

**ROSILEI DE SOUZA NOVAK**

**UM SISTEMA DE OTIMIZAÇÃO APLICADA AO DESDOBRO DE  
MADEIRA**

**CURITIBA**

**2007**

**ROSILEI DE SOUZA NOVAK**

**UM SISTEMA DE OTIMIZAÇÃO APLICADA AO DESDOBRO DE  
MADEIRA**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ciências pelo Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, Área de Concentração em Programação Matemática, Setor de Tecnologia/Setor de Ciências Exatas, Departamento de Engenharia Civil/ Departamento de Matemática da Universidade Federal do Paraná

Orientador: Prof. Dr. Celso Carnieri

**CURITIBA**

**2007**

# TERMO DE APROVAÇÃO

ROSILEI DE SOUZA NOVAK

UM SISTEMA DE OTIMIZAÇÃO APLICADA AO DESDOBRO DE MADEIRA

Dissertação aprovada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre no curso de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, setores de Tecnologia e Ciências Exatas da Universidade Federal do Paraná, pela seguinte banca examinadora:

Orientador:

---

Prof. Dr. Celso Carnieri  
PPGMNE – UFPR

Co-Orientador:

---

Prof. Dr. Arinei Carlos Lindbeck da Silva  
PPGMNE – UFPR

---

Prof. Dr. Márcio Pereira da Rocha  
Departamento de Tecnologia da Madeira – UFPR

---

Prof. Dr. Angela Olandoski Barboza  
Departamento de Matemática – UTFPR

Curitiba, 28 de Setembro de 2007

## DEDICATÓRIA

*“Foi um anjo por Deus enviado para ser exemplo em minha vida!*

*Tarefa que com salvos de vitória foi cumprida.*

*Plantou em mim a Paz e a Harmonia,*

*Ensinar-me coisas básicas como andar e falar,*

*E também me ensinou o essencial da vida: amar e perdoar!*

*Sempre soube como ninguém entender meus sinais,*

*E prever meus movimentos estando sempre ao meu lado.*

*Soube perdoar meus erros e sorriu comigo quando tinha acertado.*

*Mãe é seu, o mérito do sucesso que se diz meu!”*

*A Minha mãe querida*

*Maria Araci Glade de Souza*

*Dedico*

## AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus que está sempre ao meu lado.

Agradeço pelas dificuldades encontradas no decorrer desse trabalho, que serviram de aprendizagem e incentivo para a minha Vitória.

“Mas aqueles que contam com o Senhor renovam suas forças, dá-lhe asas como águia. Correm sem se cansar, vão para frente sem se fatigar”. Isaias 40,31

Ao meu orientador e amigo Dr. Celso Carnieri, que não mediu esforço a concretização deste trabalho. Agradeço a sua compreensão, incentivo e apoio.

Ao meu co-orientador Arinei Lindenberg da Silva, pelo seu auxílio prestado.

Ao proprietário da empresa estudada, Neuzo Tozzo, pela sua cooperação.

"... ainda que eu falasse a língua dos anjos, sem amor eu nada seria..."

*I Coríntios 13,1*

Agradeço também a todos os meus Familiares e Amigos que de alguma forma contribuíram para a realização desse trabalho.

E finalmente a todos que, direta ou indiretamente, colaboraram para o desenvolvimento desta dissertação.

## Epígrafe

*"Eu não o amo por causa de quem  
você é, mas por causa de quem eu  
me torno quando estou com você."  
(Autor desconhecido)*

## SUMÁRIO

<b>LISTA DE TABELAS .....</b>	<b>x</b>
<b>LISTA DE FIGURAS.....</b>	<b>xi</b>
<b>RESUMO.....</b>	<b>xiii</b>
<b>ABSTRACT .....</b>	<b>xiv</b>
<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
1. 1 TEMA DE ESTUDO.....	1
1. 2 APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA .....	5
1. 3 OBJETIVOS .....	5
1. 4 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO .....	6
<b>2 REVISÃO DE LITERATURA.....</b>	<b>7</b>
2. 1 FATORES QUE LEVARAM A PREOCUPAÇÃO COM O PLANEJAMENTO DAS TÉCNICAS DE DESDOBRO. ....	7
2. 2 FATORES QUE AFETAM O RENDIMENTO NA MADEIRA SERRADA. ....	8
2. 3 O USO DA PESQUISA OPERACIONAL NA OTIMIZAÇÃO DA INDÚSTRIA MADEIREIRA. ....	11
<b>3 MATERIAL .....</b>	<b>28</b>
3. 1 LOCALIZAÇÃO DA EMPRESA EM ESTUDO.....	28
3. 2 A EMPRESA.....	29
3. 3 OPERAÇÕES DE DESDOBRO.....	34
3. 4 DADOS UTILIZADOS PARA TESTAR O SISTEMA DE ANÁLISE, SIMULAÇÃO E OTIMIZAÇÃO DO PLANEJAMENTO DO DESDOBRO NO SETOR DE SERRADOS.....	36

3.4. 1 Estoque .....	37
3.4. 2 Demanda.....	39
<b>4. MÉTODOS.....</b>	<b>43</b>
4. 1 MÓDULOS DO SISTEMA DE ANÁLISE, SIMULAÇÃO E OTIMIZAÇÃO NO SETOR DE SERRADOS.....	43
4.1.1 Módulo Gerador dos Padrões de Corte (MGPC) .....	44
4.1.1. 1 MAXITORA.....	45
4.1.1.2 Sistema de Geração Exaustiva dos Padrões de Corte Possíveis (PCP).....	50
4.1.1.2.1 Princípio de Simulação dos Padrões de Corte Possíveis (PCP) .....	51
4.1.1.3 Sistema de Geração dos Padrões de Corte Ótimos (PCO) .....	55
4.1.1.3.1 Princípio de Simulação dos Padrões de Corte Ótimos (PCO) para cada Classe Diamétrica.....	56
4.1.2 Módulo de Adequação dos Padrões de Cortes Ótimos Visando às Restrições do Estoque (MACORE).....	57
4.1.2.1 Programação Linear (PL) no Módulo de Adequação dos Cortes Ótimos Visando as Restrições do Estoques (MACORE).....	58
4.1.2.2 Primeiro Cenário_ Adequação do Sistema de Geração Exaustiva de Todos os Padrões de Corte Possíveis para o Plano de Corte Ótimo (AS-PCP).....	60
4.1.2.2.1 O Modelo.....	60
4.1.2.2.2 Algoritmo SIMPLEX .....	66
4.1.2.3 Segundo Cenário_ Adequação do Sistema de Geração dos Padrões de Corte Ótimos para o Plano de Corte Ótimo (AS-PCO).....	67
4.1.2.3.1 Processo de Geração de Colunas.....	68



4.1.2.3.1.1 Algoritmo SIMPLEX REVISADO __ SIMPLEX*	68
4.1.2.4 Software Industrial LINGO/PC®	73
<b>5 RESULTADOS</b>	<b>74</b>
5. 1 RESULTADOS OBTIDOS NO SISTEMA DE ANALISE, SIMULAÇÃO E OTIMIZAÇÃO NO SETOR DE SERRADOS SOSSer	75
5.1.1 Resultados Obtidos no Primeiro Cenário_ AS-PCP	76
5.1. 2 Resultados Obtidos no Segundo Cenário_ AS-PCO	80
5.2 Comparação dos resultados do primeiro e segundo cenário.	84
<b>6 CONCLUSÕES</b>	<b>85</b>
<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>86</b>
<b>ANEXOS</b>	<b>92</b>

## LISTA DE TABELAS

Tabela 3. 1: Classificação da diversidade diamétrica.....	38
Tabela 3. 2: Estoque da matéria-prima na Indústria Madeireira. ....	39
Tabela 3. 3: Demanda $q_N$ por tipo de peça N. ....	42
Tabela 4. 1: Espaço Amostral das Simulações de Corte do MAXITORA .....	53
Tabela 4. 2: Padrões Potenciais de Cortes Gerados Utilizando o Princípio de Simulação dos Padrões de Corte Segundo as Dimensões da Simulação.....	53

## LISTA DE FIGURAS

Figura 3. 1: Localização da madeireira instalada na cidade de Corbélia, PR. ....	28
Figura 3. 2: Indústria madeireira. ....	29
Figura 3. 3 Primeira condição de chegada da matéria prima (tamanho original) .....	30
Figura 3. 4: Segunda condição de chegada da matéria prima (tamanho original) .....	31
Figura 3.5: Primeira situação de Classificação da diversidade diamétrica por grupos.	32
Figura 3.6: Segunda situação de Classificação da diversidade diamétrica por grupos.	32
Figura 3. 7: Primeira Situação de Transporte das toras dentro da madeireira.....	33
Figura 3. 8 : Segunda Situação de Transporte das toras dentro da madeireira.....	33
Figura 3. 9: Primeira situação de desdobro da matéria prima. ....	34
Figura 3. 10: Segunda situação de desdobro da matéria prima .....	35
Figura 3. 11: Terceira situação de Desdobro da matéria prima. ....	35
Figura 3. 12: Quarta situação de Desdobro da matéria prima. ....	36
Figura 3. 13: Produtos prontos para entrega na primeira demanda. ....	40
Figura 3. 14: Produtos prontos para entrega da segunda demanda.....	40
Figura 3. 15: Primeira situação de sobra de produtos prontos para entrega.....	41
Figura 3. 16: Segunda situação de sobra de produtos prontos para entrega.....	41
Figura 4. 1: Tela de Cadastro de Produtos do Software.....	45
Figura 4.2: Tela de Otimização do Desdobro.....	47
Figura 4.3: Variação de Dimensões do Processo MAXITORA. ....	49
Figura 5. 1: Fluxograma do Sistema de Análise, Simulação e Otimização Setor de Serrados SOSSer.....	74

Figura 5. 2: Corte X(1, 1).....	78
Figura 5. 3: Corte X(4, 8).....	78
Figura 5. 4: Corte X(5, 1).....	79
Figura 5. 5: Corte X(6, 9).....	79
Figura 5. 6: Corte X(4, 1).....	81
Figura 5. 7: Corte X(5, 2).....	82
Figura 5. 8: Corte X(5, 3).....	82
Figura 5. 9: Corte X(6, 9).....	83
Figura 5. 10: Resultado Final. ....	84

## RESUMO

Foi desenvolvido um sistema de análise, simulação e otimização do setor de serrados de uma madeira localizada na região sudoeste do Paraná, levando em consideração a demanda dos clientes e o estoque disponível na empresa. A diversidade de estoque e demanda com seus respectivos preços locais de mercado foram considerados na modelagem. O sistema é desenvolvido por dois módulos principais: Módulo gerador dos padrões de corte (MGPC) e Módulo de adequação dos padrões de cortes ótimos sujeitos às restrições do estoque (MACORE). O MGPC que gera os padrões de corte, utiliza dois Sistemas de geração de corte: o sistema de geração exaustiva dos padrões de corte possíveis (PCP), que emprega a Programação Matemática baseada em Programação Dinâmica utilizando uma rotina de busca exaustiva, através do princípio de combinações, gerando desta forma todos os padrões de cortes possíveis; e o Sistema de geração dos padrões de corte ótimos (PCO), que gera os padrões de corte ótimos durante o processo de iterações do programa. O MACORE foi formulado como um problema de Programação Linear e minimiza o custo da matéria prima, sujeito a algumas restrições. Estas restrições consideram a demanda, a diversidade e a quantidade de matéria prima existente no estoque. Utilizando na resolução do problema de Programação Linear, o processo de geração de colunas. O sistema foi utilizado para avaliar um cenário real de médio-prazo com estoque que correspondem a um volume de  $275,85 m^3$  de matéria-prima. Este volume foi classificado por tipo de diâmetro em seis classes diamétricas num total de 950 toras, que foi utilizado para análise duas demandas existentes no período observado.

Palavras chave: padrões de corte, desdobro, Programação Linear, Programação matemática.

## ABSTRACT

We developed a system for analysis, simulation and optimization for the sawing wood sector, considering the demand and available stock of logs.

Data were provided by a sawmill unit located in the Southwest region of Paraná. The diversity of the diameters of logs in stock, with their respective prices were considered in the model. The system is composed by two submodels: the generator of the cutting patterns (MGPC) and the model of adequacy of optimal cutting patterns aiming at possible stock restrictions (Macore).

The MGPC model generates cutting patterns in two ways: the exhaustive generation, which uses combination and Dynamic Programming for generating the various cutting patterns, and the system for generating only cutting patterns which are not generated "a priori" but during the iterations of the LP program. The Macore, formulated as an LP model, minimizes the raw material cost, under demand and stock restrictions. The model uses column generation process.

The system is used to evaluate a realistic mid-term scenery, with stock of 275 m<sup>3</sup> of raw-material. The volume is separated in six diameter classes, adding to 950 logs, which shall attend two pre-existent demands in the period of observation.

Key-words: cutting patterns, sawing logs, linear programming, mathematical programming

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 TEMA DE ESTUDO

As indústrias madeireiras possuem como um dos seus principais objetivos, a aquisição de um melhor rendimento na sua matéria prima. Esse rendimento procura ser o máximo compatível com as limitações impostas pelo mercado madeireiro, levando em consideração maior aproveitamento para um menor preço.

A globalização da economia levou ao acirramento da concorrência entre as empresas de base florestal. Cada qual passa a se preocupar e a tomar decisões no sentido de tirar o máximo proveito da matéria-prima disponível e de otimizar o processo produtivo. Os objetivos das empresas passam a ser o baixo custo e a alta qualidade, definindo quem permanece no mercado. .

A Indústria Madeireira passou por muitas mudanças estruturais nos 25 últimos anos, esta mudança foi influenciada pela mudança de matéria prima existente no mercado madeireiro. As indústrias que trabalham hoje com florestas plantadas, não poderiam trabalhar com florestas nativas, pois o nível de automação requer homogeneidade de matéria prima.

Hoje temos dois tipos de serrarias: as serrarias que trabalham com a madeira tropical utilizadas nas construções, pisos e etc., e a serrarias que trabalham com madeira plantada, que seriam as madeiras de pinus e eucaliptos usados para fazer embalagens, móveis, molduras e também para construções.

Em um período muito pequeno, certas indústrias foram forçadas a se aprimorar e aprender a trabalhar com toras de florestas plantadas de rápido crescimento. Assim empresas madeireiras têm buscado melhorar a sua produção, visando acolher ao mercado consumidor, que tem exigido produtos de base florestal de melhor qualidade. O nível tecnológico na industrialização da madeira está diretamente ligado à capacidade de investimento. A falta de capital implica no uso de sistemas e equipamentos inadequados à aquisição de bons rendimentos e qualidade.

O Paraná lidera a produção e as exportações brasileiras de madeira serrada no Brasil, seguido de Santa Catarina (*EMBRAPA, 2005*). O aproveitamento da madeira

serrada no Brasil está vinculado a três segmentos: Indústria de Móveis, e Embalagens e na Construção Civil. Acredita-se que a parcela de participação da madeira serrada de pinus continuará a crescer no mercado, tanto na produção quanto no consumo.

Visando uma melhor rentabilidade a indústria madeireira preocupa-se hoje com uma série de tomadas de decisões que envolvem desde as operações silviculturais, colheita e transporte, armazenamento correto das toras, adequação de estoque, escolha de equipamentos e produtos a serem serrados, e um bom planejamento nas técnicas de desdobro.

Deve-se levar em conta também as dificuldades no planejamento do desdobro no setor de serrados que implica na chegada de matéria prima muitas vezes de regiões diferentes, com diversas idades e condições de crescimento específicas, situação essa habitual no cotidiano das indústrias de madeira serrada.

Logo nestas condições, o gerenciador de uma serraria necessita constantemente associar seu estoque de matéria prima ao alvo de produção exigida pelo mercado. Na maior parte das vezes, o administrador precisa decidir sobre uma melhor classe diamétrica para atender um pedido, dentro de uma boa produtividade, com a melhor rentabilidade possível das toras existentes no seu estoque. Tomar decisões com base numa enorme quantidade de informação, e a definição destes patamares fica estritamente sujeita ao bom senso e experiência do profissional.

É freqüente em uma serraria, a formação de um diagrama de corte para uma determinada classe diamétrica e um determinado grupo de produtos, apoiando-se nos conhecimentos técnicos e práticos adquiridos ao longo dos anos. No entanto, tendo em vista as diversas alterações de diâmetros no estoque e as variações nos pedidos, tais decisões precisam ser tomadas rapidamente, o que acarreta um aproveitamento impróprio das toras, além de muitas vezes comprometer o processo de produção. A situação descrita é característica de uma empresa de pequeno porte localizada na Região Sul do Brasil. Esta empresa trabalha predominantemente com madeira de pinus entre outras, produzindo madeira serrada para o mercado interno.

A eficácia produtiva do parque industrial brasileiro é formada por uma porcentagem significativa de empresas de pequeno porte, grande parte destas, com equipamentos obsoletos que resultam em baixa produtividade. Devido à concorrência



do mercado, pequenas serrarias têm procurado alterar esta posição, buscando conhecimentos que permitam otimizar o desdobro da madeira. A troca de conhecimento sobre métodos e técnicas de desdobro, bem como o seu correto planejamento, é indispensável para que o setor consiga alcançar níveis competitivos de padrão internacional. À medida que as serrarias se especializam na investigação de melhores produtos com maior rendimento, as indústrias de beneficiamento melhoram a qualidade e reduzem seus custos de produção.

O aprimoramento de técnicas nas indústrias do setor de serrados tem como objetivo o planejamento do desdobro, sujeito às restrições de estoques e suas diferentes classes diamétricas existentes, de tal maneira que a indústria possa adequar a demanda atual exigida à matéria-prima existente. Um aumento na utilização de certo produto traz como consequência a escassez do mesmo, causando prejuízo em demandas futuras.

Decorrente da estimativa da demanda e do estoque disponível para atendê-la, surge o planejamento do desdobro, visando a tomada de decisões no que diz respeito ao que cortar e como cortar. A minimização do desperdício no planejamento de corte no setor madeireiro é um objetivo corriqueiro nessas empresas. Nelas, as receitas a serem maximizadas são aqueles provenientes da venda do produto industrializado, onde a madeira entra como matéria prima, representando junto ao estoque e ao desdobro, custo no processo de produção.

No momento de tomar a decisão, o administrador do setor de serrados se defronta com inúmeras opções que o levam em geral, a escolher alternativas questionáveis do ponto de vista técnico e econômico. A avaliação precedente do sortimento de classes diamétrica no estoque permite, em determinadas circunstâncias, planejar os tipos de produtos a serem cortados de maneira a otimizar o valor econômico da tora observando a restrição do estoque existente.

Nas serrarias, na maioria das vezes, o planejamento da produção se depara repetidamente com os denominados problemas de desdobro. A redução dos custos de produção é freqüentemente obtida através da seguinte estratégia: quando as toras chegam em comprimentos maiores são tratadas no momento da classificação afim de evitar a contaminação de fungos e se não utilizadas imediatamente as mesmas são

estocadas. Desta forma percebe-se que o estoque existente e a demanda do mercado presente ficam vinculados, exigindo assim um planejamento nas técnicas do desdobro.

A tática descrita provoca a necessidade de um estágio adicional de produção, denominado planejamento do desdobro sujeito às restrições de estoque da matéria-prima. O desdobro da madeira é um estágio de produção que ocasiona perdas praticamente inevitáveis, motivando um planejamento, onde deverão ser observadas as restrições das classes diamétricas de toras existentes no estoque, de modo a minimizar os efeitos negativos gerados pelo desperdício sobre os custos de produção. Com isso pode-se obter um aumento da rentabilidade do setor de serrados.

Considerando-se que a exigência da indústria madeireira é cada vez maior, percebe-se que a decisão a respeito de como fazer o desdobro, deve ser aperfeiçoada para obtenção de padrões de corte ótimos de madeira estocada. Nas serrarias as decisões finais geralmente são tomadas pelo administrador. A complexidade combinatória dos fatores que afetam estas decisões é um campo propício para o desenvolvimento de sistemas informatizados de análise, simulações e otimizações que auxiliem na escolha do melhor planejamento na técnica de desdobro. Estes sistemas devem atender aos pedidos levando em consideração as restrições diamétricas do estoque.

Existem alguns aplicativos computacionais no mercado que visam facilitar e agilizar tais decisões. Estes sistemas otimizam o planejamento de desdobro, mas não consideram as restrições de quantidades diamétricas existentes do estoque contido na indústria madeireira – otimização da demanda em função do estoque de matéria-prima existente.

Dentre estes sistemas podem ser mencionados o aplicativo computacional para a otimização de desdobro SawCAM, (*Calculator software, a cutting pattern simulator*), desenvolvido na Austrália a partir do trabalho de Pty Ltd de Saatech (2005), e o software MAXITORA, desenvolvido pela empresa OPTIMBER (Otimização e Informática Ltda), com finalidade de otimizar o desdobro no setor de serrados.

O conceito de que as grandes indústrias madeireiras comandam o mercado, por terem capacidade para direcionar o preço de madeira serrada, rebate com um

panorama de concorrência, decorrente da regionalização ou globalização da economia madeireira. Mas, mesmo aceitando essa realidade de que o “poder faz a força” e as grandes madeireiras, em função da quantidade de volume de desdobro de toras, possuem certo poder regional, fazer uso de ferramentas de otimização no planejamento de corte, podendo melhorar o seu rendimento para estar apta à concorrência no mercado.

## 1.2 APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA

As transformações e adaptações que o setor madeireiro vem enfrentando nos últimos anos em função da concorrência no mercado, a indústria tem buscado melhorar a rentabilidade mudando seus conceitos e adequando-se a uma nova realidade, diante dessa situação questões que não eram relevantes, como rendimento da tora no momento do desdobro, passaram a ser de total seriedade.

Uma indústria madeireira de pequeno porte situada no oeste do Paraná movimentava um importante volume de madeira serrada. Possui uma diversidade no estoque, e variedade de classes diamétricas em diferentes quantidades, adjunto a isso, uma variada demanda exigida pelo mercado. A complicação desses fatores que vem afetando o setor madeireiro na tomada de decisão em como fazer o desdobro é motivo suficiente para a ampliação de estudos que possam trazer benefícios a todo o setor de serrados.

## 1.3 OBJETIVOS

O principal objetivo deste trabalho foi colaborar com a melhoria do aproveitamento da matéria prima em serrarias de pinus, através de ferramentas da Pesquisa Operacional.

Tendo como objetivos específicos:

Estabelecer planos de corte em função de classes diamétricas e produtos;

Avaliar os diagramas obtidos em situação real em uma serraria;

Reduzir os custos de mão-de-obra, através do planejamento, simulação e controle nas operações de desdobro, condicionando as restrições de estoque e necessidades de mercado;

Aumentar a rentabilidade da serraria através da melhoria do rendimento em madeira serrada.

#### 1.4 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

Com objetivo de facilitar o entendimento do leitor, esta dissertação está organizada em seis capítulos. No primeiro capítulo encontra-se a introdução e descrições dos objetivos do tema. No segundo capítulo tem-se uma revisão de literatura envolvendo o desenvolvimento da pesquisa operacional ao longo dos anos e a sua utilização como ferramenta dentro da otimização do desdobro do setor de serrados. O material utilizado na pesquisa está especificado no terceiro capítulo e a metodologia empregada para a resolução do problema levantado encontra-se localizada no quarto capítulo. Ainda os resultados obtidos através do software desenvolvido são mostrados no quinto capítulo. Finalmente, as conclusões sobre a pesquisa realizada são encontradas no sexto capítulo.

## 2 REVISÃO DE LITERATURA

### 2.1 FATORES QUE LEVARAM A PREOCUPAÇÃO COM O PLANEJAMENTO DAS TÉCNICAS DE DESDOBRAMENTO.

Há 30 anos a indústria de madeira serrada enfrentou um esgotamento de matéria prima nativa na região sul do país. Esse esgotamento se deu principalmente na madeira araucária, as serrarias passaram a utilizar a madeira de pinus, inicialmente destinada a produção de papel. Serrarias concebidas para desdobrar madeira nativa, passaram a desdobrar pinus. Com valor agregado muito inferior. Desta forma, algumas empresas modificaram seus equipamentos visando compensar o baixo valor produtivo.

Atualmente em função da grande competitividade de mercado, algumas serrarias sentiram a necessidade da redução de seus custos. A alternativa mais importante é a melhoria do rendimento.

*Moro (2005)*, em sua tese diz que a demanda aquecida de madeira de pinus, fato nunca presenciado no passado, vem impulsionando o desenvolvimento de implantação de novas áreas, principalmente no sul do país, com o propósito de atender as necessidades futuras do mercado. E diante deste fato o setor madeireiro começa a preocupar com um melhor aproveitamento da matéria prima e também a procurar madeira de crescimento rápido. Comenta *Assis (1999)* que o interesse pela utilização de espécies de crescimento rápido, como fonte de matéria prima para a obtenção de produtos sólidos da madeira, tem aumentado de forma significativa nos últimos anos. As restrições impostas ao uso da madeira provenientes de florestas tropicais nativas têm sido apontadas como um dos principais fatores que levaram à busca de espécies de rápido crescimento para atender à demanda da indústria madeireira.

Segundo *Rocha (2001)*, com o aumento da demanda e diminuição dos estoques destas florestas, além das pressões ambientais, associados à falta de uma política que ampare o serrador e proporcione condições de uso das mesmas, o setor viu-se na necessidade de buscar alternativas para suprir as necessidades da crescente demanda. Encontrou-se nos grandes maciços florestais com espécies de rápido

crescimento, principalmente dos gêneros *Pinus e Eucalyptus*, uma alternativa viável para grande parte dos usos da madeira serrada.

*Furtado e Polese (2005)*, comentam que o desequilíbrio entre oferta e demanda dado pela escassez da matéria-prima e pelo crescimento do emprego e da industrialização da madeira (compósitos, madeira laminada colada, MDF, OSB, etc.), principalmente das espécies de reflorestamento, vem gerando a necessidade de inovações tecnológicas para a utilização racional da madeira. Tanto em aspectos de qualidade (produtos com melhor acabamento superficial), quanto econômicos (conversão ou rendimento de madeira serrada e energia para o processamento).

*Figueiredo (2006)* comenta que a indústria moveleira vive hoje como os demais segmentos da indústria, a necessidade de se tornar mais competitiva comercialmente. Para isso ela precisa inovar processos de produção, de forma a produzir mais com um menor custo. Para a indústria moveleira, um dos principais quesitos, quando se aborda a questão do custo, é o desdobro da matéria-prima, ou seja, é como cortar melhor a matéria-prima.

## 2. 2 FATORES QUE AFETAM O RENDIMENTO NA MADEIRA SERRADA.

O Brasil é considerado o maior consumidor mundial de madeira tropical serrada com uma produção de 22,5 milhões de toneladas ao ano. Contudo, nossa indústria madeireira, gera uma considerável porcentagem de toneladas ao ano de desperdícios. Esses desperdícios, não só representam um problema econômico, mas também um sério problema ambiental. Ainda, de acordo com esse autor, a eficiência em rendimentos está em torno de 35% a 45% e os desperdícios gerados são na forma de costaneiras, cascas, navalhas, serragem, pontas, lascas e maravalhas.

Segundo *Furtado e Polese (2005)*, o rendimento de madeira serrada, por exemplo, pode ser afetado pela interação dos vários fatores relacionados à madeira, ao maquinário de corte e ao processo, os quais, não devem ser analisados isoladamente. Diversas técnicas são apresentadas por vários pesquisadores visando o aumento do rendimento da madeira serrada. Enumeram-se vários parâmetros, tais como a seleção de toras por classes diamétricas, tratamento otimizado de toras, aplicativos

computacionais de otimização no sistema de desdobro, feixes de laser para refilo e adequação do layout. Neste contexto, o maquinário de corte desempenha um papel fundamental e tem contribuição significativa no rendimento da madeira serrada. O estudo de parâmetros que afetam o rendimento da madeira serrada é de extrema importância não só para aumento do rendimento, mas também para o uso racional de madeira que vem tornado-se cada vez mais escassa.

No trabalho de *Gupta e Cozzolino (1974)*, analisou-se que um dos fatores que afetam o rendimento no planejamento do desdobro na indústria é a utilização de equipamentos obsoletos. Ainda observa que a estrutura mais simples de substituição de um equipamento é caracterizada quando o processo de depreciação é conhecido e representado por um aumento de custo operacional e uma diminuição do valor de revenda e da sua capacidade de trabalho constante ou decrescente com o tempo. *Ponce (1992)* também cita que a manutenção é outro fator que influencia significativamente no rendimento e qualidade da madeira serrada. A manutenção inclui o equipamento e as lâminas de serra, pois o trabalho realizado na sala de afiação influi diretamente na variação de serração e conseqüentemente, no rendimento. (*GATTO, et. al 2004*).

Segundo *Valverde e Rezende, (1997)*, a substituição, seja tardia ou prematura, de máquinas e equipamentos leva a organização a incorrer em perdas financeiras, respectivamente, na recuperação de capital ou nos elevados custos operacionais do bem. Ao otimizar a troca de equipamentos, pressupõe-se a definição e prévia análise do horizonte de planejamento, do futuro do investimento, dos custos operacionais, da depreciação, da taxa de juros, da utilização correta do ativo, dos programas de manutenção e reparos e ainda dos critérios econômicos a serem considerados. A substituição de equipamentos mostra-se, dessa forma, uma atividade complexa, que resulta em importante tomada de decisão. Apresentam-se como motivadores da substituição de equipamentos: melhores tecnologias, mudanças nos requerimentos dos serviços e nos próprios equipamentos, mudança na legislação tributária e casualidades (*GRANT, 1960*). A substituição é efetuada quando o equipamento inicia um processo de incapacidade de realização de suas funções,

podendo, entretanto, ser substituído por outro mais funcional, que resulte em redução de custos operacionais e aumento de eficiência (MASSÉ, 1962).

Em seu trabalho *Belluzzo e Morabito (2005)*, afirmam que o problema de corte consiste, basicamente, em determinar a “melhor” forma de cortar as chapas duras (objetos), de maneira a produzir as unidades menores (itens) com a menor perda possível de material. Devido à programação dos equipamentos de corte e à escala de produção, as perdas podem chegar a toneladas por dia, o que resulta em custos significativos. Tais perdas referem-se a restos de chapas duras de boa qualidade que se tornam inúteis, devido às suas dimensões resultarem muito pequenas para uso prático. Parte destas perdas pode ser evitada apenas melhorando a programação da produção dos equipamentos de corte, o que não implica em quaisquer investimentos adicionais em capacidade.

*Biasi e Rocha (2004)*, em seus estudos, constatam que a variedade de classes diamétricas de matéria prima existentes no estoque deverá atender a variadas demandas de mercado. A aquisição de toras em estéreos deve ter classificação no carregamento e diferenciação de preço por classe diamétricas. A amplitude das classes diamétricas deve ser reduzida. É necessária uma reavaliação dos diagramas de corte, a fim de adequá-los a classes diamétricas com menores amplitudes. O diagrama de corte utilizado para o lote com toras de maiores diâmetros deve ser reavaliado, a fim de se obter melhor rendimento.

*Ponce (1993)* observa que a qualidade da madeira pode ser avaliada de duas maneiras: primeira, pelas suas características naturais (como, propriedades físicas), e a segunda, pela precisão de suas dimensões. A variação dimensional é uma das causas que dificultam a comercialização e conseqüente baixa competitividade da indústria madeireira brasileira. *Eleotério et al. (1996)*, comentam que a variação dimensional das peças serradas influi significativamente no rendimento. Serrarias com maior variação têm rendimentos menores, isto porque, quanto maiores às variações, maiores devem ser os acréscimos nas medidas das peças serradas. A variação mais crítica para o rendimento é a espessura, porém, a utilização de equipamentos sem vibrações, como os de serras delgadas, possibilita um bom rendimento. *Ponce (1992)* salienta que as guias são peças fundamentais na precisão das serras de fita e serras circulares. Há um



compromisso predominante em reduzir-se a variação do processo, pois, controlar deste é o caminho para assegurar a qualidade do produto.

No trabalho de *Arenales e Morabito (1997)*, averiguou-se que em algumas indústrias, como as de vidro, metalúrgica e têxtil, o planejamento da produção depara-se também com os denominados problemas de corte. Nestas indústrias, a redução dos custos de produção é freqüentemente obtida através da seguinte estratégia: a matéria-prima utilizada é inicialmente produzida em tamanhos grandes padronizados, possivelmente estocada e, somente mais tarde, reduzida a tamanhos menores, para então ser utilizada pela indústria, ou para atender às demandas externas de dimensões variadas muitas vezes não-padronizadas.

## 2.3 O USO DA PESQUISA OPERACIONAL NA OTIMIZAÇÃO DA INDÚSTRIA MADEIREIRA.

Pesquisa Operacional foi à denominação dada ao conjunto de processos e métodos de análises desenvolvidos por grupos acadêmicos que assessoraram as forças militares da 2ª Guerra Mundial. O marco definitivo na afirmação da Pesquisa Operacional (PO) foi publicado por Dantzig, em 1947 (Algoritmo Simplex), (*PUCCINI e PIZZOLATO, 1983*).

A Pesquisa Operacional é um campo multidisciplinar de conhecimento científico. O conceito de otimização envolve a colocação estratégica de quantidades limitadas de recursos entre atividades competitivas, de forma a que a solução produzida seja a melhor possível. Este processo surge com freqüência em estruturas organizacionais que envolvam alguma complexidade de gestão (*JÚDICE, et al, 2006*).

Em termos práticos, os modelos de otimização permitem a tomada decisões, tanto no planejamento quanto na operação, que em algum sentido mensurável são ótimas. Pode-se definir um problema de otimização como um problema que envolve a escolha de valores para um conjunto de variáveis inter-relacionadas, com o intuito de alcançar um determinado objetivo (*MINOUX, 1986*). Esses problemas se caracterizam pelo grande número de soluções que satisfazem as condições impostas. A escolha de uma determinada solução como a melhor de todas para um problema depende do

objetivo que se quer atingir. Esse objetivo determina a qualidade dessa escolha (DONATO, 2002).

Na grande maioria dos casos, resolver um problema desse tipo consiste em encontrar a melhor maneira de utilizar um conjunto limitado de recursos a fim de atingir uma meta, como, por exemplo, maximizar lucros ou minimizar custos (GASS, 1985).

Segundo Arce (2000), os trabalhos referentes à utilização de técnicas matemáticas na otimização de problemas de corte são numerosos e bem variados no que se refere ao material, tipo de corte e ferramentas matemáticas utilizadas. A seguir são dados alguns exemplos da diversidade dos mesmos com relação ao:

Tipo de material:

Barras e chapas de aço;

Bobinas de papel, polietileno, aço e tecidos;

Fios elétricos de cobre e alumínio;

Pranchas de vidro, isopor, madeira;

Sarrafos de madeira;

Tubos de aço e PVC.

Tipo de corte:

Cortes unidimensionais em vigas, barras, fios, sarrafos, tubos;

Cortes bidimensionais em chapas, lâminas de vidro, aço, madeira e *layout* gráfico em revistas e jornal;

Arranjos tridimensionais na carga de containeres, caminhões e barcos e no planejamento de depósitos de armazenagem.

Ferramentas matemáticas:

Programação Linear com ou sem variáveis inteiras e binárias;

Programação Dinâmica;

Algoritmos de Geração de Colunas;

Otimização em Redes;

Regras ou métodos heurísticos;

Sistemas especialistas (*Expert systems*);

Busca Tabu (Tabu Search Methods).

Apesar de atualmente se saber-se que o matemático e economista soviético L. V. Kantorovich formulou e resolveu previamente o mesmo tipo de problema em 1939, o seu trabalho permaneceu ignorado até 1959. É atribuída a Dantzig a concepção de problemas de PL, sendo a denominação Programação Linear usada pela primeira vez pelo em 1947. Sendo a Programação Linear uma sub-área dentro da Pesquisa Operacional, *Menezes (2006)*, comenta que a Programação Linear poderia ter sido iniciada em torno de 1758 quando os economistas começaram a descrever sistemas econômicos em termos matemáticos.

*Menezes (2006)* relata em seu trabalho que, em 1939 o matemático e economista Leonid V. Kantorovich em Leningrado formulou e resolveu um problema de Programação Linear tratando da organização e planejamento de produção. Devido à guerra fria entre os Estados Unidos da América e a então União Soviética, este trabalho ficou desconhecido para o Ocidente durante uns vinte anos. A literatura matemática continha inúmeros artigos concernentes a técnicas para resolução de sistemas de equações lineares. Por outro lado, o estudo de sistemas de desigualdades lineares não despertava interesse até o advento da Teoria dos Jogos em 1944 e da Programação Linear em 1947.

