} \gamma_h \right) l_j cf \right] \\
& \left. + \sum_{j > S} \left[P - \sum_p \alpha_{1jp} \right] ci_b \right\} + 10c_n \left\{ \sum_p \sum_i F_{ip} \right\}
\end{aligned} \tag{4.1}$$

Restrição 1: Arborescência

$$\sum_j \alpha_{1jp} \geq J - (N_p + S) \quad \forall p = 1, \dots, P \tag{4.2}$$

Restrição 2: Convexidade

$$\sum_h \alpha_{hjp} = 1 \quad \forall j = 1, \dots, J, \forall p = 1, \dots, P \tag{4.3}$$

Restrição 3: Capacidade dos cabos

$$\sum_h \alpha_{hjp} \gamma_h \leq A_{\text{máx}} v_{ip_s} \quad \forall j = S + 1, \dots, J, \forall p = 1, \dots, P \tag{4.4}$$

Restrição 4: Capacidade das subestações

$$\sum_{y_s} \left(\sum_h \alpha_{hyp} \gamma_h \right) \leq CS_s \quad \forall s = 1, \dots, S, \forall p = 1, \dots, P \tag{4.5}$$

Restrição 5: Lei de Kirchhoff para os nós de demanda

$$\sum_h (\alpha_{hj_{c_i p}} - \alpha_{hj_{s_i p}}) \gamma_h = D_{ip} - F_{ip} \quad \forall i = 1, \dots, N, \forall p = 1, \dots, P \tag{4.6}$$

Restrição 6: Tensão mínima

$$v_{ip} \geq 0.93t_n \quad \forall i = 1, \dots, N, \forall p = 1, \dots, P \tag{4.7}$$

Implementação

Neste capítulo é apresentado o programa desenvolvido para a execução do modelo apresentado no capítulo anterior. Primeiro são listados os dados de entrada do programa: topologia e dados técnicos da rede. Depois, é apresentado o programa que executa o modelo matemático do capítulo anterior e então a saída de dados do programa.

5.1 Dados de entrada

Como entrada de dados, são necessários os elementos listados nas subseções a seguir e devem ser passados ao programa em arquivos como os exemplos apresentados nas tabelas [5.1](#) (página [59](#)) e [5.2](#) (página [60](#)).

5.1.1 Dados topológicos

- **Localidade:** informação sobre que bairro, região ou cidade será trabalhado. Essa é uma informação opcional no programa. Notação: Localidade;
- **Número total de subestações:** considerando as já existentes e as possíveis no planejamento, com a sua localização já definida pelo usuário. Notação: TOTAL_SE;
- **Número total de alimentadores:** também considerando os já existentes e os possíveis de todas as subestações juntos na mesma soma. Notação: TOTAL_AL;
- **Número total de nós de demanda:** ao longo de todo o planejamento, ou seja, mesmo que um nó de demanda entre no planejamento apenas no último período, ele já deve ser considerado no início do planejamento, na soma do número de nós de demanda. Notação: TOTAL_ND;

- **Adjacências:** este dado é para definir com quantos nós de demanda mais próximos a cada nó de demanda deve-se considerar como trecho possível, por exemplo, cada nó de demanda deve ter trechos possíveis com os 10 nós de demanda mais próximos a ele. Um cuidado que deve ser tomado é com a escolha deste valor, pois pode ocorrer de um nó de demanda não ser alcançado por nenhum outro nó. Notação: ADJACENCIAS;
- **Localização e informações das subestações:** informações sobre a localização de cada subestação pelas suas coordenadas geográficas no plano cartesiano, o seu custo de instalação (\$), sua capacidade (kVA), seu número de alimentadores e o custo de instalação de um novo alimentador (\$). Estas informações são para cada subestação considerada no planejamento. Notação: SUBS_COORD_SECTION;
- **Localização dos nós de demanda:** esta informação reúne a localização de cada nó de demanda pela sua coordenada geográfica, e os nós tem que estar rotulados, ou seja, cada linha deve ter o número do nó, e então suas coordenadas geográficas em relação a um eixo cartesiano. Notação: NODE_COORD_SECTION;
- **Fim do arquivo:** ao final dos dados de entrada da topologia da rede, deve-se conter um EOF - *End Of File*. Notação: EOF.

A tabela 5.1 (página 59) apresenta um exemplo de um arquivo de entrada contendo as informações topológicas de uma rede que contém: uma subestação, dois alimentadores, cinco nós de demanda e adjacências tem valor quatro. Em relação à subestação: coordenadas (673100,7184300), custo 700000 (\$), 50000 kVA de capacidade de transmissão, dois alimentadores e cada alimentador custa 15000 (\$). Por fim a localização de cada nó de demanda.

5.1.2 Dados técnicos da rede

- **Número total de períodos do planejamento:** informação para saber qual o horizonte de planejamento e dimensionar outros dados e as variáveis do modelo. Notação: TOTAL_PR;

Tabela 5.1: Exemplo de dados topológicos de uma rede

```

LOCALIDADE: Exemplo
TOTAL_SE : 1
TOTAL_AL : 2
TOTAL_ND : 5
ADJACENCIAS : 4
SUBS_COORD_SECTION
1 673100 7184300 700000 50000 2 15000
NODE_COORD_SECTION
1 672600 7184800
2 672200 7185100
3 671800 7184750
4 672150 7184500
5 671800 7183450
EOF

```

- **Número total de bitolas:** além de informar o total de bitolas consideradas, ajuda a dimensionar outros dados do planejamento. Notação: TOTAL_BT;
- **Número total de ponto na linearização por partes da função objetivo:** o programa precisa saber quantos são os pontos, para então dimensionar o vetor que irá recebê-los e também para dimensionar outros dados. Notação: TOTAL_PL;
- **Taxa de falha:** apenas o valor da taxa deve ser passado. Notação: CUSTO_TF;
- **Tensão nominal:** deve ser passado a tensão nominal das subestações e este valor deve ser único, ou seja, não é considerado o caso em que as subestações tenham tensões nominais diferentes. Notação: TENSAO_NON;
- **Informações sobre as bitolas:** o custo de cada bitola deve ser informado através conjunto dos pontos utilizados na linearização por partes, a sua resistência (Ω), a corrente máxima suportada (A) e o custo de instalação (\$). Essas informações são passadas em linhas para cada bitola separadamente. Notação: INFORMA_BITOLAS;
- **Eixo do fluxo:** os valores de fluxo devem ser informados pelo conjunto dos pontos utilizados na linearização por partes da função custos das bitolas, associado aos pontos do eixo dos custos. Notação: INFORMA_EIXO;

- **Demandas:** as demandas são passadas em colunas, e em cada coluna, um período diferente. Se até um dado período, algum nó não existir ainda, considera-se 0 em sua linha até o período anterior ao que ele tem demanda. Notação: DEMANDAS.

Na tabela 5.2 encontra-se um exemplo de como deve ser o arquivo de entrada contendo as informações técnicas da rede. Este exemplo refere-se à rede exemplo da tabela 5.1.

Tabela 5.2: Exemplo de dados técnicos de uma rede

```
TOTAL_PR : 3
TOTAL_BT : 2
TOTAL_PL : 4
CUSTO_TF : 4.9
TENSAO_NON: 13.8
INFORMA_BITOLAS
0 2356.01 11294.25 26839.90 0.42615 235 3568.31
0 4929.28 9358.52 10404.33 0.16925 419 5201.05
INFORMA_EIXO
0 1500 3250 5000
DEMANDAS
20 20 67
0 12 13
0 19 25
30 40 45
0 0 13
EOF
```

Os dados de entrada do planejamento devem sempre estar exatamente na ordem em que foram descritos nas tabelas dos dois exemplos acima.

5.2 Execução do programa

A linguagem de programação utilizada para desenvolver o programa utilizado neste trabalho foi o Visual Basic e o modelo matemático foi escrito e resolvido no LINGO,

programa para resolução de problemas de programação linear, inteira, mista e quadrática. O nome dado ao programa foi *FBN - Reliability Net* e sua interface com o usuário é apresentada na Figura 5.1.