No setor madeireiro a Pesquisa Operacional (PO) visa determinar o melhor curso de ação (ótimo) para um problema de decisão com restrições de recursos limitados. O termo Pesquisa Operacional está associado, em geral e quase que exclusivamente, com a aplicação de técnicas matemáticas a problemas de decisão representados e analisados por meio de modelos. Embora os modelos matemáticos representem a base para a Pesquisa Operacional, o cerne consiste mais em resolver um problema do que em construir e resolver modelos matemáticos, (*TAHA, 1994*).

Segundo *Martini e Leite (1988)* a Programação Linear é uma poderosa ferramenta de planejamento e vem sendo ampliadamente utilizada em todo o mundo. No setor florestal, seu uso tem-se difundido principalmente nos países desenvolvidos. De acordo com *Andrade (1998)*, o sucesso dessas aplicações levou o mundo acadêmico e empresarial a procurar utilizar as técnicas criadas em problemas de administração.

Uma árvore, logo após ser derrubada, deve ser desgalhada e traçada, ou seja, cortada em porções menores, as quais recebem o nome de toras. As dimensões (comprimento mínimo na ponta fina, diâmetro médio do lote e eventualmente diâmetro na ponta grossa) e a qualidade destas toras são usualmente definidas pelo cliente. Não é raro observar nos plantios comerciais de pinus no Sul do Brasil, a retirada de toras de 5, 10 e até outras dimensões diferentes, a partir de toda a área florestal de uma determinada empresa. Tem-se aqui a situação de um problema combinatório de corte Arce (2000).

Os chamados problemas de corte e empacotamento são encontrados em Pesquisa Operacional são muito utilizados no setor madeireiro. Segundo *Katsurayama (1997)*, o problema de corte consiste, basicamente, na determinação de padrões de corte de unidades de material de maneira a produzir um conjunto de unidades menores, satisfazendo determinadas restrições. Dependendo do tipo de material (barra, placas, caixas, outros), têm-se os chamados problemas *unidimensional*, *bidimensional*, *tridimensional* e outros. Cortes e empacotamentos de materiais constituem componentes importantes na formação do custo final dos produtos, e claramente, qualquer redução de custos é sempre bem-vinda neste cenário econômico competitivo atual.

Amor e Carvalho (2004) citam que problemas de corte e empacotamento (CSP) foram também identificados por Kantorovich, que os denominaram "métodos matemáticos para organizar e planejar a produção", e teve início em 1939, na Rússia, tendo sido publicado mais tarde pela Administração de Empresa (1960). Os autores determinaram que os padrões de corte ótimos de peças maiores em pedaços menores, satisfazendo determinadas restrições. Comentam ainda que existam resultados econômicos potenciais em consequência da solução deste tipo e problemas. CSP são encontrados em uma grande variedade de aplicações industriais, tais como, nas indústrias do aço, nas de madeira, nas de vidro e nas de papel, também são utilizados em aplicações do setor de serviço, tais como carregamento e logística.

Marques e Arenales (2002) comentam que cortar objetos grandes (por exemplo, bobinas, placas, paralelepípedos) para a produção de itens menores em quantidades bem definidas, ou empacotar itens pequenos dentro de espaços bem

definidos são problemas idênticos, considerando que um item cortado de certa posição pode ser visto como ocupando aquela posição (daí a referência na literatura a Problemas de Corte e Empacotamento). O número de combinações possíveis dos itens dentro de um objeto (cada combinação possível é chamada padrão de corte), em geral é muito grande e a tentativa de enumerá-las completamente é inviável do ponto de vista prático. Uma função objetivo pode ser definida, por exemplo, como vínculos de perdas no caso do problema de corte, ou de vazios no caso de empacotamento, de custos, ou ainda do número de objetos usados, etc. Um problema de corte e empacotamento consiste em determinar um padrão de corte que minimize a função objetivo. Dentro desta categoria de problemas estão vários clássicos da literatura de pesquisa operacional, tais como os problemas da mochila, *bin-packing*, dentre outros, que são, em geral, NP-completos (GAREY e JOHNSON, 1979).

Figueireido (2006) cita que em 1990, Dyckhoff propôs uma classificação tomando por base a estrutura lógica dos Problemas de Corte e Empacotamento e suas principais características: dimensionalidade, mensuração das quantidades, forma e sortimento dos objetos e itens, disponibilidade, restrições dos padrões, restrições de alocação e sua viabilidade. Estas características foram agrupadas em quatro critérios básicos, usados para classificar os problemas e estão descritos a seguir:

#### Dimensionalidade

- (1) Unidimensional;
- (2) Bidimensional;
- (3) Tridimensional;
- (*n*) *n*-dimensional.

#### Tipo de alocação

- (B) Todos os objetos e uma parte dos itens;
- (V) Uma parte dos objetos e todos os itens

#### Sortimento dos objetos

- (O) Um objeto;
- (I) Objetos idênticos;
- (D) Objetos diferentes.

#### Sortimento dos itens

- (F) Poucos itens (diferentes);
- (M) Muitos itens de muitos tamanhos diferentes;
- (R) Muitos itens com relativamente poucos tamanhos diferentes;
- (C) Tamanhos congruentes.

Com esses critérios o autor classificou, de forma consistente e sistemática, os diversos tipos de Problemas de Corte e Empacotamento, agrupando-os em classes, definidas através de uma quádrupla  $(\alpha / \beta / \gamma / \delta)$ , onde  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  e  $\delta$  correspondem, respectivamente, aos critérios 1, 2, 3 e 4 definidos anteriormente.

Segundo *Dowland e Dowland (1992)*, o problema de geração de padrões de corte (ou problema de corte de estoque) consiste em cortar objetos em estoque de tamanhos e quantidades conhecidos, para atender uma demanda de itens de tamanhos e quantidades especificados pelos clientes. Ainda o corte deve ser feito de forma a otimizar algum critério, por exemplo, a minimização do custo ou da perda do material cortado. Os objetos são cortados de acordo com padrões de corte que definem maneiras diferentes de arranjar itens dentro de objetos. Os problemas de corte e empacotamento, em geral, pertencem à classe de problemas NP-difíceis, devido à diversidade de casos em que os problemas podem aparecer na prática, e à complexidade dos algoritmos exatos, a maioria dos trabalhos encontrados na literatura apresenta abordagens heurísticas, (*BELLUZZO e MORABITO, 2005*).

Problemas de natureza combinatória na área de corte e empacotamento têm sido analisado e resolvido com o uso do computador. O modelo Simplex para resolver problemas de Programação Linear desenvolvidos por Dantzig, em que se pretende maximizar uma quantidade utilizando recursos limitados, é dado por:

$$\text{Max} \quad z = c'.x$$

s.a

$$A.x \leq b$$

$$x \geq 0$$

Nestes problemas, procura-se a *decisão ótima*  $x^*$  que permita obter o *ótimo*  $z^*=c'.x^*$ , respeitando-se as restrições ( $x^* \in X$ , sendo  $X=\{x \geq 0 \mid A.x \leq b\}$ ). Os valores dos recursos disponíveis  $b$  supõem-se conhecidos, bem como os coeficientes  $c$  da função objetivo, (MATOS, 1996).

Desde então, muitos pesquisadores têm contribuído para o campo da otimização linear de diferentes maneiras, seja incluindo desenvolvimentos teóricos e computacionais, seja encontrando novas aplicações práticas. Logo após a publicação do método primal simplex de Dantzig (1951), sua versão dual surgiu com Lemke (1954). Esta versão consiste numa especialização do método primal simplex para o problema dual:

$$\text{Min} \quad \varphi(\lambda) = b'\lambda$$

s.a

$$A'.\lambda \geq c$$

Segundo Maros (2003), o método dual simplex tem atraído considerável interesse, devido à importante aplicação nos métodos de otimização linear inteiro misto, os quais resolvem uma seqüência de problemas de otimização linear, com característica de que uma solução básica dual factível de boa qualidade é sempre disponível para o problema seguinte da seqüência. Segundo Bixby (2001), testes computacionais mostram que o desempenho do método dual simplex pode ser superior ao método primal simplex.

Com o intuito de tornar o Simplex mais eficiente computacionalmente, uma versão revisada do mesmo foi desenvolvida, denominando-se Simplex Revisado. Em geral essa é a versão implementada nos computadores. Segundo Dantzig (1963), a

idéia é simples: a cada iteração do Simplex, muitas das informações contidas no *tableau* não são usadas pelo processo de decisão do método, enquanto que cada iteração do Simplex requer que um novo *tableau* inteiro seja calculado e armazenado, (DONATO, 2002).

Marques, e Arenales, (2002) comentam que outra característica dos problemas de corte e empacotamento decorre da elevada repetição de itens a serem produzidos, de modo que uma solução do problema exige o corte de vários objetos em estoque com repetição de padrões de corte. Neste caso o número de objetos cortados por um mesmo padrão de corte passa a ser uma variável fundamental na formulação do problema, que é modelado com sucesso como um problema de otimização linear.

Segundo *Linhares e Yanasse, (2002)* em alguns processos industriais de corte, os padrões de corte não podem ser processados em qualquer ordem. Pode-se exemplificar com o caso de fábricas que possuem limitação de espaço físico ao redor do equipamento de corte, ou o caso desse equipamento possuir estações de descarregamento automáticas. Nessas circunstâncias é preciso definir uma seqüência na qual os padrões são processados a fim de otimizar algum critério, ou seja, é preciso resolver um problema de seqüenciamento de padrões de corte. A seqüência na qual os padrões são processados também interfere nos níveis de estoque intermediário, no manuseio de materiais, nos prazos de entrega, entre outros, uma vez que os padrões podem conter diferentes conjuntos de itens. O problema de seqüenciamento de padrões depende do problema de geração de padrões e vice-versa. Ainda o problema de geração depende do problema de seqüenciamento, pois, os padrões a serem gerados precisam ser seqüenciáveis do ponto de vista de algum critério. Assim como os problemas de corte, os problemas de seqüenciamento também pertencem à classe de problemas NP - difíceis.

Em 1961, G. B. Dantzig e P. Wolfe publicaram o artigo “*The Decomposition Algorithm for Linear Programming*” (Dantzig, 1961), que apresentava um algoritmo de decomposição para resolução de problemas de otimização, que mais tarde ficou conhecido como Princípio de Decomposição Dantzig-Wolfe. Tal algoritmo, baseado na versão revisada do método Simplex, fornece um procedimento que se torna muito eficiente quando aplicado a problemas de programação linear cuja matriz dos



coeficientes tem uma estrutura bloco-angular. Uma matriz que possui essa estrutura é caracterizada por um ou mais blocos de restrições independentes, interligados por algumas restrições comuns, chamadas de restrições de acoplamento, (DONATO, 2002). O modelo de Dantzig-Wolfe pode ser formulado como.

$$\text{Min. } z = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_n x_n$$

s. a

$$A_1 x_1 + A_2 x_2 + \dots + A_n x_n = b_0$$

$$B_1 x_1 = b_1$$

$$B_2 x_2 = b_2$$

.....

$$B_m x_n = b_m$$

Onde:

$A_i$ ,  $B_i$  e  $x_i$ , são matrizes de ordem n.

No tratamento de corte e empacotamento vale destacar o trabalho de Dyckhoff como um marco nessa área. Nesse trabalho foi destacada a estrutura básica comum entre os problemas de corte e os problemas de empacotamento e, com isso, promoveu-se a integração dessas duas áreas de pesquisa, até então vistas separadamente. No entanto, sua tipologia não obteve uma unanimidade internacional. Algumas desvantagens e controvérsias foram apontadas por diversos pesquisadores, (WÄSCHER *et al*, 2004).

Centenas de artigos que tratam de problemas de geração de padrões de corte e Problemas de Corte e Empacotamento podem ser encontrados na literatura. Dentre estas vale destacar: Brown (1971), Hinxman (1980), Martello e Toth (1990), Dyckhoff e Waescher (1990), Dyckhoff e Finke (1992), Dowland e Dowland (1992), Sweeney e Paternoster (1992), Morabito e Arenales (1992), Bischoff e Waescher (1995), Dyckhoff *et al.* (1997), Arenales *et al.* (1999), Wang e Waescher (2002), Hifi (2002), Lodi *et al.* (2002), Oliveira e Waescher (2005), SICUP (2005).

Na década de 60, Gilmore e Gomory (1963, 1965) publicaram uma seqüência trabalhos de modelagens e métodos de solução para os problemas de Corte e Empacotamento, (WÄSCHER *et al*, 2004). Os trabalhos de *Gilmore e Gomory (1961,1963)* impulsionaram intensa pesquisa nos problemas de corte de estoque (geração de padrões de corte), quando introduziram a técnica de geração de colunas e resolveram de forma razoável problemas de grande porte o modelo por eles proposto pode ser enunciado como:

$$\text{Min } f(x) = \sum_{j=1}^p c_j x_j$$

*s.a.*

$$\sum_{j=1}^p a_{ij} x_j \geq b_i \quad i = 1, \dots, m$$

$$x_j \geq 0 \text{ e inteiros } j = 1, \dots, p$$

onde:

$p \rightarrow$  número de padrões de corte

$m \rightarrow$  número de tipos de itens

$a_{ij} \rightarrow$  número de itens do tipo  $i$  no padrão de corte  $j$

$b_i \rightarrow$  número demandado de itens do tipo  $i$

$c_j \rightarrow$  perda de material associada ao padrão de corte  $j$

$x_j \rightarrow$  número de vezes que o padrão de corte  $j$  é utilizado

Recentes avanços no desenvolvimento de pacotes comerciais de otimização (ILOG, 2001) permitem o tratamento de problemas combinatórios de grande porte. Tais ferramentas permitem que problemas inerentemente complexos possam ser resolvidos em tempo computacional aceitável, através da utilização de técnicas combinadas como, por exemplo, o Método de Geração de Colunas aplicado a problemas de Programação Inteira. Baseado no trabalho de Dantzig e Wolfe (1960), a primeira aplicação prática desta técnica foi na determinação de padrões de corte unidimensionais (Gilmore e Gomory, 1961, 1963) e, desde então, seu uso difundiu-se de forma intensa. A técnica de geração de colunas pode ser aplicada a problemas lineares de grandes dimensões, no caso de não se dispor de todas as colunas *a priori*,

ou quando se pretende resolver um problema utilizando a decomposição de Dantzig-Wolfe, onde as colunas correspondem aos pontos extremos do conjunto convexo de soluções factíveis do problema. Neste caso, o algoritmo para resolução alterna entre um subproblema e um problema mestre restrito. A partir de um conjunto inicial de colunas resolve-se um problema mestre obtendo-se as variáveis duais que serão utilizadas no subproblema gerador para determinar novas colunas a serem adicionadas ao problema mestre, (*PEREIRAS, 2004*).

Sabe-se que a aplicação direta do método de geração de colunas, freqüentemente produz um número muito grande de colunas que não são relevantes para a solução final, comprometendo desta forma a convergência para a solução do problema. Nestes casos, observa-se que as variáveis duais oscilam em torno da solução dual ótima, sendo necessária a implementação de métodos de estabilização que previnam tal comportamento e que possibilitam a aceleração da resolução do problema (*NEAME, 1999*).

Raffensperger (2005) cita que Gilmore e Gomory em 1961 desenvolveram um algoritmo da geração de coluna, para um subproblema da mochila. Entretanto, esse algoritmo necessitava de muitas iterações, e a solução inteira nem sempre era a solução ótima. Dyckhoff em 1981 observou que o subproblema da mochila poderia ser modelado como um programa linear do trajeto mínimo, e reformulou o problema original. Percebeu que após a reformulação o problema poderia ser resolvido diretamente com programação linear sem geração da coluna com solução inteira otimizada. Mas a reformulação de Dyckhoff, mais tarde foi considerada um modelo muito extenso e de difícil resolução.

Parada e Alvarenga (1991) apresentaram um método alternativo para resolver o problema de geração de padrões de corte, considerando peças retangulares a serem cortadas a partir de placas em estoque. O método consiste em aplicar uma estratégia de busca do padrão de perda mínima, tipicamente utilizada na resolução de problemas de Inteligência Artificial.

Morábito (1994), em seu trabalho, examina alguns modelos de otimização conhecidos na literatura para o problema de corte, e reporta uma experiência real da aplicação destes modelos numa indústria de papel e papelão (problema

unidimensional) e numa indústria de móveis (problema bidimensional). Também são discutidas algumas modificações nos modelos originais para incorporar restrições práticas dos processos de corte, tais como, unidades de estoque com tamanhos e custos diferentes, tolerância na demanda de clientes, entre outras. Alguns resultados computacionais são apresentados para um exemplo real da indústria de móveis, utilizando-se um microcomputador.

Constantino e Gomes (2002) desenvolveram um trabalho com o objetivo de implementar um algoritmo eficaz para solucionar o problema de corte bi-dimensional, ou seja, encontrar uma solução muito boa (viável) e rápida para este problema, otimizando o uso das chapas visando diminuir o desperdício gerado com os cortes que são feitos sobre a mesma. Para a sua implementação, foram utilizados Algoritmos Genéticos como uma técnica de otimização, e o *Bottom-Left* como uma técnica de encaixe das peças na chapa retangular. Alguns testes foram executados e os resultados ficaram no máximo 10% acima da solução ótima.

Marques e Arenales, (2002) em seu trabalho, usam o *Problema da Mochila Compartimentada*, uma variação do clássico problema da mochila, onde um alpinista deve carregar sua mochila com possíveis itens de seu interesse. Nesse caso, item atribui-se o seu *peso* e um *valor de utilidade* (Problema da Mochila). Faz-se um agrupamento dos itens distintos (alimentos, medicamentos, utensílios, etc.) separando-os em compartimentos na mochila. Os compartimentos da mochila são flexíveis e têm capacidades limitadas. A inclusão de um compartimento tem um custo fixo que depende do agrupamento com que foi preenchido, além de introduzir uma perda da capacidade da mochila. O problema consiste em determinar as capacidades adequadas de cada compartimento e como esses devem ser carregados, maximizando o valor de utilidade total, descontando-se o custo da inclusão de compartimentos. Neste trabalho propõe-se um modelo de otimização não linear inteira para o problema e algumas heurísticas para sua resolução.

Modelagem matemática para o Problema da Mochila Compartimentada.

Dados do problema:

$M = \{1, \dots, m\}$ : conjunto dos tipos de itens;

$l_i$ : peso ( $Kg$ ) do item  $i$  ( $l_i > 0$ ),  $i=1, \dots, m$ ;

$v_i$ : valor de utilidade do item  $i$  ( $v_i \geq 0$ ),  $i=1, \dots, m$

$d_i$ : limite máximo de itens  $i$  na mochila,  $i=1, \dots, m$ ;

$K$ : número total de agrupamentos distintos;

$A_k$ : agrupamento  $k$ ,  $k=1, \dots, K$ , ( $M = A_1 \cup A_2 \dots \cup A_K$ ,  $A_i \cap A_j = \emptyset$ , com  $i \neq j$ );

$N_k$ : número total de possíveis compartimentos para o agrupamento  $k$ .

$L_{jk}$  referência o  $j$ -ésimo compartimento associado ao agrupamento  $k$ . (O número  $N_k$  depende essencialmente dos itens do agrupamento  $k$ ).

Por exemplo:

$A_1 = \{1, 2\}$ , então  $L_{11} = 2l_1 + l_2$ ,  $L_{21} = l_1 + 2l_2$ ,  $L_{31} = 2l_1 + 2l_2$ , etc., são duas possíveis capacidades de compartimentos para o agrupamento 1.

$c_k$ : custo de um compartimento de itens do agrupamento  $k$ , onde  $c_k \geq 0$ ,  $k=1, \dots, K$ ;

$L$ : capacidade ( $Kg$ ) da mochila;

$L_{\min}^k$ : capacidade mínima ( $Kg$ ) de cada compartimento associado ao agrupamento  $A_k$ ;

$L_{\max}^k$ : capacidade máxima ( $Kg$ ) de cada compartimento associado ao agrupamento  $A_k$

( $L_{\min}^k < L_{\max}^k$ );

$S$ : perda ( $Kg$ ) decorrente da inclusão de um novo compartimento na mochila.

Variáveis:

$a_{ijk}$ : número de itens do tipo  $i$ , do agrupamento  $k$ , no compartimento do tipo  $j$ ,  $i=1, \dots, m$ ,  $k=1, \dots, K$  e  $j=1, \dots, N_k$ ;

$L_{jk}$ : número de vezes que o compartimento (padrão) do tipo  $j$  alocado com o agrupamento  $k$  é repetido na mochila,  $k=1, \dots, K$  e  $j=1, \dots, N_k$ .

Assim: o  $j$ -ésimo compartimento com itens do agrupamento  $k$  tem a capacidade ocupada dada por:

$$L_{jk} = \sum_{i \in A_k} l_i \cdot a_{ijk} \quad k=1, \dots, K \quad e \quad j=1, \dots, N_k$$

E o valor de utilidade dado por:

$$V_{jk} = \sum_{i \in A_k} v_i \cdot a_{ijk} \quad k=1, \dots, K \quad e \quad j=1, \dots, N_k$$

Um modelo matemático para o problema da mochila compartimentada pode ser escrito por:

$$\text{Maximizar} \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^{N_k} (V_{jk} - c_k) \beta_{jk}$$

Sujeito a :

$$V_{jk} = \sum_{i \in A_k} v_i \cdot a_{ijk} \quad k=1, \dots, K \quad e \quad j=1, \dots, N_k$$

$$L_{jk} = \sum_{i \in A_k} l_i \cdot a_{ijk} \quad k=1, \dots, K \quad e \quad j=1, \dots, N_k$$

$$L_{\min}^k \leq L_{jk} + S \leq L_{\max}^k, \quad k=1, \dots, K \quad e \quad j=1, \dots, N_k$$

$$\sum_{j=1}^{N_k} \alpha_{ijk} \beta_{jk} \leq d_i$$

$$\sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^{N_k} (L_{jk} + S) \beta_{jk}$$

$$\alpha_{ijk} \geq 0, \text{ int eiro}, \quad i=1, \dots, m, \quad k=1, \dots, K \quad e \quad j=1, \dots, N_k$$

Bressan e Oliveira, (2003) em seu trabalho apresentam os problemas combinados, que acoplam os problemas de dimensionamento de lotes e de corte de estoque, incluindo uma formulação matemática destes. Consideram algumas

propriedades da matriz de restrições deste modelo e apresentam como construir uma base esparsa para o problema, utilizando um reordenamento estático das colunas. Mostram resultados numéricos de uma implementação que realiza trocas de colunas básicas e verifica sua esparsidade, simulando o método simplex são e também mostram experimentos numéricos que comprovam a robustez desta abordagem. Ainda citam que a proposta de construção da base estática esparsa leva a bons resultados computacionais com relação à velocidade e robustez em comparação com abordagens que não consideram a estrutura esparsa da matriz.

Salles e Moretti (2004) apresentam um trabalho utilizando uma aproximação da função objetivo do problema de corte para minimizar o desperdício e o *setup* proposto por Belov, com intuito de gerar bons padrões de corte para o modelo não-linear por nós desenvolvido neste trabalho. Assim, para gerar um novo padrão de corte que minimize o *setup* e o desperdício, em cada iteração, aproxima-se linearmente a função objetivo não-linear, viabilizando o uso do método de Gilmore e Gomory . Ainda, os autores utilizam o método do lagrangiano aumentado para obter uma nova solução após cada nova coluna gerada, resolvendo um problema de programação não-linear suavizado. Por fim, utilizam uma heurística para obter uma solução inteira para o problema.

Pileggi et. al (2005), apresentam em seu trabalho uma abordagem para resolver de forma integrada os problemas de geração e seqüenciamento de padrões usando duas estratégias básicas. A primeira estratégia foi, combinar os problemas de geração e seqüenciamento em um único problema e otimizar uma função objetivo que agregue os objetivos desses dois problemas. Na outra estratégia, a função objetivo de um dos problemas foi otimizada considerando o objetivo do segundo problema como uma restrição. Para a segunda estratégia, duas alternativas foram exploradas. Uma delas foi otimizar a função objetivo do problema de seqüenciamento de padrões e considerar o objetivo do problema de geração de padrões como uma restrição. A outra foi de otimizar a função objetivo do problema de geração e considerar o objetivo do problema de seqüenciamento como uma restrição. Em ambos os casos critérios de tolerância foram estabelecidos a fim de que as soluções obtidas estivessem dentro de

limites especificados pela empresa e assim gerar curvas de *trade-off* (curvas de eficiência) otimizando a perda de material e o número máximo de pilhas abertas.

Belluzzo e Morabito (2005) comentam que a programação do processo de corte é uma atividade importante no planejamento e controle da produção para a indústria madeireira, devido aos altos custos envolvidos com as perdas do material cortado. Segundo os autores problemas de corte (e empacotamento) têm sido extensivamente tratados nas literaturas de gerência da produção e pesquisa operacional, e aparecem em diversos processos industriais onde os objetos. Em geral disponíveis em estoque, correspondem a barras de aço, bobinas de papel e alumínio, chapas metálicas e de madeira, placas de circuito impresso, lâminas de vidro e fibra de vidro, peças de couro, etc. e os itens, com dimensões especificadas, são em geral encomendados através de uma carteira de pedidos de clientes. Apresenta ainda uma abordagem para gerar padrões de corte que minimizem as perdas de material, satisfazendo as restrições dos equipamentos de corte e a demanda dos clientes. Baseou-se em um algoritmo de programações dinâmicas, combinadas com simples heurísticas construtivas gulosas, algoritmo primal simplex e geração de colunas.

Boldo, (2005) comenta que problemas de corte abordado em duas fases ocorrem, em geral, devido a restrições técnicas dos itens. Um exemplo típico é o corte de bobinas de aço sujeitas a laminação a frio. Neste caso é necessário definir agrupamentos de itens (a mochila é uma boa técnica para resolver este tipo de problema). Em outras situações, mais de uma fase de corte são necessárias devido a restrições operacionais. Um exemplo bastante conhecido é o de corte de bobinas de papel (jumbos). Neste caso não é preciso considerar agrupamentos de itens. Os padrões de problemas de corte em duas fases são conhecidos na literatura como padrões compartimentados. Ainda, Boldo (2005) efetua em seu trabalho comparações com três heurísticas para gerar padrões de corte compartimentados para jumbos, onde duas delas são conhecidas e a terceira é uma nova proposta.

*Figueiredo (2006)* em seu trabalho analisa os padrões de corte adotados por uma Indústria de Móveis e identifica suas características básicas. A partir dessas características define os padrões tabuleiros compostos, que pertencem à classe dos padrões de corte  $n$ -grupos, apresentada por Gilmore e Gomory (1965). Os padrões



tabuleiros compostos preservam as facilidades de corte dos padrões tabuleiros, apresentando melhores índices de sobre de matéria-prima. Propõe uma heurística para a geração de um *pool* de padrões tabuleiros composta, usada para resolver o problema de corte de estoque na indústria de móveis.

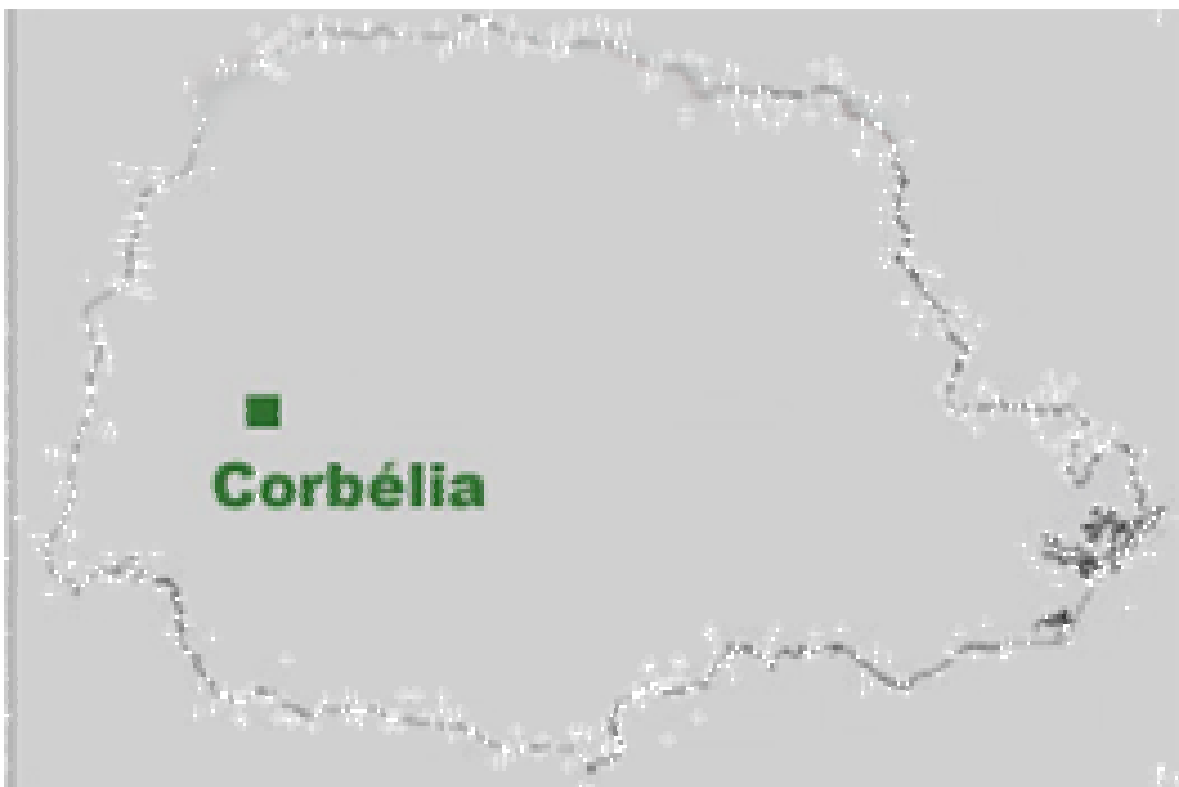
### 3 MATERIAL

O material utilizado para ajustar e testar o Sistema de Otimização no Setor Serrado (SOSSer), desenvolvido no presente trabalho, foi fundamentado a partir de informações obtidas num período de 5 meses, nesse período foram observados: quantidade e variedade de estoques existentes, demanda, custos e rendimento volumétrico no processo de desdobro. As informações, registradas na empresa foram por matéria prima, custo e produção, então comparados com aquelas geradas através do sistema desenvolvido em seis simulações de corte, que atenderam a duas demandas existentes na ocasião.

#### 3.1 LOCALIZAÇÃO DA EMPRESA EM ESTUDO

A coleta de dados básicos para a realização deste trabalho foi realizada numa empresa situada na cidade de Corbélia, na região oeste do estado da Paraná. A figura abaixo ilustra a localização da região. (Figura 3. 1).

Figura 3. 1: Localização da madeireira instalada na cidade de Corbélia, PR.



A área do presente estudo é de propriedade da empresa J TOZZO, que trabalha a 40 anos no mercado de manejo florestal. A figura ilustra a condição da madeireira no período da coleta de dados.

Figura 3. 2: Indústria madeireira.



### 3. 2 A EMPRESA

Os objetivos comerciais da empresa observada estão baseados na industrialização da madeira. Esta empresa dedica-se à comercialização de produtos da madeira serrada.

A empresa possui reflorestamentos e transportes próprios, trabalhando com a madeira de araucária e pinus (Figura 3.3 e Figura 3.4).

Mas nem toda a matéria prima consumida na madeireira vem desse reflorestamento, a decisão de utilizar a matéria prima própria ou terceirizada dependerá da oscilação do mercado madeireiro. Independentemente da origem, a matéria prima (tora) chega à serraria em tamanho original passando por um processo

de classificação, onde é separada de acordo com suas classes diamétricas e em seguida avaliada em relação à qualidade da madeira.

Essa classificação quanto à qualidade da madeira, envolve muitos fatores, a madeira é selecionada pela sua tortuosidade, conicidade, galhos, nós. Todos esses fatores influenciam no rendimento e no custo da matéria prima. A análise cautelosa de cada um desses fatores mencionados fará com que se minimize os riscos de perdas de rendimento e qualidade além da maximização do aproveitamento dos ativos florestais, gerando uma maior expectativa com o sistema de análise, simulação e otimização do planejamento do desdobro, desenvolvido no presente trabalho.

Depois de classificada a madeira é armazenada por 10 dias, esse período é em função da ocorrência de fungos.

Figura 3. 3 Primeira condição de chegada da matéria prima (tamanho original)



Figura 3. 4: Segunda condição de chegada da matéria prima (tamanho original)



Na estocagem da matéria prima (tora), são consideradas certas restrições, como: espaço disponível, quantidade que atenda a demanda, acesso simplificado e tempo de armazenamento. Uma vez que a madeira esteja pronta para o corte, a permanência no estoque pode acarretar em prejuízo, dependendo da oscilação do mercado. O procedimento de classificação de acordo com a classe diamétrica da matéria prima (tora) em grupos, que está representada nas figuras a seguir (Figura 3.5 e Figura 3.6).

Figura 3. 5: Primeira situação de Classificação da diversidade diamétrica por grupos.



Figura 3. 6: Segunda situação de Classificação da diversidade diamétrica por grupos.



O transporte da matéria-prima dentro da madeireira é realizado através de tratores, por funcionários internos está representada nas figuras a seguir (Figura 3.7 e Figura 3.8).

Figura 3. 7: Primeira Situação de Transporte das toras dentro da madeireira.



Figura 3. 8 : Segunda Situação de Transporte das toras dentro da madeireira.



### 3.3 OPERAÇÕES DE DESDOBRO

O desdobro é realizado utilizando uma serra fita com volantes de 1,25 m como máquina de desdobro principal, uma serra circular de refilo e uma serra circular destopadeira pendular. O processo de desdobro consiste em transformar a tora em um semi-bloco, com retirada de duas costaneiras. Posteriormente, o semi-bloco é desdobrado em tábuas. As tábuas externas do semi-bloco passam para serra circular refiladeira para ajuste da largura. Tábuas com dimensões maiores também são refiladas em larguras menores. Para tanto conta com 15 funcionários internos empregando as técnicas convencionais com grande variação diamétricas em pequenos lotes (com poucas toras). Desta forma a serraria não tem estoque suficiente para trabalhar por um período ou turno com uma única espécie, numa única classe diamétrica. Sendo assim, para que cada tora possa ser desdobrada é realizado um ajuste nos equipamentos de desdobro, ou seja, cada tora recebe um tratamento particular.

O administrador da serraria é quem decide como e quanto cortar, para atender a demanda existente em cada situação. As figuras a seguir ilustram o momento do desdobro na madeireira em estudo.

Figura 3. 9: Primeira situação de desdobro da matéria prima.





Figura 3. 10: Segunda situação de desdobro da matéria prima.



Figura 3. 11: Terceira situação de Desdobro da matéria prima



Figura 3. 12: Quarta situação de Desdobro da matéria prima.



### 3. 4 DADOS UTILIZADOS PARA TESTAR O SISTEMA DE ANÁLISE, SIMULAÇÃO E OTIMIZAÇÃO DO PLANEJAMENTO DO DESDOBRO NO SETOR DE SERRADOS.

O Sistema de Análise, Simulação e Otimização no Setor Serrado SOSSer foi testado com dados reais de estoque e demandas obtidos na empresa. Os dados de estoque correspondem a um volume de 275,85 m<sup>3</sup> de matéria-prima, sendo este volume classificado por diâmetro, em seis classes diamétricas, num total de 950 toras, destinadas ao atendimento de duas demandas existentes no período observado.

As simulações foram realizadas na ocasião de vazão das demandas reais, em setembro de 2004. Uma descrição detalhada dos dados utilizados é apresentada nas seções 3.4, 3.4.1 e 3.4.2.

### 3.4. 1 Estoque

A indústria madeireira em estudo emprega um estoque de  $k$  diferentes tipos de toras, de mesmo comprimento, classificados pelo seu diâmetro  $d_1, d_2, \dots, d_k$ , com custos  $C_1, C_2, \dots, C_K$ , e quantidades em estoque  $E_1, E_2, \dots, E_K$ , respectivamente.

A classificação do diâmetro  $d_k$  é dada pela medida desse diâmetro, em centímetros, a partir da ponta fina da tora  $k$ ;

Para o cálculo do volume  $V_k$  da tora de diâmetro  $k$ , foi utilizado a fórmula do volume do cilindro, (Equação 3.1).

O custo  $C_k$  da tora  $k$  foi calculado, multiplicando o volume  $V_k$ , pelo preço  $P$  da madeira por metro cúbico, coletado no mercado na ocasião do estudo. (Equação (3.2)). Também se denomina custo da tora bruta ou custo da madeira de pé.

Equação do Volume  $V_K$  da tora  $k$ :

$$V_k = A_{b_k} \cdot h \quad \rightarrow \quad A_{b_k} = \pi \cdot r_k^2 \quad r_k = \frac{d_k}{2} \quad (3.1)$$

onde:

$V_k$  = volume tora  $k$  de diâmetro  $d_k$

$A_{b_k}$  = área da base da tora  $k$  (circunferência)

$h$  = altura da tora (fixada em três metros)

$d_k$  = diâmetro da tora  $k$

$r_k$  = raio da tora  $k$

Equação de Custo  $C_k$  da tora  $k$ ;

$$C_k = V_k \cdot P \quad (3.2)$$

onde:

$C_k$  = custo da tora  $k$ . (madeira em pé).

$V_k$  = volume da tora  $k$ .

$P$  = preço do metro cúbico da madeira bruta no período do estudo.

A quantidade de estoque  $E_k$  é obtida fazendo-se a contagem de cada tipo de tora  $k$ , classificada pelo seu diâmetro  $d_k$ , no estoque na indústria em estudo.

Na Tabela 3. 1, cada classe de tora  $k$  é coordenada de acordo com seu diâmetro  $d_k$ , medido em metros a partir da ponta fina, com seguintes especificações: 30, 32, 34, 36, 38 e 40 centímetros.

Tabela 3. 1: Classificação da diversidade diamétrica de toras.

<i>Diâmetro <math>d_k</math></i>	$d_1$	$d_2$	$d_3$	$d_4$	$d_5$	$d_6$
<b>Centímetros (cm)</b>	30	32	34	36	38	40

Na Tabela 3. 2 estão especificadas as condições de estoque existentes na indústria madeireira por: classe diamétrica ( $d_k$ ), quantidade existente de cada classe diamétrica ( $E_k$ ) e custos  $C_k$  de cada tora de diâmetro ( $d_k$ ), do tipo  $k$ .

A primeira coluna  $d_k$  considera a classe diamétrica da tora tipo  $k$  em metro.

Segunda coluna  $E_k$  é relativa à quantidade de toras  $k$  de diâmetro  $d_k$  existentes no estoque no período observado.

Terceira coluna  $V_k$  é o volume relativo a cada tora  $k$  de diâmetro  $d_k$ , obtido em metros cúbicos pela equação (3. 1), representada na seção 3.4.1.

A quarta coluna  $C_k$  e refere-se ao custo da tora  $k$ , de diâmetro  $d_k$  considera os preços da matéria-prima bruta (madeira em pé), praticados pela Indústria Madeireira. Obtido pela equação (3. 2), representada na seção 3.4.1. Foi avaliado utilizando o preço atual de mercado da madeira bruta.

Tabela 3. 2: Estoque da matéria-prima na Indústria Madeireira.

<i>diâmetro(cm)</i>	<i>Numero toras no estoque (unidade)</i>	<i>Volume(m<sup>3</sup>)</i>	<i>Custo(tora) R\$</i>
$d_k$	$E_k$	$V_k$	$C_k$
30	200	0,2119	12,70
32	150	0,2411	14,50
34	130	0,2725	16,40
36	120	0,3052	18,40
38	180	0,3400	20,40
40	170	0,3768	22,50
Total	950 unidades	----	----

### 3.4. 2 Demanda

A indústria madeireira em estudo costuma atender a uma demanda diversificada em seu cotidiano.

O custo da matéria-prima (madeira em pé) significa 20% do custo da madeira beneficiada, sendo este dado adquirido através do diretor da madeireira. O restante do custo da madeira beneficiada se deve a uma série de etapas que vão desde as operações silviculturais, colheita, transporte até as técnicas de desdobro. Estes fatores estão diretamente vinculados ao custo final.

No momento de estudo foram observados dois pedidos, com variação de produtos (peças), com relação a medidas e demandas requeridas. Na seção 3.4.2 estará especificado apenas um dos pedidos observados, o imediato está representado em

anexo. As figuras a seguir relatam à condição de produto no momento da entrega.  
(Figura 3.13 e Figura 3.14)

Figura 3. 13: Produtos prontos para entrega na primeira demanda.



Figura 3. 14: Produtos prontos para entrega da segunda demanda.



Sendo o administrador quem define o procedimento de corte, muitas vezes o plano escolhido não é o mais indicado, gerando assim sobras que não são aproveitados no pedido atual, sendo estas estocadas e futuramente agregadas à outra demanda. A condição de estoque das sobras ocorridas após o desdobro está representada nas figuras a seguir (Figura 3.15 e Figura 3.16)

Figura 3. 15: Primeira situação de sobra de produtos prontos para entrega.



Figura 3. 16: Segunda situação de sobra de produtos prontos para entrega.



Na Tabela 3.3 foram mostrados no primeiro cenário a sua diversidade  $N$  de peças a serem cortadas, nas dimensões  $w_i \times l_i$ , onde  $w$  é a largura e  $l$  é a espessura da peça  $i$ , que atender a demanda  $q_N$  contido no período do estudo.

Tabela 3. 3: Demanda  $q_N$  por tipo de peça  $N$ .

<i>Peças (cm)</i> $w_i \times l_i$	<i>Quantidade de peças</i> $q_N$
2,5 x 12,5	1000
7,5 x 7,5	1000
5 x 6	1000
5 x 15	500

onde:

$N$  é número de peças de diferentes dimensões existentes no pedido.

$w_i \times l_i$  são as dimensões das peças a serem cortadas.

$q_N$  é a quantidade de peças do tipo  $w_i \times l_i$  a ser cortada para atender a demanda.



## 4. MÉTODOS

Inicialmente foi estudada a aplicação de técnicas clássicas de resolução da Pesquisa Operacional a situações do problema real. Essas técnicas utilizadas foram a Programação Linear (PL), a Programação Dinâmica, os algoritmos de geração de colunas, algoritmos de Corte e Empacotamento (PCE), os métodos Simplex e Simplex Revisado. Os benefícios proporcionados por estas técnicas se devem ao fato de que elas estão bem descritas na literatura e algumas até possuem algoritmos específicos para sua resolução. Adicionalmente foram testados e adaptados alguns algoritmos propostos de PL, PCE nos trabalhos de GILMORE e GOMORY (1961, 1963, 1965).

A situação ideal para a implementação de um sistema de análise, simulação e otimização no setor de serrados é dispor de informações de estoque e quantidade de matéria prima (toras), caracterizada pela diversidade diamétrica e comprimento pré-fixado com seus referidos custos e também a informação da demanda existente. Todos os dados de variedade e diversidade de estoque, seus custos e demandas, foram fornecidas pela empresa. A empresa também elucidou os cálculos e técnicas práticas utilizadas e adquiridas ao longo dos anos para a estimativa de rendimentos da matéria prima.

O modelo implementado no presente trabalho está descrito pode ser encontrado na seção 4.1.2.2.1. Os demais exemplos práticos de sua utilização podem ser encontrados no anexo.

### 4. 1 MÓDULOS DO SISTEMA DE ANÁLISE, SIMULAÇÃO E OTIMIZAÇÃO NO SETOR DE SERRADOS.

O Sistema de Otimização no Setor de Serrado (SOSSer) desenvolvido no presente trabalho é composto por dois módulos principais: o Módulo Gerador de Padrões de Corte (MGPC) e o Módulo de adequação dos padrões de cortes visando às restrições do estoque (MACORE). Nas seções seguintes estão descritos estes módulos, sua implementação e resolução.

#### 4.1.1 Módulo Gerador dos Padrões de Corte (MGPC)

Um padrão de corte consiste em cortar a matéria prima (toras) em estoque de diâmetros diversificados e quantidades conhecidas, para atender a uma demanda de produtos (peças) menores de tamanhos e quantidades especificadas pelos clientes. Um padrão de corte pode ser gerado cortando toras de um determinado estoque diversificado, de forma a otimizar algum critério, como exemplo, a minimização do custo da matéria prima, maximizar o lucro ou minimizar perda do material cortado. A matéria prima (toras) é cortada de acordo com o plano de corte, definem maneiras diferentes de arranjar produtos dentro da matéria prima existente na empresa. Neste estudo o corte ótimo minimizará o custo da matéria prima (tora). Para tanto foram consideradas duas opções:

- 1) Sistema de Geração exaustiva dos padrões de corte possíveis.
- 2) Sistema de Geração dos padrões de cortes ótimos.

Para a primeira opção – geração exaustiva de todos os padrões de cortes possíveis foi elaborada uma rotina de busca exaustiva, visando-se o princípio de Combinações. Gerando primeiramente todos os padrões de cortes possíveis no sistema (software) para a otimização de desdobro MAXITORA, e depois desenvolvido um modelo baseado em Programação Linear (PL) sendo este implementado no algoritmo Simplex que verifica os melhores planos de corte, ou seja, os planos de corte ótimos e as quantidades que irão respeitar as restrições de estoque da indústria em estudo.

Para a segunda opção os padrões de corte ótimos não são gerados a priori, e sim durante o processo de iterações, pelo mesmo sistema para a otimização do desdobro. Em cada iteração são calculados os valores duais, os quais são usados em um algoritmo desenvolvido que calcula o plano de corte ótimo. Este processo foi implementado no algoritmo de geração de colunas, que é eficaz na resolução de problemas de grande porte, como ocorre na prática, e seu modelo baseado em Programação Linear (PL).

#### 4.1.1. 1 MAXITORA.

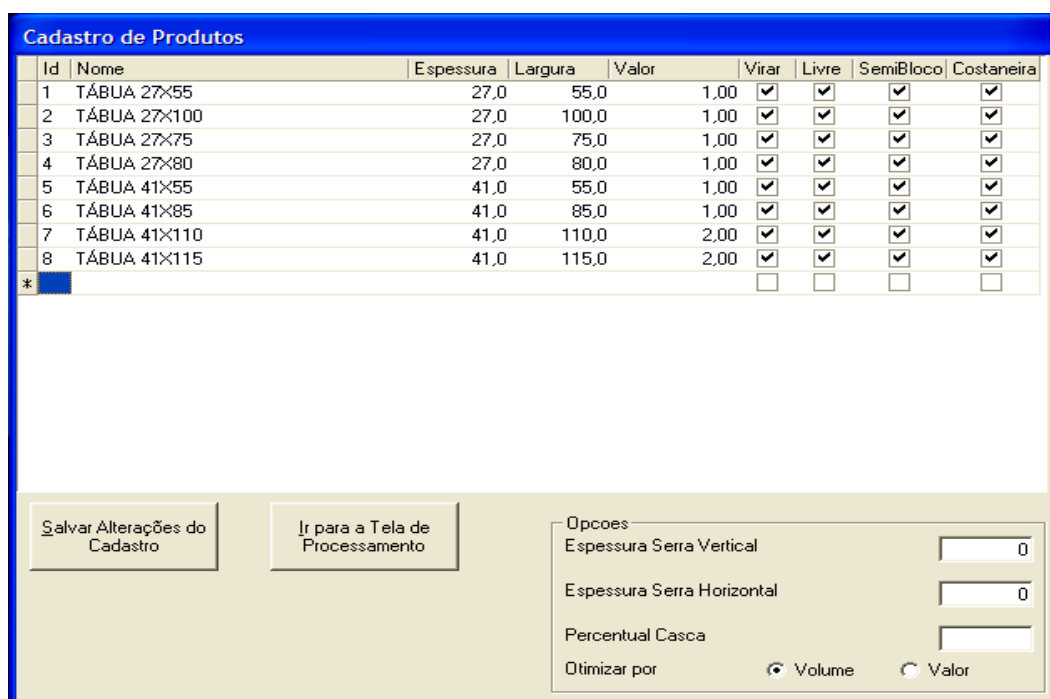
MAXITORA é um aplicativo computacional que foi desenvolvido por pesquisadores da UFPR, com a finalidade de otimizar procedimentos dentro de uma serraria. O aplicativo computacional procura melhorar o aproveitamento da matéria prima fazendo uma simulação de desdobro, onde através de uma necessidade de produtos, é possível definir a classe diamétrica mais adequada, em termos de rentabilidade.

O software funciona no sistema operacional Windows e disponibiliza duas telas básicas: cadastro de produtos e otimização de desdobro.

Tela de Cadastro de Produtos.

Nessa tela de cadastro de produtos são especificados os dados relativos a cada um dos produtos requeridos, sendo também mencionadas as espessuras das serras e da casca. O programa tolera o cadastramento de até 60 produtos. Observe na Figura 4. 1, a seguir:

Figura 4. 1: Tela de Cadastro de Produtos do Software.



Id	Nome	Espessura	Largura	Valor	Virar	Livre	SemiBloco	Costaneira
1	TÁBUA 27x55	27,0	55,0	1,00	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
2	TÁBUA 27x100	27,0	100,0	1,00	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
3	TÁBUA 27x75	27,0	75,0	1,00	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
4	TÁBUA 27x80	27,0	80,0	1,00	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
5	TÁBUA 41x55	41,0	55,0	1,00	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
6	TÁBUA 41x85	41,0	85,0	1,00	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
7	TÁBUA 41x110	41,0	110,0	2,00	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
8	TÁBUA 41x115	41,0	115,0	2,00	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
*					<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Opcoes

Espessura Serra Vertical   
 Espessura Serra Horizontal   
 Percentual Casca   
 Otimizar por  Volume  Valor

onde:

A primeira coluna, identificada por **“Id”**, define uma identificação numérica à tábua;

A segunda coluna, identificada a tábua por **“Nome”**;

A terceira coluna específica a **“Espessura”** da tábua;

A quarta coluna específica a **“Largura”** da tábua;

Obs.: Os valores devem ser digitados em milímetros.

Na quinta coluna é estipulado um valor à tábua, podendo ser um número decimal, ou o próprio valor de venda do produto. Esta coluna só será necessária, se for solicitada à otimização de uma determinada classe diamétrica por valor. A otimização por valor será mencionada no decorrer do texto.

Obs.: As quatro últimas colunas irão determinar as condições de uso da tábua pelo programa, nas diferentes possibilidades de otimização.

Na sexta coluna: **“Virar”** define que a tábua poderá aparecer no diagrama otimizado na posição horizontal. Como o programa processa no sentido vertical, ao não se marcar esta coluna, a tábua somente será utilizada na otimização na posição vertical.

Na sétima coluna: **“Livre”** permite uma otimização Livre, onde o programa irá definir a disposição das peças e seus respectivos cortes para o maior rendimento possível da classe diamétrica testada.

Na oitava coluna: **“SemiBloco”** permite que o programa utilize a tábua no sistema de otimização em semi-bloco.

Na nona coluna: **“Costaneira”** define se a tábua poderá ser utilizada pelo programa para preencher costaneiras verticais ou horizontais, caso a coluna **“Virar”**.

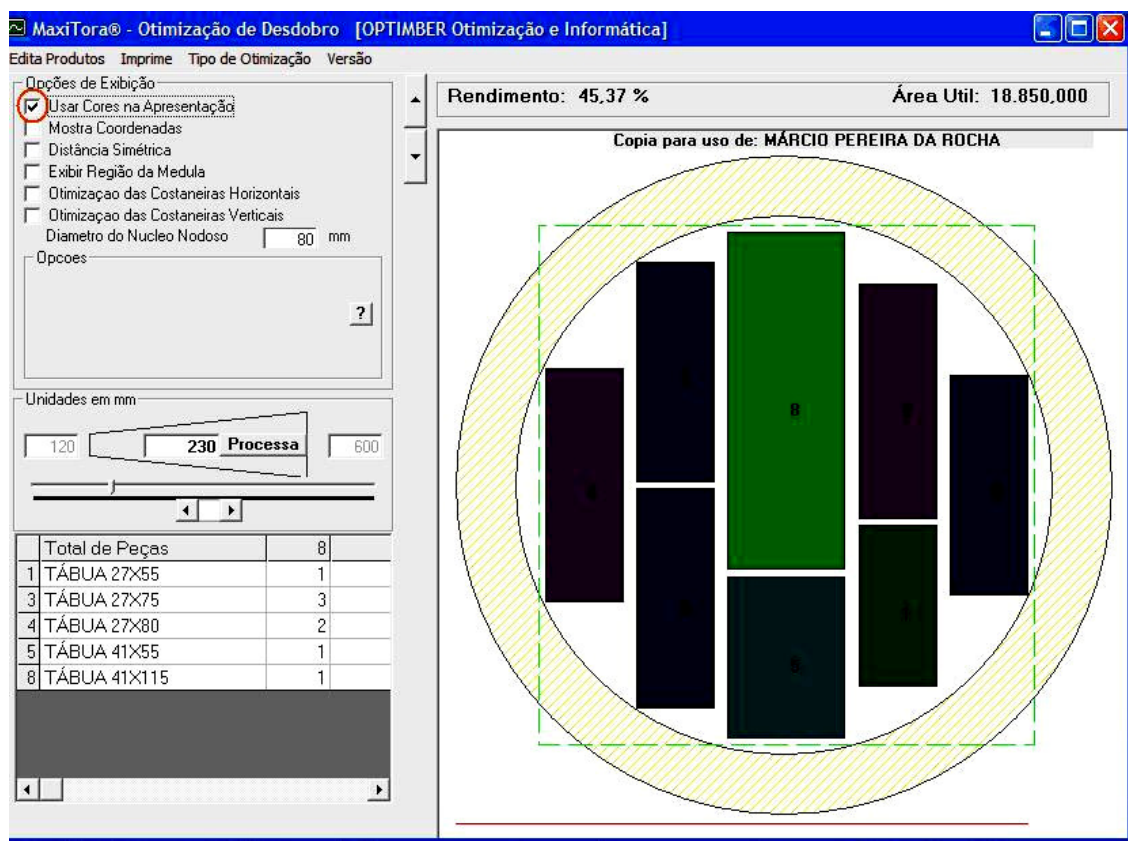
Ainda nessa tela define-se a espessura das serras verticais e horizontais e a espessura de casca em porcentagem (%) do diâmetro para a classe diamétrica da madeira utilizada. Caso a serraria processe as toras sem casca e tenha suas classes diamétricas respectivamente definidas sem casca, a caixa ficará com o valor zero. Define-se também o tipo de otimização: por volume ou por valor. Se a otimização por

feita por volume, o programa irá gerar diagramas de corte objetivando o melhor aproveitamento do volume da tora, minimizando deste modo os resíduos sólidos da mesma e se a otimização for feita por valor o programa irá gerar diagramas com os melhores rendimentos possíveis, levando em conta os valores atribuídos às tábuas como fatores de ponderação.

Tela de Otimização do Desdobro.

Nessa tela o programa apresenta o melhor plano de corte obtido, utilizando os tipos de produtos cadastrados Figura 4.2.

Figura 4.2: Tela de Otimização do Desdobro.



Nesta tela do aplicativo são disponibilizados os seguintes menus:

**Editar Produtos:** permite o retorno à tela de cadastro de produtos a qualquer momento.

**Imprimir:** imprime o relatório para cada diagrama de corte obtido;

**Tipo de Otimização:** escolha da otimização como: livre, retangular ou semi-bloco:

Otimização livre: dará ao programa a possibilidade de, entre todas as tábuas cadastradas, definir o diagrama que proporcionar o melhor rendimento possível.

Otimização retangular: definirá um retângulo que aproveite ao máximo a área transversal da tora, retirando as quatro costaneiras e processando um bloco.

Otimização semi-bloco: irá proporcionar uma série de opções adicionais de diagramas de corte de acordo com todas as larguras de tábuas disponíveis no cadastro de tábuas e que estão autorizadas para uso no semi-bloco.

**Versão:** apresenta a versão do software.

Ainda a parte esquerda da janela do aplicativo, encontra-se os comandos que definem parâmetros finais para a geração do diagrama de corte. Também é possível alteração do diâmetro da tora, e apresenta as seguintes opções de exibição:

**Usar Cores na Apresentação:** as tábuas presentes no diagrama apresentarão cores diferentes de acordo com suas dimensões, ou seja, tábuas com mesma cor terão das mesmas dimensões.

**Mostrar Coordenadas:** terá as coordenadas, “X” e “Y”, as quais identificam as posições dos cortes que devem ser efetuados na tora, sempre em milímetros. As coordenadas partirão de um ponto “zero”, numa extremidade da tora, indo até seu valor máximo no centro da tora e decrescendo novamente até “zero” na outra extremidade da tora.

**Exibir Região da Medula:** delimita a área da região de medula da tora. Permite uma visualização rápida da possibilidade de obtenção de tábuas limpas no diagrama, podendo deste modo alterar o tipo de otimização visando um melhor aproveitamento da região da tora livre de nós.

**Otimização das Costaneiras Verticais:** dará o comando ao programa para que o mesmo busque inserir peças nas costaneiras verticais.

Otimização das Costaneiras Horizontais: dará o comando ao programa para que o mesmo busque inserir peças nas costaneiras horizontais.

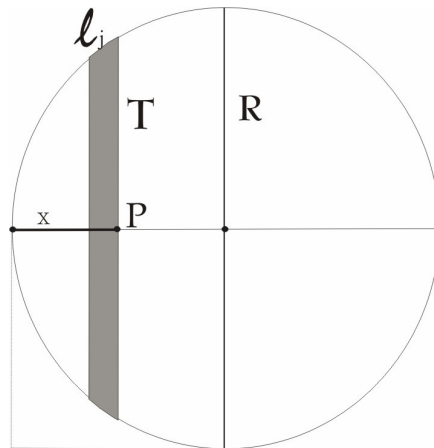
A janela direita apresenta o diagrama de corte com seu respectivo rendimento e área útil da seção transversal da tora ocupada pelas áreas transversais das tábuas.

Processo Matemático do Software.

O algoritmo utilizado no processo de otimização no software MAXITORA baseia-se na Programação Dinâmica (PD).

Os estágios são posições do ponto P, variando de 1 (um) e 1 (um) milímetro, iniciando de zero até diâmetro da tora. Como está mostrado na Figura 4.3 abaixo:

Figura 4.3: Variação de Dimensões do Processo MAXITORA.



$$(R - x)^2 + T^2 = R^2$$

$$T^2 = R^2 - (R - x)^2 = 2Rx - x^2$$

A equação de recorrência (4. 1) utilizada no processo de variações de dimensões do MAXITORA é:

$$F(x) = \text{Max}\{F(x-1), F(x-l_j) + C_j\} \quad (4.1)$$

Onde a função *label*  $F(x)$  representa o ganho que se obtém com a porção da tora com a calota de flecha  $x$ , conforme a figura 4.4 e  $C_j$  é o ganho obtido com fatia de espessura  $l_j$ .

O cálculo de  $C_j$ , por sua vez, é feito otimizando-se o corte de uma barra de comprimento  $2\sqrt{2Rx - x^2}$ .

Essa otimização é feita por Programação Dinâmica antecipadamente para as várias dimensões  $l_j$  e armazenada na memória.

A espessura da serra é um fator que deve levar em conta pelo fato de proporcionar uma alteração considerável no resultado final. Logo, se adiciona a dimensão das peças à espessura da serra, considerando esse valor uma perda. Se as informações são dadas em décimo de milímetro e serão transformadas todas as medidas para a mesma unidade.

Outras informações que alimentam o programa são: o diâmetro do núcleo meduloso, a espessura da casca e o diâmetro na ponta fina. Sendo que para cada classe diamétrica essas medidas são alteradas, devido à oscilação de maquinário e matéria prima.

No presente trabalho foi utilizado a diversidade de quatro tipos de produtos, para duas simulações de corte com espessuras de serras verticais e horizontais e casca de 5 cm, numa otimização livre.

#### 4.1.1.2 Sistema de Geração Exaustiva dos Padrões de Corte Possíveis (PCP).

Existem alguns sistemas computacionais no mercado que simulam e fornecem um diagrama de corte ótimo, determinando a classe diamétrica da matéria prima (tora), e também as dimensões de um determinado grupo de produtos (peças). Porém, nestes softwares, a disponibilidade de estoque e quantidade de cada classe diamétrica, não é contemplada. Estes pacotes até permitem alterar e simular padrões



de cortes com sortimento de classe diamétrica, mas a disponibilidade de matéria prima (tora) contida no estoque não é considerada, tornando-os inviáveis no planejamento de corte no setor, que contém certa restrição de estoque.

Ao otimizar o desdobro levando em consideração a disponibilidade de estoque da indústria madeireira, sua quantidade e diversidade de classes diamétricas, devem ser oferecidas várias alternativas de desdobro ao (MACORE), mesmo que elas sejam sub-ótimas para uma determinada classe diamétrica em particular, a fim de evitar situações de infactibilidade na restrição do estoque. A utilização apenas do padrão de corte ótimo, para cada classe diamétrica, acarretaria em ignorar a disponibilidade de estoque de indústria madeireira, a não ser que esse corte ótimo fosse se atualizando em cada iteração.

Ao pensar em uma geração exaustiva dos padrões de corte, a primeira impressão é a do colapso combinatório numérico que eventualmente pode acontecer. Pensando-se, por exemplo, em uma dezena de diferentes classes diamétricas para atender a uma demanda de 10 tipos diferentes de peças, é fácil conjecturar que o arranjo combinatório de opções é de  $2^{10}$ . Então se utilizou como regra para a geração exaustiva dos padrões de corte a estratégia da análise combinatória, oscilando os padrões de corte onde cada tipo de classe diamétrica teve um número  $2^N - 1$  de padrões de corte ótimos. Uma descrição mais detalhada está na seção 4.1.1.2.2, onde está apresentado o espaço amostral das simulações de corte do MAXITORA utilizado no exemplo decorrente da presente trabalho.

#### 4.1.1.2.1 Princípio de Simulação dos Padrões de Corte Possíveis (PCP).

O número potencial de geração de possíveis padrões de corte pode ser obtido através de números combinatórios que permitem a construção de diferentes grupos formados por um número finito de elementos de um conjunto sob certas circunstâncias. Tendo como demanda um pedido de  $N$  diferentes medidas  $w_i \times l_i$ ,  $i=1,2,3,\dots,N$ , e para atender essa demanda e a partir um estoque com  $k$  diferentes tipos de matérias primas (toras), classificados pelo seu diâmetro  $d_1, d_2, \dots, d_k$ , foi utilizado como regra para a geração exaustiva dos possíveis padrões de corte, a equação

gerenciadora de padrões de corte  $G = 2^N - 1$ , a cada  $k$  diferente classe diamétrica. Onde  $G$  é a equação gerenciadora de padrões de corte que determinará qual o número de padrões de corte a ser gerado a cada classe diamétrica e  $N$  é o número da diversidade de produtos (peças) existentes na demanda, e a subtração de uma unidade no padrão de corte, significa a eliminação do padrão de corte nulo. Então se define a cada classe diamétrica a geração de  $2^N - 1$ , possíveis padrões de cortes.

No espaço amostral que está construído a seguir, os dados são referentes à variedade diamétrica de matéria prima (toras) em estoque e demanda ressaltada na indústria madeireira na ocasião do estudo.

A variedade diamétrica é de  $k = 6$  (seis), e os diâmetros existentes no estoque são  $d_1 = 30$  cm,  $d_2 = 32$  cm,  $d_3 = 34$  cm,  $d_4 = 36$  cm,  $d_5 = 38$  cm,  $d_6 = 40$  cm, para atender a uma demanda de quatro diferentes tipos de produtos (peças),  $N = 4$ , logo:

Equação Gerenciadora de Padrões de corte

$$G = 2^N - 1$$

$$G = 2^4 - 1 = 15$$

Assim, formam-se 15 padrões de corte para cada classe diamétrica, então:

$$G \cdot k = 15 \cdot 6 = 90$$

Como resultados foram gerados no MAXITORA 90 padrões de corte para atender a uma demanda de quatro tipos de produtos (peças) com uma diversidade de estoque existente de seis classes diamétricas diferentes. Observa-se as combinações a seguir na Tabela 4.1.

Tabela 4. 1: Espaço Amostral das Simulações de Corte do MAXITORA

1 <sup>a</sup>	2 <sup>a</sup>	3 <sup>a</sup>	4 <sup>a</sup>	5 <sup>a</sup>	6 <sup>a</sup>	7 <sup>a</sup>	8 <sup>a</sup>	9 <sup>a</sup>	10 <sup>a</sup>	11 <sup>a</sup>	12 <sup>a</sup>	13 <sup>a</sup>	14 <sup>a</sup>	15 <sup>a</sup>	16 <sup>a</sup>
☐	x	☐	☐	☐	x	x	x	☐	☐	☐	☐	x	x	x	x
☐	☐	x	☐	☐	x	☐	☐	x	x	☐	x	☐	x	x	x
☐	☐	☐	x	☐	☐	x	☐	x	☐	x	x	x	☐	x	x
☐	☐	☐	☐	x	☐	☐	x	☐	x	x	x	x	x	☐	x

☐ → adicionar a peça;

x → diminui a peça.

Os padrões de corte gerados pelo Espaço Amostral no software MAXITORA, foram gerados separadamente para cada classe diamétrica e são apresentados na Tabela 4. 2. No anexo são apresentadas às demais simulações realizadas no presente estudo.

Tabela 4. 2: Padrões Potenciais de Cortes Gerados Utilizando o Princípio de Simulação dos Padrões de Corte Segundo as Dimensões da Simulação.

<i>Diâmetro Padrão</i>	<i>d<sub>1</sub>= 30</i>	<i>d<sub>2</sub>= 32</i>	<i>d<sub>3</sub>= 34</i>	<i>d<sub>4</sub>= 36</i>	<i>d<sub>5</sub>= 38</i>	<i>d<sub>6</sub>= 40</i>
a <sub>11</sub>	3	4	2	1	2	3
	3	0	0	0	0	0
	5	7	9	10	2	8
	0	2	3	4	8	6
a <sub>12</sub>	0	0	0	0	0	0
	3	0	0	4	4	0
	5	8	8	13	3	11
	1	3	4	0	5	6
a <sub>13</sub>	2	1	6	4	2	5
	0	6	2	7	7	4
	9	0	0	0	0	0
	1	1	3	1	3	5
a <sub>14</sub>	2	7	4	3	6	2
	3	0	0	4	4	7
	0	8	13	10	9	10
	2	0	0	0	0	0
a <sub>15</sub>	0	0	5	0	0	0
	0	6	6	0	0	6
	8	4	0	10	7	0

	2	0	0	4	6	5
a <sub>16</sub>	0	9	15	0	0	0
	5	0	0	2	2	4
	0	0	0	0	0	17
	1	2	0	6	7	0
a <sub>17</sub>	7	3	0	7	0	7
	0	6	8	0	4	0
	6	0	0	0	15	0
	0	0	0	5	0	7
a <sub>18</sub>	3	13	0	15	2	3
	5	0	0	0	0	0
	0	0	17	4	0	22
	0	0	0	0	8	0
a <sub>19</sub>	12	0	0	6	5	4
	0	7	0	7	0	11
	0	0	0	0	17	0
	0	0	7	0	0	0
a <sub>110</sub>	0	0	0	18	3	22
	6	0	0	0	10	0
	0	14	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0
a <sub>111</sub>	0	0	0	0	19	0
	0	0	0	9	0	12
	13	0	0	0	0	0
	0	5	0	0	0	0
a <sub>112</sub>	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	10	0
	0	0	0	19	0	24
	4	0	0	0	0	0
a <sub>113</sub>	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	22	0
	0	0	0	7	0	9
a <sub>114</sub>	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	8	0
a <sub>115</sub>	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0

Na Tabela 4. 2:

As colunas  $d_k$  classificam a diversidade diamétrica da tora tipo k em centímetros.

As linhas  $a_{ij}$  classificam os padrões de corte referentes à tora de diâmetro i e padrão de corte j.

Observa-se que para algum diâmetro  $d_k$  a Equação Gerenciadora de Padrões de corte  $G < 16$ , na presente simulação, isso se deve ao fato que foram retirados os padrões de cortes repetidos.

As demais simulações de corte realizadas de outras demandas existentes no momento de estudo estão descritas no anexo.

#### 4.1.1.3 Sistema de Geração dos Padrões de Corte Ótimos (PCO)

A utilização individual de um padrão de corte ótimo (PCO) para cada classe diamétrica atendendo a demanda efetiva da empresa, tem por comprometimento garantir a maior rentabilidade e um menor custo na matéria prima. Contudo, se não for considerado a quantidade e variedade diamétrica de estoque existente na indústria, poderá ocorrer à exaustão de certa classe diamétrica de matéria prima (tora), e com isso não atender a toda receita de demanda da ocasião.

O algoritmo utilizado para a geração do PCO baseia-se no algoritmo de geração de colunas referido no trabalho de Dantzig e Wolfe (1960), que a partir de uma base artificial inicial, obtêm-se novas colunas como solução do subproblema gerador e a cada nova iteração do processo de resolução do problema a solução é atualizada. A primeira aplicação prática desta técnica foi na determinação de padrões de corte unidimensionais (GILMORE E GOMORY, 1961; 1963) e, desde então, seu uso difundiu-se de forma intensa (p.ex., roteamento de veículos e escala de tripulações).

Encontram-se, na prática, três diferentes situações para a geração do conjunto das colunas da matriz, ao início do processo de resolução de um problema. A primeira assume que todas as colunas da matriz são conhecidas *a priori*. A segunda considera um subconjunto das colunas conhecidas *a priori*, e geram novas colunas

durante o processo de resolução do problema. A terceira situação utilizada no presente trabalho, considera que o conjunto de colunas conhecidas *a priori* é vazio, gerando todas as colunas do problema, partindo de uma base artificial completa.

#### 4.1.1.3.1 Princípio de Simulação dos Padrões de Corte Ótimos (PCO) para cada Classe Diamétrica.

No processo as colunas geradas pelos os padrões de corte  $a_j^k$  não são gerados *a priori* e sim durante as iterações do Simplex Revisado, pelo software MAXITORA. Mais precisamente, em cada iteração são calculados os valores duais, os quais são usados no algoritmo que calcula o plano de corte ótimo.

Supõe-se na empresa um estoque de  $k$  diferentes tipos de matéria prima (toras), classificados pelo seu diâmetro  $d_1, d_2, \dots, d_k$ , de mesmo comprimento, com custos  $C_1, C_2, \dots, C_K$ , e quantidades em estoque  $E_1, E_2, \dots, E_K$ . Também, um pedido de  $N$  diferentes medidas  $w_i x l_i$ , com  $i=1, 2, 3, \dots, N$ , e uma demanda  $q_1, q_2, \dots, q_N$  para cada tipo  $N$ . Representa-se por  $a_j^k$  o padrão de corte ótimo  $j$  da tora de diâmetro  $d_k$ , isto é  $a_j^k = (a_{1j}^k, a_{2j}^k, \dots, a_{Nj}^k)^t$ , onde  $a_{ij}^k$  é o número de peças tipo  $i$  que são produzidas no padrão  $j$  da tora tipo  $k$ .

O padrão de corte ótimo de cada classe diamétrica é gerado a partir de uma base inicial que é construída utilizando um tipo de tora  $k$  de maior diâmetro de quantidade ilimitada e um vetor multiplicador que contem os custos, sendo atualizado a cada iteração do algoritmo Simplex Revisado. Segundo Dantzig (1963), a cada iteração do Simplex Revisado muitas das informações contidas não são usadas pelo processo de decisão do método, enquanto cada iteração do Simplex requer a atualização de todos os dados armazenados. O processo de geração do padrão de corte ótimo (PCO) está representado na seção 4.1.1.3.1, assim como o algoritmo utilizado baseado no algoritmo de geração de colunas, Simplex Revisado está localizado na seção 4.1.2.3.1.1.

#### 4.1.2 Módulo de Adequação dos Padrões de Cortes Ótimos Visando às Restrições do Estoque (MACORE).

O módulo de adequação dos padrões cortes ótimos visando às restrições do estoque (MACORE) tem por finalidade a seleção do melhor plano de corte para cada classe diamétrica, de modo a satisfazer o objetivo da empresa de forma otimizada. O MACORE foi baseado em Programação Linear (PL), que dentre outras é uma ferramenta matemática muito utilizada nos problemas de otimização no setor de serrados. O uso de técnicas da PL tem-se mostrado um fator crucial para o setor de serrados, o desenvolvimento de modelos que empregam técnicas de otimização tem possibilitado que procedimentos operacionais complexos sejam avaliados de forma criteriosa, fazendo com que os recursos críticos possam ser utilizados da melhor maneira possível.