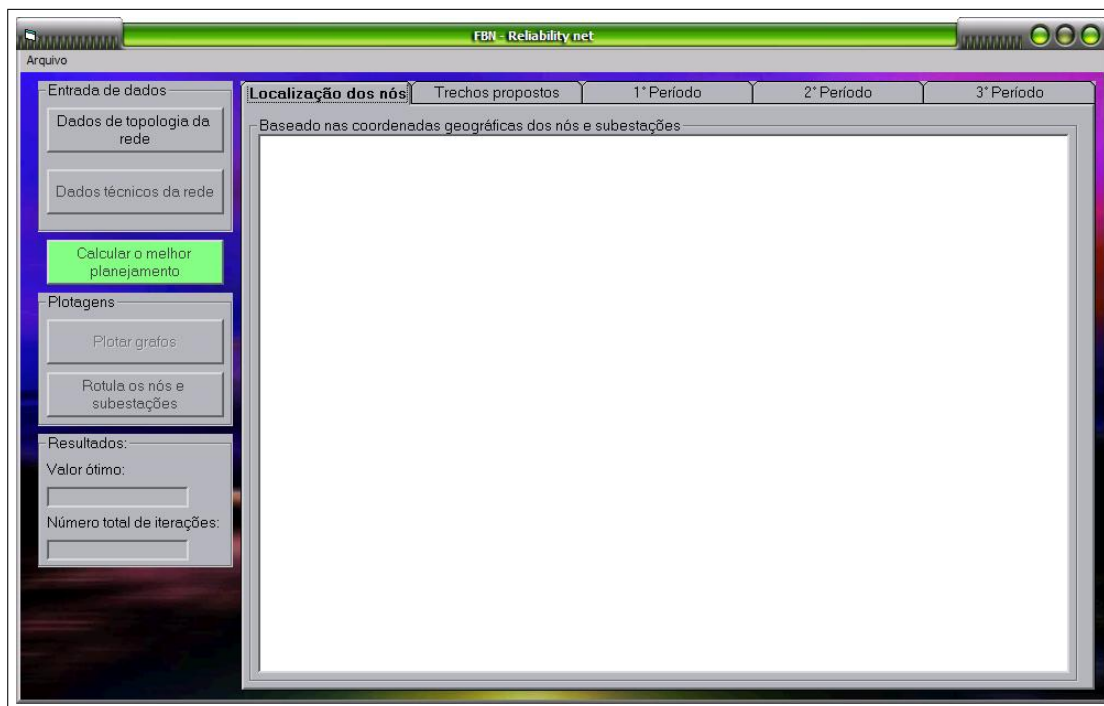


Figura 5.1: Programa desenvolvido para o cálculo do planejamento

Para o cálculo do planejamento, são necessários dois arquivos tipo texto (*.txt*) contendo os dados descritos na seção anterior. Estes tem que ser carregados na ordem em que os botões estão liberados para serem clicados: “Dados de topologia da rede” e então “Dados técnicos da rede”, Figura 5.2.

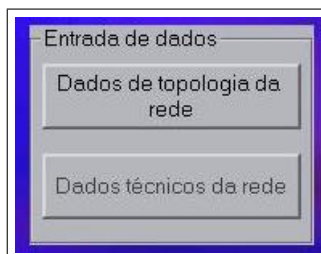


Figura 5.2: Botões para o carregamento dos dados

Após carregados estes arquivos, o programa trabalha com estes dados fazendo a leitura deles e então cria as matrizes que serão utilizadas pelo LINGO na construção do modelo matemático e o botão para iniciar os cálculos é liberado, Figura 5.3.

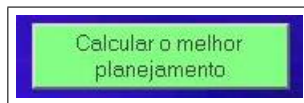


Figura 5.3: Botão para solucionar o modelo

Então o programa “chama” o LINGO para a resolução do modelo matemático e uma janela com o seguinte aviso: “Continue apenas ao término da execução do LINGO” e o clique no Ok deve ser dado depois que o LINGO de fato terminar os seus cálculos. Após o LINGO encontrar o resultado do modelo no campo “Resultados” estarão o valor da função objetivo e o número de iterações utilizadas no método Simplex, Figura 5.5.

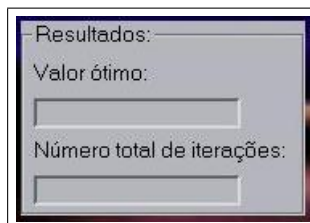


Figura 5.4: Resultados função objetivo e número de iterações

Ao chegar na solução final, os botões do campo “Plotagens” estarão liberados: “Plotar grafos” e “Rotula os nós e subestações”. O primeiro botão plota os grafos com a localização dos nós e das subestações na primeira aba, na segunda aba, todas possibilidades de trechos possíveis entre os nós são plotados. Da terceira a quinta aba são apresentados, os resultados para os três primeiros períodos do planejamento. A escolha de três abas para exibir os grafos resultantes do planejamento, foi em função dos testes e aplicações realizadas por este trabalho.

5.3 Saída de dados

Após a solução final ser encontrada pelo programa, nas abas referentes aos períodos, encontram-se os grafos com as soluções finais. No caso de algum nó de demanda estar circulado em vermelho, significa que este nó não teve sua demanda atendida, e isto ocorre pela introdução da variável de não atendimento à demanda. Com isto, pode ser estudado uma relação entre a capacidade dos cabos e demanda existente na rede.

É possível salvar após os cálculos do planejamento:

- valor das variáveis que representam os trechos e que indicam o não atendimento da demanda nos nós de demanda;
- grafo com as localizações dos nós de demanda;
- grafos com as possibilidades de trechos; e
- grafos com as soluções do planejamento, período a período.

Para salvar os itens descritos acima, basta clicar em salvar na barra de *menu* do programa e no item a ser salvo e escolher o diretório em que o arquivo deve ser salvo, Figura 5.5. Cada arquivo terá um nome padrão como sugestão na hora em que o mesmo for ser salvo, mas é possível modificá-lo. A extensão do arquivo com a solução do planejamento é a de texto (*.txt*) e as figuras com os grafos resultantes é *bitmap* (*.bmp*).

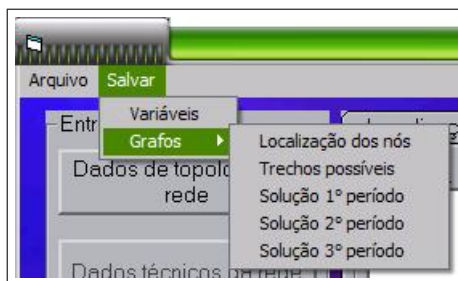


Figura 5.5: Menu com as opções de salvar

Aplicações e Análise dos Resultados

Neste capítulo são apresentados testes realizados com o modelo matemático desenvolvido no capítulo 4. Primeiro, uma rede fictícia é criada apenas para ilustrar, tanto o modelo quanto a execução do programa. A aplicação seguinte é a rede de distribuição da subestação Batel, referente a um bairro da cidade de Curitiba. Então a maior aplicação é feita à cidade de Cascavel - PR.

Os dados utilizados nos testes referentes à subestação Batel foram obtidos da referência BARTOSIEVICZ, F. Netto (2005), pelo assunto já abordado naquele trabalho. Os dados utilizados nos testes referentes à cidade de Cascavel, foram obtidos através da referência BOSCHETTO, S.N. (2004) que tratou o mesmo assunto em sua conclusão de curso. Outros exemplos de redes de distribuição de energia elétrica podem ser encontradas em VECHI, T.P.B. (2004).

Todos os testes foram realizados em um notebook HP Pavilion dv1000, com processador Intel Centrino 1.83GHz, Cache L2 2MB, 1GB de mem. RAM. Os tempos de execução ficaram abaixo de um minuto, exceto no teste para a rede da cidade de Cascavel, que durou aproximadamente dois minutos e meio.

6.1 Rede Exemplo

Para exemplificação do modelo e do programa foi criada uma rede fictícia com uma subestação e cinco nós de demanda. Os valores utilizados foram didaticamente preparados para a compreensão do problema. As informações sobre esta rede fictícia estão nas tabelas 5.1 e 5.2 (página 59 e 60, respectivamente); estas tabelas foram as utilizadas para exemplificar os dados de entrada do programa no capítulo 4.

Na construção do modelo pelo programa deste trabalho, foram gerados 45 trechos

possíveis para o planejamento, contando com os alimentadores. O modelo matemático para esta rede é o apresentado a seguir:

Função objetivo:

$$\begin{aligned}
\min \quad & \sum_{p=1}^3 \left[\sum_{j \leq 1} (1 - \alpha_{1jp}) \right] ci_s + \sum_{p=1}^3 \left[\sum_{1 < j \leq 5} (1 - \alpha_{1jp}) \right] cia_s \\
& + \sum_{p=1}^3 \left[\sum_{j > 1} \left(\sum_{h=1}^4 \alpha_{hjp} c_h \right) l_j \right] + \sum_{p=1}^3 \left[\sum_{j > 1} \left(\sum_{h=1}^4 \alpha_{hjp} \gamma_h \right) 4.9 l_j \right] \\
& + \sum_{j > 1} \left[3 - \sum_{p=1}^3 \alpha_{1jp} \right] cib + 268399 \sum_{p=1}^3 \sum_{i=1}^5 10 F_{ip}
\end{aligned} \tag{6.1}$$

Restrição 1: Arborescência

$$\sum_{j=1}^{45} \alpha_{1jp} \geq 45 - (N_p + 1) \quad \forall p = 1, 2, 3 \tag{6.2}$$

Restrição 2: Convexidade

$$\sum_{h=1}^4 \alpha_{hjp} = 1 \quad \forall j = 1, \dots, 45, \forall p = 1, 2, 3 \tag{6.3}$$

Restrição 3: Capacidade dos cabos

$$\sum_{h=1}^4 \alpha_{hjp} \gamma_h \leq A_{\text{máx}} v_{ip_s} \quad \forall j = 2, \dots, 45, \forall p = 1, 2, 3 \tag{6.4}$$

Restrição 4: Capacidade das subestações

$$\sum_{j=2}^5 \left(\sum_{h=1}^4 \alpha_{hjp} \gamma_h \right) \leq CS_1 \quad s = 1, \forall p = 1, 2, 3 \tag{6.5}$$

Restrição 5: Lei de Kirchhoff para os nós de demanda

$$\sum_{h=1}^4 (\alpha_{hj_c,p} - \alpha_{hj_s,p}) \gamma_h = D_{ip} - F_{ip} \quad \forall i = 1, 2, 3, 4, 5, \forall p = 1, 2, 3 \tag{6.6}$$

Restrição 6: Tensão mínima

$$v_{ip} \geq 0.93 \times 12.834 \quad \forall i = 1, 2, 3, 4, 5, \forall p = 1, 2, 3 \tag{6.7}$$

Após a execução do modelo, os grafos plotados pelo programa são os apresentados a seguir. A Figura 6.1 apresenta a localização dos nós de demanda rotulados pela opção do programa de rotular os nós de demanda e as subestações. Os eixos não apresentam necessariamente a mesma escala, eles são escalonados conforme as coordenadas utilizadas.