Por um lado, no contexto da gestão de processos no setor de serrados, estão os problemas relacionados à cadeia de sortimentos da matéria prima (toras), sua disponibilidade e recurso, e a necessidade de estabelecer adequadamente o planejamento e a produção. Por outro lado, as ferramentas matemáticas de otimização, apresentando soluções a esses problemas.

Muitos problemas em Pesquisa Operacional (PO) podem ser expressos como problemas de PL. Historicamente, idéias de PL inspiram muitas dos conceitos centrais de teoria da otimização, tais como dualidade, decomposição, e a importância da convexidade e suas generalizações.

O módulo de adequação dos cortes ótimos visando as restrições do estoque (MACORE), está dividido em dois cenários:

1º Cenário: Adaptação do sistema de geração exaustiva de todos os padrões de corte possíveis para o plano de corte ótimo (AS-PCP).

2º Cenário: Adaptação do sistema de geração dos padrões de corte ótimos para o plano de corte ótimo (AS-PCO).

No primeiro cenário; Adaptação do sistema de geração exaustiva de todos os padrões de corte possíveis para o plano de corte ótimo, (AS-PCP). Utilizou-se um modelo baseado em Programação Linear (PL), que está representado em detalhes na

seção 4.1.2.1. O algoritmo utilizado para a resolução foi o algoritmo do Simplex, simulado na seção 4.1.2.2.2.

Para o segundo cenário; Adaptação do sistema de geração dos padrões de corte ótimos para o plano de corte ótimo (AS-PCO), o modelo é o mesmo da primeira opção AS-PCO, baseado em Programação Linear (PL), e o algoritmo utilizado para a resolução foi a geração de colunas – Simplex Revisado da seção 4.1.2.3.1.1. Os trabalhos pioneiros de Gilmore & Gomory (1961, 1963, 1965) utilizaram a técnica de geração de colunas e permitiram pela primeira vez que problemas práticos com muitas variáveis pudessem ser resolvidos com sucesso.

#### 4.1.2.1 Programação Linear (PL) no Módulo de Adequação dos Cortes Ótimos

Visando as Restrições do Estoques (MACORE).

A Programação Linear (PL) é uma das mais importantes e mais utilizadas técnicas de Pesquisa Operacional. A simplicidade dos modelos envolvidos e a disponibilidade de técnicas de resoluções programável, como o Método Simplex desenvolvido por Dantzig (1963) facilitam sua aplicação.

Problemas de PL são modelados de tal modo que o melhor uso de recursos escassos possa ser determinado, conhecidos os objetivos e necessidades da empresa. Problemas de PL compõem uma sub-classe de problemas nos quais a modelagem é inteiramente expressa em termos de equações lineares. Para ser possível a solução de um dado problema através da PL, o problema deve ser inicialmente, formulado em termos matemáticos.

O modelo de otimização de PL é essencial na área de otimização por várias razões; nele podem ser estudadas diversas situações de forma mais abrangente, capturando seus principais elementos. No setor de serrados existem várias razões para a construção de modelos de otimização, entre elas podemos destacar: o aumento do grau de entendimento da situação estudada; a análise da situação e proposição de soluções que não são aparentes; a experimentação de diversos cenários que de outra forma não seria possível, ou recomendável.



Os modelos lineares de otimização, aos quais eventualmente se incorporam restrições de integralidade das variáveis de decisão, são os mais utilizados em planejamento do setor de serrados, idealizando numa visão simplificada, a realidade da empresa. A partir dessa realidade o modelo emprega símbolos matemáticos para representar as variáveis de decisão do sistema real. Essas variáveis são relacionadas por funções matemáticas que expressam o funcionamento do sistema empresarial. A solução consiste em encontrar valores adequados das variáveis de decisão que otimizem o desempenho do sistema da empresa. Naturalmente, modelos só são necessários quando as soluções habituais forem avaliadas insatisfatórias.

A construção de um modelo de programação linear segue três passos básicos (RAVINDRAN *et al.*, 1987):

Passo I. Identificar as variáveis desconhecidas a serem determinadas (denominadas variáveis de decisão) e representá-las através de símbolos algébricos.

Passo II. Listar todas as restrições do problema e expressá-las como equações (=) ou inequações ( $\leq$ ,  $\geq$ ) lineares em termos das variáveis de decisão definidas no passo anterior.

Passo III. Identificar o objetivo ou critério de otimização do problema, representando-o como uma função linear das variáveis de decisão. O objetivo pode ser do tipo maximizar ou minimizar.

O modelo de otimização de PL no presente trabalho foi definido por uma função objetivo composta de um conjunto de variáveis de decisão formada por um vetor de custo (c). A função objetivo define qual o melhor plano de corte a se utilizar, sujeitas a um conjunto de restrições que é formado por uma matriz de coeficientes tecnológicos (A) e um vetor de estoque e demanda (b), que são condições que limitam as variáveis de decisão e suas relações para assumirem valores factíveis.

O objetivo da otimização é encontrar um conjunto de variáveis de decisão que geram um plano de corte ótimo para a função objetivo, um valor que minimize o custo da matéria prima.

#### 4.1.2.2 Primeiro Cenário\_ Adequação do Sistema de Geração Exhaustiva de Todos os Padrões de Corte Possíveis para o Plano de Corte Ótimo (AS-PCP).

A adequação do sistema de geração exhaustiva de todos os padrões de corte possíveis para o plano de corte ótimo (ACO-PCP) buscou no presente trabalho escolher entre todos os padrões de corte criados pelo MAXITORA um plano de corte ótimo, levando em consideração o estoque existente na indústria madeireira no momento do estudo. Para isso contou com um modelo baseado em Programação Linear (PL). Para a resolução do modelo foi utilizado o algoritmo Simplex, especificado na seção 4.1.2.2.2, e também o aplicativo computacional Industrial LINGO/PC<sup>®</sup>.

##### 4.1.2.2.1 O Modelo

A técnica de modelagem matemática foi empregada em muitos estudos como eficiente ferramenta para análise das alternativas de decisão nos problemas que envolvam otimização no manejo florestal, com objetivo auxiliar os gestores na escolha da melhor alternativa mediante uma estrutura formal e organizada.

O modelo permite o entendimento das características básicas de objetos reais através da representação simplificada de seus aspectos relevantes. Mostra apenas o que é relevante para uma questão específica, desconsiderando todos os demais aspectos. A todo o momento, os administradores estão envolvidos com a necessidade de tomar decisões.

Guerreiro (1989) define modelo como sendo imagens intelectuais sobre as quais se desenvolve o conhecimento obtido de um trabalho explicitado ou não, de seleção dos elementos relevantes da porção da realidade em análise.

A elaboração de um modelo de decisão é um instrumento elementar no planejamento florestal, identificando informações adequadas às decisões exigidas e analisando como estas informações serão disponibilizadas. Foram realizadas várias aplicações de modelagem no planejamento florestal, tanto no plantio como na colheita,

transporte, e desdobro, visando o melhor aproveitamento da matéria prima, minimizando custos assim tornando ótimo o rendimento no setor de serrados.

O modelo proporciona uma idealização, visão fácil e eficaz da realidade da empresa. As variáveis relacionadas por funções matemáticas esclarecem o funcionamento de todo o sistema.

Esses problemas no manejo florestal se caracterizam pelo grande número de soluções que satisfazem as condições impostas. Indicar uma determinada solução, como sendo a melhor de todas para o problema, dependerá do objetivo que se quer atingir. No presente trabalho o principal objetivo do modelo implementado, foi minimizar o custo da matéria prima levando em consideração a demanda e o estoque da empresa.

Foi implementado um modelo baseado no modelo de Dantzig, composto por uma função objetivo formada por um vetor de custos  $C_k$ , que teve a finalidade de minimizar esse custo relativo ao preço de mercado da matéria prima (tora). No modelo incluem-se também, um conjunto de restrições constituído pelo vetor dos coeficientes (padrões de cortes gerados pelo software MAXITORA) e os vetores da disponibilidade de estoque e requisição da demanda.

Representado por  $a_j^k$ , o padrão de corte  $j$  da tora de diâmetro  $d_k$ , sendo  $a_j^k = (a_{1j}^k, a_{2j}^k, \dots, a_{Nj}^k)^T$ , é o vetor dos padrões de corte gerados pelo software, que cognominamos por plano de corte. Seja então  $a_{ij}^k$  o número de peças do tipo  $i$  que são produzidas no padrão da tora de tipo  $k$ .

Nos itens seguintes são detalhadamente descritas as variáveis, a função objetivo e as restrições, ao final dessa descrição será mostrada uma síntese do modelo.

#### (1) Variáveis

O conjunto de variáveis do presente estudo teve o intuito de obter uma melhor rentabilidade de indústria madeireira. A solução incide em ajustar valores as tais variáveis que otimizem a ampliação do sistema, segundo o critério desejado, minimizar o custo na industria madeireira J TOZZO.

Para o caso estudado foi considerada a variável  $x_j^k$  que representa o número de toras do tipo  $k$  que serão cortadas segundo o padrão de corte  $j$ .

A variável  $x_j^k$  não é de natureza inteira, como costuma ser nos problemas de grande porte, sendo o erro por arredondamento relativamente pequeno podendo ser desprezado. A utilização de variáveis inteiras ocasionaria uma solução variada de classe diamétrica, dificultando o manejo interno na empresa gerando um aumento significativo no custo.

## (2) Função Objetivo

O sistema de adequação dos cortes ótimos visando às restrições do estoque (MACORE) possui o objetivo principal de minimizar o custo da matéria prima (tora) da intervenção do desdobro e com isso aumentar o lucro no setor de serrados. Esse aumento no lucro pode ser obtido de diferentes maneiras:

Aumento da rentabilidade total da madeira retirada, devido a um melhor rendimento;  
 Redução de custo da mão-de-obra, pelo planejamento, simulação e controle do desdobro da tora, visando às restrições de estoque; ou  
 Alguma combinação dos fatores mencionados.

A minimização dessa função (função *objetivo*) reflete diretamente no critério de otimização adotado e está sujeita a algumas restrições que limitam o conjunto de valores que as variáveis podem assumir.

A seguinte equação denominada *função objetivo* (4. 2), visa à minimização do custo da matéria prima (tora) no sistema de análise, simulação e otimização.

$$MinF = \sum_{k=1}^k \sum_{j=1}^{NP_k} c_k x_j^k \quad (4. 2)$$

Onde  $c_k$  é o custo da matéria prima do tipo  $k$ ,  $x_j^k$  é a variável de decisão a ser otimizada e representa o número de toras do tipo  $k$  que serão cortadas segundo o padrão de corte  $j$ . O primeiro índice do somatório  $k$  representa a classe diamétrica da

matéria prima (tora), o segundo índice do somatório  $NP_k$ , representa o número de padrões de corte para a tora tipo  $k$ .

Na função objetivo a somatória dos custos de cada tora é multiplicado pelo somatório de todos os padrões de corte  $j$  da tora do tipo  $k$  gerados no software MAXITORA. O custo de cada tora foi obtido a partir do custo unitário pela equação (3. 2), representada na seção 3.3.1. Essa função deve refletir diretamente o critério de otimização adotado.

### (3) Restrições

As restrições em qualquer modelo de otimização via PL visam adequar a solução à disponibilidade dos diversos valores que o organizador deve considerar. As restrições aplicam os recursos, tanto com relação às quantidades disponíveis quanto com relação à forma de emprego.

Guerreiro (1996) existem dois tipos de restrições: a primeira física, engloba o mercado, fornecedores, máquinas, materiais, pedido, projeto, pessoas, e é denominada de restrição de recurso, em que o gargalo reflete um caso particular de restrição em que existe capacidade insuficiente, a segunda restrição está mais voltada a questões culturais e é denominada de restrição de política.

O presente trabalho trata de restrições físicas: estoque e demanda. Constataram-se tais restrições, fazendo um estudo na empresa e também revendo a literatura já existente sobre o planejamento florestal. O objetivo foi observar a matéria prima em estoque na empresa e adequá-la para atender a demanda existente.

O primeiro grupo de restrições no MACORE refere-se diversidade e quantidade da demanda atual no momento do estudo. Os possíveis padrões de corte foram gerados no software MAXITORA levando em consideração as diferentes medidas do pedido impostas pelo cliente e as diferentes classes diamétricas do estoque. Estas restrições são resumidas na equação (4. 3).

$$\sum_k \sum_j a_{ij}^k x_j^k = q_i, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (4.3)$$

onde  $q_i$  é a demanda do pedido de  $N$  diferentes medidas  $w_i x l_i$ ,  $i=1,2,3,\dots,N$ .

A restrição (4. 3) faz a adequação de todos os padrões de cortes gerados pelo software a uma certa demanda requerida, e assim podemos classificá-la como restrições da demanda.

O grupo de restrições que resulta automaticamente das restrições descritas acima é composto pela condição de equilíbrio entre a utilização das classes diamétricas, e a variedade e quantidade de produtos determinada pela demanda. Esta condição torna-se necessária uma vez que o MACORE considera a quantidade de cada tipo de produto a ser cortado.

O segundo grupo de restrições indica a variedade e quantidade de classes diamétricas da matéria prima em estoque. Estas restrições são sintetizadas na equação (4. 4), descrita abaixo.

$$\sum_j x_j^k \leq E_k, \quad k = 1, 2, \dots, k \quad (4.4)$$

onde  $E_k$  é a quantidade em estoque da matéria prima do tipo  $k$ .

As restrições do grupo (4. 4) podem ser consideradas como restrições de estoque, refere-se ao estoque mínimo de matéria prima ordenado por classes diamétricas. Estas restrições são imprescindíveis por analisar e adequar a quantidade de cada classe diamétrica da matéria prima de modo que não ultrapasse a sua disponibilidade contida na empresa.

O terceiro grupo de restrições indica a condição que a variável  $x_j^k$  seja positiva. Indicada pelo grupo (4. 5), nomeia-se restrição de não negatividade da variável  $x_j^k$ , que está apresentada abaixo.

$$x_j^k \geq 0 \quad (4.5)$$

Esse grupo de restrição é necessário porque indica o nível de produção e não pode ser negativo.

(4) Síntese do Modelo

$$\text{Min}F = \sum_{k=1}^k \sum_{j=1}^{NP_k} c_k x_j^k$$

s.a

$$\sum_k \sum_j a_{ij}^k x_j^k = q_i, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (4.6)$$

$$\sum_j x_j^k \leq E_k, \quad k = 1, 2, \dots, k$$

$$x_j^k \geq 0$$

onde:

$a_j^k$  são os padrão de corte  $j$  da tora de diâmetro  $d_k$ . (matriz  $(m \times n)$ );

$x_j^k$  é o número de toras tipo  $k$  que serão cortadas segundo o padrão  $j$ , (matriz  $n \times 1$ );

$q_i$  é a quantidade da demanda do tipo  $i$ , (matriz  $m \times 1$ );

$E_k$  é a quantidade em estoque da matéria prima do tipo  $k$  (matriz  $m \times 1$ );

$c_k$  é o custo da tora do tipo  $k$ , (matriz  $1 \times n$ )

$NP_k = n^\circ$  de padrões de corte para a tora tipo  $k$ , (índice).

Esse modelo no MACORE foi solucionado empregando o algoritmo Simplex representado abaixo na seção 4.1.2.2.2, representada detalhadamente em anexo.

#### 4.1.2.2.2 Algoritmo SIMPLEX

Nessa seção sistematizaremos passo a passo a técnica utilizada para achar, algebricamente, a solução ótima do modelo de PL implementado no presente trabalho. O algoritmo Simplex introduzido por George B. Dantzig tornou-se crucial e eficaz na resolução do nosso modelo.

Descrição do Algoritmo:

1º Passo:

Para a resolução do modelo apresentado na seção 4.1.2.2.1.4, (pág. 65), foi aperfeiçoado na forma padrão, introduzindo as variáveis de folga necessárias, para se obter uma base inicial factível.

2º Passo:

Teste de Otimização:

A solução básica atual será ótima somente se todos os coeficientes da função objetivo forem não negativos;

Se não foram todos não negativos, continuar para a próxima iteração.

3º Passo:

Iterações:

Determinar a variável básica que entra na base. Para isso selecionar a variável com o coeficiente mais negativo da função objetivo entre todos os tipos de tora

Determinar a Variável que sai da base aplicando o teste do Valor Mínimo;

Teste do Valor Mínimo:

Dividir os coeficientes das demandas  $q_i$  ou estoque  $E_k$  de cada equação pelo valor correspondente do coeficiente da coluna da variável que entra na base;



Identificar a linha com o menor Valor Mínimo \_ LINHA PIVÔ

A variável básica que sai será correspondente à linha de menor Valor Mínimo que passará a ser a variável básica;

Na intersecção da linha Pivô com a coluna Pivô estará o número Pivô. Depois de realizada a iteração, o pivô será o único elemento da coluna não nulo.

Só admitem o teste de Valor Mínimo coeficientes da coluna Pivô positivos.

Realizar operações algébricas elementares para determinar a novo solução ótima básica.

Repetir o teste de otimização, se ainda existirem coeficientes não nulos na função objetivo, realizar nova iteração.

Se não a solução ótima foi encontrada.

Para soluções dos modelos utilizando o algoritmo Simplex no presente trabalho, utilizou-se o aplicativo computacional LINGO/PC<sup>®</sup>, descrito na seção 4.1.2.4.

#### 4.1.2.3 Segundo Cenário\_ Adequação do Sistema de Geração dos Padrões de Corte Ótimos para o Plano de Corte Ótimo (AS-PCO).

A adequação do sistema de geração dos padrões de corte ótimos para o plano de corte ótimo (AS-PCO), assim como no (ACO-PCP) procurou otimizar o plano de corte da empresa minimizando o custo da matéria prima (tora), levando em consideração as restrições do estoque e demanda existentes no momento do estudo, utilizando também como ferramenta o mesmo modelo baseado em Programação Linear (PL). A diferenciação dos dois módulos está na forma de resolução do modelo. No AS-PCO o modelo foi resolvido pelo processo de Geração de Colunas baseado no trabalho de Gilmore e Gomory (1961, 1963), utilizando algoritmo Simplex Revisado que denotaremos por Simplex\*

#### 4.1.2.3.1 Processo de Geração de Colunas

Sendo o estoque da empresa de  $k$  diferentes tipos de toras, classificados pelo seu diâmetro  $d_1, d_2, \dots, d_k$ , de comprimento idêntico, com custos  $C_1, C_2, \dots, C_k$ , e quantidades em estoque  $E_1, E_2, \dots, E_k$ . Além disso, a empresa descreve um pedido de  $N$  diferentes medidas  $w_i \times l_i, i=1,2,3, \dots, N$  com demanda  $q_1, q_2, \dots, q_N$ . Circunstância em que foi implementado o modelo contido na seção 4.1.2.2.1. Classificamos por  $a_j^k$  o padrão de corte  $j$  da tora de diâmetro  $d_k$ ,  $a_j^k = (a_{1j}^k, a_{2j}^k, \dots, a_{Nj}^k)^t$ , onde  $a_{ij}^k$  é o número de peças tipo  $i$  que são produzidas no padrão  $j$  da tora tipo  $k$  e  $x_j^k$  o número de toras tipo  $k$  que serão cortadas segundo o padrão  $j$ .

No processo de geração de colunas os padrões de corte  $a_j^k$  são gerados durante as iterações do Simplex\*. Em cada iteração são calculados os valores duais, os quais são usados no algoritmo que calcula o plano de corte ótimo.

O algoritmo Simplex\* necessita de uma base inicial, e para facilitar a construção de uma solução inicial, supomos que o tipo de tora  $k$  de maior diâmetro tem quantidade suficiente em estoque para satisfazer a demanda, ou seja, uma quantidade ilimitada em estoque. A construção da base inicial está apresentada logo abaixo.

##### 4.1.2.3.1.1 Algoritmo SIMPLEX REVISADO \_\_ SIMPLEX\*

Nessa seção ratificamos passo a passo à técnica empregada algebricamente, para a solução ótima do modelo de PL implementado utilizando o processo de Geração de Colunas, pelo algoritmo Simplex\* , que se mostrou eficaz na resolução do nosso modelo.

Descrição do Algoritmo:

1º Passo:

Construção da Solução Inicial:

Para cada item  $i$  do pedido, obter um padrão de corte  $a_i^k$  resolvendo o MAXITORA apenas com a medida  $w_i \times l_i$ . Seja  $r_i$  a quantidade de exemplares do item  $i$  obtidos no plano  $a_i^k$ , que será representado agora por  $A_k^i$ , logo  $r_i = A_k^i$ . Observamos que se  $r_i = 0$  para algum  $i$ , o problema será infactível.

A Base Inicial B pode então ser construída utilizando-se os planos de corte  $A^{i*}$  (colunas) e as variáveis de folga do estoque, observado abaixo:

$$B = \begin{bmatrix} A_k^1 & 0 & \dots & 0 & \vdots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & A_k^2 & \dots & 0 & \vdots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \ddots & \dots & \vdots & \dots & \dots & \ddots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & A_k^N & \vdots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \vdots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \vdots & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \vdots & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \ddots & 0 & \vdots & \dots & \dots & \ddots & 0 \\ 1 & 1 & \dots & 1 & \vdots & 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad \text{ou} \quad B = \begin{bmatrix} r_1 & 0 & \dots & 0 & \vdots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & r_2 & \dots & 0 & \vdots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \ddots & \dots & \vdots & \dots & \dots & \ddots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & r_n & \vdots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \vdots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \vdots & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \vdots & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \ddots & 0 & \vdots & \dots & \dots & \ddots & 0 \\ 1 & 1 & \dots & 1 & \vdots & 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

A sub-matriz  $[A_k^1, A_k^2, \dots, A_k^N]$  é a diagonal B inversível e forma assim um base para o Simplex Revisado, onde a inversa de B é:

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{r_1} & 0 & \dots & 0 & \vdots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{1}{r_2} & \dots & 0 & \vdots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \ddots & \dots & \vdots & \dots & \dots & \ddots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \frac{1}{r_N} & \vdots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \vdots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \vdots & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \vdots & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \ddots & 0 & \vdots & \dots & \dots & \ddots & 0 \\ -\frac{1}{r_1} & -\frac{1}{r_2} & \dots & -\frac{1}{r_N} & \vdots & 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

O Simplex Revisado utiliza para a geração de colunas o vetor multiplicador  $\pi$ , por dado por  $\pi = c_B B^{-1}$ , onde  $c_B$  são os custos das variáveis básicas. Neste caso inicial,  $c_B = (c_{k_1} \ c_{k_2} \ c_{k_3} \dots \ c_{k_r})$ , isto é o custo da tora k de maior diâmetro e os valores das variáveis básicas são dados por  $\bar{b} = B^{-1} \cdot b$ .

2º Passo:

Teste de Otimização:

Obter a coluna a entrar na base. Para isto procuremos  $\min \bar{c}_j = c_j - \pi A^j$  dentre todos os tipos de toras.

Para a tora tipo  $k$ , resolver  $\min \bar{c}_j^k = c_j^k - \pi A_k^j$  é equivalente a resolver  $\text{Max } \pi A_k^j$ , sujeito a que  $A_k^j$ , seja um plano de corte viável.

Mas se  $\pi = A_k^I$  é o valor máximo que se obtêm utilizando os valores  $\pi_i$  como preços para os itens. Resolver então para a tora de diâmetro tipo k,  $k = 1, 2, \dots, k$ . MAXITORA, com custo para o item  $i$  igual a  $\pi_i$ , sendo  $i = 1, 2, \dots, N$ .

O valor ótimo obtido,  $Z_k^*$ , é usado para calcular  $\bar{c}^k = c^k - Z_k^*$ . Dentre todos os k's, escolhe-se aquele que minimiza  $\bar{c}^k$ ; seja  $\min_k \bar{c}^k = \bar{c}^s$ .

Se  $\bar{c}^s < 0$  então a coluna ótima  $A^s$  fornecida pelo MAXITORA entra na base. Caso contrário, a solução ótima foi alcançada. Temos então dois casos:

3º Passo:

Caso 1:  $\bar{c}^s < 0$

Para colocar  $A^s$  na base, calcula-se  $\bar{A}^s = B^{-1} A^s$  e a seguir faz-se a cálculo do bloqueio:

$$\min_i \left\{ \frac{\bar{b}_i}{\bar{A}_i^s}; \bar{a}_i^s > 0 \right\} = \frac{\bar{b}_r}{\bar{A}_r^s}.$$

4º Passo:

Então, faz-se o pivoteamento em  $B^{-1}:\bar{b}:A^s$  sendo o elemento pivô  $\bar{a}_n^s$  em  $A^s$ .

O Pivoteamento:

A coluna  $A_*^s$  é formada pelo padrão de corte escolhido  $A_k^s$  acrescido como o elemento 1, na posição  $N + k$ , correspondente a restrição de estoque da tora tipo k.

Observe

$$\begin{array}{l} \text{Linha } N+1 \end{array} \begin{array}{c} \bullet \\ \nearrow \end{array} \begin{pmatrix} a_{1j}^k \\ a_{2j}^k \\ \vdots \\ a_{Nj}^k \\ \dots \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$$

Matriz de Pivoteamento:

$$B^{-1} \cdot \begin{pmatrix} \bar{b}_1 & \bar{a}_1^s \\ \bar{b}_2 & \bar{a}_2^s \\ \bar{b}_3 & \bar{a}_3^s \\ \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots \\ \vdots & \bar{a}_r^s \\ \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots \\ \bar{b}_{N=K} & \bar{a}_{N+k}^s \end{pmatrix}$$

Então:

Nova linha r de  $B^{-1} = (\text{linha r de } B^{-1}) / \overline{a_r^s}$

Nova linha de  $\overline{b_r} / \overline{a_r^s}$

Nova linha i de  $B^{-1}$ ,  $i \neq r = (\text{linha i de } B^{-1}) = \overline{a_i^s} * (\text{nova linha r de } B^{-1})$

Novo valor de  $\overline{b_i} = \overline{b_{ir}} = \overline{a_i^s} * (\text{nova linha de } \overline{b_r})$ .

Obtemos assim a inversa da base atualizada  $B^{-1}$  e os novos valores das variáveis básicas  $\overline{b}$ .

Substituímos a coluna s de B pela nova coluna  $A_s^s$  e guardamos o vetor multiplicador  $\pi$  que foi utilizado no MAXITORA para gerar  $A_s^s$ . Ele servirá no final executando novamente o MAXITORA recuperando o padrão de corte da tora. Guardar também o tipo de diâmetro s da tora no qual se obteve o valor máximo  $Z_s^*$ .

5º Passo:

Caso 2:  $\overline{c^s} \geq 0$

Neste caso, o ótimo foi alcançado.

Observação:

Formando uma base inicial com uma tora de diâmetro  $d_{k+1}$ , com quantidade em estoque  $E_{k+1} = \infty$ , e custo  $C_{k+1} = \infty$ , (corresponde a utilização de variáveis artificiais).

Faz o mesmo procedimento que foi sugerido com a tora de diâmetro  $d_k$ . Se no final ainda tem tora de diâmetro  $d_{k+1}$  na base, com variável básica correspondendo maior que zero, concluímos que o problema original era infactível e informamos que dá para atender com as toras verdadeiras em estoque.

No caso do problema ter dado infactível, o usuário pode fazer a seguinte pergunta: “Então quantas toras e quais diâmetros além do que se tem, deve-se comprar para atender ao pedido pelo mesmo custo?”

Solução: Substituem-se no modelo as restrições de estoque  $\leq E_k$  por  $\geq E_k$ , sendo  $E_k^*$  a quantidade utilizada na solução ótima.

A chamada do MAXITORA foi feita com otimização livre nesta primeira versão.

Para resolução do modelo pelo algoritmo Simplex\* utilizou-se também o software Industrial LINGO/PC<sup>®</sup>, descrito na seção abaixo. Uma conferência detalhada dos resultados obtidos estará em anexo.

#### 4.1.2.4 Software Industrial LINGO/PC<sup>®</sup>

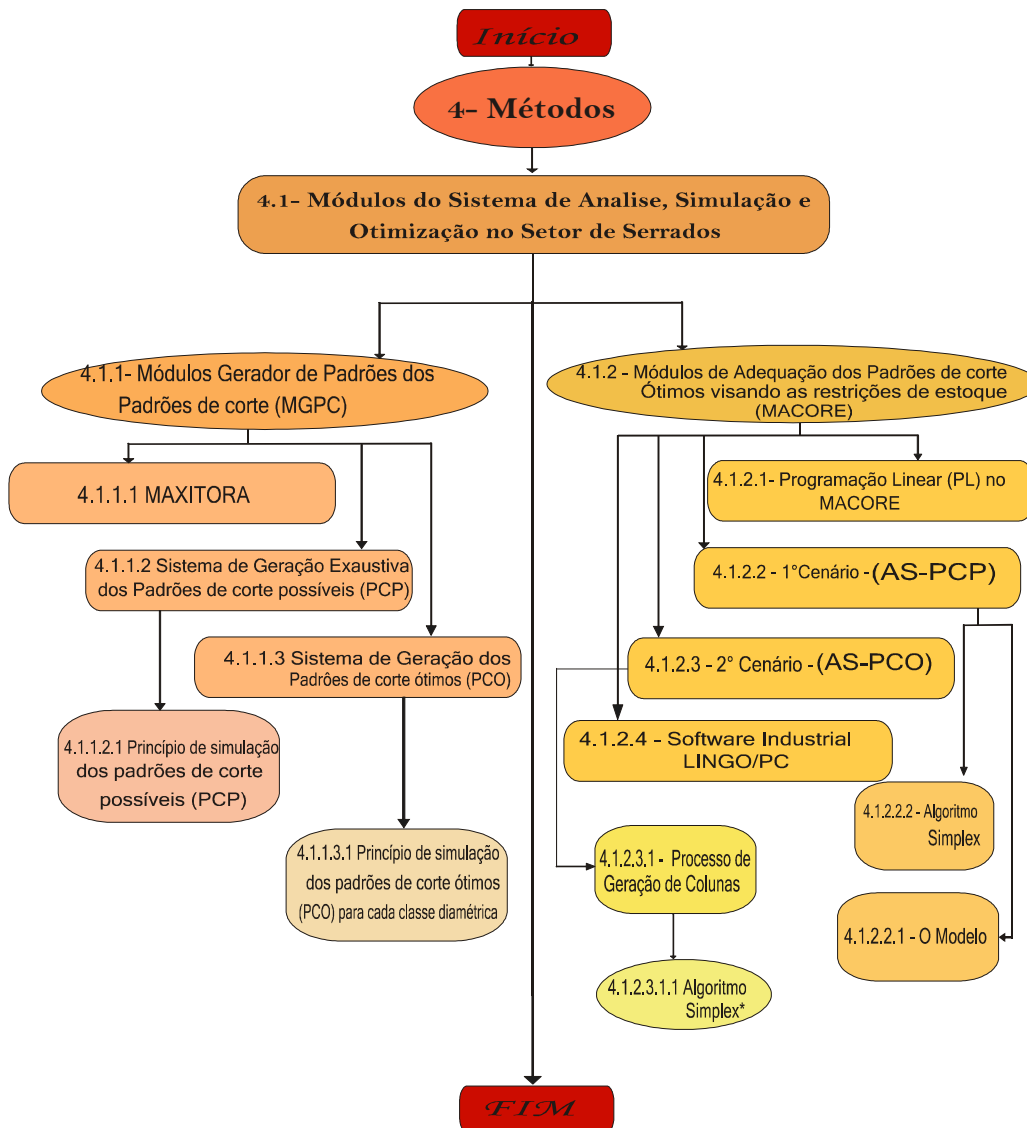
Para o caso específico da implementação dos algoritmos Simplex e Simplex\*, para a resolução do problema de PL do AS-PCP e AS-PCO, foram considerados alguns pacotes comerciais existentes no mercado. Há muito tempo que estes algoritmos clássicos da PO vêm sendo implementados por diversos fabricantes de software. Atualmente até as próprias planilhas de cálculo dispõem de ferramentas programadas, que resolvem problemas de PL, PLI e PLIM de tamanhos modestos. O Microsoft<sup>®</sup> Excel<sup>®</sup> Solver<sup>®</sup> é uma poderosa ferramenta de otimização, tanto para problemas de PL. Através do método Simplex com limites sobre as variáveis e do método de desvio e limite, implementado por John Watson e Dan Fylstra, da Frontline Systems, Inc, quando para problemas de programação não-linear (PNL), utilizando o código de otimização não linear *Generalized Reduced Gradient (GRG2)*, desenvolvido por Leon Lasdon, da *University of Texas em Austin*, e Allan Waren, da *Cleveland State University*.

Devido à disponibilidade por parte da empresa onde foram coletados os dados, foi utilizado o software Industrial LINGO/PC<sup>®</sup> - versão 6.01, com capacidade para até 16.000 variáveis e 8.000 restrições. Os resultados das otimizações do problema de PL do AS-PCP e AS-PCO podem ser encontrados de maneira resumida em anexo.

## 5 RESULTADOS

Os resultados do presente trabalho estão estabelecidos na seguinte seqüência. Primeiramente é apresentado um fluxograma do sistema SOSSer, onde são relatados seus diferentes módulos e vínculos existentes entre eles. Logo após são apresentados os resultados obtidos como o SOSSer e comentários. Finalmente, é feita uma comparação entre os resultados obtidos.

Figura 5. 1: Fluxograma do Sistema de Análise, Simulação e Otimização Setor de Serrados SOSSer.





## 5. 1 RESULTADOS OBTIDOS NO SISTEMA DE ANÁLISE, SIMULAÇÃO E OTIMIZAÇÃO NO SETOR DE SERRADOS SOSSER.

Os resultados alcançados no Sistema de Análise, Simulação e Otimização no setor de serrados SOSSer, foram obtidos através da resolução de dois módulos: o Módulo de Gerador dos Padrões de Corte (MGPC), e o Módulos de Adequação dos Padrões de Corte ótimos visando às restrições de estoque (MACORE).

O Módulo de Gerador dos Padrões de Corte (MGPC) consistiu em cortar a matéria prima (tora) de um estoque diversificado para atender a uma demanda requerida, onde foram criados diferentes planos de cortes. Para tal, foram consideradas duas situações. A primeira visando o Sistema de Geração exaustiva dos padrões de corte, gerados separadamente pelo princípio de combinações teve por finalidade de gerar todos os padrões de cortes possíveis, respondeu apenas à utilidade de conhecer quantos e quais os padrões de corte oportunos existentes, embora não sendo todos os padrões de cortes gerados considerados ótimos.

Na segunda situação considerou-se o Sistema de Geração dos padrões de cortes ótimos, onde os padrões de corte ótimos não foram gerados a priori, e sim durante o processo de iterações no momento da resolução do algoritmo, pelo mesmo sistema.

O Módulo de Adequação dos Padrões de Cortes ótimos visando às restrições de estoque (MACORE) ajustou os dois sistemas de geração de corte a obter um plano de corte ótimo em diferentes cenários para cada sistema. Para tanto foi implementado o modelo baseando-se em Programação Linear, representado em detalhes em anexo.

### 5.1.1 Resultados Obtidos no Primeiro Cenário\_ AS-PCP

O primeiro cenário o de adequação do sistema de geração exaustiva de todos os padrões de corte possíveis para o plano de corte ótimo (AS-PCP), a resolução do modelo apresentado no estudo se deu utilizando como ferramenta o algoritmo Simplex. Para tanto, contou com o Software Industrial LINGO/PC<sup>®</sup>, que obteve os resultados exibidos a seguir.