Figura 6.1: Localização dos nós de demanda rotulados - rede exemplo

A Figura 6.2 mostra todas as possibilidades de trechos no planejamento, sendo que na imagem, entre cada nó de demanda há apenas uma linha, mas esta representa todos os trechos com suas respectivas bitolas, que partem de cada um dos nós que fazem parte da linha representada na figura:

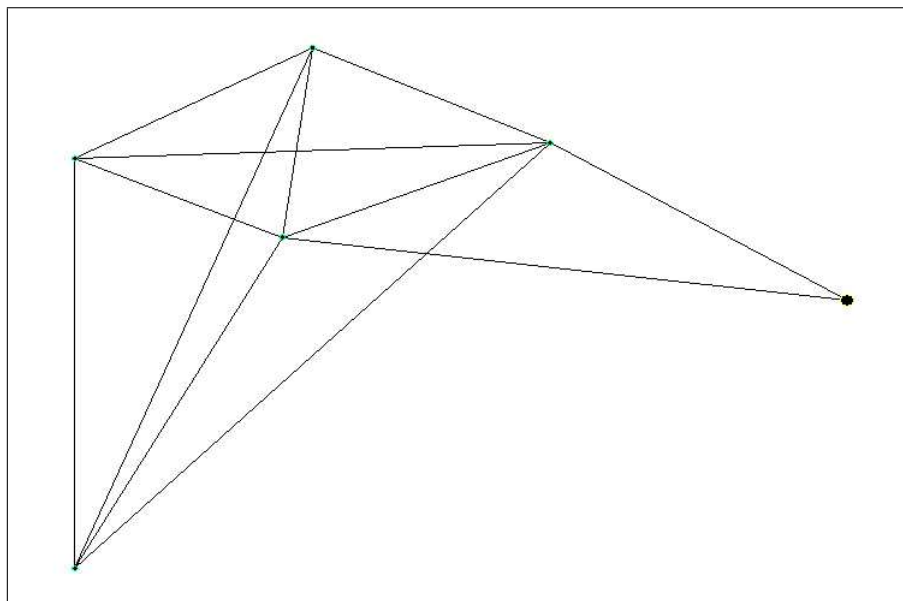


Figura 6.2: Trechos possíveis no planejamento - rede exemplo

Os grafos a seguir, apresentam as soluções para os três períodos propostos no planejamento da rede exemplo:

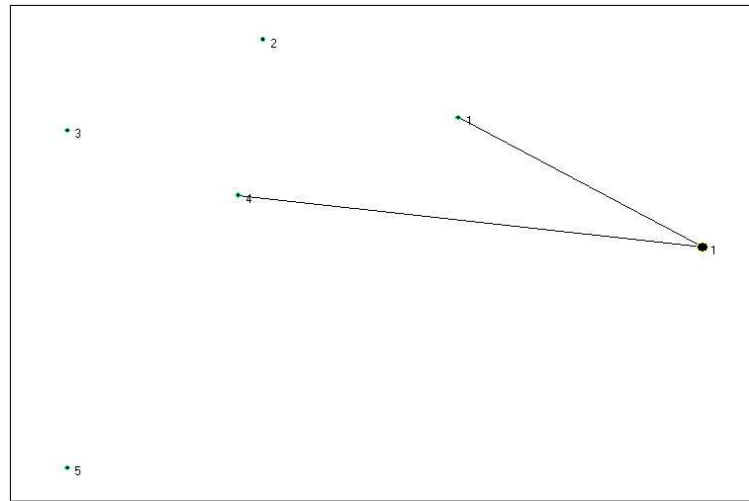


Figura 6.3: Solução do 1º período do planejamento - rede exemplo

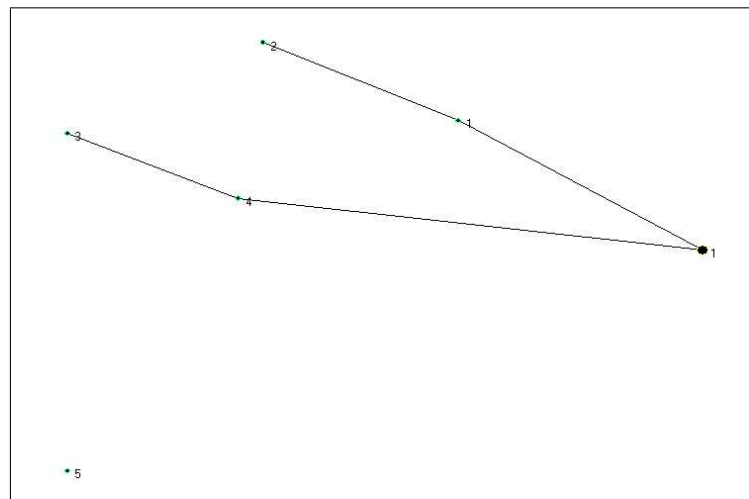


Figura 6.4: Solução do 2º período do planejamento - rede exemplo

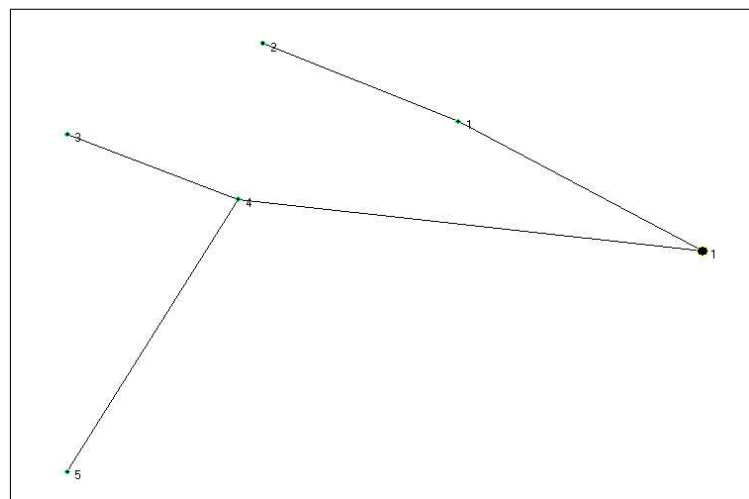


Figura 6.5: Solução do 3º período do planejamento - rede exemplo

Clicando na opção “Salvar\Variáveis”, um relatório com as respostas do problema é salvo, conforme a tabela 6.1:

Tabela 6.1: Resultados obtidos - rede exemplo

Resultados obtidos no planejamento:

Localidade: EXEMPLO

Função objetivo: \$4726390

Número de iterações: 39

Período	Nº do Trecho Instalado	Nó de origem	Nó de chegada	Bitola	Valor do Fluxo
1	2	SE 1	1	1	20
1	4	SE 1	4	1	30
2	2	SE 1	1	1	32
2	4	SE 1	4	1	59
2	6	1	2	1	12
2	30	4	3	1	19
3	2	SE 1	1	1	80
3	4	SE 1	4	1	83
3	6	1	2	1	13
3	30	4	3	1	25
3	36	4	5	1	13

Todas as demandas foram atendidas

Cada linha apresentada nos resultados indica o período considerado, qual trecho foi instalado e deste trecho, o seu nó de origem e de chegada, o tipo de bitola e o seu valor em fluxo.

6.2 Rede Batel

A primeira rede real considerada para a aplicação foi a da subestação Batel - bairro da cidade de Curitiba. Os nós de demanda são da região já atendida pela subestação. Na subestação, foram considerados seis alimentadores e há dezesseis nós de demanda a serem atendidos. Foram consideradas duas bitolas diferentes e há a possibilidade de trechos entre todos os nós de demanda, com isso, o número total de trechos no planejamento, a cada período, é de quatrocentos e noventa e três.

Os dados topológicos e técnicos referentes a subestação Batel estão apresentados no anexo A.1 (página 79). Os grafos a seguir apresentam a localização dos nós de demanda e os trechos possíveis no planejamento (Figuras 6.6 e 6.7):