#### LINGO:

RESPOSTA

Global optimal solution found at step: 20  
Objective value: 4553.618

Variable	Value	Reduced Cost
CUSTO( 1)	12.17000	0.0000000
CUSTO( 2)	14.50000	0.0000000
CUSTO( 3)	16.50000	0.0000000
CUSTO( 4)	18.30000	0.0000000
CUSTO( 5)	20.40000	0.0000000
CUSTO( 6)	22.50000	0.0000000
ESTOQUE( 1)	200.0000	0.0000000
ESTOQUE( 2)	150.0000	0.0000000
ESTOQUE( 3)	130.0000	0.0000000
ESTOQUE( 4)	120.0000	0.0000000
ESTOQUE( 5)	180.0000	0.0000000
ESTOQUE( 6)	170.0000	0.0000000
DEMANDA( 1)	1000.000	0.0000000
DEMANDA( 2)	1000.000	0.0000000
DEMANDA( 3)	1000.000	0.0000000
DEMANDA( 4)	500.0000	0.0000000
X( 1, 1)	164.4737	0.0000000
X( 4, 8)	13.15789	0.0000000
X( 5, 1)	62.50000	0.0000000
X( 6, 9)	46.05263	0.0000000

Row	Slack or Surplus	Dual Price
1	4553.618	1.000000
2	0.0000000	-1.000027
3	0.0000000	-1.681808
4	0.0000000	-0.8248988
5	0.0000000	-2.093769
6	35.52632	0.0000000
7	150.0000	0.0000000
8	130.0000	0.0000000
9	106.8421	0.0000000
10	117.5000	0.0000000
11	123.9474	0.0000000

Na análise do resultado do primeiro cenário, que considerou a minimização do custo da matéria prima (tora), com restrições de estoque, constatou-se que considerando os padrões de cortes otimizados pelo processo para atender ao presente pedido. Necessitou de aproximadamente 175 toras de 30 cm de diâmetro, 14 toras com 36 cm de diâmetro, 73 toras de 38 cm de diâmetro e 46 toras de 40 cm de diâmetro, somando um total de 288 toras, com custo de aproximadamente R\$ 4554,00. O plano de corte ótimo alcançado para atender a demanda requerida com o menor custo está apresentado a seguir:

X( 1, 1)	164.4737	0.0000000
X( 4, 8)	13.15789	0.0000000
X( 5, 1)	62.50000	0.0000000
X( 6, 9)	46.05263	0.0000000

onde:

X(1,1) = é a tora d = 1 (diâmetro 30 cm) os padrões de corte 1 → (3 3 5 0)'

X(4,8) = é a tora d = 4 (diâmetro 36 cm) os padrões de corte 8 → (15 0 4 0)'

X(5,1) = é a tora d = 5 (diâmetro 38 cm) os padrões de corte 1 → (2 0 2 8)'

X(6,9) = é a tora d = 6 (diâmetro 40 cm) os padrões de corte 9 → (4 11 0 0)'

O plano de corte ótimo alcançado atendeu a demanda solicitada, com uma diversidade de quatro tipos de produtos de diferentes dimensões, e uma homogeneidade de estoque de seis classes diamétricas, obtendo 1000 peças do primeiro produto (2,5 x 12,5 cm), 1000 peças do segundo produto (7,5 x 7,5 cm), 1000 peças do terceiro produto (6,0 x 6,0 cm) e 500 peças do quarto produto (5,0 x 15,0 cm).

Os padrões de corte ótimos do primeiro cenário (AS-PCP) estão representados a seguir.

Figura 5. 2: Corte X(1, 1).

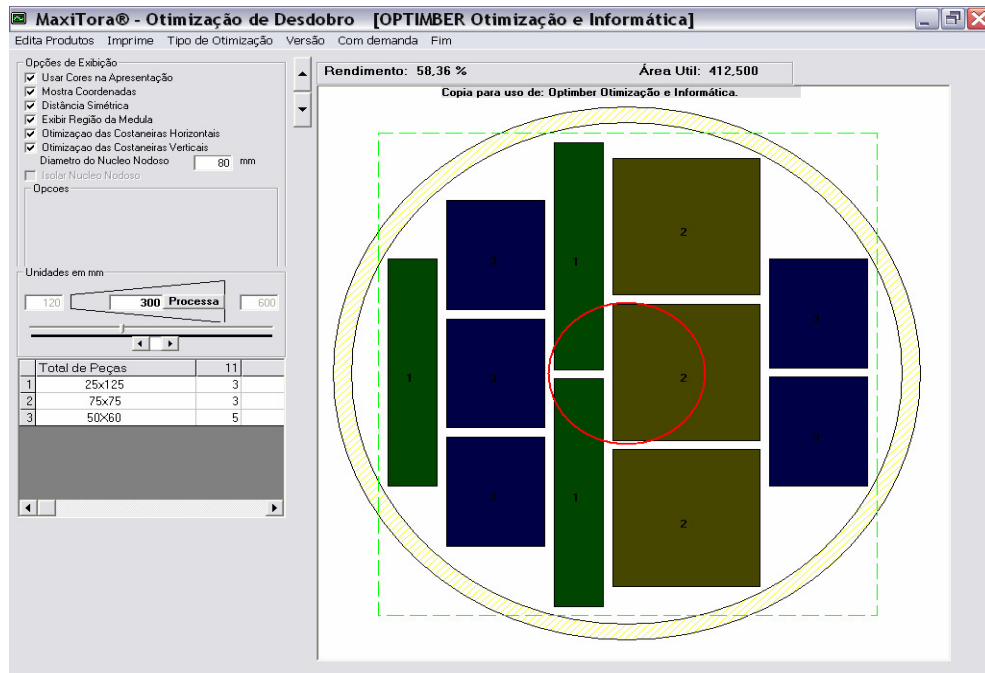


Figura 5. 3: Corte X(4, 8).

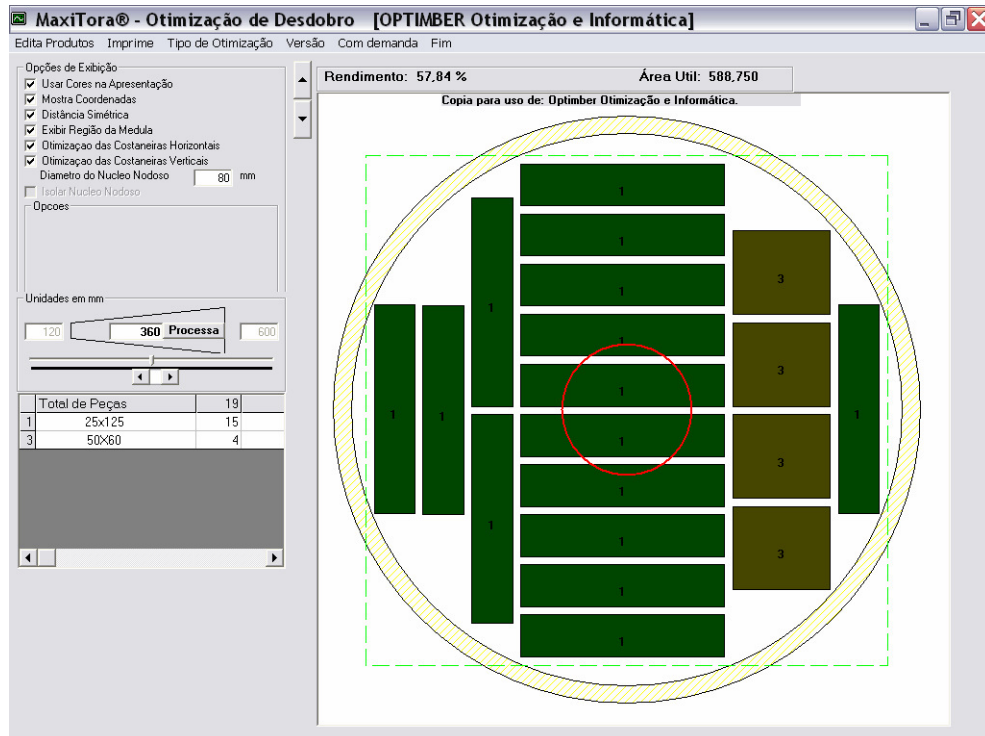


Figura 5. 4: Corte X(5, 1).

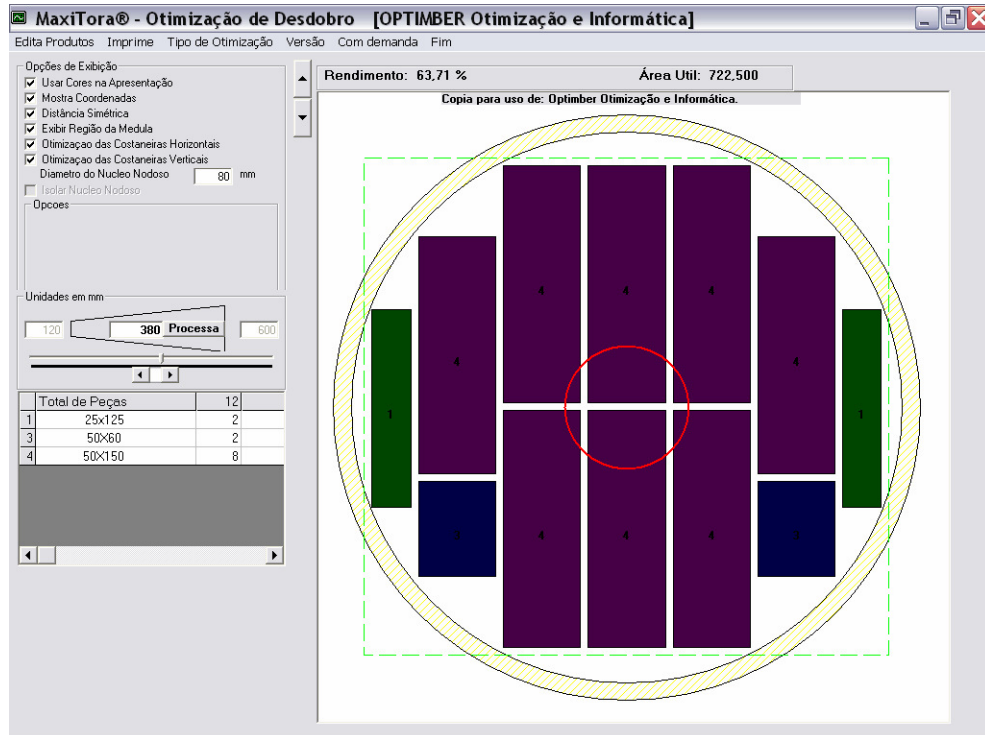
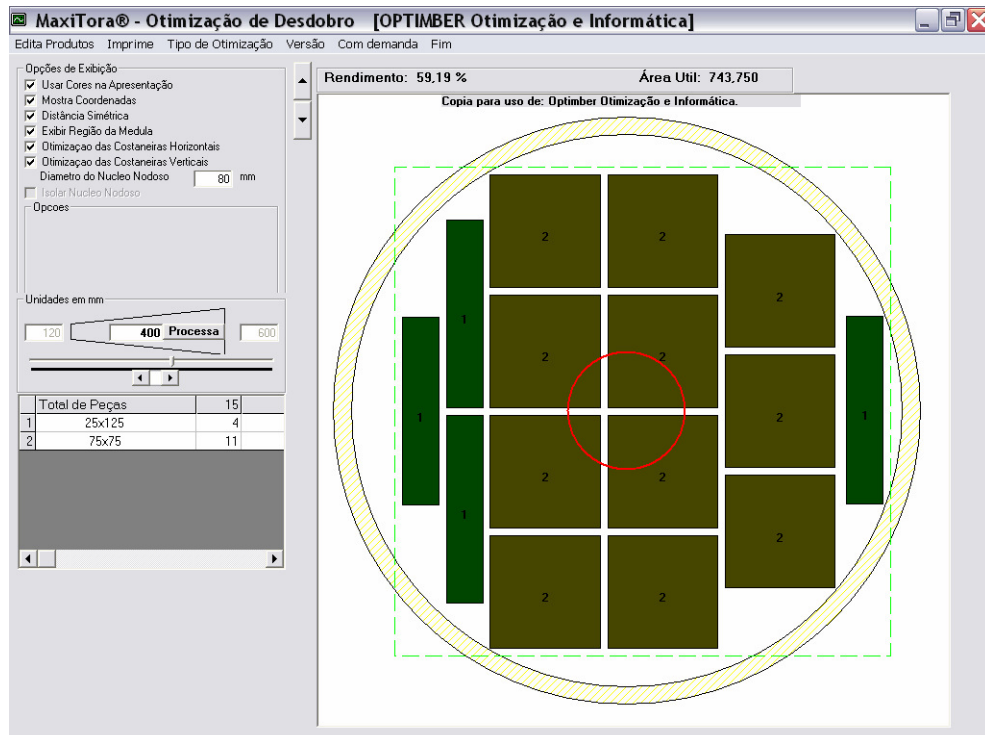


Figura 5. 5: Corte X(6, 9).



Com relação à otimização do custo da matéria prima houve uma melhoria considerável. Tendo em vista que o plano de corte na madeira analisada foi efetuado através de conhecimentos adquiridos para cada situação de desdobro, sem contar com o auxílio de materiais tecnológicos. Pode-se observar um levantamento dos dados existentes na empresa, aplicando o Módulo do Sistema de Análise, Simulação e Otimização no Setor de Serrados obteve-se uma redução de 2% no custo final, podendo considerar-se uma melhora considerável no setor.

### 5.1. 2 Resultados Obtidos no Segundo Cenário\_AS-PCO

O segundo cenário a de adequação do sistema de geração dos padrões de corte ótimos para o plano e corte ótimo (AS-PCO), assim como no primeiro cenário utilizou-se o mesmo modelo, tendo como diferença a sua resolução, que empregou como ferramenta o algoritmo Simplex Revisado. O algoritmo formou uma base artificial com quantidade de estoque ilimitada e na medida em que os padrões de corte iam sendo gerados independentemente no software MAXITORA. Após voltavam para o algoritmo formando uma nova iteração, até que chegou a um plano de corte ótimo e alcançou os resultados à abaixo.

RESPOSTA MAXITORA

Label: 4512.6

Variáveis	Valor
X( 4, 1)	42.72085
X( 5, 2)	142.6794
X( 5, 3)	0.31109
X( 6, 4)	35.9891

onde:

$X(4,1)$  = é a tora  $d = 4$  (diâmetro 36 cm) os padrões de corte 1  $\rightarrow (15\ 0\ 4\ 0)$ '

$X(5, 2)$  = é a tora  $d = 5$  (diâmetro 38 cm) os padrões de corte 2  $\rightarrow (2\ 7\ 1\ 3)$ '

$X(5, 3)$  = é a tora  $d = 5$  (diâmetro 38 cm) os padrões de corte 3  $\rightarrow (6\ 4\ 9\ 0)$ '

$X(6, 4)$  = é a tora  $d = 6$  (diâmetro 40 cm) os padrões de corte 4  $\rightarrow (2\ 0\ 19\ 2)$ '

Na análise do resultado do segundo cenário, que também considerou a minimização do custo da matéria prima (tora) com restrições de estoque, verificou-se que considerando os padrões de cortes otimizados pelo processo para atender ao presente pedido. Necessitou de aproximadamente 43 toras de 36 cm de diâmetro, 143 toras com 38 cm de diâmetro e 136 toras de 40 cm de diâmetro, somando um total de 222 toras, com custo de aproximadamente R\$ 4513,00.

O plano de corte ótimo alcançado no segundo cenário também atendeu a demanda solicitada e os padrões de corte ótimos do segundo (AS-PCO), estão apresentados a seguir.

Figura 5. 6: Corte X(4, 1).

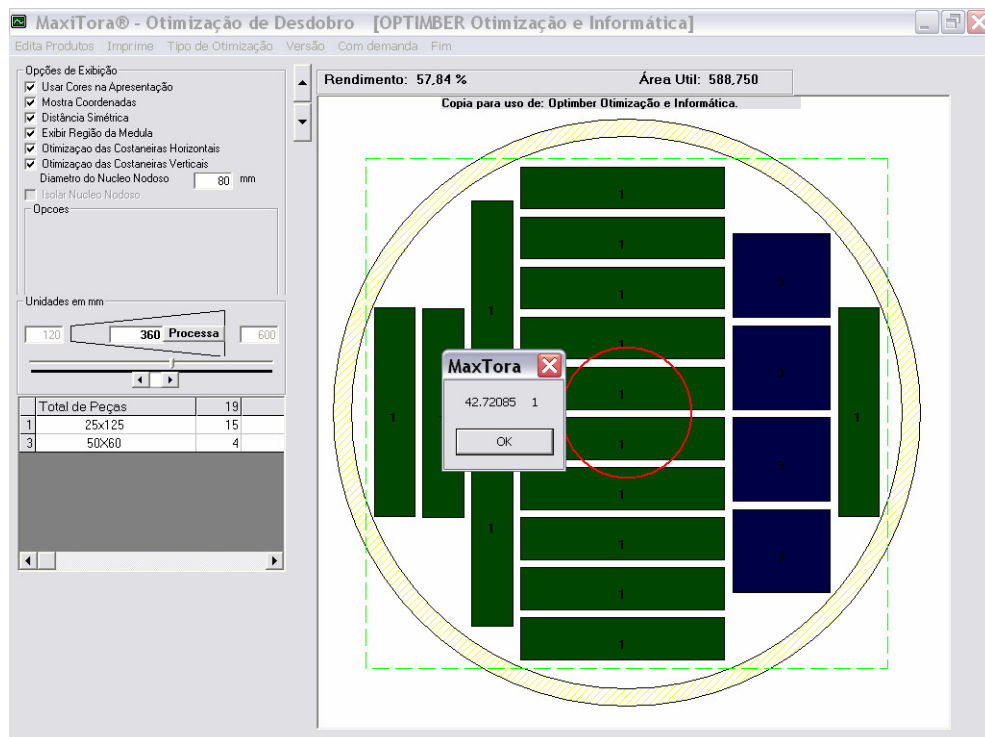


Figura 5. 7: Corte X(5, 2).

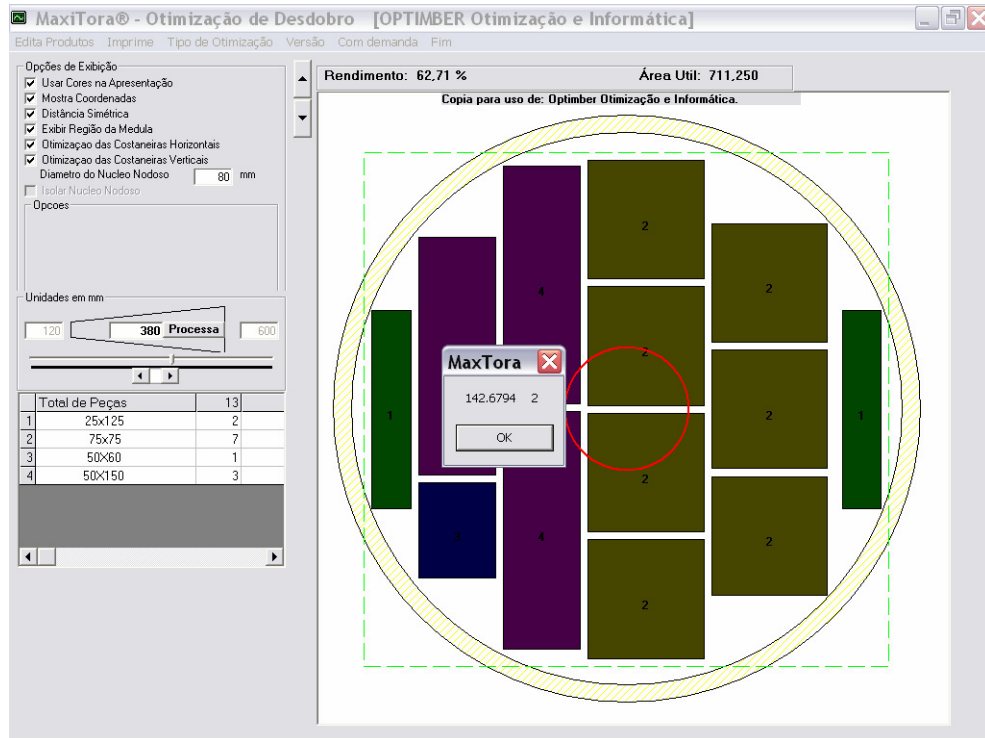


Figura 5. 8: Corte X(5, 3).

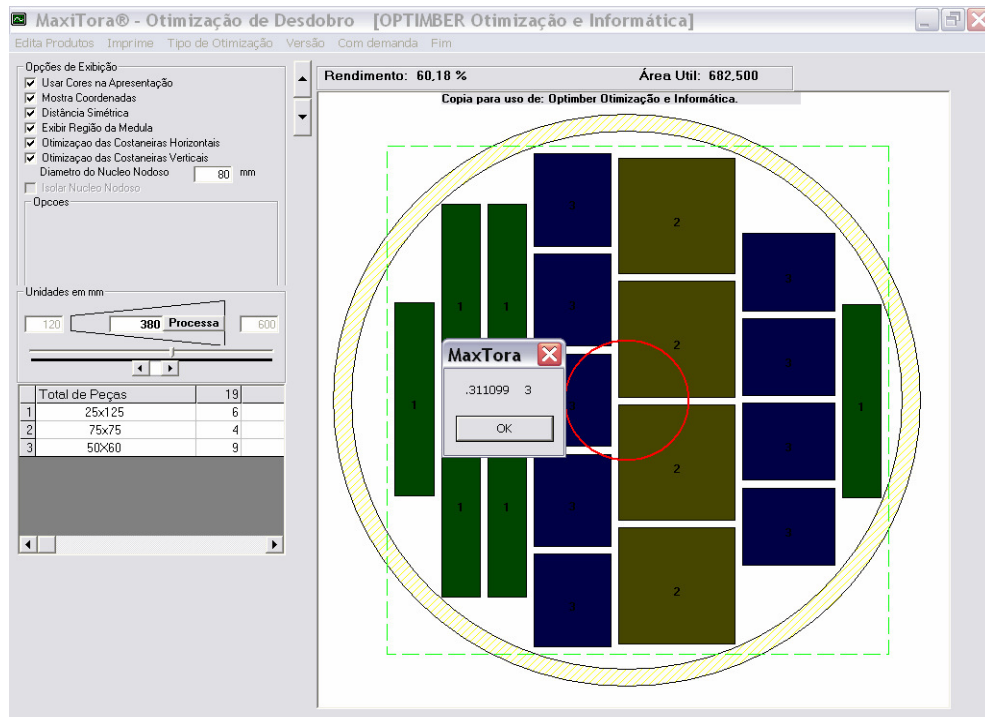




Figura 5. 9: Corte X(6, 9).

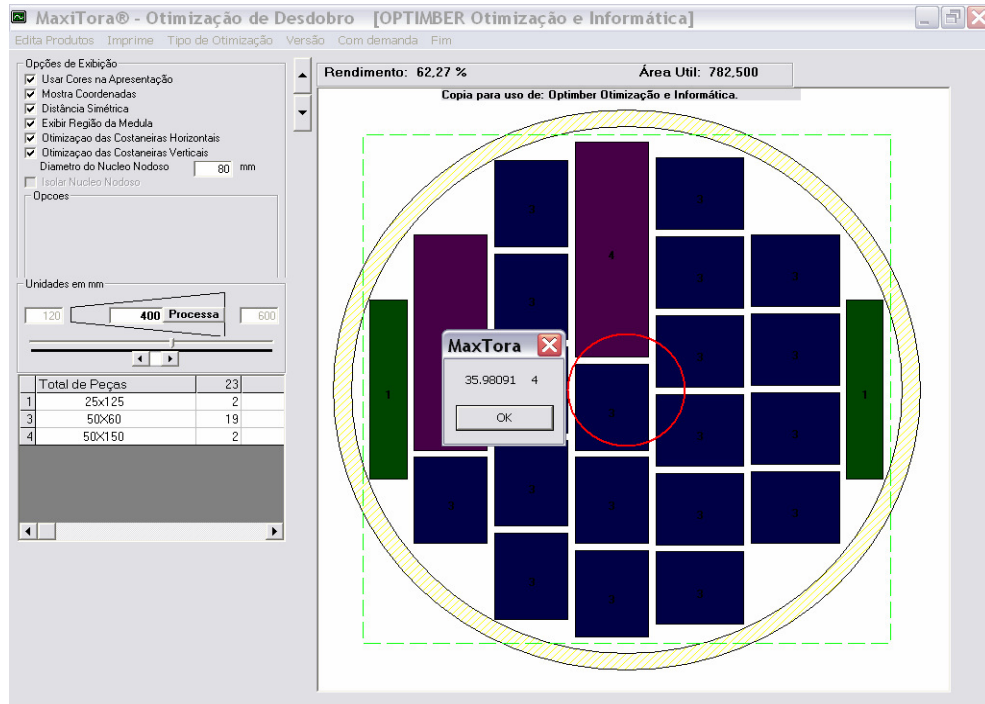


Figura 5. 10: Resultado Final.



## 5.2 Comparação dos resultados do primeiro e segundo cenário.

Comparando os dois cenários citados a cima, onde ambos atenderam a mesma demanda contendo no momento da simulação a mesma disponibilidade de estoque, concluímos que a solução ótima embora tenha encontrado um recurso de planos de cortes diferentes e utilizado distintas classes de matéria prima manteve um custo aproximado.

## 6 CONCLUSÕES

De acordo com os resultados obtidos, conclui-se que;

Uma administração competente dos recursos existentes na empresa através do planejamento, execução e domínio das atividades relacionadas ao consumo destes, é fator essencial na procura da otimização do resultado.

A manipulação das variáveis relacionadas com o recurso restritivo com utilização da programação linear juntamente com as técnicas de pesquisa operacional permite identificar o resultado ótimo aproximando de acordo com as variáveis consideradas no modelo.

A partir da identificação do resultado ótimo, é possível a prática de simulações de cenários que serão considerados com o objetivo de definir o planejamento de ação da organização para se obter um melhor rendimento no setor madeireiro.

Considerando que as técnicas formais atribuídas de conhecimentos gerais a cada geração utilizadas no desdobro têm um papel relevante como sistema de informação para administração dos recursos escassos a disposição da empresa.

É necessário que se faça uso de ferramentas que possam contribuir para a redução dos custos e aumentar a competitividade da organização no mundo globalizado de hoje.

## REFERÊNCIAS

ANDRADE, V. C. L.; LEITE, H. G., [1998]. **Um método para quantificar multiprodutos de árvores individuais na unidade estere.** Revista *Árvore*, v. 22, n. 3, p. 299-306.

ARCE, J. E. [2000]. **Um sistema de análise, simulação e otimização do sortimento florestal em função da demanda por multiprodutos e dos custos de transporte.** 129 f. Tese (Doutorado em Ciências Florestais) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba.

ARENALES, M.N.; MORABITO, R. & YANASSE, H. (eds.), [1999]. **Cutting and Packing Problems.** Pesquisa Operacional.

ARENALES, M.N. e MORABITO, R.,[1997]. **O problema de corte e empacotamento e aplicações industriais.** In XX Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional e 2ª oficina Nacional de PCE. Gramado – RS, 8-12/9/1997. 146 p.

ARENALES M. N., [1993]. **Uma Teoria para o Problema de Corte.** Tese de Livre - Docência. ICMSC - USP.

ARENALES, M. N. E MORABITO, R., [1995]. **An AND/OR - Graph Approach to Non-Guillotine Two-Dimensional Cutting Problem.**

ARCARO, V. F., [1988]. **Recorte de Peças Unidimensional.** Dissertação de Mestrado, ICMSC – USP.

ARCE, J.E, [2000]. **Um Sistema de análise, simulação e otimização do sortimento florestal em função da demanda por multiprodutos e dos custos de transporte.** Tese de doutorado em Engenharia Florestal, UFPR.

Amor, B. H. (2002). **Stabilisation de algorithmes de generation de colonnes.** PhD thesis, Ecole Polytechnique de Montreal, Canadá.

ARENALES, M. N.; MORABITO, R. [1997]. ***O problema de corte e empacotamento e aplicações industriais.*** In: Congresso nacional de matemática aplicada e computacional, 2., oficina nacional de pce, 2., Gramado-RS. Anais... Gramado: 146 p.

ASSIS, A. L. et al., [2001]. **Comparação de modelos polinomiais segmentados e não-segmentados na estimativa de diâmetros e volumes ao longo do fuste de Pinus taeda.** Cerne, v. 7, n. 1, p. 20-40.

BRESSAN, M.G e OLIVEIRA, A.R.L [2004]. **Reordenamento eficiente das colunas básicas na programação de lotes e cortes**. Pesquisa Operacional, v.24, n.2, p.323-337,

BISCHOFF, E. & WÄSCHER, G. (eds.), [1995]. **Cutting and Packing**. European Journal of Operational Research.

BARNHART, C.; JOHNSON E. L.; NEMHAUSER, G. L; SAVELSBERG, M. W. P. and VANCE, P. H., [1998]. **Branch-and-price: column generation for solving huge integer programs**. Operations Research.

BITRAN, G.R. e YANASSE, H.H., [1982]. **Computational complexity of the capacitated lot size problem**. Management Science.

BELLUZZO, L. & MORABITO, R., [2005]. **Otimização nos padrões de corte de chapas de fibra de madeira reconstituída: um estudo de caso**. Pesquisa Operacional, **25**(3), 391-415.

BEASLEY, J.E., [1985]. **Algorithms for unconstrained two-dimensional guillotine cutting**. Journal of the Operational Research Society.

CARNIERI C.; MENDONZA, G.A. e GAVINHO, L.G., [1994a]. **Solucion procedures for cutting lumber into furniture parts**. European Journal of Operational Research.

CARNIERI, C.; MENDONZA, G.A. e GAVINHO L.G., [1994b]. **Optimal cutting of lumber and particleboards into dimension parts: some algorithms and solution procedures**. Wood and Fiber Science.

CONSTANTINO, A.A. e GOMES, A. M. J. [2002]. **Um algoritmo genético híbrido para o problema de corte industrial bidimensional**. Maringá, v. 24, n. 6, p. 1727-1731.

DANTZIG, G.B. and WOLFE, P., [1960]. **Decomposition principle for linear programs**. Operations Research.

DANTZIG G.B. [1957]. **Discrete Variable Extremum Problems**, Operations Research, 5, 266-277.

DANTZIG, G.B., [1951]. **A proof of the equivalence of the programming problem and the game problem**: in T.C. Koopmans (ed.). Activity Analysis of Production and Allocation, John Wiley & Sons, New York, 330-335.

DANTZIG, G.B., [1951]. **Maximization of a linear function of variables subject to linear inequalities**: in T.C. Koopmans (ed.). Activity Analysis of Production and Allocation, John Wiley & Sons, New York, 339-347.

DANTZIG, G.B., [1951]. **Application of the simplex method to a transportation problem:** in T.C. Koopmans (ed.) *Activity Analysis of Production and Allocation*, John Wiley & Sons, New York, 359-373.

DEGRAEVE, Z. and PEETERS, M., [2003]. **Optimal integer solutions to industrial cutting-stock problems: Part 2, benchmark results.** *INFORMS Journal on Computing*, 15:58–81.

DOWSLAND, K.A. & DOWSLAND, W.B., [1992]. **Packing Problems.** *European Journal of Operational Research*.

DYCKHOFF, H., [1990]. **A typology of cutting and packing problems.** *European Journal of Operational Research*.

DYCKHOFF, H. & WÄSCHER, G. (eds.), [1990]. **Cutting and Packing.** *European Journal of Operational Research*.

DYCKHOFF, H.; SCHEITHAUER, G. & TERNO, J., [1997]. **Cutting and Packing.** *Annotated Bibliographies in Combinatorial Optimization* [edited by M. Amico, F. Maffioli and S. Martello], John Wiley & Sons, New York, 393-414.

ELEOTÉRIO, J. R.; STORCK, L., LOPES; S. J., [1996]. **Caracterização de peças de madeira produzidas em serraria visando o controle de qualidade.** *Ciência Florestal*, v. 6, n. 1, p 89-99, 1996.

FIGUEIREDO, A.G., [2006]. **Análise de produtividade de padrões de corte na indústria de móveis.** 107 f. Dissertação (Mestre em Matemática Aplicada) - Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, São José do Rio Preto.

FOERSTER, H. & WÄSCHER, G., [2000]. **Pattern reduction in one-dimensional cutting stock problem.** *International Journal of Production Research*, **38**, 1657-76.

GASS, S.I.[1985]. **Linear programming: methods and applications.** New York: McGraw-Hill Book.

GAREY, M.R. & JOHNSON, D.S., [1979]. **Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-Completeness.** W.H. Freeman and Co., San Francisco.

GILMORE, P. e GOMORY, R., [1961]. **A Linear Programming Approach to the Cutting Stock Problem,** *Operations Research*, (9), 849-859.

GILMORE, P. e GOMORY, R., [1965]. **Multistage Cutting Stock Problems of Two and More Dimensions.** *Operations Research*, **14**, 94-120.

GILMORE, P.C. & GOMORY, R.E., [1963]. **A linear programming approach to the cutting stock problem – Part II.** *Operations Research*, **11**, 863-888.

GAU, T. & WÄSCHER, G., [1995)]. **CUTGEN1: A problem generator for the standard onedimensional cutting stock problem.** European Journal of Operational Research.

GRAMANI, M.C.N., [1997]. **Problema de Corte Bidimensional Guilhotinado e Restrito em 2-Estágio**, Dissertação de Mestrado, ICMSC/USP.

HINXMAN, A.I., [1980]. **Trim-Loss and Assortment Problems: A Survey.** European Journal of Operational Research, **5**, 8-18.

HORNGREN, C. T.; FOSTER, G. e DATAR, S.M. [2000]. **Contabilidade de custos.** Rio de Janeiro: LTC.

HOTO, R.; MACULAN, N.; PRADO, F.M. & ARENALES, M.N., [2003]. **Um problema de corte com padrões compartimentados.** Pesquisa Operacional, **23**, 169-187.

HOTO, R.S.V., [1996]. **Otimização no Corte de Peças Unidimensionais com Restrições de Agrupamento.** Dissertação de Mestrado, ICMSC-USP, São Carlos, São Paulo.

ILOG CPLEX 7.1 – **User’s Guide.** Mar. 2001.

Linhares, A. & Yanasse, H.H., [2002]. **Connections between cutting-pattern sequencing, VLSI Design, and flexible machines.** Computers & Operations Research, **29**(12), 1759-1772.

MARQUES, F.P. e ARENALES, M.N., [2002]. **O problema da Mochila compartimentada e aplicações.** Pesquisa Operacional vol.22 no.3. Rio de Janeiro.

MARTELLO, S. & TOTH, P., [1990]. **Knapsack Problems**, John Wiley & Sons, Chichester

MINOUX, M., [1986] . **Mathematical programming – Theory and algorithms.** Wiley, Chichester.

MORABITO, R.; ARENALES, M. N. e ARCARO, V. F.,[1992]. **An AND/OR - Graph Approach to the Two Dimensional Cutting Problem.** EJOR 58(2), 1992, 263 271.

MORABITO, R. e ARENALES, M. N., [1992]. **Um Exame dos Problemas de Corte e Empacotamento.** Pesquisa Operacional 12(1), 1 20.

MORABITO, R. e MORALES, S. R., [1992]. **Aplicação do Problema de Carregamento do Palete para Auxiliar no Dimensionamento e na Escolha de Paletes.** Anais: XII ENEGEP, São Paulo.

MORABITO, R., [1994]. **Modelos de Otimização para o Problema de Corte nas Indústrias de Papel e Papelão e de Móveis**. *Gestão&Produção* 1(1), 59-76.

MURARA, M.I.J; ROCHA, M.P e TIMOFEICZYK, R.J., [2005]. **Rendimento em Madeira Serrada de Pinus taeda para Duas Metodologias de Desdobro**. FLORESTAL, Curitiba, PR, v. 35, n.3.

NEAME, P.J., [1999]. **Nonsmooth dual methods in integer programming**. Tese de Doutorado. University of Melbourne, Melbourne, 172p.

PEREIRA, M.A., [1993]. **Uma Abordagem Matemática para o Problema de Corte e Laminação de Fitas de Aço**. Dissertação de Mestrado, UNICAMP, Campinas, São Paulo.

PILEGGI, G.C.F., [2002]. **Abordagens para otimização integrada dos problemas de geração e seqüenciamento de padrões de corte**. 154f. Tese (Doutorado em Ciências da Computação e Matemática Computacional) – Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo, São Carlos.

PILEGGI, G., MORABITO, R. & ARENALES, M., [2005]. **Abordagens para otimização integrada dos problemas de geração e seqüenciamento de padrões de corte: caso unidimensional**. *Pesquisa Operacional*, **25**(3), 417-447.

PERIN, C.; GOMES, V. P. e MORETTI , A.C. [2002]. **Uma Experiência com Geração de Colunas em Problemas de Corte de Estoque**. Departamento de Matemática Aplicada. Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica, UNICAMP, 13083-970 Campinas, SP, Brasil.

PONCE, R. H. [1993]. **Novas Tecnologias de Desdobro e Beneficiamento de Madeira: a busca da competitividade**. In: ANAIS DO 7<sup>o</sup> CONGRESSO FLORESTAL BRASILEIRO. Curitiba: SBS e SBEF, p 310-314.

PONCE, R. H. & WATAI, L. T. [1985]. **Secagem da madeira**. Instituto de Pesquisa Tecnológica. Brasília. D.F. 72p.

PUCCINI, A.L. e PIZZOLATO, N.D., [1987]. **Programação Linear**, LTC.

ROCHA, M. P.; TOMASELLI, I., [2001]. **Efeito do modelo de corte nas dimensões de madeira serrada de Eucalyptus grandis e Eucalyptus dunnii**. *Floresta e Ambiente*, Seropédica, v. 8, n. 1, p. 94-103.

SICUP, [2005]. *Special Interest Group on Cutting and Packing*. Disponível em: <<http://www.apdio.pt/sicup/>>.

SWEENEY, P. e PARTERNOSTER, E., [1992]. **Cutting and Packing Problems: A Categorized, Application - Oriented Research Bibliography** *JORS* 43, 691-706.



WAESCHER, G. & GAU, T., [1996]. **Heuristics for the integer one-dimensional cutting stock problem: a computational study**. Operations Research Spektrum, 18, 131-144.

WANG, P.Y. & WAESCHER, G., [2002]. **Cutting and packing**. European Journal of Operational Research, **41**(2), 239-469.

## **ANEXOS**

Anexo 1: Modelo do Sistema de Análise, Simulação e Otimização no Setor de  
Serrados SOSSer Referente a Primeira Demanda contida no trabalho:

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & 12.70(x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} + x_{16} + x_{17} + x_{18} + x_{19} + x_{110} + x_{111} + x_{112}) + \\ & 14.50(x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} + x_{26} + x_{27} + x_{28} + x_{29} + x_{210} + x_{211}) + \\ & 16.40(x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} + x_{35} + x_{36} + x_{37} + x_{38} + x_{39}) + \\ & 18.40(x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{44} + x_{45} + x_{46} + x_{47} + x_{48} + x_{49} + x_{410} + x_{411} + x_{412} + x_{413}) + \\ & 20.40(x_{51} + x_{52} + x_{53} + x_{54} + x_{55} + x_{56} + x_{57} + x_{58} + x_{59} + x_{510} + x_{511} + x_{512} + x_{513} + x_{514}) + \\ & 22.50(x_{61} + x_{62} + x_{63} + x_{64} + x_{65} + x_{66} + x_{67} + x_{68} + x_{69} + x_{610} + x_{611} + x_{612} + x_{613}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{s. a} \quad & (3x_{11} + 2x_{13} + 2x_{14} + 7x_{17} + 3x_{18} + 12x_{19}) + \\ & (4x_{21} + x_{23} + 7x_{24} + 9x_{26} + 3x_{27} + 13x_{28}) + \\ & (2x_{31} + 6x_{33} + 4x_{34} + 5x_{35} + 15x_{36}) + \\ & (x_{41} + 4x_{43} + 3x_{44} + 7x_{47} + 15x_{48} + 6x_{49} + 18x_{410}) + \\ & (2x_{51} + 2x_{53} + 6x_{54} + 2x_{58} + 5x_{59} + 3x_{510} + 19x_{511}) + \\ & (3x_{61} + 5x_{63} + 7x_{67} + 3x_{68} + 4x_{69} + 22x_{610}) \geq 1000 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (3x_{11} + 3x_{12} + 3x_{14} + 5x_{16} + 5x_{18} + 6x_{110}) + \\ & (6x_{23} + 6x_{25} + 6x_{27} + 7x_{29}) + \\ & (2x_{33} + 6x_{35} + 8x_{37}) + \\ & (4x_{42} + 7x_{43} + 4x_{44} + 2x_{46} + 7x_{49} + 9x_{411}) + \\ & (4x_{52} + 7x_{53} + 4x_{54} + 2x_{56} + 4x_{57} + 10x_{510} + 10x_{512}) + \\ & (4x_{63} + 7x_{64} + 6x_{65} + 4x_{66} + 11x_{69} + 12x_{611}) \geq 1000 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (5x_{11} + 5x_{12} + 9x_{13} + 8x_{15} + 6x_{17} + 13x_{111}) + \\ & (7x_{21} + 8x_{22} + 8x_{24} + 4x_{25} + 14x_{210}) + \\ & (9x_{31} + 8x_{32} + 13x_{34} + 17x_{38}) + \\ & (10x_{41} + 13x_{42} + 10x_{44} + 10x_{45} + 4x_{48} + 19x_{412}) + \\ & (2x_{51} + 3x_{52} + 9x_{54} + 7x_{55} + 15x_{57} + 17x_{59} + 22x_{513}) + \\ & (8x_{61} + 11x_{62} + 10x_{64} + 17x_{66} + 22x_{68} + 24x_{612}) \geq 1000 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (x_{12} + x_{13} + 2x_{14} + 2x_{15} + x_{16} + 4x_{112}) + \\ & (2x_{21} + 3x_{22} + x_{23} + 2x_{26} + 5x_{211}) + \\ & (3x_{31} + 4x_{32} + 3x_{33} + 7x_{39}) + \\ & (4x_{41} + x_{43} + 4x_{45} + 6x_{46} + 5x_{47} + 7x_{413}) + \\ & (8x_{51} + 5x_{52} + 3x_{53} + 6x_{55} + 7x_{56} + 8x_{58} + 8x_{514}) + \\ & (6x_{61} + 6x_{62} + 5x_{63} + 5x_{65} + 7x_{67} + 9x_{613}) \geq 500 \end{aligned}$$

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} + x_{16} + x_{17} + x_{18} + x_{19} + x_{110} + x_{111} + x_{112} \leq 200$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} + x_{26} + x_{27} + x_{28} + x_{29} + x_{210} + x_{211} \leq 150$$

$$x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} + x_{35} + x_{36} + x_{37} + x_{38} + x_{39} \leq 130$$

$$x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{44} + x_{45} + x_{46} + x_{47} + x_{48} + x_{49} + x_{410} + x_{411} + x_{412} + x_{413} \leq 120$$

$$x_{51} + x_{52} + x_{53} + x_{54} + x_{55} + x_{56} + x_{57} + x_{58} + x_{59} + x_{510} + x_{511} + x_{512} + x_{513} + x_{514} \leq 180$$

$$x_{61} + x_{62} + x_{63} + x_{64} + x_{65} + x_{66} + x_{67} + x_{68} + x_{69} + x_{610} + x_{611} + x_{612} + x_{613} \leq 170$$

$$x_{ij} \geq 0, \text{ para todo } 1 \leq i \leq 6, 1 \leq j \leq 15$$

## Anexo 2: Entrada do LINGO para Resolução da Primeira Demanda:

```

SETS:
    TORAS /1..6/:CUSTO,ESTOQUE;
    PRODUTOS /1..4/:DEMANDA;
    PADRAO /1..15/;
    MATRIZ (TORAS,PADRAO) :X;
    ESQUEMA (MATRIZ,PRODUTOS) :QTD;
ENDSETS

DATA:
    CUSTO = 12.17,14.5,16.50,18.30,20.40,22.50;
    ESTOQUE = 200,150,130,120,180,170;
    DEMANDA = 1000,1000,1000,500;
    QTD =
3,3,5,0
0,3,5,1
2,0,9,1
2,3,0,2
0,0,8,2
0,5,0,1
7,0,6,0
3,5,0,0
12,0,0,0
0,6,0,0
0,0,13,0
0,0,0,4
0,0,0,0
0,0,0,0
0,0,0,0
0,0,0,0

4,0,7,2
0,0,8,3
1,6,0,1
7,0,8,0
0,6,4,0
9,0,0,2
3,6,0,0
13,0,0,0
0,7,0,0
0,0,14,0
0,0,0,5
0,0,0,0
0,0,0,0
0,0,0,0
0,0,0,0

2,0,9,3
0,0,8,4
6,2,0,3
4,0,13,0
5,6,0,0
15,0,0,0
0,8,0,0
0,0,17,0
0,0,0,7
0,0,0,0
0,0,0,0
0,0,0,0

```

0,0,0,0  
 0,0,0,0  
 0,0,0,0

1,0,10,4  
 0,4,13,0  
 4,7,0,1  
 3,4,10,0  
 0,0,10,4  
 0,2,0,6  
 7,0,0,5  
 15,0,4,0  
 6,7,0,0  
 18,0,0,0  
 0,9,0,0  
 0,0,19,0  
 0,0,0,7  
 0,0,0,0  
 0,0,0,0

2,0,2,8  
 0,4,3,5  
 2,7,0,3  
 6,4,9,0  
 0,0,7,6  
 0,2,0,7  
 0,4,15,0  
 0,2,0,8  
 5,0,17,0  
 3,10,0,0  
 19,0,0,0  
 0,10,0,0  
 0,0,22,0  
 0,0,0,8  
 0,0,0,0

3,0,8,6  
 0,0,11,6  
 5,4,0,5  
 2,7,10,0  
 0,6,0,5  
 0,4,17,0  
 7,0,0,7  
 3,0,22,0  
 4,11,0,0  
 22,0,0,0  
 0,12,0,0  
 0,0,24,0  
 0,0,0,9  
 0,0,0,0  
 0,0,0,0

;

ENDDATA

MIN = @SUM(TORAS(I) : @SUM(PADRAO(J) : CUSTO(I) \* X(I,J)));

!RESTRICAO DE DEMANDA;

@FOR(PRODUTOS(I) :

  @SUM(TORAS(J) :

    @SUM(PADRAO(K) : X(J,K) \* QTD(J,K,I))

```
        )>=DEMANDA(i);  
);  
  
!RESTRICAO DE ESTOQUE;  
@FOR(TORAS(I):  
    @SUM(PADRAO(J):X(I,J))<=ESTOQUE(I);  
);  
  
!PARA PROGRAMACAO INTEIRA;  
!@FOR(TORAS(I):  
    @FOR(PADRAO(J):  
        @GIN(X(I,J))  
    )  
);
```

### Anexo 3: Saída do LINGO para resolução da primeira demanda:

Global optimal solution found at step: 20  
 Objective value: 4553.618

Variable	Value	Reduced Cost
CUSTO( 1)	12.17000	0.0000000
CUSTO( 2)	14.50000	0.0000000
CUSTO( 3)	16.50000	0.0000000
CUSTO( 4)	18.30000	0.0000000
CUSTO( 5)	20.40000	0.0000000
CUSTO( 6)	22.50000	0.0000000
ESTOQUE( 1)	200.0000	0.0000000
ESTOQUE( 2)	150.0000	0.0000000
ESTOQUE( 3)	130.0000	0.0000000
ESTOQUE( 4)	120.0000	0.0000000
ESTOQUE( 5)	180.0000	0.0000000
ESTOQUE( 6)	170.0000	0.0000000
DEMANDA( 1)	1000.000	0.0000000
DEMANDA( 2)	1000.000	0.0000000
DEMANDA( 3)	1000.000	0.0000000
DEMANDA( 4)	500.0000	0.0000000
X( 1, 1)	164.4737	0.0000000
X( 1, 2)	0.0000000	0.9063124
X( 1, 3)	0.0000000	0.6520885
X( 1, 4)	0.0000000	0.9369839
X( 1, 5)	0.0000000	1.383273
X( 1, 6)	0.0000000	1.667190
X( 1, 7)	0.0000000	0.2204187
X( 1, 8)	0.0000000	0.7608774
X( 1, 9)	0.0000000	0.1696767
X( 1, 10)	0.0000000	2.079150
X( 1, 11)	0.0000000	1.446316
X( 1, 12)	0.0000000	3.794926
X( 1, 13)	0.0000000	12.17000
X( 1, 14)	0.0000000	12.17000
X( 1, 15)	0.0000000	12.17000
X( 2, 1)	0.0000000	0.5380636
X( 2, 2)	0.0000000	1.619504
X( 2, 3)	0.0000000	1.315354
X( 2, 4)	0.0000000	0.9006212
X( 2, 5)	0.0000000	1.109555
X( 2, 6)	0.0000000	1.312220
X( 2, 7)	0.0000000	1.409069
X( 2, 8)	0.0000000	1.499650
X( 2, 9)	0.0000000	2.727342
X( 2, 10)	0.0000000	2.951417
X( 2, 11)	0.0000000	4.031157
X( 2, 12)	0.0000000	14.50000
X( 2, 13)	0.0000000	14.50000
X( 2, 14)	0.0000000	14.50000
X( 2, 15)	0.0000000	14.50000
X( 3, 1)	0.0000000	0.7945513
X( 3, 2)	0.0000000	1.525735
X( 3, 3)	0.0000000	0.8549159
X( 3, 4)	0.0000000	1.776208
X( 3, 5)	0.0000000	1.409015
X( 3, 6)	0.0000000	1.499596

X( 3, 7)	0.0000000	3.045533
X( 3, 8)	0.0000000	2.476721
X( 3, 9)	0.0000000	1.843620
X( 3, 10)	0.0000000	16.50000
X( 3, 11)	0.0000000	16.50000
X( 3, 12)	0.0000000	16.50000
X( 3, 13)	0.0000000	16.50000
X( 3, 14)	0.0000000	16.50000
X( 3, 15)	0.0000000	16.50000
X( 4, 1)	0.0000000	0.6759109
X( 4, 2)	0.0000000	0.8490825
X( 4, 3)	0.0000000	0.4334652
X( 4, 4)	0.0000000	0.3236980
X( 4, 5)	0.0000000	1.675938
X( 4, 6)	0.0000000	2.373772
X( 4, 7)	0.0000000	0.8309684
X( 4, 8)	13.15789	0.0000000
X( 4, 9)	0.0000000	0.5271799
X( 4, 10)	0.0000000	0.2995151
X( 4, 11)	0.0000000	3.163725
X( 4, 12)	0.0000000	2.626923
X( 4, 13)	0.0000000	3.643620
X( 4, 14)	0.0000000	18.30000
X( 4, 15)	0.0000000	18.30000
X( 5, 1)	62.50000	0.0000000
X( 5, 2)	0.0000000	0.7292273
X( 5, 3)	0.0000000	0.3459819
X( 5, 4)	0.0000000	0.2485159
X( 5, 5)	0.0000000	2.063097
X( 5, 6)	0.0000000	2.380003
X( 5, 7)	0.0000000	1.299285
X( 5, 8)	0.0000000	0.2862345
X( 5, 9)	0.0000000	1.376586
X( 5, 10)	0.0000000	0.5818357
X( 5, 11)	0.0000000	1.399488
X( 5, 12)	0.0000000	3.581916
X( 5, 13)	0.0000000	2.252227
X( 5, 14)	0.0000000	3.649851
X( 5, 15)	0.0000000	20.40000
X( 6, 1)	0.0000000	0.3381174
X( 6, 2)	0.0000000	0.8635018
X( 6, 3)	0.0000000	0.3037889
X( 6, 4)	0.0000000	0.4782999
X( 6, 5)	0.0000000	1.940307
X( 6, 6)	0.0000000	1.749487
X( 6, 7)	0.0000000	0.8434312
X( 6, 8)	0.0000000	1.352146
X( 6, 9)	46.05263	0.0000000
X( 6, 10)	0.0000000	0.4994073
X( 6, 11)	0.0000000	2.318300
X( 6, 12)	0.0000000	2.702429
X( 6, 13)	0.0000000	3.656083
X( 6, 14)	0.0000000	22.50000
X( 6, 15)	0.0000000	22.50000
QTD( 1, 1, 1)	3.000000	0.0000000
QTD( 1, 1, 2)	3.000000	0.0000000
QTD( 1, 1, 3)	5.000000	0.0000000
QTD( 1, 1, 4)	0.0000000	0.0000000
QTD( 1, 2, 1)	0.0000000	0.0000000
QTD( 1, 2, 2)	3.000000	0.0000000
QTD( 1, 2, 3)	5.000000	0.0000000



QTD( 1, 2, 4)	1.000000	0.000000
QTD( 1, 3, 1)	2.000000	0.000000
QTD( 1, 3, 2)	0.000000	0.000000
QTD( 1, 3, 3)	9.000000	0.000000
QTD( 1, 3, 4)	1.000000	0.000000
QTD( 1, 4, 1)	2.000000	0.000000
QTD( 1, 4, 2)	3.000000	0.000000
QTD( 1, 4, 3)	0.000000	0.000000
QTD( 1, 4, 4)	2.000000	0.000000
QTD( 1, 5, 1)	0.000000	0.000000
QTD( 1, 5, 2)	0.000000	0.000000
QTD( 1, 5, 3)	8.000000	0.000000
QTD( 1, 5, 4)	2.000000	0.000000
QTD( 1, 6, 1)	0.000000	0.000000
QTD( 1, 6, 2)	5.000000	0.000000
QTD( 1, 6, 3)	0.000000	0.000000
QTD( 1, 6, 4)	1.000000	0.000000
QTD( 1, 7, 1)	7.000000	0.000000
QTD( 1, 7, 2)	0.000000	0.000000
QTD( 1, 7, 3)	6.000000	0.000000
QTD( 1, 7, 4)	0.000000	0.000000
QTD( 1, 8, 1)	3.000000	0.000000
QTD( 1, 8, 2)	5.000000	0.000000
QTD( 1, 8, 3)	0.000000	0.000000
QTD( 1, 8, 4)	0.000000	0.000000
QTD( 1, 9, 1)	12.00000	0.000000
QTD( 1, 9, 2)	0.000000	0.000000
QTD( 1, 9, 3)	0.000000	0.000000
QTD( 1, 9, 4)	0.000000	0.000000
QTD( 1, 10, 1)	0.000000	0.000000
QTD( 1, 10, 2)	6.000000	0.000000
QTD( 1, 10, 3)	0.000000	0.000000
QTD( 1, 10, 4)	0.000000	0.000000
QTD( 1, 11, 1)	0.000000	0.000000
QTD( 1, 11, 2)	0.000000	0.000000
QTD( 1, 11, 3)	13.00000	0.000000
QTD( 1, 11, 4)	0.000000	0.000000
QTD( 1, 12, 1)	0.000000	0.000000
QTD( 1, 12, 2)	0.000000	0.000000
QTD( 1, 12, 3)	0.000000	0.000000
QTD( 1, 12, 4)	4.000000	0.000000
QTD( 1, 13, 1)	0.000000	0.000000
QTD( 1, 13, 2)	0.000000	0.000000
QTD( 1, 13, 3)	0.000000	0.000000
QTD( 1, 13, 4)	0.000000	0.000000
QTD( 1, 14, 1)	0.000000	0.000000
QTD( 1, 14, 2)	0.000000	0.000000
QTD( 1, 14, 3)	0.000000	0.000000
QTD( 1, 14, 4)	0.000000	0.000000
QTD( 1, 15, 1)	0.000000	0.000000
QTD( 1, 15, 2)	0.000000	0.000000
QTD( 1, 15, 3)	0.000000	0.000000
QTD( 1, 15, 4)	0.000000	0.000000
QTD( 2, 1, 1)	4.000000	0.000000
QTD( 2, 1, 2)	0.000000	0.000000
QTD( 2, 1, 3)	7.000000	0.000000
QTD( 2, 1, 4)	2.000000	0.000000
QTD( 2, 2, 1)	0.000000	0.000000
QTD( 2, 2, 2)	0.000000	0.000000
QTD( 2, 2, 3)	8.000000	0.000000
QTD( 2, 2, 4)	3.000000	0.000000

QTD( 2, 3, 1)	1.000000	0.000000
QTD( 2, 3, 2)	6.000000	0.000000
QTD( 2, 3, 3)	0.000000	0.000000
QTD( 2, 3, 4)	1.000000	0.000000
QTD( 2, 4, 1)	7.000000	0.000000
QTD( 2, 4, 2)	0.000000	0.000000
QTD( 2, 4, 3)	8.000000	0.000000
QTD( 2, 4, 4)	0.000000	0.000000
QTD( 2, 5, 1)	0.000000	0.000000
QTD( 2, 5, 2)	6.000000	0.000000
QTD( 2, 5, 3)	4.000000	0.000000
QTD( 2, 5, 4)	0.000000	0.000000
QTD( 2, 6, 1)	9.000000	0.000000
QTD( 2, 6, 2)	0.000000	0.000000
QTD( 2, 6, 3)	0.000000	0.000000
QTD( 2, 6, 4)	2.000000	0.000000
QTD( 2, 7, 1)	3.000000	0.000000
QTD( 2, 7, 2)	6.000000	0.000000
QTD( 2, 7, 3)	0.000000	0.000000
QTD( 2, 7, 4)	0.000000	0.000000
QTD( 2, 8, 1)	13.000000	0.000000
QTD( 2, 8, 2)	0.000000	0.000000
QTD( 2, 8, 3)	0.000000	0.000000
QTD( 2, 8, 4)	0.000000	0.000000
QTD( 2, 9, 1)	0.000000	0.000000
QTD( 2, 9, 2)	7.000000	0.000000
QTD( 2, 9, 3)	0.000000	0.000000
QTD( 2, 9, 4)	0.000000	0.000000
QTD( 2, 10, 1)	0.000000	0.000000
QTD( 2, 10, 2)	0.000000	0.000000
QTD( 2, 10, 3)	14.000000	0.000000
QTD( 2, 10, 4)	0.000000	0.000000
QTD( 2, 11, 1)	0.000000	0.000000
QTD( 2, 11, 2)	0.000000	0.000000
QTD( 2, 11, 3)	0.000000	0.000000
QTD( 2, 11, 4)	5.000000	0.000000
QTD( 2, 12, 1)	0.000000	0.000000
QTD( 2, 12, 2)	0.000000	0.000000
QTD( 2, 12, 3)	0.000000	0.000000
QTD( 2, 12, 4)	0.000000	0.000000
QTD( 2, 13, 1)	0.000000	0.000000
QTD( 2, 13, 2)	0.000000	0.000000
QTD( 2, 13, 3)	0.000000	0.000000
QTD( 2, 13, 4)	0.000000	0.000000
QTD( 2, 14, 1)	0.000000	0.000000
QTD( 2, 14, 2)	0.000000	0.000000
QTD( 2, 14, 3)	0.000000	0.000000
QTD( 2, 14, 4)	0.000000	0.000000
QTD( 2, 15, 1)	0.000000	0.000000
QTD( 2, 15, 2)	0.000000	0.000000
QTD( 2, 15, 3)	0.000000	0.000000
QTD( 2, 15, 4)	0.000000	0.000000
QTD( 3, 1, 1)	2.000000	0.000000
QTD( 3, 1, 2)	0.000000	0.000000
QTD( 3, 1, 3)	9.000000	0.000000
QTD( 3, 1, 4)	3.000000	0.000000
QTD( 3, 2, 1)	0.000000	0.000000
QTD( 3, 2, 2)	0.000000	0.000000
QTD( 3, 2, 3)	8.000000	0.000000
QTD( 3, 2, 4)	4.000000	0.000000
QTD( 3, 3, 1)	6.000000	0.000000

QTD( 3, 3, 2)	2.000000	0.000000
QTD( 3, 3, 3)	0.000000	0.000000
QTD( 3, 3, 4)	3.000000	0.000000
QTD( 3, 4, 1)	4.000000	0.000000
QTD( 3, 4, 2)	0.000000	0.000000
QTD( 3, 4, 3)	13.00000	0.000000
QTD( 3, 4, 4)	0.000000	0.000000
QTD( 3, 5, 1)	5.000000	0.000000
QTD( 3, 5, 2)	6.000000	0.000000
QTD( 3, 5, 3)	0.000000	0.000000
QTD( 3, 5, 4)	0.000000	0.000000
QTD( 3, 6, 1)	15.00000	0.000000
QTD( 3, 6, 2)	0.000000	0.000000
QTD( 3, 6, 3)	0.000000	0.000000
QTD( 3, 6, 4)	0.000000	0.000000
QTD( 3, 7, 1)	0.000000	0.000000
QTD( 3, 7, 2)	8.000000	0.000000
QTD( 3, 7, 3)	0.000000	0.000000
QTD( 3, 7, 4)	0.000000	0.000000
QTD( 3, 8, 1)	0.000000	0.000000
QTD( 3, 8, 2)	0.000000	0.000000
QTD( 3, 8, 3)	17.00000	0.000000
QTD( 3, 8, 4)	0.000000	0.000000
QTD( 3, 9, 1)	0.000000	0.000000
QTD( 3, 9, 2)	0.000000	0.000000
QTD( 3, 9, 3)	0.000000	0.000000
QTD( 3, 9, 4)	7.000000	0.000000
QTD( 3, 10, 1)	0.000000	0.000000
QTD( 3, 10, 2)	0.000000	0.000000
QTD( 3, 10, 3)	0.000000	0.000000
QTD( 3, 10, 4)	0.000000	0.000000
QTD( 3, 11, 1)	0.000000	0.000000
QTD( 3, 11, 2)	0.000000	0.000000
QTD( 3, 11, 3)	0.000000	0.000000
QTD( 3, 11, 4)	0.000000	0.000000
QTD( 3, 12, 1)	0.000000	0.000000
QTD( 3, 12, 2)	0.000000	0.000000
QTD( 3, 12, 3)	0.000000	0.000000
QTD( 3, 12, 4)	0.000000	0.000000
QTD( 3, 13, 1)	0.000000	0.000000
QTD( 3, 13, 2)	0.000000	0.000000
QTD( 3, 13, 3)	0.000000	0.000000
QTD( 3, 13, 4)	0.000000	0.000000
QTD( 3, 14, 1)	0.000000	0.000000
QTD( 3, 14, 2)	0.000000	0.000000
QTD( 3, 14, 3)	0.000000	0.000000
QTD( 3, 14, 4)	0.000000	0.000000
QTD( 3, 15, 1)	0.000000	0.000000
QTD( 3, 15, 2)	0.000000	0.000000
QTD( 3, 15, 3)	0.000000	0.000000
QTD( 3, 15, 4)	0.000000	0.000000
QTD( 4, 1, 1)	1.000000	0.000000
QTD( 4, 1, 2)	0.000000	0.000000
QTD( 4, 1, 3)	10.00000	0.000000
QTD( 4, 1, 4)	4.000000	0.000000
QTD( 4, 2, 1)	0.000000	0.000000
QTD( 4, 2, 2)	4.000000	0.000000
QTD( 4, 2, 3)	13.00000	0.000000
QTD( 4, 2, 4)	0.000000	0.000000
QTD( 4, 3, 1)	4.000000	0.000000
QTD( 4, 3, 2)	7.000000	0.000000

QTD ( 4, 3, 3)	0.0000000	0.0000000
QTD ( 4, 3, 4)	1.0000000	0.0000000
QTD ( 4, 4, 1)	3.0000000	0.0000000
QTD ( 4, 4, 2)	4.0000000	0.0000000
QTD ( 4, 4, 3)	10.000000	0.0000000
QTD ( 4, 4, 4)	0.0000000	0.0000000
QTD ( 4, 5, 1)	0.0000000	0.0000000
QTD ( 4, 5, 2)	0.0000000	0.0000000
QTD ( 4, 5, 3)	10.000000	0.0000000
QTD ( 4, 5, 4)	4.0000000	0.0000000
QTD ( 4, 6, 1)	0.0000000	0.0000000
QTD ( 4, 6, 2)	2.0000000	0.0000000
QTD ( 4, 6, 3)	0.0000000	0.0000000
QTD ( 4, 6, 4)	6.0000000	0.0000000
QTD ( 4, 7, 1)	7.0000000	0.0000000
QTD ( 4, 7, 2)	0.0000000	0.0000000
QTD ( 4, 7, 3)	0.0000000	0.0000000
QTD ( 4, 7, 4)	5.0000000	0.0000000
QTD ( 4, 8, 1)	15.000000	0.0000000
QTD ( 4, 8, 2)	0.0000000	0.0000000
QTD ( 4, 8, 3)	4.0000000	0.0000000
QTD ( 4, 8, 4)	0.0000000	0.0000000
QTD ( 4, 9, 1)	6.0000000	0.0000000
QTD ( 4, 9, 2)	7.0000000	0.0000000
QTD ( 4, 9, 3)	0.0000000	0.0000000
QTD ( 4, 9, 4)	0.0000000	0.0000000
QTD ( 4, 10, 1)	18.000000	0.0000000
QTD ( 4, 10, 2)	0.0000000	0.0000000
QTD ( 4, 10, 3)	0.0000000	0.0000000
QTD ( 4, 10, 4)	0.0000000	0.0000000
QTD ( 4, 11, 1)	0.0000000	0.0000000
QTD ( 4, 11, 2)	9.0000000	0.0000000
QTD ( 4, 11, 3)	0.0000000	0.0000000
QTD ( 4, 11, 4)	0.0000000	0.0000000
QTD ( 4, 12, 1)	0.0000000	0.0000000
QTD ( 4, 12, 2)	0.0000000	0.0000000
QTD ( 4, 12, 3)	19.000000	0.0000000
QTD ( 4, 12, 4)	0.0000000	0.0000000
QTD ( 4, 13, 1)	0.0000000	0.0000000
QTD ( 4, 13, 2)	0.0000000	0.0000000
QTD ( 4, 13, 3)	0.0000000	0.0000000
QTD ( 4, 13, 4)	7.0000000	0.0000000
QTD ( 4, 14, 1)	0.0000000	0.0000000
QTD ( 4, 14, 2)	0.0000000	0.0000000
QTD ( 4, 14, 3)	0.0000000	0.0000000
QTD ( 4, 14, 4)	0.0000000	0.0000000
QTD ( 4, 15, 1)	0.0000000	0.0000000
QTD ( 4, 15, 2)	0.0000000	0.0000000
QTD ( 4, 15, 3)	0.0000000	0.0000000
QTD ( 4, 15, 4)	0.0000000	0.0000000
QTD ( 5, 1, 1)	2.0000000	0.0000000
QTD ( 5, 1, 2)	0.0000000	0.0000000
QTD ( 5, 1, 3)	2.0000000	0.0000000
QTD ( 5, 1, 4)	8.0000000	0.0000000
QTD ( 5, 2, 1)	0.0000000	0.0000000
QTD ( 5, 2, 2)	4.0000000	0.0000000
QTD ( 5, 2, 3)	3.0000000	0.0000000
QTD ( 5, 2, 4)	5.0000000	0.0000000
QTD ( 5, 3, 1)	2.0000000	0.0000000
QTD ( 5, 3, 2)	7.0000000	0.0000000
QTD ( 5, 3, 3)	0.0000000	0.0000000

QTD ( 5, 3, 4)	3.000000	0.000000
QTD ( 5, 4, 1)	6.000000	0.000000
QTD ( 5, 4, 2)	4.000000	0.000000
QTD ( 5, 4, 3)	9.000000	0.000000
QTD ( 5, 4, 4)	0.000000	0.000000
QTD ( 5, 5, 1)	0.000000	0.000000
QTD ( 5, 5, 2)	0.000000	0.000000
QTD ( 5, 5, 3)	7.000000	0.000000
QTD ( 5, 5, 4)	6.000000	0.000000
QTD ( 5, 6, 1)	0.000000	0.000000
QTD ( 5, 6, 2)	2.000000	0.000000
QTD ( 5, 6, 3)	0.000000	0.000000
QTD ( 5, 6, 4)	7.000000	0.000000
QTD ( 5, 7, 1)	0.000000	0.000000
QTD ( 5, 7, 2)	4.000000	0.000000
QTD ( 5, 7, 3)	15.00000	0.000000
QTD ( 5, 7, 4)	0.000000	0.000000
QTD ( 5, 8, 1)	0.000000	0.000000
QTD ( 5, 8, 2)	2.000000	0.000000
QTD ( 5, 8, 3)	0.000000	0.000000
QTD ( 5, 8, 4)	8.000000	0.000000
QTD ( 5, 9, 1)	5.000000	0.000000
QTD ( 5, 9, 2)	0.000000	0.000000
QTD ( 5, 9, 3)	17.00000	0.000000
QTD ( 5, 9, 4)	0.000000	0.000000
QTD ( 5, 10, 1)	3.000000	0.000000
QTD ( 5, 10, 2)	10.00000	0.000000
QTD ( 5, 10, 3)	0.000000	0.000000
QTD ( 5, 10, 4)	0.000000	0.000000
QTD ( 5, 11, 1)	19.00000	0.000000
QTD ( 5, 11, 2)	0.000000	0.000000
QTD ( 5, 11, 3)	0.000000	0.000000
QTD ( 5, 11, 4)	0.000000	0.000000
QTD ( 5, 12, 1)	0.000000	0.000000
QTD ( 5, 12, 2)	10.00000	0.000000
QTD ( 5, 12, 3)	0.000000	0.000000
QTD ( 5, 12, 4)	0.000000	0.000000
QTD ( 5, 13, 1)	0.000000	0.000000
QTD ( 5, 13, 2)	0.000000	0.000000
QTD ( 5, 13, 3)	22.00000	0.000000
QTD ( 5, 13, 4)	0.000000	0.000000
QTD ( 5, 14, 1)	0.000000	0.000000
QTD ( 5, 14, 2)	0.000000	0.000000
QTD ( 5, 14, 3)	0.000000	0.000000
QTD ( 5, 14, 4)	8.000000	0.000000
QTD ( 5, 15, 1)	0.000000	0.000000
QTD ( 5, 15, 2)	0.000000	0.000000
QTD ( 5, 15, 3)	0.000000	0.000000
QTD ( 5, 15, 4)	0.000000	0.000000
QTD ( 6, 1, 1)	3.000000	0.000000
QTD ( 6, 1, 2)	0.000000	0.000000
QTD ( 6, 1, 3)	8.000000	0.000000
QTD ( 6, 1, 4)	6.000000	0.000000
QTD ( 6, 2, 1)	0.000000	0.000000
QTD ( 6, 2, 2)	0.000000	0.000000
QTD ( 6, 2, 3)	11.00000	0.000000
QTD ( 6, 2, 4)	6.000000	0.000000
QTD ( 6, 3, 1)	5.000000	0.000000
QTD ( 6, 3, 2)	4.000000	0.000000
QTD ( 6, 3, 3)	0.000000	0.000000
QTD ( 6, 3, 4)	5.000000	0.000000

QTD( 6, 4, 1)	2.000000	0.000000
QTD( 6, 4, 2)	7.000000	0.000000
QTD( 6, 4, 3)	10.00000	0.000000
QTD( 6, 4, 4)	0.000000	0.000000
QTD( 6, 5, 1)	0.000000	0.000000
QTD( 6, 5, 2)	6.000000	0.000000
QTD( 6, 5, 3)	0.000000	0.000000
QTD( 6, 5, 4)	5.000000	0.000000
QTD( 6, 6, 1)	0.000000	0.000000
QTD( 6, 6, 2)	4.000000	0.000000
QTD( 6, 6, 3)	17.00000	0.000000
QTD( 6, 6, 4)	0.000000	0.000000
QTD( 6, 7, 1)	7.000000	0.000000
QTD( 6, 7, 2)	0.000000	0.000000
QTD( 6, 7, 3)	0.000000	0.000000
QTD( 6, 7, 4)	7.000000	0.000000
QTD( 6, 8, 1)	3.000000	0.000000
QTD( 6, 8, 2)	0.000000	0.000000
QTD( 6, 8, 3)	22.00000	0.000000
QTD( 6, 8, 4)	0.000000	0.000000
QTD( 6, 9, 1)	4.000000	0.000000
QTD( 6, 9, 2)	11.00000	0.000000
QTD( 6, 9, 3)	0.000000	0.000000
QTD( 6, 9, 4)	0.000000	0.000000
QTD( 6, 10, 1)	22.00000	0.000000
QTD( 6, 10, 2)	0.000000	0.000000
QTD( 6, 10, 3)	0.000000	0.000000
QTD( 6, 10, 4)	0.000000	0.000000
QTD( 6, 11, 1)	0.000000	0.000000
QTD( 6, 11, 2)	12.00000	0.000000
QTD( 6, 11, 3)	0.000000	0.000000
QTD( 6, 11, 4)	0.000000	0.000000
QTD( 6, 12, 1)	0.000000	0.000000
QTD( 6, 12, 2)	0.000000	0.000000
QTD( 6, 12, 3)	24.00000	0.000000
QTD( 6, 12, 4)	0.000000	0.000000
QTD( 6, 13, 1)	0.000000	0.000000
QTD( 6, 13, 2)	0.000000	0.000000
QTD( 6, 13, 3)	0.000000	0.000000
QTD( 6, 13, 4)	9.000000	0.000000
QTD( 6, 14, 1)	0.000000	0.000000
QTD( 6, 14, 2)	0.000000	0.000000
QTD( 6, 14, 3)	0.000000	0.000000
QTD( 6, 14, 4)	0.000000	0.000000
QTD( 6, 15, 1)	0.000000	0.000000
QTD( 6, 15, 2)	0.000000	0.000000
QTD( 6, 15, 3)	0.000000	0.000000
QTD( 6, 15, 4)	0.000000	0.000000

Row	Slack or Surplus	Dual Price
1	4553.618	1.000000
2	0.000000	-1.000027
3	0.000000	-1.681808
4	0.000000	-0.8248988
5	0.000000	-2.093769
6	35.52632	0.000000
7	150.0000	0.000000
8	130.0000	0.000000
9	106.8421	0.000000
10	117.5000	0.000000
11	123.9474	0.000000

Anexo 4: Demanda do segundo pedido e com o mesmo estoque contido no trabalho disponível no momento da simulação:

Figura 1: Demanda referente ao segundo pedido.