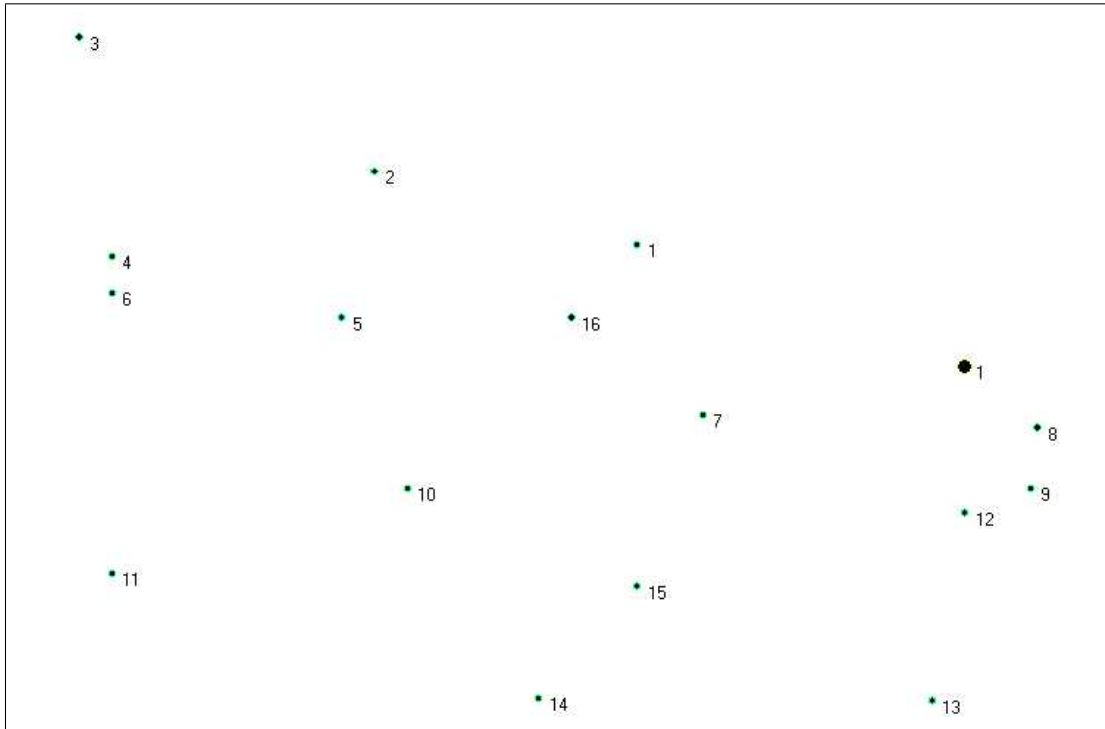


Figura 6.6: Localização dos nós de demanda rotulados - rede Batel

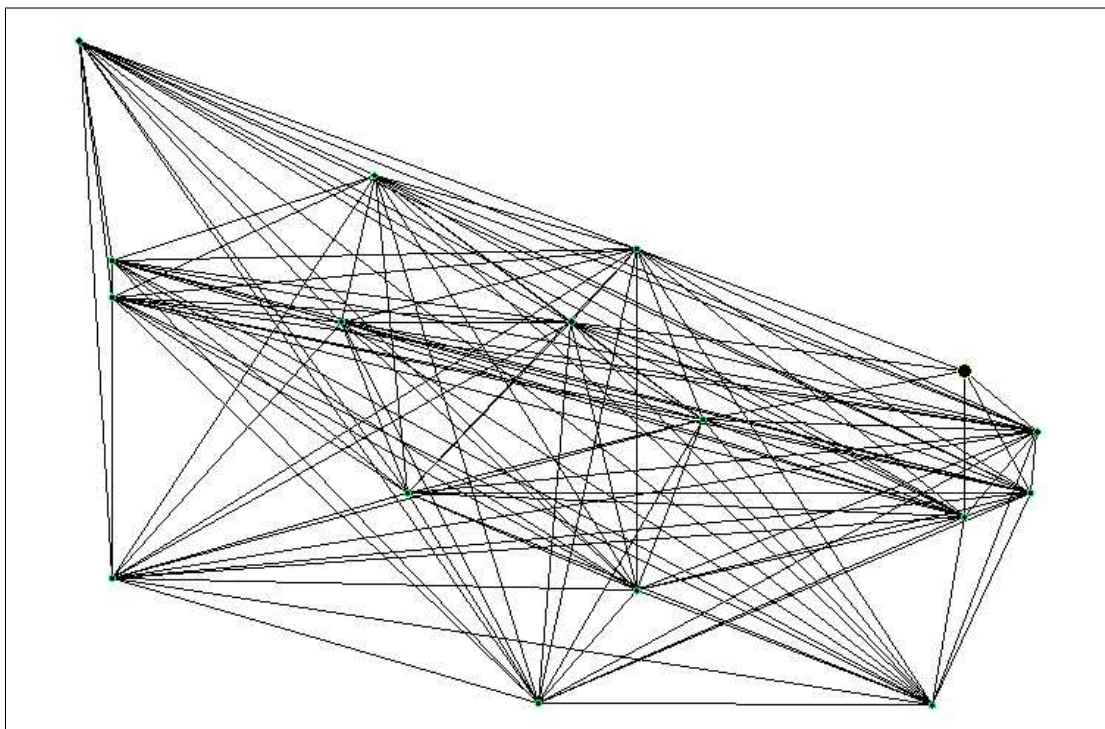


Figura 6.7: Trechos possíveis no planejamento - rede Batel

Os grafos nas Figuras 6.8 e 6.9 a seguir, apresentam as soluções para os dois períodos do planejamento. E os resultados estão apresentados na tabela 6.2, página 71.

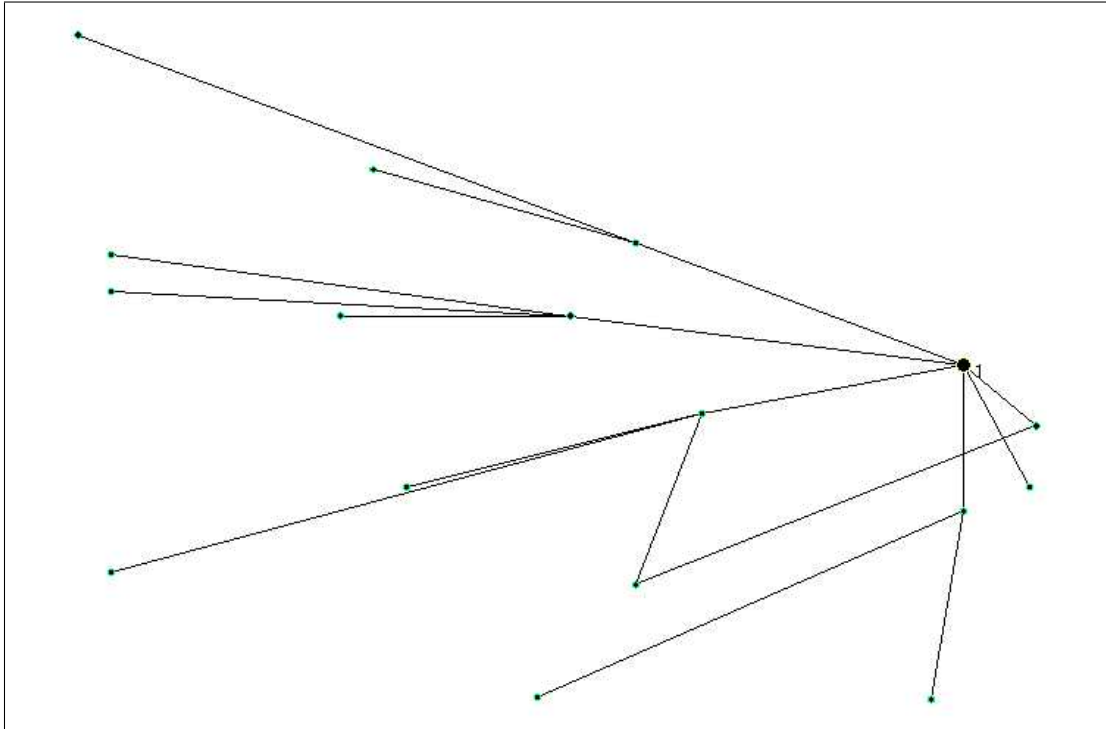


Figura 6.8: Solução do 1º período do planejamento - rede Batel

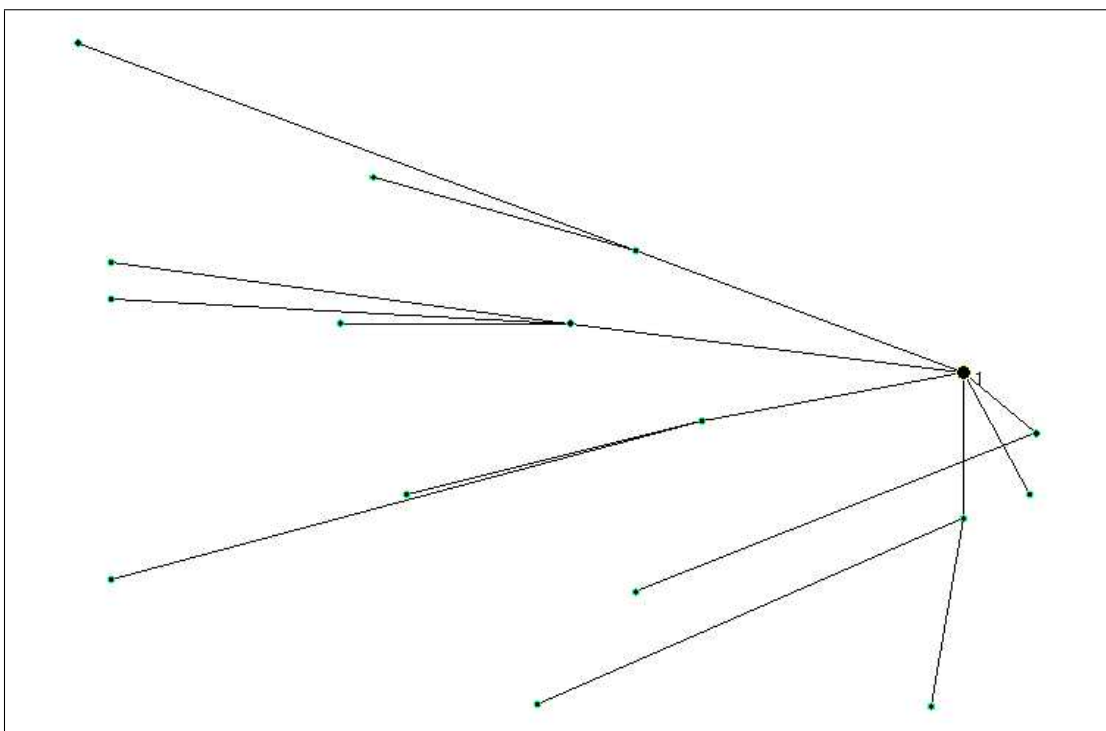


Figura 6.9: Solução do 2º período do planejamento - rede Batel

Tabela 6.2: Resultados obtidos - rede Batel

Resultados obtidos no planejamento:

Localidade: SUBESTAÇÃO_BATEL

Função objetivo: \$179024100

Número de iterações: 112

Período	Nº do Trecho Instalado	Nó de origem	Nó de chegada	Bitola	Valor do Fluxo
1	2	SE 1	8	1	110
1	4	SE 1	7	1	1400
1	6	SE 1	9	1	650
1	8	SE 1	12	1	1260
1	10	SE 1	16	1	1400
1	11	SE 1	16	2	510
1	12	SE 1	1	1	530
1	16	1	2	1	230
1	32	1	3	1	200
1	198	7	10	1	360
1	208	7	15	1	340
1	214	7	11	1	250
1	232	8	15	1	30
1	352	12	13	1	400
1	358	12	14	1	760
1	466	16	5	1	960
1	472	16	6	1	120
1	474	16	4	1	80
2	2	SE 1	8	1	390
2	4	SE 1	7	1	1400
2	5	SE 1	7	2	180
2	6	SE 1	9	1	180
2	8	SE 1	12	1	890
2	10	SE 1	16	1	1340
2	12	SE 1	1	1	1120
2	16	1	2	1	410
2	32	1	3	1	480
2	198	7	10	1	260
2	214	7	11	1	460
2	232	8	15	1	260
2	352	12	13	1	260
2	358	12	14	1	300
2	466	16	5	1	210
2	472	16	6	1	200
2	474	16	4	1	120

Todas as demandas foram atendidas

Como pode ser observado na Figura 6.8 (página 70), houve a formação de um *loop* na rede, problema que persiste nos modelos até hoje propostos. Sugestões para este problema estão listados no próximo capítulo. Fora este problema, com a demanda utilizada neste teste o modelo satisfaz todos os nós de demanda em todos os períodos, com a rede apresentando a configuração radial esperada pela restrição de arborescência, salvo onde houve a formação do *loop*.

6.3 Rede Cascavel

A segunda rede real considerada foi a da cidade de Cascavel. Os dados topológicos e técnicos da rede estão no anexo A.2. Esta rede é dotada de cinco subestações, vinte e quatro alimentadores (soma de todos os alimentadores das cinco subestações) e cento e oitenta e oito nós de demanda. As bitolas são as mesmas utilizadas no teste anterior. O grafo abaixo (Figura 6.10) apresenta a localização dos nós de demanda (não rotulados para não poluir a imagem).¹

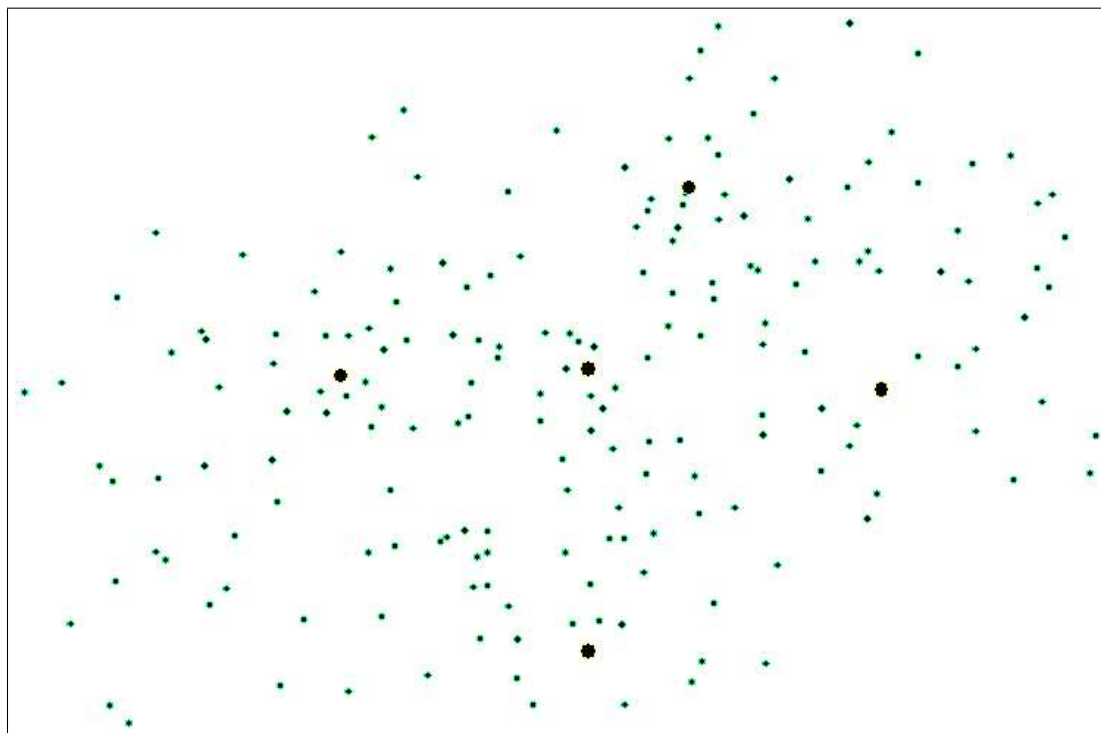


Figura 6.10: Localização dos nós de demanda não rotulados - rede Cascavel

¹A localização dos nós de demanda rotulados referente à figura 6.10 está no anexo B.1 (página 97).

O grafo abaixo apresenta todas as possibilidades de trechos entre os nós de demanda, mas, dado o número de nós de demanda, o grafo fica incompreensível, gerando a “nuvem” mostrada na Figura 6.11 e a solução está no grafo da Figura 6.12.