<i>Peças (cm)</i>	<i>Quantidade de peças</i>
5 x 5	1000
5 x 11	1000
2,5 x 5	1000

Anexo 5: Modelo do Sistema de Análise, Simulação e Otimização no Setor de Serrados SOSSer Referente a Segunda Demanda:

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & 12.70(x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} + x_{16} + x_{17}) + \\ & 14.50(x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} + x_{26} + x_{27}) + \\ & 16.40(x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} + x_{35} + x_{36} + x_{37}) + \\ & 18.40(x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{44} + x_{45} + x_{46} + x_{47}) + \\ & 20.40(x_{51} + x_{52} + x_{53} + x_{54} + x_{55} + x_{56} + x_{57}) + \\ & 22.50(x_{61} + x_{62} + x_{63} + x_{64} + x_{65} + x_{66} + x_{67}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{s. a} \quad & (x_{11} + 14x_{13} + 2x_{14} + 14x_{17}) + \\ & (2x_{21} + 16x_{23} + x_{24} + 17x_{27}) + \\ & (x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} + x_{35} + x_{36} + x_{37}) + \\ & (7x_{41} + 7x_{42} + 15x_{43} + 10x_{44} + 22x_{47}) + \\ & (6x_{51} + 22x_{53} + 10x_{54} + 26x_{57}) + \\ & (3x_{61} + 26x_{63} + 4x_{64} + 28x_{67}) \geq 1000 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (6x_{11} + 5x_{12} + 6x_{14} + 6x_{16}) + \\ & (7x_{21} + 6x_{22} + 8x_{24} + 8x_{26}) + \\ & (5x_{31} + 8x_{32} + 9x_{33} + 9x_{36}) + \\ & (7x_{41} + 6x_{42} + 6x_{44} + 10x_{46}) + \\ & (9x_{51} + 11x_{52} + 8x_{54} + 12x_{56}) + \\ & (11x_{61} + 12x_{62} + 12x_{64} + 12x_{66}) \geq 1000 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (5x_{11} + 11x_{12} + 3x_{13} + 31x_{15}) + \\ & (4x_{21} + 12x_{22} + 6x_{23} + 35x_{25}) + \\ & (8x_{31} + 8x_{32} + 8x_{33} + 40x_{35}) + \\ & (5x_{41} + 23x_{42} + 19x_{43} + 46x_{45}) + \\ & (6x_{51} + 8x_{52} + 12x_{53} + 52x_{55}) + \\ & (9x_{61} + 10x_{62} + 9x_{63} + 58x_{65}) \geq 1000 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} + X_{16} + X_{17} &\leq 200 \\
X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} + X_{26} + X_{27} &\leq 150 \\
X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} + X_{36} + X_{37} &\leq 130 \\
X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} + X_{45} + X_{46} + X_{47} &\leq 120 \\
X_{51} + X_{52} + X_{53} + X_{54} + X_{55} + X_{56} + X_{57} &\leq 180 \\
X_{61} + X_{62} + X_{63} + X_{64} + X_{65} + X_{66} + X_{67} &\leq 170 \\
x_{ij} &\geq 0, \text{ para todo } 1 \leq i \leq 6, 1 \leq j \leq 7
\end{aligned}$$

### Anexo 6: Entrada do LINGO para Resolução da Segunda Demanda:

```

SETS:
    TORAS /1..6/:CUSTO,ESTOQUE;
    PRODUTOS /1..3/:DEMANDA;
    PADRAO /1..7/;
    MATRIZ (TORAS,PADRAO) :X;
    ESQUEMA (MATRIZ,PRODUTOS) :QTD;
ENDSETS

DATA:
    CUSTO = 12.7,14.5,16.4,18.4,20.4,22.5;
    ESTOQUE = 200,150,130,120,180,170;
    DEMANDA = 1000,1000,1000;
    QTD =
1,6,5
0,5,11
14,0,3
2,6,0
0,0,31
0,0,6
14,0,0

2,7,4
0,6,12
16,0,6
1,8,0
0,0,35
0,8,0
17,0,0

7,5,8
0,8,8
17,0,8
1,9,0
0,0,40
0,9,0
19,0,0

7,7,5
0,6,23
15,0,19

```



```
10,6,0
0,0,46
0,10,0
22,0,0
```

```
6,9,6
0,11,8
22,0,12
10,8,0
0,0,52
0,12,0
26,0,0
```

```
3,11,9
0,12,10
26,0,9
4,12,0
0,0,58
0,12,0
28,0,0;
```

```
ENDDATA
```

```
MIN = @SUM(TORAS(I):@SUM(PADRAO(J):CUSTO(I)*X(I,J)));
```

```
!RESTRICAO DE DEMANDA;
```

```
@FOR(PRODUTOS(I):
```

```
  @SUM(TORAS(J):
```

```
    @SUM(PADRAO(K): X(J,K)*QTD(J,K,I))
```

```
  )>=DEMANDA(i);
```

```
);
```

```
!RESTRICAO DE ESTOQUE;
```

```
@FOR(TORAS(I):
```

```
  @SUM(PADRAO(J):X(I,J))<=ESTOQUE(I);
```

```
);
```

```
!PARA PROGRAMACAO INTEIRA;
```

```
!@FOR(TORAS(I):
```

```
  @FOR(PADRAO(J):
```

```
    @GIN(X(I,J))
```

```
  )
```

```
);
```

## Anexo 7: Saída do LINGO para resolução da segunda demanda:

Global optimal solution found at step:

8

Objective value:

2634.535

Variable	Value	Reduced Cost
CUSTO( 1)	12.70000	0.0000000
CUSTO( 2)	14.50000	0.0000000
CUSTO( 3)	16.40000	0.0000000
CUSTO( 4)	18.40000	0.0000000
CUSTO( 5)	20.40000	0.0000000
CUSTO( 6)	22.50000	0.0000000
ESTOQUE( 1)	200.0000	0.0000000
ESTOQUE( 2)	150.0000	0.0000000
ESTOQUE( 3)	130.0000	0.0000000
ESTOQUE( 4)	120.0000	0.0000000
ESTOQUE( 5)	180.0000	0.0000000
ESTOQUE( 6)	170.0000	0.0000000
DEMANDA( 1)	1000.000	0.0000000
DEMANDA( 2)	1000.000	0.0000000
DEMANDA( 3)	1000.000	0.0000000
X( 1, 1)	0.0000000	0.8590905
X( 1, 2)	0.0000000	0.7781083
X( 1, 3)	0.0000000	1.516771
X( 1, 4)	0.0000000	2.083072
X( 1, 5)	0.0000000	0.6741375
X( 1, 6)	0.0000000	10.37241
X( 1, 7)	0.0000000	2.680564
X( 2, 1)	0.0000000	0.8004175
X( 2, 2)	0.0000000	0.6592472
X( 2, 3)	0.0000000	0.7216300
X( 2, 4)	0.0000000	1.536886
X( 2, 5)	0.0000000	0.9224133
X( 2, 6)	0.0000000	2.252560
X( 2, 7)	0.0000000	2.333542
X( 3, 1)	0.0000000	0.6321835
X( 3, 2)	0.0000000	1.049111
X( 3, 3)	0.0000000	1.130094
X( 3, 4)	0.0000000	1.905956
X( 3, 5)	0.0000000	0.8827580
X( 3, 6)	0.0000000	2.621630
X( 3, 7)	0.0000000	2.802194
X( 4, 1)	0.0000000	0.7341166
X( 4, 2)	0.0000000	0.2920056
X( 4, 3)	0.0000000	0.2942003
X( 4, 4)	0.0000000	2.057680
X( 4, 5)	0.0000000	0.5551718
X( 4, 6)	0.0000000	3.090700
X( 4, 7)	0.0000000	2.655172
X( 5, 1)	111.1111	0.0000000
X( 5, 2)	0.0000000	0.4563211
X( 5, 3)	15.15152	0.0000000
X( 5, 4)	0.0000000	0.9958198
X( 5, 5)	0.0000000	0.2275855
X( 5, 6)	0.0000000	2.028839
X( 5, 7)	0.0000000	1.792476

X( 6, 1)	0.0000000	0.2136815E-01
X( 6, 2)	0.0000000	0.2495290
X( 6, 3)	0.0000000	0.4010970
X( 6, 4)	0.0000000	1.266144
X( 6, 5)	2.612330	0.0000000
X( 6, 6)	0.0000000	4.128839
X( 6, 7)	0.0000000	2.461128
QTD( 1, 1, 1)	1.000000	0.0000000
QTD( 1, 1, 2)	6.000000	0.0000000
QTD( 1, 1, 3)	5.000000	0.0000000
QTD( 1, 2, 1)	0.0000000	0.0000000
QTD( 1, 2, 2)	5.000000	0.0000000
QTD( 1, 2, 3)	11.00000	0.0000000
QTD( 1, 3, 1)	14.00000	0.0000000
QTD( 1, 3, 2)	0.0000000	0.0000000
QTD( 1, 3, 3)	3.000000	0.0000000
QTD( 1, 4, 1)	2.000000	0.0000000
QTD( 1, 4, 2)	6.000000	0.0000000
QTD( 1, 4, 3)	0.0000000	0.0000000
QTD( 1, 5, 1)	0.0000000	0.0000000
QTD( 1, 5, 2)	0.0000000	0.0000000
QTD( 1, 5, 3)	31.00000	0.0000000
QTD( 1, 6, 1)	0.0000000	0.0000000
QTD( 1, 6, 2)	0.0000000	0.0000000
QTD( 1, 6, 3)	6.000000	0.0000000
QTD( 1, 7, 1)	14.00000	0.0000000
QTD( 1, 7, 2)	0.0000000	0.0000000
QTD( 1, 7, 3)	0.0000000	0.0000000
QTD( 2, 1, 1)	2.000000	0.0000000
QTD( 2, 1, 2)	7.000000	0.0000000
QTD( 2, 1, 3)	4.000000	0.0000000
QTD( 2, 2, 1)	0.0000000	0.0000000
QTD( 2, 2, 2)	6.000000	0.0000000
QTD( 2, 2, 3)	12.00000	0.0000000
QTD( 2, 3, 1)	16.00000	0.0000000
QTD( 2, 3, 2)	0.0000000	0.0000000
QTD( 2, 3, 3)	6.000000	0.0000000
QTD( 2, 4, 1)	1.000000	0.0000000
QTD( 2, 4, 2)	8.000000	0.0000000
QTD( 2, 4, 3)	0.0000000	0.0000000
QTD( 2, 5, 1)	0.0000000	0.0000000
QTD( 2, 5, 2)	0.0000000	0.0000000
QTD( 2, 5, 3)	35.00000	0.0000000
QTD( 2, 6, 1)	0.0000000	0.0000000
QTD( 2, 6, 2)	8.000000	0.0000000
QTD( 2, 6, 3)	0.0000000	0.0000000
QTD( 2, 7, 1)	17.00000	0.0000000
QTD( 2, 7, 2)	0.0000000	0.0000000
QTD( 2, 7, 3)	0.0000000	0.0000000
QTD( 3, 1, 1)	7.000000	0.0000000
QTD( 3, 1, 2)	5.000000	0.0000000
QTD( 3, 1, 3)	8.000000	0.0000000
QTD( 3, 2, 1)	0.0000000	0.0000000
QTD( 3, 2, 2)	8.000000	0.0000000
QTD( 3, 2, 3)	8.000000	0.0000000
QTD( 3, 3, 1)	17.00000	0.0000000
QTD( 3, 3, 2)	0.0000000	0.0000000
QTD( 3, 3, 3)	8.000000	0.0000000
QTD( 3, 4, 1)	1.000000	0.0000000
QTD( 3, 4, 2)	9.000000	0.0000000
QTD( 3, 4, 3)	0.0000000	0.0000000

QTD ( 3, 5, 1)	0.0000000	0.0000000
QTD ( 3, 5, 2)	0.0000000	0.0000000
QTD ( 3, 5, 3)	40.00000	0.0000000
QTD ( 3, 6, 1)	0.0000000	0.0000000
QTD ( 3, 6, 2)	9.0000000	0.0000000
QTD ( 3, 6, 3)	0.0000000	0.0000000
QTD ( 3, 7, 1)	19.00000	0.0000000
QTD ( 3, 7, 2)	0.0000000	0.0000000
QTD ( 3, 7, 3)	0.0000000	0.0000000
QTD ( 4, 1, 1)	7.0000000	0.0000000
QTD ( 4, 1, 2)	7.0000000	0.0000000
QTD ( 4, 1, 3)	5.0000000	0.0000000
QTD ( 4, 2, 1)	0.0000000	0.0000000
QTD ( 4, 2, 2)	6.0000000	0.0000000
QTD ( 4, 2, 3)	23.00000	0.0000000
QTD ( 4, 3, 1)	15.00000	0.0000000
QTD ( 4, 3, 2)	0.0000000	0.0000000
QTD ( 4, 3, 3)	19.00000	0.0000000
QTD ( 4, 4, 1)	10.00000	0.0000000
QTD ( 4, 4, 2)	6.0000000	0.0000000
QTD ( 4, 4, 3)	0.0000000	0.0000000
QTD ( 4, 5, 1)	0.0000000	0.0000000
QTD ( 4, 5, 2)	0.0000000	0.0000000
QTD ( 4, 5, 3)	46.00000	0.0000000
QTD ( 4, 6, 1)	0.0000000	0.0000000
QTD ( 4, 6, 2)	10.00000	0.0000000
QTD ( 4, 6, 3)	0.0000000	0.0000000
QTD ( 4, 7, 1)	22.00000	0.0000000
QTD ( 4, 7, 2)	0.0000000	0.0000000
QTD ( 4, 7, 3)	0.0000000	0.0000000
QTD ( 5, 1, 1)	6.0000000	0.0000000
QTD ( 5, 1, 2)	9.0000000	0.0000000
QTD ( 5, 1, 3)	6.0000000	0.0000000
QTD ( 5, 2, 1)	0.0000000	0.0000000
QTD ( 5, 2, 2)	11.00000	0.0000000
QTD ( 5, 2, 3)	8.0000000	0.0000000
QTD ( 5, 3, 1)	22.00000	0.0000000
QTD ( 5, 3, 2)	0.0000000	0.0000000
QTD ( 5, 3, 3)	12.00000	0.0000000
QTD ( 5, 4, 1)	10.00000	0.0000000
QTD ( 5, 4, 2)	8.0000000	0.0000000
QTD ( 5, 4, 3)	0.0000000	0.0000000
QTD ( 5, 5, 1)	0.0000000	0.0000000
QTD ( 5, 5, 2)	0.0000000	0.0000000
QTD ( 5, 5, 3)	52.00000	0.0000000
QTD ( 5, 6, 1)	0.0000000	0.0000000
QTD ( 5, 6, 2)	12.00000	0.0000000
QTD ( 5, 6, 3)	0.0000000	0.0000000
QTD ( 5, 7, 1)	26.00000	0.0000000
QTD ( 5, 7, 2)	0.0000000	0.0000000
QTD ( 5, 7, 3)	0.0000000	0.0000000
QTD ( 6, 1, 1)	3.0000000	0.0000000
QTD ( 6, 1, 2)	11.00000	0.0000000
QTD ( 6, 1, 3)	9.0000000	0.0000000
QTD ( 6, 2, 1)	0.0000000	0.0000000
QTD ( 6, 2, 2)	12.00000	0.0000000
QTD ( 6, 2, 3)	10.00000	0.0000000
QTD ( 6, 3, 1)	26.00000	0.0000000
QTD ( 6, 3, 2)	0.0000000	0.0000000
QTD ( 6, 3, 3)	9.0000000	0.0000000
QTD ( 6, 4, 1)	4.0000000	0.0000000

QTD( 6, 4, 2)	12.00000	0.0000000
QTD( 6, 4, 3)	0.0000000	0.0000000
QTD( 6, 5, 1)	0.0000000	0.0000000
QTD( 6, 5, 2)	0.0000000	0.0000000
QTD( 6, 5, 3)	58.00000	0.0000000
QTD( 6, 6, 1)	0.0000000	0.0000000
QTD( 6, 6, 2)	12.00000	0.0000000
QTD( 6, 6, 3)	0.0000000	0.0000000
QTD( 6, 7, 1)	28.00000	0.0000000
QTD( 6, 7, 2)	0.0000000	0.0000000
QTD( 6, 7, 3)	0.0000000	0.0000000

Row	Slack or Surplus	Dual Price
1	2634.535	1.000000
2	0.0000000	-0.7156740
3	0.0000000	-1.530930
4	0.0000000	-0.3879310
5	200.0000	0.0000000
6	150.0000	0.0000000
7	130.0000	0.0000000
8	120.0000	0.0000000
9	53.73737	0.0000000
10	167.3877	0.0000000

### Anexo 8: Análise da resolução do LINGO para segunda demanda:

```

Global optimal solution found at step:           8

Objective value:                               2634.535

      Variable                Value            Reduced Cost
CUSTO( 1)                12.70000            0.0000000
CUSTO( 2)                14.50000            0.0000000
CUSTO( 3)                16.40000            0.0000000
CUSTO( 4)                18.40000            0.0000000
CUSTO( 5)                20.40000            0.0000000
CUSTO( 6)                22.50000            0.0000000
ESTOQUE( 1)              200.0000            0.0000000
ESTOQUE( 2)              150.0000            0.0000000
ESTOQUE( 3)              130.0000            0.0000000
ESTOQUE( 4)              120.0000            0.0000000
ESTOQUE( 5)              180.0000            0.0000000
ESTOQUE( 6)              170.0000            0.0000000
DEMANDA( 1)              1000.000            0.0000000
DEMANDA( 2)              1000.000            0.0000000
DEMANDA( 3)              1000.000            0.0000000
      X( 5, 1)              111.1111            0.0000000
      X( 5, 3)              15.15152            0.0000000
      X( 6, 5)               2.612330            0.0000000

      Row      Slack or Surplus      Dual Price
      1         2634.535             1.0000000
      2         0.0000000            -0.7156740
      3         0.0000000            -1.530930
      4         0.0000000            -0.3879310
      5         200.0000             0.0000000
      6         150.0000             0.0000000
      7         130.0000             0.0000000
      8         120.0000             0.0000000
      9         53.73737             0.0000000
     10        167.3877             0.0000000

```

Anexo 9: Saída do MAXITORA para resolução da segunda demanda:

Figura 3: Solução MAXITORA:



Figura 4: Corte X(5, 3):

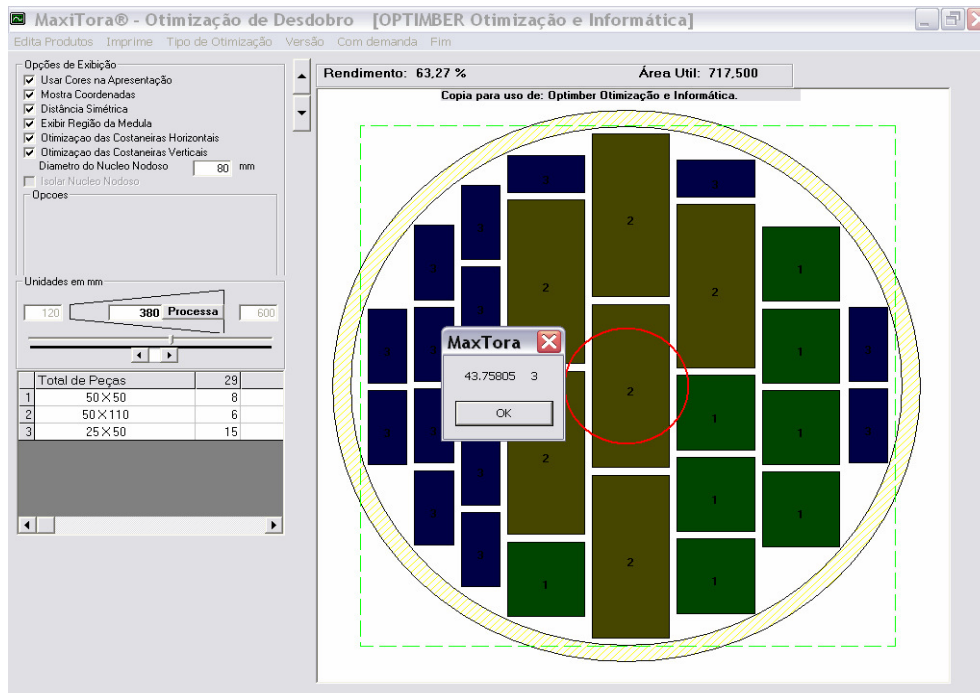


Figura 5: Corte X(6, 1):

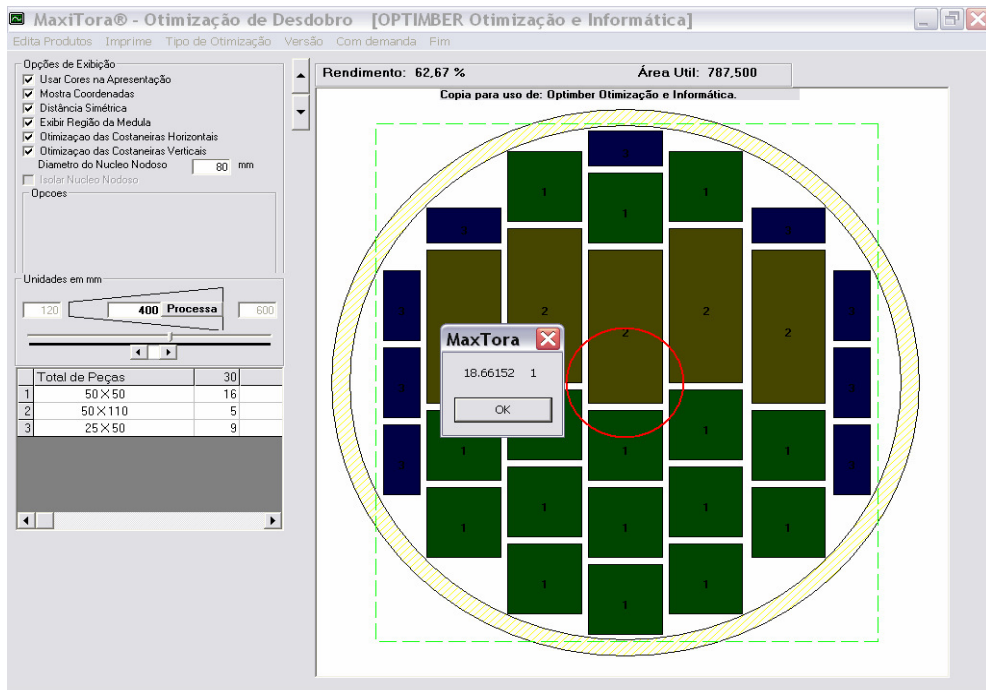
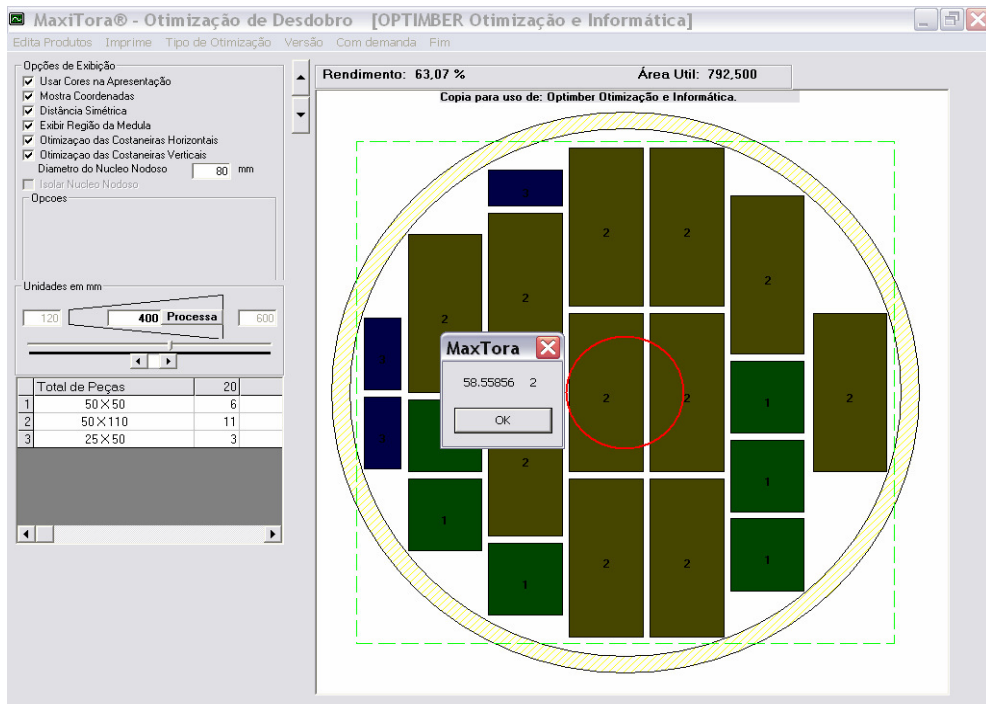


Figura 6: Corte X(6, 2):





Anexo 10: Demanda do terceiro pedido com mesmo estoque contido na empresa no momento da simulação:

Tabela 1: Demanda referente ao terceiro pedido.

<i>Peças (cm)</i>	<i>Qtda de peças</i>
2,5 x 12,5	500
7,5 x 7,5	300
5 x 6	200
5 x 15	500
6 x 12	300
5 x 5	200
2,5 x 5	500
4 x 6	100
10 x 12	500
7 x 12	100
5 x 10	800
12 x 10	500
7 x 12	500
8 x 16	100
10 x 15	200

Obs: Este pedido foi resolvido apenas pelo Módulo de Adequação do Sistema de Geração dos Padrões de Corte Ótimos para o Plano de Corte Ótimo (AS-PCO), por se tratar de uma grande variedade de produtos.

Anexo 11: Saída do MAXITORA para resolução da terceira demanda:

Figura 7: Solução MAXITORA



Figura 8: Corte X(6, 1):

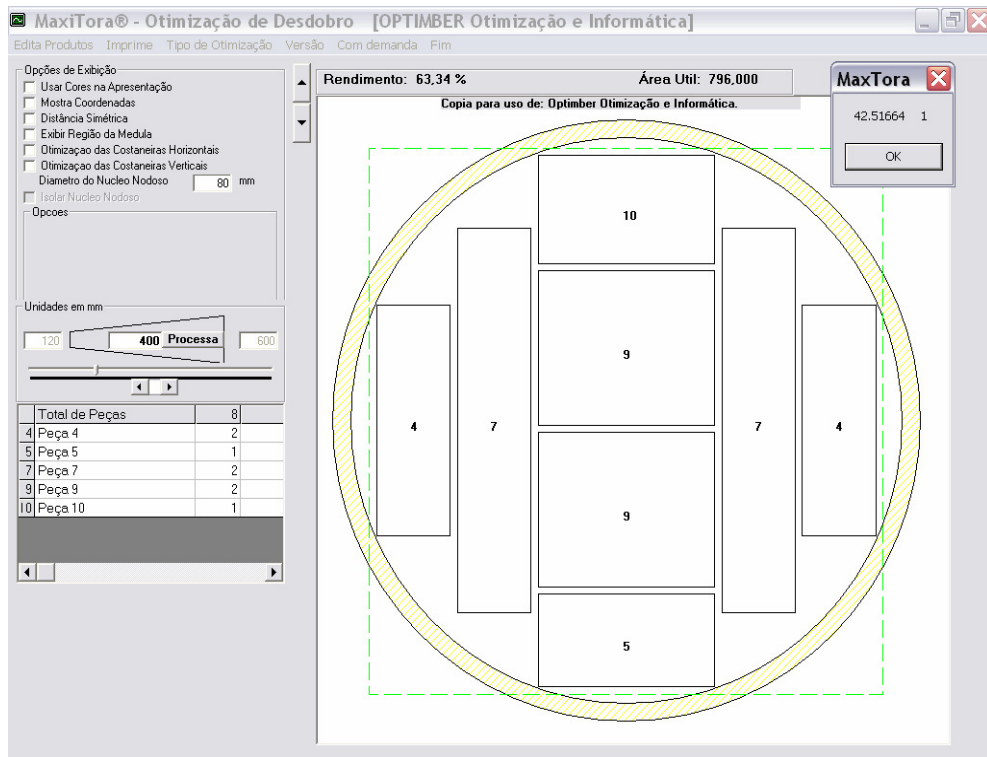


Figura 9: Corte X(4, 2):

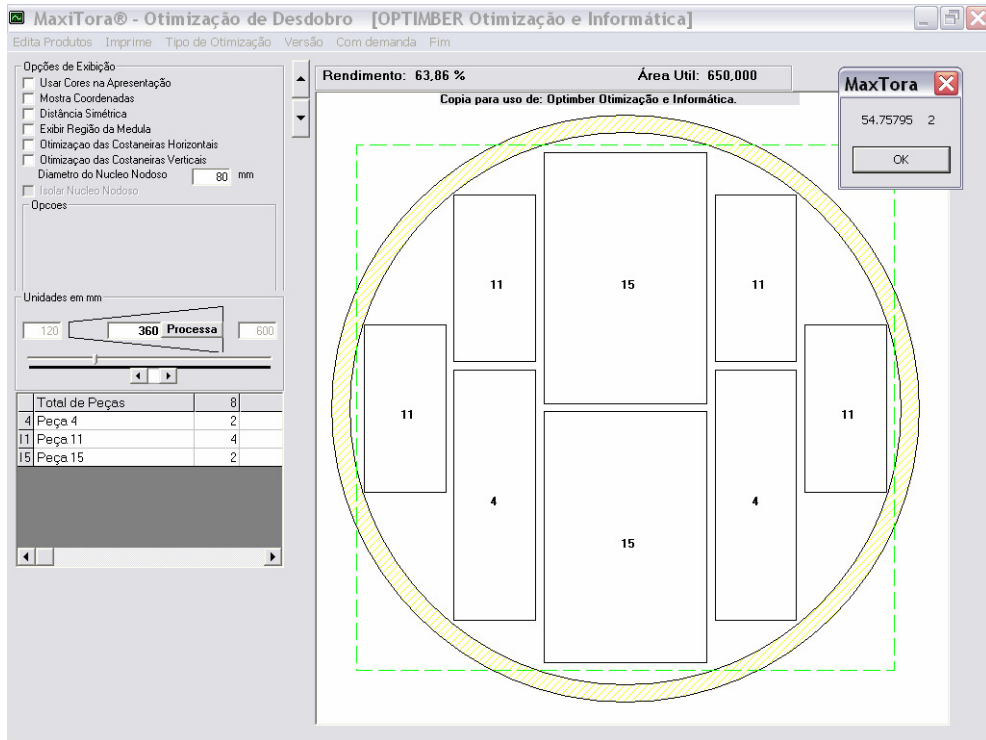


Figura 10: Corte X(5, 3):

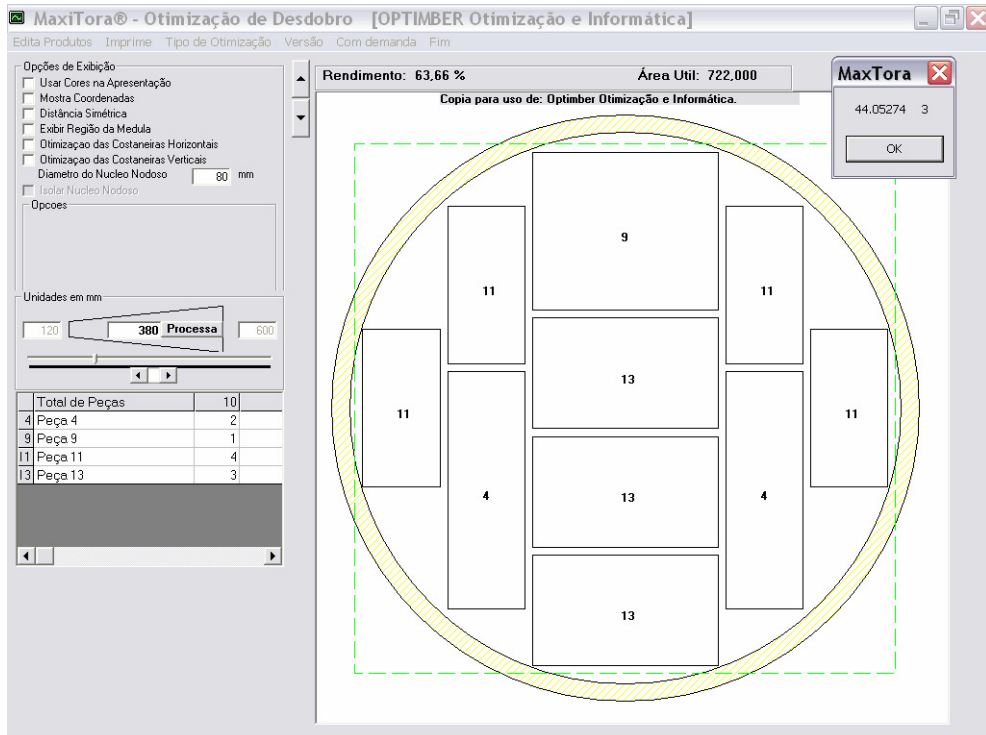


Figura 11: Corte X(4, 4):

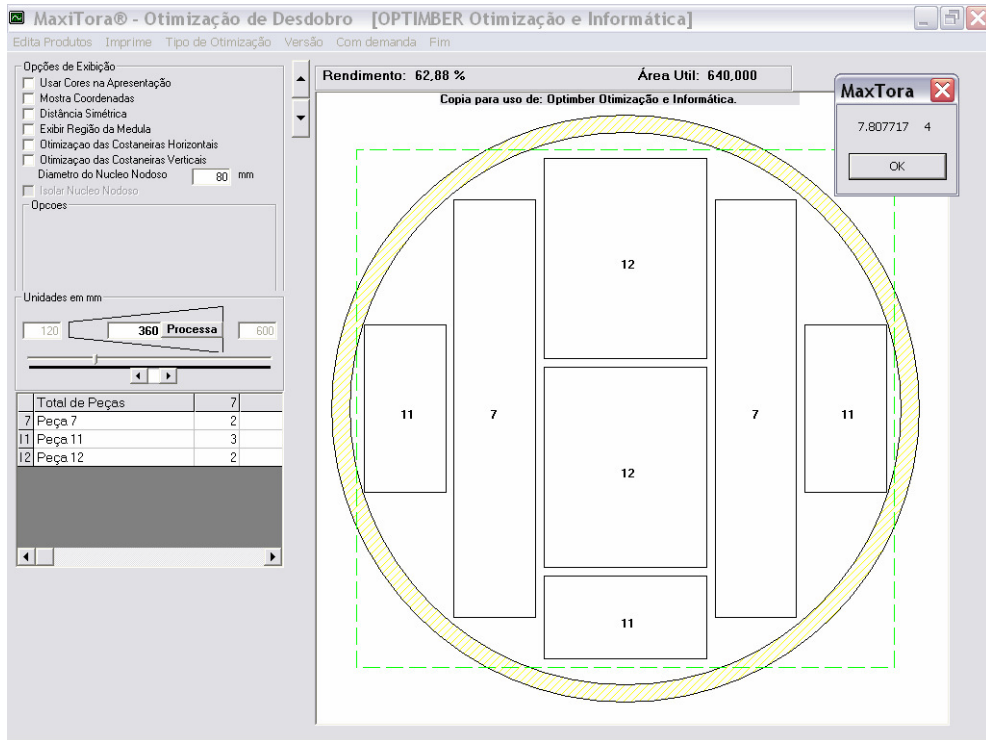


Figura 12: Corte X(4, 5):

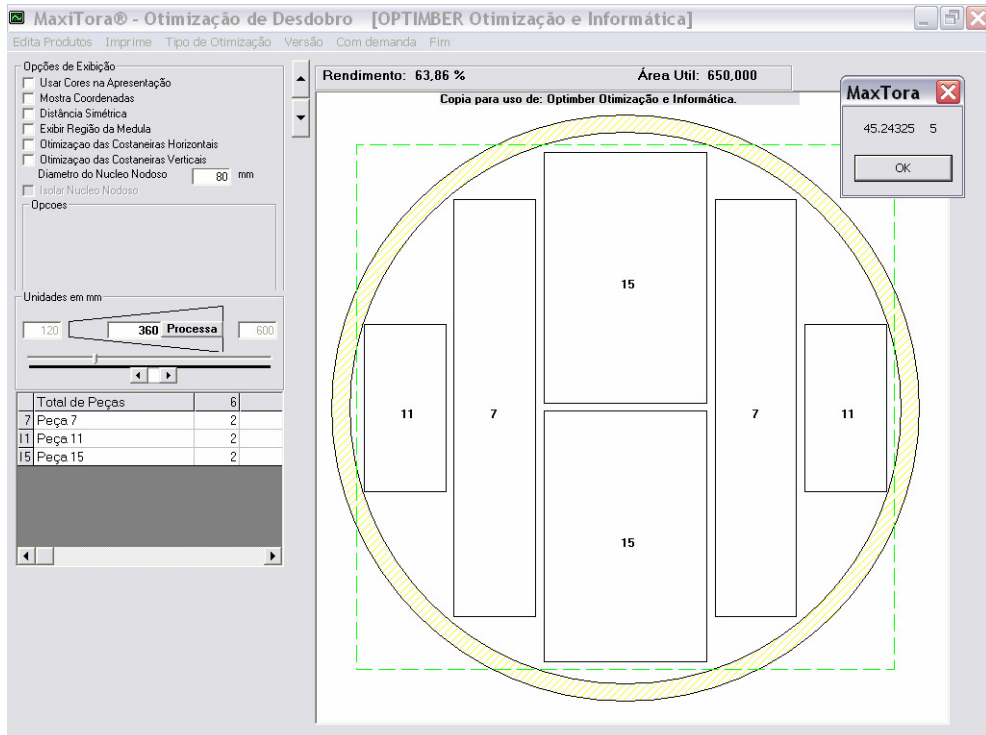


Figura 13: Corte X(6, 6):

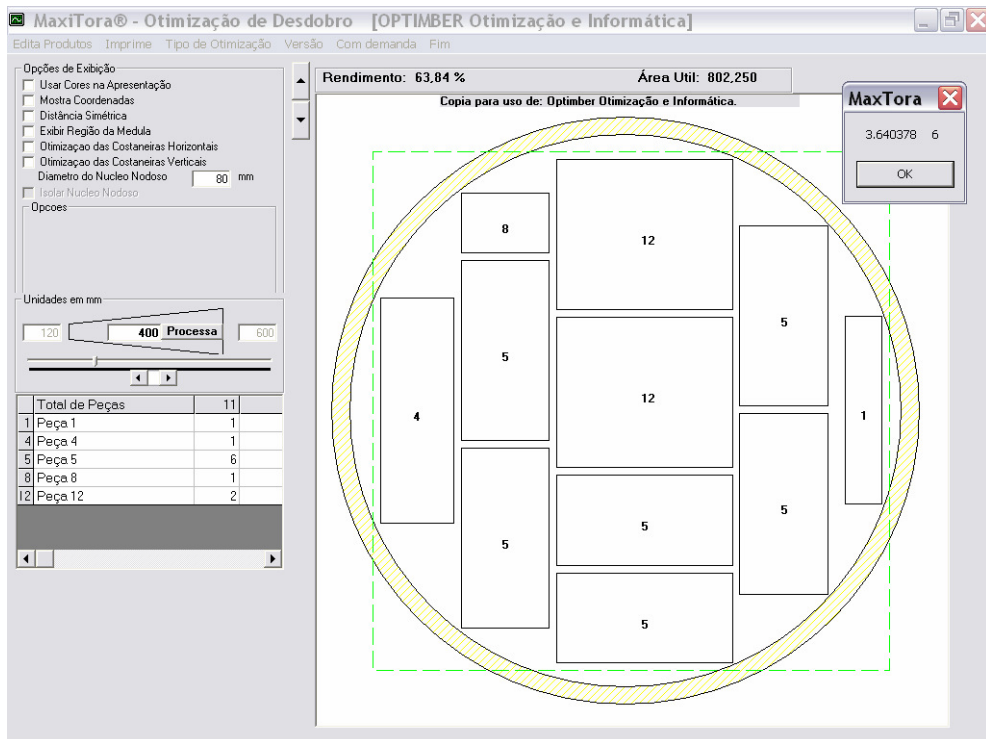


Figura 14: Corte X(6, 7):

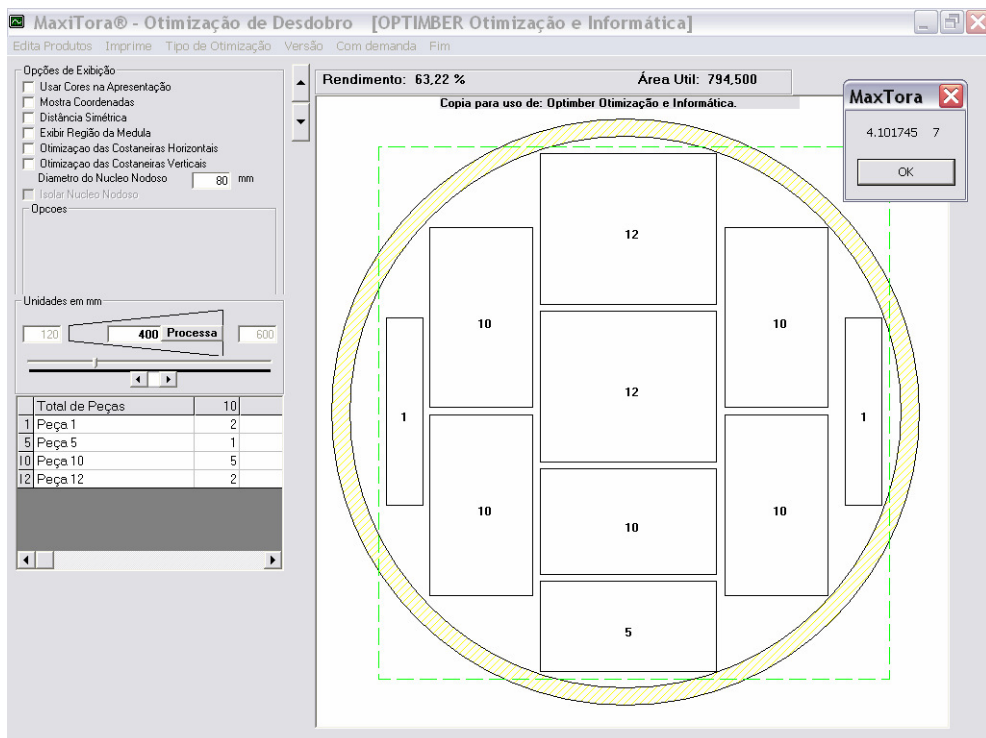


Figura 15: Corte X(4, 8):

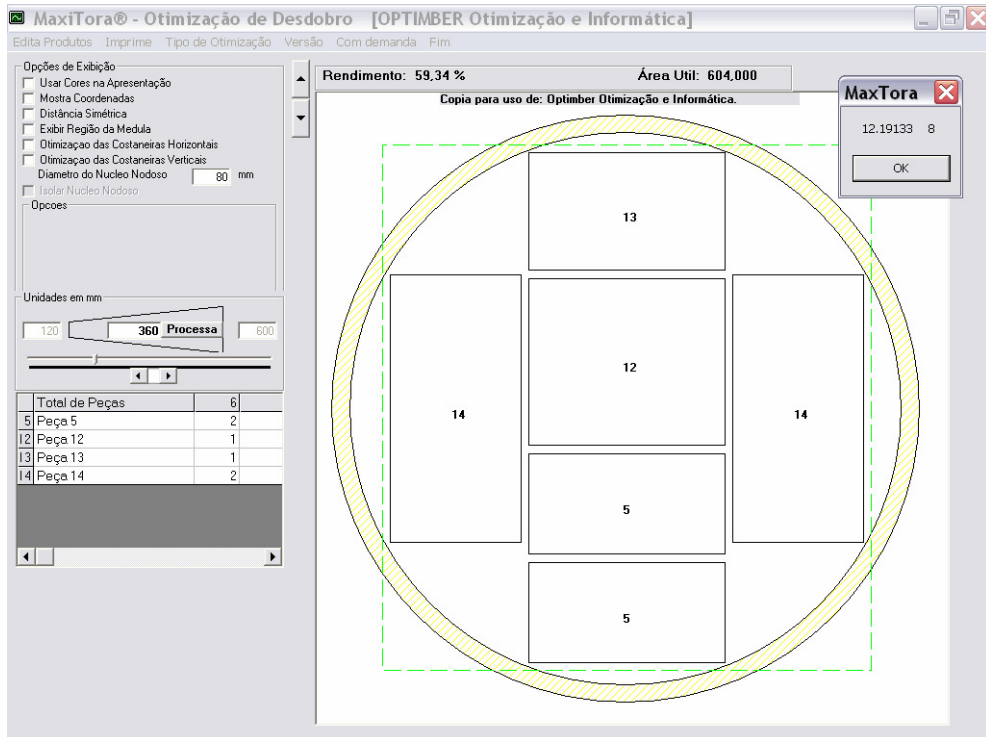


Figura 16: Corte X(5, 9):

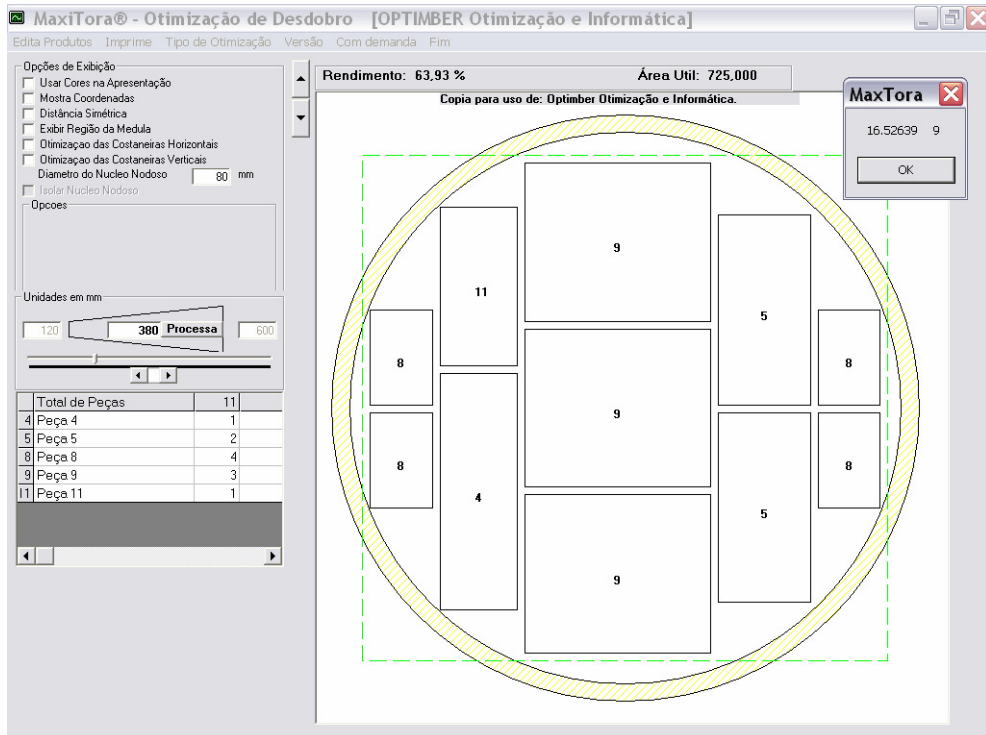


Figura 17: Corte X(3, 10):

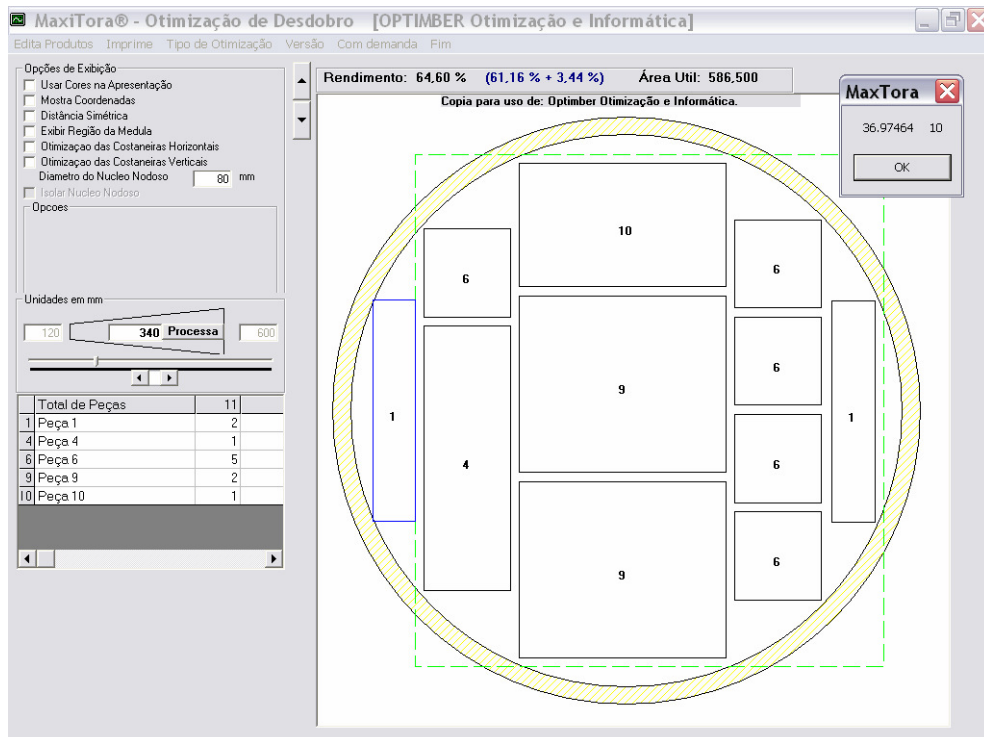


Figura 18: Corte X(6, 11):

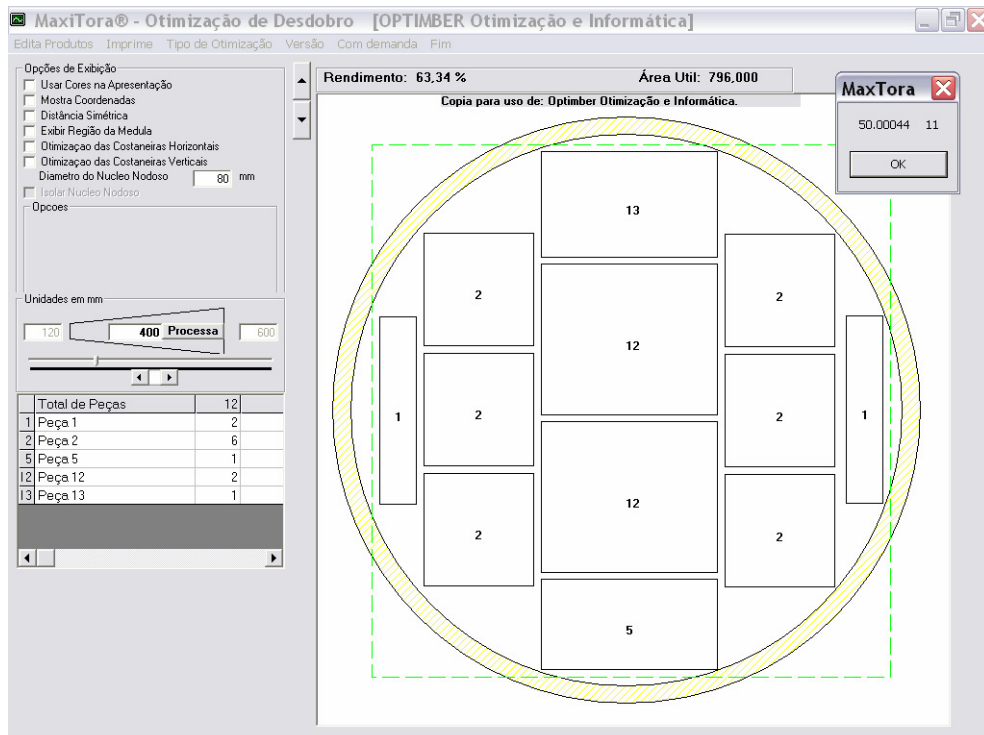


Figura 19: Corte X(1, 12):

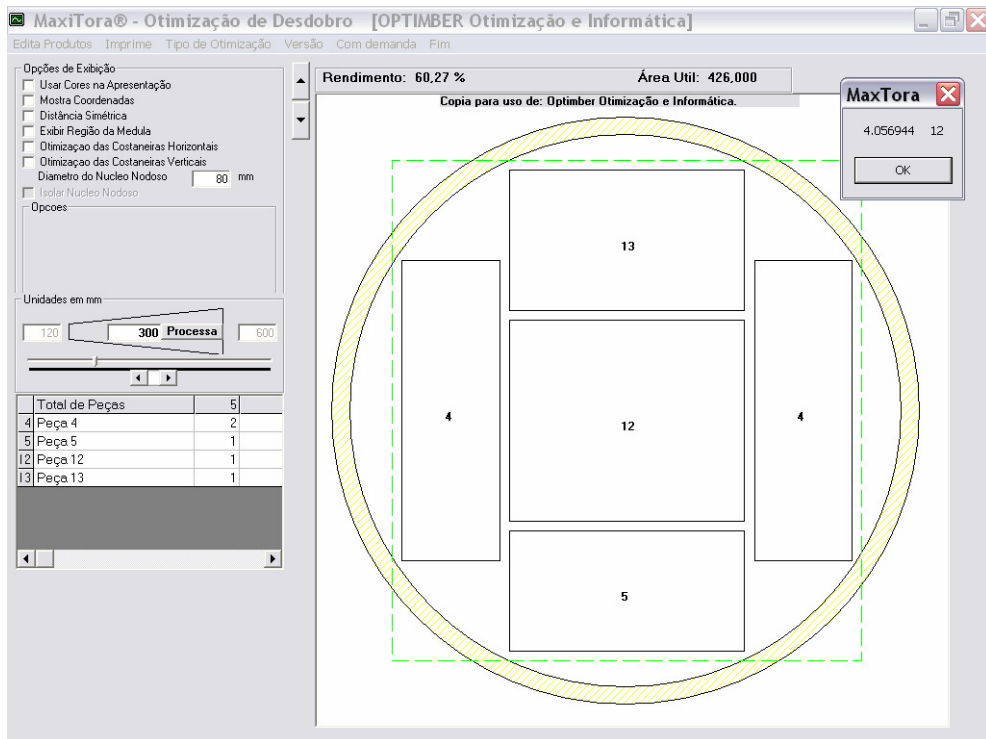


Figura 20: Corte X(5, 13):

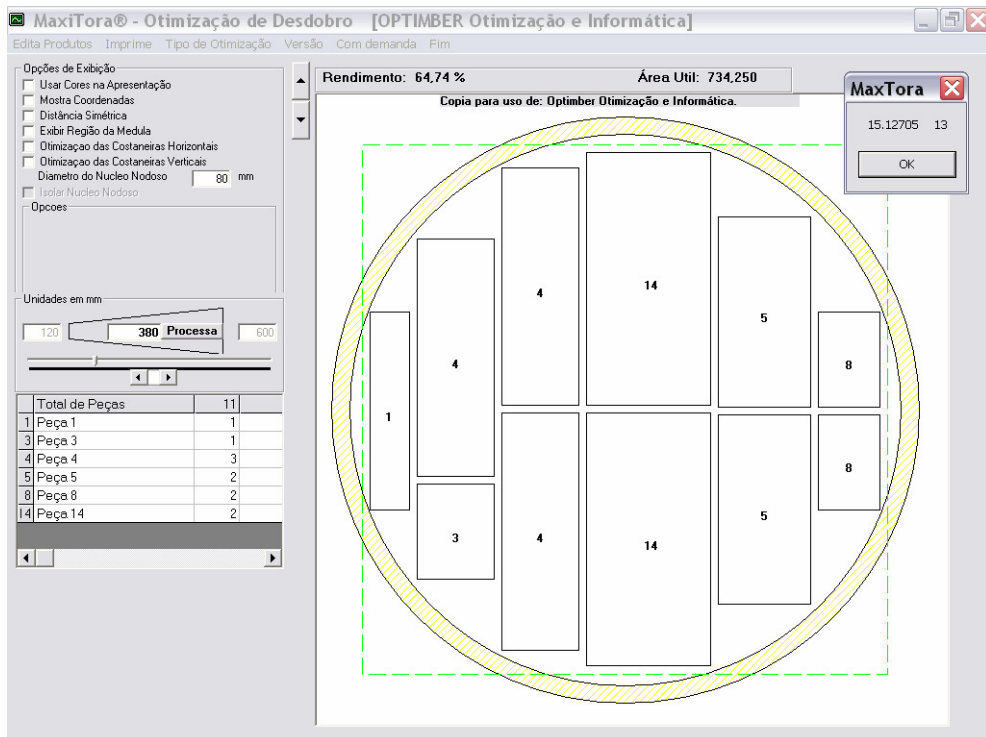




Figura 21: Corte X(6, 14):

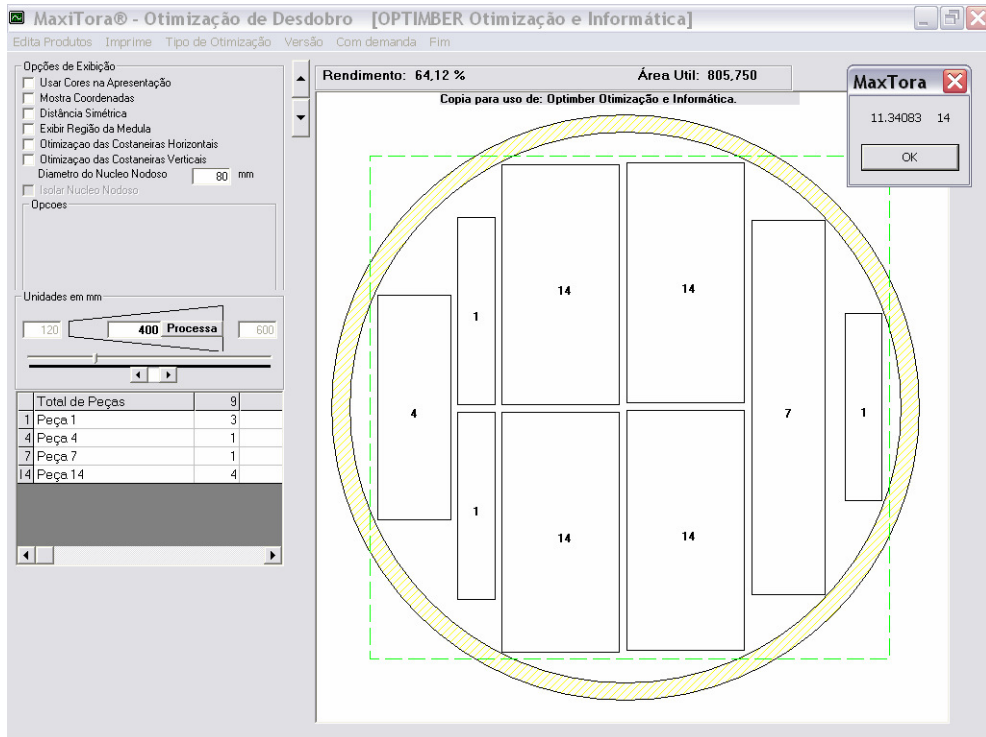


Figura 22: Corte X(3, 15):

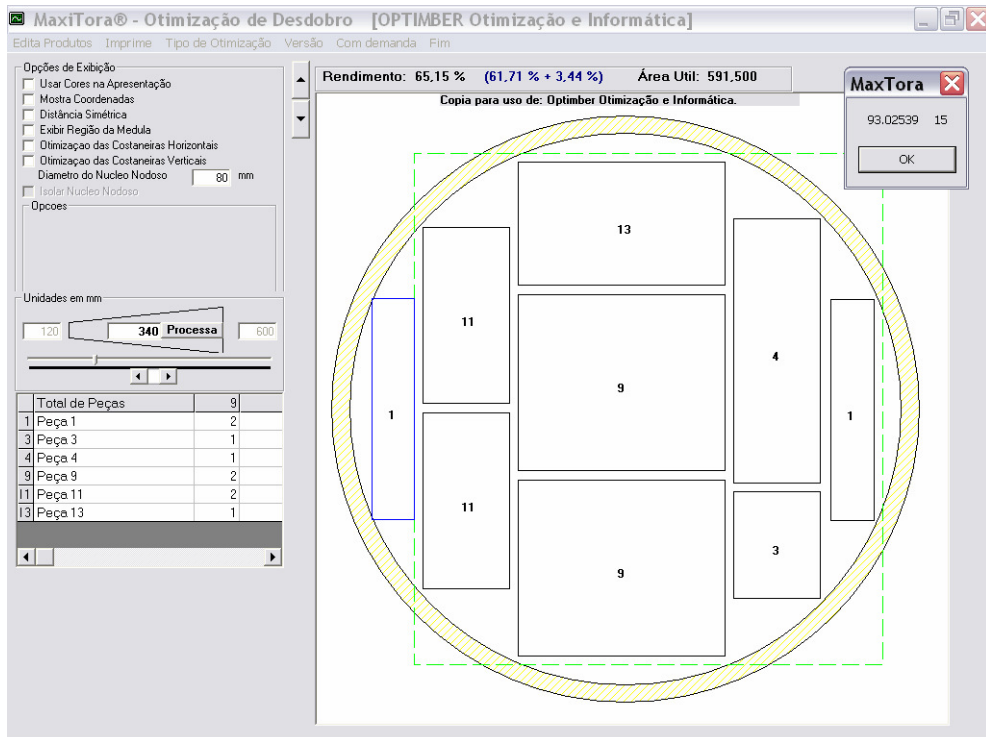


Figura 23: Corte X(6, 18):

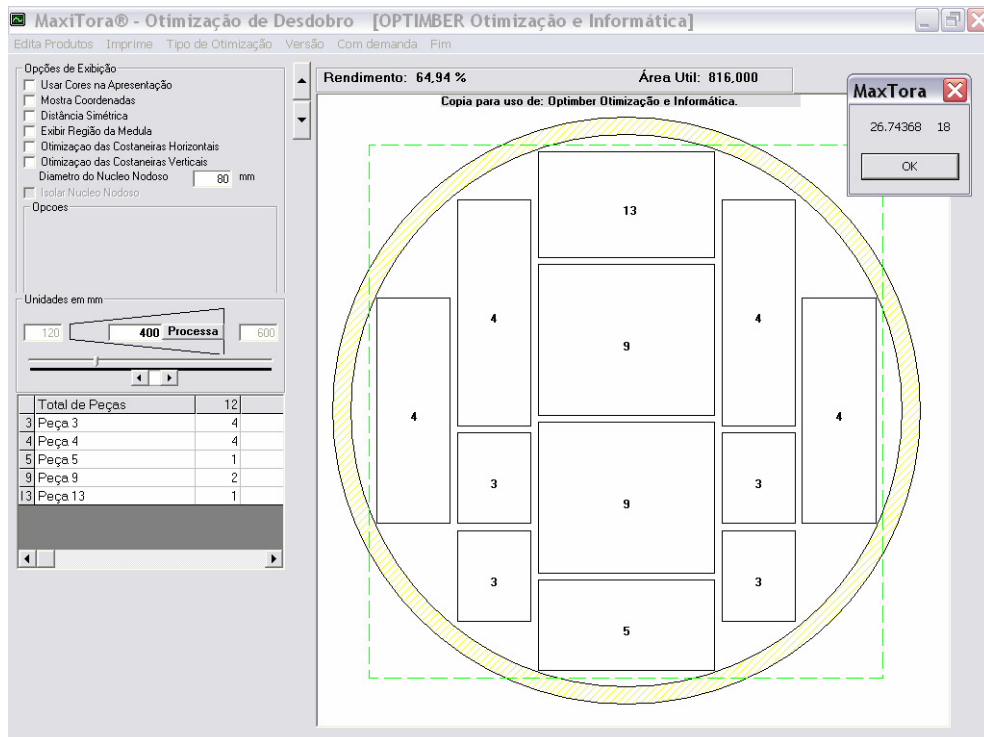


Figura 24: Corte X(5, 19):

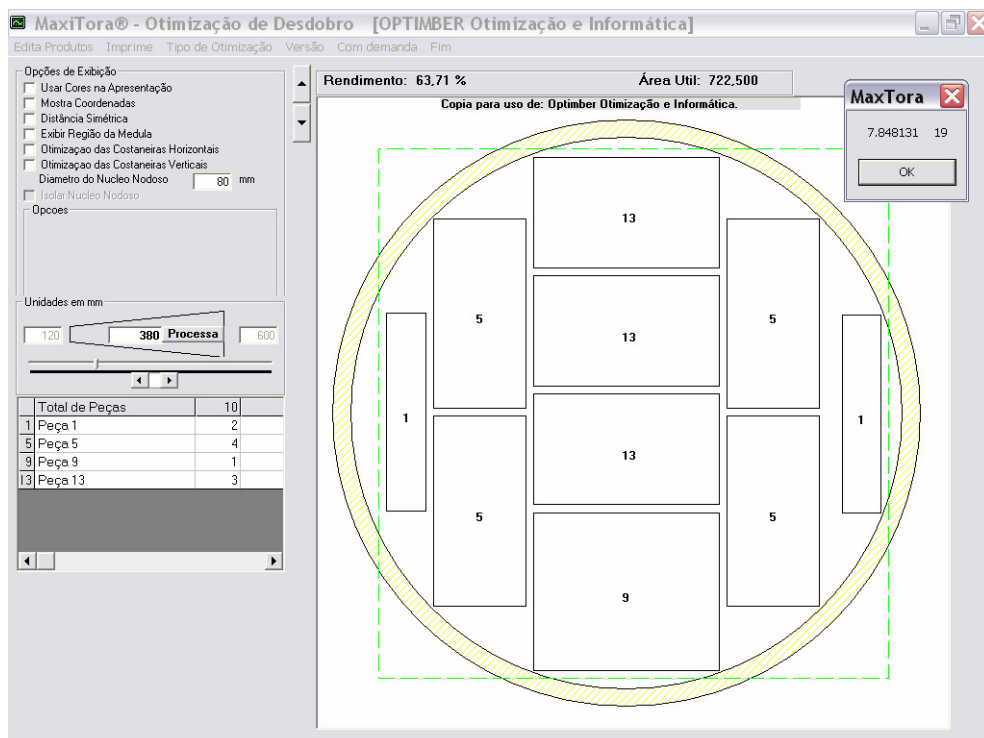


Figura 25: Corte X(5, 20):

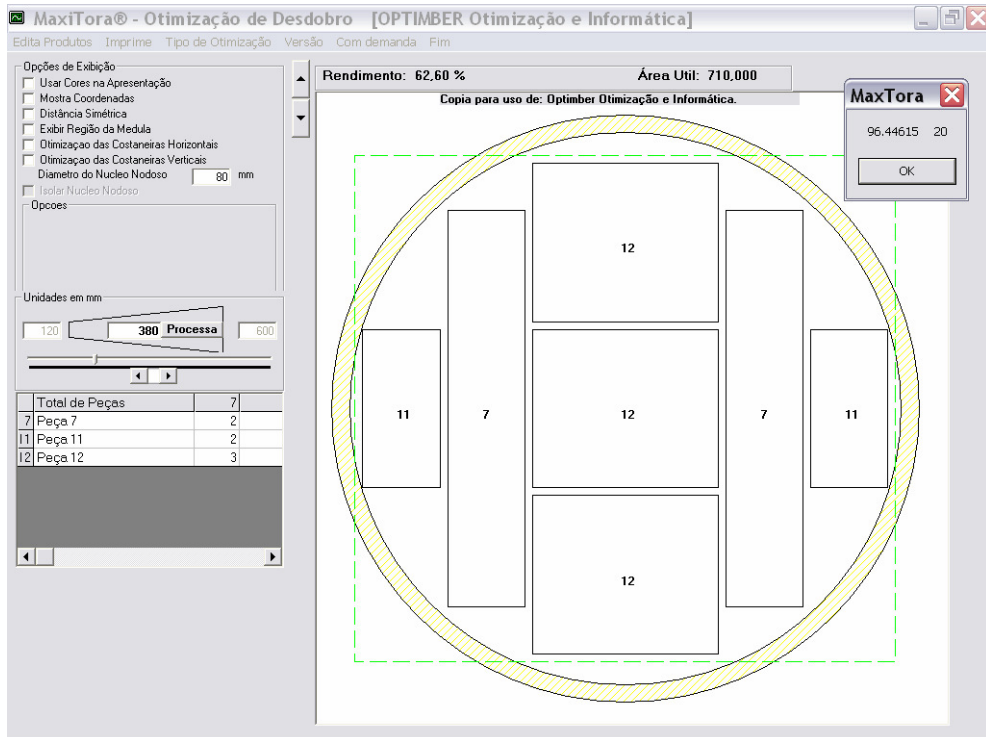
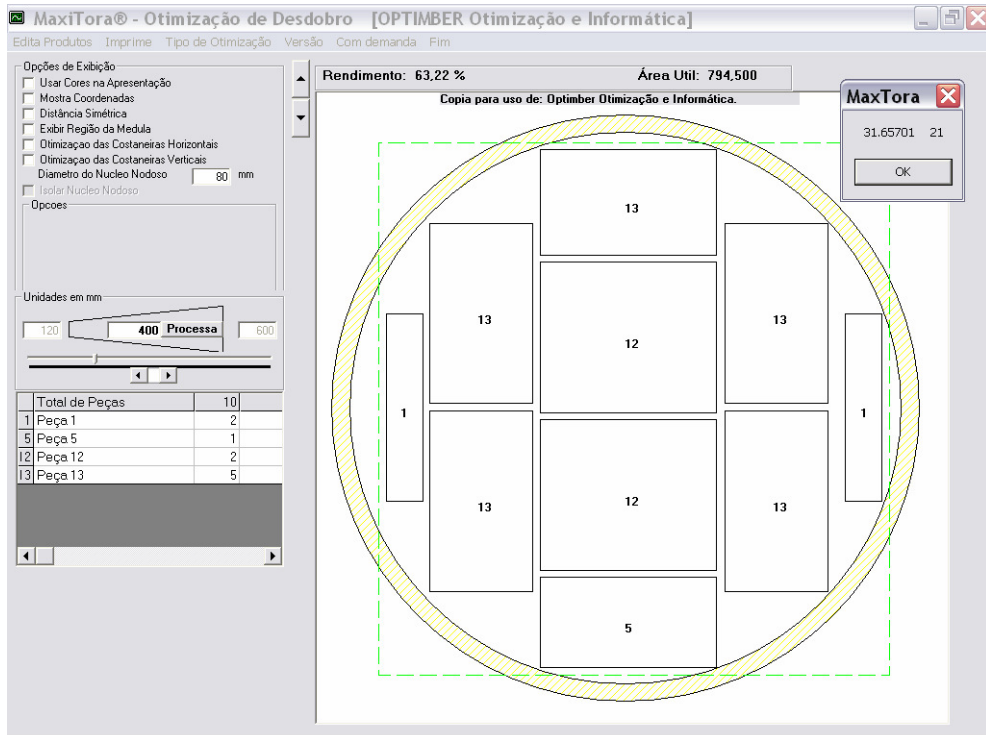


Figura 26: Corte X(6, 21):



## Anexo 12: Análise do resultado da terceira demanda:

Na análise do resultado do terceiro pedido, que ponderou a minimização do custo da matéria prima (tora) com restrições de estoque, verificou-se que considerando os padrões de cortes otimizados pelo processo para atender ao presente pedido. Necessitou de aproximadamente 4 toras de 30 cm de diâmetro, 130 toras de 34 cm de diâmetro, 120 toras de 36 cm de diâmetro, 180 toras com 38 cm de diâmetro e 170 toras de 40 cm de diâmetro, somando um total de 604 toras, com custo de aproximadamente R\$ 11.888,60, e atendeu a demanda solicitada e os padrões de corte ótimos do segundo (AS-PCO).