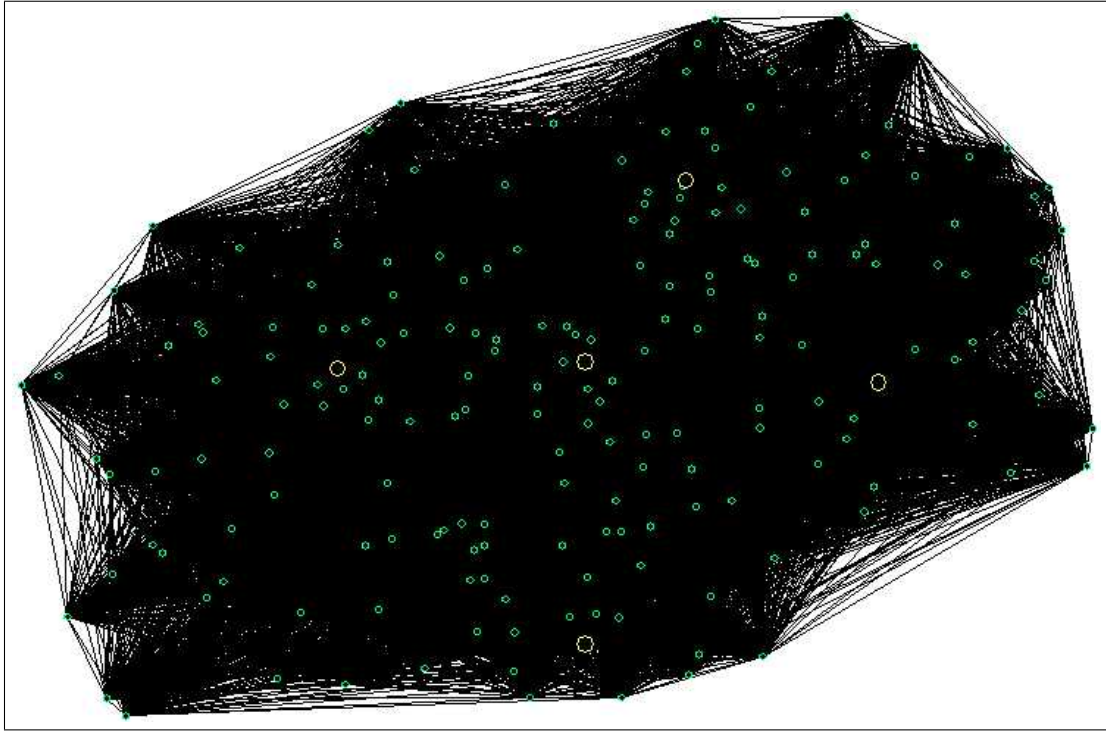


Figura 6.11: Trechos possíveis no planejamento - rede Cascavel

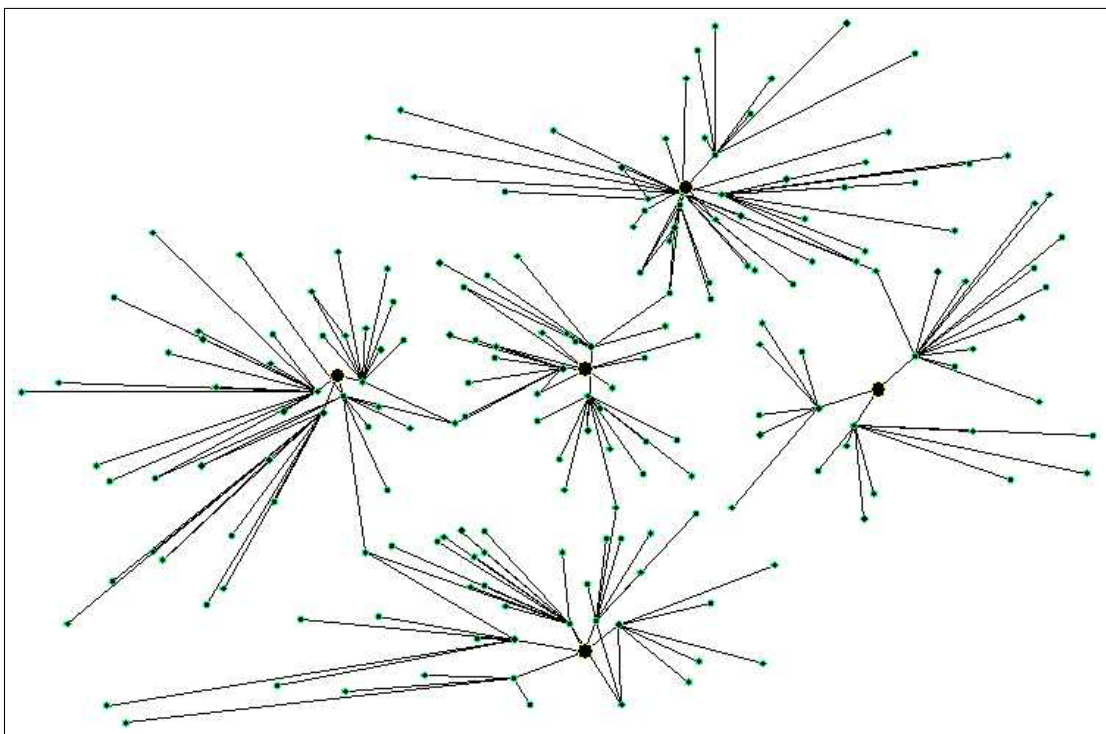


Figura 6.12: Solução do planejamento - rede Cascavel

O teste realizado com esta rede foi com apenas um período para ver o comportamento do modelo ante uma rede de distribuição de porte maior. O resultado obtido neste teste está no anexo B (página 91).

A configuração obtida através da aplicação do modelo matemático foi muito satisfatória, sendo alguns *loops* se apresentaram e a configuração radial também foi bem parecida entre todas as subestações. Todos os nós de demanda foram atendidos, e com isso, não houve a necessidade da penalização da rede por não atender a alguma demanda.

Conclusões

Ao final do presente trabalho, com a revisão dos modelos matemáticos apresentados no capítulo três, a proposição e implementação de um novo modelo, conclue-se que o estudo de redes de expansão de redes elétricas ainda é um campo muito abrangente e passivo de muitos estudos, tanto pela natureza e importância do problema, como pela beleza da matemática envolvida em tal processo.

Os resultados obtidos pelo trabalho não foram muito diferentes dos já apresentados por outros modelos, mas a tentativa de apresentar um modelo com menos restrições que manteve-se as características do problema foi satisfatória, para a construção de novas idéias, e simplificação do problema, já que o interesse das aplicações são para redes de distribuição de energia elétrica entre várias subestações, ou até mesmo cidades inteiras, como no teste apresentado com a cidade de Cascavel - PR.

A apresentação de *loops* era um item não desejado, porém esperado, dado a não utilização de variáveis binárias. Por isso, as sugestões para trabalhos futuros apresenta algumas idéias para resolver este problema:

- considerar a rede de distribuição elétrica já existente, para então fazer os cálculos e modificações necessárias para o planejamento;
- dos trechos que formam *loops*, retirar o que menos contribui no atendimento da demanda daquele nó de demanda, ou seja, o que apresentar o menor fluxo de demanda, e então executar novamente o modelo matemático, realizando este processo até obter uma solução sem *loops*;
- caso um nó de demanda seja atendido por n trechos, dividir este nó em outros n nós de demanda com a mesma localização e com sua demanda dividida da mesma forma em que os n trechos atendem o nó de demanda original;

-
- utilização de métodos heurísticos para a determinação de quais nós de demanda devem ser atendidos por cada subestação, gerando assim *clusters* e então, para cada subestação com os seus nós de demanda a serem atendidos definidos, executar o modelo matemático;
 - fazer uma análise do valor do parâmetro Adjacências, para diminuir o tamanho do problema e excluir possibilidades de trechos desnecessários e sem sentido num planejamento real;
 - utilizar a técnica de Programação Lógica por Restrições, que pode considerar restrições não-lineares e variáveis binárias na formulação do problema, sem acarretar num modelo tipo NP-hard.

Referências Bibliográficas

- [1] AOKI K.; NARA K.; SATOH T.; KITAGAWA M.; YAMANAKA K. *New Approximate Optimization Method for Distribution System Planning*. IEEE Transactions on Power System, Vol.5, 1990.
- [2] BARTOSIEWICZ, F. Netto. *Expansão de redes elétricas via modelos matemáticos*. Monografia de curso, Matemática Industrial - UFPR. 2005.
- [3] BAZARAA, M. S.; JARVIS, J. J.; SHERALI, H. D. *Linear Programming and Network Flows*. 2° ed. New York: Wiley, 1977. 684 p.
- [4] BOSCHETTO S.N. *Aplicação de Modelos Matemáticos na Expansão da Rede de Distribuição de Energia Elétrica*. Matemática Industrial - UFPR, Nov 2004.
- [5] BROOKS D.L.; DUGAN R.C.; WACLAWIAK M. and SUNDARAM A. *Indices for Assessing Utility Distribution System RMS Variation Performance*. IEEE Transactions On Power Delivery, Vol.13, nº.1, Jan 1998, p.254-259.
- [6] CAMARGO, C. C. B. *Confiabilidade aplicada a sistemas de potência elétrica*. LTC Editora; Eletrobrás; Fundação do Ensino da Engenharia em Santa Catarina - FEESC. 1981. 206 p.
- [7] FARRAG, M.A.; EL-METWALLY, M.M.; EL-BAGES, M.S. *A New Model for Distribution System Planning*. Electrical Power and Energy Systems, Vol. 21, 1999.
- [8] FRIEDLANDER, A. *Elementos de programação não-linear*. [S.l.: s.n], [199-], 116 p.
- [9] GOLDBARG, M. C. *Otimização combinatória e programação linear: modelos e algoritmos*. 5° ed. Rio de Janeiro: Campus, 2000. 649 p.
- [10] KUWABARA H.; NARA K. *Multi-year and Multi-State Distribution Systems Expansion Planning by Multi-Stage Branch Exchange*. IEEE Transactions On Power Delivery, Vol.12, nº.1, Jan 1997, p.457-463.

- [11] PUCCINI, A. de L. *Programação Linear*. 2° ed. Rio de Janeiro: [s.n.], 1990. 250 p.
- [12] RAO, S. S. *Engineering Optimization - Theory and Practice*. 3° ed. New York: Wiley, 1996. 903 p.
- [13] SURESH, Khator K. *Power Distribution Planning: a Review of Models and Issues*. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. 12, n° 3, 1997.
- [14] TAHA, H.A. *Pesquisa Operacional*. 8° ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2008. 384 p.
- [15] TANG, Y.; Siemens Power Corporation. *Power Distribution System Planning With Reliability Modeling And Optimization*. IEEE Transactions On Power System, Vol.11, n° 1, Feb 1996, p.181-187.
- [16] VAZIRI, M.; TOMSOVIC K.; GONEN T. *Distribution Expansion Problem: Part 1 – Categorical Analysis and Future Directions*. [S.l.: s.n]. [199-].
- [17] VAZIRI, M.; TOMSOVIC K.; GONEN T. *Distribution Expansion Problem: Part 2 – Proposed Modeling and Formulation*. [S.l.: s.n]. [199-].
- [18] VECCHI, T.P.B.; *Um Estudo de Modelos Matemáticos para Expansão de Redes de Distribuição de Energia Elétrica*, Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, Universidade Federal do Paraná, Dez 2004.
- [19] VENTURINI, A. E. G. *Los Matemáticos que Hicieron la Historia*. 1° ed. Buenos Aires: Ediciones Cooperativas, 2003. 439 p.

Dados de entrada

A.1 Rede de distribuição - subestação Batel

Tabela A.1: Dados topológicos - rede Batel

LOCALIDADE: Subestação_Batel
TOTAL_SE : 1
TOTAL_AL : 6
TOTAL_ND : 16
ADJACENCIAS : 15
SUBS_COORD_SECTION
1 673100 7184300 700000 50000 6 15000
NODE_COORD_SECTION
1 672600 7184800
2 672200 7185100
3 671750 7185650
4 671800 7184750
5 672150 7184500
6 671800 7184600
7 672700 7184100
8 673210 7184050
9 673200 7183800
10 672250 7183800
11 671800 7183450
12 673100 7183700
13 673050 7182930
14 672450 7182940
15 672600 7183400
16 672500 7184500
EOF

Tabela A.2: Dados técnicos - rede Batel

TOTAL_PR : 2

TOTAL_BT : 2

TOTAL_PL : 4

CUSTO_TF : 4.9

TENSAO_NON: 13.8

INFORMA_BITOLAS

0 2356.01 11294.25 26839.90 0.42615 100 3568.31

0 4929.28 9358.52 10404.33 0.16925 419 5201.05

INFORMA_EIXO

0 1500 3250 5000

DEMANDAS

100 230

230 410

200 480

80 120

960 210

120 200

450 860

80 130

650 180

360 260

250 460

100 330

400 260

760 300

370 260

750 810

EOF

A.2 Rede de distribuição - cidade Cascavel

Tabela A.3: Dados topológicos - rede Cascavel continua

```
LOCALIDADE: Cidade_Cascavel
TOTAL_SE : 5
TOTAL_AL : 24
TOTAL_ND : 188
ADJACENCIAS : 187
SUBS_COORD_SECTION
1 252100 7233300 500000 500000 5 15000
2 249400 7237400 400000 130000 4 15000
3 253200 7240200 300000 80000 8 15000
4 255300 7237200 200000 76000 3 15000
5 252100 7237500 100000 50000 4 15000
NODE_COORD_SECTION
1 245959 7237153
2 246886 7232491
3 246458 7233708
4 246947 7234341
5 246917 7235828
6 246774 7236063
7 246366 7237291
8 246963 7238566
9 247093 7232232
10 247979 7233989
11 247491 7234655
12 247387 7234775
13 247414 7235872
14 247921 7236059
15 247554 7237741
16 247934 7237943
17 247888 7238054
18 247390 7239525
19 248744 7232793
20 248998 7233768
21 248159 7234234
22 248244 7235021
23 248713 7235518
24 248656 7236149
25 248819 7236871
26 248077 7237233
```

Dados topológicos - rede Cascavel continuação

27 248670 7237582
28 248691 7238017
29 248338 7239193
30 249490 7232698
31 249850 7233819
32 249701 7234770
33 249990 7234868
34 249945 7235702
35 249248 7236847
36 249733 7236642
37 249852 7236931
38 249184 7237162
39 249463 7237100
40 249674 7237309
41 249244 7237990
42 249489 7237994
43 249871 7237790
44 249712 7238100
45 249119 7238648
46 249947 7238990
47 249408 7239237
48 249743 7240950
49 250357 7232945
50 250928 7233486
51 250852 7234253
52 250893 7234704
53 250486 7234934
54 250564 7235002
55 250753 7235094
56 250197 7236616
57 250687 7236689
58 250792 7236786
59 250830 7237291
60 250907 7237932
61 250119 7237923
62 250627 7238003
63 250779 7238718
64 250009 7238492
65 250515 7239080
66 250244 7240359
67 250086 7241352

Dados topológicos - rede Cascavel continuação

68 251500 7232500
69 251323 7232899
70 251333 7233474
71 251234 7233964
72 251933 7233703
73 251008 7234273
74 251001 7234769
75 251857 7234771
76 251001 7235085
77 251879 7235697
78 251820 7236160
79 251576 7236724
80 251577 7237128
81 251119 7237669
82 251134 7237835
83 251859 7237504
84 251995 7237904
85 251637 7238036
86 251904 7238027
87 251032 7238893
88 251367 7239172
89 251232 7240135
90 251759 7241043
91 252500 7232500
92 252217 7233748
93 252468 7233694
94 252126 7234304
95 252713 7234479
96 252330 7234982
97 252493 7234977
98 252813 7235056
99 252439 7235433
100 252737 7235938
101 252376 7236306
102 252768 7236415
103 252134 7236583
104 252261 7236916
105 252135 7237103
106 252401 7237221
107 252107 7237494
108 252751 7237673

Dados topológicos - rede Cascavel continuação

109 252167 7237830
110 252979 7238134
111 252707 7238936
112 252629 7239615
113 252752 7239852
114 252793 7240034
115 252500 7240500
116 252980 7240927
117 253234 7232839
118 253340 7233148
119 253474 7234017
120 253315 7235349
121 253707 7235440
122 253266 7235910
123 253102 7236438
124 253999 7236815
125 253331 7237989
126 253021 7238626
127 253470 7238540
128 253456 7238782
129 253957 7238964
130 253020 7239405
131 253877 7239033
132 253079 7239600
133 253132 7239945
134 253525 7239720
135 253798 7239778
136 253590 7240091
137 253165 7240121
138 253524 7240688
139 253412 7240941
140 253901 7241299
141 253207 7241825
142 253326 7242244
143 253516 7242604
144 254954 7242642
145 254136 7241826
146 254299 7240324
147 254928 7240202
148 254499 7239730
149 254573 7239097

Dados topológicos - rede Cascavel continuação

150 254368 7238754
151 254028 7238185
152 254011 7237865
153 254468 7237756
154 254648 7236913
155 254011 7236519
156 254952 7236352
157 254643 7235982
158 254170 7234584
159 254041 7233119
160 255145 7235267
161 255249 7235643
162 255035 7236658
163 255697 7237691
164 255275 7238959
165 255948 7238948
166 255062 7239097
167 255157 7239256
168 255696 7240274
169 255162 7240572
170 255407 7241028
171 255695 7242200
172 256294 7240553
173 256711 7240672
174 256135 7239557
175 256996 7239002
176 256251 7238804
177 256859 7238267
178 256128 7237530
179 256334 7237804
180 256335 7236574
181 256745 7235854
182 257577 7235946
183 257635 7236503
184 257056 7237007
185 257123 7238713
186 257300 7239454
187 257004 7239959
188 257167 7240100

EOF

Tabela A.4: Dados técnicos - rede Cascavel continua

TOTAL_PR : 1
TOTAL_BT : 2
TOTAL_PL : 4
CUSTO_TF : 4.9
TENSAO_NON: 13.8
INFORMA_BITOLAS
0 2356.01 11294.25 26839.90 0.42615 100 3568.31
0 4929.28 9358.52 10404.33 0.16925 419 5201.05
INFORMA_EIXO
0 1500 3250 5000
DEMANDAS
9.51
24.76
343.79
400.38
127.82
203.41
1024.84
390.03
54.41
35.7
1580.38
253.61
1052.46
1058.04
1010.83
89.81
196.94
95.86
2.87
358
892.79
758.48
937.91
572.97
479.58
1001.47
474.01
929.31
772.83

Dados técnicos - rede Cascavel continuação

17.78
222.13
975.99
147.61
568.87
331.36
1785.04
41.3
177.85
84.83
612.95
254.4
442.87
146.33
904.97
1596.37
34.81
929.31
20.31
4.29
251.82
345.37
346.17
266.18
58.24
1500.79
423.13
958.16
343.28
488.61
820.06
1168.76
139.54
1136.96
287.16
1163.15
258.63
16.26
1873.67
86.98
426.6

Dados técnicos - rede Cascavel continuação

176.04
85.78
117.47
841.03
412.11
224.38
1422.48
214.34
1442.9
1552.48
1448.1
1996.76
952.26
504.78
1235.91
197.41
898.18
563.34
534.91
138.68
3246.1
216.9
476.74
217.19
673.95
507.73
412.08
227.24
1104.16
331.77
807.81
409.13
28.43
376.91
33.7
165.71
2172.82
223.25
1188.88
567.86
3724.52

Dados técnicos - rede Cascavel continuação

260.95

487.91

333.39

2143.17

9.61

6.82

158.06

795.79

340.68

224.72

135.61

838.63

17.37

334.6

511.57

507.84

1057.28

107.88

462.51

190.57

577.8

12.4

179.91

117.24

254.32

175.77

367.42

155.27

615.49

436.74

309.5

500.01

535.89

534.14

861.82

275.26

1196.53

428.25

1480.89

80.8

161.91

Dados técnicos - rede Cascavel continuação

240.95

47.86

62.8

234.34

326.66

8.98

4.59

57.59

530.36

660.35

1006.48

597.27

226.05

30.46

1029.25

450.22

873.08

966.58

1020.22

290.46

241.4

905.14

81.31

294.46

597.27

950.45

890.81

963.94

78.9

153.23

756.55

1019.11

76.48

698.71

16.45

183.72

EOF

Resultados - cidade Cascavel

Tabela B.1: Resultados obtidos - rede Cascavel continua

Resultados obtidos no planejamento:

Localidade: CIDADE_CASCADEL

Função objetivo: \$2706554000

Número de iterações: 1714

Período	Nº do Trecho Instalado	Nó de origem	Nó de chegada	Bitola	Valor do Fluxo
1	6	SE 1	72	1	1400
1	7	SE 1	72	2	3413
1	8	SE 1	92	1	1400
1	9	SE 1	92	2	3442
1	10	SE 1	93	1	1400
1	11	SE 1	93	2	1552
1	12	SE 1	70	1	1400
1	14	SE 1	69	1	1400
1	15	SE 1	69	2	637
1	16	SE 2	40	1	1400
1	17	SE 2	40	2	5000
1	18	SE 2	39	1	1400
1	19	SE 2	39	2	5000
1	20	SE 2	38	1	1400
1	21	SE 2	38	2	5000
1	22	SE 2	35	1	1400
1	23	SE 2	35	2	5000
1	24	SE 3	137	1	1400
1	25	SE 3	137	2	5000
1	26	SE 3	133	1	1400
1	27	SE 3	133	2	2187
1	28	SE 3	136	1	1400
1	29	SE 3	136	2	5000
1	30	SE 3	114	1	1400
1	32	SE 3	113	1	749
1	34	SE 3	134	1	1400
1	36	SE 3	138	1	1400

Resultados obtidos - rede Cascavel continuação

1	37	SE 3	138	2	2637
1	38	SE 3	132	1	1400
1	40	SE 4	162	1	1400
1	41	SE 4	162	2	2362
1	42	SE 4	163	1	1400
1	43	SE 4	163	2	5000
1	44	SE 4	154	1	837
1	46	SE 5	107	1	1400
1	47	SE 5	107	2	5000
1	48	SE 5	83	1	1400
1	49	SE 5	83	2	5000
1	50	SE 5	109	1	1400
1	51	SE 5	109	2	5000
1	52	SE 5	105	1	1400
1	53	SE 5	105	2	5000
1	8698	24	11	1	80
1	12782	35	24	1	653
1	12804	35	23	1	938
1	12808	35	14	1	293
1	12832	35	22	1	758
1	12878	35	12	1	254
1	12880	35	11	1	1500
1	12882	35	21	1	893
1	12912	35	10	1	36
1	12926	35	4	1	400
1	12976	35	3	1	344
1	13896	38	25	1	480
1	13900	38	27	1	474
1	13912	38	28	1	929
1	13916	38	26	1	1001
1	13924	38	16	1	90
1	13930	38	17	1	197
1	13946	38	15	1	1011
1	13958	38	13	1	188
1	13986	38	8	1	390
1	13988	38	5	1	128
1	13990	38	6	1	203
1	13998	38	7	1	1025
1	14008	38	18	1	96
1	14032	38	1	1	10
1	14272	39	37	1	41

Resultados obtidos - rede Cascavel continuação

1	14274	39	36	1	1500
1	14275	39	36	2	285
1	14280	39	56	1	423
1	14296	39	57	1	279
1	14306	39	34	1	569
1	14324	39	14	1	765
1	14342	39	32	1	816
1	14348	39	29	1	773
1	14354	39	13	1	864
1	14646	40	43	1	146
1	14652	40	42	1	539
1	14654	40	61	1	1169
1	14656	40	44	1	905
1	14658	40	41	1	254
1	14670	40	57	1	23
1	14674	40	64	1	287
1	14680	40	45	1	1500
1	14692	40	46	1	35
1	14702	40	47	1	929
1	15400	42	45	1	96
1	25486	69	68	1	1500
1	25487	69	68	2	374
1	25492	69	49	1	4
1	25512	69	30	1	18
1	25606	69	9	1	54
1	25860	70	50	1	252
1	25890	70	31	1	222
1	25914	70	32	1	113
1	25924	70	20	1	358
1	25928	70	19	1	3
1	26030	70	2	1	25
1	26616	72	71	1	176
1	26622	72	75	1	412
1	26624	72	73	1	117
1	26628	72	51	1	345
1	26632	72	91	1	246
1	26638	72	74	1	842
1	26640	72	52	1	346
1	26650	72	76	1	224
1	26656	72	55	1	1500
1	26658	72	54	1	58

Resultados obtidos - rede Cascavel continuação

1	26660	72	53	1	266
1	26670	72	33	1	148
1	26678	72	32	1	47
1	27360	74	55	1	1
1	30728	83	80	1	52
1	30740	83	81	1	1448
1	30742	83	82	1	1500
1	30750	83	60	1	820
1	30752	83	59	1	489
1	30756	83	58	1	343
1	30760	83	62	1	140
1	30766	83	57	1	656
1	34092	92	94	1	217
1	34094	92	95	1	674
1	34104	92	96	1	508
1	34106	92	97	1	412
1	34110	92	91	1	1500
1	34120	92	98	1	227
1	34130	92	99	1	746
1	34136	92	120	1	341
1	34470	93	118	1	158
1	34472	93	119	1	796
1	34474	93	117	1	7
1	34478	93	91	1	1500
1	34498	93	159	1	5
1	34510	93	158	1	9
1	38950	105	104	1	377
1	38958	105	103	1	28
1	38962	105	79	1	1443
1	38968	105	101	1	808
1	38972	105	102	1	409
1	38976	105	78	1	214
1	38982	105	123	1	839
1	38986	105	100	1	332
1	38994	105	77	1	1422
1	39002	105	122	1	136
1	39004	105	99	1	358
1	39704	107	106	1	166
1	39712	107	80	1	1500
1	39714	107	108	1	223
1	39716	107	85	1	1236

Resultados obtidos - rede Cascavel continuação

1	39724	107	82	1	497
1	39736	107	125	1	335
1	39758	107	63	1	270
1	40446	109	84	1	505
1	40448	109	86	1	197
1	40462	109	110	1	568
1	40472	109	126	1	450
1	40494	109	87	1	898
1	40496	109	88	1	563
1	40500	109	63	1	867
1	40524	109	65	1	1163
1	41944	113	112	1	261
1	42326	114	115	1	532
1	42354	114	89	1	535
1	49066	132	111	1	807
1	49070	132	126	1	15
1	49434	133	130	1	463
1	49448	133	111	1	1500
1	49452	133	128	1	1057
1	49458	133	126	1	47
1	49462	133	127	1	508
1	49836	134	150	1	1220
1	50556	136	146	1	862
1	50566	136	148	1	1197
1	50582	136	147	1	275
1	50594	136	169	1	873
1	50596	136	167	1	1029
1	50600	136	166	1	24
1	50614	136	168	1	450
1	50632	136	174	1	905
1	50642	136	172	1	290
1	50662	136	173	1	241
1	50932	137	135	1	117
1	50938	137	115	1	1500
1	50939	137	115	2	111
1	50940	137	116	1	10
1	50946	137	111	1	1418
1	50948	137	131	1	191
1	50956	137	129	1	108
1	50962	137	90	1	139
1	50964	137	141	1	437

Resultados obtidos - rede Cascavel continuação

1	50966	137	149	1	428
1	50970	137	150	1	261
1	50988	137	166	1	6
1	50992	137	164	1	236
1	50996	137	170	1	967
1	51024	137	66	1	259
1	51048	137	67	1	16
1	51062	137	48	1	20
1	51292	138	139	1	155
1	51300	138	140	1	615
1	51320	138	145	1	534
1	51330	138	142	1	310
1	51346	138	143	1	500
1	51364	138	144	1	536
1	51374	138	171	1	1020
1	57280	154	124	1	17
1	57282	154	155	1	63
1	57284	154	153	1	241
1	57288	154	152	1	162
1	57294	154	151	1	81
1	57308	154	121	1	225
1	60268	162	156	1	234
1	60272	162	157	1	327
1	60276	162	161	1	530
1	60284	162	180	1	964
1	60286	162	160	1	58
1	60298	162	181	1	79
1	60340	162	183	1	757
1	60342	162	182	1	153
1	60642	163	178	1	950
1	60644	163	179	1	891
1	60650	163	176	1	294
1	60652	163	165	1	226
1	60656	163	177	1	597
1	60660	163	164	1	361
1	60662	163	184	1	1019
1	60676	163	185	1	76
1	60680	163	175	1	81
1	60702	163	186	1	699
1	60716	163	187	1	16
1	60724	163	188	1	184

Todas as demandas foram atendidas

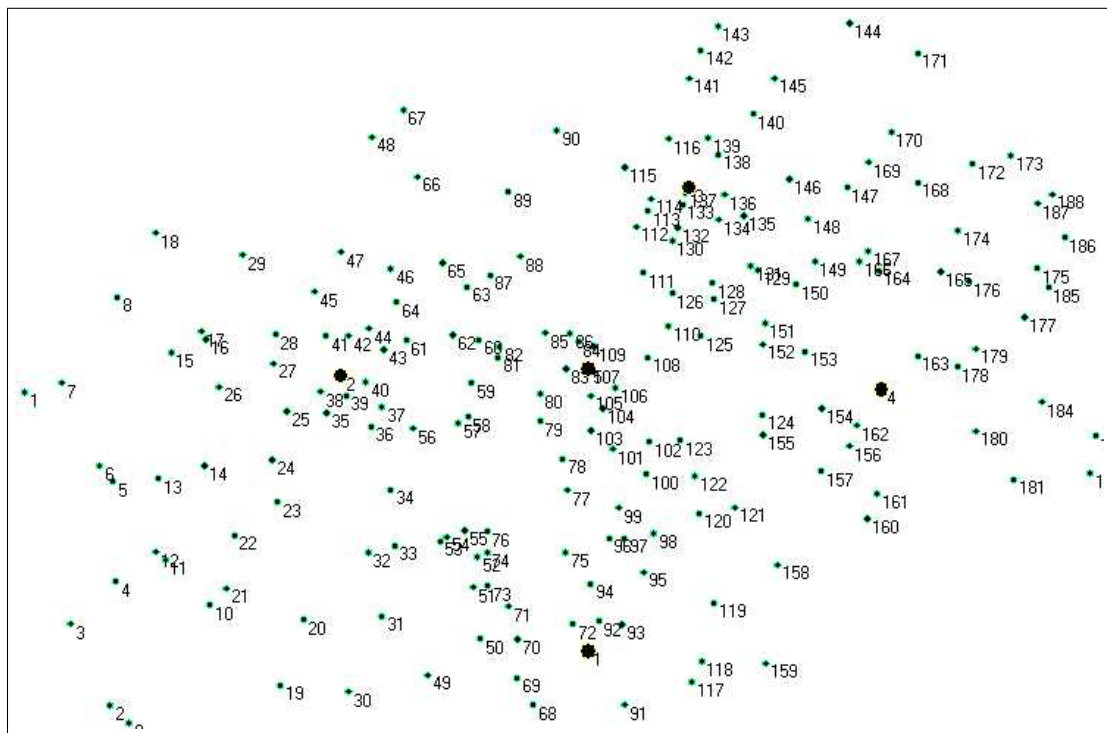


Figura B.1: Localização dos nós de demanda rotulados - rede Cascavel